

Н.С. БИБУТОВ

**МАТЕРИАЛЛАР
ҚАРШИЛИГИ
АСОСЛАРИ**

ТОШКЕНТ – 2003

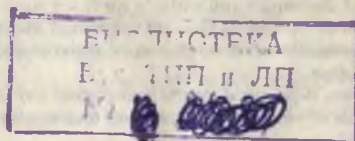
9156559860

10.07.1957

Н.С. БИБУТОВ

МАТЕРИАЛЛАР ҚАРШИЛИГИ АСОСЛАРИ

*Ўзбекистон Республикаси Олий ва ўрта махсус таълим
вазирлиги томонидан олий ўқув юртлари талабалари учун
дарслик сифатида тавсия этилган*



«Минҳож» нашриёти
ТОШКЕНТ — 2003

30.121

Б 66

Тақризчилар: Бухоро озиқ-овқат ва енгил саноат технологияси институти доценти **Д.Ш. Базарбаева**; Тошкент Давлат Техника Университети доценти **А. Ваҳобов**.

Материаллар қаршилиги конструкция элементларини мустаҳкамликка, бикрликка ва устуворликка муҳандисча ҳисоблаш асосларини ташкил этувчи фан бўлиб, материалларни физик-механик хоссалари, чузилиш ва сиқилиш, силжиш, бурилиш, эгилиш, мураккаб қаршилиқда на эгри стерженлардаги кучланиш ва деформациялар урганилади.

Китобда материаллар қаршилтигида масалаларни ечиш услуби келтирилган, назарий матнини қисқартириш эъзаига счилаётган масалаларнинг сони купайтирилди.

Дарелик қурилиш, транспорт ва машинасозлик мутахассислиги бўйича таълим олаётган бакалаврлар учун мулжалланган.

Наука о сопротивлении материалов является основой всех инженерных расчетов на прочность, жесткость, и устойчивость элементов конструкций.

В книге изучаются физико-механические свойства материалов, напряжения и деформации при растяжении, сдвиге, кручении, изгибе и при сложном сопротивлении прямым и кривым стержней.

Изучаются законы устойчивости элементов конструкций, а также поведение материалов при действии динамических и переменных нагрузок.

В книге рассматривается методика решения задач по сопротивлению материалов, удалось сократить теоретический материал и увеличить количество примеров решения задач.

Книга предназначена для очных и заочных бакалавров строительных, транспортных и машиностроительных специальностей.

Science about strength of materials is a basis of all engineer calculation for duability, hardness and stadiness of elements of constructions.

The book deals with physical and mechanical properties of the materials, strain and deformation on tension, displacement, bend and on complicated strength of straight and curved rod.

Laws of steadiness of the elements of constructions, and conduct of materials on the action of dynamical and variable loads are studied as well.

Method of solution of tasks on strength of materials is also considered in the book.

We managed to shorten theoretical material and increase the number of examples of tasks solution.

The book is intended for the bachelors of day time and extramural departments on the specialitis of construction, transport and machine-building.

ББК 30.121 я73

© Н. С. Бибуртов. «Минҳож» нашриёти, 2003 й.

СЎЗ БОШИ

Халқнинг бой интеллектуал мероси ва умумбашарий қадриятлар асосида замонавий маданият, иқтисодиёт, фан-техника ва технологияларнинг ютуқлари асосида кадрлар тайёрлашнинг мукамал тизимини шакллантириш Ўзбекистон тараққиётининг муҳим шаклидир, дейилган Кадрлар тайёрлаш миллий дастурида. Бу юксак вазифани амалга ошириш учун ёшларни ҳар томонлама баркамол қилиб тарбиялаш, жаҳон андозалари талабига мос равишда билимли мутахассислар тайёрлаш мақсадга мувофиқдир.

Ўзбекистон Республикаси Вазирлар Маҳкамасининг 1998 йил 24 февралдаги "Академик лицейлар ва касб-ҳунар коллежларини ташкил этиш ва уларнинг фаолиятини бошқариш тўғрисида"ги 77-сонли Қарорида Бухоро озиқ-овқат ва енгил саноат технологияси институти касб-ҳунар коллежлари учун малакали муҳандис-педагог кадрлар тайёрлаш бўйича таянч олий таълим муассасаси қилиб белгиланиши билан бир қаторда Ўзбекистон Давлат стандартига мос замонавий дарсликлар тузиш, ўқиш ва ўқитиш ишларида янгича ёндашув бўлиши зарурлиги ҳам белгилаб берилди.

"Материаллар қаршилиги асослари" тўплами қурилиш, қишлоқ хўжалигини механизациялаш, машинасозлик йуналишларида бакалаврлар тайёрлайдиган олий ўқув юр்தарининг талабалари учун дарслик сифатида ёзилган.

"Материаллар қаршилиги асослари" дарслигида маърузаларни мустақамлаш учун ҳар бир бобдан кейин масалаларнинг счими келтирилган. Дарсликни ёзишда ўзбек ва рус тилларидаги мавжуд адабиётлардан [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7] фойдаланилди.

Ушбу дарсликни ёзишда ўзларининг қимматли мас-
лаҳатларини берган Бухоро озиқ-овқат ва енгил саноат
технологияси институти "Механика" кафедрасининг му-
дири профессор М.М. Муродовга ва Тошкент Давлат Тех-
ника Университети "Назарий механика ва машина детал-
лари" кафедрасининг мудири техника фанлари доктори
Ш. Шообидовга муаллиф ўз миннатдорчилигини билди-
ради. Талабалар таълим олаётган мутахассислигига боғлиқ
ҳолда айрим мавзулар ёки боблар қисқартирилган ҳажмда
ўрганилиши мумкин.

К И Р И Ш

Ҳозирги замон машинасозлик саноати мураккаб ҳаракат қилувчи, катта қувватли, тезюрар ҳамда юқори сифатли, енгил конструкцияли машина ва механизмларни яратмоқда.

Машина ва иншоотни лойиҳалашда асосий эътибор унинг барча қисмлари ташиқи куч ва бошқа факторлар (ҳарорат, юқори босим, катта деформация тезлиги ва ҳ.к.) таъсирида ўз шаклини ва хусусиятини, яъни мустаҳкамлигини таъминлашга қаратилиши зарур.

Мустаҳкамликни таъминлашда машина ёки иншоот қисмининг материали ва кесимини танлаш асосий роль уйнайди. Кўпинча мустаҳкамликни ошириш учун элементнинг оғирлиги катталаштирилади. Бу ҳолатда ортиқча материал сарфланади ҳамда тежамкорлик жиҳатдан ноқулайдир. Машина ёки иншоот қисмларини ишлаш жараёнига кўра мустаҳкамлик турлича бўлиши мумкин. Масалан, кўп ҳолларда мустаҳкамлик — реал шароитда — узоқ муддатда элементнинг геометрик ўлчами ёки шаклини ўзгартирмаслигини таъминлашга қаратилса, айрим ҳолларда катта куч таъсирида элементларнинг шаклини бир ҳолатдан иккинчи ҳолатга ва яна қайтиб бошланғич ҳолатга ўтишини таъминлашга қаратилади. Масалан, машиналарнинг рессорлари, пружиналар ва ҳ.к.

Машина ва иншоот қисмлари айрим ҳолатларда мустаҳкамлигини йўқотиш натижасида эмас, балки шаклини ўзгартириши натижасида емирилиши мумкин. Масалан, ингичка ва узун стержень сиқувчи куч таъсирида ўз шаклини ўзгартиради, яъни стержень тўғри чизиқли ҳолатини йўқотади. Агар куч аста-секин ўсиб борса, сиқувчи кучни қайсидир қийматида стерженьнинг шакли эгри чизиқ-

лигича қолади ёки стержень емирилади. Умуман, сиқувчи куч таъсирида стержень шаклини ўзгартириш жараёни — стержень устуворлигининг йўқотилиши, дейилади. Демак, стерженлар устуворлигини йўқотиши натижасида ҳам емирилиши мумкин экан.

Иншоот ва машина қисмларининг шакли ёки геометрик ўлчами ўзгармаслигини (мустаҳкамлигини ҳисобга олиб) таъминлаш учун унинг бикрлигини ошириш керак. Бикрлик — деформацияланишга мойил эмас, деган маънони билдириб, материалнинг физик-механик хоссасига боғлиқдир.

Демак, **материаллар қаршилиги машина ва иншоот қисмларининг мустаҳкамлигини, устуворлигини ва бикрлигини ҳисоблаш усуллари**ни ўргатувчи фандир.

Материаллар қаршилиги мустаҳкамлик, устуворлик ва бикрликни элементларнинг деформациясига боғлаб ўрғанади. Бу масалалар билан қаттиқ жисмлар механикаси фанининг эластиклик назарияси, пластиклик назарияси, қурилиш механикаси ва ҳ.к. сингари соҳалари ҳам шуғулланади. Материаллар қаршилиги бошқа фанлардан ўзининг амалийлиги билан фарқ қилади, яъни конструкция қисми ташқи кучга бардош берадими-йўқми, мустаҳкамлиги етарлими, бикрлик даражаси қанчалигини фақат назарияда эмас, балки амалиётда, тажрибада синаб кўради. Материаллар қаршилигининг ҳисоблаш ва амалий усуллари математика, физика, кимё, назарий механика, материалшунослик ва шу сингари бир қанча фанларнинг тараққиёти билан боғлиқ равишда жадал ривожланмоқда.

МАТЕРИАЛЛАР ҚАРШИЛИГИ ФАНИНИНГ РИВОЖЛАНИШИ ТАРИХИ ТЎҒРИСИДА ҚИСҚАЧА МАЪЛУМОТ

Материаллар қаршилиги фанининг тарихий тараққиётида асосий ўринлардан бирини итальян олими **Г. Галилей** (1564—1642) эгаллайди. У дастлаб стерженларнинг қаршилик кўрсата олишини баҳолаш аналитик равишда ҳисобланиши зарурлигини кўрсатди. Материаллар қаршилиги

туғрисидаги биринчи китобни ҳам Галилей 1638 йилда нашр эттирган.

Кўпгина оддий кўринишдаги деталлар ва механизмлар, қурилиш иншоотлари Ўрта Осиё олимлари томонидан яратилган. Айниқса буюк олим Абдул Аббос Аҳмад ибн Муҳаммад Қасир ал-Фарғоний (788 йилда туғилган) томонидан яратилган механик календарь, бурчакларни ўлчаш ва бошқа асбоблар; Абу Али ал-Ҳусайн ибн Абдуллоҳ ибн Синонинг (980—1087) «Ақл мезони» асарида механикадаги оддий системалар, яъни ричаглар, блоклар, поғоналардан тузилган механизмларнинг ишлаш принциплари баён қилинган; Абу Юсуф ал-Хоразмий (X аср)нинг «Илмларнинг калити», Исмоил ал-Жазоирнинг (XII—XIII аср) «Муҳандислик механикасини билиш» китоблари эътиборга сазовордир.

Р. Гук (1635—1703) чўзувчи куч билан узайиш орасидаги пропорционал боғланишни 1676 йилда аниқлади. Бу боғланиш **Гук қонуни** деб аталади.

Швейцарияда туғилган рус олими **Л. Эйлер** (1707—1783) устуворлик ва эластиклик назариялари ривожига ўз ҳиссасини қўшди.

Француз олими **Ш. Кулон** (1736—1806) эластик жисмларни текшириш, балкаларнинг эгилиши, колонналарнинг сиқилиши, буралиш, буралишдаги тебранишлар бўйича иш олиб борди.

Француз олими **Л. Навье** (1785—1836) эластиклик назарияси ҳамда биринчи бўлиб статик аниқмас масалалар, бўйлама ва қўндаланг эгилиш бўйича ҳисобларга оид тажриба ишларини олиб борган.

Француз олими **Ж. Понселе** (1788—1867) материалларни текшириш, динамик кучлар учун чўзилиш диаграммасини, ўзгарувчан кучлар учун материалларнинг емирилиш даражасини аниқлади.

Инглиз олими **Т. Юнг** (1773—1829) эластиклик модули, марказлашмаган чўзилиш-сиқилиш ва зарб таъсири масалалари устида иш олиб борган.

Француз инженери **Барре Де сен-Венан** (1797—1886) эса биринчи бўлиб инженерлик масалаларини ҳал этиш-

да эластиклик назариясининг аҳамиятини кўрсатди ва эгри брусларга оид тажрибалар олиб борди.

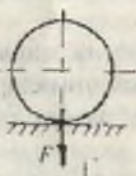
Материаллар қаршилиги бўйича рус тилида ёзилган биринчи дарслик 1774 йилда **С. Котельников** томонидан яратилди.

Материаллар қаршилигини ривожлантиришда **Д. Журавский** (1821—1891), **Ф. Ясинский** (1856—1899), **Н. Беляев** (1890—1944) ларнинг ҳам ҳиссаси каттадир.

«Материаллар қаршилиги» фанидан ўзбек тилида биринчи дарслик 1973 йилда **М.Т. Ўрозбоев** томонидан чоп этилди.

Кейинги йилларда материаллар қаршилиги соҳасида йирик тадқиқот ва тажрибалар олиб бораётган олимлар сафига **А.А. Илюшин**, **Э.И. Григолюк**, **В. Федосьев**, **В. Болотин**, **В. Писаренко**, **В. Качурин**, **Х. Рахмагулин**, **М. Ўрозбоев**, **К. Мансуров**, **С. Йўлдошев** ва бошқаларни киритиш мумкин.

КУЧ ВА КУЧ ТУРЛАРИ



1-расм.

Иншоот ва машина қисмларига таъсир қилувчи кучлар ёки қўйилган юклар ташқи куч бўлади. Ташқи кучлар актив ва реактив кучларга бўлинади. **Актив кучлар** — юк, деб юритилади. Ташқи куч элементларга қўйилиши жиҳатидан тўпланма ёки тақсимланган кучларга бўлинади. Агар юкнинг қўйилиш ўлчамлар конструкция элементи

ўлчамларидан жуда кичик бўлса — бундай куч тўпланма куч деб юритилади. Масалан: вагон гилдирагининг рельсга босими (1-расм). Тўпланма куч **Ньютон (Н)**; **килоньютон (кН)** ва **тонналарда (т)** ўлчанади.

Агар юк конструкция қисмининг юзаси ёки узунлиги бўйлаб таъсир қилса, бундай куч тақсимланган куч дейилади.

Бундай кучлар тенг тақсимланган ёки тенг тақсимланмаган кучларга бўлинади. Масалан: элемент узунлиги бўйлаб хусусий оғирлигининг ўзгариши тенг тақсимланмаган кучга мисол бўлади (2-а расм). Тақсимланган куч

узунлик бўйича таъ-
сир қилса

$\frac{H}{m}, \frac{\kappa H}{m}$ ларда, юза
бўйлаб тарқалса

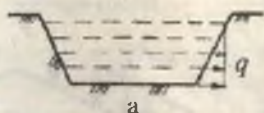
$\frac{H}{m}, \frac{\kappa H}{m^2}$ тарзида ўлчанади. Вақт оралиғида ўзгариш хусуси-
ятига кўра ташқи кучлар статик ва динамик кучларга бўли-
нади. Нолдан ўзининг охириги ўзгармас қийматигача аста-
секин силлиқ ўзгарадиган куч — **статик куч** дейилади. Ма-
салан: станокнинг бетонга, иморатнинг асосига босими
(2-б расм). Вақт оралиғида ишорасини ва қийматини ўзгар-
тирадиган куч — тақрорланувчи куч; бир онда таъсир қила-
диган кучлар эса — динамик кучлар дейилади. Динамик
кучларга айланма ёки тебранма ҳаракатда ишловчи кон-
струкция қисмлари; зарб таъсири мисол бўлади.

Ички куч ташқи куч таъсирида келиб чиқади. Ички
кучни аниқлаш ва топиш учун кесиш усулидан фойдала-
намиз.

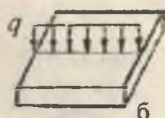
КЕСИШ УСУЛИ. Қаттиқ жисмнинг мустаҳкамлиги
ундаги заррачаларнинг ўзаро тортишиш кучлари билан
ифодаланади. Жисмга ташқаридан таъсир кўрсатилса, зар-
рачаларнинг ўзаро тортишиш кучлари (таъсирлари) ин-
тенсивлашади (ўзгаради). Ташқи куч таъсирида заррача-
лар ўзаро таъсирининг интенсивлашишига ички куч дейи-
лади.

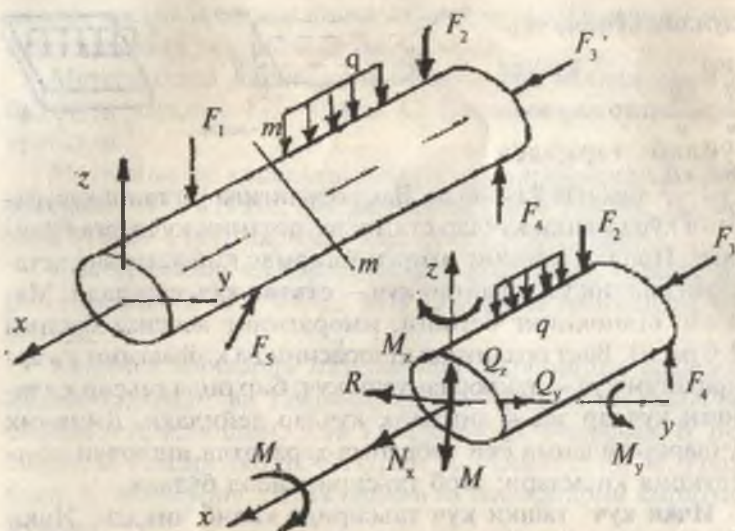
Ички кучлар ташқи кучга ва материалнинг физик-
механик хоссаларига боғлиқ бўлади. Конструкция қисм-
ларининг мустаҳкамлигини таъминлашда ички куч катта
роль ўйнайди.

Берилган ташқи кучлар таъсирида мувозанатда бўлган
бруснинг (3-расм) ихтиёрий танланган кесим юзасидаги
ички кучларни аниқлаш учун уни шу кесим юзасидан m —
 m текислиги билан кесиб B ва B бўлақларга ажратамиз ва
 B қисмини ташлаб юборамиз. Натижада, бруснинг B қис-
мида ташлаб юборилган B бўлакнинг таъсири йўқотилди.
Демак, бруснинг B қисмида мувозанат ҳолати бузилди.
Ажратилган B қисм мувозанатини таъминлаш учун унинг
кесилган юзасига B қисм таъсирини бош куч вектори R



2-расм.





3-расм.

ва бош момент вектори $\bar{M}$ кўринишида келтирилиши лозим. Бош куч вектори ва бош момент В қисм учун ички куч ҳисобланади. $\bar{R}$ ва $\bar{M}$ лар XYZ ўқларида учта ташкил этувчиларга бўлиниши мумкин — N_x ; Q_y ; Q_z ; M_x ; M_y ; M_z .

N_x — бўйлама куч, бруснинг бўйлама ўқи бўйлаб йуналган. N_x таъсирида брус чўзилади ёки сиқилади. Q_y ; Q_z бруснинг бўйлама ўқига перпендикуляр жойлашганлиги учун кўндаланг ёки кесувчи (силжитувчи) куч дейилади. M_x — буровчи момент бруснинг кўндаланг кесимида ҳосил бўлади. M_x таъсирида брус буралиш деформациясига учрайди. M_y ва M_z моментлари таъсирида брус эгилади.

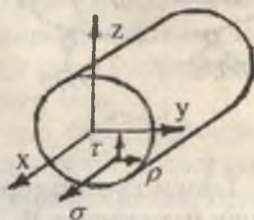
N_x , Q_y , Q_z , M_x , M_y , M_z — ички куч факторлари дейилади. Ички куч омилларини топиш учун бруснинг ажратилган қисмидаги барча кучлардан мувозанат шартлари тузилади:

$$\begin{aligned} \sum X &= 0 & \sum M_x &= 0 \\ \sum Y &= 0 & \sum M_y &= 0 \\ \sum Z &= 0 & \sum M_z &= 0 \end{aligned} \quad (1)$$

КУЧЛАНИШ

Ички кучнинг қиймати ва йўналиши брус кўндаланг кесимининг турли нуқталарида ҳар хил бўлиши мумкин. Кесимнинг маълум нуқтасидаги ёки кесим юзаси бўйлаб ички куч қийматининг тарқалиш қонуниятини аниқлаш учун кучланиш тушунчасини киритамиз:

K — нуқта жойлашган элементар юзанинг тўлиқ кучланиши P шу нуқтага қўйилган ички куч dR нинг элементар юза dA га нисбатига тенгдир:



4-расм.

$$P = \lim_{dA \rightarrow 0} \frac{dR}{dA} \quad (2)$$

Кучланишнинг ўлчов бирлиги Па (Паскаль).

1 ньютон кучнинг 1 м^2 юзага нисбати кучланиш бўлиб, 1 Па га тенгдир.

Тўлиқ кучланиш P ни кўндаланг кесимнинг юзаси бўйлаб иккита тенг тузувчиларга ажратамиз. Кўндаланг кесимнинг нормали бўйлаб йўналган кучланишни нормал кучланиш (σ) деб қабул қиламиз; кўндаланг кесим юзасига уринма ҳолатда йўналган кучланишни уринма кучланиш (τ) деб қабул қиламиз (4-расм). Тўлиқ кучланиш P билан σ ва τ орасидаги боғланиш қуйидагича ифодаланади:

$$P = \sqrt{\sigma^2 + \tau^2} \quad (3)$$

ДЕФОРМАЦИЯ ВА КЎЧИШ

Ташқи куч таъсирида жисм ўз шакли ёки геометрик ўлчамини ўзгартирса, бундай ҳолат **деформация** дейилади.

Шакл ўзгариши натижасида (5-расм) A ва B нуқталар орасидаги масофа ΔS га, ODC бурчак эса $O'D'C'$ бурчакка ўзгаради.

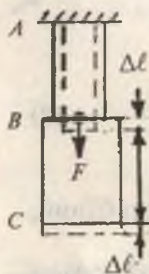
ΔS масофа — A ва B нуқталар оралиғининг бир тўғри чизик текислигида ортиши ёки камайиши юз берганлиги



5-рasm.

учун чизиқли кўчиш деб юритилади. О нукта атрофида С ва Д нукталарнинг ўзаро яқинлашиши ёки узоклашиши **бурчакли кўчиш** дейилади. Чизиқли ва бурчакли кўчишларнинг бир нукта атрофидаги комбинацияси шу нуктанинг деформацияланган ҳолатини аниқлайди.

Ташқи куч таъсирида АВ оралиқнинг деформацияланиши натижасида ВС оралиқ кўчади (6-рasm), ВС оралиқ деформацияланмайди. Демак, деформация кўчиш эмас. Деформациялар оддий ва мураккаб турларга бўлинади. **Оддий деформациялар:** чўзилиш ва сиқилиш; силжини; буралиш; эгилиш.



6-рasm.

Мураккаб деформациялар: қийшиқ эгилиш; марказлашмаган чўзилиш ва сиқилиш; буралишнинг эгилиш билан биргаликдаги таъсири ва ҳ.к.

Эластик ва қолдиқ деформациялар мавжуд.

Ташқи куч таъсири йўқотилгандан кейин бошланғич ўлчамлари ёки шакли тикланган стержень деформацияси — эластик, акс ҳолда қолдиқ деформация бўлади.

МАТЕРИАЛЛАР ҚАРШИЛИГИДА ҚАБУЛ ҚИЛИНГАН ГЕПОТЕЗАЛАР

Конструкция элементларини мустаҳкамликка, устуворликка ва бикрликка ҳисоблашни оддийлаштириш ва соддалаштириш учун материаллар қаршилигида айрим гипотезалар қабул қилинган:

1. Конструкция материали бир жинсли ва ғоваксиз, яъни унинг хоссаси элементнинг шакли ва ўлчамларига боглиқ эмас деб қаралади.

2. Конструкция материали изотроп, яъни унинг хоссаси барча йўналишда бир хил деб қабул қилинади. Бу чек-

ланиш анизотроп материалларда ишлатилмайди. Масалан, ёғоч.

3. Конструкция materiali эластиклик хоссасига эга деб қаралади, яъни ташқи куч таъсири йўқотилганда элемент ўзининг бошланғич шакли ва ўлчамларини қайта тиклайди. Эластик жисм деформацияси фақат кучга боғлиқ бўлиб, кучларнинг қўйилиш тартибига боғлиқ эмас.

4. Конструкция материалининг ҳар бир нуқтасидаги деформация шу нуқтадаги кучланишга тўғри пропорционал деб қаралади. Бу гипотеза **Гук қонуни** дейилади. Бунда кучланиш пропорционаллик чегарасидан катта бўлмаслиги керак.

5. Конструкциянинг деформацияси унинг геометрик ўлчамларига нисбатан кичик миқдор деб қаралади. Бу гипотезадан айрим статик аниқмас масалаларни ечишда фойдаланилади.

6. Конструкцияга қўйилган юklar системасининг таъсири алоҳида юklar таъсирларининг йиғиндисига тенг деб қабул қилинади.

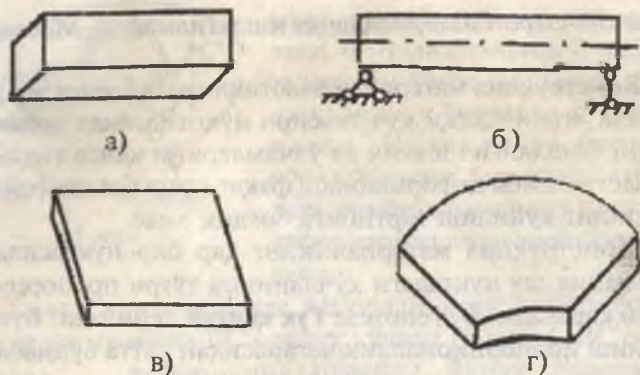
7. Юк қўйилишигача текис бўлган бруснинг кесими юк таъсиридан кейин ҳам текислигича қолади. Бу гипотеза **Бернулли гипотезаси** дейилади.

КОНСТРУКЦИЯ ЭЛЕМЕНТЛАРИ

Амалиётда турли конструкция элементлари брус ёки қобик кўринишига келтирилади.

Брус деб, иккита геометрик ўлчами (эни ва қалинлиги) узунлигидан анча кичик бўлган элементга айтилади. Ингичка брус — **стержень** дейилади.

Иккита ва ундан ортиқ таянчларга таянган брусга **балка** дейилади. Ўзаро шарнирлар воситасида ёки бикр боғланишда бўлган стерженлар системаси **ферма** дейилади. **Пластика** деб — қалинлиги қолган ўлчамларидан анча кичик бўлган элементга айтилади. Эгри пластика **қобик** дейилади.



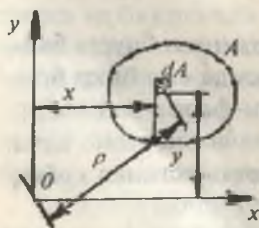
7-расм. а) брус; б) балка; в) пластинка; г) қобик.

Юқорида таърифлари келтирилган конструкция элементлари қурилиш, машинасозлик, транспорт ва ҳ.к. саноатларда учрайди. Масалан, кўприкларнинг асослари, свай, стропила, томларни бекитувчи плиталар, вал ва ўқлар, транспорт воситасининг рамаси, цилиндр, труба ва ҳ.к.

1. БОБ

ТЕКИС КЕСИМ ЮЗАЛАРИНИНГ ГЕОМЕТРИК ТАВСИФЛАРИ

Кесим юзаси — оддий геометрик тавсифга эга бўлиб, элементар dA юзалар йиғиндисига тенгдир, яъни: $A = \int_0^A dA$



8-расм.

Эгилиш, буралиш ва мураккаб деформацияланиш ҳолатларида конструкция қисмларининг мустаҳкамлиги ва бикрлиги, айнан уларнинг кесим юзаларига эмас, балки мураккаб геометрик тавсифларига (статик момент, инерция момент, қаршилик момент ва инерция радиуси) боғлиқ бўлади.

1.1. СТАТИК МОМЕНТ ВА ИНЕРЦИЯ МОМЕНТЛАРИ

Статик момент, деб элементар юза dA билан тегишли ўқ орасидаги масофа қўпайтмасининг аниқ интегралига айтилади:

$$S_x = \int_A y \cdot dA; S_y = \int_A x \cdot dA \quad (1.1)$$

Статик момент узунлик ўлчовининг учинчи даражаси билан ўлчанади. Турли ўқларга нисбатан статик моментларни қўшиб бўлмайди. Танланган кесимнинг X ва Y ўқларига нисбатан статик моментлари мусбат ва манфий бўлиши мумкин.

X ва Y ўқларга параллел ўтказилган, элементар dA юзадан $x_1 = x - b$ ва $y_1 = y - a$ масофада жойлашган X_1 ва Y_1 ўқларга нисбатан статик моментни топамиз:

$$S_{y1} = \int_A x_1 dA = \int_A (x - b) dA = \int_A x dA - b \int_A dA = S_y - bA$$

ва

$$S_{x1} = \int_A y_1 dA = \int_A (y - a) dA = \int_A y dA - a \int_A dA = S_x - a \cdot A$$

Статик моментлари нолга тенг бўлган ҳолатга тўғри келувчи X_1 ва Y_1 ўқларининг координаталарини топамиз:

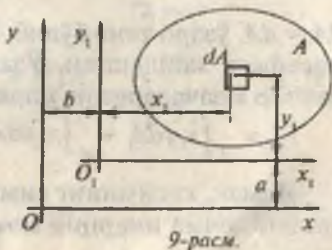
$$S_{y1} = S_y - x_c A = 0; \quad S_{x1} = S_x - y_c A = 0$$

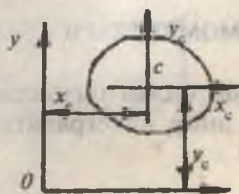
Бу ердан:

$$X_c = \frac{S_y}{A}; \quad Y_c = \frac{S_x}{A} \quad (1.2)$$

С нуқта кесимнинг оғирлик маркази дейилади. Оғирлик марказидан ўтувчи X_0 , Y_0 ўқлар марказий ўқлар дейилади.

Ҳар қандай оғирлик марказидан ўтувчи ўқларга нисбатан кесимнинг статик моменти нолга тенг.





10-расм.

Агар, элементар юза dA ни ундан уқча бўлган масофанинг квадратиға кўпайтириб интегралласак, уқларға нисбатан инерция моменти деб аталадиган геометрик катталикни топамиз (8-расм):

$$I_x = \int_A y^2 dA \quad \text{ва} \quad I_y = \int_A x^2 dA \quad (1.3)$$

Марказдан қочма инерция моменти элементар юза dA билан иккала ўқ орасидаги масофа кўпайтмаларининг интегралиға тенг:

$$I_{xy} = \int_A xy dA \quad (1.4)$$

Кутб инерция моменти:

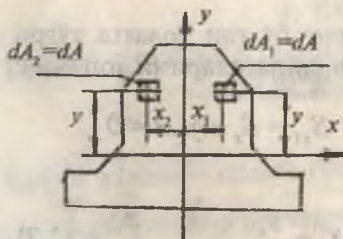
$$I_p = \int_A \rho^2 dA \quad (1.5)$$

Инерция моментлари узунлик ўлчовининг тўрттинчи даражаси билан ўлчанади. Кутб инерция моменти ўқларға нисбатан инерция моментларининг йиғиндисига тенг:

$$I_p = \int_A (y^2 + x^2) dA = I_x + I_y \quad (1.6)$$

I_x ; I_y ва I_p лар ҳамиша мусбатдир.

Марказдан қочма инерция моменти мусбат ёки манфий бўлиши мумкин. Битта ёки иккита ўқи симметрик бўлган кесимнинг марказдан қочма инерция моментини топамиз (11-расм).



11-расм.

Кесим юзасидан ажратилган элементар юзачалар $dA_1 = dA_2$ ўзаро тенг бўлиб, Y ўқидан $x_1 = -x_2$ ва x ўқидан Y масофада жойлашган. Ўзаро симметрик жойлашган элементар юзачаларнинг марказдан қочма инерция моменти:

$$I_{xy} = \int_A x_1 y dA_1 + \int_A x_2 y dA_2 = - \int_A x_2 y dA + \int_A x_2 y dA = 0$$

Демак, кесимнинг симметрия ўқларига нисбатан марказдан қочма инерция моменти нолға тенг экан.

1.2. ПАРАЛЛЕЛ ЎҚЛАРГА НИСБАТАН ИНЕРЦИЯ МОМЕНТЛАРИ

Танланган кесим юзаси XOY координата системасида жойлашган. OY ва OX ўқларига параллел янги O_1Y_1 ва O_1X_1 ўқларини оламыз. Элементар юзанинг $X_1O_1Y_1$ координата системасидаги координаталари $x_1 = x + b$, $y_1 = y + a$. Янги ўқларга нисбатан кесимнинг инерция моментларини ёзамиз:

$$\begin{aligned} I_{x_1} &= \int_A y_1^2 \cdot dA = \int_A (y + a)^2 dA \\ I_{y_1} &= \int_A x_1^2 \cdot dA = \int_A (x + b)^2 dA \end{aligned} \quad (1.7)$$

$$I_{x_1y_1} = \int_A x_1 y_1 \cdot dA = \int_A (x + b)(y + a) dA$$

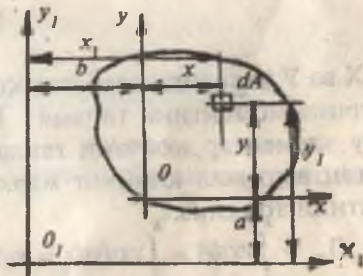
Қавсларни очиб чиқиб ҳосил бўлган тенгламани интегралласак, қуйидаги формулалар ҳосил бўлади:

$$\begin{aligned} I_{x_1} &= I_x + 2aS_x + a^2 A & I_{y_1} &= I_y + 2bS_y + b^2 A \\ I_{x_1y_1} &= I_{xy} + aS_y + bS_x + abA \end{aligned} \quad (1.8)$$

S_y ва S_x кесим юзасининг Y ва X ўқларига нисбатан статик моментлари. Агар Y ва X ўқлари кесим юзасининг оғирлик марказидан ўтса, яъни марказий ўқлар бўлса: $S_y = 0$ ва $S_x = 0$.

У ҳолда:

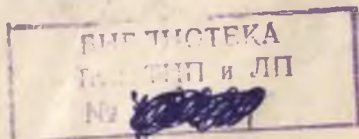
$$\begin{aligned} I_{x_1} &= I_x + a^2 A \\ I_{y_1} &= I_y + b^2 A \\ I_{x_1y_1} &= I_{xy} + abA \end{aligned} \quad (1.9)$$



Қутб инерция моментлари:

12-расм.

$$I_{\rho_1} = I_{\rho} + (a^2 + b^2)A \quad (1.10)$$



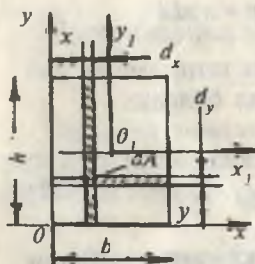
1.3. ОДДИЙ КЕСИМ ЮЗАЛАРИНИНГ ГЕОМЕТРИК ТАВСИФЛАРИ

Тўртбурчак (13-рasm) кесим юзасининг асосидан ўтган X ўқига нисбатан инерция моментини топамиз. Бунинг учун тўртбурчак кесим юзасидан элементар юзачани аж-
ратамиз:

$$dA = \sigma dy$$

$$\text{У ҳолда: } I_x = \int_A y^2 dA = \int_A y^2 \sigma dy = \sigma \frac{y^3}{3} \Big|_0^h = \frac{\sigma h^3}{3}$$

ҳосил бўлади.



13-рasm.

Тўғри тўртбурчакнинг марказий ўқи X_1 га нисбатан инерция моментини параллел ўқларга нисбатан инерция momenti формулаларидан фойдаланиб топамиз:

$$I_{x1} = I_x + a^2 A = \frac{\sigma h^3}{3} - \left(\frac{h}{2}\right)^2 \sigma h = \frac{\sigma h^3}{12}$$

Кесимнинг Y ўқига нисбатан инерция momenti:

$$I_y = \frac{h\sigma^3}{3} \quad \text{ва} \quad I_{y1} = \frac{h\sigma^3}{12}$$

X ва Y ўқларига нисбатан кесимнинг марказдан қочма инерция моментини топамиз. Бунинг учун кесимда $dA = dx dy$ элементар юзачани танлаймиз. Ўлчамлари h ва dx бўлган вертикал юзанинг марказдан қочма инерция моментини топамиз:

$$dI_{xy} = \int_0^h y x dA = \int_0^h y x dy dx = x dx \int_0^h y dy = x dx \cdot 0,5h^2$$

Энди dI_{xy} ифодани $0 \leq x \leq \sigma$ ораликда интеграллаймиз:

$$I_{xy} = \int_0^{\sigma} 0,5h^2 x dx = 0,5h^2 \int_0^{\sigma} x dx = 0,25h^2 \sigma^2 \quad \text{ёки кесимнинг}$$

марказдан қочма инерция momenti: $I_{xy} = \frac{\sigma h}{4} \cdot A$

Учбурчак (14-рasm) нинг статик моментини аниқлаш.
 Учбурчакнинг X_1 ўқидан Y_1 масофада жойлашган A_0 юзасининг статик моментини ёзамиз:

$$S_{x1}^0 = A_0 \cdot y_0$$

Бу ерда: $A_0 = \frac{1}{2} \sigma_y \left(\frac{2h}{3} - y_1 \right)$ ва $y_0 = y_1 + \frac{1}{3} \left(\frac{2h}{3} - y_1 \right)$

Ҳолда: $S_{x1} = \frac{1}{2} \sigma_y \left(\frac{2h}{3} - y_1 \right) \cdot \frac{2}{3} \left(\frac{h}{3} + y_1 \right) = \frac{\sigma_y}{3} \left(\frac{2h}{3} - y_1 \right) \left(\frac{h}{3} + y_1 \right)$

Ёки: $S_x = \frac{\sigma_y}{27} (2h^2 + 3hy_1 - 9y_1^2)$

Инерция моментини аниқлаш.

Асосидан ўтган X ўқи-
 га нисбатан инерция мо-
 ментини топиш учун уч-
 бурчакнинг кесим юзаси-
 дан $dA = b_y \cdot dy$ элементар
 юзачани танлаймиз.

Бу ерда: $\sigma_y = \sigma \left(1 - \frac{y}{h} \right)$

элементар юзачанинг эни.

У ҳолда: $I_x = \int_A y^2 dA = \int_0^h y^2 \sigma \left(1 - \frac{y}{h} \right) dy = \frac{\sigma h^3}{12}$

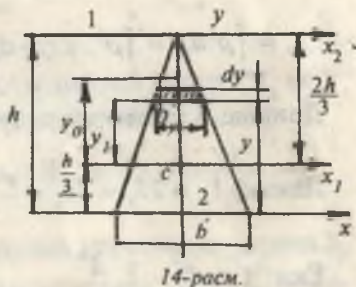
Учбурчакнинг марказий ўқи-
 га нисбатан инерция мо-
 менти:

$I_{x1} = I_x + a^2 A = \frac{\sigma h^3}{12} - \left(\frac{h}{3} \right)^2 \frac{\sigma h}{2} = \frac{\sigma h^3}{36}$ ва X_2 ўқи-
 га нисбатан

инерция моментини: $\sigma_y = -\sigma y / h$; $dA = \sigma_y dy = -\frac{\sigma y}{h} dy$

$I_{x2} = \int_A y^2 dA = \int_h^0 y^2 \left(-\frac{\sigma y}{h} \right) dy = \frac{\sigma h^3}{4}$

Ёки: $I_{x2} = \frac{\sigma h^3}{4}$



Топилган инерция моменти формулаларидан кўриниб турибдики, кесим ўқдан қанча узоқлашса, инерция моменти катталашар экан. Учбурчакнинг Y ўқига нисбатан инерция моменти:

$$I_y = \int_A x^2 dA = \int_A x^2 \sigma_x dx = \int_0^{\frac{b}{2}} x^2 \cdot 2 \frac{h}{b} \left(\frac{b}{2} - x \right) dx = \frac{hb^3}{48}$$

Доиравий кесим (15-расм). Кесимнинг оғирлик марказидан ўтувчи ихтиёрий ўққа нисбатан инерция моменти-ни топиш учун аввал доирадан ажратилган ҳалқа кўринишидаги $dA = 2\pi\rho \cdot d\rho$ элементар юзанинг кесим марказига нисбатан қутб инерция моментини топамиз:

$$I_\rho = \int_A \rho^2 dA = \int_0^R \rho^2 \cdot 2\pi\rho \cdot d\rho = \frac{2\pi \cdot \rho^4}{4} \Big|_0^R = \frac{\pi \cdot R^4}{2} = \frac{\pi \cdot D^4}{32}$$

Доиравий кесим учун: $I_x = I_y$ ва $I_\rho = I_y + I_x$

$$\text{Демак, } I_\rho = 2I_x = 2I_y = \frac{\pi \cdot D^4}{32}$$

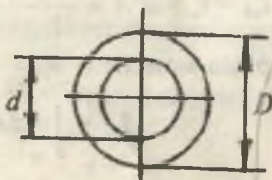
$$\text{Ўки: } I_x = I_y = \frac{\pi \cdot D^4}{64}$$

Ҳалқасимон кесимнинг инерция моменти ташқи ва ички доиралар инерция моментларининг айирмасига тенг (16-расм):

$$I_y = I_x = \frac{\pi \cdot D^4}{64} - \frac{\pi \cdot d^4}{64} = \frac{\pi \cdot D^4}{64} \left[1 - \left(\frac{d}{D} \right)^4 \right]$$



15-расм.



16-расм.

Кутб инерция моменти:

$$I_p = \frac{\pi \cdot D^4}{32} \left[1 - \left(\frac{d}{D} \right)^4 \right]$$

1.4. ОДДИЙ КЕСИМ ЮЗАЛАРИНИНГ ҚАРШИЛИК МОМЕНТЛАРИ

Кесим юзаларининг қаршилиқ моментларини топиш учун:

$$W_x = \frac{I_x}{y_{\max}}; \quad W_y = \frac{I_y}{x_{\max}} \quad \text{ва} \quad W_p = \frac{I_p}{\rho_{\max}}$$

формулалардан фойдаланамиз.

Туғри туртбурчак кесимнинг марказий ўқлари X_1 ва Y_1 га нисбатан қаршилиқ моментини топамиз:

$$W_{x_1} = \frac{ah^3}{12} \cdot \frac{2}{h} = \frac{ah^2}{6} \quad \text{ва} \quad W_{y_1} = \frac{ha^3}{12} \cdot \frac{2}{a} = \frac{ha^2}{6}$$

Учбурчак. Учбурчакнинг оғирлиқ марказидан ўтувчи X_1 ўқи кесим юзасининг 1 ва 2 нуқталаридан $\frac{2h}{3}$ ва $\frac{h}{3}$ масофада жойлашган. Шунинг учун учбурчакнинг X_1 марказий ўқидан энг узоқда жойлашган 1 ва 2 нуқталаригача бўлган масофаси:

$$y_1 = \frac{2h}{3} \quad \text{ва} \quad y_2 = \frac{h}{3} \quad \text{га тенг.} \quad W_{x_1}^I = \frac{ah^3}{36} \cdot \frac{3}{2h} = \frac{ah^2}{24};$$

$$W_{x_1}^{II} = \frac{ah^3}{36} \cdot \frac{3}{h} = \frac{ah^2}{12}; \quad W_y = \frac{ha^3}{48} \cdot \frac{2}{a} = \frac{ha^2}{24}$$

$$\text{Доиравий кесим: } W_x = W_y = \frac{I_x}{y_{\max}} = \frac{\frac{\pi \cdot D^4}{64}}{\frac{D}{2}} = \frac{\pi \cdot D^3}{32}$$

$$\text{Кутб қаршилиқ моменти: } W_p = \frac{\frac{\pi \cdot D^4}{32}}{\frac{D}{2}} = \frac{\pi \cdot D^3}{16}$$

Ҳалқасимон кесим:

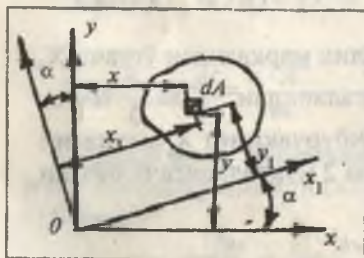
$$W_x = W_y = \frac{\pi \cdot D^4 \left[1 - \left(\frac{d}{D} \right)^4 \right]}{64 \cdot \frac{D}{2}} = \frac{\pi \cdot D^3 \left[1 - \left(\frac{d}{D} \right)^4 \right]}{32}$$

Кутб қаршилиқ momenti: $W_p = \frac{\pi \cdot D^3}{16} \left[1 - \left(\frac{d}{D} \right)^4 \right]$

1.5. КООРДИНАТА ЎҚЛАРИНИ АЙЛАНТИРГАНДА ИНЕРЦИЯ МОМЕНТЛАРИ

ХОУ координата ўқларининг О нуқта атрофида айланиши натижасида янги X_1OY_1 ҳолатга ўтади. dA элементар юзанинг янги X_1OY_1 координата системасидаги координаталари:

$$x_1 = x \cos \alpha + y \sin \alpha; \quad y_1 = y \cos \alpha - x \sin \alpha$$



17-расм.

Танланган кесимнинг янги ўқларга нисбатан инерция моментларини топамиз.

OX_1 ўқига нисбатан инерция momenti:

$$\begin{aligned} I_{x1} &= \int_A y_1^2 dA = \\ &= \int_A (y \cos \alpha - x \sin \alpha)^2 dA \end{aligned}$$

Интеграл остидаги қавсни очиб, ҳосил бўлган тенгламани интеграллаймиз:

$$I_{x1} = I_x \cos^2 \alpha + I_y \sin^2 \alpha - I_{xy} \sin 2\alpha \quad (1.11)$$

OY_1 ўқига нисбатан инерция momenti:

$$I_{y1} = \int_A x_1^2 dA = \int_A (x \cos \alpha + y \sin \alpha)^2 dA \quad \text{ёки}$$

$$I_{y1} = I_y \cos^2 \alpha + I_x \sin^2 \alpha + I_{xy} \sin 2\alpha \quad (1.12)$$

Марказдан қочма инерция моменти:

$$I_{x_1y_1} = \int_A x_1 y_1 dA = \int_A (x \cos \alpha + y \sin \alpha)(y \cos \alpha - x \sin \alpha) dA$$

ёки
$$I_{x_1y_1} = \frac{I_x - I_y}{2} \cdot \sin 2\alpha + I_{xy} \cos 2\alpha \quad (1.13)$$

Юқоридаги формулалардан кўриниб турибдики, ихтиёрий ўққа нисбатан инерция моменти α бурчакка боғлиқ экан.

Координата ўқларини айлантириш давомида оғиш бурчагининг $\alpha = \alpha_0$ қийматини топиш мумкинки, бунда $I_{x_1y_1} = 0$ ва қолган инерция моментлари экстремал қийматга эришади.

$I_{x_1y_1} = I_{x_0y_0} = 0$ ёки $I_{x_0y_0} = 0$ ҳолатга тўғри келувчи координата ўқига **бош инерция ўқи** дейилади (18-расм). Бош инерция ўқининг йўналиши: $\operatorname{tg} 2\alpha_0 = -\frac{2I_{xy}}{I_x - I_y}$ (1.14)

Олинган формула α бурчак учун α'_0 ва $\alpha''_0 = \alpha'_0 + 90^\circ$ иккита қийматни беради. α'_0 ва α''_0 бурчаклар остида ўзаро перпендикуляр иккита ўқ чизилади, уларга нисбатан инерция моментлари экстремал қийматларга эришади.

Бош инерция ўқларига нисбатан кесимнинг инерция моментларига бош инерция моментлари дейилади:

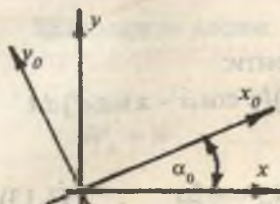
$$I_{x1} = I_{x0} = I_x \cos^2 \alpha_0 + I_y \sin^2 \alpha_0$$

$$I_{y1} = I_{y0} = I_y \cos^2 \alpha_0 + I_x \sin^2 \alpha_0; \quad I_{x_1y_1} = \frac{I_x - I_y}{2} \sin 2\alpha \quad (1.15)$$

Бу бош инерция моментларидан биттаси максимал, иккинчиси эса минимал қийматга эришади:

$$I_{\max \atop \min} = \frac{1}{2} \left[(I_x + I_y) \pm \sqrt{(I_x - I_y)^2 + 4 \cdot I_{xy}^2} \right] \quad (1.16)$$

Айрим шаклларда оғирлик марказидан ўтувчи ўқларга нисбатан марказдан қочма инерция моменти нолга тенг:



18-расм.

$I_{xy} = 0$. Шунинг учун бу ўқлар марказий бош инерция ўқлари дейилади.

Масалан, қўштавр, швеллер, доиравий ёки тўғри тўртбурчакли кесимлар.

Прокатли бурчаклар учун марказдан қочма инерция моменти топамиз:

а) Тенг томонли бурчак: $I_{xy} = \frac{I_{x_0} - I_{y_0}}{2} \sin 2\alpha_0$ (а)

Бу ерда: I_{x_0}, I_{y_0} — бурчак кесимининг марказий бош инерция моментлари:

$$\alpha_0 = \frac{\pi}{4}, \text{ демак, } \sin 2\alpha_0 = 1.$$

б) Тенг томонли бўлмаган бурчак: $I_{xy} = \frac{I_{y_0} - I_{x_0}}{2} \operatorname{tg} 2\alpha_0$ (б)

Бу ерда: I_{x_0}, I_{y_0} — бурчак кесимининг марказий X ва Y ўқларига нисбатан инерция моментлари;

α_0 — марказий бош инерция ўқларини X ва Y ўқларига нисбатан оғишган бурчаги.

Тенг томонли бурчак учун (б) формулани татбиқ этиб бўлмайди, чунки тенг томонли бурчакларда ($I_{x_0} = I_{y_0}$) $I_{x_0} - I_{y_0} = 0$ ва

$$\operatorname{tg} 2\alpha_0 = \operatorname{tg} 2 \frac{\pi}{4} = \infty$$

(а) ва (б) формулалар кесимнинг координата ўқларини айлантирганда ҳосил бўлган марказдан қочма инерция моментида келиб чиқади: $I_{x_0 y_0} = I_{xy} \cos 2\alpha_0 + \frac{I_{x_0} - I_{y_0}}{2} \sin 2\alpha_0$ (в)

Бу ерда: X_0 ва Y_0 кесимнинг X ва Y ўқларини соат стрелкасининг ҳаракат йўналишига тескари айлантирганда ҳосил бўлган ўқлар. Бунда α_0 бурчак мусбатдир.

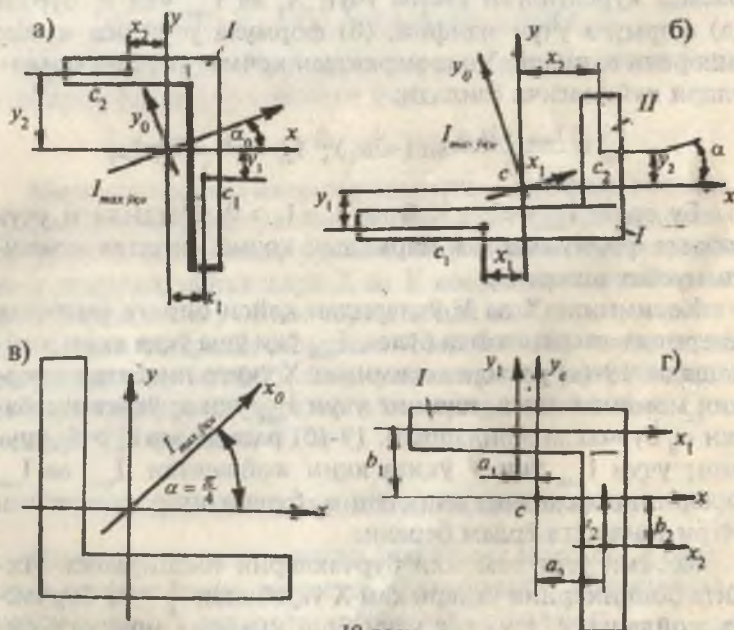
Демак, X ва Y ўқларнинг тескари томонга, яъни соат стрелкасининг ҳаракат йўналиши бўйича айлантирганда (в) формулани қуйидагича ёзишимиз мумкин экан:

$$I_{xy} = I_{x_0 y_0} \cos 2\alpha_0 + \frac{I_{x_0} - I_{y_0}}{2} \sin 2\alpha_0 \quad (г)$$

Бу ерда: α_0 бурчак манфий бўлиши керак.

Агар X_0 ва Y_0 бош инерция ўқлари бўлса, марказдан қочма инерция моменти $I_{x_0y_0} = 0$. У ҳолда (в) формуладан (б) формулани ҳосил қиламиз: (г) формуладан эса (а) формулани. α_0 бурчак тенг томонсиз бурчак учун $\frac{\pi}{4}$ қийматдан кичик; тенг томонли бурчак учун $\frac{\pi}{4}$ га тенг. Кесимнинг берилиш схемасига, яъни ХОУ координатасига жойлашишига кўра, α_0 бурчак биринчи ҳолатда $I_{\min}$ ўқи бўлса, иккинчи ҳолатда $I_{\max}$ ўқи бўлиши мумкин (19-расм).

19 а-расмда кўрсатилган тенг томонсиз бурчак учун X_0 ўқи $I_{\max}$ ўқи бўлади; (а) формула учун α_0 бурчакни минус ишораси билан оламиз, чунки X ва Y ўқлари X_0 ва Y_0 ўқларига нисбатан соат стрелкасининг йўналиши бўйича айлантирилганда ҳосил бўлади.



19-расм.

У ҳолда (а) формула қуйидагича ёзилади:

$$I_{xy} = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{2} \sin(-2\alpha_0)$$

C_1 нуқтанинг координаталари

$$(+x_1; -y_1) \quad (-x_1; -y_1)$$

C_2 нуқтанинг координаталари

$$(-x_2; +y_2); \quad (+x_2; +y_2)$$

Шу бурчакни (б) формула учун мусбат ишорали ола-
миз, чунки X_0 ва Y_0 ўқлари X ва Y ўқларига нисбатан соат
стрелкасининг ҳаракат йўналишига тескари айлантирила-
ди. (б) формула қуйидагича ёзилади: $I_{xy} = \frac{I_y - I_x}{2} \operatorname{tg} 2\alpha_0$. Бу
ерда: $I_y < I_x$ бўлганлиги учун I_{xy} манфий ишорали. 19-(б)
расмда кўрсатилган кесим учун X_0 ва $I_{\min}$ ўқи α_0 бурчак
(а) формула учун манфий, (б) формула учун эса мусбат
ишорали олинади. Унда марказдан қочма инерция момен-
тлари қуйидагича ёзилади:

$$I_{xy} = \frac{I_{\min} - I_{\max}}{2} \sin(-2\alpha_0); \quad I_{xy} = \frac{I_y - I_x}{2} \operatorname{tg} 2\alpha_0$$

Бу ерда: $I_{\min} - I_{\max} < 0$ ва $I_y - I_x > 0$ бўлганлиги учун
иккита формулада ҳам марказдан қочма инерция момен-
ти мусбат ишорали.

Кесимнинг X ва Y ўқларидан қайси бирига нисбатан
инерция моменти катта бўлса, $I_{\max}$ ўқи ўша ўққа яқин жой-
лашади. 19-(а) расмда кесимнинг X ўқи нисбатан инер-
ция моменти катта, шунинг учун $I_{\max}$ ўқи x_0 ўқи нисба-
тан α_0 бурчакда жойлашади. 19-(б) расмда эса $I_y > I_x$, шу-
нинг учун $I_{\max}$ ўқи Y ўқи яқин жойлашган. $I_{\max}$ ва $I_{\min}$
ўқларнинг ҳолатини аниқлаш α_0 бурчакнинг ишорасини
тўғри танлашга ёрдам беради.

Кесими тенг томонли бурчакларни текшираимиз. Ик-
кита бош инерция ўқлари ҳам X ўқи билан $\frac{\pi}{4} = \alpha_0$ бурчак-
да жойлашади, шунинг учун бош инерция моменти си-
фатида $I_{\max}$ ёки $I_{\min}$ ни қабул қилиш мумкин.

Агар $I_{x_0} = I_{\max}$ қабул қилинса, бурчак α манфий ишора-
ли (X ўқи X_0 га нисбатан соат стрелкасининг йўналиши

бўйича айланади); $I_{x_0} = I_{\min}$ қабул қилинса, бурчак α_0 мусбат ишорали (ўқларнинг айланиши соат стрелкасининг йўналишига тескари). Унда (а) формула қуйидагича ёзилади:

Биринчи ҳол: $(I_{x_0} = I_{\max}) I_{xy} = \frac{I_{\max} - I_y}{2} \sin 2\left(-\frac{\pi}{4}\right)$

Иккинчи ҳол:

$$(I_{x_0} = I_{\min}) I_{xy} = \frac{I_{\min} - I_{\max}}{2} \sin 2\frac{\pi}{4} = \frac{I_{\min} - I_{\max}}{2}$$

Иккала ҳолда ҳам U_{xy} манфий ишорали. Юқоридаги формулаларнинг тўғри эканлигини текшириш мумкин. Бунинг учун тенг томонли бурчакни 1 ва 2 элементларга ажратамиз. Ҳар бир элементнинг ўз марказий ўқлари ($X_1Y_1C_1$ ва $X_2Y_2C_2$) параллел ўқларга нисбатан инерция моментлари формуласидан фойдаланиб кесимнинг марказдан қочма инерция моментини топамиз:

$$I_{xy} = I'_{xy} + I''_{xy} = I'_{x_1y_1} - a_1b_1A_1 + I'_{x_2y_2} - a_2b_2A_2$$

X_1 ва Y_1 ; X_2 ва Y_2 ўқлари бурчак супачаларини бош марказий ўқлари бўлганлиги учун:

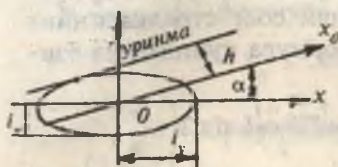
$$I'_{x_1y_1} = 0; \quad I'_{x_2y_2} = 0; \quad I_{xy} = -(a_1b_1A_1 + a_2b_2A_2)$$

Марказдан қочма инерция моменти — манфий. Умуман, I_{xy} моментининг ишорасини танлаш учун қуйидаги қоида ни ўринли деб топсак бўлади: агар бурчак супачаларининг оғирлик марказлари X ва Y координата системасининг биринчи ва учинчи чоракларида жойлашса, марказдан қочма инерция моменти — мусбат (бу чоракларда координаталар мусбат); агар супачаларнинг оғирлик марказлари иккинчи ва тўртинчи чоракларда жойлашса, I_{xy} — манфий (19-рasm, а, б, в, г).

1.6. ИНЕРЦИЯ ЭЛЛИПСИ ҲАҚИДА ТУШУНЧА

Инерция эллипси асосан шаклнинг инерция моментини график усулда топишда қўлланилади. Инерция эллипси инерция радиуслари ёрдамида тузилади:

$$i_x = \sqrt{\frac{I_x}{A}} \quad \text{ва} \quad i_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}} \quad (1.17)$$



20-расм.

i_x ва i_y инерция радиуслари тегишли $ХОУ$ координата ўқларига жойлаштирилади (20-расм).

Координата бошидан α_0 бурчак остида бош инерция ўқи — X_0 ни ўтказамиз. OX_0 ўқига параллел қилиб эллипсга ўтказилган уринма билан OX_0 ўқи орасидаги масофа — h ни топамиз:

$$h^2 = i_x^2 \cos^2 \alpha_0 + i_y^2 \sin^2 \alpha_0 \quad (1.18)$$

h масофани линейкада ўлчаб ҳам топиш мумкин. Шаклнинг инерция моменти қуйидаги тенгликдан топилади:

$$I_{x_0} = h^2 A \quad (1.19)$$

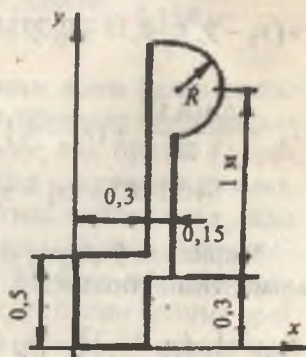
Демак, h масофа инерция радиусига тенг экан. ✓

Савол ва топшириқлар

1. Статик момент деб нимага айтилади?
2. Инерция моменти деб нимага айтилади?
3. Инерция моментларининг турларини айтинг.
4. Мураккаб шаклли кесим юзасининг оғирлик марказининг координаталарини аниқлаш формуласини ёзинг.
5. Кесим юзанинг параллел ўқларга нисбатан инерция моменти.
6. Координата ўқларини айлантирганда кесим инерция моментининг ўзгариши.
7. Бош инерция ўқлари деб қандай ўқларга айтилади?
8. Бош инерция моментлари деб қандай моментларга айтилади?
9. Бош инерция моментларини аниқланг.
10. Инерция радиуси нима?
11. Тўғри тўртбурчак шаклли кесим юзанинг инерция моментларини аниқланг.
12. Учбурчаксимон кесим юзанинг инерция моментларини аниқланг.
13. Кесим юзанинг қаршилик моменти нима?

Мураккаб шаклларнинг инерция моментларини ҳисоблаш

1-масала. Берилган кесим юзаси учун инерция моментларни аниқланг. Амалий ҳисоблар учун мураккаб шаклни оддий шаклларга бўламиз (21-расм). Ҳисоблаш мураккаб шаклнинг ихтиёрий ўқлар системасида оғирлик марказини топишдан бошланади:



21-расм.

$$x_c = \frac{A_1 x_1 + A_2 x_2 + A_3 x_3}{A_1 + A_2 + A_3}$$

$$y_c = \frac{A_1 y_1 + A_2 y_2 + A_3 y_3}{A_1 + A_2 + A_3}$$

Бу ерда (22-расм):

$$A_1 = 0,3 \cdot 0,5 = 0,15 \text{ м}^2; \quad A_2 = 1,2 \cdot 0,15 = 0,18 \text{ м}^2$$

$$A_3 = \frac{\pi R^2}{2} = \frac{3,14(0,2)^2}{2} = 0,0628 \text{ м}^2$$

$$\Sigma A = A_1 + A_2 + A_3 = 0,3928 \text{ м}^2$$

$$x_1 = \frac{0,3}{2} = 0,15 \text{ м}; \quad y_1 = \frac{0,5}{2} = 0,25 \text{ м}$$

$$x_2 = 0,3 + \frac{0,15}{2} = 0,375 \text{ м}; \quad y_2 = \frac{1+R}{2} + 0,3 = 0,9 \text{ м}$$

$$x_3 = 0,3 + 0,15 + \frac{4R}{3\pi} = 0,535 \text{ м}; \quad y_3 = 0,3 + 1 = 1,3 \text{ м}$$

У ҳолда:

$$x_c = 31,467 \text{ см} = 0,31467 \text{ м}; \quad y_c = 71,474 \text{ см} = 0,71474 \text{ м}$$

Параллел ўқларга нисбатан инерция моментлари формуласидан фойдаланиб кесимнинг X_c ва Y_c ўқларга нисбатан инерция моментларини топамиз (22-расм):

$$I_{x_c} = \frac{0,3(0,5)^3}{12} + (y_c - y_1)^2 \cdot 0,3 \cdot 0,5 + \frac{0,15(1,2)^3}{12} +$$

$$+ (y_2 - y_c)^2 \cdot 0,18 + 0,393R^4 + (y_3 - y_c)^2 + \frac{3,14R^2}{2} = 0,085455 \text{ м}^4$$

$$I_{y_c} = \frac{0,5(0,3)^3}{12} + (x_c - x_1)^2 \cdot 0,15 + \frac{1,2(0,15)^3}{12} + (x_2 - x_c)^2 \cdot 0,18 +$$

$$+ 0,11R^4 + (x_3 - x_c)^2 \cdot 0,0628 = 0,01246 \text{ м}^4$$

Марказий ўқларга нисбатан марказдан қочма инерция моментини топамиз:

$$I_{x_c y_c} = [-(y_c - y_1)][-(x_c - x_1)] \cdot 0,15 + (y_2 - y_c)(x_2 - x_c) \cdot 0,18 +$$

$$+ (y_3 - y_c)(x_3 - x_c) \cdot 0,0628 = 0,02154 \text{ м}^4$$

Бош инерция моментларини топамиз:

$$I_{\max/\min} = \frac{I_{x_c} + I_{y_c}}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(I_{x_c} - I_{y_c})^2 + 4 \cdot I_{x_c y_c}^2} = \frac{0,08545 + 0,01246}{2} \pm$$

$$\pm \frac{1}{2} \sqrt{(0,08545 - 0,01246)^2 + 4 \cdot (0,02154)^2}$$

$$I_{\max} = 0,0934 \text{ м}^4; \quad I_{\min} = 0,006575 \text{ м}^4$$

$$I_{x_c} + I_{y_c} = I_{\max} + I_{\min}; \quad 0,0854 + 0,01246 = 0,0934 + 0,006575$$

Бош инерция ўқларининг огишган бурчагини топамиз:

$$\operatorname{tg} 2\alpha_0 = -\frac{2I_{x_c y_c}}{I_{x_c} - I_{y_c}} = -\frac{2 \cdot 0,02154}{0,08545 - 0,01246} = -0,59 \text{ рад}$$

$$2\alpha_0 = -30^\circ \text{ ёки } \alpha_0 = -15^\circ$$

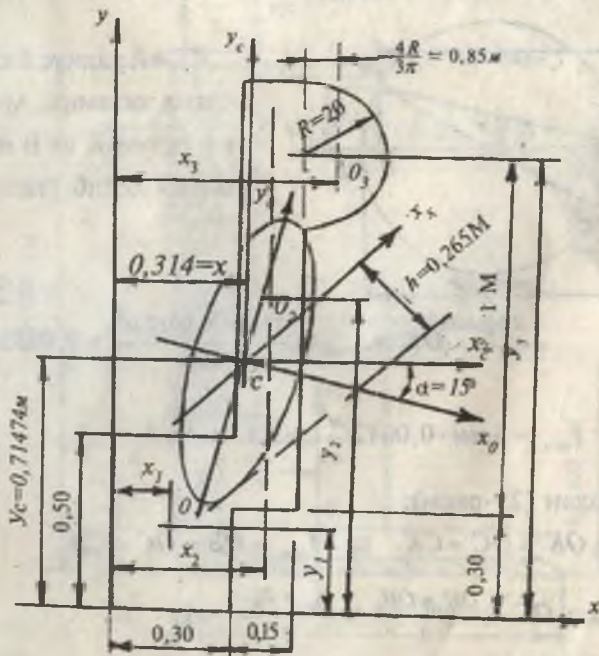
$I_{x_c} > I_{y_c}$ бўлганлиги учун x_c ўққа нисбатан инерция моменти максимал қийматга эришади. α_0 бурчаги манфий ишорали бўлгани учун қийматини x_c ўқидан соат стрелкасининг ҳаракат йўналиши бўйлаб жойлаштирамыз. α_0

бурчак бош инерция ўқининг ҳолатини белгилайди. Инерция радиусларини топамиз:

$$i_{\text{max}} = \sqrt{\frac{0,09133}{0,3928}} = 0,48 \text{ M}; \quad i_{\text{min}} = \sqrt{\frac{0,00657}{0,3928}} = 0,129 \text{ M}$$

Шаклнинг инерция радиусларини ярим ўқлар сифатида қабул қилиб, x_0, y_0 координата ўқларида инерция эллипсини қурамиз (22-расм). Бунда x_0 ўқи бўйлаб $i_{\min}$ радиусини, y_0 ўқи бўйлаб $i_{\max}$ инерция радиусини қуямиз. Эллипсдан горизонтга 45° бурчак остида жойлашган x_α ўққа нисбатан инерция моментини топамиз. Бу ўқ x_0 ўққа нисбатан 60° бурчак остида йўналган. Бу ўққа параллел равишда эллипсга уринма ўтказамиз. x_0 ўқ билан уринма орасидаги $h = 0,265$ м масофани ўлчаб оламиз. Инерция моменти график усулда қуйидагича топилади:

$$I_k = h^2 A = (0,265)^2 \cdot 0,3928 = 0,0276 \text{ м}^4$$



22-рasm.

Ушбу инерция моментини аналитик усулда топамиз:

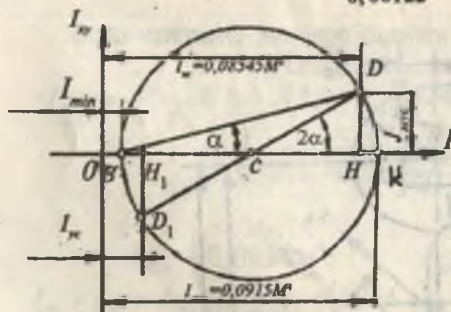
$$I_k = I_{\max} \cdot \cos^2 \alpha + I_{\min} \cdot \sin^2 \alpha = 0,091339 \cos^2 60^\circ + 0,006575 \cdot \sin^2 60^\circ = 0,0277 \text{ м}^4$$

Бош инерция моментларини график усулда топамиз (23-расм), бунинг учун кесимнинг x_c ва y_c ўқларига нисбатан инерция моментлари $I_{xx} = 0,08545 \text{ м}^4$;

$I_{yy} = 0,01246 \text{ м}^4$ ва марказдан қочма инерция моменти $I_{xy} = 0,02154 \text{ м}^4$ дан фойдаланамиз. IOI_{xy} координата системасини танлаймиз. I_{xx} ; I_{yy} ва I_{xy} инерция моментларини масштабда IO ва I_{xy}O ўқларида жойлаштирамиз. Масштаб: 1 мм = 0,00122 м⁴, у ҳолда:

$$I_{xx} = OH = \frac{0,08545}{0,00122} = 70 \text{ мм}; \quad I_{yy} = OH_1 = \frac{0,01246}{0,00122} = 10,2 \text{ мм}$$

$$I_{xy} = HD = \frac{0,02154}{0,00122} = 17,6 \text{ мм}$$



$CD=R$ радиус билан айлана чизамиз. Айлана I ўқини K ва B нуқталарда кесиб ўтади.

$$23\text{-расм} \quad OK = I_{\max} = \frac{75 \text{ мм} \cdot 0,0012 \text{ м}^4}{1 \text{ мм}} = 0,0195 \text{ м}^4$$

$$OB = I_{\min} = 5 \text{ мм} \cdot 0,0012 \frac{\text{м}^4}{\text{мм}} = 6,1 \cdot 10^{-3} \text{ м}^4$$

Схемадан (23-расм):

$$I_{\max} = OK = OC + CK \quad \text{ва} \quad I_{\min} = OB = OC - CB$$

$$\text{Бу ерда: } OC = \frac{OH + OH_1}{2} = \frac{I_{xx} + I_{yy}}{2} \quad \text{ва}$$

$$CK = CB = CD = R = \sqrt{(CH)^2 + (DH)^2}$$

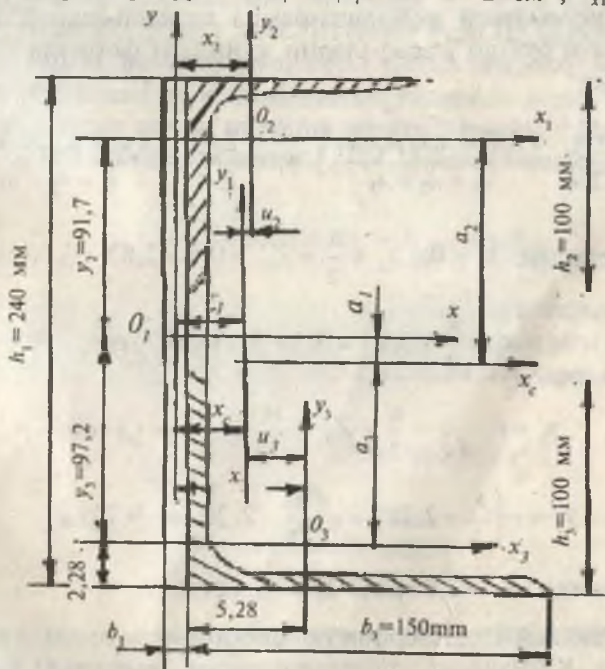
$$CH = \frac{HH_1}{2} = \frac{OH - OH_1}{2} = \frac{I_{xc} - I_{yc}}{2}; \quad DH = I_{xy_c}$$

$$\text{У ҳолда: } I_{\min} = \frac{I_{xc} + I_{yc}}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{I_{xc} - I_{yc}}{2}\right)^2 + I_{xy_c}^2}$$

2-масала. 24-расмда кўрсатилган кесим учун бош инерция моментлари топилсин. Берилган кесим ўлчамлари 240x10 (мм) бўлган тўғри тўртбурчак; 100x100x10мм томонли ва 160x100x10 мм тенг томонсиз бурчаклардан ташкил топган.

Берилган элементларнинг геометрик тавсифларини ёзамиз:

1. Тўғри тўртбурчак: $A_1 = h_1 b_1 = 24 \cdot 1 = 24 \text{ см}^2$, $I_{x_1 y_1} = 0$



24-расм.

$$I_{x_1} = \frac{A_1 h_1^3}{12} = \frac{1 \cdot (24)^3}{12} = 1152 \text{ см}^4, \quad I_{y_1} = \frac{b_1^3 h_1}{12} = \frac{24 \cdot 1^3}{12} = 2 \text{ см}^4$$

2. 100x100x10 мм ўлчамли тенг томонли бурчак:

$$A_2 = 19,2 \text{ см}^2; \quad I_x = I_y = 179 \text{ см}^4; \quad Z_0^y = 2,83 \text{ см}$$

$$I_{x_0} = 284 \text{ см}^4; \quad I_{y_0} = 74,1 \text{ см}^4$$

3. 160x100x10 мм ўлчамли тенг томонсиз бурчак:

$$A_3 = 25,3 \text{ см}^2; \quad I_x = 667 \text{ см}^4; \quad I_y = 204 \text{ см}^4$$

$$y_0 = 5,23 \text{ см}; \quad x_0 = 2,28 \text{ см}; \quad \text{tg} \alpha = 0,390 \text{ рад}$$

$$I_{\min} = I_{y_0} = 121 \text{ см}^4$$

Ечиш. Кесимнинг оғирлик марказини топамиз.

Берилган кесимни ихтиёрий танланган ХОУ координата системасига жойлаштирамиз ва кесимдан Х ва У ўқларгача бўлган масофаларни қуйидаги формула билан топамиз:

$$x_c = \frac{\sum S x_i}{\sum A} = \frac{A_1 x_1 + A_2 x_2 + A_3 x_3}{A_1 + A_2 + A_3}, \quad y_c = \frac{\sum S y_i}{\sum A} = \frac{A_1 y_1 + A_2 y_2 + A_3 y_3}{A_1 + A_2 + A_3}$$

$$\text{Схемадан: } x_1 = 0; \quad x_2 = \frac{b_1}{2} + Z_0^y = 0,5 + 2,83 = 3,33 \text{ см}$$

$$x_3 = \frac{b_1}{2} + 5,23 = 0,5 + 5,23 = 5,73 \text{ см}$$

$$y_1 = 0; \quad y_2 = \frac{h_1}{2} - Z_0^y = \frac{24}{2} - 2,83 = 9,17 \text{ см}$$

$$y_3 = -\left(\frac{h_1}{2} - 2,28\right) = -\left(\frac{24}{2} - 2,28\right) = -9,72 \text{ см}$$

$$\text{У ҳолда: } X_c = 3,05 \text{ см}; \quad Y_c = -1,02 \text{ см}$$

Марказий бош инерция ўқларининг йўналишини аниқлаймиз. Кесимнинг топилган оғирлик маркази О нуқтадан X_c ва Y_c ўқларини ўтказамиз. Параллел ўқларга нис-

батан инерция моментлари формулаларидан фойдаланиб кесимнинг X_c ва Y_c ўқларга нисбатан ва марказдан қочма инерция моментларини топамиз. Ҳисоблаш формулаларини ва натижаларини қуйидаги жадвалга киритамиз (1-жадвал). Схемадан (24-расм):

$$\begin{aligned}a_1 &= -y_c = -1,02 \text{ см} \\a_2 &= y_2 + y_c = 9,17 + 1,02 = 10,19 \text{ см} \\a_3 &= -(y_3 - y_c) = -(9,72 - 1,02) = -8,7 \text{ см} \\U_1 &= -x_c = -3,05 \text{ см} \\U_2 &= x_2 - x_c = 3,33 - 3,05 = 0,28 \text{ см} \\U_3 &= x_3 - x_c = 5,73 - 3,05 = 2,68 \text{ см}\end{aligned}$$

Жадвални тўлдиришда бурчакларнинг марказдан қочма инерция моментларини топишга тўғри келади. Бурчакларнинг оғирлик марказларидан ўтувчи x_2 ; y_2 ; x_3 ва y_3 ўқлар бош инерция ўқлари эмас. Шунинг учун бу ўқларга нисбатан бурчакларнинг марказдан қочма инерция моментлари нолга тенг эмас. Координата ўқларини айлантирган-да марказдан қочма инерция моментларининг ўзгариши формуласидан фойдаланиб $I_{x_2y_2}$; $I_{x_3y_3}$ ларни топамиз, яъни:

$$I_{x_2y_2} = \frac{I_{x_0} - I_{y_0}}{2} \sin 2\alpha_0 + I_{x_0y_0} \cdot \cos 2\alpha_0$$

Бу ерда: $I_{x_0} = 284 \text{ см}^4$ ва $I_{y_0} = 74,1 \text{ см}^4$ бурчакнинг бош инерция моментлари; $\alpha = 45^\circ$ — ўқлар орасидаги бурчак x_0 ва y_0 бош инерция ўқларига нисбатан инерция моменти:

$$I_{x_2y_2} = \frac{284 - 74,1}{2} (-1) = -104,95 \text{ см}^4$$

$$I_{x_3y_3} = \frac{I_{x_0} - I_{y_0}}{2} \cdot \sin 2\alpha$$

Бу ерда: $I_{y_0} = 121 \text{ см}^4$; $\operatorname{tg} \alpha = 0,39$ ёки $\alpha = 21^\circ 30'$
 $I_{x_0} = I_{\max}$ инерция моментини $I_{\max} + I_{\min} = I_x + I_y$ формуладан топамиз: $I_{\max} = I_x + I_y - I_{\min}$, демак:

Т/р	Эле- мент- лар- нинг қосим юзла- ри	Координата- лар, см		Инерция моментлари, см ⁴									
		a	u	I_x	a^2A	I_{xc}	I_y	I_{yc}	I_{xy}	I_{yx}	I_{xy}	I_{yy}	I_{yy}
1	24	-1,02	-3,05	1152	24,96	1176,96	2	223,26	225,26	0	50,2	50,2	50,2
2	19,2	10,19	0,28	179	1993,6	2172,6	179	1,5	180,5	-104,95	54,78	-50,2	-50,2
3	25,3	-8,7	2,68	204	1915	2118	667	181,7	848,7	-214,49	-590	-804,4	-804,4
				1535	3393,6	5467,6	848	406,5	1254,5	-319,4	-485	-804,4	-804,4

$$I_{x_1y_1} = \frac{I_x + I_y - 2 \cdot I_{y_0}}{2} \cdot \sin 2\alpha =$$

$$= \frac{204 + 667 - 2 \cdot 121}{2} \cdot \sin 2(-21^\circ 30') = -214,49 \text{ см}^4$$

Тенг томонсиз бурчакнинг марказдан қочма инерция моментини қуйидагича ҳам топиш мумкин:

$$I_{x_0y_0} = \frac{I_x - I_y}{2} \sin 2\alpha_0 + I_{x_1y_1} \cdot \cos \alpha = 0$$

Бу ерда:

$$I_{x_1y_1} = -\frac{I_x - I_y}{2} \operatorname{tg} 2\alpha = -\frac{667 - 204}{2} \operatorname{tg} 2(21^\circ 30') = -215,8 \text{ см}^4$$

Бош инерция ўқларининг йўналиши:

$$\operatorname{tg} 2\alpha_0 = -\frac{2 \cdot I_{x_0y_0}}{I_x - I_y} = -\frac{2(-804,4)}{5467,6 - 1254,5} = 0,381 \text{ ёки } \alpha = 10^\circ 30'$$

Бош инерция моментларини топамиз:

$$I_{\max/\min} = \frac{1}{2} \left[(5467,6 + 1254,5) \pm \sqrt{(5467,6 - 1254,5)^2 + 4(804,4)^2} \right] =$$

$$= 0,5(6721 \pm 4509)$$

Бу ерда: $I_{\max} = 5615 \text{ см}^4$ ва $I_{\min} = 1106 \text{ см}^4$

Текшириш: $I_{\max} + I_{\min} = I_x + I_y$ ёки

$$5615 + 1106 = 5466 + 1254,5 \quad 6721 = 6722 \text{ см}$$

3-масала. Иккита 20-номерли швеллер, иккита 100x100x10 мм тенг томонли бурчак ва 20-номерли қўштаврдан ташкил топган кесимнинг оғирлик маркази; оғирлик марказидан ўтувчи x_c ва y_c ўқларига нисбатан инерция моментларини; бош инерция ўқларининг йўналиши-ни ва бош инерция моментларини топинг.

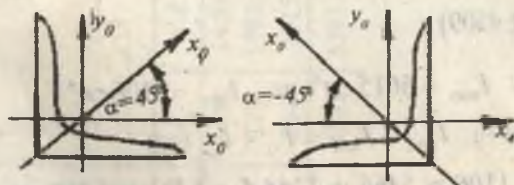
Ечиш. Масалани ечиш учун кесимни ташкил қилган элементларнинг геометрик тавсифларини ёзамиз (2-жад-вал).

Элемент- нинг номи	Баланд- лиги h , см	Эни b , см	Кесим юзаси A , см^2	Инерция моменти I_x		Оғир- лик маркази I_y
Швеллер	$h_{ш} = 20$	$b_{ш} = 7,6$	$A_{ш} = 23,4$	1520	113	2,07
Тенг томонли бурчак	$h_6 = 10$	$b_6 = 10$	$A_6 = 19,2$	179	179	2,83
Қуштавр	$h_k = 20$	$b_k = 10$	$A_k = 26,8$	1840	115	—

Тенг томонли бурчакнинг X_0 ва Y_0 ўқларга нисбатан инерция моментлари $I_{x_0} = 284 \text{ см}^4$ ва $I_{y_0} = 74,1 \text{ см}^4$ ёрдамида марказдан қочма инерция моментини топамиз: чунки, учинчи ва тўртинчи элементларда X_0 ўқи тенг томонли бурчакнинг X_3 ва X_4 ўқларини, тегишлилича манфий ва мусбат томонларида жойлашган.

$$I_{xy}^{III} = \frac{I_{x_0} - I_{y_0}}{2} \cdot \sin 2\alpha_0 = \frac{284 - 74,1}{2} \cdot 1 = 104,95 \text{ см}^4$$

$$I_{xy}^{IV} = -104,95 \text{ см}^4$$



α бурчак абсциссага нисбатан соат стрелкасининг йўналишига қарама-қарши томонга жойлаштирилса, ишораси мусбат, акс ҳолда манфий бўлади.

Кесимни М: 1:1 ёки М 1:2 масштабда чизамиз (25-расм). Ҳар бир элементнинг оғирлик марказларини белгилаймиз: O_1 ва O_2 нуқталар 20-номерли швеллернинг оғирлик марказлари; O_3 ва O_4 нуқталар тенг томонли бурчакнинг оғирлик марказлари; O_5 нуқта 20 номерли қуштаврнинг

огирлик маркази. Элементларнинг огирлик марказларидан $x_1 O_1 y_1$; $x_2 O_2 y_2$; $x_3 O_3 y_3$; $x_4 O_4 y_4$ ва $x_5 O_5 y_5$ ўқларини ўтказамиз. Кесимни ихтиёрий танланган координата ўқига жойлаштирамиз. Унда x ўқи x_1 ва x_2 ўқларининг устига, y ўқи эса y_5 ўқининг устига тушади. x ўқи билан x_1 ; x_2 ; x_3 ; x_4 ва x_5 ўқлари ва y билан y_1 ; y_2 ; y_3 ; y_4 ва y_5 ўқлари орасидаги масофаларни белгилаймиз (25-расм):

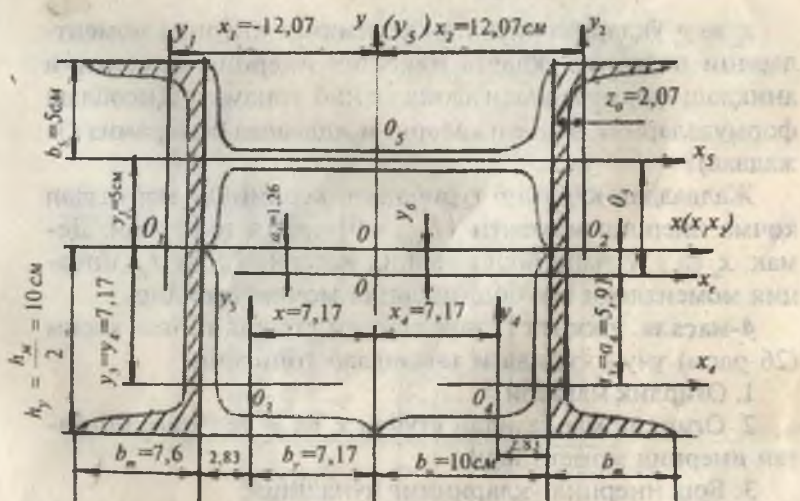
$$x_1 = -\left(\frac{h_k}{2} + z_0^w\right) = -\left(\frac{20}{2} + 2,07\right) = -12,07 \text{ см}; \quad x_2 = 12,07 \text{ см}$$

Чунки:

$$OO_1 = OO_2; \quad x_1 = -\left(\frac{h_k}{2} - z_0^w\right) = -\left(\frac{20}{2} - 2,83\right) = -7,17 \text{ см},$$

$x_4 = 7,17 \text{ см}$; $OO_3 = OO_4$, $x_5 = 0$; y ва y_5 ўқлари устма-уст тушган $y_1 = y_2 = 0$; O , O_1 ва O_2 нуқталари битта ўқ устида, яъни устма-уст тушган x , x_1 ва x_2 ўқларида жойлашган:

$$y_3 = y_4 = -\left(\frac{h_w}{2} - z_0^6\right) = -\left(\frac{20}{2} - 2,83\right) = -7,17 \text{ см}$$



25-расм.

$$y_5 = \frac{h_w}{2} = \frac{b_k}{2} = 0,5(20 - 10) = 5 \text{ см.}$$

Кесимнинг оғирлик марказининг координаталарини топамиз:

$$x_c = \frac{A_w x_1 + A_w x_2 + A_g x_3 + A_c x_4 + A_k \cdot x_5}{2A_w + 2A_g + A_k} = 0.$$

Чунки кесим ўқига нисбатан симметрик:

$$y_c = \frac{A_w y_1 + A_w y_2 + A_g y_3 + A_g y_4 + A_k \cdot y_5}{2A_w + 2A_g + A_k} =$$

$$= \frac{-2 \cdot 19,2 \cdot 7,17 + 26,8 \cdot 5}{2 \cdot 23,4 + 2 \cdot 19,2 + 26,8} = -1,26 \text{ см}$$

$x_c = 0$ ва $y_c = -1,26$ см координаталар билан кесимнинг оғирлик маркази — С нуқтани топамиз ва x_c су_с ва координата ўқларини чизамиз. x_c ўқи билан x_1 ; x_2 ; x_3 ; x_4 ва x_5 ўқлари орасидаги масофаларни топамиз: $a_1 = a_2 = y_c = 1,26$ см

$$a_3 = a_4 = -(y_3 - y_c) = -(7,17 - 1,26) = -5,91 \text{ см}$$

$$a_5 = y_5 + y_c = 5 + 1,26 = 6,26 \text{ см}$$

x_c ва y_c ўқларига нисбатан кесимнинг инерция моментларини параллел ўқларга нисбатан инерция моментини аниқлаш формуласидан фойдаланиб топамиз. Ҳисоблаш формулаларини ва натижаларини жадвалда бажарамиз (3-жадвал).

Жадвалдан кўриниб турибдики, кесимнинг марказдан қочма инерция моменти ($I_{x_c y_c} = 0$) нолга тенг экан. Демак, x_c ва y_c ўқлари бош инерция ўқлари, I_{x_c} ва I_{y_c} инерция моментлари эса бош инерция моментларидир.

4-масала. Иккита 12 швеллердан ташкил топган кесим (26-расм) учун қуйидаги тавсифлар топилсин:

1. Оғирлик маркази.
2. Оғирлик марказидан ўтувчи x_c ва y_c ўқларига нисбатан инерция моментлари.
3. Бош инерция ўқларининг йўналиши.
4. Бош инерция моментлари.

Кесим-элемент-ларининг №	Элементларнинг кесим юзалари A , см ²	Юзаларнинг оғирлиқ марказларининг координаталари, см	Юзаларнинг инерция моментлари, см ⁴									
			Ўқларга нисбатан инерция моментлари					Марказдан қўлма инерция моментли				
			$I_x = I_x + a^2 A$					$I_y = I_y + x^2 A$				
			I_x	$a^2 A$	I_{x_c}	I_y	$x^2 A$	I_{y_c}	I_{xy}	$\alpha x A$	$I_{x_{y_c}}$	$I_{x_{y_c}}$
1.	23,4	1,26	-12,07	37,15	1557,15	113	3409	3522	0	-355,9	-355,9	-355,9
2.	23,4	1,26	12,07	37,15	1557,15	113	3409	3522	0	355,9	355,9	355,9
3.	19,2	-5,91	-7,17	670,6	849,6	179	987	1166	104,95	813,6	918,5	918,5
4.	19,2	-5,91	-7,17	670,6	849,6	179	987	1166	-104,95	-813,6	-918,5	-918,5
5.	26,8	6,26	0	115	1050,2	1840	0	1840	0	0	0	0
		Жами:		3513	2465,7	5978,7	2424	8792	11216	0	0	0

5. Кесимни 1:2 масштабда чизиб, ҳамма ўқлари ва ўлчамлари кўрсатилсин.

Ечиш. Кесимни масштабда чизиб оламиз, ҳар бир кесимнинг оғирлик марказидан $x_1o_1y_1$ ва $x_2o_2y_2$ ўқларини ўтказамиз. Кесимларни 1 ва 2 рақамлар билан белгилаб оламиз ва тавсифларни ёзиб оламиз:

$$\begin{aligned} h &= 12 \text{ см}; & b &= 52 \text{ см}; \\ A &= 13,3 \text{ см}^2; & I_x &= 304 \text{ см}^4; \\ I_y &= 31,2 \text{ см}^4; & Z_o &= 1,54 \text{ см}. \end{aligned}$$

Кесимни ихтиёрий хоу координата ўқига жойлаштириб, x_c ва y_c оғирлик маркази координаталарини топамиз:

$$x_c = \frac{A_1 x_1 + A_2 x_2}{A_1 + A_2}; \quad y_c = \frac{A_1 y_1 + A_2 y_2}{A_1 + A_2}$$

Чизмадан $x_1 = \frac{h}{2} = \frac{12}{2} = 6 \text{ см}; \quad x_2 = h - z_o = 12 - 1,54 = 10,46 \text{ см};$

$y_1 = h + z_o = 12 + 1,54 = 13,54 \text{ см}; \quad y_2 = \frac{h}{2} = \frac{12}{2} = 6 \text{ см}$ ни ҳосил қиламиз, $x_c = 8,23 \text{ см}$ ва $y_c = 9,77 \text{ см}$ ни топамиз.

Чизма (26-расм) да О нуқтадан $x_c = 8,23 \text{ см}$ ва $y_c = 9,77 \text{ см}$ масштабда ўлчаб қўйиб С нуқтани — кесимнинг оғирлик марказини топамиз. Агар x_c ва y_c тўғри топилган бўлса, С нуқта O_1 ва O_2 нуқталардан ўтказилган чизиқ устида жойлашади.

Шаклларнинг марказий ўқлари $x_1o_1y_1$; $x_2o_2y_2$; x_c ва y_c ўқлари орасидаги масофаларни топамиз (26-расм):

$$a_1 = -(x_c - x_1) = -(8,23 - 6) = -2,23 \text{ см}$$

$$a_2 = x_2 - x_c = 10,46 - 8,23 = 2,23 \text{ см}$$

$$b_1 = y_1 - y_c = 13,54 - 9,77 = 3,77 \text{ см}$$

$$b_2 = -(y_c - y_2) = -(9,77 - 6) = -3,77 \text{ см}$$

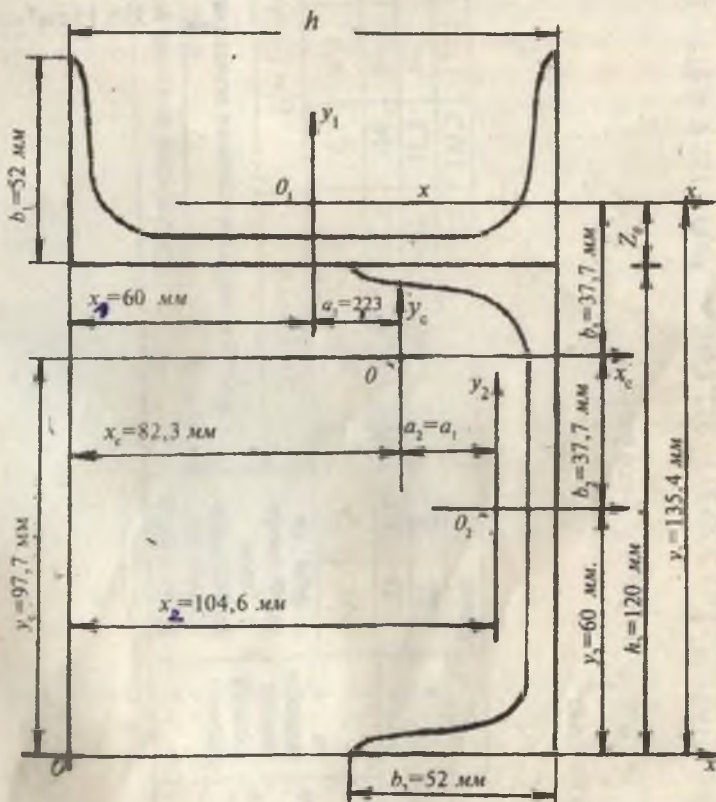
x_c ва y_c ўқларига нисбатан кесимнинг инерция моментларини параллел ўқларга нисбатан инерция моментини аниқлаш формуласидан фойдаланиб топамиз.

Ҳисоблашни 4-жадвал бўйича бажариш қулай. $x_1o_1y_1$ ва $x_2o_2y_2$ ўқлари 1 ва 2-элементларнинг марказий ва бош

инерция ўқлари ҳисобланади. Шунинг учун 1 ва 2-элементларни марказий ўқларига нисбатан марказдан қочма инерция моментлари нолга тенг бўлади.

Кесимнинг марказий ўқларидан биттаси ёки икkitаси симметрия ўқи бўлса, бу ўқлар бош инерция ўқларидир. Масалан, тенг томонли бурчакни марказий ўқлари симметрия ўқи эмас. Шунинг учун бу ўқлар бош инерция ўқлари деб ҳисобланмайди. Агар чизмадаги иккита элементдан биттаси юқорида айtilган бурчак элементи бўлса, марказдан қочма инерция моменти қуйидагича топилади:

$$I_{xy} = \frac{I_{x_0(\max)} - I_{y_0(\min)}}{2} \sin 2\alpha = \frac{I_{x_0} - I_{y_0}}{-2} \quad (\alpha = 45^\circ)$$



26-расм.

Кесим бош инерция ўқларининг йўналишини топа-
миз:

$$\operatorname{tg} 2\alpha_0 = -\frac{2 \cdot 223,6}{467,4 - 713,2} = 1,819 \text{ rad}$$

Бу ерда: $2\alpha = 61^\circ$; $\alpha_0 = 30^\circ 30'$

Бош инерция моментларини аниқлаймиз:

$$I_{\max} = \frac{1}{2} \left[(713,2 + 467,4) \pm \sqrt{(713,2 - 467,4)^2 + 4(223,6)^2} \right] = 0,5(1180,6 \pm 510,3) \text{ см}^4$$

$$I_{\max} = 845,45 \text{ см}^4$$

$$I_{\min} = 335,15 \text{ см}^4$$

4-жадвал

Кесим элемент- ларининг №	Элемент ларнинг кесим юзалари A , см ²	Юзаларнинг оғирлик марказлари нинг координата- лари, см		Юзаларнинг инерция моментлари, см ⁴								
				Ўқларга нисбатан инерция моментлари						Марказдан қочма инерция моменти		
				$I_x = I_y + b^2 A$			$I_y = I_x + a^2 A$			$I_{xy} = I_{xy} + abA$		
		a	b	I_x	$b^2 A$	I_{xc}	I_y	$a^2 A$	I_{yc}	I_{xy}	abA	I_{xyc}
1	13,3	-2,23	3,77	31,2	189	220,2	304	66,1	370,1	0	-111,8	-111,8
2	13,3	2,23	-3,77	304	189	493	31,2	66,1	97,3	0	-111,8	-111,8
		Жами:		335,2	378	713,2	335,2	132,2	467,4	0	-223,6	223,6

Текшириш:

$$I_{x_0 y_0} = \frac{I_{xc} - I_{yc}}{2} \sin 2\alpha_0 + I_{xyc} \cos 2\alpha_0 = 0$$

$$I_{x_0 y_0} = \frac{713,2 - 467,4}{2} \sin 2(30^\circ 30') - 223,6 \cos 2(30^\circ 30') = 122,9 \cdot 0,875 - 223,6 \cdot 0,484 = 0,7 \text{ см}^4$$

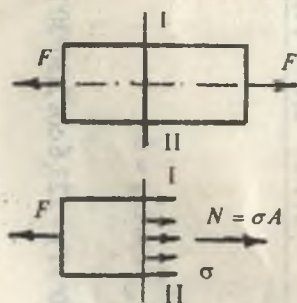
И Б О Б

ЧЎЗИЛИШ ВА СИҚИЛИШ

Чўзилиш ва сиқилиш машина элементларида ва конструкция қисмларида кўп учрайдиган ҳолдир. Масалан, занжирлар, трослар, фабрика-заводларнинг трубалари, бино томини ушлаб турувчи колонкалар ва ҳ.к.лар чўзилиш ёки сиқилиш деформациясига учрайди. Иншоот ёки конструкция қисмлари маҳкамланиш турига ёки юк ва ташқи кучларнинг таъсир қилиш тавсифига қараб марказий ёки марказлашмаган чўзилиш ёки сиқилишда бўлади.

Марказий чўзилиш ёки сиқилиш деб, бир-бирига тенг ва ўқи бўйлаб қарама-қарши томонларга йўналган кучлар таъсиридаги стерженнинг деформациясига айтилади (28-расм).

2.1. БҲЙЛАМА КУЧ. КУЧЛАНИШ ВА ДЕФОРМАЦИЯ



27-расм.

Марказий чўзилиш ва сиқилишда стерженнинг кўндаланг кесимида фақат бир хил ички куч омили — бўйлама куч N ҳосил бўлади. Бўйлама куч кесиш усули орқали топилади. N кучи кесимдан йўналган бўлса чўзувчи бўйлама куч деб қабул қилинади ва мусбат ишорали бўлади. Агар N кучи кесимга қараб йўналган бўлса сиқувчи бўйлама куч бўлади ва ишораси манфий олинади.

Кесиш усулидан фойдаланиб N кучни топишда, унинг йўналиши номаълум бўлса, мусбат ишорани олиш мақсадга мувофиқдир. Стержень бир қанча ташқи кучлар таъсирида бўлса, стерженнинг узунлиги бўйлаб ички кучларнинг графигини чизиш керак. Стержень ўқи бўйлаб N кучининг ўзгариш графигига бўйлама куч эпюраси дейилади. N кучни топиш учун мувозанат тенгламаларидан фойдаланамиз. Бўйлама куч N стержень кўндаланг кесимининг

чексиз кичик юзасига (dA) таъсир этувчи σdA ички кучларнинг тенг таъсир этувчиси ҳисобланади:

$$N = \int_A \sigma \cdot dA \quad (2.1)$$

Тажриба шуни кўрсатадики, марказий чўзилиш ёки сиқилишда стерженнинг кўндаланг кесимлари бошланғич ҳолатига нисбатан параллел кўчади, яъни деформациягача текис бўлган кесимлар деформациядан кейин ҳам текислигича қолади. Шунинг учун стержень кесим юзасининг ҳар бир нуқтасига қўйилган кучланиш бир хил бўлади, яъни: $\sigma = const$

Демак, (2.1) формулани қуйидагича ёзиш мумкин экан:

$$N = \sigma \cdot A \text{ ва } \sigma = \frac{N}{A} \quad (2.2)$$

Бу ерда: σ — стержень кесим юзасининг нормал кучланиши; A — стерженнинг кўндаланг кесим юзаси, m^2 .

Чўзилиш ва сиқилишга ишлайдиган деталларнинг мустаҳкамлигини ҳисоблашда нормал кучланиш — σ нинг қайси қиймати хавфли эмас, деган савол туғилади. Албатта, бу кучланиш детални емирилиш ёки уни ноқулай шароитда ишлаш ҳолатига тўғри келувчи хавфли кучланиш — σ_0 дан кичик бўлиши керак. Конструкция қисмларининг хавфсиз ҳолатини таъминловчи кучланишга рухсат этилган кучланиш дейилади. Бу кучланишни $[\sigma]$ орқали ифодалаймиз. $[\sigma]$ нинг қиймати тажрибалар орқали топилади.

Демак, конструкция қисмида ҳосил бўлган энг катта нормал кучланиш $\sigma = \sigma_{max}$, шу конструкция материали учун танланган рухсат этилган кучланишдан катта бўлмаса, конструкциянинг мустаҳкамлиги таъминланган бўлади, яъни:

$$\sigma_{max} = \frac{N_{max}}{A} \leq [\sigma] \quad (2.3)$$

(2.3) формула чўзилиш ёки сиқилишдаги мустаҳкамлик шарт дейилади. $[\sigma]$ нинг қиймати хавфли нормал кучланишнинг бир қисмига тенг деб қабул қилинади:

$$[\sigma] = \frac{\sigma_0}{n} \quad (2.4)$$

Бу ерда: σ_0 — материалнинг мустаҳкамлик чегараси; n — эҳтиётлик коэффициенти.

Эластик жисмлар деформацияси тажрибалар асосида кузатилганда таъсир қилувчи нормал кучланишлар нисбий деформацияга тўғри пропорционал эканлигини аниқлаш мумкин:

$$\sigma = E \cdot \varepsilon \quad (2.5)$$

Бу шарт Гук қонуни дейилади. (2.5) формуладаги ε — нисбий узайиш. Нисбий узайиш бруснинг абсолют узайиши — Δl нинг бошланғич узунлиги нисбатига тенгдир:

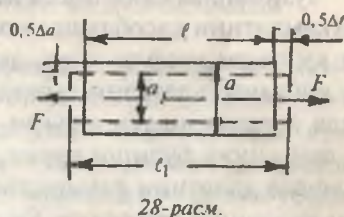
$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} \quad (2.6)$$

Кўндаланг деформациянинг нисбий миқдори:

$$\varepsilon' = \frac{\Delta a}{a} \quad (2.7)$$

Агар (2.5) формулага (2.2) ва (2.6) ларни келтириб қўйсак, Гук қонунининг бошқа кўринишини топамиз:

$$\Delta l = \frac{N l}{EA} \quad (2.8)$$



Е катталиги пропорционаллик коэффициенти бўлиб, у эластиклик модули дейилади. Е — физик константа, тажриба асосида топилади, Н/м^2 ; кН/м^2 ларда ўлчанади. Е материалнинг турига қараб ўзгаради ва унинг физик-механик хоссасига боғлиқ бўлади. ЕА бруснинг чўзилиш ёки сиқилишдаги бикрлиги дейилади.

Чўзилиш ва сиқилишдаги кўндаланг нисбий деформация ε' нинг бўйлама нисбий деформация — ε га нисбати ўзгармас сон бўлиб, у Пуассон коэффициенти дейилади:

$$\mu = \frac{\varepsilon'}{\varepsilon} \quad (2.9)$$

Пуассон коэффициентлари — μ ҳам E га ухшаб материалнинг хоссасини аниқловчи катталиқдир. μ нинг қиймати 0 дан 0,5 оралиқда материалнинг турига қараб ўзгаради.

1-жадвал

Материал	Эластиклик модули E , МПа	Пуассон коэффициентлари μ	Рухсат этилган кучланиш МПа	Ҳароратдан чизиқли кенгайиш коэффициентлари $\alpha^{\circ}\text{C}^{-1}$	Солиш-тирма оғирлик ρ , н/м ³
Пўлат	$2 \rightarrow 10^5$	0,30	160	$125 \rightarrow 10^{-7}$	78
Чўян	$1,2 \rightarrow 10^5$	0,25	130	$104 \rightarrow 10^{-7}$	75
Мис	$1 \rightarrow 10^5$	0,32	60	$165 \rightarrow 10^{-7}$	83
Бронза	$1 \rightarrow 10^5$	0,35	90	$170 \rightarrow 10^{-7}$	82
Шиша	$0,56 \rightarrow 10^5$	0,25			

2.2. ҲАРОРАТ ТАЪСИРИДА КУЧЛАНИШ ВА ДЕФОРМАЦИЯ

Техникада купгина конструкция қисмлари ҳарорат таъсирида ишлайди (газ трубина, реактив двигателъ қисмлари). Ҳарорат таъсирида ҳосил бўлган ички бўйлама куч N материалнинг эластиклик модули E , қиздирилиш ҳарорати t° таъсиридаги чизиқли кенгайиш коэффициентлари α ва стерженнинг кундаланг кесим юзаси A га боғлиқ бўлади, яъни:

$$N = \alpha \cdot \Delta t \cdot E \cdot A \quad (2.10)$$

$$\text{Ҳароратли кучланиш: } \sigma_t = \frac{N}{A} = \alpha \cdot \Delta t \cdot E$$

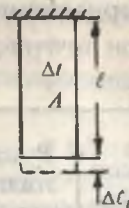
Текис қиздирилган бир жинсли стерженнинг абсолют узайиши қуйидаги формула билан топилади:

$$\Delta \ell_t = \alpha \cdot \Delta t \cdot \ell \quad (2.11)$$

(2.6) формуладан стерженнинг нисбий узайишини топиш мумкин:

$$\varepsilon = \alpha \cdot \Delta t \quad (2.12)$$

Агар стерженга ташқи чузувчи куч F ҳам таъсир қилса, (2.11) ва (2.12) формулаларни қуйидагича ёзиш мумкин:

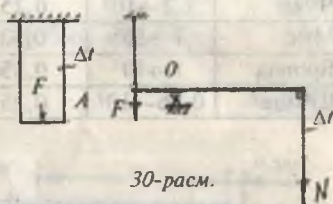


29-расм.

$$\Delta l = \alpha \cdot \Delta t \cdot l + \frac{Nl}{EA} \quad (2.13)$$

ва $\varepsilon = \alpha \cdot \Delta t + \frac{\sigma}{E}$

Ташқи куч F ва ҳарорат таъсиридаги деформациялар мустақил кўринишга эга ва у стерженнинг умумий деформациясини ташкил қилади.



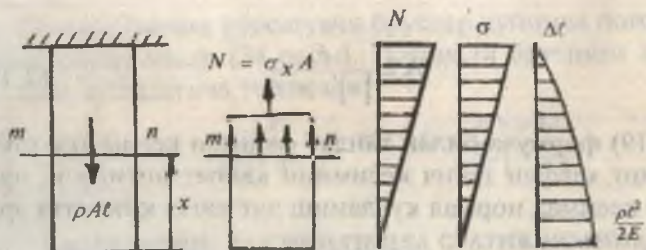
30-расм.

2.3. ХУСУСИЙ ОҒИРЛИК ТАЪСИРИДАГИ СТЕРЖЕННИНГ ЧЎЗИЛИШ ЁКИ СИҚИЛИШНИ ҲИСОБЛАШ

Узунлиги l га тенг бўлган стержень хусусий оғирлик таъсирида узаяди. Стерженнинг пастки учидан X масофада жойлашган $m - n$ кесимининг ички кучи ва кучланишини аниқлаймиз. Бунинг учун кесиш усулидан фойдаланамиз. Стерженни икки қисмга ажратиб, пастки бўлагини олиб қоламиз. Стерженнинг ажратиб олинган пастки қисми ўзининг хусусий оғирлиги ρAx ва стерженнинг ташлаб юборилган қисмининг пастки қисмга қўйилган таъсири σ_x остида бўлади. Агар σ_x стерженнинг $m - n$ кесимида тенг тарқалган бўлса, $N = \sigma_x A = \rho \cdot Ax$ ва $\sigma_x = \rho \cdot x$ ҳосил бўлади.

Демак, хусусий оғирлик таъсирини ҳисобга олганда нормал кучланиш — материалнинг солиштирма оғирлиги ρ ва стерженнинг узунлиги l га боғлиқ бўлади. Нормал кучланиш $X = l$ кесимда, яъни таянч кесимда энг катта қийматга эришади:

$$\sigma_{\max} = \rho \cdot l \quad (2.15).$$



31-расм.

Стерженнинг хавфли кесими учун мустаҳкамлик шарти қуйидагича ёзилади:

$$\sigma_{\max} = \rho \cdot \ell \leq [\sigma] \quad (2.16)$$

Агар, стерженнинг пастки учига F куч қўйилган бўлса, мустаҳкамлик шартининг кўриниши ўзгаради (32-расм):

$$\sigma_{\max} = \frac{F}{A} + \rho \cdot \ell \leq [\sigma] \quad (2.17)$$

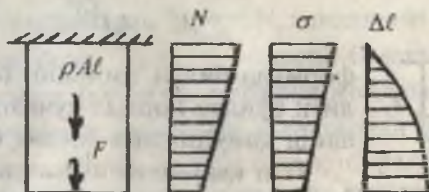
(2.16) ва (2.17) формулалардан фойдаланиб стерженнинг мустаҳкамлигини таъминлайдиган критик узунлик:

$$\ell_k = \frac{[\sigma]}{\rho}; \quad \ell_k = \frac{[\sigma] A - F}{\rho A}$$

Бруснинг хусусий оғирлик таъсирида узайишини топиш учун Гук қонунидан фойдаланамиз (31-расм):

$$\Delta \ell = \int_x^{\ell} \frac{N dx}{EA} = \int_x^{\ell} \frac{\rho \cdot A \cdot x \cdot dx}{EA} = \frac{\rho}{2E} (\ell^2 - x^2) \quad (2.18)$$

ва кесим юзасини аниқлаш мумкин:

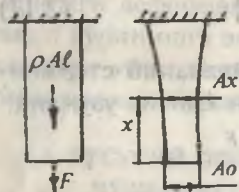


32-расм.

$$A \geq \frac{F}{[\sigma] - \rho \cdot \ell} \quad (2.19)$$

(2.19) формула билан танлаб олинган кесим юза стерженнинг хавфли таянч кесимини қаноатлантиради, чунки шу кесимда нормал кучланиш энг катта қийматга эришади.

Стерженнинг узунлиги бўйлаб кесим юзани (2.19) формула ёрдамида танлаш мумкин эмас, чунки $X = 0$; $\sigma = 0$ ва $X = \ell$ бўлса, $\sigma = \sigma_{\max}$ га асосан, нормал кучланиш стерженнинг узунлиги бўйлаб барча кесимларда тўғри чиқиқди қонуният билан ўзгарувчандир. Бу ҳолат стерженнинг узунлиги бўйлаб барча кесимлар нормал кучланиши билан бир хил юкланмаганлигини ва ортиқча материал сарфланганлигини билдиради.



33-расм.

Стерженнинг узунлиги бўйлаб кесимни шундай танлаш керакки, унинг барча кесим юзаларида σ бир хил қийматга эга бўлсин. Бундай стерженлар тенг қаршилиқ кўрсатувчи бруслар дейилади.

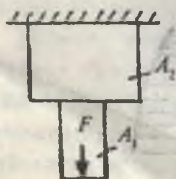
Агар, стержень ташқи F куч билан ҳам юкланган бўлса (32-расм):

$$\Delta \ell = \int_x^{\ell} \frac{(F + \rho A x) dx}{EA} = \frac{N(\ell - x)}{EA} + \frac{\rho}{2E} (\ell^2 - x^2) \quad (2.20)$$

ҳосил бўлади.

Тенг қаршилиқ кўрсатувчи брусларнинг кўндаланг кесим юзаси

$$A_x = A_0 e^{\frac{\rho}{[\sigma]} x} \quad (2.21)$$



34-расм.

формула билан топилиб, бруснинг узунлиги бўйлаб нормал кучланишнинг тарқалиш қонуниятига боғлиқ бўлади.

Тенг қаршилиқ кўрсатувчи брусни тайёрлашда кесимдан рационал фойдаланганлиги учун ортиқча материал сарфланмай-

ди. Тенг қаршилиқ кўрсатувчи бруслар қўпинча поғонали қилиб тайёрланади (34-расм). Поғонали бруснинг кесим юзалари қуйидагича топилади:

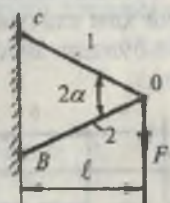
$$A_1 = \frac{F}{[\sigma] - \rho \cdot \ell_1} \quad \text{ва} \quad A_2 = \frac{F + \rho A_1 \ell_1}{[\sigma] - \rho \ell_2}$$

2.4. ЧЎЗИЛИШ ВА СИҚИЛИШДА СТАТИК НОАНИҚ СИСТЕМАЛАР

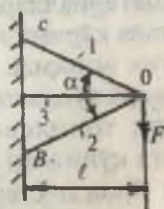
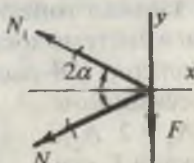
Амалиётда учрайдиган конструкция қисмларининг қўпчилиги кўндаланг кесимда ҳосил бўладиган ички чўзувчи ёки сиқувчи бўйлама кучлари ва кучланишларини кесиш усулидан фойдаланиб, системанинг ажратилган бўлагини мувозанат шартини тузиш билан топиш мумкин.

Масалан, С ва В кесимлари таянчга таянган ва О кесимида F куч билан юкланган стерженлар системасининг ички бўйлама кучларини топайлик (35-расм).

Системанинг мувозанат шартини таъминловчи икки-та тенглама тузамиз:



35-расм.



36-расм.

$$\sum x = -N_1 \cos \alpha - N_2 \cos \alpha = 0 \quad (2.22)$$

$$\sum y = N_1 \sin \alpha - N_2 \sin \alpha - F = 0 \quad (2.23)$$

(2.22) ни тенгламадан $N_1 = -N_2$ тенгликни (2.23) шартга келтириб қўйсак, $N_2 = \frac{F}{2 \sin \alpha}$ ҳосил бўлади.

Агар системага яна битта стержень жойлаштирсак, ундаги ички кучларни мувозанат шартлардан фойдаланиб топиб бўлмайди, чунки ажратилган қисмдаги ички кучларнинг сони шу қисмнинг мувозанат ҳолатини таъминловчи тенгламалар сонидан кўп бўлади (36-расм):

$$\sum x = -N_1 \cos \alpha - N_3 - N_2 \cos \alpha = 0 \quad (2.24)$$

$$\sum y = N_1 \sin \alpha - N_2 \sin \alpha - F = 0 \quad (2.25)$$

(2.24) ва (2.25) тенгламаларда ўқита N_1 , N_2 ва N_3 номаълум кучлар бўлиб, бу кучларни юқорида тузилган шартлар ёрдамида топиб бўлмайди. N_1 , N_2 ва N_3 ларни топиш ноаниқликка келиб қолади. Бундай системалар статик ноаниқдир.

(2.24) ва (2.25) тенгламалардан номаълум N ички кучларни топиш учун қўшимча тенгламалар тузилиши керак. Қўшимча тенгламалар — системанинг деформациясини ифодалайдиган геометрик боғланишлар — деформация тенгламалари мувозанат тенгламалари билан биргаликда ечилади ва номаълум ички кучлар топилади.

Икки томони бикр маҳкамланган ва F куч билан юкланган стержень ҳам статик аниқмас масаладир, чунки R_A ва R_B таянч реакциялари битта мувозанат шартидан топилиши мумкин эмас (37-расм): $\sum y = 0$; $R_A + R_B = F$

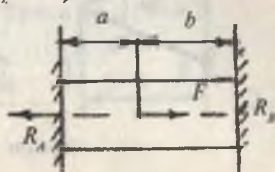
Демак, бу системани ечиш учун қўшимча деформация тенгламасидан фойдаланиш керак. Конструкция элементи ҳар хил материаллардан ташкил топганда ҳам статик ноаниқ масала кўринишидаги система ҳосил бўлади. Бу стержень статик аниқмас масаладир (38-расм).

Стержень кўйдаланг кесимининг ўлчамлари топилсин ($A_n = 2 A_0$). Стерженьга қўйилган сиқувчи F куч пўлат ва бронза стерженьларига P детали орқали таъсир қилади. F кучнинг ҳар қайси стерженьга таъсирини топиш учун битта тенглама тузиш мумкин: $F_0 + F_n = F$ (а)

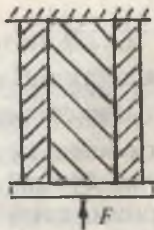
Бу тенгламада иккита номаълум куч бор.

F_0 ва F_n кучларни топиш учун қўшимча деформация тенгламасини тузамиз. Ташқи сиқувчи куч таъсирида ҳар иккала стержень ҳам бир хил масофага сиқилади. Гук қонунига асосан:

$$\Delta \ell = \frac{F_0 \ell}{E_0 A_0} = \frac{F_n \ell}{E_n A_n} \quad (6)$$



37-расм.



38-расм.

Бу ерда: $F_n = F_6 \frac{E_n A_n}{E_6 A_6}$ ни (а) тенгламага келтириб қуйсак:

$$F_6 \left(1 + \frac{E_n A_n}{E_6 A_6}\right) = F \text{ келиб чиқади.}$$

$$\text{У ҳолда: } F_6 = \frac{F}{1 + \frac{E_n A_n}{E_6 A_6}} \text{ ва } F_n = \frac{F}{1 + \frac{E_6 A_6}{E_n A_n}}$$

Ҳар қайси материалдаги кучланиш:

$$\sigma_6 = \frac{F_6}{A_6} \text{ ва } \sigma_n = \frac{F_n}{A_n}$$

У ҳолда (б) тенгламадан: $\frac{\sigma_n}{\sigma_6} = \frac{E_n}{E_6}$, агар $E_n = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$ ва $E_6 = 1 \cdot 10^5$ бўлса, $\sigma_n = 2\sigma_6$ ҳосил бўлади, яъни пўлатдаги кучланиш бронзадаги кучланишдан икки баробар катта экан. Лекин бронза учун рухсат этилган кучланиш пўлат учун рухсат этилган кучланишдан уч баробар кичик. Шунинг учун стерженнинг ўлчамлари бронза учун танланиши керак: $\sigma_6 = \frac{F}{A_6 \left(1 + \frac{E_n A_n}{E_6 A_6}\right)} \leq [\sigma]_6$

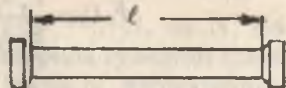
$$\text{Бу ерда: } A_6 \geq \frac{5[\sigma]_6}{F}$$

2.5. МАТЕРИАЛЛАРНИ ЧЎЗИЛИШ ВА СИҚИЛИШГА СИНАШ

Конструкция қисмларини чўзилиш ва сиқилишга мустақамлигини, бикрлигини ҳисоблашда рухсат этилган кучланиш $[\sigma]$, эластиклик модули E ва Пуассон коэффициенти μ , материалнинг эластиклик ва пластиклик хоссаларини ҳисобга олиш керак бўлади. Юқорида келтирилган материалларнинг механик ва пластиклик хоссалари конструкция қисмларининг ишлаш шароитларига, уларни тайёрлаш технологиясига боғлиқ бўлади. Турли шароитларда (юқори ва паст ҳароратда, ҳар хил деформация

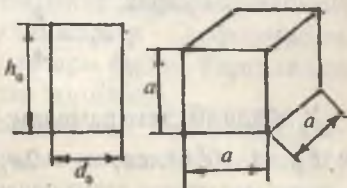
тезлигида, механик ва термик ишлов беришда...) материалларнинг хоссаларини ўрганиш, чўзилиш ва сиқилишга синашнинг асосий мақсадидир.

Чўзилиш ва сиқилишга синаш махсус машиналар билан жиҳозланган лабораторияларда ўтказилади. Синашда қатнашадиган намунанинг шакли ва геометрик ўлчами стандартлаштирилган бўлиши керак:



39-расм.

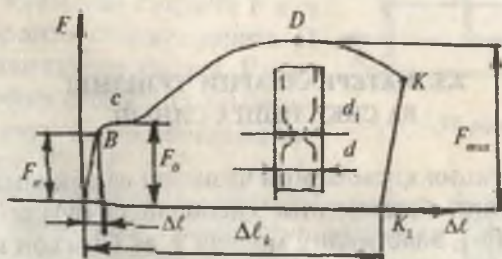
Чўзилишда синаладиган намунанинг асосий хусусияти, унинг кучайтирилган ушлагич қисмидан d_0 диаметрига деформациянинг силлиқ ўтишидир. Сиқилишга синаладиган намуналар цилиндрик (металл) ва кубик (ёғоч, бетон) шаклида тайёрланади.



40-расм.

2.5.1. ЮМШОҚ ПЎЛАТНИНГ ЧЎЗИЛИШ ДИАГРАММАСИ

Чўзилишга синашда куч билан намунанинг узайиши орасидаги боғланиш машинадан диаграмма (41-расм) кўриқишида олинади.



41-расм.

Диаграмманинг тавсифли нуқталари қуйидагича номланади:

ОВ чизиқ пропорционаллик чегараси дейилади. ОВ чегарада материал Гук қонунига бўйсунди, чунки намунанинг узайиши ($\Delta \ell$) чўзувчи кучга пропорционал ўзгаради. Бу қонуният В нуқтагача сақланади:

$$\Delta \ell = \frac{F \ell_0}{EA_0}$$

Гук қонуни бўйсунмайдиган ҳолат бошланишига тўғри келувчи кучланиш σ_n — материалнинг пропорционаллик чегараси дейилади. В нуқтадан сезилар-сезилмас баланд-роқда жойлашган B_0 нуқта материалнинг эластиклик чегараси дейилади. Нисбатан камроқ (0,001...0,003) % қолдиқ деформация ҳосил қиладиган кучланиш σ_e эластиклик чегараси дейилади. Агар, ОВ ораликда синовни тўхтатиб, намунадан кучни олсак, намунанинг узайиши йўқолади (сунади). Сўнувчан деформация — эластик деформация, дейилади.

Чўзувчи кучни орттириб борсак, силлиқ қилиб тайёрланган намунанинг юзида стерженнинг симметрия ўқиға нисбатан 45° бурчақда жойлашган чизиқлар ҳосил бўлади. Намунанинг юзи хиралашади ва унинг узайиши учун кучнинг орттирилиши талаб қилинмайди. Материал оқади.

Ўзгармас кучда намуна деформациясининг ўсиши — материалнинг оқувчанлик чегараси, дейилади. Материалнинг оқишиға сабаб бўлувчи кучланиш σ_0 га оқувчанлик чегараси дейилади. Д нуқтагача намунанинг ℓ_0 узунлиги чўзилади (деформацияланади). Д нуқтада намуна энг катта кучни қабул қилади ва унинг бутун узунлиги узайишдан тўхтаб, маълум бир бўлағи узаяди. Маҳаллий узайиш ҳосил бўлади. Намунанинг маҳаллий узайишида қатнашган кўндаланг кесими қисқаради (диаметр кичиклашади), ингичка бўйин ҳосил бўлади. Қисқарган кесимни узиш учун кам куч сарф қилинади ва намуна ингичка бўйиндан К нуқтада узилади.

Энг катта куч F_{max} таъсирида ҳосил бўлган кучланиш материални мустаҳкамлик чегараси ёки вақтинчалик қаршилик дейилади:

$$\sigma_x = \frac{F_x}{A_0}; \quad \sigma_y = \frac{F_y}{A_0}; \quad \sigma_{\text{ок}} = \frac{F_{\text{ок}}}{A_0}; \quad \sigma_{\text{max}} = \frac{F_{\text{max}}}{A_0} \quad (2.26)$$

(2.26) формулада топилган $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_{\text{ок}}$ ва σ_{max} кучланишлар материалнинг механик хоссаларини ташкил қилади. $\text{OK}_1 = \Delta \ell_k$ намунанинг узилишидаги қолдиқ деформацияси. $K_1 U$ — намунанинг узилишидан кейин сунган деформацияси (41-расм).

$$\text{Намунанинг нисбий узайиши: } \delta = \frac{\Delta \ell_k}{\ell_0} \cdot 100 \% \quad (2.27)$$

Қўндаланг кесимнинг нисбий қисқариши:

$$\psi = \frac{A_0 - A_1}{A_0} \cdot 100 \% \quad \text{намуна материалынинг пластиклик}$$

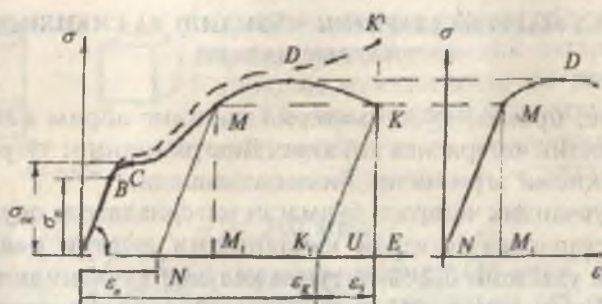
хоссасини белгилайди. Масалан, агар $\delta > 5 \%$ бўлса, материал пластик ва $\delta < 5 \%$ бўлса, материал мўрт бўлади. Пластик материаллар учун ψ катта бўлади. Ст.2 маркали пўлат учун $\psi = 55 \dots 65 \%$, $\delta = 28 \dots 33 \%$.

Материалнинг емирилмасдан катта деформация ҳосил қила олиш қобилияти пластиклик дейилади. Пластикликнинг ўлчови — нисбий узайишдир. Мўртлик — материалнинг пластиклик хоссасига тескарисдир.

$\sigma - \varepsilon$ координатасида чўзилиш диаграммаси.

Бунинг учун F кучни A_0 га ва $\Delta \ell$ ни намуна узунлигига бўламиз (42-расм). $\sigma - \varepsilon$ координатадаги чўзилиш диаграммасини шартли диаграмма деб қабул қилсак ҳам бўлаверади. Чунки намунанинг чўзилишдаги турли ҳолатига тўғри келувчи кучланишларини ($\sigma; \sigma_0; \sigma_{\text{max}}$) топишда чўзувчи куч — F ни намунанинг бошланғич кесим юзаси — A_0 га бўлдик.

Агар намунанинг узайишида қўндаланг ўлчамнинг қисқаришини ҳисобга олсак, (2.26) формула орқали топилган кучланишлар ҳақиқий кучланишлардан фарқли бўлиб чиқади. Ҳақиқий кучланишлар ёрдамида қурилган чўзилиш диаграммасининг ординатаси $\sigma - \varepsilon$ координатасида ОВСМДК чизиқ билан чегараланган чўзилиш диаграммасининг ординатасидан баланддир (42-расм, пунктир чизиқ).



$\sigma - \varepsilon$ диаграммадан $tg\alpha = \frac{\sigma}{\varepsilon} = E$ ни ҳосил қилиш мумкин. Материалнинг эластиклиқ модули E диаграмманинг тўғри чиқиқли қисмини абсциссага нисбатан оғишган бурчачининг тангенсига тенгдир.

Бу ҳолат MN чизикда яққол кўринади. MN чизик тақ-
рорий юклашдаги пропорционаллик чегараси бўлиб, ма-
териалнинг эластиклик хоссасини аниқлайди. Пластик де-
формация таъсирида материал эластиклик хоссасининг
яхшиланиши **пухталаниш** дейилади.

$$\sigma_n = \frac{F_n}{A_0}; \quad \sigma_y = \frac{F_y}{A_0}; \quad \sigma_{ок} = \frac{F_{ок}}{A_0}; \quad \sigma_{\max} = \frac{F_{\max}}{A_0} \quad (2.26)$$

(2.26) формулада топилган $\sigma_n, \sigma_y, \sigma_{ок}$ ва $\sigma_{\max}$ кучланишлар материалнинг механик хоссаларини ташкил қилади. $OK_1 = \Delta l_k$ намунанинг узилишидаги қолдиқ деформацияси. K_1U — намунанинг узилишидан кейин сўнган деформацияси (41-расм).

$$\text{Намунанинг нисбий узайиши: } \delta = \frac{\Delta l_k}{l_0} \cdot 100 \% \quad (2.27)$$

Кўндаланг кесимнинг нисбий қисқариши:

$$\psi = \frac{A_0 - A_1}{A_0} \cdot 100\% \quad \text{намуна материалининг пластиклик}$$

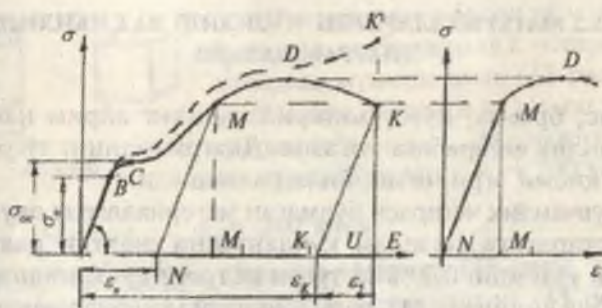
хоссасини белгилайди. Масалан, агар $\delta > 5 \%$ бўлса, материал пластик ва $\delta < 5 \%$ бўлса, материал мўрт бўлади. Пластик материаллар учун ψ катта бўлади. Ст.2 маркали пулат учун $\psi = 55...65 \%$, $\delta = 28...33 \%$.

Материалнинг емирилмасдан катта деформация ҳосил қила олиш қобилияти пластиклик дейилади. Пластикликнинг ўлчови — нисбий узайишдир. Мўртлик — материалнинг пластиклик хоссасига тескарисдир.

$\sigma - \varepsilon$ координатасида чўзилиш диаграммаси.

Бунинг учун F кучни A_0 га ва Δl ни намуна узунлигига бўламиз (42-расм). $\sigma - \varepsilon$ координатадаги чўзилиш диаграммасини шартли диаграмма деб қабул қилсак ҳам бўлаверади. Чунки намунанинг чўзилишдаги турли ҳолатига тўғри келувчи кучланишларини ($\sigma; \sigma_0; \sigma_{\max}$) топишда чўзувчи куч — F ни намунанинг бошланғич кесим юзаси — A_0 га бўлдик.

Агар намунанинг узайишида кўндаланг ўлчамнинг қисқаришини ҳисобга олсак, (2.26) формула орқали топилган кучланишлар ҳақиқий кучланишлардан фарқли бўлиб чиқади. Ҳақиқий кучланишлар ёрдамида қурилган чўзилиш диаграммасининг ординатаси $\sigma - \varepsilon$ координатасида ОВСМДК чизик билан чегараланган чўзилиш диаграммасининг ординатасидан баланддир (42-расм, пунктир чизик).



42-расм.

$\sigma - \epsilon$ диаграммдан $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sigma}{\epsilon} = E$ ни ҳосил қилиш мумкин. Материалнинг эластиклик модули E диаграмманинг тўғри чизикли қисмини абсциссага нисбатан оғишган бурчагининг тангенсига тенгдир.

Пухталаниш. Намунанинг чўзилишини M нуқтада тўхтатсак, диаграмма OB чизикқа параллел MN чизик билан орқага қайтади. Намунада ϵ_s қолдиқ деформация ҳосил бўлади. Агар намунага қайта F кучни юкласак, чўзилиш диаграммаси, намунанинг узайиши N нуқтадан бошланади ва NM чизик устидан давом этади. Диаграмманинг қолган қисми MDK чизиги билан устма-уст тушади. Демак, намуна қайта юкланганда олдинги қолдиқ деформация ϵ_N ҳисобга олинмас экан. Такрорий (қайта) юклашда (чўзишда) материалнинг қолдиқ деформациясиз катта кучни қабул қилиш қобилияти яхшиланди.

Бу ҳолат MN чизикда яққол кўринади. MN чизик такрорий юклашдаги пропорционаллик чегараси бўлиб, материалнинг эластиклик хоссасини аниқлайди. Пластик деформация таъсирида материал эластиклик хоссасининг яхшиланиши **пухталаниш** дейилади.

Пухталаниш техникада кўп учрайдиган технологик жараёндир. Масалан, ремен, занжир, троссларни совуқ ҳолатида бошланғич чўзилиши, пресслаш, валикларда прокатка қилиш ва ҳ.к.

2.5.2. МАТЕРИАЛЛАРНИНГ ЧЎЗИЛИШ ВА СИҚИЛИШ ДИАГРАММАЛАРИ

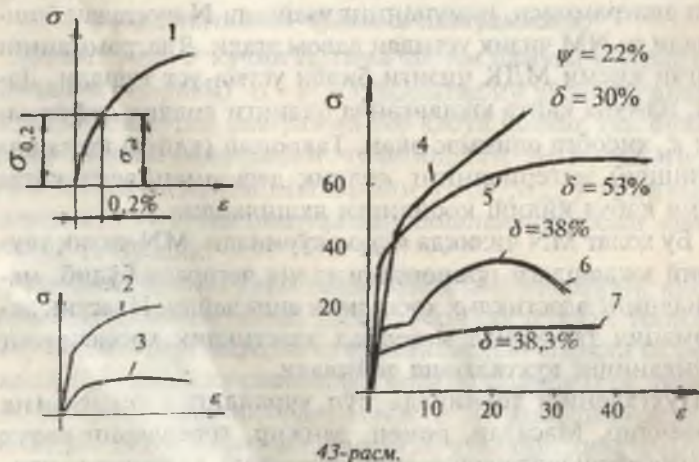
Мис, бронза, пўлат материалларнинг айрим навлари оқувчанлик чегарасига эга эмас. Диаграмманинг тўғри чизиқли қисми эгри чизиқ билан алмашади.

Оқувчанлик чегараси бўлмаган материалларда оқувчанлик чегарасига тегишли кучланишни шартли равишда нисбий узайиши 0,2 % га тўғри келувчи кучланишга тенг деб қабул қилинади (43-расм). Бундай материалларда пропорционаллик чегара сифатида намунанинг умумий деформациясининг 0,002 % га тегишли кучланиш қиймати қабул қилинади. Диаграмманинг шу қисми тўғри чизиқ билан алмаштирилади ва Гук қонуни ишлатилади.

Пластик ва мўрт материалларни сиқилишга синаш учун намуналар тайёрланади (44-расм).

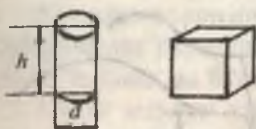
Ўғоч: 35×35×35; бетон: 100×100×100; керамика: 10×10×10 мм.

Юмшоқ пўлат сиқилишда ҳам чўзилишдаги каби катта қолдиқ деформация ҳосил қилиш хусусиятига эга. Сиқилиш диаграммаси фақат ўсувчан бўлади.



43-расм.

1— дюралюмин; 2— юқори сифатли легирланган пўлат; 3— алюмин ва пўлат; 5— никелли пўлат; 6— қуйма пўлат; 7— бронза.

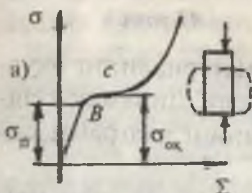


44-расм.

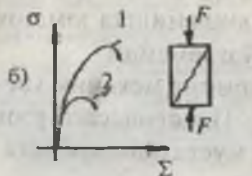
Шунинг учун юмшоқ пўлатни сиқилишда мустаҳкамлик чегарасини аниқлаш мумкин эмас (45-расм, а).

Юмшоқ пўлатни чўзилиш ва сиқилишдаги $\sigma_n, \sigma_{ок}$ кучланишлари тахминан бир хил: $\sigma_n = 200$ МПа ва

$\sigma_{ок} = 240$ МПа.



Чўянда чўзилиш (45-расм, б 1) ва сиқилиш диаграммалари (45-расм, б 2) бир хил эмас. Чунки чўян чўзувчи кучга кам қаршилиқ кўрсатиб, жуда кичик қолдиқ деформация ҳосил қилиб емирилади.

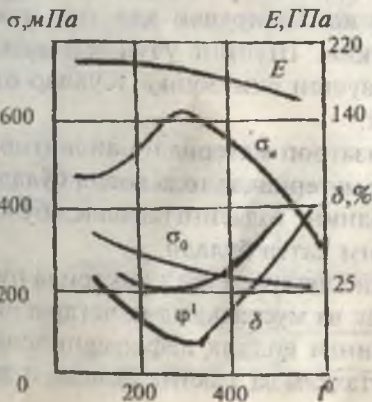


45-расм.

Чўяни чўзилишда узилиш бўйни сезилмайди, сиқилишда эса намуна F куч чизигига 45° бурчак остида емирилади. Умуман, материалнинг хоссалари синов ишларини ўтказиш шароитига, материалларнинг олиниш технологиясига, термик ва механик

ишлов бериш усулига, ҳарорат ва ташқи куч қўйилиш таъсирига боғлиқ.

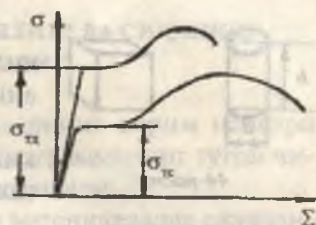
Масалан, ҳарорат 30°C га қадар кўтарилганда юмшоқ



46-расм.

пўлатнинг мўртлиги намоён бўлади, эластик модули E тахминан ўзгармайди, оқувчанлик чегараси кичраяди, мустаҳкамлиги ортади. Ҳарорат $35^\circ \dots 40^\circ$ га қадар кўтарилганда юмшоқ пўлатнинг хоссаси ноаниқликка яқинлашади. Унинг механик хусусиятлари ёмонлашади, пластиклик тикланади (46-расм). Бу ҳолат фақат юмшоқ пўлатга хосдир.

Легирланган пўлат ва рангли металлларда ҳарорат кўтарилиши билан $\sigma_{\text{лк}}$ ва $\sigma_{\text{с}}$ бир хил камайиб борса, δ эса ошиб боради. Юкланиш тезлиги ортиши билан пластик материалнинг хоссалари мўрт материал хоссасига яқинлашади (47-расм, 1— статик куч, 2— динамик куч).



47-расм.

Юкланиш тезлиги ортиши билан материалнинг оқувчанлик ва мустаҳкамлик чегаралари ортади. Динамик чўзилишнинг диаграммаси статик чўзилишнинг диаграммасидан баланд жойлашади.

Динамик чўзилишнинг диаграммаси σ ўқи томонга силжиган ҳолатда жойлашади. Динамик юкланишда юмшоқ пўлатнинг эластик модули тахминан ўзгармайди.

Пластмасса ва органик материалларнинг механик хоссалари деформация тезлигига боғлиқ. Пластмассага узоқ муддат куч таъсир қилиб турса, унинг мустаҳкамлик чегараси камаяди.

Конструкция элементлари тайёрланадиган конструкцион пўлат қуйма, қолиплаш, прокатлаш, судраб чўзиш усуллари билан олинади. Турли хил усуллар билан олинган бир хил таркибли пўлатнинг механик хоссалари ҳар хил бўлади. Қуйма усул билан олинган пўлатда конструкциянинг мустаҳкамлигини камайтирувчи ҳар хил ички нуқсон ҳосил бўлиши мумкин. Шунинг учун материалларни рентгенли, ультратовушли ёки бошқа усуллар билан текшириб кўриш керак.

Прокатлаш пўлатни анизотроп материалга айлантиради. Прокатлаш йўналишида материалда тола ҳосил бўлади. Агар деталнинг ўқи материалнинг толасига параллел бўлса, материалнинг мустаҳкамлиги катта бўлади.

Материалнинг оқувчанлик чегарасидан ташқарида пухталаниши унинг оқувчанлик ва мустаҳкамлик чегарасини орттиради, узилишдан кейинги қолдиқ деформациясини камайтиради. Материал мустаҳкам ва эластик бўлади, пластиклиги камаяди.

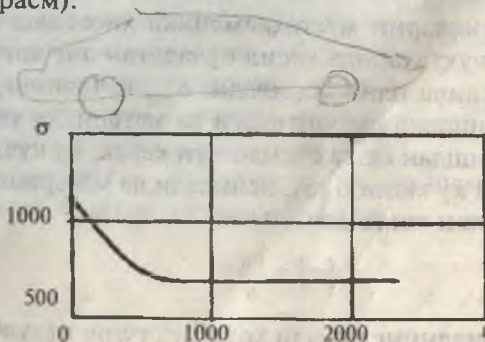
Материалларнинг механик ва пластик хоссаларини ўзгартириш учун уларга термик ишлов берилади: юмшатиш, тоблаш ва бушатиш.

Пўлат маълум ҳароратгача қиздирилиб ушлаб турилади, сўнгра аста-секин совитилади. Юмшатиш натижасида пўлатнинг мустаҳкамлик тавсифи камаяди, пластиклик хусусияти ортади. Натижада, унинг бошланғич ички кучланиши йўқотилади, қирқиб ишлаш осонлашади.

Тобланган пўлатда мустаҳкамлик ортади, пластиклик эса камаяди. Бушатилган пўлатда пластиклик ортади, мустаҳкамлик хусусиятлари камаяди.

Юқори ҳароратда материал хоссасининг ўзгаришида сурилиш аҳамиятлидир. Юқори ҳароратда ўзгармас кучланиш таъсирида вақт ўтиши билан деформациянинг ўсишига сурилиш дейилади. Қўрғошин, латунь, бронза, алюминий ва бошқа рангли металлларда сурилиш кичик ҳароратда ҳам содир бўлиши мумкин. Ҳарорат қанча катта бўлса, сурилиш шунча тез ҳосил бўлади.

Айрим ҳолларда жуда катта вақт оралиғида кучланиши пропорционаллик чегарасидан кичик бўлган материалнинг юқори ҳароратда деформациянинг тез ўсиши — эмирилишига сабаб бўлиши мумкин. Сурилиш натижасида пластик деформациянинг ўсиши кучланишнинг деталь кесимида қайта тақсимланиши ёки камайишига олиб келади. Пластиклик деформациясининг ўсиши натижасида кучланишнинг камайиши релаксация ҳодисаси, дейилади (48-расм).

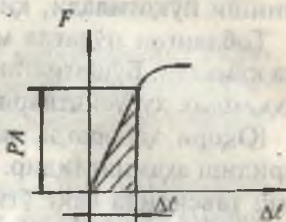


48-расм.

2.5.3. ЧЎЗИЛИШ ВА СИҚИЛИШДА ПОТЕНЦИАЛ ЭНЕРГИЯ

Намунани чўзишда ёки сиқишда машина иш бажаради. Бу иш миқдор жиҳатдан материалда тўпланган потенциал (Т) ва кинетик (К) энергиялар йиғиндисидан иборат бўлади, яъни: $A_{\text{иш}} = T + K$.

Намунага қўйилган ташқи куч статик куч бўлганлиги учун кинетик энергия нолга тенг. Демак, ташқи $A_{\text{иш}} = T$ кучнинг бажарган иши намунанинг деформацияси натижасида материалда тўпланган потенциал энергияга тенг экан. Иккинчи томондан, пропорционаллик чегарасида тўлиқ иш диаграммада штрихланган учбурчакнинг юзаси билан топилади (49-расм):



49-расм.

$$A_{\text{иш}} = \frac{F \Delta l}{2} = \frac{F^2 l}{2EA_0} \quad \text{ёки} \quad T = \frac{F^2 l}{2EA_0}$$

Деформациянинг солиштирма потенциал энергияси:

$$U = \frac{T}{V_0} = \frac{T}{A_0 l} = \frac{F^2}{2EA_0^2} = \frac{\sigma^2}{2E} = \frac{\sigma \epsilon}{2}$$

2.6. РУХСАТ ЭТИЛГАН КУЧЛАНИШНИ ТАҲЛИЛ

Конструкцияларни мустаҳкамликка ҳисоблаш асосан унинг айрим нуқталарида ҳосил бўладиган энг катта кучланиш $\sigma_{\text{тах}}$ бўйича олиб борилади. $\sigma_{\text{тах}}$ кучланиш, конструкциянинг ишлаш шароитидаги ва материали учун хос бўлган кучланишдан катта бўлмаслиги керак. Бу кучланиш, рухсат этилган кучланиш $[\sigma]$, дейилади ва материални синиш усули билан топилади, яъни:

$$[\sigma] = \frac{\sigma_0}{n}$$

σ_0 — материалнинг хавфли ҳолатига тўғри келувчи кучланиш.

Пластик материал учун $\sigma_0 = \sigma_{ок}$ ва мўрт материал учун $\sigma_0 = \sigma_c$ деб қабул қилинади.

$\sigma_{ок}$ — оқувчанлик чегарасидаги кучланиш;

σ_c — мустаҳкамлик чегарасидаги кучланиш;

n — эҳтиётлик коэффиценти.

Оқувчанлик чегарасида пластик материалда қолдиқ деформация ҳосил бўлса, мўрт материаллар мустаҳкамлик чегарасида емирилади.

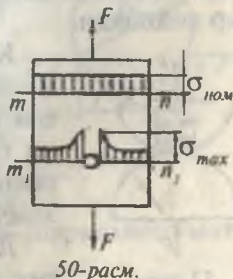
Пластик материаллар учун: $n = 1,2 \dots 1,8$; бетон учун: $n = 3$, тош учун: $n = 10$; чуян учун: $n = 2,5 \dots 3$ га тенг.

Умуман эҳтиётлик коэффиценти ни танлашда машинанинг аҳамияти ва ишлаш муддатига эътибор берилади. Масалан, қурилиш соҳасида $n = 2 \dots 5$ ва авиация техникасида $n = 1,5 \dots 2$.

2.7. КУЧЛАНИШЛАР КОНЦЕНТРАЦИЯСИ

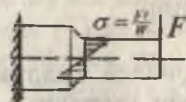
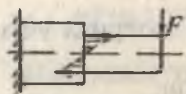
Турли нотекисликлар, тешиklar ва канавкалар ҳисобига кўндаланг кесимнинг (заифлашиши) ўзгариши кучланишнинг нотекис тақсимланишига, кучланишлар концентрациясининг ҳосил бўлишига олиб келади (50-расм).

Ғ куч таъсирида чўзилаётган стерженнинг $m - n$ кесимида меъёрий кучланиш тенг тарқалади. $m_1 - n_1$ кесимида тешик ёнида кучланиш тўплами ҳосил бўлади. Кучланишнинг бундай тўпланиши маҳаллий кучланиш ёки кучланишлар концентрацияси дейилади. Маҳаллий кучланишни келтириб чиқарган нотекисликларнинг турига кучланишлар концентратори дейилади. Максимал кучланиш σ_m ни (50-расм) кучланиш $\sigma_{ном}$ га нисбати кучланишлар концентрациясининг коэффиценти дейилади.



$$\alpha = \frac{\sigma_m}{\sigma_{ном}} \quad (2.28)$$

$$\sigma_{ном} = \frac{F}{A_0} \quad (2.29)$$



51-расм.

α_k нинг қиймати нотекисликнинг шакли ва ўлчамига боғлиқ ва эксперимент орқали топилади.

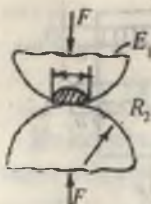
A_0 — стерженнинг заифлашмаган кўндаланг кесими юзаси.

Мўрт материалларда лак қопламасини ёки сеткасини ҳосил қилиш усули билан маҳаллий кучланиш аниқланиши мумкин. Айрим ҳолларда кесими ўзгарувчан стерженларда α нинг қиймати материалнинг мустақкамлик чегарасини аниқлаш билан топилади:

$$\alpha_k = \frac{\sigma_k}{\sigma}$$

2.8. КОНТАКТ КУЧЛАНИШЛАР ҲАҚИДА ТУШУНЧА

Подшипниклар, тишли узатмалар, кўприкларнинг таянч қисмларидаги шар ва цилиндрлик гилдиракларнинг иш жараёнида контактли кучланишлар ҳосил бўлади. Демак, иккита ўзаро тегиб турадиган жисмни таъсирлашув юзасида пайдо бўладиган кучланишлар контактли кучланишлар дейилади.



52-расм.

Контактли кучланишларни кўпинча маҳаллий кучланишлар ҳам дейилади. Контактли кучланишларнинг ва деформацияларни тақсимланиш қонунияти ва аниқланишининг айрим усуллари, назарияси эластиклик назариясида келтирилган.

Диаметрлари d_1 ва d_2 бўлган иккита эластик шар марказий куч билан сиқилганда уларнинг ўзаро тегиб турган жойларида радиуси:

$$a = 0,88 \sqrt{\frac{F}{2} \cdot \frac{\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2}}{\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2}}}$$

бўлган доира ҳосил бўлади.

Контакт майдончасидаги нормал кучланиш нотекис тақсимланади. Энг катта кучланиш контакт доирасининг марказида бўлиб, кучланишнинг ўртача қийматидан 1,5 марта каттадир: $\sigma_{\max} = 1,5 \frac{F}{\pi d^2}$

Агар шарларнинг материаллари бир хил бўлса, яъни: $E_1 = E_2$ бўлса:

$$\sigma_{\max} = 0,62 \cdot \sqrt[3]{FE^2 \left(\frac{d_1 + d_2}{d_1 d_2} \right)}$$

Контактли кучланишлар майдончасида ҳажмий кучланиш содир бўлади. Материал ҳар томонлама сиқилишга яқин шароитда ишлайди. Шунинг учун маҳаллий эзилиш учун руҳсат этилган кучланиш оддий сиқилишдагига қараганда анча катта олинади. Контактли кучланишларни аниқлаш учун келтирилган формулалар контактдаги жисмларнинг шаклига ва ўлчамига боғлиқ.

2.9. ҚАТТИҚЛИК

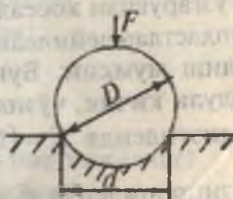
Сиртига механик тарзда киритилган деталга қаршилик кўрсата олиш қобилияти материалнинг қаттиқлиги дейилади.

Қаттиқлик ёрдамида материалнинг мустаҳкамлик чегарасини аниқлаш мумкин. Материалнинг қаттиқлигини аниқлаш учун унинг сиртига шарик маълум куч билан таъсир қилдирилади.

D — шарикнинг диаметри, см; d — шарикнинг материал сиртидаги изи диаметри, см.

Агар, $HB \geq 400 \text{ кг/мм}^2$ бўлса, материалнинг қаттиқлиги шарик ёрдамида топилмайди, чунки материалнинг деформацияси сезиларли бўлади. Бринель сони ва материалнинг мустаҳкамлик чегараси боғланишда: қаттиқлик Бринель сони:

$$HB = \frac{2F}{\pi D \left(D - \sqrt{D^2 - d^2} \right)} \quad \text{бўйича топилади.}$$



53-расм.

Кам углеродли пўлат учун: $\sigma = 0,36 \text{ HB}$.

Кул ранг чўян учун: $\sigma_s = \frac{\text{HB} - 40}{6}$

2.10. ЯНГИ МАТЕРИАЛЛАРНИНГ МЕХАНИК ТАВСИФЛАРИ

Кейинги йилларда пластмассалар, резиналар, елимлар, локлар ва бошқа синтетик материаллар техникада кенг қўлланиляпти. Бу турдаги барча материалларнинг асосини полимерлар ташкил этади. Курилишда турли пластмассалар ишлатилмоқда. Пластмассаларни қолиплаш ҳарорати 20° дан (эпоксидопласт, эфиропласт) $250 - 350^\circ\text{C}$ гача (полипропилен, фторопласт) етади. Пластмассаларнинг эластиклик модули катта бўлиб, чўзилувчанлиги кичикдир. Масалан:

фенопласт $E = (3...25) \cdot 10^3 \text{ мН/м}^2$; $\delta = (0,1...1,5)\%$;

эпоксидопласт $E = (3...4) \cdot 10^3 \text{ мН/м}^2$; $\delta = (2,5...8)\%$.

Қотиш жараёнида ўзгармайдиган хоссаларга эга бўлган пластмассалар реактопластлар дейилади. Қотиш жараёнида ўзгарувчан хоссаларга эга бўлган пластмассалар — термoplastлар дейилади. Уларни қайта қиздириб, яна қолипга солиш мумкин. Бундай пластмассаларнинг эластиклик модули кичик, чўзилувчанлиги каттадир. Масалан:

полиэтиленда $E = (1,5...2,5) \cdot 10^3 \text{ мН/м}^2$; $\delta = 150...600\%$;

полипропиленда $E = (9...12) \cdot 10^3 \text{ мН/м}^2$; $\delta = (500...700)\%$.

Баъзи пластмассаларнинг мустаҳкамлик чегаралари Ст.3 пўлатникига қараганда юқори, пластиклик тавсифлари унча катта эмас, узилишдаги қолдиқ деформацияси $\delta = (1...2)\%$. Пластмассаларнинг солиштирма оғирлиги ($\rho = 1,3...1,9 \text{ кг/см}^3$) пўлатникига нисбатан 3—4 марта, дюр-алюминийникига қараганда тахминан 1,5 марта кичик. Шунинг учун конструкция оғирлигини камайтиришда бу материалдан фойдаланиш мумкин.

Техникада резина катта аҳамиятга эга. Резинанинг юмшоқ, ўртача қаттиқ, қаттиқ, иссиққа ва ёғ таъсирига чидамли, протектор каби турлари мавжуд. Резинанинг элас-

тиклик модули ва Пуассон коэффиценти ўзгарувчандир. Масалан, $E = (0,4...8) \text{ мН/м}^2$; $\mu = 0,11—0,45$, соф каучук учун: $\mu = 0,5$, протектор резина учун: $E = (8,5...11) \text{ мН/м}^2$; $\delta = 40...45 \%$, эбонит учун: $E = 40...70 \text{ мН/м}^2$; $\delta = 0,8...1,2 \%$.

САВОЛ ВА ТОПШИРИҚЛАР

1. Марказий чўзилиш ёки сиқилиш деб нимага айтилади?
1. Абсолют узайиш деб нимага айтилади?
3. Нисбий узайиш деб нимага айтилади?
4. Гук қонуни таърифлаб беринг.
5. Материалларнинг механик хоссаларини айтиб беринг.
6. Материалларнинг пластик хоссаларини айтиб беринг.
7. Юмшоқ пўлатнинг чўзилиш диаграммасини чизиб беринг.
8. Юмшоқ пўлатнинг сиқилиш диаграммасини чизиб беринг.
9. Пропорционалик чегара деб нимага айтилади?
10. Оқувчанлик чегара деб нимага айтилади?
11. Мустаҳкамлик чегара деб нимага айтилади?
12. Эластиклик чегара деб нимага айтилади?
13. Муртлик деб нимага айтилади?
14. Пластиклик нима?
15. Рухсат этилган кучланиш нима?
16. Чўзилиш ва сиқилишда мустаҳкамлик шартини ёзинг?
17. Статик ноаниқ масала деб нимага айтилади?
18. Пухталаниш нима?

