ВЫСШЕЕ ОБРАЗОВАНИЕ

МНОГОЦЕЛЕВЫЕ ГУСЕНИЧНЫЕ И КОЛЕСНЫЕ МАШИНЫ

Теория

УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ

ВЫСШЕЕ ОБРАЗОВАНИЕ

серия основана в 1996 г.

МНОГОЦЕЛЕВЫЕ ГУСЕНИЧНЫЕ И КОЛЕСНЫЕ МАШИНЫ. ТЕОРИЯ

Допущено
Министерством образования Республики Беларусь
в качестве учебного пособия для студентов
учреждений высшего образования по специальностям
«Тракторостроение», «Многоцелевые гусеничные и колесные машины»

Минск
«Новое знание»

Москва
«ИНФРА-М»

2012

УДК 629.365/.367(075.8)
ББК 39.34-01я73
М73

Авторы:
В.П. Бойков, В.В. Гуськов, А.В. Гуськов, В.А. Коробкин, В.В. Равино, И.Н. УСС

Рецензенты:
кафедра «Тракторы и автомобили» Белорусского государственного аграрного технического университета;
зам. начальника отдела тракторов, главный научный сотрудник Объединенного института машиностроения НАН Беларуси, доктор технических наук, профессор *П.А. Амельченко*

М83 **Многоцелевые** гусеничные и колесные машины. Теория : учеб. пособие / В.П. Бойков [и др.] ; под общ. ред. В.П. Бойкова. — Минск : Новое знание ; М. : ИНФРА-М, 2012. — 543 с. : ил. — (Высшее образование).

ISBN 978-985-475-490-1.

Изложены основные вопросы теории многоцелевых гусеничных и колесных машин. Рассмотрены физико-механические и геометрические свойства поверхности движения, взаимодействие движителей с грунтом, динамика мобильных машин, теории устойчивости и управляемости, плавности хода и проходимости. Даны алгоритмы динамического и тягового расчетов с применением вычислительной техники. Изложены вопросы оптимизации мобильных машин на основе системного подхода.

Для студентов вузов автотракторных специальностей, а также инженерно-технических работников машиностроительных предприятий, выпускающих колесные и гусеничные машины.

УДК 629.365/.367(075.8)
ББК 39.34-01я73

ISBN 978-985-475-490-1

© ООО «Новое знание», 2012

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие 9

ГЛАВА 1.

КЛАССИФИКАЦИЯ ТРАКТОРОВ И МНОГОЦЕЛЕВЫХ ГУСЕНИЧНЫХ И КОЛЕСНЫХ МАШИН И ИХ ПОТРЕБИТЕЛЬСКИЕ СВОЙСТВА

1.1. Тракторы 12
1.2. Многоцелевые гусеничные и колесные машины 13
1.2.1. Гусеничные машины 14
1.2.2. Колесные машины 15
1.3. Потребительские свойства машин 18
1.3.1. Классификация потребительских свойств 18
1.3.2. Противоречивость требований к потребительским свойствам 22

ГЛАВА 2.

ФИЗИКО-МЕХАНИЧЕСКИЕ И ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ПОВЕРХНОСТЕЙ ДВИЖЕНИЯ

2.1. Классификация поверхностей движения и их физические свойства 26
2.2. Механические характеристики грунтов 29
2.2.1. Сопротивление грунтов сжатию 30
2.2.2. Сопротивление грунтов сдвигу 35
2.2.3. Структура почв 42
2.2.4. Уплотнение почв 47
2.2.5. Оценка уплотняемости почв 51
2.3. Геометрические свойства поверхности грунтов 55

ГЛАВА 3.

ОБЩАЯ ДИНАМИКА КОЛЕСНЫХ МАШИН

3.1. Колесный движитель. Основные понятия и определения 65
3.2. Кинематика качения колеса 66
3.3. Скольжение и буксование колеса 70
3.4. Физико-механические свойства пневматической шины 73
3.5. Качение ведомого колеса 78
3.6. Сопротивление движению ведомого эластичного колеса за счет мятия грунта и образования колеи 82
3.7. Работа ведущего колеса 87
3.8. Сцепление ведущего эластичного колеса. Касательная сила тяги 93
3.9. Качение эластичного ведомого колеса по недеформируемой поверхности 100
3.10. Качение эластичного колеса с уводом 103
3.11. Моменты инерции, упругие и диссипативные свойства ведущих колес 108
3.11.1. Моменты инерции масс шин 108
3.11.2. Упругие и диссипативные свойства шин ведущих колес 110
3.12. Оптимизация параметров шин ведущих колес 119
3.13. Тяговый баланс колесной машины 123

ГЛАВА 4.

ОБЩАЯ ДИНАМИКА ГУСЕНИЧНЫХ МАШИН

4.1. Гусеничный движитель. Основные понятия и определения 133
4.2. Кинематика гусеничного движителя 137
4.2.1. Траектория движения точки обвода 138
4.2.2. Абсолютное ускорение точки 140
4.2.3. Особенности кинематики звенчатой гусеницы 141
4.3. Динамика гусеничного движителя 146
4.4. Распределение давления по длине опорной поверхности движителя 150

4.5. Сопротивление движению гусеничного движителя 163
4.5.1. Внутренние сопротивления движителя 163
4.5.2. Внешние сопротивления 171
4.6. Сцепление гусеничного движителя с грунтом 179
4.7. Тяговый баланс гусеничной машины. 184

ГЛАВА 5.
ТЯГОВО-ДИНАМИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ

5.1. Основные понятия и определения 190
5.2. Характеристика дизельного двигателя. Определение ведущих моментов. 191
5.3. Баланс мощности тяговой машины и тяговый КПД. 198
5.4. Сопротивление машин и орудий, агрегатируемых с многоцелевыми колесными и гусеничными машинами 211
5.5. Определение системообразующих параметров проектируемой тяговой машины 223
5.5.1. Определение номинального крюкового усилия 223
5.5.2. Выбор расчетных скоростей движения 228
5.6. Определение эксплуатационной и конструктивной масс многоцелевой тяговой машины 235
5.6.1. Определение эксплуатационной массы. 236
5.6.2. Определение конструктивной массы. 245
5.7. Выбор рационального положения центра тяжести тяговой машины 248
5.8. Определение массы многоцелевых колесных машин. 255
5.9. Распределение нагрузки от полной массы многоцелевой колесной машины по мостам 257
5.10. Определение эффективной мощности двигателя многоцелевых тяговых машин 261
5.11. Определение эффективной мощности двигателя многоцелевой колесной машины 263

5.12. Определение передаточных чисел ступенчатой трансмиссии 264
5.13. Разгонные качества многоцелевых колесных и гусеничных машин 274
5.13.1. Трогание с места и разгон без переключения передач 274
5.13.2. Поэтапный разгон 287

ГЛАВА 6.

ТЯГОВО-ДИНАМИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ТЯГОВЫХ И ГРУЗОНЕСУЩИХ МНОГОЦЕЛЕВЫХ КОЛЕСНЫХ И ГУСЕНИЧНЫХ МАШИН

6.1. Тяговые характеристики тяговых машин 298
6.2. Теоретическая тяговая характеристика машин со ступенчатой механической трансмиссией 300
6.3. Теоретическая потенциальная характеристика трактора со ступенчатой трансмиссией 308
6.4. Теоретическая тяговая характеристика трактора с гидродинамической трансмиссией 313
6.5. Теоретическая тяговая характеристика трактора с гидрообъемной трансмиссией 319
6.6. Теоретическая тяговая характеристика трактора с электрической трансмиссией 325
6.7. Динамическая характеристика многоцелевых колесных машин 328
6.7.1. Уравнение движения колесной машины 328
6.7.2. Методы решения уравнений силового и мощностного балансов 334

ГЛАВА 7.

ПОВОРОТ КОЛЕСНОГО ТРАКТОРА И МНОГОЦЕЛЕВОЙ КОЛЕСНОЙ МАШИНЫ

7.1. Основные понятия и определения 339
7.2. Способы поворота колесных машин 343
7.3. Кинематика поворота колесного трактора 349
7.4. Распределение тягового усилия между ведущими мостами и колесами трактора 358

7.5. Статическая поворачиваемость колесного трактора 367
7.6. Динамическая поворачиваемость колесного трактора 371
7.7. Уравнения движения многозвенных многоцелевых колесных машин 378

ГЛАВА 8.

ПОВОРОТ ГУСЕНИЧНОГО ТРАКТОРА И МНОГОЦЕЛЕВОЙ ГУСЕНИЧНОЙ МАШИНЫ

8.1. Основные понятия и определения 384
8.2. Классификация механизмов поворота 385
8.3. Кинематика поворота гусеничной машины 394
8.4. Взаимодействие гусеничного движителя с грунтом при повороте машины 401
8.5. Установившийся поворот гусеничной машины 412
8.6. Кинематика и динамика механизмов поворота с одинарным потоком мощности 421
8.7. Теоретическая характеристика управляемости гусеничной машины при установившемся повороте 427
8.8. Динамическая поворачиваемость гусеничной машины 430

ГЛАВА 9.

УСТОЙЧИВОСТЬ ДВИЖЕНИЯ ТРАКТОРОВ И МНОГОЦЕЛЕВЫХ КОЛЕСНЫХ И ГУСЕНИЧНЫХ МАШИН

9.1. Основные понятия и определения. Критерии устойчивости 440
9.2. Устойчивость движения машинно-тракторного агрегата 444
9.3. Устойчивость трактора против заноса 453
9.4. Устойчивость движения управляемых колес 459
9.5. Устойчивость машины к опрокидыванию 465
9.6. Динамика торможения поездов 473

ГЛАВА 10.
ПЛАВНОСТЬ ХОДА ТРАКТОРОВ
И МНОГОЦЕЛЕВЫХ КОЛЕСНЫХ И ГУСЕНИЧНЫХ МАШИН

10.1. Основные понятия и определения 484
10.2. Подвески и их характеристики 488
10.3. Расчетные схемы систем подрессоривания 492
10.4. Собственные колебания машины 496
10.5. Вынужденные колебания машины. 506
10.6. Амплитудно-частотные характеристики
колебаний линейной динамической системы 516
10.7. Воздействие колебаний на водителя. 522

Приложения. 532

Список использованных источников 540

Предисловие

Основой данного учебного издания послужили лекции авторов «Теория трактора» и «Теория систем “местность — машина”», читаемые студентам Белорусского национального технического университета (БНТУ), обучающимся по специальностям «Тракторостроение» и «Многоцелевые колесные и гусеничные машины».

Многоцелевые гусеничные и колесные машины, в том числе тракторы (в дальнейшем будем называть их «мобильные машины»), предназначены для использования в различных климатических условиях при движении преимущественно по естественной поверхности грунтов. Поэтому одним из важных аспектов рассматриваемой теории является изучение процесса взаимодействия движителя машины с опорной поверхностью, чаще всего с грунтом, имеющим различные фоны: дерновым, залежью, пахотой и т.д.

Мобильные машины объединяет ряд свойств: вездеходность, т.е. способность передвигаться по естественной поверхности грунтов, возможность эксплуатации в агрегате (трактор + агрегатируемая сельхозмашина, тягач + прицеп, тягач + навесное оборудование и т.д.); проходимость (т.е. способность двигаться по слабым грунтам, таким как торфяно-болотные и т.п.); продольная и поперечная устойчивость (движение вдоль и поперек склона); маневренность (т.е. движение в ограниченных размерах траектории) и ряд других.

Вместе с тем по назначению они имеют ряд специфических свойств, которые отличают их друг от друга и позволяют создать отдельные классификации. Физико-механические и геометрические свойства поверхности движения оказывают существенное влияние на тягово-сцепные и скоростные качества мобильной машины, ее устойчивость и управляемость, торможение и разгон, маневренность, плавность хода и про-

ходимость, экономичность, экологичность и т.д. Поэтому в рассматриваемой теории изучаются такие физические свойства грунтов, как структура и механический состав, влажность, плотность и др., а также их сопротивление сжатию и сдвигу. Сопротивление грунтов сжатию и сдвигу подчиняется законам, отличающимся от законов строительной механики. При этом учитывается динамическое приложение нагрузки и то, что грунт ведет себя как неоднородное тело, имеющее упругие остаточные и пластические деформации в зависимости от его состояния.

Особое внимание уделяется кинематике и динамике движителя мобильной машины при движении по естественной поверхности грунтов. У них, в отличие от автомобилей, движущихся по искусственной поверхности (асфальт, бетон и др.), в процессе взаимодействия с грунтом возникают процессы буксования и скольжения, которые в значительной степени определяют тягово-сцепные и скоростные свойства машин.

В издании значительное внимание уделено тягово-динамическому расчету машины при разработке технического задания, при котором определяются основные системообразующие параметры (концепция машины), такие как конструктивная и сцепная масса, мощность устанавливаемого двигателя, тип движителя, диапазон скоростей движения, коэффициенты полезного действия машины в целом и отдельных ее узлов и т.д. Тягово-динамический расчет позволяет разработать теоретические тяговые, потенциальные и динамические характеристики машины, которые дают возможность оценить ее тягово-сцепные, скоростные и экономические показатели при установившихся режимах работы. В задачи рассматриваемой теории входит изучение принципа построения машины и оптимизации ее параметров.

В учебном пособии на основе системного подхода и принципов аналитической механики подробно рассмотрены разгон и торможение, устойчивость и управляемость, маневренность и плавность хода, проходимость машины.

Авторы стремились не только познакомить читателей с основами теории мобильных машин, но и вооружить их совре-

менными методами выбора и оптимизации параметров проектируемых машин на основе системного подхода, отвечающих современным требованиям экологичности, безопасности движения, экономичности, удовлетворяющих разнообразным грунтовым и климатическим условиям. Расчетные методы изложены как для детерминированного, так и для случайного нагружения, показаны методы определения системообразующих параметров на основе физического и математического моделирования.