МАСАЛАЛАР

1-масала. Пўлатдан тайёрланган поғонали брус $F_1 = 30 \text{ кН}$, $F_2 = 30 \text{ кН}$, $F_3 = 50 \text{ кН}$ ташқи кучлар билан юкланган. Поғонали брус учун ички бўйлама куч — N ; нормал кучланиш — σ ва абсолют узайиш — Δl эпюралари қурилсин.

Ечиш. Бутун системанинг мувозанат тенгламасидан номаълум реакция кучи — B ни топамиз:

$$\sum y = B + F_3 - F_2 - F_1 = 0 \quad \text{ёки} \quad B = 30 + 30 - 50 = 10 \text{ кН}$$

Берилган масала статик аниқ ёки статик аниқмас система бўлишидан қатъи назар бўйлама қучишни топиш таъинч нуқтадан бошланиши керак, чунки бу нуқта жойлашган кесимнинг қучиши ($\Delta \ell_B = 0$) нолга тенгдир. Шунинг учун бўйлама қуч — N ни топишни ҳам стерженнинг таъинч нуқтасидан бошлаймиз.

Кесиш усулидан фойдаланиб брусни юқори поғонасидан фикран икки қисмга ажратамиз ва пастки қисмни ташлаб юборамиз. Ажратиб қолдирилган қисмнинг кесилган юзасига пастки ташлаб юборилган қисмнинг таъсирини алмаштирадиган N қучни қўямиз ва мувозанат тенгламасини тузамиз:

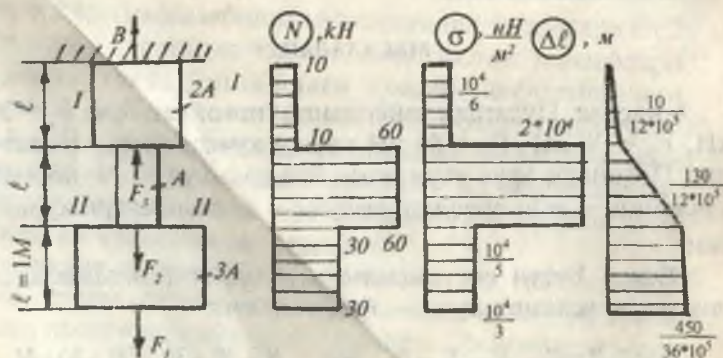
$$\sum y = B - N_1 = 0 \quad \text{ёки} \quad B = N_1 = 10 \text{ кН}$$

Текширилаётган поғонанинг узунлиги бўйлаб N_1 қуч ўзгармас бўлиб, миқдор жиҳатдан реакция қучи — B га тенг. Нормал қучланишни топамиз:

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{2A} = \frac{10}{2 \cdot 3 \cdot 10^{-3}} = \frac{10^4}{6}, \text{ кН/м}^2$$

Бруснинг ℓ узунлиги бўйлаб тўлиқ қучишни топамиз:

$$\Delta \ell_1 = \int_0^\ell \frac{N_1 dy}{E2A} = \frac{N_1 y_1}{E2A}$$



54-расм.

Агар, $y_1 = 0$ бўлса, $\Delta \ell_1 = 0$ ва $y_1 = 1$ м бўлса, $\Delta \ell_1 = \frac{10}{12 \cdot 10^5}$ м.

Демак, бруснинг юқори поғонасида бўйлама деформация тўғри чизиqli қонуният билан ўзгариб, нолдан $\Delta \ell_1 = \frac{10}{12 \cdot 10^5}$ гача ортиб боради.

II—II қирқим (ўрта поғона).

Ажратилган системанинг мувозанат тенгламасига асосан $\sum y = 0$. $B + F_3 - N_2 = 0$ ва $N_2 = 60 \text{ кН}$,

нормал кучланиш: $\sigma_2 = \frac{N_2}{A} = \frac{60}{3 \cdot 10^{-3}} = 2 \cdot 10^4 \frac{\text{кН}}{\text{м}^2}$

Брус ажратилган қисмининг тўлиқ узайишини топиш учун иккинчи оралиқ-узайишига биринчи оралиқнинг тўлиқ узайишини қўшиб ёзамиз, яъни:

$$\Delta \ell_2 = \frac{10}{12 \cdot 10^5} + \frac{N_2 \cdot y_2}{EA}$$

Агар $y_2 = 0$ бўлса, $\Delta \ell_2 = \frac{10}{12 \cdot 10^5}$ м ва $y_2 = 1$ м, $\Delta \ell = \frac{65}{6 \cdot 10^5}$ м

III — III қирқим (пастки поғона).

Бўйлама куч — N_3 ни топиш учун стерженнинг ажратилган қисмининг мувозанат тенгламасини тузамиз:

$$\sum y = B + F_3 - F_2 - N_3 = 0$$

Бу ерда: $N_3 = 30 \text{ кН}$.

Бўйлама куч ажратилган қисмга таъсир қилаётган кучларни алгебраик йиғиндисига тенг бўлади.

$$\text{Нормал кучланиш: } \sigma_3 = \frac{N_3}{3A} = \frac{30}{3 \cdot 3 \cdot 10^{-3}} = \frac{10^4}{3} \frac{\text{кН}}{\text{м}^2}.$$

Бруснинг тўлиқ узайиши:

$$\Delta \ell_3 = \Delta \ell_2 + \frac{N_3 y_3}{E3A} \text{ бўлади.}$$

$y_3 = 0$ бўлса, $\Delta \ell_3 = \frac{130}{12 \cdot 10^5}$ м ва $y_3 = \ell = 1$ м. да $\Delta \ell_3 = \frac{450}{36 \cdot 10^5}$ м.

N , σ ва $\Delta \ell$ эпюралари 54-расмда кўрсатилган.

$$\begin{aligned}\sum x = 0. N_2 &= M + F_3 - \int_0^2 q_x dx = M + 3,5F - \int_0^2 q \frac{x dx}{2a} = \\ &= M + 3,5F - F \frac{x^2}{4a^2}\end{aligned}$$

Нормал кучланиш: $\sigma_2 = \frac{N_2}{A}$

$$x_2 = 1 \text{ м} \quad N_2 = 42,5 \text{ кН} \quad \sigma_2 = 21,25 \cdot 10^4 \frac{\text{кН}}{\text{м}^2}$$

$$x_2 = 2 \text{ м} \quad N_2 = 35 \text{ кН}; \quad \sigma_2 = 17,5 \cdot 10^4 \frac{\text{кН}}{\text{м}^2}$$

I поғонадан II поғонага ўтиш В нуқтасида бўйлама кучни қиймати $F_3 = 3,5F = 35 \text{ кН}$ га фарқ қилади. Шунинг учун В нуқта жойлашган кесимни N эпюрасида 35 кН га тенг сакраш бўлади. Брусни 2а узунлигининг тўлиқ узайишини топамиз.

$$\Delta \ell_2 = \Delta \ell_B + \int_0^{1 \text{ м}} \frac{N_2 dx}{EA} = 2,291 \cdot 10^{-4} + \frac{Mx_2}{EA} + \frac{3,5Fx_2}{EA} - F \frac{x_2^3}{12a^2 EA}$$

$x_2 = 0$, $\Delta \ell_2 = 2,291 \cdot 10^{-4} \text{ м}$, $x_2 = 0,5 \text{ м}$, $\Delta \ell = 7,9 \cdot 10^{-4} \text{ м}$,
 $x_2 = 1 \text{ м}$, $\Delta \ell_2 = \Delta \ell_c = 13,3 \cdot 10^{-4} \text{ м}$ брус АС узунлигининг тўлиқ узайишидир.

III — III қирқим (CD оралик). $0 \leq x_3 \leq 1 \text{ м}$

Оралик узунлиги бўйича тақсимланган куч интенсивлигини тенг таъсир қилувчиси $\frac{1}{2} q \cdot 2a = qa = \frac{F}{a} \cdot a = F$ га тенг.

Бруснинг ажратилган қисмининг мувозанат тенгламаси қуйидагича ёзилади: $\sum x = N_3 + F_2 + F - F_3 - M = 0$ ёки $N_3 = 5 \text{ кН}$

Нормал кучланиш: $\sigma = 2,5 \cdot 10^4 \frac{\text{кН}}{\text{м}^2}$

Оралик узунлиги бўйлаб N_3 ва σ_3 тенг тарқалган, абсолют узайиш $\Delta \ell_3$ эса x_3 масофага пропорционал боғланишда бўлиб, тўғри чизикли қонуният билан ўзгаради. Шунинг учун MD оралиқнинг узайиши:

$$\Delta \ell_D = \Delta \ell_c + \frac{N_3 l}{EA} = 13,3 \cdot 10^{-4} + \frac{5 \cdot 1}{2 \cdot 10^8 \cdot 2 \cdot 10^{-4}} = 14,55 \cdot 10^{-4} \text{ м}$$

IV — IV қирқим. $0 \leq x_4 \leq 1 \text{ м}$

Бруснинг ажратилган қисмининг мувозанат шарти:

$$\sum x = N_4 + F_1 + \int_0^A q_1 dx + F_2 - F_3 - \frac{1}{2} q_2 a - M = 0 \quad \text{ёки}$$

$$N_4 = -F - q \frac{x^2}{2a} - 3F + 3,5F + \frac{F}{a} \cdot a + F = 1,5F - F \frac{x_4^2}{2a^2}$$

Нормал кучланиш: $\sigma_4 = \frac{N_4}{A}$ ва абсолют узайиши:

$$\begin{aligned} \Delta \ell_4 &= \Delta \ell_D + \int_0^1 \frac{N_4 dx}{EA} = 14,55 \cdot 10^{-4} + \int_0^1 \frac{\left(1,5F - F \frac{x_4^2}{2a^2}\right)}{EA} dx = \\ &= 14,55 \cdot 10^{-4} + \frac{1,5Fx_4}{EA} - F \frac{x_4^3}{6a^2 EA} \end{aligned}$$

$$x_4 = 0 \quad N_4 = 15 \text{ кН}; \quad \sigma_4 = 7,5 \cdot 10^4 \frac{\text{кН}}{\text{м}^2}; \quad \Delta \ell_4 = 14,55 \cdot 10^{-4} \text{ м}$$

$$x_4 = 0,5 \text{ м} \quad N_4 = 13,875 \text{ кН}; \quad \sigma_4 = 6,937 \cdot 10^4 \frac{\text{кН}}{\text{м}^2};$$

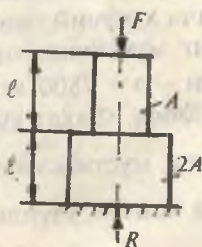
$$x_4 = 1 \text{ м} \quad N_4 = 10 \text{ кН}; \quad \sigma_4 = 5 \cdot 10^4 \frac{\text{кН}}{\text{м}^2}; \quad \Delta \ell_4 = 17,88 \cdot 10^{-4} \text{ м}$$

Бруснинг тулиқ узайиши: $\Delta \ell = 17,88 \cdot 10^{-4} \text{ м}$ га тенг.

3-масала. F куч ва хусусий оғирлиги билан юкланган поғонали бруснинг тулиқ қисқариши топилсин. Брус материалининг ҳажмий оғирлиги — ρ ва эластиклик модули — E.

Ечиш. Брус ҳар бир поғонасининг хусусий оғирлиги $\sigma_1 = \rho A \ell$ ва $\sigma_2 = \rho 2A \ell$.

F куч таъсиридан таянч кесимида В реакция кучи ҳосил бўлади.



56-расм

Реакция кучини топамиз: $\sum x = B - F - \rho A\ell - \rho 2A\ell = 0$
ёки $B = F + 3\rho A\ell$

Брусни пастки поғонасидаги ички бўйлама кучни ке-
сиш усулидан фойдаланиб топамиз: $0 \leq x_1 \leq \ell$

$$\sum x = N_1 + B - \rho 2Ax_1 = 0 \quad \text{ва} \quad N_1 = \rho 2A \cdot x_1 - F - 3\rho A\ell$$

Бруснинг ажратилган қисмининг деформациясини Гук
қонунидан фойдаланиб топамиз:

$$\Delta \ell_1 = \int_0^\ell \frac{N_1 dx}{E 2A} = \int_0^\ell \frac{(\rho 2Ax_1 - F - 3\rho A\ell) dx}{E 2A} = \left| \frac{\rho x_1^2}{2E} - \frac{(F + 3\rho A\ell) x_1}{E 2A} \right|_0^\ell$$

Агар $x_1 = 0$ бўлса, $\Delta \ell_1 = \Delta \ell_B = 0$, яъни таянч кесимида
деформация нолга тенг: $x_1 = \ell$; $\Delta \ell_1 = -\frac{F\ell}{E 2A} - \frac{\rho \ell^2}{E}$

II — II қирқим.

Бўйлама кучни топамиз: $\sum x = N_2 + B - \rho 2A\ell - \rho Ax_2 = 0$

Бу ерда: $N_2 = -F - \rho A\ell + \rho Ax_2$

Ажратилган қисмнинг тўлиқ кучишини топамиз:

$$\begin{aligned} \Delta \ell_2 &= \Delta \ell_1 + \int_0^\ell \frac{N_2 dx}{EA} = \Delta \ell_1 + \int_0^\ell \frac{(-F - \rho A\ell + \rho Ax_2) dx}{EA} = \\ &= \Delta \ell_1 + \left[\frac{\rho Ax_2^2}{2EA} - \frac{(F + \rho A\ell) x_2}{EA} \right]_0^\ell \end{aligned}$$

$$x_2 = 0, \Delta \ell_2 = \Delta \ell_1 \quad \text{ва} \quad x_2 = \ell, \Delta \ell_2 = -\frac{3F\ell}{2EA} - \frac{3\rho \cdot \ell^2}{2E}$$

4-масала.

Вертикал осилган пўлатдан тайёрланган стержень
қанча хусусий оғирликда емирилади. Пўлат материали-
нинг мустаҳкамлик чегараси 50 кг/мм^2 , хусусий оғир-
лиги $\rho = 7800 \text{ кг/м}^3$.

Ечиш. Фақат хусусий оғирлиги билан юкланган стер-
женни мустаҳкамлик шартини ёзамиз: $\sigma_{\max} = \rho \ell \leq \sigma_B$. Бу
ерда критик узунлик: $\ell_c = \frac{\sigma_B}{\rho} = \frac{50 \cdot 10^6}{7800} = 6410 \text{ м}$

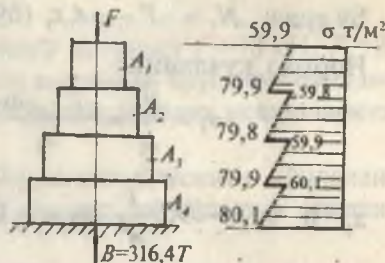
5-масала.

Узунлиги 40 м бўлган поғонали брус $F = 100$ т куч ва хусусий оғирлиги билан юкланган. Поғонали брус тўртта бир хил узунликдаги оралиқдан иборат. Поғонали брус материалининг солиштирма оғирлиги 2 т/м^3 ва рухсат этил-

ган кучланиш: $[\sigma] = 80 \frac{\text{Т}}{\text{м}^2}$

Ечиш. Поғонали бруснинг юқори қисмининг кесим юзасини топамиз:

$$A_1 = \frac{F}{[\sigma] - \rho \ell_1} = \frac{100}{80 - 2 \cdot 10} = 1,67 \text{ м}^2$$



57-расм.

A_2 кесимга ташқи F куч ва юқори қисмининг хусусий оғирлиги таъсир қилади:

$$A_2 = \frac{F + \rho A_1 \ell_1}{[\sigma] - \rho \ell_2} = \frac{100 + 2 \cdot 1,67 \cdot 10}{80 - 2 \cdot 10} = 2,23 \text{ м}^2$$

Поғонали бруснинг учинчи қисми — F куч, биринчи ва иккинчи поғоналарни хусусий оғирликлари таъсирида:

$$A_3 = \frac{A + \rho \ell (A_1 + A_2)}{[\sigma] - \rho \ell_3} = \frac{100 + 2 \cdot 10 (1,67 + 2,23)}{80 - 2 \cdot 10} = 2,97 \text{ м}^2$$

Поғонали бруснинг энг пастки қисми — F куч ва ундан юқори қисмларининг хусусий оғирликлари таъсирида бўлади:

$$A_4 = \frac{F + \rho \ell (A_1 + A_2 + A_3)}{[\sigma] - \rho \ell_4} = \frac{100 + 2 \cdot 10 (1,67 + 2,23 + 2,97)}{80 - 2 \cdot 10} = 3,95 \text{ м}^2$$

Поғонали бруснинг таянч кучини топамиз:

$$\sum x = -F - \rho \cdot \ell (A_1 + A_2 + A_3 + A_4) + B = 0$$

Бу ерда:

$$B = 100 + 2 \cdot 10 (1,67 + 2,23 + 2,97 + 3,95) = 316,4 \text{ т.}$$

Погонали бруснинг узунлиги бўйлаб кучланиш эпюрасини қуриш учун уни ҳар бир погонасидаги ички бўйлама кучларини кесиш усулидан фойдаланиб топамиз.

I — I қирқим. N_1 кучни топиш учун бруснинг ажратиб олинган (A_1 — кесим) қисмининг мувозанат тенгламасини тузамиз:

$$\sum x = -F - \rho A x_1 - N_1 = 0$$

Бу ерда: $N_1 = -F - \rho A x_1$ (бўйлама куч — сиқувчи)

Нормал кучланиш:

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{A_1} = \frac{-F - \rho A x_1}{A_1} = -\frac{F}{A_1} - \rho x_1$$

$$x_1 = 0, \sigma_1 = -59,9 \frac{T}{м^2} \text{ ва } x_1 = 10 \text{ м } \sigma_1 = -79,9 \frac{T}{м^2}$$

II — II қирқим. $0 \leq x_2 \leq 10 \text{ м}$ ораликдаги (A_2 — кесим) брус сиқувчи куч F бруснинг юқори қисмининг хусусий оғирлиги ва бўйлама куч таъсирида бўлади. Бу ерда:

$$-F - \rho A_1 \ell - \rho A_2 x_2 - N_2 = 0; \quad N_2 = -133,4 - 4,46 x_2$$

$$\text{Нормал кучланиш: } \sigma_2 = \frac{N_2}{A_2} = -\frac{133,4 + 4,46 x_2}{2,23}$$

$$x_1 = 0 \quad \sigma_1 = -59,8 \frac{T}{м^2} \text{ ва } x_1 = 10 \text{ м } \sigma_1 = -79,82 \frac{T}{м^2}$$

III — III қирқим. $0 \leq x_3 \leq 10 \text{ м}$ (A_3 — кесим)

Бўйлама куч N_3 ни топамиз: $N_3 = -F - \rho A_1 \ell - \rho A_2 \ell - \rho A_3 x_3$
ёки $N_3 = -178 - 5,94 x_3$

$$\text{Нормал кучланиш: } \sigma_3 = \frac{N_3}{A_3} = -\frac{178 + 5,94 x_3}{2,97}$$

$$x_3 = 0 \quad \sigma_3 = -59,93 \frac{T}{м^2}, \quad x_3 = 10 \text{ м } \sigma_3 = -79,93 \frac{T}{м^2}$$

IV — IV қирқим $0 \leq x_4 \leq 10 \text{ м}$ (A_4 — кесим)

Бўйлама куч $N_4 = -F - \rho A_1 \ell - \rho A_2 \ell - \rho A_3 \ell - \rho A_4 x_4$ ёки

$$N_4 = -237,4 - 7,9 x_4$$

$$\text{Нормал кучланиш: } \sigma_4 = \frac{N_4}{A_4} = -\frac{237,4 + 79x_4}{3,95}$$

$$x_4 = 0 \quad \sigma_4 = -60,1 \frac{\text{Т}}{\text{м}^2} \quad \text{ва} \quad x_4 = 10 \text{ м} \quad \sigma_4 = -80,1 \frac{\text{Т}}{\text{м}^2}$$

Поғонали бруснинг ҳамма kesим юзларида нормал кучланиш рухсат этилган кучланиш $\sigma = 80 \frac{\text{Т}}{\text{м}^2}$ дан катта эмас.

6-масала. Хусусий оғирлиги ва ташқи $F_1=10 \text{ кН}$; $F_2=20 \text{ кН}$; $F_3=0,5 \text{ кН}$ кучлар билан юкланган бруснинг бўйлама куч, нормал кучланиш ва абсолют узайиш эпюраларини қуринг.

Пулат материалдан тайёрланган бруснинг кўндаланг kesим юзаси $0,2 \text{ м}^2$, материалнинг солиштирма оғирлиги:

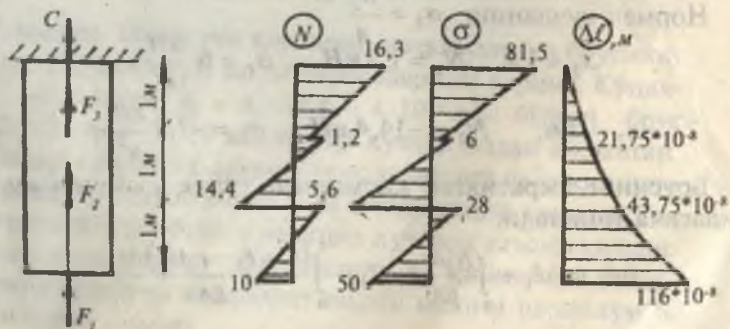
$$\rho = 78 \frac{\text{кН}}{\text{м}^3}$$

Ечиш: Бруснинг мувозанат шартидан фойдаланиб реакция кучини топамиз:

$$\sum x = -C + F_1 + F_2 + F_3 - \rho A \cdot 3 = 0 \quad \text{ёки} \quad C = -16,3 \text{ кН}$$

Демак, реакция кучи тескари, яъни юқорига йўналар экан. Ташқи кучларнинг таъсир қилиш тавсифига кўра брусни учта оралиққа бўлиб, ажратилган қисмларни узунлиги бўйлаб N , σ ва Δl ларнинг тарқалиш қонуниятини ўрганамиз.

I — I қирқим. Бруснинг ажратилган қисмининг kesилган кўндаланг kesимига ташлаб юборилган қисмининг



58-расм.

огирлигини ва ташқи кучларнинг таъсирини N_1 куч сифатида келтириб қўямиз. Натижада бруснинг ажратиб олиб қолдирилган қисми реакция кучи C , узунлиги X_1 бўлган қисмининг хусусий огирлиги ρAx_1 ва ички куч N_1 таъсирида бўлар экан. Мувозанат шарт қуйидагича ёзилади:

$$\sum x = 0; \quad C - \rho Ax_1 - N_1 = 0 \quad \text{ёки} \quad N_1 = C - \rho Ax_1$$

$$\text{Нормал кучланиш: } \sigma_1 = \frac{N_1}{A} = \frac{C}{A} - \rho \cdot x_1$$

$$x_1 \text{ — узунликнинг узайиши: } \Delta \ell_1 = \int_0^l \frac{N_1 dx}{EA} = \int_0^l \frac{(C - \rho Ax_1) dx}{EA}$$

$$\text{ёки } \Delta \ell_1 = \frac{Cx_1}{EA} - \frac{\rho \cdot x_1^2}{2E}$$

Юқоридаги тенгламаларга асосан $0 \leq x_1 \leq 1 \text{ м}$ ораликда N ва σ тўғри чизиқли ва $\Delta \ell$ эгри чизиқ қонунияти билан ўзгаради.

$$x_1 = 0 \quad \text{бўлса} \quad N_1 = 16,3 \text{ кН}; \quad \sigma_1 = 81,5 \frac{\text{кН}}{\text{м}^2}; \quad \Delta \ell_1 = 0$$

$$x_1 = 1 \text{ м} \quad N_1 = 0,7 \text{ кН} \quad \sigma_1 = 3,5 \frac{\text{кН}}{\text{м}^2} \quad \Delta \ell_1 = 21,25 \cdot 10^{-8} \text{ м}$$

II — II қирқим. Бруснинг қўзғалмас кесимидаги x_2 ма-софада жойлашган 2—2 кесими учун бўйлама куч:

$$N_2 = c + F - \rho Ax_2$$

$$\text{Нормал кучланиш: } \sigma_2 = \frac{N_2}{A}$$

$$x_2 = 1 \text{ м} \quad N_2 = 1,2 \text{ кН} \quad \sigma_2 = 6 \frac{\text{кН}}{\text{м}^2}$$

$$x_2 = 2 \text{ м}; \quad N_2 = -14,4 \text{ кН} \quad \sigma_2 = -7,2 \frac{\text{кН}}{\text{м}^2}$$

Бруснинг ажратилган қисмининг тўлиқ узайиши қуйидагича топилади:

$$\Delta \ell_2 = \Delta \ell_1 + \int_0^l \frac{N_2 dx}{EA} = \Delta \ell_1 + \int_0^l \frac{(C + F - \rho Ax_2) dx}{EA}$$

Ҳосил бўлган тенгламани интегралласак:

$$\Delta \ell_2 = \Delta \ell_1 + \frac{(C + F_3)x_2}{EA} - \frac{\rho \cdot x_2^2}{2E}$$

Бу ерда:

$x_2 = 0$ бўлса, $\Delta \ell_2 = 21,25 \cdot 10^{-8} \text{ м}$ ва $x_2 = 1 \text{ м}$ бўлса,

$$\Delta \ell_2 = 43,75 \cdot 10^{-8} \text{ м}$$

III — III қирқим. Узунлиги x_3 га тенг бўлган брусни мувозанат тенгламаси қуйидагича ёзилади: $\sum x = 0$.

$$N_3 = C + F_3 + F_2 - \rho A x_3$$

Нормал кучланиш: $\sigma_3 = \frac{N_3}{A}$

Агар: $x_3 = 2 \text{ м}$ бўлса, $N_3 = 5,6 \text{ кН}$ $\sigma_3 = 28 \frac{\text{кН}}{\text{м}^2}$

$x_3 = 3 \text{ м}$ бўлса, $N_3 = -10 \text{ кН}$ $\sigma_3 = -50 \frac{\text{кН}}{\text{м}^2}$

Бруснинг тўлиқ узайишини топамиз:

$$\Delta \ell_3 = \Delta \ell_2 + \int_0^x \frac{N_3 dx}{EA} = \Delta \ell_2 + \int_0^x \frac{(C + F_3 + F_2 - \rho A x_3) dx}{EA} =$$

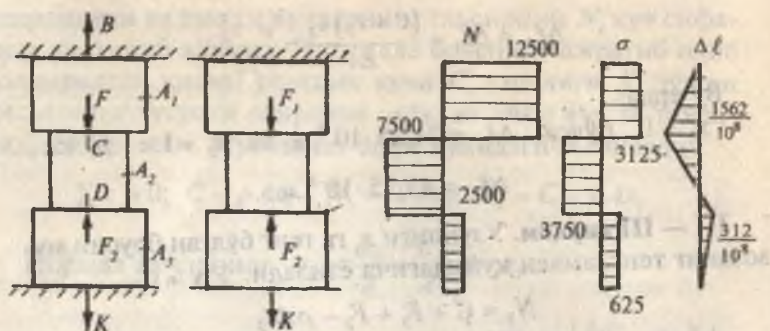
$$= 43,75 \cdot 10^{-8} + \frac{36,8 x_3}{EA} - \frac{\rho x_3^2}{2E}$$

$x_3 = 0$ $\Delta \ell_3 = 43,75 \cdot 10^{-8} \text{ м}$ ва

$x_3 = 1 \text{ м}$ $\Delta \ell_3 = 116,5 \cdot 10^{-8} \text{ м}$

7-масала. Икки учи қистириб маҳкамланган бруснинг узунлиги бўйлаб N , σ ва $\Delta \ell$ эпюраларини қуринг. Кўндаланг кесимлари $A_1 = A_3 = 2A_2 = 4 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2$ бўлган брус $F_1 = 20 \text{ кН}$ ва $F_2 = 10 \text{ кН}$ ташқи кучлар билан юкланган.

Ташқи кучлар таъсирида брус узайишга ва сиқилишга қаршилик кўрсатади ҳамда К ва В таянчларга таянади. Таянч нуқталаридан брусга реакция кучлари таъсир қилади. Реакция кучларининг йўналишини ва қийматини аниқлаш учун тузилган мувозанат шarti иккита номаълум К ва В ни беради, яъни:



59-расм.

$$\sum x = B + K - F_1 + F_2 = 0$$

Системадаги номаълумлар сони статикани мувозанат тенгламаларидан ортиқча. Шунинг учун конструкция статик аниқмас масалаларга киради. Бундай масалалар қўшимча деформация (деформацияни таққослаш) тенгламаларини тузиш усули билан ечилади. Деформацияни таққослаш тенгламасини тузиш ташқи кучлар таъсирида таянчлар оралиғи масофаси ўзгармасдан (бруснинг тўлиқ деформацияси нолга тенг бўлади), фақат бруснинг поғоналари узунлиги ўзгариши, яъни системани ташқи кучлар таъсиридаги тўлиқ узайишининг абсолют қиймати К реакция кучи таъсиридаги тўлиқ қисқаришнинг абсолют миқдorigа тенглигига асослангандир.

Бу ерда: $\Delta l_K = \Delta l_{\bar{F}_1} - \Delta l_{F_2}$ ва

$$\Delta l_{\bar{F}_1} = \frac{F_1 \cdot l}{EA}; \quad \Delta l_{F_2} = \frac{F_2 \cdot l}{EA_2} + \frac{F_2 \cdot l}{EA_1}$$

$$\Delta l_K = K \left[\frac{1}{EA_1} + \frac{1}{EA_2} + \frac{1}{EA_3} \right] = \frac{2K}{EA_2}$$

$$\text{Демак, } \frac{2K}{EA_2} = \frac{F_1 \cdot l}{E2A} - F_2 \left(\frac{1+l}{EA_2} \right) \quad \text{ёки} \quad K = -\frac{F_2}{4} = -2500 \text{ Н}$$

Минус ишораси К реакция кучининг йўналиши нотўғри қабул қилинганлигини билдиради. Демак, К реакция кучи йўналишини тескарига йўналтирамиз ва кейинги тенгламаларда минус (—) ишорасини ҳисобга олмаймиз.

К таянч кучининг қийматини системанинг мувозанат тенгламасига келтириб қўйсак, яъни: $-\frac{F_2}{4} + B - F_1 + F_2 = 0$

Бу ерда: $B = 12,5 \text{ кН}$.

Статик аниқмаслик йўқотишгандан кейин брус оралик поғоналарида N ; σ ва $\Delta \ell$ ларнинг ўзгаришини топамиз ва эпюрасини қурамиз. Бунинг учун брусни ораликларга бўламиз. Қирқимлар чегаралари ташқи кучлар қўйилган нуқталардан ва брусни кесим юзаси ўзгариши ораликларидан ўтган.

I — I қирқим. (КД — оралик)

Ажратилган бруснинг мувозанат тенгламасини тузамиз:

$$\sum y = N_1 - K = 0$$

Бу ерда: $N = K = 2500 \text{ Н}$ (чўзилиш).

Нормал кучланиш: $\sigma_1 = \frac{N_1}{A_1} = \frac{2500}{2 \cdot 2 \cdot 10^{-3}} = 625 \cdot 10^3 \frac{\text{Н}}{\text{м}^2}$

II — II қирқим. (ДС — оралик)

Схемадан $N_2 = K - F_2 = 2500 - 10000 = -7500 \text{ Н}$

$$\sigma_2 = \frac{N_2}{A_2} = -\frac{7500}{2 \cdot 10^{-3}} = -3750 \cdot 10^3 \frac{\text{Н}}{\text{м}^2}$$

III — III қирқим. (СВ — оралик) Бруснинг ажратилган қисми F_1 ; F_2 ; К ва N_3 кучлари таъсирида. Мувозанат тенгламаси қуйидагича ёзилади:

$$\sum y = N_3 - F_1 + F_2 - K = 0$$

Бу ерда $N_3 = 12500 \text{ Н}$

Нормал кучланиш: $\sigma_3 = \frac{N_3}{A_1} = \frac{12500}{2 \cdot 2 \cdot 10^{-3}} = 3125 \cdot 10^3 \frac{\text{Н}}{\text{м}^2}$

Бруснинг тулиқ узайишини топиш учун ораликларнинг чегараларидаги N ўзгармас бўлганлиги учун $\Delta \ell$ билан бўйлама куч орасидаги боғланиш тўғри чизиқли қонуният билан ўзгаради. К кесим қўзғалмас, демак, $\Delta \ell_k = 0$. Д нуқтанинг кучиши КД оралиқнинг узайишига тенгдир, яъни:

$$\Delta \ell_D = \frac{N_1 \cdot y_1}{EA_2}$$

$$y_1 = 0 \quad \Delta \ell_D = \Delta \ell_K = 0 \text{ ва}$$

$$y_1 = 1 \text{ м} \quad \Delta \ell_D = 312,5 \cdot 10^{-8} \text{ м}$$

С нуқтанинг тўлиқ кўчиши КД ва ДС масофаларнинг узайиши йиғиндисига тенгдир, яъни:

$$\Delta \ell_c = 312,5 \cdot 10^{-8} + \frac{N_2 \cdot y_2}{EA_2}$$

$$y_2 = 0 \quad \Delta \ell_c = \Delta \ell_D = 312,5 \cdot 10^{-8} \text{ м}$$

$$y_2 = 1 \text{ м} \quad \Delta \ell_c = -1562,5 \cdot 10^{-8} \text{ м}$$

В нуқтанинг кўчиши бруснинг КВ оралиғи тўлиқ узайишига тенгдир, яъни:

$$\Delta \ell_B = -1562,5 \cdot 10^{-8} + \frac{N_3 \cdot y_3}{EA_1}$$

$$y_3 = 0 \quad \Delta \ell_3 = -1562,5 \cdot 10^{-8} \text{ м}$$

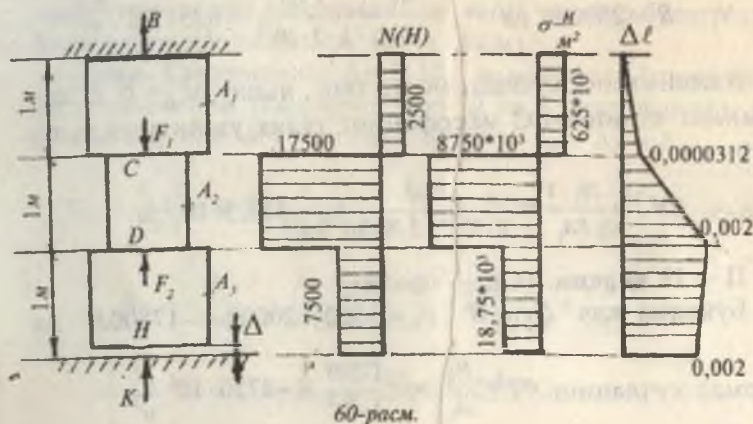
$$y_3 = 1 \text{ м} \quad \Delta \ell_B = -1562,5 \cdot 10^{-8} + \frac{12500 \cdot 1}{2 \cdot 10^{11} \cdot 2 \cdot 2 \cdot 10^{-3}} = 0$$

В нуқта жойлашган кесимнинг кўчиши нолга тенг, чунки бу кесим бикр маҳкамланган.

8-масала. Брус ташқи кучлар билан юкланганлигига қадар пастки кесими К таянч нуқтаси билан $\Delta = 0,002$ м масофа ҳосил қилган. Бруснинг ДС оралиқ узунлиги $\Delta t = 20^\circ$ гача қиздирилган. Агар бруснинг ташқи кучлар ва ҳарорат таъсиридаги тўлиқ узайиши натижасида Δ масофа ёпилиб, брус билан таянч орасида ўзаро таъсир кучлари ҳосил бўлса, система статик аниқмас системага айланади; Δ масофа ёпилмаса ёки ёпилиб брус билан таянч орасида ўзаро таъсир кучлари ҳосил бўлмаса, система статик аниқ бўлиб қолади.

Берилган система қайси ҳолатга тўғри келишини аниқлаш учун "Н" кесимнинг тўлиқ узайишини топамиз:

$$\Delta_n = \Delta F_1 - \Delta F_2 + \Delta_t = \frac{F_1 \cdot l}{EA_1} - \frac{F_2 \cdot l}{EA_2} - \frac{F_2 \cdot l}{EA_1} + \alpha \cdot \Delta t \cdot l = 0,002375 \text{ м}$$



Демак, $\Delta_H > \Delta$ ёки $0,002375 > 0,002$ м, натижада Н ва К кесимлар туташади ва К таянчда реактив куч ҳосил бўлиб, система статик ноаниқ бўлади. Масалани ечиш учун системанинг мувозанат тенгламасини тузамиз:

$$\Sigma y = K + B + F_2 - F_1 = 0 \text{ ёки } K + B = F_1 - F_2$$

Системанинг аниқмаслик даражасини очиш учун қўшимча деформация тенгламасини тузамиз: $\Delta_H - \Delta = \Delta_A$

$$\Delta_K = K \frac{1}{EA_1} + \frac{K \cdot l}{EA_2} + \frac{K \cdot l}{EA_3}$$

Бруснинг К реакция кучи таъсиридан узайиши:

$$0,002375 = K \left(\frac{1}{EA_1} + \frac{l}{EA_2} + \frac{l}{EA_3} \right) + \Delta \text{ ёки}$$

$$K = \frac{(0,002375 - 0,002) \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 2 \cdot 10^{-3}}{2} = 7500 \text{ Н}$$

$$B = F_1 - F_2 - K = 20000 - 10000 - 7500 = 2500 \text{ Н}$$

Брусни оралиқларга бўлиб, N , σ ва Δl эпюраларни курамиз.

I — I қирқим. (BC — оралиқ)

$$N_1 = B = 2500 \text{ Н} \text{ ва } \sigma = \frac{N_1}{A_1} = \frac{2500}{2 \cdot 2 \cdot 10^{-3}} = 625 \cdot 10^3 \frac{\text{Н}}{\text{м}^2}$$

В кесимнинг кўчиши нолга тенг, яъни: $\Delta \ell_B = 0$. С кесимнинг кучиши ВС масофанинг тўлиқ узайишига тенг, яъни:

$$\Delta \ell_c = \frac{N_1 \cdot l}{EA_1} = \frac{2500 \cdot 1}{2 \cdot 10^{11} \cdot 2 \cdot 2 \cdot 10^{-3}} = 312,5 \cdot 10^{-8} \text{ м}$$

II — II қирқим. (СД — оралик)

Бўйлама куч $N_2 = B - F_1 = 2500 - 20000 = -17500 \text{ Н}$ ва

$$\text{нормал кучланиш } \sigma_2 = \frac{N_2}{A_2} = -\frac{17500}{2 \cdot 10^3} = -8750 \cdot 10^3 \frac{\text{Н}}{\text{м}^2}$$

ВД оралик масофасининг тўлиқ узайиши қуйидагича топилади:

$$\Delta \ell_p = 312,5 \cdot 10^{-8} + \frac{N_2 \cdot l}{EA_2} + \alpha \cdot \Delta t \cdot l = 312,5 \cdot 10^{-8} -$$

$$-\frac{17500 \cdot 1}{2 \cdot 10^{11} \cdot 2 \cdot 10^{-3}} + 125 \cdot 10^{-7} \cdot 20 \cdot 1 = 0,00209375 \text{ м}$$

III—III қирқим. (ДН — оралик)

$$N_3 = B - F_1 + F_2 = 2500 - 20000 + 10000 = -7500 \text{ Н}$$

$$\sigma_3 = \frac{N_3}{A_3} = -\frac{7500}{2 \cdot 2 \cdot 10^{-3}} = -1875 \cdot 10^3 \frac{\text{Н}}{\text{м}^2}$$

Н кесимнинг кўчиши ёки бруснинг тўлиқ узайиши:

$$\Delta \ell_H = 0,00209375 + \frac{N_3}{EA_3} = 0,00209375 -$$

$$-\frac{7500 \cdot 1}{2 \cdot 10^{11} \cdot 2 \cdot 2 \cdot 10^{-3}} = 0,002 \text{ м}$$

9-масала. Бруснинг пастдан биринчи ва иккинчи (8-масалада берилган қийматлардан фойдаланамиз) поғоналари орасида $\Delta = 0,001 \text{ м}$ масофа бор. Δ масофа ёпилгунга

қадар ташқи куч таъсирида бруснинг ҳар бир бўлаги алоҳида деформацияланади (61-а расм).

Ечиш. Системанинг $\Delta = 1 \cdot 10^{-4}$ м масофаси ёпилиш ёки ёпилмаслигини текшириш учун Д ва К нуқталарнинг деформациясини $\Delta_K + \Delta_D = \Delta$.

$$\Delta_K = \frac{F_1 \cdot 2}{EA} - q \cdot 2 \left(\frac{2}{EA} + \frac{2}{EA} \right) + \alpha \cdot 2 \cdot \Delta t = \frac{F_1 - 4q}{EA} + 2 \cdot \alpha \cdot \Delta t$$

$$\Delta_D = -\frac{F_3 \cdot 2}{EA} - \frac{F_3 \cdot 2}{EA} + \frac{F_2 \cdot 2}{EA} + 2q \left(\frac{2}{EA} + \frac{2}{EA} \right) \text{ ёки}$$

$$\Delta_D = \frac{-3F_3 + F_2 + 4q}{EA}$$

$$\text{У ҳолда: } \frac{F_1 - 4q}{EA} + 2 \cdot \alpha \cdot \Delta t + \frac{F_2 - 3F_3 + 4q}{EA} = \Delta \text{ ёки}$$

$$F_1 - 4q + 2EA\alpha \cdot \Delta t + F_2 - 3F_3 + 4q = \Delta EA; 80 > \Delta EA$$

Демак, поғонали бруснинг пастки ва юқори қисмлари деформацияларининг йиғиндиси поғоналар орасидаги Δ дан катта экан. Д ва К нуқталар орасидаги масофа ёпилади. Система статик ноаниқ системага айланади, С ва Н гаянчлардаги реакция кучлари системага қўйилган барча ташқи кучларга боғлиқ бўлади.

Системанинг мувозанат тенгламасини тузамиз (61-б расм):

$$\sum x = c + F_1 - 2q + F_3 - F_2 - 2q + H = 0$$

Тенгламадаги номаълум С ва Н реакция кучларини топиш учун асосий системани танлаймиз. Асосий система — берилган системанинг К ва Д нуқталарига поғонали брусларнинг Δ масофаси ёпилгандан кейин бир-бирларига ўзаро таъсирларини алмаштираувчи Х кучини номаълум қийлати кўрсатилган схемаси дир (61-б расм). Асосий системанинг К ва Д нуқталарининг кўчишларини $F_1; F_2; F_3; q; x$ кучлари ва Δt ҳарорати фарқи орқали ифодаalaymиз:

$$\Delta_{DX} = -\frac{F_3 \cdot 2}{EA} - \frac{F_3 \cdot 2}{EA} - x \left(\frac{2}{EA} + \frac{2}{EA} \right) + \frac{F_2 \cdot 2}{EA} + 2q \left(\frac{2}{EA} + \frac{2}{EA} \right)$$

$$\Delta_{\kappa x} = \frac{F_1 2}{2EA} + \alpha \cdot \Delta t \cdot 2 - 2q \left(\frac{2}{2EA} + \frac{2}{2EA} \right) - x \left(\frac{2}{EA} + \frac{2}{2EA} \right)$$

К ва Д нуқталар кўчишларининг йиғиндисини Δ масофага тенглаштирамиз: $\Delta_{\kappa x} + \Delta_{\Delta x} = \Delta$ ёки

$$\begin{aligned} \frac{F_1 2}{2EA} + \alpha \cdot \Delta t \cdot 2 - 2q \left(\frac{2}{2EA} + \frac{2}{2EA} \right) - x \left(\frac{2}{EA} + \frac{2}{2EA} \right) - \frac{2F_3}{EA} - \frac{2F_3}{2EA} - \\ - x \left(\frac{2}{EA} + \frac{2}{2EA} \right) + \frac{2F_2}{2EA} + 2q \left(\frac{2}{2EA} + \frac{2}{2EA} \right) = \Delta \end{aligned}$$

Бу ерда:

$$F_1 + 2EA \cdot \alpha \cdot \Delta t - 4q - 3x - 3F_3 - 3x + F_2 + 4q = \Delta EA$$

ёки

$$-6x + 40 - 120 + 80 + 2 \cdot 2 \cdot 10^8 \cdot 2 \cdot 10^{-4} \cdot 125 \cdot 10^{-7} \cdot 80 = \Delta EA$$

$$6x = 80 - \Delta EA \quad \text{ва} \quad x = \frac{80 - 1 \cdot 10^{-4} \cdot 2 \cdot 10^8 \cdot 2 \cdot 10^{-4}}{6} = \frac{76}{6} \text{ кН}$$

Системанинг ҳар иккала қисмларининг мувозанат шартларидан фойдаланиб С ва Н реакция кучларини топамиз (61-б расм):

$$\sum x = 0; C + F_1 - 2q - x = 0 \quad \text{ёки} \quad C = \frac{316}{6} \text{ кН}$$

$$\sum x = 0; H + x + F_3 - F_2 - 2q = 0 \quad \text{ёки}$$

$$H = -\frac{76}{6} - 40 + 80 + 80 = \frac{644}{6} \text{ кН}$$

Топилган реакция кучларининг тўғри аниқланганлигини текширамиз: $\sum x = C + F_1 - 2q + F_3 - F_2 - 2q + H = 0$ ёки

$$\frac{316}{6} + 40 - 80 + 40 - 80 - 80 + \frac{644}{6} = 0; \quad 960 - 960 = 0.$$

Энди системани оралиқларга бўлиб, ҳар бир поғонадаги ички бўйлама куч N, нормал кучланиш σ , бўйлама деформация Δl ларни топамиз.

I—I қирқим. (С — таянч поғонаси)

$$\Sigma x = C + N_1 = 0 \text{ ёки } N_1 = -\frac{316}{6} \text{ кН (сиқувчи)}$$

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{2A} = -\frac{316}{6 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 10^{-4}} = -13,167 \cdot 10^4, \frac{\text{кН}}{\text{м}^2}$$

x_1 ораликдаги брус С реакция кучи ва Δl ҳароратлар фарқи таъсирида деформацияланади: $\Delta l_1 = \frac{N_1 x_1}{E 2A} + \alpha \cdot \Delta t \cdot x_1$

$$x_1 = 0 \quad \Delta l_1 = 0 \quad \text{ва} \quad x_1 = 2 \text{ м бўлса, } \Delta l_1 = 6,83 \cdot 10^{-4} \text{ м}$$

II — II қирқим. Ажратилган қисмнинг мувозанат шартидан: $\Sigma x = c + N_2 + F_1 - qx_2 = 0$;

$$\text{бўйлама куч: } N_2 = -c - F_1 + qx_2$$

Нормал кучланиш: $\sigma_2 = \frac{N_2}{A}$; бўйлама деформация:

$$\Delta l_2 = \Delta l_1 + \int_0^2 \frac{N_2 dx}{EA} = \Delta l_1 + \int_0^2 \frac{(-c - F_1 + qx_2) dx}{EA} =$$

$$\Delta l_1 - \frac{(c + F_1) x_2}{EA} + q \frac{x_2^2}{2EA};$$

$$x_2 = 0; \quad N_2 = -92,7 \text{ кН}; \quad \sigma_2 = -46,3 \cdot 10^4 \frac{\text{кН}}{\text{м}^2}$$

$$\Delta l_2 = 6,83 \cdot 10^{-4} \text{ м}$$

$$x_2 = 2 \text{ м}; \quad N_2 = -\frac{76}{6} \text{ кН}; \quad \sigma_2 = -6,3 \cdot 10^4 \frac{\text{кН}}{\text{м}^2};$$

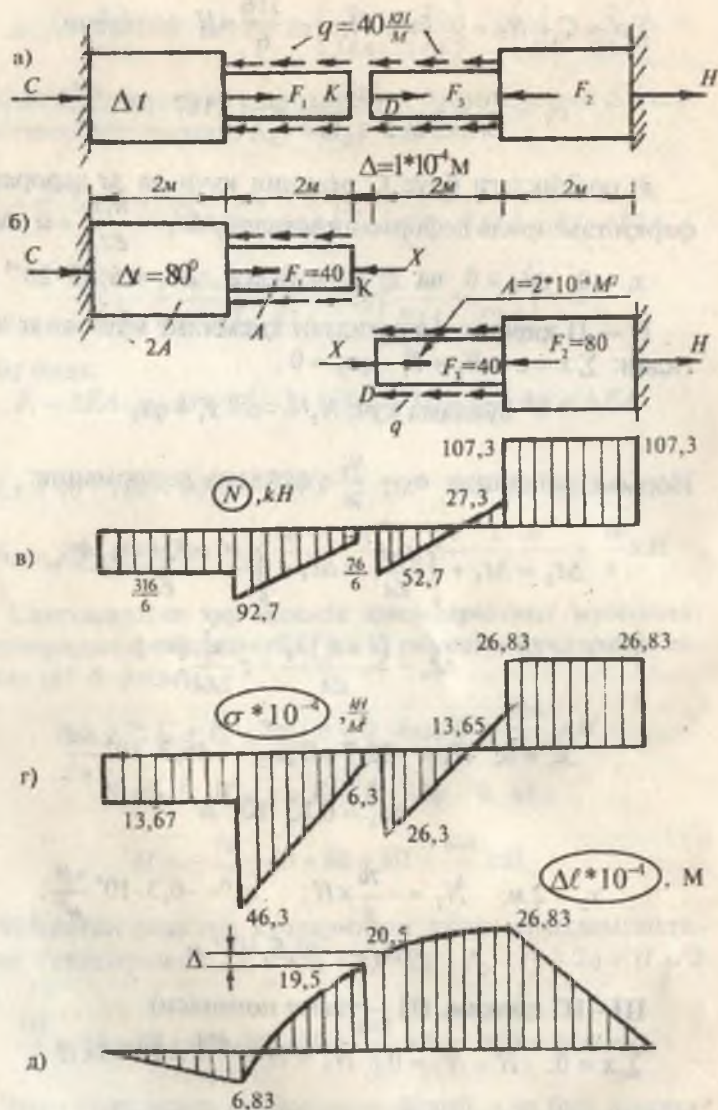
$$\Delta l_2 = -19,5 \cdot 10^{-4} \text{ м}$$

III—III қирқим. (H — таянч поғонаси)

$$\Sigma x = 0; \quad H - N_3 = 0, \quad N_3 = H = \frac{644}{6} = 107,3 \text{ кН}$$

Нормал кучланиш:

$$\sigma_3 = \frac{N_3}{2A} = \frac{644}{6 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 10^{-4}} = 26,83 \cdot 10^4 \frac{\text{кН}}{\text{м}^2}$$



61-рasm.

Бўйлама деформация: $\Delta \ell_3 = \frac{N_3 x_3}{E2A}$

$$x_3 = 0 \quad \text{бўлса,} \quad \Delta \ell_3 = \Delta \ell_{II} = 0$$

$$x_3 = 2 \text{ м} \quad \text{бўлса,} \quad \Delta \ell_3 = 26,83 \cdot 10^{-4} \text{ м}$$

IV-IV қирқим. Ички кучни топамиз:

$$\sum x = -N_4 - qx - F_2 + H = 0$$

Тенгламадан:

$$N_4 = H - F_2 - qx = 107,3 - 80 - qx = 27,3 - 40x$$

Нормал кучланиш: $\sigma_4 = \frac{N_4}{A} = \frac{27,3 - 40x}{A}$

Бўйлама деформация:

$$\begin{aligned} \Delta \ell_4 &= \Delta \ell_3 + \int_0^x \frac{N_4 dx}{EA} = \Delta \ell_3 + \int_0^x \frac{(27,3 - 40x) dx}{EA} = \\ &= \Delta \ell_3 + \frac{27,3x}{EA} - 40 \frac{x^2}{2EA} \end{aligned}$$

$$x_4 = 0; \quad N_4 = 27,3 \text{ кН}; \quad \sigma_2 = 13,65 \cdot 10^4 \frac{\text{кН}}{\text{м}^2}$$

$$\Delta \ell_4 = 26,83 \cdot 10^{-4} \text{ м}$$

$$x_4 = 2 \text{ м} \quad N_4 = -52,7 \text{ кН}; \quad \sigma_4 = -26,3 \cdot 10^4 \frac{\text{кН}}{\text{м}^2}$$

$$\Delta \ell_4 = 20,5 \cdot 10^{-4} \text{ м}$$

Погонали бруснинг К ва Д нуқталари орасида $\Delta = 1 \cdot 10^{-4} \text{ м}$ масофа бор. Погонли брус томонлари тўлиқ кўчишларининг фарқи Δ га тенг бўлиши керак (61-б расм).

$$\Delta = \Delta \ell_4 - \Delta \ell_2 = (20,5 - 19,5) \cdot 10^{-4} = 1 \cdot 10^{-4} \text{ м}$$

10-масала. Пулатдан тайёрланган стержень схемада (62-расм) курсатилганидек F куч билан юкланган. F кучнинг i айси iйматида δ_1 ва δ_2 оралиқлар ёпилади?

$$E_n = 2 \cdot 10^2 \frac{\text{кН}}{\text{мм}^2}$$

Ечиш. С буртиқнинг ҳалқасимон таянчга таяниш ҳолатига тўғри келувчи $F = F_1$ кучни аниқлаймиз. Бунинг учун стерженнинг юқори қисмини $F = F_1$ куч таъсиридан абсолют узайишини δ_1 масофага тенглаштирамиз:

$$\Delta \ell_1 = \frac{F \ell_1}{E_n \cdot A} = \delta_1$$

$$\text{Бу ерда: } F_1 = \frac{\delta_1 E_n A}{\ell_1} = \frac{0,1 \cdot 2 \cdot 10^2 \cdot 100}{600} = 3,33 \text{ кН}$$

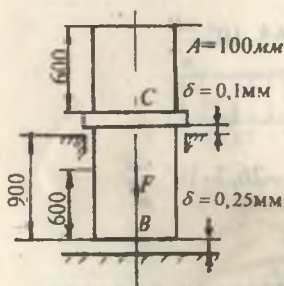
δ_1 масофа ёпилгандан кейин, $F = F_2$ куч таъсирида стерженнинг (900 — 600 мм) узунлиги ортади. Унда стерженнинг учи пастки таянчга таяниши учун

$$\Delta \ell_n = \delta_1 + \frac{F_2 \cdot 300}{E_n \cdot A} = \delta_2$$

масофани босиб ўтади, яъни:

$$\frac{F_2 \cdot 300}{E_n \cdot A} = \delta_2 - \delta_1 = 0,25 - 0,1 = 0,15 \text{ мм}$$

$$\text{ва } F_2 = 10 \text{ кН}$$



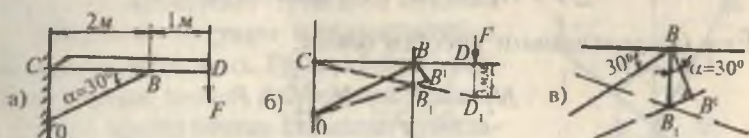
62-расм.

11-масала. СД брус 63-чизмада кўрсатилганидек юкланган ва ОВ ёғочга таянади. Ташқи F куч таъсирида Д нуқта 3 мм пастга кўчади. ОВ ёғоч стерженнинг кўндаланг кесим юзаси ўлчамлари 0,2 × 0,2 метр бўлиб, квадратдир. Ёғоч стерженнинг кесимидаги кучланиш ва F кучнинг қиймати топилинсин.

Ечиш. ОВ ёғоч стерженнинг деформациясини топамиз:

$$\Delta DD_1 C \propto \Delta BB_1 C \text{ дан (63-б расм) } \frac{DD_1}{DC} = \frac{BB_1}{BC} \text{ ёки}$$

$$BB_1 = \frac{DD_1}{DC} \cdot BC = 3 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{2}{3} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ м; } \Delta BB_1 B' \text{ дан (63-в расм)}$$



63-расм.

$$\frac{B_1 B^1}{BB_1} = \sin 30^\circ \text{ ёки } B_1 B^1 = BB_1 \cdot \sin 30^\circ, \quad B_1 B^1 = \frac{N_{OB}}{EA}$$

Ёғоч стерженнинг узайишини ҳисобга олсак,

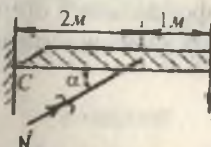
$$B_1 B^1 = \Delta \ell = 2 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{N_{OB}}{EA} \text{ ёки } \frac{N_{OB}}{EA} = 1 \cdot 10^{-3} \text{ м}$$

Тенгламадан ички куч N ни топамиз:

$$N = \frac{1 \cdot 10^{-3} EA}{\ell_{OB}} = \frac{1 \cdot 10^{-3} \cdot 10^7 \cdot 0,2 \cdot 0,2}{2 \cos 30^\circ} = 0,0173 \cdot 10^4 \text{ кН}$$

$$\text{ОВ стержень сиқилади: } \sigma = \frac{N}{A} = -0,433 \cdot 10^4 \frac{\text{кН}}{\text{м}^2}$$

Системанинг мувозанат шартидан фойдаланиб ташқи F кучни топамиз:



$$\sum M_C = F \cdot 3 - N \cdot \sin \alpha \cdot 2 = 0$$

$$F = \frac{2}{3} N \cdot \sin \alpha = \frac{2}{3} \cdot 0,0173 \cdot \frac{10^4}{2} \cdot \frac{1}{2} = 57 \text{ кН}$$

12-масала.

Берилган стерженлар системасидаги C нуқтанинг тўлиқ кўчиши Δ горизонтал Δ_1 ва вертикал кўчишлари Δ_2 топилсин. Узунликлари $\ell_1 = 2,5 \text{ м}$ ва $\ell_2 = 4 \text{ м}$ бўлган стерженларнинг мустаҳкамлиги бир хил, материалларининг эса биринчиси алюминий, иккинчиси пўлат.

Ечиш. Стерженлардаги ички кучларни кесиш усулидан фойдаланиб кўрсатамиз:

$$\sum x = -N_1 \cos 45^\circ + N_2 \cos 60^\circ = 0$$

$$\text{Бу ерда: } N_1 = N_2 \frac{\cos 60^\circ}{\cos 45^\circ} = \frac{N_2}{\sqrt{2}} \quad (\text{а})$$

$$\Sigma y = N_1 \cos 45^\circ + N_2 \cos 30^\circ - F = 0$$

Ёки (а) тенгламани ҳисобга олсак:

$$N_2 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + N_2 \frac{\sqrt{3}}{2} = F$$

Бу ерда: $N_2 = 73, \text{ кН}$ ва $N_1 = 51,8 \text{ кН}$

Биринчи ва иккинчи стерженларнинг мустаҳкамлик шартларидан фойдаланиб кесим юзаларини аниқлаймиз:

$$\sigma^I_{\max} = \frac{N_1}{A_1} \leq [\sigma]$$

Бу ерда:

$$A_1 = \frac{N_1}{[\sigma]} = \frac{51,8}{150 \cdot 10^3} = 0,345 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2$$

$$\sigma^{II}_{\max} = \frac{N_2}{A_2} \leq [\sigma]$$

Бу ерда:

$$A_2 = \frac{N_2}{[\sigma]} = \frac{73}{150 \cdot 10^3} = 0,487 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2$$

Гук қонунидан фойдаланиб стерженларнинг абсолют узайишларини топамиз:

64-расм.

$$\Delta \ell_1 = \frac{N_1 \ell_1}{E_{ac} \cdot A_1} = \frac{51,8 \cdot 2,5}{0,7 \cdot 10^8 \cdot 0,345 \cdot 10^{-3}} = 536,2 \cdot 10^{-5} \text{ м}$$

$$\Delta \ell_2 = \frac{N_2 \ell_2}{E_n \cdot A_2} = \frac{73 \cdot 4}{2 \cdot 10^8 \cdot 0,487 \cdot 10^{-3}} = 299,8 \cdot 10^{-5} \text{ м}$$

С нуқтанинг тулиқ кўчишини қуйидагича топамиз (65-расм). Стерженларнинг абсолют узайишлари $\Delta \ell_1$ ва $\Delta \ell_2$ ларни стерженларни ўқи бўйлаб ҳар хил масштабда жойлаштириб, C_1 ва C_2 нуқталарни ҳосил қиламиз. C_1 ва C_2 нуқталардан CC_1 ва CC_2 ларга перпендикуляр ўтказамиз.

Перпендикулярнинг туташган нуқтаси C_3 билан C нуқтани бирлаштириб Δ йўналишни топамиз. Тулиқ кучиш Δ вертикал чизиқ билан β бурчакни ташкил қилади. Ҳосил бўлган схемадан қуйидаги тенгламани келтириб чиқарамиз:

$$\frac{\Delta \epsilon_1}{\cos(\alpha_1 - \beta)} = \frac{\Delta \epsilon_2}{\cos(\alpha_2 + \beta)}$$

Бу ерда:

$$\cos(\alpha_1 - \beta) = \cos \alpha_1 \cos \beta + \sin \alpha_1 \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha_2 + \beta) = \cos \alpha_2 \cos \beta - \sin \alpha_2 \cdot \sin \beta$$

У ҳолда:
$$\frac{\Delta \epsilon_1}{\Delta \epsilon_2} = \frac{\cos 45^\circ \cos \beta + \sin 45^\circ \cdot \sin \beta}{\cos 30^\circ \cos \beta - \sin 30^\circ \cdot \sin \beta}$$

$$\frac{\Delta \epsilon_1}{\Delta \epsilon_2} = \frac{0,707 + 0,707 \frac{\sin \beta}{\cos \beta}}{0,866 - 0,5 \frac{\sin \beta}{\cos \beta}} = \frac{0,707 + 0,707 \cdot \operatorname{tg} \beta}{0,866 - 0,5 \operatorname{tg} \beta}$$

Бу ерда:

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{0,866 \Delta \epsilon_1 - 0,707 \Delta \epsilon_2}{0,707 \Delta \epsilon_2 + 0,5 \Delta \epsilon_1}; \quad \operatorname{tg} \beta = 0,525; \quad \beta = 27^\circ$$

Схемадан:

$$\Delta = \frac{\Delta \epsilon_1}{\cos(\alpha_1 - \beta)} = \frac{536,2 \cdot 10^{-5}}{\cos(45 - 27)^\circ} = 563,8 \cdot 10^{-5} \text{ м}$$

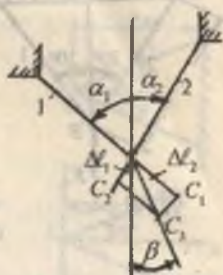
C нуқтанинг горизонтал текисликда кучиши:

$$\Delta_z = \Delta \cdot \sin \beta = 563,8 \cdot 10^{-5} \cdot \sin 27^\circ = 255,7 \cdot 10^{-5} \text{ м}$$

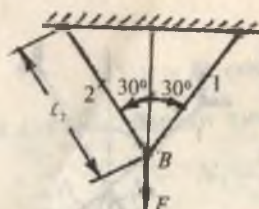
ва вертикал кучиши:

$$\Delta_b = \Delta \cdot \cos \beta = 563,8 \cdot 10^{-5} \cdot \cos 27^\circ = 501,8 \cdot 10^{-5} \text{ м}$$

13-масала. Берилган стерженлар системасидаги B нуқтанинг тулиқ кучишини топинг. Берилган:



65-расм.



66 (a)-расм.

$$l_1 = l_2 = 3 \text{ м}, \quad A_1 = A_2 = 1 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2,$$

$$F = 10 \text{ кН}, \quad E = 1 \cdot 10^8 \frac{\text{кН}}{\text{м}^2}$$

Ечиш. Стерженлардаги ички кучларни топиш учун системанинг мувозанат тенгламаларини тузамиз:

$$\sum x = N_1 \sin 30^\circ - N_2 \sin 30^\circ = 0$$

$$\text{Бу ерда: } N_1 = N_2$$

$$\sum y = N_1 \cos 30^\circ + N_2 \cos 30^\circ - F = 0$$

$N_1 = N_2$ тенгликни ҳисобга олсак,

$$N_1 = \frac{F}{2 \cos 30^\circ} = \frac{10}{2 \cdot 0,866} = 5,77 \text{ кН}$$

F куч таъсиридан стерженлар узаяди, В нуқта B_1 нуқтага кўчади.

Схемадаги $\Delta BB_1B'$ дан

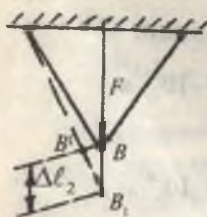
$$\frac{B_1B'}{BB_1} = \cos 30^\circ \text{ ва } BB_1 = \frac{B_1B'}{\cos 30^\circ}$$

$B_1B' = \Delta \ell_2$ — иккинчи стерженнинг абсолют узайишини Гук қонуни орқали ифодалаймиз:

$$\Delta \ell_2 = \frac{N_2 \cdot 3}{EA} = \frac{5,77 \cdot 3}{1 \cdot 10^8 \cdot 1 \cdot 10^{-4}} = 17,31 \cdot 10^{-4} \text{ м}$$

$$\text{У ҳолда: } BB_1 = \Delta = \frac{17,31 \cdot 10^{-4}}{0,866} \approx 20 \cdot 10^{-4} \text{ м}$$

14-масала.



67-расм.

Берилган стерженлар системасидаги С нуқтанинг тўлиқ кўчиши топилин (68-расм).

Берилган:

$$E = 2 \cdot 10^8 \frac{\text{кН}}{\text{м}^2}$$

$$[\sigma]^{II} = 100 \text{ МПа}; [\sigma]^I = 160 \text{ МПа}$$

Биринчи стержень иккита N12 швеллердан, иккинчиси N24 қўштаврдан ташкил топган.

У ҳолда:

$$A_1 = 13,3 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2; \quad A_2 = 34,8 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$$

Ечиш. Системадаги ички кучлар ёрдамида стерженларга қўйилиши мумкин бўлган ташқи F кучни топамиз:

$$\sum x = N_1 \cos 30^\circ + N_2 \cos 30^\circ = 0 \quad (a)$$

$$\sum Y = -F + N_1 \sin 30^\circ - N_2 \sin 30^\circ = 0 \quad (б) \quad 68\text{-расм.}$$

(a) тенгламадан $N_1 = -N_2$ ни ҳисобга олсак,

$$N_1 = -\frac{F}{2 \cdot \sin 30^\circ} = -F$$

Биринчи стерженнинг мустаҳкамлик шартидан фойдаланиб F кучни топамиз:

$$\sigma^I = \frac{N_1}{2A_1} \leq [\sigma]^I \quad \text{ва} \quad N_1 = F = 2 \cdot 13,3 \cdot 10^{-4} \cdot 160 \cdot 10^3 = 425 \text{ кН}$$

Иккинчи стерженнинг мустаҳкамлик шартига кўра F кучни топамиз:

$$\sigma^{II} = \frac{N_2}{A_2} \leq [\sigma]^{II}$$

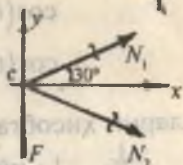
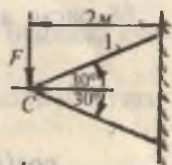
$$\text{У ҳолда: } F = A_2 [\sigma]^{II} = 34,8 \cdot 10^{-4} \cdot 100 \cdot 10^3 = 348 \text{ кН}$$

Системага қўйилиши мумкин бўлган куч $F = 348 \text{ кН}$ ни қабул қиламиз. Стерженларнинг узайишини топамиз:

$$\Delta \ell_1 = \frac{N_1 \ell_1}{E 2A_1} = \frac{348 \cdot 2,31}{2 \cdot 10^8 \cdot 2 \cdot 13,3 \cdot 10^{-4}} = 15,11 \cdot 10^{-4} \text{ м}$$

$$\Delta \ell_2 = \frac{N_2 \ell_2}{E A_2} = \frac{348 \cdot 2,31}{2 \cdot 10^8 \cdot 34,8 \cdot 10^{-4}} = 11,55 \cdot 10^{-4} \text{ м}$$

С нуқтанинг тўлиқ кўчишини топиш учун қўйидаги схемани тузамиз (68-расм, а).



68-расм, а га асосланиб:

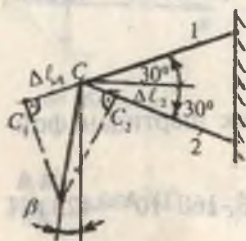
$$\Delta = \frac{\Delta \ell_1}{\cos(60^\circ - \beta)} = \frac{\Delta \ell_2}{\cos(60^\circ + \beta)}$$

$$\cos(60^\circ - \beta) = \cos 60^\circ \cos \beta + \sin 60^\circ \sin \beta$$

$$\cos(60^\circ + \beta) = \cos 60^\circ \cos \beta - \sin 60^\circ \sin \beta$$

ларни ҳисобга олиб, айрим ўзгаришлардан кейин

$$\frac{\Delta \ell_1}{\Delta \ell_2} = \frac{1 + \operatorname{tg} 60^\circ \operatorname{tg} \beta}{1 - \operatorname{tg} 60^\circ \operatorname{tg} \beta} \text{ ни ҳосил қиламиз.}$$



68-а расм.

Бу ерда: $\frac{\Delta \ell_1}{\Delta \ell_2} = \frac{15,11 \cdot 10^{-4}}{11,55 \cdot 10^{-4}} = 1,3$

У ҳолда:

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{0,3}{3,9836} = 0,0753 \quad \text{ва} \quad \beta = 4^\circ 30'$$

С нуқтанинг тўлиқ кучиши:

$$\Delta = \frac{\Delta \ell_1}{\cos(60^\circ - \beta)} = \frac{15,11 \cdot 10^{-4}}{\cos 55^\circ 30'} = 27 \cdot 10^{-4} \text{ м}$$

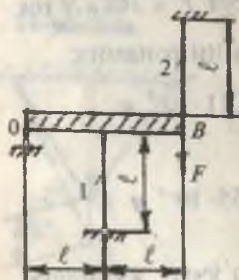
15-масала. Абсолют қаттиқ брус қўзғалувчан шарнирли таянчга таяниш ёрдамида узунлиги $\ell = 1$ м пўлатдан тайёрланган, кесим юзаси $A_1 = A_2 = A = 2 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$ бўлган 1 ва 2 стерженларга маҳкамланган.

1) Системага қўйилиши мумкин бўлган рухсат этилган

$P_{\text{рух}}$ юкнинг стерженлардаги энг катта кучланишни

$$[\sigma] = 160 \text{ мПа га}$$

тенглаштириб топилсин.



69-расм.

2) Оқувчанлик чегарасида $\sigma_{\text{ок}} = 240$ мПа дан фойдаланиб чекли юк $F_{\text{т.к}}$ топилсин. Ташқи F куч таъсирида ОВ брус О шарнир атрофида айланади. Натижада 1-стержень сиқилади, 2-стержень чўзилади.

Ечиш: Кесиш усулидан фойдаланиб ички буйлама кучларни аниқлаймиз (70-расм).

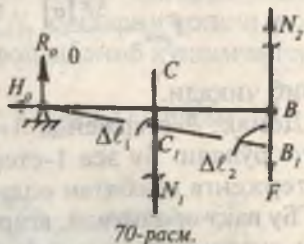
Системанинг мувозанат ҳолатини ифодаловчи статиканинг тенгламаларини тузамиз:

$$\sum x = H_0 = 0 \quad (a)$$

$$\sum y = R_0 + N_1 + N_2 = 0 \quad (б)$$

$$\sum M_0 = -N_1 \cdot \ell - N_2 \cdot 2\ell + F \cdot 2\ell = 0 \quad (в)$$

(а), (б) ва (в) тенгламалардан маълумки, стерженлардаги номаълум (N_1, N_2) ички кучлари ва таянч кесимидаги реакция кучлари (R_0 ва H_0) статиканинг тенгламаларидан қўп экан. Демак, берилган система статик аниқ эмас.



Схемадаги номаълум R_0 ва H_0 реакция кучларини топиш масаланинг шартда курсатилмаган ва умуман R_0 ва H_0 реакциялар ички буйлама кучлар ва стерженлардаги кучланишларга таъсири йўқ. Шунинг учун реакция кучларини топмаймиз.

Системанинг аниқмаслик даражаси: $S = n - 1 = 2 - 1 = 1$

Бу ерда: n — номаълум (N_1 ва N_2) кучлар сони;

1 — статиканинг тенгламалар сони.

Номаълум ички куч N_1 ва N_2 ларни топиш учун системанинг деформациясидан фойдаланиб қўшимча тенглама тузамиз.

ОВ брус тўғрилигича қолиб, F куч таъсирида O нуқта атрофида кичик бурчакка айланади. Натижада C ва B нуқталар F куч йўналишида кўчади ва 1- ва 2-стерженлар тегишлича $\Delta \ell_1$ ва $\Delta \ell_2$ масофага деформацияланади. $\Delta \ell_1$ ва $\Delta \ell_2$ ларни материалнинг пропорционаллик чегарасидан ортиб кетмайди, деб қаралади ва Гук формуласи билан ифодаланади.

Схемада: $\frac{BB_1}{BO} = \frac{CC_1}{CO}$ ёки $\frac{\Delta \ell_2}{2a} = \frac{\Delta \ell_1}{a}$; $\Delta \ell_2 = 2\Delta \ell_1$, агар

$$\Delta \ell_1 = \frac{N_1 \ell}{EA} \quad \text{ва} \quad \Delta \ell_2 = \frac{N_2 \ell}{EA} \quad \text{бўлса,} \quad \frac{N_2 \ell}{EA} = 2 \frac{N_1 \ell}{EA} \quad \text{ёки} \quad N_2 = 2N_1$$

келиб чиқади. $N_2 = 2N_1$ тенгламани мувозанат тенгламаси билан биргаликда ечиб: $N_1 = \frac{F}{5}$ ва $N_2 = \frac{2}{5}F$ ни топамиз. $N_2 > N_1$ бўлганлиги учун $\sigma_2 > \sigma_1$.

Иккинчи стерженнинг мустаҳкамлик шарти:

$$\sigma_2 = \frac{N_2}{A} \leq [\sigma] \text{ ёки } \frac{2F}{5A} \leq [\sigma] \text{ дан}$$

$$F_{\text{пр}} = \frac{5F[\sigma]}{2} = \frac{5 \cdot 2 \cdot 10^{-4} \cdot 160 \cdot 10^3}{2} = 80 \text{ кН}$$

келиб чиқади.

Демак, 2-стерженда 1-стерженга нисбатан кучланиш катта бўлади. Бу эса 1-стерженда оқувчанлик чегарасини 2-стерженга нисбатан олдинроқ бошланишига олиб келади. Бу вақт оралигида, агар кучни кўпайтирсак ҳам 1-стержен кучланиши ўсмайди (катталашмайди) ва система Q ва $N_1 = \sigma_{\text{ок}} \cdot A$ куч билан юкланган статик аниқ системага айланиб қолади. Кучни янада ортигирсак 2-стерженда ҳам оқувчанлик чегараси бошланади: $N_2 = \sigma_{\text{ок}} \cdot A$

Энди N_1 ва N_2 куч ифодаларини мувозанат тенгламасига келтириб қўямиз: $\sigma_{\text{ок}} \cdot A + 2 \cdot \sigma_{\text{ок}} \cdot A = F$ ёки

$$3\sigma_{\text{ок}} A = F$$

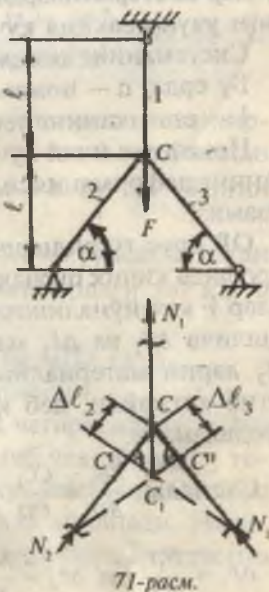
Бу ерда:

$$F = F_{\text{чск}} = 3 \cdot 240 \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot 10^{-4} = 144 \text{ кН}$$

16-масала. Бир хил диаметрли пўлатдан тайёрланган стерженлар схемадагидек (71-рasm) $F = 20 \text{ кН}$ куч билан юкланган. Мустаҳкамлик шартига кўра стерженларнинг диаметрлари топилинсин.

Берилган: $\ell = 1 \text{ м}$, $\alpha = 45^\circ$

$$E = 2 \cdot 10^8 \frac{\text{кН}}{\text{м}^2}; [\sigma] = 160 \text{ МПа}$$



71-рasm.

Ечиш. F куч таъсирида 1-стержень узаяди; 2—3-стерженьлар сиқилади. Текис системада жойлашган кучлар учун статиканинг иккита тенгламаси тўғри келади:

$$\sum x = -N_1 \cos \alpha + N_2 \cos \alpha = 0(a)$$

$$\sum y = N_1 - F + N_2 \sin \alpha + N_3 \sin \alpha = 0(b)$$

Биринчи тенгламадан $N_2 = N_1$ ни иккинчи тенгламага келтириб қўйсак, $N_1 + 2N_2 \sin \alpha = F$ (в) ҳосил бўлади.

Демак, система бир маротаба статик аниқмас экан, (в) тенгламадан номаълум N_1 ва N_2 кучларни топиш учун системанинг деформациясидан фойдаланиб қўшимча тенглама тузамиз.

Тўғри бурчакли учбурчак CC_1C_2 дан (71-расм)

$$\Delta \ell_2 = \Delta \ell_1 \sin \alpha \quad (г)$$

$$\text{Бу ерда: } \Delta \ell_1 = \frac{N_1 \ell_1}{EA} \text{ ва } \Delta \ell_2 = \frac{N_2 \ell_2}{EA}; \ell_1 = \ell; \ell_2 = \frac{2\ell}{\sqrt{2}}.$$

У ҳолда (г) тенглик қуйидаги ҳолатга келади:

$$N_2 = N_1 \frac{\sqrt{2} \cdot \ell}{2\ell} = N_1 \frac{\sqrt{2}}{2} \quad (д)$$

системани деформациясидан ҳосил бўлган қўшимча тенглама бўлиб, уни (в) тенглама билан биргаликда ечиб, N_1 ва N_2 ларни топамиз:

$$N_2 = \frac{F}{3 \cdot \sin \alpha} = \frac{20}{3 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{40}{4,23} \text{ кН} \quad \text{ва}$$

$$N_1 = \frac{N_2}{\sin \alpha} = \frac{40}{4,23 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{80}{5,9643} \text{ кН}$$

Энг катта бўйлама куч ва кучланиш 1-стерженда ҳосил бўлади. Шу стержень учун мустаҳкамлик шартини тузамиз:

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{A} \leq [\sigma] \text{ ёки } \sigma_1 = \frac{N_1 \cdot 4}{\pi \cdot d_1^2} \leq [\sigma]$$

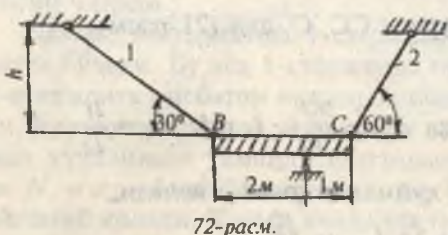
Бу ерда:

$$d_1 = \sqrt{\frac{4N_1}{\pi[\sigma]}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 80}{3,14 \cdot 160 \cdot 10^3 \cdot 5,96}} = 0,0103 \text{ м}$$

17-масала. Кўндаланг кесим юзалари ўзаро тенг бўлган ($A_1 = A_2 = 40 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$) 1- ва 2-стерженлар (72-расм) $\Delta t = 2^\circ$ га қиздирилган. Стерженлардаги кучланишлар топилсин.

Ечиш. Стерженларнинг қиздирилиши натижасида ВС брус О шарнир атрофида айланиб B, C_1 ҳолатга ўгади, 1-стержень N_1 куч таъсирида сиқилади ва Δt ҳарорат таъсирида узаяди, деб қабул қилсак, 2-стержень сиқилади.

R_0 ва H_0 реакцияларнинг таъсирини ҳисобга олмаслик учун системани мувозанат тенгламаси сифатида О шарнирга нисбатан моментлар тенгламасини тузамиз, яъни:



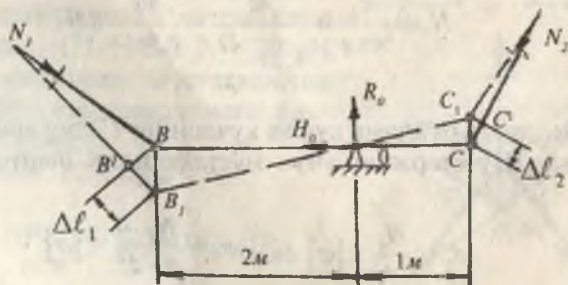
72-расм.

$$\sum M_O = -2N_1 \cos 60^\circ + N_2 \cos 30^\circ = 0$$

ёки

$$N_2 = 2N_1 \frac{\cos 60^\circ}{\cos 30^\circ} = 1,1547N_1 \quad (a)$$

(a) тенгламадан кўринишича, системадаги номаълумлар сони N_1 ва N_2 статиканинг мувозанат шартидан кўп экан. Масала статик ноаниқ.



73-расм.

Масалани ечиш учун қўшимча деформация тенгламасини тузамиз. Схемадан (73-расм) кўринишича, 1- ва 2-стерженларнинг деформациялари қуйидаги нисбатда боғлиқдир:

$$BB_1 = 2CC_1 \quad \text{ёки} \quad \frac{\Delta \ell_1}{\cos 60^\circ} = 2 \frac{\Delta \ell_2}{\cos 30^\circ}$$

Бу ерда: $\Delta \ell_1 = 1,1547 \Delta \ell_2$ (б)

Стерженларнинг деформацияларини Гук қонуни билан ифодалаймиз:

$$\Delta \ell_1 = -\frac{N_1 h}{EA \sin 30^\circ} + \alpha \cdot \Delta t \frac{h}{\sin 30^\circ};$$

$$\Delta \ell_2 = -\left(\frac{N_2 h}{EA \sin 60^\circ} + \alpha \cdot \Delta t \frac{h}{\sin 60^\circ} \right)$$

У ҳолда (б) тенглама қуйидагича ёзилади:

$$\frac{h}{\sin 30^\circ} \left(-\frac{N_1}{EA} + \alpha \cdot \Delta t \right) = 1,1547 \frac{h}{\sin 60^\circ} \left[-\frac{N_2}{EA} - \alpha \cdot \Delta t \right]$$

ёки

$$-\frac{N_1}{EA} + \alpha \cdot \Delta t = 1,1547 \frac{\sin 30^\circ}{\sin 60^\circ} \left(-\frac{N_2}{EA} - \alpha \cdot \Delta t \right)$$

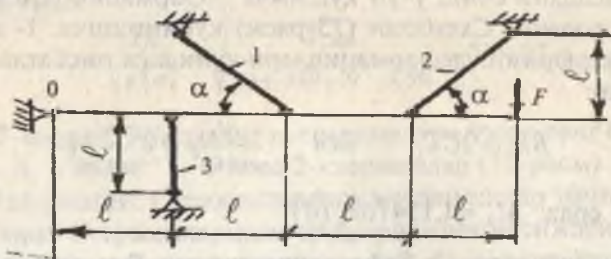
Бу ерда: $-N_1 + 0,6667 N_2 = EA(-0,667 \alpha \cdot \Delta t - \alpha \cdot \Delta t)$

(а) тенгламани ҳисобга олсак, $1,7698 N_1 = 1,667 \alpha EA \Delta t$ ҳосил бўлади, у ҳолда $N_1 = 18834 \text{ кг}$ ва $N_2 = 21747 \text{ кг}$

1-стержендаги кучланиш: $\sigma_1 = \frac{N_1}{A_1} = \frac{18834}{40} = 470 \frac{\text{кг}}{\text{см}^2}$

2-стержендаги кучланиш: $\sigma_2 = \frac{N_2}{A_2} = \frac{21747}{40} = 543 \frac{\text{кг}}{\text{см}^2}$

18-масала. ОД балка кесим юзалари $A = 1 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2$ бўлган пулатдан тайёрланган стерженлар билан боғланган. Системага қўйилиши мумкин бўлган рухсат этилган куч $[F]$ нинг стерженлардаги энг катта кучланишини $[\sigma] = 160 \text{ МПа}$ га тенглаштириб топилсин.



74-рasm.

Оқувчанлик чегарасидаги кучланишдан $\sigma_{ок} = 240$ мПа фойдаланиб чекли юк $F_{чек}$ топилсин:

$$l = 1 \text{ м}; \quad \alpha = 45^\circ; \quad E_1 = E_2 = E_3 = E$$

Ечиш. ОД балка F куч таъсирида О шарнир атрофида айланади, 1- ва 2-стерженларни чўзилишга ва 3-стержень сиқилишга қаршилиқ кўрсатади, деб қабул қиламиз. Стерженларнинг деформациядан кейинги ҳолати ва ҳисоблаш схемаси 75-расмда кўрсатилган.

Системанинг мувозанат ҳолатини ифодаловчи статиканинг тенгламаларини тузамиз:

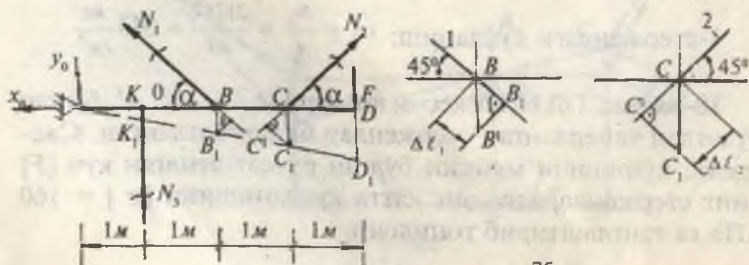
$$\sum x = 0; \quad x_0 - N_1 \cos \alpha + N_2 \cos \alpha = 0 \quad (a)$$

$$\sum y = 0; \quad y_0 + N_3 + N_1 \sin \alpha + N_2 \sin \alpha - F = 0 \quad (б)$$

$$\sum M_0 = 0; \quad 2N_1 \sin \alpha + 3N_2 \sin \alpha + N_3 - 4F = 0 \quad (в)$$

(а), (б) ва (в) тенгламалардан кўринишича, стерженлардаги номаълум ($N_1; N_2; N_3$) ички кучлари ва таянч кесимидаги реакция кучлари ($x_0; y_0$) статиканинг тенгла-

D



75-рasm.

малари сонидан кўп экан. Демак, берилган система статик ноаниқ.

Системанинг аниқмаслик даражасини топамиз:

$$S = n - 3 = 5 - 3 - 2$$

Бу ерда: n — номаълум кучлар сони;

3 — статиканинг тенгламалар сони;

S — системанинг аниқмаслик даражаси.

Система икки маротаба аниқмас. Масалани ечиш учун системанинг геометрик боғланишларидан фойдаланиб иккита қўшимча деформация тенгламаларини тузамиз (75-расм).

Схемадан: $\Delta BB_1O \sim \Delta KK_1O$ ва $\Delta CC_1O \sim \Delta KK_1O$ дан

$$\frac{KK_1}{KO} = \frac{BB_1}{BO} \quad \text{ва} \quad \frac{KK_1}{KO} = \frac{CC_1}{CO} \quad \text{ҳосил қиламиз.}$$

$$\text{Бу ерда: } BB_1 = \frac{BB^I}{\cos \alpha} \quad \text{ва} \quad CC_1 = \frac{CC^I}{\cos \alpha}$$

Схемадан $KK_1 = \Delta \ell_3$; $BB^I = \Delta \ell_1$ ва $CC^I = \Delta \ell_2$ ларни ҳисобга олсак, юқоридаги нисбатлар қуйидагича ёзилади:

$$\frac{\Delta \ell_1}{2 \cos \alpha} = \frac{\Delta \ell_3}{1} \quad \text{ва} \quad \frac{\Delta \ell_2}{3 \cos \alpha} = \frac{\Delta \ell_3}{1} \quad \text{ёки}$$

$$\Delta \ell_1 = 2 \Delta \ell_3 \cos \alpha \quad \text{ва} \quad \Delta \ell_2 = 3 \Delta \ell_3 \cos \alpha \quad (2)$$

(2) қўшимча деформация тенгламаларини Гук қонуни орқали ички кучлар билан ифодалаймиз:

$$\frac{N_1 \ell_1}{E_1 A_1} = 2 \frac{N_3 \ell_3}{E_3 A_3} \cos \alpha \quad \text{ва} \quad \frac{N_2 \ell_2}{E_2 A_2} = 3 \frac{N_3 \ell_3}{E_3 A_3} \cos \alpha \quad (3)$$

Схемадан

$$E_1 = E_2 = E_3 = E; \quad \ell_3 = 1 \text{ м} \quad \text{ва} \quad \ell_1 = \ell_2 = \frac{1}{\cos \alpha} \quad \text{ларни}$$

ҳисобга олсак, айрим ўзгартиришлардан кейин (3) қуйидагича ёзилади:

$$N_1 = 2 N_3 \cos^2 \alpha = N_3 \quad (e)$$

$$N_2 = 3 N_3 \cos^2 \alpha = 1,5 N_3 \quad (ж)$$

(е) ва (ж) тенгламаларини (е) га келтириб қўямиз ва ички кучни топамиз: $N_3 = 0,72F$.

У ҳолда: $N_1 = 0,72F$ ва $N_2 = 1,08F$

Энди ҳар қайси стерженнинг мустаҳкамлик шартини ёзамиз:

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{A_1} = \frac{0,72F}{A} \leq [\sigma]$$

$$\sigma_2 = \frac{N_2}{A_2} = \frac{1,08F}{A} \leq [\sigma]; \quad \sigma_3 = \frac{N_3}{A_3} = \frac{0,72F}{A} \leq [\sigma]$$

Мустаҳкамлик шартига кўра энг катта нормал кучланиш 2-стерженда ҳосил бўлди. Системага қўйилиши мумкин бўлган кучнинг рухсат этилган қиймати:

$$[F] = \frac{A[\sigma]}{1,08} = \frac{1 \cdot 10^{-3} \cdot 160 \cdot 10^3}{1,08} = 148,1 \text{ кН}$$

Учта стерженда ҳам оқувчанлик чегараси бошланиши учун $N_1 = \sigma_{ок} A_1$; $N_2 = \sigma_{ок} A_2$ ва $N_3 = \sigma_{ок} A_3$ шартлар бажарилиши керак. У пайтда (в) тенглама қуйидагича қўринишга келтирилади: $2\sigma_{ок} A \sin \alpha + 3\sigma_{ок} A \sin \alpha + \sigma_{ок} A = 4F$.

Охирги тенгламадан оқувчанлик чегарасига туғри келувчи чекли юк топилади:

$$F_{ок} = \frac{\sigma_{ок} A (1 + 5 \sin \alpha)}{4} = \frac{240 \cdot 10^3 \cdot 1 \cdot 10^{-3} (1 + 5 \cdot 0,7)}{4} = 270 \text{ кН}$$

19-масала. Бикр брус, кўндаланг кесим юзалари $A = 20 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$ бўлган учта стерженларга осилган. Ўрта стержень лойиҳа ўлчамидан $\delta = 0,5 \text{ мм}$ калта тайёрланган. Конструкция йиғилгандан кейин стерженлардаги кучланиш топилсин. Стерженларнинг материаллари бир хил.

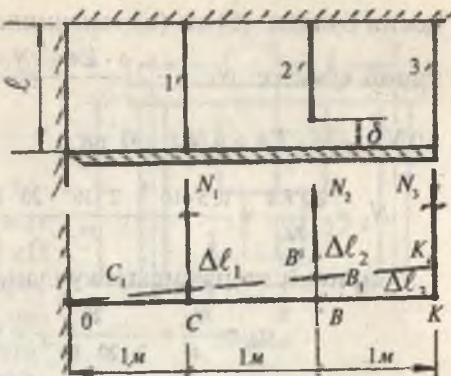
Ечиш. Конструкциядаги δ масофани йўқотиш учун 1-ва 3-стерженларни сиқиш, 2-стерженни чўзиш керак. Натижада учта стерженда ҳам ички бўйлама кучлар ҳосил бўлади. Ички кучларни топиш учун кесиш усулидан фойдаланамиз.

Конструкция ажратилган қисмининг мувозанат ҳолатини қаноатлантирувчи $\sum M_0 = 0$ тенгламани тузамиз.

$$\sum M_0 = N_1 \cdot 1 - N_2 \cdot 2 + N_3 \cdot 3 = 0$$

Битта тенгламада учта N_1 ; N_2 ва N_3 маълум ички кучлар бор экан. Номалумлар сони мувозанат тенгламалар сонидан иккитага кўп.

Шунинг учун танланган масала икки маротаба ноаниқ. Масаланинг аниқмаслик даражасини очиш учун иккита қўшимча деформация тенгла-



76-расм.

маларини тузиш керак (76-расм). Конструкциянинг деформациясини ўрганамиз. 1- ва 3-стерженларнинг сиқилишда, биринчи стержень $CC_1 = \Delta \ell_1 = \frac{N_1 \ell}{EA}$ масофага, учинчи стержень $KK_1 = \Delta \ell_3 = \frac{N_3 \ell}{EA}$ масофага қисқаради. Натижада В нукта B_1 га кўчади. 2-стерженни брус билан туташтириш учун уни $\Delta \ell_2 = \frac{N_2 \ell}{EA}$ масофага узайтириш керак.

Конструкциядаги стерженларнинг деформацияси натижасида учбурчаклар ҳосил бўлади:

$$\Delta KK_1 O \propto \Delta BB_1 O \propto \Delta CC_1 O$$

У ҳолда: $\frac{KK_1}{KO} = \frac{CC_1}{CO}$ ёки $\frac{\Delta \ell_3}{3} = \frac{\Delta \ell_1}{1}$ ва $\Delta \ell_3 = 3\Delta \ell_1$

Бу ерда: $\frac{N_3 \ell}{EA} = 3 \frac{N_1 \ell}{EA}$; $N_3 = 3N_1$ (б)

$$\frac{BB_1}{BO} = \frac{CC_1}{CO} \quad \frac{\delta - \Delta\ell_2}{2} = \Delta\ell_1 \quad \text{ва} \quad \delta - \Delta\ell_2 = 2\Delta\ell_1$$

$$\text{Бу ерда: } \delta - \frac{N_2 \ell}{EA} = 2 \frac{N_1 \ell}{EA} \quad \text{ва} \quad N_2 = \frac{\delta EA - 2N_1 \ell}{\ell} \quad (\text{в})$$

ҳосил бўлади. (б) ва (в) тенгликларни (а) тенгламага келтириб қўямиз: $N_1 \cdot 1 - 2 \frac{\delta \cdot EA - 2N_1 \ell}{\ell} + 9N_1 = 0$;

$$10N_1 \ell - 2\delta \cdot EA + 4N_1 \ell = 0 \quad \text{ва}$$

$$N_1 = \frac{\delta \cdot EA}{7\ell} = \frac{0,5 \cdot 10^{-4} \cdot 2 \cdot 10^8 \cdot 20 \cdot 10^{-4}}{7} = \frac{20}{7} \text{ кН}$$

Биринчи стержендаги кучланиш:

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{A} = \frac{20}{7 \cdot 20 \cdot 10^{-4}} = 0,143 \cdot 10^4 \frac{\text{кН}}{\text{м}^2}$$

$$(\text{в}) \text{ тенгликдан } N_2 \text{ ни топамиз: } N_2 = \frac{100}{7} \text{ кН}$$

Иккинчи стержендаги кучланиш:

$$\sigma_2 = \frac{N_2}{A} = \frac{100}{7 \cdot 20 \cdot 10^{-4}} = 0,715 \cdot 10^4 \frac{\text{кН}}{\text{м}^2}$$

$$(\text{б}) \text{ тенгликдан } N_3 \text{ ни топамиз: } N_3 = \frac{60}{7} \text{ кН}$$

$$\text{Кучланиш: } \sigma_3 = \frac{N_3}{A} = \frac{60}{7 \cdot 20 \cdot 10^{-4}} = 0,429 \cdot 10^4 \frac{\text{кН}}{\text{м}^2}$$

20-масала. Поғонали брус кесим юзаси А ва асоси қўзғалмас бўлган пулатдан тайёрланган иккита стерженларга бикр маҳкамланган:

1) қўзғалмас таянч билан поғонали бруслар орасидаги масофа $\Delta = 1 \cdot 10^{-4} \text{ м}$ куч қанча қийматида ёпилади;

2) урта стерженнинг пастки асосидаги реакция кучи В берилган куч Н орқали аниқлансин ва бўйлама куч N эпюраси қурилсин.

Ечиш. Биринчи саволга жавоб бериш учун поғонали брусни Н кучдан деформациясини Δ масофага тенглаштирамиз (77-расм).

$$\Delta = \frac{HC}{4EA} + \frac{HC}{4EA} + \frac{HC}{2EA} + \frac{H2C}{EA} = \frac{3HC}{EA} \quad (a)$$

$$\Delta = \frac{3H}{2 \cdot 10^8 \cdot 2 \cdot 10^{-3}} \quad \text{ёки} \quad H = \frac{40}{3} \kappa H$$

Бу ерда: $E = 2 \cdot 10^8 \frac{\kappa H}{\text{м}^2}$ ва

$$A = 2 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2$$

(а) тенглама асосида топилган H куч масаланинг шартида берилган $H = 50 \kappa H$ кучдан кичик. Демак, брус билан таянч оралигидаги масофа ёпилади. Масофа ёпилишини аниқлаш учун берилган $H = 50 \kappa H$ куч таъсирида (а) тенглама асосида топилган поғонали бруснинг тўлиқ деформацияси Δ_k ни $\Delta = 1 \cdot 10^{-4} \text{ м}$ билан таққослаймиз:

$$\Delta_k = \frac{3HC}{EA} = \frac{3 \cdot 50 \cdot 1}{2 \cdot 10^8 \cdot 2 \cdot 10^{-3}} = 3,75 \cdot 10^{-4} \text{ м} \quad \text{ёки} \quad \Delta_k > \Delta$$

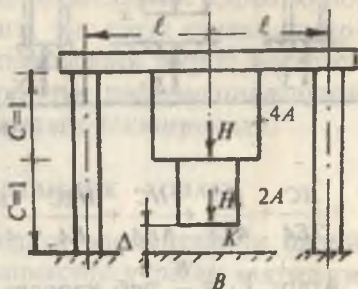
Демак, Δ масофа ёпилади. Бруснинг K кесими B таянчга келиб таянади. Системани ҳисоблаш схемаси 78-расмда кўрсатилган. Реакция кучлари Y_A ва B ларни системанинг мувозанат шартидан топамиз:

$$\sum Y = 2Y_A + B - 2H = 0 \quad (б)$$

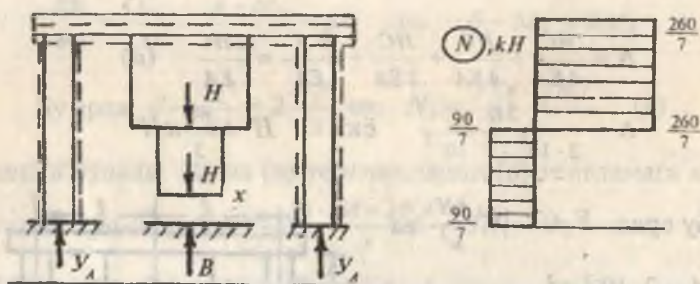
(б) тенгламадан кўринишича, системада номаълум реакция кучлари статикани мувозанат тенгламасидан иккитага куп. Демак, система бир маротаба статик аниқмас экан.

Номаълум Y_A ва B реакция кучларини топиш учун (б) тенглама ёнига қўшимча деформация тенгламасини тузишимиз керак.

Бунинг учун икки поғонали брусни ва иккита четки стерженлардан биттасини берилган H кучдан деформациясини реакция кучлари таъсиридаги деформацияга тенглаштирамиз:



77-расм.



78-рasm.

$$\frac{HC}{2EA} + \frac{HC}{4EA} + \frac{HC}{4EA} + \frac{H2C}{EA} - \frac{BC}{4EA} - \frac{BC}{E2A} - \frac{Y_A 2C}{EA} = \Delta \quad (6)$$

Агар, $Y_A = \frac{B}{2}$ деб қаралса, (в) тенгламани

$$12HC - 7BC = 4\Delta EA \text{ кўринишга келтирамиз.}$$

Бу ерда:

$$B = \frac{12HC - 4\Delta EA}{7C} = \frac{12 \cdot 50 \cdot 1 - 4 \cdot 10^{-4} \cdot 2 \cdot 10^8 \cdot 2 \cdot 10^{-3}}{7 \cdot 1} = \frac{440}{7} \text{ кН}$$

В реакция кучини (б) тенгламага келтириб, Y_A реакция кучини топамиз:

$$Y_A = \frac{2H - B}{2} = H - \frac{B}{2} = 50 - \frac{440}{2 \cdot 7} = \frac{130}{7} \text{ кН}$$

Поғонали брусни оралиқларга бўлиб, ички бўйлама куч N ни топамиз:

$$1-1 \text{ қирқим. } \sum Y = N_1 - H + B = 0 \text{ ёки}$$

$$N_1 = H - B = 50 - \frac{440}{7} = -\frac{90}{7} \quad (\text{сиқувчи куч})$$

$$2-2 \text{ қирқим. } \sum Y = N_2 - 2H + B = 0$$

$$N_2 = 2H - B = 2 \cdot 50 - \frac{440}{7} = \frac{260}{7} \text{ кН} \quad (\text{чўзувчи куч})$$

III БОБ

КУЧЛАНГАНЛИК ҲОЛАТЛАРИ ВА МУСТАҲКАМЛИК НАЗАРИЯЛАРИ

Кучларнинг таъсир қилиш ҳолатларига қараб конструкция ёки иншоот қисмидаги энг катта кучланишларни ва улар пайдо бўладиган юзачаларни топиш масаласи мураккаброқ. Бу масалани ечиш учун деформацияланувчи жисм нуқтасидаги кучланиш ҳолати текширилади.

3.1. ЧИЗИҚЛИ КУЧЛАНГАНЛИК ҲОЛАТИ

Чизиқли кучланганлик ҳолати элементларни оддий чўзилиш ва сиқилиш деформациясига учраган вақтидаги кўндаланг кесими юзасига қия жойлашган юзларидаги кучланишларнинг тарқалиш қонуниятини ўрганади.

Ғ куч таъсирида чўзилаётган брусни m -е кўндаланг кесим юзасидаги кучланиш $\sigma = \frac{F}{A}$ формула билан топилишини кўриб ўтган эдик. Энди брусни m -е кўндаланг кесим юзасига қия ҳисобланган m - n юзасидаги кучланишни аниқлайлик.

m - n текисликнинг қиялиги брус ўқи ва n_α нормали орасидаги ўткир бурчак α билан аниқланади. Кесиш услуби орқали ажратиб

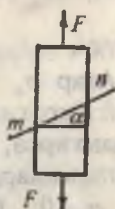
олинган кесимни қия юзасида P_α кучланиш тенг тарқалади ва $P_\alpha = \frac{F}{A_\alpha} = \frac{F}{A} \cos \alpha = \sigma_0 \cos \alpha$

формула билан топилади. P_α нинг қия текислик нормали ва m - n кесим текислигига проекциялаб.

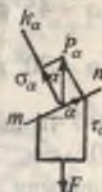
$$\sigma_\alpha = P_\alpha \cos \alpha = \sigma_0 \cos^2 \alpha \quad (3.1)$$

$$\tau_\alpha = P_\alpha \sin \alpha = \frac{\sigma_0}{2} \sin 2\alpha \quad (3.2)$$

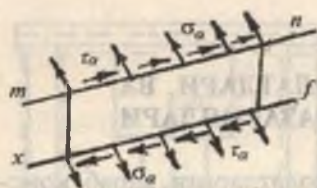
қия текисликнинг нормал σ_α ва уринма τ_α кучланишларни топамиз.



79-расм.

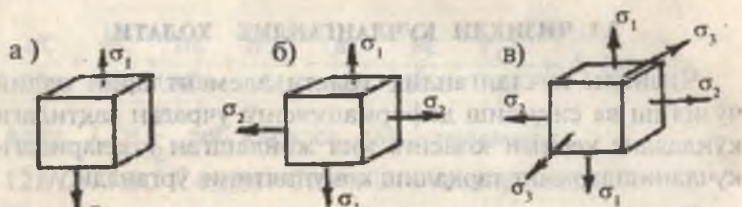


80-расм.



Бруснинг m - n қия текислигига параллел бўлган $e - f$ чизиқ билан кесиб, бу қия юзада ҳам нормал ва уринма кучланишларнинг ҳосил бўлишини кўрамиз.

σ_α нормал кучланиш таъсирида m - n ва $e - f$ қия кесим юзалари орасидаги масофа узаяди; τ_α уринма кучланиши таъсирида эса силжиш деформацияси ҳосил бўлади.



81-расм.

Агар σ_α чузувчи бўлса, ишораси — мусбат; τ_α бруснинг ажратилган қисмини соат стрелкаси йўналиши бўйлаб айлантурса, ишораси — мусбат деб қаралади. (3.1) ва (3.2) тенгламалардан:

$$\alpha = 0 \quad \text{бўлса,} \quad \tau_\alpha = 0 \quad \text{ва} \quad \sigma_\alpha = \sigma_0$$

$$\alpha = 45^\circ \quad \text{да} \quad \tau_\alpha = \frac{\sigma_0}{2} \quad \text{ва} \quad \sigma_\alpha = \frac{\sigma_0}{2}$$

$$\alpha = 90^\circ \quad \text{да} \quad \tau_\alpha = 0 \quad \text{ва} \quad \sigma_\alpha = 0$$

келиб чиқади.

Демак, 1) брус ўқиға перпендикуляр ва параллел кесимларида $\tau_\alpha = 0$ бўлар экан. Шунинг учун бу юзалар бош юзалар дейилади; 2) брус ўқиға параллел юзаларида $\sigma_\alpha = 0$; $\tau_\alpha = 0$ бўлади, яъни σ ва τ ташқи кучга боғлиқ бўлмайди.

Бош юзаларга қўйилган кучланишлар бош кучланишлар бўлади. Кучланганлик ҳолатларини σ_1 ; σ_2 ва σ_3 ларнинг қиймати нолдан фарқли бўлишига қараб аниқланиши мумкин (81-расм):

1) Агар, бош кучланишлардан биттаси нолдан фарқли, қолган иккитаси нолга тенг бўлса — чизиқли кучланганлик ҳолати (81-а расм) оддий чузилишда: $\sigma_1 = \sigma_0; \sigma_2 = \sigma_3 = 0$ ва сиқилишда $\sigma_1 = \sigma_2 = 0; \sigma_3 = -\sigma_0$ бўлади.

2) Агар, иккита бош кучланишлар нолдан фарқли ва биттаси нолга тенг бўлса — текис кучланганлик ҳолати (81-б расм).

3) Агар, учта бош кучланишлар ҳам нолдан фарқли бўлса — ҳажмий кучланганлик ҳолати бўлади (81-в расм)

4) $\sigma_1; \sigma_2; \sigma_3$ лар бош кучланишлар ва $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ деб қабул қиламиз.

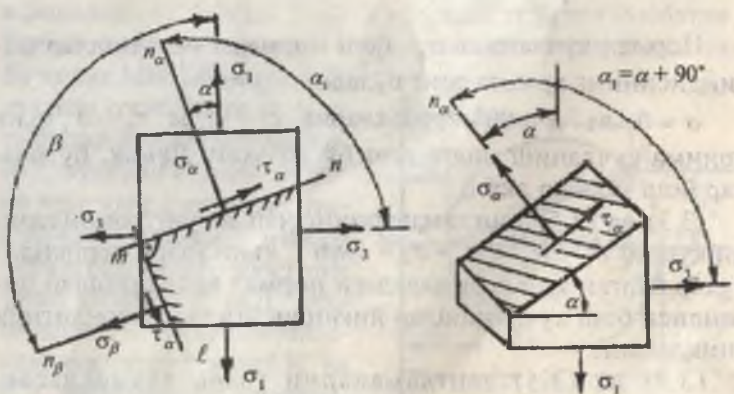
3.2. ТЕКИС КУЧЛАНГАНЛИК ҲОЛАТИ

Текис кучланганлик ҳолати қия кесимдаги кучланиш (3.1) ва (3.2) формулаларга асосланиб топилади.

Бруснинг m -н қия кесимидаги нормал σ_α ва уринма τ_α кучланишларини топамиз:

$$\sigma_\alpha = \sigma_1 \cos^2 \alpha + \sigma_3 \cos^2 \alpha_1 = \sigma_1 \cos^2 \alpha + \sigma_3 \cos^2 (\alpha + 90^\circ)$$

$$\text{ёки} \quad \sigma_\alpha = \sigma_1 \cos^2 \alpha + \sigma_3 \sin^2 \alpha \quad (3.3)$$



82-расм.

$$\tau_{\alpha} = \frac{\sigma_1}{2} \sin 2\alpha + \frac{\sigma_3}{2} \sin 2\alpha_1 = \frac{\sigma_1}{2} \sin 2\alpha + \frac{\sigma_3}{2} \sin 2(\alpha + 90^\circ)$$

$$\text{ёки} \quad \tau_{\alpha} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \sin 2\alpha \quad (3.4)$$

Агар, m - n қия кесимиға перпендикуляр ҳолатдаги бруснинг иккинчи m -е қия кесимини танлаб олсак, бу қия кесимдаги σ_{β} ва τ_{β} кучланишлари (3.3) ва (3.4) формулалар асосида топилади.

$$\sigma_{\beta} = \sigma_1 \cos^2 \beta + \sigma_3 \sin^2 \beta = \sigma_1 \cos^2 (\alpha + 90^\circ) + \sigma_3 \sin^2 (\alpha + 90^\circ)$$

$$\text{ёки} \quad \sigma_{\beta} = \sigma_1 \sin^2 \alpha + \sigma_3 \cos^2 \alpha \quad (3.5)$$

$$\tau_{\beta} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \sin 2\beta = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \sin 2(\alpha + 90^\circ)$$

$$\text{ёки} \quad \tau_{\beta} = -\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \sin 2\alpha \quad (3.6)$$

(3.3), (3.4), (3.5) ва (3.6) формулалардан кўриниб турбидики, қия кесимларининг нормал ва уринма кучланишлари α бурчакнинг ўзгаришига боғлиқ экан. Қия кесимнинг оғиш бурчаги $\alpha = 45^\circ$ да уринма кучланиш максимал қийматга эришади, яъни:

$$\tau_{\alpha} = \tau_{\max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \quad (3.7)$$

Нормал кучланиш σ_{α} бош нормал кучланишлар йиғиндисининг ярмига тенг бўлади: $\sigma_{\alpha} = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2}$

$\alpha = 0$ ва $\alpha = 90^\circ$ бурчакларда $\tau_{\alpha} = 0$ ва $\tau_{\beta} = 0$, яъни уринма кучланиш нолга тенг бўлар экан. Демак, бу юзалар бош юзалар экан.

(3.3) ва (3.5) тенгламаларнинг чап ва ўнг томонларини қўшиб $\sigma_{\alpha} + \sigma_{\beta} = \sigma_1 + \sigma_3 = \text{const}$, яъни ўзаро перпендикуляр бўлган қия кесимлардаги нормал кучланишлар йиғиндиси бош кучланишлар йиғиндисига тенг эканлигини аниқлаймиз.

(3.4) ва (3.5) тенгламаларни ўзаро таққосласак, $\tau_{\alpha} = -\tau_{\beta}$, ўзаро перпендикуляр жойлашган қия кесимлар-

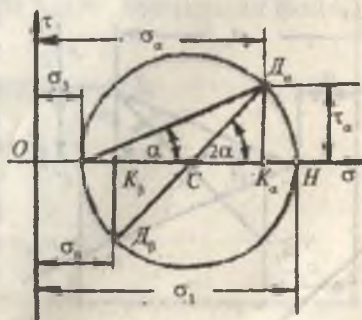
даги уринма кучланишлар бир-бирига тенг ва ишораси ҳар хил бўлишини кўрамиз. $\tau_a = -\tau_b$ уринма кучланишларнинг жуфтлик аломати дейилади.

3.3. КУЧЛАНИШЛАРНИ ГРАФИК УСУЛДА ТОПИШ

Берилган бош нормал кучланишлар орқали текис кучланганлик ҳолатидаги кубикни қия кесимидаги нормал σ_a ва уринма τ_a кучланишларни Мор доирасини (кучланишлар доираси) қуриш билан график усулда ҳам топиш мумкин. Бу усулни масалада кўрамиз. σ_1 ва σ_3 бош нормал кучланишлар берилган бўлсин (83-рasm, а). сот координата ўқларини танлаб, σ_1 ва σ_3 бош нормал кучланишларнинг қийматларини бир хил масштабда σ — ўқида $OH = \sigma_1$ ва $OB = \sigma_3$ масофада жойлаштирамиз.

У ҳолда Мор доирасининг маркази координата боши О нуқтадан $OC = \frac{OH + OB}{2} = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2}$ масофада жойлашади. Ҳосил бўлган С нуқтадан радиуси (83-рasm, а) $R = CH = CB = \frac{OH - OB}{2} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}$ бўлган доира чизамиз. Қия кесимни σ_a — нормал ва τ_a — уринма кучланишлари Мор доирасида жойлашиб, қия кесимни жойлашиши α бурчагига боғлиқ равишда ўзгаради. σ_a ва τ_a кучланишларни аниқлаш учун қия кесимнинг ҳолатини Мор доирасида ифодалаймиз. Бунинг учун В нуқтадан σ ўқиға нисбатан τ ўқини мусбат томонида α бурчак остида чизик ўтказамиз.

Бу чизик Мор доирасини D_a нуқтада кесиб ўтади. D_a нуқта билан доиранинг маркази С нуқтани бирлаштирувчи чизикни доиранинг иккинчи қисми билан туташтириб D_b нуқтани ҳосил қиламиз. D_a ва D_b нуқталардан σ ўқиға перпендикуляр чизик ўтказиб K_a ва K_b нуқталарни топамиз. Кучланишлар масштабига



83-рasm, а.

асосан $OK_a = \sigma_3$; $KD_a = \tau_a$; $OK_\beta = \sigma_\beta$ ва $KD_\beta = \tau_\beta$ кучланишларини аниқлайди.

σ_1 ва σ_3 бош нормал кучланишлар чузувчи бўлса, Мор доираси σ_1 ўқининг мусбат томонида жойлашади.

Ҳақиқатан ҳам $\sigma_a = OK_a$ эканлигини исботлаймиз:

$$OK_a = OB + BC + CK$$

Лекин:

$$OB = \sigma_3; \quad CB = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}$$

$$\text{ва} \quad CK_a = CD_a \cos 2\alpha \quad (\text{бу ерда} \quad CB = CD_a)$$

У ҳолда:

$$\begin{aligned} OK_a &= \sigma_3 + \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} + \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \cos 2\alpha = \sigma_3 + \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} (1 + \cos 2\alpha) = \\ &= \sigma_3 + (\sigma_1 - \sigma_3) \frac{1}{2} \cdot 2 \cos^2 \alpha = \sigma_3 + \sigma_1 \cos^2 \alpha - \sigma_3 \cos^2 \alpha = \\ &= \sigma_1 \cos^2 \alpha + \sigma_3 (1 - \cos^2 \alpha); \quad \sigma_a = \sigma_1 \cos^2 \alpha + \sigma_3 \sin^2 \alpha \end{aligned}$$

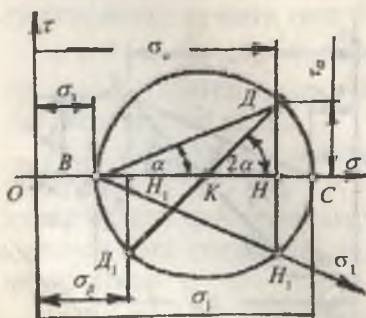
Мор доирасидаги учбурчак $CD_a K_a$ дан:

$$\frac{D_a K_a}{CD_a} = \sin 2\alpha \quad \text{ёки} \quad D_a K_a = \tau_a = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \sin 2\alpha$$

Агар қия кесимнинг ҳолати ва ундаги $\sigma_a; \sigma_\beta; \tau_a = -\tau_\beta$ кучланишлар берилган бўлса, кубикка таъсир қиладиган

бош кучланишларни ва уларнинг йўналишини топиш мумкин. Бундай тескари масалани ҳам Мор доирасини қуриш (83-расм, б) усули билан ечилади. Бунинг учун $\sigma \cdot o \cdot \tau$ координата ўқларига маълум масштабда $\sigma_a; \sigma_\beta$ ва τ_a кучланишлар жойлаштирилади (83-расм, б).

Д ва D_1 нуқталарни бирлаштириб кучланишлар дои-



83-расм, б.

расининг маркази К нуқтани топамиз. ДК ва Д₁К радиуслар билан чизилган доира σ ўқини С ва В нуқталарда кесиб ўтади. Кучланишлар масштабида $OC = \sigma_1$ ва $OB = \sigma_3$. Мор доирасини қуришда қуйидаги белгилашлардан фойдаландик:

$$\sigma_\alpha = OH; \sigma_\beta = OH_1; HD = \tau; H_1D_1 = \tau_\beta$$

83-б расмдаги чизмадан қуйидаги масофаларни топамиз:

$$OC = OK + KC \text{ ва}$$

$$OB = OK - KB$$

Бу ерда:

$$OK = \frac{OH + OH_1}{2} = \frac{\sigma_\alpha + \sigma_\beta}{2} \quad \text{ва}$$

$$KC = KB = KD = \sqrt{(KH)^2 + (HD)^2} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_\alpha - \sigma_\beta}{2}\right)^2 + \tau_\alpha^2}$$

Демак,

$$\begin{aligned} OC = \sigma_1 &= \left\{ \begin{aligned} &= \frac{\sigma_\alpha + \sigma_\beta}{2} \pm \sqrt{\frac{(\sigma_\alpha - \sigma_\beta)^2}{4} + \tau_\alpha^2} \\ OB = \sigma_3 &= \end{aligned} \right. \\ \sigma_{1,3} &= \frac{1}{2} \left[(\sigma_\alpha + \sigma_\beta) \pm \sqrt{(\sigma_\alpha - \sigma_\beta)^2 + 4\tau_\alpha^2} \right] \end{aligned} \quad (3.8)$$

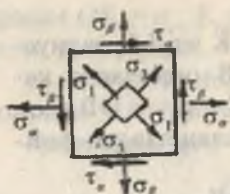
Бош нормал кучланиш $\sigma_1; \sigma_3$ ларнинг йўналишларини топиш учун Мор доирасидаги КНН' бурчагидан фойдаланамиз:

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{HD}{KH}; \quad \operatorname{tg} 2\alpha = -\frac{2\tau_\alpha}{\sigma_\alpha - \sigma_\beta} \quad (3.9)$$

ёки бурчак BHH' дан:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{HD}{BH} = -\frac{\tau_\alpha}{\sigma_\alpha - \sigma_3}$$

α бурчак мусбат бўлса, уни абсцисса ўқидан соат стрелкасининг йўналишига қарама-қарши томонга жойлаштирилади; манфий бўлса, тескари йўналишда жойлаштирилади.

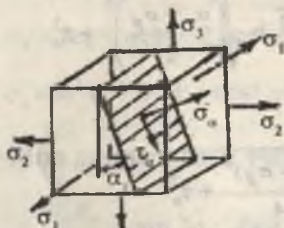


84-расм.

α бурчакнинг қийматига боғлиқ равишда σ_1 ва σ_3 бош нормал кучланишлар қўйилиши керак бўлган бош юзаларнинг ҳолатлари, оғиш бурчаклари топилади (84-расм).

3.4. ҲАЖМИЙ КУЧЛАНГАНЛИК ҲОЛАТИ

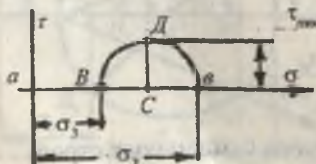
Ҳажмий кучланганлик ҳолатидаги элементнинг қия кесимидаги кучланишни топиш учун (85-расм) қия юзанинг бош кучланишларидан бирортасининг йўналишига параллел қилиб олинади, бу юзадаги нормал ва уринма кучланишлар қолган иккита бош кучланишга боғлиқ бўлиб қолади.



85-расм.

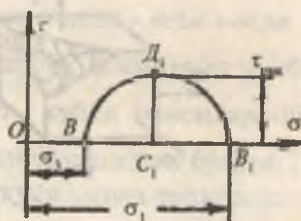
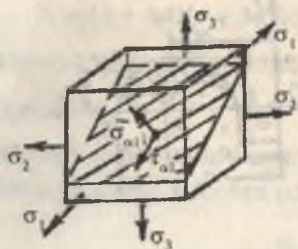
Масалан, қия кесимни σ_1 бош нормал кучланишига параллел қилиб оламиз. Демак, штрихланган қия юзадаги σ_{a1} ва τ_{a1} лар фақат σ_2 ва σ_3 бош нормал кучланишларга боғлиқ экан. σ_1 бош нормал кучланиш таъсиридаги нормал ва уринма кучланишлар нолга тенг бўлади.

Демак, ҳажмий кучланганлик ҳолатида бўлган кубикдан ажратилган қия текислик текис кучланганлик ҳолатида бўлар экан. Қия кесимдаги нормал кучланиш σ_{a1} ва уринма кучланиш τ_{a1} ларни топиш учун Мор доирасидан фойдаланамиз. (86-расм) координата системасида σ_2 ва σ_3 бош нормал кучланишларни жойлаштирамиз ва кучланишлар доирасини қурамиз.

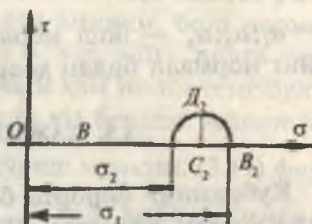
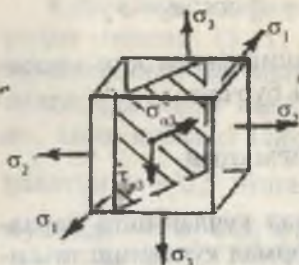


86-расм.

Биз қидираётган σ_{a1} ва τ_{a1} кучланиш ВВ₁ нуқталар билан чегараланган доира ичида жойлашади. Уринма кучланишнинг максимал қиймати кучланишлар доирасининг радиусига тенг бўлади, яъни:



87-расм.



88-расм.

$$\tau_{2 \max} = \frac{\sigma_2 - \sigma_3}{2}$$

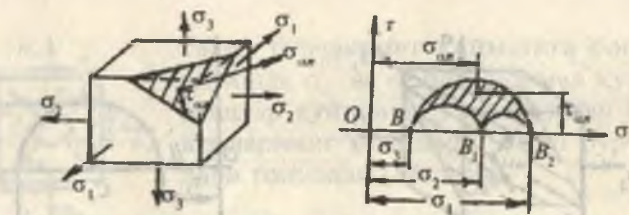
Шу усулда қия кесимни навбати билан σ_2 ва σ_3 бош нормал кучланишларга паралтел қилиб оламиз ва нормал ва уринма кучланишларни топамиз.

Қия кесимдаги $\sigma_{\alpha 2}$ ва $\tau_{\alpha 2}$ кучланишлар фақат σ_1 ва σ_3 бош нормал кучланишларга боғлиқ. Энг катта уринма кучланиш:

$$\tau_{1 \max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}$$

Қия кесимнинг шундай ҳолатини танлаш мумкинки, бунда қия кесим ҳамма бош нормал кучланишларнинг йўналишини кесиб ўтади (89-расм). $\sigma_{\alpha n}$ ва $\tau_{\alpha n}$ кучланишлар Мор доираси билан чегараланган эгри чизикли мураккаб юзада жойлашади ва қуйидаги формула билан топилади:

$$\sigma_{\alpha} = \sigma_1 \cos^2 \alpha_1 + \sigma_2 \cos^2 \alpha_2 + \sigma_3 \cos^2 \alpha_3$$



89-расм.

$$\tau_a = \sqrt{\sigma_1^2 \cos^2 \alpha_1 + \sigma_2^2 \cos^2 \alpha_2 + \sigma_3^2 \cos^2 \alpha_3 - \sigma_a^2}$$

$\alpha_1; \alpha_2; \alpha_3$ — бош нормал кучланишларни қия кесимнинг нормали билан ҳосил қилган бурчаги.

3.5. ҲАЖМИЙ ДЕФОРМАЦИЯ

Кубикнинг бирорта бош нормал кучланишга параллел қирраси чўзилади. Шу бош нормал кучланиш таъсирида кубикнинг қолган қирралари сиқилади. Натижада, битта қирранинг деформацияси мураккаб бўлиб, бир йўналишда чўзилишдан ва иккита йўналишда сиқилишдан иборатдир.

Ҳажмий кучланганлик ҳолатида элементнинг деформацияси Гукнинг умумлашган қонуни бўйича топилади:

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{E} [\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3)]$$

$$\varepsilon_2 = \frac{1}{E} [\sigma_2 - \mu(\sigma_1 + \sigma_3)] \quad (3.10)$$

$$\varepsilon_3 = \frac{1}{E} [\sigma_3 - \mu(\sigma_1 + \sigma_2)]$$

(3.10) формуладан чизиқли ва текис кучланганлик ҳолатларидаги элементларнинг деформациясини топишда фойдаланиш мумкин.

Бошланғич ҳажми $V_0 = a \cdot b \cdot c$ бўлган кубикнинг деформациясидан кейинги ҳажми:

$$V_1 = (a + \Delta a)(b + \Delta b)(c + \Delta c) = abc + a\Delta b c + b\Delta a c + a c \Delta b$$

формула билан топилади. Унда кубик ҳажмининг нисбий ўзгариши $\varepsilon_0 = \frac{V_1 - V_0}{V_0} = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3$ кубик томонларининг нисбий деформацияларининг йиғиндисига тенг бўлади. Гук формуласини ҳисобга олсак, ε_0 қуйидагича топилади:

$$\varepsilon_0 = \frac{1-2\mu}{E} (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) \quad (3.11)$$

Кубикнинг деформацияда ҳажми ёки шакли ўзгариши мумкин. (3.11) формуладан аниқки, бош нормал кучланишлар йиғиндиси ($\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 = 0$) нолга тенг бўлса, ҳажмнинг нисбий ўзгариши ҳам нолга тенг бўлади, яъни кубикда шакл ўзгариши юз беради. Айнан шу ҳолатни $\mu = 0,5$ бўлганда ҳам кўриш мумкин. (3.11) фор-

муладан: $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = \sigma_{yp}$ деб қабул қилсак, $\varepsilon_0 = \frac{1-2\mu}{E} \cdot 3\sigma_{yp}$ ҳосил бўлади.

Бу срд: $\frac{1}{3(1-2\mu)} = K$ ўзгармас сон ҳажмий эластик-лик модули дейилади. Унда $\varepsilon_0 = \frac{\sigma_{yp}}{K}$ формула Гукнинг ҳажмий қонуни бўлади.

Гук ҳажмий қонунига асосан кубикнинг томонларига қиймати ўртача бош кучланишларга тенг кучланишлар билан таъсир қилинса, кубикда ҳажмий ўзгариш содир бўлар экан.

3.6. ДЕФОРМАЦИЯНИНГ ПОТЕНЦИАЛ ЭНЕРГИЯСИ

Ҳажмий кучланганлик ҳолатида деформациянинг тўлиқ потенциал энергияси қуйидагича топилади:

$$U = \frac{1}{2} (\sigma_1 \varepsilon_1 + \sigma_2 \varepsilon_2 + \sigma_3 \varepsilon_3) \quad \text{ёки}$$

$$U = U_x + U_w =$$

$$= \frac{1}{2E} [\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\mu (\sigma_1 \sigma_2 + \sigma_2 \sigma_3 + \sigma_3 \sigma_1)] \quad (3.12)$$

U_x — кубик ҳажм ўзгаришидаги деформациянинг потенциал энергияси бўлиб, қуйидаги формула билан топилади: $U_x = \frac{3}{2} \sigma_{yp} \cdot \varepsilon_{yp}$.

Бу ерда: $\varepsilon_{yp} = \frac{\sigma_{yp}}{E}$ ҳажмий эластиклик модули $K = \frac{E}{3(1-2\mu)}$ ва $\sigma_{yp} = \frac{K}{3} (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)$ ларни ҳисобга олсак, ҳажмий ўзгаришдаги деформациянинг потенциал энергияси $U_x = \frac{1-2\mu}{6E} (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)^2$.

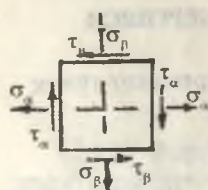
Шакл ўзгаришидаги деформациянинг потенциал энергиясини топиш учун (3.12) формуладан U_x ни топамиз.

$$\text{У ҳолда: } U_x = \frac{1+\mu}{3E} (\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1\sigma_2 - \sigma_1\sigma_3 - \sigma_2\sigma_3)$$

1-масала. Кўндаланг кесим ўлчамлари 0,2х0,2х0,2 м бўлган кубикнинг емирилиш вақтидаги ташқи сиқувчи кучнинг таъсир қилиш чизигига 45° бурчак билан қия кесим юзасидаги нормал кучланиш $\sigma_a = 40$ МПа эди. Кубик қанча сиқувчи куч таъсирида емирилади?

Ечиш. Кубик чизикли кучланганлик ҳолатида бўлганлиги учун, унинг қия кесимидаги нормал кучланиш формуласи қуйидагича ёзилади: $\sigma_a = \sigma \cos^2 \alpha = \frac{F}{A} \cos^2 \alpha = 40$ МПа.

$$\text{Бу ерда: } F = \frac{40 A}{\cos^2 \alpha} = \frac{40 \cdot 10^3 \cdot 0,2 \cdot 0,2}{(0,707)^2} = 3,2 \cdot 10^3 \text{ кН}$$



90-расм.

Берилган:

2-масала. Пулатдан тайёрланган кубик текис кучланганлик ҳолатида (90-расм):

1) бош кучланишлар ва бош юзалар йўналиши; 2) энг катта уринма бош кучланиш; 3) нисбий деформация ва ҳажмнинг нисбий ўзгариши; 4) тўлиқ потенциал энергия топилсин.

$$\sigma_a = 40 \text{ МПа}; \quad \sigma_p = 10 \text{ МПа}; \quad \tau_2 = 10 \text{ МПа}$$

Бош кучланишларни (3.8) формула ёрдамида топамиз:

$$\sigma_{1,3} = \frac{1}{2} [(40 + 10) \pm \sqrt{(40 - 10)^2 + 4(10)^2}] = \frac{1}{2} (50 \pm 36,05).$$

Бу ердан:

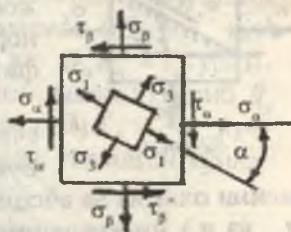
$$\sigma_1 = 43,025 \text{ МПа} \quad \text{ва}$$

$$\sigma_3 = 6,975 \text{ МПа}$$

Бош юзаларнинг жойлашиш бурчагини (3.9) формуладан аниқлаймиз:

$$\operatorname{tg} 2\alpha = -\frac{2 \cdot 10}{40 - 10} = -0,667 \text{ радиан.}$$

$$2\alpha = -34^\circ; \quad \alpha = -17^\circ$$



91-расм.

α — бурчак ишораси (—) минус бўлганлиги учун σ_1 йўналишини σ_x текислигидан соат стрелкаси йўналиши бўйича жойлаштирдик. Энг катта уринма кучланиш:

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = \frac{43,025 - 6,975}{2} = 18,025 \text{ МПа}$$

Кубик томонларининг нисбий чўзилиши:

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{2 \cdot 10^8} (43025 - 0,3 \cdot 6975) = 20,466 \cdot 10^{-5} \quad (\text{чўзилиш})$$

$$\varepsilon_2 = -\frac{0,3}{2 \cdot 10^8} (43025 + 6975) = -7,5 \cdot 10^{-5} \quad (\text{сиқилиш})$$

$$\varepsilon_3 = \frac{1}{2 \cdot 10^8} (6975 - 0,3 \cdot 43025) = -2,97 \cdot 10^{-5} \quad (\text{сиқилиш})$$

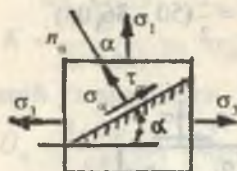
Ҳажмининг нисбий ўзгариши:

$$\varepsilon_0 = (20,466 - 7,5 - 2,97) \cdot 10^{-5} = 10 \cdot 10^{-5}$$

Тулиқ потенциал энергияни (3.12) формуладан топамиз:

$$U = \frac{1}{2 \cdot 2 \cdot 10^8} [(43025)^2 + (6975)^2 - 2 \cdot 0,3 \cdot 43025 \cdot 6975]$$

$$U = 24,95 \cdot 10^{-5} \text{ Дж}$$



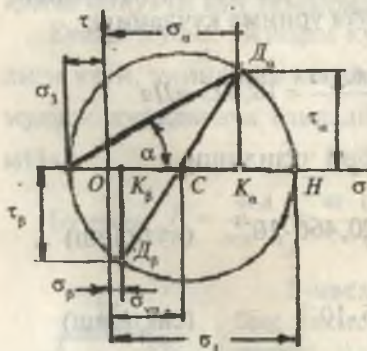
92-расм.

3-масала. Берилган $\sigma_1 = 50 \text{ МПа}$ ва $\sigma_3 = -10 \text{ МПа}$ бош кучланишлари таъсиридаги $\alpha = 30^\circ$ бурчак остида жойлашган қия юзанинг (92-расм) нормал ва уринма кучланишлари график усулда топилсин.

Ечиш. Масалани график усулда ечиш учун Мор доирасини курамиз.

Бунинг учун $\sigma_{\text{от}}$ координата системасини оламиз ва абсцисса ўқи бўйлаб бош кучланишлар (σ_1 ва σ_3) ни кучланишлар масштабида жойлаштирамиз (93-расм). $\mu_\sigma = 1 \text{ мм} = 1 \text{ МПа}$, яъни 1 мм масофада 1 МПа кучланиш жойлашган деб қабул қилдик.

Демак, $\overline{OH} = \sigma_1 = 50 \text{ МПа}$; $\overline{OB} = \sigma_3 = 10 \text{ МПа}$



93-расм.

σ_1 бош кучланиши чузувчи бўлганлиги учун абсцисса ўқининг координата боши О нуқтасидан (ўнг) мусбат томонига; σ_3 сиқувчи кучланиш бўлганлиги учун координата ўқини манфий томонига жойлаштирамиз. Натижада Н ва В нуқталар ҳосил бўлади. Қия текисликнинг нормал ва уринма кучланишлари Н ва В нуқталари ораллигида топилганлиги учун

кучланишлар доираси ҳам шу нуқталардан ўтади. Доира марказини қуйидагича топамиз:

$$OC = \frac{OH + OB}{2} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = \frac{50 - 10}{2} = 20 \text{ МПа}$$

Доиранинг радиуси:

$$CH = CB = \frac{HB}{2} = \frac{OH - OB}{2} = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} = \frac{50 + 10}{2} = 30 \text{ МПа}$$

С нуқтадан $CH = CB = R = 30$ МПа радиус билан айлана чизамиз. В нуқтадан $\alpha = 30^\circ$ бурчак остида қия кесимни тасвирловчи чизиқ ўтказиб D_α нуқтани топамиз. D_α нуқтадан абсциссага перпендикуляр тушириб K_α нуқтани аниқлаймиз. σ_α координата системасида $OD_\alpha = \sigma_\alpha$ қия тесисликнинг нормал кучланишини ва $D_\alpha K_\alpha = \tau_\alpha$ уринма кучланишни беради. SD_α чизигини давом эттириб D_β ва кейин K_β нуқталарни, $OK_\beta = \sigma_\beta$ ва $D_\beta K_\beta = -\tau_\beta$ кучланишларни топамиз. Мор доирасидан топилган кучланишларнинг тўғрилигини текшираимиз:

$$\sigma_\alpha = \sigma_1 \cos^2 \alpha + \sigma_3 \sin^2 \alpha = 50 \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right)^2 - 10 \left(\frac{1}{2} \right)^2 = 35 \text{ МПа}$$

$$\tau_\alpha = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \sin 2\alpha = \frac{50 - (-10)}{2} = \sin 2 \cdot 30^\circ = 30 \frac{\sqrt{3}}{2} = 26 \text{ МПа}$$

$$\sigma_\beta = \sigma_1 \sin^2 \alpha + \sigma_3 \cos^2 \alpha = 50 \left(\frac{1}{2} \right)^2 - 10 \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right)^2 = 5 \text{ МПа}$$

3.7. МУСТАҲКАМЛИК НАЗАРИЯЛАРИ [4]

Турли конструкция ва машиналарни ҳисоблашда ёки лойиҳалашда уларнинг элементлари ва деталларида ҳосил бўладиган энг катта кучланиш рухсат этилган кучланишдан ошиб кетмаслиги таъминланиши лозим. Рухсат этилган кучланишни белгилаш учун материалнинг ташқи куч билан юклангандан то емирилиш деформациясигача бўлган оралиқдаги хоссасини ўрганиш керак.

Бир ўқли чўзилиш ва сиқилиш, яъни чизиқли кучланиш ҳолатида ўтказилган кўп тажрибаларнинг узоқ муддат тўпланган натижалари турли материаллар учун рухсат этилган кучланишлар ҳақида етарли даражада аниқлик билан фикр юритиш имконини беради.

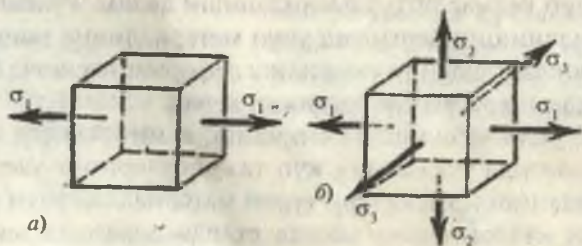
Текис ва ҳажмий кучланиш ҳолатларида бундай фикр юритиб бўлмайди. Бунда деформациянинг ўсиши ва материалнинг емирилиши иккита ёки учта бош кучланишларнинг таъсирида рўй беради, амалда учрайдиган бош кучланишлар сонининг нисбати ҳамда ишоралари чекланмаган даражада хилма-хил бўлиши мумкин. Шунинг учун хавфли ҳолатдаги чегаравий кучланишларни аниқлаш учун тажрибалар ўтказиш жуда қийин.

Мураккаб кучланиш ҳолатини тажриба йўли билан текшириш учун мўлжалланган ҳозирги мавжуд техника воситалари бош кучланишларнинг баъзи хусусий нисбатлари учунгина тажриба ўтказиш имконини беради.

Уқоридагиларга асосан оддий чўзилиш ва сиқилишда ўтказилган тажрибалар натижаларига асосланиб бирор материал исталган кучланиш ҳолатининг хавфлилик даражасини баҳолаш имконини берадиган ҳисоблаш усулини яратиш зарурлигини тақозо қилади.

Бу масала мустаҳкамлик назариялари ёрдамида амалга оширилади. Бу назарияларнинг барчаси қуйидаги шартга асосланган: иккита кучланиш ҳолатига тегишли бош кучланишлар пропорционал равишда бир хил миқдорда оширилган, иккаласи бир вақтда чегаравий ҳолатга ўтса, бундай кучланиш ҳолатлари тенг кучланишли ва тенг хавфли ҳисобланади, иккала кучланиш ҳолати учун мустаҳкамликнинг эҳтиёт коэффициенти бир хил.

Тенг хавфли кучланиш ҳолатларидан бири сифатида тажриба йўли билан асосланган чизикли чўзилиш (94-а расм) бошқаси сифатида хавфли ҳолатни аниқлаш керак бўлган кучланиш ҳолатни (94-б расм) олинади.



94-расм.

Бу иккала ўрганилаётган ҳол учун материалнинг емирилиш ёки чегаравий кучланиш ҳолатига ўтиш сабаби аниқ бўлсагина мумкин бўлади. Лекин материал емирилишининг ҳақиқий сабабини аниқлаш жуда қийин ва у охиригача ҳал қилинмаган масала ҳисобланади. Бу ҳол ягона мустаҳкамлик назариясини яратишга имкон бермайди, натижада ҳар бири ўзининг чегаравий кучланиш ҳолатининг пайдо бўлиш сабаби ҳақидаги гипотезасига эга бўлган кўп назариялар юзага келади. Бундай гипотезага асосан зарур ҳисоблаш шартлари ва ўрганилаётган кучланиш ҳолатининг бош кучланишларини чизиқли кучланишдаги бош кучланишлар билан боғловчи формулалар тузилади.

Биринчи, иккинчи ва учинчи классик мустаҳкамлик назариялари. [4] Энг қадимги назарияларда бўлмиш биринчи мустаҳкамлик назарияси чегаравий кучланиш ҳолати пайдо бўлишига энг катта нормал кучланиш сабаб бўлади деган гипотезага асосланади.

Қабул қилинган гипотезага кўра қуйидаги шарт бажарилиши керак:

$$\sigma_{\max} = \sigma_1 < \sigma_0 \quad (3.13)$$

Бу ерда: σ_1 — текширилаётган кучланиш ҳолати учун бош кучланишлардан энг каттаси; σ_0 — чизиқли чўзиш учун тажрибадан олинган чегаравий кучланиш.

Энг катта нормал кучланиш назариясининг бош камчилиги шундан иборатки, унда бошқа иккита кучланишлар σ_2, σ_3 ҳисобга олинмайди. Амалда эса бу кучланишлар материал мустаҳкамлигига катта таъсир кўрсатади. Масалан, ҳар томонлама (гидростатик) сиқилишда бўлган цемент кубик мустаҳкамлик чегарасидан бир неча марта катта бўлган кучланишга емирилмасдан чидаш бера олади. Бундай шароитда бошқа материаллар ҳам шундай чидамли бўлади.

Бу назария мўрт материалларни чўзишга синашда тасдиқланади. Мўрт материални чўзганда сезиларли пластик деформация ҳосил бўлмасдан, бир бўлаги қолган бўлагидан ажралади.

Ҳозирги пайтда биринчи назариядан фойдаланилмайди, у фақат тарихий аҳамиятга эга.

Иккинчи мустақкамлик назарияси материалда чегаравий кучланиш ҳолати пайдо бўлишига энг катта чўзилиш сабаб бўлади деган гипотезага асосланган.

Бош деформациялар $\varepsilon_1 > \varepsilon_2 > \varepsilon_3$ бўлганида ҳажмий кучланиш ҳолати учун қабул қилинган гипотезага жавоб берувчи умумий шарт қуйидагича ёзилади:

$$\varepsilon_{\max} = \varepsilon_1 < \varepsilon_0 \quad (3.14)$$

Бу ерда: ε_1 — текширилаётган кучланиш ҳолати учун энг катта чўзилишнинг ҳисобий қиймати; ε_0 — бир ўқли чўзилишга синаш тажрибасидан олинган нисбий чўзилишнинг чегаравий қиймати.

ε_1 ва ε_0 ларни аниқлашда маълум Гук қонуни формулаларидан фойдаланилади:

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{E} [\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3)] \quad (a) \quad \varepsilon_0 = \frac{\sigma_0}{E} \quad (б)$$

Бунда шартли равишда (а) ва (б) боғланишлар чегаравий кучланиш ҳолати пайдо бўлгунча кучга эга бўлади ва материалнинг сезиларли пластик деформацияларсиз мўрт емирилишига жавоб беради деб ҳисобланади, (а) ва (б) ифодаларни (3.14) шартга қўйиб қуйидаги ифодани ҳосил қиламиз: $\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3) < \sigma_0$ (в).

(в) тенгсизлик чап қисми мусбат бўлгандагина кучга эга, бунда у энг катта чўзилишга мос келади, қабул қилинган гипотеза билан бир хил бўлади.

Иккинчи назариянинг биринчисидан афзаллиги шундаки, унда барча бош кучланишлар таъсири ҳисобга олинади.

Мўрт материаллар (бетон, тош) нинг босим бериладиган торецларига ёғ ёки парафин суртиб, оддий сиқилишда емирилишини бу назария ёрдамида тушунтириш мумкин. Материалда сиқувчи кучларга параллел дарзлар пайдо бўлади ва у емирилади. Бу намуна ўқига перпендикуляр йўналишда материалнинг кенгайишига имкон берувчи чизикли деформацияларнинг ўсиши билан тушунтирилади.

Биринчи назария каби иккинчиси ҳам тажриба натижалари билан етарли даражада тасдиқланмайди, мўрт ма-

териаллар учун кўпроқ қўл келади.

Учинчи мустаҳкамлик назарияси чегаравий кучланиш ҳолати пайдо бўлишига энг катта уринма кучланишлар сабаб бўлади деган гипотезага асосланади. Шунинг учун у энг катта уринма кучланиш назарияси деб аталади.

Пластик деформациялар жараёнида силжиш ва унга мос келувчи уринма кучланишлар ҳам пайдо бўлиши тажриба асосида тасдиқланган, шунинг учун қабул қилинган гипотезани сезиларли пластик деформациялар билан боғлаш мумкин.

Ушбу назариянинг умумий шarti қуйидаги кўринишга эга:

$$\tau_{\max} < \tau_0 \quad (3.15)$$

Бу ерда: $\tau_{\max}$ – текширилаётган кучланиш ҳолати учун энг катта уринма кучланишнинг чегаравий қиймати.

Маълумки, ҳажмий кучланишда $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$, бўлганда энг катта уринма кучланиш максимал ва минимал бош кучланишлардаги фарқнинг ярмиси қуйидагича топилади: $\tau = \max \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}$ (а).

τ_0 кучланиш қуйидаги тенгликдан топилади: $\tau_0 = \frac{\sigma_0}{2}$ (б)

Шундай қилиб (3.15) шартни қуйидагича ёзиш мумкин: $\sigma_1 - \sigma_3 < \sigma_0$ (в).

Учинчи назариянинг асосий камчилиги шундан иборатки, ҳажмий кучланиш ҳолатида σ_2 бош кучланишнинг таъсири ҳисобга олинмайди. Энг катта уринма кучланиш назарияси чўзилишга ҳам, сиқилишга ҳам бир хил қаршилиқ кўрсатадиган пластик материаллар билан ўтказилган тажриба натижаларига мос келади. Бу назария уларнинг мустаҳкамлигини баҳолашда жуда кенг қўлланилади.

Мустаҳкамликнинг энергетик назарияси. Энергетик назария қуйидаги тахминга асосланади: материалнинг чегаравий кучланиш ҳолати пайдо бўладиган пайтда тўпланадиган деформация солиштира потенциал энергиясининг миқдори исталган мураккаб кучланиш ҳолатида ҳам, оддий чўзилишда ҳам бир хилдир.

Бу назариянинг яратилишида даставвал чегаравий кучланиш ҳолати пайдо бўлишига тўла солиштирма потенциал энергиясининг энг катта қиймати сабаб бўлади деган гипотеза асос қилиб олинган ва қуйидагича ёзилади:

$$U < U_0 \quad (3.16)$$

Бу ерда: U — тўла солиштирма энергия, у ҳажмий кучланиш ҳолати учун умумий ҳолда қуйидаги формуладан топилади:

$$U = \frac{1}{2E} [\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\mu(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_1\sigma_3 + \sigma_2\sigma_3)] \quad (a)$$

U_0 энергиянинг чегаравий қиймати бўлиб, оддий чўзилишга ўтказилган тажрибадан топилади. Уни топиш формуласи (a) дан унинг ўнг томонини $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$ га тенглаб, σ_1 ўрнига чўзилишдаги чегаравий кучланиш қийматини, яъни σ_0 ни қўйиб келтириб чиқарилади.

$$\text{Шундай қилиб, } U_0 = \frac{\sigma_0^2}{2E} \quad (б)$$

(a) ва (б) ларни ҳисобга олганда (2.16) шарт қуйидагича ёзилади:

$$\sqrt{[\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\mu(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_1\sigma_3 + \sigma_2\sigma_3)]} < \sigma_0 \quad (в)$$

Лекин юқорида қайд қилинган гипотеза тажрибада тасдиқланмаган, шунинг учун унга асосланган назария амалда қўлланилади.

Бу назария, масалан, ҳар томонлама бўладиган гидростатик босим билан ўтказилган тажрибада тасдиқланмаган, бунда юқорида айтиб ўтилганидек, емирилиш бўлмайди.

Шундай қилиб, ҳар томонлама сиқилиш натижасида ҳажм ўзгаришига мос келувчи энергия мустаҳкамликни белгилловчи критерия бўлмайди.

Таклиф қилинган янги энергетик назарияда чегаравий кучланиш ҳолати пайдо бўлишига барча солиштирма энергия эмас, балки қирраси бирга тенг бўлган куб шаклининг ўзгариши натижасида тўпланадиган солиштирма энергиянинг бир қисми сабаб бўлади деган гипотеза асос

қилиб олинади. Кўриниб турибдики, янги энергетик назария фақат пластик деформацияларнинг ўсиши билан боғланади. Маълумки, пластик деформация жисмнинг шакл ўзгариши билан боғланади. Унинг ҳажм ўзгариши билан боғланмайди.

Ушбу назариядан фойдаланган риоя қилиниши керак бўлган шарт куйидаги тенгсизлик билан ифодаланади:

$$U_{ш} < U_{чек} \quad (3.17)$$

Бу ерда: $U_{ш}$ — текширилаётган кучланиш ҳолатида куб шакл ўзгариши билан боғлиқ бўлган энергиянинг ҳисоб қиймати.

$U_{чек}$ — ушбу энергиянинг оддий чўзилишга ўтказилган тажриба натижасида олинган чегаравий қиймати.

Кучланишнинг умумий ҳоли учун шакл ўзгаришига кетадиган энергияни ҳисоблаш бирмунча қийинчилик туғдиради. Шунинг учун $U_{ш}$ куйидаги ифодадан топилади:

$$U = U_v + U_{ш} \quad (3.18)$$

Унда:

$$U_{ш} = U - U_v \quad (3.19)$$

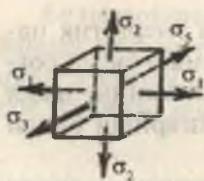
Бу ерда: U — тула энергия; U_v — ҳажм ўзгаришига сарфланадиган энергия.

Ҳажмий кучланишнинг умумий ҳоли учун деформацияни иккига бўламиз: 1) ҳажм ўзгариши билан боғлиқ бўлган деформация; 2) шакл ўзгаришига мос келувчи деформация.

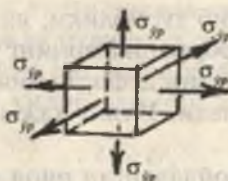
Бунинг учун берилган кучланиш ҳолатини (95-расм) кучланишлар билан аниқланадиган иккита кучланиш ҳолати (96, 97-расм) йиғиндиси кўринишида тасаввур этамиз. Дейлик, улардан бири гидростатик чўзилишга (сиқилишга) мос келади, бунда кубнинг барча томонларига бир хил ўртача кучланиш таъсир этади:

$$\sigma_{ср} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} \quad (г)$$

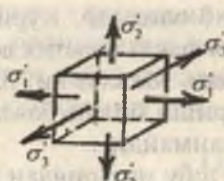
Бунда кубнинг барча қирралари бир хил қийматга ўзгарганлигидан куб шакли ўзгармайди, балки унинг ҳажмигина ўзгаради.



95-расм.



96-расм.



97-расм.

Иккинчи кучланиш ҳолатининг кучланишларини $\sigma'_1, \sigma'_2, \sigma'_3$ лар орқали белгилаймиз. Улар қуйидаги тенг-ликлардан топилади:

$$\sigma'_1 = \sigma_1 - \sigma_{yp}; \quad \sigma'_2 = \sigma_2 - \sigma_{yp}; \quad \sigma'_3 = \sigma_3 - \sigma_{yp} \quad (л)$$

$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ кучланишларда ҳажмнинг ўзгариши нолга тенг-лигини исботлаш қийин эмас.

Ҳақиқатан ҳам (г) ни ҳисобга олган ҳолда (д) тенг-ликдан бу кучланишларнинг қийматларини ҳажмий де-формация формуласига қўйиб қуйидагини ҳосил қила-миз:

$$\begin{aligned} & \frac{1-2\mu}{E} (\sigma'_1 + \sigma'_2 + \sigma'_3) = \\ & = \frac{1-2\mu}{E} \left(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 - 3 \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} \right) = 0 \end{aligned} \quad (е)$$

Шунинг учун $\sigma'_1, \sigma'_2, \sigma'_3$ кучланишлардан жисмнинг фақат шакли ўзгаради.

U_v энергияни аниқлаш учун (а) формулага $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$, U_v кучланишлар ўрнига σ_{yp} ни қўямиз.

У ҳолда $U_v = \frac{1-2\mu}{2E} \cdot 3\sigma_{yp}^2$ (ж) ҳосил бўлади. (ж) ифода-га σ_{yp} ўрнига (г) тенгликдан унинг қийматини қўйиб қуйи-даги формулани ҳосил қиламиз: $U_v = \frac{1-2\mu}{6E} (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)^2$ (з)

(а) ва (з) формулалардан U ва U_v ларнинг қийматла-рини (3.19)га қўйиб, баъзи ўзгартиришлардан сўнг қуйи-дагини топамиз:

$$U_w = \frac{1+\mu}{3E} [\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - (\sigma_1\sigma_2 + \sigma_1\sigma_3 + \sigma_2\sigma_3)] \quad (3.20)$$

(3.20) формулани қуйидаги кўринишга келтирамиз:

$$U_{\text{ш}} = \frac{1+\mu}{6E} \left[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 \right] \quad (3.21)$$

Оддий чўзилиш учун $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$ бўлганда (3.21), формулага биноан қуйидагига эга бўламиз:

$$U_{\text{ш}} = \frac{1+\mu}{6E} \cdot 2\sigma_1^2 \quad (3.22)$$

(3.21) ва (3.22) формулаларни ҳисобга олганда (3.17) шарт қуйидагича ёзилади:

$$\left[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 < 2\sigma_0^2 \right] \quad (\text{и})$$

Бу ерда: σ_0 — оддий чўзилишда тажрибада топилган chegaraviy кучланиш.

Ушбу назарияда σ_0 — оқувчанлик чегараси $\sigma_{\text{ок}}$ га тенг деб қабул қилинади.

(и) шартга жавоб берадиган ҳисоблаш формуласи қуйидагича ёзилади:

$$\sigma_{\text{мс}} = \sqrt{\frac{1}{2} \left[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 \right]} \leq R \quad (3.23)$$

Бу ерда: R — чўзилишдаги ҳисобий қаршилиқ.

Текис кучланиш ҳолатида (2.23) формуласидан бош кучланишларни σ_z, σ_y ва τ_{xy} лар орқали ифодалаб қуйидагича ёзамиз:

$$\sigma_{\text{мс}} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_z + \sigma_y}{2} \right)^2 + 3 \left(\frac{\sigma_z - \sigma_y}{2} \right)^2 + 3\tau_{xy}^2} \leq R \quad (3.24)$$

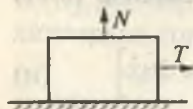
$\sigma_y = 0$ бўлган хусусий ҳол учун $\sigma_z = \sigma$; $\tau_{xy} = \tau$ десак, қуйидагига эга бўламиз:

$$\sigma_{\text{мс}} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} \leq R \quad (3.25)$$

Учинчи назария каби энергетик назария ҳам пластик материаллар билан ўтказилган тажрибаларда яхши исботлангани ва амалда кенг қўлланилади. Юқорида қайд қилинган назариялар материалда пластик деформациялар пайдо бўлиш шароитини белгиловчи критерияларни белги-

лаб беради. Шунинг учун бу назарияларга асосланган (3.15) ва (3.17) тенгсизликлар баъзан пластиклик шартлари деб аталади.