Авторы благодарят коллективы сотрудников кафедр «Тракторы» и «Колесные тракторы» на ПО «Минский тракторный завод» (МТЗ), студентов специальностей 1–37.01.03 и 1–37.01.04 БНТУ, а также коллективы управлений конструкторско-экспериментальных работ (УКЭР-1 и УКЭР-2) ПО «МТЗ» за содействие при создании учебного пособия.

Введение и главы 1, 2, 4, 7, 9, 10 написаны проф. В.В. Гуськовым; глава 3 — проф. В.П. Бойковым; глава 6 — совместно проф. В.В. Гуськовым и канд. техн. наук И.Н. Уссом; глава 8 — проф. В.А. Коробкиным и доц. В.В. Равино.

Авторы надеются, что данная книга будет полезна как студентам названных специальностей, так и инженерам и научным работникам, занимающимся проектированием тракторов и многоцелевых гусеничных и колесных машин и в какой то мере восполнит недостаток учебной литературы в этой области.

1 КЛАССИФИКАЦИЯ ТРАКТОРОВ И МНОГОЦЕЛЕВЫХ ГУСЕНИЧНЫХ И КОЛЕСНЫХ МАШИН И ИХ ПОТРЕБИТЕЛЬСКИЕ СВОЙСТВА

1.1. Тракторы

Для удовлетворения потребностей в механизации сельскохозяйственных, лесохозяйственных, мелиоративных и других работ, а также дорожного строительства разработана и создана совокупность тракторов, которая объединена в типаж, состоящий из отдельных тяговых классов, каждый из которых включает базовую модель и модификации.

Основным классификационным показателем типажа является номинальное крюковое усилие $F_{кр.н}$, которое трактор развивает в агрегате с машиной при наивысшем тяговом коэффициенте полезного действия (КПД) $\eta_т$ и буксовании, ограниченном агротехническими требованиями (рис. 1.1).

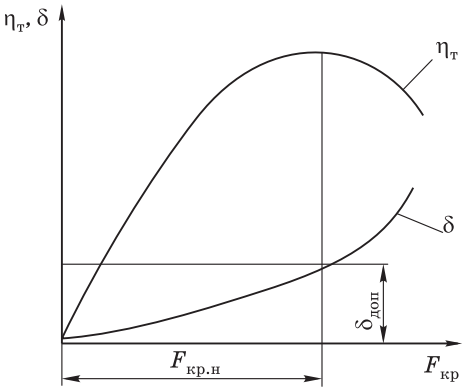

Рис.1.1. Схема к выбору тягового класса

Агротехнические требования ограничивают буксование в следующих пределах в зависимости от типа трактора:

- колесные тракторы, выполненные по схеме 4К2*, – $\delta_{доп} = 16$ %;
- колесные тракторы, выполненные по схеме 4К4**, – $\delta_{доп} = 14$ %;
- гусеничные тракторы – $\delta_{доп} = 5$ %.

* Схема 4К2 означает, что из четырех колес два ведущие.

** Схема 4К4 означает, что все четыре колеса ведущие.

Номинальное крюковое усилие определяется в тоннах. Например, $F_{кр.\ н} = 1{,}4$ означает, что трактор развивает усилие на крюке при номинальном тяговом КПД и соответствующем буксовании, равное 1,4 т, или примерно 14 кН.

Всего в типаже обозначено 12 тяговых классов, а именно: 0,2; 0,6; 0,9; 1,4; 2,0; 3,0; 4,0; 5,0; 10,0; 15,0; 25,0; 35,0.

Класс 0,2 представлен колесными тракторами, выполненными преимущественно по схеме 2К2 и предназначенными в основном для работ на приусадебных участках.

В классы 0,6–2,0 объединяются тракторы, предназначенные в основном для механизации работ в сельском хозяйстве, дорожном и коммунальном строительстве и других работ. Это тяговые классы, объединяющие наибольшее количество базовых моделей и их модификаций. Например, трактор семейства «Беларус» тягового класса 1,4 имеет одну базовую модель — колесный трактор 4К4 и более 25 модификаций, в том числе гусеничных. Все модели максимально типизированы и унифицированы.

Классы 3,0 и 5,0 включают как колесные, так и гусеничные модели, предназначены для работ общего назначения (пахота, дорожное и мелиоративное строительство и т.д.).

Классы 10,0–35,0 представлены в основном гусеничными машинами для прокладки трубопроводов, вскрытия и эксплуатации месторождений полезных ископаемых, строительства водохранилищ, дорожного строительства и т.д.

1.2. Многоцелевые гусеничные и колесные машины

Развитие вооружения и военной техники всегда служило мощным импульсом для бурного развития сопутствующих отраслей техники, в частности тракторостроения и автомобилестроения, поэтому наиболее оригинальные конструкции многоцелевых гусеничных и колесных машин создавались и создаются для нужд армии и в соответствии с условиями их использования.

1.2.1. Гусеничные машины

Многоцелевые гусеничные машины [20] предназначены в основном для эксплуатации в военных ведомствах и отличаются от гусеничных тракторов быстроходностью и способностью работать в тягово-транспортных режимах. В зависимости от назначения многоцелевые гусеничные машины разделяют на следующие типы:

- быстроходные гусеничные тягачи;
- гусеничные транспортеры-снегоболотоходы;
- транспортеры-тягачи многоцелевого назначения;
- специализированные гусеничные машины на базе унифицированных гусеничных шасси;
- сочлененные (двухзвенные) гусеничные транспортеры особо высокой проходимости.

Внутри каждого типа машин сначала сложилась классификация по категориям в зависимости от уровня (или объема) задач, выполняемых машиной данного типа. Их разделяли или по полной массе, или по грузоподъемности (грузовместимости), или по максимальной тяговой нагрузке.

Так, гусеничные тягачи классифицировали по максимальной тяговой нагрузке, которая определяется массой буксируемого прицепа:

- особо легкие тягачи (АТ-П) — для буксирования прицепов массой до 5 т;
- легкие тягачи (АТ-Л) — до 6 т;
- средние тягачи (АТ-С, АТС-59) — до 14 т;
- тяжелые тягачи (АТ-Т) — до 25 т.

Гусеничные транспортеры-снегоболотоходы классифицировали по грузоподъемности:

- средние (ГТ-С, ГТ-СМ) — до 1 т;
- тяжелые (ГТ-Т) — от 1 до 2 т.

Многоцелевые гусеничные транспортеры-тягачи классифицировали в зависимости от полной массы машины:

- особо легкие (ГТ-М) — полная масса до 6 т;
- легкие (МТ-ЛБ) — до 12,5 т;
- средние (МТ-С) — до 34 т;
- тяжелые (МТ-Т) — до 40 т.

В настоящее время многоцелевые гусеничные шасси и машины на их базе классифицируют по тем же категориям, что и многоцелевые гусеничные транспортеры-тягачи, — по полной массе, но с некоторыми отличиями:

- гусеничные машины особо легкой категории по массе (ГМ ОЛКМ) — массой от 6 до 8 т (МТ-М);
- гусеничные машины легкой категории по массе (ГМ ЛКМ) —от 12 до 18 т (МТ-ЛБ и другие машины на их базе);
- гусеничные машины промежуточной категории по массе (ГМ ПКМ) —до 35 т (МТ-С и другие машины на их базе, изделия 352 и 355);
- гусеничные машины средней категории по массе (ГМ СКМ) —до 43 т (МТ-Т и другие машины на их базе, машины на базе изделия 172).

Различие по степени градации последних категорий машин объясняется тем, что в них могут входить многоцелевые машины, создаваемые на базе универсальных шасси специальных машин, от которых и заимствована в определенной степени новая классификация.

Следует отметить, что приведенная классификация гусеничных транспортно-тяговых машин довольно условна. Она не стандартизирована и не сковывает инициативу при разработке машин применительно к решению новых задач. Поэтому в некоторых категориях по массе можно разрабатывать машины нескольких классов, если база, т.е. агрегаты шасси, позволяет обеспечить создание модификаций, перекрывающих диапазон соседнего класса. В этом и состоит преимущество многоцелевых гусеничных шасси, позволяющее существенно расширить и диапазон грузоподъемности, и класс тяги.

1.2.2. Колесные машины

К многоцелевым колесным машинам относятся колесные транспортные средства большой грузоподъемности, предназначенные для движения как по дорогам с твердым покрытием, так и в условиях бездорожья, по естественной поверхности грунтов [6], [22]. В основном они применяются как носители вооружения, а также для перевозки грузов.

Колесные машины этого класса различаются по мощности, грузоподъемности, числу ведущих и управляемых колес, конструктивным параметрам (база, колея и др.), быстроходности (максимальная скорость движения) и ряду других признаков.

Основные параметры технических характеристик некоторых колесных машин приведены в табл. 1.1 и 1.2.

Таблица 1.1

Машины общего назначения

Параметр	МАЗ-543 (Беларусь)	КЗКТ-80051 (Россия)	7906 (Беларусь)	7907 (Беларусь)
Колесная формула	8 × 8	8 × 8	16 × 16	24 × 24
Полная масса, т	40,0	50,0	220,0	220,0
Мощность двигателя, кВт	386,0	321,5	11 043,0	882,0
Максимальная скорость, км/ч	65,0	60,0	40,0	40,0
Габаритные размеры, мм:				
длина	11 300	12 150	27 900	28 500
ширина	3070	3070	4800	4700
высота	2970	3245	4500	4500
колея	2375	2200	3820	3504
Дорожный просвет, мм	450	500	500	500
Размер шин	1500 × × 600–635	18.00-24	1980 × × 750–737	1660 × × 670–687
Формула управляемости	12-00	12-00	1234-0000	1234-0000--9101112
Минимальный радиус поворота, м	13,5	18,0	30,0	27,5
Трансмиссия	ГМП	ГМП	ГМП (две)	Электромеханическая

Примечание. ГМП — гидромеханическая передача.

Таблица 1.2

Тяжелые колесные автопоезда

Параметр	КЗКТ--74281-9990 (Россия)	КЗКТ--7427 (Россия)	МАЗ-73132--9990 (Беларусь)	Т 6066/05 «Мол» (Бельгия)
Колесная формула	8 × 8	8 × 8	8 × 8	6 × 6
Полная масса, т:				
автопоезда	94,0	180,0	100,0	150,0
тягача	24,0	55,0	45,15	60,0
Мощность двигателя, кВт	478	478	386	318
Максимальная скорость, км/ч	70,0	45	60	25
Габаритные размеры тягача, мм:				
длина	10 208	10 208	10 815	10 350
ширина	3070	3070	3070	3350
высота	3100	3100	2920	4070
колея	2800	2800	2375	2800
Дорожный просвет, мм	450	450	400	400
Размер шин	18.00-24	18.00-24	1500 × × 600–635	14.00–24
Формула управляемости	12-00	12-00	12-00	1-00
Минимальный радиус поворота, м	78,0	78,0	13,5	10,68
Вид трансмиссии	ГМП	ГМП	ГМП	ГМП

Следует отметить, что приведенная классификация многоцелевых колесных машин, так же как и гусеничных транс-

портно-тяговых машин, довольно условна. Она не стандартизирована и не сковывает инициативу при разработке машин и решении новых задач.

1.3. Потребительские свойства машин

Тракторы и многоцелевые колесные и гусеничные машины работают в различных природно-климатических условиях. Требования, предъявляемые к ним, весьма разнообразны. Для удовлетворения этих иногда противоречивых требований необходимо наличие ряда эксплуатационных свойств, характеризующих в комплексе эффективность работы трактора в тех или иных условиях. Правильный выбор эксплуатационных свойств и их показателей имеет существенное значение для дальнейшего научно-технического прогресса отечественного машиностроения.

1.3.1. Классификация потребительских свойств

Существуют различные классификации потребительских свойств продукции, каждая из которых может отражать различные аспекты исследуемой проблемы. По одной из наиболее распространенных классификаций [17], [28] потребительские свойства машины условно можно разделить на три группы:

- технологические (агротехнические) — характеризующие приспособленность машины к выполнению технологических требований, вытекающих из условий работы;
- технико-экономические — определяющие производительность и экономичность работы агрегата;
- общетехнические — обеспечивающие комфорт водителя и его безопасность.

Технологические (*агротехнические*) потребительские свойства представляют собой ряд свойств, связанных в основном с проходимостью и маневренностью машины. В качестве показателей для определения проходимости используют давление на грунт, буксование, агротехнический и дорожный просвет, тип и конструктивные особенности движителя, габаритную высоту и ширину машины.

Технико-экономические потребительские свойства определяются в основном производительностью и экономичностью машины. Производительность машины характеризуется объемом работы, выполненной за единицу времени при соблюдении заданных условий технологического процесса, и может определяться, например, размером обработанной площади, массой перевозимого за единицу времени груза и др. В соответствии с этим производительность оценивается такими показателями, как мощность двигателя, запас крутящего момента и коэффициента приспособляемости, диапазон тяговых усилий и скоростей движения, тип навесного устройства и вала отбора мощности и т.д.

Экономичность машины определяется себестоимостью выполненных работ и зависит от следующих показателей: расхода топлива, смазочных материалов и их стоимости, затрат на заработную плату водителей, расходов на техническое обслуживание и ремонт, размеров отчислений на амортизацию и т.д. В теории мобильных машин [2], [5], [6], [8], [13], [17], [28] рассматриваются в основном топливная экономичность агрегата и ее зависимость от расхода топлива при различных эксплуатационных режимах, потерь, возникающих при движении машины, подбора диапазонов и количества передач, других конструктивных и эксплуатационных показателей.

Общетехнические потребительские свойства машины связаны в основном с обеспечением удобства работы на ней и ее обслуживания, санитарно-гигиенических условий и условий безопасности работы водителя. Они оцениваются рядом показателей: предельными уровнями шума, вибрации, запыленности, загазованности и микроклиматом в кабине, легкостью обслуживания, готовностью к работе и т.д.

Безопасность работы водителя оценивается предельными углами статической и динамической устойчивости, критическими скоростями движения, тормозными качествами и противопожарной безопасностью (наличием искрогасителей, огнетушителей и др.).

Существует и другая классификация потребительских свойств машины [17], [21]. В качестве классификационного признака приняты свойства машин, преимущественно характеризующие те или иные показатели этих свойств (табл. 1.3).

Таблица 1.3

Классификация потребительских свойств

Классификационный признак	Примеры показателей, определяющих потребительские свойства машин
Техническая эффективность	Производительность, пропускная способность, интенсивность рабочего процесса, точность выполнения рабочего процесса
Безопасность машины	Напряженность электрического магнитного поля, вибрации и шум на рабочем месте оператора, механические, радиационные и иные воздействия на окружающую среду
Надежность машины	Средняя наработка на отказ, вероятность безотказной работы, средний ресурс (срок службы), среднее время восстановления работоспособного состояния
Технологичность конструкции	Показатели (конструктивные параметры), определяющие приспособленность конструкции к использованию по назначению, техническому обслуживанию и ремонту; показатели унификации, показатели (конструктивные параметры), определяющие транспортабельность конструкции (вес, габариты и др.), показатели унификации конструкции
Ресурсоемкость машины	Средняя или удельная оперативная трудоемкость технического обслуживания и ремонта, удельная материалоемкость машины, удельная энергоемкость машины
Эргономичность машины	Антропометрические (соответствие размерам и форме оператора), гигиенические (освещенность, состав воздуха), физиологические (соответствие силовым и иным физиологическим возможностям человека), психологические (соответствие возможностям восприятия информации)

Окончание табл. 1.3

Классификационный признак	Примеры показателей, определяющих потребительские свойства машин
Техническая эстетичность машины	Художественная выразительность (образная или декоративная), рациональность формы (соответствие формы назначению изделия), целостность композиции (соподчиненность целого и частей), совершенство производственного исполнения (чистота восполнения контуров и сопряжений)
Экономическая эффективность машины или производства новой техники	Приведенные затраты, прибыль, срок окупаемости капитальных вложений, интегральный показатель качества техники

Перечисленные в табл. 1.3 потребительские свойства машины в разной степени взаимосвязаны между собой, поэтому правильнее говорить о преимущественном влиянии той или иной группы свойств на определенные факторы. Наиболее тесная связь существует между свойствами технологичности конструкции и ресурсоемкости машины. Технологичность конструкции характеризует свойства, определяющие приспособленность конструкции к достижению оптимальных (наименьших) затрат ресурсов при ее производстве, эксплуатации и ремонте. Иными словами, технологичность определяет возможность снижения затрат до оптимального уровня. Ресурсоемкость машины характеризует свойство, определяющее фактическое количество ресурсов, вложенных в изготовление, эксплуатацию, ремонт и использование машины. Такие показатели, как унификация, универсализация, приспособленность к техническому обслуживанию и ремонту, транспортабельность, относятся только к свойствам технологичности конструкции.

Существует тесная связь также между свойствами, характеризующими технический эффект, безопасность и надежность машин. Рациональность формы, отражающая свойства технической эстетики, связана с эргономической обуслов-

ленностью машин (не случайно ряд видных специалистов в области проектирования, например Дж. К. Джонс (см. [17], с. 4), взаимоувязывают художественное и эргономическое проектирование техники) (рис. 1.2).

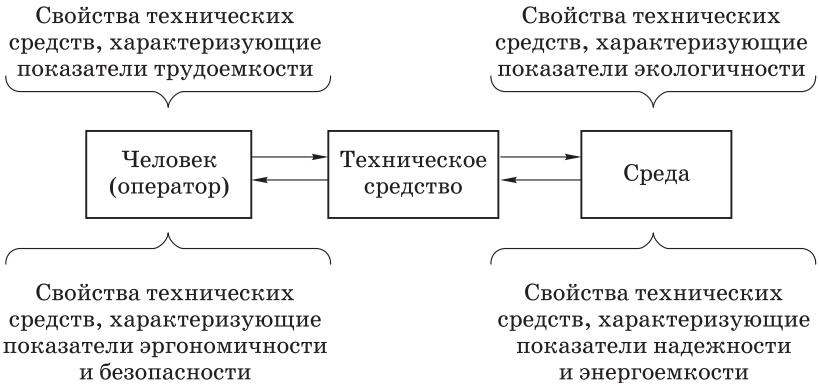

Рис. 1.2. Проявление отдельных потребительских свойств в системе человек — техническое средство — среда

Свойства, характеризующие экономическую эффективность машины, по существу являются производными от остальных потребительских свойств техники.

1.3.2. Противоречивость требований к потребительским свойствам

Задачи повышения технического уровня машин следует решать в процессе проектирования, так как только на этой стадии возможны всестороннее рассмотрение различных вариантов конструкций и выбор решений, которые наилучшим образом удовлетворяют поставленным требованиям.

Как правило, выбор оптимальных технических решений связан с необходимостью проработки альтернативных вариантов и выполнением соответствующих расчетов. В этом основная особенность современных проектно-конструкторских задач, и в этом их сложность.

Обусловлена эта сложность не только необходимостью перебора большого числа вариантов, но и тем, что такие задачи по своему математическому содержанию являются многокритериальными с противоречивыми целевыми функциями. Для их решения необходимо обоснованное определение допустимого множества вариантов и допустимых пределов изменения параметров.

Противоречивыми, например, являются требования прочности и легкости изделия. Их выполнение связано не только с выбором материалов, обладающих высокой прочностью и малой плотностью, но и с применением более совершенных методов расчета нагружения деталей машины и определения возникающих в них напряжений. Или другой пример. Долговечность работы муфт сцепления в трансмиссиях машин зависит от количества выделяемого при их включении тепла: чем больше время включения, тем больше выделяется тепла и тем меньше срок службы муфты. Поэтому с точки зрения долговечности фрикционов желательно, чтобы время их включения было минимальным. Однако это вызывает повышенные динамические нагрузки в приводе машины и ухудшает условия работы оператора. Отсюда возникает задача выбора как материала для рабочих элементов муфт сцепления, так и рациональных конструкций самих муфт и привода машины в целом.

Обычно используемые при прочностных расчетах простые арифметические формулы сводят вычисление напряжений лишь к грубым оценкам (за исключением выполненных для деталей, имеющих простые геометрические формы). Это вызывает необходимость расширить математическое исследование конструктивной схемы и там, где это возможно, использовать не только область упругих деформаций металла, но и зону пластичности, лежащую выше предела текучести, но ниже предела прочности. Получить более точную и полную картину напряжений в конструкции, имеющей сложную пространственную геометрию и переменные сечения элементов, позволяет универсальный численный метод расчета — метод конечных элементов. Его применение делает возможным расчет нелинейного деформирования конструкций, подвергающихся действию ударных нагрузок.

При проектировании систем пассивной безопасности колесных и гусеничных машин, предназначенных для защиты операторов при опрокидывании машины или от падающих на кабину предметов, конструктор также сталкивается с противоречивыми требованиями. С одной стороны, защитные конструкции должны обладать достаточной жесткостью, чтобы при ударе кабины машины о препятствие ее деформированные элементы не травмировали оператора, а с другой — конструкция защитного устройства не должна быть слишком жесткой, чтобы часть энергии удара могла быть поглощена за счет деформации элементов защитного устройства. В настоящее время разработаны весьма эффективные методы расчета систем пассивной безопасности автомобилей, тракторов и тягачей, а также методы их экспериментального исследования, позволяющие выбрать рациональные конструкторские решения защитных конструкций.

С альтернативными категориями встречаются и при оценке влияния отдельных параметров на управляемость и путевую устойчивость колесных и гусеничных машин. Если при прямолинейном движении наименьшие затраты на управление машиной и наилучшая устойчивость у длиннобазных машин, то при движении на поворотах преимущество имеют короткобазные машины.

Сложные научные и инженерные проблемы возникают при выборе рациональных схем подвесок мостов колесных и некоторых других типов машин. Включение в ходовую часть машин эластичных подвесок позволяет повысить плавность хода машины и снизить динамические нагрузки, воспринимаемые несущей рамой машины и оператором, но при этом резко ухудшается устойчивость машин к опрокидыванию, особенно машин для горного земледелия или самоходных кранов — при выполнении грузоподъемных или монтажных работ.

Наконец, потребителю продукции нередко приходится выбирать между ее ценой и качеством. В практике международной торговли потребитель (покупатель) часто останавливает свой выбор на продукции, которая оказывается приемлемой по качеству или по каким-то определяющим свойствам и про-

дается по меньшей цене, чем другая продукция того же назначения.

С точки зрения числа характеризуемых свойств различают следующие виды показателей:

- единичные, характеризующие одно свойство машины (например, интенсивность разгона трактора, номинальное крюковое усилие, агрегатируемость, максимальная скорость движения, мощность двигателя);
- комплексные, характеризующие определенную совокупность взаимоувязанных свойств (например, производительность, надежность, ресурсоемкость);
- интегральные, характеризующие совокупность свойств, которые определяют качество машины в целом с позиций ее народно-хозяйственной эффективности (например, определяющие экономическую эффективность машины).

Перечисленные потребительские свойства являются общими для всех типов тягово-транспортных систем. Поскольку они проявляются в основном в условиях эксплуатации, то их называют также эксплуатационными свойствами. Для каждого типа машин принята собственная номенклатура эксплуатационных свойств и характеризирующих их показателей, взаимосвязанных с общими потребительскими свойствами машинной техники.

2 ФИЗИКО-МЕХАНИЧЕСКИЕ И ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ПОВЕРХНОСТЕЙ ДВИЖЕНИЯ

2.1. Классификация поверхностей движения и их физические свойства

Тягово-сцепные качества, маневренность, устойчивость любой мобильной машины, движущейся по поверхности, проявляются при взаимодействии двигателя со средой. Для тракторов и многоцелевых колесных и гусеничных машин такой средой являются искусственные (бетонные, асфальтовые, мощеные дороги) и естественные (залежь, луг, стерня, пахота) поверхности, с которыми взаимодействует движитель машины. Эти поверхности имеют ряд свойств, основными из которых являются физико-механические и геометрические.

Рассмотрим общие свойства грунтов. К основным свойствам, от которых зависит характер взаимодействия движителя машины с грунтом, относятся *структура*, *механический состав*, *влажность*, *плотность*, *сопротивление сжимающим и сдвигающим нагрузкам*.

По механическому составу различают минеральные грунты и грунты, состоящие в основном из отложений частиц органического вещества.

Минеральные грунты разделяют на ряд категорий в зависимости от размеров и соотношения двух фракций: глинистой и песчаной. Гранулометрическая классификация по этому признаку оказывается наиболее приемлемой при изучении взаимодействия движителя машины с грунтом. По этой классификации в зависимости от размера частиц (табл. 2.1) минеральные грунты делят на следующие категории: *песок*, *супесь*, *суглинок* и *глину*.

Таблица 2.1

Размеры частиц

Грунт	Размер частицы, мм
Галька (камни)	Более 20
Гравелистые частицы (гравий)	22...20
Песок:	
крупный	2...1
средний	1...0,25
мелкий	0,25...0,05
Глина	Менее 0,005

Содержание глинистых частиц диаметром менее 0,005 мм в различных категориях грунта приводится в табл. 2.2.

Таблица 2.2

Категории грунта

Грунт	Содержание глинистых частиц, %
Глина	Более 30
Суглинок	30...10
Супесь	10...3
Песок	Менее 3

К грунтам, состоящим из отложений частиц органического вещества, следует отнести различные виды торфяно-болотных и илистых грунтов. По происхождению их разделяют на *низинные*, *верховые*, *переходные*; по ботаническому составу — на *осоковые*, *осоково-тростниковые* и др.; по влажности — на *неосушенные* и *осушенные*.

Большинство грунтов, с которыми взаимодействует движитель машины, имеет слоистую структуру. Верхний слой грунта, так называемый фон, включает, как правило, корни растений и органические отложения. К этим фонам относятся целина, задерненная пахота, или залежь, и стерня. В некоторых случаях фон создается в результате обработки грунта рабочими органами машин, например при пахоте, дискованной пахоте и др.

Верхний и подстилающий слои грунта обладают неодинаковыми свойствами. Однако если толщина верхнего

слоя соизмерима с глубиной колеи, образуемой машиной, то двухслойную структуру можно рассматривать как однослойную.

Механический состав грунта значительно влияет на тягово-сцепные качества машины. Достаточно сказать, что при одних и тех же массе и размерах ходовой системы машина на глинистом грунте (сухом) может развивать в 2 раза большую силу тяги, чем на грунтах органического происхождения.

Большое влияние на характер взаимодействия движителя машины с грунтом оказывает влажность. Один и тот же грунт, например глина, при различной влажности может представлять собой как твердое, так и пластичное тело. *Относительная влажность* почвы (массовая доля влаги) определяется отношением массы воды к массе почвы, заключенных в данном объеме. *Абсолютная влажность* почвы (влагосодержание) определяется отношением массы воды к массе сухого вещества в данном объеме. Влажность, при которой заполнены все поры грунта, называют *полной влагоемкостью*.