Мор мустаҳкамлик назарияси [4]. Барча материаллар ҳам чўзилиш ва сиқилиш деформациясига бир хил қаршилиқ кўрсатмаслигини Мор назарияси ҳисобга олади. Бу назария 1882 йилда таклиф этилиб, 1900 йилда ривожлантирилган.

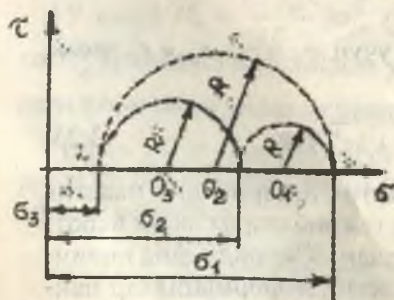


98-расм.

Ички ишқаланиш $T = fN$ материалнинг эластиклик чегарасидан кейин силжиш натижасида содир бўлади. Демак, силжишга кўрсатилган қаршилиқ фақатгина уринма кучланиш каби нормал кучланишга ҳам боғлиқ бўлади.

Демак, уринма кучланишдан ҳосил бўлган қаршилиқ кучи жисмнинг сиқувчи нормал кучланиш мавжуд бўлган нуқталарида каттароқ бўлиб, чўзилиш мавжуд бўлган нуқталарида паст бўлди. Юқоридаги фикрлаш Мор назариясининг асосини ташкил этади. Уринма кучланишлар, **биринчидан**, материалнинг ўзаро боғланиши натижасида, **иккинчидан** эса, биринчи силжиш боғланишдаги емирилиш сабабига боғлиқ.

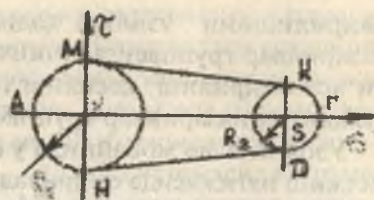
Юқоридаги ҳулосаларга асосланиб, умуман, ҳажмий кучланганлик ҳолатини Мор доираси ёрдамида шундай кўрсатиш мумкин $(\sigma_1; \sigma_2; \sigma_3)$. Уринма кучланишлар эса штрихланган юзанинг бирорта нуқтасида ифода этилади. Яна шу нарса аниқки, материаллар сиқилиш деформациясига кўрсатадиган қаршилиги чўзилишдаги қийматидан каттароқ бўлади. Мор доирасига кўра мустаҳкам қаршилиқ кўрсатувчи соҳа қуйидагича бўлади.



99-расм.

Чўзилиш деформациясидан сиқилишга ўтганда қаршилиқ кўрсатувчи соҳа катталашади. Демак, Мор назариясига кўра мустаҳкам қаршилиқ кўрсатувчи соҳа

ни белгилаш учун **сиқилиш** соҳасида R радиуси билан, **чўзилиш** соҳасида R радиуси билан айланалар ўтказиб, уларни умумий уринмалар билан тугаштирамиз, натижада АМКГД-НА мустаҳкам қаршилиқ кўрсатувчи соҳа ҳосил бўлади. Демак, Мор назарияси I, II, III мустаҳкамлик назарияларидагидек, $\sigma, \varepsilon, \tau$ (бита) омилга боғлиқ бўлмасдан бир вақтда нормал (σ) ва уринма (τ) кучланишлар таъсирини содир эта олади.



100-расм.

Мор мустаҳкамлик назариясига кўра шарт куйидагича бўлади.

$$\sigma_1 - \nu \sigma_3 = (1 - \nu) \frac{\sigma}{2} + (1 + \nu) \sqrt{\frac{\sigma^2}{4} + \tau^2} < \sigma_0^I$$

$$\sigma_3 - \nu \sigma_1 = (1 - \nu) \frac{\sigma}{2} - (1 + \nu) \sqrt{\frac{\sigma^2}{4} + \tau^2} < \sigma_0^I; \quad \nu = \frac{\sigma_0^I}{\sigma_0^{II}}$$

Бу ҳолда: σ_0^I — чўзилишдаги мустаҳкамлик чегараси;

σ_0^{II} — сиқилишдаги мустаҳкамлик чегараси.

Бирлашган мустаҳкамлик назарияси [4]. Ушбу назарияда материалнинг икки хил емирилиши бир-биридан фарқ қилинади: мўрт емирилиш — материалнинг узилиши билан содир бўлади, қовушқоқ емирилиш — кесилиш (силжиш) орқали рўй беради.

Узилиш содир бўладиган кучланишни σ , силжишда рўй берадиган емирилишга мос келувчи кучланишни τ_{cm} орқали белгилаймиз.

Чўян стерженнинг буралишдаги емирилиши мўрт емирилишга мисол бўла олади. Бунда узилиш бош чўзувчи кучланишлар майдончаси бўйлаб рўй беради. Пластик пўлатдан ясалган валнинг буралишдаги емирилиши қовушқоқ емирилишга мисол бўла олади.

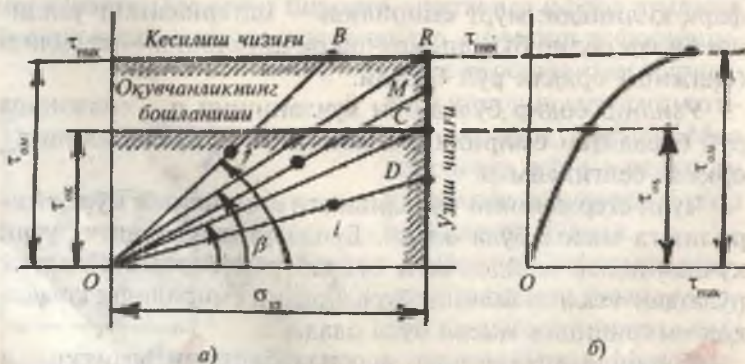
Юқорида айтилганлар асосида биринчи ва иккинчи чегаравий кучланиш ҳолати назарияларини материалнинг

емирилишини узилиш ҳодисаси орқали тушунтирувчи назариялар группасига, учинчи ва энергетик назарияларни эса емирилиш, кесилиш (силжиш) йўли билан содир бўладиган назариялар группасига киритиш мумкин.

Узоқ йиллар мобайнида у ёки бу материал ё узилиш, ё силжиш натижасида емирилади деган тахмин ҳукмрон эди. Бирлашган мустаҳкамлик назариясига кўра бир хил материал узилиш йўли билан ҳам, кесилиш йўли билан ҳам емирилиши мумкин, бу унинг иш шароитига ва кучланиш ҳолатига боғлиқ. Шу гипотеза асосида иккинчи ва учинчи назариялар бирлаштирилади.

Иккита назарияни бундай бирлаштириш механик ҳолат диаграммаси деб аталадиган диаграмма ёрдамида ўрнатилаётган материалнинг узилишга ҳам, қирқилишга ҳам мустаҳкамлигини текшириш ва мумкин булган емирилиш турини аниқлаш имконини беради.

График мазкур диаграмманинг асосий элементи ҳисобланади. Бу графикда $\tau_{\max}$ ва $\sigma_{\max}$ ўқлар системасида тўғри тўртбурчак қурилади, тўртбурчак эса ушбу материал мустаҳкам ҳолатларини чегаралаб туради (101-расм). Бу графикни қуриш тажрибадан аниқланадиган $\sigma_{\text{из}}$ ва $\tau_{\text{см}}$ қийматлар ҳар бир материал учун ўзгармас бўлиб, кучланиш ҳолати турига боғлиқ эмас деган чекланишга асосланади. Бундан ташқари, мазкур графикда материал оқувчанлик ҳолатининг бошланишига мос келувчи тўғри чизик ҳам



101-расм.

келтирилади. Бу тўғри чизик ҳолати оқувчанлик чегараси $\tau_{ок}$ б билан белгиланади. У мустаҳкамлик ҳолати соҳасини икки қисмга бўлади, чизикдан пастда жойлашган қисми эластик деформацияларга, юқори қисми эса пластик деформацияларга тегишли бўлади. 101-б расмда тажриба натижалари асосида τ_{max} ва σ_{max} ўқлар системасида қурилган эгри чизик кўрсатилган. Мазкур эгри чизикда оқувчанлик чегарасига, яъни пластик деформациялар бошланишига ва материалнинг емирилишига мос келувчи нуқталар қайд қилинади. Бу характеристикалардан 101-а расмда кўрсатилган графикни қуришда фойдаланилади. Бирор кучланиш ҳолатини текширишда σ_{max} ўқи бўйлаб энг катта чўзувчи кучланишнинг ҳисобий қиймати қўйилади, бу қиймат эса иккинчи назарияга кўра қуйидаги формуладан аниқланади:

$$\sigma_{max} = E\epsilon_1 = \sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3) \quad (a)$$

τ_{max} ўқи бўйлаб учинчи назарияга мувофиқ

$$\tau_{max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \quad (6)$$

формула асосида аниқланадиган энг катта уринма кучланишнинг ҳисобий қиймати қўйилади. Шундай қилиб, ҳар бир кучланиш ҳолати графикда маълум $m = \frac{\tau_{max}}{\sigma_{max}}$ координаталар нисбатига тенг нуқта билан, 1,2 ёки 1 нуқталар билан тасвирланади (101-а расм). Мазкур нисбат m кучланиш ҳолатининг асосий характеристикаси ҳисобланади, $m = \text{const}$ бўлганда кучланиш интенсивлигини ўзгартириб, координата ўқлари бошидан чиқувчи ҳамда σ_{max} ўқиға α бурчак остида оingan (бу бурчакнинг тангенси m га тенг) нур оламир. Бу нурни ўтказишда у пластик деформациялар соҳасига ўтганда ҳам, яъни материал емириладиган пайтгача тўғрилигича қолади, деган иккинчи чекланишга асосланилади.

Савол ва топшириқлар

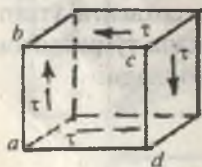
1. Кучланганлик ҳолатларининг турларини айтинг.
2. Чизикли кучланганлик ҳолатида нормал кучланиш формуласини ёзинг.

3. Чизиқли кучланганлик ҳолатида уринма кучланиш формуласини ёзинг.
4. Уринма кучланишларнинг жуфтлик аломати нима?
5. Текис кучланганлик ҳолатида нормал кучланиш формуласини ёзинг.
6. Текис кучланганлик ҳолатида уринма кучланиш формуласини ёзинг.
7. Ҳажмий кучланганлик ҳолатида Гук қонунини ёзинг.
8. Қачон кубикнинг ҳажм ўзгариши содир бўлади?
9. Қачон кубикнинг шакл ўзгариши содир бўлади?
10. Гук ҳажмий қонунини ёзинг.
11. Биринчи мустақамлик назариясини таърифланг.
12. Иккинчи мустақамлик назариясини таърифланг.
13. Учинчи мустақамлик назариясини таърифланг.
14. Тўртинчи мустақамлик назариясини таърифланг.

IV БОБ СИЛЖИШ

Амалиётда болтли, парчин михли, пайвандли бирикмалар ва ҳ.к.лар силжиш деформациясига учрайди. Оддий чўзилиш ёки сиқилишда бўлган стерженнинг қия текислигида нормал ва уринма кучланишлар ҳосил бўлиб, бу кучланишлар таъсирида стерженда узайиш ёки силжиш содир бўлишини кўриб чиққан эдик. Силжиш деформациясини ўрганиш учун шундай юзаларни танлаш керакки, бу юзаларда нормал кучланишлар нолга тенг бўлиб, фақат уринма кучланишлар таъсир қилсин.

Фақат уринма кучланишлар таъсирида бўлган элементнинг кучланганлик ҳолатига соф силжиш дейилади.



Соф силжишга ишлаётган кубикнинг қирралари уринма кучланишлар таъсирида шу кучланишлар йўналиши бўйича деформацияга учрайди.

102-расм.

4.1. СОФ СИЛЖИШДА КУЧЛАНИШ ВА ДЕФОРМАЦИЯ

Ўзаро перпендикуляр ab ва bc қирраларга тенг ва қарама-қарши томонларга йўналган уринма кучланишлар таъсиридаги кубикни ўрганайлик (102-расм). Кубикнинг $abcd$ фасад юзасида нормал ва уринма кучланишлар таъсир қилмасин. Унда $abcd$ юза бош юза бўлиб, бу юзадаги бош нормал кучланиш нолга тенг. Демак, кубикнинг учта ўзаро перпендикуляр юзаларидан иккитаси кучланишлар таъсирида, битта фасад юзаси эса ҳар қандай кучланишлар таъсиридан озод экан. Шунинг учун кубикнинг кучланганлик ҳолати текис кучланганлик ҳолатига тўғри келади.

Кубикнинг вертикал қиррасига $\sigma_a = 0$; $\tau_a = \tau$; горизонтал қиррасига $\sigma_b = 0$ ва $\tau_b = -\tau$ таъсир қилаётган кучланиш ёрдамида Мор доирасидан фойдаланиб $abcd$ бош юзадан бошқа юзадаги бош кучланишларни топамиз. $\sigma\tau$ координата системасида $OD_1 = \tau_a = \tau$ кучланишни τ ўқи бўйлаб юқорига ва $OD_2 = \tau_b = -\tau$ кучланишни τ ўқи бўйлаб пастга жойлаштирамиз.

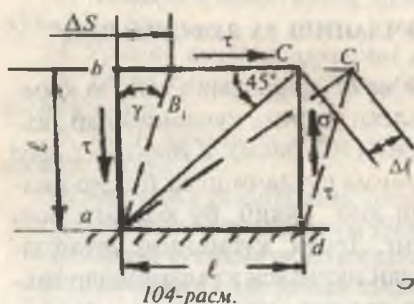
D_1 ва D_2 нуқталар координата маркази O нуқтадан бир хил масофада жойлашганлиги учун Мор доирасининг радиуси $OD_a = \tau$ га тенг бўлади. Мор доираси абсцисса ўқини $OB = \tau$ ва $OC = -\tau$ масофаларда кесиб ўтади. Шунинг учун $OB = \tau = \sigma_1$ ва $OC = -\tau = \sigma_3$; $\sigma_2 = 0$

Бош нормал кучланиш σ_1 нинг йўналиши доирада CD_1 чизик билан кўрсатилган ва bc юзанинг нормали билан 45° бурчак остида жойлашган (103-расм). Кубикдан ажратилган элемент σ_1 таъсирида bd диагональ бўйлаб чўзилади; σ_3 таъсирида эса ac диагональ бўйлаб сиқилади. Демак, соф силжиш ўзаро тенг чўзувчи ва сиқувчи бош нормал кучланишларга эквивалент экан. Шунинг учун силжиш деформациясида материал чўзилиш ва сиқилишга ҳам учрайди (104-расм).

Силжишда деформацияни ўрганиш учун $abcd$ қиррали кубикнинг ad қиррасини таянчга тираб қўямиз (104-расм).



103-расм.



104-расм.

Уринма кучланиш таъсирида bc қирра ΔS масофага силжийди. ΔS — абсолют силжиш. $abcd$ элемент қийшиқ бўлади, ab ва cd қирралар γ бурчакка огади, γ бурчак нисбий силжиш. Элементнинг деформацияси эластик бўлганлиги учун γ бурчак кичик миқдордир.

Схемадан:

$$\text{tg } \gamma = \gamma = \frac{\Delta S}{l} \quad (4.1)$$

ac диагоналнинг абсолют узайиши:

$$C_1 C_2 = \Delta l = \Delta S \cdot \cos 45^\circ$$

$$\text{Нисбий узайиши: } \varepsilon = \frac{\Delta l}{l} \sin 45^\circ$$

$$\text{У ҳолда: } \varepsilon = \frac{\Delta S}{a} \cos 45^\circ \cdot \sin 45^\circ \text{ ёки } \varepsilon = \frac{\gamma}{2} \quad (4.2)$$

Диагоналнинг бош нормал кучланишлар $\sigma_1 = \tau$ ва $\sigma_3 = -\tau$ таъсиридаги нисбий узайиши қуйидагича топилади:

$$\varepsilon = \varepsilon_1 = \frac{\sigma_1}{E} - \mu \frac{\sigma_3}{E} = \frac{\tau}{E} (1 + \mu) \quad (4.3)$$

(4.2) ва (4.3) тенгликларни ўзаро солиштириб:

$$\tau = \frac{E}{2(1 + \mu)} \cdot \gamma$$

формулани ҳосил қиламиз. Бу ерда:

$$G = \frac{E}{2(1 + \mu)} \quad (4.4)$$

силжиш модули деб қабул қилинса, формула

$$\tau = \gamma G \quad (4.5)$$

силжишда Гук қонунини ҳосил қилади. Шундай қилиб, нисбий узайиш ва уринма кучланиш силжишда ўзаро про-

порционал боғланишда бўлади. Кундаланг кесим юзаси A бўлган брус F силжитувчи куч таъсирида бўлсин (105-расм). Бруснинг силжиши чизмада кўрсатилган. Агар, брусни m — m текислик билан кесиб, бир бўлагини ташлаб юборсак, ажратиб қолдирилган қисмининг мувозанати бузилади. Бруснинг ташлаб юборилган қисмининг ажратиб олинган бўлагига таъсирини τ_{xy} куч интенсивлиги билан белгилаймиз. Бу кучларнинг тенг таъсир қилувчисини кундаланг куч Q_y билан алмаштирсак, брусни ажратиб олинган бўлагининг мувозанат шарти қуйидагича ёзилади:

$$\sum Y = Q_y - F = 0 \quad \text{ёки} \quad Q_y = \tau_{xy} \cdot A = F$$

$$\tau_{xy} = \frac{F}{A}$$

Бу ердан силжишда уринма кучланиш формуласини ҳосил қиламиз. Силжишда Гук қонуни элементнинг ўлчамлари билан ифодаланиши мумкин:

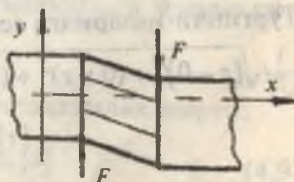
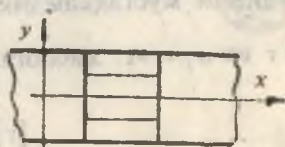
$$\Delta S = \frac{Q\ell}{GA} \quad (4.6)$$

Эластик силжишда кундаланг куч Q нинг бажарган иши қуйидаги формула билан топилади:

$$A_{\text{сиж}} = \frac{Q \cdot \Delta S}{2} = \frac{Q^2 \ell}{2GA} = \frac{\tau^2 A \ell}{2G} \quad (4.7)$$

Силжитувчи куч статик характерда бўлса, бажарилган иш миқдор жиҳатдан силжиш деформациясининг потенциал энергиясига тенг бўлади:

$$A_{\text{сиж}} = U = \frac{Q^2 \ell}{2GA} \quad (4.8)$$



105-расм.

4.2. СОФ СИЛЖИШДА РУХСАТ ЭТИЛГАН КУЧЛАНИШ

Лаборатория шароитида соф силжишни ҳосил қилиш мураккаб бўлганлиги учун рухсат этилган кучланишни турли мустаҳкамлик назариялари асосида танлаймиз.

Биринчи мустаҳкамлик назарияси бўйича, $\sigma_1 \leq [\sigma]$, шартга кўра, $\sigma_1 = \tau$ бўлса, соф силжишда $[\tau] = [\sigma]$, ҳосил бўлади.

Иккинчи мустаҳкамлик назарияси:

$$\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3) \leq [\sigma]$$

Бу ерда: $\sigma_1 = \tau$ ва $\sigma_3 = -\tau$; $\sigma_2 = 0$

У ҳолда: $\tau - \mu(-\tau) \leq [\sigma]$, ёки $\tau \leq \frac{\sigma}{1+\mu}$

Бу ерда: $[\tau]'' = \frac{\sigma}{1+\mu}$

Учинчи мустаҳкамлик назарияси: $\sigma_1 - \sigma_3 \leq [\sigma]$. Агар

$\sigma_1 = \tau$ ва $\sigma_3 = -\tau$ ҳисобга олинса, $\tau + \tau \leq [\sigma]$ ёки

$$[\tau]''' = \frac{[\sigma]}{2}$$

Тўртинчи назарияга асосан:

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\tau - 0)^2 + (0 + \tau)^2 + (\tau + \tau)^2} = 3\sqrt{\tau} \leq [\sigma] \quad \text{ёки}$$

$$[\tau]^{IV} = \frac{[\sigma]}{3}$$

Учинчи ва тўртинчи назариялар бўйича ҳисоблаш пластик материалларга: иккинчи назария бўйича мўрт материалдан тайёрланган деталлар учун ва силжишга ишлайдиган конструкцияларга татбиқ этилади.

Юқоридагиларни ҳисобга олиб умумий ҳолда уринма рухсат этилган кучланиш қуйидагича қабул қилинади.

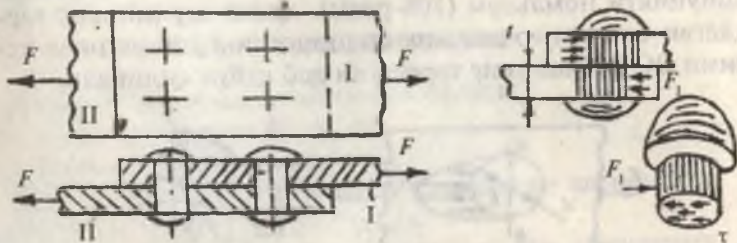
Мўрт материаллар учун: $[\tau] = (0,8 \dots 1,0)[\sigma]$

Пластик материаллар учун: $[\tau] = (0,5 \dots 0,6)[\sigma]$

4.3. ПАРЧИН МИХЛИ БИРИКМАЛАРНИ ҲИСОБЛАШ

Оддий парчин михли бирикмани ўрганайлик (106-расм).

Ҳар бир парчин михга ўзаро тенг ва қарама-қарши йўналган кучлар таъсир қилади: $F_1 = \frac{F}{n}$ кучлари парчин михни қирқишга ҳаракат қилади. Қирқувчи куч F_1 қирқиш юзаси $A_{k1} = \pi d^2 / 4$ га параллел йўналади. Шунинг учун қирқилиш юзасида уринма кучланишлар ҳосил бўлади. τ парчин михни қирқилиш юзасида тенг тарқалади.



106-расм.

У ҳолда: $\tau = \frac{F_1}{\pi \cdot d^2} = \frac{4F}{n \cdot \pi \cdot d^2}$ қирқилишдаги уринма кучланиш формуласи ҳосил бўлади.

Парчин михни қирқилишга мустаҳкамлик шarti:

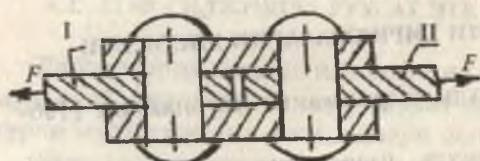
$$\tau = \frac{F}{nA_k} = \frac{4F}{n \cdot \pi \cdot d^2} \leq [\tau] \quad (4.9)$$

Парчин михни диаметри берилган бўлса, бирикмадаги парчин михлар сони топилиши мумкин:

$$n \geq \frac{4F}{\pi \cdot d^2 [\tau]} \quad (4.10)$$

Агар I ва II элементлар устқуйма орқали бириктирилса, бундай бирикма учма-уч бирикма дейилади.

Бу ҳолатда парчин мих икки қирқимли бўлади. Икки қирқимли парчин мих учун мустаҳкамлик шarti:



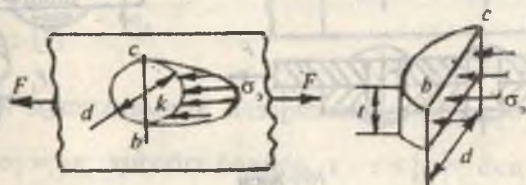
107-расм.

$$\tau = \frac{F}{n \cdot 2A_k} \leq [\tau] \quad (4.11)$$

ва парчин мих сони:

$$n \geq \frac{F}{2A_k \cdot [\tau]} \quad (4.12)$$

Уланувчи I ва II элементларни парчин михга босими таъсирида парчин мих ўрнининг деворида ярим цилиндрик юза бўйлаб эзилиш бўлади. Элементларнинг парчин михга ярим цилиндрик юза бўйлаб босимининг тарқалиш қонунияти номаълум (108-расм), лекин шу нотекис тарқалган босим парчин мих стерженининг диаметриал кесими ВС бўйлаб тенг тарқалган деб қабул қилинади.



108-расм.

ВС диаметриал кесимда ҳосил бўлган эзилишдаги нормал кучланиш тахминан К нуқтадаги кучланишга тенг ва қуйидагича топилади: $\sigma_s = \frac{F}{ntd}$ ва мустаҳкамлик шarti:

$$\sigma_s = \frac{F}{ntd} \leq [\sigma]_s \quad (4.13)$$

$[\sigma]_s = [2 \dots 2,5] \cdot [\sigma]$ — эзилишга рухсат этилган кучланиш.

(4.13) шартидан парчин михлар сони топилиши мумкин:

$$n \geq \frac{F}{dt[\sigma]_s} \quad (4.14)$$

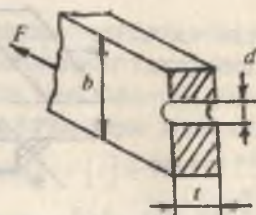
Уланувчи элементларда парчин мих ўрнининг (тешик) тайёрланиши уларнинг кўндаланг кесимини заифлашти-

ради. Натижада элементларни чўзилиш ва сиқилишга мустаҳкамлиги пасаяди.

Элементни заифлашмаган кесимининг эни b бўлса, чўзилиш ёки сиқилишга мустаҳкамлик шарти қуйидагича ёзилади:

$$\sigma = \frac{F}{t(\sigma - md)} \leq [\sigma] \quad (4.15)$$

m — заифлашган кўндаланг кесимдаги парчин миқдори сони.



109-расм.

4.4. ПАЙВАНД БИРИКМАЛАР

Пайванд бирикмалар икки хил бўлади:

1. Учма-уч пайванд бирикма.
2. Устма-уст пайванд бирикма.

Учма-уч пайванд бирикмалар уланадиган элементлар қалинлигига қараб ҳар хил бўлади.

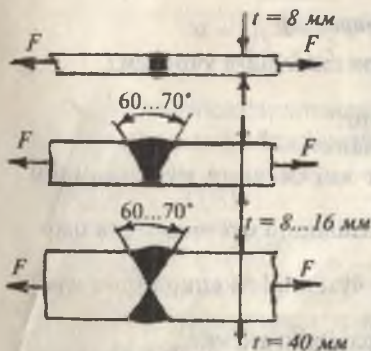
Учма-уч пайванд бирикма чўзилиш ёки сиқилишга ишлайди. Чокнинг мустаҳкамлиги қуйидагича ҳисобланади:

$$\sigma = \frac{F}{t \cdot \ell} \leq [\sigma]_{rc} \quad (4.16)$$

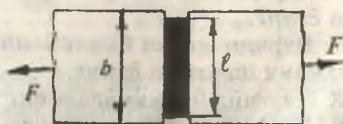
Бу ерда:

$[\sigma]_r = (0,6 \dots 0,8)(\sigma)$ — чок материали учун чўзилишга рухсат этилган кучланиш;

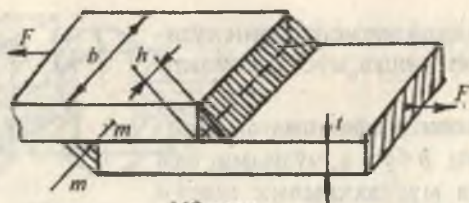
$[\sigma]_c = (0,75 \dots 0,9)(\sigma)$ — чок материали учун сиқилишга рухсат этилган кучланиш. ℓ — чокнинг узунлиги.



110-расм.



111-расм



Устма-уст пайвандлашда чок валик шаклида бўлади (112-расм).

Валикли чок $m - m$ кесим бўйича емирилиши мумкин, чунки бу текисликда уринма кучланиш энг катта қийматга эришади. Устма-уст пайвандлашда ташқи куч — F пастки ва юқори чокларга таъсир қилади.

У ҳолда уринма кучланиш қуйидагича топилади: $\tau = \frac{F}{2A_n}$

Бу ерда: $A_n = h\ell = 0,7t \cdot \ell$ — чокнинг юзаси. Устма-уст пайвандлашда мустаҳкамлик шарти:

$$\tau = \frac{F}{1,4t \cdot \ell} \leq [\tau] \quad (4.17)$$

(4.17) формуладан пайвандланадиган деталнинг қалинлиги (t) ёки пайванд бирикманинг узунлиги — (ℓ) аниқланиши мумкин.

$$t = \frac{F}{1,4\ell [\tau]}$$

Савол ва топшириқлар

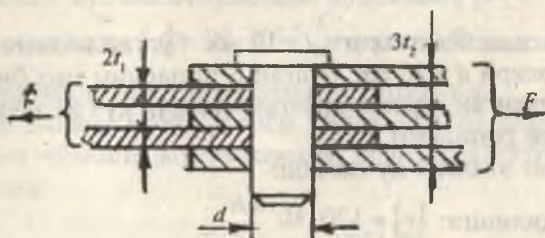
1. Қандай конструкция қисмлари силжишга учрайди?
2. Соф силжиш нима?
3. Силжишда Гук қонунини ёзинг.
4. Силжиш модули қандай катталиқ?
5. Парчин михли бирикманинг қирқилишга мустаҳкамлик шартини ёзинг.
6. Парчин михли бирикманинг эзилишга мустаҳкамлик шартини ёзинг.
7. Парчин михли бирикманинг чузилиш ва сиқилишга мустаҳкамлик шартини ёзинг.
8. Пайванд бирикмаларнинг турларини айтинг.
9. Устма-уст пайвандлашда чокни мустаҳкамлик шартини ёзинг.

1-масала. Болтли бирикмадаги пулатдан тайёрланган валик орқали 480 кН куч узатилади. Валикнинг қирқилишга ва эзилишга мустаҳкамлик шартидан фойдаланиб, унинг диаметрини ва уланувчи элементлари ўлчамлари топилсин.

Рухсат этилган кучланиш: қирқилишга — $[\tau] = 95 \cdot 10^3 \frac{\text{кН}}{\text{м}^2}$; эзилишга — $[\sigma] = 95 \cdot 10^3 \frac{\text{кН}}{\text{м}^2}$ ва чўзилишга — $[\sigma] = 160 \cdot 10^3 \frac{\text{кН}}{\text{м}^2}$

Ечиш. Болтли бирикмани мустаҳкамлик шартидан фойдаланиб валикнинг диаметрини топамиз:

$$\tau = \frac{F}{4A} \leq [\tau]$$



113-расм.

Бу ерда: $A = \frac{\pi \cdot d^2}{4}$ — валикнинг битта қирқилиш юзаси, 4 — қирқилиш юзалари сони.

У ҳолда валикнинг диаметри:

$$d = \sqrt{\frac{4 \cdot F}{4 \cdot \pi [\tau]}} = \sqrt{\frac{480}{3,14 \cdot 95 \cdot 10^3}} = 40 \text{ мм}$$

t_1 қалинликдаги элементларнинг эзилишга мустаҳкамлик шартидан фойдаланиб t_1 қалинликни топамиз:

$$\sigma = \frac{F}{n \pi d t} \leq [\sigma]$$

Бу ерда: $t_1 = \frac{F}{2d[\sigma]} = \frac{480}{2 \cdot 0,04 \cdot 250 \cdot 10^3} = 0,024 \text{ м}$. Иккита

бир хил t_1 қалинликдаги ва эни бир хил бўлган элементларни чўзилишга мустаҳкамлик шартидан фойдаланиб b ни топамиз:

$$\sigma = \frac{F}{2t_1(\sigma - md)} \leq [\sigma], \text{ бу ерда: } m = 1$$

$$\text{У ҳолда: } b = \frac{F}{2t_1[\sigma]} + d = \frac{240}{160 \cdot 10^3 \cdot 0,024} + 0,04 = 0,1025 \text{ м}$$

Бирикмадаги қолган 3 та элементнинг қалинлиги — t_2 ни топамиз:

$$\sigma = \frac{F}{3t_2(\sigma - md)} \leq [\sigma]$$

Бу ерда:

$$t_2 = \frac{F}{3(b-d)[\sigma]} = \frac{480}{3(0,1025 - 0,04) \cdot 160 \cdot 10^3} = 0,016 \text{ м}$$

2-масала. Қалинлиги $t = 10 \text{ мм}$ бўлган иккита элемент диаметрлари $d = 20 \text{ мм}$ бўлган 6 та парчин мих билан уст-ма-уст уланган. Рухсат этилган чўзувчи куч ва элементларнинг эни топилсин.

Рухсат этилган кучланиш:

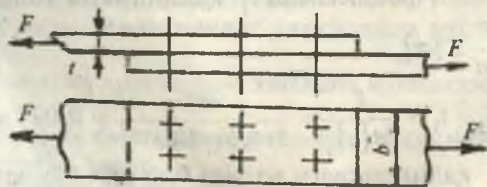
$$\text{қирқилишга: } [\tau] = 120 \cdot 10^3 \frac{\kappa\text{Н}}{\text{м}^2};$$

$$\text{эзилишга: } [\sigma] = 320 \cdot 10^3 \frac{\kappa\text{Н}}{\text{м}^2} \text{ ва}$$

$$\text{чўзилишга: } [\sigma] = 160 \cdot 10^3 \frac{\kappa\text{Н}}{\text{м}^2}$$

Ечиш. Қирқилишга мустақамлик шартидан рухсат этилган куч:

$$[F] = \frac{n\pi \cdot d^2 [\tau]}{4} = \frac{6 \cdot 3,14 \cdot 4 \cdot 10^{-4} \cdot 120 \cdot 10^3}{4} = 226 \kappa\text{Н}$$



114-расм.

Эзилишга мустаҳкамлик шартидан рухсат этилган куч:
 $[F] = ntd[\sigma] = 6 \cdot 0,01 \cdot 0,02 \cdot 320 \cdot 10^3 = 384 \text{ кН}$. Рухсат этилган кучлардан биринчисини қабул қиламиз, чунки парчин михли бирикмани иккала мустаҳкамлик шартин ҳам бажарилади. Уланувчи элементларнинг эинини топамиз.

$$b = \frac{F}{[\sigma] \cdot t} + md = \frac{226}{160 \cdot 10^3 \cdot 0,01} + 2 \cdot 0,02 = 0,18 \text{ м}$$

3-масала. Кесимнинг ўлчамлари 10 x 80 ва 10 x 100 мм бўлган иккита листлар устма-уст пайвандланган. Пайванд бирикма F куч билан чўзилади. Чўзилишга $[\sigma] = 160 \cdot 10^3 \frac{\text{кН}}{\text{м}^2}$ ва қирқилишга $[\tau] = 90 \cdot 10^3 \frac{\text{кН}}{\text{м}^2}$ рухсат этилган кучланишлар ёрдамида чокнинг узунлиги топилсин.

Кундаланг кесим юзаси кичик бўлган уланувчи элементни чўзишга мустаҳкамлик шартидан чўзувчи кучни топамиз:

$$\sigma_{\max} = \frac{F}{b \cdot t} \leq [\sigma] \text{ ва}$$

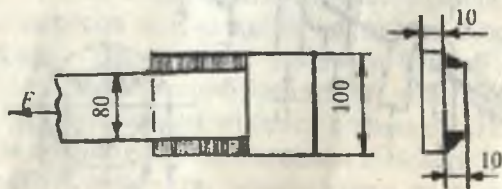
$$F = b \cdot t [\sigma] = 0,08 \cdot 0,01 \cdot 160 \cdot 10^3 = 128 \text{ кН}$$

Пайванд бирикманинг қирқилишга мустаҳкамлик шартидан чокнинг узунлигини топамиз:

$$\ell_p = \frac{F}{1,4t[\tau]} = \frac{128}{1,4 \cdot 0,01 \cdot 90 \cdot 10^3} = 0,102 \text{ м}$$

Чокнинг тўлиқ узунлиги:

$$\ell = \ell_p + 5 \cdot 10^{-3} \cdot 2 = 0,112 \text{ м}$$



115-расм.

V БОБ БУРАЛИШ

Стерженнинг бўйлама ўқиға перпендикуляр текисликда жуфт куч моменти таъсир қилса, буралиш деформацияси ҳосил бўлади.

Буралиш деформацияси турли вал ва ўқларнинг, фазовий конструкцияларнинг, элементларнинг ишлаш жараёнида учрайди. Буралиш, асосан, бурувчи момент таъсирида келиб чиқади.

Буралиш деформациясининг тавсифи кўп жиҳатдан бураладиган конструкция кесим юзасининг шаклига боғлиқ. Техникада кўпинча кесим юзаси доиравий ёки ҳалқасимон бўлган элементлар учрайди.

5.1. БУРОВЧИ МОМЕНТ ҲАҚИДА ТУШУНЧА

Ременлар урнатилган шкивлар билан юкланган доиравий кесимли стерженнинг мувозанат ҳолатини текширамиз (116-расм). Шкивлар билан стерженнинг айланиши натижасида ременларда тортишиш кучлари (t_1 ва T_1 ; t_2 ва T_2 ; t_3 ва T_3) ҳосил бўлади. Етакловчи ременнинг тортишиш кучи T етакланувчи ременни тортишиш кучидан t икки баробар катта бўлади, яъни $T=2t$. Тортишиш кучларининг стержень кесимининг марказига нисбатан моментлари: $M_1 = T_1 R_1 - t_1 R_1 = t_1 R_1$, $M_2 = t_2 R_2$ ва $M_3 = t_3 R_3$ билан ифодаланган схема 117-расмда кўрсатилган.



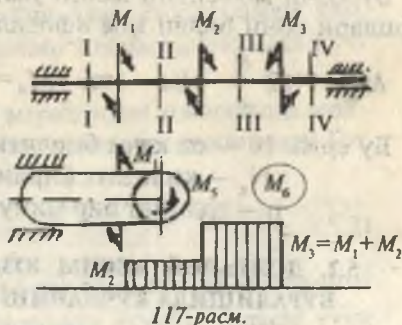
116-расм.

R_1 ; R_2 ва R_3 — тегишли 1, 2 ва 3 шкивларнинг радиуслари.

M_1 ; M_2 ва M_3 — стерженга қўйилган ташқи моментлар.

Ихтиёрий кесимдаги буровчи моментни топиш учун стерженни шу кесимдан икки булакка қирқамиз ва ҳар бир

булакка $M_x = M_\delta$ буровчи моментларини қўямиз. Масалан, 117-расмда кўрсатилган ҳол учун (II—II кесим) чап қисмнинг мувозанат тенгламасидан қуйидаги ифодани топамиз:



$$\sum M_x = M_1 - M_\delta'' = 0 \quad \text{ёки} \quad M_\delta'' = M_1$$

III—III кесимдаги буровчи моментни топамиз:

$$\sum M_x = M_1 + M_2 - M_\delta''' = 0 \quad \text{ёки} \quad M_\delta''' = M_1 + M_2$$

IV—IV кесимдаги буровчи момент:

$$\sum M_x = M_1 + M_2 - M_3 - M_\delta^{IV} = 0$$

$$\text{ёки} \quad M_\delta^{IV} = M_1 + M_2 - M_3$$

Демак, стержень кесим юзасида ҳосил бўладиган буровчи момент M_δ кесилган кесим юзасига нисбатан бир томонда жойлашган ташқи моментларнинг алгебраик йиғиндисига тенг экан. Стерженнинг ажратиб олинган бўлагидаги ташқи момент, кесилган кесим юзасининг марказига нисбатан соат стрелкаси йўналиши бўйича ҳаракат қилса, M_δ ишораси мусбат қабул қилинади. Юқоридаги ҳисобларга кўра стерженнинг узунлиги бўйлаб буровчи моментнинг қиймати ўзгариб боради. M_δ нинг бу ўзгариш графикаси буровчи момент эпюраси дейилади. (117-расм). Буровчи моментнинг мусбат ишорали қиймати 0 — 0 чизиқнинг юқори томонига, манфийлари паст томонига қўйилади.

Буровчи моментни вални узатаётган қуввати ва айланишлари сони билан ҳам ифодалаш мумкин:

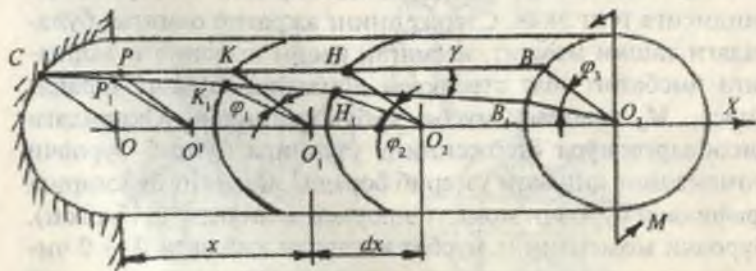
$$M_s = 7162 \frac{N}{n} \text{ Нм} \quad \text{ёки} \quad M_s = 9736 \frac{N_k}{n} \text{ Нм} \quad (5.1)$$

Бу ерда: N — от кучи бирлигидаги қувват;
 N_k — киловатт бирлигидаги қувват;
 n — валнинг бир минутдаги айланишлари сони.

5.2. ДОИРАВИЙ КЕСИМ ЮЗАЛИ БРУСЛАРНИНГ БУРАЛИШИДА КУЧЛАНИШ ВА ДЕФОРМАЦИЯ

Бир учи қистириб маҳкамланган, эркин учига M - жуфт куч моменти қўйилган бруснинг буралишини кўриб чиқамиз. Буровчи момент таъсирида бруснинг сиртига ўтказилган СВ тўғри чизик, бруснинг бурилишида СВ ҳолатини эгаллайди. СВ тўғри чизикдаги K ; H ва B нуқталар K_1 , H_1 ва B_1 ҳолатларга ўтади. Натижада бруснинг қистириб қўйилган кесимидан X масофадаги кесими φ_1 бурчакка, кейинги кесими $\varphi_2 = \varphi_1 + d\varphi$ бурчакка ва жуфт куч моменти қўйилган кесим $\varphi_3 = \varphi_2 + d\varphi$ бурчакка буралади (118-расм).

Тажрибалар шуни кўрсатадики, брус буралганидан кейин қўндаланг кесим юзалари текислигича қолади, улар орасидаги масофа деярли ўзгармайди; исталган кесим юзасида ўтказилган радиус эгриланмайди. Бундай буралиш брус қўндаланг кесим юзаларининг бир-бирига нисбатан силжишлари натижаси деб қаралади. Бунинг натижасида брус қўндаланг кесим юзаларида фақат уринма



118-расм.

кучланиш пайдо (119-расм) бўлади. Бруснинг буралишида бўйлама толалар чузилмайди ҳам, сиқилмайди ҳам. Шунинг учун бруснинг кундаланг кесимида нормал кучланишлар пайдо бўлмайди.

Брус ихтиёрий кесимнинг марказидан ρ масофада жойлашган нуқталарнинг уринма кучланиши силжишдаги Гук қонунига асосан топилади (119-расм):

$$\tau_{\rho} = \gamma G \quad (5.2)$$

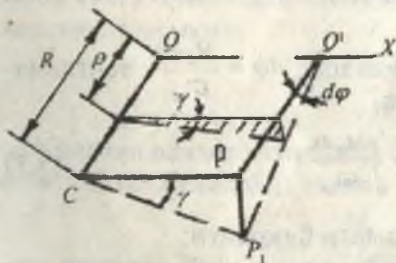
Бу ерда: $\gamma = \frac{\rho \cdot d\varphi}{dx}$ (119-расм) брус кесим юзасининг марказидан ихтиёрий (ρ) масофада ётувчи толаси учун силжиш бурчаги бўлиб, брус сиртида ётувчи толанинг силжиш бурчаги $\gamma = \frac{PP_1}{PO} = \frac{Rd\varphi}{dx}$ асосида топилади. Унда кесим юзасининг иккита нуқтаси учун:

$$\tau_{\rho} = G\rho \frac{d\varphi}{dx} \quad (5.3)$$

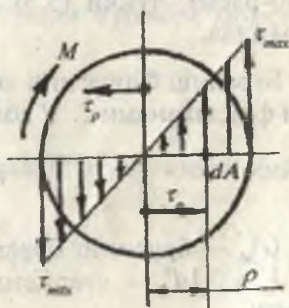
ва $\tau_{\max} = GR \frac{d\varphi}{dx}$ уринма кучланиш формулалари ҳосил бўлади.

Демак, кесим юзасининг нуқталаридаги кучланишлар шу нуқталардан брус ўқигача бўлган масофага пропорционал ўзгарар экан. Ҳосил бўлган формуладан $G \frac{d\varphi}{dx} = \text{const}$ бўлса, кучланиш фақат ρ масофага боғлиқ бўлади.

Агар: $\rho = 0$ бўлса, $\tau_{\rho} = 0$ ва $\rho = \rho_{\max}$ бўлса, $\tau = \tau_{\max}$ бўлади.



119-расм.



120-расм.

Бу уринма кучланишларнинг брус ўқига нисбатан моменти миқдор жиҳатдан (M_δ) бурувчи моментига тенгдир:

$$M_\delta = \int_A \tau_\rho dA \rho \quad (5.4)$$

(5.3) формуладаги τ_ρ нинг қийматини (5.4) формулага келтириб қўйсак: $M_\delta = \int_A G \rho \frac{d\varphi}{dx} dA \cdot \rho = G \frac{d\varphi}{dx} \int_A \rho^2 dA$ ҳосил бўлади.

$I_\rho = \int \rho^2 dA$ — брус қесимининг қутб инерция моменти ҳисобга олсак: $\frac{d\varphi}{dx} = \frac{M_\delta}{GI_\rho}$ келиб чиқади ва бу ифода-ни (5.3) формулага қўйиб, буралишдаги уринма кучланишни топамиз:

$$\tau_\rho = \frac{M_\delta \rho}{I_\rho} \quad (5.5)$$

Бу ерда: агар $\rho = 0$ бўлса, $\tau = 0$ ва $\rho = R$ бўлса,

$$\tau = \tau_{\max} = \frac{M_\delta \cdot R}{I_\rho} = \frac{M_\delta}{W_\rho} \quad (5.6)$$

Бу ерда $W_\rho = \frac{\pi \cdot d^3}{16}$ — стержень кесимининг қутб қаршилиқ моменти уринма кучланиш стержень кесимининг диаметри бўйлаб тўғри чизиқли қонуният билан ўзгаради (120-расм), чунки (5.5) формулада ρ масофа биринчи даражада.

Буралиш бурчагини аниқлашда: $d\varphi = \frac{M_\delta dx}{GI_\rho}$ тенгламадан фойдаланамиз. У ҳолда:

$$\varphi = \int_0^l \frac{M_\delta dx}{GI_\rho} \quad (5.7)$$

GI_ρ — бруснинг буралишдаги бикрлиги;

$I_\rho \approx 0,1d^4$ — стержень кесимининг қутб инерция моменти.

Формулани dx бўйича интеграллаб стерженьнинг тўлиқ буралиш бурчагини топамиз:

$$\varphi = \frac{M_s \cdot l}{G I_p} \quad (5.8)$$

5.3. БУРАЛИШДА МУСТАҲКАМЛИК ВА БИКРЛИК ШАРТЛАРИ

Юқоридаги формулалардан маълумки, стержень кесимининг марказидан энг узоқда жойлашган нуқталарида уринма кучланиш энг катта қийматга эришар экан, яъни:

$$\tau_{\max} = \frac{M_s}{W_p}$$

Агар, $\tau_{\max}$ стерженьнинг материали учун рухсат этилган кучланишдан катта бўлмаса, стерженьнинг буралишдаги мустаҳкамлиги таъминланган бўлади:

$$\tau_{\max} = \frac{M_s}{W_p} \leq [\tau] \quad (5.9)$$

Бу ерда: $[\tau] = (0,5 \dots 0,6)[\sigma]$. (5.9) формула буралишдаги мустаҳкамлик шarti.

Агар стерженьга таъсир қилувчи буровчи момент ва стерженьнинг материали маълум бўлса, унинг диаметрини (5.9) формула ёрдамида танлаш мумкин:

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{16 M_s}{\pi [\tau]}} \quad (5.10)$$

Агар стерженьнинг диаметри ва материали берилган бўлса, унга қўйилиши мумкин бўлган буровчи момент топилиши мумкин:

$$M_s = \frac{\pi d^3}{16} [\tau]$$

Кўпгина валлар учун тўлиқ буралиш бурчагининг қиймати чеклаб қўйилади, яъни:

$$\varphi_{\max} = \frac{M_s \cdot l}{G I_p} \leq [\varphi] \quad (5.11)$$

Бу ерда: $[\varphi] = 0,15 \dots 0,3^\circ$ буралиш бурчагининг рухсат этилган қиймати. (5.11) формула буралишдаги бикрлик шарти дейилади.

$I_p = \frac{\pi d^4}{32} \approx 0,1d^4$ қутб инерция моментини ҳисобга олиб, бикрлик шартидан стерженнинг диаметрини топишимиз мумкин:

$$d \geq \sqrt[4]{\frac{32 M_s \ell}{\pi \cdot G [\varphi]}} \quad (5.12)$$

Агар валнинг диаметри d ва унинг бир минутдаги айланишлари сони (n), вал материалининг рухсат этилган кучланиши (τ) берилган бўлса, узатилаётган қувват — N топилиши мумкин:

$$N = \frac{\pi \cdot n \cdot d^3 [\tau]}{155776} \text{ кВт} \quad \text{ва} \quad N = \frac{\pi \cdot n \cdot d^3 [\tau]}{114592} \text{ от кучи.}$$

5.4. БУРАЛИШДА СТАТИК АНИҚМАС МАСАЛА

Икки учи бикр маҳкамланган таянчга таянган доиравий кесимли стерженнинг бурувчи моментини аниқлайлик (121-расм).

Берилган масалани ечиш учун стерженнинг мувозанат тенгламасини тузамиз: $\sum M_x = -M_a + M - M_c = 0$

Бу ерда M_a ва M_c таянч моментлари.

Берилган стерженнинг битта мувозанат тенгламаси бўлиб, унда иккита номаълум моментлар қатнашапти. Демак, масала статик ноаниқ бўлиб, бундай масалалар қўшимча деформациялар тенгламалари ёрдамида ечилади. Қўшимча деформация тенгламасини тузиш учун асосий системани танлаймиз. Асосий системани тузишда битта таянч таъсирини шу таянчда ҳосил бўлган номаълум реактив момент билан алмаштирамиз. Берилган системадагидек асосий системада ҳам ташлаб юборилган таянч кесимнинг буралиш бурчаги нолга тенг бўлиши керак, яъни $\varphi_c = 0$, чунки ҳақиқий берилган системада бу кесим бикр (қўзғалмас) маҳкамланган. Кучларнинг таъсир

қилишида ҳалал бермас-
лик тамойилига асосан
 $\varphi_c = \varphi_{cm} - \varphi_{смк} = 0$ тенг-
ламани ҳосил қиламиз:

Бу ерда: φ_{cm} — ташқи
момент таъсирида С кес-
симнинг буралиш бурча-
ги;

$\varphi_{смк}$ — реактив момент
 M_c таъсирида С кесим-
нинг буралиш бурчаги.

(5.8) формулага асосан

$$\varphi_{cm} = \frac{M \cdot b}{G \cdot I_p}$$

ва $\varphi_{смк} = \frac{M_c(a+b)}{G I_p}$ ни ҳисобга олсак, деформация тенгла-
масини қуйидагича ёзиш мумкин:

$$\frac{M \cdot b}{G I_p} - \frac{M_c(a+b)}{G I_p} = 0 \text{ ёки } M_c = M \frac{b}{a+b}$$

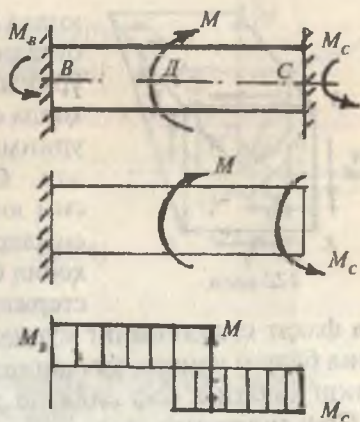
Энди мувозанат тенгламасидан M_B моментни топамиз:

$$M_B = M - M_c = M - M \frac{b}{a+b} = M \frac{a}{a+b}$$

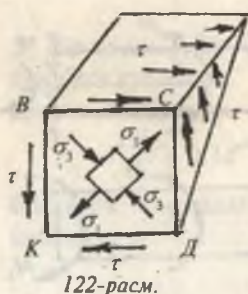
M_B ва M_c топилгандан кейин буровчи момент эпюра-
сини қуриш мумкин.

5.5. БУРАЛИШДА КУЧЛАНИШ ҲОЛАТИНИНГ ТАҲЛИЛИ

Буралишда доиравий кесимли стерженнинг кўндаланг
кесимида уринма кучланишлар ҳосил бўлади. Бу кучла-
нишлар стержень кесим юзасининг марказида нолга тенг
ва стерженнинг сиртида энг катта қийматга эга. Уринма
кучланиш стержень материалининг ҳар бир нуқтасида шу
нуқтадан ўтган радиусга перпендикуляр йўналади. Урин-
ма кучланишларнинг жуфтлик аломатига кўра стержен-
нинг кўндаланг кесимида перпендикуляр бўлган бўйлама



121-расм.



юзада ҳам уринма кучланиш ҳосил бўлади. Кесимнинг радиуси бўйлаб уринма кучланиш бўлмайди. Акс ҳолда стерженнинг ён сиртида ҳам уринма кучланишлар ҳосил бўлар эди. Стерженнинг кўндаланг кесим юзаларида ҳам, бўйлама кесимларида ҳам нормал кучланиш ҳосил бўлмайди. Шундай қилиб, стержендан ажратилган элементар

юза фақат стерженнинг кўндаланг ва бўйлама юзаларида ҳосил бўлган уринма кучланишлар таъсирида. Бундай кучланиш ҳолатига соф силжиш дейилади (122-расм).

Соф силжишда стерженнинг бўйлама ўқиға 45° бурчак остида чўзувчи ва сиқувчи бош нормал кучланишлар ҳосил бўлади.

Стерженнинг барча нуқталарида бош кучланишларнинг экстремал қийматлари уринма кучланишларга тенг бўлади, яъни:

$$\sigma_{\max} = -\sigma_{\min} = \tau_{\max} = -\tau_{\min} = \frac{M_{\phi}}{W_{\phi}} \quad (5.13)$$

Мўрт материаллар буралишда σ_1 йўналишида смирилади. Умуман, стерженнинг марказига яқин жойлашган материали буралишда деярли қатнашмайди, чунки бу юзада жуда τ кичик қийматга эга. Демак, бу юзадаги материални ортиқча сарфланган деб қараш мумкин экан. Шунинг учун бу юзадаги материал олинса, стерженнинг кесим юзаси ҳалқасимон кесимга айланади. Агар, стерженнинг марказий кесимидаги материалини олиб, унинг оғирлигини 16% камайтирсак, ҳосил бўлган ҳалқасимон кесимнинг сиртидаги энг катта кучланиш 2,6 % ошар экан. Радиуси $R = 350$ мм бўлган ҳалқасимон вал радиуси $R = 300$ мм бўлган валдан 53,4 % га енгилдир.

5.6. БУРАЛИШДА ПОТЕНЦИАЛ ЭНЕРГИЯ

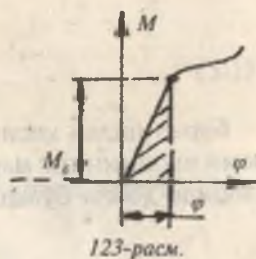
Стерженнинг буралиши унинг материали эластиклик чегарасидан ошиб кетмайди, деб қаралади.

Унда боровчи моментнинг бажарган иши буралиш диаграммасининг юзига тенг бўлади:

$$A_{\text{бм}} = U = \frac{M_{\delta} \cdot \varphi}{2} \text{ ёки}$$

$$U = \frac{M_{\delta}^2 \ell}{2G I_p}$$

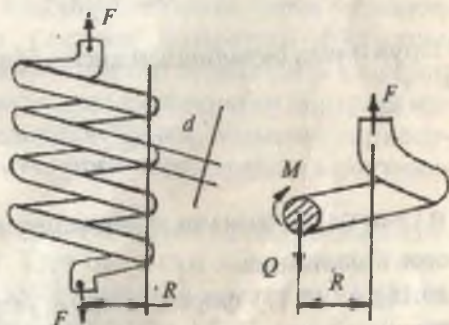
(5.14)



5.7. ВИНТСИМОН ЦИЛИНДРИК ПРУЖИНАЛАРНИ ҲИСОБЛАШ

Вагонларнинг рессорлари ўрнида, ички ёнув двигатели ва ҳ.к. механизмларда винтсимон пружиналар ишлатилади. Бу пружиналар чузувчи ёки сиқувчи кучлар таъсирида бўлади. Пружинанинг деформацияси ташқи кучни юмшатади ёки мувозанатлайди. Пружинадаги ички кучларни аниқлаш учун уни кесиб усулидан фойдаланиб икки қисмга ажратамиз (124-расм). Пастки қисмини ташлаб юборамиз ва унинг юқори қисмга таъсирини (кўндаланг куч) кесувчи куч Q ва боровчи момент M_{δ} билан алмаштирамиз. Пружинанинг ажратиб олинган қисми мувозанат шартига кўра $Q = F$ ва $M_{\delta} = F \cdot R$ ҳосил бўлади. Пружина ўрамининг қирқилган кесим юзасида кесувчи куч Q таъсиридан қирқилишдаги уринма кучланиш τ_1 ва боровчи момент таъсиридаги τ_2 уринма кучланиши ҳосил бўлади.

Қирқилишдан ҳосил бўлган уринма кучланиш пружина ўрамининг кесим юзасида текис тақсимланган деб қабул қиламиз:

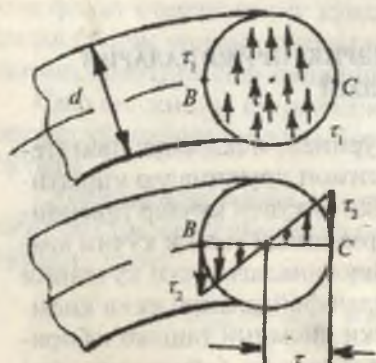


124-расм.

$$\tau_1 = \frac{F}{A} = \frac{F}{\pi r^2} \quad (5.15)$$

Буралишдан ҳосил бўлган уринма кучланиш пружина ўраи кесимининг марказидан энг узоқда жойлашган нуқталарида ҳосил бўлади:

$$\tau_2 = \frac{M_\delta}{W_\rho} = \frac{2FR}{\pi r^3} \quad (5.16)$$



125-расм.

Кесимнинг В ва С нуқталари хавфли ҳолатда бўлади. Чунки бу нуқталардаги тулиқ кучланиш τ_1 ва τ_2 кучланишларнинг йиғиндисига тенгдир, яъни:

$$\tau = \frac{F}{\pi r^2} + \frac{2FR}{\pi r^3}$$

Пружинанинг деформациясида урамлари буралишга учрайди деб ҳисоблаб, F куч таъсиридаги пружинанинг чузилишини топамиз.

Пружинанинг λ миқдорга кучишида F кучнинг бажарган ишини ёзамиз:

$$A_{иш} = \frac{1}{2} F \lambda$$

Пружинада буралишдан ҳосил бўлган потенциал энергия:

$$U = \frac{M_\delta^2 \ell}{2G I_\rho} \quad (5.17)$$

n ўрамли пружинани тайёрлашда $\ell = 2\pi R n$ узунликдаги сим ишлатилади.

(5.16) ва (5.17) формулаларни ўзаро тенглаб, $I_\rho = \frac{\pi r^4}{2}$ пружина ўраи кесимининг қутб инерция моментини ҳисобга олсак:

$$\lambda = \frac{4FR^3 n}{Gr^4} \quad (5.18)$$

ҳосил бўлади.

$$\lambda = \frac{4FR^3 n}{Gr^4} \leq [\lambda] \quad \text{— пружинанинг бикрлик шарти.}$$

5.8. КЕСИМИ ДОИРАВИЙ БЎЛМАГАН СТЕРЖЕНЛАРНИНГ БУРАЛИШИ

Муҳандислик амалиётида кесими доиравий бўлмаган кесимлар, юпқа деворли ва прокатли элементлар ҳам буралишга учраши кўрилган. Бундай элементларнинг буралишида кўндаланг кесимнинг нуқталари кесим юзасини текислигидан чиқиб кетади, натижада кесим юзаси ва бутун элементнинг шакли ўзгаради.

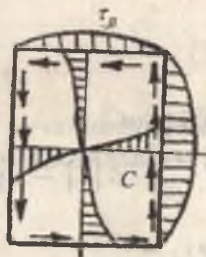
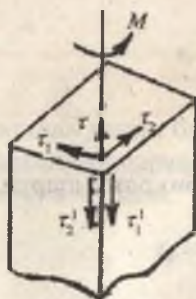


126-расм.

Бу ҳолга депланация дейилади. Лекин буралаётган элемент толаларининг узунлиги ўзгармайди. Демак, кўндаланг кесимда нормал кучланиш ҳосил бўлмайди. Бундай буралишга соф ёки эркин буралиш дейилади. Агар буралиш элементи толаларининг узунлиги ўзгариши билан содир бўлса, мажбурий буралиш, дейилади.

Юқорида айтилган барча мулоҳазалар кесими доиравий бўлмаган элементларнинг буралишида уларнинг кўндаланг кесими ҳосил бўлган кучланишни аниқлаш мураккаб эканлигини билдиради. Чунки, элементнинг кесими эгриланиши билан кучланишнинг тарқалиш қонунияти ҳам ўзгаради.

Бурчаксимон кесимларнинг бурчакларида уринма кучланиш нолга айланади. Тўрт бурчакли элементнинг сиртида τ'_1 ва τ'_2 уринма кучланишлари нолга тенг. Уринма кучланишларни жуфтлик аломатига кўра: $\tau_1 = \tau'_1 = 0$ ва $\tau_2 = \tau'_2 = 0$



127-расм.

Демак, $\tau = 0$, яъни ташқи бурчак яқинида уринма кучланиш нолга тенг. Энг катта уринма кучланиш кесимнинг С нуқтасида ҳосил бўлади:

$$\tau_c = \tau_{\max} = \frac{M_{\delta}}{\alpha \alpha \eta^2} \quad (5.19)$$

В нуқтадаги уринма кучланиш: $\tau_{\beta} = \eta \tau_{\max}$

Кесими доиравий бўлмаган элементларнинг буралиш бурчаги:

$$\varphi = \frac{M \ell}{G \beta \alpha^3 a} \quad (5.20)$$

Бу ерда: α, η ва β — элемент кесими томонлари (ўлчамларини) нисбати. ✓

Савол ва топшириқлар

1. Қандай конструкция қисмлари буралишга учрайди?
2. Буровчи момент деб нимага айтилади?
3. Стерженьнинг буралишида қандай кучланиш ҳосил бўлади?
4. Уринма кучланиш стержень кесим юзасида қандай қонуният билан тарқалади?
5. Буралишда мустаҳкамлик шарти формуласини ёзинг.
6. Буралиш бурчаги формуласини ёзинг.
7. Буралишда бикрлик шарти формуласини ёзинг.

8. Буралишда мустаҳкамлик шартидан фойдаланиб доиравий кесимли стерженнинг диаметрини топинг.

9. Винтсимон пружинанинг кесим юзасида қандай кучланиш ҳосил бўлади?

10. Винтсимон пружинанинг деформациясини топинг.

1-масала.

Пўлатдан тайёрланган стерженга $M_1 = 40$ Нм; $M_2 = 20$ Нм; $M_3 = 40$ Нм; $M_4 = 30$ Нм моментлари қуйилган.

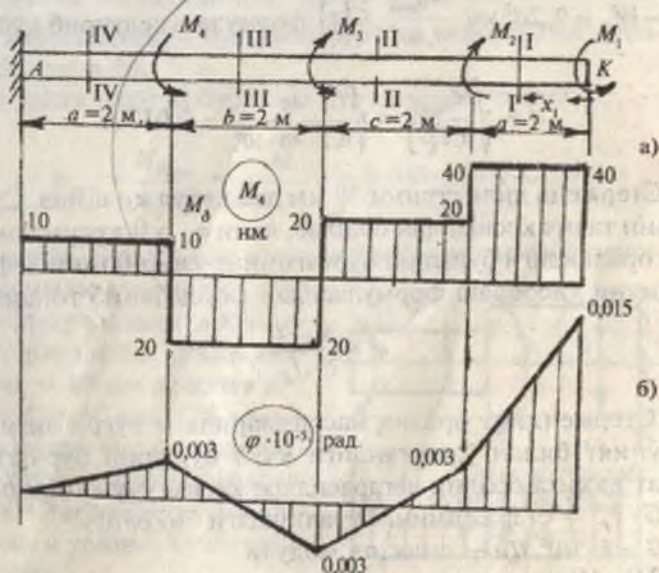
1. Буровчи момент эпюрасини қуринг.

2. Берилган $[\tau] = 40$ МПа қийматдан фойдаланиб буралишдаги мустаҳкамлик шартига асосан стерженнинг диаметрини топинг.

3. Буралиш бурчаги эпюрасини қуринг.

4. Энг катта нисбий буралиш бурчагини топинг.

Ечиш. Ички буровчи моментни топиш учун стерженни қирқимларда бўламиз (128-расм). Ҳар қайси қирқимдаги буровчи момент шу қирқимга қуйилган барча моментларнинг алгебраик йиғиндисига тенгдир.



128-расм.

Узунлиги x_1 га тенг бўлган (КД — оралик) қирқимнинг I—I кесимига нисбатан M_1 моментининг йўналиши соат. стрелкаси йўналишига тескаридир. Шунинг учун бу ораликдаги ички буровчи момент M_6^I ишорасини мусбат оламиз. Агар кесим марказига нисбатан момент йўналиши соат стрелкасининг йўналиши билан бир хил бўлса, ички буровчи момент ишорасини манфий деб қабул қиламиз.

$$M_6^I = M_1 = 40 \text{ Нм}$$

Демак, $M_6^{II} = M_1 - M_2 = 40 - 20 = 20 \text{ Нм}$ (ДС— оралик)

$$M_6^{III} = M_1 - M_2 - M_3 = 40 - 20 - 40 = -20 \text{ Нм} \text{ (СВ— оралик)}$$

$$M_6^{IV} = M_1 - M_2 - M_3 + M_4 = -20 + 30 = 10 \text{ Нм} \text{ (ВА— оралик)}$$

Топилган қийматлар ёрдамида M_6 эпюраси қурилади. Ихтиёрий масштабда танланган буровчи момент мусбат ишорали қиймати чизиқни юқори томонига, манфий ишорали қиймати эса пастки томонга чизилади (128-рasm, а).

Доиравий кесимли стерженни кутб қаршилиқ момен-

ти — $W_p = 0,2d^3$ ни $\frac{M_{6\max}}{0,2d^3} \leq [\tau]$ формулага келтириб қўйсақ:

$$d = \sqrt[3]{\frac{M_{6\max}}{0,2[\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{40}{0,2 \cdot 40 \cdot 10^6}} = 0,017 \text{ м}$$

Стержень диаметрини 30 мм деб қабул қиламиз. Стерженни таянч кесимидан бошлаб, яъни $\varphi_A = 0$ кесимдан ҳар бир ораликдаги буралиш бурчагининг ўзгаришини деформацияни ҳисоблаш формуласидан фойдаланиб топамиз:

$$\varphi = \frac{M_6 \cdot l}{G \cdot I_p}$$

Стерженнинг оралик масофаларида φ тўғри чизиқли қонуният билан ўзгарганлиги учун буралиш бурчагини фақат иккита оралик чегарасидаги кесим учун топамиз.

$G \cdot I_p$ — стерженнинг буралишдаги бикрлиги.

$G = 8 \cdot 10^{10} \text{ Па}$ — силжиш модули.

IV—IV қирқим охириги кесимида: (ЛВ — оралик)

$$I_p = \frac{\pi \cdot d^4}{32} = 0,1d^4 = 0,1(0,30)^4 = 81 \cdot 10^{-5} \text{ м}^4$$

Стержень кесимининг қутб инерция моменти:

$$\varphi_B = \frac{M_6^{IV} \cdot b}{G \cdot I_p} = \frac{10 \cdot 2}{8 \cdot 10^{10} \cdot 81 \cdot 10^{-5}} = 0,003 \cdot 10^{-5} \text{ рад}$$

III—III қирқим охирги кесимида: (BC — оралиқ)

$$\varphi_C = \varphi_B + \frac{M_6^{III} \cdot b}{G \cdot I_p} = 0,003 \cdot 10^{-5} - \frac{20 \cdot 2}{648 \cdot 10^5} = -0,003 \cdot 10^{-5} \text{ рад}$$

II—II қирқим охирги қесимида: (CD — оралиқ)

$$\varphi_D = \varphi_C + \frac{M_6^{II} \cdot c}{648 \cdot 10^5} = -0,003 \cdot 10^{-5} + \frac{20 \cdot 2}{648 \cdot 10^5} = -0,003 \cdot 10^{-5} \text{ рад}$$

I—I қирқим охирги кесимида: (DK — оралиқ)

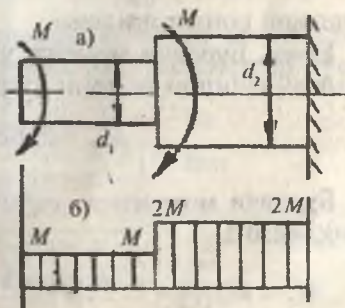
$$\varphi_K = \varphi_D + \frac{M_6^I \cdot a}{648 \cdot 10^5} = -0,003 \cdot 10^{-5} + \frac{40 \cdot 2}{648 \cdot 10^5} = -0,015 \cdot 10^{-5} \text{ рад}$$

φ_B , φ_C , φ_D ва φ_K ларнинг ихтиёрий масштабда 0—0 чизикда жойлаштириб, буралиш бурчаги эпюрасини қура-миз (128-рasm, 6).

Энг катта нисбий буралиш бурчагини топамиз:

$$\varphi_{\max} = \frac{M_{6\max}}{G \cdot I_p} = \frac{40}{648 \cdot 10^5} = 0,006 \cdot 10^{-5} \text{ рад}$$

2-масала. Бир томони қистириб маҳкамланган ўзгарув-чан кесимли стерженга бир хил жуфт куч моменти қўйилган. Стерженнинг кичик диаметри $d_1 = 40$ мм ва катта диаметри $d_2 = 60$ мм (129-рasm). Стерженнинг ўнг поғонасидаги энг катта уринма кучланиш 80 МПа. Стерженнинг чап поғонасидаги уринма кучланиш-ни топинг.



129-рasm.

Ечиш. Стерженнинг унг поғонасидаги энг катта уринма кучланиш формуласини ёзамиз:

$$\tau_2 = \frac{M_6''}{W_p''} = 80 \text{ мПа}$$

Буровчи моментни топамиз:

$$M_6'' = 800 \cdot W_p = 800 \frac{\pi \cdot d_2^3}{16} = 800 \frac{3,14(6)^3}{16} = 33912 \text{ кгсм}$$

Демак, стерженнинг чап поғонасига қўйилган буровчи момент 33912 кг см. Стерженнинг узунлиги бўйлаб буровчи момент эпюрасини қурамиз (129-расм, б). Стерженнинг II—II қирқим билан ажратиб олинган қисмида буровчи момент ташқи моментларнинг йиғиндисига тенг, яъни $M_6'' = 2M$. У ҳолда, I—I қирқимдаги, яъни стерженнинг чап поғонасидаги буровчи момент миқдор жиҳатдан ташқи моментга тенг: $M_6' = M$.

Чап поғонадаги энг катта уринма кучланишни топамиз:

$$\tau_1 = \frac{M_6'}{W_p'} = \frac{33912}{2 \cdot 12,56} = 1350 \frac{\text{кг}}{\text{см}^2}$$

$$\text{Бу ерда: } W_p' = \frac{\pi \cdot d_1^3}{16} = \frac{3,14(4)^3}{16} = 12,56 \text{ см}^3$$

3-масала. Диаметри $d = 90$ мм бўлган вал 90 от куч қувватини узатади. Вал материалнинг рухсат этилган кучланиши $[\tau] = 60 \frac{\text{кг}}{\text{см}^2}$ бўлса, валнинг бир минутдаги айланишлари сони топилсин.

Ечиш. Буровчи момент, узатилаётган қувват N ва валнинг айланишлари сони ўзаро боғланишда:

$$M_6 = 71620 \frac{N}{n}, \text{ кгсм}$$

Буровчи моментни валнинг мустаҳкамлик шартидан аниқлаймиз:

$$M_6 = W_p [\tau] = \frac{\pi \cdot d^3}{16} [\tau] = \frac{3,14(9)^3}{16} \cdot 600 = 85839,7 \text{ кгсм}$$

У ҳолда валнинг бир минутдаги айланишлари сони:

$$n = 71620 \frac{N}{M_{\sigma}} = 71620 \frac{90}{85839,7} = 75 \frac{\text{айл}}{\text{мин}}$$

4-масала. Автомобилнинг кардонли вали икки хил режимда бир хил қувватни узатади ($N = 23$ от кучи). Вални бир минутдаги айланишлари сони биринчи ҳолатда $n_1 = 108$ айл/мин; иккинчи ҳолатда — $n = 60$ айл/мин.

Вал материалининг рухсат этилган кучланиши $\tau = 400$ кг/см² бўлса, валнинг ташқи ва ички диаметрларини ($d_0 = 0,9 d$) топинг.

Ечиш. Кардонли валнинг икки режимига тўғри келувчи буровчи моментни топамиз:

$$M_{\sigma}^I = 71620 \frac{23}{108} = 15252,4 \text{ кгсм}$$

$$M_{\sigma}^{II} = 71620 \frac{23}{60} = 27454,3 \text{ кгсм}$$

Валнинг диаметри ўзгармас бўлса, энг катта кучланиш M_{σ}^{II} моменти таъсирида ҳосил бўлади. Вал кесимининг қутб инерция моментини ҳалқасимон кесимлар учун қутб инерция моменти формуласидан фойдаланиб ёзамиз:

$$I_{\rho} = \frac{\pi \cdot d^4}{32} - \frac{\pi \cdot d_0^4}{32} = \frac{\pi \cdot d^4}{32} - \frac{\pi (0,9d)^4}{32} =$$

$$= \frac{\pi \cdot d^4}{32} (1 - 0,656) = 0,033755d^4$$

Уринма кучланиш ва кесимининг четки нуқтасида, яъни кесим марказидан $0,5 \cdot d$ масофада жойлашган нуқтасида ҳосил бўлади:

$$\tau_{\text{тех}} = \frac{M_{\sigma}^{II} \cdot 0,5d}{I_{\rho}} = \frac{M_{\sigma}^{II} d}{2 \cdot 0,033755d^4} \leq [\tau] \text{ еки}$$

$$d = \sqrt[3]{\frac{M_{\sigma}^{II}}{0,06751[\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{27454,3}{0,0675 \cdot 400}} = 10 \text{ см}$$

У ҳолда валнинг ички диаметри — $d_0 = 9$ см.

5-масала. Пулатдан тайёрланган ҳалқасимон кесимли вал 100 айл/мин тезлик билан айланиб, $N = 75$ кВт қувватни узатади. Вал кесими деворининг қалинлиги ўртача диаметрининг $1/50$ қисмини ташкил этади. Валнинг 3 м узунлигига тўғри келувчи буралиш бурчаги $\varphi = 1^\circ$ дан ошмаслик шарти билан унинг ўртача диаметрини топинг. Уринма кучланиш нимага тенг:

Ечиш. Валнинг ташқи ва ички диаметрлари унинг деворининг қалинлигига боғлиқ:

$$d = d_y + t = d_y + \frac{d_y}{50} = \frac{51d_y}{50}; \quad d_0 = d_y - t = d_y - \frac{d_y}{50} = \frac{49d_y}{50}$$

Вал кесимининг қутб инерция моментини аниқлаймиз:

$$I_p = \frac{\pi}{32} [d^4 - d_0^4] = \frac{\pi}{32} \left[\left(\frac{51d_y}{50} \right)^4 - \left(\frac{49d_y}{50} \right)^4 \right] = 0,0157d_y^4$$

Валнинг буралишдаги бикрлик шартини ёзамиз:

$$\varphi = \frac{M_\delta \cdot l}{G \cdot I_p} \leq [\varphi]; \quad \frac{M_\delta \cdot l}{G \cdot 0,0157d_y^4} = 1^\circ \quad \text{Бу ерда: } G = 8 \cdot 10^5 \frac{\text{кг}}{\text{см}^2}$$

$$M_\delta = 97360 \frac{N}{n} = 97360 \frac{75}{100} = 73020 \text{ кгсм}$$

Ўртача диаметрни топамиз:

$$d_y = \sqrt[4]{\frac{M_\delta l}{G \cdot 0,0157 \cdot 1^\circ}} = \sqrt[4]{\frac{73020 \cdot 300}{8 \cdot 10^5 \cdot 0,0157 \cdot \frac{3,14}{180}}} = 17,8 \text{ см}$$

$$\text{У ҳолда: } d = \frac{51 \cdot 17,8}{50} = 18,156 \text{ см; } d_0 = \frac{49 \cdot 17,8}{50} = 17,45 \text{ см}$$

Кесимнинг қутб инерция momenti:

$$I_p = 0,0157d_y^4 = 0,0157(17,8)^4 = 1576 \text{ см}^4$$

Энг катта уринма кучланишни топамиз:

$$\tau_{\max} = \frac{M_\delta \cdot 0,5d}{I_p} = \frac{73020 \cdot 9}{1576} = 417 \frac{\text{кг}}{\text{см}^2}$$

6-масала. Икки томони бикр маҳкамланган доиравий кесимли бир хил йўналишдаги иккита момент билан юкланган. Стерженнинг диаметри — $d = 10$ см. Стерженнинг аниқмаслик даражасини ечинг ва II—II кесимнинг айланиш бурчагини топинг.

Ечиш. Ташқи моментлар таъсирида стерженнинг таянч кесимларида реактив моментлар ҳосил бўлади. Стерженнинг мувозанат тенгламасини тузамиз (130-расм).

$$\sum M_x = -M_c + 2M - M_b = 0$$

Битта тенгламада иккита номаълум реактив (таянч) моментлар бор, яъни стерженнинг мувозанат шартидан ундаги номаълумлар сони кўп экан. Шунинг учун бу масала ноаниқ. Стерженнинг ногниқлик даражасини очиш учун қўшимча деформация тенгламасини тузамиз. Қўшимча тенгламалар сони стерженнинг аниқмаслик даражасига тенг бўлади, яъни:

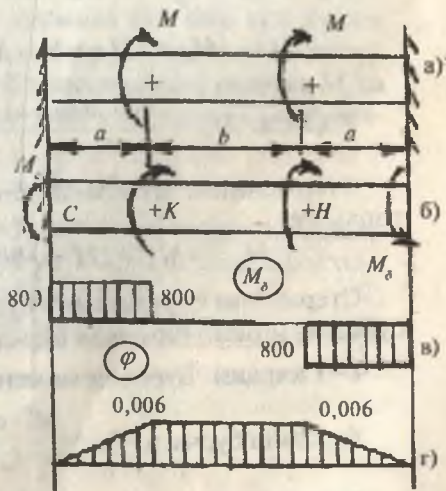
$$S = n - 1 = 2 - 1 = 1$$

Бу ерда: n — стержендаги номаълумлар сони;

1 — стерженнинг мувозанат шarti.

Демак, стерженни аниқмаслик даражаси бирга тенг. Қўшимча деформация тенгламасини тузиш учун берилган стержендан асосий стерженни танлаб оламиз. Асосий стержень — бу таянч таъсири, таянч моменти таъсири билан алмаштирилган стерженнинг кўринишидир (130-расм, б).

Асосий стерженда ҳам, берилган стерженлардагидек, йўқотилган



130-расм.

таянч кесимнинг буралиш бурчаги нолга тенг, яъни $\varphi_B = 0$, чунки берилган етерженда бу кесим кўзгалмасдир.

В кесимнинг буралиш бурчагини, кучларнинг мустақиллик тамойилига асосан, ҳар қайси моментлар таъсиридан ҳосил булган буралиш бурчакларининг йиғиндиси кўринишида ёзамиз:

$$\varphi_B = \varphi_{BM} + \varphi_{BM_B} = 0$$

$$\text{Бу ерда: } \varphi_{BM} = \frac{M \cdot a}{G \cdot I_p} + \frac{M(a+b)}{G \cdot I_p}$$

φ_{BM} — стерженнинг В кесимини иккита ташқи моментлар таъсиридан буралиш бурчаги; $\varphi_{BM_B} = -\frac{M_B(2a+b)}{G \cdot I_p}$ стержень В кесимининг таянч моменти M_B таъсиридан буралиш бурчаги.

$$\text{У ҳолда: } \varphi_B = \frac{M \cdot a}{G \cdot I_p} + \frac{M(a+b)}{G \cdot I_p} - \frac{M_B(2a+b)}{G \cdot I_p} = 0$$

$$\text{Бу ерда } \frac{1}{G \cdot I_p} \neq 0, \text{ шунинг учун}$$

$$M_a + M(a+b) - M_B(2a+b) = 0$$

$$\text{У ҳолда: } M_B = \frac{Ma + M(a+b)}{2a+b} = \frac{800 \cdot 0,6 + 800 \cdot 1,4}{2} = 800 \text{ кГм}$$

Стерженнинг мувозанат тенгламасидан M_c моментни топамиз:

$$M_c = -M_B + 2M = -800 + 1600 = 800 \text{ кГм}$$

Стерженни қирқимларга бўламиз. Ҳар бир қирқимдаги буровчи моментнинг вал буралиш бурчагини топамиз:

$$\text{I—I қирқим. Буровчи момент: } M_6^I = M_c = 800 \text{ кГм}$$

$$\text{Буралиш бурчаги: } \varphi_K = \frac{M_6^I \cdot a}{G \cdot I_p} = \frac{80000 \cdot 60}{8 \cdot 10^5 \cdot 10^3} = 0,006 \text{ рад}$$

Стержень кесимининг қутб инерция моменти:

$$I_{\pi} = \frac{\pi d^4}{32} = \frac{3,14 \cdot (10)^4}{32} = 10^3 \text{ см}^4$$

II—II қирқим.

Буровчи момент: $M_6^{II} = M_c - M = 800 - 800 = 0$

Буралиш бурчаги: $\varphi_{II} = \varphi_K + \frac{M_6^{II} \cdot b}{G \cdot I_{\rho}} = 0,006 \text{ рад}$

III—III қирқим.

Буровчи момент:

$$M_6^{III} = M_c - 2M = 800 - 1600 = -800 \text{ кгсм}$$

Буралиш бурчаги:

$$\varphi_B = \varphi_K + \frac{M_6^{III} \cdot a}{G \cdot I_{\rho}} = 0,006 - \frac{80000 \cdot 60}{8 \cdot 10^3 \cdot 10^3} = 0$$

Топилган қийматлар ёрдамида стерженнинг узунлиги бўйлаб унинг буровчи моменти ва буралиш бурчаги эпюрасини курамиз.

7-масала. Умумий узунлиги $a + b = 3,3$ м, чап қисмининг диаметри $d_1 = 6$ см, ўнг қисмининг диаметри $d_2 = 5$ см бўлган стержень учи билан қистириб, бикр маҳкамланган. Стерженнинг икки қисмида ҳам бир хил кучланиш ҳосил бўлса, a ва b узунликлар топилсин (131-расм).

Ечиш. Стерженнинг С ва В таянчларидаги реактив M_c ва M_b моментларни топиш учун унинг мувозанат тенгламасини тузамиз:

$$\sum M_x = -M_c + M - M_b = 0$$

Мувозанат тенгламадан кўринишича, стержень статик ноаниқ система экан. Шунинг учун асосий системани танлаймиз ва қўшимча тенглама тузамиз: $\varphi_B = \varphi_{BM} + \varphi_{BM_b} = 0$, яъни В таянч кесимини буралиш бурчаги нолга тенг. Бу

ерда: $\varphi_{BM} = \frac{M \cdot a}{G \cdot I_{\rho_1}}$ ва

$$\varphi_{BM_b} = -M_b \left(\frac{a}{G \cdot I_{\rho_1}} + \frac{b}{G \cdot I_{\rho_2}} \right)$$

В кесимнинг тегишли M ва M_B моментлари таъсиридан бурилиш бурчаклари.

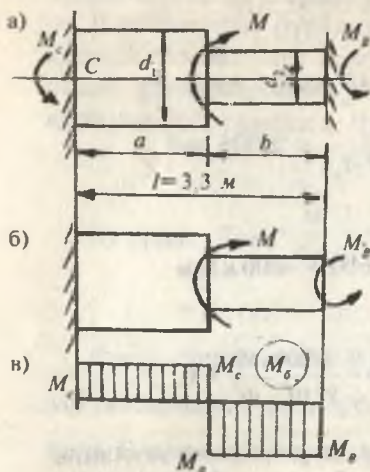
У ҳолда:

$$\frac{M \cdot a}{G \cdot I_{\rho_1}} = M_B \left(\frac{a}{G \cdot I_{\rho_1}} + \frac{b}{G \cdot I_{\rho_2}} \right)$$

ва $M_B = \frac{Ma}{a + b \frac{I_{\rho_1}}{I_{\rho_2}}}$ момент-

ни стерженнинг мувозанат тенгламасига келтириб қўйсак, M_c таянч момент-ни топамиз:

$$M_c = M - M_B = \frac{M \cdot b \cdot \frac{I_{\rho_1}}{I_{\rho_2}}}{a + b \cdot \frac{I_{\rho_1}}{I_{\rho_2}}}$$



131-расм.

Стерженнинг узунлиги бўйлаб буровчи момент эпюрасини курамиз (131-расм, в) ҳамда чап ва ўнг қисмларини кўндаланг кесимидаги уринма кучланишларни топамиз:

$$\tau_1 = \frac{M_c}{W_{\rho_1}} = \frac{M \cdot b \cdot \frac{I_{\rho_1}}{I_{\rho_2}}}{\left(a + b \cdot \frac{I_{\rho_1}}{I_{\rho_2}} \right) \frac{\pi \cdot d_1^3}{16}} \quad \text{ва} \quad \tau_2 = \frac{M_B}{W_{\rho_2}} = \frac{M \cdot a}{\left(a + b \cdot \frac{I_{\rho_1}}{I_{\rho_2}} \right) \frac{\pi \cdot d_2^3}{16}}$$

Масаланинг шартига кўра: $\tau_1 = \tau_2$

У ҳолда: $\frac{M \cdot b \cdot \frac{I_{\rho_1}}{I_{\rho_2}}}{\left(a + b \cdot \frac{I_{\rho_1}}{I_{\rho_2}} \right) \frac{\pi \cdot d_1^3}{16}} = \frac{M \cdot a}{\left(a + b \cdot \frac{I_{\rho_1}}{I_{\rho_2}} \right) \frac{\pi \cdot d_2^3}{16}}$ ёки

$\frac{I_2}{I_1} bd_2^3 = a \cdot d_1^3$ ҳосил бўлади. Бу ерда:

$$I_1 = \frac{\pi \cdot d_1^4}{32} = \frac{\pi (6)^4}{32} = \frac{\pi \cdot 1296}{32} \quad \text{ва} \quad I_2 = \frac{\pi \cdot d_2^4}{32} = \frac{\pi (5)^4}{32} = \frac{\pi \cdot 625}{32}$$

Стержень чап ва ўнг қисмларининг кесим юзларининг қутб инерция моментларини ҳисобга олсак, $\frac{6}{5}b = a$ ҳосил бўлади. 131-расмдан $a + b = 3,3 \text{ м}$ масофага

$a = \frac{6}{5}b$ ни келтириб қўйсак, $b = 1,5 \text{ м}$ ва $a = 1,8 \text{ м}$ ни топамиз.

8-масала. 132-расмда кўрсатилган диаметри $d = 20 \text{ мм}$ бўлган, бир қирқимли парчин михли бирикма $F = 35 \text{ кН}$ куч таъсирида. Энг хавфли парчин михдаги уринма кучланишни тоғинг.

Ечиш. F кучни парчин михли бирикманинг маркази C нуқтага қўчирамиз. Битта чизиқчали кучлар $M_6 = F\ell$ бурувчи моментини ҳосил қилади. Парчин михли бирикма M_6 моменти таъсирида бўлади. F куч таъсири бешта парчин мих орасида тенг тарқатади. Ҳар бир парчин мих марказида F_k куч C нуқтадан ўтган тўғри чизиққа перпендикуляр йўналади. 132-расмдан $\frac{F_k}{15} = \frac{F_{k_2}}{7,5}$ ва $F_{k_1} = 2F_{k_2}$ ни ҳосил қиламиз ҳамда $F_{k_1} = F_{k_5}$ ва $F_{k_2} = F_{k_4}$ эканлигини аниқлаб оламиз. Бирикмани бурувчи момент:

$$3500 \cdot 22,5 = 2F_{k_1} \cdot 15 + 2F_{k_2} \cdot 7,5; \quad 78750 = 4F_{k_2} \cdot 15 + 2F_{k_2} \cdot 7,5$$

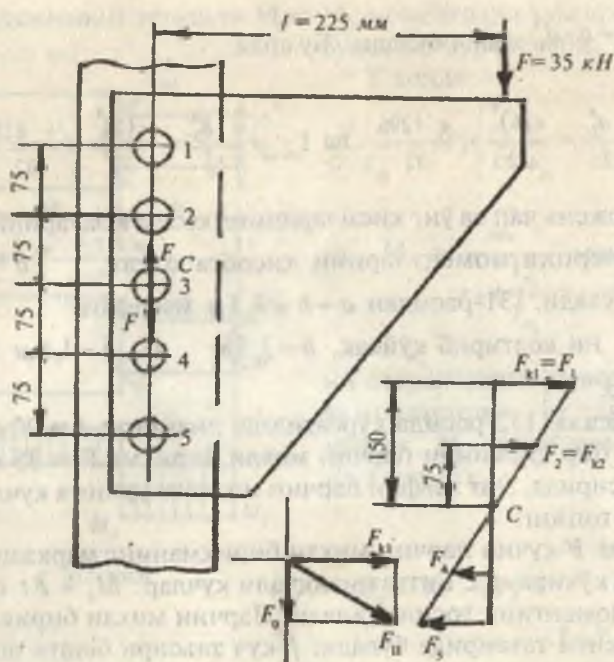
Бу ерда: $F_{k_2} = 1050 \text{ кг}$ кучни ҳосил қиламиз.

$$F_{k_1} = 2F_{k_2} = 2 \cdot 1050 = 2100 \text{ кг}$$

Демак, бирикмани четки, парчин михлари кўпроқ хавфли ҳолатда бўлар экан.

1 ва 5 парчин михлардаги тўлиқ кучни топамиз (132-расм).

$$F_{\Sigma r} = F_1 = \sqrt{F_{k_1}^2 + F_0^2} = \sqrt{(2100)^2 + (700)^2} = 2213 \text{ кг}$$



132-расм.

Четки парчин миҳларда ҳосил бўладиган уринма куч-
ланишларни топамиз:

$$r_{\max} = \frac{F_{1T}}{A_K} = \frac{2213}{3,14 \frac{d^2}{4}} = \frac{2213}{3,14 \frac{(2)^2}{4}} = 704 \frac{\text{кг}}{\text{см}^2}$$

9-масала. Пулатдан тайёрланган вал тўртта ҳар қайсиси
2 кНм бўлган момент билан юкланган (133-расм).

1. К кесимнинг буралиш бурчаги нолга тенг бўлган
ҳолатга тўғри келувчи X моментнинг қиймати топилсин.

2. Буровчи момент эпюралари қурилсин ва валнинг
муштаҳкамлик шартига асосан диаметри топилсин.

3. Буралиш бурчаги эпюралари қурилсин.

Ечиш. К кесимига номаълум x моменти қўйилган ва А кесими бикр маҳкамланган статик аниқ система статик ноаниқ масалага эквивалентдир.

Масаланинг шартига кўра номаълум момент — x нинг топиладиган қайсидир қийматида К кесимнинг буралиш бурчаги ($\varphi_K = 0$) нолга тенг бўлиши керак.

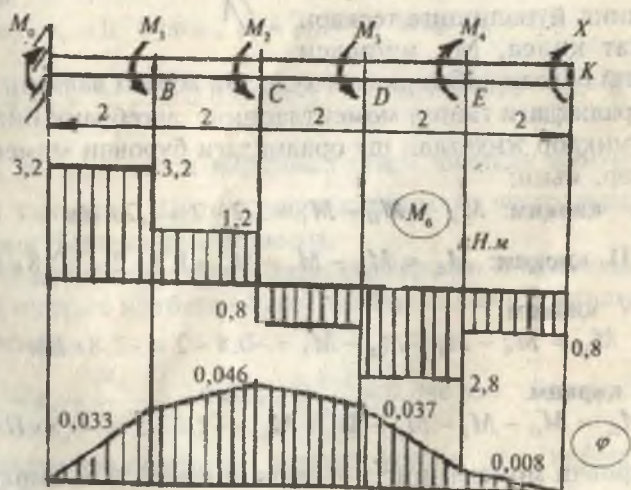
Кучларнинг таъсир қилишдаги ва қўшишдаги халал бермаслик тамойилига асосан К кесимнинг тулиқ буралиш бурчаги қўйилган ҳар қайси моментлар таъсиридаги буралиш бурчакларининг йиғиндисига тенг деб қараймиз, яъни:

$$\varphi_K = \varphi_{KM_1} + \varphi_{KM_2} + \varphi_{KM_3} + \varphi_{KM_4} + \varphi_{KX} = 0 \quad (a)$$

Фақат M_1 моментнинг таъсирида К кесимнинг буралиш бурчаги ОВ оралиқнинг буралиш бурчагига тенгдир, яъни:

$$\varphi_{M_1} = \frac{M_1 \cdot 2}{G \cdot I_p} \text{ ва қолган моментлар таъсиридаги } \varphi_{M_2} = \frac{M_2 \cdot 4}{G \cdot I_p}$$

$$\varphi_{M_3} = \frac{M_3 \cdot 6}{G \cdot I_p}; \varphi_{M_4} = \frac{-M_4 \cdot 8}{G \cdot I_p} \text{ ва } \varphi_{KX} = \frac{-x \cdot 10}{G \cdot I_p}$$



133-расм.

Буралиш бурчакларини (а) тенгламага келтириб қўйсак,

$$\frac{1}{G \cdot I} (M_1 \cdot 2 + M_2 \cdot 4 + M_3 \cdot 6 - M_4 \cdot 8 - x \cdot 10) = 0$$
 ёки
 $x = 0,8 \text{ м}$ ҳосил бўлади.

Системанинг мувозанат ҳолати тенгласидан О кесимдаги реактив момент M_0 ни топамиз:

$$\sum M_0 = -M_1 - M_2 - M_3 + M_4 + x + M_0 = 0 \text{ ёки } M_0 = 3,2 \text{ кНм}$$

Валнинг О кесимидан ўнгга қараб ораллиқларга бўла-
 миз ва буровчи момент қийматларини топамиз.

I—I қирқим ораллиғидаги валга M_0 реактив ва M_{61}
 буровчи моментлари таъсир қилади.

Демак, валнинг I—I қирқимида мувозанат содир бўли-
 ши учун, $M_0 = M_{61}$ шарт бажарилиши керак, яъни ажра-
 тилган ораллиққа қўйилган ташқи момент миқдор жиҳат-
 дан валнинг ички куч момент-
 ларининг йиғиндисига тенг
 бўлиши керак.

$$M_A = M_{61} = 3,2 \text{ кНм}$$

Агар ташқи момент кесим
 марказига нисбатан соат стрел-
 касининг йўналишига тескари
 ҳаракат қилса, M_{61} ишораси
 манфий бўлади. Юқоридаги хулосага асосан валнинг ҳар
 бир ораллиқдаги ташқи моментларнинг алгебраик йиғин-
 диси миқдор жиҳатдан шу ораллиқдаги буровчи моментга
 тенгдир, яъни:

II—II қирқим: $M_{61} = M_0 - M_1 = 3,2 - 2 = 1,2 \text{ кНм}$

III—III қирқим: $M_{61} = M_0 - M_1 - M_2 = 1,2 - 2 = -0,8 \text{ кНм}$

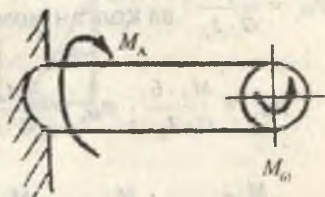
IV—IV қирқим:

$$M_{61} = M_0 - M_1 - M_2 - M_3 = -0,8 - 2 = -2,8 \text{ кНм}$$

V—V қирқим:

$$M_{61} = M_0 - M_1 - M_2 - M_3 + M_4 = -2,8 + 2 = -0,8 \text{ кНм}$$

Буровчи моментнинг энг катта қиймати I—I қирқим-
 да ҳосил бўлади. Буралишда мустаҳкамлик шартига асо-
 сан валнинг диаметрини топамиз:



$$\tau_{\max} = \frac{M_{\text{сmax}}}{W_{\rho}} \leq [\tau];$$

Вал кесимининг қутб қаршилиқ моменти: $W_{\rho} = \frac{\pi d^3}{16}$

$$d = \sqrt[3]{\frac{16 M_{\text{сmax}}}{\pi (\tau)}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 3,2}{3,14 \cdot 60 \cdot 10^7}} = 0,065 \text{ м}$$

$d = 70 \text{ мм}$ қабул қиламиз $[\tau] = 60 \text{ МПа}$ — вал учун кучланишнинг рухсат этилган қиймати.

Валнинг ҳар ораликдаги буралиш бурчагини $\varphi = \int_0^x \frac{M_{\phi}}{G \cdot I_{\rho}} dx$ формула ёрдамида қўзғалмас таянчдан бошлаб топамиз.

Бу ерда: $I_{\rho} = 0,1 \cdot d^4 = 0,1(0,01)^4 = 24 \cdot 10^{-7} \text{ м}^4$

1—1 қирқим. $0 \leq x_1 \leq 2 \text{ м}$

$$\varphi_1 = \frac{M_{\phi_1} x_1}{8 \cdot 10^7 \cdot 24 \cdot 10^{-7}} = \frac{3,2 x_1}{192}$$

Агар $x_1 = 0$ бўлса, $\varphi_1 = \varphi_0 = 0$, агар $x_1 = 2 \text{ м}$

$$\varphi_1 = \varphi_B = \frac{3,2 \cdot 2}{192} = 0,033 \text{ рад}; \quad \varphi_B = 0,033 \frac{\pi}{180} = 2^{\circ} 31'$$

бўлса, φ ҳар қайси қирқимда тўғри чизиқли қонуният билан ўзгаради. Шунинг учун қирқимлар чегаралардаги буралиш бурчакларни топамиз.

С — кесимнинг тўлиқ буралиш бурчаги В ва С кесимларни нуқтага нисбатан буралиш бурчаклари йигиндисига тенгдир:

$$\varphi_c = \varphi_B + \frac{M_{\phi_2} \cdot 2}{192} = 0,033 + \frac{1,2 \cdot 2}{192} = 0,046 \text{ рад} \quad \text{ёки } \varphi_c = 3^{\circ}$$

Қолган қирқимларда ҳам шу усулда φ қийматни топамиз:

$$\varphi_D = 0,046 + \frac{M_{\delta_3} \cdot 2}{192} = 0,046 - \frac{0,8 \cdot 2}{192} = 0,037 \text{ рад}$$

$$\varphi_E = 0,037 + \frac{M_{\delta_4} \cdot 2}{192} = 0,037 - \frac{2,8 \cdot 2}{192} = 0,0083 \text{ рад}$$

$$\varphi_K = 0,0083 + \frac{M_{\delta_5} \cdot 2}{192} = 0,0083 - \frac{0,8 \cdot 2}{192} = 0,0083 - 0,0083 = 0 \text{ рад}$$

10-масала. Ўртача радиуслари $R = 10$ см ўрамнинг диаметри $d = 2$ см бўлган лўлатдан тайёрланган иккита пружиналар С ва В нуқталарда таянчларга таянган. Юқори пружинада $n_1 = 4$ та ва пастки пружинада $n_2 = 5$ та ўрамлари бор. Иккала пружиналар ўртасига $F = 450$ кг куч қўйилган плита ўрнатилган.

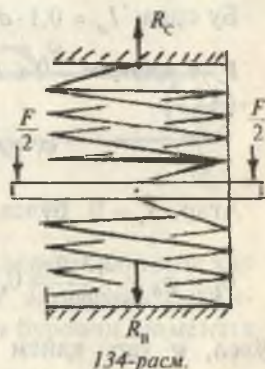
Пружиналарга тақсимланган кучнинг миқдори, юк ўрнатилган плитанинг вертикал қўчиши, пружина стерженида ҳосил бўлган уринма кучланиш топилсин.

Ечиш. F куч таъсирида юқори пружина чўзилади, пастки пружина сиқилади.

С ва В таянчларда R_c ва R_B реакция кучлари ҳосил бўлади. R_c реакция кучи миқдор жиҳатдан юқори пружинадаги чўзувчи кучга, R_B реакция кучи пастки пружинадаги сиқувчи кучга тенг бўлади. R_c ва R_B кучларни топиш учун системанинг мувозанат тенгламасини тузамиз:

$$\sum y = R_c - F - R_B = 0$$

Битта тенгламада иккита номаълум куч бор. Демак, масала статик ноаниқ. Шунинг учун қўшимча деформация тенгламасини тузамиз. F куч таъсирида юқори пружинанинг чўзилиши пастки поғонанинг сиқилишига тенг, яъни $\lambda_1 = \lambda_2$.



Бу ерда: $\lambda_1 = \frac{4R_c R^3 n_1}{G \cdot r^4}$ ва $\lambda_2 = \frac{4R_B R^3 n_2}{G \cdot r^4}$

У ҳолда:

$$\frac{4R_c R^3 n_1}{G \cdot r^4} = \frac{4R_B R^3 n_2}{G \cdot r^4} \text{ ёки } R_c = R_B \frac{n_2}{n_1} \text{ ва } R_c = R_B \frac{5}{4} \text{ ифодани}$$

мувозанат тенгласига келтириб қўйсақ, R_B кучни топамиз:

$$R_B = \frac{F \cdot 4}{9} = \frac{450 \cdot 4}{9} = 200 \text{ кГ}; \quad R_c = \frac{4F \cdot 5}{9 \cdot 4} = \frac{450 \cdot 4}{9} = 250 \text{ кГ}$$

Плитанинг вертикал кучишини топамиз:

$$\lambda = \frac{4R_c R^3 n_1}{G \cdot r^4} = \frac{4 \cdot 250 \cdot 10^3 \cdot 4}{8 \cdot 10^3 \cdot 1^4} = 5 \text{ см}$$

Юқори пружина стерженидаги кучланиш:

$$\tau_1 = \frac{R_c \cdot 4}{\pi \cdot d^2} + \frac{2R_c \cdot R}{\pi \cdot r^3} = \frac{250 \cdot 4}{\pi \cdot (2)^2} + \frac{2 \cdot 250 \cdot 10}{\pi \cdot 1^3} = 1672 \frac{\text{кг}}{\text{см}^2}$$

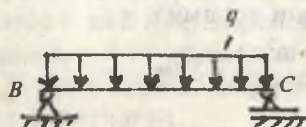
Пастки пружина стерженидаги кучланиш:

$$\tau_2 = \frac{R_c \cdot 4}{\pi \cdot d^2} + \frac{2R_B \cdot R}{\pi \cdot r^3} = \frac{200 \cdot 4}{\pi \cdot (2)^2} + \frac{2 \cdot 200 \cdot 10}{\pi \cdot 1^3} = 1338 \frac{\text{кг}}{\text{см}^2}$$

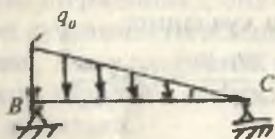
VI БОБ

ЭГИЛИШ

Амалиётда кўприкларнинг рамалари, иморатларнинг айрим қисмлари, вагоннинг ўқлари ва ҳ.к. эгилиш деформациясига учрайди. Икки таянчга таянган ва эгилиш деформациясига учрайдиган брус балка дейилади. Айрим балкаларнинг кўринишларини келтирамиз:



135-расм.



136-расм.



137-расм.

1. Кўп қаватли уйларнинг қаватлари орасидаги улайдиган балкалар тенг тақсимланган кучлар билан юкланган.

2. Сув омборидаги плитанинг устуни тақсимланган куч интенсивлиги (сувнинг босими) билан юкланган. Бу кучнинг қиймати 0 дан q гача ўзгаради.

3. Кўприкнинг асосий балкаси локоматив гўлдиракларнинг босими таъсирида бўлади.

Биз бу мавзуда қуйидаги шартларни бажара оладиган балкаларнинг эгилишини ўрганамиз:

1. Балка кесимининг ҳеч бўлмаганда битта симметрия

ўқи бор.

2. Барча ташқи кучлар балканинг симметрия ўқи текислигида жойлашган.

3. Балкага таъсир этувчи барча кучлар, шу жумладан реакция кучлари ҳам симметрия ўқи текислигида ётганлиги учун балканинг эгилган ўқи ҳам шу текисликда ётади.

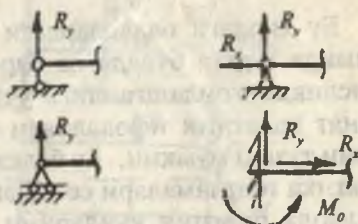
Бундай эгилиш текис эгилиш дейилади.

6.1. ТАЯНЧ ВА ТАЯНЧ ТУРЛАРИ

Уч хил таянч турлари мавжуд:

1. Қўзғалувчи шарнирли таянч стерженнинг таянч кесими шарнир ўқи атрофида айланиш бурчагини ва стерженнинг горизонтал текисликдаги ҳаракатини чекламайди. Шунинг учун қўзғалувчи — шарнирли таянчда фақат вертикал реакция кучи ҳосил бўлади (138-расм).

2. Қўзғалмас шарнирли таянч стерженнинг таянч кесимини вертикал ва горизонтал текисликлардаги ҳаракатини чегаралайди; кесимнинг айланиш бурчагини чекламайди. Шунинг учун бу хил таянчда вертикал ва горизонтал реакция кучлари ҳосил бўлади.



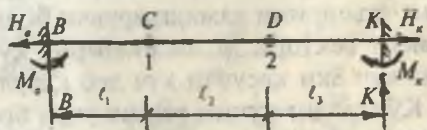
138-расм.

3. Қўзғалмас бикр маҳкамланган таянч (138-в расм) стерженнинг таянч кесимининг барча ҳаракатларини чегаралайди. Шунинг учун бу таянчда вертикал, горизонтал реакция кучлари билан биргаликда реактив момент ҳам ҳосил бўлади.

Реакция кучларини аниқлаш учун статиканинг мувоzanат шартларини тузамиз:

$$\sum x = 0; \quad \sum y = 0 \quad \text{ва} \quad \sum M_0 = 0 \quad (6.1)$$

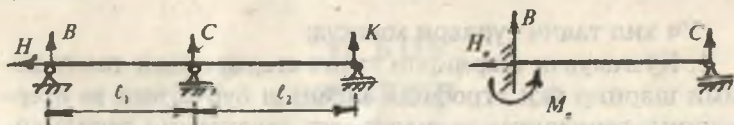
Статиканинг тенгламалари орқали реакция кучларни топиш мумкин бўлган балкалар статик аниқ система-ларга киради.



139-расм.

Бундай масалаларга кўп пролётли ва оралиқ шарнирли балкалар ҳам мисол бўлади (139-расм).

Айрим ҳолларда балка бир нечта таянчларга таяниши мумкин.



140-расм.

Бу хилдаги балкалардаги реакция кучларининг сони камида тўртта бўлади ва барча реакция кучлари бир текисликда жойлашганлиги учун бутун системанинг мувозанат ҳолатини ифодаловчи статиканинг учта тенгламасини тузиш мумкин. Бу балкаларда реакция кучлари сони статика тенгламалари сонидан кўп. Шунинг учун бу балкаларда реакция кучларини статиканинг тенгламалари билан топиб бўлмайди.

Бундай балкалар статик ноаниқдир. Статик ноаниқ масалаларни ечиш усули кейинроқ махсус мавзу сифатида кўриб чиқилади.

6.2. ЭГИЛИШДА ИЧКИ КУЧЛАРНИ АНИҚЛАШ

Тўртта ўзаро тенг бўлган F куч таъсирида мувозанатда бўлган брусни ўрганамиз (141-расм). Бруснинг ВС оралиғидан ихтиёрий танланган $m-m$ кесимнинг ички кучларини кесиш методидан фойдаланиб топамиз. Бруснинг ажратиб олинган кесимининг мувозанатини таъминлаш учун унинг кесилган юзасига ташлаб юборилган қисмининг таъсирини алмаштирувчи бош куч вектори Q ва бош момент вектори M ни келтириб қўямиз. Q кучни кўндаланг куч ёки кесувчи куч деб қабул қиламиз.

Кўндаланг кучни топиш учун бруснинг ажратиб олинган қисмидаги ташқи кучни $m-m$ текисликка проекциялаймиз: $F - Q = 0$ ёки $Q = F$.

Брусни ВК оралиғидаги ихтиёрий танланган $n-n$ кесимидаги кўндаланг куч Q ни топиш учун шу оралиқдаги барча ташқи кучларни $n-n$ текисликка проекцияла-

рининг алгебраик йиғиндисини топамиз: $F - F - Q = 0$ ёки $Q = 0$.

Демак, Q кўндаланг куч бруснинг ажратиб олинган қисмидаги ташқи кучларни алгебраик йиғиндисига тенг экан.

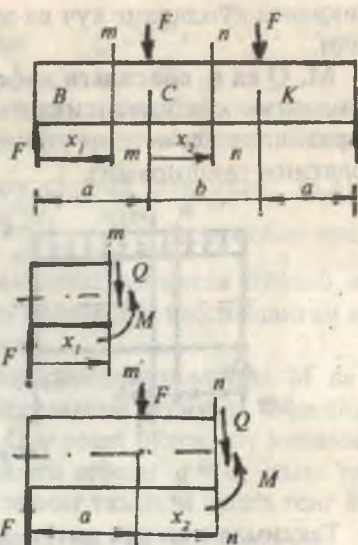
Бруснинг кесилган кесимига нисбатан ташқи кучнинг йўналиши соат стрелкасининг ҳаракат йўналиши билан мос тўғриси, кўндаланг кучнинг ишораси мусбат, тескари ҳолатда эса манфий қабул қилинади.

Бош момент вектори M эғувчи момент дейилади. Эғувчи моментни топиш

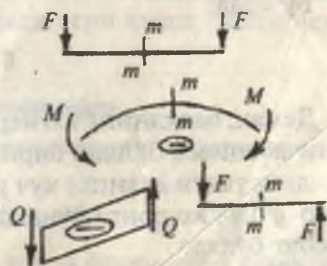
учун бруснинг ажратиб олинган қисмидаги ташқи кучдан кесилган кесим юзасининг марказига нисбатан момент оламиз: ВС оралиқдаги x масофа учун $M = Fx$ ва ВК оралиқдаги $(a + x)$ масофа учун $M = F(a + x) - Fx$ тенгламаларни ҳосил қиламиз.

Демак, эғувчи момент брусни ажратиб олинган қисмидаги ташқи кучларнинг, шу оралиқ кесилган кесим юзасининг марказига нисбатан моментларининг алгебраик йиғиндисига тенг экан. Агар ташқи куч брусни юқорига эгилтирилса, эғувчи момент ишораси мусбат, пастга эгилтирилса манфий қабул қилинади.

Юқоридаги кўндаланг куч ва эғувчи момент тенгламаларидан кўринишича, бруснинг узунлиги бўйлаб Q ва M ўзгариб борар экан. Q ва M нинг брус ўқи бўйлаб ўзгариш гра-



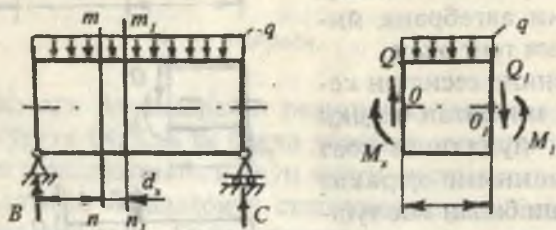
141-расм.



142-расм.

фикасига кўндаланг куч ва эгувчи момент эпюраси дейилади.

M , Q ва q орасидаги дифференциал боғланишлар. Тақсимланган куч интенсивлиги таъсирида бўлган балкадан ажратилган элементар узунликдаги булакнинг мувозанат ҳолатини текшираемиз.



143-расм.

Тақсимланган куч интенсивлиги q таъсиридаги элементар dx узунликдаги ажратилган элемент балкани ташлаб юборилган қисмлари таъсирини алмаштирувчи кўндаланг кучлар Q , $Q_1 = Q + dQ$ ва моментлар M_x , $M_1 = M_x + dM_x$ таъсирида бўлади (143-расм). Ажратилган элементнинг мувозанат шарти қуйидагича ёзилади:

$$\sum Y = 0 \text{ ёки } Q - qdx - (Q + dQ) = 0 \quad (6.2)$$

$$\sum M_0 = 0 \text{ ёки } M_x + Qdx - qdx \frac{dx}{2} - (M_x + dM_x) = 0 \quad (6.3)$$

(6.2) тенгламадан $qdx - dQ = 0$ тенгликни ҳосил қиламиз.

Бу ерда:

$$q = -\frac{dQ}{dx} \quad (6.4)$$

Демак, балканинг ихтиёрий кесимидаги кўндаланг кучнинг абсцисса бўйлаб биринчи тартибли ҳосиласи шу кесимдаги тақсимланган куч интенсивлиги $-q$ га тенг экан. Агар q куч юқорига йўналса (6.4), тенгламанинг ишораси мусбат бўлади.

(6.3) тенгламадан

$$Qdx - dM_x = 0 \quad \text{ва} \quad Q = \frac{dM_x}{dx} \quad (6.5)$$

ҳосил бўлади, яъни балканинг ихтиёрий кесимидаги кўндаланг куч шу кесимдаги эғувчи моментнинг абсцисса бўйича биринчи тартибли ҳосиласига тенг экан. (6.4) ва (6.5) тенгламалар асосида $\frac{d^2 M_x}{dx^2} = \frac{dQ}{dx} = -q$ тенглик ҳосил бўлади, яъни эғувчи моментнинг абсцисса бўйлаб иккинчи тартибли ҳосиласи шу кесимдаги тақсимланган куч интенсивлиги — q га тенг экан.

Юқоридаги дифференциал боғланишлардан M ва Q эпюраларини қуришда фойдаланиш мумкин. Масалан, балканинг бирор кесимида $Q = \text{const}$ бўлса, шу кесимида (6.4) дифференциал боғланишга асосан $q = 0$, яъни тақсимланган куч интенсивлигининг таъсири нолга тенг ёки q куч таъсир қилмас экан.

Тақсимланган куч интенсивлиги таъсир қилган ораликда кўндаланг куч тўғри чизиқли қонуният билан ўзгаради. Q нинг эпюраси абсцисса ўқини кесиб ўтади, яъни абсциссага оғишган бурчак билан жойлашади.

(6.5) дифференциал боғланишга асосан агар балканинг бирор кесимида эғувчи момент ўзгармас бўлса, яъни $M = \text{const}$, шу кесимдаги кўндаланг куч нолга тенг бўлар экан. Эғувчи момент балка узунлигининг бирор қисмида тўғри чизиқли қонуният билан ўзгарса, яъни M графикаси тўғри чизиқ бўйлаб абсциссага бирор бурчак билан жойлашса, шу кесимдаги кўндаланг куч ўзгармас ва Q нинг эпюраси абсциссага параллел чизиқ бўлар экан.

Балканинг тақсимланган куч интенсивлиги — q таъсир қилган ораликда M эпюраси эгри чизиқ билан чегараланади.

Савол ва топшириқлар

1. Қандай конструкция қисмлари эгилиш деформациясига учрайди?
2. Балка деб нимага айтилади?
3. Таянч турларини айтинг.
4. Эғувчи момент, кўндаланг куч ва ёйилган куч интенсивлиги билан дифференциал боғланишларни ёзинг?

5. Кўндаланг куч деб нимага айтилади?
6. Кўндаланг куч ишораси қачон мусбат бўлади?
7. Эгувчи момент деб нимага айтилади?
8. Эгувчи момент ишораси қачон мусбат бўлади?

1-масала. Балканинг эгувчи момент (M) ва кўндаланг куч (Q) эпюралари қурилсин (144-расм).

Ечиш. Реакция кучларини балканинг мувозанат шартларидан фойдаланиб топамиз:

$$\Sigma M_A = -M_1 + 4q\left(\frac{4}{2} + 1\right) + F_1 \cdot 4 + F_2 \cdot 6 - M_2 + q \cdot 2\left(\frac{2}{2} + 8\right) + M_3 - B \cdot 8 = 0; \quad B = 12,125 \text{ кН}$$

$$\Sigma M_B = -M_1 - q \cdot 4\left(\frac{4}{2} + 3\right) - F_1 \cdot 4 - F_2 \cdot 2 - M_2 + q \cdot 2 \cdot \frac{2}{2} + M_3 + K \cdot 8 = 0; \quad K = \frac{63}{8} \text{ кН}$$

Балкани оралиқ қирқимларга бўлиб эгувчи момент M ва кўндаланг куч тенгламаларини тузамиз (144-расм).

I—I қирқим. $0 \leq x_1 \leq 1 \text{ м}$

$$M_{x_1} = Kx_1 - M_1 \quad \text{ва} \quad Q_1 = K = \frac{63}{8} \text{ кН}$$

$$x_1 = 0, \quad M_{x_1} = -2 \text{ кНм}, \quad x_1 = 1 \text{ м}, \quad M_{x_1} = \frac{47}{8} \text{ кНм}$$

II—II қирқим. $0 \leq x_2 \leq 3 \text{ м}$

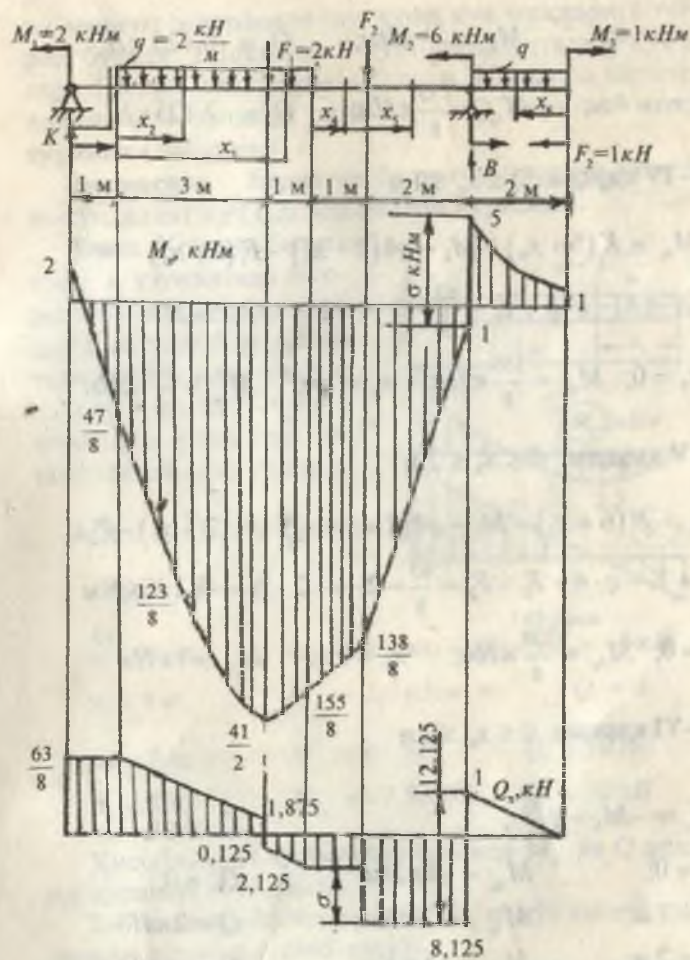
$$M_{x_2} = K(1 + x_2) - M_1 - q \frac{x_2^2}{2} \quad \text{ва} \quad Q_2 = K - qx_2$$

$$x_2 = 0; \quad M_{x_2} = \frac{47}{8} \text{ кНм}; \quad Q_2 = \frac{63}{8} \text{ кН}$$

$$x_2 = 1 \text{ м}; \quad M_{x_2} = \frac{123}{8} \text{ кНм}; \quad Q_2 = \frac{39}{8} \text{ кН}$$

$$x_2 = 3 \text{ м}; \quad M_{x_2} = \frac{41}{2} \text{ кНм}; \quad Q_2 = 1,875 \text{ кН}$$

III—III қирқим. $3 \leq x_3 \leq 4 \text{ м}; \quad Q_3 = K - qx_3 - F_1$



144-расм.

$$M_{x_3} = K(1 + x_3) - M_1 - q \frac{x_3^2}{2} - F_1(x_3 - 3)$$

$$x_3 = 0; \quad M_{x_3} = \frac{41}{2} \text{ кНм}; \quad Q_3 = -0,125 \text{ кН}$$

$$x_3 = 4 \text{ м}; \quad M_{x_3} = \frac{155}{8} \text{ кНм}; \quad Q_3 = -2,125 \text{ кН}$$

IV—IV қирқим. $0 \leq x_4 \leq 1 \text{ м}$

$$M_{x_4} = K(5 + x_4) - M_1 - q4(2 + x_4) - F_1(1 + x_4)$$

$$Q_4 = K - q \cdot 4 - F_1 = \frac{63}{8} - 2 \cdot 4 - 2 = -2,125 \text{ кН}$$

$$x_4 = 0; \quad M_{x_4} = \frac{155}{8} \text{ кНм}; \quad x_4 = 1 \text{ м}; \quad M_{x_4} = \frac{138}{8} \text{ кНм}$$

V—V қирқим. $0 \leq x_5 \leq 2 \text{ м}$

$$M_{x_5} = K(6 + x_5) - M_1 - q4(2 + 1 + x_5) - F_1(2 + x_5) - F_2 x_5$$

$$Q_5 = K - q \cdot 4 - F_1 - F_2 = \frac{63}{8} - 2 \cdot 4 - 2 - 6 = -8,125 \text{ кНм}$$

$$x_5 = 0; \quad M_{x_5} = \frac{138}{8} \text{ кНм}; \quad x_5 = 2 \text{ м}; \quad M_{x_5} = 1 \text{ кНм}^{10}$$

VI—VI қирқим. $0 \leq x_6 \leq 2 \text{ м}$

$$M_{x_6} = -M_3 - q \frac{x_6^2}{2}; \quad Q_6 = qx_6$$

$$x_6 = 0; \quad M_{x_6} = -1 \text{ кНм}; \quad Q_6 = 0$$

$$x_6 = 1 \text{ м}; \quad M_{x_6} = -2 \text{ кНм}; \quad Q_6 = 2 \text{ кН}$$

$$x_6 = 2 \text{ м}; \quad M_{x_6} = -5 \text{ кНм}; \quad Q_6 = 4 \text{ кН}$$

Балканинг оралиқ қирқимларида кундаланг куч $Q > 0$ бўлса, эгувчи момент M_x ўсувчи, агар $Q < 0$ бўлса, M_x камаювчи бўлади. Тарқалган куч интенсивлиги $-q$ таъсир қилган қирқимларда эгувчи момент эгри чизик (парабола) қонуни билан ўзгаради. Q куч мусбат ишорадан манфий ишорага ўтиш нуқтасида эгувчи момент тах қийматига эришади. Жуфт куч M таъсир қилиш нуқтасида эгув-

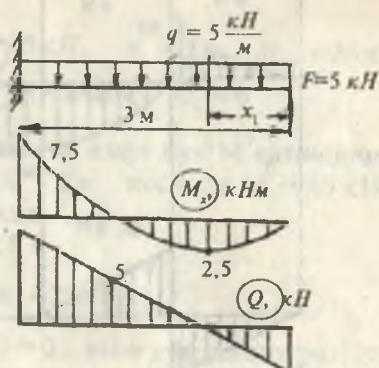
чи момент эпюрасида шу жуфт куч миқдорига тенг сакраш бўлади. Ташқи куч F қўйилган нуқтада Q куч эпюрасида F кучга тенг сакраш бўлади. Юқорида айтилган мулоҳазаларни ҳисобга олиб M_x ва Q_x ларнинг эпюрасини курамиз (144-расм).

2-а масала. Берилган балканинг эгувчи момент (M_x) ва кундаланг куч (Q) эпюралари қурилсин.

Ечиш. Консоль балканинг x_1 узунлигида юқорига йўналган тўпланма куч F ва пастга йўналган тенг тақсимланган куч q таъсир қилади. Эгувчи момент ва кундаланг куч тенгламаларини тузамиз:

$$M_{x_1} = Fx_1 - q \frac{x_1^2}{2}$$

$$Q_1 = -F + qx_1$$



145-расм.

$$x_1 = 0 \text{ да } M_{x_1} = 0 \text{ ва } Q_1 = -F = -5 \text{ кН}$$

$$x_1 = 1 \text{ м; } M_{x_1} = 2,5 \text{ кНм ва } Q_1 = 0$$

$$x_1 = 2 \text{ м; } M_{x_1} = 0 \text{ ва } Q_1 = 5 \text{ кН}$$

$$x_1 = 3 \text{ м; } M_{x_1} = -7,5 \text{ кНм } Q_1 = 10 \text{ кН}$$

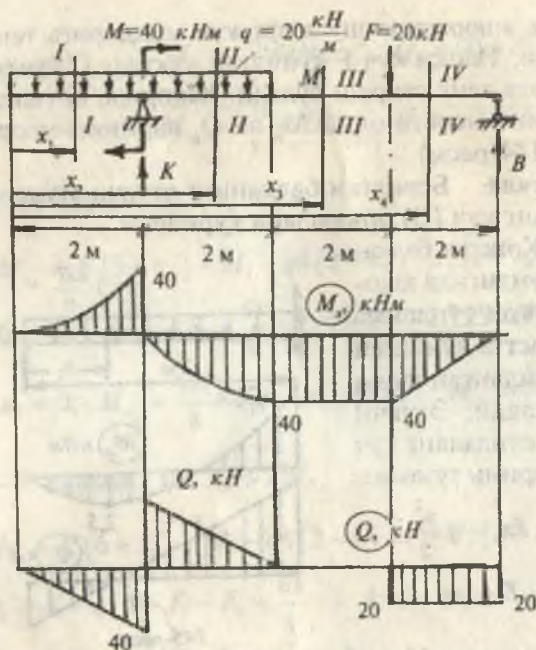
Ҳисобланган қийматлар асосида M_x ва Q эпюраларини курамиз (145-расм).

2-б масала. Эгувчи момент M_x ва кундаланг куч Q эпюралари қурилсин (146-расм).

Ечиш. Пулатдан тайёрланган балка K ва B нуқталарида таянчга таяниб турган. K ва B реакция кучларини топиш учун системанинг мувозанат ҳолатини қаноатлантирувчи статиканинг момент тенгламасидан фойдаланамиз:

$$\sum M_K = M + F \cdot 4 + q \frac{4^2}{2} - q \frac{4^2}{2} - B \cdot 6 = 0$$

$$\text{Бу ерда: } B = 20 \text{ кН}$$



146-расм.

$$\sum M_B = K \cdot 6 + M - F \cdot 2 - q \cdot 4 \left(\frac{4}{2} + 4 \right) = 0$$

Бу ерда: $K = 80 \text{ кН}$

Текшириш: $\sum y = K + B - F - 4q = 0$

$$80 + 20 - 20 - 4 \cdot 20 = 0 \quad \text{ва} \quad 80 - 80 = 0$$

Энди балкани ораликларга бўлиб, эгувчи момент ва кўндаланг куч эпюрасини кураимиз. I—I ва II—II қирқимлар ораликларида M тақсимланган куч интенсивлиги билан иккинчи даражали боғланишда.

I—I қирқим. $0 \leq x_1 \leq 2 \text{ м}$

$$M_{x_1} = -q \frac{x_1^2}{2}; \quad Q_1 = -qx_1$$

Агар $x_1 = 0$ бўлса, $M_{x_1} = 0$ ва $Q_1 = 0$
 Агар $x_1 = 1$ м бўлса, $M_{x_1} = -10 \text{ кНм}$ ва $Q_1 = -20 \text{ кН}$
 Агар $x_1 = 2$ м бўлса, $M_{x_1} = -40 \text{ кНм}$ ва $Q_1 = -40 \text{ кН}$

II—II қирқим. $2 \leq x_2 \leq 4$ м

$$M_{x_2} = -q \frac{x_2^2}{2} + K(x_2 - 2) + M; \quad Q_2 = K - qx_2$$

$x_2 = 2$ м; $M_{x_2} = 0$; $Q_2 = 40 \text{ кН}$; $x_2 = 3$ м; $M_{x_2} = 30 \text{ кНм}$
 $Q_2 = 20 \text{ кН}$; $x_2 = 4$ м; $M_{x_2} = 40 \text{ кНм}$; $Q_2 = 0$

Эгувчи момент тенгламасида жуфт куч M қатнашган-лиги учун M_{x_1} эпюрасида $x_2 = 2$ м кесимда $M = 40 \text{ кНм}$ қийматга тенг сакраш бўлади.

III—III қирқим. $4 \leq x_3 \leq 6$ м

$$M_{x_3} = -q \cdot 4(x_3 - 2) + K(x_3 - 2) + M$$

$Q_3 = -4q + K = -4 \cdot 20 + 80 = 0$, яъни кундаланг куч III—III қирқим оралигида нолга тенг экан. Демак, M_x нинг қиймати $4 \leq x_3 \leq 6$ м оралиқда ўзгармас ва абсциссага параллел жойлашади.

$x_3 = 4$ м; $M_{x_3} = 40 \text{ кНм}$ ва $x_3 = 6$ м; $M_{x_3} = 40 \text{ кНм}$

IV—IV қирқим. $6 \leq x_4 \leq 8$ м

Эгувчи момент тенгламасини тузамиз:

$$M_{x_4} = -4q(x_4 - 2) + K(x_4 - 2) - F(x_4 - 6)$$

Кундаланг куч тенгламасини тузамиз:

$$Q_4 = -4q + K - F = -4 \cdot 20 + 80 - 20 = -20 \text{ кН}$$

$x_4 = 6$ м; $M_{x_4} = 40 \text{ кНм}$; $x_4 = 8$ м; $M_{x_4} = 0$

Энг катта эгувчи момент $M_{x_4} = 40 \text{ кНм}$

Эгилишда нормал кучланиш бўйича мустаҳкамлик шартига асосан қўштакли кесим танлаймиз:

$$W_x = \frac{M_{x \max}}{[\sigma]} = \frac{40 \cdot 10^3}{160 \cdot 10^6} = 0,25 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$$

$W_T = 0,254 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$ га асосан қўштакли № 22 ни қабул қиламиз.

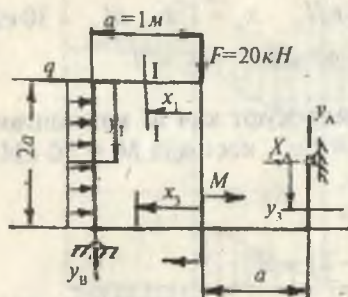
3-масала. Берилган рама учун M ва Q энюралари қурил-
син.

Ечиш. Реакция кучларини топамиз.

$$\sum x = -x_A + q \cdot 2a = 0 \text{ ёки } x_A = 2qa = 40 \text{ кН}$$

$$\sum M_B = 0$$

$$F \cdot a + q \cdot 2a \cdot \frac{2a}{2} + M - y_A \cdot 2a - x_A \cdot a = 0$$



147-расм.

Бу ерда:

$$y_A = \frac{Fa + 2qa^2 + M - x_A a}{2a} = \frac{20 + 2 \cdot 20 \cdot 1^2 + 20 - 40 \cdot 1}{2 \cdot 1}$$

$$\text{ёки } y_A = 20 \text{ кН}$$

$$\sum M_A = y_B \cdot 2a + M - F \cdot a = 0$$

$$\text{ва } y_B = 0$$

M ва Q тенгламаларни тузамиз:

I—I қирқим. $0 \leq x_1 \leq 1 \text{ м}$

$$M_{x_1} = F \cdot x_1 \quad \text{ва} \quad Q_1 = F = 20 \text{ кН}$$

$$x_1 = 0; \quad M_{x_1} = 0 \quad \text{ва} \quad x_1 = 1 \text{ м}; \quad M_{x_1} = 20 \text{ кНм}$$

II—II қирқим. $0 \leq y_1 \leq 2 \text{ м}$

$$M_{y_1} = F \cdot 1 + q \cdot \frac{y_1^2}{2} \quad \text{ва} \quad Q_2 = qy_1; \quad N_2 = -F = -20 \text{ кН}$$

$$y_1 = 0; \quad M_{y_1} = 20 \text{ кНм}; \quad Q_2 = 0$$

$$y_1 = 1 \text{ м}; \quad M_{y_1} = 30 \text{ кНм}; \quad Q_2 = 20 \text{ кН}$$

$$y_1 = 2 \text{ м}; \quad M_{y_1} = 60 \text{ кНм}; \quad Q_2 = 40 \text{ кН}$$

III—III қирқим. $0 \leq y_2 \leq 1 \text{ м}$

$$M_{y_2} = x_A \cdot y_2; \quad Q_3 = -x_A = -40 \text{ кН} \quad \text{ва} \quad N_2 = 20 \text{ кН}$$

$$y_2 = 0; \quad M_{y_2} = 0 \quad \text{ва} \quad y_2 = 1 \text{ м}; \quad M_{y_2} = 40 \text{ кНм}$$

IV—IV қирқим. $0 \leq x_2 \leq 1$ м

$$M_{x_4} = x_A \cdot 1 + y_A x_2; \quad Q_4 = -y_A = -20 \text{ кН}; \quad N_4 = -x_A = -40 \text{ кН}$$

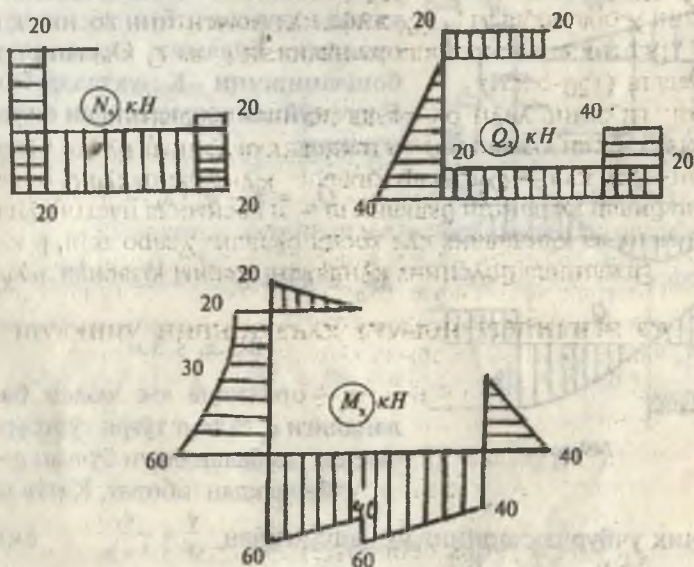
$$x = 0; \quad M_{x_4} = 40 \text{ кНм} \quad \text{ва} \quad x_4 = 1 \text{ м}; \quad M_{x_4} = 60 \text{ кНм}$$

V—V қирқим. $0 \leq x_3 \leq 1$ м

$$M_{x_5} = x_A \cdot 1 + y_A (x_3 + 1) - M \quad \text{ва} \quad Q_5 = -y_A = -20 \text{ кН}$$

$$N_5 = -x_A = -40 \text{ кН}; \quad x_3 = 0; \quad M_{x_5} = 40 \text{ кНм}$$

$$x_3 = 1 \text{ м}; \quad M_{x_5} = 60 \text{ кНм}$$



148-расм.

4-масала. Схема (в) (149-расм).

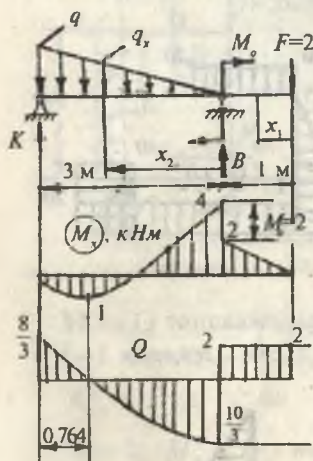
Ечиш. Тақсимланган куч интенсивлиги q балка узунлиги бўйича тўғри чизик қонунияти билан ўзгаради. q — кучларни тенг таъсир қилувчиси учбурчак юзаси билан ўлчанади ва К нуқтадан $\left(\frac{6}{3}\right) = 1$ м масофада жойлашади.

$$\sum M_K = F \cdot 4 + M_0 - B \cdot 3 + q \cdot 3 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot 3 = 0 \quad \text{ва} \quad B = \frac{16}{3} \kappa H$$

$$\sum M_B = K \cdot 3 - \frac{q \cdot 3}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot 3 + M_0 + F \cdot 1 = 0 \quad \text{ва} \quad K = \frac{8}{3} \kappa H$$

$$\text{Текшириш: } \sum y = K - q \cdot \frac{3}{2} + B - F = 0$$

$$\frac{8}{3} - 4 \cdot \frac{3}{2} + \frac{16}{3} - 2 = 0$$



149-расм.

Эгувчи момент M_x ва қўнда-
ланг куч Q ни топиш учун бал-
канинг узунлиги бўйлаб иккита
оралиққа бўламиз. Оралиқлар
бошланишини K нуқтадан ёки
 F куч қўйилиш нуқтасидан олиш
мумкин:

$$Q_{x_1} = K - q_x \cdot x_1 \cdot \frac{q - q_x}{2} \cdot x_1$$

$$M_{x_1} = Kx_1 - q_x \frac{x_1^2}{2} - \frac{(q - q_x)x_1}{2} \cdot \frac{2}{3} x_1$$

$$0 \leq x_1 \leq 3 \text{ м}$$

x_1 — оралиқда юк юзаси ба-
ландлиги q_x га тенг тўғри тўртбур-
чакдан ва баландлиги бўлган $q -$
 q_x учбурчакдан иборат. Катта ва

кичик учбурчакларнинг ўхшашлигидан $\frac{q}{3} = \frac{q_x}{3 - x_1}$ ёки
 $q_x = q \frac{3 - x_1}{3} = q \left(1 - \frac{x_1}{3}\right)$ ифодани ҳисобга олсак,

$$M_{x_1} = Kx_1 - q \left(1 - \frac{x_1}{3}\right) \frac{x_1^2}{2} - \frac{\left[q - q \left(1 - \frac{x_1}{3}\right)\right] x_1}{2} \cdot \frac{2}{3} x_1 = Kx_1 - q \frac{x_1^2}{2} +$$

$$+ q \frac{x_1^3}{6} - q \frac{x_1^3}{9} = Kx_1 - q \frac{x_1^2}{2} + q \frac{x_1^3}{18}$$

$$Q_1 = K - qx_1 + q \frac{x_1^2}{3} - \frac{\left[q - q \left(1 - \frac{x_1}{3} \right) \right]}{2} x_1 = K - qx_1 + q \frac{x_1^2}{6}$$

Эгувчи момент ва кўндаланг куч тенгламаларини балканинг куч қўйилган нуқтасидан бошлаб ҳам тузиш мумкин.

I—I қирқим. $0 \leq x_1 \leq 1 \text{ м}$

$$M_{x_1} = -Fx_1; \quad Q_1 = F_1 = 2 \kappa H;$$

$$x_1 = 0; \quad M_{x_1} = 0; \quad x_1 = 1 \text{ м}; \quad M_{x_1} = -2 \kappa H \text{ м}$$

II—II қирқим. $0 \leq x_2 \leq 3 \text{ м}$

$$M_{x_2} = -F(1+x_2) - M_0 + Bx_2 - q_x \frac{x_2}{2} \cdot \frac{x_2}{3}; \quad Q_2 = F - B + q_x \cdot \frac{x_2}{2}$$

q_x — ўзгарувчан интенсив юкни В таянчдан x_2 масофада жойлашган қиймати бўлиб, $\frac{q}{3} = \frac{q_x}{x_2}$ ёки $q_x = q \cdot \frac{x_2}{3}$ ифода билан топилади.

$$M_{x_2} = -F(1+x_2) - M_0 + Bx_2 - q \frac{x_2^3}{18}; \quad Q_2 = F - B + q \frac{x_2}{6}$$

$$x_2 = 0; \quad M_2 = -4 \kappa H \text{ м}; \quad Q_2 = -\frac{10}{3} \kappa H$$

$$x_2 = 1 \text{ м}; \quad M_{x_2} = -\frac{8}{9} \kappa H \text{ м}; \quad Q_2 = -\frac{16}{6} \kappa H$$

$$x_2 = 3 \text{ м}; \quad M_{x_2} = 0; \quad Q_2 = -\frac{8}{3} \kappa H; \quad Q = F - B + q \cdot \frac{x_2}{6} = 0$$

ёки $x_2^2 = 5$, демак, $x_2 = 2,236 \text{ м}$ бўлса,

$$Q_2 = 0; \quad M_{x_2} = M_{\max} = 1 \kappa H \text{ м}$$

6.3. ЭГИЛИШДА НОРМАЛ КУЧЛАНИШНИ АНИҚЛАШ

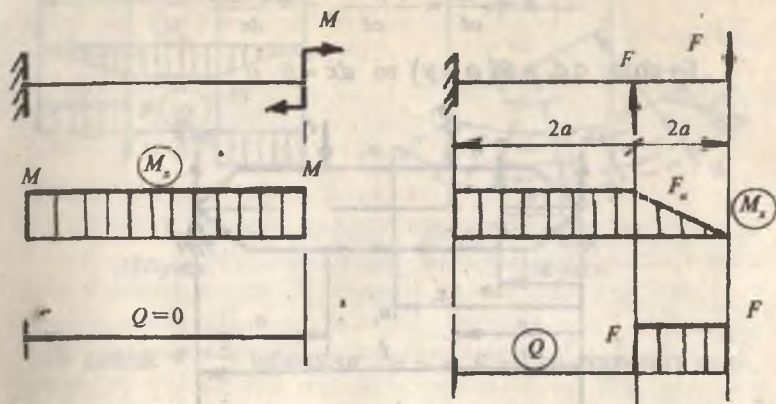
Эгилишда бруснинг кўндаланг кесим юзасида эгувчи момент ва кўндаланг куч ҳосил булади. Ўзаро тенг F кучлар билан юкланган балкани $m - n$ кесимида пастга йўналган ички куч — Q таъсир қилади. Кўндаланг куч Q балкани кесилган юзасига $m - n$ текисликка уринма бўлиб йўналган. Шунинг учун бу юзада уринма кучланиш τ ҳосил бўлади (150-расм). 1

Вертикал текисликда жойлашган C ва Q кучлари балкани X оралиқда $M = CX$ жуфт куч моментини ҳосил қилади. Жуфт куч моменти M балкани $m - n$ текислигидаги кесим юзасида нормал кучланишлар σ ни келтириб чиқаради.

Демак, балкани C таянчидан X масофада жойлашган кесим юзасида τ ва σ кучланишлари ҳосил бўлиб, бу кучланишлар балканинг бир кесимидан иккинчи кесими-га узатилади (150-расм).

Берилган балканинг $m - n$ кесимидан нормал кучланиш σ ни топиш учун шу кесимдаги уринма кучланишнинг қийматини, унинг кесим юзасидаги тарқалиш хусусиятини билишимиз керак. Кесим юзасидаги τ номаълум бўлганлиги учун нормал кучланишни балканинг бу кесимидаги кучланганлик ҳолатидан фойдаланиб топа олмаймиз, чунки σ ва τ ўзаро боғланишда. Демак, иккита кучланишдан биттасини топиш учун уларнинг биттаси берилган бўлиши ёки нолга тенг бўлиши керак. Балканинг X_1 оралиғидаги $m_1 - n_1$ кесимида $Q = C - F = F - F = 0$ ёки $\tau = 0$ бўлганлиги учун бу кесимда фақат $M = Fa$ эгувчи момент ёки нормал кучланишлар — σ таъсир қилади. Эгилишдаги кучланиш ҳолатининг кўндаланг куч нолга тенг бўлган хусусий ҳоли соф эгилиш дейилади. Соф эгилиш оралиқда эгувчи момент ўз қийматини ўзгартирмайди. Фақат $M = Fa$ эгувчи момент (нормал кучланишлар — σ) таъсир қилади. Эгилишдаги кучланиш ҳолатини кўндаланг куч нолга тенг бўлган хусусий ҳоли соф эгилиш дейилади. Соф эгилишда эгувчи момент ўз қийматини ўзгартирмайди ($M = \text{const}$), кўндаланг куч эса нолга

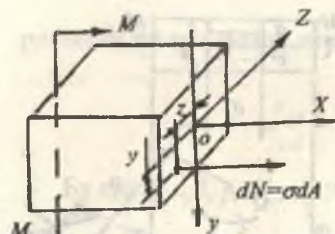
тенг ($Q = 0$). Демак, уринма кучланиш нолга тенг бўлиб, фақат нормал кучланишлар таъсиридаги балканинг дефор-



мацияси соф эгилиш экан. Куйидаги балкалар соф эгилишда:

Нормал кучланишни соф эгилиш ҳолатидан фойдаланиб топамиз.

Бунинг учун куйидаги гипотезалардан фойдаланамиз: балканинг деформациясигача текис бўлган кундаланг кесим юзаси деформациядан кейин ҳам текислигича қолади (151-расм) ва бир-бирига нисбатан θ бурчакка оғади: ўзаро параллел бўйлама чизиклар эгриланади ва параллеллигича қолади. Юқоридаги бўйлама чизиклар сиқилади, пастдагилари эса чўзилади (тескари ҳолат ҳам мавжуд); балканинг материали Гук қонунига бўйсунди; чўзиладиган ва сиқиладиган толалар учун $E = \text{const}$ деб қабул қилинади; толалар бир-бирига вертикал текисликда босим кўрсатмайди. Демак, 152-расмдаги ав чизик сиқилди, сд чизик эса чўзилади. Сиқиладиган ва чўзиладиган толалар орасидаги $O_1 O_2$ тола чўзилмайди ҳам, сиқилмайди ҳам. Шунинг учун $O_1 O_2$ толанинг узунлиги ўзгармайди, яъни $O_1 O_2 = O_1' O_2' = dx$. Балканинг деформацияла-нишида ўз узунлигини ўзгартирмайдиган тола нейтрал тола дейилади. Нейтрал тола билан кундаланг кесимнинг ке-
 197
 сишишидан ҳосил бўлган чизик нейтрал ўқ дейилади. 152-



153-расм.

Интеграл остидаги $\frac{E}{\rho}$ қиймат ўзгармас миқдор ва нолга тенг бўлмаганлиги учун уни интеграл ишораси олдида чиқарамиз ва бутун тенгликни шу қийматга қисқартирамиз. Унда интеграл $\int y dA = 0$ кесим юзасининг нейтрал ўқ OZ га нисбатан статик моменти нолга тенгдир. Шунинг учун OZ ўқ кесим юзасининг огирлик марказидан ўтади.

Ички бўйлама куч ва момент M кесим юзаси y ва z ўқларига проекция бермайди. Шунинг учун $\sum Z = 0$; $\sum y = 0$ тенгламаларидан фойдаланмаймиз. Шунингдек, dN ва M кесим юзасини OX ва OY ўқларига нисбатан моментлари ҳам айниятга айланганлиги учун $\sum M_x = 0$ ёки $\sum M_y = 0$ тенгламаларидан фойдаланмаймиз. У ҳолда $\sum M_z = 0$ тенгламани тузамиз:

$$M_z = \int_A dN \cdot y = \int_A \sigma \cdot dA \cdot y = \int_A \frac{E}{\rho} y^2 dA = \frac{E}{\rho} \int_A y^2 dA$$

Бу ифодадаги интеграл балка кесим юзасининг oZ ўққа нисбатан инерция моментини билдиради — $I_z = \int y^2 dA$. y ҳолда: $M_z = \frac{E}{\rho} \cdot I_z$ ни ҳосил қиламиз. Бу тенгликдан $\frac{1}{\rho} = \frac{M_z}{EI_z}$ — нейтрал қатлам эгрилигини (6.6) формулага қўйиб эгилишда нормал кучланиш формуласини топамиз:

$$\sigma = \frac{M_z \cdot y}{I_z} \quad (6.7)$$

(6.7) формула балка кўндаланг кесим юзасида нейтрал ўқдан y масофадаги горизонтал чизиқда ётувчи ис-талган нуқтадаги кучланишни топиш учун ишлатилади. Агар, $y = y_{\max}$ ва $M_z = M_{\max}$ бўлса,

$$\sigma = \sigma_{\max} = \frac{M_{\max} \cdot y_{\max}}{I_z} \quad \text{ёки} \quad \sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{\frac{I_z}{y_{\max}}} = \frac{M_{\max}}{W_z} \quad (6.8)$$

Бу ерда: W_z — кесимнинг oz ўққа нисбатан қаршилик моменти.

Эгилишда нормал кучланиш бўйича мустаҳкамлик шarti қуйидагича ёзилади:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W} \leq [\sigma] \quad (6.9)$$

(6.9) формула асосида, материаллар қаршилигида уч хил масала ечилиши мумкин:

1. Конструкцияга қўйилиши мумкин бўлган юкнинг қиймати топилади: $M_{\max} = [\sigma] \cdot W \text{ кН} \cdot \text{м}$

2. Конструкциянинг кесими танланади: $W \geq \frac{M_{\max}}{[\sigma]}; \text{ м}^3$

3. Конструкциянинг мустаҳкамлик шarti текширилади:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W} \leq [\sigma]$$

Агар балканинг материали чўзилиш ва сиқилишга ҳар хил қаршилик кўрсатса, яъни $[\sigma]_y \neq [\sigma]_c$ бўлса, у ҳолда:

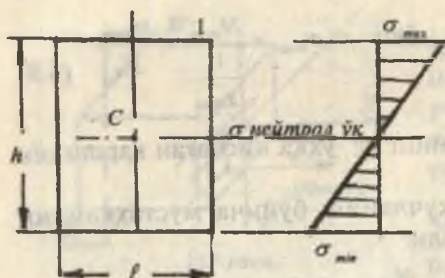
$$\sigma_{\max, y} = \frac{M_{\max}}{W_1} \leq [\sigma]_y \quad \text{ва} \quad \sigma_{\max, c} = \frac{M_{\max}}{W_2} \leq [\sigma]_c \quad (6.10)$$

6.3.1. ТУРЛИ КЕСИМЛАР УЧУН НОРМАЛ КУЧЛАНИШ ЭПЮРАСИ

1. **Тўғри тўртбурчак** (С нуқта кесимининг оғирлик маркази).

Мустаҳкамлик шarti:

$$\sigma_{\max, \min} = \frac{M_{\max}}{W_x} \leq [\sigma]; \quad W_x = \frac{bh^2}{6}$$



154-расм.

У ҳолда:

$$\frac{6M_{\max}}{bh^2} \leq [\sigma]$$

2. Доира. Кесимнинг қаршилик моменти:

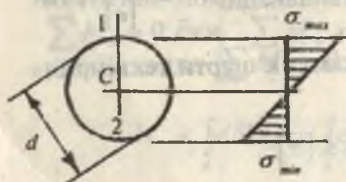
$$W_x = W_y = \frac{\pi \cdot d^3}{32}$$

Мустаҳкамлик шар-

$$\text{ти } \sigma_{\max/\min} = \frac{32M_{\max}}{\pi \cdot d^3} \leq [\sigma]$$

3. Учбурчак. Кесимнинг 1 ва 2-нуқталари нейтрал ўқдан энг узоқда жойлашган.

Қаршилик моментлар:



155-расм.

$$W_x^I = \frac{bh^2}{24} \text{ ва } W_x^{II} = \frac{bh^2}{12}$$

Мустаҳкамлик шарт:

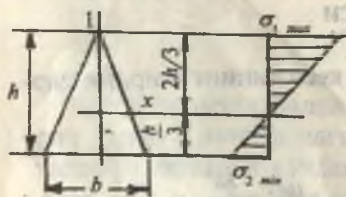
$$\sigma_{I\max} = \frac{M_{\max}}{W_x^I} \leq [\sigma]$$

$$\sigma_{2\min} = \frac{M_{\max}}{W_x^{II}} \leq [\sigma]$$

4. Тўғри бурчакли қўшгавр.

Оғирлик маркази координатаси:

$$y_1 = y_2 = \frac{H}{2}$$



156-расм.

$$W_x = \frac{dh^3}{6H} + \frac{b}{H}(H^3 - h^3),$$

$$W_y = \frac{d^3h}{6b} + \frac{b^2}{6}(H - h)$$

$$\sigma_{I\max} = -\sigma_{2\max} = \frac{M_{\max}}{W_x} \leq [\sigma]$$

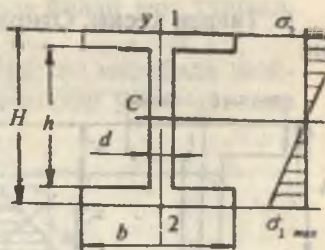
$$A = bc_1 + d(h + h_1) + BC$$

$$b_1 = b - d \quad B_1 = B - d;$$

$$y_1 = \frac{dH^2 + B_1C^2 + b_1C_1(2H - C_1)}{dH + B_1C + b_1C_1}$$

$$I_y = \frac{1}{12} [B^3C + b^3C_1 + d^3(h + h_1)]$$

$$I_x = \frac{1}{3} (By_1^3 - B_1h^3 + by_1^3 - b_1h_1^3);$$



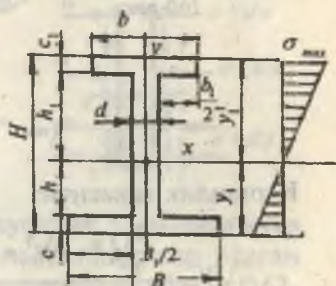
157-расм.

5. Трапеция.

Мустақамлик шарти:

$$\sigma_{1\max} = \frac{M_{\max}}{W_x^I} \leq [\sigma]$$

$$\sigma_{2\max} = \frac{M_{\max}}{W_x^{II}} \leq [\sigma]$$



158-расм.

Тенг томонли бўлмаган трапеция учун қаршилиқ

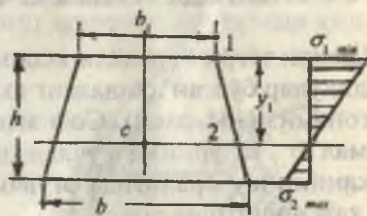
моменти ва С нуқта координаталари:

$$W_x^I = \frac{h^2(b^2 + 4bb_1 + b_1^2)}{12(2b + b_1)}; \quad W_x^{II} = \frac{h^2(b^2 + 4bb_1 + b_1^2)}{12(2b + b_1)}$$

Биринчи ва иккинчи нуқта координаталари:

$$y_1 = \frac{2b + b_1}{3(h + b_1)}$$

$$y_2 = \frac{b + 2b_1}{3(h + b_1)}$$



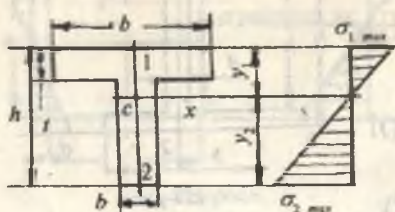
159-расм.

Юқори асоси b_1 ва пастки асоси $b = b_1 + b_0$

бўлган тенг томонли трапеция учун қаршилиқ моменти:

$$W_{x1} = \frac{h^2(6b_1^2 + 6b_1b_0 + b_0^2)}{12(3b_1 + 2b_0)}; \quad y_1 = \frac{3b_1 + 2b_0}{3(2b_1 + b_0)} \cdot h$$

6. Таврли кесим. Оғирлик марказининг координаталари:



160-расм.

$$y_1 = \frac{1}{2} \frac{(B-b)t^2 + bh^2}{(B-b)t + bh}$$

$$y_2 = h - y_1$$

$$A = (B-b)t + bh$$

Мустаҳкамлик шарти:

$$\sigma_{1\max} = \frac{M_{\max}}{W_{x1}} \leq [\sigma] \quad \text{ва}$$

$$\sigma_{2\max} = \frac{M_{\max}}{W_{x2}} \leq [\sigma]$$

Қаршилик моменти:

$$W_{x1} = \frac{\frac{1}{3}[(B-b)t^3 + bh^3]}{y_1} - y_1[(B-b)t + bh]$$

$$W_{x2} = \frac{\frac{1}{3}[(B-b)t^3 + bh^3]}{y_2} - y_2^2 A$$

6.4. Эгилишда уринма кучланишни аниқлаш

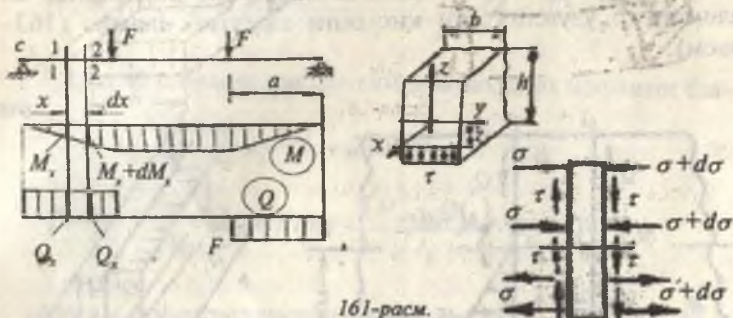
Шакли тўғри бурчакли кесимнинг бўйлама ўқига перпендикуляр бўлган қўндаланг юзадаги уринма кучланишни топамиз (161-расм). Соф эгилишдан фарқли бу юзада нормал σ ва уринма кучланиш τ ҳосил бўлади, чунки балканинг шу оралиғида эғувчи момент ҳам, қўндаланг куч ҳам нолга тенг эмас.

Уринма кучланиш тўғрисида қуйидаги фикрларни юритамиз:

1. Қўндаланг куч Q барча ички уринма кучланишларнинг тенг таъсир қилувчиси. Уринма кучланишларнинг

йўналиши кўндаланг куч йўналиши билан мос тушади. (161-расм).

2. Кесимнинг нейтрал ўқидан бир хил масофада жойлашган юзалардаги уринма кучланишлар узаро тенгдир (161-расм).

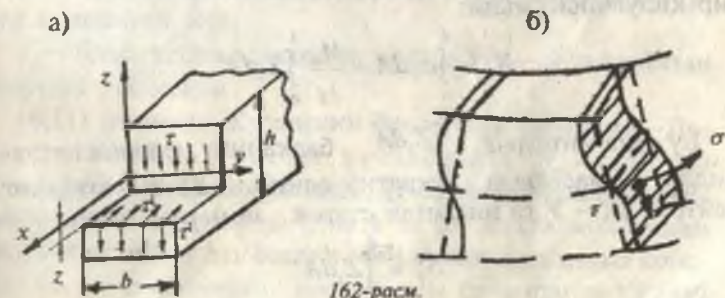


3. Уринма кучланишларнинг жуфтлик аломатига кўра балканинг кўндаланг кесимида перпендикуляр бўлган бўйлама кесимида уринма кучланишлар ҳосил бўлади (162-а расм), яъни: $\tau = -\tau'$.

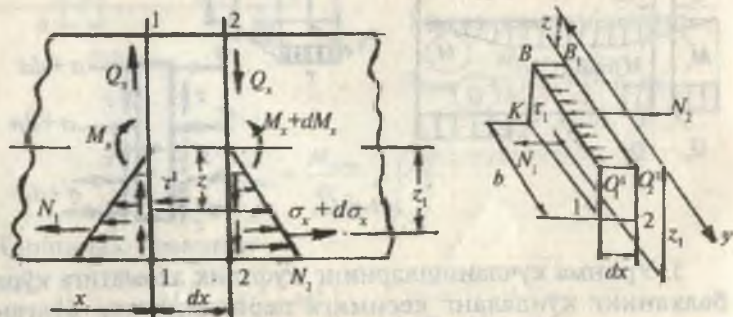
Демак, балканинг бўйлама ўқи йўналишида ҳам уринма кучланишлар — τ' ҳосил бўлар экан, улар балка толарини бир-бирига нисбатан силжитади.

4. Текис кўндаланг эгилиш гипотезасига асосан деформациягача текис бўлган кўндаланг кесим юзалар деформациядан кейин қисман эгриланади (162-б расм).

Кўндаланг кесимнинг бундай қисман эгриланиши нормал кучланишнинг тарқалиш қонуниятига таъсир қил-



майди, шунинг учун эгилишда уринма кучланишни топишда толаларнинг силжиши гипотезаси ҳисобга олинмайди. Эгилишда уринма кучланиш формуласини келтириб чиқариш учун, балкани С таянч нуқтасидан Х ва кесимнинг нейтрал қатлаmidан Z масофада жойлашган dx элементар узунликдаги қисмини ажратиб оламиз (163-расм).



163-расм.

Ажратиб олинган тўғри бурчакли элементнинг горизонтал $BB_1O'_1O'_2$ юзаси τ' уринма кучланишлари; вертикал BKO'_1I юзаси N_1 ва унга параллел юзада N_2 ички бўйлама кучлари таъсирида бўлади (163-расм). $BB_1O'_1O'_2$ юзадаги τ' уринма кучланишларнинг тенг таъсир қилувчиси $dT = \tau' b dx$ балкани бўйлама ўқиға параллел йуналади. BO'_1 қирраға таъсир қилаётган N_1 бўйлама куч BKO'_1I юзадаги σ_x нормал кучланишларнинг тенг таъсир қилувчиси, яъни:

$$N_1 = \int_0^A \sigma_x dA = \frac{M_x}{I_y} \int_0^A Z_1 dA$$

Бу ерда интеграл $\int_0^A Z_1 dA$ балканинг нейтрал қатлаmidан Z масофада ажратиб олинган BKO'_1I юзанинг нейтрал ўқ — У га нисбатан статик моменти, яъни:

$$S_y^0 = \int_0^A Z_1 dA$$

У ҳолда $N_1 = \frac{M_x}{I_y} \cdot S_y^0$ ҳосил бўлади. $B_1O_2^f$ қиррага таъсир қилаётган N_2 ички бўйлама куч $\sigma_x + d\sigma_x$ нормал кучланишларнинг тенг таъсир қилувчиси, яъни:

$$N_2 = \int_0^A (\sigma_x + d\sigma_x) dA = \frac{M_x + dM_x}{I_y} \int_0^A Z_1 dA = \frac{M_x + dM_x}{I_y} S_y^0$$

Ажратиб олинган элементнинг мувозанат шартини ёзамиз:

$$\sum x = N_1 + dT - N_2 = 0 \quad \text{ёки}$$

$$\frac{M_x}{I_y} \cdot S_y^0 + \tau^1 b dx - \frac{(M_x + dM_x)}{I_y} \cdot S_y^0 = 0$$

Айрим соддалаштиришлардан кейин: $\tau = \frac{dM_x}{dx} \cdot \frac{S_y^0}{I_y \cdot b}$ ҳосил бўлади. Агар, $\frac{dM_x}{dx} = Q_x$ дифференциал боғланиш-ни ҳисобга олсак, эгилишда уринма кучланиш формуласи келиб чиқади:

$$\tau = \frac{Q_x \cdot S_y^0}{I_y \cdot b} \quad (6.11)$$

Бу ерда: S_y^0 — ажратиб олинган элементнинг $BKO_1/1$ юзасини, яъни балканинг нейтрал ўқидан Z масофадан пастда ва балка кесимининг четки 1 нуқтасидан юқорида қолган $BKO_1/1$ юзасини нейтрал ўқ — U га нисбатан статик моменти;

b — кучланиши текшириляётган нуқта жойлашган кесим юзасининг эни;

I_y — балка кесим юзасининг нейтрал ўқ — U га нисбатан инерция моменти.

(6.11) формула Журавский формуласи дейилади. Демак, эгилишда уринма кучланиш ($Q_x = const$ ва $I_y = const$) кесимнинг баландлиги бўйлаб кучланиши текшириляётган нуқтанинг ўрнига ва шу нуқта жойлашган кесимнинг эни — b га боғлиқ экан. Амалиётда ҳамма конструкция қисмларининг кесими ҳам баландлиги бўйлаб

ўзгармас энли бўлавермайди. Ўзгарувчан энли кесимларда τ кесим энининг ўзгариш нуқтасида икки хил қийматга эга бўлади.

(6.11) формулага асосан τ кесимнинг баландлиги буйлаб эгри чизикли қонуният билан ўзгаради. 164-расмдан кўринишича, Z масофа қанчалик кичик бўлса, $BK O_1/1$ юза шунча катталашади. Демак, кучланиши текширилаётган нуқта нейтрал ўққа яқинлашса, ундаги уринма кучланиш τ ҳам катталашар экан. Агар, кучланиши текширилаётган нуқта B ёки O_1 нуқталар нейтрал ўқдан энг узоқда жойлашса, яъни B нуқта 1 нуқта билан устма-уст тушса, унда ажратилган элементнинг юзаси нолга тенг бўлади, $BK O_1/1$ юзани U ўқига нисбатан статик моменти ҳам нолга тенг бўлади. Демак, $Z = Z_{max}$ нуқтада, яъни кесимнинг четки нуқтасида уринма кучланиш нолга тенг бўлар экан.

Юқоридаги фикрларга асосан уринма кучланиш кесимнинг нейтрал қатламида энг катта қийматга ва кесимнинг четки нуқталарида ноль қийматга эришар экан.

6.4.1. ЖУРАВСКИЙ ФОРМУЛАСИНИ ТУРЛИ КЕСИМЛАРГА ТАТБИҚ ЭТИШ

1. Тўғри тўртбурчак.

Уринма кучланишнинг тарқалиш қонуниятини аниқлаш учун Журавский формуласидан фойдаланамиз:

$$\tau = \frac{Q S_y^0}{I_y b}$$

Бу ерда: S_y^0 — тўғри тўртбурчакнинг кесим юзасидан ажратилган ВКСД штрихланган юзанинг U ўқига нисбатан статик моменти, яъни:

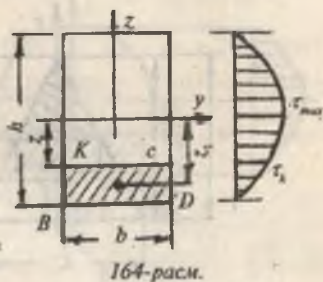
$$S_y^0 = A_{BKCI} \cdot Z_1$$

$A_{BKCI} = b \left(\frac{h}{2} - Z \right)$ — ажратилган ВКСД штрихланган юза.

$$Z_1 = \frac{h}{2} - \frac{1}{2} \left(\frac{h}{2} - Z \right) - \text{ажра-}$$

тилган ВКСД юзанинг оғирлик марказидан нейтрал ўқиғача бўлган масофа. У ҳолда:

$$S_y^0 = b \left(\frac{h}{2} - Z \right) \left[\frac{h}{2} - \frac{1}{2} \left(\frac{h}{2} - Z \right) \right] = \frac{b}{2} \left(\frac{h^2}{4} - Z^2 \right)$$



$I_y = \frac{bh^3}{12}$ — тўғри тўртбурчакнинг марказий ўқиға нисбатан инерция моменти.

$$\text{У ҳолда: } \tau = \frac{Q \cdot \frac{b}{2} \left[\frac{h^2}{4} - Z^2 \right]}{\frac{bh^3}{12} \cdot b} = \frac{6Q \left[\frac{h^2}{4} - Z^2 \right]}{bh^2} \quad (6.12)$$

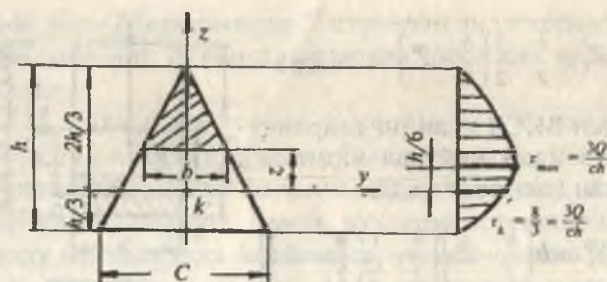
Бурда: $0 \leq Z \leq \frac{h}{2}$. Агар $Z = 0$ бўлса, $\tau = \tau_{\max} = \frac{3Q}{2bh}$ ва $Z = \frac{h}{2}$ бўлса, $\tau = 0$.

(6.12) формулада Z масофа иккинчи даражада, шунинг учун тўғри тўртбурчакнинг баландлиги бўйлаб парабола қонунияти билан ўзгаради, тўғри тўртбурчакнинг четки нуқталарида τ ноль қийматга ва нейтрал қатламида энг катта қийматга эришади.

2. Учбурчак. Учбурчакдан ажратилган (штрихланган) юзанинг U ўққа нисбатан статик моментини ёзамиз:

$$S_y^0 = \frac{b}{3} \left(\frac{2h}{3} - Z \right) \left(\frac{h}{3} + Z \right)$$

Учбурчакнинг оғирлик марказидан ўтган ўқ U га нисбатан инерция моменти — $I_y = \frac{bh^3}{36}$ ни ва статик моментни Журавский формуласига келтириб қўямиз:



165-расм.

$$\tau = \frac{QS_y^0}{I_y b} = \frac{Q \cdot \frac{b}{3} \left(\frac{2h}{3} - Z \right) \left(\frac{h}{3} + Z \right)}{\frac{ch^3}{36} b} = \frac{12Q \left(\frac{2h}{3} - Z \right) \left(\frac{h}{3} + Z \right)}{ch^3}$$

Бу ерда: $-\frac{h}{3} \leq Z \leq \frac{2h}{3}$

Агар: $Z = -\frac{h}{3}$ бўлса, $\tau = 0$ (пастки четки нуқта)

$Z = \frac{2h}{3}$ бўлса, $\tau = 0$ (юқори четки нуқта)

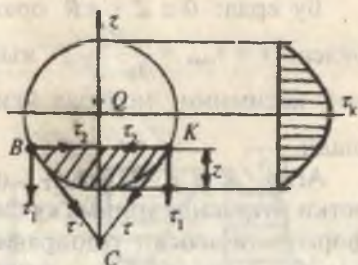
$Z = 0$ бўлса, $\tau = \frac{8}{3} \cdot \frac{Q}{ch} = \tau_k$

$Z = \frac{h}{6}$ масофада $\tau = \tau_{\max} = \frac{3Q}{ch}$

Демак, учбурчаксимон кесимларда уринма кучланиш нейтрал қатламдан $\frac{h}{6}$ масофада жойлашган нуқтада максимал қийматга эришар экан.

3. Доиравий кесим. Нейтрал қатламдан Z масофада (166-расм) жойлашган B, K нуқталардаги уринма кучланишни топамиз. Бу нуқталардаги уринма кучланишлар доиравий кесимнинг шу нуқтасидаги уринма текислик билан бир хил йўналишда бўлади ва Z ўқи билан C нуқтада кесишади.

B ва K нуқталардаги τ уринма кучланишларни τ_1 ва τ_2 кучланишларига ажратиш мумкин. Кесимнинг B ва K нуқталаридаги горизонтал уринма кучланишлари (τ_2)' ўзаро мувозанатлашади, τ_1 уринма кучланишларининг йиғиндиси эса қўндаланг куч — Q га тенглашади.



166-расм.

Демак, доиравий кесимдаги τ_1 уринма кучланишлари тўғри бурчакли кесимдаги тулиқ уринма кучланиш — τ билан бир хил функцияда булар экан. Шунинг учун доиравий кесимлардаги уринма кучланишни топиш учун ҳам Журавский формуласидан фойдаланамиз, яъни:

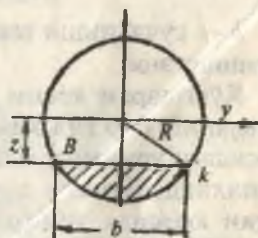
$$\tau = \frac{Q S_y^0}{I_y b} \quad (6.13)$$

Бу ерда: S_y^0 — доиравий кесимнинг Z масофа ва кесимнинг четки нуқтаси билан чегараланган ажратилган юзасининг нейтрал ўққа нисбатан статик моменти.

$$S_y^0 = \frac{2}{3} (R^2 - Z^2)^{\frac{3}{2}} \quad \text{ва} \quad b = 2\sqrt{(R^2 - Z^2)}$$

Доиравий кесимнинг нейтрал ўққа нисбатан инерция моменти:

$I_y = \frac{\pi \cdot R^4}{4}$ ажратилган юзанинг статик моменти S_y^0 ва кесимнинг эни b ни (6.13) формулага келтириб қўямиз:



167-расм.

$$\tau = \frac{Q \frac{2}{3} (R^2 - Z^2)^{\frac{3}{2}}}{\frac{1}{4} \pi \cdot R^4 \cdot 2\sqrt{(R^2 - Z^2)}} = \frac{4Q}{3\pi \cdot R^4} (R^2 - Z^2) \quad (6.14)$$

Бу ерда: $0 \leq Z \leq \pm R$ оралиқда ўзгаради. Агар, $Z = 0$ бўлса, $\tau = \tau_{\max} = \frac{4Q}{3\pi \cdot R^2}$, яъни уринма кучланиш доиравий кесимнинг нейтрал ўқида максимал қийматга эришади.

Агар, $Z = R$ бўлса, $\tau = 0$, яъни доиравий кесимнинг четки нуқтасида уринма кучланиш нолга тенг бўлади. (6.14) формулага асосан τ доиравий кесимни диаметри бўйлаб парабола қонуни билан ўзгарар экан (168-расм).

4. Қўштаврли кесим. Қўштаврли кесим оддий тўғри тўртбурчаклардан ташкил топган деб қаралса ҳам бўлади. Шунинг учун қўштаврли кесимнинг нейтрал ўқидан Z масофада жойлашган нуқтасининг уринма кучланишини ҳам Журавский формуласи билан аниқлаш мумкин:

$$\tau = \frac{Qs^a}{I_y b(d)} \quad (6.15)$$

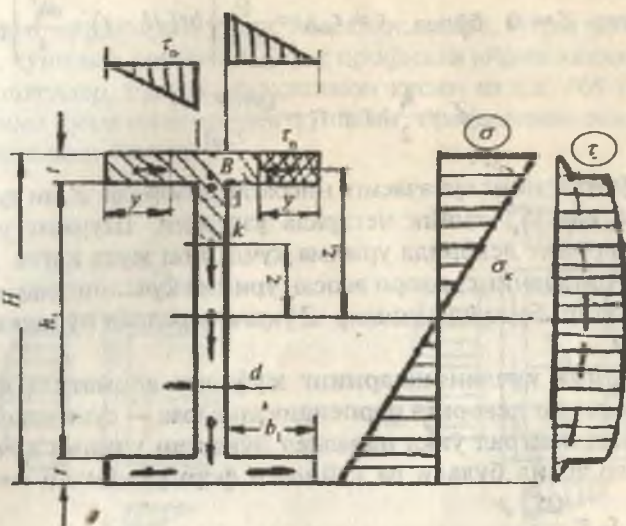
Бу ерда: S^a — нейтрал ўқдан Z ва қўштаврли кесимнинг четки нуқталари оралигида қолган юзанинг нейтрал ўқ — Y га нисбатан статик моменти (168-расм):

$$\tau_B = \frac{Q(h-t)}{2I_y}; \quad \tau_1 = \frac{Q(h-t)b}{2I_y \cdot d}$$

b — кучланиши текширилаётган нуқта жойлашган кесимнинг эни.

Қўштаврли кесим супачасининг эни бўйлаб уринма кучланиш бир хил эмас. Шунинг учун қўштаврнинг супачасидаги уринма кучланиш Журавский формуласи билан топилиши мумкин эмас. Қўштавр супачасининг Z ўқида яқин юзасида уринма кучланиш тахминан эгри чизик қонуни билан тарқалади деб қабул қилиш мумкин (τ — эпюрасидаги пунктир чизик).

Қўштаврнинг супачаси нейтрал ўқдан узоқ масофада жойлашганлиги учун бу юза асосан нормал кучланишлар таъсирида бўлади (168-расм, σ — эпюраси). Қўштавр деворий қисмидан нейтрал ўққа яқинлашган сайин нормал кучланиш кичиклашиб келади ва нейтрал ўқ устида $\sigma = 0$.



168-рasm.

Қўштавр деворининг K нуқтасидаги уринма кучланиш-ни топиш учун штрихланган (168-рasm) юзанинг статик моментини ёзамиз:

$$S_y^0 = bt \left(\frac{H-t}{2} \right) + \frac{d}{2} \left(\frac{h^2}{4} - Z^2 \right)$$

Уринма кучланиш:

$$\tau = \frac{Q}{2I_y d} \left[bt(H-t) + d \left(\frac{h^2}{4} - Z^2 \right) \right] \quad (6.16)$$

Бу ерда: $I_y = \frac{dh^3}{12} + 2 \left[\frac{bt^3}{12} + bt \left(\frac{H-t}{2} \right)^2 \right]$ — қўштавр кеси-

мининг нейтрал ўқ — Y га нисбатан инерция momenti;

d — кучланиш текширилаётган нуқта жойлашган кесимнинг эни.

(6.16) формулага асосан қўштавр деворининг баландлиги бўйлаб τ парабола қонунияти билан ўзгарар экан (168-рasm, τ эпюраси).

Агар $Z = 0$ бўлса, $\tau = \tau_{\max} = \frac{Q}{2l_y d} \left[bt(H-t) + \frac{dh_1^2}{4} \right]$ ва

$$Z = \frac{h_1}{2}; \tau = \tau_1 = \frac{Qbt(H-t)}{2l_y d}$$

Қўштаврнинг супачасига нисбатан деворида Z ни турли қийматида S_y^0 кичик чегарада ўзгаради. Шунинг учун қўштаврнинг деворида уринма кучланиш жуда катта. Демак, қўштаврнинг девори асосан уринма кучланишлар таъсиридадир. Бу кучланишлар Z ўқиға параллел йўналишда бўлади.

Уринма кучланишларнинг жуфтлик аломатига кўра қўштаврнинг деворига перпендикуляр юза — супачада ҳам кесимни нейтрал ўққа параллел йўналган уринма кучланишлар ҳосил бўлади ва қуйидаги формула билан топилади: $\tau_n = \frac{QS_y^0}{l_y t_n}$.

Қўштавр супачасидан ажратиб олинган y узунликдаги штрихланган юзанинг статик моменти топамиз (168-расм): $S_y^0 = yt \frac{H-t}{2}$.

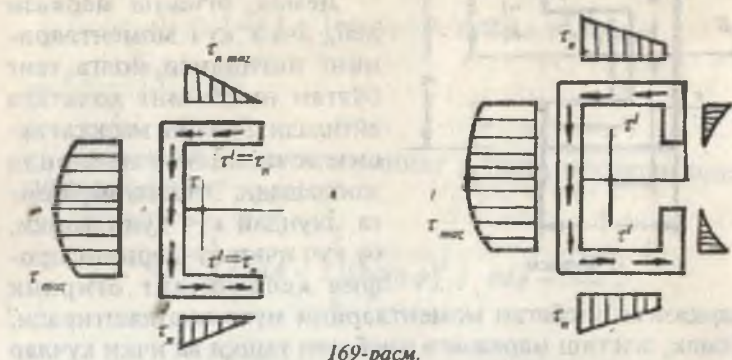
$$\text{Шунинг учун: } \tau_n = \frac{Qy(H-t)}{2l_y} \quad (6.17)$$

(6.17) формулада y биринчи даражада бўлганлиги учун τ_n супачанинг узунлиги бўйлаб тўғри чизиқли қонуният билан ўзгаради. $y = 0$ бўлса, $\tau = 0$ ва $y = b_1$; $\tau_{n\max} = \frac{Qb_1(H-t)}{2l_y}$. Демак, τ_n қўштавр супачасининг Z ўққа

яқин юзасида энг катта қийматга эга экан (168-расм, τ_n эпюраси). Айрим кесимлар учун уринма кучланиш эпюраси 169-расмда кўрсатилган.

Олдинги мавзуда турли кесимларда уринма кучланишлар тўпламининг ҳосил бўлишини кўриб чиқдик. Айрим профилларда уринма кучланишларнинг оқими кесим юза-

сининг марказидан утади. Масалан: доира, тўғри тўртбурчак, қўштавр, учбурчак. Очiq профилли айрим кесимларда (швеллср, бурчак, ҳалқасимон кесим ва ҳ.к. 169-расм) уринма кучланишларнинг тўплами профилнинг оғирлик марказидан ўтмайди.



169-расм.

ЭГИЛИШ МАРКАЗИ

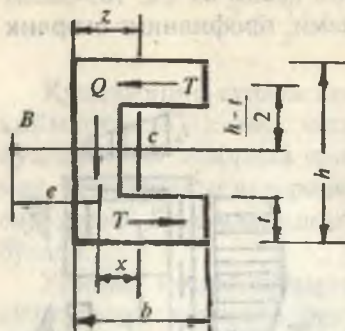
Кучланишлар тўплами кесимнинг оғирлик марказига нисбатан M_6 момент ҳосил қилади: $M_6 = QX + T(h - t)$, бу ерда: $x = Z_0 - \frac{d}{2}$

$$T = \frac{\tau_{max.n} + 0}{2} t b_1 = \frac{Q b_1^2 (h - t)}{4 I_y} t$$

M_6 — буровчи момент таъсирида очiq профилли элемент буралади. Натижада элемент эгилиш билан бирга буралишга ҳам учрайди. Очiq профилли элементнинг кучланганлик ҳолати мураккаблашади. Агар уринма кучланишларнинг тенг таъсир қилувчилари Q — кўндаланг куч ва T — тангенциал кучларнинг кесимдан ташқаридаги бирор нўқтага нисбатан моментларини нолга тенглаштириб, M_6 буровчи моментни мувозанатлаштирилса, очiq профилли элементнинг буралишини чеклаб қўйиш мумкин:

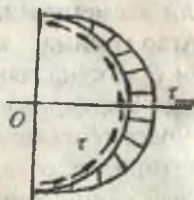
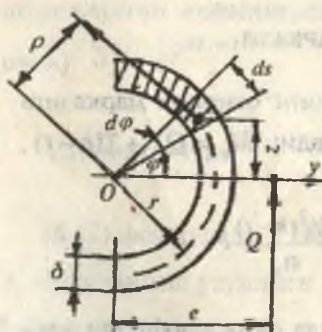
$$\sum M_6 = Q\ell - T(h - t) = 0, \text{ бу ерда:}$$

$$\ell = \frac{T(h-t)}{Q} = \frac{h^2(h-t)(h-t)}{41} \quad (6.18)$$



170-расм.

марказига нисбатан моментларини мувозанатлаштиради. Демак, эгилиш марказига нисбатан ташқи ва ички кучлар моментларининг йиғиндиси нолга тенг бўлар экан.



171-расм.

Бу нуқта эгилиш маркази дейилади ва Q кўндаланг кучдан ℓ масофада жойлашади.

Демак, эгилиш маркази деб, ички куч моментларининг йиғиндиси нолга тенг бўлган нуқтанинг ҳолатига айтилади. Эгилиш маркази кесим юзасидан ташқарида жойлашади. Эгилиш марказига шундай куч қўйиладики, бу куч ички кучларнинг профил кесимининг оғирлик

Масала. Вертикал текисликда эгилишга учрайдиган юпқа деворли ҳалқасимон кесимли балканинг оғирлик марказини топинг. Ярим ҳалқасимон кесимнинг радиуси $r = 25$ см, қалинлиги $\delta = 0,25$ см. $Q = 70$ кН кўндаланг куч таъсиридан кесимнинг уринма кучланиш эпюрасини қулинг (171-расм).

Ечиш. Кесимдаги барча уринма кучларнинг тенг таъсир қилувчисини кўндаланг куч Q деб қабул қиламиз. Ярим ҳалқасимон кесимдан ажратилган элементар юзачадаги уринма куч: $dT = \tau \cdot dA = \tau \cdot \delta \cdot ds$ ни O нуқтага нисбатан моменти Q кучнинг шу нуқтага нисбатан моментига тенг бўлади, яъни:

$$Q\ell = \int_S dT \cdot \rho = \int \tau \cdot \delta \cdot dS \rho = \int_{1, \delta}^S Q S_y^0 \delta \cdot \rho \cdot dS$$

Чизмадан $\rho = r$; $dS = r d\varphi$ ва ажратилган элементар юзанинг у ўқига нисбатан статик моменти:

$$S_y^0 = \int Z dA = \int_0^{\frac{\pi}{2}} r \sin \varphi \cdot \delta \cdot r \cdot d\varphi = r^2 \delta \cos \varphi$$

ва $\ell = \frac{1}{1, y} \int S_y^0 \rho \cdot dS$

Ярим ҳалқасимон кесимнинг у ўқига нисбатан инерция моменти:

$$I_y = \int Z^2 dA = 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} (r \sin \varphi)^2 \delta \cdot r d\varphi = \frac{\pi \cdot r^3 \delta}{2}$$

У ҳолда: $\ell = \frac{1}{1, y} \int S_y^0 \rho dS = \frac{2}{1, y} \int_0^{\frac{\pi}{2}} r^2 \delta \cos \varphi \cdot r \cdot r d\varphi = \frac{2r^4 \delta}{1, y} = \frac{4r}{\pi}$

Демак, ярим ҳалқасимон кесимнинг эгилиш маркази О нуқтадан $\ell = \frac{4r}{\pi}$ масофада жойлашган С нуқтада бўлади.

Кесимнинг исталган нуқтасидаги уринма кучланишни

топамиз: $\tau = \frac{Q S_y^0}{1, \delta} = \frac{Q \cdot r^2 \cos \varphi}{1, y} = \frac{2Q \cos \varphi}{\pi \cdot r \delta}$

Энг катта уринма кучланиш:

$$\tau_{\max} = \frac{2Q}{\pi \cdot r \delta} = \frac{2 \cdot 7000}{3,14 \cdot 25 \cdot 0,25} = 715 \text{ кг/см}^2$$

Кесилган ҳалқа учун ℓ ни топамиз:

$$S_y = r^2 \delta (1 - \cos \varphi)$$

$$I_y = \pi \cdot r^3 \delta$$

У ҳолда: $\ell = 2r$ ҳосил бўлади.



172-расм.

6.5. БАЛКАЛАР МУСТАҲКАМЛИГИНИ БОШ КУЧЛАНИШЛАР БЎЙИЧА ТЕКШИРИШ

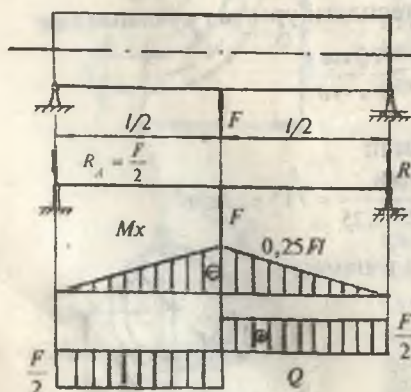
Эгилаётган балканинг қўндаланг кесим юзасида нормал σ ва уринма кучланиш τ ҳосил бўлишини куриб ўтган эдик. Нормал кучланишнинг энг катта қиймаги балка кесимининг нейтрал ўқидан энг узоқда жойлашган нуқталарида, яъни кесимнинг четки нуқталарида ҳосил бўлади. Бу нуқталарда уринма кучланиш нолга тенг. Уринма кучланиш энг катта қийматга эришган балканинг нейтрал қатламида жойлашган материалида нормал кучланиш нолга тенг. Шунинг учун кесимнинг нейтрал ўқидан энг узоқда жойлашган толаларининг мустаҳкамлиги нормал кучланишлар бўйича таъминланади:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W} \leq [\sigma]$$

Балка кесимининг нейтрал қатламида жойлашган материалнинг мустаҳкамлиги эса уринма кучланишлар бўйича таъминланади:

$$\tau_{\max} = \frac{Q_{\max} \cdot S_{\max}}{I_x \cdot d} \leq [\tau]$$

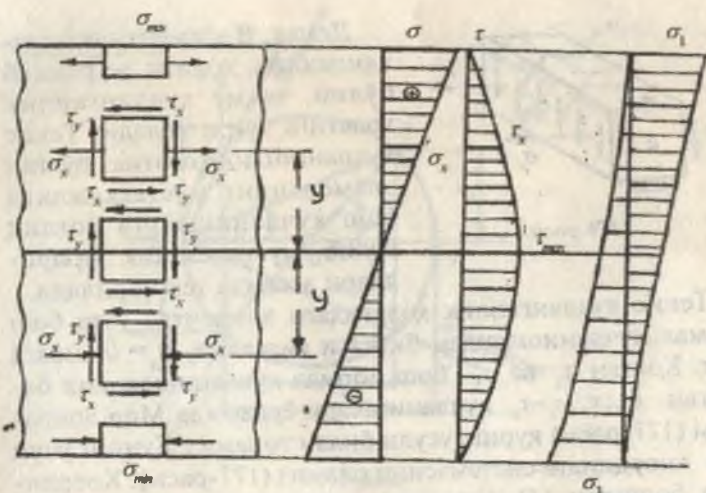
Балка кесимининг нейтрал ўқидан U масофада жойлашган материалнинг (ажратилган B элемент, 174-расм)



173-расм.

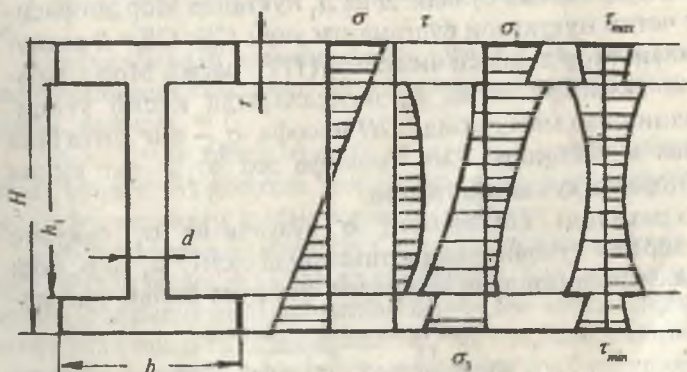
мустаҳкамлигини нормал кучланишлар бўйича ҳам, уринма кучланишлар бўйича ҳам таъминлаш мумкин эмас.

Чунки B элементда σ ва τ лар нолдан фарқли бўлганлиги учун бу элементнинг мустаҳкамлиги юқорида келтирилган эгилишдаги нормал ва уринма кучланишлар бўйича мустаҳкамлик шартларига бўйсунмайди.

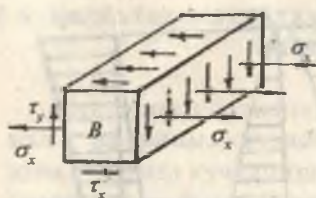


174-расм.

Ажратилган B элементнинг олд қисми — балканинг ён сиртига устма-уст тушади ва бу юза нормал ва уринма кучланишлардан озод, шунинг учун бу юзача бош юза. B элементнинг вертикал юзалари σ_x ва τ кучланишлари, горизонтал юзаси эса фақат τ_x уринма кучланиши таъсирида бўлади.



175-расм.



176-расм.

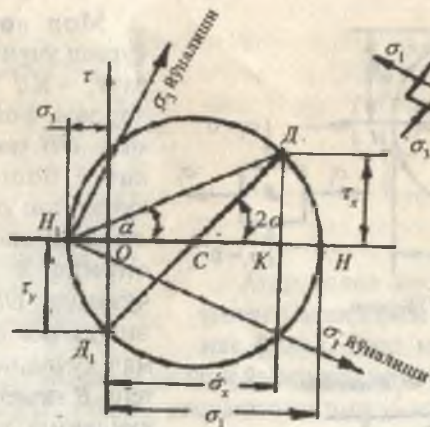
Демак, В элементнинг кучланганлик ҳолати мураккаб бўлиб, текис кучланганлик ҳолатига тўғри келади. Текис кучланганлик ҳолатида бўлган элементнинг мустаҳкамлиги бош кучланишларга боғлиқ бўлиб, мустаҳкамлик назариялари асосида текширилади.

Текис кучланганлик ҳолатидаги элементда учта бош нормал кучланишлардан биттаси (масалан, $\sigma_x = 0$) нолга тенг. Қолган σ_1 ва σ_3 бош нормал кучланишларини берилган $\sigma_x; \tau_x = -\tau_y$ кучланишлари ёрдамида Мор доирасини (177-расм) қуриш усули билан топамиз. Бунинг учун $\sigma_{\theta\theta}$ координата системасини оламиз (177-расм). Координата бошидан (O нуқтадан) кучланишлар масштабида $\sigma_x = OK$ масофа, K нуқтадан σ ўқига перпендикуляр текисликда мусбат ишорали уринма кучланиш $\tau_x = KD$ жойлаштирилади. В элементнинг горизонтал юзадаги нормал кучланиш $\sigma_y = 0$ бўлганлиги учун бу нормал кучланиш $\sigma_{\theta\theta}$ координата системасининг нуқтасида жойлашади.

O нуқтадан τ ўқининг манфий томонига $\tau_y = OD_1$ кучланишини жойлаштириб, D_1 нуқтани ҳосил қиламиз. D ва D_1 нуқталарни бирлаштирсак, Мор доирасининг маркази C нуқта ҳосил бўлади. D ва D_1 нуқталар Мор доирасининг четки нуқталари бўлганлиги учун $CD = CD_1 = R$ радиуси билан Мор доираси чизилади (177 - расм). Мор доираси σ ўқининг H ва H_1 нуқталарида кесиб ўтади. Кучланишлар масштабида OH масофа σ_1 — энг катта бош нормал кучланишга, OH_1 масофа эса σ_3 — энг кичик бош нормал кучланишга тенг.

Ажратилган (B) элемент σ_1 чўзувчи ва σ_3 сиқувчи бош нормал кучланишлари таъсирида экан. σ_1 ва σ_3 бош нормал кучланишлари қуйидаги формула билан топилади:

$$\sigma_{1,3} = \frac{1}{2} \left[\sigma_x \pm \sqrt{\sigma_x^2 + 4\tau_x^2} \right] \quad (6.19)$$



(6.19) формуладан кўринишича, σ_1 ва σ_3 бош нормал кучланишлари σ_x ва $\tau_x = -\tau_y$ кучланишларининг қийматларига боғлиқ экан. σ_x нормал ва $\tau_x = -\tau_y$ уринма кучланишлари эса $-B$ -элемент балка кесимининг нейтрал қатламидан қандай масофада (y) жойлашишига боғлиқ.

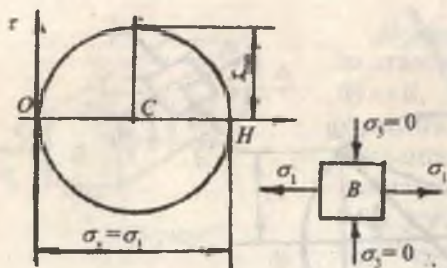
Агар, $y = y_{\max}$ бўлса, $\sigma_x = \sigma_{\max}$ ва $\tau_x = 0$

У ҳолда Мор доираси 178-расмдаги кўринишда бўлади.

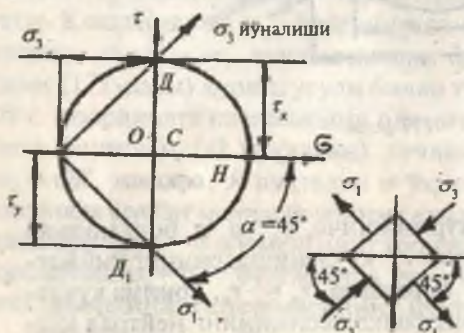
Ажратилган (B) элемент фақат қўзувчи σ_1 бош нормал кучланиши таъсирида бўлади, чунки бу нуқта сиқилмайди, яъни: $\sigma_2 = 0$.

Агар, $y = 0$ бўлса, $\sigma_x = 0$ ва $\tau_x = \tau_{\max}$ соф силжиш ҳосил бўлади. Бу ҳолатда Мор доираси $\tau_x = -\tau_y$ уринма кучланишларининг қийматларида чизилади.

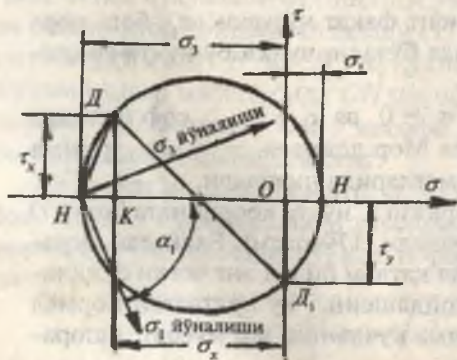
Мор доирасининг маркази S нуқта координата боши O нуқта билан устма-уст тушади (179-расм). Балкадан ажратилган B элемент нейтрал қатлам билан энг четки сиқиладиган тола оралиғида жойлашсин. Бу нуқтадаги нормал кучланиш манфий, уринма кучланиш эса мусбат ишорали (180-расм).



178-расм.



179-расм.

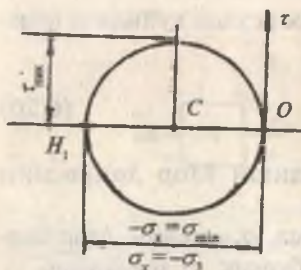


180-расм.

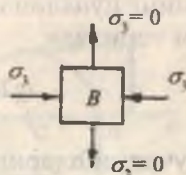
Мор доирасини қуриш учун $\sigma_x = OK$ ва $\tau_x = KD$ масофалардан фойдаланамиз. OH масофа энг катта бош нормал кучланиш σ_1 га тенг. OB бош кучланиш таъсирида B элемент чўзилади. OH_1 масофа энг кичик бош нормал кучланиш σ_3 га тенг. B элемент σ_3 бош кучланиш таъсирида сиқилади. $\sigma = \sigma_{\min}$ ва $\tau_x = 0$ бўлган нуқта атрофида ажратилган элементга таъсир қилаётган бош нормал кучланишларни топамиз.

Бу элемент сиқиладиган толаларда жойлашганлиги учун нормал кучланиш манфий ишоралидир.

Шунинг учун Мор доираси oOt координата ўқининг тўлиқ чап, яъни манфий томонида чизилади. (6.19) формула асосида ёки Мор доираси ёрдамида топиладиган бош кучланишлар балка кесимининг баландлиги бўйлаб ўзгариш графикаси қурилади (182-расм).



181-расм.



Агар балка кесимининг эни унинг баландлиги бўйлаб ўзгармас бўлса, бош нормал кучла-

нишларнинг эпюраси силлиқ ўзгарувчи эгри чизиқдан иборат бўлади. Агар балка кесимининг эни унинг баландлиги бўйлаб ўзгарувчан бўлса, масалан, қўштавр, швеллер, бурчаксимон элемент ва ҳ.к. кесим энининг ўзгариш нуқта-сида σ_1 ва σ_3 эпюраларида сакраш бўлади (175-расм). Юқорида қелтирилган балканинг юқори толалари чўзи-лишга, пастки толалари эса сиқилишга учраяпти. Шунинг учун мусбат ишорали нормал кучланиш ва σ_1 бош нормал кучланиш эпюралари вертикал чизиқнинг (174-расм) ўнг томонида жойлашади. Агар, балка кесимининг юқори то-лалари чўзилса, Мор доираси σ ўқининг мусбат томони-да жойлашади. Бу нуқта фақат σ_1 бош нормал кучланиш таъсирида бўлиб, бу нуқтада $\sigma_3 = 0$. Кучланиши текшири-лаётган нуқта чўзиладиган толадан сиқиладиган толалар томонга ҳаракат қилаверса, Мор доираси ҳам σ ўқнинг мусбат томонидан манфий ишорали томонига ўта бош-лайди. Бу ҳолатда σ_1 бош кучланиш камайиб боради, σ_3 бош кучланиш эса катталашади (182-расм).

Балканинг юқори толалари чўзиладиган оралигида эгув-чи моментнинг ишораси манфий бўлади. Лекин, эгувчи моментнинг ишораси нормал кучланишнинг ишораси ёки йўналишига таъсир қилмайди. 182-расмда балканинг хав-фли кўндаланг кесимининг баландлиги бўйлаб бир чизиқ устида ётган бир нечта нуқталар учун Мор доирасини қуриш усули билан бош кучланишларнинг қиймати ва йўналиши кўрсатилган. 183-расмда эса, балканинг бўйла-ма кесимидаги бир нечта нуқталар учун бош нормал куч-ланишларнинг қиймати ва йўналиши кўрсатилган. Бош куч-

ланишларнинг йўналиши аналитик усулда қуйидаги формула билан топилади:

$$\operatorname{tg} 2\alpha = -\frac{2r_x}{\sigma_x} \quad (6.20)$$

Бош кучланишларнинг йўналиши Мор доирасини қуриш усули билан ҳам топилади.

Балкани юқори толалари чўзилса, α манфий. Агар балканинг юқори толалари сиқилса, бурчак α мусбатдир.

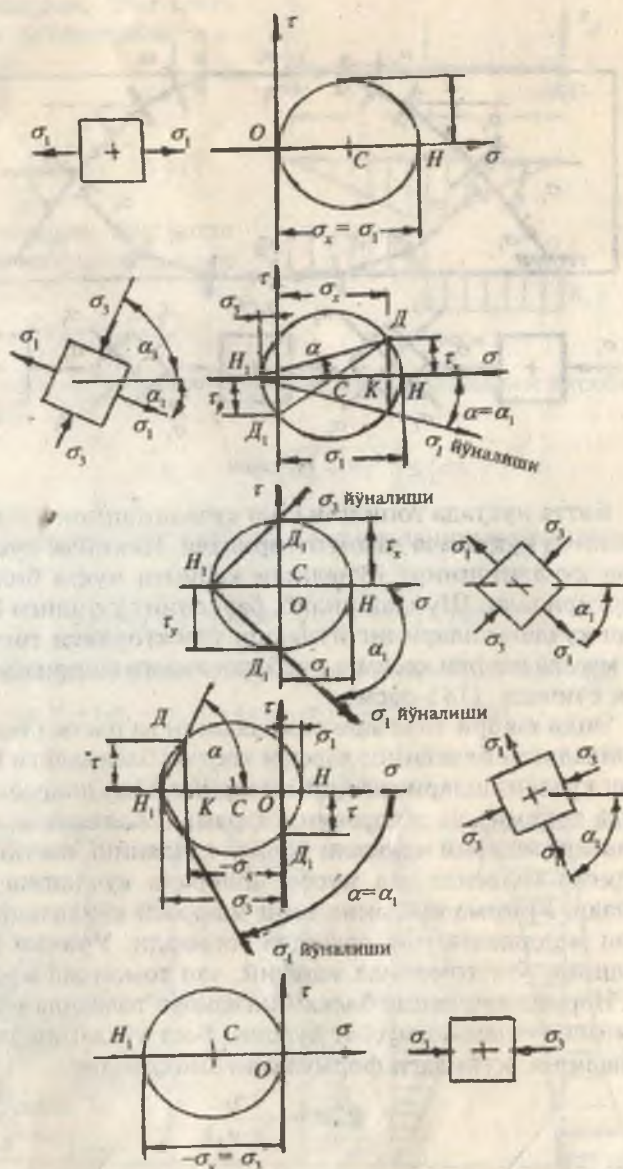
Агар α бурчак манфий бўлса, энг катта бош нормал кучланишнинг (σ_1) йўналиши абсцисса ўқидан соат стрелкасининг ҳаракат йўналиши бўйлаб жойлаштирилади.

Балка кесимининг I нуқтаси (182-расм) фақат σ_1 бош нормал кучланиш таъсирида ($\sigma_3 = 0$) уринма кучланиш нолга тенг. Шунинг учун (6.20) формулага асосан, $\alpha_1 = 0$. Демак, чўзувчи σ_1 бош нормал кучланиш абсциссанинг устига тушади.

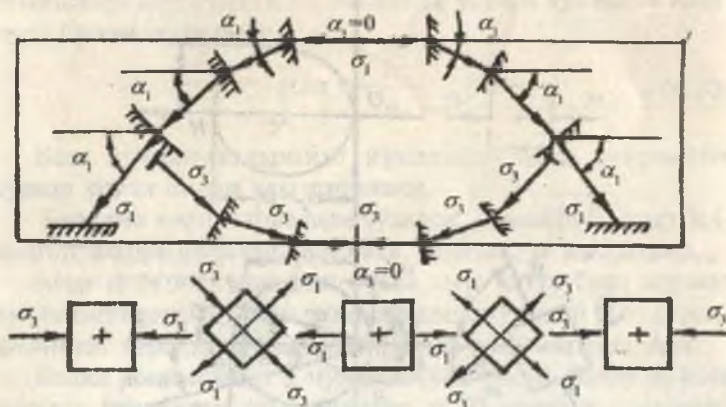
II нуқтадаги бош нормал кучланишнинг йўналишини топиш учун Мор доирасидаги H_1 ва D нуқталар тўғри чизик билан туташтирилади. H_1D чизик абсцисса билан α бурчакни ҳосил қилади. (6.20) формулага асосан α бурчакнинг ишораси манфий. Шунинг учун α бурчакни абсцисса ўқидан соат стрелкасининг ҳаракат йўналишига мос жойлаштирилади.

Ҳосил бўлган чизик II нуқтадаги σ_1 бош нормал кучланишнинг йўналишидир. σ_3 бош нормал кучланиш σ_1 нинг йўналишига перпендикуляр юзада таъсир қилади. Демак, II нуқта атрофидан ажратиб олинган элемент соат стрелкасининг ҳаракат йўналишига мос айланар экан.

III ва IV нуқталарда ҳам σ_1 бош нормал кучланишнинг йўналиши шу усулда топилади. V нуқтада (6.20) формулага асосан $\alpha_1 = 90^\circ$ ҳосил бўлади. Бу нуқтада фақат σ_1 бош нормал кучланиш таъсир қилади. σ_3 нинг абсциссага нисбатан жойлашиш бурчаги $\sigma_3 = 0$ бўлади. Балканинг узунлиги бўйлаб σ_1 ва σ_3 бош нормал кучланишларининг траекториясини аниқлаш мумкин (183-расм). Бунинг учун балканинг узунлиги бўйлаб бир нечта нуқталарнинг ўринлари танлаб олинади. Нуқталар нейтрал қатламдан турли масофаларда жойлашиши керак.



182-расм.



183-расм.

Битта нуқтада топилган бош кучланишнинг йўналиши иккинчи нуқтагача давом эттирилади. Иккинчи нуқтадаги бош кучланишнинг йўналиши кейинги нуқта билан туташтирилади. Шундай қилиб, балканинг узунлиги бўйича бош кучланишларнинг йўналиш траекторияси топилади. Бу масала хавфли кесимга нисбатан амалга оширилса осонроқ ечилади (183-расм).

Энди юқори толалари сиқиладиган ва пастки толалари чўзиладиган балканинг хавфли кесими баландлиги бўйлаб бош кучланишларнинг қийматларини Мор доираси ёрдамида топамиз ва эпюрасини курамиз. Балканинг юқори толасида манфий ишорали нормал кучланиш, пастки чўзиладиган толасида эса мусбат ишорали кучланиш ҳосил бўлади. Уринма кучланишнинг ишораси қўндаланг куч Q нинг ишорасига мос равишда топилади. Уринма кучланишнинг ўнг томонида манфий, чап томонида мусбат.

Нормал кучланиш балканинг юқори толасида манфий, уринма кучланиш мусбат бўлсин. Бош кучланишларнинг йўналиши куйидаги формуладан аниқланди:

$$\operatorname{tg} 2\alpha = -\frac{2\tau}{(-\sigma_x)}$$

Балка кесимининг турли нуқталаридаги бош кучланишларни аниқлаб, мустақамлик назариялари асосида мустақамлик шартларини тузамиз:

I назария. Энг катта нормал кучланишлар назарияси:

$$\sigma_1 \leq [\sigma];$$

$$\frac{1}{2} [\sigma_x + \sqrt{\sigma_x^2 + 4\tau^2}] \leq [\sigma]$$

II назария. Энг катта нисбий деформациялар назарияси:

$$[\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3)] \leq [\sigma]$$

Бу ерда: $\sigma_2 = 0$ ва σ_1, σ_3 бош кучланишларни ҳисобга олсак:

$$\left[\frac{1-\mu}{2} \sigma_x + \frac{1+\mu}{2} \sqrt{\sigma_x^2 + 4\tau^2} \right] \leq [\sigma]$$

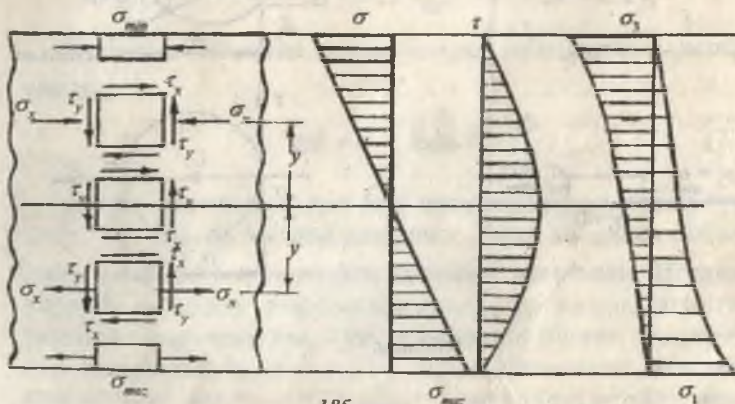
III назария. Энг катта уринма кучланишлар назарияси:

$$\sigma_1 - \sigma_3 \leq [\sigma] \text{ ёки } [\sqrt{\sigma_x^2 + 4\tau^2}] \leq [\sigma]$$

IV назария. Шакл ўзгаришдаги потенциал энергия:

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 = 2[\sigma]^2 \text{ ёки}$$

$$\sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} \leq [\sigma]$$



185-рasm.

VII БОБ

ЭГИЛИШДА БАЛКАЛАРНИНГ КЎЧИШИНИ АНИҚЛАШ

7.1. САЛҚИЛИК ВА КЕСИМНИНГ АЙЛАНИШ БУРЧАГИ

Балкани бирор инерция ўқи текислигида ташқи куч билан юкланса, унинг ўқи шу инерция ўқи текислигида эгри бўлади, яъни текис эгилиш содир бўлади. Унда B нуқта B_1 ҳолатга кўчади (187-расм). Бу кўчиш F куч йўналишида содир бўлиб, балканинг салқилиги дейилади. Салқилик U ҳарфи билан белгиланади. Балка эгри ўқининг тенгламаси $U = f(x)$. Эгилишгача текис бўлган балканинг кесими деформациядан кейин ҳам текислигича қолиб, ўзининг бошланғич ҳолатига нисбатан θ бурчакка айланади. Шунинг учун бурчак балка θ кесимининг айланиш бурчаги дейилади. U ва θ абсциссанинг функциясидир. Балканинг ҳар бир кесими учун U билан θ орасида математик боғланиш бор:

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{dy}{dx}$$

Бурчак θ ни жуда кичик миқдор эканлигини ҳисобга олсак:

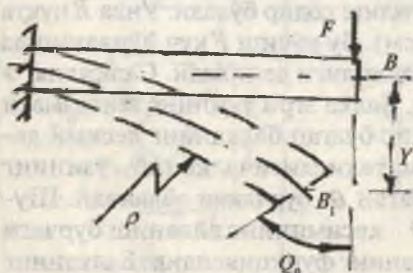
$$\operatorname{tg} \theta = \theta \quad \text{ёки} \quad \theta = \frac{dy}{dx} \quad (7.1)$$

Демак, балканинг ҳар бир кесимининг айланиш бурчаги — θ шу кесимдаги салқилик U дан абсцисса бўйича олинган биринчи тартибли ҳосилага тенг экан. Шунинг учун балканинг деформациясини ўрганиш, эгилган ўқининг тенгламасини тузиш ва ҳосил бўлган тенгламадан дифференциялаш усули билан балканинг исталган кесимининг айланиш бурчаги — θ ни топиш мумкин экан.

7.2. БАЛКА ЭГИЛИШ ҲАВАЛАТИ ДИФФЕРЕНЦИАЛ ТЕНГЛАМАСИ

Салқилик — U ни абсцисса функцияси кўринишида ҳосил қилиш учун балканинг деформациясини ташқи куч билан боғлаш керак. Шундай боғланиш, биринчидан, балканинг эгилик радиуси билан эгувчи момент, балка материалининг эластиклик модули ва балка кесимининг инерция моменти орасидаги боғланиш ва иккинчидан, эгилик радиуси ρ билан унинг X ва Y координаталари

орасидаги боғланишдир, яъни: $\frac{1}{\rho} = \frac{M}{EI}$



$$\frac{1}{\rho} = \pm \frac{\frac{d^2 y}{dx^2}}{\sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2}}$$

У ҳолда:

$$\frac{M}{EI} = \pm \frac{\frac{d^2 y}{dx^2}}{\sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2}} \quad (7.2)$$

(7.2) формула балка эгилган ҳававаланинг дифференциал тенгламаси. Амалиётда бурчак $\theta = \frac{dy}{dx}$ кичик миқдордир, шунинг учун унинг квадрати яна ҳам кичик бўлади. Демак, (7.2) формуладаги $\left(\frac{dy}{dx}\right)^2$ ифодани бирга нисбатан ҳисобга олмасак ҳам бўлади.

У ҳолда:

$$\pm \frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{M}{EI} \quad \text{ёки} \quad EI \frac{d^2 y}{dx^2} = \pm M \quad (7.3)$$

Бу формула балка эгилган ўқининг тақрибий дифференциал тенгламаси дейилади. (7.3) тенгламанинг ишораси M эгувчи моментнинг ишорасига боғлиқ. Балка эгилган ўқининг дифференциал тенгламасидан салқилик тенгламаси $y = f(x)$ ни ҳосил қилиш учун (7.3) тенгламани интеграллаш керак.

(7.3) тенгламанинг биринчи интеграли:

$$EI \frac{dy}{dx} = \int M dx + C \quad \text{ва иккинчи тартибли интеграли:}$$

$$EI \cdot y = \int dx \int M dx + CX + D \quad \text{қўринишда бўлади. Шундай}$$

қилиб, кесимнинг айланиш бурчаги:

$$\theta = \frac{1}{EI} \left[\int M dx + C \right] \quad (7.4)$$

ва салқилик $y = \frac{1}{EI} \left[\int dx \int M dx + CX + D \right]$ тенгламаларини ҳосил қиламиз.

Бу ерда C ва D интеграллаш доимийликлари.

Агар, $M = -FX$ бўлса, айланиш бурчаги ва салқилик тенгламалари қуйидагича қўринишга келади:

$$\text{а) } \theta = \frac{1}{EI} \left[-F \frac{x^2}{2} + C \right] \quad \text{ва} \quad \text{б) } y = \frac{1}{EI} \left[-F \frac{x^3}{6} + CX + D \right]$$

Интеграллаш доимийлари C ва D ни топиш учун балка учларининг таяниш шартларидан фойдаланамиз:

агар, $X = 0$ бўлса, (а) тенгламадан $\theta = \theta_B = \theta_0 = \frac{C}{EI}$ ёки $C = \theta_0 EI$ (в).

Демак, интеграллаш доимийси C балка бошланғич кесимининг (187-расм) айланиш бурчаги θ_0 ни балканинг бикрлиги EI га кўпайтмасига тенг экан. (в) тенгламадан θ_0 бурчак номаълум бўлмаганлиги учун C ҳам номаълумлигича қолади. (б) тенгламадан $y = y_B = y_0 = \frac{D}{EI}$ ёки $D = I_0 EI$ (г)

Демак, интеграллаш доимийси D балка бошланғич нуқтасининг салқилиги y_0 нинг балка бикрлиги EI га кўпайтмасига тенг экан. Агар, $x = \ell$ бўлса (187-расм), (а) тенгламадан $\theta = \theta_x = 0$ ва (б) тенгламадан $y = y_x = 0$ ҳосил бўлади. У ҳолда $C = \frac{F\ell^2}{2}$ ифодани ҳисобга олсак,

$D = \frac{F\ell^3}{6} - \frac{F\ell^2}{2} \cdot \ell = -\frac{F\ell^3}{3}$. С ва Д интеграллаш доимийларини (а) ва (б) тенгламаларга келтириб қўйсак:

$$\theta = \frac{1}{EI} \left[-F \frac{x^2}{2} + F \frac{\ell^2}{2} \right] \quad (7.5)$$

$$y = \frac{1}{EI} \left[-F \frac{x^3}{6} + F \frac{\ell^2}{2} x - \frac{F\ell^3}{3} \right] \quad (7.6)$$

ҳосил бўлади. Бу тенгламалардан X нинг турли қийматларида балканинг узунлиги бўйлаб θ ва U лар топилади.

7.3. БОШЛАНҒИЧ ПАРАМЕТРЛАР УСУЛИ

Узунлиги бўйлаб бир нечта оралиқлардан иборат бўлган ҳар қандай балка учун ҳам θ ва U ларни аниқлашда тақрибий дифференциал тенгламани татбиқ этиш фойдали бўлавермайди. Чунки, n та оралиқдан иборат балканинг деформациясини аниқлаш учун n та тақрибий дифференциал тенглама тузиш керак. Бу тенгламаларни интеграллаш натижасида $2n$ та интеграллаш доимийликлари ҳосил бўлади ва масалани ечиш мураккаблашади. Шунинг учун узунлиги бўйлаб иккита ва ундан кўпроқ оралиқлардан иборат балкаларда эластик эгилган ўқнинг дифференциал тенгламасини татбиқ этиш ва ундаги доимийларни аниқлаш анча мураккаб ва ноқулайдир.

Агар балканинг деформациясига таъсир қилмаган ҳолда унинг схемасини ўзгартиришда ва эластик эгилган ўқнинг дифференциал тенгламасини интеграллашда айрим чекланишларни қабул қилсак, дифференциал тенгламалардаги $2n$ та номаълумни 2 тага қадар камайтириш мумкин. Бунинг учун қуйидаги чекланишларни қабул қиламиз:

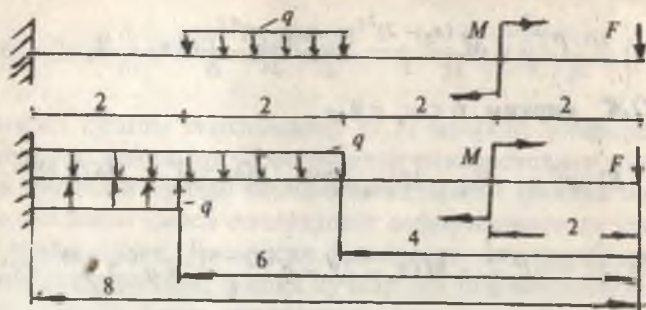
- 1) балкани XOY координата системасига жойлаштирамиз ва балканинг бошланғич нуқтасини аниқлаймиз;
- 2) балканинг оралиқ масофаларини координата бошидан маълум тартибда жойлаштирамиз;
- 3) балканинг бирор оралиқдаги тақсимланган куч интенсивлигини таъсири, балканинг охиригача давом этмаса, балканинг шу оралиқларини ўзаро тенг ва қарама-қар-

ши йўналган тақсимланган куч интенсивлиги билан тўлди-
рамыз;

4) жуфт куч моментини $M^* X^0$ кўринишда ёзамиз;

5) дифференциал тенгламани интеграллашда қавслар-
ни очмаймиз. Интеграллашни қуйидагича бажарамиз:

$$\int (x-a)^n dx = \frac{(x-a)^{n+1}}{n+1}$$



188-расм.

Балканинг ҳар бир оралиқлари учун эгилган ўқнинг
дифференциал тенгламасини тузамиз ва интеграллаймиз:

ОВ қирқим. $0 \leq x_1 \leq 2 \text{ м}$

$$EI \cdot y_1'' = -Fx_1; \quad EI \cdot y_1' = -F \frac{x_1^2}{2} + C_1$$

$$EI \cdot y_1 = -F \frac{x_1^3}{6} + C_1 x_1 + D_1$$

ОК қирқим. $2 \leq x_2 \leq 4 \text{ м}$

$$EI \cdot y_2'' = -Fx_2 - M(x_2 - 2)^0;$$

$$EI \cdot y_2' = -F \frac{x_2^2}{2} - M(x_2 - 2)^1 + C_2$$

$$EI \cdot y_2 = -F \frac{x_2^3}{6} - M \frac{(x_2 - 2)^2}{2} + C_2 x_2 + D_2$$

ОН қирқим. $4 \leq x_3 \leq 6$ м

$$EI \cdot y_3'' = -Fx_3 - M(x_3 - 2)^0 - q \frac{(x_3 - 4)^2}{2}$$

$$EI \cdot y_3' = -F \frac{x_3^2}{2} - F(x_3 - 2)^1 - q \frac{(x_3 - 4)^3}{6} + C_3$$

$$EI \cdot y_3 = -F \frac{x_3^3}{6} - M \frac{(x_3 - 2)^2}{2} - q \frac{(x_3 - 4)^4}{24} + C_3 x_3 + D_3$$

ОЖ қирқим. $6 \leq x_4 \leq 8$ м

$$EI \cdot y_4'' = -Fx_4 - M(x_4 - 2)^0 - q \frac{(x_4 - 4)^2}{2} + q \frac{(x_4 - 6)^2}{2}$$

$$EI \cdot y_4' = -F \frac{x_4^2}{2} - M(x_4 - 2)^1 - q \frac{(x_4 - 4)^3}{6} + q \frac{(x_4 - 6)^3}{6} + C_4$$

$$EI \cdot y_4 = -F \frac{x_4^3}{6} - M \frac{(x_4 - 2)^2}{2} - q \frac{(x_4 - 4)^4}{24} + q \frac{(x_4 - 6)^4}{24} + C_4 x_4 + D_4$$

Интеграллаш доимийликларини аниқлаймиз:

$X_1 = 2$ м ва $X_2 = 2$ м бўлса, $y_1' = y_2'$ ва $y_1 = y_2$ ҳосил бўлади, яъни *ОВ* оралиқдан *КВ* оралиққа ўтиш кесимидаги айланиш бурчаклари ва салқиликлари тенг:

$$-F \frac{4}{2} + C_1 = -F \frac{4}{2} + C_2 \text{ ва}$$

$$-F \frac{8}{6} + C_1 \cdot 2 + D_1 = -F \frac{8}{6} + C_2 \cdot 2 + D_2$$

Шунинг учун $C_1 = C_2$ ва $D_1 = D_2$ шу усул билан $x_2 = 4$ м = x_1 да $y_2' = y_3'$ ва $y_2 = y_3$ тенгликлар асосида $C_3 = C_2$ ва $D_2 = D_3$ лар; $x_3 = 6$ м = x_4 да $y_3' = y_4'$ ва $y_3 = y_4$, шунинг учун $C_3 = C_4$ ва $D_3 = D_4$ тенгликлар ҳосил қилинади.

Демак, $C_1 = C_2 = C_3 = C_4 = C$ ва $D_1 = D_2 = D_3 = D_4 = D$ кўри-нишда ҳамма интеграллаш доимийликлари ўзаро тенг экан-лиги келиб чиқади. Туртта оралиқдан иборат балканинг дифференциал тенгламаларини интеграллашда ҳосил бўлган саккизта номаълум интеграллаш доимийликлари иккитага келтирилади. Бу доимийликларни: $C = EI \cdot \theta_0$

ва $D = EI \cdot y_0$ кўринишда, яъни балканинг бошланғич кесимини айланиш бурчаги θ_0 ва салқилиги Y_0 орқали ифодалаш мумкин. Барча интеграллаш доимийликлари тенглигидан фойдаланиб балканинг охириги оралиқлари учун дифференциал тенгламани куйидагича кўринишда ёзамиз:

$$\theta = \theta_0 + \frac{1}{EI} \left[-F \frac{x^2}{2} - M(x-2) - q \frac{(x-4)^3}{6} + q \frac{(x-6)^3}{6} \right] \quad (7.7)$$

$$y = y_0 + \theta_0 x + \frac{1}{EI} \left[-F \frac{x^3}{6} - M \frac{(x-2)^2}{2} - q \frac{(x-4)^4}{24} + q \frac{(x-6)^4}{24} \right] \quad (7.8)$$

Ҳосил бўлган тенгламалар (7.7) ва (7.8) универсал формулалар дейилади. Формуланинг универсаллиги унинг балка узунлиги бўйлаб барча оралиқларини ҳисобга олишида. Балкани қайси оралиқнинг деформациясини ўрганиш керак бўлса, универсал формулада шу оралиқдаги кучлар қолдирилади; бошқа кучлар эса ташлаб юборилади. Балканинг барча оралиқлари учун θ_0 ва Y_0 лар умумийдир.

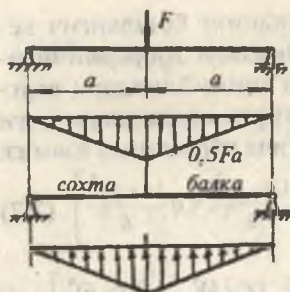
7.4. ЭГИЛИШДА КЎЧИШНИ ТОПИШНИНГ ГРАФОАНАЛИТИК УСУЛИ

Графоаналитик усул билан балкани танланган кесимининг салқилиги ва айланиш бурчагини аниқлаш мумкин. Бу усулнинг аналитик томони балка эгилган ўқининг тақрибий дифференциал тенгламасига асосланган, яъни:

$$\frac{d^2(EI \cdot y)}{dx^2} = EI \frac{d^2 y}{dx^2} = M \quad (7.9)$$

Бу ерда: M — берилган балканинг эгувчи моменти (189-рasm).

Масаланинг график томонини ёритиш учун сохта балка ва сохта куч тушунчаларини киритамиз. Сохта балка ҳақиқий балкадан фарқ қилади ва у сохта куч интенсивлиги q_f , яъни ҳақиқий балка эгувчи моментининг эпюраси билан юклаймиз. Демак, сохта куч миқдор жиҳатдан эгувчи моментга тенг экан, яъни: $M = q_f$. Сохта куч интенсивлиги — q_f ҳақиқий балканинг эгувчи моменти қонунияти билан ўзгаради.



189-расм.

Сохта куч интенсивлиги билан сохта эгувчи момент орасидаги дифференциал боғланишни ҳақиқий балкадаги M ва q орасидаги боғланиш асосида ёзамиз:

$$\frac{d^2 M_f}{dx^2} = q_f \quad (7.10)$$

$M = q_f$ тенгликни ҳисобга олсак, (7.9) ва (7.10) тенгламаларни солиштириб қуйидаги форму-

лани ҳосил қиламиз:

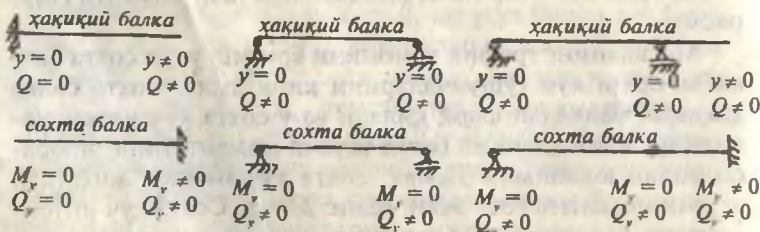
$$\frac{d^2 (EI \cdot y)}{dx^2} = \frac{d^2 M_f}{dx^2} \quad (7.11)$$

(7.11) формулани интеграллаб, ихтиёрий ўзгармас чап ва ўнг томон интеграллаш доимийларини ўзаро тенглаш-тирсак, қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$\frac{d(EI \cdot y)}{dx} = EI \theta \quad \frac{dM_f}{dx} \quad \text{ва} \quad EI \cdot y = M_f$$

Берилган ташқи куч таъсирида ҳақиқий балка ихтиёрий кесимининг айланиш бурчаги — θ сохта балканинг шу кесимидаги кўндаланг кучнинг ҳақиқий балканинг бикрлигига бўлинмасига тенг:

$$\theta = \frac{Q_f}{EI} \quad (7.12)$$



190-расм.

Берилган ташқи куч таъсирида ҳақиқий балканинг ихтиёрий нуқтасининг салқилиги — $У$, сохта балканинг шу нуқтасидаги эғувчи момент M_f нинг ҳақиқий балканинг бикрлиги бўлинмасига тенг:

$$У = \frac{M_f}{EI} \quad (7.13)$$

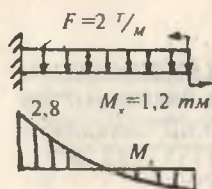
Ҳақиқий балканинг танланган кесимининг айланиш бурчаги ва салқилигини аниқлаш учун сохта балканинг шу кесимидаги сохта кўндаланг куч ва сохта эғувчи моментини аниқлаш керак экан. Сохта балкани танлаш шартлари 190-расмда кўрсатилган.

Савол ва топшириқлар

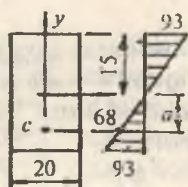
1. Соф эгилиш деб нимага айтилади?
2. Соф эгилишга мисоллар келтиринг.
3. Нейтрал қатлам деб қандай материалга айтилади?
4. Эгилишда нормал кучланиш формуласини ёзинг.
5. Эгилишда нормал кучланиш балка кесимининг юзасида қандай қонуният билан ўзгаради?
6. Эгилишда уринма кучланиш формуласини ёзинг?
7. Эгилишда уринма кучланиш балка кесимининг юзасида қандай қонуният билан ўзгаради?
8. Эгилишда нормал кучланиш бўйича мустаҳкамлик шarti формуласини ёзинг.
9. Эгилишда уринма кучланиш бўйича мустаҳкамлик шarti формуласини ёзинг?
10. Тенг қаршилиқ кўрсатувчи балкалар деб нимага айтилади?
11. Балка кесимининг айланиш бурчаги ва салқилиги нима?
12. Эгилиш деформацияси қандай усуллар билан топилади?
13. Балка эгилган ўқининг тақрибий дифференциал тенгламасини ёзинг.
14. Универсал формулани ёзинг.

1-масала. Берилган балка учун эғувчи момент эпюраси қурилсин; хавфли кесимдаги энг катта нормал кучланиш ва шу кесимдаги C нуқтанинг кучланиши топилсин.

Ечиш. $M_x = M_0 - q \frac{x^2}{2}$ тенгламадан $x = 0$ да $M_x = 1,2$ тм,



1,2
191-расм.



$x = 1,09 \text{ м}$, $M_x = 0$ ва
 $x = 2 \text{ м}$; $M_x = 2,8 \text{ тм}$
 ҳосил қиламиз. Кесим-
 нинг x ўқиға нисбатан
 қаршилиқ моментини
 топамиз:

$$W_x = \frac{bh^2}{6} = \frac{0,2(0,3)^2}{6} = 3 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$$

Энг катта эгувчи момент балканинг таянч кесимида
 ҳосил бўлади:

$$M_{\max} = 2,8 \text{ тм} = 28 \text{ кНм ва}$$

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_x} = \frac{28}{3 \cdot 10^{-3}} = 9,3 \cdot 10^3 \frac{\text{кН}}{\text{м}^2}$$

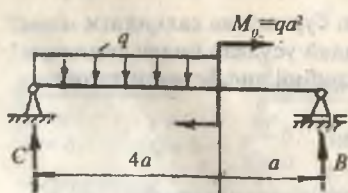
С нуқта балка кесимининг ўқидан

$$y - a = \frac{h}{2} - 4 = 11 \text{ см} = 0,11 \text{ м} \quad \text{масофада жойлашган.}$$

$$\sigma_c = \frac{-M_{\max}}{I_x} \cdot 0,11 = \frac{28 \cdot 0,11}{4,5 \cdot 10^{-4}} = -0,684 \cdot 10^{11} \frac{\text{кН}}{\text{м}^2}$$

$$\text{Бу ерда: } I_x = \frac{bh^3}{12} = \frac{0,2(0,3)^3}{12} = 4,5 \cdot 10^{-4} \text{ м}^4$$

2-масала.



192-расм.

Узунлиги $\ell = 3 \text{ м}$

бўлган тўғри бурчакли кесимли балка 192-расмда кўрсатилгандек юкланган.

Ўлчамлари $h = 0,2 \text{ м}$,
 $b = 0,12 \text{ м}$ бўлган балканинг
 хавфли кесимдаги энг кат-
 та нормал кучланиши

$$\sigma_{\max} = 1,21 \frac{\text{кН}}{\text{м}^2} \quad \text{дан фойда-}$$

ланиб, тақсимланган куч интенсивлиги — q топилсин.

Ечиш. Реакция кучларини топамиз:

$$\sum M_c = q4a \cdot \frac{4a}{2} + M_0 - B5a = 0; \quad B = \frac{9}{5}q \cdot a$$

$$\sum M_B = C \cdot 5a - q4a \left(\frac{4a}{2} + a \right) + M = 0; \quad C = \frac{11}{5}q \cdot a$$

M_x ва Q тенгламаларни тузамиз:

$$M_x = c \cdot x - q \frac{x^2}{2} \quad \text{ва} \quad Q = c - qx$$

Балкани $Q = 0$ бўлган нуқтасида $M_x = M_{\max}$. Шунинг учун $Q = 0$ нуқтанинг координатаси — x ни топамиз. $C - qx = 0$ ёки:

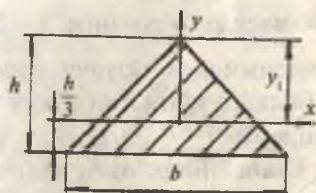
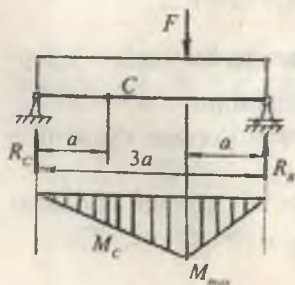
$$x = \frac{c}{q} = \frac{11 \cdot q \cdot a}{5q} = \frac{11a}{5}$$

У ҳолда: $M_{\max} = C \cdot \frac{11a}{5} - q \frac{\left(\frac{11}{5}a\right)^2}{2} = 2,42qa^2$

Балка хавфли кесимининг мустаҳкамлик шартини ёзамиз:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W} = \frac{2,42qa^2}{\frac{bh^2}{6}} = 1,21 \frac{\kappa H}{\text{м}^2}$$

Бу ерда: $q = \frac{1,21 \cdot b \cdot h^2}{2,42 \cdot 6 \cdot a^2} = \frac{1,21 \cdot 0,12 \cdot (0,20)^2}{2,42 \cdot 6 \cdot 1} = 4 \cdot 10^{-4} \frac{\kappa H}{\text{м}}$



193-расм.

3-масала.

F куч таъсиридан балка кесимининг C нуқтасида ҳосил бўлган нормал кучланиш $\sigma_c = 3 \frac{\kappa H}{m^2}$. Балканинг $M = M_{\max}$ бўлган хавфли кесимидаги абсолют қиймати энг катта бўлган нормал кучланиш топилсин.

Ечиш. Реакция кучлари $R_c = \frac{F}{3}$ ва $R_b = \frac{2F}{3}$

M эпюрасидан $M_c = R_c \cdot a = \frac{Fa}{3}$ ва $M_{\max} = \frac{2}{3} Fa$ ҳосил

қиламиз. Нуқта учун балканинг мустаҳкамлик шарти —

$\sigma_c = \frac{M_c}{W}$ дан $M_c = \sigma_c \cdot W$ ни топамиз.

У ҳолда: $M_c = \sigma_c \cdot \frac{I_y}{y} = \sigma_c \frac{bh^3 \cdot 3}{12 \cdot h} = \sigma_c \frac{bh^2}{4} = 0,75bh^2$

M эпюрасидан ва мустаҳкамлик шартидан келиб чиққан M_c моментларини солиштирсак,

$\frac{Fa}{3} = 0,75bh^2$ ва $F = \frac{2,25bh^2}{a}$ ни ҳосил қиламиз.

У ҳолда: $M_{\max} = \frac{2}{3} \cdot \frac{2,25bh^2}{a} \cdot a = 1,5bh^2$. Балканинг хавф-

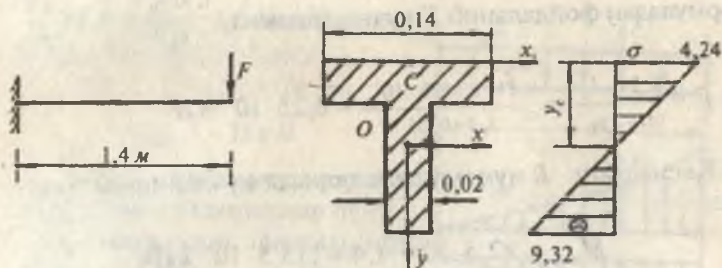
ли кесимидаги энг катта нормал кучланишни топамиз:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max} \cdot y_1}{I_x} = \frac{1,5bh^2}{\frac{bh^3}{12}} \cdot \frac{2}{3} h = \frac{1,5 \cdot \frac{2}{3}}{1} = 12 \frac{\kappa H}{m^2}$$

4-масала. Узунлиги $\ell = 1,4$ м консоль балканинг хавфли кесимидаги чузувчи нормал кучланиши — $\sigma = 4,24 \frac{\kappa H}{m^2}$

Балкага қўйилган F куч ва сиқувчи нормал кучланиш топилсин.

Ечиш. Балканинг таянч кесими энг хавфли ҳисобланади, чунки бу кесимда: $M_x = M_{\max} = -F \cdot \ell = -1,4F$



194-расм.

F куч таъсиридан балканинг эгилишида юқори толалар чўзилади, пастки толалари эса сиқилади. Шунинг учун юқори толалардаги энг катта чўзувчи кучланиш

$\sigma_{\max} = 4,24 \frac{\kappa\text{H}}{\text{м}^2}$. Чўзувчи кучланишлар буйича балкани хавфли ҳолатидаги материалынинг мустаҳкамлик шартини ёзамиз: $\sigma_{\max} = \frac{M_{\max} \cdot y_0}{I_x} = 4,24 \frac{\kappa\text{H}}{\text{м}^2}$.

Бу ерда: y_0 — балка кесимининг нейтрал ўқидан C нуқтагача бўлган масофа: $y_0 = \frac{\sum Sx}{\sum A}$

I_x — балка кесимининг нейтрал ўққа нисбатан инерция моменти.

S_{x1} — балка кесимининг x_1 ўқига нисбатан статик моменти.

$$\sum S_{x1} = 0,14 \cdot 0,02 \cdot 0,01 + 0,14 \cdot 0,02 \left(\frac{0,14}{2} + 0,02 \right) = 2,8 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3$$

$$\sum A = 2 \cdot 0,14 \cdot 0,02 = 5,6 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2$$

$$\text{У ҳолда: } y_0 = \frac{2,8 \cdot 10^{-4}}{5,6 \cdot 10^{-3}} = 0,05 \text{ м}$$

$$I_x = \frac{0,14(0,02)^3}{12} + 0,14 \cdot 0,02(y_0 - 0,01)^2 + \frac{0,02(0,14)^3}{12} + 0,02 \cdot 0,14(0,02 + 0,07 - y_0)^2 = 1,3623 \cdot 10^{-5} \text{ м}^4$$

формуладан фойдаланиб F кучни топамиз: $\frac{1,4 F y_0}{I_x} = 4,24 \frac{\kappa H}{m^2}$

$$\text{ва } F = \frac{4,24 \cdot I_x}{1,4 \cdot y_0} = \frac{4,24 \cdot 1,3623 \cdot 10^{-5}}{1,4 \cdot 0,05} = 8,25 \cdot 10^{-5} \kappa H$$

Кесимнинг B нуқтасидаги нормал кучланишни топамиз:

$$M_{\max} = 82,5 \cdot 10^{-5} \cdot 1,4 = 115,5 \cdot 10^{-5} \kappa H m$$

$$\sigma_B = \frac{115,5 \cdot y_B \cdot 10^{-5}}{1,3623 \cdot 10^{-5}} = \frac{115,5 \cdot 10^{-5} (0,16 - 0,05)}{1,3623 \cdot 10^{-5}} = 9,32 \frac{\kappa H}{m^2}$$

5-масала.

Ёғочдан тайёрланган балка учун $h = 1,5b$ нисбатдан фойдаланиб тўғри бурчакли кесим танлансин.

Берилган: $a = 0,25 m$; $q = 10 \frac{\kappa H}{m}$; $F = 10qa = 25 \kappa H$

$$[\sigma] = 10 \frac{\kappa H}{m^2}; \quad [\tau] = 0,12 \frac{\kappa H}{m^2}$$

Ечиш. Бир томони қистириб маҳкамланган балканинг хавфли кесимидаги эғувчи момент ва кўндаланг кучни топамиз.

I қирқим. $0 \leq x_1 \leq 0,75 m$

$$Mx_1 = -q \frac{x_1^2}{2} \quad \text{ва} \quad Q_1 = -qx_1$$

$$x_1 = 0; \quad Mx_1 = 0 \quad \text{ва} \quad Q_1 = 0$$

$$x_1 = 0,75 m; \quad Mx_1 = -2,81 \kappa H m$$

$$Q_1 = -7,5 \kappa H$$

II қирқим. $0,75 \leq x_2 \leq 1 m$

$$Mx_2 = -q \frac{x_2^2}{2} - F(x_2 - 0,75); \quad Q_2 = -qx_2 - F$$

$$x_2 = 0,75 m; \quad M_2 = -2,81 \kappa H m; \quad Q_2 = -32,5 \kappa H$$

$$x_2 = 1 m; \quad M_2 = -11,25 \kappa H m; \quad Q_1 = -35 \kappa H$$

Балканинг хавfli кесими таянч нуқтасида экан:

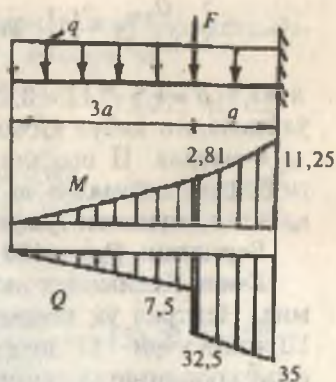
$$M_{\max} = -11,25 \text{ кНм ва}$$

$$Q_{\max} = -35 \text{ кН}$$

Хавfli кесим учун нормал ва уринма кучланишлар бўйича мустаҳкамлик шартларини ёзамиз:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_x} \leq [\sigma] \text{ ва}$$

$$\tau_{\max} = \frac{Q_{\max} \cdot S_x}{I_x \cdot b} \leq [\tau]$$



195-расм.

Бу ерда: $W_x = \frac{bh^2}{6}$ кесимнинг x ўқиға нисбатан қаршилик моменти (м^3), $S_x = b \cdot \frac{h}{2} \cdot \frac{h}{4} = \frac{bh^2}{8}$ кесимнинг x ўқиға нисбатан статик моменти (м^3), $I_x = \frac{bh^3}{12}$ кесимнинг x ўқиға нисбатан инерция моменти, м^2 кесимнинг ўлчамларини нормал кучланиш бўйича мустаҳкамлик шартидан фойдаланиб топамиз. Кесимнинг ўлчамларини нормал кучланиш бўйича мустаҳкамлик шартидан фойдаланиб топамиз.

$\frac{6M_{\max}}{bh^2} = [\sigma]$ ёки $h = 1,5b$ ни ҳисобға олсак:

$$b = \sqrt[3]{\frac{6 \cdot M_{\max}}{1,5[\sigma]}} = \sqrt[3]{\frac{6 \cdot 11,25}{1,5 \cdot 10^4}} = 0,165 \text{ м}$$

$$h = 1,5 \cdot b = 1,5 \cdot 0,165 = 0,2475 \text{ м}$$

Кесимнинг ўлчамларини уринма кучланишға боғлаб

аниқлаймиз: $\tau_{\max} = \frac{Q_{\max} \cdot \frac{bh^2}{8}}{\frac{bh^3}{12} \cdot b} \leq [\tau]: h = 1,5b$ нисбатни ҳисобға олсак:

$$\tau_{\max} = \frac{3}{2} \cdot \frac{Q_{\max}}{1,5 \cdot b^2} \leq [\tau] \quad \text{ёки} \quad b = \sqrt{\frac{Q_{\max}}{[\tau]}} = \sqrt{\frac{35}{0,12 \cdot 10^4}} \approx 0,17 \text{ м}$$

$h = 1,5 \cdot b = 1,5 \cdot 0,17 = 0,255 \text{ м}$ $b = 0,17 \text{ м}$; ва $h = 0,255 \text{ м}$ ўлчамларни қабул қиламиз.

6-масала. П шакли профилнинг деворлари баландлиги бўйлаб нормал σ ва уринма τ кучланишларнинг тарқалиш қонунияти графикасини қуринг.

Берилган: $Q_{\max} = 120 \text{ кН}$; $M_{\max} = 50 \text{ кНм}$

Ечиш. Кесимнинг нейтрал ўқининг ҳолатини аниқлаймиз. Нейтрал ўқ кесимнинг оғирлик марказидан ўтади. Шунинг учун П шакли кесимнинг оғирлик марказининг координаталарини аниқлаймиз. Кесим Z ўқига нисбатан симметрик бўлганлиги учун:

$$y_c = 0. \quad \text{У ҳолда: } Z_c = \frac{\sum S_{y1}}{\sum A} = \frac{11,04 \cdot 10^{-4}}{9,6 \cdot 10^{-3}} = 0,115 \text{ м}$$

$\sum S_{y1}$ — кесимнинг y_1 ўқига нисбатан статик моменти, м^3 .

$\sum A$ — шаклнинг кесим юзаси, м^2 .

$$\sum S_{y1} = 0,02 \cdot 0,12 \cdot 0,19 + 2 \cdot 0,18 \cdot 0,02 \cdot 0,09 = 11,04 \cdot 10^{-4} \text{ м}^4$$

$$\sum A = 2 \cdot 0,02 \cdot 0,18 + 0,02 \cdot 0,12 = 9,6 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2$$

Параллел ўқларга нисбатан инерция моментлари формуласидан фойдаланиб кесимнинг y ўқига нисбатан инерция моментини топамиз:

$$I_y = 2 \left[\frac{0,02 \cdot [0,18]^3}{12} + (0,025)^2 \cdot 0,02 \cdot 0,18 \right] + \frac{0,12(0,02)^3}{12} + 0,75^2 \cdot 0,02 \cdot 0,12$$

$$I_y = 37,52 \cdot 10^{-6} \text{ м}^4$$

$$\sigma = \frac{M_{\max} \cdot Z}{I}$$

формуладан фойдаланиб кесимнинг баландлиги бўйлаб нормал кучланишнинг ўзгаришини топамиз.

Бу ерда: Z — кучланиш текширилаётган нуқтадан кесимнинг нейтрал ўқигача бўлган масофа, м.

$$1\text{-нуқта } (Z_1 = 0,085 \text{ м}); \sigma' = \frac{-50 \cdot 0,085}{37,52 \cdot 10^{-6}} = -113,273 \cdot 10^3 \frac{\text{кН}}{\text{м}^2}$$

$$2\text{-нуқта } (Z_2 = 0,065 \text{ м}); \sigma'' = \frac{-50 \cdot 0,065}{37,52 \cdot 10^{-6}} = -86,62 \cdot 10^3 \frac{\text{кН}}{\text{м}^2}$$

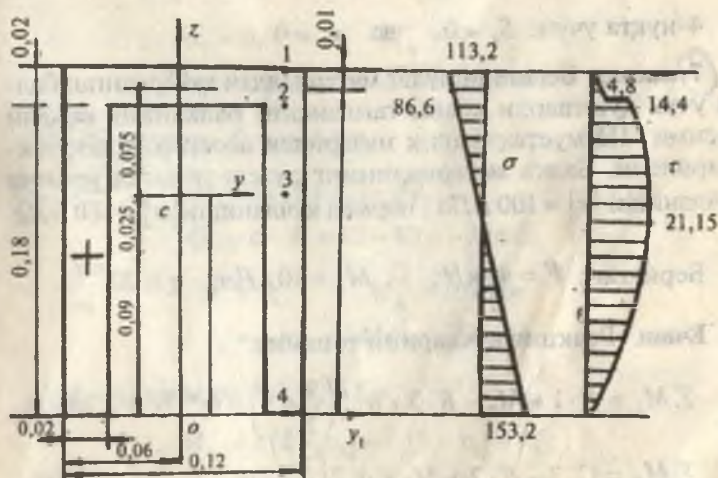
$$3\text{-нуқта } (Z_3 = 0); (\sigma''' = 0)$$

$$4\text{-нуқта } (Z_4 = 0,115 \text{ м}); \sigma'''' = \frac{50 \cdot 0,115}{37,52 \cdot 10^{-6}} = +153,25 \cdot 10^3 \frac{\text{кН}}{\text{м}^2}$$

Масаданинг берилишида эгувчи моментнинг ишораси мусбат. Демак, кесимнинг 1- ва 2-нуқталар жойлашган қисми сиқилишга ва 4-нуқта жойлашган томони чўзилишга ишлайди.

Журавский формуласидан фойдаланиб кесим кесимининг баландлиги бўйлаб уринма кучланишнинг ўзгаришини аниқлаймиз:

$$\tau = \frac{Q_{\max} \cdot S_y}{I_y \cdot b(d)}$$



196-расм.

Бу ерда: S_1 — кесимнинг четки нуқтасидан пастда ва кучланиш текшириладиган нуқтадан юқорида жойлашган юзасининг нейтрал ўққа нисбатан статик моменти.

1-нуқта учун: $S_1 = 0$ ва $\tau_1 = 0$

2-нуқта учун: $S_2 = 0,02 \cdot 0,12 \cdot 0,075 = 1,8 \cdot 10^{-4}, \text{ м}^3$

$$\tau_2 = \frac{120 \cdot 1,8 \cdot 10^{-4}}{37,52 \cdot 10^{-6} \cdot 0,12} = 4,8 \cdot 10^3 \frac{\text{кН}}{\text{м}^2}$$

Нуқта кесимнинг супачасидан деворига ўтиш қисмида жойлашгани учун кесимнинг эни 0,12 метрдан 0,02 м қадар камаяди.

$$\tau_2^1 = \frac{120 \cdot 1,8 \cdot 10^{-4}}{37,52 \cdot 10^{-6} \cdot 2 \cdot 0,02} = 14,4 \cdot 10^3 \frac{\text{кН}}{\text{м}^2}$$

3-нуқта учун:

$$S_3 = 1,18 \cdot 10^{-4} + 2 \cdot 0,02 \cdot 0,065 \cdot \frac{0,065}{2} = 26,45 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3$$

$$\tau_3 = \frac{120 \cdot 2,645 \cdot 10^{-4}}{37,52 \cdot 10^{-6} \cdot 2 \cdot 0,02} = 21,15 \cdot 10^3 \frac{\text{кН}}{\text{м}^2}$$

4-нуқта учун: $S_4 = 0$ ва $\tau_4 = 0$

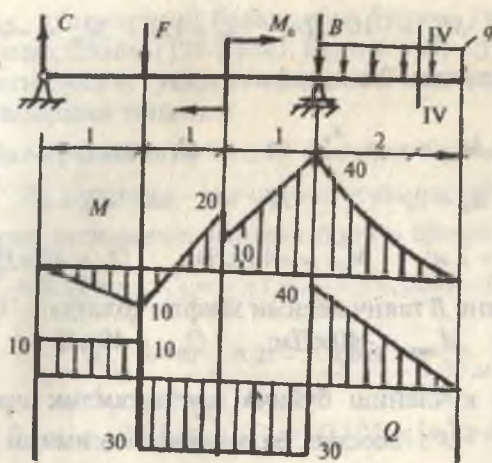
7-масала. Берилган пўлат материалдан тайёрланган балка учун қўштаврли кесим танлансин. Балканинг хавфли кесими III мустаҳкамлик назарияси асосида тўлиқ текширилсин. Балка материалынинг рухсат этилган уринма кучланиши $[\tau] = 100 \text{ МПа}$, нормал кучланиши $[\sigma] = 160 \text{ МПа}$

Берилган: $F = 40 \text{ кН}$; $M_0 = 10 \text{ кНм}$; $q = 20 \frac{\text{кН}}{\text{м}}$

Ечиш. Реакция кучларини топамиз:

$$\sum M_c = F \cdot 1 + M_0 - B \cdot 3 + q \cdot 2 \left(\frac{2}{2} + 3 \right) = 0; \quad B = 70 \text{ кН}$$

$$\sum M_B = C \cdot 3 - F \cdot 2 + M_0 + q \cdot 2 \left(\frac{2}{2} \right) = 0; \quad C = 10 \text{ кН}$$



197-расм.

Балканинг узунлиги бўйича эгувчи момент M ва кунда-
ланг куч — Q ни топамиз.

I—I қирқим. $0 \leq x_1 \leq 1 \text{ м}$

$$M_{x_1} = c \cdot x_1 \quad \text{ва} \quad Q_1 = c = 10 \text{ кН}$$

$$x_1 = 0; \quad M_{x_1} = 0$$

$$x_1 = 1 \text{ м}; \quad M_{x_1} = 10 \text{ кНм}$$

II—II қирқим. $0 \leq x_2 \leq 1 \text{ м}$

$$M_{x_2} = c(1 + x_2) - Fx_2$$

$$Q_2 = c - F = 10 - 40 = -30 \text{ кН}$$

$$x_2 = 0; \quad M_{x_2} = 10 \text{ кНм}$$

$$x_2 = 1 \text{ м}; \quad M_{x_2} = -20 \text{ кНм}$$

III—III қирқим. $0 \leq x_3 \leq 1 \text{ м}$

$$M_{x_3} = c(2 + x_3) - F(1 + x_3) + M_0$$

$$Q_2 = c - F = 10 - 40 = -30 \text{ кН}$$

$$x_3 = 0; \quad M_{x_3} = -10 \text{ кНм}; \quad x_3 = 1 \text{ м}; \quad M_{x_3} = -40 \text{ кНм}$$

IV—IV қирқим. $0 \leq x_4 \leq 2 \text{ м}$

$$M_{x_4} = -qx_4 \frac{x_4}{2} \quad \text{ва} \quad Q_4 = qx_4$$

$$x_4 = 0; \quad M_{x_4} = 0 \quad \text{ва} \quad Q_4 = 0$$

$$x_4 = 2 \text{ м}; \quad M_{x_4} = -40 \text{ кНм}; \quad Q_4 = 40 \text{ кН}$$

Балканинг B таянч кесими хавфли ҳолатда:

$$M_{\max} = -40 \text{ кНм}; \quad Q_{\max} = 40 \text{ кН}$$

Нормал кучланиш бўйича мустаҳкамлик шarti:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_x} \leq [\sigma] \quad \text{асосида балканинг кесимини танлай-}$$

миз:

$$W_x = \frac{M_{\max}}{[\sigma]} = \frac{40}{160 \cdot 10^3} = 0,25 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$$

$W_T = 0,254 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$ қаршилик моментли N-22а қўштавр-
рни қабул қиламиз. Танланган қўштаврли кесимда нор-
мал кучланиш бўйича мустаҳкамлик шартини текшира-
миз:

$$\sigma_{\max} = \frac{40}{0,254 \cdot 10^{-3}} = 157,48 \cdot 10^3 \frac{\text{кН}}{\text{м}^2} < [\sigma]$$

Кесимдаги энг катта нормал кучланиш — $\sigma_{\max}$ балка-
нинг материали учун рухсат этилган кучланишидан ки-
чик экан. Шунинг учун $W_T = 0,254 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$ қаршилик мо-
менти N-22а қўштаврни қабул қиламиз:

$$h = 0,22 \text{ м}; \quad b = 0,12 \text{ м}; \quad d = 0,0054 \text{ м}$$

$$I = 0,0089 \text{ м}; \quad I_x = 2790 \cdot 10^{-8} \text{ м}^4; \quad W_x = 0,254 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$$

$$S_x = 143 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3$$

Балканинг мустаҳкамлигини уринма кучланиш бўйи-
ча текширамиз:

$$\tau_{\max} = \frac{Q_{\max} \cdot S_x}{I_x \cdot d} = \frac{40 \cdot 143 \cdot 10^{-6}}{2790 \cdot 10^{-8} \cdot 0,0054} = 3,87 \cdot 10^3 \frac{\text{кН}}{\text{м}^2} < [\tau]$$

σ ва τ қўштаврнинг баландлиги бўйича ўзгариш тавсифини аниқлаймиз (198-расм). Бунинг учун қўштаврнинг баландлиги бўйича тўққизта нуқтанинг нормал ва уринма кучланишларини топамиз.

Нормал кучланиш қуйидаги формула билан топилади:
 $\sigma = \frac{M_{\max}}{I_x} \cdot y$; бу ерда: y — кучланиш текшириладиган нуқтадан қўштавр кесимининг нейтрал ўқигача бўлган масофа, м:

$$y_1 = \frac{h}{2} = 0,11 \text{ м}; \quad y_{2,3} = \frac{h}{2} - t = \frac{0,22}{2} - 0,0089 = 0,101 \text{ м}$$

$$y_4 = \frac{h_0}{4} = \frac{h - 2t_0}{4} = \frac{0,22 - 2 \cdot 0,009}{4} = 0,05 \text{ м}$$

$$y_5 = 0; \quad y_6 = -0,05 \text{ м}; \quad y_{7,8} = -0,101 \text{ м}; \quad y_9 = -0,11 \text{ м}$$

Уринма кучланиш Журавский формуласи билан топилади:

$$\tau = \frac{Q_{\max} \cdot S_x^0}{I_x b(d)}$$

S_x^0 — қўштавр кесимининг четки нуқтаси билан кучланиши текшириладиган нуқта орасидаги юзасини нейтрал ўққа нисбатан статик моменти, м;

I_x — қўштавр кесимининг нейтрал ўққа нисбатан инерция моменти, м;

$b(d)$ — кучланиши текшириладиган нуқта жойлашган кесимнинг эни, м.

Қўштаврнинг баландлиги бўйича τ нинг ўзгариши (198-расм) S_x^0 га боғлиқ: $S_x^I = 0$

$$S_x^{II} = S_x^{III} = b \cdot t \frac{h-t}{2} = 0,12 \cdot 0,0089 \frac{0,22 - 0,0089}{2} = 1,13 \cdot 10^{-4} \text{ м}^4$$

$$S_x^{IV} = 1,13 \cdot 10^{-4} + \frac{d}{2} \left(\frac{h_0^2}{I_0} - y^2 \right) = 1,13 \cdot 10^{-4} +$$

$$+ \frac{0,0054}{2} \left[\frac{(0,2022)^2}{4} - (0,05)^2 \right] = 1,33 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3$$

Эгувчи момент тенгламаларини тузамиз ва эпюрасини кураимиз.

I—I қирқим. $0 \leq x_1 \leq 1 \text{ м}$

$$M_{x_1} = -Fx_1; \quad x_1 = 0; \quad M_{x_1} = 0$$

$$\text{ва} \quad x_1 = 1 \text{ м}; \quad M_{x_1} = -40 \text{ кНм}$$

II—II қирқим. $1 \leq x_2 \leq 5 \text{ м}$

$$M_{x_2} = -Fx_2 + R_A(x_2 - 1)$$

$$x_2 = 1 \text{ м}; \quad M_{x_2} = -40 \text{ кНм}; \quad x_2 = 5 \text{ м}; \quad M_{x_2} = -40 \text{ кНм}$$

III—III қирқим. $5 \leq x_3 \leq 6 \text{ м}$

$$M_{x_3} = -Fx_3 + R_A(x_3 - 1) + R_B(x_3 - 5)$$

$$x_3 = 5 \text{ м}; \quad M_{x_3} = -40 \text{ кНм}; \quad x_3 = 6 \text{ м}; \quad M_{x_3} = 0$$

Универсал формулани тузамиз:

Кесимнинг айланиш бурчаги:

$$\theta = \theta_0 + \frac{1}{EI} \left[-F \frac{x^2}{2} + R_A \frac{(x-1)^2}{2} + R_B \frac{(x-5)^2}{2} \right] \quad (\text{а})$$

Салқилик тенгламаси:

$$y = y_0 + \theta_0 x + \frac{1}{EI} \left[-F \frac{x^3}{6} + R_A \frac{(x-1)^3}{6} + R_B \frac{(x-5)^3}{6} \right] \quad (\text{б})$$

Универсал формуладаги номаълум θ_0 ва y_0 ларни топиш учун балка учларининг таяниш шартидан фойдаланамиз:

$$x = 1 \text{ м} \quad \text{бўлса,} \quad \theta = \theta_A \neq 0; \quad y = y_0 = 0, \quad \text{у ҳолда} \quad (\text{б})$$

$$\text{тенгламадан} \quad y_0 + \theta_0 \cdot 1 - \frac{F \cdot 1^3}{6EI} = 0 \quad (\text{в}) \quad \text{ҳосил бўлади.}$$

$$x = 5 \text{ м} \quad \text{бўлса,} \quad \theta = \theta_B \neq 0; \quad y = y_B = 0, \quad \text{у ҳолда} \quad (\text{б})$$

$$\text{тенгламадан} \quad y_0 + 5\theta_0 + \frac{1}{EI} \left[-F \frac{125}{6} + R_A \frac{64}{6} \right] = 0 \quad \text{тенглама} \\ \text{ҳосил бўлади} \quad (\text{в}) \quad \text{ва} \quad (\text{г}) \quad \text{тенгламаларни система қилиб} \\ \text{ечамиз:}$$

Т/р	Масофа $y(m)$	Статик моменти $S_x(m^3)$	Қуўлағишлар, $\frac{\kappa H}{m^2}$		Бош нормал қуўлағишлар $\frac{\kappa H}{m^2}$		Бош уринма қуўла- ғиш $\cdot 10^3 \frac{\kappa H}{m^2}$	Бош қуўлағишларнинг аўналғиши		
			$\sigma \cdot 10^3$	$\tau \cdot 10^3$	$\sigma_1 \cdot 10^3$	$\sigma_3 \cdot 10^3$		$\alpha_2 \alpha$, рад	α_1^0	α_3
1	0,11	0	157,7	0	157,7	0	-78,85	0	-0	90°
2	0,101	$1,13 \cdot 10^{-4}$	144,8	1,35	144,81	-0,01	-72,41	-0,0186	0°30	89°30
3	0,101	$1,13 \cdot 10^{-4}$	144,8	30,0	160,75	-5,95	-78,36	-0,4143	11°15	78°45
4	0,05	$1,33 \cdot 10^{-4}$	71,7	35,30	86,15	-14,45	-50,3	-0,9846	-22°12	67°48
5	0	$1,43 \cdot 10^{-4}$	0	38,0	38,0	-38,0	-38,0	—	-45°	45°
6	-0,05	$1,33 \cdot 10^{-4}$	-71,7	35,30	14,45	-86,15	-50,3	0,9848	67°12	22°12
7	-0,101	$1,13 \cdot 10^{-4}$	-144,8	30,0	5,95	-150,75	-78,36	0,4143	78°45	11°15
8	-0,101	$1,13 \cdot 10^{-4}$	-144,8	1,35	0,01	-144,81	-72,41	0,0186	89°3	0°3
9	-0,11	0	-157,7	0	0	-157,7	-78,86	0	90°	0

$$y_0 + \theta_0 - \frac{F}{6EI} = 0$$

$$y_0 + 5\theta_0 - \frac{125F}{6EI} + \frac{64R_A}{6EI} = 0$$

Юқоридаги тенгламани 1 га купайтириб, ҳосил бўлган тенгламани пастки тенгламага қўшамиз:

$$4\theta_0 - \frac{124F}{6EI} + \frac{64R_A}{6EI} = 0$$

$$\text{Бу ерда: } \theta_0 = \frac{124F - 64R_A}{24EI} = \frac{124 \cdot 40 - 64 \cdot 40}{24EI} = \frac{100}{EI}$$

$\theta_0 = \frac{100}{EI}$ ифодани (в) тенгламага қўйиб Y_0 ни топамиз:

$$y_0 = \frac{F}{6EI} - \theta_0 = \frac{40}{6EI} - \frac{100}{EI} = -\frac{560}{6EI}$$

Топилган θ_0 ва y_0 ларни универсал формулага келтириб қўямиз:

$$\theta = \frac{100}{EI} + \frac{1}{EI} \left[-F \frac{x^2}{EI} + R_A \frac{(x-1)^2}{2} + R_B \frac{(x-5)^2}{2} \right]$$

$$y = -\frac{560}{6EI} + \frac{100x}{6EI} + \frac{1}{EI} \left[-F \frac{x^3}{6} + R_A \frac{(x-1)^3}{6} + R_B \frac{(x-5)^3}{6} \right]$$

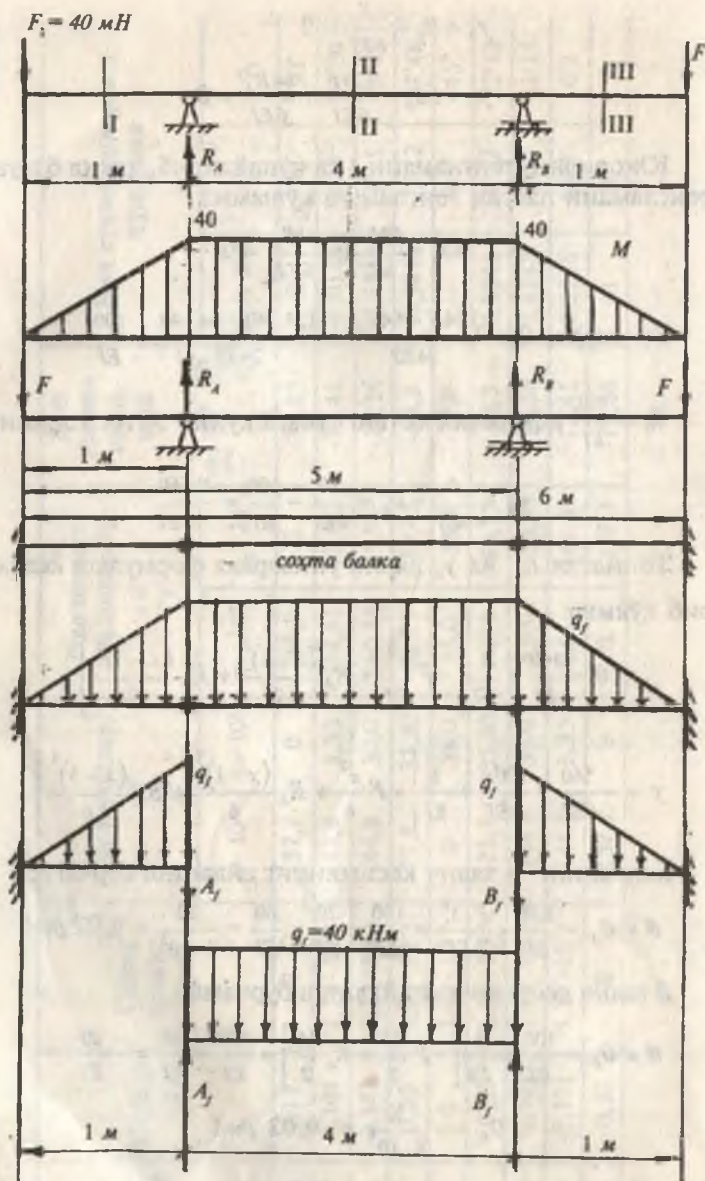
Балканинг А таянч кесимининг айланиш бурчаги:

$$\theta = \theta_A = \frac{100}{EI} - \frac{F \cdot 1^2}{2EI} = \frac{100}{EI} - \frac{20}{EI} = \frac{80}{EI} = \frac{80}{4 \cdot 10^3} = 0,02 \text{ рад}$$

В таянч кесимининг айланиш бурчаги:

$$\theta = \theta_B = \frac{100}{EI} + \frac{1}{EI} \left[-F \frac{25}{5} + R_A \frac{16}{2} \right] = \frac{100}{EI} - \frac{80}{EI} = -\frac{20}{EI}$$

$$\theta_B = -\frac{20}{4 \cdot 10^3} = -0,02 \text{ рад}$$



199-расм.

С нуқтанинг салқилигини топамиз: $X = 3$ м

$$y_c = -\frac{560}{6EI} + \frac{100 \cdot 3}{EI} - \frac{27F}{6EI} + \frac{8R_A}{6EI} =$$

$$= \frac{-560 + 1800 - 1080 + 320}{6EI} = \frac{480}{24 \cdot 10^3} = 0,02 \text{ м}$$

Д нуқтанинг салқилигини топамиз: ($x = 6$ м)

$$y_D = -\frac{560}{6EI} + \frac{100 \cdot 6}{EI} + \frac{1}{EI} \left[-F \frac{216}{6} + R_A \frac{125}{6} + R_B \frac{1}{6} \right] =$$

$$= \frac{-560 + 3600 - 8640 + 5000 + 40}{24 \cdot 10^3} = -\frac{560}{24 \cdot 10^3} = -0,0233 \text{ м}$$

Балканинг деформациясини графоаналитик усул билан аниқлаш учун ҳақиқий балкадан сохта балкани танлаймиз (199-расм) ва уни сохта куч билан юклаймиз.

Ҳақиқий консол балканинг таянч нуқталари сохта балкада шарнирлар билан алмаштирилади. Шарнирли кесимларда моментнинг таъсири нолга тенг бўлганлиги учун сохта балкани учта оддий балкаларга ажратамиз. Ўрта сохта балканинг реакция кучларини топамиз:

$$\sum M_A = q_f \cdot \frac{4^2}{2} - B_f \cdot 4 = 0 \quad \text{ёки} \quad B_f = 2 \cdot 40 = 80 \text{ кНм}^2$$

$$\sum M_B = -q_f \cdot 8 + A_f \cdot 4 = 0 \quad \text{ёки} \quad A_f = 80 \text{ кНм}^2$$

Балка А кесимнинг айланиш бурчагини топамиз:

$$\theta_A = \frac{\theta_f^A}{EI} = \frac{A_f}{EI} = \frac{80}{4 \cdot 10^3} = 0,02 \text{ рад}$$

В кесимнинг айланиш бурчагини топамиз:

$$\theta_B = \frac{\theta_f^B}{EI} = \frac{B_f}{EI} = \frac{80}{4 \cdot 10^3} = -0,02 \text{ рад}$$

С нуқтанинг салқилигини топамиз:

$$y_c = \frac{M_f^c}{EI} = \frac{80}{4 \cdot 10^3} = 0,02 \text{ м}$$

$$\text{Бу ерда: } M_f^c = A_f \cdot 2 - q_f \cdot \frac{2^2}{2} = 80 \cdot 2 - 40 \cdot 2 = 80 \text{ кНм}^2$$

D нуқтанинг салқилигини топамиз.

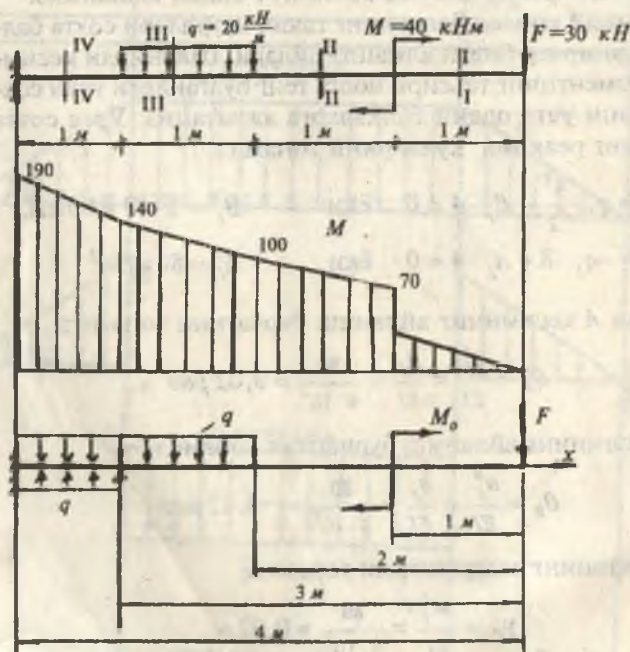
Бунинг учун *B — D* узунликдаги сохта балкани ўргана-
миз:

$$y_D = \frac{M_f^D}{EI} = \frac{-\omega \frac{2}{3} \cdot 1 - B_f \cdot 1}{EI} = \frac{-\frac{40}{3} - 80}{4 \cdot 10^3} = -0,023 \text{ м}$$

$$\text{Бу ерда: } \omega = \frac{1}{2} q_f \cdot 1 = \frac{40}{2} = 20 \text{ кНм}^2$$

9-масала. Бир учи қистириб маҳкамланган балканинг θ ва *B* нуқталарининг салқилигини бошланғич параметрлар ва графоаналитик усуллар билан топинг.

Ечиш. Балканинг ораликларга бўлиб эғувчи моментнинг тенгламаларини тузамиз ва эпюрасини қурамиз.



200-расм.

I—I қирқим. $0 \leq x_1 \leq 1$ м

$$M_{x_1} = -Fx_1; \quad x_1 = 0; \quad M_{x_1} = 0 \quad \text{ва} \\ x_1 = 1 \text{ м}; \quad M_{x_1} = -30 \text{ кНм}$$

II—II қирқим. $1 \leq x_2 \leq 2$ м

$$M_{x_2} = -Fx_2 - M; \quad x_2 = 1 \text{ м}; \quad M_{x_2} = -70 \text{ кНм} \quad \text{ва} \\ x_2 = 2 \text{ м}; \quad M_{x_2} = -100 \text{ кНм}$$

III—III қирқим. $2 \leq x_3 \leq 3$ м

$$M_{x_3} = -Fx_3 - M - q \frac{(x_3 - 2)^2}{2}; \quad x_3 = 2 \text{ м}; \quad M_{x_3} = -100 \text{ кНм} \\ \text{ва} \quad x_3 = 3 \text{ м}; \quad M_{x_3} = -140 \text{ кНм}$$

IV—IV қирқим. $3 \leq x_4 \leq 4$ м

$$M_{x_4} = -Fx_4 - M - q \cdot 1(x_4 - 2,5); \quad x_4 = 3 \text{ м}; \quad M_{x_4} = -140 \text{ кНм} \\ \text{ва} \quad x_4 = 4 \text{ м}; \quad M_{x_4} = -190 \text{ кНм}$$

Балка учун универсал формулани тузамиз:

$$\theta = \theta_0 + \frac{1}{EI} \left[-F \frac{x^2}{2} - M(x-1) - q \frac{(x-2)^3}{6} + q \frac{(x-3)^3}{6} \right]$$

$$y = y_0 + \theta_0 x + \frac{1}{EI} \left[-F \frac{x^3}{6} - M \frac{(x-1)^2}{2} - q \frac{(x-2)^4}{24} + q \frac{(x-3)^4}{24} \right]$$

Универсал формуладаги θ_0 ва y_0 номаълумларни балка учларининг таяниш шартидан фойдаланиб топамиз. $x = 0$ нуқта ҳар қандай таянчдан озод, яъни эркин бўлганлиги учун бу кесимда: $\theta = \theta_0 \neq 0$ ва $y = y_0 \neq 0$

Шунинг учун $x = 0$ шартдан фойдаланиб бўлмайди. $x = 4$ метр масофадаги таянч кесимнинг барча йўналишдаги ҳаракатлари чегараланган. Шунинг учун $x = 4$ бўлса, θ ва y тенгламаларидан қуйидагини ҳосил қиламиз: $\theta = 0$ ва $y = 0$

$$\theta_0 = \frac{1}{EI} \left[F \frac{16}{2} + M \cdot 3 + q \frac{8}{6} - q \frac{1}{6} \right] = \frac{2300}{6EI}$$

$$y_0 = -\frac{2300 \cdot 4}{6 \cdot EI} + \frac{1}{EI} \left[F \frac{64}{6} + M \cdot \frac{9}{2} + q \frac{16}{24} - q \frac{1}{24} \right] = -\frac{24500}{24EI}$$

Топилган θ_0 ва y_0 ларни универсал формулага келтириб қўямиз:

$$\theta = \frac{2300}{6EI} + \frac{1}{EI} \left[-F \frac{x^2}{2} - M(x-1) - q \frac{(x-2)^3}{6} + q \frac{(x-3)^3}{6} \right]$$

$$y = -\frac{24500}{24EI} + \frac{2300}{6EI} \cdot x + \frac{1}{EI} \left[-F \frac{x^3}{6} - M \frac{(x-1)^2}{2} - q \frac{(x-1)^4}{24} + q \frac{(x-3)^4}{24} \right]$$

О нуқтанинг салқилиги $x=0$ нуқтага тўғри келиб, $y=y_0$ ҳосил бўлади.

$$y_0 = -\frac{24500}{24 \cdot 10^8} = -0,0102 \text{ м}$$

В нуқтанинг салқилигини топамиз ($x=2$):

$$y_B = -\frac{24500}{24EI} + \frac{2300 \cdot 2}{6EI} - \frac{240}{6EI} - \frac{40}{2EI} \approx -3,14 \cdot 10^{-3} \text{ м}$$

Балканинг деформациясини графоаналитик усул билан аниқлаймиз. Бунинг учун ҳақиқий балкадан сохта балкани танлаймиз. Сохта балкани ҳақиқий балкани эгувчи моменти билан юклаймиз. Сохта балкада нотекис тарқалган сохта кучлар ҳосил бўлади. Сохта балканинг ҳар бир нуқтасидаги сохта куч миқдор жиҳатдан ҳақиқий балканинг шу нуқтасидаги эгувчи моментга тенг бўлади ($q_f = M$), сохта куч интенсивлиги билан юкланган куч юзаларини топамиз:

$$\omega_1 = \frac{1}{2} \cdot 30 \cdot 1 = 15 \text{ кНм}^2; \quad \omega_2 = 70 \text{ кНм}^2$$

$$\omega_3 = \frac{1}{2} (100 - 70) \cdot 1 = 15 \text{ кНм}^2; \quad \omega_4 = 100 \cdot 1 = 100 \text{ кНм}^2$$

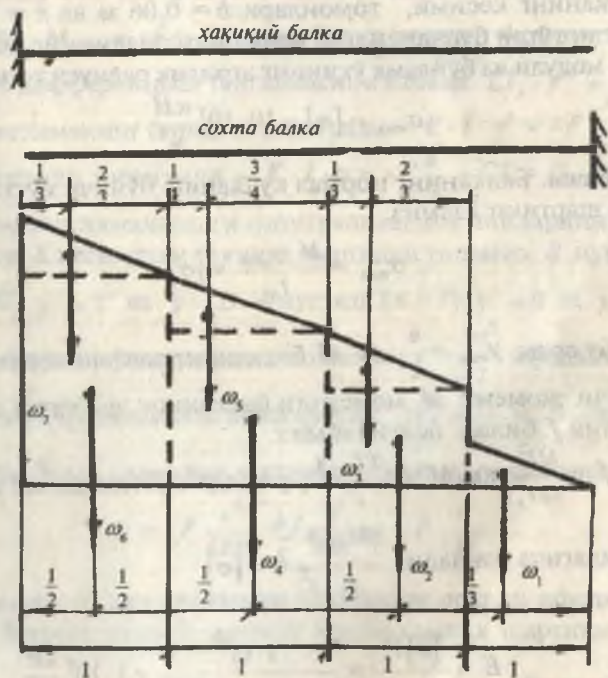
$$\omega_5 = \frac{1}{3}(140 - 100) \cdot 1 = \frac{40}{3} \text{ кНм}^2; \quad \omega_6 = 140 \cdot 1 = 140 \text{ кНм}^2$$

$$\omega_7 = \frac{1}{2}(190 - 140) \cdot 1 = 25 \text{ кНм}^2$$

В нуктанинг салқилигини топамиз:

$$\begin{aligned} M'_B &= -\omega_7 \left(\frac{2}{3} \cdot 1 + 1 \right) - \omega_6 \left(\frac{2}{3} \cdot 1 + 1 \right) - \omega_5 \left(\frac{3}{4} \cdot 1 \right) - \omega_4 \frac{1}{2} \cdot 1 = \\ &= -25 \frac{5}{3} - 140 \frac{2}{3} - \frac{40}{3} \cdot \frac{3}{4} - 100 \frac{1}{2} = -\frac{935}{3} \text{ кНм}^3 \end{aligned}$$

$$y_B = \frac{M'_B}{EI} = -\frac{935}{3 \cdot 10^5} = -3,11 \cdot 10^{-3} \text{ м}$$



201-расм.

С нуқтанинг салқилигини топамиз:

$$\begin{aligned}
 M_f^0 &= -\omega_1 \left(\frac{2}{3} \cdot 1 + 3 \right) - \omega_6 \left(\frac{2}{3} \cdot 1 + 3 \right) - \omega_5 \left(\frac{3}{4} \cdot 1 + 2 \right) - \omega_4 \left(\frac{1}{2} \cdot 1 + 2 \right) - \\
 &- \omega_3 \left(\frac{2}{3} \cdot 1 + 1 \right) - \omega_2 \left(\frac{1}{2} \cdot 1 + 1 \right) - \omega_1 \left(\frac{1}{3} \cdot 1 \right) = -25 \frac{11}{3} - 140 \frac{7}{2} - \frac{40}{3} \cdot \frac{11}{4} - \\
 &- 100 \frac{5}{2} - 15 \frac{5}{3} - 70 \frac{3}{2} - 15 \frac{2}{3} = -\frac{3025}{3} \text{ кНм}^3 \\
 y_0 &= \frac{M_f^0}{EI} = -\frac{3025}{3 \cdot 10^5} = -0,0101 \text{ м}
 \end{aligned}$$

10-масала. Иккита шарнирли таянчга таянган, узунлиги $\ell = 1$. Балканинг ўрта кесимида салқилик $f = 6,25$ мм. Балканинг кесими, томонлари $b = 0,06$ м ва $h = 0,04$ м бўлган тўғри бурчаклидир. Балка материалининг эластиклик модули ва бўйлама ўқининг эгрилик радиуси топилсин.

$$\sigma_{\max} = [\sigma] = 10 \cdot 10^3 \frac{\text{кН}}{\text{м}^2}$$

Ечиш. Балканинг нормал кучланиш бўйича мустаҳкамлик шартини ёзамиз:

$$\sigma_{\max} = \frac{M \cdot y_{\max}}{I_x} = [\sigma]$$

Бу ерда: $y_{\max} = \frac{h}{2}$ ва M балканинг хавфли кесимидаги эгувчи момент. M моментли балканинг энг катта салқилигини f билан белгилаймиз:

$$f = \frac{M \ell^2}{8EI_x} \text{ ва } M = \frac{fEI_x \cdot 8}{\ell^2}, \text{ у ҳолда мустаҳкамлик шarti}$$

$$\text{қуйидагича ёзилади: } \frac{fEI_x \cdot 8 \cdot \frac{h}{2}}{I_x \cdot \ell^2} = [\sigma]$$

$$\text{Бу ерда: } E = \frac{[\sigma] \ell^2}{f \cdot 8 \cdot \frac{h}{2}} = \frac{1 \cdot 10^4}{6,25 \cdot 10^{-3} \cdot 8 \cdot \frac{0,04}{2}} = 1 \cdot 10^7 \frac{\text{кН}}{\text{м}^2}$$

Энди эгрилик радиуси ρ билан M ва балканинг эгилишдаги бикрлиги EI_x орасидаги боғланишни ёзамиз:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M}{EI_x}$$

Бу ерда:

$$\rho = \frac{EI_x}{M} = \frac{EI_x \ell^2}{f EI_x \cdot 8} = \frac{\ell^2}{f \cdot 8} = \frac{1^2}{6,25 \cdot 10^{-3} \cdot 8} = 20 \text{ м}$$

11-масала. Бир томони қистириб маҳкамланган балканинг F куч жойлашган нуқтасини унинг кесими ўлчамлари ва рухсат этилган қучланиши билан ифодаланган салқилигини топинг.

Ечиш. Энг катта эгувчи момент таянч кесимида ҳосил бўлади: $M_{\max} = -F\ell$. Консол балка эгилган ўқининг тақрибий дифференциал тенгламасини ёзамиз: $EI_x \cdot y'' = -Fx$.

Бу тенгламанинг биринчи интегралли — $E \cdot I \cdot y' = -F \frac{x^2}{2} + C$ ва иккинчи интегралли — $E \cdot I \cdot y = -F \frac{x^3}{6} + CX + D$. Ҳосил бўлган тенгламалардаги интеграллаш доимийларини балканинг K кесимдаги таяниш шартидан топамиз. B нуқтада ($x = 0$) $y' = C$ ва $y = D$. K нуқтада ($x = \ell$) $y' = 0$ ва $y = 0$.

Унда биринчи тенгламадан топилган $C = \frac{F\ell^2}{2}$ ифодани иккинчи тенгламага келтириб қўйсак, $D = \frac{2F\ell^3}{6} = \frac{F\ell^3}{3}$ ҳосил бўлади. Унда салқилик тенгламаси қуйидагича ёзилади:

$$y = -F \frac{x^3}{6EI_x} + F \frac{\ell^2}{2EI_x} x + F \frac{\ell^3}{3EI_x}$$

Ташқи F куч кесимини ўлчамлари орқали ифодаalayмиз. Бунинг учун балканинг мустаҳкамлик шартини ёзамиз:

$$\sigma_{\max} = \frac{M \cdot y_{\max}}{I_x} \leq [\sigma] \quad \text{ёки} \quad \frac{F\ell \cdot h}{2I_x} = [\sigma] \quad \text{ва} \quad I_x = \frac{F\ell \cdot h}{2[\sigma]}$$

В нуқтанинг салқилигини топамиз ($x = 0$):

$$y_B = f_B = F \frac{\ell^3}{3EI_x} = F \frac{\ell^3 \cdot 2[\sigma]}{3E \cdot F \ell h} = \frac{2\ell^2}{3Eh} [\sigma]$$

7.5. ТЕНГ ҚАРШИЛИК КЎРСАТУВЧИ БАЛКАЛАР

Балканинг кесим юзаси эгувчи моментнинг энг катта қийматига эришадиган, яъни хавфли ҳолатдаги кесими бўйича танланади.

Купинча балканинг бошқа кесимлари хавфли кесимига тенг қилиб олинади. Лекин бу кесимларда эгувчи момент кичик бўлганлиги учун нормал кучланиш ҳам хавфли кесимга нисбатан кичик бўлади.

Масалан, $M_x = 0$ бўлса, $\sigma = 0$.

Балканинг узунлиги бўйлаб кесимларда кучланиш нотекис тарқалади, узунлик бўйлаб материал кучланиш билан тўлиқ юкланмайди. Натижада ор-

тиқча материал сарфланади. Тенг қаршилиқ кўрсатувчи балкани танлаш учун кесим юзаси тўғри тўртбурчак кўри-нишида ва баландлиги ўзгармас бўлган балканинг хавфли кесими ва эркин учидан X масофада жойлашган кесими учун мустақамлик шартларини ёзамиз:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W} = \frac{F\ell}{bh^2} \leq [\sigma] \quad \text{ва} \quad \sigma_x = \frac{M_x}{W_x} = \frac{Fx}{b_x h^2} \leq [\sigma]$$

Бундан: $\frac{6F\ell}{bh^2} = \frac{6Fx}{b_x h^2}$ ёки $b_x = b \cdot \frac{x}{\ell}$ (6.21)

$M_{\max}$ — қистириб маҳкамланган кесимдаги момент;

M_x — балканинг эркин учидан x масофада жойлашган кесимининг моменти;

W — қистириб маҳкамланган кесимнинг қаршилик моменти;

W_x — балканинг X масофадаги кесимининг қаршилик моменти.

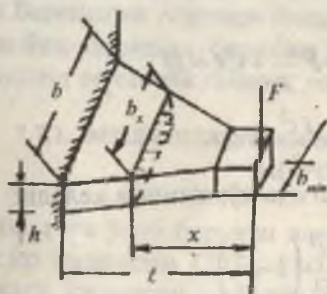
(6.21) формуладаги b_x тенг қаршилик кўрсатувчи балканинг узунлиги бўйича кесимнинг эни балканинг узунлиги бўйлаб тўғри чизиқли қонуният билан ўзгаради; x масофадаги кесимнинг қаршилик моментини топамиз:

$$W_x = \frac{b_x h^2}{6} = \frac{b h^2}{6} \cdot \frac{x}{l} = W \frac{x}{l}$$

Бу кесимдаги эгувчи момент $M_x = F \cdot x$. Мазкур кесимнинг энг узокдаги толасида пайдо бўладиган кучланишни текширамыз:

$$\sigma_x = \frac{M_x}{W_x} = \frac{F x}{W \frac{x}{l}} = \frac{F l}{W} = \sigma_{\max} = \text{const}$$

Шундай қилиб балканинг барча кесимларида энг катта нормал кучланишлар бир хил. Ташқи юкни кўтарадиган кесимнинг минимал энини уринма кучланиш бўйича мустаҳкамлик шартидан фойдаланиб топамиз.



$$\tau_{\max} = \frac{3Q}{2b_{\min} h} \leq [\tau]$$

$$b_{\min} = \frac{3Q}{2h[\tau]}$$

202-расм.

ЎЗГАРУВЧАН КЕСИМЛИ БАЛКАЛАРДА КЎЧИШЛАРНИ АНИҚЛАШ

Ўзгарувчан кесимли балкаларнинг бикрлиги — X нинг функцияси. Шунинг учун эгилган ўқнинг тақрибий тенгламаси қуйидагича ёзилади (202-расм):

$$EI_x \frac{d^2 y}{dx^2} = M_x$$

Бу ерда: I_x — ўзгарувчан балка кесимининг инерция моменти, яъни:

$$I_x = \frac{b_x h^3}{12} = \frac{bh^3}{12} \cdot \frac{x}{\ell} = I \frac{x}{\ell}$$

У ҳолда:

$$EI \frac{x}{\ell} \cdot \frac{d^2 y}{dx^2} = -Fx \text{ ёки } EI \frac{d^2 y}{dx^2} = -\frac{Fx\ell}{x} = -F\ell \quad (6.22)$$

(6.22) тенгламани интеграллаймиз:

$$EI \frac{dy}{dx} = -F\ell x + C \quad \text{ва} \quad EI y = -F\ell \frac{x^2}{2} + Cx + D$$

$x = \ell$ бўлса, салқилик $y = 0$ ва айланиш бурчаги:

$$\frac{dy}{dx} = \theta = 0$$

У ҳолда: $0 = -F\ell^2 + C$ ва $0 = -F\frac{\ell^2}{2} + C\ell + D$

Бу ерда: $C = F\ell^2$ ва $D = -\frac{F\ell^2}{2}$

θ ва U тенгламалари қуйидагича кўринишга келади:

$$\theta = -\frac{F\ell}{EI} x + \frac{F\ell^2}{EI} = \frac{F\ell^2}{EI} \left(1 - \frac{x}{\ell}\right)$$

$$y = -\frac{F\ell x^2}{2EI} + \frac{F\ell^2 x}{EI} - \frac{F\ell^3}{2EI} = -\frac{F\ell^3}{2EI} \left(1 - 2\frac{x}{\ell} + \frac{x^2}{\ell^2}\right)$$

Энг катта салқилик балканинг эркин учига ҳосил бўлади:

$$X = 0 \text{ бўлса, } y_{\max} = f = -\frac{F\ell^3}{2EI}$$

Агар балка узунлиги бўйлаб ўзгармас кесимли бўлса, энг катта салқилик $f = -\frac{F\ell^3}{3EI}$ формула билан топилади.

Демак, ўзгарувчан кесимли балкаларнинг эгилювчанлиги катта экан.

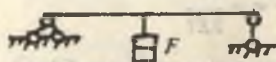
7.6. ЭГИЛИШДА КЎЧИШЛАРНИ ТОПИШНИНГ ЭНЕРГЕТИК УСУЛЛАРИ

Юқорида тўғри стерженнинг қўндаланг эгилишдаги кўчишини аниқлашнинг турли усуллари кўриб ўтдик. Балка эгилган ўқининг тақрибий дифференциал тенгламасини интеграллаш усули бошланғич параметрлар ва графоаналитик усуллари татбиқ этиш усуллари билан балканинг эгилишини оддий кўринишларида аниқлаш ёки ҳисоблаш қулайдир.

Эгилишга учрайдиган конструкция қисмларининг айрим мураккаб шакл ёки кўринишлари мавжудки, бу ҳилдаги конструкция қисмларининг кўчишларини аниқлаш учун эгилишдаги деформациянинг энергиясига асосланган Мор ёки Верещагин усуллари татбиқ этиш осон. Мор ёки Верещагин усуллари билан тўғри стерженларнинг қўзилиш ёки сиқилиш, буралиш ва эгилишдаги кўчишларини аниқлаш ва статик ноаниқ масалаларни ечиш мумкин.

7.7.1. ЭГИЛИШДА ДЕФОРМАЦИЯНИНГ ПОТЕНЦИАЛ ЭНЕРГИЯСИ

Балкага ўсиб боровчи элементар кичик dF юк билан таъсир қилинсин (203-расм). Юк dF миқдорга ортганда балкага юкланган олдинги юк пастга тушади ва унинг потенциал энергияси (U_1) камаяди, балка деформациясининг энергияси (U_2) эса тегишлича ортади. Балка ҳар бир dF миқдорда юкланганида, заррачаларининг ҳаракат хусусияти ўзгармайди. Шунинг учун ҳар бир юклашда балканинг ҳамма қисмида мувозанат ҳолати содир бўлади. Де-



203-расм

мак, балканинг деформацияси уни мувозанат ҳолатини бузмасдан ҳосил булар экан. Шунинг учун балканинг ҳар бир юкланиш ҳолатида $U_F = U$ тенглик келиб чиқа-

ди, яъни юкнинг потенциал энергияси U_F балка деформациясининг потенциал энергиясига тўлиқ ўтади. Бошқа турга айланган энергиянинг ўлчами сифатида конструкцияга таъсир қилувчи ташқи кучни бажарган иши қабул қилинади. Унда U_F ташқи кучнинг мусбат ишорали иши A_F билан ўлчанади; деформациянинг потенциал энергияси эса ички кучларнинг манфий ишорали иши ($A_{\text{в}}$) билан ўлчанади. Ички кучлар балка нуқталарининг кучишига тескари томонга йўналганлиги учун ($A_{\text{в}}$) иш манфийдир. Демак, $A_F = 0$, яъни мувозанат бузилмаган ҳолатдаги кўчишда ташқи ва ички кучларнинг бажарган ишларининг йиғиндиси нолга тенг экан. Юқоридаги тенгликка асосан деформациянинг потенциал энергияси U ташқи кучнинг бажарган иши $A_{\text{в}}$ га тенг экан, яъни:

$$U = A_F \quad (7.15)$$

Балканинг соф эгилишда бўлган қисмидан ажратилган dx узунликдаги бўлагининг деформациясини текширамиз (204-расм).

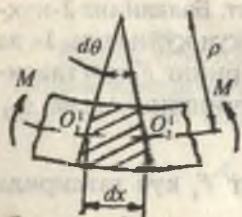
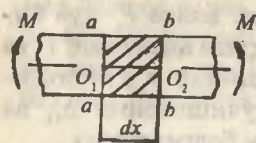
Балка ўқининг эгриланишида унинг кесимлари $d\theta = \frac{dx}{\rho}$ бурчакка айланади. Эгрилик радиуси ρ эгувчи момент билан қуйидагича боғланишда:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M}{EI} \quad \text{У ҳолда: } d\theta = \frac{M dx}{EI} \quad \text{ҳосил бўлади.}$$

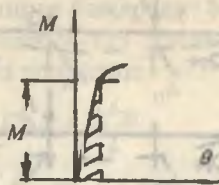
Балка эгилишининг пропорционаллик чегарасида эгувчи моментнинг бажарган иши $ОВК$ учбурчакнинг юзаси билан ўлчанади (205-расм), яъни:

$$dA = \frac{M d\theta}{2} = \frac{M^2 dx}{2EI} \quad \text{ёки } dU = dA = \frac{M^2 dx}{2EI}$$

Агар балканинг узунлиги бўйлаб $M = \text{const}$ ва $EI = \text{const}$ бўлса, яъни бир жинсли деб қаралса:



204-расм.

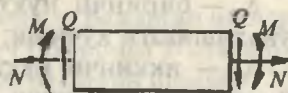


205-расм.

$$U = \int_0^l \frac{M^2 dx}{2EI} = \frac{M^2 l}{2EI} \quad (7.16)$$

ҳосил бўлади.

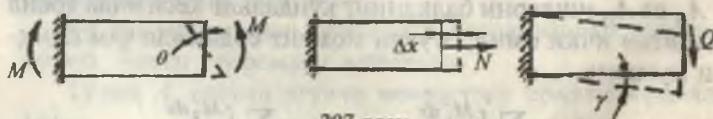
Эгилаётган балканинг кўндаланг кесимида M , Q ва N ички куч омиллари ҳосил бўлади (206-расм).



206-расм.

У пайтда тўлиқ потенциал энергия қуйидагича ёзилади:

$$U = \sum \int_0^l \frac{M^2 dx}{2EI} + \sum \int_0^l \frac{N^2 dx}{2EA} + \sum \int_0^l \frac{Q^2 dx}{2GA}$$

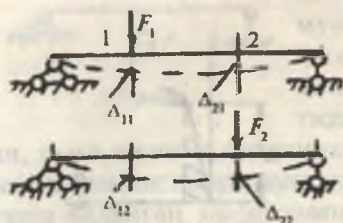


207-расм.

Кўндаланг куч ва бўйлама кучлар таъсиридаги деформациялар эгувчи момент таъсиридаги деформацияга нисбатан кичик миқдор бўлганлиги учун Q ва N таъсиридан ҳосил бўлган ишларни эътиборга олмасак ҳам бўлади.

7.7.2. ИШЛАР ОРАСИДАГИ БОҒЛАНИШЛАР ТЕОРЕМАСИ КУЧИШЛАР ОРАСИДАГИ БОҒЛАНИШЛАР ТЕОРЕМАСИ

Балканинг ташқи куч билан юкланишида тўрт хил ҳолатни кўриб чиқайлик (208-расм):



208-расм.

I ҳолат. Балка F_1 куч билан 1-нуқтада юкланган. 1- ва 2-нуқталарнинг F_1 куч таъсиридаги кўчишларини Δ_{11} ва Δ_{21} билан белгилаймиз.

II ҳолат. Балканинг 2-нуқтасига F_2 куч қўйилади. 1- ва 2-нуқталарнинг F_2 куч таъсиридаги кўчишини Δ_{12} ва Δ_{22}

билан белгилаймиз.

Бу ерда: Δ_{11} — биринчи нуқтанинг F_1 куч таъсирида шу куч йўналиши бўйича кўчиши.

Δ_{21} — иккинчи нуқтанинг F_1 куч таъсирида F_1 куч йўналишидаги кўчиши;

Δ_{12} — биринчи нуқтанинг F_2 куч таъсирида F_2 куч йўналишидаги кўчиши;

Δ_{22} — иккинчи нуқтанинг F_2 куч таъсирида шу куч йўналишидаги кўчиши.

F_1 ва F_2 ташқи кучларнинг бажарган ишларини Клапейрон формуласи билан аниқлаймиз:

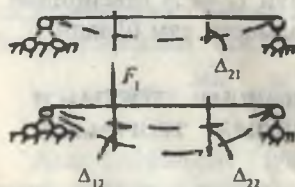
$$A_{11} = \frac{F_1 \Delta_{11}}{2} \quad \text{ва} \quad A_{22} = \frac{F_2 \Delta_{22}}{2}$$

A_{11} ва A_{22} ишларни балканинг қўндаланг кесимида ҳосил бўладиган ички омил, эгувчи момент ёрдамида ҳам аниқлаш мумкин:

$$A_{11} = \sum \int_0^l \frac{M_1^2 dx}{2EI} \quad \text{ва} \quad A_{22} = \sum \int_0^l \frac{M_2^2 dx}{2EI}$$

III ҳолат. Балкани кетма-кетига аввал F_1 куч билан, кейин F_2 куч билан юклаймиз. 208-расмдан 1-нуқтани кўчишида F_1 кучнинг бажарган иши A_{11} ни топган эдик.

F_2 куч эгилган балкадаги 2-нуқтага қўйилади. F_2 куч ноль қийматдан энг катта қийматга ўсиши давомида F_1 куч ўзгар-



209-расм.

мас бўлади ва Δ_{12} миқдорга кўчишида $A_{12} = F_1 \Delta_{12}$ ишни бажаради. Бу пайтда F_2 куч A_{22} ишни бажаради. У ҳолда балкани F_1 ва F_2 куч билан кетма-кет юкланганда бажарилган тулиқ иши қуйидагича топилади:

$$A_4 = A_{11} + A_{12} + A_{22} = \frac{F_1 \Delta_{11}}{2} + F_1 \Delta_{12} + \frac{F_2 \Delta_{22}}{2} \quad (7.17)$$

Бошқа томондан тулиқ ишни F_1 ва F_2 кучларни тегишли кўчишларга кўпайтмаларини йиғиндисининг ярмига тенг деб қабул қилиш мумкин:

$$A_4 = \frac{F_1 (\Delta_{11} + \Delta_{12})}{2} + \frac{F_2 (\Delta_{21} + \Delta_{22})}{2} \quad (7.18)$$

(7.17) ва (7.18) тенгламаларни ўзаро тенглаштирсак, $F_1 \Delta_{12} = F_2 \Delta_{21}$ ҳосил бўлади.

Бу ерда $A_{12} = F_1 \Delta_{12}$ бўлиб, F_2 куч таъсирида 1-нуқтанинг кўчишда F_1 кучни ўз йўналишида бажарган ишидир.

У ҳолда, $A_{21} = F_2 \Delta_{21}$ иш F_1 куч таъсирида 2-нуқтанинг кўчишида F_2 кучни ўз йўналишида бажарган ишидир (209-расм).

Демак, $A_{12} = A_{21}$ иккинчи куч таъсирида биринчи куч қўйилган нуқтанинг шу кучнинг йўналишидаги кўчишида бажарган иши миқдор жиҳатдан биринчи куч таъсиридан иккинчи куч қўйилган нуқта йўналишидаги кўчишда бажарган ишига тенг экан.

Бу таъриф ишлар орасидаги боғланишлар теоремаси бўлиб, Бетти теоремаси дейилади.

Тулиқ A_4 ишни эгувчи моментлар орқали ифодалаймиз:

$$A_4 = \sum \int_0^l \frac{(M_1 + M_2)^2 dx}{2EI} \quad (7.20)$$

Бу ерда: M_1 ва M_2 ички куч омиллари, F_1 ва F_2 таъсирида балканинг кўндаланг кесимида ҳосил бўлган эгувчи моментларидир. Тенгликда A_{12} ишни топамиз:

$$A_{12} = A_4 - A_{11} - A_{22} \text{ ёки}$$

$$A_{12} = \sum \int_0^l \frac{(M_1 + M_2)^2 dx}{2EI} - \sum \int_0^l \frac{M_1^2 dx}{2EI} - \sum \int_0^l \frac{M_2^2 dx}{2EI}$$

Бу ерда: $A_{12} = \sum \int_0^l \frac{M_1 M_2 dx}{EI}$ ва $A_{21} = \sum \int_0^l \frac{M_2 M_1 dx}{EI}$

IV ҳол. $F_1 = F_2 = 1$ бирлик куч деб қабул қилсак,

$$1 \cdot \Delta_{12} = 1 \cdot \Delta_{21} \quad \text{ёки} \quad \delta_{12} = \delta_{21} \quad (7.21)$$

ҳосил бўлади, яъни биринчи бирлик куч таъсиридан иккинчи бирлик куч йўналишидаги кўчиши δ_{12} миқдор жиҳатдан, иккинчи бирлик кучи таъсиридан биринчи бирлик кучи йўналишидаги кўчиши δ_{21} га тенгдир. Бу таъриф Максвелл теоремаси дейилади ва кўчишлар орасидаги боғланишлар теоремаси бўлади.

7.7.3. ЭГИЛИШДА КЎЧИШЛАРНИ АНИҚЛАШНИНГ МОР ИНТЕГРАЛИ

Балка юкланишининг 2 хил ҳолатини кўрамиз:

Биринчи ҳолда балкага F_1 ташқи куч, иккинчи ҳолда $F_2 = 1$ бирлик куч қўйилган бўлсин (210-расм).

Δ_{21} кўчишда $F_2 = 1$ бирлик кучнинг бажарган иши — A_{21} ни аниқлаймиз.

$$A_{21} = F_2 \Delta_{21} = 1 \cdot \Delta_{21} = \Delta_{21}$$

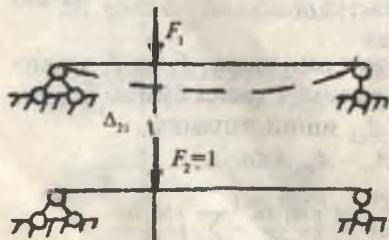
A_{21} иш ички куч омили эгувчи момент билан ифодаланади:

$$A_{21} = \Delta_{21} = \int_0^l M_2 \frac{M_1 dx}{EI} \quad (7.22)$$

Бу ерда: M_2 бирлик $F_2 = 1$ куч таъсиридан ҳосил бўлган

момент. (7.22) тенглик Мор интеграл. Демак, Мор интеграл ёрдамида ҳар қандай кўчишни ички куч билан ифодалаш мумкин эмас.

Бунинг учун берилган балканинг схемаси ёнида бирлик куч билан юкланган сохта балка схемаси чизилар экан. Агар чизик-



210-расм.

ли кўчиш топилса, сохта балкага $F = 1$ ўлчов бирлигисиз тўпланма куч қўйилади; агар кесимнинг айланиш бурчаги топилса, сохта балкага $M = 1$ ўлчов бирлигисиз момент таъсир қилдирилади. Бирлик кучнинг йўналиши кўчишнинг йўналиши билан мос тушиши керак.

7.7.4. ВЕРЕЩАГИН ҚОИДАСИ

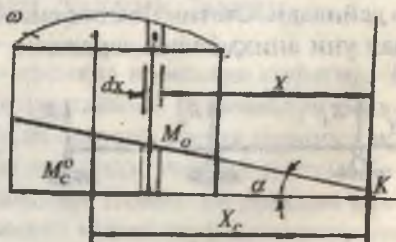
Бирлик куч тўпланма куч ёки момент бўлишидан қатъи назар, бу моментнинг эпюраси тўғри чизиқдир. Ташқи куч моментининг эпюраси тўғри чизиқли ҳам, эгри чизиқли ҳам бўлиши мумкин. Фараз қилайлик, ташқи куч momenti M нинг эпюраси эгри чизиқли, бирлик куч momenti M_0 нинг эпюраси тўғри чизиқли бўлсин (211-расм). У ҳолда

интеграл $\int_0^l MM_0 dx$ — момент M нинг ҳар қандай ҳолатида $\omega_0 M_0$ ифода билан алмаштириш мумкин.

Схемадан: $M = x \cdot \operatorname{tg} \alpha$ бўлса, $\int_0^l MM_0 dx = \int_0^l d\omega \cdot x \cdot \operatorname{tg} \alpha$ келиб чиқади. Бу ерда: $M dx = d\omega$ — эгувчи момент M эпюрасидан ажратилган элементар юза.

$$\int_0^l d\omega \cdot x = \omega \cdot x_c = S_k$$

эгувчи момент эпюрасини K нуқтага нисбатан статик momenti. У ҳолда: $\omega \cdot x_c \cdot \operatorname{tg} \alpha = \omega \cdot M_c^0$; бу ерда: $M_c^0 = x_c \cdot \operatorname{tg} \alpha$ бирлик куч momenti M^0 нинг эгувчи момент M эпюрасининг огирлик марказига тўғри келувчи ординатаси.



211-расм.

$$\delta = \frac{\omega \cdot M_c^0}{EI} \quad (7.23)$$

Верещагин усули билан эгилишда кучишларни топиш учун берилган балка эгувчи моментининг эпюраси остида бирлик куч momenti эпюраси қурилиши керак. Кейин эпюралар ўзаро кўпайтирилади.

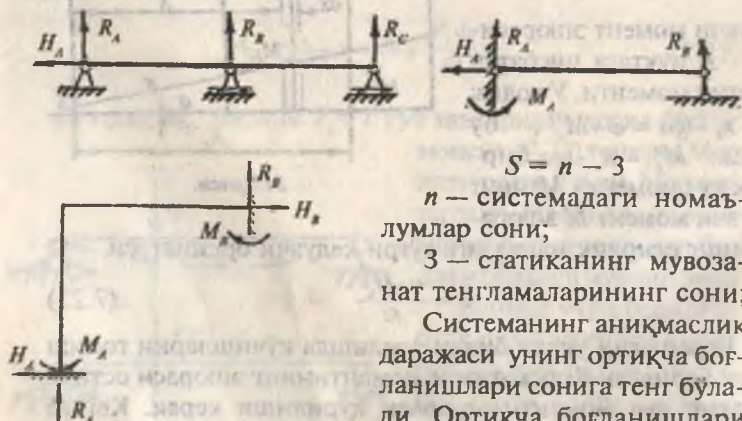
7.8. СТАТИК АНИҚМАС СИСТЕМАЛАР

Айрим конструкцияларнинг иш шароитига кўра, ундаги таянч сонини кўпайтириш керак. Таянч сони айрим конструкция қисмларининг кўчишини чеклаш учун ҳам кўпайтирилади. Бундай ҳолларда системада ортиқча боғланишлар пайдо бўлади (212-расм). Ортиқча боғланишлар системада қўшимча номаълум реакция кучларини келтириб чиқаради ($H_A; R_A; R_B; R_C; H_B; M_A; M_B$). Номаълум реакция кучларини топиш учун статиканинг тенгламаларидан фойдаланамиз:

$$\left. \begin{aligned} \sum X &= 0 \\ \sum Y &= 0 \\ \sum M &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (7.24)$$

Статиканинг тенгламаларидан ва расмдан кўриниб турибдики, ҳар бир системадаги номаълум реакция кучларининг сони статиканинг тенгламалари сонидан ортиқча экан.

Бундай системалар статик ноаниқ системалар, номаълум реакция кучларини аниқлаш статик ноаниқ системалар дейилади. Статик ноаниқ системаларни ҳисоблаш учун аввал уни аниқмаслик даражаси топилади:



212-расм.

$$S = n - 3$$

n — системадаги номаълумлар сони;

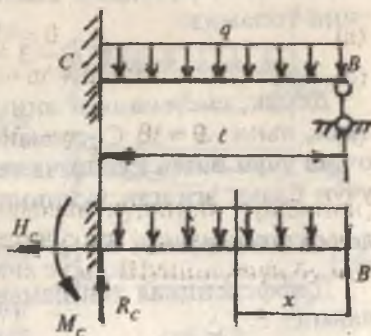
3 — статиканинг мувозанат тенгламаларининг сони;

Системанинг аниқмаслик даражаси унинг ортиқча боғланишлари сонига тенг бўлади. Ортиқча боғланишлари йўқотилган ёки статик аниқ-

маслик даражаси очилган ҳар қандай статик ноаниқ система — статик аниқ системадир. Системанинг аниқмаслик даражаси қўшимча тенгламалар — системанинг деформация тенгласи тузилиши билан очилади.

Системанинг деформация тенгласи қуйдаги усуллардан биттасини татбиқ этиш билан тузилади:

- 1) балка эгилган ўқининг дифференциал тенгласи;
- 2) кучишларни таққослаш;
- 3) Мор интегрални ёки Версшагин формуласини татбиқ этиш;
- 4) уч момент теоремасини татбиқ этиш;
- 5) куч усули. Каноник тенглама тузиш.