В зависимости от изменения влажности грунт может находиться в твердом, пластичном и текущем состоянии. Пластичное состояние грунта обычно определяется влажностями, при которых грунт может переходить из текущего состояния в пластичное и из пластичного в твердое. Разность между верхними и нижними пределами пластичности называется *числом пластичности* (табл. 2.3).

Таблица 2.3

Число пластичности

Грунт	Число пластичности
Глина	6...8
Суглинок	7...17
Супесь	1...7
Чернозем:	
среднесуглинистый	16...17
тяжелый глинистый	26...28
Торф:	
неосушенный	7...9
осушенный	8...10

Прочность грунта зависит от сопротивлений взаимному скольжению и отрыву частиц. При повышенной влажности трение и сцепление частиц грунта существенно уменьшаются.

Учитывать влажность важно при действии переменных нагрузок, характерных для процесса взаимодействия движителя машины с грунтом. При приложении к грунту сил вода в нем фильтруется, перемещается из одних пор в другие, сжимая при этом находящийся в них воздух. Причем скорость фильтрации, а следовательно, и напряжения, возникающие в грунте, и его деформация зависят от времени приложения нагрузок или времени их изменения. Чем кратковременнее приложение сил, тем большей жесткостью обладает грунт.

2.2. Механические характеристики грунтов

При воздействии ходовых органов машины на грунт в последнем возникают деформации, значение и характер которых обусловлены действием внешних и внутренних сил, вызывающих смещение частиц друг относительно друга, а также изменение среднего расстояния между частицами. Если после устранения внешнего воздействия частицы грунта вернутся в первоначальное положение, то деформация считается *упругой*, если положение частиц после снятия нагрузки отличается от первоначального, то наблюдается *остаточная* деформация. Если остаточная деформация равна общей деформации, то речь идет о *пластической* деформации.

Реальные грунты не являются чисто упругими и пластическими. Один и тот же грунт при различных условиях деформации проявляет свойства и упругости, и пластичности. При малых нагрузках деформация прямо пропорциональна им, т.е. грунт проявляет себя как упругое тело. При дальнейшем увеличении нагрузки относительный прирост деформации возрастает, в этом состоянии грунт близок к упругопластичным средам. При какой-то предельной нагрузке происходит увеличение деформации без ощутимого возрастания напряжения.

Деформации грунтов, находящихся в естественном состоянии, представляют собой особый вид деформаций, свойственный только полидисперсным системам при условии, что силы отталкивания приближаются к значениям сил сцепления. Поэтому даже при линейной зависимости между напряжением и деформацией (малые нагрузки) после снятия нагрузки наблюдаются большие остаточные деформации.

При взаимодействии движителей мобильных машин с грунтом последний подвергается смятию, сдвигу в разных направлениях, в результате чего в нем возникают поля *нормальных* и *касательных напряжений,* распространяющихся в глубину и в разные стороны от места приложения нагрузки. От способности грунта выдерживать указанные напряжения зависят глубина колеи, образуемой движителями машины, и сила сцепления. Поэтому сопротивление грунтов сжатию и сдвигу является основным показателем, влияющим на тягово-сцепные качества машин.

2.2.1. Сопротивление грунтов сжатию

Многочисленные исследования процесса сжатия грунтов с ограниченной возможностью бокового расширения, проведенные при помощи плотномера, показали, что в начальной фазе сжатия деформация увеличивается пропорционально напряжению [24]. На основании этого при расчетах взаимодействия движителей с грунтом иногда считают возможным рассматривать грунты как линейно деформируемые среды. Зависимость между нормальным напряжением σ и осадкой штампа h можно выразить формулой

$$\sigma = kh, \tag{2.1}$$

где k — коэффициент объемного смятия почвы, Н/м^3.

Однако представление о линейной зависимости между напряжением и деформацией является слишком приближенным. Более соответствует фактической зависимости предложенная проф. М.Г. Беккером [5] степенная функция:

$$\sigma = \left(\frac{k_c}{b} + k_\varphi \right) h^n, \tag{2.2}$$

где $k_с$ — коэффициент сцепления грунта, $Н/м^{1+n}$; b — наименьшее из измерений штампа, м; k_φ — коэффициент трения грунта, $Н/м^{2+n}$; n — показатель степени.

В этой формуле коэффициенты $k_с$ и k_φ для реальных грунтов не зависят от формы штампа и других факторов.

Недостатками приведенных линейных и степенной функций являются отсутствие достаточного теоретического обоснования и существенное искажение процесса сжатия почв. Так, линейная функция приводит к якобы непрерывному и беспредельному увеличению сопротивления сжатию при любом значении деформации. Степенная функция, с одной стороны, имеет тот же недостаток, а с другой — приводит к маловероятному выводу о бесконечно большой интенсивности нарастания напряжения в начале процесса сжатия. Действительно, интенсивность напряжения есть тангенс угла наклона касательной, или первая производная напряжения по деформации:

$$\frac{d}{dh}\sigma(h) = \left(\frac{k_с}{b} + k_\varphi\right)\frac{d}{dh}(h^n) = \left(\frac{k_с}{b} + k_\varphi\right)nh^{n-1}.$$

Поскольку для почв $n < 1$, то

$$\frac{d}{dh}\sigma(h) = \frac{\left(k_с/b + k_\varphi\right)n}{h^{1-n}}.$$

Из полученного выражения следует, что пока деформация сжатия довольно мала, т.е. процесс сжатия только начинается, интенсивность увеличения напряжения может иметь какое-либо максимальное значение, что не имеет ни логического, ни теоретического объяснения.

Наиболее полно реальные процессы взаимодействия движителя с минеральным грунтом отражает функциональная зависимость, предложенная В.В. Кацыгиным [15, с. 13]:

$$\sigma = \sigma_0 \operatorname{th}\frac{k}{\sigma_0}h, \qquad (2.3)$$

где σ_0 — предел прочности грунта на одноосное сжатие, при котором деформация грунта начинает возрастать без даль-

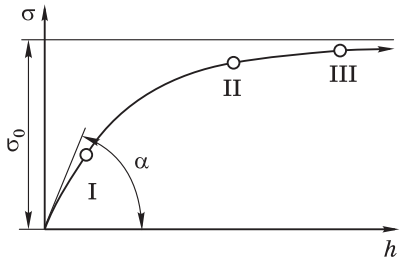

Рис. 2.1. Зависимость нормальных напряжений от деформации

нейшего увеличения действующей на опорную площадку вертикальной нагрузки, Па; k — коэффициент объемного смятия грунта, равный тангенсу угла α наклона касательной к кривой в начале координат (рис. 2.1), Н/м^3.

На кривой условно можно выделить три участка, характеризующих особенности взаимодействия между внешними нагрузками и сопротивлением грунта сжатию. На участке I форма кривой близка к наклонной прямой, здесь в основном происходит уплотнение грунта. На участке II деформация грунта возрастает быстрее, чем внешняя нагрузка, грунт при этом уплотняется, кроме того, в нем возникают местные напряжения сдвига. По мере увеличения внешней нагрузки напряжение сдвига в ряде мест становится больше напряжений от сил внутреннего трения и сцепления между частицами грунта, в результате чего деформация постепенно начинает возрастать более интенсивно. На участке III начинается пластичное течение грунта: массив грунта будет испытывать деформации сдвига, уплотнение грунта прекращается, и он выходит из-под опорной поверхности движителя в сторону. При достаточно большой деформации грунта напряжения в нем достигают значения предела прочности на одноосное сжатие σ_0.

Формула (2.3) является общей функциональной зависимостью между напряжениями сжатия и деформацией. Можно сказать, что формулы (2.1) и (2.2) являются частными случаями формулы (2.3). Например, если разложить гиперболический тангенс в степенной ряд и ограничиться первым членом, то получим формулу (2.1). После несложных преобразований этого ряда, приняв некоторые допущения, можно получить формулу (2.2).

В табл. 2.4 приведены значения констант σ_0 и k для минеральных грунтов.

Таблица 2.4

Предел прочности на одноосное сжатие σ_0 и коэффициент объемного смятия k для минеральных грунтов

Грунт	Влажность, %	σ_0, МПа	$k \cdot 10^6$ Н/м
Супесь:			
целина	14...16	1,29...1,43	0,018
стерня зерновых	11...13	0,8...0,9	0,016
слежавшаяся пахота	12...14	0,45...0,66	0,011
Суглинок легкий:			
целина	13...14	2,42...2,58	0,022
стерня озимых	12...13	1,43...2,09	0,019
слежавшаяся пахота	12...13	0,96...1,16	0,017
Суглинок средний:			
целина	10...11	2,74...3,10	0,031
стерня зерновых	12...14	1,68...2,27	0,027
слежавшаяся пахота	16...17	0,68...1,09	0,022
Суглинок тяжелый:			
целина	19...20	2,49...2,58	0,055
стерня зерновых	13...16	1,88...2,47	0,051
слежавшаяся пахота	12...14	0,95...1,28	0,048
Глина:			
целина	12...15	3,23...4,62	0,071
слежавшаяся пахота	10...13	1,29...1,91	0,068

При исследовании процессов взаимодействия колесного движителя с торфяно-болотными грунтами более целесообразно применять законы сжатия и сдвига, предложенные проф. С.С. Корчуновым [15, с. 19]:

$$\sigma = \sigma_0 \left(1 - e^{-\frac{h}{k}}\right), \qquad (2.4)$$

где σ_0 — несущая способность торфяно-болотного грунта, Н/м^2; e — основание натурального логарифма; k — коэффициент деформации при сжатии, м; h — глубина колеи, м.

Несущая способность почвы по С.С. Корчунову определяется формулой

$$\sigma_0 = A_0 + B_0 \frac{\Pi}{S}, \qquad (2.5)$$

где S — площадь штампа, м^2; П — периметр штампа, м; A_0, B_0 — константы деформируемости грунта.

Величины σ_0 и k являются физическими характеристиками торфяно-болотного грунта. Из анализа уравнения (2.4) вытекает, что константа k имеет линейную размерность и может быть определена как деформация залежи штампом при удельном давлении, составляющем $\left(1 - \frac{1}{e}\right)$ от значения несущей способности, или приблизительно $0{,}63\ \sigma_0$.

Отношение периметра штампа к его площади при соблюдении условия подобия геометрической формы штампа изменяется обратно пропорционально его линейным размерам. Для неосушенного торфяника, обладающего значительными пластическими свойствами, и для штампов, площадь которых соизмерима с площадью опорной поверхности колесного движителя (Π/S мало), можно считать $\sigma_0 \cong 1{,}5 \ldots A_0$ [12].

Таблица 2.5

Показатели свойств торфяно-болотного грунта

Вид торфяно-болотного грунта	Относительная влажность, %	Коэффициенты		
		A_0, кН/м^2	B_0, кН/м^2	k, м
Дерн неосушенного болота	88...92	41...49	6,5...6,8	0,038...0,042
Торф, целина	85...87	68...75	7,1...7,6	0,048...0,056
Торф, пахота	77...79	45...48	5,5...5,9	0,031...0,037
Торф, подготовленный под посев	75...78	31...39	5,4...5,8	0,029...0,034

Коэффициенты, характеризующие деформируемость и прочность торфяных залежей при сжатии (по данным С.С. Корчунова), приведены в табл. 2.5.

2.2.2. Сопротивление грунтов сдвигу

Основными факторами, определяющими сопротивление грунтов сдвигу, являются *молекулярные* и *капиллярные силы сцепления,* а также *силы внутреннего трения.* Молекулярные силы сцепления обусловлены сцеплением в точках контакта частиц и поверхностным натяжением воды, находящейся в порах грунта. Можно считать, что они не зависят от нормальной силы. Силы внутреннего трения между частицами возникают вследствие зацепления частиц друг за друга при сдвиге и при действии на грунт только нормальных нагрузок. Силы сцепления характерны в основном для связных грунтов типа глины, суглинка, ила. У грунтов с раздельно зернистым строением, песчаных и супесчаных силы сцепления незначительны, однако эти грунты обладают большими силами внутреннего трения.

В общем случае сопротивление грунтов сдвигу определяется действием обоих факторов, и максимальная сила сдвига T в первом приближении может быть найдена из закона Кулона:

$$T = T_0 + N\mathrm{tg}\varphi,$$

где T_0 — молекулярные и капиллярные силы сцепления, Н; N — нормальная нагрузка, Н; φ — угол внутреннего трения грунта.

Зависимость T от N в реальных условиях показана на рис. 2.2. Кривая состоит из участка с большей кривизной и почти прямолинейного. Точка a соответствует нулевому значению нормальной силы. Положение точки a определяется только молекулярными силами сцепления. С увеличением нормальной нагрузки максимальная сила сдвига сначала резко возрастает, а затем интенсивность ее возрастания уменьшается.