213-расм.

БАЛКА ЭГИЛГАН ЎҚИНИНГ ДИФФЕРЕНЦИАЛ ТЕНГЛАМАСИНИ ТАТБИҚ ЭТИШ

Ортиқча боғланиш ёки ортиқча номаълум сифатида B таянчдаги реакция кучини танлаймиз. B номаълум реакция кучи ва q билан юкланган система статик ноаниқ система бўлиб, асосий система дейилади. Асосий система берилган системага эквивалентдир. Номаълум реакция кучларини топиш учун статиканинг мувозанат тенгламаларини тузамиз:

$$\sum X = -H_c = 0 \quad (a)$$

$$\sum Y = -R_c - q\ell + B = 0 \quad (б)$$

$$\sum M_c = -M_c + q \frac{\ell^2}{2} - B\ell = 0 \quad (в)$$

(а), (б) ва (в) тенгламалардан кўриниб турибдики, номаълум реакция кучларининг сони статиканинг мувозанат тенгламаларидан ортиқча экан. Шунинг учун бу ма-

сала статик ноаниқдир. Системанинг аниқмаслик даражасини топамиз:

$$S = n - 3 = 4 - 3 = 1$$

Демак, системанинг аниқмаслик даражаси бирга тенг экан, яъни $S = 1$. Системанинг аниқмаслик даражасини очиш учун битта қўшимча тенглама тузиш керак. Бунинг учун балка эгилган ўқининг дифференциал тенгламасидан фойдаланамиз. $EI \cdot y^{IV} = Bx - q \frac{x^2}{2}$

Дифференциал тенгламани икки мартаба интеграллаймиз:

$$EI \cdot y' = B \frac{x^2}{2} - q \frac{x^3}{6} + C \quad (г)$$

$$EI \cdot y = B \frac{x^3}{6} - q \frac{x^4}{24} + CX + D \quad (д)$$

Интеграллаш доимийликлари C ва D ҳисобига номаълумлар сони иккитага ортди. Лекин, балка учларининг таянчларга таяниш шартларига кўра: $X = 0$ да $Y = 0$ ва

$$X = \ell \quad \text{да} \quad y = 0$$

$$y' = 0 \quad \text{ва} \quad D = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} B \frac{\ell^2}{2} - q \frac{\ell^3}{6} + C = 0 \\ B \frac{\ell^3}{6} - q \frac{\ell^4}{24} + C\ell = 0 \end{array} \right\} \quad \text{У ҳолда} \quad (е)$$

(е) тенгламалар системасидан $B = \frac{3}{8} q\ell$ келиб чиқади. B реакциянинг қиймати топилса, статик аниқмас масалани мувозанат шартлари ёрдамида R_c ва M_c номаълум реакция кучларини аниқлаш мумкин.

Кучишларни таққослаш усули. Асосий системадаги B нуқтанинг салқилиги q ва B кучлари таъсиридаги салқиликларнинг йиғиндисига тенг бўлади, яъни $f_B = f_{Bq} + f_{BB} = 0$

Бу ерда: $f_{B_1} = -\frac{q\ell^4}{8EI}$ B нуқ-
танинг q кучи таъсиридан сал-
қилиги. $f_{B_2} = \frac{B\ell^3}{3EI}$ B нуқтанинг
 B реакция кучи таъсиридан
кўчиши.

У ҳолда: $-\frac{q\ell^4}{8EI} + \frac{B\ell^3}{3EI} = 0$ ёки
 $B = \frac{3q\ell}{8}$ B реакция кучининг
қийматини шундай ҳисоблаб
топдикки, бу ҳолатда q ва B куч-
лар таъсиридаги кўчишлар ўзаро тенг бўлди.

Мор интегрални татбиқ этиш. Бу усулда берилган бал-
канинг остида асосий ва бирлик куч билан юкланган сох-
та балкалар чизилади. Асосий ва сох-
та балкаларнинг X оралиқ масофаси
учун момент тенгламалари ёзилади
(215-расм).

$M_x = Bx - q\frac{x^2}{2}$ ташқи куч ва но-
маълум реакция кучи B таъсиридаги
эгувчи момент тенгламаси:
 $M_o = Fx = 1 \cdot x = x$

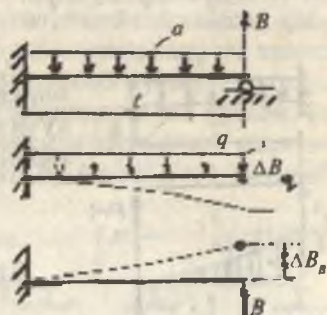
B нуқтанинг салқилиги нолга тенг,
яъни: $f_B = 0$ ёки

$$f_B = \int_0^\ell \frac{M_x M_o dx}{EI} = \int_0^\ell \frac{(Bx - q\frac{x^2}{2}) \cdot dx}{EI} = 0$$

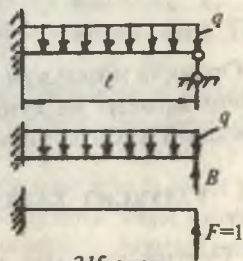
Бу ерда $\frac{1}{EI} \neq 0$, шунинг учун $\int_0^\ell (Bx - q\frac{x^2}{2}) \cdot dx = 0$ ёки
интеграллашдан кейин: $B = \frac{3}{8}q\ell$

Верешагин формуласини татбиқ этиш. Берилган куч — q ,
номаълум реакция кучи — B ва $F = 1$ бирлик кучи таъсири-
дан ҳосил бўлган эгувчи моменти эпюраларини курамиз.

Ҳар қайси эгувчи момент эпюраси юзаларини топа-
миз:

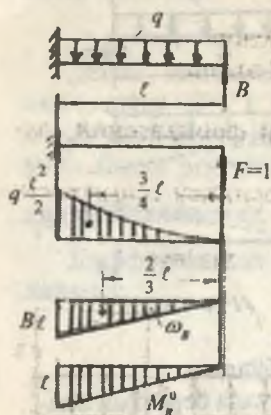


214-расм.



215-расм.

$$\omega_q = \frac{1}{3} q \frac{\ell^2}{2} \cdot \ell = q \frac{\ell^3}{6}, \quad \omega_B = \frac{1}{2} B \ell \cdot \ell = \frac{B \ell^2}{2}$$



216-расм.

ω_q ва ω_B юзларининг оғирлик марказларига тўғри келувчи бирлик кучи моменти эпюрасининг ординатасини топамиз:

$$M_q^0 = \frac{3}{4} \ell \quad \text{ва} \quad M_B^0 = \frac{2}{3} \ell$$

В нуқтанинг кўчишини ёзамиз:

$$f_B = \frac{\omega_q \cdot M_q^0 + \omega_B \cdot M_B^0}{EI} = \frac{1}{EI} \left(-q \frac{\ell^3}{6} \cdot \frac{3}{4} \ell + \frac{B \ell^2}{2} \cdot \frac{2}{3} \ell \right) = 0$$

$$\text{Бу ерда: } B = \frac{3}{8} q \ell$$

Ортиқча номатълум реакция кучи В топилган балканинг эгувчи момент ва кўндаланг куч эпюралари статик аниқ балкадаги каби қурилади.

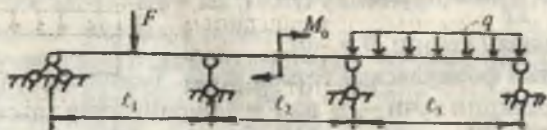
УЗЛУКСИЗ БАЛКАЛАР. УЧ МОМЕНТ ТЕОРЕМАСИ

Статик аниқмас конструкцияларнинг асосий кўри-нишларидан бири узлуксиз балкалардир.

Узлуксиз деб, камида иккита таянчга таянувчи ва ора-лиқ шарнирлари бўлмаган балкага айтилади.

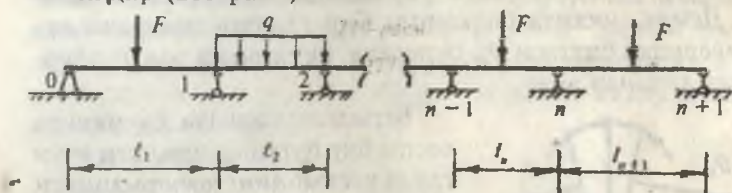
Узлуксиз балканинг чекка кесимлари шарнирли ёки қистириб маҳкамланган таянчларга таянади.

Буйлама кучни қабул қилиш учун узлуксиз балканинг битта таянчи кўзгалмас шарнирли бўлиши керак. Ҳарорат



217-расм.

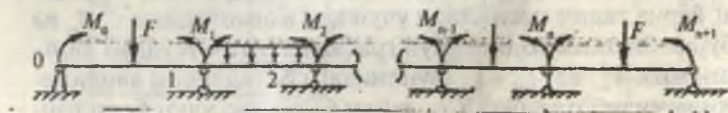
Бундай асосий системани ҳар бир ташқи куч ўзи қўйилган таъсирида узунлигини ўзгартириши учун узлуксиз балканинг қолган таянчларини қўзғалувчан шарнирли қабул қилинади. Агар балка $n + 1$ та шарнирли таянчга таянса, унда горизонтал реакция кучини ҳисобга олмаганда шунча вертикал йўналган реакция кучлари ҳосил бўлади. Беришган узлуксиз балка учун иккита мувозанат шартини тузиш мумкин бўлганлиги учун бу балка $n - 1$ мартаба ноаниқдир (218-расм).



218-расм.

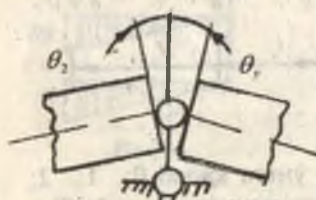
Балканинг таянчлари чапдан ўнгга қараб 0; 1; 2; 3... $n - 1$ ва $n + 1$ сонлари билан белгиланиши мумкин. Таянчлар орасидаги масофалар ℓ_1 ; ℓ_2 ; ℓ_3 ;... ℓ_n ва ℓ_{n+1} билан белгиланади. Ҳар бир оралиқ узунлигининг индекси ўнг таянч номерига тўғри келади. Балканинг узунлиги бўйлаб кесимнинг инерция моменти бир хил бўлсин. Узлуксиз балканинг аниқмаслик даражасини очиш учун уч момент теоремасидан фойдаланамиз. Бунинг учун узлуксиз балканинг асосий системасини танлаймиз. Асосий системада оралиқ шарнирли таянчлар устига шарнирлар, номаълум реакция кучлари ўрнига эса номаълум таянч моментлари қабул қилинган.

Бундай асосий системада ҳар бир ташқи куч ўзи қўйилган оралиққа таъсир қилади, яъни ташқи куч балканинг бошқа оралиқларига таъсири номаълум таянч моментидан фойдаланади.



219-расм.

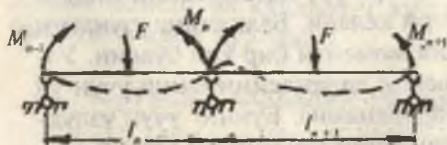
Демак, асосий система — шарнирларга таянган, ташқи куч ва номаълум моментлар билан юкланган оддий балкалар экан. Оддий икки таянчли балкалардаги ҳар бир таянч кесимининг кўчиши (айланиш бурчаги) шу оралиқдаги ташқи кучга ва номаълум таянч моментига боғлиқ. Асосий системада ҳар бир оддий икки таянчли балка бошқа балкалардаги кучларга боғлиқ бўлмасдан, ўзига қўйилган ташқи куч таъсирида алоҳида деформацияланади. Демак, иккита балканинг бир таянчга таянувчи кесимларидан биттаси θ_n бурчакка, иккинчиси эса θ , бурчакка айланар экан.



220-расм.

Берилган балкада бу иккита кесим бир бутун бўлганлиги учун таянч кесимининг деформацияси (айланиш бурчаги) қуйидагича бўлади (221-расм):

Бу ерда: θ_n — узунлиги ℓ_n бўлган чап балкани a таянчга таянувчи кесимининг айланиш бурчаги:



221-расм.



θ , — узунлиги $\ell_n + 1$ бўлган ўнг балканинг n таянчга таянган кесимининг айланиш бурчаги. Бу иккита кесим бир бутун бўлганлиги учун: $\theta_n = \theta$, яъни ўзаро қарама-қарши бурчаклар тенгдир. n — таянчга таянувчи чап ва ўнг балкалардаги M_{n-1} ; M_n ва M_{n+1} номаълум моментлари фақат (9.2) шарт учун тегишли бўлмасдан, узлуксиз балканинг барча таянч кесимлари учун ҳам аҳамиятлидир. θ_n ва θ , бурчакларини топиш учун графоаналитик усулдан фойдаланамиз. ℓ_n ва $\ell_n + 1$ узунликдаги балкаларни алоҳида-алоҳида чизиб оламиз. Ҳар қайси балкалар учун берилган ташқи куч ва номаълум моментлар таъсиридаги эгувчи моментлар эпюраларини қурамиз.

Учта сохта балкани бир бутун — битта сохта балка деб қараш керак, чунки биз ўқувчига F кучи; M_{n-1} ; M_n ва M_{n+1} номуаълум моментларининг эгувчи моменти тушунарли бўлсин деб, ҳар бир асосий балка учун учтадан эгувчи момент эпюрасини қурдик.

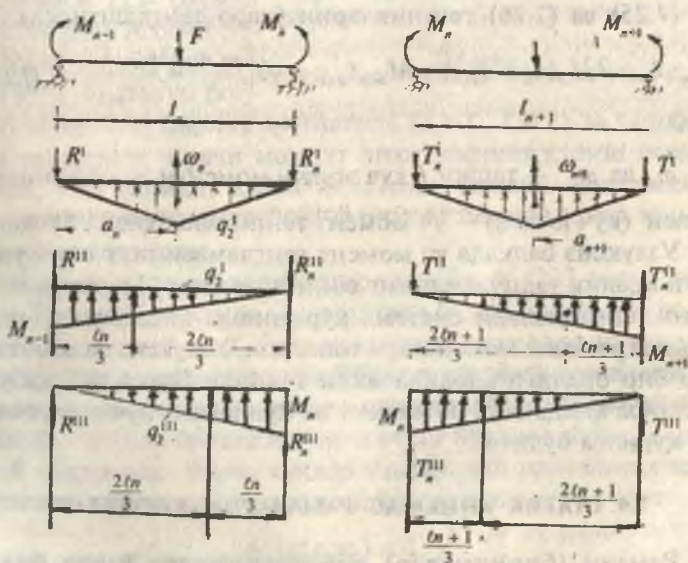
У ҳолда: $R_n = R_n^I + R_n^{II} + R_n^{III}$ ва $T_n = T_n^I + T_n^{II} + T_n^{III}$

R_n ва T_n реакция кучларини топиш учун сохта балкадаги тақсимланган куч интенсивлиги — q_c лардан ҳамда R_n^I ; R_n^{II} ; R_n^{III} ; T_n^I ; T_n^{II} ва T_n^{III} реакция кучларидан $n-1$ ва $n+1$ таянчларга нисбатан моментларининг йиғиндисини нолга тенглаштираимиз.

Чап балка учун:

$$\sum M_{n-1} = R_n \cdot \ell_n - \omega_n \cdot a_n - \frac{M_{n-1} \cdot \ell_n}{2} \cdot \frac{\ell_n}{3} - \frac{M_n \cdot \ell_n}{2} \cdot \frac{2\ell_n}{3} = 0$$

$$\text{Бу ерда: } R_n = \frac{M_{n-1} \cdot \ell_n}{6} + \frac{M_n \cdot \ell_n}{3} + \omega_n \cdot \frac{a_n}{\ell_n}$$



222-расм.

У пайтда чад балка n таянч кесимининг айланиш бурчаги қуйидагича топилади:

$$\theta_n = \frac{Q_n^y}{EI} = \frac{R_n}{EI} = \frac{1}{EI} \left(\frac{M_{n+1} \ell_n}{6} + \frac{M_n \ell_n}{3} + \frac{\omega_n a_n}{\ell_n} \right) \quad (7.25)$$

Ўнг балка учун:

$$\sum M_{n+1} = -T_n \cdot \ell_{n+1} + \omega_{n+1} \cdot a_{n+1} + \frac{M_{n+1} \cdot \ell_{n+1}}{2} \cdot \frac{\ell_{n+1}}{3} +$$

$$+ \frac{M_n \cdot \ell_{n+1}}{2} \cdot \frac{2\ell_{n+1}}{3} = 0$$

Бу ерда: $T_n = \frac{M_{n+1} \cdot \ell_{n+1}}{6} + \frac{M_n \cdot \ell_{n+1}}{3} + \omega_{n+1} \frac{a_{n+1}}{\ell_{n+1}}$ ва

$$\theta_n = \frac{Q_n^y}{EI} = \frac{T_n}{EI} = \frac{1}{EI} \left[\frac{M_{n+1} \ell_{n+1}}{6} + \frac{M_n \ell_{n+1}}{3} + \frac{\omega_{n+1} a_{n+1}}{\ell_{n+1}} \right] \quad (7.26)$$

(7.25) ва (7.26) тенгликларни ўзаро тенглаштирсак:

$$M_{n+1} \ell_n + 2M_n (\ell_n + \ell_{n+1}) + M_{n+1} \ell_{n+1} = -6 \left(\frac{\omega_n a_n}{\ell_n} + \frac{\omega_{n+1} a_{n+1}}{\ell_{n+1}} \right) \quad (7.27)$$

ω_n ва ω_{n+1} — ташқи F куч эгувчи моменти эпюрасининг юзаси (куч юзаси) — уч момент тенгламаси ҳосил бўлади.

Узлуксиз балкада уч момент тенгламасининг сони ундаги оралик таянчларининг сонига тенгдир. Барча уч момент тенгламалари система кўринишда ҳисобланса, номаълум реакция моментлари топилади. Узлуксиз балканинг ҳар бир оралиги алоҳида икки таянчли балка деб қабул қилинса ҳамда эгувчи момент ва кўндаланг куч эпюралари қурилса бўлади.

7.9. СТАТИК АНИҚМАС РАМАЛАРНИ ҲИСОБЛАШ

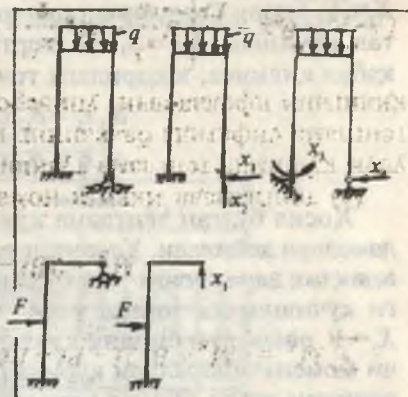
Рамали (бирикмалар) конструкциялар ўзаро бикр қилиб бириктирилган стерженлардан ташкил топган. Улардан биттасининг деформацияси унга ёндашган бошқала-

рининг деформациясига сабаб бўлади. Бундай статик ноаниқ системаларни куч усули билан ҳисоблашда ҳам асосий система танлаб олиниши керак.

Асосий система бир неча вариантда танлаб олинади. Асосий системани танлашда ортиқча боғланишлар ортиқча номаълумлар — X билан алмаштирилади.

Асосий системада статик ноаниқ система содда ва статик аниқ кўринишга эга бўлиши, геометрик ўзгармас бўлиши керак.

Икки марта статик ноаниқ рама учун асосий системанинг икки варианты ва бир марта статик ноаниқ раманинг асосий системаси 223-расмда кўрсатилган. Асосий системаларнинг қайси вариантыда номаълум боғланишларнинг бирлик қийматида ($X_1=1$; $X_2=1$) ва ташқи куч таъсирида эғувчи момент эпюраларини қуриш осон бўлса, ўша вариант қабул қилинади. Асосий системани танлашда ҳам чизиқли, ҳам бурчакли боғланишлар ташлаб юборилар экан.



223-расм.

Асосий система вариантларидан бири (223-расм) га кўра B таянч қўзғалмас — шарнирли бўлиб, номаълум реакция кучлари X_1 ва X_2 бирлик кучлар билан алмаштирилган. Кучлар таъсирининг мустақиллик аломати асосида ҳар бир куч таъсиридан кўчишлар топилди, сўнгра улар қўшилди, буларнинг йиғиндиси нолга тенг бўлиши керак, чунки B нуқтанинг барча кучлар таъсиридан горизонтал ва вертикал кўчишлари чеклангандир, яъни:

$$\Delta_p(q; x_1, x_2) = 0$$

Деформация тенгламалари бу ҳолда қуйидагича ёзилади:

$$\Delta_{\beta} = \Delta_{\beta x1} + \Delta_{\beta x2} + \Delta_{\beta q} = 0 \text{ (горизонтал кўчиш)}$$

$$\Delta_{\beta} = \Delta_{\beta x1} + \Delta_{\beta x2} + \Delta_{\beta q} = 0 \text{ (вертикал кўчиш)}$$

X_1 ва X_2 номаълумлардан ҳосил бўладиган кўчишларни қуйидагича ёзиш мумкин: $\Delta_{\beta x1} = \delta_{\beta 1} x_1$ ва $\Delta_{\beta x2} = \delta_{\beta 2} x_2$

Бу ерда: $\delta_{\beta 1}$ ва $\delta_{\beta 2}$ — асосий система В таянчини $X_1 = 1$, $X_2 = 1$ бирлик кучлари таъсиридан кўчишидир. Горизонтал кўчишда $\Delta_{\beta} = \Delta_1$ ва вертикал кўчишда $\Delta_{\beta} = \Delta_2$ деб қабул қилинса, юқоридаги тенглама қуйидагича ёзилади:

$$\left. \begin{aligned} \delta_{11} x_1 + \delta_{12} x_2 + \Delta_{1q} &= 0 \\ \delta_{12} x_1 + \delta_{22} x_2 + \Delta_{2q} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (7.28)$$

Ҳосил бўлган тенглама куч усулининг каноник тенгламалари дейилади. Уларнинг сони системанинг статик ноаниқлик даражасига тенг бўлади. Каноник тенгламалардаги кўчишларни топиш учун асосий системада $X_1 = 1$, $X_2 = 1$ номаълум бирлик кучлардан ва ташқи кучдан эгувчи момент эпюралари қурилади. Мор формуласи ёки Верешагин усули бўйича керакли эпюралар ўзаро кўпайтирилиб, каноник тенгламанинг бирлик куч ва берилган ташқи куч таъсиридан бўладиган кўчишлари топилади. Каноник тенгламаларни ҳисоблаб X_1 ва X_2 номаълумлар аниқланади. Номаълумлар топилгач, балка статик аниқ кўринишга келади.

Савол ва топшириқлар

1. Балка эгилишининг потенциал энергияси нимага тенг?
2. Ишлар орасидаги боғланишлар теоремасини айтинг.
3. Кўчишлар орасидаги боғланишлар теоремасини айтинг.
4. Мор интегралини ёзинг.
5. Верешагин формуласини ёзинг.
6. Статик ноаниқ система деб нимага айтилади?
7. Статик ноаниқ системалар қандай усуллар билан ечилади?
8. Уч момент тенгламасини ёзинг.
9. Каноник тенгламани ёзинг.

1-масала.

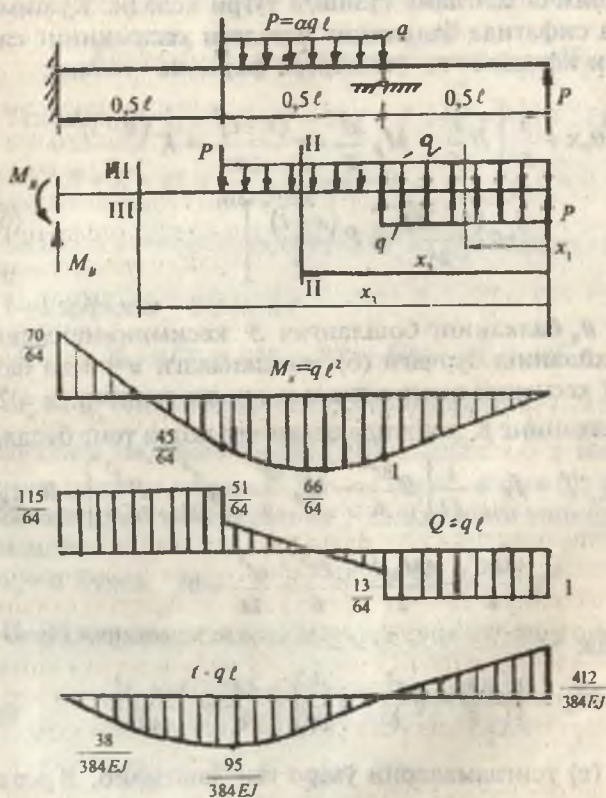
1. Берилган статик аниқмас балканинг В таянчдаги реактив момент M_B топилсин.

2. M_x ва Q_x эпюралари қурилсин.

3. Балканинг узунлиги бўйлаб салқилик эпюраси қурилсин.

$$\alpha = 1,0$$

Ечиш. Берилган системанинг эквивалент схемасини танлаймиз. (224-расм). Агар балканинг K таянчдан кейинги оралиғида тақсимланган куч интенсивлиги таъсир қилмаса, асосий (эквивалент) схемани танлашда балканинг



224-расм.

шу қисми бир-бирига тенг ва қарама-қарши йўналган — q кучлар билан тўлдирилади. Биринчи саволга жавоб топиш учун барча кучлардан K таянч нуқтага нисбатан олинган моментлар йиғиндисини нолга тенглаштирамиз:

$$\sum M_K = -M_B + B \cdot 2\ell - P\ell - P\ell - q\ell^2 + q \frac{\ell^2}{2} = 0 \quad \text{ёки}$$

$$M_B = 2B\ell - 2P\ell - q \frac{\ell^2}{2} \quad (\text{а})$$

(а) тенгламада иккита номаълум бўлиб, B ни топиш учун қўшимча тенглама тузишга тўғри келади. Қўшимча тенглама сифатида балканинг исталган кесимининг салқилигини ифодаловчи универсал формула тузамиз:

$$f = y_0 + \theta_0 x + \frac{1}{EI} \left[B \frac{x^3}{6} - M_B \frac{x^2}{2} - q \frac{(x-\ell)^4}{24} + K \frac{(x-\ell)^3}{6} + q \frac{(x-2\ell)^4}{24} - P \frac{(x-\ell)^3}{6} \right] \quad (6)$$

Y_0 ва θ_0 балканинг бошланғич B кесимининг салқилиги ва айланиш бурчаги (6) тенгламадаги $x = 0$ ва балканинг B кесимида таянишга асосан нолга тенгдир, $x = 2\ell$ бўлса, балканинг K таянчида салқилик нолга тенг бўлади:

$$\text{Демак, } f = f_K = \frac{1}{EI} \left[B \frac{8\ell^3}{6} - M_B \frac{4\ell^2}{2} - q \frac{\ell^4}{24} - P \frac{\ell^3}{6} \right] = 0 \quad \text{ёки}$$

$$\frac{8B\ell^3}{6} - \frac{4M_B\ell^2}{2} - \frac{P\ell^3}{6} - \frac{q\ell^4}{24} = 0$$

Бу ерда:

$$M_B = \frac{1}{2} \left(\frac{8B\ell}{6} - q \frac{\ell^2}{6} - q \frac{\ell^2}{24} \right) = \frac{4B\ell}{6} - \frac{5 \cdot q \cdot \ell^2}{48} \quad (\text{в})$$

(а) ва (в) тенгламаларни ўзаро тенглаштириб, B реакция кучини топамиз: $2B\ell - 2P\ell - q \frac{\ell^2}{2} = 4B\ell - \frac{5q\ell^2}{48}$

Бу ерда: $B \frac{115 \cdot 6}{48 \cdot 8} q\ell = \frac{115}{64} q\ell$ ифодани (а) тенгламага қўйсак, M моментни топамиз:

$$M_B = 2 \cdot \frac{115}{64} q\ell^2 - 2q\ell^2 - q \frac{\ell^2}{2} = \frac{70}{64} q\ell^2$$

Энди барча кучлардан B нуқтага нисбатан момент тенгламасини тузамиз ва K таянч кучини топамиз:

$$\sum M_B = -M_B + P\ell + q2\ell \left(\frac{2\ell}{2} + \ell \right) - K \cdot 2\ell - P \cdot 3\ell - q\ell \left(\frac{\ell}{2} + 2\ell \right) = 0$$

$$K = \frac{-M_B + P\ell + 4q\ell^2 - 3P\ell - 2,5q\ell^2}{2\ell} = -\frac{102}{128} q\ell$$

Текшириш: $\sum y = B - P - 2q\ell + K + q\ell + P = 0$ ёки

$$B + K - q\ell = \frac{115}{64} - \frac{102}{128} - 1 = 0; \quad 0 = 0$$

Балкани учта ораликқа бўлиб M ва Q эпюраларни курамиз:

I—I қирқим. $0 \leq x_1 \leq \ell$

$$M_{x_1} = Px_1 = q\ell x_1 \quad \text{ва} \quad Q_{x_1} = -P = -q\ell$$

M_x ва Q_x тенгламаларини тузишда балканинг $0 \leq x_1 \leq \ell$

оралиқдаги тақсимланган куч интенсивлиги — q нинг таъсирини ҳисобга олмадик. Чунки q куч фақат (δ) тенгламани келтириб чиқаришда ва f салқиликни топишда ишлатилади.

$x_1 = 0$ бўлса, $M_{x_1} = 0$ ва $x_1 = \ell$ да $M_{x_1} = q\ell^2$

II—II қирқим. $\ell \leq x_2 \leq 2\ell$

$$M_{x_2} = P \cdot x_2 + K(x_2 - \ell) - q \frac{(x_2 - \ell)^2}{2}$$

$$Q_{x_2} = -P - K + q(x_2 - \ell)$$

$x_2 = \ell$ да $M_{x_2} = q\ell^2$ ва $Q_{x_2} = -P - K = -q\ell + \frac{51}{64} q\ell = -\frac{13}{64} q\ell$

$$x_2 = 1,5\ell \quad M_{x_1} = q\ell \cdot 1,5\ell - \frac{51}{64}q\ell \cdot 0,5\ell - q \frac{0,2\ell^2}{2} = \frac{133}{128}q\ell^2$$

$$Q_{x_1} = -q\ell + \frac{51}{64}q\ell + 0,5q\ell = \frac{19}{64}q\ell$$

$x_2 = 2\ell$ бўлса:

$$M_{x_1} = q\ell \cdot 2\ell - \frac{51}{64}q\ell \cdot \ell - q \frac{\ell^2}{2} = \frac{45}{64}q\ell^2$$

$$Q_{x_1} = -q\ell + \frac{51}{64}q\ell + q\ell = \frac{51}{64}q\ell$$

III—III қирқим. $2\ell \leq x_3 \leq 3\ell$

$$M_{x_1} = P_{x_1} + K(x_3 - \ell) - q\ell \left[x_3 - \left(\ell + \frac{\ell}{2} \right) \right] - P(x_3 - 2\ell)$$

$$Q_{x_1} = -P - K + q\ell + P = \frac{51}{64}q\ell + q\ell = \frac{115}{64}q\ell$$

III—III қирқимда кўндаланг куч ўзгармас қийматга эга:

$$x_3 = 2\ell \text{ бўлса, } M_{x_1} = \frac{45}{64}q\ell^2; \quad x_3 = 3\ell \text{ бўлса, } M_{x_1} = \frac{70}{64}q\ell^2$$

$M_{\max}$ ни II—II қирқимдаги $Q_{x_1} = 0$ кесимдан аниқлаймиз:

$$O = -P - K + q(x_2 - 2\ell) \text{ ёки } O = -q\ell + \frac{51}{64}q\ell + qx_2 - q\ell$$

$$\text{тенгламадан } x_2 = \frac{2q\ell - \frac{51}{64}q\ell}{q} = \frac{77}{64}q \approx 1,2\ell \text{ ҳосил бўлади.}$$

$$M_{x_1} = M_{\max} = q\ell \cdot 1,2\ell - \frac{51}{64}q \cdot 0,2\ell^2 - q \frac{0,04\ell^2}{2} = \frac{65,5}{64}q\ell^2$$

Учинчи саволга жавоб бериш учун (δ) тенгламадан фойдаланамиз:

$$f = \frac{1}{EI} \left[B \frac{x^3}{6} - P \frac{(x-\ell)^3}{6} - M_A \frac{x^2}{2} - q \frac{(x-\ell)^4}{24} + K \frac{(x-2\ell)^3}{6} + q \frac{(x-\ell)^4}{24} \right]$$

$$x = 0,5\ell, \quad f = -\frac{38,1q\ell^4}{384EI}; \quad x = \ell; \quad f = -\frac{95q\ell^4}{384EI}$$

$$x = 1,5\ell; \quad f = -\frac{93,37q\ell^4}{384EI}; \quad x = 2\ell; \quad f = 0;$$

$$x = 3\ell; \quad f = \frac{412}{384} q\ell^4$$

2-масала. Икки оралиқли балка схемада кўрсатилганидек юкланган. Балканинг статик ноаниқлик даражаси топилсин ва реакция кучлари аниқлансин: M ва Q эпюралари қурилсин ва $h : b = 2$ нисбатдан фойдаланиб балка кесимининг ўлчамлари топилсин. Балканинг материали — пулат $[\sigma] = 160 \text{ МПа}$ (225-расм).

Ечиш. Берилган узлуксиз балка бўлганлиги учун статиканинг тенгламаларидан қуйидагиларни ҳосил қиламиз (225-расм).

$$\sum x = -x_0 = 0 \quad (1)$$

$$\sum y = R_0 - F + R_B + R_C - F = 0 \quad (2)$$

$$\sum M_0 = -F \cdot 2 - R_B \cdot 4 + F \cdot 6 - R_C \cdot 8 = 0 \quad (3)$$

Учта тенгламада тўртта номаълум. Демак, узлуксиз балка бир маротаба статик ноаниқ. Узлуксиз балканинг статик ноаниқлик даражасини очиш учун уч момент тенгламасидан фойдаланамиз. Узлуксиз балкадаги номаълум реакция кучларини номаълум таянч моментлари билан алмаштириб, асосий системани ҳосил қиламиз. Асосий системада ўрта (1) таянчни ортиқча боғланиш деб шарнир билан алмаштирамиз. Узлуксиз балкани 2 та оддий балкаларга ажратади. Оддий балкалар учун эгувчи момент эпюраларини қурамиз ва уларни куч юзалари деб қабул қиламиз:

$$\omega_1 = \omega_2 = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 4 = 20 \text{ кНм}^2$$

$$x_2 = 1,5\ell \quad M_{x_2} = q\ell \cdot 1,5\ell - \frac{51}{64}q\ell \cdot 0,5\ell - q \frac{0,2\ell^2}{2} = \frac{133}{128}q\ell^2$$

$$Q_{x_2} = -q\ell + \frac{51}{64}q\ell + 0,5q\ell = \frac{19}{64}q\ell$$

$x_2 = 2\ell$ бўлса:

$$M_{x_2} = q\ell \cdot 2\ell - \frac{51}{64}q\ell \cdot \ell - q \frac{\ell^2}{2} = \frac{45}{64}q\ell^2$$

$$Q_{x_2} = -q\ell + \frac{51}{64}q\ell + q\ell = \frac{51}{64}q\ell$$

III—III қирқим. $2\ell \leq x_3 \leq 3\ell$

$$M_{x_3} = P_{x_3} + K(x_3 - \ell) - q\ell \left[x_3 - \left(\ell + \frac{\ell}{2} \right) \right] - P(x_3 - 2\ell)$$

$$Q_{x_3} = -P - K + q\ell + P = \frac{51}{64}q\ell + q\ell = \frac{115}{64}q\ell$$

III—III қирқимда кўндаланг куч ўзгармас қийматга эга:

$$x_3 = 2\ell \text{ бўлса, } M_{x_3} = \frac{45}{64}q\ell^2; \quad x_3 = 3\ell \text{ бўлса, } M_{x_3} = \frac{70}{64}q\ell^2$$

$M_{\max}$ ни II—II қирқимдаги $Q_{x_2} = 0$ кесимдан аниқлай-
миз:

$$0 = -P - K + q(x_2 - 2) \quad \text{ёки} \quad 0 = -q\ell + \frac{51}{64}q\ell + qx_2 - q\ell$$

$$\text{тенгламадан } x_2 = \frac{2q\ell - \frac{51}{64}q\ell}{q} = \frac{77}{64}q \approx 1,2\ell \text{ ҳосил бўлади.}$$

$$M_{x_2} = M_{\max} = q\ell \cdot 1,2\ell - \frac{51}{64}q \cdot 0,2\ell^2 - q \frac{0,04\ell^2}{2} = \frac{65,5}{64}q\ell^2$$

Учинчи саволга жавоб бериш учун (δ) тенгламадан фойдаланамиз:

$$f = \frac{1}{EI} \left[B \frac{x^3}{6} - P \frac{(x-\ell)^3}{6} - M_B \frac{x^2}{2} - q \frac{(x-\ell)^4}{24} + K \frac{(x-2\ell)^3}{6} + q \frac{(x-\ell)^4}{24} \right]$$

$$x = 0,5\ell, \quad f = -\frac{38,1q\ell^4}{384EI}; \quad x = \ell; \quad f = -\frac{95q\ell^4}{384EI}$$

$$x = 1,5\ell; \quad f = -\frac{93,37q\ell^4}{384EI}; \quad x = 2\ell; \quad f = 0;$$

$$x = 3\ell; \quad f = \frac{412}{384} q\ell^4$$

2-масала. Икки оралиқли балка схемада кўрсатилганидек юкланган. Балканинг статик ноаниқлик даражаси топилсин ва реакция кучлари аниқлансин: M ва Q эпюралари қурилсин ва $h : b = 2$ нисбатдан фойдаланиб балка кесимининг ўлчамлари топилсин. Балканинг материали — пулат $[\sigma] = 160 \text{ МПа}$ (225-расм).

Ечиш. Берилган узлуксиз балка бўлганлиги учун статиканинг тенгламаларидан қуйидагиларни ҳосил қиламиз (225-расм).

$$\sum x = -x_0 = 0 \quad (1)$$

$$\sum y = R_0 - F + R_B + R_C - F = 0 \quad (2)$$

$$\sum M_0 = -F \cdot 2 - R_B \cdot 4 + F \cdot 6 - R_C \cdot 8 = 0 \quad (3)$$

Учта тенгламада тўртта номаълум. Демак, узлуксиз балка бир маротаба статик ноаниқ. Узлуксиз балканинг статик ноаниқлик даражасини очиш учун уч момент тенгласидан фойдаланамиз. Узлуксиз балкадаги номаълум реакция кучларини номаълум таянч моментлари билан алмаштириб, асосий системани ҳосил қиламиз. Асосий системада ўрта (1) таянчни ортиқча боғланиш деб шарнир билан алмаштирамиз. Узлуксиз балкани 2 та оддий балкаларга ажратади. Оддий балкалар учун эгувчи момент эпюраларини қурамиз ва уларни куч юзалари деб қабул қиламиз:

$$\omega_1 = \omega_2 = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 4 = 20 \text{ кНм}^2$$

ω_1 ва ω_2 дан балкаларнинг четки таянчларигача бўлган масофаларни a , b деб қабул қиламиз.

Уч момент тенгламасини тузамиз (225-расм):

$$M_0 \cdot \ell_1 + 2M_1(\ell_1 + \ell_2) + M_2 \cdot \ell_2 = -6 \left(\omega_1 \frac{a}{\ell_1} + \omega_2 \frac{b}{\ell_2} \right)$$

Уч момент тенгламасида:

$$M_0 = 0; \quad M_2 = 0; \quad \ell_1 = 4 \text{ м}; \quad \ell_2 = 4 \text{ м}$$

$$a = 2 \text{ м}; \quad b = 2 \text{ м}$$

У ҳолда: $M_1 = -7,5 \text{ кНм}$

Оддий балкаларни M_1 моменти билан юклаймиз (225-расм). Ҳар бир оддий балканинг F ташқи кучи ва M_1 моменти таъсиридан реакция кучларини топамиз.

Чап балка (225-расм):

$$\sum M_0 = F \cdot 2 - R_B^* \cdot 4 + M_1 = 0; \quad R_B^* = \frac{27,5}{4} \text{ кН}$$

$$\sum M_B = R_0 \cdot 4 - F \cdot 2 + M_1 = 0; \quad R_0 = \frac{12,5}{4} \text{ кН}$$

Ўнг балка (225-расм):

$$\sum M_B = -M_1 + F \cdot 2 - R_c \cdot 4 = 0; \quad R_c = \frac{12,5}{4} \text{ кН}$$

$$\sum M_c = -M_1 + R_B^* \cdot 4 - F \cdot 2 = 0; \quad R_B^* = \frac{27,5}{4} \text{ кН}$$

Узлуксиз балканинг реакция кучларини ёзамиз:

$$R_0 = \frac{12,5}{4} = 3,125 \text{ кН}; \quad R_c = \frac{12,5}{4} = 3,125 \text{ кН}$$

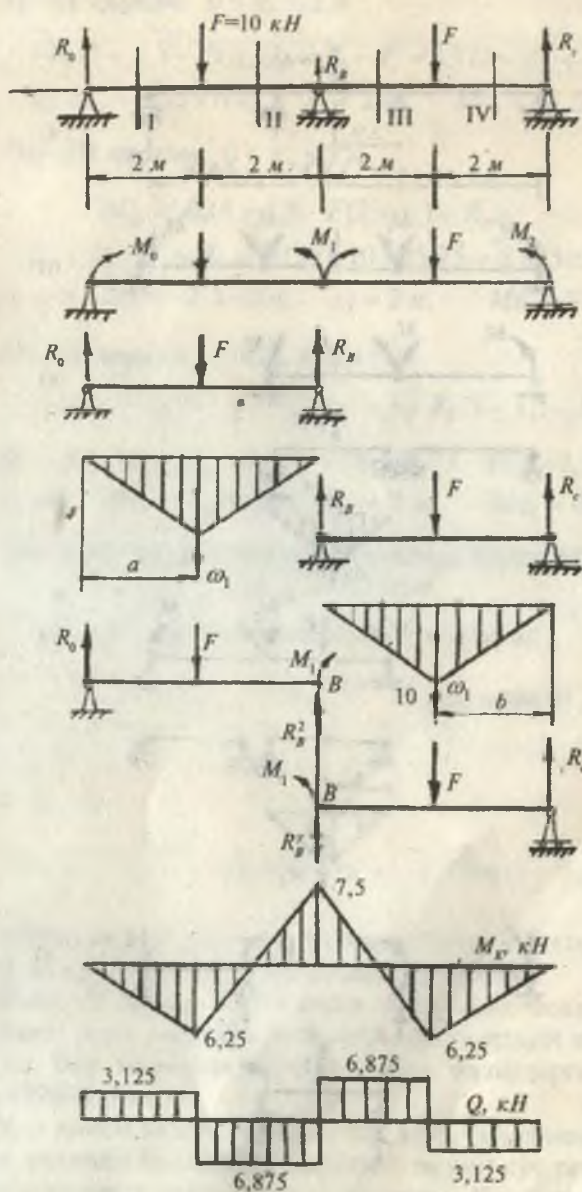
$$R_B = R_B^* + R_B^* = \frac{27,5}{4} + \frac{27,5}{4} = 13,75 \text{ кН}$$

Узлуксиз балкани оралиқларга бўлиб, M ва Q тенгламаларини тузамиз:

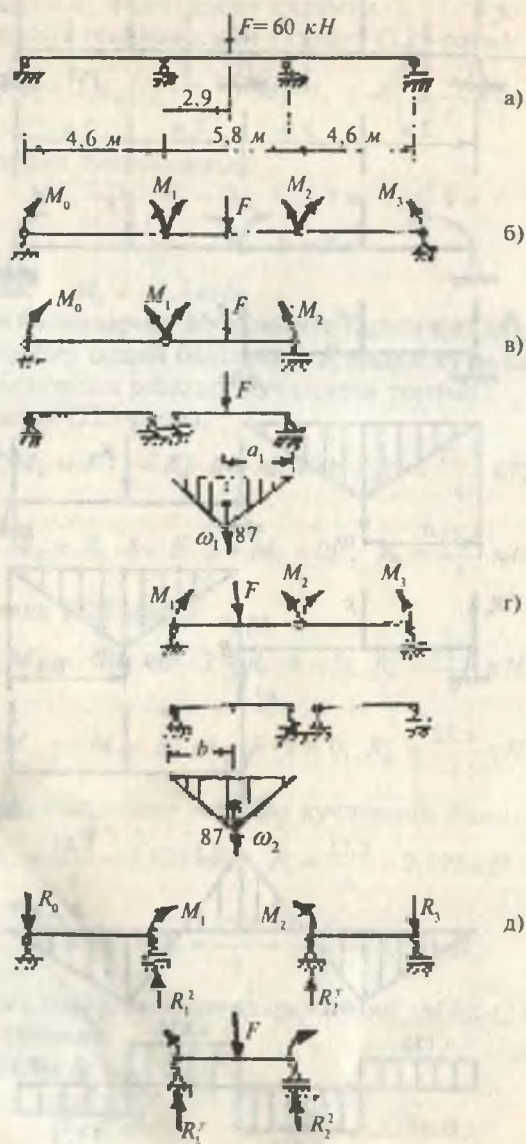
I—I қирқим. $0 \leq x_1 \leq 2 \text{ м}$

$$M_{x_1} = R_0 x_1; \quad Q_1 = R_0 = 3,125 \text{ кН};$$

$$x_1 = 0; \quad M_1 = 0; \quad x_1 = 2 \text{ м}; \quad M_1 = 6,25 \text{ кНм}$$



225-расм.



226-расм.

II—II қирқим. $0 \leq x_2 \leq 2 \text{ м}$

$$M_{x_2} = R_0(2 + x_2) - Fx_2; \quad Q_2 = R_0 - F = 3,125 - 10 = -6,875 \text{ кН}$$

$$x_2 = 0; \quad M_2 = 6,25 \text{ кНм}; \quad x_2 = 2 \text{ м}; \quad Mx_2 = -7,5 \text{ кНм}$$

III—III қирқим. $0 \leq x_3 \leq 2 \text{ м}$

$$M_{x_3} = R_0(4 + x_3) - F(2 + x_3) + R_B x_3$$

$$Q_3 = R_0 - F + R_B = 3,125 - 10 + 13,75 = 6,875 \text{ кН}$$

$$x_3 = 0; \quad M_3 = -7,5 \text{ кНм}; \quad x_3 = 2 \text{ м}; \quad Mx_3 = 6,25 \text{ кНм}$$

IV—IV қирқим. $0 \leq x_4 \leq 2 \text{ м}$

$$M_{x_4} = R_0(6 + x_4) - F(4 + x_4) + R_B(2 + x_4) - Fx_4$$

$$Q_4 = R_0 - 2F + R_B = 3,125 - 10 + 13,75 - 10 = -3,125 \text{ кН}$$

$$x_4 = 0; \quad Mx_4 = 6,25 \text{ кНм}; \quad x_4 = 2 \text{ м}; \quad Mx_4 = 0 \text{ кН}$$

Энг катта эгувчи момент В таянчда ҳосил бўлади:

$$M_{\max} = 7,5 \text{ кНм}$$

Эгилишда мустаҳкамлик шартига асосан:

$$W_x = \frac{M_{\max}}{[\sigma]} = \frac{7,5}{160 \cdot 10^3} = 4,7 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3. \quad \text{Бу ерда: } W_x = \frac{bh^2}{6} \text{ ва}$$

$$h = 2b$$

У ҳолда:

$$b = \sqrt[3]{\frac{6 \cdot 4,7 \cdot 10^{-5}}{4}} = 0,0413 \text{ м}; \quad h = 2 \cdot 0,0413 = 0,086 \text{ м}$$

3-масала. Уч оралиқли узлуксиз балка учун эгувчи момент ва кундаланг куч эпюралари қурилсин.

Ечиш. Узлуксиз балка икки маротаба статик ноаниқ. Шунинг учун узлуксиз балкани иккита оддий икки оралиқли, бир маротаба статик ноаниқ балкаларга ажратамиз (226-б расм).

Ҳар қайси икки оралиқли узлуксиз балкаларни оддий икки таянчли балкаларга ажратиб, ташқи куч таъсиридан эгувчи момент эпюраларини қурамиз. Куч юзаларининг тенг таъсир қилувчиларини топамиз (226-в, г расм).

$\omega_1 = \omega_2 = \frac{1}{2} \cdot 87 \cdot 5,8 = 252,3 \text{ кНм}^2$; $a_1 = b = 2,9 \text{ м}$. Ҳар қайси икки оралиқли узлуксиз балка учун уч момент тенгламасини тузамиз:

$$M_0 \cdot 4,6 + 2M_1(4,6 + 5,8) + M_2 \cdot 5,8 = -6 \frac{\omega_1 \cdot a_1}{5,8}$$

$$M_1 \cdot 5,8 + 2M_2(5,8 + 4,6) + M_3 \cdot 4,6 = -6 \frac{\omega_2 \cdot b}{5,8}$$

Бу ерда: $M_0 = 0$; $M_3 = 0$

$$20,8M_1 + 5,8M_2 = -6 \frac{\omega_1 a_1}{5,8} \left| \begin{array}{l} (-20,3) \end{array} \right.$$

$$5,8M_1 + 20,8M_2 = -6 \frac{\omega_2 \cdot b}{5,8} \left| \begin{array}{l} (5,8) \end{array} \right.$$

$$-432,64M_1 - 120,64M_2 = 124,8 \frac{\omega_1 \cdot a_1}{5,8} \left\{ \begin{array}{l} \end{array} \right.$$

У ҳолда: $33,64M_1 + 120,64M_2 = -34,8 \frac{\omega_2 \cdot b}{5,8} \left\{ \begin{array}{l} \end{array} \right.$

Иккала тенгламани қўшсак:

$$-399M_1 = 124,8 \frac{252,3 \cdot 2,9}{5,8} - 34,8 \frac{252,3 \cdot 2,9}{5,8}; \quad M_1 = -28,45 \text{ кНм}$$

ҳосил бўлади ва $20,8(-28,45) + 5,8M_2 = -6 \frac{252,3 \cdot 2,9}{5,8};$

$$M_2 = -28,45 \text{ кНм}.$$

Оддий икки таянчли балкаларни M_1 ва M_2 моментлари билан юклаймиз (226-расм).

Ҳар бир оддий балканинг реакция кучларини топамиз:

1-балка:

$$\sum M_0 = M_1 - R_1' \cdot 4,6 = 0; \quad R_1' = 6,2 \text{ кН}$$

$$\sum M_1' = -R_0 \cdot 4,6 + M_1 = 0; \quad R_0 = 6,2 \text{ кН}$$

2-балка:

$$\sum M_1' = F \cdot 2,9 - M_1 + M_2 - R_2' \cdot 5,8 = 0; \quad R_2' = 30 \text{ кН}$$

$$\sum M_2' = R_1' \cdot 5,8 - M_1 + M_2 - F \cdot 2,9 = 0; \quad R_1' = 30 \text{ кН}$$

3-балка:

$$\sum M_2^y = R_3 \cdot 5,8 - M_2 = 0; \quad R_3 = 6,2 \text{ кН}$$

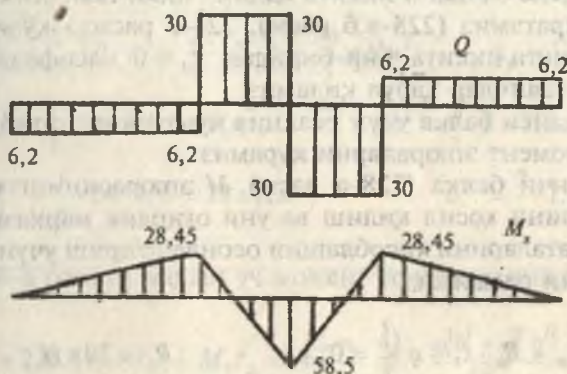
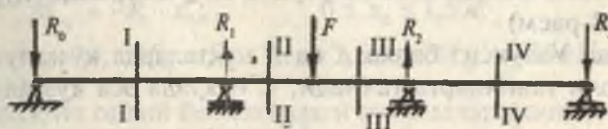
$$\sum M_3^y = R_2^y \cdot 5,8 - M_2 = 0; \quad R_2^y = 6,2 \text{ кН}$$

Узлуксиз балканинг реакция кучлари:

$$R_0 = 6,2 \text{ кН}; \quad R_3 = 6,2 \text{ кН}$$

$$R_1 = R_1^y + R_1^x = 6,2 + 30 = 36,2 \text{ кН}$$

$$R_2 = R_2^x + R_2^y = 30 + 6,2 = 36,2 \text{ кН}$$



227-расм.

Узлуксиз балкани оралиқларга бўлиб кўндаланг Q ва эгувчи момент M_x тенгламаларини тузамиз (227-расм).

I—I қирқим. $0 \leq x_1 \leq 4,6 \text{ м}$

$$Q_1 = -R_0 = -6,2 \text{ кН}; \quad M_{x_1} = -R_0 x_1$$

II—II қирқим. $4,6 \leq x_2 \leq 7,5 \text{ м}$

$$Q_2 = -R_0 + R_1 = -6,2 + 36,2 = 30 \text{ кН}$$

$$M_{x_2} = -R_0 x_2 + R_1 (x_2 - 4,6)$$

III—III қирқим. $7,5 \leq x_3 \leq 10,4$ м

$$Q_3 = -R_0 + R_1 - F = -6,2 + 36,2 - 60 = -30 \text{ кН}$$

$$M_{x_3} = -R_0 x_3 + R_1 (x_3 - 4,6) - F (x_3 - 7,5)$$

IV—IV қирқим. $10,4 \leq x_4 \leq 15$ м

$$Q_4 = -R_0 + R_1 - F + R_2 = -6,2 + 36,2 - 60 + 36,2 = 6,2 \text{ кН}$$

$$M_{x_4} = -R_0 x_4 + R_1 (x_4 - 4,6) - F (x_4 - 7,5) + R_2 (x_4 - 10,4)$$

4-масала. Узлуксиз балка учун M ва Q эпюралари қурилсин (228-расм)

Ечиш. Узлуксиз балка K ва B нуқталарда қўзғалувчан шарнирли таянчларга таянади; C нуқтада эса қўзғалмасдир.

Узлуксиз балкани иккита оддий икки таянчли балкаларга ажратамиз (228-а,б расм). 228-б расмда қўзғалмас таянч ўрнига иккита, бир-биридан $\ell_3 = 0$ масофада жойлашган таянчлар қабул қиламиз.

Ҳар қайси балка учун реакция кучларини топиб, M — эгувчи момент эпюраларни қураимиз.

Биринчи балка (228-а расм) M эпюрасининг оддий кўринишини ҳосил қилиш ва уни оғирлик марказининг координаталарини ҳисоблашни осонлаштириш учун F куч таъсирини олмаймиз.

$$\sum M_B = R_K \cdot \ell_1 - q \frac{\ell_1^2}{2} = 0; \quad R_K = 20 \text{ кН}$$

$$\sum M_K = -R_B \cdot \ell_1 + q \frac{\ell_1^2}{2} = 0; \quad R_B = 20 \text{ кН}$$

$$M_x = R_K \cdot x_1 - q \frac{x_1^2}{2}; \quad 0 \leq x_1 \leq \ell_1$$

$$x_1 = 0; \quad M_x = 0; \quad x_1 = \ell_1; \quad M_x = 0; \quad x_1 = \frac{\ell_1}{2}; \quad M_x = 10 \text{ кНм}$$

Иккинчи балка (228-б расм) иккинчи оралиқнинг узунлиги бўлганлиги учун балкада фақат B ва C таянчлар қолади. Демак, иккинчи балка икки таянчли ва M_c — жуфт куч моменти билан юкланган.

$$\sum M_B = -M_0 + R_c \cdot 2,5 = 0;$$

$$R_c = 16 \text{ кН}$$

$$\sum M_c = -M_0 + R_B \cdot 2,5 = 0;$$

$$R_B = 16 \text{ кН}$$

I—I қирқим.

$$M_{x_1} = R_B \cdot x_1; \quad 0 \leq x_1 \leq 1 \text{ м}$$

$$x_1 = 0; \quad M_{x_1} = 0; \quad x_1 = 1 \text{ м}; \quad M_{x_1} = 16 \text{ кНм}$$

II—II қирқим.

$$M_{x_2} = -R_c \cdot x_2; \quad 0 \leq x_2 \leq 1,5 \text{ м}$$

$$x_2 = 0; \quad M_{x_2} = 0; \quad x_2 = 1,5 \text{ м}; \quad M_{x_2} = -24 \text{ кНм}$$

Иккита оддий балкалардаги куч юзаларининг тенг таъсир этувчиларини топамиз:

$$\omega_q = \frac{2}{3} \cdot 10 \cdot \ell_1 = \frac{2}{3} \cdot 10 \cdot 2 = \frac{40}{3} \text{ кНм}^2; \quad a_q = 1 \text{ м}$$

$$\omega_1^I = \frac{1}{2} \cdot 16 \cdot 1 = 8 \text{ кНм}^2; \quad b^I = \frac{1}{3} \cdot 1 + 1,5 = \frac{5,5}{3} \text{ м}$$

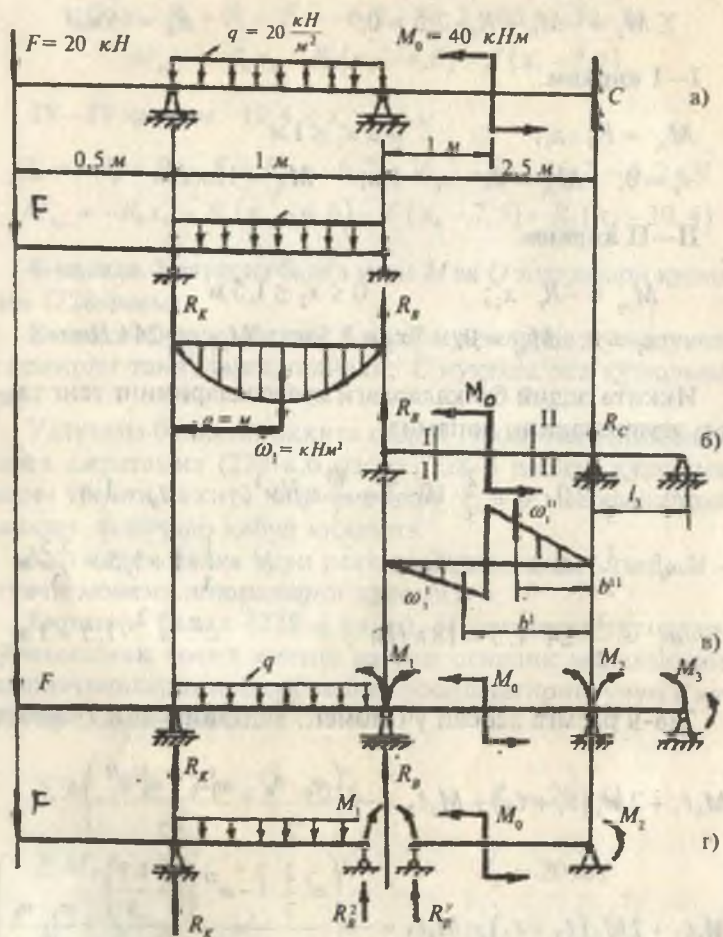
$$\omega_1^{II} = \frac{1}{2} \cdot 24 \cdot 1,5 = 18 \text{ кНм}^2; \quad b^{II} = \frac{2}{3} \cdot 1,5 = 1 \text{ м}$$

228-в расмга асосан уч момент тенгламасини тузамиз:

$$\begin{cases} M_k \ell_1 + 2M_1(\ell_1 + \ell_2) + M_2 \ell_2 = -6 \left(\frac{\omega_q \cdot a_q}{\ell_1} + \frac{\omega_1^I b^I - \omega_1^{II} b^{II}}{\ell_2} \right) \\ M_1 \ell_2 + 2M_2(\ell_2 + \ell_3) + M_3 \ell_3 = -6 \left(\frac{\omega_1^I \frac{2}{3} \cdot 1 - \omega_1^{II} \left(1 + \frac{1,5}{3} \right)}{\ell_2} + \frac{\omega_3 \cdot a_3}{\ell_3} \right) \end{cases}$$

$$\text{Бу срада: } M_k = -F \cdot 0,5 = -10 \text{ кНм}; \quad M_3 = 0; \quad \omega_3 = 0$$

$$a_3 = 0; \quad \ell_3 = 0$$



228-рasm.

$$-10 \cdot 2 + 9M_1 + 2,5M_2 = -6 \left(\frac{40 \cdot 1}{6} + \frac{8 \cdot \frac{5,5}{3} - 18 \cdot 1}{2,5} \right)$$

У ҳолда:

$$M_1 \cdot 2,5 + 5M_2 = -6 \left[\frac{16}{7,5} - \frac{18 \cdot 1,5}{2,5} \right]$$

$$\left. \begin{aligned} -20 + 9M_1 + 2,5M_2 &= -32 \\ 2,5M_1 + 5M_2 &= 52 \end{aligned} \right\} \text{ёки} \quad \left. \begin{aligned} 9M_1 + 2,5M_2 &= -12 \\ 2,5M_1 + 5M_2 &= 52 \end{aligned} \right|$$

Икки номаълумли иккита тенгламалар системаси ҳосил бўлди.

Бу ерда $M_1 = -4,9 \text{ кНм}$ ва $M_2 = 12,84 \text{ кНм}$ ҳосил бўлади. M_1 ва M_2 моментларнинг қийматларини ва ишораларини ҳисобга олиб, оддий икки таянчли балкаларнинг реакция кучларини топамиз (228-г расм).

Чап балка:

$$\sum M_k = -F \cdot 0,5 + q \frac{\ell_1^2}{2} + M_1 - R_B'' \cdot \ell_1 = 0; \quad R_B'' = 17,45 \text{ кН}$$

$$\sum M_B = -F \cdot (0,5 + \ell_1) - q \frac{\ell_1^2}{2} + M_1 - R_k \cdot \ell = 0; \quad R_k = 42,25 \text{ кН}$$

Ўнг балка:

$$\sum M_B' = -M_1 - M_0 - M_2 + R_c \cdot \ell_2 = 0; \quad R_c = 23,096 \text{ кН}$$

$$\sum M_c = -M_1 - M_0 - M_2 + R_B' \cdot \ell_2 = 0; \quad R_B' = 23,096 \text{ кН}$$

Узлуксиз балканинг реакция кучлари:

$$R_k = 42,55 \text{ кН}; \quad R_c = 23,096 \text{ кН}$$

$$R_B = R_B'' + R_B' = 17,45 + 23,096 = 40,545 \text{ кН}$$

Узлуксиз балканинг C қўзғалмас таянч нуқтасидаги реакция кучи: $R_c = 23,096 \text{ кН}$ ва таянч моменти $M_2 = M_c = 12,84 \text{ кНм}$

Балкани (229-расм) оралиқларга бўлиб M ва Q тенгламаларини топамиз.

I—I қирқим. $0 \leq x_1 \leq 0,5 \text{ м}$

$$M_{x_1} = -Fx_1; \quad Q_1 = -F = -20 \text{ кН}; \quad x_1 = 0; \quad Mx_1 = 0;$$

$$x_1 = 0,5 \text{ м}; \quad Mx_1 = -10 \text{ кНм}$$

II—II қирқим. $0 \leq x_2 \leq 2 \text{ м}$

$$M_{x_2} = -F(0,5 + x_2) + R_k x_2 - q \frac{x_2^2}{2}; \quad Q_2 = -F + R_k - qx_2$$

$$x_2 = 0 \quad M_{x_2} = -10 \text{ кНм} \quad Q_2 = 22,55 \text{ кН}$$

$$x_2 = 1 \text{ м}; \quad Mx_2 = 2,55 \text{ кНм}; \quad Q_2 = 12,55 \text{ кН}$$

$$x_2 = 2 \text{ м}; \quad Mx_2 = -4,9 \text{ кНм}; \quad Q_2 = -17,45 \text{ кН}$$

Q — қундаланг куч абсцисса ўқини кесиб ўтиш нуқта-
сида нолга тенг бўлади. Шу нуқтада балканинг иккинчи
қирқимдаги чўзиладиган толаларида $M_{x_1} = M_{\max}$, эгувчи
момент энг катта қийматга эришади.

$$-F + R_k - qx_2 = 0 \quad \text{ёки} \quad x_2 = \frac{R_k - F}{q} = 1,1275 \text{ м}$$

У ҳолда:

$$M_{x_1} = M_{2_{\max}} = -20 \cdot 1,1275 + 42,55 \cdot 1,1275 -$$

$$-20 \frac{(1,1275)^2}{2} = 2,71 \text{ кНм}$$

III—III қирқим. $0 \leq x_3 \leq 1 \text{ м}$

$$M_{x_3} = -F(2,5 + x_3) + R_k(2 + x_3) - q \cdot 2(1 + x_3) + R_B x_3$$

$$Q_3 = -F + R_k - 2q + R_B =$$

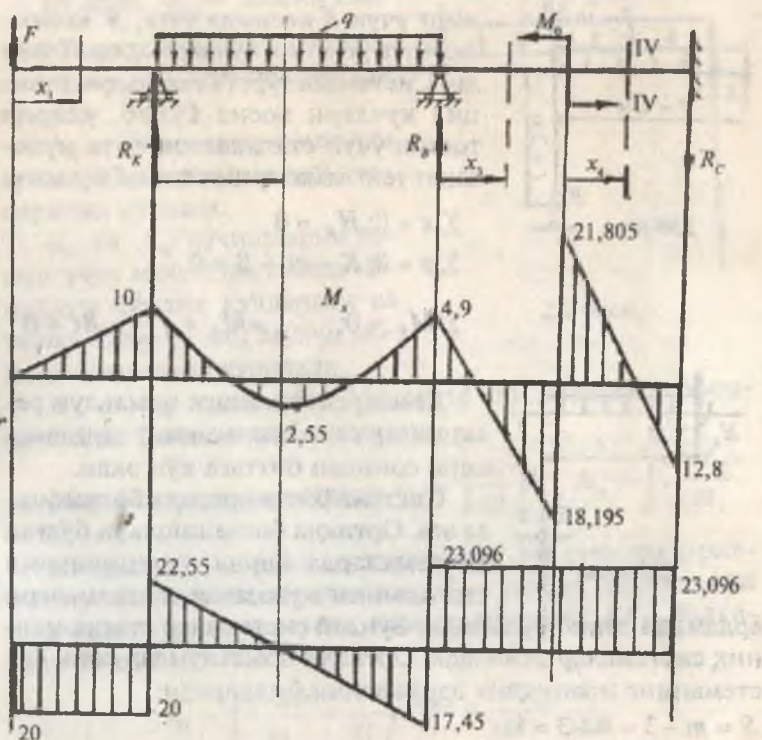
$$= -20 + 42,55 - 2 \cdot 20 + 40,545 = 23,096 \text{ кН}$$

$$x_3 = 0; \quad M_{x_3} = -4,9 \text{ кНм}; \quad x_3 = 1 \text{ м}; \quad M_{x_3} = 18,195 \text{ кНм}$$

IV—IV қирқим. $0 \leq x_4 \leq 1,5 \text{ м}$

$$M_{x_4} = -F(3,5 + x_4) + R_k(3 + x_4) - q \cdot 2(2 + x_4) + R_B(1 + x_4) - M_0$$

$$Q_4 = -F + R_k - 2q + R_B = 23,096 \text{ кН}$$



229-расм.

$x_4 = 0$; $M_{x_4} = -21,805 \text{ кНм}$; $x_4 = 1,5 \text{ м}$; $M_{x_4} = 12,84 \text{ кНм}$

5-масала. Статик ноаниқ раманинг M , Q ва N эпюралари қурилсин:

1) статик аниқмас рамаларнинг аниқмаслик даражасини топинг;

2) каноник тенгламани тузинг;

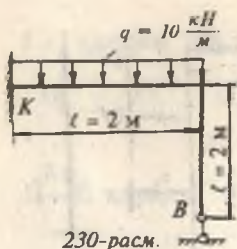
3) берилган куч ва бирлик куч эпюраларини қуринг;

4) кўчишларни топинг;

5) ортиқча боғланишларни аниқланг;

6) M , Q ва N эпюраларини қуринг.

Ечиш. Раманинг K кесими бикр маҳкамланган таянч-
17., B кесими қўзғалувчан шарнирли таянчга таянади. Шу-

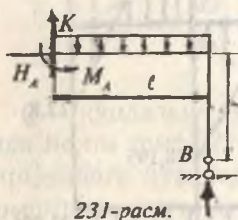


нинг учун K кесимда учта, B кесимда битта реакция кучлари ҳосил бўлади. Системада тўртта номаълум реакция кучлари ҳосил бўлиб, уларни топиш учун статиканинг учта мувозанат тенгламаларини тузиш мумкин:

$$\sum x = 0; H_K = 0$$

$$\sum y = 0; K - q\ell + B = 0$$

$$\sum M_K = 0; -M_K + q \frac{\ell^2}{2} - B\ell = 0$$



Демак, системадаги номаълум реакциялар сони статиканинг тенгламалари сонидан биттага кўп экан.

Система битта ортиқча боғланишга эга. Ортиқча боғланишлари бўлган системаларда барча реакцияларни статиканинг мувозанат тенгламалари ёрдамида топиб бўлмайди. Бундай системалар статик ноаниқ системалар дейилади. Ортиқча номаълумлар сони системанинг ноаниқлик даражасини билдиради:

$$S = m - 3 = 4 - 3 = 1$$

m — системадаги номаълум реакциялар сони. Статик ноаниқ масалани ечиш учун берилган системадан асосий системага ўтилади. Асосий система, бу номаълум реакцияни номаълум боғланиш кучи X билан алмаштирилган ҳолати ёки статик ноаниқ системани статик аниқ кўринишга келтирилишидир (232-расм).

Асосий системага қўйилган номаълум ортиқча боғланиш кучи — X бирлик куч дейилади. Берилган системада q ва B кучлари таъсиридан B нуқтанинг кўчиши нолга тенг, яъни $\Delta_B = 0$ эди.

Асосий системада B нуқтанинг кўчиши q ва x_1 кучларидан нолга тенг деб қабул қилинади: $\Delta_B = x_1 \delta_{11} + \Delta_{1q} = 0$ ёки $\delta_{11} + \Delta_{1q} = 0$ тенглама каноник тенглама дейилади.

Системанинг ноаниқлик даражаси қанча бўлса, каноник тенгламалар сони ҳам шунча бўлади.

Бу ерда δ_{11} — асосий система B нуқтасининг x_1 куч йўналишида $x_1 = 1$ куч таъсиридан кўчиши;

Δ_{1q} — B нуқтанинг номуаълум x_1 куч йўналишида q куч таъсиридан кўчиши.

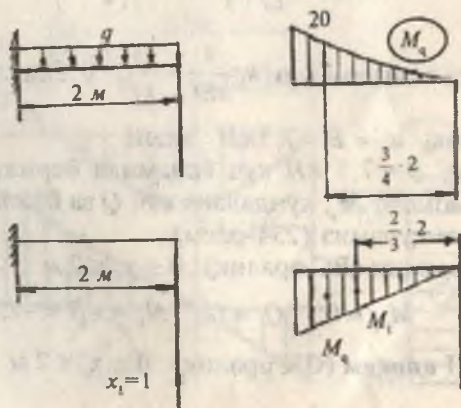
δ_{11} ва Δ_{1q} кўчишларни топиш учун асосий системада номуаълум бирлик кучлардан ва ташқи куч — q дан эгувчи момент эпюралари қурилади.

δ_{11} ва Δ_{1q} ларни Мор-Максвелл ёки Верещагин формулалари билан топиш мумкин.

$$\text{Мор-Максвелл формуласи: } \delta_{11} = \int_0^l \frac{M_1^2}{EI} dx, \quad \Delta_{1q} = \int_0^l \frac{M_q M_1}{EI} dx$$

Бу ерда: M_1 — асосий система учун $x_1 = 1$ кучидан қурилган эгувчи моментнинг эпюраси; M_q — асосий система учун q кучидан қурилган эгувчи момент эпюраси; EI — балканинг бикрлиги.

$$\delta_{11} = \int_0^l \frac{x \cdot x dx}{EI} = \frac{1}{EI} \int_0^l x^2 dx = \frac{l^3}{3EI} = \frac{8}{3EI}$$



233-расм.

$$\Delta_{1q} = - \int_0^l q \frac{x^2}{2} \frac{dx}{EI} = -q \frac{l^3}{6EI} = -\frac{20}{EI}$$

δ_{11} ва Δ_{1q} ларни каноник тенгламага қўйиб x_1 номаълум кучни топамиз:

$$x_1 \cdot \frac{l^3}{3EI} - q \frac{l^3}{6EI} = 0 \text{ ёки } x_1 = \frac{3}{8} q l ; \quad x_1 = \frac{60}{8} = 7,5 \text{ кН}$$

$$\text{Верешагин формуласи: } \delta_{11} = \frac{\omega_1 \cdot M_1}{EI} \quad \text{ва} \quad \Delta_{1q} = \frac{\omega_q \cdot M_{1q}}{EI}$$

Бу ерда: ω_1 ва ω_q — асосий система учун $x_1 = 1$ ва q кучлардан қўрилган M_1 ва M_q эгувчи момент эпюраларининг юзаси;

M_1 — (δ_{11} кўчиш учун) — юзанинг оғирлик марказига тўғри келувчи бирлик куч моментининг ординатаси;

M_{1q} — (Δ_{1q} кўчиш учун) — ω_q юзанинг оғирлик марказига тўғри келувчи бирлик куч моментининг ординатаси.

$$\delta_{11} = \frac{1}{EI} \left(\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 \right) \left(\frac{2}{3} \cdot 2 \right) = \frac{8}{3EI}$$

$$\Delta_{1q} = - \frac{1}{EI} \left(\frac{1}{3} \cdot 20 \cdot 2 \right) \left(\frac{3}{4} \cdot 2 \right) = - \frac{20}{3EI}$$

$$\text{Каноник тенгламадан } x_1 \frac{8}{3EI} - \frac{20}{EI} = 0 \text{ ёки } x_1 = \frac{60}{8} = 7,5 \text{ кН}$$

Демак, $x_1 = B = 7,5 \text{ кН}$ экан.

Энди, $B = 7,5 \text{ кН}$ куч ёрдамида берилган балка учун эгувчи момент M , қўндаланг куч Q ва бўйлама куч N эпюраларини қурамиз (234-расм).

I—I қирқим (ВС оралик). $0 \leq y_1 \leq 2 \text{ м}$

$$M_{y_1} = 0; \quad Q_1 = 0; \quad N_1 = -B = -7,5 \text{ кН}$$

II—II қирқим (СК оралик). $0 \leq x_1 \leq 2 \text{ м}$

$$M_{x_1} = Bx_1 - q \frac{x_1^2}{2}; \quad Q_2 = -B + qx_2 \quad \text{ва} \quad N_2 = 0$$

$x_1 = 0$ бўлса,

$$M_{x_1} = 0 \text{ ва } Q_2 = -7,5 \text{ кН}$$

$x_2 = 2 \text{ м}$ бўлса,

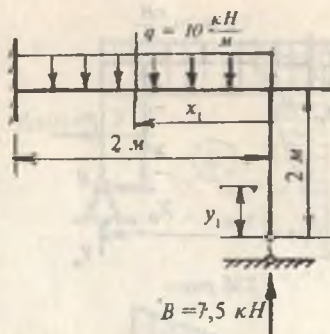
$$M_{x_1} = -5 \text{ кНм ва } Q_2 = 12,5 \text{ кН}$$

СК — оралиқда эгувчи момент M_x эгри чизиқли Q_2 тўғри чизиқли қонуният билан ўзгаради. Q_2 куч C нуқтада манфий ишорали, A нуқтада мусбат ишорали қийматга эга. Қўндаланг куч абсцисса ўқини кесиб ўтиш нуқтасида, яъни $Q_2 = 0$ нуқтада M_x экстремал қийматга эришади: $Q_2 = -B + qx_1 = 0$ ёки $x_1 = \frac{B}{q} = 0,75 \text{ м}$;

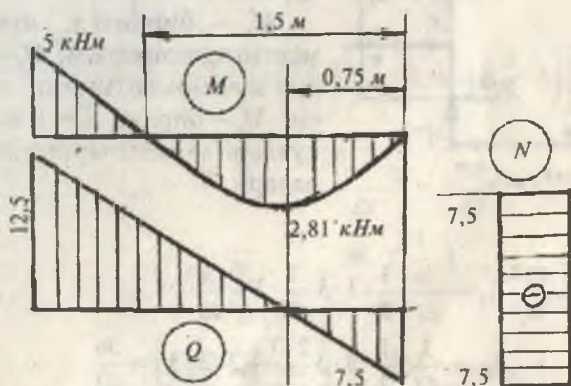
$$M_2 = 7,5 \cdot 0,75 - 10 \frac{(0,75)^2}{2} = 2,8125 \text{ кНм}$$

$M_x = 0$ нуқтани топамиз:

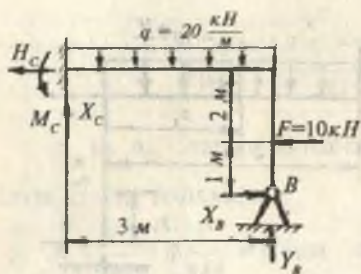
$$M_x = 7,5x_1 - 10 \frac{x_1^2}{2} = 0; \quad x_1 = 1,5 \text{ м}$$



234-расм.



235-расм. М, Q ва N эпюралари.



236-рasm.

6-масала. Статик ноаниқ рама учун M , Q ва N эпюралари қурилсин (235-рasm).

Ечиш. Раманинг C таянч нуқтасида учта ва B нуқтасида иккита реакция кучлари ҳосил бўлади. Раманинг аниқ-маслик даражаси:

$$S = n - 3 = 5 - 3 = 2$$

B таянч таъсирини $x_1 = 1$ ва $x_2 = 1$ бирлик кучлар билан алмаштириб асосий системани ҳосил қиламиз (237-рasm).

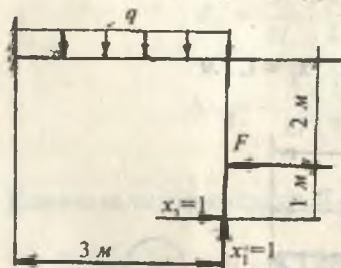
Каноник тенглама:

$$x_1 \delta_{11} + x_2 \delta_{12} + \Delta_{1F} + \Delta_{1q} = 0$$

$$x_1 \delta_{21} + x_2 \delta_{22} + \Delta_{2F} + \Delta_{2q} = 0$$

Каноник тенгламанинг коэффицентларини Верешагин формуласидан фойдаланиб топамиз:

$$\delta_{11} = \sum \frac{M_i^2}{EI} \quad \text{ва} \quad \delta_{ik} = \sum \frac{M_i M_k}{EI}$$



237-рasm.

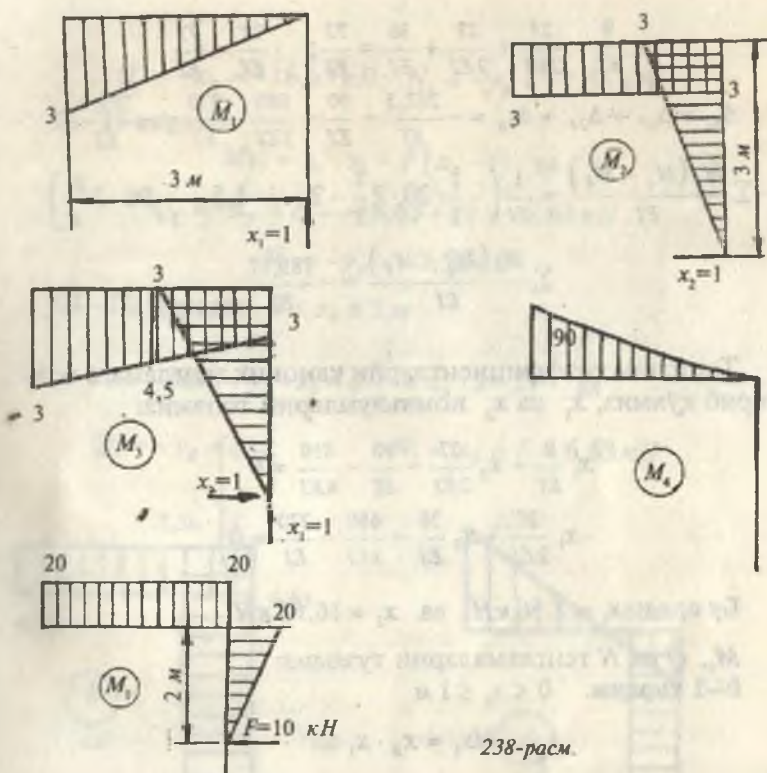
Бирлик ва ташқи кучлар моментларининг эпюраларини қурамиз:

M_1 — бирлик x_1 куч моментининг эпюраси; M_2 — бирлик куч моментининг эпюраси; M_3 — бирлик $x_1 = 1$ ва $x_2 = 1$ кучлар моментларининг эпюралари.

$$\delta_{11} = \frac{1}{EI} \cdot \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 3 \cdot \frac{2}{3} \cdot 3 = \frac{9}{EI}$$

$$\delta_{12} = \frac{1}{EI} \left(\frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 3 \cdot \frac{2 \cdot 3}{3} + 3 \cdot 3 \cdot 3 \right) = \frac{36}{EI}$$

$$\delta_{12} = \delta_{21} = \frac{1}{EI} \left(\frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \right) = \frac{27}{2EI}$$



$$\delta_x = \frac{1}{EI} \left[\frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 3 \cdot \frac{2}{3} \cdot 3 + 3 \cdot 3 \cdot 4,5 + \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 3 \left(3 + \frac{2}{3} \cdot 3 \right) \right] = \frac{72}{EI}$$

$$\Delta_{1F} = \frac{\omega_F \cdot \overline{M}_1}{EI} = -\frac{20 \cdot 3 \cdot \frac{3}{2}}{EI} = -\frac{90}{EI}$$

$$\Delta_{1q} = \frac{\omega_q \cdot \overline{M}_1}{EI} = -\frac{\frac{1}{3} \cdot 90 \cdot 3 \cdot \frac{3}{4} \cdot 3}{EI} = -\frac{810}{4EI}$$

$$\Delta_{2q} = \frac{\omega_q \cdot \overline{M}_2}{EI} = -\frac{\frac{1}{3} \cdot 90 \cdot 3 \cdot 3}{EI} = -\frac{270}{EI}$$

$$\Delta_{2F} = \frac{\omega_F \cdot \overline{M}_2}{EI} = -\frac{1}{EI} \left(\frac{1}{2} \cdot 20 \cdot 2 \cdot \frac{7}{3} + 20 \cdot 3 \cdot 3 \right) = -\frac{680}{3EI}$$

Текшириш: $\delta_{11} + \delta_{12} - \delta_{21} + \delta_{22} = \delta_5$

$$\frac{9}{EI} + \frac{27}{2EI} + \frac{27}{2EI} + \frac{36}{EI} = \frac{72}{EI}; \quad \frac{72}{EI} = \frac{72}{EI}$$

$$\Delta_{1q} + \Delta_{1F} + \Delta_{2F} + \Delta_{2q} = -\frac{202,5}{EI} - \frac{90}{EI} - \frac{680}{3EI} - \frac{270}{EI} = -\frac{789,1}{EI}$$

$$\sum \frac{M_s (M_q + M_F)}{EI} = \frac{1}{EI} \left(-\frac{1}{2} \cdot 20 \cdot 2 \cdot \frac{7}{3} - 20 \cdot 3 \cdot 4,5 - \frac{1}{3} \cdot 90 \cdot 3 \cdot \frac{21}{4} \right)$$

$$\sum \frac{M_s (M_q + M_F)}{EI} = -\frac{789,17}{EI}$$

Топилган коэффициентларни каноник тенгламага келтириб қўямиз, x_1 ва x_2 номаълумларни топамиз:

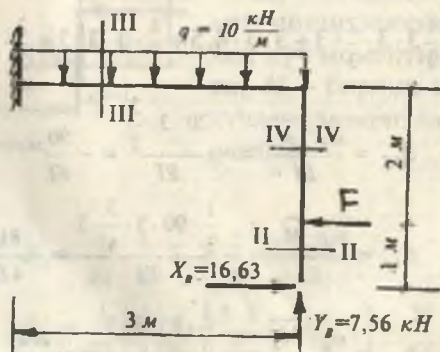
$$\left. \begin{aligned} x_1 \frac{9}{EI} + x_2 \frac{27}{2EI} - \frac{90}{EI} - \frac{810}{4EI} &= 0 \\ -x_1 \frac{27}{2EI} + x_2 \frac{36}{EI} - \frac{680}{3EI} - \frac{270}{EI} &= 0 \end{aligned} \right\}$$

Бу ерда: $x_1 = 7,56 \text{ кН}$ ва $x_2 = 16,63 \text{ кН}$

M , Q ва N тенгламаларни тузамиз:

I—I қирқим. $0 \leq x_1 \leq 1 \text{ м}$

$$Mx_1 = x_2 \cdot x_1 \text{ ва}$$



239-рasm.

$$Q_1 = -x_B = -16,63 \text{ кН}; N_1 = -y_B = -7,56 \text{ кН}$$

II—II қирқим.

$$Mx_2 = x_B \cdot x_2 - F(x_2 - 1) \quad \text{ва}$$

$$Q_2 = -x_B + F = -16,63 + 10 = -6,63 \text{ кН}$$

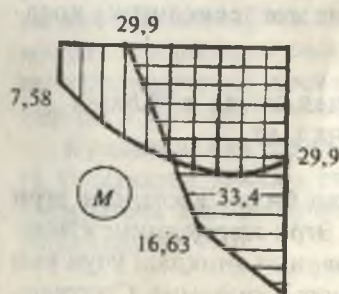
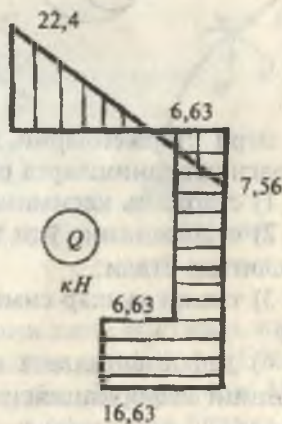
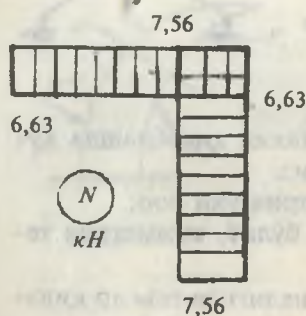
$$N_2 = -y_B = -7,56 \text{ кН}$$

III—III қирқим. $0 \leq x_3 \leq 3 \text{ м}$

$$Mx_3 = y_B \cdot x_3 - q \frac{x_3^2}{2} + x_B \cdot 3 - 2F \quad \text{ва}$$

$$Q_3 = -y_B + qx_3;$$

$$N_3 = x_B - F = 6,63 \text{ кН}$$

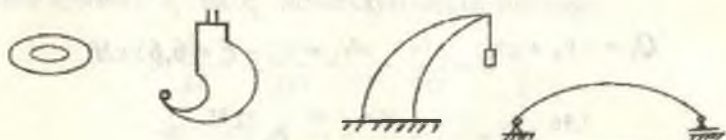


240-расм.

VIII БОБ

ЭГРИ СТЕРЖЕНЛАР

Айрим конструкция ва механизмлардаги элементларда эгрилик марказидан ўтувчи ўқлар эгри бўлади. Масалан, занжирнинг бўғинлари, илгаклар, арklar ва ҳ.к. Бундан ташқари амалиётда учрайдиган барча стерженлар идеал текис бўлмасдан, қандайдир даражада нотекисликларга ёки эгриликларга эга. Шунинг учун эгри ўқли стерженнинг кесимида кучланишларнинг тарқалиш қонунияти, эгри стерженларни мустаҳкамликка ҳисоблашни билишимиз керак.



241-расм.

Эгри стерженларни мустаҳкамликка ҳисоблашда қуйидаги чекланишларга риоя қиламиз:

- 1) стержень кесимининг симметрия ўқи бор;
- 2) стерженнинг ўқи текис эгри бўлиб, симметрия текислигида ётади;
- 3) ташқи кучлар симметрия текислигида таъсир қилади;
- 4) деформациягача текис бўлган кесим юзаси стерженнинг деформациясидан кейин ҳам текислигича қолади.

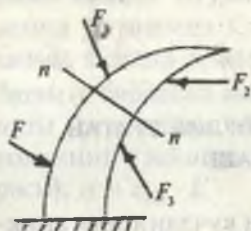
8.1. ЭГУВЧИ МОМЕНТ, КЎНДАЛАНГ ВА БЎЙЛАМА КУЧЛАРНИ АНИҚЛАШ

Ташқи F_1 , F_2 , F_3 ва F_4 кучлар билан юкланган эгри стерженни ўрганамиз (242-расм). Эгри стерженнинг кўндаланг кесимидаги ички куч омилларини аниқлаш учун уни текислик билан кесиб икки бўлакка ажратамиз. Стерженнинг I бўлагини ажратиб олсак, II бўлагининг мувозанат

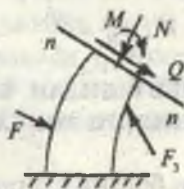
ҳолати бузилади. II қисмнинг мувозанатини таъминлаш учун I қисмнинг таъсирини II қисмнинг кесилган юзасига келтириб қўямиз.

Тўғри стерженларнинг эгилишидан маълумки, ҳар қандай стерженнинг эгилишида бир қисмни иккинчи қисмга таъсири сифатида эгувчи момент M , кўндаланг куч Q ва бўйлама куч N қабул қилинган.

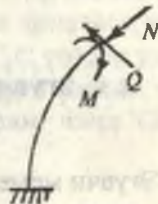
Демак, эгри стерженнинг 1-қисмини 2-қисмига таъсири сифатлари M , Q ва N ички куч омиллари қабул қилинади. Эгувчи момент M , стерженнинг ўрганилаётган қисмидаги ташқи кучлардан унинг кесим юзасининг оғирлик марказига нисбатан олинган моментларининг алгебраик йиғиндисига тенг.



242-расм.



243-расм.



244-расм.

Агар M стерженнинг эгрилигини катталаштирса, ишораси мусбат (243-расм), тескари ҳолатда манфийдир. Бўйлама куч N ишорасидан соат стрелкаси йўналиши бўйича 90° га айлантирганда ҳосил бўлган кўндаланг куч Q нинг ишораси мусбат.

Кўндаланг куч Q эгри стерженнинг кўндаланг кесими-га ўтказилган уринма текисликка ўрганилаётган қисмидаги барча ташқи кучлар проекцияларининг алгебраик йиғиндисига тенг.

8.2. КЎНДАЛАНГ ВА БЎЙЛАМА КУЧЛАР БИЛАН БОҒЛИҚ БЎЛГАН КУЧЛАНИШЛАР

Назарий изланишлар, эгри стерженларда уринма кучланишларнинг тарқалиш қонунияти тўғри чизиқли стерженлардаги уринма кучланишларнинг тарқалиш қонуниятига яқин бўлишини кўрсатади. Шунинг учун эгри стерженларда ҳам кесимдаги уринма кучланишни Журавский формуласи билан аниқлаймиз:

$$\tau = \frac{QS_x}{I_x b} \leq [\tau]$$



245-расм.

Эгри стержендан ажратилган элемент оддий чўзилиш ёки сиқилишга учрайди:

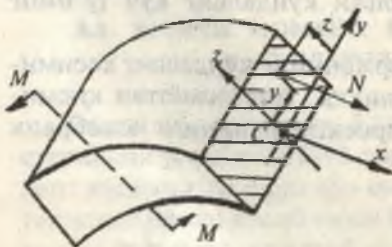
$$V : \delta_N = \frac{N}{A}$$

8.3. ЭГУВЧИ МОМЕНТ БИЛАН БОҒЛИҚ БЎЛГАН КУЧЛАНИШНИ АНИҚЛАШ

Эгувчи момент билан боғлиқ бўлган кучланишни аниқлаш учун соф эгилиш ҳолатидан фойдаланамиз (246-расм).

Эгри стерженнинг ажратиб олинган қисми эгувчи момент ва бўйлама куч $N = \sigma \cdot dA$ таъсирида бўлади. Кесим нейтрал қатламининг ҳолати бизга аниқ эмас ва кесимни эгрилик маркази O нуқтадан ўтмайди, деб фараз қиламиз.

Эгри стерженнинг ажратиб олинган қисмининг координата системасига; бошланғич нуқтасини эса C нуқтага жойлаштирамиз, Z ўқи кесимнинг симметрия ўқи. Эгувчи момент XCZ текислигида ётади.



246-расм.

M ва $\sigma \cdot dA$ таъсирида мувозанатда бўлган стержень учун олти та мувозанат шартини ёзиш мумкин:

$$\sum x = 0; \int_A \sigma \cdot dA = 0$$

$$\begin{aligned} \sum z = 0 \quad \text{ва} \quad \sum y = 0 \\ \sum M_x = 0 \quad \text{ва} \quad \sum M_z = 0 \end{aligned} \quad (8.1)$$

$$\sum M_y = M - \int \sigma \cdot dA \cdot z = 0; \quad M = \int_0^A \sigma \cdot dA \cdot z$$

Эгри стерженнинг эгилишига асосан нормал кучланишни аниқлаш учун олтита мувозанат шартларидан фақат $\sum x = 0$ ва $\sum M_y = 0$ тенгламалардан фойдаланиш мумкин. Лекин, бу тенгламалардан σ ни стерженнинг кесимининг баландлиги бўйлаб ўзгариш қонуниятини аниқлаб бўлмайди. Демак, нормал кучланишни топиш ноаниқликка олиб келади. Шунинг учун эгри стерженнинг деформациясини урганамиз. Стерженнинг эгилишида, кундаланг кесимда юзалар текислигича қолиб олдинги ҳолатига нисбатан δ бурчакка айланади. Стерженнинг $C_1 C_2$ толаси узунлиги ўзгармайди; KB тола эса BB_1 миқдорга узаяди. KB толанинг узайиши Гук қонунига бўйсунди, яъни (247-расм). $\sigma = \varepsilon_{KB} \cdot E$

$$\text{Бу ерда: } \varepsilon_{KB} = \frac{BB_1}{KB} = \frac{z\alpha}{\rho \cdot d\varphi}; \text{ у ҳолда: } \sigma = \frac{z\alpha}{\rho \cdot d\varphi} \cdot E \quad (8.2)$$

Стерженнинг ҳар бир кесими учун $\frac{\alpha}{d\varphi}$ ва E ўзгармас бўлганлиги учун:

σ нинг қиймати Z ва ρ масофага боғлиқ бўлади;

ρ — стерженнинг эгрилик радиуси; $\rho = r + z$

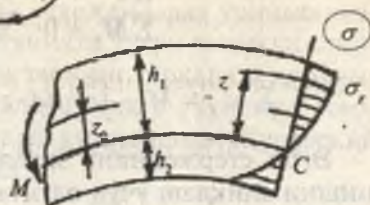
r — стержень нейтрал қатламининг эгрилик радиуси

(8.2) формулага асосан эгри стерженда кучланиш гипербола қонуниятига билан ўзгаради. Эгилишга қадар эгри стержень ташқи толаларининг узунлиги ички толаларининг узунлигидан катта эди; шунинг учун чекка ташқи толадаги нормал кучланиш ички толадаги нормал кучланишдан кичик бўлади (248-расм).

(8.1) формуладан σ нинг ифодасини (8.2) формулага келтириб қўямиз:



247-расм.



248-расм.

$$\int_0^A \sigma \cdot dA = \int_0^A E \frac{z\alpha}{\rho \cdot d\phi} dA = 0$$

Бу ерда: $E \frac{\alpha}{d\phi} \neq 0$. Шунинг учун: $\int_0^A \frac{z}{\rho} dA = 0$ (8.3)

Лекин $z = \rho - r$, у ҳолда: $\int_0^A \frac{\rho - r}{\rho} dA = \int_0^A dA - r \int_0^A \frac{dA}{\rho} = 0$

Бу ерда: $r = \frac{A}{\int_0^A \frac{dA}{\rho}}$ нейтрал қатлам тенгламаси.

(8.2) формуладан σ нинг ифодасини (8.1) формулага келтириб қўямиз: $M = E \frac{\alpha}{d\phi} \int_0^A \frac{z}{\rho} \cdot z \cdot dA$, бу ерда интегрални алоҳида ҳисоблаймиз:

$$\int_0^A \frac{z}{\rho} \cdot z \cdot dA = \int_0^A \frac{\rho - r}{\rho} \cdot z \cdot dA = \int_0^A z \cdot dA - r \int_0^A \frac{z}{\rho} dA$$

Бу ҳисоблашга асосан охирги интеграл: $\int_0^A \frac{z}{\rho} dA = 0$,
биринчи $\int_0^A z \cdot dA$ интеграл эса стержень кесим юзасининг нейтрал ўққа нисбатан статик моментидир, яъни: $S = A \cdot Z$,

у ҳолда: $M = E \frac{\alpha}{d\varphi} \cdot S$ ва $\frac{\alpha}{d\varphi} = \frac{M}{ES}$ формулани (8.2) га кел-

тириб қўйсақ эгри стерженнинг кесимида эгувчи момент таъсиридаги нормал кучланиш формуласи ҳосил бўлади:

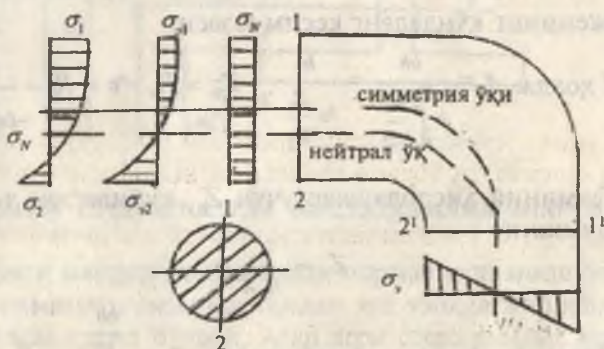
$$\sigma_x = \frac{MZ}{S\rho} \quad (8.4)$$

Шундай қилиб, эгри стерженнинг кўндаланг кесимида эгувчи момент таъсиридан ҳосил бўладиган нормал кучланиш σ_x кесимнинг нейтрал қатлаמידан кучланиши текшириლაётган нуқтагача бўлган масофа — Z га ва стерженнинг эгрилик радиуси — ρ га боғлиқ экан. Кесимнинг нейтрал қатлаמידан энг узоқда жойлашган четки нуқталарида σ_x энг катта қийматга эришади (249-расм), яъни:

$$Z = Z_{1,2} \quad \text{ва} \quad \rho = \rho_{1,2} \quad \text{бўлса,} \quad \sigma_x = \sigma_{\max} = \pm \frac{MZ_{1,2}}{S\rho_{1,2}}$$

Эгри стерженнинг кўндаланг кесимида ички бўйлама куч N таъсирида ҳам нормал кучланиш ҳосил бўлади. Унда кесимнинг тўлиқ нормал кучланиши эгувчи момент ва бўйлама куч таъсирида ҳосил бўлган нормал кучланишлар йиғиндисидан иборат бўлади:

$$\sigma_{1,2} = \frac{N}{A} \pm \frac{MZ_{1,2}}{S\rho_{1,2}} \quad (8.5)$$

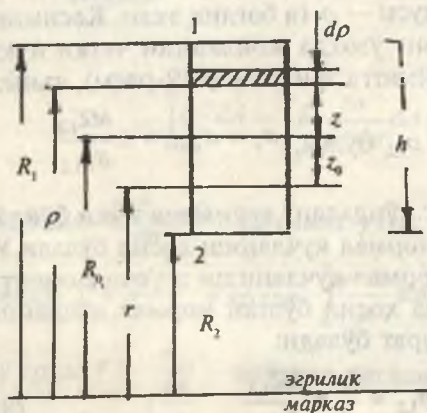


249-расм.

8.4. ЭГРИ СТЕРЖЕНДА НЕЙТРАЛ ЎҚ ҲОЛАТИНИ АНИҚЛАШ

Эгри стерженларда (8.5) формула бўйича нормал кучланишни аниқлаш учун нейтрал ўқ ҳолатини аниқлаш керак. Бунинг учун нейтрал қатламнинг эгрилик радиуси (r) ёки кесимнинг оғирлик маркази, ёки марказий ўқдан нейтрал ўққача бўлган масофа — Z_0 ни аниқлаш зарур.

Кўндаланг кесим юзаси тўғри тўртбурчак бўлган эгри стержень нейтрал ўқининг эгрилик радиусини топамиз (250-расм).



250-расм.

Нейтрал ўқ тенгламасини ёзамиз:

$$r = \frac{A}{\int_0^h \frac{dA}{\rho}}; \text{ бу ерда:}$$

$dA = b \cdot d\rho$ — тўғри тўртбурчакли кесимдан ажратилган элементар юза;

ρ — стерженнинг эгрилик марказидан элементар юзагача бўлган масофа;

$$A = bh \text{ — эгри}$$

стерженнинг кўндаланг кесим юзаси.

$$\text{У ҳолда: } r = \frac{bh}{b \int_0^h \frac{d\rho}{\rho}} = \frac{h}{\ln \frac{R_1}{R_2}}. \quad Z_0 = R_0 - r = R_0 - \frac{h}{\ln \frac{R_1}{R_2}}$$

Тахминий ҳисоблашлар учун Z_0 қуйидагича топилиши мумкин:

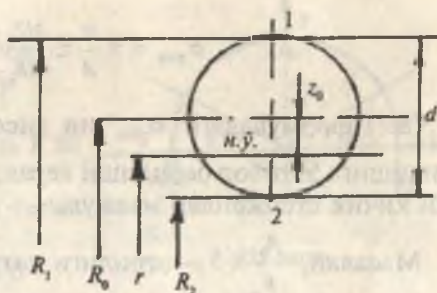
$$Z_0 = \frac{I_y}{R_0 A} \quad (8.6)$$

$$\text{Тўғри тўртбурчак кесими учун: } Z_0 = \frac{\frac{bh^3}{12}}{R_0 bh} = \frac{h^2}{12 R_0}$$

Доиравий кесим
нейтрал ўқнинг эгри-
лик радиуси:

$$r = \frac{d^2}{8 \left(R_0 - \sqrt{R_0^2 - \frac{d^2}{4}} \right)};$$

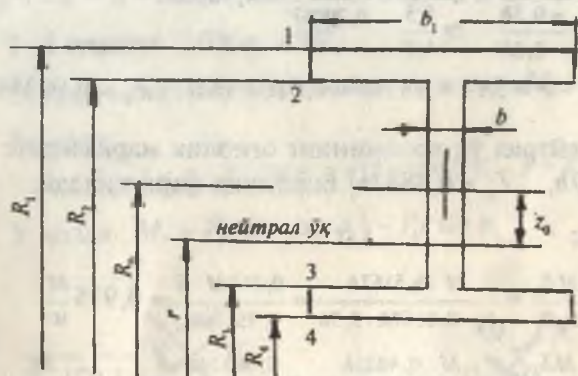
$$Z_0 = \frac{d^2}{16R_0}$$



Қўштакли кесим
учун нейтрал ўқнинг эгрилик радиуси:

$$r = \frac{b_1 h_1 + b_2 h_2 + b_3 h_3}{b_1 \epsilon n \frac{R_1}{R_2} + b_2 \epsilon n \frac{R_2}{R_3} + b_3 \epsilon n \frac{R_3}{R_4}}$$

$$Z_0 = R_0 - r$$



8.5. ЭГРИ СТЕРЖЕНЛАРДА МУСТАҲКАМЛИК ШАРТИ

Олдинги мавзулардан аниқки, нормал кучланиш стер-
жень кесимининг нейтрал ўқидан энг узоқда жойлашган
нуқталарида ҳосил бўлади. Агар эгри стерженнинг мате-
риали қўзилиш ва сиқилишга бир хил қаршилиқ кўрсат-
са:

$$\sigma_{\max} = \pm \frac{N}{A} \pm \frac{MZ_{1,2}}{SR_{1,2}} \leq [\sigma] \quad (8.7)$$

(8.7) формуладаги $\sigma_{\max}$ ни ҳисоблашда стерженнинг эгилишига эътибор берилиши керак, чунки эгирилиги катта ёки кичик стерженлар мавжуд.

Масалан, $\frac{R_0}{h} \leq 5$ — эгирилиги катта стерженлар (илгак, ҳалқа ва ҳ.к.); $\frac{R_0}{h} \leq 5$ — эгирилиги кичик стерженлар.

Бу стерженларда $\frac{z}{\rho}$ — нисбатни ҳисобга олмаса ҳам бўлади. Шунинг учун эгри стерженнинг M таъсиридаги нормал кучланиш формуласи тўғри стерженлар учун топилган нормал кучланиш формуласидан кам фарқ қилади.

$R_0 = 5h$ эгри стерженлар:

$$r = \frac{h}{\ln \frac{R_0 + 0,5h}{R_0 - 0,5h}} = \frac{h}{\ln \frac{5,5}{4,5}} = \frac{h}{0,20067} = 4,9833h$$

$$Z_0 = R_0 - r = 5h - 4,9833h = 0,0167 \text{ ёки } Z_0 = 0,00334R_0$$

Яъни нейтрал ўқ кесимининг оғирлик марказидан:
 $Z_1 = 0,5167h, \quad Z_2 = 0,4833h$ } бирликка фарқ қилади.

У ҳолда:

$$\sigma_1 = \frac{MZ_1}{S_y R_1} = \frac{M \cdot 0,5167h}{b_n \cdot 0,0167h \cdot 5,5h} = \frac{0,567M \cdot 6}{0,5511bh^2} = 0,935 \frac{M}{W}$$

$$\sigma_2 = \frac{MZ_2}{S_y R_2} = \frac{M \cdot 0,4833h}{b_n \cdot 0,0167h \cdot 4,5h} = \frac{0,4833M \cdot 6}{0,4809bh^2} = 1,071 \frac{M}{W}$$

$R_0 = 5h$ ўртача эгриликдаги стерженларда нормал кучланиш тўғри стерженлардаги нормал кучланишдан 7% га фарқ қилади.

1-масала. Доиравий кесимли эгри стержень хавфли кесимининг нормал кучланишини топинг (251-расм).

Берилган:

$$P = 1100H; \quad d = 5,0 \text{ см}$$

$$r = 16 \text{ см}; \quad P_1 = P_2 = P$$

Ечиш. Эгри стержень K ва B таянчларга таянади.

Реакция кучларини топамиз:

$$\sum x = 0; \quad -H_A + P_1 = 0$$

$$\text{ёки } H_A = P_1 = 1100H; \quad \sum M_A = 0; \quad P_2 \cdot 2r - Br = 0$$

$$\text{Бу ерда: } B = \frac{2P_2 \cdot r}{r} = 2P_2 = 2200H$$

$$\sum M_B = 0; \quad H_A \cdot r - K \cdot r + P_2 \cdot r - P_1 r = 0$$

$$\text{Бу ерда: } K = \frac{H_A \cdot r}{r} = H_A = 1100H. \text{ Текшириш:}$$

$$\sum y = -K - B - P = 0 \quad \text{ёки } -1100 + 2200 - 1100 = 0; \quad 0 = 0$$

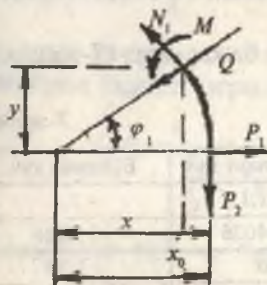
I—I қирқим. $0 \leq \varphi_1 \leq 90^\circ$

Эгувчи момент тенгламасини тузамиз: $M_1 = P_2 x_0 - P_1 y$

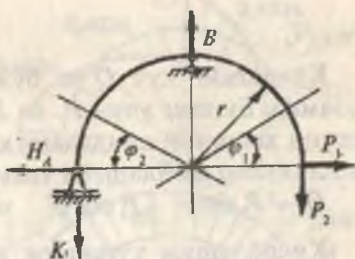
Бу ерда:

$$x_0 = r - x = r - r \cdot \cos \varphi = r(1 - \cos \varphi); \quad y = r \cdot \sin \varphi$$

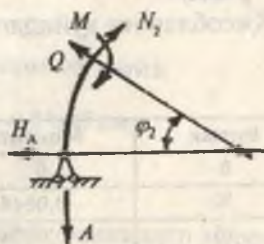
$$\text{У ҳолда: } M_1 = P_2 r(1 - \cos \varphi_1) - P_1 r \sin \varphi_1$$



252-расм.



251-расм.



253-расм.

Кўндаланг куч Q ва бўйлама куч N тенгламаларини тузамиз. Бунинг учун P_1 ва P_2 ташқи кучларни эгри стерженни кесилган кўндаланг кесим юзасига уринма ва перпендикуляр жойлашган текисликларга проекциялаймиз:

$$Q_1 = P_2 \sin \varphi_1 - P_1 \cos \varphi_1 \quad \text{ва} \quad N_1 = P_2 \cos \varphi_1 - P_1 \sin \varphi_1$$

Ҳисоблашни қуйидаги жадвалда бажариш қулай (6-жадвал).

6-жадвал

Бурчак	Момент	Кўндаланг куч	Бўйлама куч
0	0	- 1,1	- 1,1
30	- 0,0644	- 0,4026	- 1,5026
45	- 0,0704	0	- 1,54
60	- 0,0644	0,4026	- 1,5026
90	0	1,1	- 1,1

II—II қирқим. $0 \leq \varphi_2 \leq 90^\circ$

$$M_2 = Kr(1 - \cos \varphi_2) - H_A \cdot r \cdot \sin \varphi_2$$

$$Q_2 = -H_A \cdot \cos \varphi_2 + K \cdot \sin \varphi_2$$

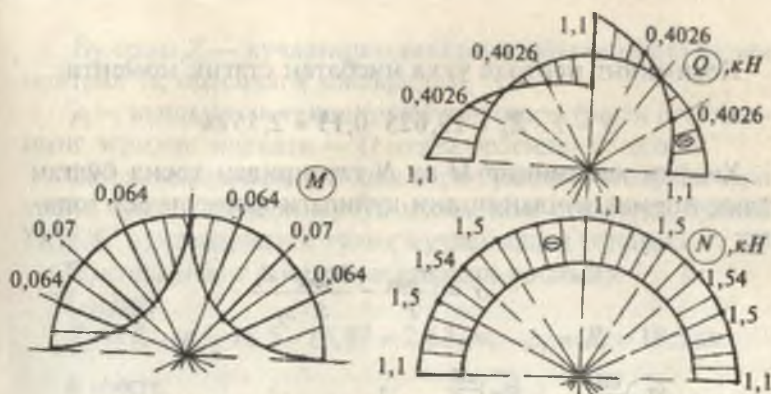
$$N_2 = -K \cos \varphi_2 - H_A \cdot \sin \varphi_2$$

Эгувчи момент эпюрасини эгри стерженнинг чўзилдиган толалари томонига қурилади. Q ва N кучларни мусбат ишорали қиймати стерженнинг ташқи томонига, манфий ишорали қийматини ички томонига жойлаштирамиз (254-расм).

Ҳисоблашни қуйидаги жадвалда бажарамиз (7-жадвал).

7-жадвал

Бурчак	Момент	Кўндаланг куч	Бўйлама куч
0	0	- 1,1	- 1,1
30	- 0,0644	- 0,4026	- 1,5026
45	- 0,0704	0	- 1,54
60	- 0,0644	0,4026	- 1,5026
90	0	1,1	- 1,1



254-расм.

Стерженнинг хавфли кесими $\varphi = 45^\circ$ да жойлашади:

$$M_{\max} = 0,07 \text{ кНм}; \quad N_{\max} = 1,54 \text{ кН}$$

Хавфли кесимдаги нормал кучланишни топиш учун қуйидаги схемани чизамиз (255-расм). Схемадан:

$$R_1 = r + \frac{d}{2} = 16 + 2,5 = 18,5 \text{ см}; \quad R_2 = r - \frac{d}{2} = 16 - 2,5 = 13,5 \text{ см}$$

R_1 ва R_2 — эгрилик маркази O нуқтадан 1 ва 2 нуқталаргача бўлган масофа, см:

$$F = \frac{\pi \cdot d^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 25}{4} = 19,625 \text{ см}^2 \text{ — стерженнинг кўнда-}$$

ланг кесим юзаси.

Нейтрал ўқнинг эгрилик радиусини топамиз:

$$r_0 = \frac{d}{\frac{R_1}{R_2}} = \frac{5}{\frac{18,5}{13,5}} = \frac{5}{0,315} = 15,87 \text{ см}$$

Симметрия ўқи —у билан нейтрал ўқ орасидаги масофа:

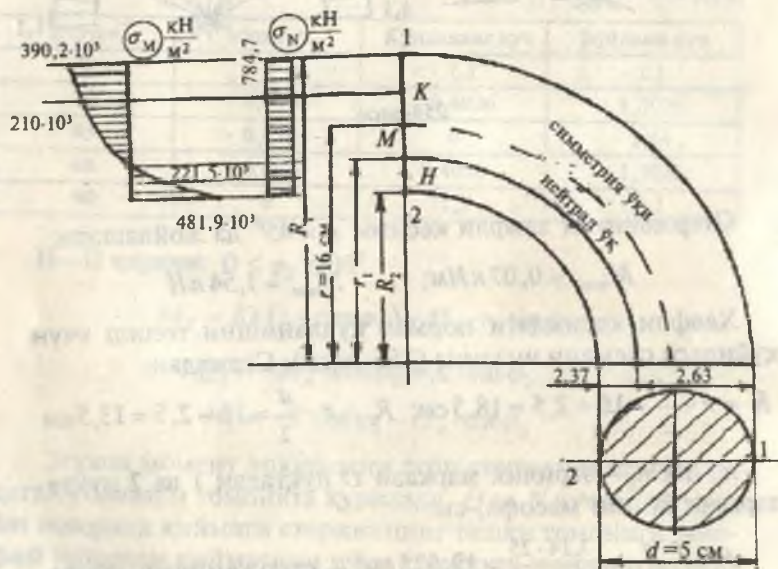
$$Z_0 = r - r_0 = 16 - 15,87 = 0,13 \text{ см}$$

Кесимнинг нейтрал ўққа нисбатан статик моменти:

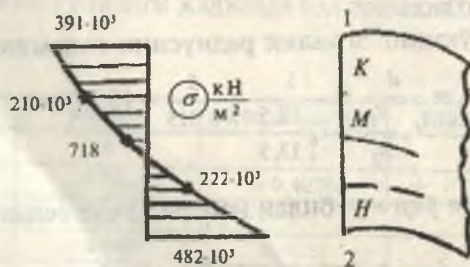
$$S = F \cdot Z_0 = 19,625 \cdot 0,13 \approx 2,55 \text{ см}^3$$

Хавфли кесимнинг M ва N таъсиридан ҳосил бўлган тўлиқ нормал кучланишини қуйидаги формуладан топамиз:

$$\sigma = \frac{N_{\max}}{F} + \frac{M_{\max} \cdot Z_1}{S \cdot \rho_1}$$



255-расм.



256-расм.

Бу ерда: Z_1 — кучланиши текширилаётган нуқта билан нейтрал ўқ орасидаги масофа, см;

ρ_1 — кучланиши текширилаётган нуқта билан стерженнинг эгрилик маркази — Q нуқта орасидаги масофа.

Стержень кесимининг диаметри бўйлаб σ эпюралари эгри чизик бўлади. Шунинг учун кесимнинг диаметри бўйлаб 1 КМНГ нуқталаридаги тўлиқ кучланишни топамиз.

Нуқталарнинг координаталарини топамиз:

1-нуқта:

$$Z_1 = R_1 - r_0 = 18,5 - 15,87 = 2,63 \text{ см}; \quad \rho_1 = R_1 = 18,5 \text{ см}$$

K нуқта:

$$Z_k = \frac{Z_1}{2} = \frac{2,63}{2} = 1,315 \text{ см}; \quad \rho_k = R_1 - \frac{Z_1}{2} = 18,5 - \frac{2,63}{2} = 17,185 \text{ см}$$

M нуқта $Z_m = 0$ (нуқта нейтрал ўқ устида жойлашган)

$$\rho_m = r_0 = 15,87 \text{ см}$$

2-нуқта:

$$Z_2 = r_0 - R_2 = 15,87 - 13,5 = 2,37 \text{ см}; \quad \rho_2 = R_2 = 13,5 \text{ см}$$

H нуқта:

$$Z_H = \frac{Z_2}{2} = 1,185 \text{ см}; \quad \rho_H = r_0 - \frac{Z_2}{2} = 15,87 - 1,185 = 14,685 \text{ см}$$

Нуқталарнинг кучланишларини топамиз:

$$\sigma_1 = -\frac{1,54}{19,625 \cdot 10^{-4}} - \frac{0,07 \cdot 10^2 \cdot 2,63 \cdot 10^{-2}}{2,55 \cdot 10^{-6} \cdot 18,5 \cdot 10^{-2}} = -391 \cdot 10^3 \frac{\text{кН}}{\text{м}^2}$$

$$\sigma_k = -\frac{1,54}{19,625 \cdot 10^{-4}} - \frac{0,07 \cdot 10^2 \cdot 1,315 \cdot 10^{-2}}{2,55 \cdot 10^{-6} \cdot 17,185 \cdot 10^{-2}} = -210,84 \cdot 10^3 \frac{\text{кН}}{\text{м}^2}$$

$$\sigma_m = -\frac{1,54}{19,625 \cdot 10^{-4}} = -784,7 \frac{\text{кН}}{\text{м}^2}$$

$$\sigma_H = -\frac{1,54}{19,625 \cdot 10^{-4}} - \frac{0,07 \cdot 10^2 \cdot 1,185 \cdot 10^{-2}}{2,55 \cdot 10^{-6} \cdot 14,685 \cdot 10^{-2}} = -222,3 \cdot 10^3 \frac{\text{кН}}{\text{м}^2}$$

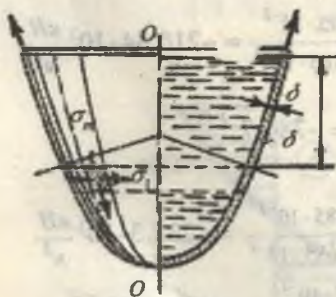
$$\sigma_r = -\frac{1,54}{19,625 \cdot 10^{-4}} - \frac{0,07 \cdot 10^2 \cdot 2,37 \cdot 10^{-2}}{2,55 \cdot 10^{-6} \cdot 13,5 \cdot 10^{-2}} = -482,7 \cdot 10^3 \frac{\text{кН}}{\text{м}^2}$$

8.6. ЮПҚА ДЕВОРЛИ ИДИШЛАРНИ ҲИСОБЛАШ [4]

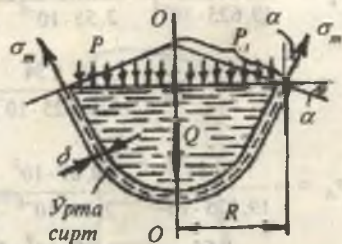
Юпқа деворли идишларни ҳисоблашнинг моментсиз ва моментли назариялари ҳақида тушунча. Сув, буг ёки газларнинг ички босимлари таъсир этувчи идишларнинг деворлари икки томонлама чўзилиш ҳолатида бўлади. Бундай идишларга буг қозонлари, газгольдерлар, нефть қуйиладиган баклар, сув миноралари ва ҳ.к. кирази.

Бундай конструкцияларнинг ўзига хос томонларидан бири уларнинг деворлари қалинлиги — σ нинг иншоот габарит ўлчамларига нисбатан жуда кичиклигидир, шунинг учун улар "юпқа деворли идишлар" деб юритилади. Юпқа деворли идишларнинг ўзига хос белгиларидан бири шуки, улар айланиш жисмлари кўринишида бўлади, яъни уларнинг сиртқи берилган эгри чизиқ — S ни $O-O$ ўқи атрофида айлантириш йўли билан олиниши мумкин (257 - расм). Идишнинг $O-O$ ўқи орқали ўтган текислик билан ҳосил қилинган кесими меридионал кесими деб, меридианларга, яъни S эгри чизиққа нормал ўтган кесими айланма кесим деб аталади. 258-расмда кўрсатилган идиш деворининг пастки қисми юқори қисмдан айланма кесим билан ажратилган. Идиш деворининг қалинлигини тенг иккига бўлувчи сиртга ўрта сирт дейилади.

Умумий ҳолда идишга ўқли симметрияга эга бўлган нагрузка (яъни, айлана бўйлаб ўзгармайдиган, фақат меридиан бўйлаб ўзгарадиган нагрузка) таъсир этганида айланма ва меридионал кесимлар билан ажратилган идиш



257-расм.



258-расм.

ўрта сиртидаги элемент ўзаро перпендикуляр йуналишларда чўзилади ва эгриланади. Элементнинг томонлама чўзилишига девор қалинлиги σ бўйича нормал кучланишларнинг текис тақсимланиши тўғри келади. Меридионал ва айланма кесимларда элемент эгрилигининг ўзгариши оддий балкадагига ўхшаш. Девор қалинлиги чизиқли қонунга бўйсунувчи нормал кучланишларни юзага келтиради. Биринчи ҳолда элемент ўқлари бўйлаб нормал кучлар, иккинчи ҳолда эғувчи моментлар таъсир қилади.

Купгина масалаларда нормал кучларнинг миқдори катта бўлганлигидан эгилишдан ҳосил бўладиган нормал кучланишларни эътиборга олмаса ҳам бўлади. Бу идиш деворининг шакли ва унга таъсир этувчи нагрузка остида эғувчи момент пайдо бўлмасдан ташқи ва ички кучларнинг мувозанати мумкин бўлганда ўринлидир. Масалан, текис тақсимланган нагрузка остида солқиланган ип фақат чўзилишга ишлайди. Лекин худди шундай солқиланган ип тўпланган кучни мувозанатлай олмайди. Бунинг учун кесимида ё эғувчи моментлар пайдо бўлиши, ёки ип ўз шаклини ўзгартириши лозим.

Худди шунга ўхшаш сферик идишнинг юпқа деворлари фақат чўзилишгагина ишлаб, газнинг ички босимини мувозанатлайди, тўпланган куч таъсир қилганида улар интенсив равишда эгилишга ишлайди. Эғувчи момент қийматига идиш деворларининг мақкамланиш шарти ва нисбий қалинлиги сезиларли таъсир қилади (идиш деворининг қалинлиги ортиши билан эғувчи моментларнинг роли ҳам ортади).

Эғувчи моментлар эътиборга олинмайдиган даражада кичик бўлганида идиш деворининг кучланиш ҳолати моментсиз ҳолат деб аталади. Агар идишга кучланиш фақат нормал кучларни ҳисобга олиб топилса, эғувчи моментлар ҳисобга олинмаса, ҳисоблаш моментсиз назария бўйича бажарилади, дейилади. Эғувчи момент ҳисобга олинмайдиган ҳисоблаш назарияси моментли назария деб аталади.

Юпқа деворли идишлар қобиқлар деб аталадиган системалар кенг синфининг хусусий ҳолидир, уларнинг ҳисоблаш назарияси (айниқса, моментли назарияси) жуда му-

раккабдир. Бу назария қурилиш механикасининг махсус курсларида ўрганилади. Қобиқ қалин бўлганида эгувчи моментларни ҳисобга олиш билан бирга қобиқ қалинлиги бўйича нормал кучланиш тақсимланишининг чизиқли қонунидан воз кечишга тўғри келади. Бу масалани янада мураккаблаштиради, улар қалин деворли қобиқлар назариясида ечилади.

Бу ерда меридионал ва айланма кесимларда пайдо бўладиган кучланишлар статик аниқ бўлган ҳол учун юпқа деворли идишларнинг моментсиз назарияси кўриб чиқилади. Моментли назария элементлари билан цилиндрик қобиқ эгилиши ҳақидаги содда мисолда танишиб ўтамиз.

Идишлар деворидаги кучланишларни моментсиз назария бўйича аниқлаш. Суюқлик оғирлиги ёки газ босими таъсиридаги юпқа деворли, ўққа нисбатан симметрик бўлган идишни кўриб чиқамиз (258-расм). Идиш деворидан иккита меридионал ва иккита айланма кесимлар билан ажратиб олинган чексиз кичик элементнинг мувозанатини текширамиз (259-расм). Идишнинг айланма ёки меридионал кесимлари ўзаро силжишга интилмайди, шунинг учун мазкур кесимларда уринма кучланишлар бўлмайди. Демак, ажратилган элементга фақат бош нормал кучланишларгина таъсир қилади. Уларни қуйидагича белгилаймиз: σ_m — меридионал кучланиш (у айланма кесимнинг юзачаларига таъсир қилади); σ_r — айланма кучланиш.

Моментсиз назарияга мувофиқ элемент томонларининг юзасига таъсир қиладиган σ_m ва σ_r кучланишлар текис тақсимланган деб ҳисоблаймиз. Бундан ташқари, идишнинг барча ўлчамларини деворининг ўрта сиртидан ҳисоблаймиз.

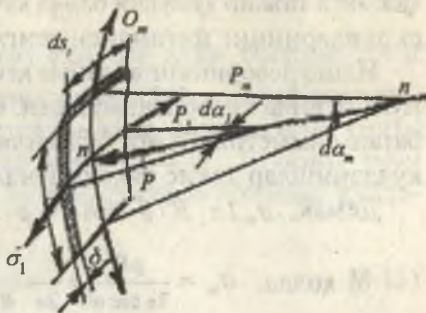
Идиш ўрта сирти икки хил эгриликка эга бўлган сиртдан иборат. Меридианнинг текшириладиган нуқтадаги эгрилик радиусини ρ_m билан, сиртга ўтказилган нормал ўрта сиртнинг мазкур нуқтасидан $O-O$ ўққача бўлган кесмасига тенг бошқа эгрилик радиусини ρ_r билан белгилаймиз (259-расм).

Элемент томонларига $\sigma_m \delta \cdot dS_r$ ва $\sigma_r \delta \cdot dS_m$ кучлар таъсир қилади. Ажратилган элементнинг ички сиртига суюқлик босими p таъсир қилади: унинг тенг таъсир этувчиси

pdS_1dS_m га тенг. Айтиб ўтилган кучларни $n-n$ нормалга проекциялаймиз:

$$2\sigma_m \delta \cdot dS_1 \sin \frac{d\alpha_m}{2} + 2\sigma_1 \delta \cdot dS_m \sin \frac{d\alpha_1}{2} - p \cdot dS_1 \cdot dS_m = 0$$

Бу ерда биринчи қўшилувчан элементнинг 259-расмда тасвирланган меридионал текисликдаги проекцияси асосида ёзилган. Иккинчи қўшилувчи аналогия бўйича ёзилган (а) тенгламада бурчак кичик бўлганлигидан синусни унинг аргументи билан



259-расм

алмаштириб ва барча ҳадларни σdS_1dS_m га бўлиб қуйидагини топамиз:

$$\sigma_m \frac{d\alpha_m}{dS_m} + \sigma_1 \frac{d\alpha_1}{dS_1} = \frac{p}{\delta} \quad \text{ёки} \quad \frac{d\alpha_1}{dS_1} = \frac{1}{\rho_1} \quad \text{ва} \quad \frac{d\alpha_m}{dS_m} = \frac{1}{\rho_m} \quad \text{эканли-}$$

гини ҳисобга олиб, узил-кесил қуйидагини оламиз:

$$\frac{\sigma_m}{\rho_m} + \frac{\sigma_1}{\rho_1} = \frac{p}{\delta} \quad (8.8)$$

(8.8) ифода Лаплас тенгламаси дейилади. Уни ўтган асрнинг бошларида суюқлик таъсиридан сиртнинг чўзилишини ўрганишда Лаплас келтириб чиқарган. Бу ерда эътиборни сиртқи чўзилишга ишლაётган суюқликнинг юпқа пардаси билан идиш девори ўртасидаги ўхшашликка жалб қилиш ўринлидир. Аналогия шундан иборатки, парда ҳам, идиш девори ҳам чўзилишга ишлаб, сирти маълум шаклга эга бўлган суюқлик ҳажмини мувозанатда ушлаб туради. Намланмайдиган сиртга тушган суюқлик томчиси сиртқи чўзилиш ҳисобига ёйилиб кетмайди. Шунга айтиб ўтиш керакки, конструкторлар нефть маҳсулотларини сақлаш учун сигим яратишда томчи шаклидан фойдаланганлар; ҳақиқатан ҳам бундай сигимлар бошқаларига нисбатан қатор афзалликларга эга (260-расм).

Тенгламада иккита номаълум кучланиш σ_m ва σ , лар бор. Лекин σ_m кучланишни бошқа тенгламадан топса ҳам бўлади, бунда Лаплас тенгламасидан σ , ни топишда фойдаланилади. σ_m ни топиш учун идишнинг қирқиб олинган ҳажмига таъсир қилувчи барча кучларнинг $O-O$ ўқига проекцияларининг йиғиндиси тенгламасини тузамиз.

Идиш деворининг айланма кесими юзасини $2\pi R\delta$ формула бўйича ҳисоблаш мумкин. Система $O-O$ ўқига нисбатан симметрияга эга бўлганлигидан бу юза бўйича σ_m кучланишлар текис тақсимланади.

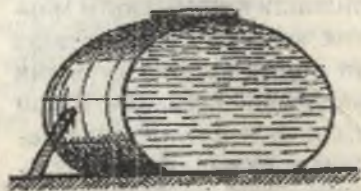
$$\text{Демак, } \sigma_m 2\pi \cdot R \cdot \delta \cdot \cos \alpha - p \cdot \pi \cdot R^2 - Q = 0$$

$$\text{У ҳолда: } \sigma_m = \frac{pR}{2\pi \cos \alpha} + \frac{Q}{2\pi \cdot R \cdot \delta \cdot \cos \alpha} \quad (8.9)$$

Бу ерда: Q — айланма кесимдан пастда ётувчи идиш бўлагининг ва суюқликнинг оғирлиги; p — суюқлик босими бўлиб, Паскал қонуни бўйича барча йўналишларда бир хил ва $\gamma \cdot h$ га тенг; бу ерда h — ўрганилаётган нуқтанинг чуқурлиги, γ — ҳажм бирлигидаги суюқлик оғирлиги. Баъзан суюқлик идишда атмосфера босими q дан ортиқча босим остида сақланади. Бу ҳолда: $p = \gamma \cdot h + q$.

(8.8) тенглама (8.9) формула идиш деворининг ҳар бир нуқтасидаги иккала σ_m ва σ , кучланишларни топиш имконини беради. Конкрет мисолларни кўриб чиқамиз.

Текис тақсимланган ички газ босими таъсир қиладиган сферик идиш (261-расм). Идиш девори ва газнинг ўз оғирлигини ҳисобга олмаймиз. Идишнинг симметрикли-



260-расм.



261-расм.

ги туфайли унинг барча нуқталаридаги σ_m ва σ_l кучланишлар бир хил. (8.8) тенгламада $\sigma_l = \sigma_m = \sigma$, $\rho_l = \rho_m = R$, $p = q$ деб қабул қилиб, қуйидагини топамиз:

$$\sigma = \frac{qR}{2\delta} \quad (8.10)$$

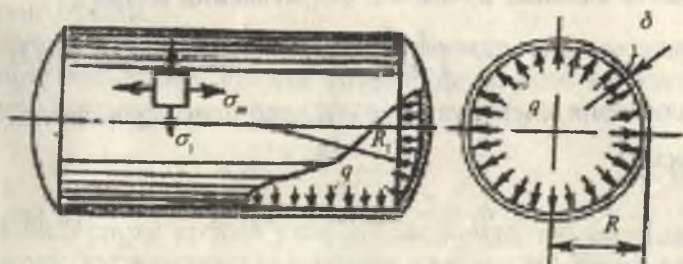
Текис тақсимланган газ ёки буғ ички босими $p = q$ таъсир қиладиган цилиндрик қозон (262-расм). Қозон цилиндрик қисмининг меридианлари вазифасини унинг ясовчилари ўйнайди, улар учун $\rho_m = \infty$. Шунинг учун $\rho_l = R$, $p = q$ деб олиб, (8.8) тенгламадан айланма кучланишни топамиз:

$$\sigma_l = \frac{qR}{\delta} \quad (8.11)$$

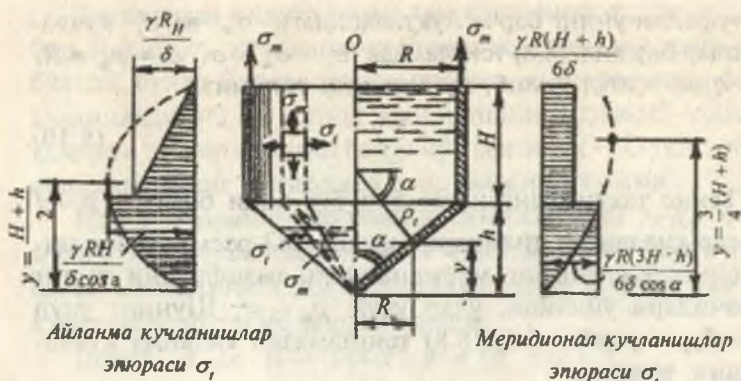
$\cos \alpha = 1$, $Q = 0$ деб олиб, (8.9) формуладан меридионал кучланишни топамиз:

$$\sigma_m = \frac{qR}{2\delta} \quad (8.12)$$

(8.11) ва (8.12) ифодаларни таққослаш қозон деворини айлана бўйича чўзувчи кучланишнинг ясовчиси бўйича таъсир этувчи кучланишдан икки марта катта эканлигини кўрсатади. Радиус сифатида R_l катталикини қабул қилиб, қозоннинг сферик тубидаги кучланишни (8.10) формуладан топиш мумкин.



262-расм.



263-расм.

Суюқлик солинган туби конус кўринишидаги цилиндр резервуар (263-расм). Резервуар деворнинг оғирлигини ҳисобга олмаймиз.

Меридианлар (ясовчилар) эгрилигининг радиуси $\rho_m = \infty$. Шунинг учун (8.8) тенгламадан қуйидагини топамиз: $\sigma_t = \frac{\rho \rho_t}{\delta}$, (б) $H + h - y$ чуқурликдаги босим p га тенг бўлади: $p = \gamma(H + h - y)$ чуқурлигидаги босим p га тенг бўлади: $p = \gamma(H + h - y)$ (в). Конуссимон қисми учун қуйидагига эга бўламиз:

$$R_y = \frac{y}{h} R; \quad \rho_t = \frac{R_y}{\cos \alpha} = \frac{yR}{h \cos \alpha} \quad (\text{г})$$

(в) ва (г) ифодаларни (б) формулага қўйиб, конус қисмидаги айланма кучланиш формуласини оламиз:

$$\sigma_t = \frac{\gamma \cdot R}{\delta \cdot h \cos \alpha} (H + h - y) y \quad (8.13)$$

Цилиндрик қисми учун $\rho_t = R$ деб олиб, қуйидагини топамиз:

$$\sigma_t = \frac{\gamma \cdot R}{\delta} (H + h - y) \quad (8.14)$$

σ_t эпюраси 263-расмнинг чап томонида кўрсатилган. Резервуарнинг конус қисми учун бу эпюра параболик

кўринишида. У математик жиҳатдан умумий баландлигининг ўртасида, яъни $y = 0,5(H + h)$ бўлганда максимумга эришади. $H > h$ бўлганида у шартли қийматга эга бўлади, $H > h$ да эса у конуссимон қисми чегарасига тўғри келиб,

$$\max \sigma_l = \frac{1}{4} \cdot \frac{\gamma \cdot R(H + h)^2}{\delta \cdot h \cos \alpha} \quad (8.15)$$

га тенг реал қийматга эга бўлади.

Меридионал кучланиш σ_m ларни топишга ўтамиз. Конуссимон қисми учун баландлиги y бўлган конус ҳажмидаги суюқлик оғирлигини топамиз:

$$Q = \gamma \frac{1}{3} y \cdot \pi \cdot R_y^2 = \frac{\gamma}{3} \cdot \frac{\pi \cdot y^2 R^2}{h^3} \quad (д)$$

(в), (г) ва (д) ифодаларни (8.9) формулага қўйиб оламиз:

$$\sigma_m = \frac{\gamma \cdot R}{6\delta \cdot h \cos \alpha} [3(H + h) - 2y] y \quad (8.16)$$

σ_m эпюраси 263-расмнинг ўнг томонида кўрсатилган. Бу эпюра ҳам конуссимон қисми учун параболик кўринишга эга, у $y = 0,5(H + h)$ бўлганда максимумга эришади. У $H \leq \frac{1}{3}h$ бўлгандагина реал қийматга эга бўлиб, конус қисми чегарасига тўғри келади ва

$$\max \sigma_m = \frac{3}{16} \cdot \frac{\gamma \cdot R(H + h)^2}{\delta \cdot h \cos \alpha} \quad (8.17)$$

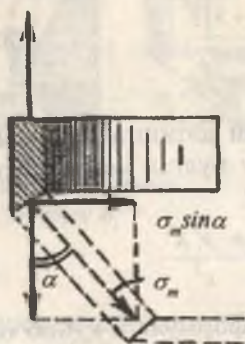
га тенг бўлади.

Идиш цилиндрик қисмдаги кучланиш — σ_m резервуарнинг баландлиги бўйича ўзгармайди ва осиб қўйилган юқори қиррасидаги кучланишга тенг:

$$\sigma_m = \frac{\gamma \cdot R(H + h)}{6\delta} \quad (8.18)$$

Идиш сирти кескин ўзгарадиган жойда, масалан, цилиндрик қисмининг конуссимон қисми (263-расм) ёки сферик қисми (264-расм) билан туташадиган жойда меридионал кучланишларнинг радиал ташкил этувчиси

$\sigma_m \sin \alpha$ мувозанатлашмаган, бу ҳол 265-расмда кўрсатилган. Бу ташкил этувчи ҳалқанинг периметри бўйлаб $q = \delta \sigma \sin \alpha$ га тенг радиал юк ҳосил қилади, у юк цилиндрик қобиқнинг қирраларини ичига эгишга интилади (265-а расм).



264-расм.



265-расм.

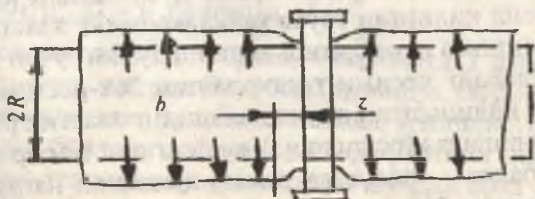
Бундай эгилишга йўл қўймаслик учун идиш сирти ўзгардиган ерда бурчаклик ёки швеллер кўринишидаги бикрлик қовурғаси қўйилади, у идишни айланаси бўйлаб ўраб олади. Бу қовурға радиал нагрузка q ни 265-б расмда кўрсатилгандек қабул қилади.

Бикрлик қовурғасини диаметр бўйича қирқиш йўли билан олинган ярим ҳалқанинг мувозанат шартидан қовурғада $N = qR$ сиқувчи куч пайдо бўлишини осонгина исбот қилиш мумкин, бу ҳолда қовурға билан қобиқ бирга ишлаши ҳисобга олинмайди.

Лекин бикрлик қовурғага ёпишиб турган қобиқ ҳалқасининг кенгайишига тўсқинлик қилади. Натижада қобиқнинг ясовчиси бикрлик ҳалқаси ўкинида эгриланади. Бу ҳодисага чегаравий эффект дейилади. У идиш деворларида кучланишларнинг маҳаллий кескин ўсишига олиб келиши мумкин. Чегаравий эффектнинг умумий назарияси қобиқлар ҳисобининг моментли назарияси ёрдамида махсус курсларда ўрганилади. Куйида цилиндрик трубада чегаравий эффектни ҳисобга олишга доир оддий масала кўриб чиқилади.

Цилиндрик қобикда чегаравий эффект. Цилиндрик қобикқа мисол тариқасида 266-расмда ички босим q таъсирида бўлган юпқа деворли узун труба тасвирланган. Труба бўлаклари ўзаро фланецлар ёрдамида бириктирилган. Фланецлар бўлмаганида эди, трубанинг бутун узунлиги бўйича ички босим q туфайли унинг диаметри бирор қийматга катталашган бўларди. Фланец шу даражада бикрки, унинг диаметри катталашишини ҳисобга олмасдан, трубанинг диаметри фланец олдида ўзгармайди, деб ҳисоблаш мумкин. Лекин фланецдан узоқда труба диаметрининг ўзгариши табиийдир.

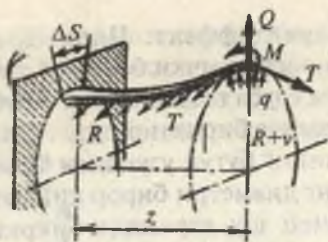
Шунинг учун трубанинг фланец яқинидаги бирор участкаси 266-расмда кўрсатилгандек эгриланади. Олдинига труба кўндаланг кесим юзларида бўйлама кучлар йўқ деган тахмин билан труба деворининг эгилишини (чегаравий эффектни) текширамыз.



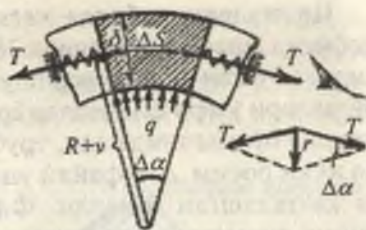
266-расм.

Трубанинг деформациягача бўлган ўртача радиусини R , деворининг қалинлигини δ билан белгилаймиз. Бўйлама кесимлар билан труба деворидан эни Δs га тенг кичик полоса ажратамыз. 267-расмда шундай полоса таъсир қилаётган кучлар билан биргаликда тасвирланган. Труба деформациялангунга қадар ҳам, деформациялангандан кейин ҳам айланма жисмдан иборат бўлганлигидан, барча полосалар 267-расмдагига ўхшаш, бир хил шароитда бўлади. Келгусида $\Delta s = 1$ деб ҳисоблаймиз.

Полосанинг фланецга бириктирилган ерида қистириб маҳкамланган балка деб ҳисоблаб, унинг салқиликлари радиус орттирмаларига тенг деб оламиз; радиус орттирмаларини ν билан белгилаймиз. Бу балкага таъсир қиладиган ташқи юк аввало ички босим ҳисобига ҳосил бўла-



267-расм.



268-расм.

ди; бу босим полосанинг узунлик бирлигига $\Delta s = 1$ бўлганда $q \cdot \Delta s = q$ юк билан таъсир қилади. Бундан ташқари, трубанинг бўйлама кесимларига айланма зўриқиш кучлари ҳам таъсир қилади; бундай кучларнинг полоса узунлик бирлигига таъсир қиладиган қийматини T билан белгилаймиз. Бу кучларнинг қиймати кўндаланг кесимлар билан ҳосил қилинган труба ҳалқаларининг эластик нисбий чўзилишига пропорционалдир. Шунинг учун полосанинг кўндаланг кесими тасвирланган 268-расмда T кучлар фараз қилинаётган пружиналарнинг эластик реакциялари кўринишида кўрсатилган. Уларнинг тенг таъсир этувчиси — τ ни балка — полосада таъсир қиладиган нагрузка деб қараш мумкин. 268-расмдан қуйидагини топамиз:

$$\tau = 2T \sin \frac{\Delta \alpha}{2} \approx T \frac{\Delta s}{R + v}$$

ёки каср махражидаги v қиймати R га нисбатан кичик бўлганлигидан уни инобатга олмасдан, $\Delta s = 1$ деб қабул қиламиз:

$$\tau = \frac{T}{R} \quad (8.19)$$

R радиуснинг нисбий чўзилиши, демак, труба деворининг айланма йўналишдаги нисбий чўзилиши $\varepsilon_1 = \frac{v}{R}$ га тенг бўлади. Унга мос келадиган айланма кучланишлар Гук қонунига кўра $\sigma_1 = \frac{v}{R} E$ бўлади.

У ҳолда: $T = \sigma, \delta \cdot l = \frac{\delta \cdot E}{R} \nu$, демак, $r = \frac{\delta \cdot E}{R^2} \nu$ (8.20)

Формула r зўриқиш кучини пропорционаллик коэффиценти $k = \frac{\delta \cdot E}{R^2}$ бўлган балка-полосанинг ν эгилишларига қаршилиқ кўрсатувчи эластик асоснинг реакцияси сифатида қараш мумкинлигини кўрсатади.

Шундай қилиб, цилиндрик идишдан ажратиб олинган полоса эгилишининг дифференциал тенгламасини, яхлит эластик асосида ётувчи балка тенгламаси каби ёзиш мумкин:

$$\nu'' + 4\beta^4 \nu = \frac{q}{E_1 I} \quad (8.21)$$

Бу ерда I — полоса кўндаланг кесим юзасининг инерция моменти; $\Delta z = l$ бўлганда $I = \frac{\delta^3}{12}$.

Полосанинг эгилишга бўлган бикрлиги $E_1 I$ даги E_1 оддий эластиклик модули E ни билдирмайди, балки бошқачароқ маънога эга, чунончи, полоса эгилиши туфайли толалардаги бўйлама деформациялар ε_1 қўшни полосалар билан ўзаро таъсирда бўлганлигидан шундай орта борадики, уларга мос келувчи кўндаланг деформациялар ε_2 бўлмайди.

Текис кучланиш ҳолати учун Гук қонунига асосан $\varepsilon_2 = 0$ деб қабул қилиб, кучланиш σ_1 билан чўзилиш ε_1 ўртасидаги қуйидаги боғланишни топамиз:

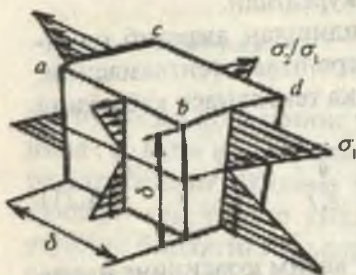
$$\sigma_1 = \frac{\varepsilon_1 E}{1 - \mu^2} = \varepsilon_1 E_1$$

Бу ҳолда $\sigma_2 = \mu \sigma_1$ ва полоса элемент ёқларидаги эгувчи кучланишлар 269-расмда кўрсатилгандек бўлади. Шундай қилиб, бу ҳолда E модули ўрнига $E_1 = \frac{E}{1 - \mu^2}$ модулдан фойдаланиш керак. Айтилганларни ҳисобга олсак, полосанинг эгилишдаги бикрлиги $E_1 I$ қуйидагича:

$$E_1 I = \frac{\delta^3 E}{12(1 - \mu^2)}$$

(8.21) тенгламадаги β коэффициентнинг қиймати k ва $E_1 I$ лар учун топилган ифодаларни ҳисобга олган ҳолда топилади:

$$\beta = \sqrt[4]{\frac{k}{4E_1 I}} = \sqrt[4]{\frac{3(1-\mu^2)}{R^2 \delta^2}} \quad (8.22)$$



269-расм.

Энди труба^{нинг} кўндаланг кесим юзаларига текис тақсимланган кучланишлар σ_m билан характерланидиган бўйлама зўриқиш кучлари таъсир қилади, деб тахмин қиламиз. Бунда айланма йўналишдаги нисбий чўзилиш қуйидаги тенгликда топилади:

$$\epsilon_1 = \frac{\nu}{R} = \frac{\sigma_1}{E} - \mu \frac{\sigma_m}{E}$$

Бундан σ_1 ни, сўнгра T ни топамиз:

$$T = \sigma_1 \cdot l = \frac{\delta \cdot E}{R} \nu + \mu \cdot \delta \cdot \sigma_m$$

(8.19) формуладан қуйидагини топамиз:

$$r = \frac{\sigma \cdot E}{R^2} \nu + \frac{\mu \cdot \delta \cdot \sigma_m}{R}$$

Охирги қўшилувчини полоса-балкага таъсир этувчи текис тақсимланган нагрузка деб қараш мумкин, уни ташқи нагрузка q га минус ишора билан қўшиш лозим. Унинг пайдо бўлиши осонгина шундай тушунтирилади; труба бўйлама йўналишда σ_m кучланиш таъсирида чўзилса, кўндаланг йўналишда тораяди. Кўриниб турибдики, бу манфий босим $\frac{\mu \cdot \delta \cdot \sigma_m}{R}$ қўйилиши билан эквивалентдир. Демак, бўйлама кучланишлар σ_m ни ҳисобга олганда полоса эгилишининг тенгламаси қуйидаги кўринишни олади:

$$v^{IV} + 4\beta^4 v = \frac{1}{EI} \left(q - \frac{\mu \cdot \delta \cdot \sigma_m}{R} \right) \quad (8.23)$$

Шуни қайд қилиш керакки, (8.21) ва (8.23) тенгламалар истаган ўқи симметрияга эга бўлган нагрузка q учун кучга эгадир. $q = \text{const}$ ва $\sigma_m = 0$ бўлган масаламизнинг ечимига қайтамыз. (8.23) тенгламанинг умумий интегралли қуйидаги кўринишда бўлади:

$$v = e^{-\beta z} (C_1 \sin \beta \cdot z + C_2 \cos \beta \cdot z) + e^{\beta z} (C_3 \sin \beta \cdot z + C_4 \cos \beta \cdot z) + \frac{q}{4\beta^4 E_1 I} \quad (8.24)$$

Масаланинг физик маъносига кўра z нинг қиймати ортиши билан v маълум қийматга интилиши лозим. Лекин (8.24) ечимда $z \rightarrow \infty$ бўлганда $e^{\beta z}$ қиймат ҳам чексизликка интилиши бунга зиддир. Шунинг учун $C_3 = C_4 = 0$ деб оламиз. Қолган иккита ўзгармас C_1 ва C_2 ларни фла-
нечда, яъни $z = 0$ бўлганида $\frac{dv}{dz} = 0$ ва $v = 0$ бўлиш шар-
тидан топамиз: $C_1 = C_2 = -\frac{q}{4\beta^4 E_1 I} = -\frac{qR^2}{\delta \cdot E}$,

$$v = \frac{qR^2}{\delta \cdot E} \left[(1 - e^{-\beta z} (\sin \beta \cdot z + \cos \beta \cdot z)) \right] \quad (8.25)$$

Энди эни $\Delta s = 1$ бўлган полоса учун эгувчи момент M ва кўндаланг куч Q ни топамиз:

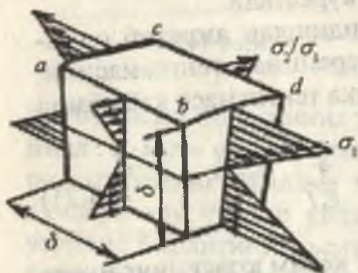
$$M = E_1 I \frac{d^2 v}{dz^2} = \frac{qR\delta}{2\sqrt{3(1-\mu^2)}} e^{-\beta z} (\cos \beta \cdot z - \sin \beta \cdot z) \quad (8.26)$$

$$Q = \frac{dM}{dz} = -\frac{q\sqrt{R\delta}}{\sqrt{3(1-\mu^2)}} e^{-\beta z} \cos \beta \cdot z \quad (8.27)$$

(8.25) ва (8.26) формулалар бўйича қурилган v ва M эпюралари 269-расмда кўрсатилган бўлиб, абсцисса ўқи бўйлаб ўлчовсиз координата $\beta \cdot z$ қўйилган.

(8.21) тенгламадаги β коэффициентнинг қиймати k ва E, I лар учун топилган ифодаларни ҳисобга олган ҳолда топилади:

$$\beta = \sqrt[4]{\frac{k}{4E_1 I}} = \sqrt[4]{\frac{3(1-\mu^2)}{R^3 \delta^2}} \quad (8.22)$$



269-расм.

Энди трубанинг кўндаланг кесим юзларига текис тақсимланган кучланишлар σ_m билан характерланадиган бўйлама зўриқиш кучлари таъсир қилади, деб тахмин қиламиз. Бунда айланма йўналишдаги нисбий чўзилиш қуйидаги тенгликда топилади:

$$\epsilon_1 = \frac{\nu}{R} = \frac{\sigma_1}{E} - \mu \frac{\sigma_m}{E}$$

Бундан σ_1 ни, сўнгра T ни топамиз:

$$T = \sigma_1 \delta \cdot l = \frac{\delta \cdot E}{R} \nu + \mu \cdot \delta \cdot \sigma_m$$

(8.19) формуладан қуйидагини топамиз:

$$r = \frac{\sigma \cdot E}{R^2} \nu + \frac{\mu \cdot \delta \cdot \sigma_m}{R}$$

Охирги қўшилувчини полоса-балкага таъсир этувчи текис тақсимланган нагрузка деб қараш мумкин, уни ташқи нагрузка q га минус ишора билан қўшиш лозим. Унинг пайдо бўлиши осонгина шундай тушунтирилади; труба бўйлама йўналишда σ_m кучланиш таъсирида чўзилса, кўндаланг йўналишда тораяди. Кўриниб турибдики, бу манфий босим $\frac{\mu \cdot \delta \cdot \sigma_m}{R}$ қўйилиши билан эквивалентдир. Демак, бўйлама кучланишлар σ_m ни ҳисобга олганда полоса эгилишининг тенгласи қуйидаги кўринишни олади:

$$\nu^{IV} + 4\beta^4 \nu = \frac{1}{E_1 I} \left(q - \frac{\mu \cdot \delta \cdot \sigma_m}{R} \right) \quad (8.23)$$

Шуни қайд қилиш керакки, (8.21) ва (8.23) тенгламалар истаган ўқи симметрияга эга бўлган нагрузка q учун кучга эгадир. $q = \text{const}$ ва $\sigma_m = 0$ бўлган масаламизнинг ечимига қайтамиз. (8.23) тенгламанинг умумий интегралли куйидаги кўринишда бўлади:

$$\nu = e^{-\beta z} (C_1 \sin \beta \cdot z + C_2 \cos \beta \cdot z) + e^{\beta z} (C_3 \sin \beta \cdot z + C_4 \cos \beta \cdot z) + \frac{q}{4\beta^4 E_1 I} \quad (8.24)$$

Масаланинг физик маъносига кўра z нинг қиймати ортиши билан ν маълум қийматга интилиши лозим. Лекин (8.24) ечимда $z \rightarrow \infty$ бўлганда $e^{\beta z}$ қиймат ҳам чексизликка интилиши бунга зиддир. Шунинг учун $C_3 = C_4 = 0$ деб оламиз. Қолган иккита ўзгармас C_1 ва C_2 ларни фланецда, яъни $z = 0$ бўлганида $\frac{d\nu}{dz} = 0$ ва $\nu = 0$ бўлиш шартидан топамиз: $C_1 = C_2 = -\frac{q}{4\beta^4 E_1 I} = -\frac{qR^2}{\delta \cdot E}$,

$$\nu = \frac{qR^2}{\delta \cdot E} \left[(1 - e^{-\beta z} (\sin \beta \cdot z + \cos \beta \cdot z)) \right] \quad (8.25)$$

Энди эни $\Delta s = 1$ бўлган полоса учун эгувчи момент M ва кўндаланг куч Q ни топамиз:

$$M = E_1 I \frac{d^2 \nu}{dz^2} = \frac{qR\delta}{2\sqrt{3(1-\mu^2)}} e^{-\beta z} (\cos \beta \cdot z - \sin \beta \cdot z) \quad (8.26)$$

$$Q = \frac{dM}{dz} = -\frac{q\sqrt{R\delta}}{\sqrt{3(1-\mu^2)}} e^{-\beta z} \cos \beta \cdot z \quad (8.27)$$

(8.25) ва (8.26) формулалар бўйича қурилган ν ва M эпюралари 269-расмда кўрсатилган бўлиб, абсцисса ўқи бўйлаб ўлчовсиз координата $\beta \cdot z$ қуйилган.

ν , M , Q ларни солиштирсак, улар η , η_1 ва η_2 функци-
ялар орқали ифодаланганлигини кўришимиз мумкин. Тру-
бадан ажратиб олинган полоса эгилиши ҳақидаги масала-
ни тўпланган куч таъсир қилувчи эластик асосдаги балка
сифатида кўришимиз мумкин. Фланецларнинг реакция
кучлари тўпланган куч ролини ўтайди.

269-расмдаги эпюрадан кўриниб турибдики, труба де-
ворлари эгилиш деформациясининг тўлқини фланецдан
узоқлашиши билан тез сўнади. Масалан, $\beta \cdot z = \pi$ бўл-
ганда солқилик ν нинг қиймати фланец йўқ бўлиб, труба
эркин кенгайишидаги радиусининг ортиши $\frac{qR^2}{\delta \cdot E}$ дан фа-
қат 4,3% га фарқ қилади. Ушбу кесимдаги эгувчи мо-
мент ҳам фланецдаги эгувчи моментнинг 4,3% ини

ташкил қилади. $\beta \cdot z = \pi$ қийматга ($\mu = 0,3$ бўлганда)

$$z = \frac{\pi}{\beta} = \frac{\pi \sqrt{R\delta}}{\sqrt{3(1-\mu^2)}} \approx 2,4 \sqrt{R\delta} \text{ мос келади. Масалан, } \delta = 0,1R$$

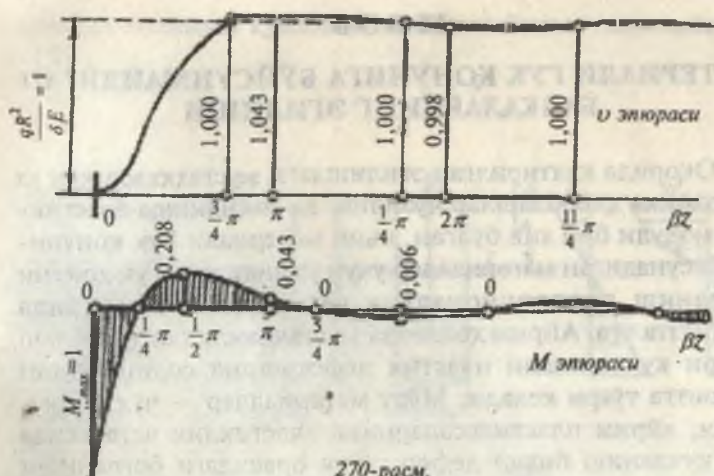
бўлганда $z \approx 0,76R$. Шундай қилиб, чегаравий эффект
фланецдан труба радиусига нисбатан кичик масофага тар-
қалади деб, 5% аниқлик билан ҳисоблаш мумкин. Труба
деворининг маҳаллий кескин эгилишига чегаравий эф-
фект дейилади.

Чегаравий эффект туфайли максимал кучланиш жуда
катта қийматларга эришиши мумкин. Масалан, бизнинг
мисолимизда $z = 0$ бўлганда:

$$M_{\max} = \frac{qR\delta}{2\sqrt{3(1-\mu^2)}}; \sigma_{\max} = \frac{6M_{\max}}{\delta^2} = \frac{3qR}{\delta^2(1-\mu^2)} \approx 1,82 \frac{qR}{\delta} \text{ га эга}$$

бўламиз. Бу ($\mu = 0,3$ бўлганда) моментсиз назариядаги
(8.11) формула бўйича топиладиган максимал кучланиш-
дан 1.82 марта каттадир.

Агар қобикўнинг материали пластик материалдан, маса-
лан, пластик пўлатдан иборат бўлса, чегаравий эффект
туфайли кучланишларнинг ортиши идишнинг умумий
мустаҳкамлигини камайтирмайди, фақат маҳаллий плас-
тик деформациялар пайдо бўлишига олиб келади.



270-расм.

Мўрт материаллар, масалан, темир-бетон резервуарлар учун чегаравий эффектдан ҳосил бўладиган кучланишлар анча хавфли бўлади. Бу кучланишлар резервуарда дарз пайдо бўлишига олиб келади, бу эса унинг герметиклигини бузади. Бундай ҳолларда чегаравий эффект кучланишларига қарши турли конструктив чоралар воситасида курашилади. Улардан бири темир-бетон резервуар деворларида олдиндан кучланиш пайдо қилишдир. Баъзан резервуар девори билан туби шундай конструкция ёрдамида туташтириладики, деворлар қисман ёки бутунлай эркин кенгайишига йўл қўйилади. Бу чегаравий эффект кучланишини кескин камайтиради ёки бутунлай бартараф қилади.

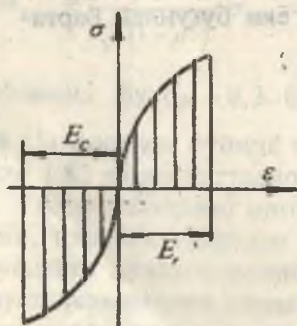
IX БОБ

МАТЕРИАЛИ ГУК ҚОНУНИГА БЎЙСУНМАЙДИГАН БАЛКАЛАРНИНГ ЭГИЛИШИ

Юқорида келтирилган эгилишдаги мустаҳкамликка ва бикрликка ҳисоблашлар чўзилиш ва сиқилишда эластиклик модули бир хил бўлган, яъни материали Гук қонунига бўйсунмайдиган материаллар учун ўринлидир. Гук қонуни кучланиш пропорционаллик чегарасидан ошмаганда аҳамиятга эга. Айрим ҳолларда мустаҳкамликка ҳисоблаш юқори кучланишли пластик деформация содир бўлган шароитга тўғри келади. Мўрт материаллар — чўян, тош, бетон, айрим пластмассаларнинг эластиклик чегарасида ҳам кучланиш билан деформация орасидаги боғланиши тўғри чизиqli эмас, айрим материалларни чўзилиш ва сиқилишдаги эластиклик модуллари бир хил эмас. Шунинг учун материали Гук қонунига бўйсунмайдиган балкаларни эгилишда мустаҳкамликка ҳисоблаш аҳамиятга эга.

Юкланиш даврида материали Гук қонунига бўйсунмайдиган қўндаланг кесим юзаси тўғри тўртбурчакли балканинг эгилишдаги нормал кучланишини аниқлаймиз.

Балка соф эгилишда бўлсин. Агар, куч йўналишида толалар ўзаро бир-бирига босим таъсирини ўтказмаса, балканинг материали оддий чўзилиш ва сиқилишда бўлади. (271-расм). ϵ_+ бўйлама узайиш — ϵ_- бўйлама қисқариш



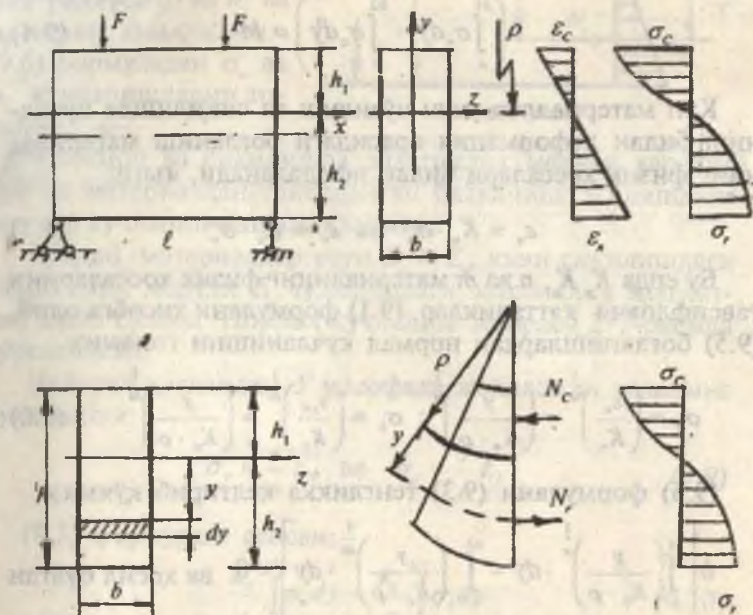
271-расм.

диаграммага асосан, чўзилишда кучланишнинг ўсиши деформациянинг ўсишидан кам экан. Бу ерда: $\epsilon_+ > \epsilon_-$.

Бу ҳолат эгилишда балка кесимининг нейтрал қатлами балканинг эгрилик маркази томон силжитади. Агар балканинг эгрилик радиусини ρ ҳарфи билан белгиласак, нейтрал қатламдан у масофада жойлашган қатламнинг

нисбий узайиши қуйидаги тенглама билан топилади:

$$\varepsilon = \frac{y}{\rho} \quad (9.1)$$



272-расм.

Нисбий деформация ва нормал кучланишни аниқлаш учун нейтрал ўқнинг эгрилик радиуси ρ ни топиш ва аналитик усулда кучланиш билан деформация орасидаги боғланишни ҳосил қилиш керак (272-расм).

Жуфт куч таъсирида эгилаётган балканинг ихтиёрий кесимидаги ички N_t чўзувчи ва сиқувчи N_c кучлари ҳам жуфт кучни ҳосил қилади. Унда N_t ва N_c кучларни X ўқига проекциялари ҳам нолга тенг ва уларнинг нейтрал ўқ Z га нисбатан моменти эгувчи моментга тенг:

$$\sum x = \int_0^A \sigma \cdot dA = 0 \quad \text{ва} \quad \sum M_z = \int_0^A \sigma \cdot y \cdot dA - M = 0 \quad (9.2)$$

Бу ерда:

$$dA = b \cdot dy. \quad \text{У ҳолда} \quad b \left(\int_0^{h_1} \sigma_v dy - \int_0^{h_2} \sigma_c dy \right) = 0 \quad (9.3)$$

$$b \left(\int_0^{h_1} \sigma_v dy + \int_0^{h_2} \sigma_c dy \right) = M \quad (9.4)$$

Қўп материаллар учун чўзилиш ва сиқилишда кучланиш билан деформация орасидаги боғланиш материалнинг физик хоссалари билан ифодаланади, яъни:

$$\varepsilon_v = K_v \cdot \sigma_v^n \quad \text{ва} \quad \varepsilon_c = K_c \cdot \sigma_c^m \quad (9.5)$$

Бу ерда K_v , K_c , n ва m материалнинг физик хоссаларини тавсифловчи катталиклар. (9.1) формулани ҳисобга олиб, (9.5) боғланишлардан нормал кучланишни топамиз:

$$\sigma_v = \left(\frac{\varepsilon_v}{K_v} \right)^{\frac{1}{n}} = \left(\frac{y}{K_v \cdot \rho} \right)^{\frac{1}{n}}; \quad \sigma_c = \left(\frac{\varepsilon_c}{K_c} \right)^{\frac{1}{m}} = \left(\frac{y}{K_c \cdot \rho} \right)^{\frac{1}{m}} \quad (9.6)$$

(9.6) формулани (9.3) тенгликка келтириб қўямиз:

$$b \left[\int_0^{h_1} \left(\frac{y}{K_v \cdot \rho} \right)^{\frac{1}{n}} \cdot dy - \int_0^{h_2} \left(\frac{y}{K_c \cdot \rho} \right)^{\frac{1}{m}} \cdot dy \right] = 0 \quad \text{ва ҳосил бўлган}$$

тенгликни интегралласак,

$$\frac{n}{n+1} \left(\frac{h_1}{K_v \cdot \rho} \right)^{\frac{1}{n}} h_1 - \frac{m}{m+1} \left(\frac{h_2}{K_c \cdot \rho} \right)^{\frac{1}{m}} h_2 = 0 \quad (9.7)$$

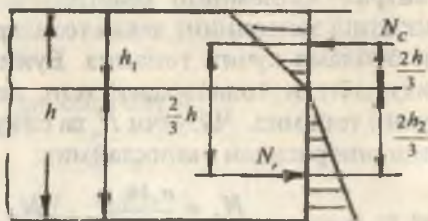
ҳосил бўлади. (9.6) формулани (9.4) тенгликка келтириб

$$\text{қўйсақ,} \quad b \left[\int_0^{h_1} \left(\frac{y}{K_v \cdot \rho} \right)^{\frac{1}{n}} y dy + \int_0^{h_2} \left(\frac{y}{K_c \cdot \rho} \right)^{\frac{1}{m}} y dy \right] = M \quad \text{ва интег-}$$

ралласак, қуйидаги натижани ҳосил қиламиз:

$$\frac{n}{2n+1} b \left(\frac{h_1}{K_v \cdot \rho} \right)^{\frac{1}{n}} h_1^2 + \frac{m}{2m+1} b \left(\frac{h_2}{K_c \cdot \rho} \right)^{\frac{1}{m}} h_2^2 = M \quad (9.8)$$

Агар, $h_1 + h_2 = h$ эканлигини ҳисобга олсак, (9.7) ва (9.8) формулалардан эгрилик радиуси ρ ва h_1 ва h_2 ларни аниқлаймиз. (9.6) формуладан σ_v ва σ_c кучланишларни топамиз.



273-расм.

Чўзилиш ва сиқилишда эластиклик модули ҳар хил булган материалдан тайёрланган балканинг эгилишдаги нормал кучланишини аниқлаймиз.

Бундай материаллар учун $E_c > E_v$, яъни сиқилишдаги эластиклик модули E_c чўзилишдаги эластиклик модулидан катта бўлади. Нормал кучланиш эпюраси 273-расмда кўрсатилган.

Нейтрал қатламдан U масофада жойлашган толанинг кучланиши:

$$\sigma_v = \frac{y}{\rho} E_v \quad \text{ва} \quad \sigma_c = \frac{y}{\rho} E_c \quad (9.9)$$

(9.3) формулага асосан:

$$\frac{E_v}{\rho} \int_0^{h_1} \sigma_v dy = \frac{E_c}{\rho} \int_0^{h_2} \sigma_c dy \quad (9.10)$$

Ёки:

$$\frac{E_v}{\rho} \int_0^{h_1} y dy = \frac{E_c}{\rho} \int_0^{h_2} y dy \quad (9.11)$$

(9.11) ни интеграллаб ва $\frac{1}{2\rho}$ га қисқартириб,

$$E_v h_1^2 = E_c h_2^2 \quad (9.12)$$

ҳосил қиламиз, бу срд $\frac{h_1^2}{h_2^2} = \frac{E_c}{E_v}$ ни ҳисобга олсак, $h_1 + h_2 = h$ ва

$$h_1 = \frac{h \sqrt{E_c}}{\sqrt{E_v} + \sqrt{E_c}} \quad \text{ва} \quad h_2 = \frac{h \sqrt{E_v}}{\sqrt{E_v} + \sqrt{E_c}} \quad (9.13)$$

нейтрал қатламнинг ҳолатини аниқлаймиз. Чўзилиш ва сиқилиш зонасининг чекка толалардаги тенг таъсир қилувчи бўйлама кучни топамиз. Бунинг учун чўзилаётган ва сиқилаётган толалардаги тенг таъсир қилувчи бўйлама кучни топамиз. Чўзувчи N_v ва сиқувчи N_c кучларни кучланиш эпюрасидан аниқлаймиз:

$$N_v = \frac{\sigma_v b h_1}{2}; \quad N_c = \frac{\sigma_c b h_2}{2} \quad (9.14)$$

N_v ва N_c кучлар балканинг нейтрал қатламдан $\frac{1}{3}h_1$ ва $\frac{1}{3}h_2$ масофада жойлашади. Кундаланг кесим юзада ички кучлар жуфт кучга келтирилгани учун $N_v = N_c$.

Кучлар орасидаги масофа $\frac{1}{3}h$, унда жуфт куч моменти:

$$M = N_v \frac{2}{3}h \quad \text{ва} \quad M = N_c \frac{2}{3}h$$

(9.13) ва (9.14) боғланишларни ҳисобга олсак,

$$M = \frac{\sigma_v \cdot b \cdot h_1 \cdot h}{3} = \frac{\sigma_v b h^2}{3} \cdot \frac{\sqrt{E_v}}{\sqrt{E_v} + \sqrt{E_c}} \quad (9.15)$$

$$M = \frac{\sigma_c \cdot b \cdot h_2 \cdot h}{3} = \frac{\sigma_c b h^2}{3} \cdot \frac{\sqrt{E_c}}{\sqrt{E_v} + \sqrt{E_c}} \quad (9.16)$$

Бу ерда:
$$\sigma_v = \frac{3M}{bh^2} \left(1 + \frac{\sqrt{E_v}}{\sqrt{E_c}} \right) \quad (9.17);$$

$$\sigma_c = \frac{3M}{bh^2} \left(1 + \frac{\sqrt{E_c}}{\sqrt{E_v}} \right) \quad (9.18)$$

Агар E_v ва E_c эластиклик модуллари берилган бўлса, (9.17), (9.18) формулалардан энг катта чўзувчи ва сиқувчи кучланишлар топилади. (9.17) ва (9.18) формулалар-

нинг бошқача кўринишини келтириш учун

$$\frac{\sqrt{E_y}}{\sqrt{E_c}} = \frac{h}{h_1} = \frac{\rho}{h_1} = \frac{\epsilon_c}{\epsilon_y} \quad \text{ни ҳисобга олсак,}$$

$$\sigma_y = \frac{3M}{bh^2} \left(1 + \frac{\epsilon_c}{\epsilon_y} \right) \quad (9.19)$$

$$\sigma_c = \frac{3M}{bh^2} \left(1 + \frac{\epsilon_y}{\epsilon_c} \right) \quad (9.20)$$

Балка чекка толаларининг нисбий деформациялари тензометр билан аниқланса, (9.19) ва (9.20) формулалар ўринли.

МУРАККАБ ҚАРШИЛИКЛАР

Техникада ишлайдиган ҳамма деталлар ҳам оддий деформациялар, яъни чўзилиш ва сиқилиш, силжиш, буралиш ёки эгилиш деформацияларига учрамасдан, балки бир пайтда шу оддий деформацияларнинг камида иккитаси таъсирида бўлиши мумкин. Бундай ҳолда конструкция қисми мураккаб деформацияга дуч келади. Шунинг учун машина ёки иншоот қисмларининг кўндаланг кесимида бир вақтда иккита ва ундан ортиқ ички куч факторлари ҳосил бўлади. Натижада кесим юзасида шундай мураккаб кучланганлик ҳолати келиб чиқадики, кучларнинг мустақиллик аломатига асосан бу кучланганлик ҳолати оддий кучланганликлар йиғиндисидан иборат деб қараш мумкин. Кучларнинг мустақиллик аломатини мураккаб деформацияга татбиқ этиш учун элементнинг деформацияси кичик ва унинг материали Гук қонунига бўйсунishi керак. Мураккаб деформацияга — валнинг бир вақтда буралиш билан эгилиш таъсирида бўлиши: қийшиқ эгилиш, марказлашмаган сиқилиш ёки чўзилиш ва ҳ.к. мисол бўлади.

10.1. ЭГИЛИШ БИЛАН БУРАЛИШНИНГ БИРГАЛИҚДАГИ ТАЪСИРИ

Буралишга ишлайдиган стержень вал дейилади. Вал машина, станок ва механизмларнинг ҳаракатга келтирувчи асосий элементи бўлиб, кўпинча буралиш билан эгилиш деформацияларининг таъсири натижасида ишлайди. Шкивга ўрнатилган ременларнинг, таранглик кучларнинг валга босими (P) таъсирида эгилиш деформацияси: ременни етакловчи ва етакланувчи қисмларининг таранглик кучлари вал кесимининг марказига нисбатан моментлари (M_1 , M_2) таъсирида буралиш деформацияси ҳосил бўлади.

$$\begin{aligned} M_1 &= T_1 R_1 - t R_1 = t_1 R_1, & M_2 &= t_2 R_2 \\ P_1 &= T_1 + t_1 = 3t_1 \text{ ва } & P_2 &= 3t_2 \end{aligned}$$

Демак, валнинг кесимда буралишдаги буровчи момент; эгилишдаги эгувчи момент ва кўндаланг куч ҳосил бўлади.

Буровчи момент таъсирида валнинг кўндаланг кесимда буралишидаги уринма кучланиши ҳосил бўлади:

$$\tau_6 = \frac{M_6}{W_\rho} \quad (10.1)$$

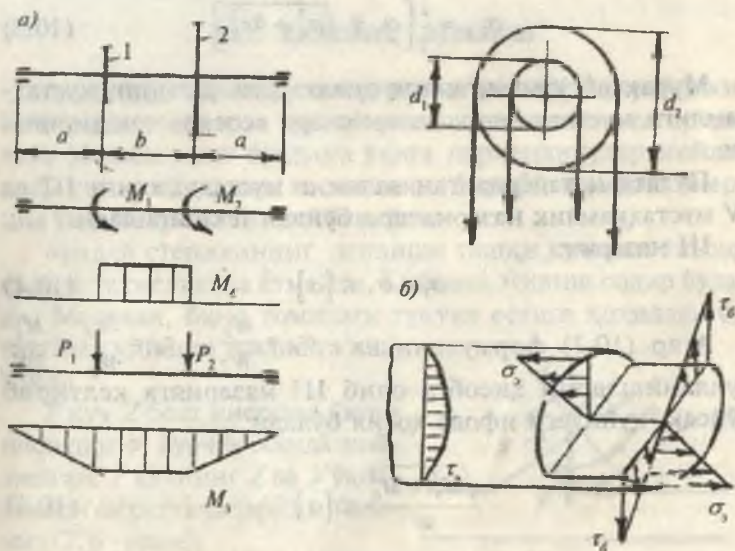
Уринма кучланиш вал кесимининг четки нуқталарида энг катта қийматга эришади (274-а расм).

Кўндаланг куч Q таъсиридаги уринма кучланиш буровчи моментдан ҳосил бўлган уринма кучланишга нисбатан кичикдир.

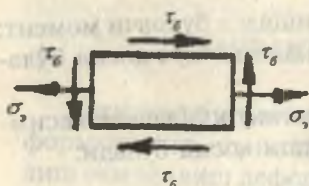
Бу кучланиш вал кесимининг марказида энг катта қийматга эришади. Лекин вални ҳисоблашда бу кучланишнинг таъсири сезиларли эмас.

Эгувчи момент таъсирида валнинг кўндаланг кесимда эгилишида нормал кучланиш ҳосил бўлади (274-б расм):

$$\sigma_x = \frac{M_x}{W_x} \quad (10.2)$$



274-расм.



275-рasm.

Нормал кучланиш вал кесимининг четки нуқталарида энг катта қийматга эришади ва кесим марказида нолга тенг (274-б расм).

Демак, вал кесимининг четки нуқтасида $\tau_0 = \tau_{0\max}$ ва $\tau_0 = \tau_{\max}$ бўлиб, бу нуқта атрофида ажратилган элементар юза хавфли ҳолатда ва мураккаб кучланганлик ҳолатида экан.

Ажратилган элементнинг олд қисми ва унга параллел бўлган орқа томони ҳар қандай кучланишлар таъсиридан озод. Шунинг учун бу юза бош юза (275-рasm) экан ва бу юзадаги бош нормал кучланиш нолга тенг.

Учта бош кучланишлардан биттаси нолга тенг бўлган ҳолатдаги элементнинг кучланганлик ҳолати текис кучланганлик ҳолатидир. Текис кучланганлик ҳолатидаги элементнинг мустаҳкамлиги элементнинг бошқа юзаларидаги бош кучланишларига боғлиқдир.

Бош кучланишлар қуйидаги формула билан топилади:

$$\sigma_{1,3} = \frac{1}{2} \left[\sigma_0 \pm \sqrt{\sigma_0^2 + 4\tau_0^2} \right] \quad (10.3)$$

Мураккаб кучланганлик ҳолатидаги валнинг мустаҳкамлиги мустаҳкамлик назариялари асосида текширилади.

Пулатдан тайёрланган валнинг мустаҳкамлиги III ва IV мустаҳкамлик назариялари бўйича текширилади.

III назария:

$$\sigma_1 - \sigma_3 \leq [\sigma] \quad (10.4)$$

Агар (10.3) формулани ва $\sigma_0 = \frac{M_0}{W}$, $\tau_0 = \frac{M_0}{W_p} = \frac{M_0}{2W}$ кучланишларни ҳисобга олиб III назарияга келтириб қўйсак, қуйидаги ифода ҳосил бўлади:

$$\frac{\sqrt{M_0^2 + M_0^2}}{W} \leq [\sigma] \quad (10.5)$$

Бу ерда $\sqrt{M_s^2 + M_6^2} = M$ келтирилган момент деб қабул қиламиз.

Вални мустаҳкамлик шарти: $\frac{M_{\text{кел}}}{W} \leq [\sigma]$

Вал кесимнинг ўлчамлари қуйидагича топилади:

$$W = \frac{M_{\text{кел}}}{[\sigma]}$$

Агар $W = \frac{\pi \cdot d^3}{32}$ бўлса, валнинг диаметри:

$$d = \sqrt[3]{\frac{32 M_{\text{кел}}}{\pi \cdot [\sigma]}} \quad (10.6)$$

IV назария: $\sqrt{\sigma_s^2 + 3\tau_6^2} \leq [\sigma]$, σ_s , τ_6 ларнинг ифодаларини ҳисобга олсак,

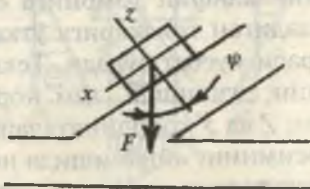
$$\frac{\sqrt{M_s^2 + 0,75M_6^2}}{W} \leq [\sigma] \quad \text{ва} \quad W = \frac{\sqrt{M_s^2 + 0,75M_6^2}}{[\sigma]} = \frac{M_{\text{кел}}}{[\sigma]} \quad (10.7)$$

10.2. ҚИЙШИҚ ЭГИЛИШ

Амалиётда шундай конструкция қисмлари учрайдики, бу ҳолатда элементга қўйилган ташқи кучнинг таъсир чизиғи элементнинг бўйлама ўқиға перпендикуляр жойлашиб, унинг кўндаланг кесимининг бирорта ҳам бош инерция ўқлари текислигидан ўтмайди.

Бундай стерженнинг эгилиши ташқи кучнинг таъсир қилиш текислигида ётмайди. Қийшиқ эгилиш содир бўлади. Масалан, бино томидаги тунука остиға қоқиладиган тахталар қийшиқ эгилишға ишлайди.

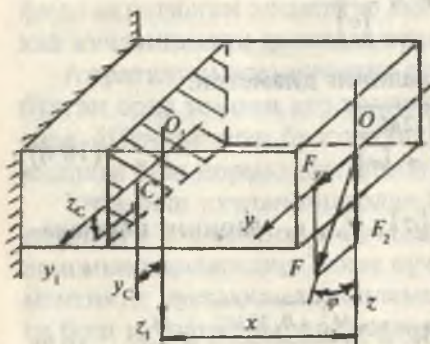
F куч Z бош инерция ўқиға нисбатан φ бурчак остиға жойлашган. F кучнинг Z ва U ўқларидаги ажратувчиларини топамиз (276 - расм):



$$F_z = F \cos \varphi \quad \text{ва} \quad F_y = F \cdot \sin \varphi$$

Ихтиёрий X масофада жойлашган бош инерция ўқлари (Z_1 ва Y_1) га нисбатан F_z ва F_y кучларининг эгувчи моментлари қуйидагича ёзилади:

$$\begin{aligned} M_{y1} &= -F_z \cdot X = -F \cdot X \cos \varphi \\ M_{z1} &= -F_y \cdot X = -F \cdot X \sin \varphi \end{aligned} \quad (10.6)$$



276-расм.

Агар $M = F_x$ деб қабул қилсак, $M_y = M \cos \varphi$ ва $M_z = M \sin \alpha$ ҳосил бўлади. Демак, стерженнинг кўндаланг кесимида иккита эгувчи момент пайдо булар экан ва бу моментлар стерженни иккита бош инерция текисликларида эгади.

Стерженнинг кесим юзасидан танланган ихтиёрий S нуқтаси кучланишининг формуласини ёзамиз:

$$\sigma_c = -\frac{M_y \cdot Z_c}{I_y} - \frac{M_z \cdot Y_c}{I_z} = -M \left(\frac{\cos \varphi \cdot Z_c}{I_y} + \frac{\sin \varphi \cdot Y_c}{I_z} \right)$$

Бу ерда: I_y ва Z_c стержень кесимининг Y ва Z ўқларига нисбатан инерция моменти.

Z_c ва Y_c стержень кесимидан ажратилган S нуқтанинг координаталари. S нуқта стерженнинг сиқиладиган толалари томонида жойлашганлиги учун σ_c нормал кучланишнинг ишораси манфий. Агар, S нуқтани координата ўқларининг манфий томонига ёки стержень материалининг чўзиладиган толаларига ўтказсак, нормал кучланишнинг ишораси мусбат бўлади. Текис кўндаланг эгилишдагилек, қийшиқ эгилишда ҳам нормал кучланишнинг қиймати асосан Z ва Y координаталарига боғлиқ. Қийшиқ эгилишда кесимнинг айланишида нейтрал ўқдан энг узоқда жойлашган толаси энг катта деформацияга учрайди. Шунинг

учун қийшиқ эгилишда хавфли ҳолатдаги нуқтани аниқлаш учун аввало стерженнинг кесимида нейтрал ўқнинг ҳолати ва ундан энг узоқда жойлашган нуқта топилади. Текис кундаланг эгилишдан маълумки, нормал кучланиш нейтрал қатламда нолга тенг, яъни:

$$O = -M \left(\frac{\cos \varphi \cdot Z_o}{I_y} + \frac{\sin \varphi \cdot Y_o}{I_z} \right) \text{ ёки}$$

$$\frac{\cos \varphi \cdot Z_o}{I_y} + \frac{\sin \varphi \cdot Y_o}{I_z} = 0 \quad (10.9)$$

Бу ерда: Z_o ва Y_o нормал кучланиши нолга тенг бўлган ҳолатга тўғри келувчи нуқтанинг координаталари. (10.9) формулага асосан нейтрал ўқ координата бошидан ўтувчи тўғри чизикдир. Нейтрал ўқ Y ўқига α бурчак остида жойлашган (277-расм).

(10.9) формуладан

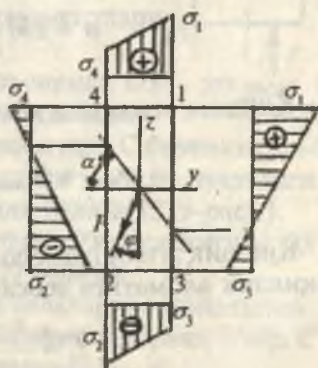
$$\left[\frac{Z_o}{Y_o} \right] = \operatorname{tg} \alpha \quad (10.10)$$

ҳосил қиламиз. 277-расмдан кўринишича, $\left[\frac{Z_o}{Y_o} \right] = \operatorname{tg} \alpha$, у ҳолда (10.10) формулани қуйидагича ёзамиз:

$$\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} \varphi \frac{I_y}{I_z} \quad (10.11)$$

ёки $\operatorname{tg} \varphi = \operatorname{tg} \alpha \cdot \frac{I_z}{I_y}$ (10.11) формуладан қийшиқ эгилишда кесим нейтрал ўқининг ҳолати ташқи кучнинг қийматига эмас, балки кучнинг Z ўқига олишган бурчаги φ га ва кесимнинг шаклига боғлиқ экан.

Масалан, инерция момен-тлари иккала ўққа нисбатан бир-бирига тенг бўлган доира-вий, квадрат — кесимларда



277-расм.

нейтрал ўқ ташқи кучнинг таъсир чизигига перпендикуляр жойлашади, яъни $\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} \varphi$ қолган барча кесимларда нейтрал ўқ куч чизигига перпендикуляр бўлмайди. Томонлари h ва b бўлган тўғри тўртбурчак кесим учун кучнинг таъсир чизиги кесимнинг диагонали бўйича жойлашса, нейтрал ўқ кесимнинг иккинчи диагоналидан ўтади.

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{bh^3 \cdot 12}{b^3 h \cdot 12} \cdot \frac{b}{h} = \frac{h}{b}$$

Шундай қилиб, қийшиқ эгилишда нормал кучланиш қуйидаги формула билан топилади:

$$\sigma = \pm M \left(\frac{\cos \varphi \cdot z}{I_y} + \frac{\sin \varphi \cdot y}{I_z} \right) \quad (10.13)$$

Кесимнинг нейтрал ўқда жойлашган I ва II нуқталарида кучланиш максимал қийматга, нейтрал ўқ устидаги барча нуқталарида нолга тенг ва нейтрал ўққа яқин жойлашган нуқталарда (3 ва 4) минимал бўлади. Кесимнинг турли нуқталари учун топилган кучланишларнинг қийматлари ёрдамида қийшиқ эгилишдаги кучланиш эпюрасини қуриш мумкин. (10.13) формулада кўпинча $\frac{I_y}{z_{\max}} = W_y$, $\frac{I_z}{y_{\max}} = W_z$ ифода билан алмаштирилади ва қуйидаги формула ҳосил бўлади:

$$\sigma = \pm M \left(\frac{\cos \varphi}{W_y} + \frac{\sin \varphi}{W_z} \right) \quad (10.14)$$

Қийшиқ эгилишда мустаҳкамлик шарт:

$$\sigma_{\max} = M_{\max} \left(\frac{\cos \varphi}{W_y} + \frac{\sin \varphi}{W_z} \right) \leq [\sigma] \quad (10.15)$$

Қийшиқ эгилишда кўчишни аниқлаш. Кучларнинг мустақиллик аломатига асосан:

$$f_z = \frac{F_z \ell^3}{3EI_y} \quad \text{ва} \quad f_y = \frac{F_y \ell^3}{3EI_z} \quad (10.16)$$

Унда тўлиқ кўчиш:

$$f = \sqrt{f_z^2 + f_y^2} = \frac{Fl^3}{3E} \sqrt{\frac{\cos^2 \varphi}{I_y^2} + \frac{\sin^2 \varphi}{I_z^2}}$$

Юқоридаги формулалардан кўринадики, стерженнинг эгилиши унинг бикрлигига боғлиқ.

$$\frac{f_y}{f_z} = \operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} \varphi \cdot \frac{I_y}{I_z} \quad \text{ва}$$

$$f = \frac{f_y}{\sin \alpha} = \frac{f_z}{\sin \alpha} \quad \text{ни ҳосил қила-$$

миз. Агар $\alpha = \varphi$ бўлса, стерженнинг эгилиши нейтрал ўққа перпендикуляр текислиги F а содир бўлади.



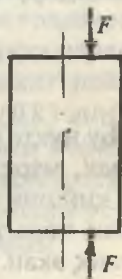
10.3. МАРКАЗЛАШМАГАН СИҚИЛИШ (ЧЎЗИЛИШ)

Марказлашмаган сиқилиш (278-рasm) қурилишда бино устунларини ҳисоблашда кўп учрайди. XOY ўқларига нисбатан X_F ва Y_F масофаларда жойлашган F куч таъсиридаги бруснинг марказлашмаган сиқилишини кўриб чиқайлик. F куч таъсирида бруснинг исталган кесимида $N = -F$ сиқувчи бўйлама куч ва $M_x = -FY$ ва $M_y = -FX$ эгувчи моментлари ҳосил бўлади.

Брус M_y эгувчи momenti таъсирида OY нейтрал ўқи атрофида OX текислигида эгилади. Кесимдан ажратилган ихтиёрий нуқта C бруснинг сиқиладиган толаларида жойлашганлиги учун бу нуқтадаги нормал кучланиш манфий ишорали бўлади (279-рasm).

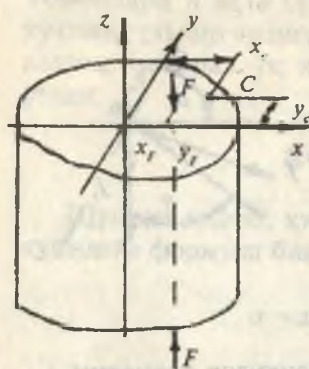
$M_x = FY$ momenti таъсиридан брус OY текислигида OX нейтрал ўқи атрофида эгилади (279-рasm).

С нуқта бруснинг сиқиладиган толаларида жойлашган. Шунинг учун нормал кучланиш манфий ишорали. Унда C нуқтадаги кучланиш қуйидагича топилади:



278-рasm.

$$\sigma_c = -\frac{F}{A} - \frac{FY_F \cdot Y_c}{I_x} - \frac{FX_F \cdot X_c}{I_y} = -F \left(\frac{1}{A} + \frac{Y_F Y_c}{I_x} + \frac{X_F X_c}{I_y} \right) \quad (10.17)$$



279-расм.

Агар $\frac{I_x}{A} = i_x^2$ ва $\frac{I_y}{A} = i_y^2$ брус кесимининг X ва Y ўқларига нисбатан инерция радиусларини ҳисобга олсак:

$$\sigma_c = -\frac{F}{A} \left(1 + \frac{Y_F Y_c}{i_x^2} + \frac{X_F X_c}{i_y^2} \right) \quad (10.18)$$

(10.18) формуладан кўринишича, сиқилган брус исталган нуқтасининг кучланишини топиш мумкин. Бунинг учун нуқтанинг координаталари X ва Y ишораларини ҳисобга олиш керак. Масалан, координаталари X_B ва Y_B бўлган кесимдан ихтиёрий танланган B нуқтадаги кучланишнинг ишораси мусбатдир, чунки:

$$\sigma_B = -\frac{F}{A} \left(1 - \frac{Y_F Y_B}{i_x^2} - \frac{X_F X_B}{i_y^2} \right) \quad (10.19)$$

Бу нуқта бруснинг чўзиладиган толаларида жойлашган. Демак, марказлашмаган сиқилишда ҳам оддий кўндаланг ёки қийшиқ эгилишдаги каби нормал кучланиш нуқтанинг қайси чорагида ёки қайси толаларида жойлашганлигига боғлиқ экан. Марказлашмаган сиқилишда бруснинг хавфли ҳолатидаги материални аниқлаш учун, аввало, брус кесимининг нейтрал ўқининг ҳолати ва ундан энг узоқда жойлашган нуқтасини топамиз. Кўндаланг эгилишдан маълумки, нейтрал ўқда нормал кучланиш нолга тенг, яъни:

$$\sigma = -\frac{F}{A} \left(1 + \frac{X_F X_0}{i_y^2} + \frac{Y_F Y_0}{i_x^2} \right) = 0$$

Бу ерда X_0 ва Y_0 — нейтрал ўқ устида жойлашган нуқтанинг координаталари. $\frac{F}{A} \neq 0$ бўлмаганлиги учун:

$$1 + \frac{X_F X_o}{I_y^2} + \frac{Y_F \cdot Y_o}{I_x^2} = 0 \quad (10.19)$$

ҳосил бўлади

(10.19) тенглама нейтрал ўқ тенгламаси. Нейтрал ўқ координата бошидан ўтмайдиган тўғри чизиқдир.

Бу тенгламадан XOY координата бошидан нейтрал ўқчага бўлган масофалар — X_o ва Y_o ларни топиш мумкин.

$Y_o = 0$ бўлса, (10.19) дан $1 + \frac{X_F X_o}{I_y^2} = 0$ ифодани оламиз.

Шунингдек, $X_o = 0$ бўлса, $1 + \frac{Y_F \cdot Y_o}{I_x^2} = 0$ ҳосил бўлади. Бу тенгламаларни ечиб,

$$X_o = -\frac{I_y^2}{X_F} \text{ ва } Y_o = -\frac{I_x^2}{Y_F} \quad (10.20)$$

нейтрал ўқ координата ўқларининг кесишидан ҳосил бўлган кесмаларни топамиз.

Демак, нейтрал ўқ X ва Y ўқларини X_o ва Y_o масофалардан кесиб ўтар экан (280-расм). Нейтрал ўқ кесим юзасини икки қисмга, чўзиладиган ва сиқиладиган толаларга ажратади. Агар кесимнинг контурига нейтрал ўққа параллел қилиб уринмалар ўтказсак, брус кесимининг нейтрал ўқдан энг узокда жойлашган нуқталарини (ДК) аниқлаймиз. Кесимдаги энг катта чўзувчи ва сиқувчи нормал кучланишлар D ва K нуқталарда ҳосил бўлади (280-расм). D нуқта бруснинг чўзилган толасида жойлашганлиги учун нормал кучланиш мусбат, K нуқтада эса манфий:

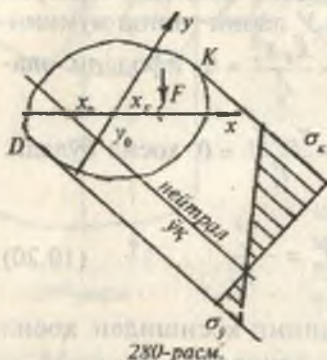
$$\sigma_{D,K} = \pm \frac{F}{A} \left(1 \pm \frac{X_F \cdot X_{D1K}}{I_y^2} \pm \frac{Y_F \cdot Y_{D1K}}{I_x^2} \right) \quad (10.21)$$

Нормал кучланиш кесим юзасида тўғри чизиқли қонуният билан ўзгаради ва кесимнинг контурида энг катта қийматга эришади.

Кесим юзаси тўғри тўртбурчакдан иборат бўлган бруснинг марказлашмаган сиқилишида, кесимнинг нейтрал ўқини турли ҳолларда ўзгартириб қўрамиз (282-расм).

Куч OY ўқи бўйлаб ($X_A = e$; $Y_F = 0$) йўналган (10.18) формуладан қуйидагини топамиз:

$$\sigma = -\frac{F}{A} \pm \frac{M_y}{W_y} = -\frac{F}{A} \pm \frac{Fe}{hb^2} = -\frac{F}{A} \left(1 + \frac{6e}{b} \right) \quad (10.22)$$



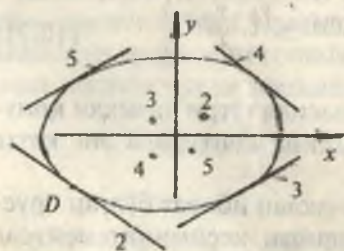
280-расм.

Бу формуладан кўриниб турибдики, $e = 0$ бўлганда кесимнинг барча нуқталарида бир хил кучланиш пайдо бўлади.

Кесим ядроси. Техникада ва қурилишда учрайдиган айрим материаллар (бетон, гишт, ёғоч, чўян, шиша) чўзилиш ва сиқилишга бир хил қаршилик кўрсата олмайди. Бундай материалларнинг кесим юзасида икки хил ишорали кучланиш ҳосил бўлиши ноқулай, яъни мақсад-

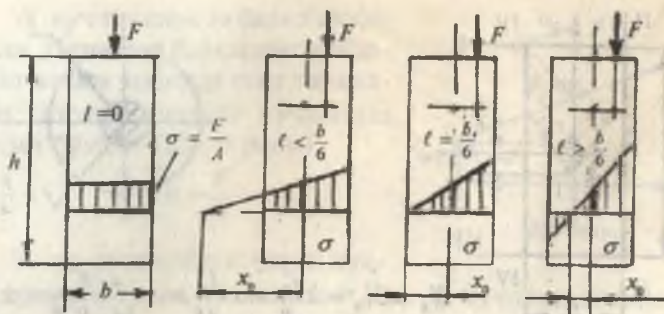
га мувофиқ эмас.

Масалан, мўрт материаллар сиқилишга нисбатан чўзилишда тез емирилади. Шунинг учун мўрт материалдан тайёрланган брус марказлашмаган сиқилишга учраса, қўндаланг кесим юзасида бир хил ишорали кучланиш (сиқувчи) ҳосил бўлгани маъқул. Бунинг учун кесимнинг нейтрал ўқининг эгаллаган ўрнини ўзгартириш керак. Масалан, (10.20) формулага асосан X_0 ва Y_0 масофаларни шундай танлаш мумкинки, бу ҳолатда нейтрал ўқ кесимнинг контурига D нуқтада уринма бўлиб қолади. Унда



281-расм.

F куч кесимнинг марказига яқинлашади ва 2 нуқтада жойлашади. Худди шундай 3,4,5 нуқталарни кесимнинг маркази атрофида айлантирсак, бу нуқталарга мос равишда 3,4,5 чизиқлар, яъни нейтрал ўқларнинг ҳолатлари тўғри келади. Нейтрал



282-расм.

Ўқлар кесимнинг сиртига уринма бўлиб жойлашади. Нейтрал ўқларнинг бу ҳолатларига тўғри келадиган чексиз куч нуқталарни кесимнинг маркази атрофида айлантирилишида ҳосил бўлган эгри чизиқли соҳа кесим ядроси дейилади.

Кесим ядроси ичига қўйилган ҳар қандай ташқи куч кесим юзасида бир хил ишорали кучланишни юзага келтиради.

Масалан, томонлари b ва h бўлган тўғри тўртбурчакли кесим учун кесим ядросини топамиз. Бунинг учун кесимнинг томонларига уринмалар ўтказамиз, I—I уринмани

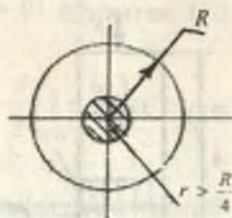
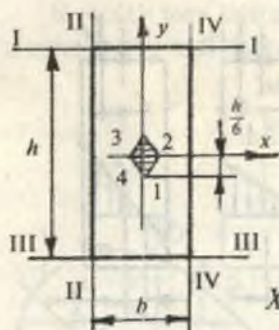
XOY координата системасидаги координаталари: $X_o = -\frac{i_y^2}{x_s}$

ва $Y_o = -\frac{i_x^2}{y_s}$ формулаларидан фойдаланиб кесим ядроси-

нинг координаталарини топамиз:

$$X_F = X_s = -\frac{i_y^2}{\infty}; \quad Y_F = Y_s = -\frac{i_x^2}{\frac{h}{2}} = -\frac{2I_x}{hA} = -\frac{2bh^3}{12bh^2} = -\frac{h}{6}$$

Шундай қилиб, I—I уринмага тўғри келувчи кесим ядросининг I нуқтаси OY ўқида OX ўқидан $Y_s = -\frac{h}{6}$ масофада жойлашади. III—III уринмага тўғри келадиغان кесим ядросининг 3 нуқтаси ҳам OY ўқида OX ўқдан $Y_s = \frac{h}{6}$ масофада жойлашади. II—II ва IV—IV уринмалар учун $Y_s = 0$



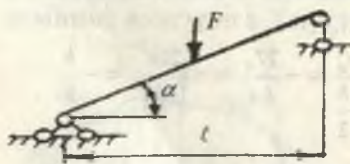
$$X_s = Y_s = \pm \frac{I_x^2}{R} = \pm \frac{I_x}{AR} = \pm \frac{\pi \cdot R^4}{4\pi \cdot R^2 R} = \pm \frac{R}{4}$$

283-расм.

ва $X_s = \pm \frac{h}{6}$ ҳосил бўлади. 1, 2, 3, 4 нуқталарни тўғри чизиклар билан туташтирсак, ромб ҳосил бўлади (283-расм). Доиравий кесим учун кесим ядроси доиранинг маркази атрофида жойлашган ва радиуси $r = \frac{R}{4}$ бўлган доира бўлади (283-расм).

10.4. ЭГИЛИШ БИЛАН ЧЎЗИЛИШНИ ЁКИ СИҚИЛИШНИНГ БИРГАЛИҚДАГИ ТАЪСИРИ

Ташқи F куч билан юкланган балка шарнирли таянчга таянган ва горизонтга нисбатан α бурчақда жойлашган (284-расм) F кучни балка кесимининг бўйлама ўқиға ва нормалиға проекциялаш мумкин (285-расм):



284-расм.

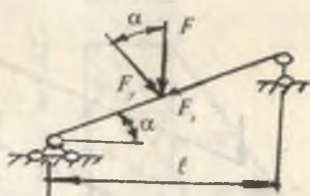
$$F_y = F \cos \alpha \quad \text{ва} \quad F_x = F \sin \alpha$$

F_y куч таъсирида балка оддий кўндаланг эгилишда бўлади.

Натижада балканинг кўндаланг кесимида эгилишдаги, яъни эгувчи момент таъсиридаги нормал кучланиш ҳосил бўлади (286-а расм).

F_x куч таъсирида балка сиқилади. Натижада балканинг қўндаланг кесим юзасида тенг тарқалган сиқувчи нормал кучланиш ҳосил бўлади (286-б расм):

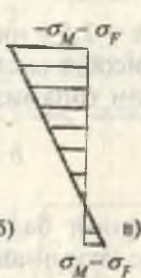
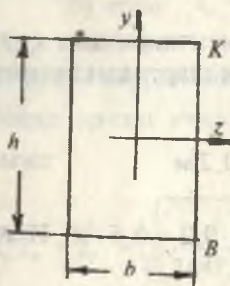
$$\sigma_F = -\frac{F}{A}$$



285-расм.

Балка кесимининг четки нуқталаридаги тўлиқ кучланиш σ_M ва σ_F кучланишларининг йиғиндисига тенг бўлади (286-в, расм):

$$\sigma = \pm \frac{M}{W_z} \pm \frac{F}{A} \quad \text{ёки} \quad \sigma_K = -\frac{M}{W_z} - \frac{F}{A} \quad \text{ва} \quad \sigma_B = \frac{M}{W_z} - \frac{F}{A}$$



286-расм.

1-масала. Берилган $F = 15 \text{ кН}$; $\ell = 2 \text{ м}$; $h : b = 2,5$

Балка кесимининг ўлчамлари аниқлансин ва хавфли нуқталардаги кучланишлар топилсин (287-расм).

Балканинг таянч кесимидаги M_x ва M_y эгувчи моментларни аниқлаймиз ва эпюрасини қурамиз:

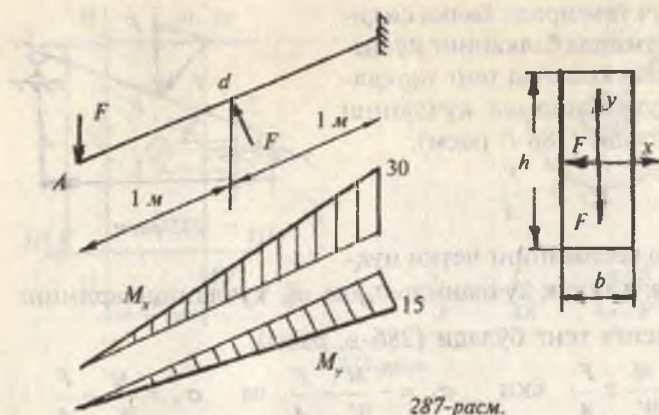
$$M_x = 2F = 30 \text{ кНм}$$

$$M_y = F = 15 \text{ кНм}$$

Балканинг мустаҳкамлик шартини ёзамиз:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_x}{W_x} + \frac{M_y}{W_y} \leq [\sigma]$$

$$\text{ва} \quad \frac{6M_x}{bh^2} + \frac{6M_y}{b^2h} \leq [\sigma]$$



Агар $h = 2,5 b$ ни ва M_x, M_y моментларининг қийматларини ҳисобга олсак, мустаҳкамлик шартидан кесимнинг эни — b ни топамиз:

$$b = \sqrt[3]{\frac{405}{6,25 \cdot 8 \cdot 10^3}} \approx 0,2 \text{ м}$$

Кесимнинг баландлиги $h = 2,5 \cdot 0,2 = 0,5 \text{ м}$. Нейтрал ўқнинг ҳолатини аниқлаймиз:

$$|\operatorname{tg} \varphi| = \left| \frac{M_y}{M_x} \cdot \frac{I_x}{I_y} \right| = \operatorname{tg} \beta \frac{I_x}{I_y}$$

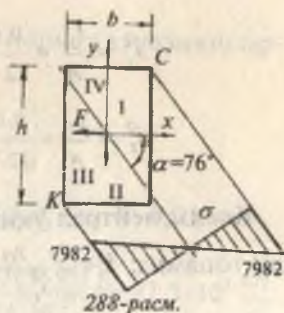
Бу ерда $I_x = \frac{bh^3}{12}$ ва $I_y = \frac{b^3h}{12}$ кесимнинг X ва Y ўқларига нисбатан инерция моментлари; $\operatorname{tg} \beta = \frac{M_y}{M_x} = \frac{15}{30} = 0,5$ — нейтрал ўқнинг бурчак коэффиценти.

$$I_x = \frac{0,2 \cdot (0,5)^3}{12} = 2,1 \cdot 10^{-3} \text{ м}^4; \quad I_y = \frac{0,5 \cdot (0,2)^3}{12} = 3,4 \cdot 10^{-4} \text{ м}^4$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{2,1 \cdot 10^{-3}}{3,4 \cdot 10^{-4}} \cdot 0,5 = 4,242 \quad \text{ёки} \quad \varphi = 76^\circ$$

Агар куч таъсир чизиғи I—III чораклардан ўтса, нейтрал ўқ II—IV чораклардан ўтиши керак; агар кучнинг

таъсир чизиги II—IV чораклардан ўтса, нейтрал чизиқ I—III чораклардан ўтиши керак. Кесимнинг C ва K нуқталари нейтрал ўқдан энг узоқда жойлашганлиги учун нормал кучланиш катта қийматга эришади. Иккита нуқтадан C нуқта энг хавфли ҳолатда, чунки бу нуқтада қўзувчи кучланиш ҳосил бўлади.



$$\sigma_c = \frac{M_x}{I_x} \cdot y_c + \frac{M_y}{I_y} \cdot x_c$$

Бу ерда: $x_c = \frac{b}{2} = 0,1 \text{ м}$, $y_c = \frac{h}{2} = 0,25 \text{ м}$

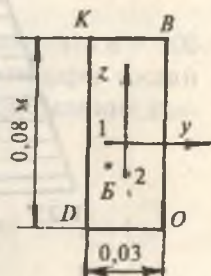
C нуқта координатлари. У ҳолда: $\sigma_c = -7982 \frac{\text{кН}}{\text{м}^2}$

Балка эркин учининг (A нуқта) тўлиқ салқилигини топамиз:

$$f = \sqrt{f_x^2 + f_y^2} = \sqrt{\left(\frac{F l^3}{3 E I_y}\right)^2 + \left(\frac{F l^3}{3 E I_x}\right)^2} = \frac{F l^3}{3 E} \sqrt{\frac{1}{(I_y)^2} + \frac{1}{(I_x)^2}} =$$

$$= \frac{15 \cdot 8}{3 \cdot 2 \cdot 10^8} \sqrt{(8 \cdot 0,00034)^2 + (0,0021)^2} = 33,34 \cdot 10^{-5} \text{ м}$$

2-масала. Узунлиги $\ell = 1,5 \text{ м}$ бўлган пўлат стержень $F = 60 \text{ кН}$ куч таъсирида қўзилади. Тўғри бурчакли кесимнинг K , C , B , D нуқталарининг кучланишлари топилсин.



Ечиш. Кесимнинг B нуқтасининг координатлари $y_B = -1 \text{ см}$ ва $z_B = -2 \text{ см}$. Стержень қўндаланг кесим юзасининг геометрик тавсифларини топамиз:

Кесим юзаси $A = 3 \cdot 8 = 24 \text{ см}^2 = 2,4 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2$

Инерция радиуслари:

$$i_y^2 = \frac{I_y}{A} = \frac{0,03(0,08)^3}{12 \cdot 2,4 \cdot 10^{-3}} = 0,0534 \cdot 10^{-2} \text{ м}^2$$

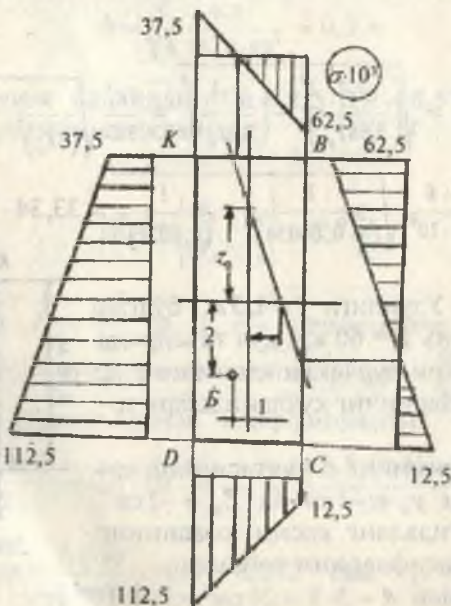
$$i_z^2 = \frac{I_z}{A} = \frac{0,08(0,03)^3}{12 \cdot 2,4 \cdot 10^{-3}} = 0,075 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2$$

Кесим нейтрал ўқининг ҳолатини қуйидаги тенгламадан топамиз: $1 + \frac{y_F \cdot y_0}{i_z^2} + \frac{z_F \cdot z_0}{i_y^2} = 0$

Агар $Z_0 = 0$ бўлса, $y_0 = -\frac{i_z^2}{y_F} = \frac{0,075 \cdot 10^{-3}}{0,01} = 7,5 \cdot 10^{-3} \text{ м}$

Агар $y_0 = 0$ бўлса, $Z_0 = -\frac{i_y^2}{z_F} = \frac{0,0534 \cdot 10^{-2}}{0,02} = 2,67 \cdot 10^{-2} \text{ м}$

Демак, нейтрал ўқ кесимнинг ZOY координата ўқларининг мусбат чорагидан y_0 ва Z_0 масофаларда кесиб ўтар экан.



290-расм.

Кесимнинг *КВСД* нуқталаридаги нормал кучланишларни қуйидаги формуладан топамиз:

$$\sigma = \frac{F}{A} \left(1 + \frac{y_F y}{l_z^2} + \frac{z_F z}{l_y^2} \right)$$

К нуқтанинг кучланиши: $z_k = 0,04 \text{ м}$; $y_k = -0,015 \text{ м}$

$$\sigma_k = \frac{60}{2,4 \cdot 10^{-3}} \left[1 + \frac{(-0,01)(-0,015)}{0,075 \cdot 10^{-3}} + \frac{(-0,02)(-0,04)}{0,0534 \cdot 10^{-2}} \right] = 37,5 \cdot 10^3 \frac{\text{кН}}{\text{м}^2}$$

В нуқтанинг кучланиши: $z_c = 0,04 \text{ м}$; $y_c = -0,015 \text{ м}$

$$\sigma_B = \frac{60}{2,4 \cdot 10^{-3}} \left[1 + \frac{(-0,01)0,015}{0,075 \cdot 10^{-3}} + \frac{(-0,02)0,04}{0,0534 \cdot 10^{-2}} \right] = -62,5 \cdot 10^3 \frac{\text{кН}}{\text{м}^2}$$

С нуқтанинг кучланиши: $z_c = 0,04 \text{ м}$; $y_c = -0,015 \text{ м}$

$$\sigma_c = \frac{60}{2,4 \cdot 10^{-3}} \left[1 + \frac{(-0,01)0,015}{0,075 \cdot 10^{-3}} + \frac{(-0,02)(-0,04)}{0,0534 \cdot 10^{-2}} \right] = 12,5 \cdot 10^3 \frac{\text{кН}}{\text{м}^2}$$

Д нуқтанинг кучланиши: $z_d = 0,04 \text{ м}$; $y_d = -0,015 \text{ м}$

$$\sigma_d = \frac{60}{2,4 \cdot 10^{-3}} \left[1 + \frac{0,01 \cdot 0,015}{0,075 \cdot 10^{-3}} + \frac{0,02 \cdot 0,04}{0,0534 \cdot 10^{-2}} \right] = 112,5 \cdot 10^3 \frac{\text{кН}}{\text{м}^2}$$

Кесимнинг *КВ*; *ВС*; *СД* ва *ДК* томонларининг кучланиш эпюраси 290-расмда кўрсатилган.

3-масала. Пулатдан тайёрланган вал минутага $n = 900$ маротаба айланади ва стакланувчи шкивлари билан $N_2 = 10 \text{ кВт}$ ва $N_3 = 20 \text{ кВт}$ қувват узатади. Валнинг диаметри топилсин (291-расм).

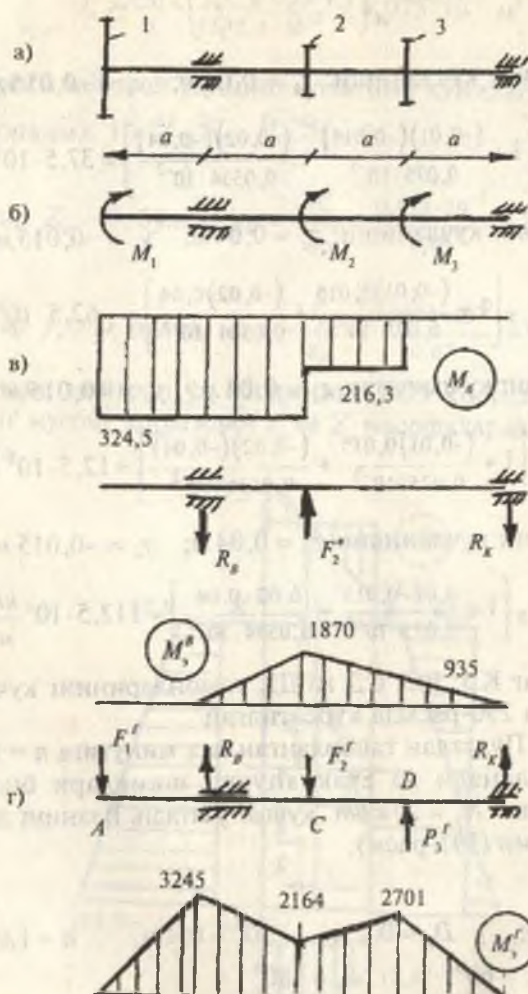
Берилган:

$$D_1 = 0,6 \text{ м}; \quad D_2 = 0,2 \text{ м}; \quad D_3 = 0,4 \text{ м}; \quad a = 1 \text{ м}$$

$$\alpha_1 = 0^\circ; \quad \alpha_2 = 60^\circ; \quad \alpha_3 = 180^\circ$$

Ечиш. Етакловчи шкивнинг узатаётган қуввати етакланувчи шкивлар қувватларининг йиғиндисига тенг бўлади:

$$N_1 = N_2 + N_3 = 10 + 20 = 30 \text{ кВт}$$



291-расм.

Шкивлардаги буровчи моментларни топамиз (291-б расм):

$$M_1 = 973,6 \frac{N_1}{n} = 973,6 \frac{30}{900} = 324,5 \text{ Нм}$$

$$M_2 = 973,6 \frac{N_2}{n} = 973,6 \frac{10}{900} = 108,2 \text{ Нм}$$

$$M_3 = 973,6 \frac{N_3}{n} = 973,6 \frac{20}{900} = 216,3 \text{ Нм}$$

Буровчи моментларнинг йўналишлари етакловчи ременларнинг тортишиш кучлари йўналишлари билан мос. Шкивлардаги моментлар етакланувчи ременнинг тортишиш кучлари билан қуйидагича боғланишда:

$$M_1 = M_2 = t \cdot \frac{D}{2}$$

$$t_1 = \frac{2M_1}{D_1} = \frac{2 \cdot 324,5}{0,6} = 1081,6$$

$$t_2 = \frac{2M_2}{D_2} = \frac{2 \cdot 108,2}{0,2} = 1081 \text{ Н}$$

$$t_3 = \frac{2M_3}{D_3} = \frac{2 \cdot 216,3}{0,4} = 1081 \text{ Н}$$

Бу ерда етакловчи ва етакланувчи ременларнинг тортишиш кучларининг валга нисбатан босим кучини аниқлаймиз:

$$P_1 = 3t_1 = 3 \cdot 1081,67 = 3245 \text{ Н}; \quad P_2 = 3t_2 = 3 \cdot 1081 = 3243 \text{ Н}$$

$$P_3 = 3t_3 = 3 \cdot 1081 = 3245 \text{ Н}$$

Ременлар шкивга турли бурчаклар остида жойлаштирилгани учун тортишиш кучларининг валга нисбатан босими ҳам шу бурчак остига йўналади. F_1 , F_2 ва F_3 кучларнинг вертикал (291-в расм) $P_1^{\text{в}} = 0$; $F_2^{\text{в}} = F_2 \cdot \sin 60^\circ = 3243 \cdot 0,866 = 2805,8 \text{ Н}$; $F_3^{\text{в}} = 0$ ва горизонтал текисликларидаги ажратувчиларни топамиз (291-г расм):

$$F_1^I = F_1 = 3245 \text{ Н}; \quad F_3^I = -F_3 = -3245 \text{ Н}$$

$$F_2^I = F_2 \cdot \cos 60^\circ = 3245 \cdot 0,5 = 1621,5 \text{ Н}$$

Вертикал текислик: $\sum M_B = 0; \quad F_2^B \cdot 1 - R_K \cdot 3 = 0$

дан $R_K = \frac{F_2^B \cdot 1}{3} = \frac{2805,81}{3} = 936,3 \text{ Н}$

$$\sum M_K = -F_2^B \cdot 2 + R_B \cdot 3 = 0 \quad \text{дан} \quad R_B = \frac{2 \cdot 2805,8}{3} = 1870,5 \text{ Н}$$

Текшириш: $\sum y = -1870,5 + 2805,8 - 936,3 = 0$

Эгувчи момент M_s^B ни аниқлаймиз: $0 \leq x_1 \leq 1 \text{ м};$

$$M_s^B = -R_B \cdot x_1$$

$x_1 = 0$ бўлса, $M_s^B = 0$ ва $x_1 = 1$ бўлса, $M_s^B = -1870,8 \text{ Нм}$

$$0 \leq x_2 \leq 2 \text{ м}; \quad M_s^B = -F_K \cdot x_2$$

$x_2 = 0$ бўлса, $M_s^B = 0$ ва $x_2 = 2$ м бўлса, $M_s^B = -1870,5 \text{ Нм}$

Горизонтал текислик:

$$\sum M_B = F_1^I \cdot 1 - F_2^I \cdot 1 + F_3^I \cdot 2 - R_K \cdot 3 = 0$$

$$R_K = \frac{F_1^I \cdot 1 - F_2^I \cdot 1 + F_3^I \cdot 2}{3} = \frac{3245 - 1621,5 + 3243 \cdot 2}{3} = 2701 \text{ Н}$$

$$\sum M_K = F_1^I \cdot 4 - R_B \cdot 3 + F_2^I \cdot 2 - F_3 \cdot 1 = 0$$

$$R_B = \frac{F_1^I \cdot 4 + F_2^I \cdot 2 - F_3^I \cdot 1}{3} = \frac{3245 \cdot 4 + 1621,5 - 3243 \cdot 1}{3} = 4326,7 \text{ Н}$$

Эгувчи момент M_s^I ни аниқлаймиз: $0 \leq x_1 \leq 1 \text{ м};$

$$M_s^I = -F_1 x_1$$

$x_1 = 0$ бўлса, $M_s^I = 0$ ва $x_1 = 1$ бўлса, $M_s^I = -3245 \text{ Нм}$

$$0 \leq x_2 \leq 1 \text{ м}; \quad M_s^I = -F_1^I (1 + x_2) + R_B x_2$$

$x_2 = 0$ бўлса, $M_s^I = -3245 \text{ Нм}$ ва

$$x_2 = 1 \text{ м бўлса, } M_2^r = -2164 \text{ Нм}$$

$$0 \leq x_3 \leq 1 \text{ м; } M_3^r = -F_1^r (1 + x_3) + R_B (1 + x_3) - F_2^r x_3$$

$$x_3 = 0 \text{ бўлса, } M_3^r = -2164 \text{ Нм ва}$$

$$x_3 = 1 \text{ м бўлса, } M_3^r = -2701 \text{ Нм}$$

$$0 \leq x_4 \leq 1 \text{ м; } M_4^r = -R_k \cdot x_4$$

$$x_4 = 0 \text{ бўлса, } M_4^r = 0 \text{ ва}$$

$$x_4 = 1 \text{ м бўлса, } M_4^r = -2701 \text{ Нм}$$

Тулиқ эгувчи моментни M_s^B ва M_s^r моментларнинг йиғиндиси сифатида топамиз: $M_s^2 = (M_s^B)^2 + (M_s^r)^2$

$$M_{xA} = 0; \quad M_{xB} = \sqrt{0 + (M_1^r)^2} = 3245 \text{ Нм}$$

$$M_{x\kappa} = \sqrt{(2164)^2 + (1870,8)^2} = 2862 \text{ Нм}$$

$$M_{xo} = \sqrt{(2701)^2 + (935,3)^2} = 2862 \text{ Нм; } M_{xx} = 0$$

Эгувчи ва буровчи момент эпюраларига асосан В таянч кесими хавфли ҳолатда бўлади (291-в, г расм).

III— мустаҳкамлик назариясига асосан келтирилган моментни топамиз:

$$M_{\kappa\kappa} = \sqrt{M_x^2 + M_0^2} = \sqrt{(3245)^2 + (324,5)^2} = 3261,2 \text{ Нм}$$

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\kappa\kappa}}{W} \leq [\sigma] \quad \text{ёки} \quad \frac{32 M_{\kappa\kappa}}{\pi \cdot d^3} = [\sigma]$$

Бу ерда:

$$d = \sqrt[3]{\frac{32 M_{\kappa\kappa}}{\pi [\sigma]}} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 3261,2}{3,14 \cdot 8 \cdot 10^7}} = 0,0746 = 74,6 \text{ мм}$$

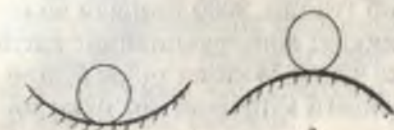
$d = 80 \text{ мм}$ деб қабул қиламиз.

1. Мураккаб қаршилиқлар нима?
2. Мураккаб қаршилиқлар турларини айтинг.
3. Вални буралиш билан эгилишида кесим юзасида қандай кучланишлар ҳосил бўлади?
4. Буралиш билан эгилишда мустаҳкамлик шартини ёзинг.
5. Валнинг диаметрини аниқланг.
6. Қийшиқ эгилиш схемасини чизинг.
7. Қийшиқ эгилишда нейтрал ўқ тенгламасини ёзинг?
8. Қийшиқ эгилишда мустаҳкамлик шарти формуласини ёзинг.
9. Қийшиқ эгилишда мустаҳкамлик шарти формуласидан фойдаланиб кесимни танланг.
10. Марказий бўлмаган ҳўзилиш ва сиқилишда нормал кучланиш формуласини ёзинг.
11. Марказий бўлмаган ҳўзилиш ва сиқилишда кесимнинг нейтрал ўқ тенгламасини ёзинг.
12. Марказий бўлмаган ҳўзилиш ва сиқилишда мустаҳкамлик шарт формуласини ёзинг.
13. Кесим ядроси нима?
14. Марказий бўлмаган ҳўзилиш ва сиқилишда деформация қандай аниқланади?
15. Марказий бўлмаган ҳўзилиш ва сиқилишда нормал кучланиш стержень кесим юзасида қандай қонуният билан ўзгаради?

СИҚИЛГАН СТЕРЖЕНЛАРНИ УСТУВОРЛИККА ҲИСОБЛАШ

Устуворлик ҳақида тушунча. Купгина инженерлик иншоотларини ҳисоблашда уларнинг мустаҳкамлик шарти билан бир қаторда устуворлиги ҳам таъминланиши керак.

Ботиқ ёки қабариқ сирт устида ётган шарнинг мувозанат ҳолати устувор ёки ноустувор мувозанатга мисол бўлади.



292-расм.

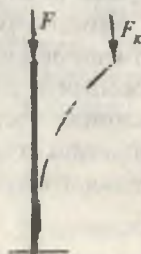
Ботиқ сиртда жойлашган шар исталган ҳолатга оғдирилганда ҳам ўзининг

дастлабки вазиятига қайтади. Шунинг учун шар ботиқ сиртда устувор мувозанатда.

Қабариқ сиртда жойлашган шар кичик миқдорга оғдирилганда пастга думалаб кетади. Шунинг учун бу шар ноустувор ҳолатда.

Секин-аста ўсувчи куч таъсирида стержень сиқилса, кучнинг бирор критик қийматида стержень ўзининг тўғри чизиқли ҳолатини йўқотади (293-расм). Стерженнинг устувор мувозанат ҳолати бузилади. Агар, кучни шу қийматида ушлаб турилса, стерженда мувозанат ҳолат юзага келади ва стерженнинг янги устувор мувозанати содир бўлади.

Агар сиқувчи куч катталаштирилса, стерженнинг ноустуворлиги ошади ва яна кучнинг қиймати ошса, стержень емирилиши мумкин.



293-расм.

Демак, стержень тўғри чизиқли ҳолатидан четга чиқиши ноустувордир. Ноустувор стержень бўйлама эгилиш ҳолатида бўлади. Бўйлама эгилиш жуда хавфлидир, чунки сиқувчи куч озгина орттирилганда стерженнинг эгилиши тез ортади. Натижада эгилишда бўладиган кучланиш ҳам тез ортади, стержень емирилиши мумкин.

Сиқувчи кучнинг критик қийматида стерженнинг кўндаланг кесимида критик кучланиш ҳосил бўлади:

$$\sigma_k = \frac{F}{A} \quad (11.1)$$

Устуворликка нотўғри ҳисоблаш оқибатида жуда кўп конструкцияларнинг емирилиши содир бўлган.

Масалан, 1907 йил АҚШда Шимолий Лаврентия дарёсига қурилган, бош пролётини 549 м бўлган консол системали катта кўприк ағдарилиб тушган. 9000 тоннали конструкция бутунлай ишдан чиққан; конструкциянинг катта қисми сувга 40 м чуқурликка чуқиб 74 киши ҳалок бўлган. Шундай воқеа Квебек дарёсидаги кўприкда ҳам икки марта содир бўлган.

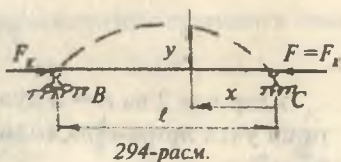
1981 йил май ойида Швейцариянинг Менхенштейн қишлоғидаги кўприкда бўлган ҳалокатли ҳодиса сиқилган стерженларнинг устуворликка пухта ҳисоблаш нақадар зарур ва муҳимлигини кўрсатувчи сабоқдир. Ҳалокат рўй берган пайтда кўприкдан узунлиги 42 м бўлган ва 12 вагондан иборат бўлган пассажир поезда ўтган. Паровоз кўприкдан ўтиб бўлган, лекин дарёга қулаган бта вагон уни ҳам тортиб кетган. Ҳалокатда кўп киши ўлган ва 200 киши ярадор бўлган. Ҳалокат ферманинг сиқилган тирговчуларидан бири устуворлигини йўқотиши натижасида содир бўлган.

11.1. КРИТИК КУЧНИ АНИҚЛАШ ЭЙЛЕР ФОРМУЛАСИ

Икки учи шарнирли таянчга таянган ўзгармас кесимли сиқилаётган стержендаги критик кучни топиш учун стержень эгилган ўқининг дифференциал тенгламасидан фойдаланамиз (294-расм). Сиқилаётган стерженнинг деформацияси эластик бўлиб, критик куч таъсирида стерженнинг кўндаланг кесимида ҳосил бўлган кучланиш стержен материалининг пропорционаллик чегарасидаги кучланишдан катта бўлмайди:

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = -\frac{M}{EI} = -\frac{Fy}{EI} \quad \text{ёки} \quad \frac{d^2 y}{dx^2} + K^2 \cdot y = 0 \quad (11.2)$$

Бу ерда: $K^2 = \frac{F}{EI}$ (11.3)



(11.2) дифференциал тенгла-
манинг интегралли қуйидаги-
ча ёзилади:

$$y = \alpha \cdot \sin kx + b \cdot \cos kx \quad (11.4)$$

Бу ерда: a, b — интеграллаш доимийликлари, стер-
жень учлари таяниш шартларидан топилади.

Масалан: 1) Биринчи шарт: $X = 0$ бўлганида, $Y = Y_C = 0$
ва $b = 0$ бўлади. Унда стержень эгилган ўқининг тенглама-
си қуйидагича ёзилади:

$$y = \alpha \cdot \sin kx$$

Бу тенгламадан аниқки, стерженнинг эгилган ўқи
синусоида экан, яъни стержень синусоида бўйича эгила-
ди.

2) Иккинчи шарт: $x = l$ да $y = y_B = 0$ бўлади. Бу ерда
 $a \neq 0$, демак, $\sin kl = 0$. Бу ҳол учун $Kl = \pi, 2\pi, \dots, n\pi$
эканлигини топамиз. Бу ерда, $K = \frac{n\pi}{l}$ ёки $K^2 = \frac{n^2 \pi^2}{l^2}$ ни
ҳисобга олсак, (11.3) формуладан критик кучни топамиз.

$$F_k = \frac{n^2 \pi^2 EI}{l^2} \quad (11.5)$$

n — ихтиёрий бутун сон.

(11.5) формула Эйлер формуласи. Шундай қилиб, ен-
гил эгилган стерженни мувозанатда ушлайдиган куч бир
нечта қийматга эга бўлиши мумкин экан. Стерженнинг
бўйлама эгилишидаги сиқувчи кучни минимал (энг ки-
чик) қиймати $n = 1$ га тўғри келади.

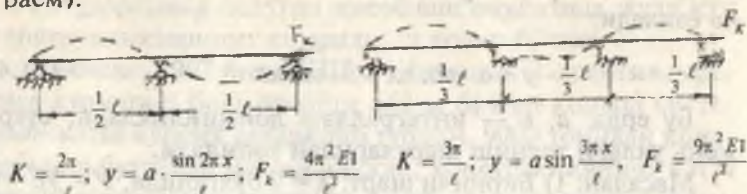
У ҳолда:

$$F_k = \frac{\pi^2 EI}{l^2} \quad (11.6)$$

F_k кучнинг бу қийматига стерженнинг ярим тўлқинли
синусоида шаклидаги эгилиши тўғри келади:

$$y = a \cdot \sin \frac{\pi x}{\ell} \quad (11.7)$$

Агар $n = 2$ ва $n = 3$ бўлса, стерженнинг эгилиши иккита ва учта ярим тўлқинли синусоидал чизиқ бўлади (295-расм).



295-расм.

Стерженнинг бундай эгилишлари ноустувордир.

Эйлер формуласидан кўринишича, F_k куч стерженнинг бикрлигига тўғри ва стержень узунлиги квадратига тескари пропорционалдир.

Эластиклик чегарасида ишлайдиган стержень учун критик куч стерженнинг геометрик ўлчамлари ва материалнинг эластиклик модулига боғлиқ; стержень тайёрланган материалнинг мустаҳкамлик тавсифномаларига боғлиқ эмас.

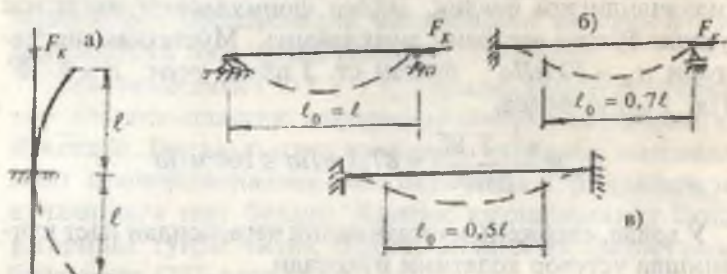
Масалан, юмшоқ ва юқори навли пўлатларда E қиймати тахминан бир хил бўлганлиги учун уларда критик куч ҳам бир хилдир, яъни улар бир хил критик кучда устуворлигини йўқотади.

Иккита шарнир таянчли стерженнинг эгилишдаги энг катта салқилиги $x = \frac{\ell}{2}$ масофасидаги нуқтасида ҳосил бўлади:

$$y_{\max} = a \sin kx = a \sin \frac{\pi}{\ell} \cdot \frac{\ell}{2} = a$$

Стержень учларини маҳкамланиш шартини критик кучнинг қийматига таъсирини аниқлаш учун ҳар хил таянчларга таянган стерженларнинг бўйлама эгилишдаги деформацияларини иккита шарнирли таянчга таянган стерженнинг деформацияси билан таққослаймиз. Масалан, бир учи қистириб маҳкамлаб қўйилган стержень деформацияси

икки таянчли стержень дсформациясининг ярмисига тенг (296-расм, а).



296-расм.

Демак, бир учи қистириб маҳкамланган стержень учун Эйлер формуласи:

$$F_k = \frac{\pi^2 EI}{l_0^2} \quad \text{ёки} \quad F_k = \frac{\pi^2 EI}{(2l)^2} = \frac{\pi^2 EI}{4l^2} \quad (11.7)$$

Стержень учларининг маҳкамланиш шартларига кўра (296-расм) критик кучнинг формуласини ёзамиз:

$$F_k = \frac{\pi^2 EI}{(\mu l)^2} \quad (11.8)$$

Бу ерда: μ — келтирилган узунлик коэффициенти;
 $l_0 = \mu \cdot l$ — келтирилган узунлик.

11.2. ЭЙЛЕР ФОРМУЛАСИНИ ИШЛАТИШ ЧЕГАРАСИНИ АНИҚЛАНИ

Критик кучланиш:

$$\sigma_k = \frac{F_k}{A} = \frac{\pi^2 EI}{A l^2} = \frac{\pi^2 E}{\left(\frac{\mu l}{i}\right)^2} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} \quad (11.9)$$

Бу ерда: $i^2 = \frac{I}{A}$ — стержень кесим юзасининг инерция радиуси;

$\lambda = \mu \frac{\ell}{i}$ — стерженнинг эгилувчанлиги.

(11.9) формуладан маълум бўладики, σ_k стерженнинг эгилувчанлигига боғлиқ. Эйлер формуласини ишлатиш мумкин бўлган чегарани аниқлаймиз. Мустақкамлик чегараси $\sigma_B = 40 \text{ мПа}$ бўлган ст. 3 пўлат учун: $E = 2 \cdot 10^5 \text{ мПа}$; $\lambda = 150$ бўлса:

$$\sigma_k = \frac{\pi^2 \cdot 2 \cdot 10^5}{(150)^2} = 87,7 \text{ мПа} \leq 160 \text{ мПа}$$

У ҳолда, стержень мустақкамлик чегарасидан паст кучланишда устувор ҳолатини йўқотади.

$$\lambda = 50 \text{ бўлса: } \sigma_k = \frac{\pi^2 \cdot 2 \cdot 10^5}{(50)^2} = 300 \text{ мПа} > [\sigma] = 160 \text{ мПа}$$

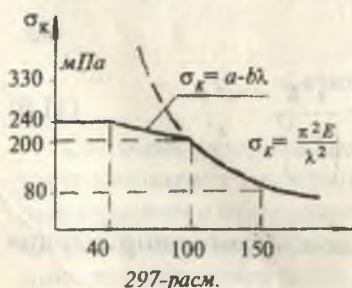
Сиқилаётган стержендаги кучланиш критик кучланишдан кичик кучланишда емирилиш содир бўлади.

Критик кучни аниқлаш учун Эйлер формуласи стержень материалининг Гук қонунига бўйсунадиган чегарада келтириб чиқарилган эди. Шунинг учун Эйлер формуласи ёрдамида топилган критик кучланишни материалнинг пропорционаллик чегарасидаги кучланишдан катта бўлган ҳолларда фойдаланиб бўлмайди.

Агар $\sigma_k = \sigma_n = 200 \text{ мПа}$ деб олинса, (11.9) формуладан эгилувчанликнинг чегаравий қийматини топамиз:

$$\lambda_0 = \sqrt{\frac{\pi^2 E}{\sigma_n}} \quad (11.10)$$

$$\text{ёки } \lambda_0 = \sqrt{\frac{\pi^2 \cdot 2 \cdot 10^5}{200}} \approx 100$$



Шундай қилиб, эгилувчанлиги $\lambda \geq 100$ стерженлар учун Эйлер формуласи ишлатилиши мумкин (297-расм). Эгилувчанлик 0 дан 40—50 гача бўлганида, стержень калта бўлади. Бундай

стерженлар мустаҳкамлик йўқолиши билан емирилади. Шунинг учун критик кучланиш оқувчанлик (пластик материал) ёки мустаҳкамлик чегарасидаги кучланиш (мўрт материал) га тенг қилиб олинади (297-расм).

Эгилувчанлиги ($50 \leq \lambda \leq \lambda_0$) оралиқда бўлган стерженлар эластик-пластик деформацияланиб, устуворлигини йўқотади. Бунда, критик кучланиш стержень материалининг пропорционаллик ёки оқувчанлик чегараларидаги кучланишга тенг бўлади. Критик кучланишнинг бундай узгариши тўғри чизиқ булиб, Ясинский формуласига бўйсунди (297-расм).

Ясинский формуласи қуйидагича ёзилади:

$$\sigma_k = a - b\lambda \quad (11.11)$$

Ст. 3 пўлат учун:

$$\text{Еғоч учун: } \sigma_k = 3100 - 11,4\lambda$$

Чўян учун

$$\sigma_k = 293 - 1,94\lambda$$

$$\sigma_k = a - b\lambda + c\lambda^2 \quad (11.12)$$

Бу ерда: a, b, c — эмпирик коэффициентлар.

Айрим материаллар учун a, b, c коэффициентлар:

Материал	λ	a	b	c
Ст.2, Ст.3	100	3100	11,4	—
Ст.5	100	4640	32,6	—
Сталь 40	90	3210	11,6	—
Кремнис. сталь	100	5890	38,2	—
Сосна	110	193	1,94	—
Чўян	80	7760	120	0,53

11.3. СИҚИЛГАН СТЕРЖЕННИНГ КўНДАЛАНГ КЕСИМДАГИ РАЦИОНАЛ ШАКЛИ

Сиқилган стерженлар учун Эйлер формуласини қўллаб, критик куч топилганда стержень учларининг маҳкамланишига боғлиқ ҳолда бош текисликларда устуворликни

йўқотишнинг турли шакллари бўлиши мумкинлигини инобатга олиш зарур. Бир учи қистириб маҳкамланган, иккинчи учи эса озод бўлган стерженнинг устуворлиги ҳамда бикрлиги кичик бўлган текисликда йўқолади, чунки бу текисликда эгилишга мос келувчи критик куч энг кичик бўлади (298-расм).

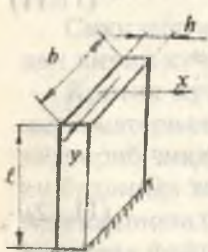
$$I_x = \frac{hb^3}{12} \quad \text{ва} \quad I_y = \frac{h^3b}{12}.$$

$$I_x > I_y$$

Эгилиш X ўқи текислигида бўлади.

$$F_{1k} = \frac{\pi^2 EI_x}{(\mu_1 \ell)^2} \quad \text{ва} \quad F_{2k} = \frac{\pi^2 EI_y}{(\mu_2 \ell)^2} \quad \text{деб қабул қилайлик.}$$

$I_x > I_y$, бўлганлиги учун: $F_{1k} > F_{2k}$



298-расм

Стержень иккала бош инерция текислигида ҳам бир хил эгилиши учун $I_x = I_y$ ёки $\mu_1 = \mu_2$ бўлиши керак.

Масалан, кесим юзаси иккита швеллардан ташкил топган бўлса, уларнинг иккала бош инерция текислигида бир хил устуворликни йўқотишини таъминлаш учун $I_x = I_y$ тенгликни ҳосил қиламиз.

Бунинг учун a масофа шундай танланиши керакки,

$$2I_{x1} = 2 \left[I_{y1} + A \left(\frac{a}{2} \right)^2 \right] \quad \text{шарт бажарилсин.}$$

Демак, $P_{1k} = P_{2k}$ тенглик юзага келади, унда қуйидаги тенг устуворлик шarti ҳосил бўлади:

$$\frac{I_x}{\mu_1} = \frac{I_y}{\mu_2}$$

Агар, $\mu_1 = \mu_2$ бўлса ҳам стержень иккала бош инерция текислигида устуворликни бир хил йўқотади.

$i_{\min}$ — минимал инерция радиусининг энг катта қийматга олиб келадиган юза рационал кесим бўлади. Ўлчов бирлигисиз тавсифнома танлаймиз:

$$\zeta = \frac{l_{\min}}{\sqrt{A}} \quad (11.13)$$

Кесимнинг рационалигини ζ нинг қиймати ёрдамида аниқлаймиз:

квадрат	0,289
доира	0,283
тўртбурчакли	0,204
швеллер	0,41—0,29
қўштавр	0,41—0,27
бурчак	0,5—0,3
трубасимон ($d = 0,7-0,8$)	1,2—1,0
трубасимон ($d = 0,95-0,8$)	2,25—1,64

11.4. СИҚИЛГАН СТЕРЖЕНЛАРНИ УСТУВОРЛИККА АМАЛИЙ ҲИСОБЛАШ

Сиқилган стерженларни мустаҳкамликда ҳисоблаш ўлчамларини шундай танлаш керакки, уларни эксплуатация қилиш жараёнида куч таъсиридан устуворлик йўқотилмаслиги керак. Бунинг учун сиқилган стерженнинг кесимдаги нормал кучланиши критик кучланишдан кичик бўлиши керак:

$$\sigma = \frac{N}{A_b} < \frac{F_k}{A_b} = \sigma_k \quad (11.14)$$

Бу ерда: N — сиқувчи куч; A_b — стерженнинг заифлашган кесим юзаси.

Критик кучланиш материалнинг оқувчанлик чегарасидан пластик материал учун ёки мустаҳкамлик чегарасидан мўрт материаллар учун хавфли бўлиши мумкин. Шунинг учун стерженни устуворликка амалий ҳисоблашда критик кучланишнинг ҳосил бўлишини чеклаш керак, яъни устуворликка эҳтиётлик шартини таъминлаш керак:

$$\sigma = \frac{F_k}{A_b} = [\sigma], \quad (11.15)$$

Устуворликка рухсат этилган кучланиш $[\sigma]_y$ устувор-
ликка эҳтиётлик коэффициент (n_y) орқали топилади:

$$[\sigma]_y = \frac{\sigma_k}{n_y} \quad (11.16)$$

Устуворликка эҳтиётлик коэффициент n_y мустаҳкам-
ликка эҳтиётлик коэффициент n дан катта деб қабул
қилинади:

Ёғоч — $n_y = 2,8 \dots 3,2$; пулат — $n_y = 1,8 \dots 3,0$; чўян —
 $n_y = 5 \dots 5,5$.

$[\sigma]$ — стерженнинг мустаҳкамликка рухсат этилган куч-
ланиши;

φ — мустаҳкамликка рухсат этилган кучланишнинг ка-
майтириш коэффициент. Коэффициент — φ материалнинг
эгилювчанлигига боғлиқ равишда топилади: $\lambda = \mu \frac{L}{d}$

Ёғоч учун коэффициент — φ қуйидаги формуладан то-
пилади:

$$\lambda = 75 \text{ бўлса, } \varphi = 1 - 0,8 \left(\frac{\lambda}{100} \right)^2$$

$$\lambda = 75 \text{ бўлганида, } \varphi = \frac{3100}{\lambda^2}$$

(11.15) устуворлик шарт φ қуйидагича ёзилади:

$$\sigma = \frac{F_k}{A_b \cdot \varphi} \leq [\sigma] \quad (11.17)$$

Бу шарт орқали стерженнинг кундаланг кесими танла-
ниши мумкин.

Коэффициент стержень кесимининг ўлчамларига боғ-
лиқ бўлганлиги учун унинг қиймати олдиндан берилган
бўлмайди. Шунинг учун кесимнинг ўлчамлари аста-секин
яқинлашиш усули билан топилади. Биринчи маротаба
 $\varphi = 0,5$ деб олинади. Кейинги яқинлашишда λ га боғлиқ
ҳолда коэффициент φ интерполяция усули билан топила-
ди:

$$\varphi_1 = \varphi' - \frac{\varphi' - \varphi''}{10} \cdot K$$

Топилган ϕ ёрдамида кучланиш, аниқланиш ва унинг кучланиши рухсат этилган қиймат билан солиштирилади. Иккала кучланиш орасида фарқ бўлиши мумкин. Агар $\sigma < [\sigma]$ бўлса, кесим ўлчамининг қиймати кичиклаштирилиши керак, агар $\sigma > [\sigma]$ бўлса, кесим ўлчамларини ошириш керак. Ҳисобланган кучланиш σ билан кучланишнинг рухсат этилган қиймати орасидаги фарқ 3—5% қилиб олиб борилиши керак.

11.5. БҮЙЛАМА ВА КЎНДАЛАНГ ЭГИЛИШ

Чўзилиш ёки сиқилишни эгилиш билан биргаликдаги таъсирида бўлган стерженнинг кўндаланг кесимидаги тўлиқ кучланишни, кучларнинг мустақиллик принципига асосан, чўзилиш ёки сиқилишдаги ва эгилишдаги кучланишларнинг йиғиндисига тенг деб қабул қилинган:

$$\sigma_{\max} = \frac{N}{A} + \frac{M}{W} \leq [\sigma] \quad (11.18)$$

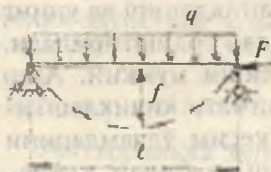
Бу ерда M фақат кўндаланг куч таъсиридаги эғувчи стержендаги бўйлама сиқувчи куч стерженнинг эгилган ўқини ҳар бир нуқтасига нисбатан қўшимча момент ҳосил қилади. Натижада стерженнинг кўндаланг кесим юзасидан қўшимча кучланиш келиб чиқади. Хавфли кесимдаги энг катта кучланиш қуйидагича топилади:

$$\sigma_{\max} = \left| \frac{F}{A} + \frac{M_0}{W} + \frac{F \cdot f}{W} \right| \quad (11.19)$$

f — бўйлама ва кўндаланг кучлар таъсиридаги стерженнинг энг катта салқилиги.

Бўйлама куч чўзувчи бўлса, f нинг қиймати кичик, агар бўйлама куч сиқувчи бўлса, салқилик сезиларли ва катта. Бўйлама ва кўндаланг эгилишда тўлиқ кучланишни кучларни мустақиллик принципига асосан топиб бўлмайди, чунки f бу аломатга бўйсунмайди.

Ингичка ва узун стерженларда f нинг қийматини ҳисобга олмаслик конструкцияни хавфли ҳолатга олиб келиши мумкин.



299-рasm.

Шунинг учун буйлама ва кундаланг эгилишга учраётган стерженнинг максимал салқилигини (f) топамиз. Буйлама ва кундаланг эгилиш таъсиридаги стержень эластик чизикнинг дифференциал тенгламаси қуйидагича ёзилади:

$$EI_y'' = M_0 - Fy \quad (11.20)$$

Бу ерда: $M_0 = q \frac{\ell}{2} x - q \frac{x^2}{2}$ кундаланг куч таъсиридаги эгувчи момент. (11.20) тенгламани $M_0 = EI y_0''$ ни ҳисобга олиб қуйидаги кўринишга олиб келамиз:

$$EI y'' = EI \cdot y_0'' - Fy \quad (11.21)$$

(11.21) тенгламанинг $x = \frac{\ell}{2}$ нуқта учун айрим чеклашлар орқали умумий ечимини ёзамиз:

$$f = f_0 \frac{1}{1 - \frac{F}{F_k}} = f_0 \cdot c \quad (11.22)$$

Стерженнинг буйлама ва кундаланг эгилишдаги энг катта салқилиги, (11.22) формуладан кўринишича, сиқувчи куч критик қийматга эришса, салқилик f назарий жиҳатдан чексиз бўлиши керак.

$f_0 = \frac{5q\ell^4}{384EI}$ — стерженнинг кундаланг тақсимланган куч таъсиридаги энг катта салқилиги. Энди буйлама ва кундаланг эгилиш учун тулиқ кучланиш формуласини ёзамиз:

$$\sigma_{\max} = \frac{F}{A} + \frac{M_0}{W} + \frac{F \cdot f_0 \cdot c}{W} = \frac{F}{A} + \frac{M_0 + F \cdot f_0 \cdot c}{W} = \frac{F}{A} + \frac{M_{\max}}{W} \quad (11.23)$$

Бу ерда: $M_{\max} = M_0 + F f_0 c = \frac{q\ell^2}{8} + F f_0 c$ ёки

$$M_{\max} = \frac{q\ell^2}{8} + F \frac{5q\ell^4}{384EI} C = q \frac{\ell^2}{8} \left(1 + \frac{5F\ell^2}{48EI} C \right)$$

Қавсни қуйидагича ўзгартирамиз: $\frac{5\pi^2 F \ell^2}{48\pi^2 EI} = \frac{1,028 F}{F_k}$

У ҳолда:

$$\begin{aligned} M_{\max} &= q \frac{\ell^2}{8} \left(1 + \frac{1,028 F}{F_k} C \right) = q \frac{\ell^2}{8} \left(1 + \frac{F}{F_k} \cdot \frac{F_k}{F_k - F} \right) = \\ &= q \frac{\ell^2}{8} \left(1 + \frac{F}{F_k - F} \right) = q \frac{\ell^2}{8} \cdot \frac{F_k}{F_k - F} = q \frac{\ell^2}{8} C = M_0 \cdot C \end{aligned}$$

Кучланиш:

$$\sigma_{\max} = \frac{F}{A} + \frac{M_0}{W} C = \frac{F}{A} + \frac{M_0}{W} \cdot \frac{F_k}{F_k - F} \quad (11.24)$$

Агар, $\frac{F}{F_k}$ нисбат кичик бўлса, (11.24) формуладаги C коэффициентнинг қиймати бирга яқин бўлади, яъни:

$$\sigma_{\max} = \frac{F}{A} + \frac{M_0}{W} = \frac{F}{A} + \frac{q \ell^2}{8W} \quad (11.25)$$

Носимметрик кучлар билан юкланган стерженларнинг тўлиқ кўчишини (11.24) формула билан амалда ҳисобласак, хатолик 5—7 % бўлади. Агар, $F = F_k$ бўлса, σ нинг қиймати чексиз катта бўлади, стержень емирилади. Юқоридаги формулалардан кўринадики, салқилик ва кучланиш кучлар билан чизиқли боғланишда эмас. Агар, куч n мартаба ошса, кучланиш ундан кўпроқ ортади. Мустаҳкамлик шарти бажарилмайди. Шунинг учун бўйлама ва кўнда-ланг эгилишдаги стерженнинг мустаҳкамлиги чекли юк бўйича таъминланиши керак, яъни куч K_0 мартаба ошса, стержендаги энг катта кучланиш оқувчанлик чегарасига эришади:

$$\frac{K_0 F}{A} + \frac{M_0 K}{W} \cdot \frac{1}{1 - \frac{K_0 F}{F_k}} = \sigma_{\text{ок}}$$

Бу ерда: $K_0 F$ ва $K_0 M$ — чекли юк. Юқоридаги тенглик-ни қуйидагича ёзамиз:

$$\frac{F}{A} + \frac{ql^2}{8W} \cdot \frac{1}{1 - \frac{K_o F}{F_k}} = \frac{\sigma_{ок}}{K_o}$$

Бу ерда: $\frac{\sigma_{ок}}{K_o} = [\sigma]$ — сиқилишга рухсат этилган кучланиш.

Стерженнинг мустаҳкамлик шартини ёзамиз:

$$\frac{F}{A} + \frac{ql^2}{8W} \cdot \frac{1}{1 - \frac{K_o F}{F_k}} = [\sigma]$$

Бу ерда: $C_o = \frac{1}{1 - \frac{K_o F}{F_k}} = \frac{F_k}{F - K_o F}$ — бўйлама кучнинг куч-

ланишга таъсирини ифодаловчи коэффициент.

Стерженнинг салқилигини чеклаш учун бикрлик шартини ёзамиз:

$$f_{max} = f_o \cdot \frac{1}{1 - \frac{K_o F}{F_k}} = f_o \cdot \frac{F_k}{F_k - K_f F} \leq [f]$$

$[f]$ — рухсат этилган салқилик;

K_f — салқиликнинг эҳтиётлик коэффициенти.

Савол ва топшириқлар

1. Устуворлик нима?
2. Эйлер формуласини ёзинг.
3. Балка учларининг тиралиш шартларининг Эйлер формуласига таъсири борми?
4. Критик кучланиш қандай формула билан топилади?
5. Эгилувчанлик нима?
6. Эйлер формуласи қандай эгилувчанлик қийматида ишлатилади?
7. Устуворлик шартини ёзинг?

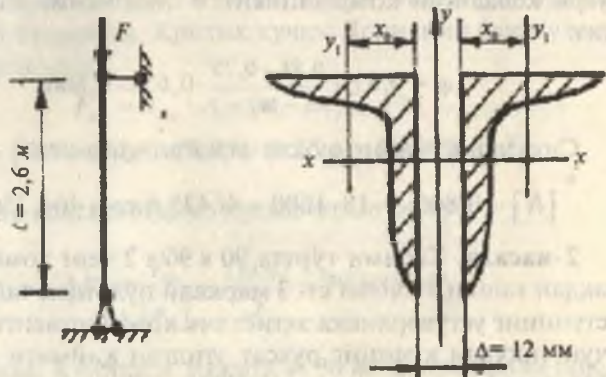
1-масала. Кесими тенг ёнли бўлмаган икки бурчакни ўзаро бириктиришдан таркиб топган ферма стерженидаги

сиқувчи кучнинг рухсат этилган миқдори аниқлансин.
Стержень ст. 3 маркали пўлатдан тайёрланган (300-расм).

140 x 90 x 6 тенг томонсиз бурчак учун: $I_{y_0} = 120 \text{ см}^4$

$$I_{x_0} = 364 \text{ см}^4; \quad x_0 = 2,03 \text{ см}; \quad A = 18 \text{ см}^2$$

Ечиш. Рухсат этилган кучни стерженнинг устуворлик шартидан фойдаланиб ёзамиз: $\sigma_y = \frac{F}{\varphi A} \leq [\sigma]$, у ҳолда: $[N] = \varphi A [\sigma]$



300-расм.

φ — коэффициент миқдорини топиш учун стерженнинг эгилувчанлигини аниқлаш керак. Бу эса ўз навбатида стержень кесимининг минимал инерция моменти ва инерция радиусини топишни талаб этади:

$$I_x = 2I_{x_0} = 2 \cdot 364 = 728 \text{ см}^4$$

$$\begin{aligned} I_y &= 2 \left[I_{y_0} + (x_0 + 0,5 \cdot \Delta)^2 \cdot A \right] = \\ &= 2 \left[120 + (2,03 + 0,5 \cdot 1,2)^2 \cdot 18 \right] = 489 \text{ см}^4 \end{aligned}$$

Шундай қилиб, $I_y < I_x$ ва минимал инерция радиуси:

$$i_{\min} = \sqrt{\frac{I_y}{A}} = \sqrt{\frac{489}{2 \cdot 18}} = 3,68 \text{ см}$$

Стерженнинг эгилувчанлигини аниқлаймиз:

$$\lambda = \mu \frac{\epsilon}{i_{\min}} = 1 \cdot \frac{260}{3,68} = 70,65$$

Жадвалдан топилган:

$$\lambda = 70; \varphi = 0,81$$

$$\lambda = 80; \varphi = 0,75$$

қийматларни интерполяциялаб $\lambda = 70,65$ эгилувчанликка тўғри келадиган коэффициент φ нинг қийматини топамиз:

$$\varphi = 0,81 - \frac{0,81 - 0,75}{10} \cdot 0,65 = 0,806$$

Сиқувчи кучнинг рухсат этилган қиймати:

$$[N] = 0,806 \cdot 2 \cdot 18 \cdot 1600 = 46425,6 \text{ кг} = 464,256 \text{ кН}$$

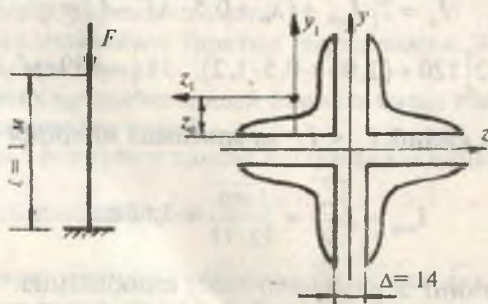
2-масала. Кесими тўртта $90 \times 90 \times 2$ тенг томонли бурчакдан ташкил топган ст. 3 маркали пўлатдан тайёрланган устуннинг устуворликка эҳтиётлик коэффициенти $[n_y] = 2$ учун сиқувчи кучнинг рухсат этилган қиймати топилсин (301-расм).

$90 \times 90 \times 2$ тенг томонли бурчак учун:

$$Z_0 = 2,55 \text{ см}, \quad I_y = 118 \text{ см}^4, \quad A = 15,6 \text{ см}^2$$

Ечиш. Кесимнинг инерция моментини топамиз:

$$I_z = I_y = 4[I_0 + a^2 \cdot A] = 4[118 + (3,25)^2 \cdot 15,6] = 1131,1 \text{ см}^4$$



301-расм.

Бу ерда: $a = Z_0 + 0,5 \cdot \Delta = 2,55 + 0,5 \cdot 1,4 = 3,25 \text{ см}$

Инерция радиуси:

$$i_z = i_y = i_{\min} = \sqrt{\frac{I_z}{\Sigma A}} = \sqrt{\frac{1131,1}{4 \cdot 15,6}} = 4,25 \text{ см}$$

Устуннинг эгилувчанлиги: $\lambda = \mu \frac{\ell}{i_{\min}} = \frac{2 \cdot 100}{4,25} = 47,05$

$\lambda < \lambda_{\text{кр}}$ бўлгани учун критик кучни Эйлер формуласидан топиб бўлмайди. Критик кучни Ясинский формуласидан аниқлаймиз:

$$F_{\text{кр}} = \sigma_{\text{кр}} \cdot A = (a - b\lambda) \Sigma A = \\ = (3100 - 11,4 \cdot 47,05) \cdot 4 \cdot 15,6 = 159970,5 \text{ кГ}$$

Устунга таъсир этувчи рухсат этилган куч:

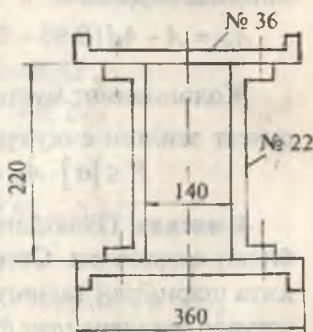
$$[F] = \frac{F_{\text{кр}}}{[n_y]} = \frac{159,97}{2} = 79,985 \text{ кН}$$

3-масала. Қуйидаги иккита — 36 ва 22 профилли швеллерлар бирикмасидан тайёрланган колоннанинг схемаси кўрсатилган бирикмани иккита учлари ҳам шарнирли таянчга таянган. Устуворлик ва мустақамлик шартларидан фойдаланиб колоннага қўйилиши мумкин бўлган сиқувчи кучни топинг. Материал ст.3. $[\sigma] = 160 \text{ МПа}$, $\ell = 9 \text{ м}$; $\mu = 1$.

Ечиш. Кесимдаги швеллерларнинг тавсифларини ёзиб оламиз. Кесимнинг ўлчамларини масштабда ифодалаймиз. Колоннанинг кесим юзасини топамиз:

$$A = 2(53,4 + 26,7) = 160,2 \text{ см}^2$$

Кесимнинг минимал инерция моментини параллел ўқларга нисбатан инерция momenti формуласидан топамиз:



302-расм.

$$I_x = 2 \left[513 + \left(\frac{22}{2} + 2,68 \right)^2 \cdot 53,4 \right] + 2 \cdot 2110 = 25232,808 \text{ см}^4$$

$$I_y = 2 \cdot 10820 + 2 \left[151 + (7 + 2,21)^2 \cdot 26,7 \right] = 26471,607 \text{ см}^4$$

$$I_x = I_{\min} = 25232,808 \text{ см}^4$$

Кесимнинг минимал инерция радиусини топамиз:

$$I_{\min} = \sqrt{\frac{I_{\min}}{A}} = \sqrt{\frac{25232,808}{160,2}} = 12,55 \text{ см}$$

Колоннанинг эгилувчанлиги:

$$\lambda = \mu \frac{\ell}{i_{\min}} = 1 \cdot \frac{900}{12,55} = 71,713$$

φ ни қийматини топамиз:

$$\begin{array}{ll} \lambda = 70 \text{ да} & \varphi' = 0,81 \\ \text{ва } \lambda = 80 \text{ да} & \varphi'' = 0,75 \end{array}$$

$$\text{У ҳолда: } \varphi = 0,81 - \frac{0,81 - 0,75}{10} \cdot 1,713 = 0,7997$$

Рухсат этилган сиқувчи кучни топамиз:

$$[F] = \varphi [\sigma] \cdot A = 0,7997 \cdot 1600 \cdot 160,2 = 206979 \text{ кг}$$

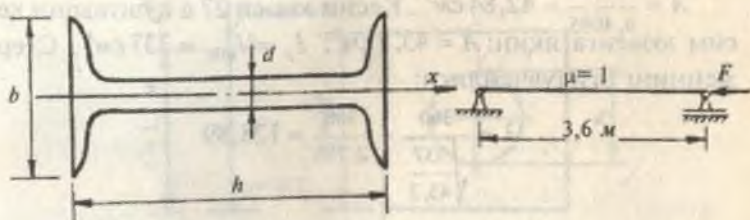
Колоннанинг кесими тўртта парчин мих ўрни билан заифлаштирилган.

$$A_H = A - 4d(0,95 + 0,75) = 160,2 - 4 \cdot 2 \cdot 1,7 = 146,6 \text{ см}^2$$

Колоннанинг мустаҳкамлик шарти $\sigma_{\max} = \frac{F}{A_H} \leq [\sigma]$ дан рухсат этилган сиқувчи кучни топамиз:

$$F \leq [\sigma] \cdot A_H = 1600 \cdot 146,6 = 234560 \text{ кг}$$

4-масала. Пулатдан тайёрланган стержень $F = 28 \text{ т}$ куч билан сиқилипти. Стерженнинг узунлиги $\ell = 3,6 \text{ м}$ ва иккита шарнирли таянчга таянади (303-расм). Стерженнинг устуворлик шартидан фойдаланиб кесими танлансин. Рухсат этилган кучланиш $[\sigma] = 1600 \frac{\text{кг}}{\text{см}^2}$.



303-расм.

Ечиш. 1-ҳисоблаш. Стерженнинг ҳисобланган кесим юзасини топамиз:

$$A = \frac{F}{\varphi [\sigma]} = \frac{28000}{\varphi \cdot 1600} = \frac{17,5}{\varphi}; \quad \varphi = 0,5; \quad A = \frac{17,5}{0,5} = 35 \text{ см}^2$$

Кесим юзаси $A = 35 \text{ см}^2$ бўлган қўштаврни каталогдан танлаймиз: $N = 24$ ($A = 34,8 \text{ см}^2$; $I = 198 \text{ см}^4$).

Кесимнинг минимал инерция радиусини топамиз:

$$i_{\min} = \sqrt{\frac{I_{\min}}{A}} = \sqrt{\frac{198}{34,8}} = 2,385 \text{ см}$$

Стерженнинг эгилувчанлиги:

$$\lambda = \mu \frac{\ell}{i_{\min}} = 1 \cdot \frac{360}{2,385} = 150,94$$

Жадвалдан ст. 3 материали учун φ нинг қийматини топамиз:

$$\lambda = 150; \quad \varphi' = 0,32$$

$$\lambda = 160; \quad \varphi'' = 0,29$$

Интерполяция усули билан

$$\varphi_1 = 0,32 - \frac{0,32 - 0,29}{10} \cdot 0,94 = 0,317$$

$$\text{ва } \varphi_2 = \frac{\varphi + \varphi_1}{2} = \frac{0,5 + 0,317}{2} = 0,4085 \text{ ни топдик: } \varphi > \varphi_2$$

2-ҳисоблаш:

$A = \frac{17,5}{0,4085} = 42,84 \text{ см}^2$. Кесим юзаси 27 а қўштакврни кесим юзасига яқин: $A = 43,2 \text{ см}^2$; $I_y = I_{\min} = 337 \text{ см}^4$. Стерженьнинг эгилувчанлиги:

$$\lambda = \frac{360}{\sqrt{\frac{337}{43,2}}} = \frac{360}{2,793} = 128,89$$

Жадвалдан: $\lambda = 120$; $\varphi' = 0,45$
 $\lambda = 130$; $\varphi'' = 0,4$

У ҳолда: $\varphi_3 = 0,45 - \frac{0,45 - 0,4}{10} \cdot 8,89 = 0,406$

Ҳақиқий кучланишни топамиз: $\sigma_x = \frac{28000}{43,2} = 648,15 \frac{\text{кг}}{\text{см}^2}$

Рухсат этилган кучланиш:

$$[\sigma]_y = \varphi_3 \cdot [\sigma] = 0,406 \cdot 1600 = 649,6 \frac{\text{кг}}{\text{см}^2}; \quad \sigma_x < [\sigma]_y$$

Шунинг учун 27 а қўштакврили кесимни танлаймиз. Стерженьнинг эгилувчанлиги > 100 . Критик кучни Эйлер формуласи ёрдамида топамиз:

$$F_{kr} = \frac{\pi^2 EI_{\min}}{l^2} = \frac{(3,14)^2 \cdot 2 \cdot 10^6 \cdot 337}{(360)^2} \approx 52006 \text{ кг}$$

Коэффициент: $K_y = \frac{F_k}{F} = \frac{52006}{28000} \approx 1,86$

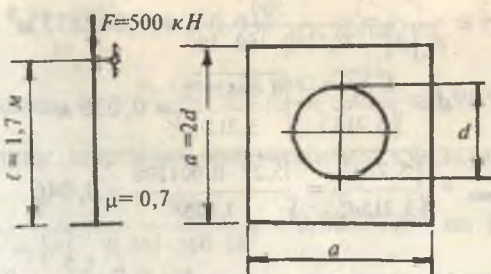
5-масала. Пулатдан тайёрланган стержень F куч билан сиқиялпти (304-расм):

- 1) $[\sigma] = 160 \text{ мПа}$ кучланишдан фойдаланиб стержень кундаланг кесимининг геометрик ўлчамларини топинг;
- 2) критик куч аниқлансин.

Ечиш. Стержень кундаланг кесимининг юзаси:

$$A = a \cdot a - \frac{\pi d^2}{4} = 2d \cdot 2d - \frac{\pi d^2}{4} = 3,215d^2$$

Минимал инерция моменти:



304-расм.

$$I_{\min} = I = \frac{a^4}{12} - \frac{\pi \cdot d^4}{64} = \frac{(2d)^4}{12} - \frac{\pi \cdot d^4}{64} = 5,27d^4 \text{ ва инерция}$$

$$\text{радиуси: } i_{\min} = \sqrt{\frac{5,27d^4}{3,215d^2}} = \sqrt{\frac{5,27(0,0441)^2}{3,215}} = 0,0564 \text{ м}$$

1-ҳисоблаш ($\varphi = 0,5$):

$$A \geq \frac{P}{\varphi[\sigma]} = \frac{500}{0,5 \cdot 160 \cdot 10^3} = 0,00625 \text{ м}^2 \text{ бўлади, у ҳолда:}$$

$$d = \sqrt{\frac{0,00625}{3,215}} = \sqrt{0,001944} = 0,0441 \text{ м}$$

Стерженнинг эгилувчанлиги $\lambda = 0,7 \frac{1,7}{0,0564} = 21,1$ жадвалдан пулат материал учун:

$$\lambda = 20; \quad \varphi = 0,96$$

$$\lambda = 30; \quad \varphi = 0,94 \text{ топамиз. Интерполяция усули билан}$$

топилган: $\lambda = 21,1$ эгилувчанлик учун φ нинг қийматини топамиз:

$$\varphi_1 = 0,96 - \frac{0,96 - 0,94}{10} \cdot 1,1 = 0,9578; \quad \varphi_1 = 0,9518 - \text{биринчи маротаба қабул қилинган } \varphi = 0,5 \text{ дан фарқ қилади.}$$

$$2\text{-ҳисоблаш: } \varphi_2 = \frac{\varphi + \varphi_1}{2} = \frac{0,5 + 0,9578}{2} = 0,7289$$

$$A \geq \frac{F}{\varphi_2 [\sigma]} = \frac{500}{0,7289 \cdot 160 \cdot 10^3} = 0,042872 \text{ м}^2$$

$$d = \sqrt{\frac{F_1}{3,215}} = \sqrt{\frac{0,0042872}{3,215}} \approx 0,036 \text{ м}$$

$$i_{\min} = \sqrt{\frac{5,27d^4}{3,215d^2}} = \sqrt{\frac{5,27 \cdot 0,001296}{3,215}} = 0,046$$

Стерженнинг эгилувчанлиги: $\lambda = 0,7 \frac{1,7}{0,046} = 25,87$

Жадвалдан:

$$\lambda = 20; \quad \varphi = 0,96$$

$$\lambda = 30; \quad \varphi = 0,94 \quad \text{ни топамиз:}$$

$$\varphi_3 = 0,96 - \frac{0,96 - 0,94}{10} \cdot 5,87 = 0,94826$$

Топилган $A = 0,0042872 \text{ м}^2$ кесим юзаси ва $\varphi_3 = 0,94826$ қийматда устуворликни таъминлаши керак бўлган рухсат этилган кучланишни топамиз:

$$\sigma_y = \frac{F}{\varphi_3 \cdot A} = \frac{500}{0,948 \cdot 0,0043} = 122,6 \cdot 10^3 \frac{\text{кН}}{\text{м}^2} < [\sigma]$$

Демак, стержень ташқи сиқувчи куч билан тўлиқ юкланмаган φ нинг янги қийматини топамиз:

3-ҳисоблаш:

Стержень ўлчами $d = 0,03 \text{ м}$ деб қабул қиламиз.

У ҳолда: $A = 3,215d^2 = 3,215(0,03)^2 = 0,00289 \text{ м}^2$ ва кўндаланг кесимнинг инерция радиусини топамиз:

$$i_{\min} = \sqrt{\frac{5,27d^2}{3,215}} = \sqrt{\frac{5,27 \cdot (0,03)^2}{3,215}} = 0,0384 \text{ м}$$

Стерженнинг эгилувчанлиги: $\lambda = 0,7 \frac{1,7}{0,0384} = 30,98$

Жадвалдан пўлат стержень учун:

$\lambda = 30$ да $\varphi_4 = 0,94$ ва $\lambda = 40$ да $\varphi_4 = 0,92$ ни қабул қиламиз. Интерполяция усули билан

$$\varphi_4 = 0,94 - \frac{0,94 - 0,92}{10} 0,98 = 0,938 \text{ ни топамиз.}$$

$$4\text{-хисоблаш: } \varphi_5 = \frac{\varphi_1 + \varphi_4}{2} = \frac{0,9482 + 0,938}{2} = 0,943$$

Устуворлик шартидан стерженнинг кундаланг кесим

$$\text{юзаси: } A = \frac{F}{\varphi_5 [\sigma]} = \frac{500}{0,943 \cdot 160 \cdot 10^3} = 0,00331 \text{ м}^2 \text{ ва ўлчами}$$

$$d = \sqrt{\frac{A}{3,215}} = \sqrt{\frac{0,00331}{3,215}} = 0,032 \text{ м. Кундаланг кесимнинг инер-$$

$$\text{ция радиуси: } i = \sqrt{\frac{5,27 d^2}{3,215}} = \sqrt{\frac{5,27 (0,32)^2}{3,215}} = 0,0411 \text{ м}$$

$$\text{Стерженнинг эгилувчанлиги: } \lambda = 0,7 \frac{1,7}{0,0411} = 29,02$$

Жадвалдан:

$$\lambda = 20 \text{ да } \varphi_6 = 0,96 \text{ ва } \lambda = 30 \text{ да } \varphi_6 = 0,94$$

Интерполяция усули билан $\varphi_6 = 0,96 - \frac{0,96 - 0,92}{10} \cdot 9,02 = 0,942$
ни топамиз. $\varphi_6 = 0,942$ қийматда устуворликка рухсат этил-
ган кучланиш

$$[\sigma]_y = \varphi_6 [\sigma] = 0,942 \cdot 160 = 150,72 \text{ мПа бўлиб,}$$

$\sigma_y = \frac{F}{\varphi_6 \cdot A} = \frac{500}{0,942 \cdot 0,00331} = 160,358 \text{ мПа}$ тенглашади: σ , нинг
қиймати оддий чўзилиш ва сиқилишга рухсат этилган
кучланишдан 0,22 % катта бўлиб, $[\sigma]_y$ дан эса 9,638 мПа
фарқ қилади. Шунинг учун стерженнинг ўлчами $d = 0,033$ м
деб қабул қиламиз.

5-хисоблаш:

$$d = 0,033 \text{ м ва } A = 3,215 d^2 = 3,215 (0,033)^2 = 0,0035 \text{ м}^2$$

Стержень кесимининг инерция радиуси:

$$i = \sqrt{\frac{5,27 d^2}{3,215}} = \sqrt{\frac{5,27 (0,033)^2}{3,215}} = 0,04225 \text{ м ва эгилувчанлиги:}$$

$$\lambda = 0,7 \frac{1,7}{0,04225} = 28,16 \text{ қийматида жадвалдан } \varphi \text{ нинг янги}$$

$$\text{қийматини топамиз: } \varphi_1 = 0,96 - \frac{0,96 - 0,94}{10} 28,16 = 0,9437$$

Устуворликка рухсат этилган кучланиш:

$$[\sigma]_y = \varphi_1 [\sigma] = 0,9437 \cdot 160 = 151 \text{ мПа}$$

$$\sigma_y = \frac{F}{\varphi_1 \cdot A} = \frac{500}{0,9437 \cdot 0,0035} = 151,379 \text{ мПа} < 160 \text{ мПа} \text{ пўлат}$$

материали учун эгилувчанлик ($\lambda_{\text{чек}} = 100$) дан кичик булса, критик кучни топиш учун эмпирик формуладан фойдаланамиз:

$$F_{kp} = A(a - b\lambda) = 0,0035(310 \cdot 10^3 - 1,14 \cdot 10^3 \cdot 28,16) = 972,65 \text{ кН}$$

$$\text{Устуворлик коэффиценти: } n_y = \frac{F_{kp}}{F} = \frac{972,65}{500} = 1,95$$

стерженга қуйилиши мумкин булган кучнинг рухсат этилган қиймати:

$$[F] = \varphi A [\sigma] = 0,9437 \cdot 0,0035 \cdot 160 \cdot 10^3 = 528,472 \text{ кН}$$

ДИНАМИК КУЧЛАР

Умумий тушунча. Материаллар қаршилиги фанининг асосий масаласи бўлган конструкция қисмлари кўндаланг кесимининг ўлчамлари ёки улар материаллини танлашни шу пайтгача фақат статик юк таъсирида ўргандик. Нолдан ўзининг охири қийматига секин-аста ўсадиган куч статик юкка мисол бўлади. Статик юк таъсирида элемент деформациясининг тезлиги вақт оралиғида сезиларли бўлмайди, чунки бунда иншоот қисмларида пайдо бўладиган ҳаракат тезланиши жуда кичик бўлади. Ўзгармас тезлик билан кўтарилаётган юкнинг канат (ип)га таъсири статик куч; агар юк маълум тезланиш билан кўтарилса, динамик куч бўлади. Динамик куч таъсиридаги элемент заррачаларининг ҳаракат тезланиши вақт оралиғида сезиларли бўлади. Динамик юк ўзининг қиймати ва ҳолатини ўзгартириб туриши мумкин.

Динамик юк таъсиридаги элемент Даламбер аломати-га асосан ҳар дақиқа ташқи ва инерция кучлари таъсирида мувозанатда деб қараш мумкин. Инерция кучлари элемент материали заррачаларининг ҳаракат тезланиши асосида қўшимча куч сифатида ҳосил бўлади. Элементнинг хусусий оғирлиги каби инерция кучи ҳам ҳажмий куч деб қаралиши мумкин.

Ҳар бир заррачага таъсир қилувчи элементар инерция кучининг қиймати — dP_i заррачанинг массаси — m ни унинг тезланиши — a га кўпайтмасига тенг ва тезланишга тескари томонга йўналади:

$$dP_i = dm \cdot a \quad (12.1)$$

Элементар заррача массаси $m = \frac{dG}{g}$ ни ҳисобга олсак,

$$dP_i = \frac{dG}{g} \cdot a = \frac{\gamma \cdot dv}{g} \cdot a \text{ ҳосил бўлади.}$$

$dG = \gamma \cdot dv$ — заррачанинг хусусий оғирлиги

g — эркин тушиш тезланиши, 9,81 м/сек²

γ — материалнинг солиштирма оғирлиги: кН/м³

dv — элементар заррачанинг ҳажми, m^3 .

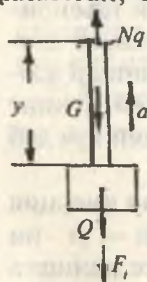
Стерженли системаларни ҳисоблашда ҳажмий инерция кучлари стерженнинг ўқи бўйлаб тарқалган инерция кучлари билан алмаштирилади. Элементар узунлик dx бўйлаб тарқалган инерция кучи $dP_i = \frac{\gamma \cdot A \cdot dx}{g} \cdot a$ формула билан топилади

Ички ёнув двигателларининг қисмлари, тебранма ҳаракатда қатнашувчи конструкциялар зарб таъсирида ишлайдиган механизмлар — динамик юклар таъсирида бўлади.

12.1. ТЕКИС ТЕЗЛАНИШЛИ ҲАРАКАТДА КУЧЛАНИШНИ АНИҚЛАШ

(Статик ҳисоблашга келтириладиган динамик масалалар)

Тросни ҳисоблаш. a тезланиш билан юқорига ҳаракат қилаётган, оғирлиги Q бўлган юк пўлатдан тайёрланган тросга осилган. Тросни ихтиёрий Y — y узунлигидан кесиб, пастки қисмининг мувозанат ҳолатини ўрганамиз (305-расм).



305-расм.

Трос ўзининг хусусий оғирлиги γAx , Q юк ва юкни юқорига a тезланиш билан ҳаракатланишда ҳосил бўлган қўшимча инерция кучи $\frac{Q + \gamma Ax}{g} a$ таъсирида бўлади. Троснинг ихтиёрий танланган кўндаланг кесимидаги динамик кучланиш қуйидагича топилади:

$$\sigma_g = \frac{N_g}{A} = \frac{1}{A} \left(Q + \gamma Ax + \frac{Q + \gamma Ax}{g} \cdot a \right) = \frac{Q + \gamma Ax}{A} \left(1 + \frac{a}{g} \right)$$

$\frac{Q + \gamma Ax}{A}$ троснинг ҳаракатланмаётган, яъни юкни қўзғалмас бўлган ҳолатига тўғри келувчи статик кучланишни ифодалайди.

$$\sigma_g = \sigma_{ст} \left(1 + \frac{a}{g} \right) = K_g \cdot \sigma_{ст} \quad (12.2)$$

$K_g = 1 + \frac{a}{g}$ динамик коэффициент дейилади.

Шундай қилиб, юкни текис тезланишда ҳаракатлантирсак, динамик кучланиш статик миқдордан катта бўлар экан.

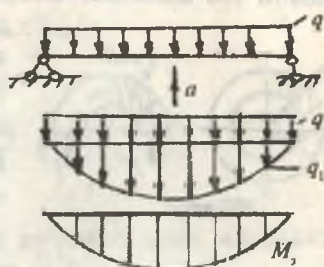
Системанинг мустаҳкамлик шарти $\sigma_{g \max} = \sigma_{c \max} \cdot K_g \leq [\sigma]$ дан қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$\sigma_{c \max} = \frac{[\sigma]}{K_g} \quad (12.3)$$

Динамик коэффициентни назарий усул билан топиш мумкин бўлмаса, фақат тажрибавий қиймати ишлатилса, динамик масалалар статик ҳисоблаш билан алмаштирилади.

Тақсимланган куч интенсивлиги q таъсиридаги элементларда кучланишни аниқлаш.

Тенг тақсимланган куч интенсивлиги q таъсиридаги ўзгармас кесимли балка a тезланиш билан кран ёрдамида кўтарилади. Натижада балканинг узунлиги бўйлаб тарқалган инерция кучи — qi ҳосил бўлади. Балка, тақсимланган куч q таъсиридан ташқари, инерция кучидан ҳам эгилади. Балка тақсимланган куч ин-



306-расм.

тенсивлиги — q таъсирида эгилганлиги учун, уни кўтаришда ҳар бир кесими турли тезланиш билан кўчади. Шунинг учун балканинг узунлиги бўйлаб инерция кучининг интенсивлиги ўзгарувчан бўлади. Хусусий ҳолда балканинг эгилишдаги бикрлиги ёки кесимининг салқилиги жуда катта бўлса, тезланиш орқали инерция кучлари таъсирида ҳосил бўлган деформацияни ҳисобга олсак ҳам бўлади. Натижада балканинг ҳамма кесимларини кўчиш тезланиши бир хил инерция кучи q , балканинг узунлиги бўйлаб тенг тарқалган деб қаралади. У ҳолда динамик тақсимланган куч $q_g = q + \frac{q}{g} a$ таъсиридаги эгувчи момент:

$$M_g = \frac{q_g \ell^2}{8} = \left(q + \frac{q}{g} a \right) \frac{\ell^2}{8} = \frac{q \ell^2}{8} \left(1 + \frac{a}{g} \right) = M_c \cdot K_g \text{ ва хавфли}$$

кесимдаги динамик кучланиш:

$$\sigma_s = \frac{M_s}{W} = \frac{M_c}{W} \cdot K_s = \sigma_c \cdot K_s \quad (12.4)$$

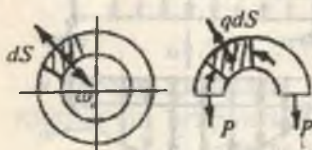
ва мустаҳкамлик шарти:

$$\sigma_{s \cdot \max} = \sigma_{c \cdot \max} \cdot K_s = K_s \cdot \frac{q \ell^2}{8W} \leq [\sigma] \quad (12.5)$$

формулалар билан топилади. Локомотивнинг иккита фил-дирагини бирлаштирувчи спарник (тирсакли-шарнирли ўқ) даги энг катта эгувчи момент ҳам шу усул билан аниқ-ланиши мумкин:

$$M_{\max} = \frac{q \ell^2}{8} = \frac{\gamma A \ell^2}{8} \left(1 + \frac{\omega^2 r}{g} \right)$$

Айланувчан ҳалқасимон элементда кучланиш. Ўзгармас кесимли тез айланаётган ҳалқанинг кучланишини топа-миз. Ҳалқанинг айланишида ажратилган ds узунликдаги элемент ўзгармас бурчак тез-лик ω билан ҳаракат қилади.



307-расм.

Бурчак тезланиш $\varepsilon = 0$, шу-нинг учун тангенциал тезла-ниш $\omega_1 = 0$, марказга инти-

лувчи тезланиш $\omega_n = \frac{\omega^2 D}{2}$ ҳалқанинг марказига интилади. Ҳосил бўлган инерция кучи қуйидагича топилади:

$$q ds = \frac{\gamma A}{g} \frac{\omega^2 D}{2} ds = \omega_n \frac{\gamma A}{g} ds$$

q — ҳалқанинг бир бирлик узунлигидаги инерция ку-чининг интенсивлиги.

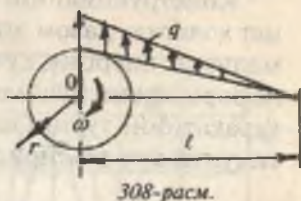
Ҳалқанинг чўзувчи кучи $P = \frac{Dq}{2}$ нй ҳисобга олсак,

динамик кучланишни топамиз:

$$\sigma_s = \frac{P}{A} = \frac{Dq}{2A} = \frac{D}{2A} \cdot \frac{\gamma A}{g} \cdot \frac{\omega^2 D}{2} = \frac{\gamma \omega^2 D^2}{4g} \quad (12.6)$$

Шатунни ҳисоблаш. Ўзгармас бурчак тезликда шатун-нинг K нуқтасида марказга интилувчи B нуқтада фақат тан-генциал тезланиш ҳосил бўлади. KB шатунни ҳамма нуқта-сида (K ва B нуқталардан ташқари) марказга интилувчи ва

тангенциал кучланишлар ҳосил бўлади. OK кривошип KB шатунга перпендикуляр бўлган ҳолатда, марказдан қочувчи инерция кучлари шатун ўқиға перпендикуляр йўналади ва KB узунлиқда чизиқли қонуният билан ўзгаради. K нуқтада $q = q_0$ ва B нуқтада $q = 0$.



Шатунни икки таянчли балка деб қабул қилсак, энг катта эгувчи момент B нуқтадан $\frac{l}{\sqrt{3}}$ масофада ҳосил бўлади:

$$M_{\max} = \frac{q_l l^2}{9\sqrt{3}}, \quad \text{бу ерда: } q_l = \frac{A_y}{g} \omega^2 r.$$

Динамик кучланиш:

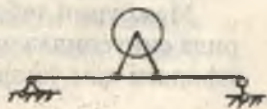
$$\sigma_n = \frac{M_{\max}}{W} = \frac{q_l^2}{9\sqrt{3}W} = 9\sqrt{3} \cdot gW \frac{r A \omega^2 \cdot r \cdot l^2}{g 9\sqrt{3}W} \quad (12.7)$$

12.2. ТЕБРАНМА ҲАРАКАТДА КУЧЛАНИШНИ АНИҚЛАШ

Айрим конструкция қисмларини ишлаш жараёнида тезланиш йўналиши ва ишорасини ўзгартиради. Бу ҳолатда кучланиш ва деформациялар ҳам ҳар даврда ишорасини ўзгартиради. Масалан, айланувчи юк осилган механизм билан жиҳозланган балка юк айланишида инерция кучи ҳосил бўлади. Инерция кучи балкада ҳар дақиқа ишорасини ўзгартирувчи кучланиш ва деформацияни келтириб чиқаради.

Балка юкнинг айланиш даврига тенг давр билан тебранади. Бундай тебраниш мажбурий тебраниш дейилади.

Агар, эркин ва мажбурий тебранишлар давлари тенглашса, вақт оралиғида тебраниш амплитудаси жуда тез ўсади ва резонанс ҳодисаси содир бўлади. Резонанс емирилишга сабаб бўлади. Шунинг учун резонанс ҳодисасини чеклаш лозим. Бунинг учун эркин ва мажбурий тебранишлар давлари мос тушмаслиги керак. Конструкцияни лойиҳалашда (уйғутувчи кучни) мажбурий тебраниш даври берилганлиги учун фақат эркин тебранишнинг параметрлари —



309-расм.

давр, частота ва амплитудаларини танлаш керак.

Конструкциянинг тебранма ҳаракати эластик мувозанат ҳолатида давом этади. Конструкциянинг статик деформацияси инерция кучи таъсирида ҳосил бўлган динамик деформацияга қўшилади. Динамик деформация тебранма ҳаракатнинг турига ва амплитудасига боғлиқ. Чўзувчи ёки сиқувчи куч таъсиридаги пружинанинг бўйлама тебраниши;



310-расм.

хусусий оғирлиги таъсирдан тебранаётган балканинг ҳаракати оддийдир. Бу ҳолатда системанинг деформацияси битта текисликдаги (координата) ёки йўналишдаги қиймат билан ўлчанади (310-расм). Бундай тебранма ҳаракат эркинлик даражаси бирга тенг бўлган тебранма ҳаракат, дейилади. У ҳолда балка хавфли кесимидаги энг катта салқилик қуйидагича топилади:

$$\delta_n = \delta_c + A_m = \delta_c \left(1 + \frac{A_T}{\delta_c}\right) = K_x \cdot \delta_c \quad (12.8)$$

Балканинг деформацияси эластик бўлганлиги учун кучланиш деформацияга пропорционалдор:

$$\sigma_x = K_x \cdot \sigma_c = \left(1 + \frac{A_T}{\delta_c}\right) \cdot \sigma_c \quad (12.9)$$

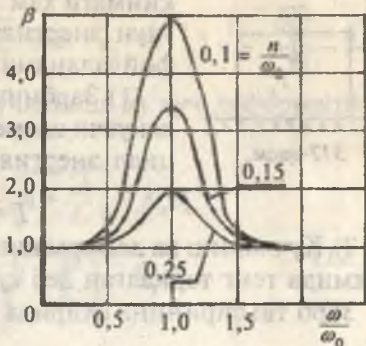
Эркин тебранаётган Q юк ҳаракатининг дифференциал тенгламаси $\frac{Q}{g} x'' + cx = 0$ ни ечиб, эркин тебраниш частотаси $\omega_o = \sqrt{\frac{g-c}{Q}} = \sqrt{\frac{g}{Q}}$ ва даври $t_o = \frac{2\pi}{\omega_o}$ топилади.

Хусусий ҳол: Эгилиш: икки таянчли балка учун $\delta_Q = f = \frac{Ql^3}{48EI}$ (а), $\delta_Q = f = \frac{Ql^3}{3EI}$ (в) консол учун.

Мажбурий тебранишни уйғотувчи куч S айланиш даврида синусоидал чизиқ билан ўзгаради. Бу ҳолатда K_x нинг ифодаси ҳам ўзгаради:

$$K_s = 1 + \frac{A}{\delta_c} = 1 + \frac{\delta_H}{\delta_c} \cdot \beta \quad (12.10)$$

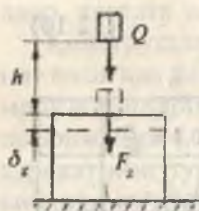
Бу ерда $\delta_H = \frac{H}{Q} \delta_Q$ — энг катта уйғотувчи куч $S_{\max} = H$ таъсиридаги деформация; $\beta = \frac{A}{\delta_H}$ — тебранишнинг ўсиш коэффициенти. β нинг қиймати $\frac{\omega}{\omega_0}$ нисбатга ва тебранишнинг сўниш коэффициенти (n)га боғлиқ. Агар $\frac{\omega}{\omega_0} = 1$ ва тебранишнинг сўниш коэффициенти кичиклашса, тебраниш амплитудаси ва β нинг қиймати катталашади. Демак, динамик деформация ва кучланишлар жуда тез ўсади. Конструкциянинг хавfli ҳолатини чеклаш учун унга тебранишнинг сўндирадиган турли мосламаларини ўрнатиш мумкин.



311-расм.

12.3. ЗАРБ ТАЪСИРИДА КУЧЛАНИШ

Конструкция қисмининг ёки бир бўлагининг жуда кичик вақт давомида тезлиги ўзгаришининг ҳодисаси зарб таъсирида содир бўлади. Зарб таъсирида зарбланувчи ва зарб берувчи қисмлар орасида жуда катта босим ҳосил бўлади. Зарб таъсирининг тезлиги қисқа вақт оралиғида ўзгаради ва хусусий ҳолда нолга қадар яқинлашади. Чунки зарбланувчи элементда зарб берувчи элементнинг тескари йўналишга ҳаракатини ўзгартирувчи реакция ҳосил бўлади — $F_x = \frac{Q}{g} a$, бу ерда Q — зарб берувчи элементнинг оғирлиги. Зарб давомида зарб берувчи ва зарбланувчи элементлардаги F_x реакциялар ўзаро тенг. Агар F_x куч маълум бўлса, зарбланувчи элементлардаги кучланишни топамиз. Лекин зарбнинг давом қилиш вақти номаълум бўлганлиги учун (Q юк зарб таъсири тезлигининг нолга



312-расм

қадар тушиш даври) a тезланишни топиб бўлмайди. Шунинг учун F_g кучнинг қиймати ҳам номаълум. F_g кучни топиш учун энергиянинг сақланиш қонунидан фойдаланамиз.

1) Зарбнинг кинетик энергияси зарбланувчи элемент деформациясини потенциал энергиясига айланади, яъни:

$$T = I_g \quad (12.11)$$

2) Кучланиш ва деформациянинг зарбланувчи элемент ҳажмида тенг тарқалган деб қабул қилинади.

Зарб таъсирининг охирида Q юк $h + \delta_g$ масофани босиб ўтади. У ҳолда Q юкни кинетик энергияси бажарилган ишга тенг бўлади:

$$T = A_g = (h + \delta_g) Q \quad (12.12)$$

Зарбланувчи элемент деформациясининг потенциал энергиясини топиш учун, статик деформациянинг потенциал энергиясидан фойдаланамиз:

$$U_c = \frac{1}{2} Q \cdot \delta_c \quad (12.13)$$

Бу ерда: $\delta_c = \frac{Q}{c}$ ёки $Q = c \cdot \delta_c$

C элементнинг бикрлик коэффиценти, элементнинг шакли, ўлчамлари ва материали, деформацияси турига боғлиқ. У ҳолда:

$$U_c = \frac{1}{2} Q \delta_c = \frac{c}{2} \cdot \delta_c^2$$

Зарбланувчи элементнинг деформацияси эластик бўлса, динамик кучланиш материалнинг пропорционаллик чегарасидан катта бўлмайди, у ҳолда Гук қонунидан фойдаланиш мумкин:

$$\delta_g = \frac{F_g}{c} \text{ ва } U_g = \frac{F_g \cdot \delta_g}{2} = \frac{C}{2} \delta_g^2 = \frac{Q}{2\delta_c} \cdot \delta_g^2; \text{ бу ерда: } C = \frac{Q}{\delta_c}$$

Топилган T ва I_g ларнинг ифодаларини (12.11) формулага келтириб қўйсак,

$Q \cdot (h + \delta_g) = \frac{Q}{2\delta_c} \delta_g^2$ ёки $\delta_g^2 = 2\delta_c \delta_g - 2h\delta_c = 0$ ҳосил бўлади.

Бу ердан: $\delta_g = \delta_c \pm \sqrt{\delta_c^2 + 2h\delta_c}$ ёки $\delta_g = \delta_c \left[1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\delta_c}} \right] = K_g \delta_c$

Гук қонунига асосан кучланиш ва куч деформацияга пропорционал, у ҳолда:

$$\begin{aligned}\sigma_g &= \sigma_c \left[1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\delta_c}} \right] = K_g \sigma_c \\ F_g &= Q \left[1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\delta_c}} \right] = K_g Q\end{aligned}\quad (12.15)$$

Юқоридаги формулалардан кўринадики, динамик деформация, кучланиш ва куч статик деформацияга боғлиқ экан.

$K_g = 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\delta_c}}$ — динамик коэффициент.

Агар $h = \frac{v^2}{2g}$ билан алмаштирилса, $K_g = 1 + \sqrt{1 + \frac{v^2}{g\delta_c}}$ ҳосил бўлади. Бу ерда v — зарб берувчи элементнинг тезлиги $\frac{2h}{\delta_c} = \frac{hQ}{Q\delta_c} = \frac{T_0}{U_c}$ ни ҳисобга олсак, динамик коэффициент қуйидагича топилади:

$$K_g = 1 + \sqrt{1 + \frac{T_0}{U_c}} \quad (12.18)$$

Бу ерда T_0 — зарб таъсири бошланган вақтдаги юкнинг кинетик энергияси. Агар, Q юк $h = 0$ масофадан тушиб зарб берса, $\delta_g = 2\delta_c$ ҳосил бўлади: $\sigma_g = 2\sigma_c$ ва $F_g = 2Q$.

Агар, масофа δ_c деформациядан катта бўлса, $\frac{2h}{\delta_c}$ қийматга нисбатан илдириштирилганда биринчи ҳисобга олмасак ҳам бўлади, яъни:

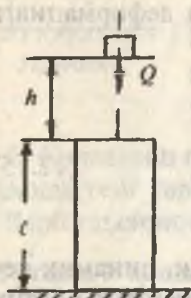
$$K_g = 1 + \sqrt{\frac{2h}{\delta_c}} \quad (12.19)$$

Бу ерда хатолик 5% дан катта бўлмайди.

У ҳолда: $\delta_g = \delta_c \left(1 + \sqrt{\frac{2h}{\delta_c}} \right)$ ва $\sigma_g = \sigma_c \left(1 + \sqrt{\frac{2h}{\delta_c}} \right)$

Агар, $\frac{2h}{\delta_c}$ қийматни жуда катта деб қабул қилсак, K_x ни қуйидаги формула билан топамиз:

$$K_x = \sqrt{\frac{2h}{\delta_c}} = \sqrt{\frac{T_0}{U_c}} \quad (12.20)$$



313-расм.

Бу ерда $\sigma_x = \sigma_c \sqrt{\frac{2h}{\delta_c}}$ кучланишни ҳисоблашда қўйилган хатолик 10 % дан ошиб кетмаслиги керак: $\frac{2h}{\delta_c} > 110$

Зарб таъсирининг хусусий ҳоллари.
Чўзилиш ёки сиқилиш. Динамик коэффициентни тақрибий формула ёрдамида то-
пайлик:

$$K_x = \sqrt{\frac{T_0}{U_c}}$$

$$\text{Бу ерда: } U_c = \frac{Q\delta_c}{2} = \frac{Q^2 l}{2EA} = \frac{\sigma_c^2 AE}{2E} \quad \text{ва} \quad \sigma = \frac{Q}{A}$$

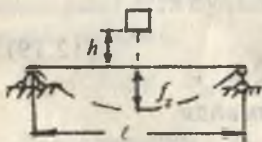
$$\text{Динамик кучланиш: } \sigma_x = K_x \sigma_c = \sqrt{\frac{2T_0 E}{\sigma_c^2 A l}} \cdot \sigma = \sqrt{\frac{2T_0 E}{A l}}$$

Демак, динамик кучланиш сиқилаётган стерженнинг кўндаланг кесим юзасига боғлиқ экан.

Статик куч стерженнинг ўлчамига боғлиқ эмас. Динамик куч ва динамик кучланиш зарбнинг таъсир қилиш давомига, стерженнинг материалига ва узунлигига боғлиқ. Динамик куч таъсиридаги элементнинг мустаҳкамлик шартини ёзамиз:

$$\sigma_x \leq [\sigma_x] \quad (12.22)$$

$$\text{Бу ерда } [\sigma_x] = \frac{\sigma_{ок}}{n_x} \text{ рухсат этилган динамик кучланиш.}$$



314-расм.

$n_x = 1,5 \dots 2,0$ — зарб таъсирига эҳтиётлик коэффициентни.

Эгилиш. Эгилишда динамик деформация балка учларининг таяниш шартига ва ташқи куч билан юкла-

ниш схемасига боғлиқ. Иккита шарнирли таянчга таянган балка узунлиги ўртасидаги Q юк таъсирида (314-расм), динамик кучланиш қуйидагича ёзилади:

$$\sigma_s = K_s \sigma_c = \frac{Q\ell}{4W} \sqrt{\frac{96T_o EI}{Q^2 \ell^3}} = \sqrt{\frac{6T_o EI}{W^2 \ell^3}}$$

Бу ерда:

$$f_c = \delta_c = \frac{Q\ell^3}{48EI}; \quad \sigma_c = \frac{Q\ell}{4W} \quad \text{ва} \quad U_c = \frac{Q\ell_c}{2} = \frac{Q^2 \ell^3}{96EI}$$

Агар, $I = i^2 A$ ва $W = \frac{I}{J_{\max}} = \frac{i^2 A}{J_{\max}}$ бўлса:

$$\frac{I}{W^2} = \frac{i^2 A}{\left(\frac{i^2 A}{J_{\max}}\right)^2} = \left(\frac{J_{\max}}{i^2}\right)^2 \cdot \frac{1}{A}$$

У ҳолда динамик кучланиш:

$$\sigma_s = \frac{y_{\max}}{i} \sqrt{\frac{6TE}{Al}} \quad (12.23)$$

формуладан кўринадики, эгилишда динамик кучланиш балка материалнинг эластик модулига, кесимнинг ўлчамлари ва шаклига, балканинг таяниш шартига боғлиқ.

Масалан, тўғри бурчакли кесим:

$$\frac{J_{\max}}{i} = \frac{\frac{h}{2}}{\sqrt{\frac{bh^3}{12bh}}} = \sqrt{3} \quad \text{ва} \quad \sigma_s = \sqrt{\frac{18T_o E}{Al}}$$



314-расм.

Доиравий кесим:

$$\frac{J_{\max}}{i} = \frac{\frac{d}{2}}{\sqrt{\frac{\pi d^4}{64\pi d^2}}} = 2 \quad \text{ва} \quad \sigma_s = \sqrt{\frac{24T_o E}{Al}}$$

Динамик коэффициентни аниқлаш учун тақрибий формула татиқ этилмаса, динамик кучланиш қуйидагича топилади:

$$\sigma_s = \frac{Q\ell}{4W} \left[1 + \sqrt{1 + \frac{96T_o EI}{Q^2 \ell^3}} \right] \leq [\sigma_s]$$

Буралиш. Айланаётган вал бир учининг ҳаракатини қисқа вақт оралиғида чеклаб қўйсак (тормозланса), иккинчи учига маховикнинг таъсири — T қўйилса, валда зарб таъсиридаги буровчи момент ҳосил бўлади. Динамик буралиш бурчаги $\delta_g = \varphi_g = K_g \varphi_c$ ва кучланиш

$$\tau_g = \tau_c \cdot K_g = \tau_c \sqrt{\frac{T_0}{U_c}}. \text{ Бу ерда: } \varphi_c = \frac{M\ell}{GI_p}$$

$$U_c = \frac{M \cdot \varphi_c}{2} = \frac{M^2 \ell}{2GI_p}, \text{ у ҳолда: } \tau_g = \frac{M}{W_p} \sqrt{\frac{2T_0 GI_p}{M^2 \ell}} = \sqrt{\frac{2T_0 GI_p}{W_p^2 \ell}}$$

$$\frac{I_p}{W_p^2} = \frac{\pi \cdot d^4}{32} \cdot \frac{1}{\left(\frac{\pi \cdot d^3}{16}\right)^2} = \frac{8}{\pi \cdot d^2} = \frac{2}{\frac{\pi \cdot d^2}{4}} = \frac{2}{A}$$

$$\text{Динамик кучланиш: } \tau_g = 2 \sqrt{\frac{T_0 G}{A \ell}}$$

$$\text{Динамик деформация: } \varphi_g = \frac{M \ell}{GI_p} \sqrt{\frac{2T_0 GI_p}{M^2 \ell}} = \sqrt{\frac{2T_0 \ell}{GI_p}}$$

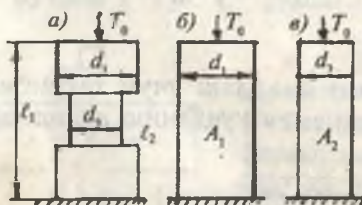
12.4. ЎЗГАРУВЧАН КЕСИМЛИ СТЕРЖЕНЛАРДА ЗАРБ ТАЪСИРИДАГИ КУЧЛАНИШ

Бўйлама зарб таъсиридаги кучланишни камайтириш учун стерженнинг ҳажмини катталаштириш керак эканлигини олдинги мавзуларда кўриб ўтдик.

Бу назария, агар стерженнинг ҳажми унинг узунлиги бўйлаб ўзгармас бўлса, ўринлидир. Стерженнинг узунлиги бўйлаб кўндаланг кесим юзаси ўзгарувчан бўлса, ама-

лиётда юқоридаги назарияларда ўзгариш бўлиши мумкин.

Масалан, узунлиги бўйлаб $d_1 > d_2$ диаметрли кесимнинг энг катта кучланиши d_2 диаметрли кесимда ҳосил бўлади. Энг катта куч-



315-расм.

ланиш стерженнинг заифлашган кесими диаметрига ва унинг сиқувчанлигига боғлиқ. Бу ҳолда стерженнинг кучланиши икки хил усул билан камайтирилиши мумкин:

1) Стерженнинг заифлашган кесимини d_1 диаметр билан тайёрлаш: бу ҳолда стерженнинг кесим юзаси катталашади; сиқилувчанлиги камаяди: инерция кучи бир оз ортади. Кесим юзаси катталаниши ҳисобига кучланиш камаяди. Агар стержень заифлашган кесимни тақозо қилса, бу вариант керак эмас.

2) Стерженнинг мустаҳкамлигини ошириш учун, унинг сиқилувчанлиги орттирилиши керак. Сиқилувчанлик асосан стерженнинг узунлиги бўйлаб d_2 диаметр билан тайёрлаш эвазига орттирилади. У ҳолда динамик куч — F_{δ} камаяди, кучланиш ҳам камаяди. Бу назарияларни ҳисоб усули билан текшираемиз. 315-расмда кўрсатилган учта стерженга ҳам бир хил $T_0 = Qh$ зарб таъсири қўйилсин. Уларни қуйидагича белгилайлик:

$$\frac{A_2}{A_1} = q \quad \text{ва} \quad \frac{\ell_2}{\ell_1} = p$$

Кучланишни тақрибий формула ёрдамида топамиз (315-

а расм): $\sigma_g = \sigma_c \sqrt{\frac{2h}{\Delta \ell}} = \frac{Q}{A_2} \sqrt{\frac{2h}{\Delta \ell}} = \sqrt{\frac{2T_0 Q}{A_2^2 \Delta \ell}}$

Бу ерда: $\Delta \ell = \frac{Q \ell_2}{EA_2} + \frac{Q(\ell_1 - \ell_2)}{EA_1} = \frac{Q \ell_1}{EA_2} [P + q(1 - P)]$

У ҳолда: $\sigma_g = \sqrt{\frac{2T_0 Q}{A_2^2 \frac{Q \ell_1}{EA_2} [P + q(1 - P)]}}$

Ўзгармас кесимли (b ва φ) стерженлар учун

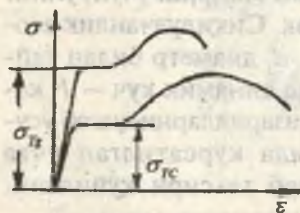
$$\sigma_\delta = \sqrt{\frac{2T_0 E}{A_1 \ell_1}} \quad \text{ва} \quad \sigma_B = \sqrt{\frac{2T_0 E}{A_2 \ell_1}}$$

$$[P + q(1 - P)] < q < 1 \quad \text{бўлганлиги учун} \quad \sigma_a > \sigma_b > \sigma_\delta$$

Шундай қилиб, (а) схемада диаметрнинг 20% кичиклаштирилиши кучланишни 50% га катталаштиради, агар стерженнинг узунлиги бўйлаб бир хил d_2 диаметрда тайёрланса, кучланиш 20% га яқин камайтирилади. Ўзга-

рувчан кесимли стерженларга бўйлама зарб таъсирида ишлайдиган болтларни мисол қилиш мумкин. Болт зарб таъсирини емирилмасдан ўтказиб юбориши учун унинг узунлиги бўйлаб диаметрини резбанинг ички диаметрига тенг қилиб тайёрлаш керак. Бунинг учун болтнинг сирти йўнилади ёки унда ички канал ҳосил қилинади. Кўпинча стерженнинг узунлиги катталаштирилиши эвазига ҳам кучланиш камайтирилади.

Зарбга синаш. Тажрибалар натижасига кўра, бир хил



316-расм.

материалдан тайёрланган намуналар статик ва динамик кучларга ҳар хил қаршилиқ кўрсатиши аниқланган. Масалан, намуналарни чўзилишга катта тезликда синашда олинган диаграмма статик куч таъсиридаги диаграммадан фарқ қилади (316-расм):

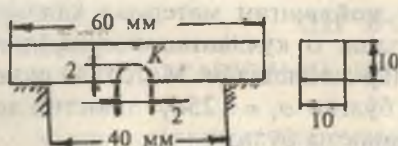
- 1) динамик куч таъсирида материалнинг оқувчанлик ва мустаҳкамлик чегаралари катталашади;
- 2) емирилишдаги қолдиқ деформацияси камаяди;
- 3) диаграмма σ ўқи томонга силжийди;
- 4) оқувчанлик вақти камаяди;
- 5) материалнинг эластиклик модули катталашади.

Зарб таъсиридан пластик материалда мўртлик намоён бўлиши мумкин, яъни пластик материал мўрт материалдек емирилади.