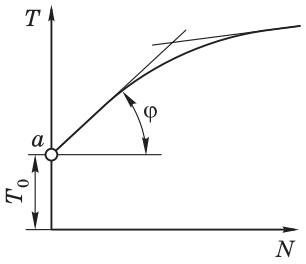

Рис. 2.2. Зависимость силы сдвига от нормальной нагрузки

При движении машины с нагрузкой грунтозацепы колеса или гусеницы сдвигают грунт в на-

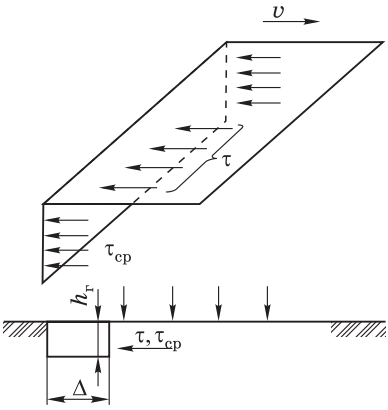

Рис. 2.3. Напряжения, возникающие в грунте при сдвиге его грунтозацепами

правлении, обратном движению машины, и в сторону при повороте. При этом в плоскости взаимодействия движителя с грунтом возникают напряжения сдвига τ и среза $\tau_{ср}$ (рис. 2.3), обусловленные действием внешних сил. С увеличением этих сил напряжения сдвига возрастают до определенного предела, который определяется законом Кулона. Назовем этот предел силой трения покоя $T_п = T_{max}$ и для его определения воспользуемся упрощенной зависимостью

$$T_п = f_п N,$$

где $f_п$ — коэффициент трения покоя, учитывающий силы трения сцепления,

$$f_п = \mathrm{tg}\varphi + \frac{T_0}{N}.$$

Разделив силы T_0 и N на площадь A, т.е. $T_0 / A = \tau_0$; $N/A = p$, получим следующее выражение для определения коэффициента трения покоя:

$$f_п = \mathrm{tg}\varphi + \frac{\tau_0}{p}, \qquad (2.6)$$

где τ_0 — молекулярные и капиллярные силы сцепления, отнесенные к площади соприкасающихся тел, Па; p — давление, Па.

Как видно из формулы (2.6), коэффициент трения покоя зависит от давления (с увеличением последнего он уменьшается). Иногда коэффициент трения покоя называют коэффициентом внешнего трения.

Когда внешние силы становятся равными силе трения покоя, возникает относительное перемещение. В этом случае наблюдается трение скольжения

$$T_{ск} = f_{ск} N,$$

где $f_{ск}$ — коэффициент трения скольжения.

Иногда этот коэффициент называют коэффициентом внутреннего трения. Он также зависит от давления (рис. 2.4). Как видно из рисунка, коэффициенты $f_{п}$ и $f_{ск}$ уменьшаются с увеличением давления. Это можно объяснить следующим образом. В общем случае коэффициент трения — это предел отношения напряжения сдвига к давлению, т.е. $f_{п.ск} = \lim \Delta\tau / \Delta p$. При $\Delta p \to 0$ $f_{п.ск} = \lim \dfrac{\Delta\tau}{\Delta p} = \infty$.

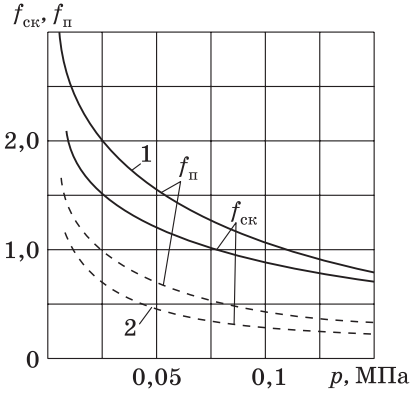

Рис. 2.4. Зависимость $f_{п}$ и $f_{ск}$ от давления: *1* — суглинок, стерня (абсолютная влажность 14...16 %); *2* — торфяник, стерня (относительная влажность 70...76 %)

Если $\Delta p = 0$, то $\Delta\tau \neq 0$ (благодаря силам молекулярного сцепления между поверхностями).

Как правило, $f_{п} \geq f_{ск}$. Средние значения $f_{п}$ и $f_{ск}$ при $p = 0{,}02...0{,}05$ МПа приведены в табл. 2.6.

Таблица 2.6

Составляющие коэффициента $f_{п}$ и коэффициент $f_{ск}$

Грунт	Влажность, %	$f_{ск}$	Составляющие $f_{п}$	
			τ_0,кПа	tgφ
Супесь:				
целина	12...20	—	1,0	0,87
стерня зерновых	12...20	0,79	1,0	0,81
слежавшаяся пахота	12...20	—	1,0	0,83
Суглинок легкий:				
целина	12...20	0,76	2,5	0,77
стерня зерновых	15...17	0,72	2,5	0,73
слежавшаяся пахота	11...19	0,69	2,5	0,71

Окончание табл. 2.6

Грунт	Влажность, %	$f_{ск}$	Составляющие $f_п$	
			τ_0,кПа	tgφ
Суглинок тяжелый:				
целина	15...20	—	3,0	0,72
стерня зерновых	16...20	0,76	3,0	0,78
слежавшаяся пахота	13...18	—	3,0	0,76
Торфяник:				
целина	76...88	—	3,0	0,72
стерня зерновых	70...76	0,73	2,0	0,75
слежавшаяся пахота	80...84	—	1,0	0,83

При взаимодействии движителя машины с грунтом наблюдается переменный неустановившийся режим перехода относительного покоя к относительному движению. При этом касательные силы на соприкасающихся поверхностях не могут быть определены только как произведение постоянного коэффициента на нормальную силу.

Как показали исследования, сила T изменяется в процессе сдвига поверхностей, т.е. является некоторой функцией их относительного перемещения Δ. Если отнести силы к единице площади соприкасающихся тел, то можно записать:

$$\frac{T}{A} = \tau = f(\Delta),$$

где A — площадь соприкасающихся тел, м^2; τ — напряжение, возникающее в грунте при приложении касательной нагрузки, МПа.

Установлено, что форма кривых сдвига неодинакова для различных грунтов (рис. 2.5). Например, для плотных грунтов типа суглинка, супеси напряжения сдвига сначала возрастают приблизительно пропорционально смещению, затем пропорциональность нарушается, и в определенный момент напряжения сдвига достигают максимального значения:

$$\tau_п = \tau_{max} = f_п p.$$

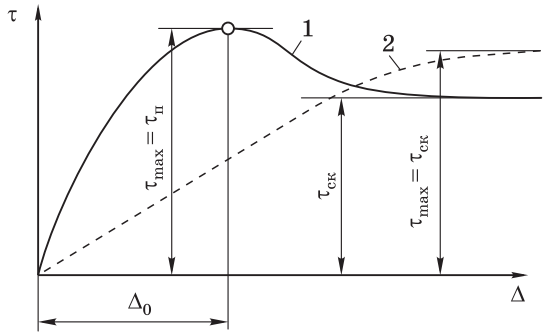

Рис. 2.5. Зависимость напряжений сдвига от деформаций: *1* — плотные грунты; *2* — пластинчатые грунты

При дальнейшей деформации напряжения сдвига начинают постепенно уменьшаться и асимптотически приближаться к постоянной величине $\tau_{ск}$. Таким образом, при достаточно большом перемещении напряжения сдвига можно считать постоянными и не зависящими от деформации.

Для пластичных грунтов максимальные напряжения сдвига развиваются при бесконечно большой деформации (рис. 2.5), и кривая не имеет резкого выступа.

Определение закономерностей изменения напряжения сдвига от деформации имеет большое значение для изучения процесса взаимодействия движителя с грунтом. Существует несколько функциональных зависимостей между напряжением сдвига и деформацией. Наиболее известны и довольно близко соответствуют реальным условиям формулы проф. М.Г. Беккера [5] и Г.И. Покровского [25].

Для определения напряжений сдвига в зависимости от деформации применительно к разработке теории взаимодействия гусеничного движителя с грунтом М.Г. Беккер предложил использовать уравнение, аналогичное уравнению апериодического колебательного процесса:

$$X = B_1 e^{-\alpha_1 t} + B_2 e^{-\alpha_2 t},$$

где B_1, B_2, α_1, α_2 — показатели, характеризующие колебательный процесс; e — основание натурального логарифма.

Это уравнение имеет следующий вид:

$$\tau = (\tau_0 + p\mathrm{tg}\varphi)\{\exp[(-k_2 + \sqrt{k_2^2 - 1})k_1\Delta] - \\ - \exp[(-k_2 - \sqrt{k_2^2 - 1})k_1\Delta]\},$$

где k_1, k_2 — эмпирические коэффициенты, определяющие процесс буксования движителя машины; Δ — деформация грунта почвозацепами в направлении, обратном движению.

Несмотря на определенное соответствие расчетных и фактических напряжений сдвига, формула не может быть применена при расчетах взаимодействия движителя со средой из-за того, что она имеет ряд существенных недостатков. Прежде всего она громоздка, что затрудняет определение эмпирических коэффициентов по предложенной методике. Кроме того эти коэффициенты лишены определенного смысла. При достаточно большой деформации, когда $\Delta \to \infty$, касательное напряжение сдвига стремится к нулю (при $k_2 > 1$). Этот справедливый для апериодических колебаний вывод противоречит экспериментальным данным для процесса сдвига (см. рис. 2.5).

На основании гипотезы Г.И. Покровского о контактной теории прочности грунтов предложена теоретическая формула

$$\tau = \left(C_1 e^{C_2\Delta} + C_3\right)\left(1 - e^{C_4\Delta}\right), \qquad (2.7)$$

где C_1, C_2, C_3, C_4 — эмпирические коэффициенты.

Анализируя эту формулу, можно сделать следующие выводы. При достаточно большой деформации напряжение сдвига стремится к постоянному значению. Процесс сдвига имеет две фазы: в первой напряжение увеличивается с возрастанием деформации $\left(\frac{\partial\tau}{\partial\Delta} > 0\right)$, во второй уменьшается $\left(-\frac{\partial\tau}{\partial\Delta} < 0\right)$. Граница между этими стадиями характеризуется моментом разрушения связей в почве. Соответствующая ему сила τ_{max} представляет собой силу трения покоя. Таким образом, выводы, полученные из теоретической зависимости, определяемой формулой (2.7), не противоречат экспериментальным данным.

Обобщая особенности формулы (2.7) и используя гиперболические функции, В.В. Кацыгин [15, с. 13] получил функциональную зависимость между напряжением сдвига и деформацией для плотных грунтов:

$$\tau = f_{ск} p \left(1 + \frac{f_{пр}}{\operatorname{ch} \frac{\Delta}{k_\tau}} \right) \operatorname{th} \frac{\Delta}{k_\tau}, \qquad (2.8)$$

где $f_{пр}$ — приведенный коэффициент трения; k_τ — коэффициент деформации, м.

Коэффициент трения является функцией коэффициентов трения покоя и скольжения. Для грунтов нормальной влажности он может быть вычислен по эмпирической формуле

$$f_{пр} = 2{,}55 \left(\frac{f_{пр} - f_{ск}}{f_{ск}} \right)^{0{,}825}.$$

Коэффициент k_τ пропорционален критической деформации Δ_0 (см. рис. 2.5) и зависит от $f_{пр}$:

$$k_\tau = \frac{\Delta_0}{\operatorname{arcch} \left(\frac{1 + \sqrt{1 + f_{пр}}}{2 f_{пр}} \right)}.$$

Для минеральных грунтов нормальной влажности k_τ с достаточной точностью может быть вычислен по формуле $k_\tau = 0{,}4t$ (здесь t — расстояние между почвозацепами звена гусеницы или колеса, м).

Для пластичных грунтов (см. рис. 2.4, кривая *2*), когда $f_п = f_{ск}$ и $f_{пр} = 0$, формула (2.8) имеет вид

$$\tau = f_{ск} p \operatorname{th} \frac{\Delta}{k_\tau}.$$

По структуре она идентична формуле (2.2), описывающей процесс сжатия.

Сдвиг грунта сопровождается его срезом. При этом появляются напряжения среза $\tau_{ср}$, которые возникают благодаря подрезу боковыми гранями штампа или грунтозацепа высотой $h_г$ (см. рис. 2.3). Характер этих напряжений несколько

иной, чем напряжений сдвига. В первом приближении можно считать, что их значения зависят только от модуля среза $[\tau_{ср}]$ и высоты боковых граней штампа или грунтозацепа колеса или шины. Нормальная сила и деформация не оказывают существенного влияния на напряжения среза.

Как показывают экспериментальные данные [12], модуль среза $[\tau_{ср}]$ изменяется для разных грунтов в следующих пределах: для среднего суглинка (стерни) $[\tau_{ср}] = (1{,}26...1{,}94) \times \times 10^3$ Н/м, для супеси стерни $[\tau_{ср}] = (1{,}5...2{,}6) \cdot 10^3$ Н/м.

2.2.3. Структура почв

Особенности взаимодействия ходовых систем мобильных машин с почвой обусловлены необычными условиями их работы, заключающимися в том, что опорная поверхность является сложнейшей биологической средой, обладающей бесценным свойством — плодородием, т.е. способностью давать урожай. Если не учитывать это обстоятельство и рассматривать почву только как среду, обеспечивающую реализацию тягового усилия машины и функцию несущего основания, то последствиями такого подхода будут переуплотнение, разрушение структуры почвы, эрозия, ухудшение плодородия и снижение урожайности сельскохозяйственных культур.

Почва — продукт длительных и чрезвычайно сложных процессов, протекающих в природе на протяжении многих тысячелетий. Толщина слоя почвы составляет 20...50 см (в редких случаях до 1,5 м). Почва постоянно реагирует на изменение внешних условий: так, за время только одного дождя с распаханного поля может быть смыт слой почвы толщиной 5...10 см, для восстановления которого потребуется около 1000 лет (по расчетам почвоведов, за 100...150 лет образуется слой почвы около 1 см).

Почва состоит из твердого, жидкого, газообразного и живого (почвенной фауны и флоры) компонентов. От их соотношения зависят плодородие почвы и жизнедеятельность организмов в ней. Твердая часть почвы состоит из частиц разных размеров (измеряются в миллиметрах).

В зависимости от количественного состава различных по размерам фракций изменяются не только минералогический

состав почвы, но и ее химические и физико-механические свойства. Например, с дисперсностью связаны способность почвы адсорбировать питательные вещества, газы, пары воды, удерживать определенное количество воды в свободном состоянии, а также комплексы тепловых и воздушных условий в почве. В зависимости от дисперсности формируется та или иная микро- и макроагрегатная структура почвы.