Н.Н. Давиденко тажрибасига асосан зарб таъсиридан оқувчанлик чегараси 20—70% га, мустаҳкамлик чегараси 10—30% га ортади.

Материални зарбга синаш учун махсус намуна тайёрланади (317-расм). Материални оғирроқ вазиятда ишлатиш учун намунада ўлчамлари 2 мм бўлган канал тайёрланади. Маятник типидagi коперда (317-расм) намунага K нуқтадан зарб берилади.

С маятник h_1 баландликдан тушиб намунани емиради ва ортиқча қолган энергия ҳисобига $h_2 \leq h_1$ баландликка кўтарилади. Маятникнинг бажарган иши $W_{\text{иш}} = G(h - h_2)$ нинг бир қисми намунани емиришга сарфланади. Ишнинг



317-расм.



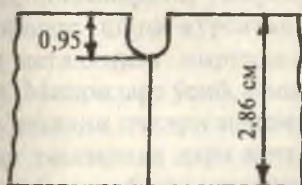
318-расм.

бир қисми ишқаланишга, ҳавонинг қаршилигини енгитишга сарфланади. Материалнинг зарб таъсирига қаршилик кўрсата билиш қобилиятини зарбга қовушқоқлик тавсифлари аниқлайди:

$$a = \frac{W_1}{A} = \frac{W - \Delta W}{A} \quad (12.26)$$

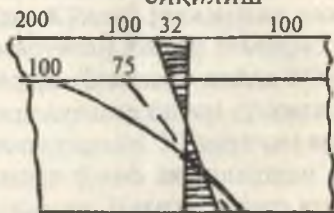
a — тавсифлар қанча катта бўлса, материалнинг зарб таъсирига қаршилик кўрсатиш қобилияти шунча яхши бўлади. a нинг қиймати тажриба ўтказиш шароитига, намунали ўлчамларига боғлиқ бўлади. Намунанинг заифлашган кесимида кучланишнинг тарқалиш қонуниятини (319-расм) да кўрсатилган:

чўзилиш



а)

сиқилиш



б)

319-расм.

(а) диаграмма намунали каналча бўлмаган пайтдаги кучланиш эпюраси. (б) диаграмма намунали зарб таъсирдан эгилишдаги нормал кучланиш (σ_1) эпюраси. Пунктир чизиқли эпюра канал ёнида кучланишнинг маҳаллий тўплами ҳосил бўлмаган пайтдаги кучланишнинг тарқалиш қонуниятини. Диаграммадан кўринадики, намуналининг баландлигини 0,95 см га камайтирганда, кучланишнинг маҳаллий тўплами 5,22 маротаба катталашар экан.

Каналчанинг асосида жойлашган материал ҳажмий кучланганлик ҳолатида бўлади. σ_2 кучланиш намуна ўқиға параллел, σ_1 перпендикуляр жойлашади. Материал оқувчанлик чегарасидан катта бўлган $\sigma_1 = 1,25\sigma_T$ пластик деформация олади ва мўрт ҳолатда бўлади.



Бўлиб чиқарилади, асосида кўпчилик ҳолатда материал кучланиш намуна ўқиға параллел, перпендикуляр жойлашади. Материал оқувчанлик чегарасидан катта бўлган $\sigma_1 = 1,25\sigma_T$ пластик деформация олади ва мўрт ҳолатда бўлади.



Материалнинг асосида жойлашган материал ҳажмий кучланганлик ҳолатида бўлади. σ_2 кучланиш намуна ўқиға параллел, σ_1 перпендикуляр жойлашади. Материал оқувчанлик чегарасидан катта бўлган $\sigma_1 = 1,25\sigma_T$ пластик деформация олади ва мўрт ҳолатда бўлади.

ХІІІ БОБ

ЎЗГАРУВЧАН КУЧЛАНИШЛАР

Материалларнинг систематик равишдаги қиймати ёки қиймати ва ишорасини ўзгартириб турадиган юкларга қаршилиги уларнинг статик ёки зарб таъсирига қаршилигидан фарқ қилади. Шунинг учун материалнинг ўзгарувчан юклар таъсиридаги мустаҳкамлигини ўрганиш алоҳида аҳамиятга эга. Қиймати жиҳатидан ўзгарувчан ва жуда кўп такрорланадиган юклар таъсирида машиналарнинг қисмлари тасодифан ва сезиларли даражада қолдиқ деформация ҳосил қилмай емирилиши қизиқарли ҳол эди.

Ўзгарувчан юклар таъсирида материалларнинг структураси ўзгаради, шунинг учун материалда "толиқиш" — "чарчаш" ҳосил бўлиб, емирилади — пластиклик мўртлик билан алмашади, деган фикр пайдо бўлган эди. XX асрнинг бошларида металлларнинг структураси ва механик хоссалари ўзгарувчан кучланишлар таъсиридан ўзгармас эканлиги исботланади. Масалан, буг машинанинг штоки ёки поезд вагонининг ўқи узоқ вақтлар ўзгарувчан кучланишлар таъсирида ишласа ҳам ўзининг структураси ва пластиклик хоссаларини ўзгартирмайди. Кўплаб ўтказилган тажрибалар шуни кўрсатдики, ўзгарувчан юклар таъсиридаги металлнинг сиртида микродарз (ёрилиш) пайдо бўлади. Микродарз ўсиб, бошқа микродарзлар билан қўшилади ва детални ичкари томон ривожлантиради. Ўзгарувчан юклар таъсирида дарз кетган юзалар ўзаро яқинлашади ва бир-бирига босим таъсирини ўтказди. Натижада дарз юзалари силлиқлашади. Янги ривожланган дарз юзаси эса қўпол ва донатор бўлади. Бу ҳолат мўрт емирилишга яқин. Ўзгарувчан юклар таъсиридаги емирилишнинг бундай механизми дарз ривожланиши билан деталнинг кесими заифлашиши ва деталнинг мустаҳкамлиги камайиб бораётганлигини тўғри тушунтиради.

Дарз асосидаги материал ҳажмий кучланганлик ҳолати маҳаллий тавсифга эга, чунки дарз ва кучланганлик ҳолати материалнинг ҳамма қисмида ҳам ҳосил бўлмайди.

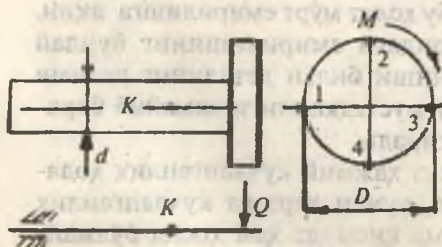
Демак, техника, фан ривожланишининг янги этапида материалларнинг узгарувчан юклар таъсирида емирилишига асосий сабаб унинг "толиқиши" — "чарчаши" эмас, балки деталнинг сиртида ҳосил бўлган дарз юзаси экан. Шунинг учун толиқиш деганда материалларнинг аста-секин ривожланадиган микродарзлар таъсиридан емирилиши тушунилади.

13.1. КУЧЛАНИШ ЦИКЛАРИНИНГ ТУРЛАРИ

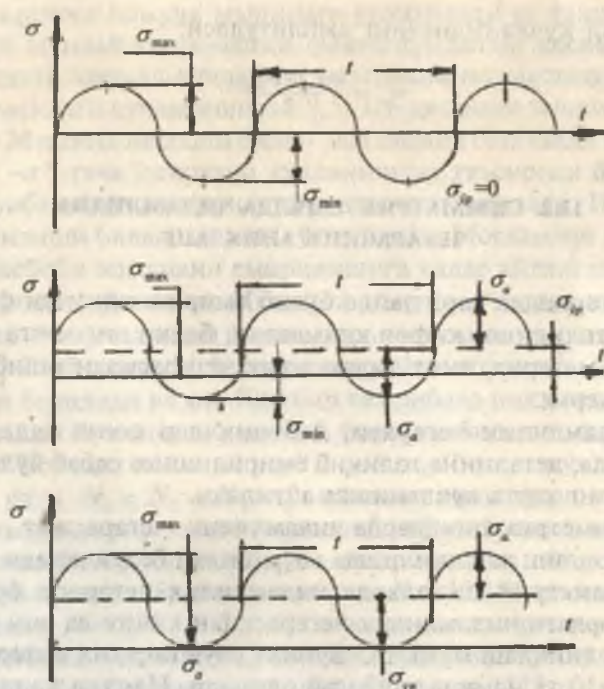
Бир учига шкив ўрнатилган вал сиртига тўғри келадиган кучланишни топайлик. Агар вал шкивнинг оғирлиги Q таъсиридан эгилади, деб қабул қилсак, валнинг кўндаланг кесим юзасида эгилишдаги нормал кучланишлар ҳосил бўлади. Кесим юзасидан ажратилган 1 ва 3-нуқталар (320-расм) нейтрал ўқ устида жойлашади. Шунинг учун бу нуқталарда эгилишдаги нормал кучланиш нолга тенг. 2 ва 4-нуқталар вал материалининг чўзиладиган ва сиқиладиган толаларида жойлашган. Бу нуқталардаги нормал кучланишлар ўзаро тенг ва қарама-қарши ишоралидир. Агар, валнинг айланишини ҳисобга олсак, вақт оралиғида, яъни маълум даврда (T) бу нуқталарнинг ўрни алмашиб туради. Демак, K нуқтанинг ҳолати 1, 2, 3 ва 4-нуқталар ҳолати билан мос тушиши мумкин экан. Натижада K нуқтанинг кучланиши вақт оралиғида қийматини ва ишорасини ўзгартиради. Бир давр ичида кучланишнинг ўзгаришига кучланиш цикли дейилади. Конструкция қисмларини ишлаш жараёнида кучланишлар цикллари жуда

кўп давом этиши мумкин ва турлича бўлади (321-расм). Масалан:

1) Носимметрик ўзгарувчан кучланишлар (308-б, в расм) — максимал ва минимал қийматлари тенг ва бир хил ишорали ва нолдан бошланадиган цикли



320-расм.



321-расм.

булади. Агар кучланишларни ($\sigma_{\max} = \sigma_{\min}$) максимал ва минимал қийматлари тенг ва бир хил ишорали бўлса, ўзгармас кучланишлар, дейилади. Симметрик цикли ўзгарувчан кучланишларни максимал ва минимал қийматлари бир-бирига тенг ва ҳар хил ишоралидир. Кучланишларнинг ишорасини ҳисобга олганда, минимал кучланишни максимал кучланишга нисбати цикл тавсифи дейилади, яъни:

$$\eta = -\frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}} \quad \text{ва} \quad \eta = \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}} \quad (13.1)$$

Циклнинг ўртача кучланиши:

$$\sigma_{yp} = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2} \quad (13.2)$$

Цикл кучланишининг амплитудаси:

$$\sigma_s = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2}$$

13.2. СИММЕТРИК ЦИКЛДА ЧИДАМЛИЛИК ЧЕГАРАСИНИ АНИҚЛАШ

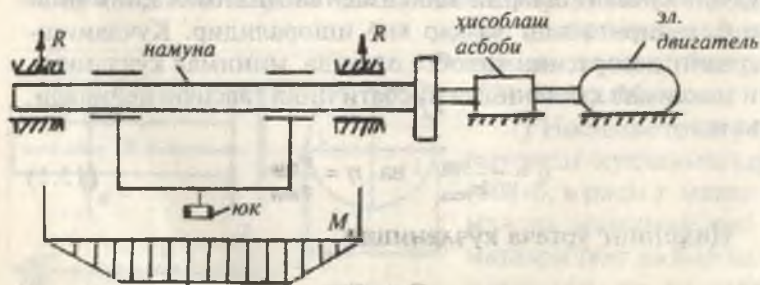
Материалда дарз пайдо бўлиб емирилиши учун фақат унинг толиқиши кифоя қилмасдан, балки энг катта кучланиш материалнинг чидамлилиқ чегарасидан ошиб кетиши керак.

Чидамлилиқ чегараси, деб цикллар сони жуда кўп бўлганда, деталнинг толиқиб емирилишига сабаб бўлмайдиган энг катта кучланишга айтилади.

Симметрик циклларда чидамлилиқ чегараси σ_{-1} , оддий қўзилиш ва сиқилишда σ_{+1} билан белгиланади.

Симметрик циклларда чидамлилиқ чегараси бошқа цикллардаги чидамлилиқ чегарасидан кичик ва уни тажрибада аниқлаш мумкин. Бунинг учун бир хил материалдан 6—10 та намуна тайёрлаб олинади. Намуна доиравий кесимли бўлиб, шарико-подшипник орқали шундай юкланадики, унинг ўрта қисми соф эгилишга ишласин (бу ҳолатда $\tau = 0$). Намуна (2000...3000) айл/мин тезлик билан айланади (322-расм).

Намунада маҳаллий кучланишлар тўплами ҳосил бўлмаслиги учун уни шакли силлиқ қилиб тайёрланади.

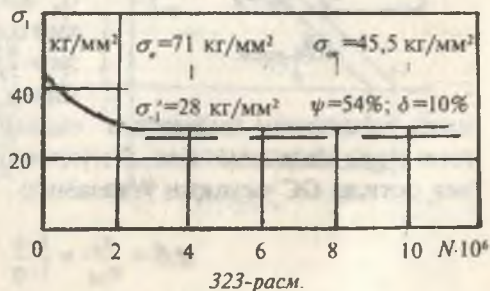


322-расм.

Биринчи намуна машинага ўрнатилади ва ташқи куч билан шундай юкланадики, унинг кўндаланг кесимидаги энг катта нормал кучланиш материалнинг мустаҳкамлик чегарасидаги кучланишнинг $0,5 \dots 0,6$ қисмини ташкил қилсин. Машина ишлаши билан вал айлана бошлайди ва $-\sigma'$ дан $-\sigma''$ гача ўзгарувчи кучланишлар таъсирида бўлади. Тажриба намуна емирилгунча давом эттирилади. Намуна емирилиши билан машина тўхтатилади. Мосламани ҳисоблаш асбоби намунани емирилишига қадар айланган цикл N_1 сонини кўрсатади. Иккинчи намуна σ' кучланишдан кичик σ'' кучланиши билан юкланади ва емирилиш цикли N_2 ёзиб олинади. Учинчи намунага $\sigma''' < \sigma''$ кучланиши берилади ва ҳ.к. Ҳар бир тажрибада цикл сони ёзиб олинади. Кучланиш камайиб бориши билан цикл сони ортиб боради, яъни $\sigma' > \sigma'' > \sigma''' > \sigma^{IV} > \dots$ кучланишлар учун $N_1 < N_2 < N_3 < \dots$ цикллар сони тўғри келади. Кучланишларни камайтиравериб шундай цикл сонини топамизки, бу ҳолда намуна емирилмайди. Агар пўлат материалдан тайёрланган намуна $N = 10 \cdot 10^6$ циклда емирилмаса, $N = 100 \cdot 10^6 - 200 \cdot 10^6$ циклда ҳам емирилмас экан. Тажриба натижаларини, масалан, хромникелли пўлат материали учун графикда ифодалаш мумкин (323-расм). Бунинг учун ординатага ҳар бир намунада ҳосил қилинган кучланишлари, абсциссада эса цикл сонлари жойлаштирилади.

Эгри чизиққа ўтказилган горизонтал уринманинг ординатаси материалнинг чидамлилиқ чегарасини аниқлайди. Пўлат материалнинг эгилишдаги чидамлилиқ чегараси оддий чўзилиш ва сиқилишдаги мустаҳкамлик чегараси билан

боғлиқ: $\sigma_{-1}^2 = 0,4 \sigma_B$. Ўзгарувчан чўзувчи ёки сиқувчи куч таъсиридаги пўлатни чидамлилиқ чегараси σ_{-1}^0 эгилишдаги чидамлилиқ чегарасидан

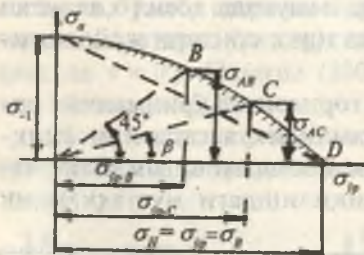


кичик, яъни: $\sigma_{-1}^0 = 0,7$; $\sigma_{-1}^s = 0,28 \sigma_B$, чуңки чузилиш ва сиқилишда кесимининг ҳамма нуқтаси бир хил кучланиш таъсирида бўлади. Эгилишда энг катта кучланиш кесимнинг четки толаларида ҳосил бўлади, қолган материалда кучланишнинг қиймати кичиклашади. Буралишда чидамлилиқ чегараси: $\tau_{-1}^s = 0,55 \sigma_{-1}^s = 0,22 \sigma_B$ ва рангли металллар учун:

$$\sigma_{-1}^2 = (0, 24 \dots 0, 50) \sigma_B \quad (13.3)$$

13.3. НОСИММЕТРИК ЦИКЛА ЧИДАМЛИЛИК ЧЕГАРАСИНИ АНИКЛАШ

Носимметрик циклда материалнинг чидамлилиқ чегарасини аниқлаш бир оз мураккаб. Чунки намунани эгилиши билан бир қаторда уни чўзувчи ва сиқувчи куч билан ҳам юклаш керак. Бу ҳолат синов машиналарини мураккаблаштиришга, қўшимча мосламалар тайёрлашга олиб келади. Шунинг учун носимметрик циклларда материал-



324-рasm.

ни чидамшлик чегарасини аниқлаш учун тажрибалар асосида қурилган диаграммадан фойдаланамиз (324-расм). Диаграмманинг абсциссасида ўртача кучланиш σ ва ординатасида кучланишлар амплитудаси σ_0 жойлаштирилади. Ҳар хил цикллардаги кучланишлар ёрдамида КВСД эгри чизиқ ўтказилган. Бирорта

цикл тавсифини қийматига чидамлилиқ чегарасини топиш учун координатани O нуқтасидан абсциссага β бурчак остида OC чизикни ўтказамиз:

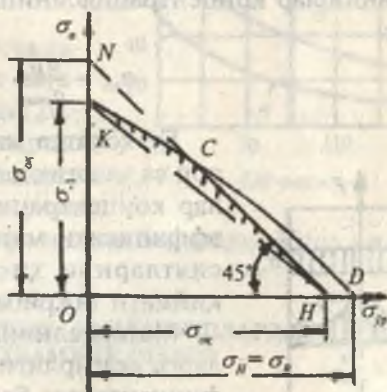
$$\operatorname{tg} \beta = \frac{\sigma_{\theta}}{\sigma_{\text{yp}}} = \frac{1-\eta}{1+\eta} \quad (13.4)$$

СС₁ ва ОС₁ масофаларни ва тегишли σ_{κ} ва $\sigma_{\max}$ кучланишларнинг йиғиндиси чидамлилиқ чегарасининг қиймати беради, яъни:

$$\sigma_{rc} = \sigma_{\max} = \sigma_{ac} + \sigma_{FD}$$

Абсциссаси $\sigma_{yp} = 0$ бўлган K нуқтанинг ординатаси $OK = \sigma_a = \sigma_{\perp}$ симметрик циклда чидамлилиқ чегарасини ординатаси $\sigma = 0$ бўлган D нуқтанинг абсциссаси $OD = \sigma_{yp} = \sigma_{\perp} = \sigma_B$ ўзгармас кучланишдаги чидамлилиқ чегарасини аниқлайди. $\beta = 45^\circ$ бурчак остида жойлашган B нуқта нолдан бошланадиган циклнинг чидамлилиқ чегарасини аниқлайдиган оқувчанлиқ чегараси бўлмаган материаллар учун чидамлилиқ чегараси, статик юк таъсиридаги мустақамлиқ чегарасига ўхшаган хавфли ҳисобланади. Агар материал пластик бўлса, статик юк таъсирида оқувчанлиқ чегараси ва ўзгарувчан кучланишларда чидамлилиқ чегараси хавфли ҳисобланади. Бундай материалларда толиқиш смиррилиши билан бирга пластик деформациялар пайдо бўлиши ҳам хавфлидир. Бунда циклнинг энг катта кучланиши $\sigma_{\max} = \sigma_a + \sigma_{yp} = \sigma_{ок}$ бўлади.

Бурчак билан ўтка-
зилган тўғри чизиқ *КВ*
чизиқни кесиб ўтса, де-
таль толиқиш емирили-
шига учрайди; *ВД* чи-
зиқни кесиб ўтса, пла-
стик деформация пайдо
булиши билан ишдан
чиқади. Чизиқ *с т а*-
тик юкланишда хавфли
кучланишни ва *КВД* чи-
зиқ ўзгарувчан кучлар
таъсиридаги хавфли
кучланишни билдиради.



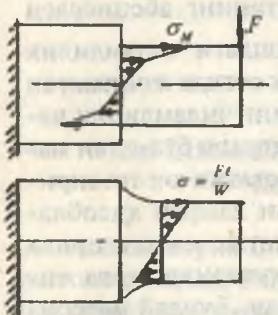
325-рasm.

13.4. ЧИДАМЛИЛИК ЧЕГАРАСИГА ТАЪСИР ҚИЛУВЧИ ФАКТОРЛАР

Тажрибалар шуни кўрсатадики, чидамлилик чегарасига кучланишлар концентрацияси, деталнинг ўлчамлари, деталь сиртининг ҳолати, деталнинг технологик ишлов бериш тавсифи таъсир қилади.

а) Кучланишлар концентрацияси.

Узунлиги бўйлаб кесими бир жинсли бўлмаган деталларда, кичик диаметрдан катта диаметрغا ўтиш жойларида ёки заифлашган кесимларда кучланишларнинг таққалиш қонунияти ўзгаради ва маҳаллий кучланиш, яъни кучланишлар тўплами ҳосил бўлади:



326-расм.

$$\sigma_M = \alpha_k \frac{F\ell}{W} \quad (13.5)$$

Бундай кучланишларга кучланишлар концентрацияси дейилади.

Максимал кучланишни номинал кучланишга нисбати кучланишлар концентрациясининг коэффиценти дейилади:

$$\alpha_{KH} = \frac{\sigma_M}{\sigma_{НОМ}} \quad (13.6)$$

Бу ҳолатда намуна материали изотроп ва эластик деб қаралади. Кучланишлар концентрациясининг ҳақиқий коэффиценти материалнинг ҳамма хусусиятларини ҳисобга олади ва унинг қиймати тажрибалар асосида топилади.

Материалнинг маҳаллий кучланишларга сезгирлиги — q юқоридаги коэффицентларга боғлиқ:

$$q = \frac{\alpha_{kf} - 1}{\alpha_{KH} - 1} \quad (13.7)$$



327-расм.

q нинг қиймати юқори сифатли, термик ишлов берилган легирилган пўлатда биргача, камуглеродли пўлатда 0,5 гача, чўянда нолга яқин бўлади.

Демак, мустаҳкамлик чегараси катта бўлган материалларда q нинг қиймати катта экан. Агар, $\sigma_{ном} = \sigma_{-1}$ ва $\sigma_M = \sigma_{-1K}$ деб қабул қилсак, $\alpha_{kg} = \frac{\sigma_{-1}}{\sigma_{-1K}}$ ҳосил бўлади. У ҳолда кучланиш концентрациясининг ҳақиқий коэффициенти чидамлилиқ чегараси билан боғлиқ бўлади:

$$\alpha_{kg} = 1 + q(\alpha_{kn} - 1)$$

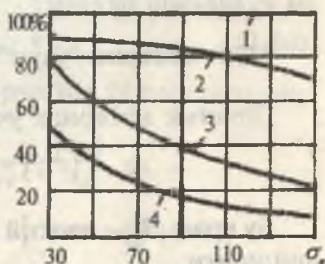
Пўлат материал учун $\alpha_{kg} = 1,2 + 0,2 \frac{\sigma_B - 40}{110}$; канавкалар, кесимлар ўзгарадиган жойлар бўлса, $\alpha_{kg} = 1,5 + 1,5 \frac{\sigma - 40}{110}$ формула ишлатилади. Толиқиш смирилишлари кесимлар ўзгарадиган жойларда, нотекисликлар атрофларида бошланади. Бундай ҳолларда деталнинг чидамлилиқ чегараси камаяди.

б) Деталь сиртининг сифати.

1. Сирти жилланган.
2. Сирти кескич билан ишлов берилган.
3. Прокатлаб олинган сирт.
4. Денгиз сувида коррозияланган.

Деталнинг сирти қанча дагал бўлса, чидамлилиқ чегараси шунча кичик бўлади. Деталь ишлов берилган сиртда кучланишлар концентрацияси ҳосил бўлади. Шунинг учун

деталнинг сиртига махсус ишлов берилади. Унда чидамлилиқ чегараси ортади.



328-расм.

13.5. ЎЗГАРУВЧАН КУЧЛАНИШЛАРДА МУСТАҲКАМЛИҚ ШАРТИ

Турли цикллардаги хавфли кучланишнинг қиймати 324—325-расмлардаги диаграммалар асосида топилади. Мўрт материаллар учун 324-расмдаги диаграмманинг KD тўғри чизигидан ташқарида жойлашган кучланиши хавф-

ли деб олинади. Пластик материаллар учун KH тўғри чи-
зиқдан (325- расм) ташқаридаги кучланиш хавфли деб
олинади. Рухсат этилган кучланишни танлаш учун диаг-
раммаларни абсцисса ва ординаталарини мустаҳкамликка
боғлиқ камайтириш керак.

Ўзгармас юкда кучланишнинг рухсат этилган қиймати
куйидагича топилади:

$$\text{Пластик материал учун: } [\sigma_{+1}] = \frac{\sigma_{\sigma}}{K_{01}} \quad (13.8)$$

$$\text{Мўрт материал учун: } [\sigma_{+1}] = \frac{\sigma_{\beta}}{K_{02} \cdot \alpha_{kg}}$$

Бу ерда: K_{01} — оқувчанлик чегарага нисбатан мустаҳ-
камликка эҳтиётлик коэффициенти.

K_{02} — мустаҳкамлик чегарага нисбатан мустаҳкамликка
эҳтиётлик коэффициенти.

α_{kg} — кучланишлар концентрациясининг ҳақиқий ко-
эффициенти.

Симметрик циклда чидамлилиқ чегарасида (σ_{-1}) хавф-
ли кучланиш бўлади.

$$\text{Мўрт материал учун: } [\sigma_{-1}] = \frac{\sigma_{-1}}{K_0 \cdot \alpha_{kg} \cdot \alpha_n}$$

Пластик материал учун:

$$[\sigma_{-1}] = \frac{\sigma_{-1}}{K_0 \cdot \alpha_{kg} \cdot \alpha_M \cdot K_T \cdot K_s \cdot K_g} \quad (13.9)$$

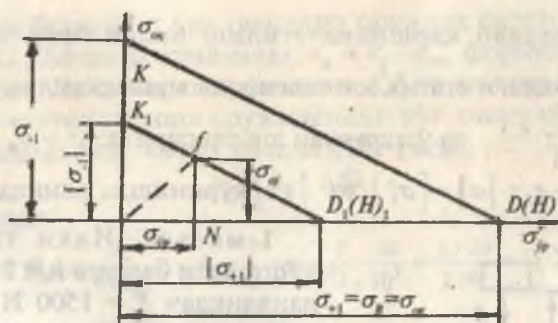
Бу ерда: K_0 — асосий мустаҳкамликка эҳтиётлик коэф-
фициенти.

K_T — деталь тайёрлаш технологиясининг кучланишга
таъсири.

K_s — детални эксплуатация қилиш шароитининг куч-
ланишга таъсири.

K_g — ўзгарувчан кучланишнинг зарб таъсири билан бир-
галикдаги таъсирини ҳисобга олувчи динамик коэффици-
ент.

329-расмда $\sigma_o = \sigma_{yp}$ координаталарида хавфли кучла-
нишлар чизиғи KD (кн) ва рухсат этилган кучланишлар
чизиғи $K_1 D_1$ кўрсатилган. $K_1 D_1$ чизиқ AK ва $OD_1 = [\sigma_{+1}]$
кучланишлар асосида чизилган.



Ўзгарувчан кучланишларнинг турли циклларда рухсат этилган кучланишини аниқлаш учун координата боши O нуқтадан абсциссага β бурчак остида тўғри чизик ўтказамиз ($\operatorname{tg} \beta = \frac{1-r}{1+r}$) ва $K_1 D_1$ чизик билан кесишгунча давом эттирамиз. f нуқтанинг абсциссаси $\sigma_{y, p, f}$ ва ординатасининг йиғиндиси рухсат этилган кучланишни беради:

$$\sigma_{\max f} = [\sigma_n] = \sigma_{yof} + \sigma_{af} \quad (13.10)$$

NfD_1 учбурчагини OK_1D_1 учбурчагига ўхшашлигидан:

$$\frac{OD_1}{ND_1} = \frac{OK_1}{Nf} \text{ ёки } \frac{[\sigma_{+1}]}{[\sigma_{+1}] - \sigma_{vpf}} = \frac{[\sigma_{-1}]}{\sigma_{af}} \text{ ва}$$

$$\sigma_{af}[\sigma_{+1}] + \sigma_{ypf}[\sigma_{-1}] = [\sigma_{+1}][\sigma_{-1}] \text{ ҳосил бўлади.}$$

Лекин $\sigma_{af} = \frac{1-r}{2} \sigma_{\max f} = \frac{1-r}{2} [\sigma_2]$ ва

$$\sigma_{pf} = \frac{1+r}{\gamma} \sigma_{\max f} = \frac{1+r}{\gamma} [\sigma_2]$$

У ҳолда:

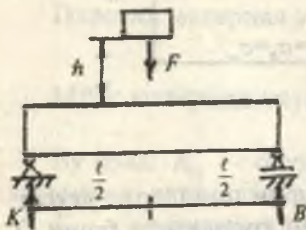
$$[\sigma_2] = \frac{2[\sigma_{+1}][\sigma_{-1}]}{(1+r)[\sigma_{-1}] + (1-r)[\sigma_{+1}]} \quad (13.11)$$

ҳосил бўлади. Мустаҳкамлик шарти кўйидагича ёзилади.

$$\sigma_{\max} \leq [\sigma_r] \quad (13.12)$$

Мураккаб қаршилиқ-эгилиш билан буралишнинг биргаликдаги статик юк таъсирида мустаҳкамлик шарти:

$$\frac{\sigma^2}{[\sigma]^2} + \frac{\tau^2}{[\tau]^2} \leq 1 \quad \text{ва ўзгарувчан юк таъсирида: } \sigma = \sigma_a + \sigma_{yp} \quad \text{ва} \\ \tau = \tau_{yp} + \tau_a; [\sigma] = [\sigma_r] \quad \text{ва} \quad [\tau_r] \quad \text{қуринишда олинади.}$$



330-расм.

1-масала. Икки таянчли қўштаврли балкага $h = 20$ см баландликдан $F = 1500$ Н юк келиб тушади (330-расм). Балканинг энг катта динамик нормал кучланишини топамиз. Ўнг таянч ўрнини эластик пружина билан алмаштириб биринчи саволга жавоб берамиз.

Берилган: қўштавр N-22.

$$\ell = 2 \text{ м}; \quad 10^3 \alpha = 30 \frac{\text{м}}{\text{кН}} \quad \text{ёки} \quad \alpha = \frac{30}{10^3}$$

$$E = 2 \cdot 10^8 \frac{\text{кН}}{\text{м}^2}; \quad I_x = 2550 \cdot 10^{-2} \text{ м}^4$$

$$W_x = 232 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3$$

Ечиш. Балканинг хусусий оғирлигини ҳисобга олмаймиз. F юк таъсиридан K ва B таянчлардаги реакция кучлари $K = B = \frac{F}{2} = 750$ Н бўлади. Энг катта динамик кучланиш куйидаги формула билан топилади: $\sigma_g = k_g \cdot \sigma_{cm}$, бу ерда $K_g = 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\Delta_{cm}}}$ динамик коэффициент бўлиб, статик кўчиш Δ_{cm} га боғлиқ $\Delta_{cm} = f_{cm} = \frac{F\ell^3}{48EI_x}$ балканинг F юк статик таъсир қилгандаги тулиқ кўчиши.

$\sigma_{cm} = \frac{M_{cm}}{W_x} = \frac{F\ell}{4W_x}$ — статик юк F таъсиридаги энг катта нормал кучланиш.

$$\text{Динамик кучланиш: } \sigma_l = \left[1 + \sqrt{1 + \frac{2h \cdot 48EI_x}{F\ell^3}} \right] \cdot \frac{F\ell}{4W_x} \\ \text{ёки } \sigma_d = 0,295 \cdot 10^6 \frac{\text{кН}}{\text{м}^2}$$

Энди балканинг ўнг таянчини пружина билан алмаштирамиз. Динамик кучланиш $\sigma_k = \kappa_z \cdot \sigma_{cm}$ формула билан топилади. Динамик коэффициент $KД$ ни аниқлашда балканинг статик кучиши пружинанинг ўнг таянч кучининг деформациясига боғлиқ бўлади (331-расм).

$$\Delta_{ct} = \Delta_6 + \Delta\beta\lambda$$

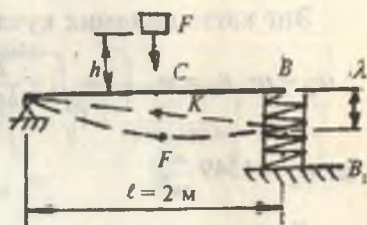
Буерда:

$$\Delta_6 = f_{cm} = \frac{F\ell^3}{48EI_x}; \quad \lambda = \frac{F}{2} \cdot \alpha = \frac{F}{2} \cdot \frac{30}{10^3} = \frac{1,1 \cdot 30}{2 \cdot 10^3} = 0,0165 \text{ м}$$

пружинанинг B реакция кучи таъсиридан кучиши. β — пружинанинг деформацияси билан балканинг F юк таъсиридаги тўлиқ кучиши орасидаги боғланиш.

$$\Delta BB_1 K \propto \Delta CKK \quad \text{ўхшаш-}$$

$$\text{ликдан } CK = \frac{BB_1}{2} = \frac{\lambda}{2} = \beta\lambda \text{ ва}$$



331-расм.

$$f_{cm} = \frac{F\ell^3}{48EI_x} = \frac{1,58}{48 \cdot 2 \cdot 10^8 \cdot 2550 \cdot 10^{-8}} = 4,9 \cdot 10^{-5} \text{ м}$$

ҳосил бўлади. Демак, $\beta = 0,5$

$$\text{Натижада } \Delta_{cm} = 4,9 \cdot 10^{-5} + 0,5 \cdot 0,0165 = 8,299 \cdot 10^{-3} \text{ м}$$

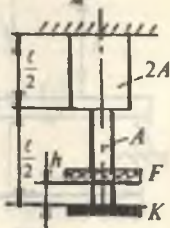
ҳосил бўлади.

$$\text{Динамик коэффициент: } K_k = 1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot 0,2}{8,299 \cdot 10^{-3}}} \approx 8 \text{ ва}$$

$$\text{кучланиш: } \sigma_k = \kappa_z \frac{F\ell}{4W_x} = 8 \cdot \frac{1,5 \cdot 2}{4 \cdot 232 \cdot 10^{-6}} = 0,0258 \cdot 10^6 \frac{\text{кН}}{\text{м}^2}$$

2-масала. Погонали бруснинг K нуқтаси $h = 5$ мм баландликдан тушаётган $Q = 400$ кг юк таъсирида зарбга учрайди.

Бруснинг узунлиги $l = 5$ м, кўндаланг кесим юзаси $A = 2$ см, пўлат материалдан. Энг катта нормал кучланиш топилсин. Агар K элементга зарб таъсирини юмшатувчи цилиндрик пружина ўрнатилса,



332-расм.

кучланишни топинг. 1 кг статик юк таъсирида пружина $4 \cdot 10^{-3}$ мм сиқилади.

Ечиш. Поғонали бруснинг статик куч таъсиридаги узайи-
шини ва нормал кучланишини топамиз, статик узайиш:

$$\delta_{cm} = \Delta \ell_{cm} = \frac{F \ell}{EA} + \frac{F \ell}{E2A} = \frac{3F\ell}{4EA}$$

ва кучланиш: $\sigma_{cm} = \frac{F}{A} = \frac{400}{2} = 200 \frac{\text{кг}}{\text{см}^2}$

Энг катта динамик кучланишни топамиз:

$$\sigma_g = \sigma_{cm} K_g = \sigma_{cm} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\Delta \ell_{cm}}} \right) = 200 \left(1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot 0,06 \cdot 16 \cdot 10^6}{3 \cdot 400 \cdot 500}} \right)$$

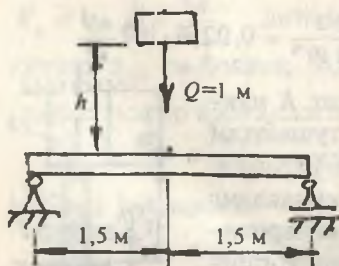
ва $\sigma_g = 1349 \frac{\text{кг}}{\text{см}^2}$

К элементга цилиндрик пружина ўрнатилганда, δ_{cm} ста-
тик деформация поғонали бруснинг ва пружинанинг си-
қилишига тенг бўлади, яъни:

$$\begin{aligned} \delta_{cm} &= \Delta \ell_{cm} + \lambda_{cm} = \frac{3F\ell}{4EA} + F \cdot 4 \cdot 10^{-4} = \\ &= \frac{3 \cdot 400 \cdot 500}{4 \cdot 2 \cdot 10^6 \cdot 2} + 400 \cdot 4 \cdot 10^{-4} = 0,1975 \text{ см} \end{aligned}$$

Унда динамик кучланиш:

$$\sigma_g = 200 \left(1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot 0,6}{0,1975}} \right) = 732 \frac{\text{кг}}{\text{см}^2}$$



333-расм.

3-масала. N-24 профилли
балка иккита шарнирли таян-
чга таянади. Юк балканинг
ўрта қисмига 50 см/сек тезлик
билан келиб зарб таъсир қила-
ди. Энг катта кучланишни то-
пинг.

Ечиш. N-24 қўштаврли ке-
симнинг айрим геометрик тав-
сифларини ёзиб оламиз.

$$I_x = 3460 \text{ см}^4$$

$$W_x = 289 \text{ см}^3; \quad A = 34,8 \text{ см}^2$$

Статик кучланишни топамиз:

$$\sigma_{cm} = \frac{M}{W_x} = \frac{Q\ell}{4W} = \frac{1000 \cdot 300}{4 \cdot 289} = 259,5 \frac{\text{кг}}{\text{см}^2}$$

Балканинг энг катта салқилигини топамиз:

$$f_{cm} = \frac{Q\ell^3}{48EI} = \frac{1000 \cdot (300)^3}{48 \cdot 2 \cdot 10^6 \cdot 3460} = 0,0813 \text{ см}$$

Динамик кучланишни топамиз:

$$\sigma_g = \sigma_{cm} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{v^2}{g^2 f_{cm}}} \right) = 259,5 \left(1 + \sqrt{1 + \frac{50^2}{981 \cdot 0,0813}} \right)$$

$$\text{ва} \quad \sigma_g = 259,5 \cdot 6,69 = 1735,4 \frac{\text{кг}}{\text{см}^2}$$

Динамик деформация:

$$f_g = f_{cm} K_g = 0,0813 \cdot 6,69 = 0,544 \text{ см}$$

4-масала. Бир минутда n маротаба айланма ҳаракат қилаётган, оғирлиги Q бўлган двигатель иккита қўштавр-ли балкага ўрнатилган. Двигателнинг айланма ҳаракат қилаётган қисмларининг марказдан қочма кучи $H=10 \text{ кН}$, $Q=30 \text{ кН}$.

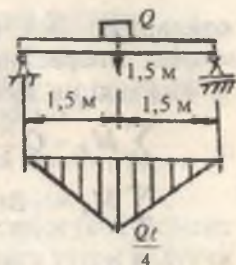
- 1) эркин тебраниш частотаси — ω_0 ;
- 2) уйғотувчи куч ўзгаришининг частотаси — ω
- 3) тебранишнинг ўсиш коэффициенти — β
- 4) динамик коэффициент — K_g ва
- 5) энг катта кучланиш қийматлари топилсин.

Берилган қўштавр: N-40

$$n = 200 \frac{\text{об}}{\text{мин}}; \quad I_x = 19062 \cdot 10^{-8} \text{ м}^4, \quad E = 2 \cdot 10^8 \frac{\text{кН}}{\text{м}^2}$$

$$W_x = 953 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3$$

Ечиш. Берилган схемадан асосий схемани танлаб оламиз. Бунинг учун Q юкнинг ўрнига $P = 1$ бирлик кучини



334-расм.

жойлаштирамиз. Q юк таъсиридан ҳосил бўлган эгувчи момент эпюрасини қурамиз:

а) Реакция кучларини топамиз:

$$\sum M_B = Q \frac{3\ell}{2} - K\ell = 0; \quad K = \frac{3Q}{2} = \frac{3}{2} \cdot 30 = 45 \text{ кН}$$

$$\sum M_A = -B\ell + Q\left(\frac{3\ell}{2} + \ell\right) = 0 \quad B = \frac{5}{2}Q = 75 \text{ кН}$$

б) Эгувчи момент M_Q ни то-

памиз:

$$0 < x_1 < 2 \text{ м}; \quad M_Q = -K \cdot x_1$$

$$x_1 = 0 \text{ бўлса, } M_Q = 0 \text{ ва } x_1 = 2 \text{ м}$$

$$\text{бўлса, } M_Q = -90 \text{ кНм}$$

$$0 < x_2 < \frac{3\ell}{2} = 3 \text{ м} \quad M_Q = -Q \cdot x_2$$

$$x_2 = 0 \text{ бўлса, } M_Q = 0 \text{ ва } x = 3 \text{ м}$$

$$\text{бўлса, } M_Q = -90 \text{ кНм}$$

Бирлик куч $P=1$ таъсиридан ҳосил бўлган эгувчи момент M_P эпюрасини қурамиз (335-расм).

а) Реакция кучини топамиз:

$$\sum M_B = P \frac{3\ell}{2} - K\ell = 0 \text{ ёки}$$

$$K = \frac{3}{2}P = 1,5 \text{ кН ва}$$

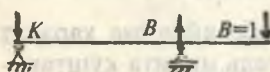
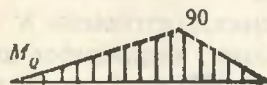
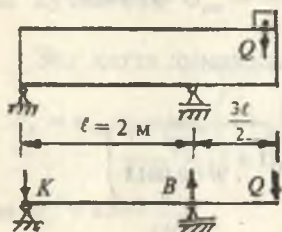
$$\sum M_A = P \frac{5\ell}{2} - B\ell = 0 \text{ ёки } B = \frac{5}{2}P = 2,5 \text{ кН}$$

б) Эгувчи момент M_P ни топамиз: $0 \leq x_1 \leq \ell \quad M_P = -K \cdot x_1$

$$x_1 = 0 \text{ бўлса, } M_P = 0 \text{ ва } x_1 = \ell \text{ бўлса, } M_P = -\frac{3\ell}{2}$$

$$0 \leq x_1 \leq \frac{3\ell}{2} \quad M_P = -P \cdot x_1$$

$$x_1 = 0 \text{ бўлса, } M_P = 0 \text{ ва } x_1 = \frac{3\ell}{2} \text{ бўлса, } M_P = -\frac{3\ell}{2}$$



335-расм.

Q юк ўрнатилган нуқтанинг кўчишини топамиз:

$$\Delta = \frac{\omega \cdot M_p^0}{EI} = \frac{\frac{1}{2} \cdot 90 \left(\ell + \frac{3\ell}{2} \right) \frac{3\ell}{2}}{EI} = \frac{1350\ell^2}{8EI} = \frac{1340.4}{8 \cdot 2 \cdot 10^8 \cdot 19062 \cdot 16^{-8}} = 0,0177 \text{ м}$$

ω — ташқи куч Q дан қурилган эгувчи момент M_p нинг юзаси.

M_p^0 — ташқи куч Q таъсиридан қурилган эгувчи момент M_p эпюраси юзасининг оғирлик марказига тўғри келувчи бирлик куч моменти M_p эпюрасининг ординатаси.

Эркин тебраниш частотасини топамиз:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{\Delta}} = \sqrt{\frac{9,81}{0,0177}} = 23,54 \frac{1}{\text{сек}}$$

Уйғотувчи куч ўзгаришининг частотаси:

$$\omega = 2\pi \frac{n}{60} = \frac{\pi \cdot n}{30} = \frac{3,14 \cdot 200}{30} = 20,9 \frac{1}{\text{сек}}$$

Тебранишнинг ўсиш коэффициенти:

$$\beta = \frac{1}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^2} = \frac{1}{1 - \left(\frac{20,9}{23,54} \right)^2} = 4,717$$

β қиймати манфий ишора билан чиқса, кейинги ҳисоблашларда $|\beta|$ олинishi керак. Динамик коэффициентни топамиз:

$$K_g = 1 + \frac{f_H}{f_a} \beta = 1 + \frac{H}{Q} |\beta| = 1 + \frac{10}{30} 4,717 = 2,57$$

Энг катта нормал кучланишни топамиз:

$$\sigma_g = K_g \sigma_{CT} = K_g \cdot \frac{M}{W_z} = 2,67 \frac{9}{953 \cdot 10^{-6}} = 0,2427 \cdot 10^6 \frac{\text{кН}}{\text{м}^2}$$

5-масала. СДЕ ва КТИ синиқ стерженлар билан БК валик БВ ўқ атрофида ўзгармас бурчак тезлик билан айланади (336-расм). СД ва КИ вертикал ҳамда ДЕ ва ИТ горизонтал участкаларида ҳосил бўлган инерция кучлари таъсиридаги эгувчи момент эпюраси қурилсин: $[\sigma] = 100 \text{ МПа}$ шартни бажарадиган валикни бир минутдаги айланишлар сонини рухсат этилган қиймати топилсин. Валикнинг диаметри $d = 0 \text{ мм}$.

Ечиш. Инерция кучининг интенсивлиги g_i , синиқ стер-
женнинг CD ва KI оралиқларида тўғри чизиқли қонуният
билан ўзгаради: K ва C нуқтада $g_i = 0$; D ва I нуқталарда
 $q_i = \frac{\gamma A \omega^2}{g} \ell$ га тенг. Стерженнинг горизонтал DE ва IT ора-
лиқларида кучнинг интенсивлиги ўзгармас ва тенг тар-
қалган: $q_i = \frac{\gamma A \omega^2}{g} \ell$.

Системанинг таянч кучларини топамиз:

$$\Sigma M_A = 0 \quad \text{ёки} \quad q_i 2\ell \frac{2\ell}{2} + q_i 2\ell \left(\frac{2\ell}{\ell} + 3\ell \right) + \frac{1}{2} q_i \ell \cdot 5\ell - B \cdot 3\ell = 0$$

$$\text{Бу ерда: } B = \frac{25}{6} \cdot \frac{\gamma A \omega^2 \ell^2}{g}$$

$$\Sigma M_B = 0$$

$$B \cdot 3\ell - q_i \cdot 2 \cdot \ell \left(\frac{2\ell}{2} + \ell \right) - \frac{1}{2} q_i \ell \cdot 2\ell + q_i 2\ell \frac{2\ell}{2} + \frac{1}{2} q_i \ell \cdot \ell = 0$$

$$B = \frac{5}{6} \cdot \frac{\gamma A \omega^2 \ell^2}{g}$$

$$\text{Текшириш: } \Sigma y = 0 \quad \text{ёки} \quad B + B - q_i 2\ell - \frac{1}{2} q_i \ell - \frac{q_i \ell}{2} - q_i 2\ell = 0$$

$$\frac{5}{6} \cdot \frac{\gamma A \omega^2 \ell^2}{g} + \frac{25}{6} \cdot \frac{\gamma A \omega^2 \ell^2}{g} - \frac{\gamma A \omega^2 2\ell^2}{g} - \frac{\gamma A \omega^2 \ell^2}{2g} - \frac{\gamma A \omega^2 \ell^2}{2g} - \frac{\gamma A \omega^2 2\ell^2}{g} = 0; \quad \frac{30}{6} \cdot \frac{\gamma A \omega^2 \ell^2}{g} - \frac{30}{6} \cdot \frac{\gamma A \omega^2 \ell^2}{g} = 0$$

Эгувчи момент қийматларини топамиз: **I—I қирқим.**

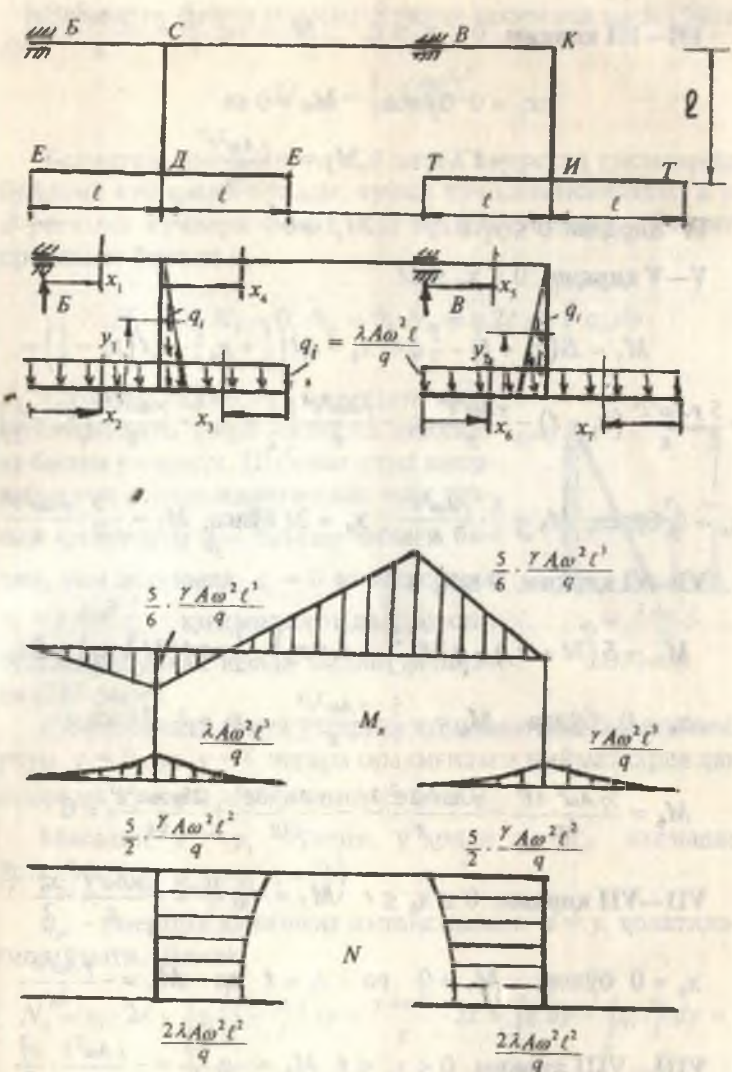
$$0 \leq x_1 \leq \ell \quad M_1 = B x_1 = \frac{5}{6} \cdot \frac{\gamma A \omega^2 \ell^2}{g} \cdot x_1$$

$$x_1 = 0; \quad M_1 = 0 \quad \text{ва} \quad x_1 = \ell; \quad M_1 = \frac{5}{6} \cdot \frac{\gamma A \omega^2 \ell^3}{g}$$

$$\text{II—II қирқим. } 0 \leq x_2 \leq \ell \quad M_2 = q_i \frac{x_2^2}{2} = -\frac{\gamma A \omega^2 \ell^2}{g} \cdot \frac{x_2^2}{2}$$

$$x_2 = 0 \quad \text{бўлса; } M_2 = 0 \quad \text{ва}$$

$$x_2 = \ell \quad \text{да} \quad M_2 = -\frac{\gamma A \omega^2 \ell^3}{2g}$$



336-расм.

$$\text{III—III қирқим. } 0 \leq x_3 \leq \ell; \quad M_3 = -q_1 \frac{x_3^2}{2} = -\frac{\gamma A \omega^2 \ell}{g} \cdot \frac{x_3^2}{2}$$

$$x_3 = 0 \text{ бўлса, } M_3 = 0 \text{ ва}$$

$$x_3 = \ell \text{ да } M_3 = -\frac{\gamma A \omega^2 \ell^3}{2g}$$

$$\text{IV қирқим. } 0 \leq y_1 \leq \ell; \quad M_V = 0$$

$$\text{V—V қирқим. } 0 \leq x_4 \leq 2\ell$$

$$M_5 = B(x_4 + \ell) - \frac{1}{2} q_1 \ell \cdot x_4 - q_1 \ell \left(\frac{\ell}{2} + x_4 \right) - q_1 \ell \left(x_4 - \frac{\ell}{2} \right) = \\ = \frac{5 \gamma A \omega^2 \ell^2}{6g} (x_4 + \ell) - \frac{\gamma A \omega^2 \ell^2}{g} x_4 - \frac{\gamma A \omega^2 \ell^2}{g} \left(\frac{\ell}{2} + x_4 \right) - \frac{\gamma A \omega^2 \ell^2}{g} \left(x_4 - \frac{\ell}{2} \right)$$

$$x_4 = 0 \text{ бўлса, } M_5 = \frac{5}{6} \cdot \frac{\gamma A \omega^2 \ell^3}{g}; \quad x_4 = 2\ell \text{ бўлса, } M_5 = -\frac{5}{2} \cdot \frac{\gamma A \omega^2 \ell^3}{g}$$

$$\text{VI—VI қирқим. } 0 \leq x_5 \leq \ell$$

$$M_6 = B(3\ell + x_5) - q_1 2\ell \left(\frac{2\ell}{2} + \ell + x_5 \right) - \frac{1}{2} \cdot q_1 \ell (2\ell + x_5) + Bx_5$$

$$x_5 = 0 \text{ бўлса, } M_6 = -\frac{5}{2} \cdot \frac{\gamma A \omega^2 \ell^3}{g}; \quad x_5 = \ell \text{ бўлса,}$$

$$M_6 = \frac{5 \gamma A \omega^2 \cdot 4\ell^3}{6g} - \frac{\gamma A \omega^2 \cdot 2\ell^2 \cdot 3\ell}{g} - \frac{\gamma A \omega^2 \cdot 3\ell^3}{2g} + \frac{25 \gamma A \omega^2 \ell^3}{6g} = 0$$

$$\text{VII—VII қирқим. } 0 \leq x_6 \leq \ell \quad M_7 = -q_1 \frac{x_6^2}{2} = -\frac{\gamma A \omega^2 \ell}{g} \cdot \frac{x_6^2}{2}$$

$$x_6 = 0 \text{ бўлса, } M_7 = 0 \text{ ва } x_6 = \ell \text{ да } M_7 = -\frac{\gamma A \omega^2 \ell^3}{2g}$$

$$\text{VIII—VIII қирқим. } 0 \leq x_7 \leq \ell \quad M_8 = -q_1 \frac{x_7^2}{2} = -\frac{\gamma A \omega^2 \ell}{g} \cdot \frac{x_7^2}{2}$$

$$x_7 = 0 \text{ бўлса, } M_8 = 0 \text{ ва } x_7 = \ell \text{ да } M_8 = -\frac{\gamma A \omega^2 \ell^3}{2g}$$

$$\text{IX—IX қирқим. } M_9 = 0$$

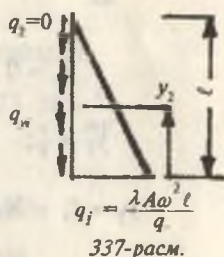
Энг катта эгувчи момент B таянч кесимида ҳосил бўлади.

$$M_{\max} = \frac{5}{2} \cdot \frac{\gamma A \omega^2 \ell^3}{g}$$

Берилган системанинг CD ва $ИК$ вертикал қисмларида бўйлама куч ҳосил бўлади, чунки куч интенсивлиги, B ва V реакция кучлари фақат CD ва $ИК$ стержень уқларига проекция беради.

$$N_1 = 0; N_2 = 0; N_3 = 0; N_4 = q_i 2\ell + \int_0^{\ell} q_n dy$$

CD узунликда q_i — инерция кучи интенсивлиги тўғри чизиқли қонуният билан ўзгаради. Шунинг учун инерция кучи интенсивлигининг тенг таъсир қилувчиси q_i — таъсир чизиги билан, уни минимал $q_i = 0$ ва максимал $q_i = \gamma A \omega^2 \frac{\ell}{g}$ қийматларидан ҳосил бўлган учбурчак юзаси билан ўлчанади (337-расм).



CD участкада N куч ўзгариш қонуниятини билишимиз учун $y = 0$ ва $y = \ell$ чегара оралиғидаги қийматларда ҳам инерция кучини аниқлашимиз лозим.

Масалан, $y = y_1$ бўлсин, y ҳолда $q_i = q_{y_1}$ схемадан $\frac{q_i}{\ell} = \frac{q_{y_1}}{\ell - y_1}$ ёки $q_{y_1} = q_i \left(1 - \frac{y_1}{\ell}\right)$

q_{y_1} — инерция кучининг интенсивлиги $y = y_1$ ҳолатидаги қиймати. Демак,

$$\begin{aligned} N_4 &= q_i \cdot 2\ell + \int_0^{\ell} q_i \left(1 - \frac{y_1}{\ell}\right) dy = \frac{\gamma A \omega^2 \ell}{g} \cdot 2\ell + \int_0^{\ell} q_i dy - \int_0^{\ell} q_i \frac{y_1}{\ell} dy = \\ &= \frac{\gamma A \omega^2 \ell}{g} \cdot 2\ell + \frac{\gamma A \omega^2 \ell}{g} \cdot y_1 \left| - \frac{\gamma A \omega^2 \ell}{g} \cdot \frac{y_1^2}{2\ell} \right| \end{aligned}$$

$$y_1 = 0 \text{ бўлса, } N_4 = \frac{\gamma A \omega^2 2 \ell^2}{g}$$

$$y_1 = \frac{\ell}{2}; \quad N_4 = \frac{19}{8} \cdot \frac{\gamma A \omega^2 \ell^2}{g}; \quad y_1 = \ell; \quad N_4 = \frac{5}{2} \cdot \frac{\gamma A \omega^2 \ell^2}{g}$$

$$N_5 = 0; N_6 = 0; N_7 = 0; N_8 = 0$$

$$0 \leq y_2 \leq \ell$$

$$N_9 = q_i 2\ell + \int_0^{y_2} q_{yi} dy = q_i \cdot 2\ell + \int_0^{y_2} q_i \left(1 - \frac{y_2}{\ell}\right) dy = \frac{\gamma A \omega^2 \ell}{g} 2\ell +$$

$$+ \frac{\gamma A \omega^2 \ell \cdot y_2}{g} - \frac{\gamma A \omega^2 \ell}{g} \cdot \frac{y_2^2}{2\ell}$$

$$y_2 = 0 \text{ бўлса, } N_9 = \frac{\gamma A \omega^2 \ell^2}{g}$$

$$y_2 = \frac{\ell}{2}; \quad N_9 = \frac{19}{8} \cdot \frac{\gamma A \omega^2 \ell^2}{g}$$

$$y_2 = \ell; \quad N_9 = \frac{5}{2} \cdot \frac{\gamma A \omega^2 \ell^2}{g}; \quad N_{\max} = \frac{5}{2} \frac{\gamma A \omega^2 \ell^2}{g}$$

Системанинг хавфли кесими учун қуйидаги шарт ба-
жарилиши керак:

$$\sigma_{\max} = \frac{N_{\max}}{A} + \frac{M_{\max}}{W} = \frac{N_{\max}}{A} + \frac{32 \cdot M}{\pi d^3} \leq [\sigma] \text{ ёки}$$

$$\frac{5\gamma A \omega^2 \ell^2}{2Ag} + \frac{32 \cdot 5\gamma A \omega^2 \ell^2}{2\pi d^3 g} \leq [\sigma]; \quad \frac{5\gamma A \omega^2 \ell^2}{2g} + \frac{8 \cdot 5\gamma A \omega^2 \ell^2}{2dg} = [\sigma]$$

Бу ерда:

$$\omega_p = \omega = \sqrt{\frac{[\sigma]}{\frac{5\gamma \ell^2}{2g} + \frac{20\gamma \ell^3}{dg}}} = \sqrt{\frac{100 \cdot 10^3}{\frac{5 \cdot 78 \cdot 0,25}{2 \cdot 9,81} + \frac{20 \cdot 78 \cdot 0,125}{9,81 \cdot 0,02}}} = 10 \frac{1}{\text{сек}}$$

Бир минутда валикнинг айланиш сони:

$$n = \frac{60 \cdot \omega_p}{2\pi} = \frac{60 \cdot \omega_p}{2 \cdot 3,14} = 95,54$$

6-масала. Мустаҳкамлик чегараси $\sigma_b = 600 \text{ МПа}$; оқувчанлик чегараси $\sigma_T = 300 \text{ МПа}$; пўлатдан тайёрланган, диаметри $d = 50 \text{ мм}$ бўлган вални хавфли кесимда $M_s = 320 \text{ Нм}$ буровчи ва $M_j = 320 \text{ Нм}$ эгувчи моментлар таъсир қилади.

Эгилишдаги нормал кучланишнинг симметрик циклдаги: буралишдаги уринма кучланишнинг тепкили (пульсирующий) циклдаги кучланишга тенг деб қаралиб, хавфли кесим учун эҳтиётлик коэффиценти топилсин.

Ечиш. Энг катта нормал кучланишни аниқлаймиз:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_s}{W} = \frac{32M_s}{\pi d^3} = \frac{32 \cdot 320 \cdot 10^3}{3,14 \cdot (50)^3} = 0,026 \cdot 10^3 \frac{\text{Н}}{\text{мм}^2}$$

Энг катта уринма кучланишни аниқлаймиз:

$$\tau_{\max} = \frac{M_j}{W} = \frac{16 \cdot M_j}{\pi d^3} = \frac{16 \cdot 320 \cdot 10^3}{3,14 \cdot (50)^3} = 0,013 \cdot 10^3 \frac{\text{Н}}{\text{мм}^2}$$

Буралишда оқувчанлик чегараси:

$$\tau_{-1} = 0,25\sigma_T = 0,25 \cdot 300 = 75 \text{ МПа}$$

Чидамлилик (бардош бериш) чегараси:

$$\text{Буралишда: } \sigma_{-1} = 0,25\sigma_b = 0,25 \cdot 600 = 150 \text{ МПа}$$

$$\text{Эгилишда: } \sigma_{-1} = 0,43\sigma_b = 0,43 \cdot 600 = 258 \text{ МПа}$$

Кучланишлар концентрацияси:

$$K = 1,2 + 0,2 \frac{\sigma_b - 40}{110} = 1,2 + 0,2 \frac{600 - 40}{110} = 2,2$$

Масштаб коэффиценти:

$$\beta_m = 1,2 + 0,1(d - 3) = 1,2 + 0,1(50 - 3) = 1,67$$

σ ва τ бўйича эҳтиётлик коэффиценти:

$$n_\sigma = \frac{\sigma_{-1}}{\sigma_{\max}} = \frac{\sigma_{-1}}{k \beta_m \sigma_{\max}} = \frac{250}{2,2 \cdot 1,67 \cdot 26} = 2$$

$$n_\tau = \frac{\sigma_{\max}}{2} = \frac{13}{2} = 6,5$$

Чарчашдан емирилишдаги ва оқувчанликнинг бошланишидаги умумий эҳтиётлик коэффицентларини топа-миз:

$$n_{r0} = \frac{\tau_{-1}}{k \cdot n_r + \beta_m n_r} = \frac{75}{2,2 \cdot 6,5 + 1,67 \cdot 6,5} = 2,9$$

$$k_{TM} = \beta_m \cdot \kappa = 1,67 \cdot 2,2 = 3,674$$

Буралишдаги оқувчанликка эҳтиётлик коэффициенти:

$$n_r = \frac{\tau_T}{\tau_{\max}} = \frac{75}{13} = 5,77$$

Мустаҳкамликнинг умумий эҳтиётлик коэффициенти:

$$n = \frac{n_\sigma \cdot n_r}{\sqrt{n_\sigma^2 + (n_r)^2}} = \frac{2,7 \cdot 5,77}{\sqrt{(2,7)^2 + (5,77)^2}} = 2,99$$

Чарчашдан емирилишга эҳтиётлик коэффициенти:

$$n = \frac{n_\sigma \cdot k_{TM}}{\sqrt{n_\sigma^2 + K^2 TM}} = \frac{2,7 \cdot 3,674}{\sqrt{(2,7)^2 + (3,674)^2}} = 2,17$$

ДЕФОРМАЦИЯ ВА КУЧЛАНИШЛАРНИ ЭКСПЕРИМЕНТАЛ ТЕКШИРИШ

Экспериментал текширишнинг аҳамияти ва принципи [3]. Машина ва иншоот қисмларида ҳосил бўладиган ҳар қандай куч, кучланиш ва деформацияларнинг ҳаммасини ҳам назарий усул билан ҳисоблаб бўлмайди. Айниқса, ташқи кучларнинг симметрия текислиги бўйлаб таъсир этмаслиги, вақтга нисбатан ўзгарувчанлиги, ички кучларнинг концентрацияланиши натижасида ҳосил бўлган деформация ва кучланишларнинг ўзгарувчанлиги уларни аниқлашни қийинлаштиради. Шунинг учун ҳам машина ва иншоот қисмларининг мустаҳкамлик тавсифларини аниқлашда ҳозирги замон экспериментал текшириш усулларида кенг фойдаланиш зарурияти келиб чиқади.

Экспериментал текшириш машина қисмларининг, бир томондан, техник талабларга жавоб беришини (иш нормасини, маҳсулотнинг сифатини, техник қаров ва бошқаларни) аниқласа, иккинчи томондан, унинг конструкциясини — бўғин бўлақларининг ўлчамларини ва ортиқча оғир бўлмаслигини, улардаги ҳақиқий кучланишни, деформацияни ва материални тўғри танлашни ўргатади.

Одатда, машина ва иншоот қурилмалари бирданига ясалмай, бир қанча ўзгартиришлар киритиш натижасида яратилади. Ўзгартиришлар эса, экспериментал текширишнинг маҳсулидир. Экспериментал текшириш ўзгартиришлар киритиш билан бир қаторда назарий ҳисоблаш усуллари аниқлайди ва бойитиб боради. Экспериментал текшириш натижасида машина бўлақларининг мустаҳкамлиги — $[\sigma]$ ва $[\tau]$ бир неча марта оширилиб, эҳтиётлик кoeffициенти — $[n]$ камайтирилади. Натижада машиналарнинг конструкция қисмларини бир неча марта енгилаштириш ва арзон материал қўллаш мумкинлигини аниқлайди. Бу билан машиналарнинг иш қобилиятлари камаймайди, балки уларни ҳаракатга келтирадиган энергия сарфлари камайтирилади ва маблағ тежаб қолилади.

Мураккаб кучланиш ва динамик юклама таъсиридаги машина қисмларининг мустаҳкамлигини текшириш ва таъминлашда экспериментал текшириш жуда катта аҳамиятга эга бўлади.

Механик текширишлар махсус синаш машиналарида универсал узувчи машиналар, буралишга синаш машиналари ва бошқалар ҳамда асбоблар: стрелкали индикатор, тензометр ва бошқаларда бажарилади. Бундай усулда текширишда материалдан махсус намуна тайёрланади. Бу усул материалнинг умумий мустаҳкамлик, эластиклик тавсифларини аниқлашда қўлланилади.

Материалларни, яъни ишлаб турган машина қисмларини дала шароитида ҳамда ишлаб чиқариш корхоналарида ишдан чиқиш сабабларини аниқлашда юқоридаги усуллардан фойдаланиб бўлмайди. Бундай шароитда деформация ва кучланишларнинг ўзгариш қонунларини аниқлаш электр ўлчаш асбоблари, электротензодатчиклар ёрдамида олиб борилиши мумкин.

Деформация ва унга асосланган кесим кучланишларини аниқлаш учун уч хил датчиклар қўлланилиши мумкин:

1. Пьезоэлектрик датчиклар — сегнетоэлектрик деб аталувчи кристалл моддалар группасидан фойдаланишга асосланади. Бу моддалар пьезоэлектрик самарага эга бўлиб, механик кучланиш ёки деформация таъсирида диэлектрик сиртда ҳар хил номли электр зарядларини ва уларга мос равишда потенциаллар айирмасини ҳосил қилади. Ҳосил бўлган электр зарядлари деформацияга ёки кучланишга пропорционал равишда ўзгаради.

2. Индукцион датчиклар — ферромагнит таёқчанинг деформацияланиши натижасида унга ўралган симда электр юритувчи кучнинг ҳосил бўлишига асосланган.

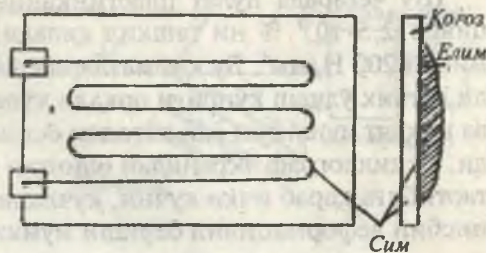
3. Симли датчиклар — механик кучланиш ва деформацияланиши натижасида сим қаршилигининг ўзгаришига асосланган. Симли датчик пьезоэлектрик ва индукцион датчикларга қараганда содда ва тайёрланишининг арзонлиги, ишлатилишининг қулайлиги туфайли кенг тарқалгандир. Симнинг қаршилиги физика қонунларидан маълум бўлиб, у сим ўлчамларига тўғри боғланишда бўлади, яъни:

$$R = \rho \frac{l}{S} \quad (14.1)$$

Бу ҳолда: l — симнинг узунлиги, s — симнинг қўндаланг кесим юзи, ρ — симнинг солиштирма қаршилиги.

Симли датчик диаметри ($O = 0,02 - 0,04$ мм) ва солиштирма қаршилиги катта бўлган симдан петля шаклида зичлиги катта қоғозга ёпиштириб ясалган бўлади (338-расм).

Ишлатиш учун у деталга ёпиштирилади. Бу датчик ёрдамида асосан механик куч таъсирида ҳосил бўлган чўзилиш, сиқилиш, эгилиш, бурилиш деформациялари ўлчанади (338-расм).



338-расм.

Чўзилиш ва сиқилиш деформациясини электротензометр ёрдамида аниқлаш [3]. Чўзилишга ёки сиқилишга ишлаётган призматик брусларнинг кесимларини тензодатчик ёрдамида чизиқли силжишларини ва уларда ҳосил бўладиган зўриқишларни жуда аниқ ўлчаш мумкин. Бу усул деформацияни ричагли тензометр, стрелкали индикатор ёрдамида аниқлагандан кўра афзал бўлиб, динамик куч таъсирида текширишда тенги йўқ. Чунки тензометр ва индикаторларнинг стрелкалари динамик куч таъсирида содир бўлаётган деформация ва зўриқишларни аниқлаш даврида тўхтовсиз тебранма ҳаракат қилади. Максимал кўрсаткични кўз билан илғаб олиш қийин.

Тензодатчик ёрдамида бруснинг ихтиёрий кесим оралиғидаги, яъни индикаторларни ўрнатиш мумкин бўлмаган кесимлардаги деформацияларни ўлчаш мумкин. Бу усул механик кучланиш ва деформацияланиш натижасида тензодатчик қаршилигининг ўзгаришига асосланади (339-а, б расм).

Тензодатчик деформация ўлчаниши керак бўлган брус сиртига бўйлама чўзилишга ёки сиқилишга ишлайдиган

тарзда узун томони билан ёпиштирилади. Брус деформацияланиш натижасида унинг сиртига мустаҳкам ёпиштирилган тензодатчик петляси узун томони бўйлаб чўзилиши ёки қисқариши мумкин.

Симли тензодатчикнинг қаршилиги эластиклик деформация чегарасида 0,2—0,5 Ом гача бўлиши мумкин, яъни 100 Ом ли тензодатчикнинг қаршилиги 0,1—0,5 Ом гача ўзгаради.

Шу чегарада пўлат пластинканинг нисбий деформацияси $2,5 \cdot 10^{-3} \%$ ни ташкил қилади. Кучланиш эса тахминан 200 Н/мм^2 . Бу қийматларни ўлчаб олиш учун симли датчик ўлчаш кўприги орқали кўпайтиргич аппаратида ва ниҳоят шлейфли ёки катодли осциллографларга уланади. Осциллограф экранидан олинган қиймат масштаблаш тартибига қараб ички кучни, кучланишни ёки абсолют ва нисбий деформацияни бериши мумкин. Масалан:

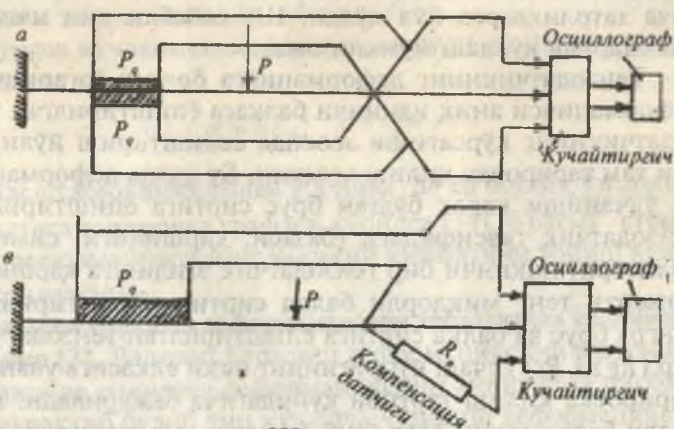
$$K_p = \frac{P}{m} \left[\frac{\text{Н}}{\text{мм}} \right]; \quad K_s = \frac{\sigma}{m} = \frac{P}{Am} \quad (14.2)$$

$$K_{\Delta l} = \frac{\Delta l}{m} \left[\frac{\text{Н}}{\text{мм}} \right]; \quad K_\epsilon = \frac{\epsilon}{m} \quad (14.3)$$

Бу ҳолда: m — осциллограф экранида кучнинг, кучланишнинг ёки деформациянинг ўзгариши натижасида шлейф ёруғлик нуқтасининг оғиши.

Тензодатчик электр токига уланганда қизиши мумкин. Натижада унинг қаршилиги деформацияга боғлиқ бўлмаган ҳолда ўзгаради. Бунинг олдини олиш мақсадида деформация ўлчанаётган объектдаги тензодатчик қаршиликка тенг бўлган бир хил тавсифли иккинчи тензодатчик олинади ва у деформацияланмайдиган, лекин ташқи шароити бир хил бўлган объектга ёпиштирилади ҳамда ўлчаш кўпригининг иккинчи бўш елкасига уланади. Бундай уланган тензодатчикка компенсация датчиги дейилади.

Деформация миқдорининг аниқлиги брусга ёпиштирилган тензодатчикни тарировка қилишга боғлиқ. Тензодатчик фақат бир объектни ўлчаш учун яроқли бўлиб, уни олдиндан тарировка қилиб бўлмайди. Чунки тензодатчик объектга ёпиштирилганида у деталь билан бир бутун бўлиб



399-рәсм.

кетәди ва уни қайтадан кучириб олиш ва бошқа объектга ёпиштириш мумкин эмас. Тензодатчик ёпиштирилган бруснинг деформациясини бир вақтда ричагли тензометр ва тензодатчик ёрдамида лаборатория шароитида ўлчаб олиш йўли билан тарировка қилиш мумкин. Тензометри орқали бруснинг нисбий деформацияси қуйидагича аниқланади:

$$\frac{\Delta \ell}{\ell} = \frac{h}{20m}$$

Бу ҳолда: h — тензометр шкаласининг бўлакчалари; m — тензометрнинг кўпайтириш коэффициенти. У 1000—1200 атрофида бўлиб, тензометрнинг паспортида бериләди; ℓ — тензометр базаси ($\ell = 20$ —50 мм оралиғида бўлади). Сунгра ўлчаш кўприги уланган блок схема (кучайтиргич ва осциллограф) орқали тензодатчик қаршилигининг ўзгариши ёки унга пропорционал равишда ток кучи ва кучланишларнинг ўзгариши осциллограф экрани орқали ўлчаб олинади (h) ва нисбий деформациянинг масштаб қиймати топилади.

Бу усулда топилган масштаб ричагли тензометрни ўлчаш аниқлигига боғлиқ бўлиб, у жуда аниқ бўла олмайди. Чунки тензометр шарнирларининг ишқаланишига ишлаши ва шкала бўлакларининг аниқ ўлчаб бўлмаслиги

анча хатоликларга йўл қўяди. Шу сабабли уни машина қисмларида қўллаш мумкин эмас.

Тензодатчикнинг деформацияга боғлиқ ўзгаришини деформацияси аниқ иккинчи балкага ёпиштирилган тензодатчикнинг кўрсатиши асосида солиштириш йўли билан ҳам тарировка қилиш мумкин. Бу ҳолда деформацияси ўлчаниши керак бўлган брус сиртига ёпиштирилган тензодатчик тавсифидаги (базаси, қаршилиги, симнинг диаметри) иккинчи бир тензодатчик эгилишга қаршилиқ моменти тенг миқдорли балка сиртига ёпиштирилади, сўнгра брус ва балка сиртига ёпиштирилган тензодатчиклар (R_g ва R_t) ўлчаш кўпригининг икки елкасига уланади. Тарировка қилиш тартиби қуйидагича бажарилади: консолли балка секин-аста ўсиб борувчи куч таъсирида эгилади ва балка сиртининг нисбий деформацияси унга ёпиштирилган тензодатчик R_t ёрдамида аниқланади (осциллограф экранида h_d). Гук қонунига биноан бу деформация қуйидагига тенг:

$$\sigma = E \varepsilon_T \quad (14.4)$$

Кучланиш эса эгилишга тенг қаршилиқ моментли балка учун ўзгармас бўлиб, қуйидагича топилади:

$$\sigma = \frac{Pl}{Ih^2} = \text{const} \quad (14.5)$$

$$K_{\sigma T} = \frac{\varepsilon_T}{h_T} \text{ ёки } K_{\Delta \ell T} = \frac{\Delta \ell_T}{h_T}$$

Сўнгра балкани тинч ҳолатда қолдириб, деформацияси ўлчаниши керак бўлган брусни секин-аста ташқи куч таъсирида чўза бошлаймиз. Унинг чўзилиши натижасида унга ёпиштирилган тензодатчик ҳам чўзилади ва қаршилиги ўзгариб, ўлчаш кўприги диагоналидан ток ўта бошлайди. Бу ток кучайтиргич орқали кучайтирилиб, осциллограф барабанидан ёзиб олинади ёки ўлчаб олинади. h_d амплитудага тўғри келган нисбий деформация қуйидагича топилади: $\varepsilon_d = K_{\sigma T} \cdot h_d$ ёки $\Delta \ell_d = h_d K_{\Delta \ell T}$

Нисбий деформацияни билган ҳолда абсолют деформацияни топиш мумкин: $\Delta l = \varepsilon_D \cdot l$

Сўнгра кучланиш эластиклик модули ва ички кучлар топилади:

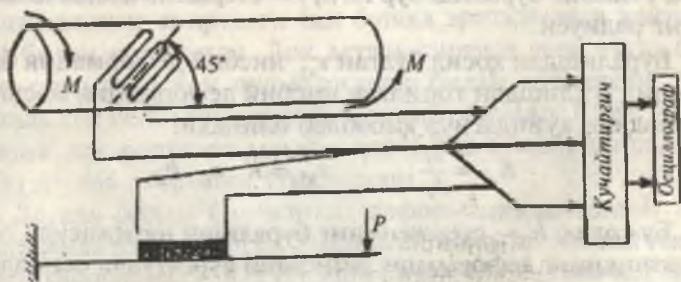
$$\sigma = E\varepsilon_D; \quad E = \frac{\sigma}{\varepsilon_D}$$

Масштабни аниқлашда $РД$ нинг Δl га боғлиқ ўзгариш қийматига тарировка графаси қурилса (341-б расм) стержень деформациясининг ҳақиқий қийматини топиш янада осонлашади.

Валнинг буралиш деформациясини тензодатчик ёрдамида аниқлаш [3]. Валнинг буралиш деформациясини аниқлаш чўзилиш ва сиқилиш деформациясини аниқлашга нисбатан мураккаб бўлиб, уни кўпинча чўзилиш деформацияси учун топилган рухсат этилган кучланиш орқали аниқланади. Бунда буралишга ишлаётган цилиндрик сиртнинг сиртида олинган цилиндр ясовчига 45° қияликдаги толаларнинг буралиш натижасида чўзилиш ва сиқилишга ишлаши асос қилиб олинади.

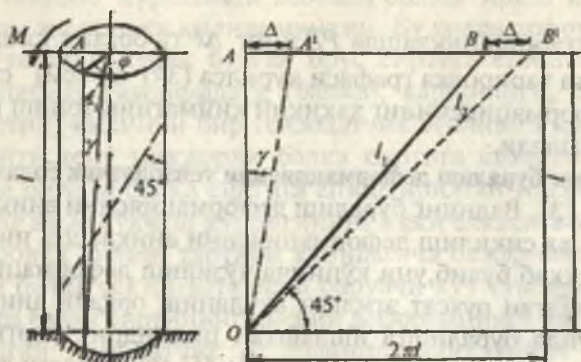
Цилиндрик сиртга 45° қияликда битта тензодатчик ёпиштирилиб ва иккинчи тензодатчик (компенсация учун олинади) эгилиш кучланиши ўзгармас балкага ёпиштирилса, юқоридаги ўлчаш кўприги ҳосил бўлади (340-расм).

Цилиндрик сиртга 45° қияликда ёпиштирилган тензодатчикнинг буралиш натижасида деформацияланиши ва уни эгилишга ишлаётган балканинг деформацияси билан боғланишини аниқлаш учун цилиндрик сиртнинг тақсим-



340-расм.

ланишини кўриб чиқамиз (340-расм): L_1 — тензодатчик ёпиштирилган қия текислик толаларининг узунлиги; L_2 — L_1 нинг деформациядан кейинги узунлиги; γ — нисбий силжиш бурчаги.



341-расм.

Нисбий бўйлама деформация $\varepsilon = \frac{l_2 - l_1}{l_1}$ эканини эътиборга олиб, цилиндр сиртида олинган 45° қияликда толанинг нисбий деформациясини топамиз:

$$\varepsilon_{45} = \frac{1}{2} \gamma = \frac{1}{2} \cdot \frac{\Delta}{\ell} = \frac{1}{2} r \frac{\varphi}{\ell} \quad (14.6)$$

Бу ҳолда: ℓ — стерженнинг узунлиги; φ — стержень эркин учининг буралиш бурчаги; r — стержень кесим юзасининг радиуси.

Буралишдан ҳосил бўлган ε_{45} нисбий деформация балканинг эгилишдан топилган нисбий деформация масштаби орқали қуйидагича ҳисоблаб олинади:

$$K_{et} = \frac{\sigma_T}{h_T}; \quad \varepsilon_{45} = K \cdot \varepsilon_T \cdot h_d$$

Бу ҳолда: h_d — стерженнинг буралиши натижасида тензодатчикнинг деформацияланишини кўрсатувчи осциллограф ёруғлик нуруниниң оғиш оралиғи.

Буралиш ε_{45} нисбий деформацияга тўғри келган буралиш бурчаги қуйидагича топилади: $\varphi = \frac{2\ell\varepsilon_{45}}{r}$

Буровчи момент эса: $\varphi = \frac{M\ell}{GJ_p}$ дан

$$M = \frac{GJ_p\varphi}{\ell} \quad \text{ёки} \quad M = \frac{2\varepsilon_{45}GJ_p}{r\ell} = \frac{2GJ_p\varepsilon_{45}}{r}$$

Бу ҳолда: $J_p = \frac{\pi d^4}{32}$ — кесим юзанинг қутб инерция моменти; $G = 0,4 \cdot E = 8 \cdot 10^4 \frac{\text{Н}}{\text{мм}^2}$ силжишдаги эластиклик модули.

Шундай қилиб, буралиш деформацияси $\varepsilon_{45}\varphi$ ва M ларни эгилишга тенг қаршилиқ моментли балканинг эгилиш деформацияси орқали тензодатчик ёрдамида аниқлаш мумкин экан. Бу усул машина ва иншоот қисмларини ишлаб чиқариш жараёнида ёки дала шароитида мустақамликка текшириш талаб этилганида кенг қўлланилади.

Лок қопламалари усули [4]

Лок қопламалари усулидан, одатда, деформация ва кучланишлар тақсимланишини, шунингдек, деталь сиртидаги кўп юкланган зоналарини аниқлашда фойдаланилади.

Синовдан олдин деталнинг текшириладиган сирти ёки унинг модели юпқа махсус мўрт лок билан (0,07—0,15 мм), масалан, канифольцеллулоид локи (целлулоид қўшилган канифолнинг спиртдаги ёки бошқа эриткидаги эритмаси) билан қопланади. Лок деталь сиртига ясси чўтка билан суртилади ёки пульверизатор билан пуркалади, ёки деталь лок солинган идишга ботириб олинади. Қуритилгач (баъзи лок сортлари маълум ҳароратда қиздирилиши керак) деталь синовдан ўтказилади.

Деталь билан биргаликда деформацияланадиган лок қатламида пайдо бўлган дарзлар синовнинг асосий натижаси ҳисобланади. Юк ортиши билан улар кетма-кет пайдо бўлиши ҳам мумкин. Энг биринчи дарзлар деталнинг энг кўп юкланган зоналарида пайдо бўлади.

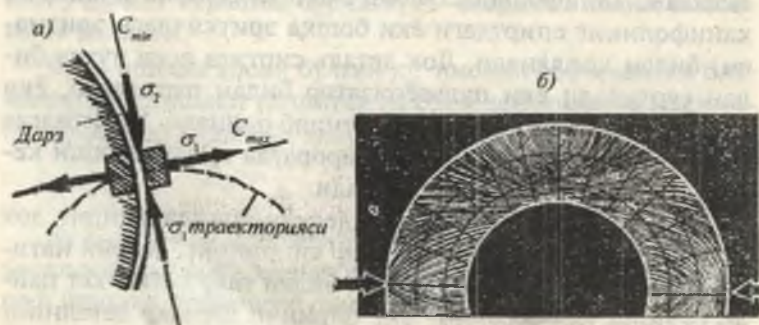
Дарзлар ҳосил қилишнинг иккита усулидан, яъни детални юклантириш ва юксизлантириш усулидан фойдаланилади.

Биринчи усулда лок деталь сиртига у юклангунга қадар суртилади. Табиийки, деталь юкланганида пайдо бўладиган дарзлар сиртнинг ҳар бир нуқтасида энг катта чўзилиш йўналишига перпендикуляр йўналишда, яъни бош чўзилиш ε , ёки бош кучланиш σ_1 йўналишига перпендикуляр жойлашади (342-а расм).

Шундай қилиб, юкланганда пайдо бўладиган дарз ҳар бир нуқтада σ_2 йўналишга мос тушади ва бу кучланиш траекторияси ҳисобланади. Ушбу усул билан диаметри бўйлаб сиқилган алюминий ҳалқанинг қопламасидаги дарзлар 342-расмда кўрсатилган.

Дарзлар олишнинг иккинчи усулида локни юкланган деталнинг сиртига суртилади. Лок қуригач, деталь аста-секин юксизлантирилади, бунда юксизлантириш жараёнида деталь сиқилган йўналишда чўзилиш юзага келади ва аксинча. Юксизлантириш натижасида σ_1 траекторияси билан устма-уст тушувчи дарзлар пайдо бўлади, юклантириш процессида эса σ_2 траекторияси йўналишида дарзлар пайдо бўлган эди.

Лок қопламлари ёрдамида бош кучланишлар йўналиши топилгач, кучланишлар қийматини топишнинг энг ишончли усулларида бири деформацияларни тензометрлар ёрдамида ўлчашдир. Бунинг учун керакли нуқталарга



342-расм.

σ_1 ва σ_2 йўналишларда иккитадан тензометр (ёки датчик) қўйилади, улар ёрдамида ϵ_1 ва ϵ_2 деформациялар ўлчаниб, бош кучланишлар ҳисоблаб топилади. Тензометрсиз деформация қийматини, баъзи ҳолларда кучланишни аниқлашга имкон берадиган лок қопламалари усули ҳам мавжуд, лекин бунда маълум чегаравий нисбий чўзилиш ϵ_s да дарзлар пайдо бўладиган юқори сифатли локлардан фойдаланиш керак бўлади. Одатда $\epsilon_s = 3,5 \cdot 10^{-4}$ қийматли локлардан фойдаланилади. Бу қиймат пўлатдаги $\epsilon_s E = 3,5 \cdot 10^{-4} \times 2 \cdot 10^6 = 700$ кгк/см² кучланишга тўғри келади.

Шуни айтиш керакки, лок қопламасида дарзларнинг пайдо бўлишига қўпгина омиллар сезиларли таъсир қиладди (лок қуриганида пайдо бўладиган чўкиш кучланишлари, деталь ва қоплам материалларининг эластик хоссалари турлича бўлиши, синов вақтидаги ҳаво температураси ва бошқ.). Бу омиллардан баъзилари ҳисоб йўли билан, шунингдек, тарировка қилинувчи намуналар билан ҳисобга олиниши мумкин; намуналарда ϵ_s лар синов шароитлари билан бир хил шароитларда топилади. Лок қопламалари усулида кучланишлар миқдорини топиш аниқлиги нисбатан унча катта эмас ($\pm 15\%$).

Бу усулда деталларда, айниқса мураккаб шаклли деталларда кучланишлар тақсимланишининг сифатини тез аниқлашда фойдаланиш мақсадга мувофиқдир. Лок қопламалари усулидан ҳаракатланаётган деталларда ва зарбий юклама таъсир этганида фойдаланса ҳам бўлади.

Кучланишларни поляризация — оптик усулда аниқлаш [4]. Усулнинг физик асослари. Оптик усул баъзи шаффоф (тиник) деформациялангандан оптик жиҳатдан анизотроп бўлиб қолиш хоссасига, деформацияланган ҳолатда улар (шиша, целлулоид, желатин, бакелит ва б.) нурни иккига ажратиб синдириш хоссасига асосланади. Бундай материалларга оптик актив материаллар дейилади. Оптик усулда деталнинг ўзи эмас, балки оптик актив материалдан ясалган модель текширилади. Модель оптик қурилмага, яъни полярископга жойлаштирилади, у ерда қутбланган нур оқими билан қопланган тасвир пайдо бўлади, полосалар анализ қилиниб, моделда кучланишлар тақсимланишини ўрганиш мумкин.

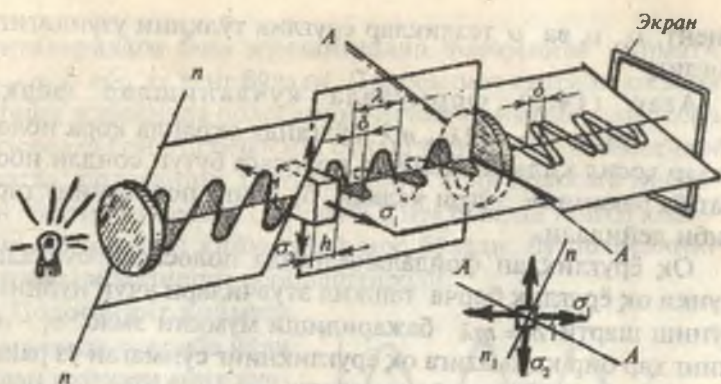
Маълумки, табиий ёруғлик нурида унга перпендикуляр бўлган барча йўналишларда ёруғлик тебраниши мавжуд бўлиб, ёритиладиган жисм яқинида ёруғлик тебранишларининг манбаи бетартиб жойлашади. Қутбланган нурда тебранишлар тартибли бўлади. Агар тебранишлар битта текисликда содир бўлса, текис қутбланиш дейилади; текисликнинг қутбланиш текислиги дейилади. Қутбланган нур олиш учун табиий нурни қутблагич (поляризатор) орқали ўтказилади. Исланд шпати кристалларидан елимлаб тайёрланадиган Никол призмаси қутблагич бўлиб хизмат қилиши мумкин. Қутблагич тебранишларни аниқ бир текисликда ўтказиб, унга перпендикуляр бўлган ташкил этувчиларни сўндиради.

343-а расмда ёруғликни текис қутбловчи полярископ асосий қисмларининг жойланиши схематик тарзда кўрсатилган. Қутблагич ва анализатор полярископнинг асосий қисмлари ҳисобланади. Анализатор ҳам поляризатор каби призмадан иборат, лекин иш ҳолатида шундай буралганки, 343-б расмда кўрсатилган А—А ва П—П лар билан кўрсатилган қутбланиш текисликлари ўзаро перпендикуляр жойлашган. Бундай ҳолда модель бўлмаса ёки у юкланмаган бўлса, экран қоронғилаштирилган бўладидан поляризатордан ўтган ёруғлик нури анализатор билан сўндирилади.

П—П текисликда қутбланган ёруғлик нури (349-расм) моделдан ўтишда ҳар бир нуқтада тебраниш текисликлари ўзаро перпендикуляр бўлган ва σ_1 , σ_2 бош кучланишлар йўналишига мос келувчи иккита нурга ажралади. Бош кучланишлар қиймати ҳар хил бўлганлигидан модель материалининг мазкур текисликлардаги оптик хоссалари ҳам турлича бўлади — v_1 ва v_2 ҳам турлича бўлади, натижада



343-расм.



344-расм.

уларга моделнинг h қалинлигини ўтиш учун h/v_1 вақт керак бўлса, иккинчисига h/v_2 вақт керак бўлади.

Вақтлар орасидаги фарқ

$$\Delta t = \frac{h}{v_2} - \frac{h}{v_1} = \frac{h(v_1 - v_2)}{v_1 v_2} \quad (a)$$

га тенг. Вақтлар орасидаги фарқ Δt туфайли биринчи нурнинг тўлқинларидан δ қийматга олдин кетади; бунга нурлар йўли орасидаги фарқ дейилади ва у $\delta = \Delta t v$ (б) га тенг, бу ерда v — нурнинг ҳаводаги тезлиги.

Нурлар йўли орасидаги фарқ 349-расмда график тарзда тебранишларни тасвирловчи синусоидаларнинг силжи-ганлиги билан тасвирланган.

Тажирибalar билан шу нарсa аниқланганки, тезликлар орасидаги фарқ $v_1 - v_2$ бош кучланишлар орасидаги фарққа тўғри пропорционал бўлади, яъни: $v_1 - v_2 = c(\sigma_1 - \sigma_2)$ (в).

Бу ерда c — модель материалнинг оптик активлигига боғлиқ бўлган ўзгармас қиймат.

(а), (б) ва (в) ларни ўзаро таққослаб, фотоэластик қонунини миқдор жиҳатдан ифодаловчи қуйидагича формулани ёзиш мумкин:

$$\delta = c_\lambda h(\sigma_1 - \sigma_2) \quad (14.7)$$

Бу ерда c_λ — модель материалининг хоссаларига ва ёруғлик тўлқини узунлигига боғлиқ бўлган ўзгармас коэффи-

циент; ν_1 , ν_2 ва ν тезликлар ёруғлик тўлқини узунлигига боғлиқ.

Агар (14.7) формулада кучланишлар фарқи $\sigma_1 - \sigma_2$ бўлса, $\delta = \lambda, 2\lambda, \dots, m\lambda$ бўлганда экранда қора полосалар ҳосил қилади. Ҳар бир полосага бутун сондан иборат ўз рақами m тўғри келади, бу сонга полосанинг тартиби дейилади.

Оқ ёруғликдан фойдаланилганда полосалар бўялади, чунки оқ ёруғлик барча ташкил этувчилари учун нурнинг сўниш шарти $\delta = m\lambda$ бажарилиши мумкин эмас. $\sigma_1 - \sigma_2$ нинг ҳар бир қийматига оқ ёруғликнинг сўнмаган ўз ранглари, демак, 3 бўёғи тўғри келади.

$\sigma_1 - \sigma_2$ нинг ўзгармас қийматига мос келувчи бир хил бўёқлар изохромлар деб аталади. Изохромлар монохроматик ёруғликда олинadиган қора (бўялмаган) полосаларга ҳам тегишлидир.

Мазкур қора полосалар расмига қараб модель нуқта-ларидаги $\sigma_1 - \sigma_2$ бош кучланишлар фарқини аниқлаш мумкин.

Нурлар йўлида тўлқин узунлигига тенг фарқни келтириб чиқарувчи бош кучланишлар фарқи $\sigma_1 - \sigma_2 = \sigma_0$ нинг қиймати модель полосасининг қиймати деб аталади. $\delta = \lambda$ бўлганда формуладан қуйидаги ифодага эга бўламиз:

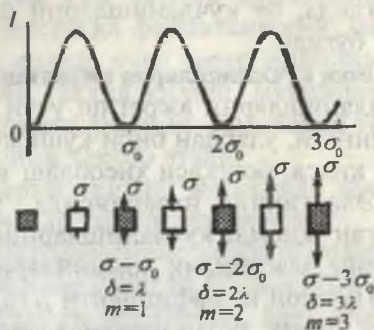
$$\sigma_0 = \frac{\lambda}{c_1 h} \quad (14.8)$$

Фараз қилайлик, моделга тушадиган юклама ортиб боради ва қандайдир нуқтадаги $\sigma_1 - \sigma_2$ фарқ кетма-кет $\sigma_0, 2\sigma_0, \dots, m\sigma_0$ қийматларга эришади. Нуқтадаги уларга мос келувчи йўл фарқи $\delta = \lambda, 2\lambda, \dots, m\lambda$ ларга тенг бўлади, улар экранда биринчи, иккинчи, ..., m тартибли қора полосалар деб аталади. Улар ёритилган нуқталар билан алмашинади. Бу 345-расмда нур интенсивлиги I нинг кучланишлар фарқи $\sigma_1 - \sigma_2$ га боғлиқлиги график кўринишда тасвирланган. Қуйида бу боғланиш оддий чўзилишга ишлайдиган элемент ёритилишининг алмашилиш картинаси билан намойиш қилинган.

Айтилганлардан кўриниб турибдики, агар синалаётган моделда m тартибли полоса кузатилса, бу полосанинг

нуқталаридаги бош кучланишлар фарқининг қиймати $\sigma_1 - \sigma_2 = m\sigma_0$ га тенг бўлади. Полосанинг тартиби юклама ошиши жараёнида полосанинг исталган нуқтасидаги қора полосалар сонини бевосита санаш йўли билан аниқлайди. Одатда, полосанинг тартиби унинг ноль полосага нисбатан тартиб номерига ($\sigma_1 - \sigma_2 = 0$ нуқталарда ташқи юкламанинг исталган қийматида) мос бўлади, бу полосанинг тартибини топишни оsonлаштиради.

Полосанинг қиймати σ_0 моделда тажриба йўли билан қиймати аниқ кучланишлар ҳосил қилиш ва ҳосил бўлган полосалар картинасини кузатиш йўли билан топилади. Масалан, чўзилишда экранда биринчи тартиб-ли қора полоса ҳосил қилувчи P кучини топиб $\sigma_0 = P/F$ ни аниқлаш мумкин.



351-расм.

Материалнинг оптик аниқлиги қанча катта бўлса, полоса қиймати шунча кичик бўлади. Желатин энг сезгир ҳисобланади, унда $h = 1$ см бўлганида $\sigma_0 = 0,02 \frac{\text{кгк}}{\text{см}^2}$. Ишлатиладиган оддий материаллар (бакелит ва ҳ.к.) учун бу миқдор 12 кгк/см^2 га, целлулоид учун $30\text{--}60 \text{ кгк/см}^2$ га, шиша учун $260\text{--}500 \text{ кгк/см}^2$ га тенг бўлади.

Шундай қилиб, оптик усулда бевосита тажрибадан бош кучланишларнинг фақат йўналиши ва уларнинг қийматлари фарқи — $\sigma_1 - \sigma_2$ топилади. Бу моделнинг ҳар бир нуқтасида текис кучланиш ҳолатининг формуласини қўллаб исталган қия юзачадаги уринма кучланишларни аниқлаш имконини беради:

$$\tau_\alpha = -\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \cdot \sin 2\alpha \quad (14.9)$$

Хусусан ҳар бир нуқтадаги $\tau_{\max}$ аниқланади, чунки:

$$\sigma_1 - \sigma_2 = 2\tau_{\max}$$

Нуқта чизиқли кучланиш ҳолатида бўлганида ($\sigma_1 = \sigma$, $\sigma_2 = 0$) $\sigma_1 - \sigma_2$ фарқ кучланишнинг узига тенг бўлади. Тажриба натижасидан топилган қиймат модель контури-нинг юкланмаган нуқтасида шундай ҳолатни кураимиз.

Умумий ҳолда кучланиш ҳолати ҳақида тўла тасаввур ҳосил қилиш учун $\sigma_1 - \sigma_2$ фарқдан ташқари, ҳар бир бош кучланишнинг қиймати ҳам билиш керак ёки бошқача айтганда, бу кучланишларни бир-биридан ажратиш ке-рак бўлади.

Бош кучланишларни ажратиш. (Моделдан деталга ўтиш). Кучланишларни ажратиш учун бир неча усуллар таклиф қилинган, улардан бири кўшимча тажриба ўтказишни та-лаб қилса, бошқаси ҳисоблаш усулига асосланган.

Эластиклик назариясида текис масала шароитида бўлган жисмда кучланишларнинг тақсимланиши матери-алнинг эластиклик доимийларига (эластиклик модули E га. Пуассон коэффиценти μ га) боғлиқмаслиги исботла-нади. Демак, турли материаллардан ясалган деталь ва унинг моделида улар геометрик ўхшаш ва уларга таъсир қилади-ган юкламалар ўхшаш бўлса, деформация ва кучланиш-ларнинг тақсимланиш қонуни бир хил бўлади. Бу модел-даги кучланиш $\sigma_{\text{мод}}$ дан деталдаги уларга мос келувчи куч-ланиш σ га

$$\sigma = \frac{h_m}{h} \cdot \frac{s_m}{s} \cdot \frac{P}{P_m} \cdot \sigma_{\text{мод}} \quad (14.10)$$

формула бўйича ўтиш имконини беради. Бу ерда h_m/h — модель ва деталь қалинликларининг нисбати; s_m/s — мо-дель ва деталь контурининг бир-бирига мос келувчи чи-зиқли ўлчамларининг нисбати; P/P_m — деталь ва моделга тушадиган юкламаларнинг нисбати.

(14.10) формуладан фойдаланиш мумкин бўлмайдиган ҳоллар (моделнинг кўп боғланишли контури, яъни тешиклари бўлган пластинканинг контури) ҳам бор, бун-дай ҳолларда юқоридаги формуладан тахминий формула (лекин бирмунча аниқроқ) сифатида фойдаланилади.

Материаллар қаршилиги фанни ўқитиш услубиятига доир

Ўзбекистонда содир бўлаётган ижтимоий-иқтисодий ўзгаришлар, фан билан ишлаб чиқариш интеграциясини ривожланишида анъанавий ахборот ва ўқитишнинг компьютерли воситалари, глобал масштабдаги телекоммуникацион тармоқ билан тўлдирилиши, ўз навбатида мустақил равишда фикрлашни; эгаллаган билимларни борлиқнинг қайси жойларида ва қай тарзда қўлланиши; ахборотлардан саводли ва мустақил фойдаланишни; маълум бир вазифани тадқиқ қилиш учун зарур омилларни тўплашни билишни, уларни таҳлил қилиш, муаммоларни ечиш гипотезасини илгари суришни; замонавий технологиялардан фойдаланишни тақозо этади.

Ҳозирги замонда фанларни ўқитиш жараёнида замонавий педагогик технологиялар тадбиқ этилмоқда.

Таълимни технологиялаштиришнинг асосини таълим жараёнини самарадорлигини ошириш ва таълим олувчиларни берилган шароитларда ва ажратилган вақт ичида лойиҳалаштирилаётган ўқув натижаларига эришишларини кафолатлаш мақсадида тўлиқ бошқариш ғояси ташкил этади.

Педагогик технология — ўқув жараёнини технологиялаштиришни бутунлигича аниқловчи тизимли категория.

Ўқитиш технологияси — биринчидан, педагогик технологияни жараёнли — ҳаракат аспектини англатади. Бу, таълим жараёнини амалга оширишни инструментал таъминловчи усул ва воситаларнинг тартибли бирлигини ўзида мужассамлаштирган таълим моделини ишлаб чиқиш ва амалга оширишнинг технологик жараёни;

— иккинчидан, педагогик технологиянинг жараёнлибаёнли аспектини, педагогик ҳамда ўқув фаолиятининг лойиҳасини бажаришнинг баёнидир (технологик харита).

Таълим технологияси — педагогик технологиянинг илмий аспектини белгилаш, дарс бериш ва билимларни ўзлаштиришнинг барча жараёнларини қўллаш ва белгилашнинг тизимли усули.

Материаллар қаршилиги умуммуҳандислик фанларининг таркибига кириб, бўлажак мутахассисларга конструкция ва иншоот қисмларини кучланганлик-деформацияланган ҳолатларини таҳлил қилишни, уларни турли деформациялар жараёнида мустаҳкамликка ва бикрликка ҳисоблаш усулларини ўргатади.

Материаллар қаршилиги фанини ўқитишдан мақсад ҳар бир мутахассис замонавий талабига тўла жавоб бера оладиган, юқори унумли, мустаҳкамлиги етарлича таъминланган, мумкин қадар енгил, тузилиши оддий конструкция ёки иншоот қисмини лойиҳалашни ўргатишдир.

Фаннинг асосий муаммоси — деформация турлари; мустаҳкамлик, бикрлик ва устуворлик шартлари; конструкцияларни статик ва динамик юкланишида материалларнинг хоссаларини таҳлили. Бу фанни ўрганишда талабалар — математика, физика, чизма геометрия, назарий механика, металлар технологияси фанларини ўзлаштиргандаги билимларига асосланадилар.

Материаллар қаршилиги вазифаларини амалга оширишни тушунтиришда ўқитишнинг қуйидаги усулларидадан фойдаланиш мумкин:

- маъруза;
- тарихий воқеани тушунтириш (конкрет конструкция ёки иншоот қисми билан боғлиқ);
- тажриба усули (намойиш усули);
- китоб билан ишлаш;
- машқлар, лойиҳалар (ҳисоблаш-график ишлари) усули;
- суҳбат, мунозара, видео усули.

Ўқитиш самарадорлигини ошириш учун:

- ўқитувчи томонидан мавзу бўйича режа асосида маъруза амалга оширилиб, талабалар тегишли жойларини ёзиб оладилар;
- дарс вақтида тегишли мулоқотлар, савол-жавоблар уюштириш, диалог ва ўтилган дарсни мустаҳкамлаш;
- ўтилган мавзу бўйича доскада мисоллар ишлаш;
- реал машина ва механизмлар моделларидан ва тегишли плакатлардан фойдаланиш;

— дарсга, мавзуга қизиқтириш — мунозара, ҳикоя, тарихий воқеа усуллари қўллаш;

— реал объектлар (мутахассислик бўйича) нинг юкла-ниш схемаларини тузиш ва ҳисоблаш;

— материаллар қаршилиги фани бўйича олимпиада ма-салаларини ва бир масалани бир неча хил усулда ечишни ўрганиш;

— дарс мавзуларини тайёрлаб тарқатиш;

— барча топшириқлар, услубий комплексларни (уй ишлари, лаборатория топшириқлари, саволлар мажмуи) кўпайтириб, олдиндан талабаларга тарқатиш;

— дарсларни намуна сифатида видеотасмаларга ёзиб олиб тарқатиш;

— компьютер ёрдамида маъруза матнларини ёзиб тар-қатиш;

— ҳисоблаш-график ишларини компьютерда бажариш дастурини ишлаб чиқиш;

— компьютер технологиясидан фойдаланиб талабалар-ни масофадан ўқитиш;

— электрон дарсликни яратиш талаб этилади.

Ўқитишнинг барча усуллари тадбиқ этишда техно-логик харита тузилади. Технологик харита умуман фан бўйича тузилиши ҳам мумкин ёки фанни алоҳида-ало-ҳида мавзулари, тажриба ишлари ва амалий дарслари бўйича ҳам тузилиши мумкин.

Фанни ўзлаштиришда эшитиш, кўриш, ёзиш асосида мавзу бўйича маълумот қисқа қилиб берилади. Талабалар дарсда қайд қилинмаган материалларни қўшимча адаби-ётлардан ёзиб келадилар. Бу усулда талаба ўзи дарсда ёз-ган материални ўқиб чиқади ва таҳлил қилади.

Фанни ўқитишда қуйидагиларни эътиборга олиш мақ-садга мувофиқ:

— талабалар эгаллаган бошланғич билимларининг ўрта-ча даражаси;

— мавзуларни тушунтиришда оддийдан мураккабга ўтиш;

— назарий масалаларни ўрганишда амалий ва тажриба машғулотларининг мантиқий кетма-кетлигини таъмин-лаш;

— мавжуд ҳар бир манба — адабиёт, кўргазма ва техник ўқитиш воситасига ўзига хос характеристика бериш;

— ҳар бир талаба бажарадиган индивидуал ҳисоб-график ишлари тегишли равишда қўшимча ижодий изланишларининг мантиқий яхлитлигини таъминлаш ва бошқалар.

Материаллар қаршилиги муаммоларини ҳал қилишда конструкция ёки иншоот қисмини юкланганлик ва деформацияланган ҳолатини таҳлил этиш лозим. У ҳолда уни мустаҳкамлик ва бикрликка ҳисоблаш қуйидаги тартибда олиб борилади:

— ички куч факторларини аниқлаш;

— элемент материални Гук қонунига бўйсунганини таъкидлаш;

— чизиқли ёки бурчакли деформациялар ички кучга тўғри ва элементнинг бикрлигига тескари пропорционал ўзгаришини ёзиш;

— барча кучланишлар ички кучга тўғри ва кесим юзанинг геометрик характеристикасига тескари пропорционаллигини ёзиш;

— элементларни бикрлик ва мустаҳкамлик шартларини ёзиш;

— бикрлик ва мустаҳкамлик шартлар асосида рационал кесимни ёки рухсат этилган юкни танлаш.

Конструкция ва иншоот қисмларини оддий ёки мураккаб деформация ҳолатларида юқорида келтирилган тартибни инобатга олиш кетма-кетлиги сақланиши ва қуйидаги таянч сигналлари кўринишларига эга бўлиши лозим.

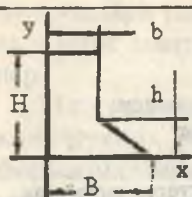
П Л А К А Т Л А Р

- 19-01. Кесиш методи
- 19-02. Ички куч факторлари
- 19-03. Чўзилиш ва сиқилиш
- 19-04. Кам углеродли чўзилиш диаграммаси
- 19-05. Турли материалларнинг чўзилиш диаграммаси
- 19-06. Пулат ва чўянни сиқилиш диаграммалари
- 19-07. Ёғочни механик характеристикалари
- 19-08. Пулатни пластик ва мустаҳкамлик характеристикалари
- 19-09. Материалларни физика-механик характеристикалари
- 19-10. Қотишмаларни физика-механик характеристикалари
- 19-11. Металларни физиқо-механик характеристикалари
- 19-12. Деформация тезлигининг материалларини хоссаларига таъсири
- 19-13. Температуранинг материаллар хоссаларига таъсири
- 19-14. Нукранинг кучланганлик ҳолати
- 19-15. Доиравий кесимли стерженли буралиш
- 19-16. Туғри бурчакли кесим юзаларининг буралиши
- 19-17. Чўзилиш ва сиқилишда дифференциал боғланишлар
- 19-18. Балка ва таянч турлари
- 19-19. Стерженли соф эгилиш
- 19-20. Кўндаланг эгилишда дифференциал боғланишлар
- 19-21. Пластиклик ва смирилиш критерийлари
- 19-22. Мустаҳкамлик ва пластиклик критерийлари
- 19-23. Критик кучланишлар диаграммаси
- 19-24. Турли таянчларга тиралувчи стерженларда критик куч
- 19-25. Стерженларни устуворликка амалий ҳисоблаш
- 19-26. Стерженлар учун буйлама сиқилиш коэффициенти
- 19-27. Статик тенгламалар
- 19-28. Текисликдаги мувозанат тенгламалари
- 19-29. Геометрик тенгламалар
- 19-30. Сен-Венан тенгламаси

Д И А Ф И Л Ъ М Л А Р

1. Д-1 қисм. Умумий тушунчалар
2. Д-2 қисм. Сиқилиш. Силжиш. Буралиш
3. Д-1 қисм. Эгилиш. Мураккаб деформация. Устуворлик.

Текис кесим юзаларининг геометрик тавсифлари



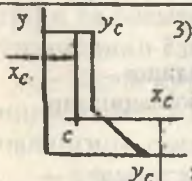
Реал объект - носимметрик шаклли кесим юза

1) Кесимни X ва Y ўқларига нисбатан статик моментлар: $S_x = \int_A y \cdot dA$ $S_y = \int_A x \cdot dA$

2) оғирлик марказини координатлари

$$x_c = \frac{x_1 \cdot A_1 + x_2 \cdot A_2}{A_1 + A_2} \quad y_c = \frac{y_1 \cdot A_1 + y_2 \cdot A_2}{A_1 + A_2}$$

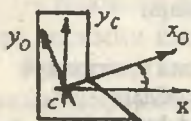
$$x_1 = \frac{b}{2} \quad x_2 = b + \frac{1}{3}(B-b) \quad y_1 = \frac{H}{2} \quad y_2 = \frac{h}{3}$$



3) Марказий X_c ва Y_c ўқларга нисбатан кесимни инерция моментлари

$$I_{xc} = I_x + a^2 \cdot A \quad I_{yc} = I_y + b^2 \cdot A$$

$$I_{xcyc} = I_{xy} + a \cdot b \cdot A$$



Бош инерция ўқлар йўналишини аниқлаш

$$\operatorname{tg} 2\alpha = -\frac{2I_{xcyc}}{I_{xc} - I_{yc}}$$

Бош инерция моментларни экстремал қийматлари:

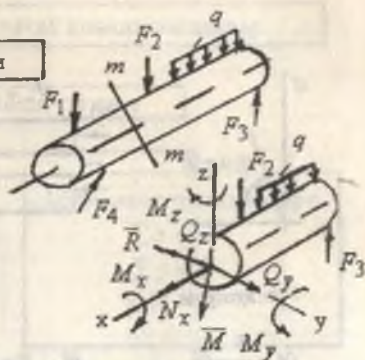
$$I_{хоуо} = \frac{I_{xc} - I_{yc}}{2} \cdot \sin 2\alpha_0 + I_{xcyc} \cdot \cos 2\alpha_0 = 0$$

$$I_{\max \min} = \frac{1}{2} \left[(I_{xc} + I_{yc}) \pm \sqrt{(I_{xc} - I_{yc})^2 + 4 \cdot I_{xcyc}^2} \right]$$

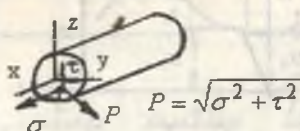
Реал объект - юкланиш схемаси

Кесиш усули, ички куч
факторларини аниқлаш

$$\begin{aligned}\sum x &= 0 & \sum M_x &= 0 \\ \sum y &= 0 & \sum M_y &= 0 \\ \sum z &= 0 & \sum M_z &= 0\end{aligned}$$



Материалларни кучлан-
ганлик ҳолати



Мустаҳкамлик шarti

$$\sigma_{\max} \leq [\sigma], \quad \tau_{\max} \leq [\tau]$$

Кесимни
танлаш

$$A \geq \frac{F}{[\sigma]}$$

$$W \geq \frac{M}{[\sigma]}$$

Рухсат этил-
ган юк

$$F_{\text{рух}} = A \cdot [\sigma]$$

$$M_{\text{рух}} = W \cdot [\sigma]$$

Гуж қонуни

$$\sigma = E \cdot \varepsilon \quad \tau = \gamma \cdot G$$

Деформация тенгламалари

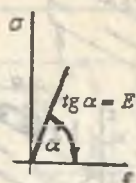
$$\Delta l = \frac{Fl}{EA}, \quad \varphi = \frac{M \cdot l}{GI_p}$$

$$EI \cdot y'' = M_x, \quad \Delta = \int \frac{MM_1 dx}{EI}$$

Бикрлик шarti

$$f \leq [f], \quad \varphi \leq [\varphi]$$

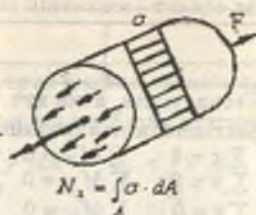
Материалларнинг хосса-
ларини ўрганиш



Гук қонуни

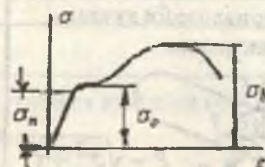
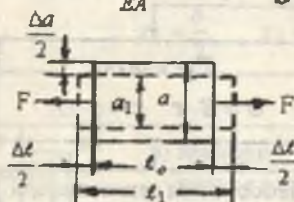
$$\Delta l = \frac{F \cdot l_0}{EA}$$

$$\bar{\sigma} = E \epsilon$$



Нормал кучланиш

$$\sigma = \frac{F}{A}$$



бирқилиқ

$$\epsilon = \frac{\sigma}{E}$$

чўзилыш ва сиғылыш

$$[\sigma] = \frac{\sigma_s}{n}$$

эластиклық модули

E

Қолдық деформация:

пластиклық $\delta > 5\%$

мұртлық $\delta < 5\%$

Мустақамлық шарт

$$\sigma_{\max} = \frac{F}{A} \leq [\sigma]$$

Рационал кесим

$$A \geq \frac{F_{\max}}{[\sigma]}$$

Ўзулиш ва сиқилишда статик ноаниқ масалалар

Реал объект - юкланиш схемаси

Системанинг деформацияланган ҳолати

$$\Delta = \Delta_F + \Delta_R = 0$$

$$X_1 \delta_{11} + \Delta_{1F} = 0$$

Мувозанат тенгламалари

$$\sum x = 0$$

$$\sum y = 0$$

$$\sum M = 0$$

Нормал юкланиш

$$\sigma = \frac{N}{A}$$

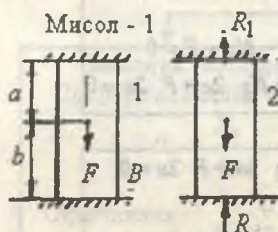
Ички кучлар

$$N = f(F, R, \Delta)$$

Деформация

$$\Delta l = \frac{Fl}{EA}$$

Мисол - 1



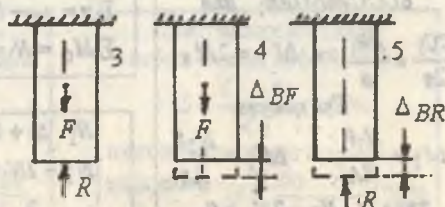
Деформация тенгламаси

$$\Delta_B = \Delta_{BF} - \Delta_{BR} = 0$$

$$\Delta_{BF} = \frac{Fa}{EA}, \quad \Delta_{BR} = \frac{R(a+b)}{EA}$$

Номаълум куч R - ни топиш

Реал объект - юкланиш схемаси



Мувозанат тенгламаси

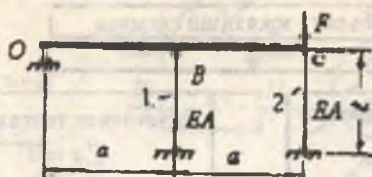
$$\sum y = R_1 - F + R = 0$$

Аниқмаслик даражаси

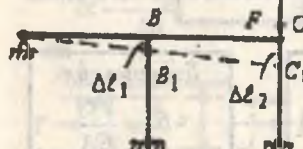
$$S = n - m = 2 - 1 = 1$$

$$R = F \left(\frac{a}{a+b} \right) \quad R_1 = F \left(\frac{b}{a+b} \right)$$

Мисол - 2



Деформацияланган ҳолат



Стрелкалар деформацияларининг боғланиши

$\Delta OCC_1 \sim \Delta OBB_1$ дая

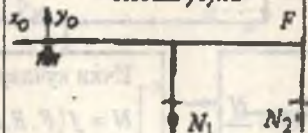
$$\frac{CC_1}{2a} = \frac{BB_1}{a} \text{ ва } \Delta l_2 = 2\Delta l_1$$

Гук қонуни

$$\Delta l_1 = \frac{N_1 l}{EA}; \quad \Delta l_2 = \frac{N_2 l}{EA}$$

уяди $N_2 - 2N_1 = 0$

Кесил усули



Мувозият тенгламалар

$$\sum x = -x_0 = 0$$

$$\sum y = y_0 - N_1 - N_2 - F = 0$$

$$\sum M_O = N_1 a + N_2 \cdot 2a + F \cdot 2a = 0$$

$$N_1 \cdot 2a + N_2 \cdot 2a + F \cdot 2a = 0$$

$$N_2 - 2N_1 = 0$$

$$N_1 = \frac{2}{3}F \rightarrow N_2 = \frac{4}{3}F$$

Абсолют узайиш

$$\Delta l_1 = \frac{2Fl}{3EA}; \quad \Delta l_2 = \frac{4Fl}{3EA}$$

$$\Delta \geq \frac{4F}{3[\sigma]}$$

Мустаҳкамлик шарти

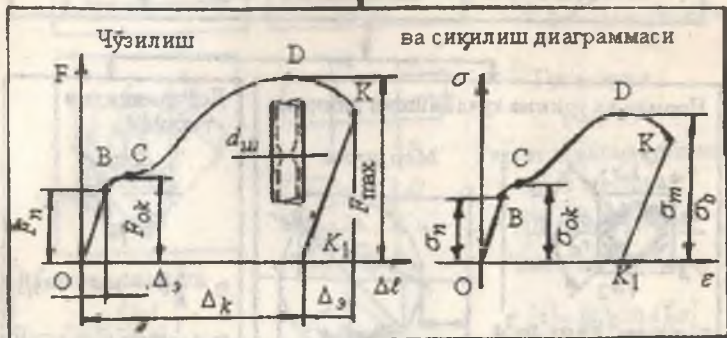
$$\sigma_1 = \frac{N_1}{A} = \frac{2F}{3A} \leq [\sigma]$$

$$\sigma_2 = \frac{N_2}{A} = \frac{4F}{3A} \leq [\sigma]$$

$$F_{\text{max}} = \frac{3}{2} A \cdot [\sigma]$$

Материалларни хоссаларини тажрибада ўрганиш

Реал материал - намуна, синов машинasi ва мақсади



Механик хоссалар:
Пропорционаллик чегара

$$\sigma_n = \frac{F_n}{A_0}$$

Оқувчанлик чегара $\sigma_{0k} = \frac{F_{0k}}{A_n}$

Мустаҳкамлик чегара $\sigma_b = \frac{F_{max}}{A_n}$

Пластиклик хоссалар:
нисбий кодик деформация

$$\delta = \frac{\ell_1 - \ell_0}{\ell_0} \cdot 100\%$$

нисбий кўндаланг қисқариш $\psi = \frac{A_0 - A_1}{A_0} \cdot 100\%$

$\delta > 5\%$ - пластик материал

$\delta < 5\%$ - мўрт материал

Рухсат этилган кучланиш

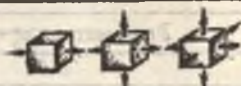
$$[\sigma] = \frac{\sigma_{0k}}{n}$$

эластик модули $E = \frac{F}{\epsilon}$

Пуассон сони $\mu = \frac{\epsilon}{n}$

Кучланганлик ва мустаҳкамлик назарияари

Реал объект - кучланганлик тури:
чизиқли, текис, ҳажмий



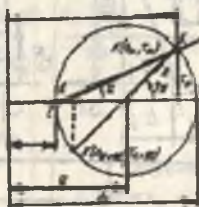
Нормал ва уринма кучланишни аниқлаш



$$\sigma_{\alpha} = \sigma_1 \cos^2 \alpha + \sigma_3 \sin^2 \alpha$$

$$\tau_{\alpha} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \sin 2\alpha$$

Мор усули



Деформацияни таҳлили



$$\epsilon_1 = \frac{1}{E} [\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3)]$$

$$\epsilon_2 = \frac{1}{E} [\sigma_2 - \mu(\sigma_1 + \sigma_3)]$$

$$\epsilon_3 = \frac{1}{E} [\sigma_3 - \mu(\sigma_1 + \sigma_2)]$$

$$\epsilon_0 = \frac{1-2\mu}{E} (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)$$

Бош кучланишлар:

$$\sigma_{1,3} = \frac{1}{2} [(\sigma_{\alpha} + \sigma_{\beta}) \pm \sqrt{(\sigma_{\alpha} - \sigma_{\beta})^2 + 4 \tau_{\alpha}^2}]$$

Гук қонуни ҳажмни
нисбий ўзгариш

Конструкцияни мустаҳкамлигини текшириш
Деформацияланганлик ва кучланганликни хавфлик даражаси

$$\sigma_{\max} = \sigma_1 < \sigma_0$$

$$\epsilon_{\max} = \epsilon_1 < \epsilon_0$$

$$\tau_{\max} < \tau_0$$

$$U < U_0$$

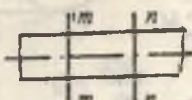
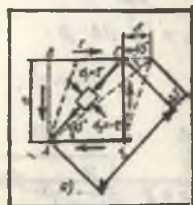
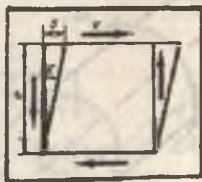
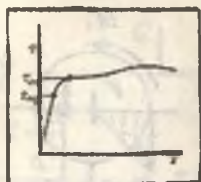
$$\sigma_1 \leq [\sigma]$$

$$\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3) \leq [\sigma]$$

$$\sigma_1 - \sigma_3 \leq [\sigma]$$

$$\sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} \leq [\sigma]$$

мустаҳкамлик шартлар



Гук қонуи

$$\tau = \gamma G$$

Рухсат этилган кучланиш
мұрт материал

$$[\tau] = (0,8 \dots 1,0) [\sigma]$$

пластик материал

$$[\tau] = (0,5 \dots 0,6) [\sigma]$$

Мустақамлик шарт

$$\tau_{\max} = \frac{F}{A} \leq [\tau] \quad A \geq \left[\frac{F}{\tau} \right]$$

Рационал кесим

$$A \geq \left[\frac{F}{\tau} \right]$$

Абсолют силжиш

$$\Delta S = \frac{Q \cdot \ell}{GA}$$

Нисбий силжиш

$$\text{tgy} = \frac{\Delta S}{\ell}$$

Силжиш модули

$$G = \frac{E}{2(1 + \mu)}$$

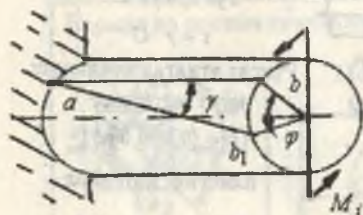
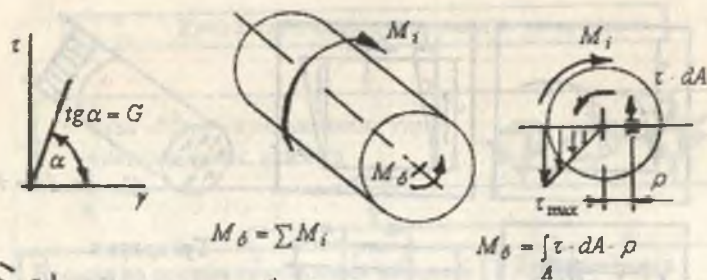


Парчин михли бирикмани ҳисоблаш

$$\text{- қирқилиш} \quad \tau_{\max} = \frac{4F}{n\pi d^2} \leq [\tau] \quad n \geq \frac{4F}{\pi d^2 [\tau]}$$

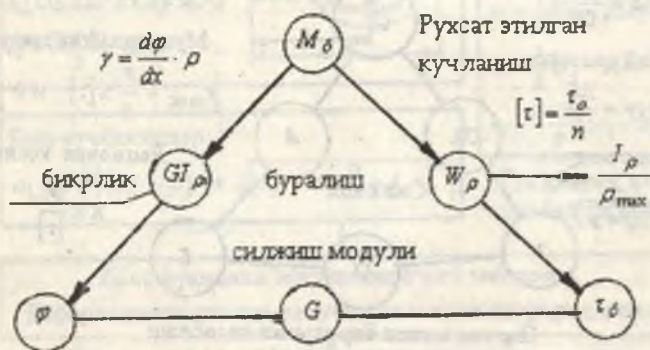
$$\text{- эзилиш} \quad \sigma_c = \frac{F}{nd^2} \leq [\sigma]_c \quad n \geq \frac{F}{d^2 [\sigma]_c}$$

$$\text{- чўзилиш ва сиқилиш} \quad \sigma = \frac{F}{l(b - md)} \leq [\sigma]$$



Гук қонуни

$$\tau = \gamma \cdot G = \gamma \cdot \frac{E}{2(1+\mu)}$$



буралыш бурчаги

$$\varphi = \frac{M_\delta \cdot l}{G \cdot I_\rho}$$

бикрлик шарты

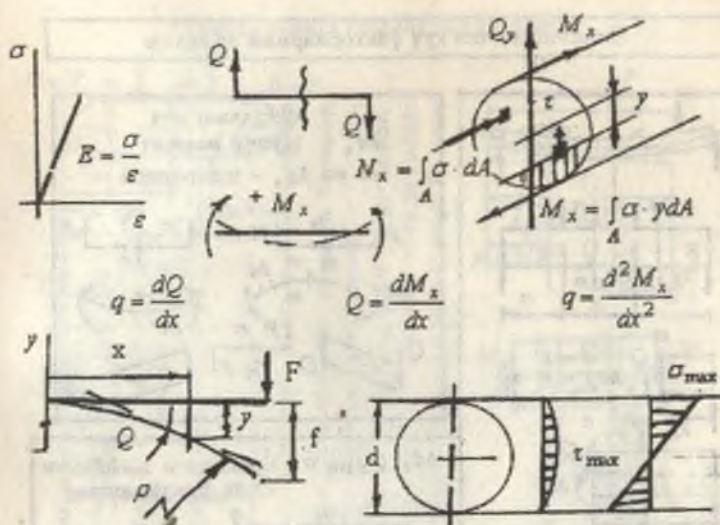
$$\varphi \leq [\varphi]$$

уринма кұчланиш

$$\tau_\delta = \frac{M_\delta}{W_\rho}$$

мустақамлик шарты

$$\tau \leq [\tau]$$



такрибий дифференциал
тенглама

$$EI \cdot y'' = \pm M_x$$

бирлик шарт

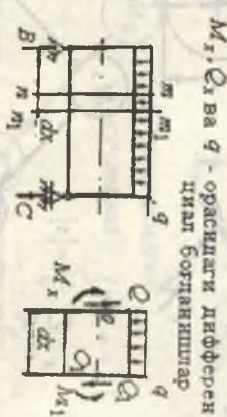
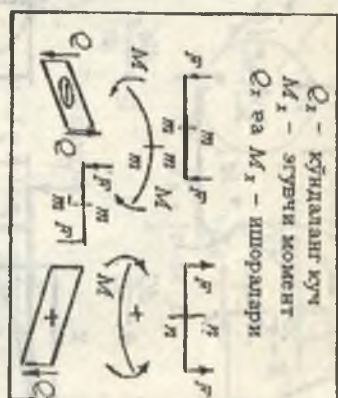
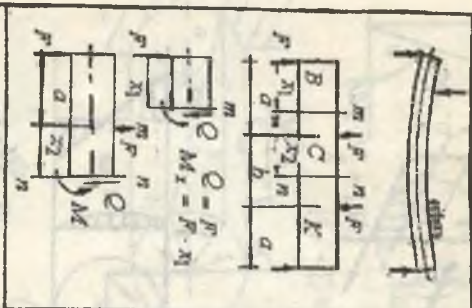
$$f \leq [f]$$

мустақамлик шарт

$$\sigma_{max} = \frac{M_x}{W} \leq [\sigma]$$

рационал кесим

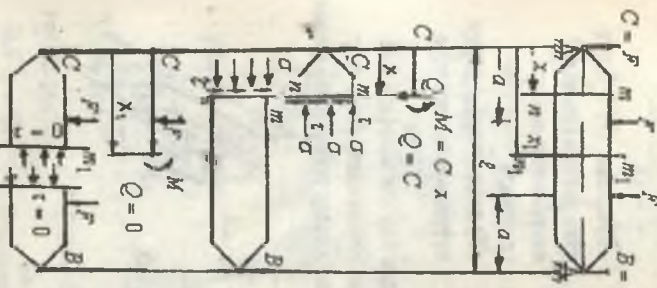
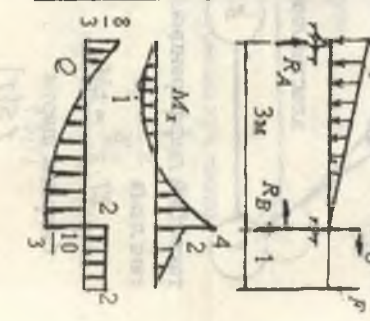
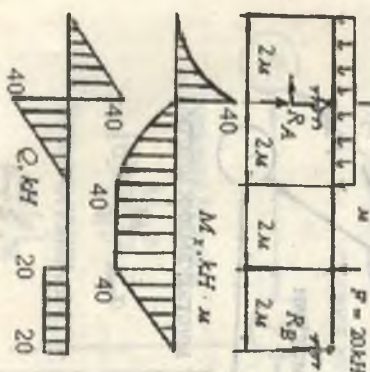
$$W_x \geq \frac{M_x}{[\sigma]}$$



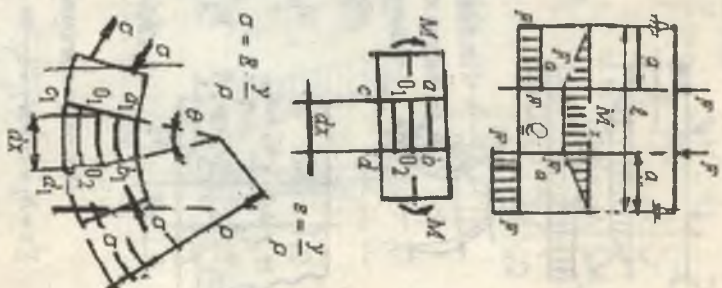
$$q = -\frac{dQ}{dx}, \quad Q = -\frac{dM}{dx}$$

$$q = -\frac{dQ}{dx} = -\frac{d^2M}{dx^2}$$

$$M = 40 \text{ kH}\cdot\text{m}, \quad q = 20 \frac{\text{kH}}{\text{m}}$$



- Фақат нормал кучланиш таъсиридаги балкани деформацияси - соф эгилиш дейилади
- Балкани эгилишда ўз узунлигини ўзгартирмайдиган материал толаси - нейтрал тола дейилади
- Чузиладиган ва сиқиладиган толалар учун $E = \text{const}$



$$\sum Z = 0$$

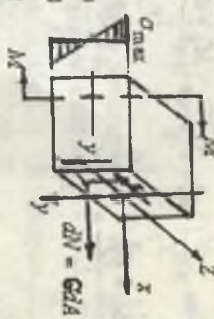
$$\sum Y = 0$$

$$\sum X = 0$$

$$\sum M_x = 0$$

$$\sum M_y = 0$$

$$\sum M_z = 0$$



$$\sigma = \frac{M_x}{I_x} \cdot y$$

$$\sigma_{\text{max}} = \frac{M_x}{W_x} \leq [\sigma]$$

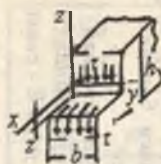
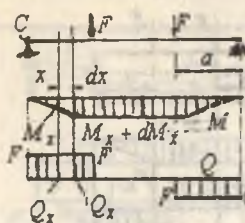
$$W \geq \frac{M}{[\sigma]}$$

$$M_x = \frac{E}{\rho} \cdot I_x \cdot \frac{1}{\rho}$$

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M_x}{E \cdot I_x}$$

$$\rho = \text{радиус}$$

Эгилишда уринма кучланишни аниқлаш



- Қўядаланг куч Q барча ички уринма кучланишларнинг тенг таъсио қилувчиси
- Уринма кучланишларни жуфтлик аломатига кўра

$$\tau = -\tau$$

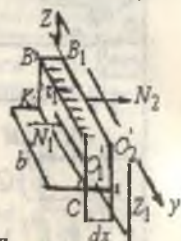


- кесимнинг нейтрал ўқидан бир хил масофада жойлашган юзлардаги уринма кучланишлар ўзаро тенг
- балкани эгилишида кесим юзлар текислигича қолади

Чўзувчи кучлар

$$N_1 = \int \sigma_x \cdot dA = \frac{M_x}{I_y} \int z_1 \cdot dA$$

$$N_2 = \frac{M_x + dM_x}{I_y} \int z_1 \cdot dA$$



KBO_1C - юзани статик моменти

$$S_y^0 = \int z_1 \cdot dA$$

Тангенциал куч

$$dT = \tau \cdot b dx$$

Мувозанат тенгламаси

$$\sum x = N_1 + dT - N_2 = 0 \quad \text{ва} \quad \frac{M_x}{I_y} \cdot S_y^0 + \tau \cdot b \cdot dx - \frac{M_x + dM_x}{I_y} S_y^0 = 0$$

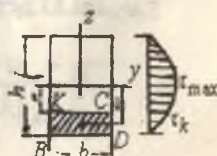
$$\text{Уринма кучланиш } \tau = \frac{dM_x}{dx} \cdot \frac{S_y^0}{I_y \cdot b} = \frac{Q \cdot S_y^0}{I_y \cdot b}$$

$$S_y^0 = \frac{b}{2} \left(\frac{h^2}{4} - z^2 \right)$$

$$\tau = \frac{6Q \left(\frac{h^2}{4} - z^2 \right)}{bh^2}$$

$$z = 0 \text{ бўлса } \tau = \tau_{\max} = \frac{3Q}{2bh}$$

$$z = \frac{h}{2} \text{ бўлса } \tau = 0$$

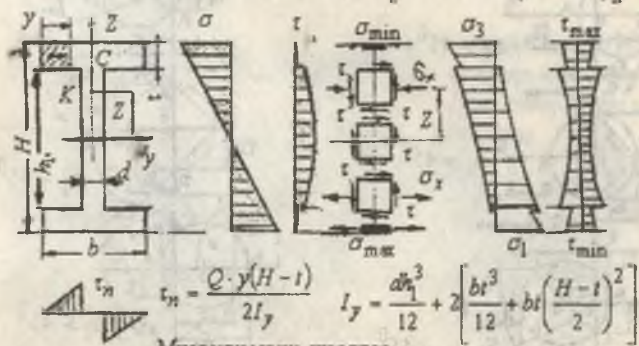


Балканинг мустаҳкамлигини тулиқ текшириш

Нормал кучланиш $\sigma = \frac{M \cdot Z}{I_x}$

Уринма кучланиш $\tau = \frac{Q \cdot S_x}{I_y \cdot b(d)}$

$R_B = \frac{F}{2}$ $Z = 0 \rightarrow \sigma = 0$; $Z = \frac{H}{2} \rightarrow \sigma_{\max} = \frac{M}{W_{yo}}$
 M_x $Z = \frac{H}{2} \rightarrow \tau = 0$; $Z = h_1$ $\tau_0 = \frac{Q \cdot i(h_1 - i) \cdot b}{2I_y b(d)}$
 R_A R_B $Z = Z_k$ $\tau_k = \frac{Q}{2I_y \cdot d} \left[bt(h_1 - i) + d \left(\frac{h_1^2}{5} - Z^2 \right) \right]$



- Мустаҳкамлик шартлар

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W} \leq [\sigma] \quad \tau_{\max} = \frac{Q \cdot S_{\max}}{I_y \cdot d} \leq [\tau]$$

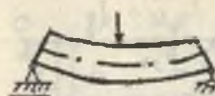
- Бош нормал кучланишлар $\sigma_{1,3} = \frac{1}{2} \left[\sigma_x \pm \sqrt{\sigma_x^2 + 4\tau^2} \right]$

- Мустаҳкамлик назариялар

I - назария $\sigma_1 \leq [\sigma]$ II - назария $\frac{1 - \mu}{2} \sigma_x + \frac{1 + \mu}{2} \sqrt{\sigma_x^2 + 4\tau^2} \leq [\sigma]$

III - назария $\sqrt{\sigma_x^2 + 4\tau^2} \leq [\sigma]$ IV - назария $\sqrt{\sigma_x^2 + 3\tau^2} \leq [\sigma]$

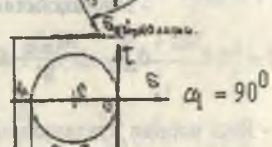
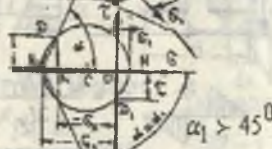
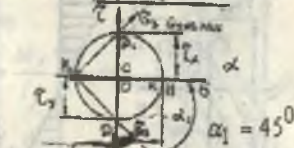
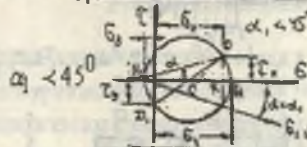
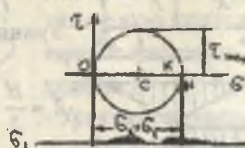
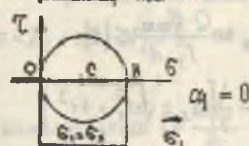
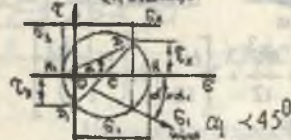
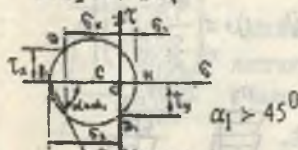
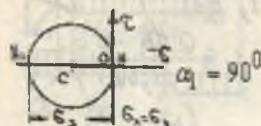
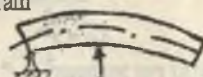
Бош кучланишлар йўналишини аниқлаш



$$\operatorname{tg} 2\alpha_0 = \frac{-2\tau_x}{\sigma_x}$$

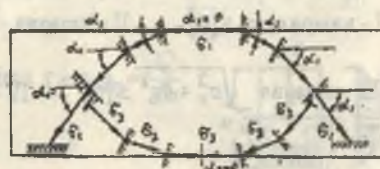
$$\alpha_1 + \alpha_3 = 90^\circ$$

$$\alpha_1 = 0$$



σ_1 - чўзувчи кучланиш

σ_2 - сиқувчи кучланиш



Эгилишда кучишларни аниқлаш



- эгри ўқ тенгламаси $y = f(x)$
- салқилик ва кесимни айланиш бурчаги орасидаги боғланиш $\theta = \frac{dy}{dx}$
- балканинг эгрилик радиуси бикрлиги ва эгувчи момент орасидаги боғланиш $\frac{1}{\rho} = \frac{M}{EI}$

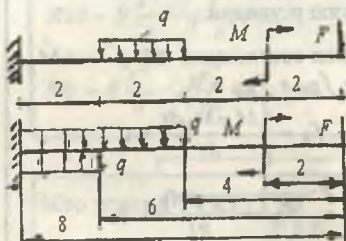
- балка эгилган ўқининг тақрибий дифференциал тенгламаси
- эгрилик радиуси ва унинг координаталари орасидаги боғланиш $\frac{1}{\rho} = \pm \frac{d^2y}{dx^2}$

$$EI \cdot \frac{d^2y}{dx^2} = \pm M$$

- кесимнинг айланиш бурчаги $\theta = \frac{1}{EI} \int [M dx + C]$

салқилик $y = \frac{1}{EI} \int [dx \int M dx + Cx + D]$

- бошланғич параметрлар усули



- графоаналитик усул

Сохта куч интенсивлиги билан сохта эгувчи момент орасидаги боғланиш

$$\frac{d^2M_c}{dx^2} = q_c \quad \frac{d^2(EI \cdot y)}{dx^2} = \frac{d^2M_c}{dx^2}$$

қ ҳақиқий балка

$$y = 0 \quad y = 0 \quad y = \frac{M_c}{EI}$$

$$\theta = 0 \quad \theta = 0$$

сохта балка

$$M_c = 0 \quad M_c \neq 0$$

$$Q_c = 0 \quad Q_c \neq 0$$

$$\theta = \frac{Q_c}{EI}$$

- универсал формула

$$\theta = \theta_0 + \frac{1}{EI} \left[-F \frac{x^2}{2} - M(x-2)^1 - q \frac{(x-4)^3}{6} + q \frac{(x-6)^3}{6} \right]$$

$$y = y_0 + \theta_0 + \frac{1}{EI} \left[-F \frac{x^3}{6} - M \frac{(x-2)^2}{2} - q \frac{(x-4)^4}{24} + q \frac{(x-6)^4}{24} \right]$$

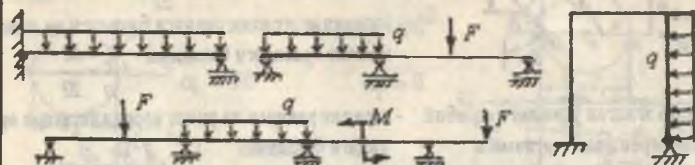
- Мор усули

$$f = \int \frac{M \cdot M_1 dx}{EI}$$

$$f = \frac{\alpha \cdot M_1}{EI}$$

Эгилишда статик ноаниқ масалалар

Реал объект - юкланиш схемаси



Статик ноаниқ системани мувозанат тенгламаларини тузиш ва аниқмаслик даражасини аниқлаш:

$$\sum x = 0 \quad \sum y = 0 \quad \sum z = 0$$

$$\sum M_x = 0 \quad \sum M_y = 0 \quad \sum M_z = 0 \quad S = n - m$$

Статик ноаниқликни очиш усуллари:

- Эгилган ўқ тақрибий дифференциал тенгламаси $EI \cdot y'' = \pm M_x$

- Деформацияни таққослаш $f_B = f_{B0} + f_{BB} = 0$

- Мор интегрални тадбиқ этиш

$$f_B = \int_0^l \frac{M_F M_1 dx}{EI} = 0$$

- Верещагин қоридасини тадбиқ этиш

$$f_B = \frac{\omega_F \cdot M_1}{EI} = 0$$

- Уч момент тенгламаси

$$M_1 \ell_1 + 2M_2 (\ell_1 + \ell_2) + M_2 \ell_2 = -6 \left(\frac{\omega_1 \sigma_1}{\ell_1} + \frac{\omega_2 \sigma_2}{\ell_2} \right)$$

- Каноник тенглама тузиш

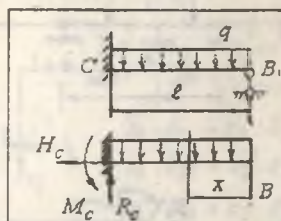
$$x_1 \delta_{11} + \Delta_{1F} = 0$$

Этувчи момент эпюрасини қуриш

Мустаҳкамликни текшириш

Бикрликка ҳисоблаш

Эгилишда оддий статик ноаниқ масала



Реал объект - статик ноаниқ балка
- Мувозанат тенгламалари

$$\sum x = -H_c = 0$$

$$\sum y = R_c - q\ell + B = 0$$

$$\sum M_c = M_c - q \frac{\ell^2}{2} + B\ell = 0$$

Қушимча тенгламалар тузиш усуллари

Балка экилган ўқи тақрибий тенгламаси ни тадбиқ этиш

$$EIy'' = Bx - q \frac{x^2}{2}$$

$$EI\theta = B \frac{x^2}{2} - q \frac{x^3}{6} + C$$

$$EIy = B \frac{x^3}{6} - q \frac{x^4}{24} + Cx + D$$

Деформацияни тақ қослаш усули

$$f_B = f_{Bq} + f_{BB} = 0$$

$$f_{Bq} = -\frac{q\ell^4}{8EI} \quad f_{BB} = -\frac{B\ell^3}{3EI}$$

Мор усули

$$f_B = \int_0^\ell \frac{M_x M_0}{EI} dx = 0$$

$$M_x = Bx - q \frac{x^2}{2}; \quad M_0 = 1 \cdot x$$

$$f_B = \int_0^\ell \frac{\ell(Bx - q \frac{x^2}{2}) dx}{EI} = 0$$

Верещагин усули

$$f_B = \frac{\omega M_0}{EI}$$

$$\omega_q = \frac{q\ell^3}{6}$$

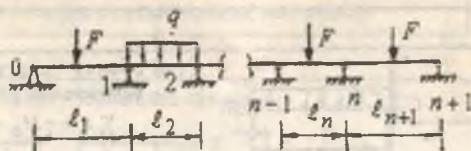
$$\omega_B = \frac{B\ell^2}{2}$$

$$M_q = \frac{3}{4}\ell$$

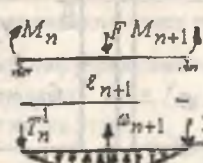
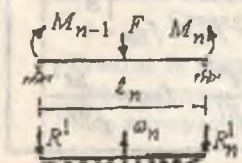
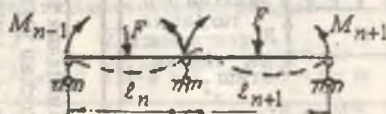
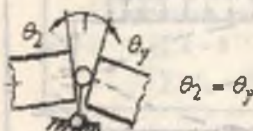
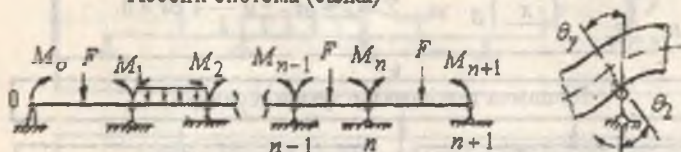
$$B = \frac{3}{8}q\ell$$

Уч момент назарияси

Реал объект -
узлуksиз балка
(куп. таянчли)



Асосий система (балка)



$$\theta_z = \frac{Q_n^n}{EI}$$

$$Q_n^n = R_n$$

$$R_n = R_n^1 + R_n^{11} + R_n^{111}$$

$$\theta_y = \frac{Q_n^y}{EI}$$

$$Q_n^y = T_n$$

$$T_n = T_n^1 + T_n^{11} + T_n^{111}$$

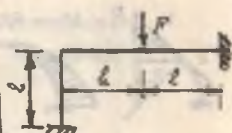
$$\sum M_{n-1} = 0$$

$$\sum M_{n+1} = 0$$

Уч момент тенгламаси:

$$M_{n-1} \cdot l_n + 2M_n(l_n + l_{n+1}) + M_{n+1} \cdot l_{n+1} = 6 \left(\frac{\omega_n \cdot a_n}{l_n} + \frac{\omega_{n+1} \cdot a_{n+1}}{l_{n+1}} \right)$$

Реал объект - статик ноаниқ рама



Асосий система

Каноник тенглама

Верещагин усули



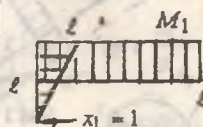
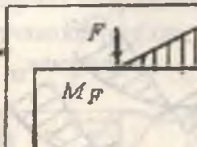
$$x_1 \cdot \delta_{11} + x_2 \cdot \delta_{12} + x_3 \cdot \delta_{13} + \delta_{1F} = 0$$

$$x_1 \cdot \delta_{21} + x_2 \cdot \delta_{22} + x_3 \cdot \delta_{23} + \Delta_{2p} = 0$$

$$x_1 \cdot \delta_{31} + x_2 \cdot \delta_{32} + x_3 \cdot \delta_{33} + \Delta_{3p} = 0$$

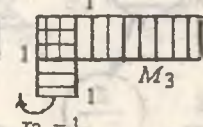
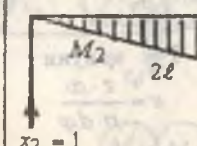
$$\delta_{ik} = \frac{\omega_i \cdot M_k^0}{EI}$$

$$\delta_{ii} = \frac{\omega_i \cdot M_i^0}{EI}$$



$$\delta_{11} = \frac{\frac{1}{2} \cdot \ell \cdot \ell \cdot \frac{2}{3} \ell + \ell \cdot 2\ell \cdot \ell}{EI} = \frac{7\ell^3}{3EI}$$

$$\delta_{12} = \frac{\ell \cdot 2\ell \cdot \ell}{EI} = \frac{2\ell^3}{EI}$$



$$\delta_{13} = \frac{\ell \cdot 2\ell \cdot \ell + \frac{1}{2} \ell \cdot \ell \cdot \ell}{EI} = \frac{5\ell^3}{2EI}$$

$$\delta_{22} = \frac{\frac{1}{2} \cdot 2\ell \cdot 2\ell \cdot \frac{2}{3} \cdot 2\ell}{EI} = \frac{8\ell^3}{3EI}$$

$$\delta_{23} = \frac{\frac{1}{2} \cdot 2\ell \cdot 2\ell \cdot \ell}{EI} = \frac{2\ell^3}{EI}$$

$$\delta_{3F} = \frac{\frac{1}{2} \cdot \ell \cdot F\ell \cdot 1}{EI} = \frac{F\ell^2}{2EI}$$

$$\delta_{33} = \frac{1 \cdot \ell + 1 \cdot 2\ell}{EI} = \frac{3\ell}{EI}$$

$$\delta_{1F} = \frac{\frac{1}{2} \cdot \ell \cdot F\ell \cdot \ell}{EI} = \frac{F\ell^3}{2EI}$$

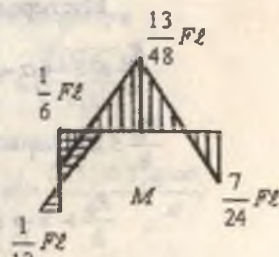
$$\delta_{2p} = \frac{\frac{1}{2} \cdot \ell \cdot F\ell \cdot \frac{5\ell}{3}}{EI} = \frac{5F\ell^3}{6EI}$$

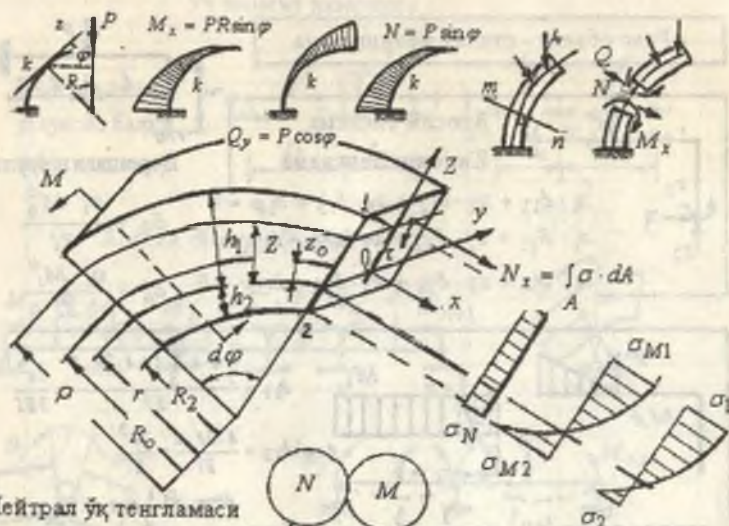
$$\frac{7}{3} \ell \cdot x_1 + 2\ell \cdot x_2 + \frac{5}{2} \ell \cdot x_3 - \frac{F\ell}{2} = 0$$

$$2\ell \cdot x_1 + \frac{8}{3} \ell \cdot x_2 + 2\ell \cdot x_3 - \frac{5F\ell}{6} = 0$$

$$\frac{5}{2} \ell \cdot x_1 + 2\ell \cdot x_2 + 3\ell \cdot x_3 - \frac{F\ell}{2} = 0$$

$$x_1 = \frac{F}{4}, \quad x_2 = \frac{7F}{16}, \quad x_3 = \frac{F\ell}{12}$$



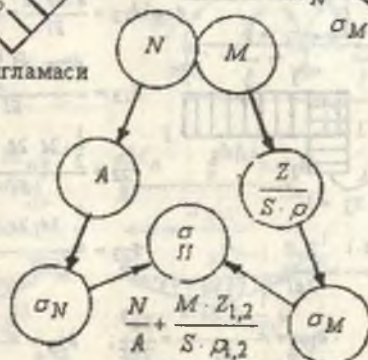


Нейтрал ўқ тенгламаси

$$r = \frac{A}{\int \frac{dA}{\rho}}$$

$$\rho = r + z$$

$$z_0 = R_0 - r$$



Ҳук қонуни

$$\varepsilon = \frac{z \cdot \alpha}{\rho \cdot d\varphi}$$

Статик момент

$$S = A \cdot Z$$

Мустаҳкамлик шарт $\sigma_{\max} = \frac{N}{A} + \frac{M \cdot Z_{1,2}}{S \cdot R_{1,2}} \leq [\sigma]$

$$\frac{R_0}{h} \leq S \rightarrow \sigma = \frac{M}{W}$$

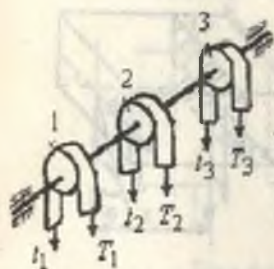
$$W_y = \frac{I_y}{Z_{\max}}$$

$$\frac{R_0}{h} \leq S \rightarrow \sigma_1 = 0,935 \frac{M}{W}$$

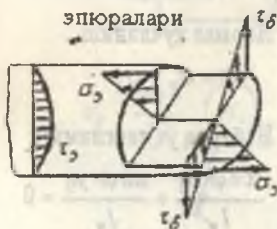
$$\sigma_2 = 1,071 \frac{M}{W}$$

$$\frac{R_0}{h} > S \rightarrow \sigma = \sigma_N + \sigma_M = \frac{N}{A} + \frac{M \cdot Z_{1,2}}{S \cdot R_{1,2}}$$

Вални буралиш билан эшилишга
ҳисоблаш

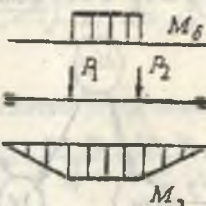
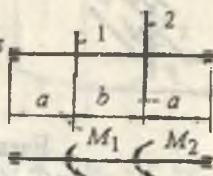
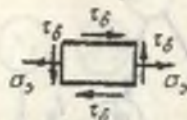


Нормал ва уринма
кучланишларнинг
эпюралари



$$\sigma_z = \frac{M_z}{W}$$

$$\tau_{\phi} = \frac{M_{\phi}}{W_{\rho}}$$



Келтирилган момент

$$M_k = \sqrt{M_{\phi}^2 + M_z^2}$$

Мустаҳкамлик шарт

$$\frac{M_k}{W} \leq [\sigma]$$

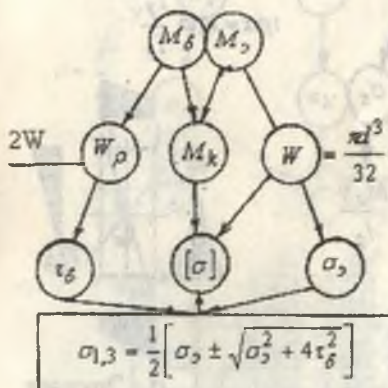
Вални диаметри

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{32 M_k}{\pi [\sigma]}}$$

Бикрлик шарт

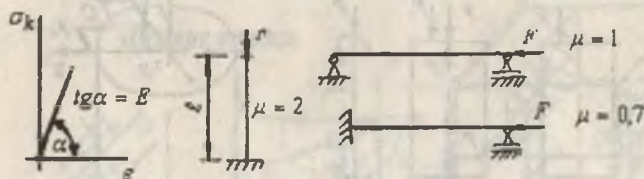
$$\varphi \leq [\varphi] = \frac{0,15 \dots 0,3}{\ell} \left(\frac{\text{град}}{\text{м}} \right)$$

$$f \leq [f]$$

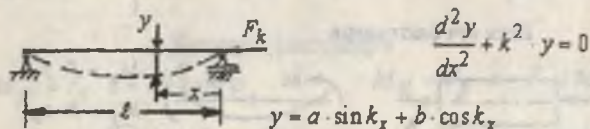


Бош кучланишлар

Сиқилган стержен ларнинг устуворлиги



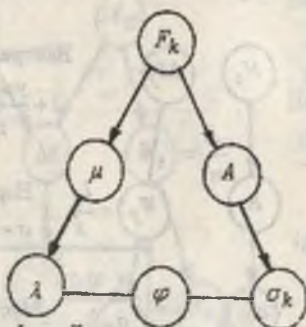
$$\sigma_k = \sigma_n = E \cdot \varepsilon - \text{Гук қонуни}$$



Эгилувчанлик

$$\lambda = \mu \frac{l}{i_{\min}}$$

$$i_{\min} = \sqrt{\frac{I_{\min}}{A}}$$



$$\varphi = f(\lambda) = \varphi^I + \frac{\varphi^I + \varphi^{II}}{10} \cdot K_\lambda$$

$$\varphi^I = f(\lambda, \text{материал})$$

$$\varphi^{II} = f(\lambda, \text{материал})$$

Критик куч

$$P_k = \frac{n^2 \pi^2 \cdot E I_{\min}}{(\mu l)^2}$$

Кучланиш

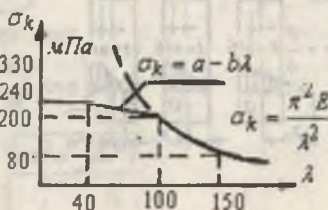
$$\sigma_k = \frac{P_k}{A}$$

Устуворлик шарт

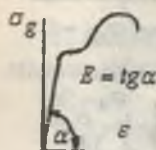
$$\sigma_k = \frac{P_k}{A \cdot \varphi} \leq [\sigma]$$

Рационал кесим

$$A \geq \frac{P_k}{\varphi[\sigma]}$$

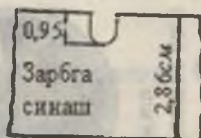


Инерция кучи $dP_1 = \frac{\gamma A \cdot dy}{g} \cdot a$

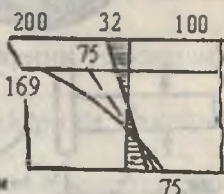


Гук қонуни

$$\sigma = E \cdot \epsilon$$



Динамик кучланиш $\sigma_g = K_g \cdot \sigma_{ст}$



Реал объект - юкланиш схемаси ва тури

текис
тезланиш
ҳаракат

$$\sigma_c = \frac{Q + \gamma A x}{A}$$

$$\sigma_g = \sigma_c \left(1 + \frac{a}{g} \right)$$

айланма
ҳаракат

$$\sigma_g = \frac{P}{A} = \frac{D \cdot q_1}{2A}$$

$$\sigma_g = \frac{\gamma \omega^2 D^2}{4g}$$

тебранма
ҳаракат

$$\delta_c = f = \frac{Q \ell^3}{48 E I}$$

$$\sigma_g = \frac{Q \ell}{4} \left(1 + \frac{A \gamma}{f} \right)$$

зарб
таъсири

$$\sigma_{ст} = \frac{Q}{A} \cdot \delta_c = \frac{Q \ell}{EA}$$

$$\sigma_g = \frac{Q}{A} \left[1 + \frac{2h}{\delta_c} \right]$$

Мустаҳкамлик шarti.

$$\sigma_{g, \max} \leq [\sigma]$$

Рухсат этилган кучланиш

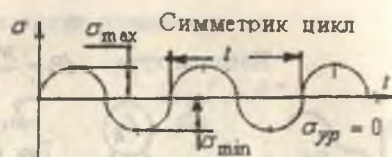
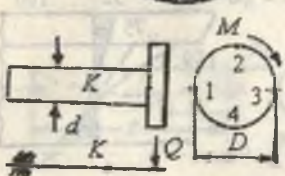
$$[\sigma] = \frac{\sigma_o}{n}$$

Рухсат этилган юза

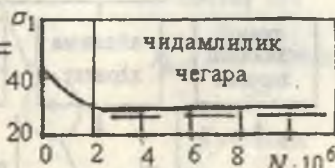
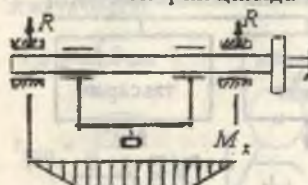
$$A \geq \frac{K_g \cdot F_c}{[\sigma]}$$

Ўзгарувчан кучланишлар

Чарчаш ва дароз
ёрилиш



Симметрик циклда чидамлилиқ чегарани аниқлаш



Толиқишга мустаҳкамлик шар

$$\sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} \leq [\sigma]$$

Чидамлилиқ коэффициенти

$$n = \frac{n_\sigma \cdot n_\tau}{\sqrt{n_\sigma^2 + n_\tau^2}}$$

Мустаҳкамликка эҳтиётлик
коэффициентлар

$$n_\sigma = \frac{\sigma}{K_\sigma \cdot \sigma_a + \psi_\sigma \cdot \sigma_m}$$

$$n_\tau = \frac{\tau - 1}{K_\tau \cdot \tau_a + \psi_\tau \cdot \tau_m}$$

$$\sigma_{-1}^3 = 0,4 \cdot \sigma_b - \text{эгилиш}$$

$$\sigma_{-1}^6 = 0,22 \cdot \sigma_b - \text{буралиш}$$

$$\sigma_{-1}^0 = 0,28 \cdot \sigma_b - \text{чўзилиш}$$

Материалларни кучланиш-
ларга сезгирлиги

$$\psi_\sigma = \frac{2\sigma_{-1} - \sigma_0}{\sigma_0}$$

$$\psi_\tau = \frac{2\tau_{-1} - \tau_0}{\tau_0}$$

МАТЕРИАЛАР ҚАРШИЛИГИ ФАНИДАН ТЕСТ САВОЛЛАРИ

1. Материаллар қаршилиги фанининг вазифалари нимадан иборат?