Структурный состав почвы характеризуется *коэффициентом структурности* K [%]:

$$K = \frac{\text{Количество средних (от 0,25 до 7...10 мм) макроагрегатов}}{\text{Сумма мелких (0,25 мм) и крупных (7...10 мм) макроагрегатов}}.$$

Установлено, что чем больше K, тем лучше структура почвы.

Существуют следующие факторы формирования микро- и макроагрегатной структуры почвы: 1) биогенные (корневая система растений и различные живые организмы); 2) климатогенные (увлажнение и высыхание, смена температур, замораживание и оттаивание и др.); 3) деятельность человека, связанная с обработкой и другими видами воздействия на нее.

Корневая система растений является фактором повышения коэффициента структурности K. В ряде случаев влияние почвенной фауны и флоры оказывается более значительным, чем воздействие рабочих органов сельскохозяйственных орудий, так как последние перерабатывают только пахотный слой, а микроорганизмы могут проникать за пределы этого слоя иногда на глубину более 1 м.

Структурообразование почвы происходит также под влиянием объемных изменений в ней, вызываемых попеременным увлажнением и высыханием, промерзанием и оттаиванием. Морозная зима заметно улучшает структуру почвы: после обработки хорошо промерзшая почва содержит 52 % микроагрегатов оптимальных размеров и лишь 12 % крупных глыб, в то время как почва после мягкой зимы и обработки содержит только 33 % микроагрегатов оптимальных размеров и 29 % глыб.

Известно, что при определенной влажности любая почва приобретает особые свойства, при которых она готова к ме-

ханической обработке. Состояние почвы, при котором механическая обработка наиболее эффективна, называется *физической спелостью*. При физической спелости почва лучше крошится, а для ее обработки требуются минимальные энергетические затраты.

Наиболее существенно от структуры почвы зависят ее плотность, а также поровое пространство, т.е. объем пор и распределение их по размерам.

Плотность почвы является существенной характеристикой, от которой зависит комплекс физических условий в ней: водный, воздушный и тепловой режим, а следовательно, условия биологической деятельности. Поэтому в системе обработки почвы в нашей стране и за рубежом предусматривается прежде всего регулирование ее плотности. Установлено, что наивысшей урожайности растения достигают при *оптимальной плотности*, имеющей различное значение для разных почв и отличающейся от *равновесной плотности* (плотности естественного сложения) (табл. 2.7). Оптимальная плотность легких по механическому составу почв выше оптимальной плотности суглинистых и глинистых почв.

Таблица 2.7

Плотность ρ почв по Б.А. Доспехову и А.И. Попонину

Почва	Плотность, г / см^3		
	равновесная	оптимальная для культур	
		зерновых	пропашных
Дерново-подзолистая:			
песчаная связная	1,50...1,60	—	1,40...1,50
супесчаная	1,30...1,40	1,20...1,35	1,10...1,45
суглинистая	1,35...1,50	1,10...1,30	1,00...1,20
Дерново-карбонатная суглинистая	1,40...1,50	1,10...1,25	1,00...1,20
Дерново-глеевая суглинистая	1,40	1,20...1,40	—
Луговая пойменная суглинистая	1,15...1,20	—	1,00...1,20

Окончание табл. 2.7

Почва	Плотность, г / см^3		
	равновесная	оптимальная для культур	
		зерновых	пропашных
Болотная (степень разложения торфа 35…40 %)	0,17…0,18	—	0,23…0,25
Серая лесная тяжелосуглинистая	1,40	1,15…1,25	1,00…1,25
Чернозем суглинистый	1,00…1,30	1,20…1,30	1,00…1,30
Каштановая суглинистая	1,20…1,45	1,10…1,30	1,00…1,30
Серозем суглинистый	1,50…1,60	—	1,20…1,40

Зависимость урожайности У (в процентах) различных культур от плотности почвы показана на рис. 2.6, кривые по-

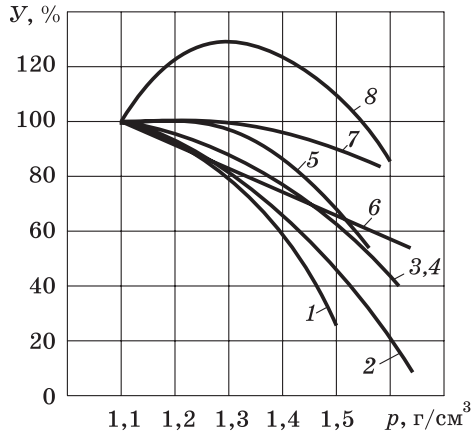

Рис. 2.6. Зависимость урожайности сельскохозяйственных культур от плотности почвы (по И.Б. Ревуту): *1, 2* — соответственно, солома овса и овес на мощном тяжелосуглинистом черноземе; *3* — солома овса на каштановой глинистой почве; *4* — зеленая масса кукурузы на дерново-подзолистой суглинистой почве; *5* — овес на каштановой суглинистой почве; *6* — картофель на тяжелосуглинистой почве; *7* — содержание крахмала в картофеле на тяжелосуглинистой почве; *8* — зеленая масса кукурузы на дерново-подзолистой супесчаной почве

строены по данным вегетационных опытов в сосудах. Например, при уплотнении тяжелосуглинистого чернозема (кривые *1* и *2*) до плотности 1,5...1,6 г/см^3 не происходит изменений механического и микроагрегатного состава почвы, удельное содержание гумуса и элементов питания при этом резко возрастает, однако урожайность снижается. Причинами этого являются разрушение макроструктуры, снижение общей пористости и коренное изменение соотношения между порами крупных и малых размеров.

Повышенная плотность почв одинакового механического состава по-разному влияет на урожайность одной и той же культуры. Например, на супесчаной почве урожай зеленой массы кукурузы (кривая *8*) при плотности 1,45 г/см^3 будет на 28 % выше, чем при плотности 1,1 г/см^3. На суглинистой почве при плотности 1,45 г/см^3 урожай зеленой массы кукурузы (кривая *4*) на 30 % меньше урожая на рыхлой почве.

В переуплотненных почвах возникает явление пространственной тесноты. При этом вследствие возросшего сопротивления почвы ухудшается развитие растений. Например, клубни картофеля при плотности 1,4 г/см^3 деформируются, из-за чего снижаются урожай и содержание в них крахмала (кривые *6* и *7*). Уплотненная почва представляет собой значительное механическое препятствие для распространения корневых систем растений. Из-за высокой плотности корневая система растений (до 80 % и более) находится в верхних слоях почвы (7...10 см), что отрицательно влияет на протекание биологических процессов.

Приведенные данные показывают, что плотность почвы является важным фактором урожая. Можно создать высокий уровень плодородия с помощью минеральных и других удобрений, добиться нормальной водообеспеченности поля, но и при таких условиях чрезмерно высокая плотность не позволит получить высокий урожай. Для поддержания высокого уровня плодородия многих типов почв не следует допускать их переуплотнения, т.е. плотность почвы должна быть 1,25...1,35 г/см^3.

Огромное значение для плодородия почв имеют их пористость и состав почвенного воздуха. Как правило, часть пор занята водой, из-за чего суммарный объем воздушных пор

значительно уменьшается. Занятую воздухом часть объема влажной почвы называют *воздухоемкостью*. Если общая пористость составляет 50 %, а занимаемый водой объем 18 %, то воздухоемкость составляет 32 % объема почвы. Соотношение между объемами, занятыми воздухом и водой, является важнейшей характеристикой почвы.

Таким образом, плодородие целиком определяется физическими условиями в почве и зависит от плотности, которая в значительной степени определяет пористость, содержание влаги, размеры почвенных частиц и пор между ними, размеры микро- и макроагрегатов, количества живых организмов и микроорганизмов. Почва — это биологическая среда, о которой можно сказать: «почва живет» и «почва дышит». Для того чтобы это соответствовало действительности, отношение к почве должно быть бережным. При проектировании и эксплуатации сельскохозяйственных тракторов, машин и орудий необходимо руководствоваться принципом, согласно которому техника, предназначенная для работы в той или иной среде, должна иметь экологическую совместимость с этой средой.

2.2.4. Уплотнение почв

Уплотнение почв происходит при многократном воздействии движителей на нее. Особенно явно этот процесс проявляется при выполнении сельскохозяйственных работ, когда почва уплотняется за счет воздействия не только движителей машины (трактора), но и почвообрабатывающих машин (орудий).

Рассмотрим этот процесс более подробно на примере работы машинно-тракторного агрегата (трактор + орудие). В этом случае деформации уплотнения накапливаются не только в пахотном, но и в подпахотном слое почвы. Образовавшаяся в результате так называемая *плужная подошва* препятствует проникновению воды в глубь почвы, что приводит к водной эрозии или заболачиванию почвы в сырую погоду или быстрому ее высыханию и ветровой эрозии при засухе. Плужная подошва нарушает капиллярный приток влаги из более глубоких слоев к поверхности и препятствует развитию корневой системы сельскохозяйственных культур. Разрушение плужной подошвы с помощью глубокого рыхления или чизе-

левания существенно улучшает плодородие почвы, однако при этом увеличивается стоимость технологического процесса возделывания культур.

Механическое воздействие движителей на почву не может рассматриваться только как уплотняющее, так как одновременно с этим происходит интенсивное разрушение структуры почвы под влиянием буксования. Кроме того, образуются колеи, которые затрудняют выполнение последующих технологических операций обработки почвы, ухудшают работу сельскохозяйственной техники, снижают качество полевых работ, служат искусственным руслом стока воды, приводят к увеличению затрат энергии (топлива), снижают производительность труда. Сопротивление обработке почвы по следу гусеничных тракторов возрастает на 25 %, колесных тракторов — на 40 %, тяжелых автомобилей — на 65% по сравнению с сопротивлением обработки неуплотненных участков [18]. Неуплотненные участки не превышают 10...15 % площади поля, так как в процессе подготовки почвы, посева, ухода за растениями, уборки урожая и остатков различные машины проходят по полю 5...15 раз, суммарная площадь следов движителей этих машин в 2 раза превышает площадь полевого участка, 10...12 % площади поля подвергается воздействию машин от 6 до 20 раз, 65...80% площади — от 1 до 6 раз.

Для предотвращения негативных последствий механического воздействия движителей на почву анализируются причины переуплотнения почв движителями, разрабатываются методы борьбы с этим явлением и мероприятия, позволяющие ограничить (или снизить) механическое воздействие.

Можно выделить три главных направления решения этой проблемы.

1. *Технологическое,* заключающееся в совершенствовании технологии возделывания сельскохозяйственных культур, включая снижение количества проходов техники по полям, особенно при неблагоприятном состоянии почвы, в разработке рациональных маршрутов движения машин, применении комбинированных и широкозахватных агрегатов, минимальной обработке почвы, устройстве постоянных полос для проезда техники, использовании перегрузочной технологии при взаимодействии с транспортными средствами и др. Эти меры

(индустриальные технологии) широко используются в отечественной практике в последние годы.

2. *Агрономическое,* заключающееся в повышении способности почвы противостоять уплотняющим и сдвигающим нагрузкам благодаря внесению удобрений (главным образом органических) и соблюдению качественных показателей при обработке почвы, выполнении дополнительных операций разуплотнения.

3. *Конструкторское,* заключающееся в совершенствовании тракторов, сельскохозяйственных машин и их движителей, способствующих устранению или снижению негативных воздействий на почву. Благодаря этому почву можно предохранить от переуплотнения, что приведет к сохранению ее потенциального и эффективного плодородия и позволит избежать излишних затрат энергии на почвообработку, которые в настоящее время весьма значительны.

Конструкторское направление является эффективным средством решения проблемы, поскольку относительно легче (и дешевле) предотвратить механическое воздействие движителей на почву, чем затем устранять его последствия.

Основными факторами, определяющими воздействие движителей на почву, являются плотность, твердость и структурный состав почвы в следах, а также уплотняемая площадь поля. Например, плотность и твердость почвы в следах движителей существенно зависят от кратности воздействия (числа проходов движителей по одному следу) и скорости движения. Эти факторы необходимо учитывать при выборе параметров движителей новой или модернизированной сельскохозяйственной техники.

Процесс образования следа под движителем состоит из трех фаз. Первая фаза — образование следа вследствие уплотнения почвы. В этой фазе происходит только уплотнение почвы, и зависимость между глубиной следа движителя и нагрузкой практически линейна (см. рис. 2.1, участок I). В аналитическом виде эта зависимость выражается уравнением

$$h = \frac{\sigma_0}{k} \operatorname{arcth} \frac{p}{\sigma_0}.$$

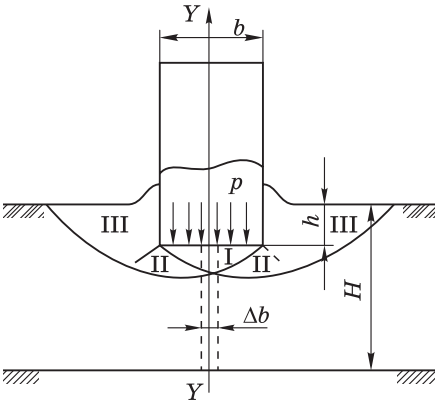

Рис. 2.7. Схема разрушения почвы под движителем трактора

Во второй фазе (см. рис. 2.1, участок II) начинает формироваться уплотненное ядро (рис. 2.7, зона I), в котором относительное перемещение частичек почвы друг относительно друга отсутствует. Ядро подобно клину, погружаясь вместе с движителем в грунт, не только уплотняет нижележащие слои почвы, но и раздвигает их в стороны. Глубина следа движителя увеличивается более интенсивно (см. рис. 2.1, участок II), благодаря прогрессирующим сдвигам в почве начинают формироваться переходная зона II и зона пассивного предельного состояния III (см. рис. 2.7). Сплошные линии, ограничивающие снизу указанные зоны, называют *линиями скольжения*.