Жавоб:

1. Конструкция ва иншоот қисмларини мустаҳкамликка ҳисоблаш.
2. Конструкция ва иншоот қисмларини устуворликка ҳисоблаш.
3. Конструкция ва иншоот қисмларини бикрликка ҳисоблаш.
4. Конструкция ва иншоот қисмларини мустаҳкамликка, бикрликка, устуворликка ҳисоблаш усулларини ўрганади.

2. Мустаҳкамлик деб нимага айтилади?

Жавоб:

1. Конструкция ва иншоот қисмларини ташқи куч таъсирига емирилмасдан қаршилиқ кўрсата олиш қобилияти.
2. Ташқи куч таъсиридан иншоот қисмини мувозанатда бўлиши.
3. Ташқи куч таъсиридан иншоот қисмида қолдиқ деформация ҳосил бўлмаслиги.
4. Конструкция ёки иншоот қисмини ташқи куч таъсирига қаршилиқ кўрсата олмаслиги.

3. Устуворлик деб нимага айтилади?

Жавоб:

1. Стерженларни ташқи куч таъсиридан тўғри чизиқли мувозанат ҳолатини сақлаб билиш қобилияти;
2. Ташқи куч таъсиридан стержень шаклининг узгариши;
3. Ташқи куч таъсиридан стержень ўқининг эгриланиши;
4. Ташқи куч таъсиридан стержень ўқининг тўғриланиши.

4. Куч деб нимага айтилади?

Жавоб:

1. Иккита жисмнинг ўзаро механик таъсирига.
2. Машинанинг ҳаракатига.
3. Конструкция мустаҳкамлигини таъминламайдиган факторга.
4. Конструкция бикрлигини таъминловчи факторга.

5. Кесиш усули нима учун керак?

Жавоб:

1. Ички кучларни куриш ва аниқлаш учун.
2. Ташқи ва ички кучларни мувозанатлаштириш учун.
3. Стержень деформациясини аниқлаш учун.
4. Стержень кесимидаги кучланишни аниқлаш учун.

6. Деформация деб нимага айтилади?

Жавоб:

1. Ташқи куч таъсиридан стерженнинг шакли ёки ўлчамини ўзгаришига;
2. Стержень мустаҳкамлигининг йўқолишига;
3. Стерженни ташқи куч таъсиридан мувозанатини бузилишига;
4. Стерженни ташқи куч таъсиридан мувозанат ҳолатини сақланишига.

7. Текис кесим юзаларининг геометрик тавсифлари нима учун керак?

Жавоб:

1. Кесим юзани аниқлаш учун.
2. Оддий ва мураккаб деформацияларда мустаҳкамликка ва бикрликка ҳисоблаш учун.
3. Куч моментини аниқлаш учун.
4. Кесимнинг ўлчамини танлаш учун.

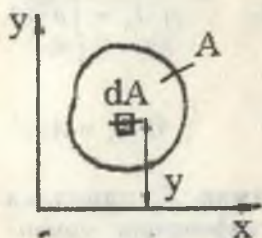
8. Кесимнинг статик моменти деб нимага айтилади?

Жавоб:

1. Элементар юза билан тегишли ўқ орасидаги масофа кўпайтмасининг интегралига айтилади.
2. Элементар юза билан тегишли ўқ орасидаги масофа бўлинимасининг интегралига айтилади.

3. Элементар юза билан қутб нуқтаси орасидаги масофа кўпайтмасининг интегралига айтилади.
4. Элементар юзани елкага кўпайтмасига айтилади.

9. Кесимни X ўқиға нисбатан статик моменти формуласини кўрсатинг.
Жавоб:



$$1) S_x = \int_0^A y dA \quad 2) S_x = F \cdot A;$$

$$3) S_x = F \cdot \ell; \quad 4) S_x = \int_0^A y^2 dA$$

10. Мураккаб кесим юзаларининг огирлик маркази қайси формула билан аниқланади?

Жавоб:

$$1. X_c = \frac{x_1 A_1 + x_2 A_2 + x_3 A_3 + \dots}{A_1 + A_2 + A_3 + \dots}; \quad Y_c = \frac{y_1 A_1 + y_2 A_2 + y_3 A_3 + \dots}{A_1 + A_2 + A_3 + \dots}$$

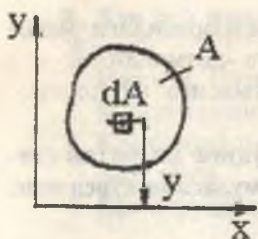
2. Кесимнинг диагоналлари кесиштириш нуқти билан.

$$3. X_c = \frac{S_x}{A}; \quad Y_c = \frac{S_y}{A} \quad 4) - \sum S_x = y_0 \cdot \sum A; \quad \sum S_y = x_0 \cdot \sum A$$

11) Кесимни инерция моменти деб нимага айтилади?

Жавоб:

1. Элементар юза билан тегишли ўқ орасидаги масофа квадратиға кўпайтмасининг интегралига айтилади.
2. Элементар юза билан тегишли ўқ орасидаги масофа квадратиға бўлинмасининг интегралига айтилади.
3. Элементар юза билан қутб нуқтаси орасидаги масофа кўпайтмасининг интегралига айтилади.
4. Элементар юзани елкага кўпайтмасига айтилади.

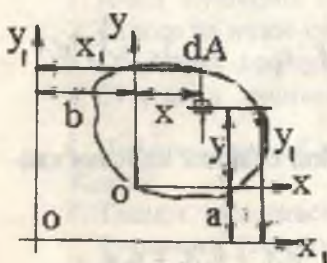


12. Кесимни X ўқиға нисбатан инерция моменти формуласини кўрсатинг.

Жавоб:

$$1) I_x = \int_0^A y^2 dA; \quad 2) I_x = \int_0^A \rho^2 dA$$

$$3) I_x = \int_0^A x^2 dA \quad 4) I_x = A \cdot \ell^2$$



13. Кесимни X_1 параллел ўқиға нисбатан инерция моменти формуласини кўрсатинг.

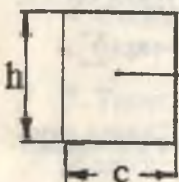
Жавоб:

$$1) I_{x_1} = I_y + b^2 \cdot A;$$

$$2) I_{x_1} = I_x + a^2 \cdot A$$

$$3) I_{x_1} = I_{xy} + ab \cdot A$$

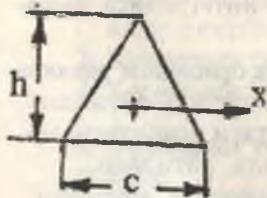
$$4) I_{x_1} = I_x + a \cdot A$$



14. Тўғри бурчакли кесим юзасини X ўқиға нисбатан инерция моменти формуласини кўрсатинг.

Жавоб: $1) I_x = \frac{ch^3}{12} \quad 2) I_x = \frac{hc^3}{12}$

$$3) I_x = \frac{ch^3}{3} \quad 4) I_x = \frac{c^2 h^2}{4}$$



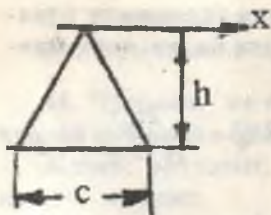
15. Учбурчаксимон кесимни X ўқиға нисбатан инерция моменти формуласини кўрсатинг.

Жавоб: $1) I_x = \frac{ch^3}{12}$

$$2) I_x = \frac{ch^3}{36};$$

$$3) I_x = \frac{ch^3}{4}$$

$$4) I_x = \frac{ch^3}{48}$$

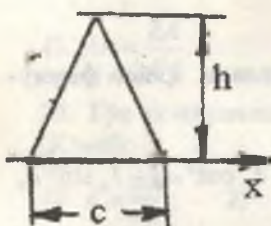


16. Учбурчаксимон кесимни X ўқиға нисбатан инерция моменти формуласини кўрсатинг.

Жавоб:

$$1) I_{x_1} = \frac{ch^3}{12} \quad 2) I_{x_1} = \frac{ch^3}{36}$$

$$3) I_{x_1} = \frac{ch^3}{4} \quad 4) I_{x_1} = \frac{ch^3}{48}$$

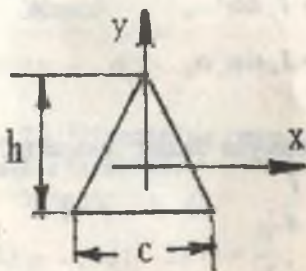


17. Учбурчаксимон кесимни X ўқиға нисбатан инерция моменти формуласини кўрсатинг.

Жавоб:

$$1) I_{x_2} = \frac{ch^3}{12} \quad 2) I_{x_2} = \frac{ch^3}{36}$$

$$3) I_{x_2} = \frac{ch^3}{4} \quad 4) I_{x_2} = \frac{ch^3}{48}$$



18. Учбурчаксимон кесимни Y ўқиға нисбатан инерция моменти формуласини кўрсатинг.

Жавоб:

$$1) I_y = \frac{hc^3}{48} \quad 2) I_y = \frac{ch^3}{12}$$

$$3) I_y = \frac{ch^3}{48} \quad 4) I_y = \frac{hc^3}{36}$$

19. Бош инерция ўқлари деб нимага айтилади?

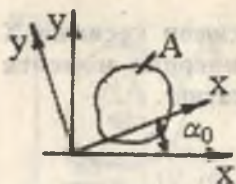
Жавоб:

1. Марказдан қочма инерция моментлари нолга тенг бўлган ҳолга тўғри келувчи ўқларга айтилади.

2. $\alpha = 0$, бурчак остида жойлашган ўққа.

3. Бош инерция моментлари нолга тенг бўлган ўқларга.

4. Кесимнинг оғирлик марказидан ўтувчи ўқларга.



20. Бош инерция ўқларининг йўналиши қайси формула билан аниқланади?

Жавоб: 1) $\operatorname{tg} 2\alpha_0 = -\frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y}$;

2) $\operatorname{tg} 2\alpha_0 = -\frac{2I_{xy}}{I_x - I_y}$ 3) $\operatorname{tg} \alpha_0 = -\frac{\tau_{xy}}{\sigma_1 - \sigma_2}$;

4) $\operatorname{tg} 2\alpha_0 = -\frac{I_x - I_y}{2I_{xy}}$

21. Кесимнинг бош инерция моментлари қайси формула билан аниқланади?

Жавоб:

1) $I_{x_0} = I_x \cos^2 \alpha_0 + I_y \sin^2 \alpha_0$; $I_{y_0} = I_y \cos^2 \alpha_0 + I_x \sin^2 \alpha_0$

2) $I_{x_0 y_0} = \frac{I_x - I_y}{2} \sin^2 \alpha_0 + I_{xy} \cos^2 \alpha_0$

3) $I_{x_0} = I_x \cos^2 \alpha_0 + I_{xy} \sin 2\alpha_0 + I_y \sin^2 \alpha_0$

4) $I_{y_0} = I_y \cos^2 \alpha_0 - I_{xy} \sin 2\alpha_0 + I_x \sin^2 \alpha_0$

22. Инерция радиуси қайси формула билан топилади?

Жавоб: 1) $i^2 = \rho^2 F$; 2) $i^2 = \frac{I}{A}$; 3) $i^2 = I \cdot A$;

4) $i^2 = \frac{A}{I}$

23. Марказий чўзилиш ёки сиқилиш деб нимага айтилади?

Жавоб:

1. Ўзаро тенг ва бўйлама ўқида қарама-қарши томонларга йўналган кучлар таъсиридаги стерженнинг деформациясига айтилади.

2. Стерженнинг ташқи куч таъсиридан емирилишига.

3. Стерженнинг эластик деформациясига.
4. Стерженнинг бикрлиги кичиклашишига.

24. Чузилиш ва сиқилишда стерженни кесим юзасида қандай куч ҳосил бўлади?

Жавоб: 1) ташқи; 2) ички бўйлама куч; 3) қундаланг куч; 4) момент.

25. Чузилиш ва сиқилишда Гук қонунини кўрсатинг.

Жавоб: 1) $\Delta \ell = \ell_1 - \ell_0$; 2) $\Delta \ell = \frac{F \ell}{EA}$; 3) $\Delta \ell = \frac{EF}{EA}$;

4) $\Delta \ell = \frac{FA}{E \ell}$

26. Гук қонунининг иккинчи кўринишини кўрсатинг.

Жавоб:

1) $\varepsilon = \frac{\Delta \ell}{\ell}$; 2) $\varepsilon = \frac{\sigma}{E}$; 3) $\varepsilon = \ell_1 - \ell_0$; 4) $\varepsilon = \frac{\sigma}{A}$

27. Пуассон коэффиценти қайси формула билан топилади.

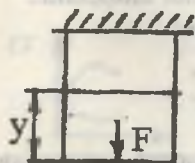
Жавоб:

1) $\mu = 0,3$; 2) $\mu = \frac{\varepsilon}{\varepsilon}$; 3) $\mu = \frac{\varepsilon'}{\varepsilon}$; 4) $\mu = \frac{\Delta \ell}{\ell}$

28. Чузилиш ва сиқилишда нормал кучланиш формуласини кўрсатинг.

Жавоб:

1) $\sigma = NA$; 2) $\sigma = \frac{N}{A}$; 3) $\sigma = \frac{A}{N}$; 4) $\sigma = \sqrt{\rho^2 - \tau^2}$



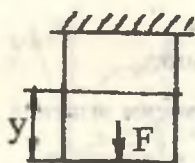
29. F куч ва хусусий оғирлиги таъсиридаги стерженнинг ички кучини аниқланг.

Жавоб:

1) $N_1 = F + \gamma \cdot y$; 2) $N_1 = F$

3) $N_1 = \gamma \cdot y$; 4) $N_1 = F - \gamma \cdot y$

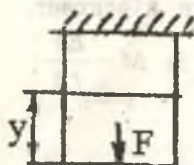
30. F куч ва хусусий оғирлик таъсиридаги стерженнинг деформациясини аниқланг.



Жавоб:

$$1) \Delta l = \frac{F l}{EA}; \quad 2) \Delta l = \frac{F l}{EA} + \frac{\gamma l^2}{2E};$$

$$3) \Delta l = \frac{\gamma l^2}{2E}; \quad 4) \Delta l = \frac{F l}{EA} - \frac{\gamma l^2}{2E}$$



31. F куч ва хусусий оғирлик таъсиридаги стерженнинг кесимини танланг.

Жавоб: 1) $A \geq \frac{F}{[\sigma]}$; 2) $A = A_0 l^{[\sigma] y}$;

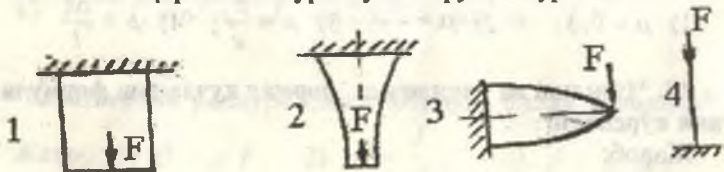
3) $A \geq F[\sigma]$; 4) $A = \frac{\pi d^2}{4}$

32. Тенг қаршилик кўрсатувчи брус кесимининг юзасини аниқланг.

Жавоб:

1) $A \geq \frac{F}{[\sigma]}$; 2) $A = A_0 l^{[\sigma] y}$; 3) $A = F[\sigma]$ 4) $A = h l$

33. Тенг қаршилик кўрсатувчи брусни кўрсатинг.



34. Температура таъсирида деформацияни аниқланг.

Жавоб: 1) $\Delta l_t = \alpha \cdot l$; 2) $\Delta l_t = \alpha \cdot \Delta t \cdot l$;

3) $\Delta l_t = \Delta t \cdot l$; 4) $\Delta l_t = \frac{\Delta t \cdot l}{EA}$

35. Материалларни чўзилиш ёки сиқилишга синашдан мақсад нима?

Жавоб:

1) Намунани чўзилишда узиш.

2) Материални механик ва пластиклик хоссаларини аниқлаш.

3) Намуналарнинг шаклини ўзгартириш.

4) Материалларни Гук қонунига бўйсунишини текшириш.

36. Юмшоқ пўлат материали учун рухсат этилган кучланишни кўрсатинг.

Жавоб:

1) $[\sigma] = \frac{\sigma_{ок}}{n}$; 2) $[\sigma] = \frac{\sigma_s}{n}$; 3) $[\sigma] = \frac{\sigma_e}{n}$; 4) $[\sigma] = \frac{\sigma_n}{n}$

37. Чўян материали учун рухсат этилган кучланишни аниқланг.

Жавоб:

1) $[\sigma] = \frac{\sigma_s}{n}$; 2) $[\sigma] = \frac{\sigma_{ок}}{n}$; 3) $[\sigma] = \frac{\sigma_e}{n}$; 4) $[\sigma] = \frac{\sigma_n}{n}$

38. Мўртлик деб нимага айтилади?

Жавоб:

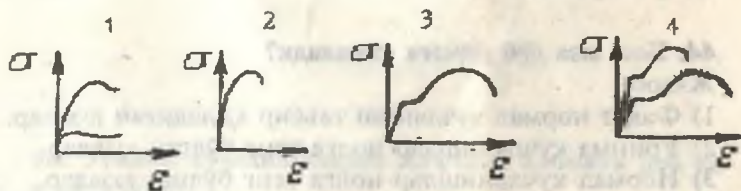
1) Катта деформация ҳосил қилиб емирилиш хусусиятига эга бўлган материал.

2) Кичик деформация ҳосил қилиб емириладиган материалнинг хоссасига.

3) Кичик деформация ҳосил қилиб емирилмайдиган материалнинг хоссасига.

4) Оқувчанлик чегараси бор бўлган материалга.

39. Юмшоқ пўлатни чўзилиш диаграммасини кўрсатинг.



40. Материалларни пропорционаллик чегараси, деб нимага айтилади?

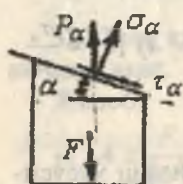
Жавоб:

- 1) Материалларнинг қолдиқ деформацияси бошланишига.
- 2) Гук қонуни ишлатиладиган чегаралаги кучланишга.
- 3) Диаграмманинг эгри чизикли қисмини бошланишига.
- 4) Материални пластиклик хоссасига.

41. Чўзилиш ва сиқилиш деформациясининг потенциал энергияси қайси формула билан топилади?

Жавоб:

1) $U = \frac{2E}{\sigma^2}$; 2) $U = \frac{\sigma^2}{2E}$; 3) $U = \frac{2\sigma}{\varepsilon}$; 4) $U = \frac{2}{\sigma\varepsilon}$



42. Чизикли кучланганлик ҳолатида қия кесимни нормал кучланиши қайси формула билан топилади?

Жавоб:

1) $\sigma_\alpha = P_\alpha \sin \alpha$; 2) $\sigma_\alpha = \sigma_0 \cos^2 \alpha$;

3) $\sigma_\alpha = \frac{\sigma_0}{2} \sin 2\alpha$; 4) $\sigma_\alpha = \frac{F}{A}$

43. Чизикли кучланганлик ҳолатида қия кесимни уринма кучланиши қайси формула билан топилади?

Жавоб:

1) $\tau_\alpha = \frac{F}{A}$; 2) $\tau_\alpha = P_\alpha \cos \alpha$; 3) $\tau_\alpha = \frac{\sigma_0}{2} \sin 2\alpha$;

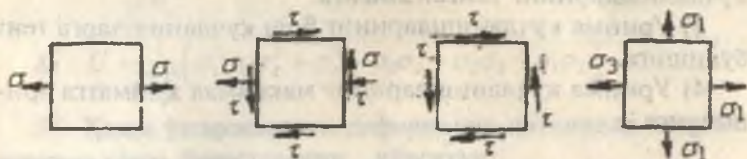
4) $\tau_\alpha = \sigma_0 \cos \alpha$

44. Бош юза деб нимага айтилади?

Жавоб:

- 1) Фақат нормал кучланиш таъсир қиладиган юзалар.
- 2) Уринма кучланишлар нолга тенг бўлган юзалар.
- 3) Нормал кучланишлар нолга тенг бўлган юзалар.
- 4) Фақат уринма кучланишлар таъсир қиладиган юзалар.

45. Қайси кубик чизиқли кучланганлик ҳолатида?



46. Текис кучланганлик ҳолатида қия кесимни нормал кучланишини аниқланг.

Жавоб: 1) $\sigma_a = \sigma_1 \cos^2 \alpha$;

2) $\sigma_a = \sigma_1 \cos^2 \alpha + \sigma_3 \cos^2 \alpha_1$;

3) $\sigma_a = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \sin^2 \alpha$;

4) $\sigma_a = \sigma_3 \cos^2 \alpha$

47. Текис кучланганлик ҳолатида қия кесимни нормал кучланишини аниқланг.

Жавоб: 1) $\tau_a = \frac{\sigma_1}{2} \sin 2\alpha$;

2) $\tau_a = \frac{\sigma_3}{2} \sin 2\alpha$;

3) $\tau_a = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \sin 2\alpha$;

4) $\tau_a = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2}$

48. Уринма кучланишларни жуфтлик аломати деб нимага айтилади?

Жавоб:

1) Ўзаро перпендикуляр жойлашган қия кесимлардаги уринма кучланишларнинг тенглиги.

2) Ўзаро перпендикуляр қия кесимлардаги уринма кучланишларнинг тенгсизлигига.

3) Уринма кучланишларнинг бош кучланишларга тенг бўлишига.

4) Уринма кучланишларнинг максимал қийматга эришишига.

49. Бош кучланишларнинг йўналиши қайси формула билан топилади?

Жавоб:

$$1) \operatorname{tg} 2\alpha_0 = -\frac{2I_{xy}}{I_x - I_y}; \quad 2) \operatorname{tg} 2\alpha_0 = -\frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y};$$

$$3) \operatorname{tg} 2\alpha_0 = -\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2I_{xy}}; \quad 4) \operatorname{tg} \alpha_0 = -\frac{\tau_{xy}}{\sigma_1 - \sigma_3}$$

50. Ҳажмий деформацияда Гук қонуни бўйича ε_1 ни аниқлайдиган тўғри формуласини кўрсатинг?

Жавоб: 1) $\varepsilon_1 = 2E[\sigma_1 - \mu\sigma_3]$; 2) $\varepsilon_1 = \frac{1}{E}[\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3)]$;

$$3) \varepsilon_1 = \frac{\sigma_1}{E}; \quad 4) \varepsilon_1 = \sigma_1 - \frac{\mu}{E}(\sigma_2 + \sigma_3)$$

51. Ҳажмий эластиклик модулининг формуласини кўрсатинг.

Жавоб: 1) $\frac{E}{1-2\mu} = k$; 2) $k = \frac{E}{3(1-2\mu)}$;

$$3) k = \frac{E}{3-2\mu}; \quad 4) k = \frac{E}{3\mu}$$

52. Ҳажмий деформацияни тўлиқ потенциал энергияси формуласини кўрсатинг.

Жавоб: 1) $U = U_x - U_w$;

$$2) U = \frac{1}{E}[\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_1\sigma_3)]$$

$$3) U = \frac{1}{2E} [\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\mu(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_1\sigma_3)]$$

$$4) U = \frac{1}{2E} [\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1\sigma_2 - \sigma_2\sigma_3 - \sigma_1\sigma_3]$$

53. Ҳажм ўзгаришидаги деформация потенциал энергиясининг тўғри формуласини кўрсатинг.

Жавоб: 1) $U_x = \frac{3\sigma_1\epsilon_1}{2}$; 2) $U_x = \frac{1-2\mu}{6E} (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)^2$;

3) $U_x = \frac{1-2\mu}{6E} (\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2)$; 4) $U_x = U + U_w$

54. Қачон кубикда ҳажм ўзгариши бўлади?

Жавоб:

1) $\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 = 0$ бўлса;

2) барча қирраларига $\sigma_{yp} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3}$ кучланиш таъсир қилса;

3) кубик деформацияси эластик бўлса;

4) $U_w = U - U_x$ энергия сарфланса.

55. Шакл ўзгаришидаги деформация потенциал энергиясининг тўғри формуласини кўрсатинг.

Жавоб: 1) $U_w = \frac{3\sigma_p\epsilon_p}{2}$; 2) $U_w = \frac{1+\mu}{3E} (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)^2$;

3) $U_w = \frac{1+\mu}{3E} [\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1\sigma_2 - \sigma_1\sigma_3 - \sigma_2\sigma_3]$;

4) $U_w = -\frac{1+\mu}{3E} (\sigma_1\sigma_2 + \sigma_1\sigma_3 + \sigma_2\sigma_3)$

56. Мустаҳкамлик назарияларининг вазифаларини тўғри таърифланг.

Жавоб:

1) Турли кучланганлик ҳолатида кубикни деформациясини аниқлаш.

2) Мор доирасини қуриш.

3) Турли кучланганлик ҳолатида кубикни мустаҳкамлик шартини тузиш.

4) Кесимни танлаш.

57. Энг катта бош нормал кучланиш назарияси буйича мустаҳкамлик шартини кўрсатинг.

Жавоб: 1) $\sigma_1 \leq [\sigma]$; 2) $\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3) \leq [\sigma]$;

3) $\sigma_1 - \sigma_3 \leq [\sigma]$; 4) $[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2] \leq 2\sigma_0$

58. Энг катта нисбий деформация назарияси буйича мустаҳкамлик шартини кўрсатинг.

Жавоб: 1) $\sigma_1 \leq [\sigma]$; 2) $\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3) \leq [\sigma]$;

3) $\sigma_1 - \sigma_3 \leq [\sigma]$; 4) $[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2] \leq 2\sigma_0$

59. Энг катта уринма кучланишлар назарияси буйича мустаҳкамлик шартини кўрсатинг.

Жавоб: 1) $\sigma_1 \leq [\sigma]$; 2) $\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3) \leq [\sigma]$;

3) $\sigma_1 - \sigma_3 \leq [\sigma]$; 4) $[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2] \leq 2\sigma_0$

60. Соф силжиш деб нимага айтилади?

Жавоб:

1) Фақат нормал кучланиш таъсиридаги кубикнинг деформацияси.

2) Фақат уринма кучланиш таъсиридаги кубикнинг деформацияси.

3) Уринма кучланишлар нолга тенг бўлган юзага.

4) Нормал кучланиш нолга тенг бўлган юзага.

61. Силжишда Гук қонунини ифодаловчи формулани кўрсатинг.

Жавоб: 1) $\tau = \frac{F}{A}$; 2) $\tau = \gamma G$; 3) $\tau = \frac{\gamma}{G}$; 4) $\tau_a = \sigma_1$

62. Силжиш модулини кўрсатинг.

Жавоб:

1) $k = \frac{E}{2(1 - \mu)}$; 2) $G = \frac{E}{2(1 + \mu)}$; 3) $k = \frac{\sigma_{\pi}}{\varepsilon_{\pi}}$; 4) $G = \frac{(\mu + 1)2}{E}$

63. Силжишда рухсат этилган кучланишни тавланг.

Жавоб: (I-назария) 1) $[\tau] = \frac{[\sigma]}{1+\mu}$; 2) $[\tau] = [\sigma]_r$;

$$3) [\tau] = \frac{[\sigma]}{2}; \quad 4) [\tau] = \frac{[\sigma]}{\sqrt{3}}$$

64. Силжишда рухсат этилган кучланишни танланг.

Жавоб: (II назария)

$$1) [\tau] = \frac{[\sigma]_r}{1+\mu}; \quad 2) [\tau] = [\sigma]_r; \quad 3) [\tau] = \frac{[\sigma]}{2}; \quad 4) [\tau] = \frac{[\sigma]}{\sqrt{3}}$$

65. Силжишда рухсат этилган кучланишни танланг.

Жавоб: (III-назария) 1) $[\tau] = [\sigma]_d$; 2) $[\tau] = \frac{[\sigma]}{1+\mu}$;

$$3) [\tau] = \frac{[\sigma]}{2}; \quad 4) [\tau] = \frac{[\sigma]}{\sqrt{3}}$$

66. Силжишда рухсат этилган кучланишни танланг.

Жавоб: (IV-назария) 1) $[\tau] = [\sigma]_k$; 2) $[\tau] = \frac{[\sigma]}{1+\mu}$;

$$3) [\tau] = \frac{[\sigma]}{2}; \quad 4) [\tau] = \frac{[\sigma]}{\sqrt{3}}$$

67. Бир қирқимли парчин михли бирикмани қирқилишга мустаҳкамлик шартини кўрсатинг.

Жавоб: 1) $\tau = \frac{F}{n\pi \cdot d^2} \leq [\tau]$; 2) $\tau = \frac{F}{nA} \leq [\tau]$;

$$3) \tau = \frac{F2}{n\pi \cdot d^2} \leq [\tau]; \quad 4) \tau = \frac{\pi d^2}{4Fn} \leq [\tau]$$

68. Бир қирқимли парчин михли бирикмада парчин михлар сонини топинг.

Жавоб: 1) $n = n_1 + n_2 + n_3 + \dots$; 2) $n > \frac{4F}{\pi d^2 [\tau]}$;

$$3) n \geq \frac{F2}{\pi d^2 [\tau]}; \quad 4) n \geq \frac{F}{[\tau] \pi d^2}$$

69. Парчин михли бирикмани эзилишга мустаҳкамлик шартини кўрсатинг.

Жавоб: 1) $\sigma_3 = \frac{F}{tb} \leq [\sigma]$; 2) $\sigma_3 = \frac{F}{ntd} \leq [\sigma]$, 4

3) $\sigma_3 = \frac{F}{2tb} \leq [\sigma]$; 4) $\tau = \frac{F}{A}$

70. Парчин михли бирикмани эзилишда парчин михлар сонини топинг.

Жавоб: 1) $n = 1, 2, 3, \dots$; 2) $n \geq \frac{F}{td[\sigma]}$;

3) $n \geq \frac{F}{\pi d[\tau]}$; 4) $n \geq \frac{4F}{\pi d[\tau]}$

71. Парчин михли бирикмани чўзилиш ва сиқилишга мустаҳкамлик шарти.

Жавоб: 1) $\sigma = \frac{F \cdot 4}{\pi d^2} \leq [\sigma]$; 2) $\sigma = \frac{F \cdot 4}{t(b - md)} \leq [\sigma]$;

3) $\tau = \frac{F}{A} \leq [\tau]$; 4) $\sigma = \frac{F}{td} \leq [\sigma]$

72. Буровчи момент деб нимага айтилади.

Жавоб:

1) Куч моментига.

2) Вални ўрганилаётган қисмидаги ташқи кучларни кесим марказига нисбатан моментларининг алгебравиқ йиғиндисига.

3) Вални ўрганилаётган қисмидаги ташқи моментларни алгебравиқ йиғиндисига.

4) $M_1 = TR_1 - t_1 R_1 = t_1 R_1$ – моменти.

73. Доиравий кесимли стерженнинг буралишида кучланиш формуласи?

Жавоб: 1) $\tau = \frac{F}{A}$; 2) $\tau = \frac{M_x}{I_p} \rho$; 3) $\tau = \frac{QS_y^0}{I_y d}$; 4) $\tau = \frac{M}{W}$

74. Буралиш бурчаги формуласини кўрсатинг.

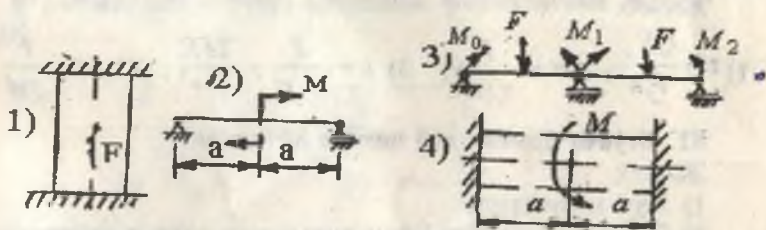
Жавоб: 1) $\varphi = \frac{F\ell}{EA}$; 2) $\varphi = \frac{M_s\ell}{GI_p}$; 3) $\varphi = \frac{4FR^3n}{Gr^4}$; 4) $\varphi = \frac{M_s}{EA}$

75. Буралишда мустаҳкамлик шартини кўрсатинг.

Жавоб: 1) $\tau = \frac{F}{A} \leq [\tau]$; 2) $\tau = \frac{M_k}{W_p} \leq [\tau]$;

3) $\tau = \frac{QS_y}{I_y d} \leq [\tau]$; 4) $\sigma = \frac{M}{W} \leq [\sigma]$

76. Буралишда статик ноаниқ системани кўрсатинг.



77. Буралишда мустаҳкамлик шартидан фойдаланиб валнинг диаметрини аниқланг.

Жавоб: 1) $d = \sqrt{\frac{4F}{\pi[\sigma]}}$; 2) $d = \sqrt{\frac{16M_k}{\pi[\tau]}}$;

3) $d = \sqrt[3]{\frac{32M}{\pi[\sigma]}}$; 4) $d = \sqrt[3]{\frac{32M_k\ell}{\pi[\varphi]G}}$

78. Буралишда бикрлик шarti асосида валнинг диаметрини аниқланг.

Жавоб: 1) $d = \sqrt{\frac{4F}{\pi[\sigma]}}$; 2) $d = \sqrt[3]{\frac{16M_k}{\pi[\tau]}}$;

3) $d = \sqrt[3]{\frac{32M}{\pi[\sigma]}}$; 4) $d = \sqrt[3]{\frac{32M_k\ell}{\pi[\varphi]G}}$

79. Винтсмон пружинанинг деформациясини аниқланг.

$$1) \lambda = \frac{F\ell}{EA}; \quad 2) \lambda = \frac{M_k \ell}{GI_p}; \quad 3) \lambda = \frac{4FR^3 n}{G \cdot r^4}; \quad 4) \lambda = \frac{M_c}{EI}$$

80. Буралиш деформациясининг потенциал энергиясини кўрсатинг.

Жавоб:

$$1) U = \frac{F^2 \ell}{2EA}; \quad 2) U = \frac{M_k^2 \ell}{2GI_p}; \quad 3) U = \frac{M_k^2 \ell}{2EI}; \quad 4) U = \frac{Q^2 \ell}{2GA}$$

81. Винтсмон пружина ўрамининг кесим юзасидаги кучланиш:

Жавоб:

$$1) \tau = \frac{QS_y}{I_y d}; \quad 2) \sigma = \frac{F}{\pi \cdot r^2}; \quad 3) \tau = \frac{F}{\pi \cdot r^2} + \frac{2FR}{\pi \cdot r^3}; \quad 4) \sigma = \frac{F}{\pi r d}$$

82. Эгувчи момент деб нимага айтилади?

Жавоб:

1) Куч моментига.

2) Балкани ўрганилаётган қисмидаги ташқи кучларни кесим марказига нисбатан моментларининг алгебравиқ йиғиндиси.

3) Кучни елкага бўлинмасига.

4) Балкани ўрганилаётган қисмидаги ташқи ва ички кучлар мувозанатига.

83. Эгувчи момент ва кўндаланг куч орасидаги дифференциал боғланишни кўрсатинг.

$$1) Q = \frac{dM}{dx}; \quad 2) Q = dM \cdot dX; \quad 3) Q = \int M_x dx; \quad 4) Q = \int M^2 dx$$

84. Ёйилган куч интенсивлиги ва кўндаланг куч орасидаги дифференциал боғланишни кўрсатинг.

$$\text{Жавоб: } 1) q = Q \cdot dx \quad 2) q = \frac{dQ}{dx} \quad 3) q = \int Q \cdot dx \quad 4) q = \frac{dx}{dQ}$$

85. Ёйилган куч интенсивлиги ва эгувчи момент орасидаги дифференциал боғланишни кўрсатинг.

Жавоб: 1) $q = d^2 M \cdot d^2 x$ 2) $q = \frac{d^2 M}{d^2 x}$ 3) $q = \int M^2 dx$ 4) $q = \frac{dM}{dx}$

86. Соф эгилиш деб нимага айтилади?

1) Фақат уринма кучланиш таъсиридаги балканинг деформациясига.

2) Уринма ва нормал кучланишлар таъсиридаги балканинг деформациясига.

3) Фақат нормал кучланиш таъсиридаги балканинг деформациясига.

4) Бош кучланишлар таъсиридаги балкани деформациясига.

87. Эгилишда нормал кучланиш формуласини кўрсатинг.

Жавоб: 1) $\sigma = \frac{F}{A}$; 2) $\sigma = \frac{M_z}{I_x}$;

3) $\sigma = \frac{Q \cdot S}{I \cdot b}$; 4) $\sigma = \frac{M_z}{S \rho}$

88. Эгилишда уринма кучланиш формуласини кўрсатинг.

Жавоб: 1) $\sigma = \frac{M_z}{I_x}$; 2) $\tau = \frac{M_z}{I}$;

3) $\tau = \frac{Q \cdot S_y}{I_y \cdot b}$; 4) $\tau = \frac{F}{A}$

89. Эгилишда нормал кучланиш бўйича мустаҳкамлик шартини кўрсатинг.

Жавоб: 1) $\sigma = \frac{F}{A} \leq [\sigma]$; 2) $\sigma = \frac{M_{zy}}{S_y \rho} \leq [\sigma]$;

3) $\sigma = \frac{M}{W_x} \leq [\sigma]$; 4) $\sigma = \frac{Q \cdot S_y}{I_y \cdot d} \leq [\sigma]$

90. Доиравий кесимнинг қаршилик моменти формуласини кўрсатинг.

Жавоб:

$$1) W_x = \frac{\pi \cdot r^3}{16}; \quad 2) W_x = \frac{\pi \cdot d^3}{32}; \quad 3) W_x = \pi \cdot r^3; \quad 4) W_x = \frac{I_x}{A}$$

91. Эгилишда нормал кучланиш бўйича мустаҳкамлик шартидан рухсат этилган юкни аниқланг.

Жавоб:

$$1) F = W[\sigma]; \quad 2) M = W[\sigma]; \quad 3) F = W[\sigma]; \quad 4) Q = A[\tau]$$

92. Эгилишда нормал кучланиш бўйича мустаҳкамлик шартидан фойдаланиб кесимни танланг.

Жавоб:

$$1) W \geq \frac{F}{[\sigma]}; \quad 2) A \geq \frac{F}{[\sigma]}; \quad 3) W \geq \frac{M}{[\sigma]}; \quad 4) \frac{I_y}{S_y} \geq \frac{Q}{b[\tau]}$$

93. Эгилишда уринма кучланиш бўйича мустаҳкамлик шартни кўрсатинг.

$$\text{Жавоб: } 1) \tau = \frac{F}{A} \leq [\tau]; \quad 2) \tau = \frac{Q \cdot S_y}{I_y \cdot d} \leq [\tau];$$

$$3) \tau = \frac{M}{W_x} \leq [\tau]; \quad 4) \tau = \frac{Q}{A} \leq [\tau]$$

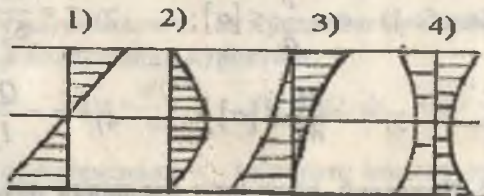
94. Эгилишда бош нормал кучланишлар формуласини кўрсатинг.

$$\text{Жавоб: } 1) \sigma_\alpha = \sigma_1 \cos^2 \alpha + \sigma_3 \sin^2 \alpha;$$

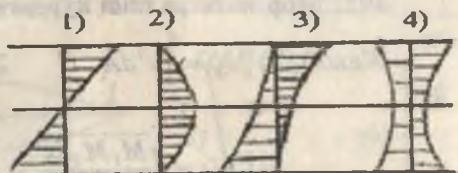
$$2) \sigma_{1,3} = \frac{1}{2} \left[\sigma \pm \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \right]; \quad 3) \sigma = \tau; \quad \tau = -\sigma_3;$$

$$4) \tau_{\max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}$$

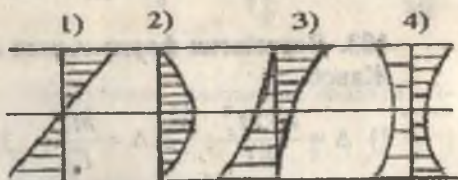
95. Эгилишда нормал кучланиш эпюрасини кўрсатинг.



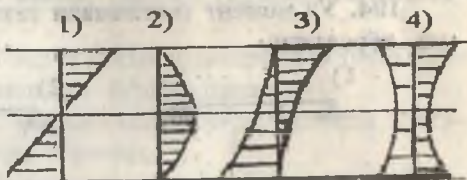
96. Эгилишда уринма кучланиш эпюрасини кўрсатинг.



97. Эгилишда бош нормал кучланиш эпюрасини кўрсатинг.



98. Эгилишда бош уринма кучланиш эпюрасини кўрсатинг.



99. Балка эгилган ўқининг тақрибий дифференциал тенгламаси қани?

Жавоб: 1) $y = \frac{M_c}{EI}$; 2) $EIy'' = M_x$; 3) $\theta = \frac{Q_c}{EI}$;

4) $y = \int \frac{MM_1 dx}{EI}$

100. Эгилишда салқиликни графоаналитик усул билан аниқланг.

Жавоб:

1) $y = \frac{M_c}{EI}$; 2) $EIy'' = M_x$; 3) $y = \int \frac{MM_1 dx}{EI}$; 4) $y = \frac{M \cdot \omega}{EI}$

101. Эгилиш деформациясининг потенциал энергиясини кўрсатинг?

Жавоб:

1) $U = \frac{F\Delta\ell}{2}$; 2) $U = \frac{M_\delta^2 \ell}{2GI_\rho}$; 3) $U = \frac{M \gamma}{2EI}$; 4) $U = \frac{\sigma\epsilon}{2}$

102. Мор интегралини кўрсатинг.

Жавоб: 1) $I_x = \int_0^A y^2 dA$; 2) $EI\theta = \int_0^l M_x dx + C$

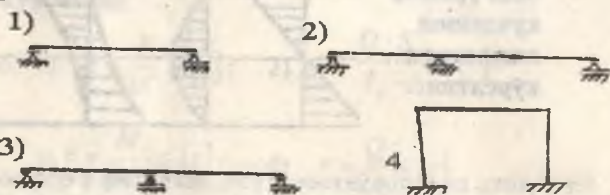
3) $\Delta_{12} = \int_0^l \frac{\overline{M}_1 \overline{M}_2 dx}{EI}$; 4) $U = \int_0^l \frac{M^2 dx}{2EI}$

103. Верещагин формуласини кўрсатинг.

Жавоб:

1) $\Delta = \frac{\omega \cdot M_c^*}{EI}$; 2) $\Delta = \frac{M_c}{EI}$; 3) $\Delta = \frac{Q_c}{EI}$; 4) $\frac{1}{\rho} = \frac{M}{EI}$

104. Уч момент тенгламаси татбиқ қилинадиган балкани кўрсатинг.



105. Уч момент тенгламасини кўрсатинг.

Жавоб:

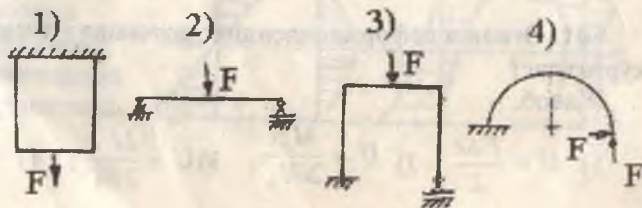
1) $\sum M = M_1 + M_2 + M_3$;

2) $M_0 \ell_n + 2M_1(\ell_n + \ell_{n+1}) + M_2 \cdot \ell_{n+1} = -6 \left(\frac{\omega_1 a_1}{\ell_n} + \frac{\omega_2 a_2}{\ell_{n+1}} \right)$

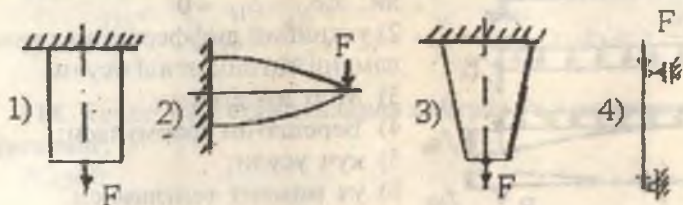
3) $M = F_1 \ell_1 + F_2 \ell_2 + F_3 \ell_3$; 4) $0 = M_1 + M_2 + M_3$

106. Куч усули билан ечиладиган масаланинг схемасини кўрсатинг.

Жавоб:



107. Тенг қаршилик кўрсатувчи балкани кўрсатинг.



108. Тенг қаршилик кўрсатувчи балка деб нимага ай-тилади?

Жавоб:

1. Уzunлиги буйлаб кесим юзаси узгармайдиган балкага.

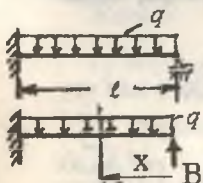
2. Уzunлиги буйлаб барча кесим юзаларида нормал кучланиш бир хил қийматга эга бўлган балкага.

3. Уzunлиги буйлаб кесим юзаси тўғри чизиқли қонуният асосида танланган балкага.

4. Уzunлиги буйлаб кесим юзасида нормал кучланиш бир хил қийматга эга бўлмаган балкага.

109. Қандай усул билан берилган статик ноаниқ балканинг реакция кучи топилган?

Жавоб:



1) Деформацияни таққослаш усули
 $f_B = f_{BV} + f_{Bq}$

2) Тақрибий дифференциал тенгла-
 мани татбиқ этиш усули:

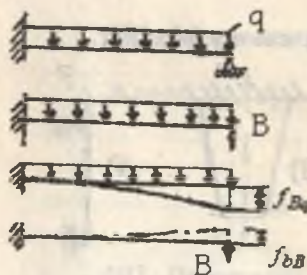
$$EIy'' = Bx - q \frac{x^2}{2}$$

3) Верещагин формуласи $\Delta = \frac{\omega \cdot M^0}{EI}$

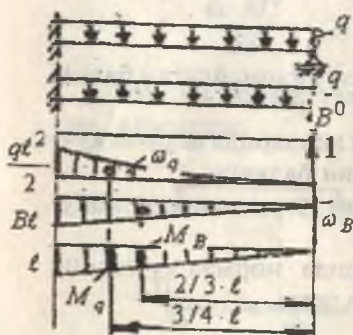
4) Куч усули $x_1 \delta_{11} + \Delta_{1F} = 0$

110) Қандай усул билан берилган статик ноаниқ балка-
 нинг реакция кучи топилган

Жавоб:



- 1) деформацияни таққослаш усули; $x_1 \delta_{11} + \Delta_{1F} = 0$
- 2) тақрибий дифференциал тенгламани татбиқ этиш усули;
- 3) Мор интегралли;
- 4) Верещагин формуласи;
- 5) куч усули;
- 6) уч момент тенгламаси.



111. Қандай усул билан берилган статик ноаниқ балканинг реакция кучи топилган?

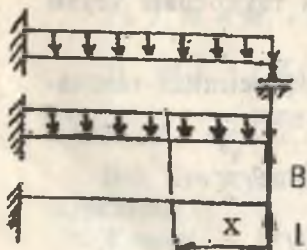
Жавоб:

- 1) Уч момент теоремасини та тбиқ этиш.
- 2) Мор интеграллини татбиқ этиш.
- 3) Куч усули: $x_1 \delta_{11} + \Delta_{1F} = 0$.
- 4) Верещагин формуласи.

$$\Delta = \frac{\omega \cdot M^0}{EI}$$

112. Қандай усул билан берилган статик ноаниқ балканинг реакция кучи топилган?

Жавоб:



- 1) Деформацияни таққослаш усули: $f_B = f_{BB} + f_{Bq} = 0$

$$2) \text{ Мор интегралли: } \Delta = \int \frac{M \overline{M}_0 dx}{EI}$$

$$3) \text{ Куч усули: } x_1 \delta_{11} + \Delta_{1F} = 0$$

$$4) \text{ Верещагин формуласи: } \Delta = \frac{\omega \cdot M^0}{EI}$$

113. Текис эгри стерженларда нормал кучланишни аниқланг?

Жавоб:

$$1) \tau = \frac{QS_y^0}{I_y b}; \quad 2) \sigma = \frac{4F}{\pi d^2}; \quad 3) \sigma = \frac{N}{A} \pm \frac{M \cdot Z}{S_y \cdot \rho}; \quad 4) \sigma = \frac{MZ}{I_y}$$

114. Текис эгри стерженларда нейтрал ўқ тенгламасини кўрсатинг.

Жавоб:

$$1) \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1; \quad 2) r = \frac{A}{\int_0^A \frac{dA}{\rho}}$$

$$3) 1 + \frac{x_0 x_p}{i_y^2} + \frac{y_0 y_p}{i_z^2} = 0; \quad 4) \frac{\cos \varphi \cdot Z_0}{I_y} + \frac{\sin \varphi \cdot y_0}{I_z} = 0$$

115. Эгри стерженларда нормал кучланишни $\sigma = \frac{M \cdot Z_{1,2}}{S_y \cdot R_{1,2}}$ формуладан аниқлаш учун қандай эгрилик бўлиши керак?

Жавоб:

$$1) \frac{R_0}{h} = 0; \quad 2) R_0 > 5h; \quad 3) R_0 < 5h; \quad 4) R_0 = 5h$$

116. Эгилиш билан буралишни биргаликдаги таъсирида вални кесим юзасида қандай кучланишлар ҳосил бўлади?

Жавоб:

$$1) \text{ нормал кучланиш: } \sigma_x = \frac{M_x}{N}$$

2) нормал ва уринма кучланишлар.

$$3) \text{ уринма кучланиш: } \tau = \frac{M_\delta}{W_\rho}$$

$$4) \sigma = 0 \quad \text{ва} \quad \tau = 0$$

117. Эгилиш билан буралишни биргаликдаги таъсирида вал кесимининг четки нуқтаси қандай кучланганлик ҳола - тида бўлади?

Жавоб: 1) чизиқли; 2) текис; 3) ҳажмий; 4) тўғри.

118. Эгилиш билан буралишни биргаликдаги таъсирида валнинг мустаҳкамлик шarti формуласини кўрсатинг.

Жавоб:

I назария. 1) $\frac{\sqrt{M_s^2 + M_\delta^2}}{W} \leq [\sigma];$

2) $\frac{1}{W} [0,35M_s + 0,65\sqrt{M_s^2 + M_\delta^2}] \leq [\sigma]$

3) $\frac{1}{W} \sqrt{M_s^2 + 0,75M_\delta^2} \leq [\sigma]$ 4) $\frac{1}{2W} [M_s + \sqrt{M_s^2 + M_\delta^2}] \leq [\sigma]$

119. Эгилиш билан буралишни биргаликдаги таъсирида валнинг мустаҳкамлик шarti формуласини кўрсатинг.

Жавоб:

II назария. 1) $\frac{\sqrt{M_s^2 + M_\delta^2}}{W} \leq [\sigma];$

2) $\frac{1}{W} [M_s + \sqrt{M_s^2 + M_\delta^2}] \leq [\sigma]$

3) $\frac{1}{W} [0,35M_s + 0,65\sqrt{M_s^2 + M_\delta^2}] \leq [\sigma];$

4) $\frac{1}{2W} \sqrt{M_s^2 + 0,75M_\delta^2} \leq [\sigma]$

120. Эгилиш билан буралишни биргаликдаги таъсирида валнинг мустаҳкамлик шarti формуласини кўрсатинг.

III назария 1) $\frac{1}{2} [\sigma_s + \sqrt{\sigma_s^2 + 4\tau_\delta^2}] \leq [\sigma];$

2) $\sqrt{\sigma_s^2 + 4\tau_\delta^2} \leq [\sigma];$ 3) $\sqrt{\sigma_s^2 + 3\tau_\delta^2} \leq [\sigma];$

4) $[0,35\sigma_s + 0,65\sqrt{\sigma_s^2 + 4\tau_\delta^2}] \leq [\sigma]$

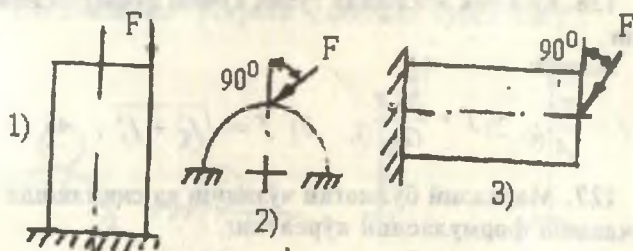
121. Эгилиш билан буралишни биргаликдаги таъсирида валнинг мустаҳкамлик шarti формуласини кўрсатинг.

Жавоб:

IV назария 1) $\sqrt{\sigma_s^2 + 4\tau_\delta^2} \leq [\sigma];$ 2) $\sqrt{\sigma_s^2 + 3\tau_\delta^2} \leq [\sigma];$

$$3) \frac{1}{2} [\sigma_s + \sqrt{\sigma_s^2 + 4\tau_s^2}] \leq [\sigma]; \quad 4) [0,35\sigma_s + 0,65\sqrt{\sigma_s^2 + 4\tau_s^2}] \leq [\sigma]$$

122. Қийшиқ эгилиш схемасини кўрсатинг.



123. Қийшиқ эгилишда нормал кучланиш формуласини кўрсатинг.

Жавоб:

$$1) \sigma = \frac{F}{A} \left(1 + \frac{y_0 y_F}{l_x^2} + \frac{x_0 x_F}{l_y^2} \right); \quad 2) \sigma = \pm M \left(\frac{\cos \varphi}{W_y} + \frac{\sin \varphi}{W_z} \right)$$

$$3) \sigma = \frac{M_y \cdot y_c}{I_y} + \frac{M_z \cdot z_c}{I_z}; \quad 4) \sigma = \frac{F_z}{A} + \frac{F_y}{A}$$

124. Қийшиқ эгилишда нейтрал ўқ тенгламасини кўрсатинг.

Жавоб:

$$1) \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2}; \quad 2) 1 + \frac{y_0 y_F}{l_x^2} + \frac{x_0 x_F}{l_y^2} = 0;$$

$$3) \frac{\cos \varphi \cdot z_0}{I_y} + \frac{\sin \varphi \cdot y_0}{I_z} = 0; \quad 4) r = \frac{A}{\int_0^r \frac{dA}{\rho}}$$

125. Қийшиқ эгилишда мустаҳкамлик шартини кўрсатинг.

Жавоб:

$$1) \sigma = \frac{M_y \cdot y_c}{I_y} + \frac{M_z \cdot y_z}{I_z} \leq [\sigma]; \quad 2) \sigma = \frac{F_z}{A} + \frac{F_y}{A} \leq [\sigma]$$

$$3) \sigma = \frac{M}{W_y} (\cos \varphi + \frac{W_z}{W_y} \sin \varphi) \leq [\sigma]; \quad 4) \frac{F}{A} \left(1 + \frac{y_0 y_F}{i_x^2} + \frac{x_0 x_F}{i_y^2} \right) \leq [\sigma]$$

126. Қийшиқ эгилишда тўлиқ кўчиш формуласини кўрсатинг.

Жавоб:

$$1) f = \frac{F \ell}{A}; \quad 2) f = \frac{M_c \ell}{G I_p}; \quad 3) f = \sqrt{f_z^2 + f_y^2}; \quad 4) f = \frac{M_c}{EI}$$

127. Марказий бўлмаган чўзилиш ва сиқилишда нормал кучланиш формуласини кўрсатинг.

$$\text{Жавоб: } 1) \sigma = \frac{F}{A}; \quad 2) \sigma = \frac{M_x y}{I_x}$$

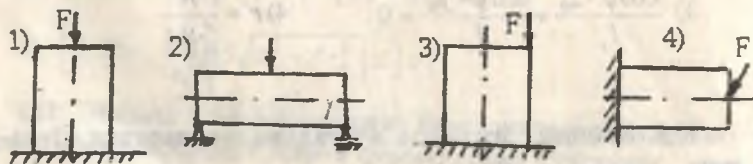
$$3) \sigma = \pm \frac{F_z x \cdot z_c}{I_y} \pm \frac{F_y x \cdot y_c}{I_z}; \quad 4) \sigma = \pm \frac{F}{A} + \frac{F \cdot y_F \cdot y}{I_x} \pm \frac{F \cdot x_F \cdot x}{I_y};$$

128. Марказий бўлмаган чўзилиш ва сиқилишда нейтрал ўқ тенгламаси?

$$\text{Жавоб: } 1) \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1; \quad 2) 1 + \frac{y_0 y_F}{i_x^2} + \frac{x_0 x_F}{i_y^2} = 0;$$

$$3) r = \frac{A}{\int_0^A \frac{dA}{\rho}}; \quad 4) \operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} \varphi \frac{I_y}{I_z}$$

129. Марказий бўлмаган чўзилиш ва сиқилиш схемасини кўрсатинг.



130. Кесим ядроси нима?

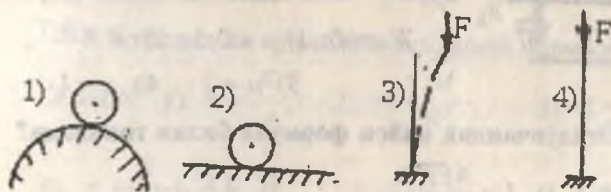
Жавоб:

- 1) Стержен кесим юзасининг оғирлик маркази.
- 2) Стерженнинг кўндаланг кесим юзаси.

3) Кесим юзанинг маркази атрофида ҳосил бўлган эгри чизикли соҳа.

4) Кесим юзанинг сиртида жойлашган элементар юза.

131. Стерженнинг устувор ҳолатини кўрсатинг?



132. Эйлер формуласини кўрсатинг.

1) $F_k = [\sigma] A$; 2) $F_k = [\tau] A$; 3) $F_k = a - b\lambda$;

4)
$$F_k = \frac{n^2 \pi^2 EI_{\min}}{(\mu \ell)^2}$$

133. Стерженни тиралиш шартига кўра μ нинг қайси қиймати тўғри?

Жавоб: 1) $\mu = 0,5$; 2) $\mu = 0,7$;

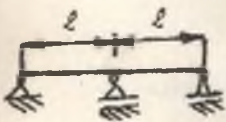
3) $\mu = 2$; 4) $\mu = 1$



134. Стерженнинг тиралиш шартига кўра μ нинг қайси қиймати тўғри?

Жавоб: 1) $\mu = 0,5$; 2) $\mu = 0,7$;

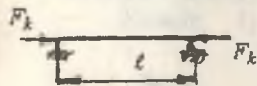
3) $\mu = 2$; 4) $\mu = 1$



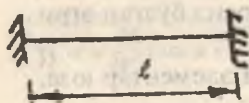
135. Стерженнинг тиралиш шартига кўра μ нинг қайси қиймати тўғри?

Жавоб: 1) $\mu = 0,5$; 2) $\mu = 0,7$;

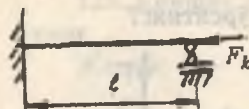
3) $\mu = 2$; 4) $\mu = 1$



136. Стерженнинг тиралиш шартига кўра μ нинг қайси қиймати тўғри?



Жавоб: 1) $\mu = 0,5$; 2) $\mu = 0,7$;
3) $\mu = 2$; 4) $\mu = 1$



137. Стерженнинг тиралиш шартига кўра μ нинг қайси қиймати тўғри?

Жавоб: 1) $\mu = 0,5$; 2) $\mu = 0,7$;
3) $\mu = 2$; 4) $\mu = 1$

138. Эгилувчанлик қайси формула билан топилади?

Жавоб: 1) $\lambda = \frac{4FR^3n}{Gr^4}$; 2) $\lambda = \mu \frac{\ell}{i_{\min}}$;

3) $\lambda = \frac{F\ell}{EI}$; 4) $\lambda = \frac{M_c}{EI}$

139. $\lambda \geq 100$ стерженларда критик кучланиш қайси формула билан топилади?

Жавоб: 1) $\sigma = \frac{F_k}{A}$; 2) $\sigma_k = a - b\lambda$;

3) $\sigma_k = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}$; 4) $\sigma_k = \sigma_{ok}$

140. $40 \leq \lambda \leq 100$ стерженларда критик кучланиш қайси формула билан топилади?

Жавоб: 1) $\sigma = \frac{F_k}{A}$; 2) $\sigma_k = a - b\lambda$;

3) $\sigma_k = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}$; 4) $\sigma_k = \sigma_{ok}$

141. Сиқилган стерженларнинг устуворлик шартини кўрсатинг.

Жавоб:

1) $\sigma_k = \frac{F_k}{A} \leq [\sigma]$; 2) $\sigma_k = \frac{F_k}{A \cdot \varphi} \leq [\sigma]$; 3) $\sigma_k = \frac{\varphi \cdot F_k}{A \cdot \varphi} \leq [\sigma]$

142. Эгилиш билан чузилишнинг биргаликдаги таъсирида кучланиш формуласи?

Жавоб: 1) $\sigma = \frac{F}{A}$; 2) $\sigma = \frac{M}{W_x}$; 3) $\sigma = \frac{F}{A} + \frac{M}{W_x}$

4) $\sigma = \frac{F}{A} + \frac{M}{W} + \frac{Fl}{W}$

143. Бўйлама ва кўндаланг эгилишда нормал кучланиш?

Жавоб: 1) $\sigma = \frac{F}{A}$; 2) $\sigma = \frac{M}{W_x}$; 3) $\sigma = \frac{F}{A} + \frac{M}{W_x}$

4) $\sigma = \frac{F}{A} + \frac{M}{W} + \frac{Fl}{W}$

144. Бўйлама ва кўндаланг эгилишда салқилик формуласи?

Жавоб: 1) $f = \frac{M_c}{EI}$; 2) $f = f_0 \frac{1}{1 - \frac{F}{F_k}}$

3) $f = \frac{4FR^3n}{Gr^4}$; 4) $f = \frac{5q\ell^4}{384EI}$

145. Текис тезланишли ҳаракатда динамик кучланиш?

Жавоб: 1) $\sigma_g = \sigma_{st}(1 + \frac{a}{g})$; 2) $\sigma_g = K_g \frac{q\ell^2}{8W}$

3) $\sigma_g = \frac{\gamma\omega^2 D^2}{4g}$; 4) $\sigma_g = \frac{\gamma F\omega^2 r\ell^2}{9g\sqrt{3} \cdot W}$

146. Труба ёки бетон плитани кўтаришда ҳосил бўлган динамик кучланишни аниқланг?

Жавоб: 1) $\sigma_g = \sigma_{st}(1 + \frac{a}{g})$; 2) $\sigma_g = K_g \frac{q\ell^2}{8W}$

3) $\sigma_g = \frac{\gamma\omega^2 D^2}{4g}$; 4) $\sigma_g = \frac{\gamma F\omega^2 r\ell^2}{9g\sqrt{3} \cdot W}$

147. Айланувчан ҳалқасимон элементдаги динамик кучланиш?

Жавоб: 1) $\sigma_k = \sigma_{ct} \left(1 + \frac{a}{g}\right)$; 2) $\sigma_k = K_k \frac{q\ell^2}{8W}$;

3) $\sigma_k = \frac{\gamma \omega^2 D^2}{4g}$; 4) $\sigma_k = \frac{\gamma F \omega^2 r \ell^2}{9g\sqrt{3} \cdot W}$

148. Шатунда ҳосил бўладиган динамик кучланиш?

Жавоб: 1) $\sigma_k = \sigma_{ct} \left(1 + \frac{a}{g}\right)$; 2) $\sigma_k = K_k \frac{q\ell^2}{8W}$;

3) $\sigma_k = \frac{\gamma \omega^2 D^2}{4g}$; 4) $\sigma_k = \frac{\gamma F \omega^2 r \ell^2}{9g\sqrt{3} \cdot W}$

149. Тебранма ҳаракатда ҳосил бўлган динамик кучланиш?

Жавоб: 1) $\sigma_k = \sigma_{ct} \left(1 + \frac{a}{g}\right)$; 2) $\sigma_k = \sigma_{ct} \left(1 + \frac{A}{\delta_c}\right)$;

3) $\sigma_k = K_k \frac{q\ell^2}{8W}$; 4) $\sigma_k = \sigma_c \sqrt{\frac{T_0}{U_c}}$

150. Тебранма ҳаракатда динамик коэффициент қандай формула билан топилади?

Жавоб: 1) $K_k = 1 + \frac{a}{g}$; 2) $K_k = 1 + \frac{A}{\delta_c}$;

3) $K_k = \sqrt{\frac{T_0}{U_c}}$; 4) $K_k = 1 + \frac{\omega^2 r}{g}$

151. Зарб таъсирида динамик коэффициент формуласи?

Жавоб: 1) $K_k = 1 + \frac{\delta_s}{\delta_c} \beta$; 2) $K_k = 1 + \frac{\omega^2 r}{g}$;

3) $K_k = 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\delta_c}}$; 4) $K_k = 1 + \frac{a}{g}$

152. Текис тезланишли ҳаракатда динамик коэффициент?

Жавоб: 1) $K_g = 1 + \sqrt{1 + \frac{v^2}{g\delta_c}}$; 2) $K_g = 1 + \frac{\delta_n}{\delta_c}$;

3) $K_g = 1 + \frac{a}{g}$; 4) $K_g = 1 + \frac{\omega^2 r}{\delta}$

153. Зарб таъсирида кучланиш формуласи?

Жавоб: 1) $\sigma_z = \frac{Q}{A} K_z$; 2) $\sigma_z = \sigma_c \left(1 + \frac{A}{\delta_c}\right)$;

3) $\sigma_z = \frac{Q}{A} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\delta_c}}\right)$; 4) $\sigma_z = K_z \frac{q\ell^2}{8W}$

154. Зарб таъсирида чўзилиш ва сиқилиш. Кучланиш формуласи?

Жавоб:

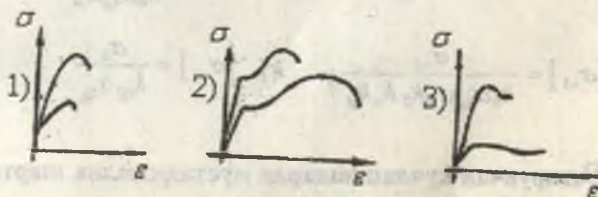
1) $\sigma_g = \sqrt{\frac{2T_0 E}{A\ell}}$; 2) $\sigma_g = \frac{I_{\max}}{i} \sqrt{\frac{6T_0 E}{A\ell}}$; 3) $\tau_g = \sqrt{\frac{4T_0 E}{A\ell}}$

155. Зарб таъсиридаги динамик узайиш?

Жавоб:

1) $\Delta\ell_z = K_z \frac{Q\ell}{EA}$; 2) $f_z = K_z \frac{Q\ell^3}{48EI}$; 3) $\varphi_z = \sqrt{\frac{T_0 \ell}{GI_p}}$

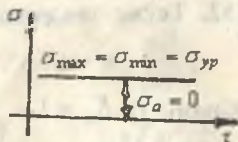
156. Зарб таъсирида чўзилиш диаграммасини кўрсатинг.



157. Ўзгарувчан кучланишнинг тўғри турини кўрсатинг.

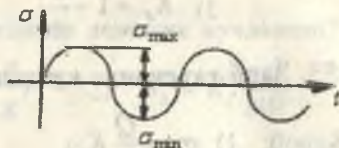
Жавоб: 1) симметрик

- 2) ўзгармас
- 3) носимметрик
- 4) пульсацияли



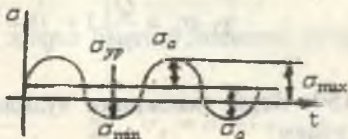
158. Ўзгарувчан кучланишнинг тўғри турини кўрсатинг.

- Жавоб: 1) симметрик
2) ўзгармас
3) носимметрик
4) пульсацияли



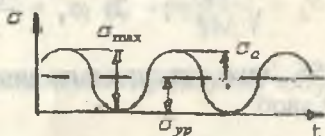
159. Ўзгарувчан кучланишнинг тўғри турини кўрсатинг.

- Жавоб: 1) симметрик
2) ўзгармас
3) носимметрик
4) пульсацияли



160. Ўзгарувчан кучланишнинг тўғри турини кўрсатинг.

- Жавоб: 1) симметрик
2) ўзгармас
3) носимметрик
4) пульсацияли



161. Ўзгарувчан кучланишларда мустаҳкамлик шартини (пластик материал учун) кўрсатинг.

Жавоб: 1) $[\sigma_{+1}] = \frac{\sigma_{ok}}{k_{01}}$; 2) $[\sigma_{+1}] = \frac{\sigma_{-1}}{k_0 \alpha_{kg} \alpha_m}$;

3) $[\sigma_{+1}] = \frac{\sigma_{-1}}{k_0 \alpha_{kg} \alpha_m k_T k_g}$; 4) $[\sigma_{+1}] = \frac{\sigma_b}{k_{02} \alpha_{kg}}$

162. Ўзгарувчан кучланишларда мустаҳкамлик шартини (мўрт материал) кўрсатинг.

Жавоб: 1) $[\sigma_{+1}] = \frac{\sigma_{ok}}{k_{01}}$; 2) $[\sigma_{-1}] = \frac{\sigma_{-1}}{k_0 \alpha_{kg} \alpha_m}$

$$3) [\sigma_{+1}] = \frac{\sigma_s}{k_{02}\alpha_{kz}}; \quad 4) [\sigma_{-1}] = \frac{\sigma_{-1}}{k_0\alpha_{kz}\alpha_n k_T k_s k_k}$$

163. Материали Гук қонунига бўйсунмайдиган балкаларда нормал кучланиш формуласини кўрсатинг.

Жавоб:

$$1) \sigma_{-1}^2 = 0,4\sigma_s; \quad 2) \sigma_r = \frac{3M}{bh^2} \left(1 + \frac{\sqrt{E_4}}{\sqrt{E_c}} \right); \quad 3) \sigma_n = \alpha_n \frac{F\ell}{W}$$

164. Материали Гук қонунига бўйсунмайдиган балкаларда нейтрал ўқ тенгламасини кўрсатинг?

$$\text{Жавоб: } 1) r = \frac{A}{\int_0^A \frac{dA}{\rho}}; \quad 2) h_1 = \frac{h\sqrt{E_c}}{\sqrt{E_s} + \sqrt{E_c}}$$

$$3) \operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} \varphi \frac{I_y}{I_z}$$

**ТАЯНЧ ИБОРАЛАРНИНГ ЛУГАВИЙ МАЪНОСИ ВА ЎҚУВ
МАҚСАДЛАРИНИНГ ТОИФАЛАРИНИ БЕЛГИЛАШ**

Таянч иборалар	Луғавий маъноси	Ўқув мақсадининг тоифалари		
		билиш	тушуниш	қўллаш
Материал	Механик ва пластиклик хоссасига, ишлов берилиш хусусиятига эга бўлган конструкция ва иншоот қисмларини тайёрлаш мумкин бўлган нарса.	+	+	
Қаршилик	Ҳар қандай ташқи таъсирга ички акс таъсирини кўрсата олишлик	+		
Мустаҳкамлик	Ташқи таъсирга емирилмасдан қаршилик кўрсатиш қобилияти	+		
Бикрлик	Жисмнинг ўлчами ва шаклининг ўзгаришига қаршилик кўрсатиш қобилияти. Бикр-ўлчам ва шаклнинг ўзгаришига мойилмас дегани.	+		
Устуворлик	Лоёйиҳа асосида берилган тўғри чизиқли мувозанатлашган шаклни сақлаш қобилияти.	+		
Куч	Иккита жисмнинг механик таъсири	+	+	
Тўпланма куч	Иккита жисмнинг ўзаро таъсирлашуви нукта воситасида амалга оширилади, яъни юкни қўйилиш юзасининг ўлчами конструкция элементларининг ўлчамларидан жуда кичик.	+		

514

Таянч иборалар	Луғавий маъноси	Ўқув мақсадининг тоифалари		
		билиш	тушуниш	қўллаш
Тақсимланган куч	Иккита жисмнинг ўзаро таъсирлашуви юза ёки узунлик бўйича амалга оширилади.	+		
Кесип методи	Жисмни m — n текислик билан фикран икки қисмга ажратиш	+	+	+
Ташқи куч	Тинч - ҳаракатсиз ҳолатда бўлган жисмга иккинчи жисмнинг таъсири	+		
Ички куч	Ташқи куч таъсирида жисм материал заррачаларининг ўзаро тортилиш кучларининг активлашиши	+		
Деформация	Ташқи куч таъсиридан жисмда ўлчам ёки шакл ўзгариши	+	+	
Оддий деформация	Ташқи куч йўналишида жисмнинг ўлчам ёки шакли ўзгариши	+		
Мураккаб деформация	Бир вақтда иккита ва ундан кўпроқ оддий деформацияларнинг ҳосил бўлиши	+		
Эластик деформация	Ташқи куч таъсири йўқотилгандан кейин жисмнинг бошланғич ўлчам ва шаклини тикланиши	+		

515

Таянч иборалар	Луғавий маъноси	Ўқув мақсадининг тоифалари		
		билиш	тушуниш	қўллаш
Инерция моменти	Кесим юза билан ўқ орасидаги масофа квадратининг кўпайтмаси	+	+	+
Ўқларга нисбатан инерция моменти	Кесим юзани бирор ўққа нисбатан инерция моменти	+	+	+
Марказдан қочма инерция моменти	Кесим юза билан иккита ўқ орасидаги масофа кўпайтмасининг интеграл	+	+	+
Қутб инерция моменти	Кесим юза билан қутб нуқтаси орасидаги масофа квадратининг кўпайтмаси	+	+	+
Қаршилик моменти	Кесим ўлчамларининг боғланиши бўлиб, мустақамликни ифодалайдиган геометрик тавсиф	+	+	+
Бош инерция ўқи	Бош инерция ўқларига нисбатан кесимнинг марказдан қочма инерция моменти нолга тенг	+	+	+
Бош инерция моменти	Бош инерция ўқларига нисбатан кесимнинг инерция моменти	+	+	+
Инерция радиуси	Кесимнинг бирор ўққа нисбатан инерция моменти кесим юзасига нисбати билан топилади	+	+	+

Таянч иборалар	Луғавий маъноси	Ўқув мақсадининг тоифалари		
		билиш	тушуниш	қўллаш
Чўзилиш	Ташқи куч таъсирида брус узунлигининг ортиши (узайиши) ва кўндаланг ўлчамининг қисқариши	+	+	+
Сиқилиш	Ташқи куч таъсирида брус узунлигининг қисқариши ва кўндаланг ўлчамининг ортиши	+	+	+
Марказий чўзилиш ва сиқилиш	Ташқи куч таъсиридан бруснинг кесим юзасидаги материал заррачалари бир хил масофага кўчади, яъни бруснинг кесим юзаси ўқ бўйлаб чизиқли қисқаради ёки ортади	+	+	
Бўйлама деформация	Ташқи куч таъсиридан брус узунлигини ўқ бўйлаб чизиқли узайишининг нисбий (абсолют) миқдори	+	+	
Кўндаланг деформация	Ташқи куч таъсиридан брус кўндаланг кесим юзасининг ўзгаришини абсолют (нисбий) миқдори	+	+	
Эластиклик модули	Физик константа, материалнинг турига боғлиқ	+	+	
Пуассон коэффициент	Брус кўндаланг кесим юзасининг қисқаришини тавсифлайди	+		
Хусусий оғирлик	Жисмнинг оғирлиги	+		

Таянч иборалар	Луғавий маъноси	Ўқув мақсадининг тоифалари		
		билиш	тушуниш	қўллаш
Тент қаршилик кўрсатувчи брус	Узунлиги бўйлаб ўзгарувчан кесим юзларида нормал кучланиш бир хил қийматга эга	+	+	
Хавфли кесим	Энг катта кучланиш таъсиридан кесим юзада емирилиш содир бўлиши мумкин	+	+	
Мустаҳкамлик шarti	Хавфли кесимдаги емирилишни чеклайдиган мате матик ифода	+	+	
Рухсат этилган кучланиш	Эластик деформация ва мустаҳкамликни таъминлаш учун брус материалга хос бўлган чекланган кучланиш	+	+	
Температурали кучланиш	Температура (қиздириш) таъсирида ҳосил бўлган кучланиш	+	+	
Температуралн деформация	Металларнинг иссиқликдан кенгайиши	+	+	
Диаграмма	Куч билан деформация боғланишини координата ўқларида графикавий усулда ифодаланиши	+	+	
Пропорционал-лик чегара	Куч билан деформация боғланишининг графикаси тўғри чизик, яъни Гук қонуниятига бўйсунди	+	+	
Эластиклик чегара	Брус материалнинг эластиклик хоссасида - деформация сўнувчан бўлади	+	+	

Таянч иборалар	Луғавий маъноси	Ўқув мақсадининг тоифалари		
		билиш	тушуниш	қўллаш
Оқувчанлик чегара	Тахминан ўзгармас кучланиш таъсирида бруснинг узайиши тез ўсади	+	+	
Мустаҳкамлик чегара	Энг катта кучга тўғри келувчи кучланиш	+	+	
Маҳаллий узайиш	Брус узайишининг маълум бир ораликда тўпланиши ёки содир бўлиши	+	+	
Пухталаниш	Бирламчи узайиш эвазига пропорционаллик чегарани ўсиши	+	+	
Абсолют деформация	Бир бирлик узунликка тўғри келувчи узайиш	+	+	
Нисбий деформация	Бир бирлик узунликка тўғри келувчи абсолют узайиш	+	+	
Пластиклик	Брусни чўзилиш (сиқилиш) га, эгилишга ва ҳ.к.ларга мойиллиги, катта қолдиқ деформация ҳосил қилиш хусусияти	+	+	
Мўрғлик	Материалнинг пластикликка тесқари хоссаси	+	+	
Гук қонуни	Куч билан деформация боғланишининг графикаси тўғри чизик қонуниятига бўйсунишини тавсифловчи назария	+	+	

Таянч иборалар	Луғавий маъноси	Ўқув мақсадининг тоифалари		
		билиш	тушуниш	қўллаш
Статик ноаниқ масала	Номатлум кучларнинг сони мувозанат тенгламалари сонидан қўл бўлган масала	+	+	+
Статик ноаниқлик даража	Статик ноаниқ масала неча маротаба ноаниқ эканлигини ифодалайди	+	+	+
Деформацияларнинг боғланиши	1. Брус таянч нуқтасининг қўчиши тапқи ва реакция кучлари таъсиридан нолга тенг бўлиши	+	+	+
	2. Бикр қаттиқ жисм воситасида боғланишда бўлган стерженларни деформацияланишида ҳосил бўлган шаклларни геометрик боғланиши	+	+	+
Кучланганлик ҳолат	Кубик томонларида ва қия кесим юзларида кучланишларнинг хилма-хиллиги ва ўзгаришини таҳлили	+	+	
Чизиқли кучланганлик ҳолати	Чизиқ бўйлаб кубикни қўндаланг ва қия кесим юзларида кучланишларни таҳлили	+	+	
Ҳажмий кучланганлик ҳолат	1. Кубикнинг ҳажми бўйича кучланишларнинг таҳлили	+	+	
	2. Кубикнинг деформацияланишида шакл ёки ҳажм ўзгаришининг таҳлили	+	+	
Бош юза	Уринма кучланишлар таъсири нолга тенг бўлган юзалар	+	+	

Таянч иборалар	Луғавий маъноси	Ўқув мақсадининг тоифалари		
		билиш	тушуниш	қўллаш
Бош кучланишлар	Бош юзаларга қўйилган кучланишлар	+	+	+
Бош кучланишларнинг йўналиши	Қўзувчи ва сиқувчи кучланишлар йўналишини аниқлаш	+	+	+
Мор доираси	1. Кучланишлар доираси	+	+	+
	2. Қўндаланг ва қия кесимлардаги кучланишлар ўзгаришини ифодаловчи графикавий усули	+	+	+
Ҳажмий деформация	Кубикни ўзаро перпендикуляр учта қирраларининг бир вақтда чўзилиш ва сиқилишнинг таҳлили	+	+	
Деформацияни потенциал энергияси	Кубикни деформацияланишида бажарилган ишнинг таъсирловчи сарфланган энергия	+	+	
Ҳажм ўзгариши	Кубикни деформацияланишида барча қирраларини бир хил миқдорга узайиши ёки қисқариши, яъни кубик кубиклигича қолади	+	+	
Шакл ўзгариши	Кубикнинг деформацияланишида унинг қирраларининг ўлчамлари бир хил ўзгармайди, кубик параллелограмм шаклини эгаллайди	+	+	

Таянч иборалар	Луғавий маъноси	Ўқув мақсадининг тоифалари		
		билиш	тушуниш	қўллаш
Гук ҳажмий қонуни	Эластик ҳажмий деформацияни тавсифловчи қонуниятнинг математик ифодаси	+	+	
Ҳажмий эластиклик модули	Эластик ҳажмий деформациядаги физик константа	+		
Мустаҳкамлик назария	Конструкциялар мустаҳкамлиги тўғрисидаги турли назарий ва тажрибавий мулоҳаза ва ғояларни мужассамлашган ҳолатини математик ифодаси	+		
Мўрт емирилиш	Материалларни эластиклик хоссасидан ташқарида дарз ёрилиши	+		
Пластик емирилиш	Материалларни эластиклик хоссасидан ташқарида қолдиқ деформация ҳосил қилиши	+		
Силжиш	Ташқи куч таъсиридан брус кесим юзларини бир-бирига нисбатан кўчиши (ҳаракати)	+		
Абсолют силжиш	Бир бирлик ўлчамга тўғри келувчи силжиш	+		
Нисбий силжиш	Бир-бирлик ўлчамга тўғри келувчи абсолют силжиш	+		
Қирқилиш	Хавфли силжиш кесимида кесилишга қаршилиқ кўрсатиш қобилияти	+	+	

Таянч иборалар	Луғавий маъноси	Ўқув мақсадининг тоифалари		
		билиш	тушуниш	қўллаш
Эзилиш	Силжиш текислигига перпендикуляр юзада материал заррачаларининг кўчиши	+	+	
Силжиш модули	Силжиш деформациясидаги физик константа	+	+	
Бирикма	Иккита жисмни туташтириш юзаси ва усули	+	+	
Пайванд бирикма	Иккита элемент материалларини суяқ ҳолатда бириктириш усули	+	+	
Парчин михли бирикма	Иккита элементни парчин мих воситасида бириктириш усули	+	+	
Буралиш	Параллел жойлашган иккита доиравий кесимларни бир ўқ агрофида ва бир-бирига нисбатан айланиши	+	+	
Вал	Айланма ҳаракат ва қувватни узатадиган погонали доиравий кесимли брус	+	+	
Ўқ	Айланувчи гилдираклар билан ҳаракатни узатишда қатнашадиган доиравий кесимли брус	+	+	
Буровчи момент	Ташқи айлантирувчи моментларнинг алгебравий йиғиндисига тенг бўлиб, валнинг кесим юзасидаги материал заррачаларини буралишга қаршилиқ кўрсатувчи кучларининг кесим марказига нисбатан куч моментларининг тенг таъсир қилувчиси	+	+	

Таянч иборалар	Луғавий маъноси	Ўқув мақсадининг тоифалари		
		билиш	тушуниш	қўллаш
Бураллиш бурчаги	Вал кўндаланг кесим юзасини ўқ атрофида айланиш вазиятини (бурчагини) белгилayди	+	+	
Эпюра	Ички куч факторларини бруснинг ўқи бўйлаб ўзгаришини ифодаловчи маълум қонуният асосида қурилган графикаси	+	+	
Бикрлик шарт	Брус деформациясининг чекланган қийматини белгилловчи математик ифода	+	+	
Деплонация	Мажбурий бураллиш	+		
Эгувчи момент	Балканинг кесим юзасидаги қўзувчи ва сиқувчи ички бўйлама кучларни нейтрал ўққа нисбатан куч моментларининг тенг таъсир қилувчиси бўлиб, балкани танланган кесим марказига нисбатан бир томонда жойлашган ташқи кучларнинг шу кесим марказига нисбатан куч моментларининг алгебраик йиғиндиси	+	+	+
Нейтрал қатлам	Балканинг эгилишида қатнашиб қўзилмайдиган ва сиқилмайдиган материал қатлами	+	+	+
Кўчиш	Нўқтанинг ташқи куч таъсирида шу куч йўналишида бир чизик бўйлаб кўчиши	+	+	+

Таянч иборалар	Луғавий маъноси	Ўқув мақсадининг тоифалари		
		билиш	тушуниш	қўллаш
Дифференциал боғланиш	Балка кесимининг айланиш бурчаги билан салқилик орасидаги боғланиш	+	+	+
Дифференциал тенглама	Балка эгилган ўқини ташқи куч ва бикрлик билан боғланишнинг математик ифодаси	+	+	+
Универсиал формула	Балка ихтиёрий кесимининг айланиш бурчаги ва салқилигини аниқлаш формуласи	+	+	+
Графоаналитик усул	Балка танланган кесимининг айланиш бурчаги ва салқилигини аниқлашни аналитик ва графика усулларини муҷассамланган кўриниши	+	+	+
Эгилиш маркази	Балка кесимидан ташқарида жойлашган шундай нўқтаки, бу нўқтага мувозанатловчи куч қўйилиб, кесимдаги уринма кучларни кесимнинг огирлик марказига нисбатан моменти мувозанатланади ва балка кесимининг бураллиши чекланади	+	+	+
Ишлар орасидаги боғланиш	Иккита кетма-кет қўйилган кучлар таъсирида бўлган нўқталарнинг шу кучлар йўналишидаги кўчишда бажарилган ишларнинг ўзаро тенглиги	+		
Кўчишлар орасидаги боғланиш	Иккита кетма-кет қўйилган кучлар таъсирида бўлган нўқталарнинг шу кучлар йўналишидаги кўчишларининг ўзаро тенглигини ифодалайди	+		

Таянч иборалар	Луғавий маъноси	Ўқув мақсадининг тоифалари		
		билиш	тушуниш	қўллаш
Мор интегралли	Ташқи ва бирлик кучлар таъсирида бўлган нуктанинг шу кучлар йўналишидаги кўчишида бажарилган ишларнинг ўзаро тенглигига асосланган тенглама бўлиб, бу тенгламадан балканинг кўчиши ҳисобланади	+	+	+
Верещагин усули	Балка нуктасининг кўчишини аниқлашда ташқи ва бирлик куч моментлари эпюраларини қуриш ва уларни ўзаро қўлайтиришга асосланган усул	+	+	+
Деформацияларни таққослаш	Нуктанинг салқилиги ташқи ва таянч кучлари таъсиридаги салқиликларнинг йиғиндиси сифатида нолга тенг бўлади	+		
Ўзлуксиз балка	Таянчлар сони 3 та ва ундан кўп бўлган балкалар	+	+	+
Уч момент теоремаси	Учта номаълум реактив моментларни аниқлаш учун татбиқ этилган назария	+	+	+
Статик ноаниқ рама	Номаълум реакция кучларининг сони мувозанат тенгламалари сонидан кўп бўлган рама	+	+	+
Куч усули	Номаълум реакция кучларининг бирлик кучлар билан алмаштирилиши	+	+	+

Таянч иборалар	Луғавий маъноси	Ўқув мақсадининг тоифалари		
		билиш	тушуниш	қўллаш
Каноник тенглама	Бирлик кучлар бажарган ишларининг йиғиндисини ташқи кучни бирлик куч йўналишида бажарган иши билан мувозанатлашуви	+	+	+
Эгри стержень	Бўйлама ўқи текис эгри чизик бўлган стержень	+	+	+
Мураккаб қаршилиқ	Конструкциянинг иккита ва ундан ортиқ оддий деформациялар таъсирида бўлиши	+	+	+
Қийпиқ эгилиш	Симметрия ўқлари жойлашган текисликлардан ташқарида бруснинг эгилиши	+	+	+
Марказлашмаган сиқилиш	Бруснинг сиқилиш билан эгилиш деформацияларининг биргаликдаги таъсирида бўлиши	+	+	+
Буралиш ва эгилиш	Валнинг кесим юзасида буровчи ва эгувчи моментларнинг ҳосил бўлиши, яъни вални буралиш билан эгилиш деформацияларининг биргаликдаги таъсирида бўлиши	+	+	+
Келтирилган момент	Турли мустаҳкамлик назариялари асосида ҳисобланган буровчи ва эгувчи моментларнинг йиғиндиси	+	+	+

Таянч иборалар	Ўқув мақсадининг тоифалари	Ўқув мақсадининг тоифалари		
		билиш	тушуниш	қўллаш
Ноустуворлик	Сиқувчи куч таъсирида стерженнинг тўғри чизиқли шаклини сақлаб қола олмаслиги	+	+	+
Критик куч	Стержен устуворлигининг йўқолишига сабаб бўлувчи куч	+	+	+
Эгилувчанлик	Турли узунлик ва ўлчамдаги стержеларни тўғри чизиқли шаклини эластик ўзгартириш хусусиятини ифодаловчи константа	+	+	+
Динамик куч	Бир-бирлик вақт ораллигида қийматини ва йўналишини ўзгартирувчи куч	+	+	
Динамик деформация	Динамик куч таъсиридаги бруснинг шакл ёки ўлчамларининг ўзгариши	+	+	
Зарб таъсири	Маълум баландликдан тушган юкнинг жисмга таъсири	+	+	
Зарбга синаш	Зарб таъсирида материал хоссаларини ўрганиш	+	+	
Ўзгарувчан кучланиш	Вақт ораллигида қиймати ва йўналишини ўзгартирадиган кучланиш	+	+	
Материалларнинг толиқиши	Ўзгарувчан кучланиш таъсирида материални дарз ёрилиши	+	+	
Чидамлилик чегара	Материалларнинг толиқишини чеклайдиган чегара	+	+	

ЎҚУВ ВА УСЛУБИЙ (технологик) КАРТА

Т/р	Мавзулар номи	Фойдаланиладиган ўқув ва услубий қўлланмалар	Ўқув ларси ва назорат тури	Таянч иборалар ва билимни ўзлаштириш даражаси (билиш, тушуниш ва қўллаш)
1	Фаннинг вазифалари. Куч турлари. Кесил метод. Кучланиш ва деформация. Фанга қарбул қилинган гипотезалар	П-10-01 П-102 Д-1 ТС	М, Т	Материал, қаршилиқ, мустақамлик, бикрлик, устуворлик, куч, тўпланма куч, тарқалган куч, статик куч, динамик куч, кесил метод, кучланиш, контактли кучланиш; кучланишлар концентрацияси, қаттиқлик; деформация, оқдий деформация; мураккаб деформация; эластик деформация, пластик деформация; кўчиш; брус, стержен, балка, рама, қобик, конструкция; иншоот — (билиш, тушуниш)
2	Текис юзаларнинг геометрик тавсифлари. Статик ва инерция моментлари. Параллел ўқларга нисбатан инерция моментлари. Оқдий кесим юзаларининг инерция моментлари. Координата ўқларини айлантирганда инерция моментларининг ўзгариши. Бош инерция ўқлари ва бош инерция моментлари. Қаршилиқ моментлар тушунчаси.	ТС	М, МЕ Т ХИ	Геометрик тавсиф, статик момент, оғирлик маркази, инерция моменти, қўб инерция моменти, марказдан қочма инерция моменти, бош инерция ўқи, бош инерция моменти қаршилиқ моменти, инерция радиуси (билиш, тушуниш ва қўллаш)

3	Чўзиллиш ва сиқилиш. Кучланиш ва деформация. Гук қонуни. Эластиклик модули. Мустаҳкамлик шarti. Кесимни танлаш. Хусусий огирлик таъсирида чўзилиш ва сиқилиш. Тенг қаршилиқ кўрсатувчи бруслар. Температура таъсирида кучланиш ва деформация. Статик аниқ ва ноаниқ масалалар. Материалларнинг хоссаларини тажрибаларда ўрганиш. Юмшоқ лўлатни чўзилиш ва сиқилиш диаграммалари. Турли материалларни чўзилиш ва сиқилиш диаграммалари. Пластиклик ва мўрланиш. Рухсат этилган кучланишнинг танлаш. Деформацияни потенциал энергияси	П-19-03 П-19-13 П-19-04 П-19-05, П-19-06 П-19-07 П-19-08 П-19-09 П-19-11 П-19-13	М МЕ ТМ Т ХГИ	Марказий чўзилиш ва сиқилиш; чўзилиш; сиқилиш; бўйлама куч, абсолют узайиш; нисбий узайиш; Гук қонуни; эластиклик модули, бўйлама деформация, қўндаланг деформация; Пуассон коэффициент; диаграмма; пропорционалик чегара, эластиклик чегара, лухталаниш; мўрланиш, кесимнинг нисбий қисқариши; тенг қаршилиқ кўрсатувчи брус; ҳароратли кучланиш; ҳароратли деформация; мустаҳкамлик шarti; рухсат этилган кучланиш; эҳдибллик коэффициент; статик ноаниқ масала; статик ноаниқлик даражаси; деформацияларнинг боғланиши (билиш, тушуниш ва қўллаш)
---	--	---	--------------------------------------	---

4	Кучланганлик ҳолатлари. Чизикли ва текис кучланганлик ҳолатлари. Бош юзалар ва бош кучланишлар. Кучланишлар доираси. Ҳажмий кучланганлик ҳолати. Ҳажмий деформация. Гук қонуни. Эластик деформациянинг энергияси	П-19-14 П-19-14 П-19-14	М МЕ ХГИ Т	Чизикли кучланганлик ҳолати; қия кесимнинг нормал кучланиши; тўлиқ кучланиш; қия кесимни уринма кучланиши; уринма кучланишларни жуфтлик аломати; бош юза; бош нормал кучланиш; текис кучланганлик; Мор доираси; ҳажмий кучланганлик; Гукиннг ҳажмий қонуни; ҳажм ўзгариши; шакл ўзгариши (билиш, тушуниш)
5	Мустаҳкамлик назариялари. Мўрт ва пластик смирлиш. Классик ва янги мустаҳкамлик назариялари.	П-19-21 П-19-22	М Т	Энг катта бош нормал кучланишлар; энг катта нисбий деформация; энг катта уринма кучланиш; энергетик назария; Мор назарияси; мўрт смирлиш; пластик смирлиш; хавфли ҳолат; чегаравий қиймат; хавфлилик даража (билиш, тушуниш)
6	Силжиш. Гук қонуни. Кучланиш. Деформациянинг потенциал энергияси. Парчин микоти ва пайванд бирикмаларни ҳисоблаш	Д-2 ТС	М МЕ Т МТ	Соф силжиш; силжиш модули; абсолют силжиш; нисбий силжиш; бирикма; қирқилиш; эзилш; заифлашган юза (билиш, тушуниш)
7	Бураллиш. Буровчи моментни аниқлаш. Доиравий кесимли στερεжда кучланишнинг аниқлиш. Мустаҳкамлик ва биқрилиқ шartiлар. Винтсмон пружинани ҳисоблаш. Статик ноаниқ масалалар.	П-19-15 П-19-16 ТС	М МЕ ТМ Т ХГИ	Тасма, шкив, таранглик кучи, буровчи момент, бураллиш бурчаги; қувват, айланишлар сон; биқрилиқ шarti; вал; ўқ (билиш, тушуниш ва қўллаш)

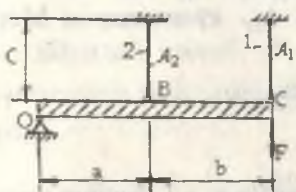
8	Эгиллиш. Ички куч факторларини аниқлаш. Эгувчи момент, кўндаланг куч ва ёйилган куч интенсивлиги орасидаги дифференциал боғланишлар. Нормал кучланишнинг аниқлаш. Нормал кучланиш бўйича мустақамлик шarti. Кесимни таниш. Уринма кучланишни аниқлаш. Мустақамлик шarti. Журавский формуласини турли кесимларга талбиқ этиш. Эгиллиш маркази. Балкани мустақамлигини бош кучланишлар бўйича текшириш. Тенг қаршилик кўрсатувчи балкалар.	П-19-18 Д-3 П-19-20 П-19-19 Д-3 ТС	М МЕ ТМ Т ХГИ	Кўндаланг куч, эгувчи момент, таянч, таянч кучи; материал қатлами сиқилади; материал қатлами чўзилади; нейтрал қатлам; рационал кесим; рухсат этилган юк; тенг қаршилик кўрсатувчи балка; эгиллиш маркази (билиш, тушуниш ва қўллаш)
	Эгиллишда кўчишни аниқлаш. Эластик чизикли дифференциал тенгламаси. Бошланғич даражalar усули. Кўчишни аниқлаш графоаналитик усули. Деформациянинг потенциал энергияси. Ишлар орасидаги боғланишлар теоремаси, кўчишлар орасидаги боғланишлар теоремаси. Мор интеграл. Вершагин формуласи. Оддий статик ноаниқ масалалар. Уч момент теоремаси. Статик ноаниқ рамалар.	ТС	М МЕ ТМ Т ХГИ	Салқилик; кесимнинг айланиш бурчати; тақрибий дифференциал тенглама; универсал формула; Мор интеграл; Вершагин усули; графоаналитик усул; бирлик куч; ишлар орасидаги боғланиш; кўчишлар орасидаги боғланиш; уч момент тенгламаси; куч усули; каноник тенглама; узлуксиз балка; бирлик куч йўналишидаги кўчиш (билиш, тушуниш ва қўллаш)

9	Эгри стерженьлар. Кучланиш ва деформация. Нейтрал ўқ тенгламаси.	ТС	М, Т	Эгри стержень; эгрилик радиуси; қобик; моментсиз назария; Лаплас тенгламаси (билиш, тушуниш)
10	Мураккаб қаршиликлар. Бураллиш билан эгиллишни биргаликдаги таъсир. Қийинлик эгиллиш. Марказий бўлмаган чўзилиш ва сиқилиш. Кучланиш ва нейтрал ўқ тенгламаси.	Д-3 ТС	М МЕ Т ХГИ	Мураккаб қаршилик; келтирилган момент; қийинлик эгиллиш; марказлаштирмаган сиқилиш; кесим ядроси; бўйлама ва кўндаланг эгиллиш (билиш, тушуниш ва қўллаш)
11	Устуворлик. Критик кучни аниқлаш. Эйлер формуласи. Критик кучланиш. Эйлер формуласини ишлатиш чегарасини аниқлаш. Устуворлик шarti. Бўйлама ва кўндаланг эгиллиш	П-19-24 Д-3 П-19-25 П-19-26 ТС	М МЕ Т ХГИ	Критик куч; критик кучланиш; синусоида; ноустувор; эгилувчанлик; устуворлик шarti; мустақамликка рухсат этилган кучланишнинг камайириш коэффициенти; интерполяция усули (билиш, тушуниш ва қўллаш)
12	Динамик кучлар. Текис теbranниш айланиш ва теbranниш ҳаракатларда динамик кучланишлар. Зарб таъсири. Зарбнинг хусусий ҳоллари. Зарбга сиқаш.	ТС	М МЕ Т	Инерция кучи; динамик кучланиш; статик кучланиш; динамик коэффициент; динамик деформация; теbranниш амплитудаси; зарб таъсири; зарбга сиқаш (билиш, тушуниш)

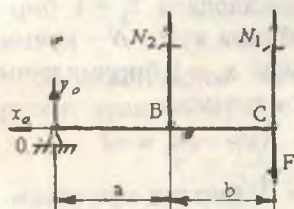
13	Ўзарувчан кучанишлар. Материалларнинг толиқшиш. Ўзарувчан кучанишлар билан турлар. Толиқшиш лизграфикси. Носиметричликларга толиқшиш чегарасини аниқлаш. Ўзарувчан кучанишларда мустақамликка ҳисоблаш.	ТС	М МЕ Т	Ўзарувчан кучаниш; толиқшиш, лизграфик; Ўзарувчан кучаниш амплитудаси; Ўзарувчан кучаниш лизгра; Ўзарувчан кучаниш турлари; симетрич Ўзарувчан кучаниш; Носиметрич Ўзарувчан кучаниш; Пулса паяли кучаниш; чизмачилик чегара; Материалларни кучаниш ларга сезгирлиги (билиш, тушуниш)
14	Материалли Гук қонунига бўйсунмаслигини материалларда кучаниш		М Т	(билиш)
15	Янги материаллар. Кучаниш ва деформацияни аниқлашнинг янги усуллари		М Т	Тензометрия усули; лизграфик; Муар повосаси (билиш)

ЭСЛАТМА: 1. Ўқув ларсининг тури - М — маъруза; МЕ — масала ечиш; ТМ — тажриба машғулот
2. Назорат тури - Т — тест синовлари; ХТИ — ҳисоблаш график ишлари
3. Фойдаланиладиган ўқитиш техник воситалари ва услубий қўлланмалар:
П — плакат; Д — диафильм; ТС — таъинч сигналлари

Мор интегралли татбиқ этиладиган масалалар



1-расм.



2-расм.

Ўзурилиш ва сиқилиш: 1-маса-
ла. Берилган ОС бикр брус О нуқ-
тада қўзғалмас шарнирли таянчга
тиралади ва 1 ва 2-стерженларга
осилган. Стерженлардаги кучла-
нишлар ва уларга қўйилган куч-
нинг рухсат этилган қиймати то-
пилсин. Стерженларнинг мате-
риали пўлат.

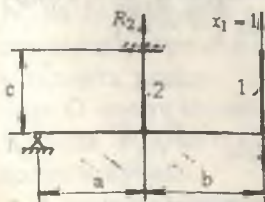
Ўчиш. Конструкцияни барча
ўлчамлари, реакция ва ички куч-
лари кўрсатилган ҳисоблаш схема-
сини чизамиз (2-расм). Масала-
нинг шартига кўра N_1 ва N_2 ички
кучлар ёрдамида F кучни рухсат
этилган қиймати топилиши керак.
 N_1 ва N_2 кучларни аниқлашда шар-
нирдаги x_0 ва y_0 реакция кучла-

рини топиш шарт эмас.

Шунинг учун учта мувозанат тенгламасидан биттаси-
ни: $\sum M_o = 0$

$$\sum M_o = -N_2 \cdot 1 - N_1 \cdot 2 + F \cdot 2 = 0$$

Ҳосил бўлган тенгламада номаълумлар сони мувоза-
нат тенгламасидан ортиқча. Демак, масала статик ноаниқ.
 N_1 ва N_2 кучларни топиш учун масалани аниқмаслик да-
ражасини очиш керак. Бунинг учун куч усулидан фойда-
ланамиз.



3-расм 7

Куч усули — системани аниқмас-
лик даражасини очишнинг умумий
усули бўлиб, қуйидаги тартибда
амалга оширилади:

1) асосий системани танлаш —
статик ноаниқ системадаги битта
ортиқча боғланишнинг таъсирини
 $x_1 = 1$ бирлик куч таъсири билан
алмаштиришдир.

Системани каноник тенгламасини тузамиз. Каноник тенгламаларнинг сони системадаги йўқотилган ортиқча боғланишлар сонига тенг бўлади. $\delta_{11} X_1 + \Delta_{1F} = 0$

Каноник тенгламадаги δ_{11} ва Δ_{1F} кўчишларни Мор интеграл ёрдамида топамиз:

$$\delta = \sum \int_0^l \frac{N \cdot N dx}{AE}$$

$\delta_{11} = \int \frac{\bar{N} \cdot \bar{N} dx}{2AE}$ – биринчи стерженни $x_1 = 1$ бирлик кучи таъсиридан шу куч йўналишидаги кучиши.

$\bar{N}$ – биринчи ва иккинчи стерженлардаги $x_1 = 1$ бирлик кучидан ҳосил бўлган ички бўйлама куч. $\bar{N}$ – кучни аниқлаш учун, асосий системани фақат $x_1 = 1$ бирлик кучи таъсиридан мувозанат тенгламасини тузамиз.

$$\sum M_o = -\bar{R}_2 \cdot 1 - x_1 \cdot 2 = 0, \text{ бу ерда } \bar{R}_2 = -2x_1 = -2$$

$\bar{R}_2$ – иккинчи стержендаги $x_1 = 1$ бирлик куч таъсиридан ҳосил бўлган бўйлама куч.

Унда:

$$\delta_{11} = \frac{\bar{R}_2 \cdot \bar{R}_2 \cdot \ell_2}{A_2 E} + \frac{x_1 \cdot x_1 \cdot \ell_1}{A_1 E} = \frac{(-2)(-2) \cdot 1}{AE} + \frac{1}{2AE} = 1,125 \cdot 10^{-4} \text{ м}$$

$\Delta_{1F} = \int \frac{N \cdot \bar{N} dx}{AE}$ – биринчи стерженни ташқи F куч таъсиридан $x_1 = 1$ бирлик куч йўналишидаги кучиши.

Бу ерда N – биринчи ва иккинчи стерженлардаги F куч таъсиридан ҳосил бўлган бўйлама куч.

N – кучни топиш учун системани фақат F куч таъсиридан мувозанат тенгламасини тузамиз.

$\bar{N}$ – биринчи ва иккинчи стерженлардаги $x_1 = 1$ бирлик кучидан ҳосил бўлган бўйлама кучи ($\bar{N} = -2$).

$$\sum M_o = -R_2 \cdot 1 + 2F = 0 \text{ ва } R_2 = 2F$$

$$\text{Унда: } \Delta_{1F} = \frac{R_2 \cdot \bar{N} \cdot \ell_2}{A_2 E} = \frac{2F(-2) \cdot 1}{2 \cdot 10^4 \cdot 2 \cdot 10^8} = -F \cdot 10^{-4}$$

δ_{11} ва Δ_{1F} кўчишларни каноник тенгламага келтириб қўямиз.

$$1,125 \cdot 10^{-4} \cdot x_1 - F \cdot 10^{-4} = 0 \quad \text{ва} \quad x_1 = \frac{F}{1,125} kH$$

Шундай қилиб, $N_1 = x_1 = \frac{F}{1,125}, kH$ кучни мувозанат системани тенгламасига келтириб қуйиб N_2 кучни топамиз.

$$-N_2 \cdot 1 - 2 \cdot \frac{F}{1,125} + 2F = 0 \quad \text{ёки} \quad N_2 \cdot 1 - 2 \cdot \frac{F}{1,125} + 2F = 0$$

$$\text{ва} \quad N_2 = \frac{0,25F}{1,125}$$

Стерженларни мустаҳкамлик шартидан фойдаланиб рухсат этилган кучни топамиз:

$$\sigma = \frac{N_1}{2A} = \frac{F}{2,25A} = \frac{F}{4,5 \cdot 10^{-4}} \leq [\sigma]$$

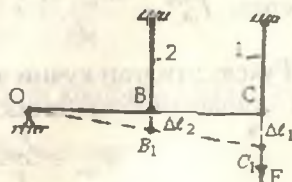
$$\text{Бу ерда: } F_{\text{рух}} = 4,5 \cdot 10^{-4} \cdot 160 \cdot 10^3 = 72 kH;$$

$$\sigma'' = \frac{N_2}{A} = \frac{0,25 \cdot F}{2,25 \cdot 10^{-4}} \leq [\sigma]$$

$$\text{Бу ерда: } F_{\text{рух}} = \frac{2,25 \cdot 10^{-4} \cdot 160 \cdot 10^3}{0,25} = 144 kH, \quad F_{\text{рух}} = 72 kH \quad \text{кучни қабул қиламиз.}$$

Статик ноаниқликни очишни — системани деформация тенгламасини тузиш усули. Қўшимча — деформация тенгламани тузиш учун системанинг деформациясини ўрганамиз. F куч таъсирида биринчи ва иккинчи стерженларда N_1 ва N_2 бўйлама кучлар ҳосил бўлади. N_1 ва N_2 кучлар таъсирида биринчи стержень $\Delta \ell_1$ ва иккинчи стержень $\Delta \ell_2$ миқдорга узаяди. Натижада ОВС брус O нуқта атрофида айланади. В нуқта B_1 ҳолатга ва C нуқта C_1 ҳолатга кучади.

Схемада $\triangle OBB_1 \sim \triangle OCC_1$ ҳосил бўлади. Унда: $\frac{BB_1}{OB} = \frac{CC_1}{OC}$



4-расм.

$$\text{Бу ерда: } BB_1 = \Delta \ell_2 = \frac{N_2 \ell_2}{E_2 A_2}; \quad OB = 1 \text{ м}; \quad CC_1 = \Delta \ell_1 = \frac{N_1 \ell_1}{E_1 A_1}$$

ва $OC = 2 \text{ м}$

$$\frac{N_2 \ell_2}{E_2 A_2} = \frac{N_1 \ell_1}{2 \cdot E_1 A_1} \quad \text{ва} \quad \frac{N_2 \cdot 1}{EA} = \frac{N_1 \cdot 1}{2E_2 A}, \quad \text{бу ерда: } N_2 = \frac{N_1}{4}$$

Системани деформациясини ўрганиш натижасида $N_2 = N_1 \frac{1}{4}$ тенгламани ҳосил қилдик. Бу тенгликни системани мувозанат тенгламаси билан биргаликда ечиб N_1 ва N_2 кучларни топамиз:

$$-N_2 - 2N_1 + 2F = 0 \quad \text{ва} \quad -\frac{N_1}{4} - 2N_1 + 2F = 0. \quad \text{Унда} \quad N_1 = \frac{8F}{9}$$

Стерженлардаги бўйлама кучлар ҳар хил бўлса ҳам улардаги кучланишлар бир хил ва ўзаро тенг: $\sigma^I = \sigma = 0,2 \cdot 10^4 \text{ Ф}$.

Стерженлардаги қўйилиши мумкин бўлган чекли юк $F_{ок}^{чек}$ таъсирида энг аввал иккинчи стерженда оқувчанлик чегараси бошланади (пластик деформация ҳосил бўлади). Унда иккинчи стержендаги бўйлама куч $N_2 = \sigma_{ок} \cdot 2A$ га тенг бўлади.

Конструкцияни тулиқ юк кўтариш қобилияти йўқолиши учун биринчи стерженда ҳам оқувчанлик чегараси бошланиши ёки пластик деформация ҳосил бўлиши керак. Унда биринчи стержендаги бўйлама куч $N_1 = \sigma_{ок} \cdot A$ га тенг бўлади. Чекли юк $F_{ок}^{чек}$ ни топиш учун $\sum M_0 = 0$ мувозанат тенгламасидан фойдаланамиз:

$$\sum M_0 = -N_1 \cdot 1 - N_2 \cdot 2 + 2F_{ок} = 0$$

$$\text{Бу ерда: } F_{ок}^{чек} = \frac{5\sigma_{ок} \cdot A}{2} = \frac{5 \cdot 240 \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot 10^{-4}}{2} = 120 \text{ кН}$$

Рухсат этилган кучни эҳтиётлик коэффициенти $K = 1,5$ дан фойдаланиб топамиз:

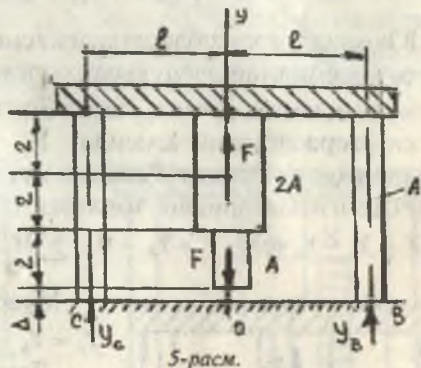
$$F_{рух} = \frac{F_{ок}}{K} = \frac{120}{1,5} \approx 80,0 \text{ кН}$$

Демак, системани мустаҳкамлик шарти ва чекли кучланиши бўйича рухсат этилган кучлари бир хил экан.

2 - масала.

Қўзғалмас таянчга тиралувчи иккита стерженларга ўрнатилган бруснинг ўртасига поғонали стержень осилган. Четки стерженларни қўндаланг кесим юзаси $A = 20 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$; поғонали брус қўзғалмас таянчга $\Delta = 3 \cdot 10^{-5} \text{ м}$ масофа етишмайди. Поғонали стерженнинг хусусий оғирлигини ҳисобга олмасдан, F кучни қийматида Δ – зазор ёпилиши

топилсин. Берилган F куч таъсиридан поғонали стерженни пастки асосида ва ўрта поғонали стержень учун бўйлама куч эпюраси қурилсин. Берилган F куч таъсиридан поғонали стерженни пастки асосида ҳосил бўлган реакция нолга тенг бўлиши учун ўртача поғонали стерженни неча градусга совутилиши аниқлансин.



Берилган $E = 2 \cdot 10^8 \frac{\text{кН}}{\text{м}^2}$, $F = 19 \text{ кН}$

Ечиш: С ва В нуқталардаги реакция кучларини топамиз:

$$\sum Y = Y_A - F + F + Y_B = 0; \quad \sum M_C = F l - F l - Y_B 2l = 0$$

Иккита тенгламадан $Y_A = Y_B = 0$ ҳосил бўлади. Четки стерженлар деформацияга учрамайди. Δ – зазор фақат поғонали стерженнинг деформацияси натижасида ёпилади. Δ – зазор ёпилиш шартидан фойдаланиб F кучни тонамиз:

$$\Delta = \frac{-F \cdot 2}{E 2A} + \frac{F \cdot 4}{E 2A} + \frac{F \cdot 2}{EA} = \frac{F}{EA}$$

Бу ерда: $\frac{-F \cdot 2}{E 2A}$ – поғонали стерженни юқорига йўналган

F куч таъсиридан ҳосил бўлган деформацияси.

$\frac{F \cdot 4}{E2A} + \frac{F \cdot 2}{E2A}$ поғонали стерженни пастга йўналган F куч таъсиридан ҳосил бўлган деформацияси.

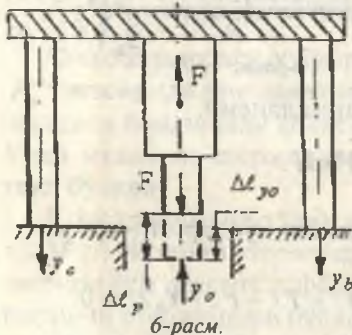
Унда $F = \Delta EA = 3 \cdot 10^{-5} \cdot 2 \cdot 10^8 \cdot 20 \cdot 10^{-4} = 12 \text{ кН}$

Агар, F кучлар бир томонга, масалан, пастга йўналса C ва B нуқталардаги реакциялар $Y_c = Y_b = F$ бўлади. F кучни қуйидаги тенгламадан топамиз:

$$\Delta = \frac{F \cdot 2}{E2A} + \frac{F \cdot 4}{E2A} + \frac{F \cdot 2}{EA} = \frac{5F}{EA}$$

Юқоридаги ҳисоблаш натижасига кўра берилган F куч Δ – зазор ёпилиши учун керак бўлган F кучдан катта эканлиги аниқланди. Демак, зазор ёпилади, натижада ўрта ва четки стерженларни асосида Y_c , Y_0 ва Y_b — реакция кучлари ҳосил бўлади. Реакция кучларни системани мувозанат тенгламаларидан топамиз (6-расм).

$$\sum Y = Y_c - Y_0 + F - F + Y_b = 0; \quad \sum M_c = F\ell - F\ell + Y_0\ell - Y_b 2\ell = 0$$



Мувозанат тенгламаларидан

$$Y_c = Y_b = \frac{Y_0}{2} \text{ ни ҳосил қиламиз.}$$

Демак, мувозанат шартларидан реакция кучларини топиш мумкин эмас. Масала статик ноаниқ.

1. Статик ноаниқликни очишни — системани деформация тенгламасини тузиш усули.

Поғонали стерженни берилган F куч таъсиридаги деформациясидан поғонали

стерженларни Y_0 — реакция таъсиридаги деформациясини айирмасини Δ – зазорга тенглаштирамиз (6-расм), яъни $\Delta l_H - \Delta l_{y_0} = \Delta$

$$\text{Бу ерда: } \Delta l_H = -\frac{F \cdot 2}{EA} + \frac{F \cdot 4}{E2A} + \frac{F \cdot 2}{EA} = \frac{3F}{EA} \text{ ва}$$

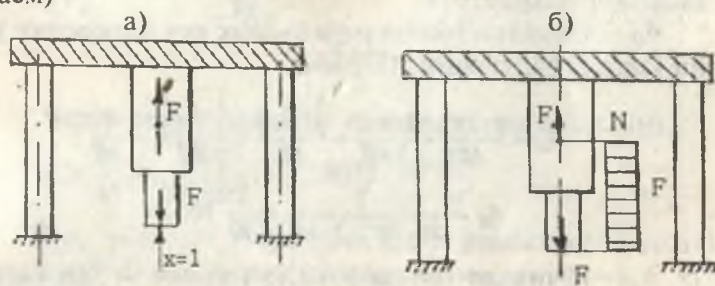
$$\Delta l_{y_0} = \frac{Y_0 \cdot 2}{EA} + \frac{Y_0 \cdot 4}{E2A} + \frac{Y_0 \cdot 6}{EA} = \frac{7Y_0}{EA}$$

$$\text{Унда: } \frac{3F}{EA} - \frac{7Y_0}{EA} = \Delta \text{ тенгламадан } Y_0 = \frac{3F - \Delta EA}{7} = 6,43 \text{ кН}$$

$$Y_c = Y_b = \frac{Y_0}{2} = \frac{6,43}{2} = 3,215 \text{ кН} \quad \text{кН}$$

II. Статик ноаниқликни очишни — куч усули

Асосий системани ҳосил қилиш учун статик ноаниқ системасидан ортиқча боғланишни йўқотамиз (7-а расм). Берилган схемада О кесимни таянчдан озод этиб, таянч таъсирини $X=1$ бирлик куч таъсири билан алмаштирамиз. Асосий система — учун берилган куч ва бирлик кучлар таъсиридан бўйлама куч эпюраларини қурамиз (7-б расм)



7-расм.

Агар, F кучлар бир томонга — пастга йўналса, бўйлама куч эпюраси № четки стерженларда ҳам қурилади (7-б расм), чунки пастга йўналган F кучлар четки стерженларни сиқади. Натижада четки стерженларда ҳам ички зўриқиш кучлари ҳосил бўлади.

Каноник тенгламани тузамиз: $\delta_{11}x_1 + \Delta_{1H} = -\Delta$

Каноник тенгламанинг ўнг томонига зазор Δ — кириптиди, чунки поғонали брусни пастки кесимидаги кўчиш нолга тенг эмас, балки зазор Δ — га тенг.

Каноник тенгламада Δ — зазорни олдинги томонига минус ишора қўйилди, $X_1=1$ кучни йўналиши поғонали стерженни пастки қисми кўчишининг йўналишига тескари.

δ_{11} ва Δ_{1H} кўчишларини топишда Верещагин усулидан фойдаланамиз:

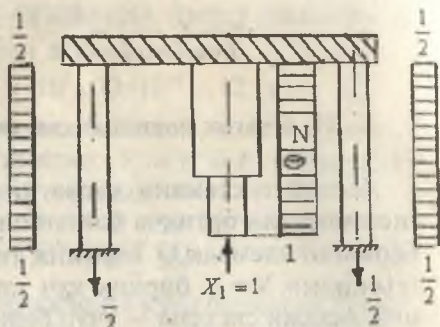
$$\delta = \sum \frac{\omega \cdot y}{AE}$$

Бу ерда: ω — буйлама куч эпюрасининг юзаси;

y — буйлама куч эпюрасининг юзаси-
 ω — ни оғирлик мар-
 казига тўғри келувчи,
 бирлик куч эпюраси-
 нинг ординатаси;

AE — стерженни
 ўрганилаётган участ-
 касининг бикрлиги;

δ_{II} — кўчишни топиш учун бирлик куч эпюрасини ўзи-
 ни ўзига кўпайтирамиз (8-расм).



8-расм.

$$\delta_{II} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 1}{AE} + \frac{1 \cdot 4 \cdot 1}{2AE} + \frac{1}{2} \cdot \frac{6}{2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{6}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{7}{AE}$$

$$\delta_{II} = \frac{7}{20 \cdot 10^{-4} \cdot 2 \cdot 10^8} = \frac{7}{40} \cdot 10^{-4} \text{ м}$$

Δ_{IF} — кўчишни топиш учун куч юзаси ω ни бирлик
 куч эпюрасига кўпайтирамиз:

$$\Delta_{IF} = \frac{F \cdot 2(-1)}{AE} + \frac{F \cdot 2(-1)}{2AE} = -\frac{3F}{AE} = -\frac{3 \cdot 19}{20 \cdot 10^{-4} \cdot 2 \cdot 10^8} = -\frac{57}{40} \cdot 10^{-4} \text{ м}$$

Топилган δ_{II} ва Δ_{IF} — кўчишларни қийматларини ка-
 ноник тенгламага келтириб қўямиз:

$$\frac{7}{40} \cdot 10^{-4} \cdot x - \frac{57}{40} \cdot 10^{-4} = -3 \cdot 10^{-5}$$

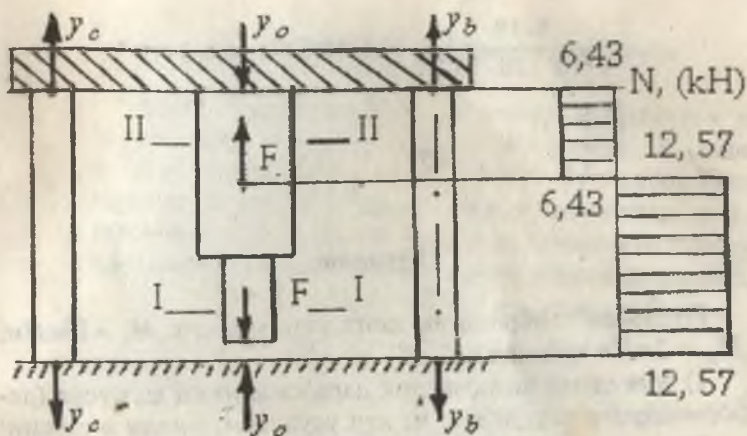
Бу ерда: $x = 6,43 \text{ кН}$; демак, $x = y_o = 6,43 \text{ кН}$

$$\text{ва } y_c = y_B = \frac{y_o}{2} = \frac{6,43}{2} = 3,215 \text{ кН}$$

Погонали стержендаги буйлама кучни топамиз:

I—I участка $N_1 = F - y_o = 19 - 6,43 = 12,57 \text{ кН}$ (чўзувчи)

II—II участка $N_2 = F - F - y_o = -6,43 \text{ кН}$ (сиқувчи)



9-расм.

Четки стерженлардаги кучланишларни топамиз.

$$\sigma = \frac{y_c}{A} = \frac{3,215}{20 \cdot 10^{-4}} = 0,16075 \cdot 10^4 \frac{kH}{m^2}$$

Ўрта поғонали стерженни қанча даражага совутилган-да пастки О кесимдаги реакция кучи y_o берилган F кучи таъсирида нолга тенг бўлади.

$$\Delta \ell_F - \Delta \ell_t = \Delta \quad \text{ёки} \quad \frac{3F}{EA} - \alpha \cdot \Delta t \cdot \ell = \Delta$$

Бу ерда $\Delta \ell_F = \frac{3F}{EA}$ — поғонали стерженни F кучлари таъсиридан деформацияси;

$\Delta \ell_t = \alpha \cdot \Delta t \cdot \ell$ — поғонали стерженни температура таъсиридан деформацияси;

α — стержень материалыни температура таъсиридан чизикли кенгайиш коэффициенти;

Δt — температуралар фарқи;

$\ell = 6m$; поғонали стерженнинг узунлиги.

Поғонали стержень совутилса — қисқаради (сиқилади). Шунинг учун формулада $\Delta \ell_t$ — деформация минус ишора билан ёзилган:

$$\frac{3 \cdot 19}{2 \cdot 10^8 \cdot 20 \cdot 10^{-4}} - 125 \cdot 10^{-7} \cdot \Delta t \cdot 6 = 3 \cdot 10^{-5}$$

$$\text{ва } \Delta t = \frac{\left(\frac{570}{40} - 3\right) \cdot 10^{-5}}{7,5 \cdot 10^{-5}} = 1,5^\circ$$

Буралиш

Пулатдан тайёрланган валга учта момент $M_1 = 13 \text{ кНм}$; $M_2 = 7 \text{ кНм}$ қўйилган:

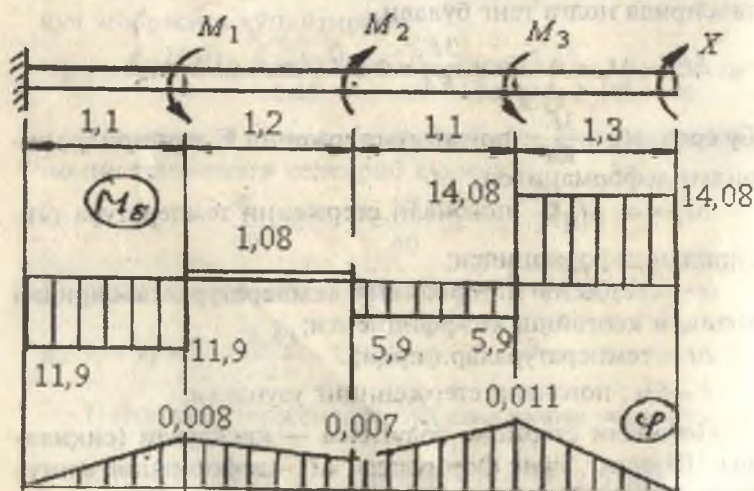
1) Масалани аниқмаслик даражаси икки хил усул (деформацияни таққослаш ва куч усуллари) билан очилсин;

2) x — моментни қайси қийматида вални ўнг кесимининг буралиш бурчаги нолга тенг бўлади;

3) x — моментни топилган қийматида буровчи моментни эпюраси қурилсин;

4) вал материалыни буралишга мустаҳкамлик шартидан фойдаланиб, вални диаметрини танланг ($[\tau] = 50 \text{ МПа}$);

5) буралиш бурчаги эпюраси қурилсин.



10-расм.

Деформацияни таққослаш усули

Ечиш. Масалани шартига асосан номаълум x моментни қиймати шундай танланиши керакки, K кесимни O кесимга нисбатан буралиш бурчаги нолга тенг бўлсин. Бунинг учун валга қўйилган барча моментлар ва x момент таъсиридан K кесимни O кесимга нисбатан буралиш бурчаларининг йиғиндисини нолга тенглаштирамиз:

$$\varphi_k = \varphi_{KM_1} + \varphi_{KM_2} + \varphi_{KM_3} + \varphi_{Kx} = 0$$

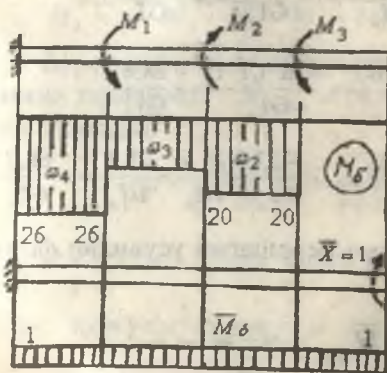
Бу ерда: $\varphi_{KM_1} = \frac{-M_1 \cdot 1,1}{GI_\rho}$; $\varphi_{KM_2} = \frac{M_2 \cdot 2,3}{GI_\rho}$

$\varphi_{KM_3} = \frac{-M_3 \cdot 3,4}{GI_\rho}$; $\varphi_{Kx} = \frac{x \cdot 4,7}{GI_\rho}$ Унда:

$$\frac{-M_1 \cdot 1,1}{GI_\rho} + \frac{M_2 \cdot 2,3}{GI_\rho} - \frac{M_3 \cdot 3,4}{GI_\rho} + \frac{x \cdot 4,7}{GI_\rho} = 0 \text{ ва } x = 14,085 kHm$$

Статик аниқмасликни очишни куч усули

Валдан ортиқча боғланишни ташлаб юборамиз ва асосий системани ҳосил қиламиз. Вални ортиқча боғланиши деб, K — кесимни буралишига ҳақиқий бераётган x моментни қабул қиламиз.



11-расм.

Масалани шартига асосан K кесимни буралиш бурчаги нолга тенг бўлиши керак. Ана шу шартни каноник тенглама кўринишида ёзамиз:

$$\delta_{11}x + \Delta_{1M} = 0.$$

Асосий системада ташқи моментлардан буровчи моментни аниқлаймиз ва эпюрасини курамиз (11-расм).

1—1 участок $M_{1\delta} = 0$

II—II участка $M_{2\delta} = -M_3 = -20 \text{ кНм}$

III—III участка $M_{3\delta} = -M_3 + M_2 = -20 + 7 = -13 \text{ кНм}$

IV—IV участка $M_{4\delta} = -M_3 + M_2 - M_1 = -26 \text{ кНм}$

Вални узунлиги бўйлаб $\bar{x} = 1$ бирлик куч таъсиридан ҳосил бўлган $\bar{M}_\delta = 1$ бирлик момент эпюрасини курамиз (11-расм).

Каноник тенгламадаги коэффициентларни ҳар бир оралиқ учун Мор интегралини Верещагин усули билан топамиз.

$$\text{I—I участка } \varphi_I = \int_0^{1,3} \frac{M_{1\delta} \cdot \bar{M}_\delta}{GI_\rho} dx = 0$$

$$\text{II—II участка } \varphi_{II} = \int_0^{1,3} \frac{M_{2\delta} \cdot \bar{M}_\delta}{GI_\rho} = \frac{\omega_2 \cdot \bar{M}_\delta}{GI_\rho}$$

Бу ерда $\omega_2 = 20 \cdot 1,1 = 22 \text{ кНм}^2$ – вални иккинчи участкасидаги куч юзаси (11-расм).

$\bar{M}_\delta$ – иккинчи участка куч юзасининг оғирлик маркази остида жойлашган бирлик момент эпюрасининг ординатаси, $\bar{M}_\delta = 1$.

$$\text{Унда } \varphi_{II} = \frac{22 \cdot 1}{GI_\rho} = -\frac{22}{GI_\rho}$$

$$\text{III—III участка } \varphi_{III} = \frac{\omega_3 \cdot \bar{M}_\delta}{GI_\rho} = \frac{-13 \cdot 1,2 \cdot 1}{GI_\rho} = -\frac{15,6}{GI_\rho}$$

$$\text{IV—IV участка } \varphi_{IV} = \frac{\omega_4 \cdot \bar{M}_\delta}{GI_\rho} = \frac{-26 \cdot 1,1 \cdot 1}{GI_\rho} = -\frac{28,6}{GI_\rho}$$

$$\text{Унда: } \Delta_{1M} = \varphi_I + \varphi_{II} + \varphi_{III} + \varphi_{IV} = \frac{-22}{GI_\rho} - \frac{15,6}{GI_\rho} - \frac{28,6}{GI_\rho} = -\frac{66,2}{GI_\rho}$$

δ_{II} – кўчишни топиш учун Верещагин усулидан фойдаланамиз (11-расм).

$$\text{I—I участка } \varphi^I = \int_0^{1,3} \frac{\bar{M} \cdot \bar{M}}{GI_\rho} dx = \frac{\omega \cdot \bar{M}}{GI_\rho}$$

Бу ерда ω — бирлик момент эпюрасини биринчи участкадаги юзаси:

$$\omega = 1 \cdot 1,3 = 1,3 \text{ ва } \overline{M} = 1. \text{ Унда: } \varphi^I = \frac{1,3}{GI_p}$$

$$\text{II—II участка } \varphi^{II} = \frac{1,1}{GI_p}$$

$$\text{III—III участка } \varphi^{III} = \frac{1,2}{GI_p}$$

$$\text{IV—IV участка } \varphi^{IV} = \frac{1,1}{GI_p}$$

$$\text{Унда } \delta_{II} = \varphi^I + \varphi^{II} + \varphi^{III} + \varphi^{IV} = \frac{1,3}{GI_p} + \frac{1,1}{GI_p} + \frac{1,2}{GI_p} + \frac{1,1}{GI_p} = \frac{4,7}{GI_p}$$

Топилган коэффициентларни каноник тенгламага келтириб қўямиз:

$$\frac{4,7}{GI_p} \cdot x - \frac{66,2}{GI_p} = 0, \text{ бу ердан } x = -\frac{\Delta_{II}}{\delta_{II}} = \frac{66,2}{4,7} = 14,085 \text{ кНм}$$

Энди берилган система учун (10-расм) буровчи момент эпюрасини қурамиз:

$$\text{I—I участка } M_\delta = x = 14,085 \text{ кНм}$$

$$\text{II—II участка } M_\delta = x - M_3 = 14,085 - 20 = -5,915 \text{ кНм}$$

III—III участка

$$M_\delta = x - M_3 + M_2 = 14,085 - 20 + 7 = 1,085 \text{ кНм}$$

IV—IV участка

$$M_\delta = x - M_3 + M_2 - M_1 = 14,085 - 20 + 7 - 13 = -11,915 \text{ кНм}$$

Буровчи момент эпюрасидан вални энг хавфли кесимини танлаймиз: $M_{\delta \max} = 14,085 \text{ кНм}$. Валнинг диаметрини топамиз:

$$d = \sqrt[3]{\frac{16 M_{\delta \max}}{\pi [\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 14,085}{3,14 \cdot 50 \cdot 10^3}} = 0,113 \text{ м}$$

$d = 0,12 \text{ м} = 120 \text{ мм}$ қабул қиламиз. Буралиш бурчагини

Гук қонунига асосан топамиз. $\varphi = \frac{M_\delta \cdot \ell}{GI_p}$, бу ерда

$G = 8 \cdot 10^7 \frac{kH}{m^2}$ — вал материалынинг силжиш модули;
 $I_p = \frac{\pi d^4}{32}$ — вал кесимини қутб инерция моменти.

$$\text{Унда, } GI_p = 8 \cdot 10^7 \cdot \frac{3,14 \cdot (0,12)^4}{32} = 1627,8 kHm^2$$

$$\text{I—I участка } \varphi_1 = \frac{14,085x_1}{1627,8}; \quad 0 \leq x_1 \leq 1,3m$$

$x_1 = 0$ бўлса, $\varphi_1 = \varphi_k = 0$. $x_1 = 1,3m$ бўлса, $\varphi_1 = \varphi_B = 0,01125$ рад

$$\text{II—II участка } 0 \leq x_2 \leq 1,1m \quad \varphi_{II} = 0,01125 - \frac{5,915 \cdot x_2}{1627,8}$$

$x_2 = 0$ бўлса, $\varphi_{II} = \varphi_B = 0,01125$ рад

$x_2 = 1,1m$ бўлса, $\varphi_{II} = \varphi_C = 7,25 \cdot 10^{-3}$ рад

$$\text{III—III участка } 0 \leq x_3 \leq 1,2m \quad \varphi_{III} = 0,00725 + \frac{1,085 \cdot x_3}{1627,8}$$

$x_3 = 0$ бўлса, $\varphi_{III} = \varphi_C = 0,00725$ рад

$x_3 = 1,2m$ бўлса, $\varphi_{III} = \varphi_D = 0,00805$ рад

$$\text{IV—IV участка } 0 \leq x_4 \leq 1,1m \quad \varphi_{IV} = 0,00805 - \frac{11,915 \cdot x_4}{1627,8}$$

$x_4 = 0$ бўлса, $\varphi_{IV} = \varphi_D = 0,00805$ рад

$x_4 = 1,1m$ бўлса, $\varphi_{IV} = \varphi_O = 0,00805 - 0,00805 = 0$ рад

АДАБИЁТЛАР

1. *М.Т. Урозбоев*. Материаллар қаршилиги курси. Т., 1973 й.
2. *К.М. Мансуров*. Материаллар қаршилиги. Т., 1983 й.
3. *С.А. Йулдошбеков*. Материаллар қаршилиги. Т., 1983 й.
4. *С.Смирнов*. Материаллар қаршилиги. Т., 1998 й.
5. *Г.С. Писаренко*. Сопротивление материалов. Киев, 1988 г.
6. *Н.Н. Беляев*. Сопротивление материалов. М., 1973 г.
7. *В.К. Качурин*. Материаллар қаршилигидан масалалар туплами. Т., 1998 й.
8. *Г.С. Писаренко и другие*. Справочник по сопротивлению материалов, Киев, 1975 г.
9. *В.А. Гастев*. Краткий курс сопротивления материалов. М., 1977 г.
10. *Н.К. Снитко*. Сопротивление материалов. Л., 1975 г.
11. *М.В. Рубинин*. Руководство и практические занятия по сопротивлению материалов. М., 1957 г.
12. *А.С. Вольмир*. Сборник задач по сопротивлению материалов. М., 1984 г.
13. *Г.М. Ицкович и другие*. Руководство к решению задач по сопротивлению материалов. Р., 1963 г.
14. *А.В. Дарков, Г.С. Шпиро*. Сопротивление материалов. М., 1989 г.
15. *В.И. Федосьев*. Сопротивление материалов. М., 1989 г.
16. *М.М. Фалоненко-Бородин и другие*. Курс сопротивления материалов. Том-1. М., 1956 г.
17. *П.А. Степин*. Сопротивление материалов. М., 1988 г.
18. *А.В. Александров*. Сборник задач по сопротивлению материалов. М., 1977 г.

МУНДАРИЖА

Кириш	5
Куч ва куч турлари	8
Деформация ва кучиш	11
Материаллар қаршилигида қабул қилинган гипотезалар	12
Конструкция элементлари	13

I БОБ. ТЕКИС КЕСИМ ЮЗАЛАРИНИНГ ГЕОМЕТРИК ТАВСИФЛАРИ

1.1. Статик момент ва инерция моментлар	15
1.2. Параллел уқларга нисбатан инерция моментлар ...	17
1.3. Оддий кесим юзаларининг геометрик тавсифлари	18
1.4. Оддий кесим юзаларининг қаршилиқ моментлари	21
1.5. Координата уқларини айлантирганда инерция моментлари	22
1.6. Инерция эллипси ҳақида тушунча	27
Масалалар	29

II БОБ. ЧЎЗИЛИШ ВА СИҚИЛИШ

2.1. Бўйлама куч. Кучланиш ва деформация	46
2.2. Ҳарорат таъсирида кучланиш ва деформация	49
2.3. Хусусий оғирлик таъсиридаги стерженнинг чўзилиш ёки сиқилишини ҳисоблаш	50
2.4. Чўзилиш ва сиқилишда статик ноаниқ системалар	53
2.5. Материалларни чўзилиш ва сиқилишга синаш	55
2.5.1. Юмшоқ пўлатнинг чўзилиш диаграммаси	56
2.5.2. Материалларни чўзилиш ва сиқилиш диаграммалари	60

2.5.3. Чўзилиш ва сиқилишда потенциал энергия	64
2.6. Рухсат этилган кучланишни танлаш	64
2.7. Кучланишлар концентрацияси	65
2.8. Контакт кучланишлар ҳақида тушунча	66
2.9. Қаттиқлик	67
2.10. Янги материалларнинг механик тавсифлари	68
Масалалар	69

III БОБ. КУЧЛАНГАНЛИК ҲОЛАТЛАРИ ВА МУСТАҲКАМЛИК НАЗАРИЯЛАРИ

3.1. Чизиқли кучланганлик ҳолати	111
3.2. Текис кучланганлик ҳолати	113
3.3. Кучланишларни график усулда топиш	115
3.4. Ҳажмий кучланганлик ҳолати	118
3.5. Ҳажмий деформация	120
3.6. Деформациянинг потенциал энергияси	121
Масалалар	122
3.7. Мустаҳкамлик назариялари	125

IV БОБ. СИЛЖИШ

4.1. Соф силжишда кучланиш ва деформация	138
4.2. Соф силжишда рухсат этилган кучланиш	142
4.3. Парчин михли бирикмаларни ҳисоблаш	143
4.4. Пайванд бирикмалар	145
Масалалар	147

V БОБ. БУРАЛИШ

5.1. Буровчи момент ҳақида тушунча	150
5.2. Доиравий кесим юзали брусларнинг буралишда кучланиш ва деформация	152
5.3. Буралишда мустаҳкамлик ва бирлик шартлари	155
5.4. Буралишда статик аниқмас масала	156
5.5. Буралишда кучланиш ҳолатининг таҳлили	157

5.6. Буралишда потенциал энергия	158
5.7. Винтсимон цилиндрик пружиналарни ҳисоблаш	159
5.8. Кесими доирвий бўлмаган стерженларнинг буралиши	161
Масалалар	163

VI БОБ. ЭГИЛИШ

6.1. Таянч ва таянч турлари	181
6.2. Эгилишда ички кучларни аниқлаш	182
Масалалар	186
6.3. Эгилишда нормал кучланишни аниқлаш	196
6.3.1. Турли кесимлар учун нормал кучланиш эпюраси	201
6.4. Эгилишда уринма кучланишни аниқлаш	204
6.4.1. Журавский формуласини турли кесимларга татбиқ этиш	208
6.5. Балкалар мустаҳкамлигини бош кучланишлар бўйича текшириш	218

VII БОБ. ЭГИЛИШДА БАЛКАЛАРНИНГ КЎЧИШНИ АНИҚЛАШ

7.1. Салқилик ва кесимнинг айланиш бурчаги	229
7.2. Балка эгилиш ўқининг дифференциал тенгламаси	230
7.3. Бошланғич параметрлар усули	232
7.4. Эгилишда кўчишни топишнинг графоаналитик усули	235
Масалалар	237
7.5. Тенг қаршилиқ кўрсатувчи балкалар. Ўзгарувчан кесимли балкаларда кўчишларни аниқлаш	262
7.6. Эгилишда кўчишларни топишнинг энергетик усуллари	265
7.6.1. Эгилишда деформациянинг потенциал энер- гияси	265

7.6.2. Ишлар орасидаги боғланишлар теоремаси.	
Кўчишлар орасидаги боғланишлар теоремаси .	267
7.6.3. Эгилишда кўчишларни аниқлашнинг Мор интегралли	270
7.6.4. Верешагин қондаси	271
7.7. Статик аниқмас системалар	272
7.8. Узлуксиз балкалар. Уч момент теоремаси	276
7.9. Статик аниқмас рамаларни ҳисоблаш	280
Масалалар	282

VIII БОБ. ЭГРИ СТЕРЖЕНЛАР

8.1. Эгувчи момент, кўндаланг ва бўйлама кучларни аниқлаш	308
8.2. Кўндаланг ва бўйлама кучлар билан боғлиқ бўлган кучланишлар	310
8.3. Эгувчи момент билан боғлиқ бўлган кучланишни аниқлаш	310
8.4. Эгри стерженда нейтрал ўқ ҳолатини аниқлаш	314
8.5. Эгри стерженларда мустаҳкамлик шартлари	315
Масалалар	316
8.6. Юпқа деворли идишларни ҳисоблаш	322

IX БОБ. МАТЕРИАЛИ ГУК ҚОНУНИГА БЎЙСУНМАЙДИГАН БАЛКАЛАРНИНГ ЭГИЛИШИ

Кучланиш	338
----------	-----

X БОБ. МУРАККАБ ҚАРШИЛИКЛАР

10.1. Эгилиш билан буралишнинг биргаликдаги таъсири	344
10.2. Қийшиқ эгилиш	347
10.3. Марказлашмаган сиқилиш (чўзилиш)	351
10.4. Эгилиш билан чўзилишни ёки сиқилишнинг бирга- ликдаги таъсири	356

Масалалар	357
-----------------	-----

XI БОБ. СИҚИЛГАН СТЕРЖЕНЛАРНИ УСТУВОРЛИККА ҲИСОБЛАШ

Устуворлик ҳақида тушунча	367
11.1. Критик кучни аниқлаш. Эйлер формуласи	368
11.2. Эйлер формуласини ишлатиш чегарасини аниқлаш	371
11.3. Сиқилган стерженнинг кундаланг кесимдаги рационал шакли	373
11.4. Сиқилган стерженларни устуворликка амалий ҳисоблаш	375
11.5. Буйлама ва кундаланг эгилиш	377
Масалалар	380

XII БОБ. ДИНАМИК КУЧЛАР

Умумий тушунчалар	391
12.1. Текис тезланишли ҳаракатда кучланишни аниқлаш	392
12.2. Тебранма ҳаракатда кучланишни аниқлаш	395
12.3. Зарб таъсирида кучланиш	397
12.4. Ўзгарувчан кесимли стерженларда зарб таъсиридаги кучланиш	402

XIII БОБ. ЎЗГАРУВЧАН КУЧЛАНИШЛАР

Умумий тушунчалар	407
13.1. Кучланиш цикларининг турлари	408
13.2. Симметрик циклда чидамлилиқ чегарасини аниқлаш	410
13.3. Носимметрик циклда чидамлилиқ чегарасини аниқлаш	412
13.4. Чидамлилиқ чегарасига таъсир қилувчи факторлар	414

13.5. Ўзгарувчан кучланишларда мустаҳкамлик шарти	415
Масалалар	418

XIV БОБ. ДЕФОРМАЦИЯ ВА КУЧЛАНИШЛАРНИ ЭКСПЕРИМЕНТАЛ ТЕКШИРИШ

Экспериментал текширишнинг аҳамияти ва принципи	431
Чўзилиш ва сиқилиш деформациясини электротензометр ёрдамида аниқлаш	433
Валнинг буралиш деформациясини тензодатчик ёрдамида аниқлаш	437
Лок қопламалари усули	439
Кучланишларни поляризацияон-оптик усулда аниқлаш	441
Материаллар қаршилиги фанини ўқитиш услубиятига доир	447
Материаллар қаршилиги фанидан тест саволлари	479
Таянч ибораларнинг луғавий маъноси	514
Адабиётлар	551

Нарзулла Бибутов

МАТЕРИАЛЛАР ҚАРШИЛИГИ АСОСЛАРИ

*Ўзбекистон Республикаси Олий ва ўрта махсус таълим
вазирлиги томонидан олий ўқув юрталари талабалари учун
дарслик сифатида тавсия этилган*

Нашриёт муҳаррир **М. Йулдошева**
Техник муҳаррир **Б. Ашуров**
Мусахҳиҳ **Н. Фозилова**
Компьютерда тайёрловчи **Т. Каримов**

Босишга 20.05.03 й.да рухсат этилди. Қоғоз формати 84 × 108¹/₁₂.

Шартли б.т. 33,6. Нашр табоғи 34,3. Адади 1000 нусха.

Буюртма № 52

Баҳоси шартнома асосида

«Минҳож» нашриёти. Тошкент, Буюк Турон кучаси, 41.

Фан ва технологиялар маркази босмахонасида чоп этилди. Тошкент,
Олмазор кўчаси, 171.

Б 66

Бибутов Н.С. Материаллар қаршилиги асос-
лари: Олий ўқув юртларининг талабалари учун
дарслик.—Т.: «Минҳож» нашр., 2003.— 560 б.