В аналитическом виде связь между глубиной следа движителя и нагрузкой во второй фазе выражается в виде

$$h = \frac{\sigma_0}{k}\frac{1}{1-p/\sigma_0}\operatorname{arcth}\frac{p}{\sigma_0}.$$

В третьей фазе (см. рис. 2.1, участок III) деформации под движителем теоретически могут развиваться до бесконечности без увеличения нагрузки, однако практически этого не происходит вследствие наличия близлежащего твердого основания (глубина H) и возрастания объема грунта (почвы), участвующего в процессе (см. рис. 2.7). В этой фазе полностью формируется зона III, и деформация почвы происходит в основном в результате сдвигов вследствие ее разрушения по поверхностям скольжения. При этом частицы почвы смещаются в стороны менее напряженных областей, о чем свидетельствуют местные «выпоры» по краям движителя.

При буксовании движителей (ведущий режим) глубина следа возрастает вследствие дополнительного сдвига почвы

в горизонтальном направлении. Увеличение глубины следа [12] предлагается учитывать произведением деформации на величину $1+\delta/(1+\delta/2)$, в результате чего выражение для глубины следа после прохода одиночного движителя будет иметь вид

$$h = \frac{\sigma_0}{k}\frac{1}{1-\dfrac{p}{\sigma_0}}\frac{1+\delta}{1+\dfrac{\delta}{2}}\operatorname{arcth}\frac{p}{\sigma_0},$$

где δ — коэффициент буксования движителя.

2.2.5. Оценка уплотняемости почв

Нормируемыми показателями являются максимальное давление движителя на почву $p_к$ и нормальное напряжение $\sigma_{0,5}$ на глубине 0,5 м. Для определения максимального давления колесного движителя на почву можно применить следующую зависимость:

$$p_к = \frac{K_2}{K_1} p_{к.ср}, \qquad (2.9)$$

где $K_2 = 1{,}5$ — коэффициент продольной неравномерности распределения давления по площади контакта шины; K_1 — коэффициент, зависящий только от наружного диаметра D шины; $p_{к.ср}$ — среднее давление колесного движителя на жесткое основание, определяется экспериментально по методике ГОСТ 7057–81.

Значения K_1 для шин разного диаметра приведены в табл. 2.8.

Таблица 2.8

Значения коэффициента K_1

Наружный диаметр шины, м	K_1	Наружный диаметр шины, м	K_1
До 0,6	1,60	Свыше 1,0 до 1,2	1,20
Свыше 0,6 до 0,8	1,40	Свыше 1,2 до 1,5	1,15
Свыше 0,8 до 1,0	1,30	Свыше 1,5	1,10

Максимальное нормальное напряжение под одиночным движителем

$$\sigma_{0,5} = 0{,}637\, p_{\text{к.ср}} \left[\operatorname{arctg} \frac{ab}{0{,}5\sqrt{a^2 + b^2 + 0{,}25}} + \right.$$
$$\left. + \frac{0{,}5ab(a^2 + b^2 + 0{,}5)}{(a^2 + 0{,}25)(b^2 + 0{,}25)\sqrt{a^2 + b^2 + 0{,}25}} \right], \qquad (2.10)$$

где a и b — половины длины и ширины прямоугольной площади контакта, м; $a = A_{\text{к.п}} / (2b_{\text{к}})$; $b = b_{\text{к}}/2$ (здесь $A_{\text{к.п}} = A_{\text{к}} K_1$ — приведенная к условиям работы на почвенном основании площадь контакта шины колеса с почвой, м^2; $A_{\text{к}}$ — контурная площадь контакта (определяют на жестком основании в соответствии с ГОСТ 26953–86), м^2; $b_{\text{к}}$ — ширина отпечатка контурной площади (определяют измерением наибольшего размера отпечатка в плоскости, перпендикулярной направлению вращения колеса), м.

Зависимость (2.10) используют для определения $\sigma_{0,5}$ под сдвоенными или большим числом шин колесного движителя одной оси, если расстояние между продольными осями шин $b_0 \geq 2b_{\text{к}}$.

Если $b < 2\, b_{\text{к}}$, то

$$a = \frac{\sum_{i=1}^{n} A_{\text{к.п}}}{2\sum_{i=1}^{n} b_{\text{к}i}}; \qquad b = \frac{\sum_{i=1}^{n} b_{\text{к}i}}{2}; \qquad p_{\text{к}} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} p_{\text{к}i},$$

где n — число шин на одной оси одного борта; $i = 1, 2 \ldots$

Таким образом, для расчетного определения стандартных показателей $p_{\text{к}}$ и $\sigma_{0,5}$ необходимо найти величины $p_{\text{к.ср}}$, $A_{\text{к}}$ и $b_{\text{к}}$, так как остальные величины, входящие в формулы (2.9) и (2.10), определяют расчетным путем.

Среднее давление колесного движителя на жесткое основание

$$p_{\text{к.ср}} = \frac{G_{\text{к}}}{A_{\text{к}}},$$

где $G_к$ — вертикальная нагрузка на движитель, кН; $A_к$ — площадь контакта шины колеса с почвой, м^2, $A_к = \frac{\pi}{4} a_к b_к$ (здесь $A_к$ — длина отпечатка контурной площади на жестком основании; $a_к = C_з \sqrt{D h_ш - h_ш^2}$; $b_к = 2\sqrt{2 r_c' h_ш - h_ш^2}$; $h_ш$ — статический прогиб шины при нагрузке $G_к$, м; $r_c' = \frac{b + H}{2{,}5}$ — приведенный радиус поперечного сечения шины, м; $H = (D - d)/2$ — высота профиля шины, м; D, b — диаметр и ширина профиля шины, м; $C_з$ — поправочный коэффициент для тракторных шин,

$$C_з = \frac{20{,}5}{11{,}9 + [D/b - (n - 9)/2 - 3]};$$

n — норма слойности.

Уравнение универсальной характеристики шины имеет вид

$$G_к = \frac{h_ш^2}{C_1 + C_2 \dfrac{h_ш}{p_ш + p_0}}, \qquad (2.11)$$

где C_1, C_2 — постоянные коэффициенты для данной шины; $p_ш$ — давление воздуха в шине; p_0 — условное давление, характеризующее жесткость шины при отсутствии давления в ней воздуха, зависит прежде всего от относительной толщины стенок шины и жесткости материалов; $h_ш$ определяют по полученной из уравнения (2.11) зависимости

$$h_ш = \frac{C_2 G_к}{2(p_ш + p_0)} + \sqrt{\left[\frac{C_2 G_к}{2(p_ш + p_0)}\right] + C_1 G_к}.$$

Значение p_0 и коэффициенты C_1 и C_2 определяют из зависимости

$$G_к = \frac{p_ш + p_0}{\dfrac{C_1}{h_ш^2} p_ш + \dfrac{C_1}{h_ш^2} p_0 + \dfrac{C_2}{h_ш}}. \qquad (2.12)$$

Из условия существования зависимости (2.12) для нагрузочного ряда любой шины значения p_0, C_1 и C_2 должны удовлетворять следующему условию:

$$\sum_{i=1}^{n}\left[p_{ш_1} - \frac{C_1}{[h_ш]^2}G_{к_i}p_{ш_i} - \left(\frac{C_1}{[h_ш]^2} + \frac{C_2}{[h_ш]}\right)G_{к_i} + p_0\right]^2 \geq \min,$$

где $[h_ш]$ — допустимый статический прогиб шины, м; $i = 1\ldots N$ (здесь N — число ступеней нагрузки на шину в нагрузочном ряду).

Значение $[h_ш]$ можно ориентировочно определить по формуле $[h_ш] = D / 2 - r_{ст}$ (здесь $r_{ст}$ — статический радиус).

Последовательно дифференцируя выражение в квадратных скобках по C_1, C_2 и p_0 и приравнивая соответствующие производные к нулю, получаем систему из трех уравнений с тремя неизвестными, откуда определяем C_1, C_2 и p_0:

$$\frac{\sum_{i=1}^{n}G_{к_i}p_{ш_i}}{[h_ш]^2}C_1 + \left(\frac{C_1p_0}{[h_ш]^2} + \frac{C_2}{[h_ш]}\right)\sum_{i=1}^{n}G_{к_i} - Np_0 = \sum_{i=1}^{n}p_{ш_i};$$

$$\frac{\sum_{i=1}^{n}G_{к_i}^2p_{ш_i}^2}{[h_ш]^2}C_1 + \left(\frac{C_1p_0}{[h_ш]^2} + \frac{C_2}{[h_ш]}\right)\sum_{i=1}^{n}G_{к_i} - p_0\sum_{i=1}^{n}G_{к_i}^2p_ш = \sum_{i=1}^{n}G_{к_i}^2p_{ш_i}^2;$$

$$\frac{\sum_{i=1}^{n}G_{к_i}^2p_{ш_i}^2}{[h_ш]^2}C_1 + \left(\frac{C_1p_0}{[h_ш]^2} + \frac{C_2}{[h_ш]}\right)\sum_{i=1}^{n}G_{к_i} - p_0\sum_{i=1}^{n}G_{к_i} = \sum_{i=1}^{n}G_{к_i}p_{ш_i}.$$

При определении максимального напряжения в почве под единичным гусеничным движителем величины a и b определяют по формулам

$$a = L_г / 2;\ \ b = b_г / 2,$$

где $L_г$ — приведенная длина опорной поверхности гусеницы, $L_г = L_{ус} + t_г$ (здесь $L_{ус}$ — условная длина участка гусеницы, находящаяся в контакте с основанием, м, $t_г$ — шаг гусеницы, м); $b_г$ — ширина гусеницы, измеренная по ее внешним кромкам, м.

Среднее давление единичного гусеничного движителя на почву

$$p_{\text{г.ср}} = p'_{\text{г.ср}} K_{\text{з}},$$

где $p'_{\text{г.ср}}$ — среднее давление гусеничного движителя на почву, $p'_{\text{г.ср}} = G_{\text{к}} / A_{\text{к}}$; $K_{\text{з}}$ — коэффициент заполнения проекции контакта гусеницы с почвой,

$$K_{\text{з}} = A_{\text{г.п}} / (b_{\text{г}} n t_{\text{г}}),$$

где $A_{\text{г.п}}$ — площадь проекции участка гусеницы, включающего $n \geq 3$ полных шагов, на опорную площадку, м^2.

Следует отметить, что процессы сжатия, сдвига и среза грунтов при возможности бокового их выпирания из-под движителя являются очень сложными, требующими дальнейшего изучения. Принятые константы σ_0, k, k_τ, $f_{\text{п}}$, $f_{\text{пр}}$ и $\tau_{\text{ср}}$ также требуют уточнения.

2.3. Геометрические свойства поверхности грунтов

Геометрия поверхности грунтов оказывает большое влияние на динамические и тяговые качества, устойчивость и управляемость машины. Поверхность грунта можно представить в виде поверхности с неровностями различных высоты и формы.

Если высота и форма неровностей поверхности грунта соизмеримы с размерами машины или превышают их, то такую поверхность можно отнести к *макропрофилю*. Например, подъемы, уклоны, ложбины и холмы составляют макрорельеф поверхности.

Если высота и форма часто повторяющихся неровностей соизмерима с грунтозацепами колеса или гусеницы, то такую поверхность можно отнести к *микропрофилю*. Например, после вспашки даже исключительно ровного участка остаются продольные борозды, поперечный профиль которых имеет более или менее правильную геометрическую форму. Аналогичный микропрофиль формируется при междурядной обработ-

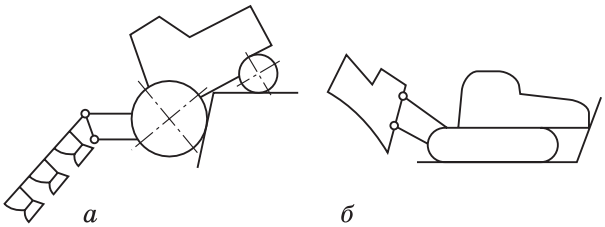

Рис. 2.8. Схема потери проходимости тракторных агрегатов: *а* — посадка машины на днище; *б* — упор передней части машины в препятствие

ке и уборке пропашных культур от следов мобильных машин, колес комбайнов при уборке зерновых и т.д. Мелкие выбоины дороги, кочки и остатки пней целинной поверхности также можно отнести к микропрофилю.

Макропрофиль поверхности оказывает влияние в основном на проходимость, управляемость и устойчивость мобильных агрегатов. Размеры и форма препятствий, вызывающих полную или неполную потерю проходимости машины, весьма разнообразны. Однако можно ограничиться рассмотрением только нескольких типов препятствий. Потеря проходимости может быть вызвана двумя причинами: зависанием машин или тракторного агрегата над препятствием вследствие недостаточного клиренса (рис. 2.8, *а*) и упором носовой части машины в препятствие из-за недостаточного угла атаки (рис. 2.8, *б*). Эти случаи могут наблюдаться при образовании пересекающимися поверхностями выпуклых или вогнутых профилей.

Препятствие описывается полностью, если приведены все размеры профиля (рис. 2.9). Величины α, h и b обычно

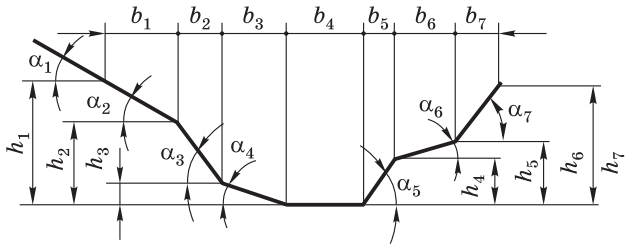

Рис. 2.9. Схема препятствий сложной формы

укладываются в очень широкий, но ограниченный ряд; сложная форма профиля встречается редко, и это упрощает описание препятствий. Формы препятствий с некоторыми допущениями сведены М.Г. Беккером [5] к комбинации уступа и выступа, т.е. к канаве и насыпи (рис. 2.10). Дальнейшее упрощение препятствий, применяемое при исследованиях проходимости машин, сводится к их представлению в виде прямоугольных канав и балок с размерами h и b.

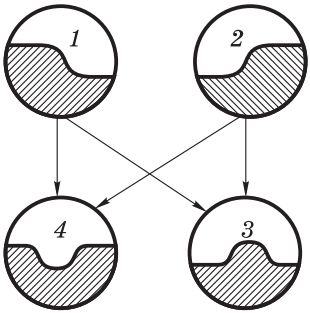

Рис. 2.10. Соотношение между основными конфигурациями поверхностных неровностей: *1* — уступ; *2* — выступ; *3* — насыпь; *4* — канава

Поперечная и продольная устойчивость агрегата на склоне определяется углами подъема и склона и будет рассмотрена более подробно в главе, посвященной устойчивости машин.

Следует отметить, что геометрию поверхности грунта с точки зрения проходимости и устойчивости необходимо увязывать с размерами агрегата.

Микропрофиль поверхности в виде часто повторяющихся неровностей вызывает колебательные процессы в агрегате, что приводит к ухудшению условий работы водителя, увеличению нагруженности деталей и узлов, снижению скорости движения, управляемости и устойчивости.

Как правило, неровности носят случайный характер. Даже поливные борозды, междурядья, пахотные борозды, следы и т.п., образованные в результате взаимодействия грунта с рабочими органами машины, не имеют точных геометрических форм. Это происходит потому, что свойства грунтов на разных участках непостоянны, скорость обработки и характер взаимодействия рабочих органов с грунтом колеблются в некоторых пределах и, кроме того, на них влияют атмосферные осадки и др. Грунтовые дороги, залежь, луг и стерня, микропрофиль которых образуется в результате воздействия случайных факторов, не имеют постоянных харак-

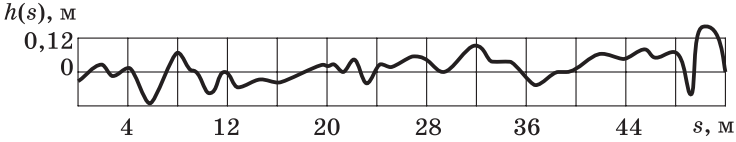

Рис. 2.11. Профилограмма почвы двухлетней залежи

теристик. На рис. 2.11 показан микропрофиль двухлетней залежи.

Для описания характеристик воздействий на мобильные машины в последнее время широко применяют вероятностные методы — *теорию случайных величин* и для более полной оценки — *теорию случайных функций.*

Движение машины по микропрофилю можно рассматривать как стационарный случайный процесс [25], который не зависит от того, начнет машина движение по данному микропрофилю с определенной скоростью в настоящий момент или через некоторое время, например через 30 мин. Очевидно, колебательный процесс от этого не изменится. В этом случае стационарная случайная функция воздействия зависит от свойств микропрофиля грунта и скорости движения.

В прикладной теории вероятностей случайные величины характеризуются числовыми характеристиками: математическим ожиданием, дисперсией и моментами высших порядков. Математическое ожидание — функция времени для каждого значения аргумента, равная математическому ожиданию случайной величины. Если дискретная случайная величина H имеет возможные значения $h_1, h_2, \ldots, h_n$ с вероятностями $P_1, P_2, \ldots, P_n$, математическое ожидание

$$M(H) = \frac{h_1 P_1 + h_2 P_2 + \ldots + h_n P_n}{P_1 + P_2 + \ldots + P_n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} h_i P_i}{\sum_{i=1}^{n} P_i}.$$

Сумма вероятностей всегда равна единице, т.е. $\sum_{i=1}^{n} P_i = 1$. Тогда

$$M(H) = \sum_{i=1}^{n} h_i P_i.$$

Таким образом, математическое ожидание случайной величины представляет собой сумму произведений всех ее возможных значений на вероятность их появления.

Математическое ожидание непрерывной случайной величины определяется предельным переходом от суммарных дискретных значений к интегралу по всему интервалу значений случайной величины и записывается следующим образом:

$$M(H) = \int_a^b hf(H)dh,$$

где a, b — границы интервала интегрирования.

Дисперсия дискретной случайной величины $D(H)$ представляет собой произведение суммарных квадратов отклонений случайной величины от ее математического ожидания и вероятности их появления:

$$D(H)\sum_{i=1}^{n}[h_1 - M(H)]^2 P_i.$$

Для непрерывной случайной величины

$$D(H) = \int_a^b [h_i - M(H)]^2 f(H)dh.$$

В теории случайных процессов для характеристики случайных функций пользуются статистическими характеристиками, которые являются не числами, а функциями, причем функциями не случайными. Для стационарных случайных процессов такими характеристиками являются корреляционная функция и спектральная плотность (энергетический спектр).

Корреляционную функцию для каждого режима движения определяют по микропрофилю грунта. Эта функция является основной статистической характеристикой во временной области стационарного случайного процесса и отражает основные свойства, воздействия: характер неровностей микропрофиля грунта (высоту, форму, длину) и скорость движения трактора.

Корреляционная функция характеризует связь между ординатами случайной функции, смещенными друг относительно друга на время τ. Для непрерывной случайной функции корреляционная функция записывается в следующем виде:

$$R(\tau) = \frac{1}{2T}\int_{-T}^{T}[H(t) - M(H)][H(t+\tau) - M(H)]dt, \quad (2.13)$$

где τ — разность моментов времени наблюдения ординаты случайной функции; $2T$ — интервал наблюдения при движении машины со скоростью v на участке длиной s; $t = s/v$ — текущее значение времени.

Из формулы (2.13) видно, что при нулевом смещении $\tau = 0$ и для некоторого конечного интервала наблюдения $2T$ значение корреляционной функции будет равно дисперсии ординат неровностей: $R(0) = D(H)$.

При $\tau > 0$, но малом значении ординат $H(t)$ и $H(t + \tau)$ незначительно отличаются друг от друга. Следовательно, они связаны: если величина $H(t)$ приняла какое-то значение, величина $H(t+\tau)$ с большей вероятностью примет значение, близкое к нему. При $x = 0$ связь наибольшая. При увеличении сдвига τ зависимость ординат $H(t)$ и $H(t + \tau)$ между собой должна ослабевать и, следовательно, значение корреляционной функции должно уменьшиться. Поэтому всегда справедливо неравенство $R(0) \geq R(\tau)$.

Если микропрофиль грунта представляет собой гармоническую функцию (например, синусоидальную или косинусоидальную), то корреляционная функция такого микропрофиля представляет собой гармоническую функцию той же частоты. В этих случаях профиль поля или дороги в первом приближении можно представить изменяющимся по гармоническому закону:

$$h = h_0\left[1 - \cos\left(\frac{2\pi x}{l}\right)\right],$$

где h_0 — половина высоты неровности; x — абсцисса неровности; l — длина неровности.

При движении машины с постоянной скоростью v абсцисса (путь) изменяется по закону $x = vt$, а возмущение, передаваемое от неровности на ходовую систему машины, — по закону

$$h = h_0[1 - \cos(\nu t)],$$

где $\nu = 2\pi v / l$ — частота возмущения.

Поскольку характеристики неровностей не связаны со скоростью движения машины, для оценки их состава по длине используют понятия *путевой* и *циклической частоты*. Под циклической частотой λ понимают количество неровностей, расположенных на участке пути длиной 1 м: $\lambda = 1/l$. Путевая частота связана с циклической соотношением

$$\lambda_s = 2\pi\lambda = 2\pi/l.$$

Путевую и циклическую частоты можно представить как частоты возмущений от неровностей пути при движении машины со скоростью 1 м/с: путевую — в радианах в секунду, циклическую — в герцах.

Из рис. 2.12 видно, что корреляционная функция, выраженная кривой *1*, характеризует случайную функцию без гармонических составляющих, так как значение $R(\tau)$ непрерывно убывает с увеличением значений τ и отсутствуют периодические колебания значений $R(\tau)$. Кривая *2* также не имеет гармонических составляющих, но степень случайности процесса существенно выше, так как значения $R(\tau)$ резко уменьшаются с увеличением значений τ. Кривые *3* и *4* характеризуют процесс, в котором явно присутствуют гармонические составляющие. При этом кривая *3* описывает процесс с малой случайностью и высокой периодичностью, т.е. близкий к обычному гармоническому процессу. Кривая *4* описывает процесс со случайными и периодическими составляющими.

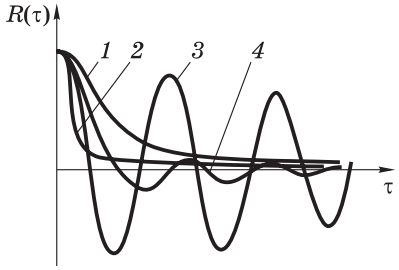

Рис. 2.12. Корреляционные функции случайного микропрофиля грунта

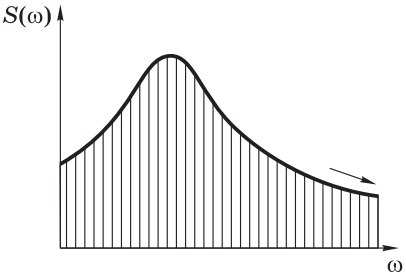

Рис. 2.13. Спектральная плотность случайного микропрофиля грунта

Построение корреляционной функции для отдельной реализации микропрофиля грунта приведено в работе [25].

Вид корреляционной функции зависит от структуры случайного процесса, а также от того, какие частоты и в каких соотношениях преобладают в его составе.

Несмотря на большую универсальность и общность корреляционных функций как характеристик случайных процессов, в практических исследованиях широкое применение находят и другие спектральные характеристики, в частности *спектральная плотность*.

Спектральная плотность $S(\omega)$ характеризует непрерывный спектр частот, имеющихся в данной случайной функции. Если спектральная плотность имеет один резко выраженный максимум (рис. 2.13), значит, данная случайная функция содержит в основном частоты, близкие к частоте, соответствующей максимуму функции. Если спектральная плотность является пологой, случайная функция содержит примерно в равной мере весь спектр частот.

Спектральная плотность и корреляционная функция связаны между собой. Первая может быть выражена через вторую следующим образом:

$$S(\omega) = 2\int_0^\infty R(\tau)\cos\omega\tau d\tau, \qquad (2.14)$$

где ω — текущая частота процесса.

Можно получить и обратную зависимость корреляционной функции от спектральной плотности:

$$R(\tau) = \frac{1}{\pi}\int_0^\infty S(\omega)\cos\omega\tau d\omega. \qquad (2.15)$$

При $\tau = 0$ имеем

$$R(0) = D = \frac{1}{\pi}\int_0^\infty S(\omega)d\omega.$$

Формулы (2.14) и (2.15) называют также прямым и обратным преобразованием Фурье соответственно.

В практике применяется и другой способ аппроксимации неровностей пути, состоящий в определении плотности распределения длины и высоты неровностей и расстояния между их вершинами.

Если имеются данные лишь по одному сельскохозяйственному фону, можно в качестве первого приближения использовать понятие относительной вредности фона и определить данные для другого фона [19]. Относительную вредность фона можно найти, если при данной скорости подсчитать отношение среднего квадратического ускорения для любого фона к ускорению для фона, принятого за основной. Это отношение остается практически постоянным при различных скоростях движения. Поэтому среднее значение указанного отношения можно назвать показателем относительной вредности фона $\rho_п$ (табл. 2.9).

Таблица 2.9

Относительная вредность фона

Фон	$\rho_п$
Стерня озимой пшеницы (движение поперек направления уборки)	1,0
Стерня озимой пшеницы (движение вдоль направления уборки)	0,6
Грунтовая дорога	0,7
Вспаханный луг	0,9
Двухлетняя залежь	1,6
Стерня кукурузы после уборки на силос (движение вдоль направления уборки)	0,8
Паровое поле	1,2

В качестве основного фона принята стерня озимой пшеницы в поперечном направлении относительно участка уборки. Для этого фона $\rho_п = 1$.

Если известно среднее статистическое ускорение $\ddot{z}_m$, то на сиденье машины, движущейся с некоторой скоростью по

одному из фонов, легко получить среднее квадратическое ускорение $\ddot{z}_n$ при движении с той же скоростью по другому фону:

$$\ddot{z}_n = \ddot{z}_m \frac{\rho_n}{\rho_m}.$$

Итак, основные свойства машины (агрегата): тягово-сцепные, проходимость, маневренность, устойчивость, плавность хода и др. — определяются при взаимодействии ее ходового аппарата с поверхностью движения. Она может быть искусственной (асфальт, бетон и т.д.) и естественной (залежь, пахота и т.д.). Последняя характеризуется рядом физических свойств, таких как структура и механический состав, влажность, плотность, а также механическими характеристиками — сопротивлением грунтов сжатию и сдвигу. Правильное использование физических свойств грунта и его механических характеристик дает возможность оптимизировать выбор параметров при проектировании машин.

Геометрические свойства поверхности грунтов влияют на тяговые и динамические качества машины. Макропрофиль поверхности характеризуется размерами и формой препятствия и оказывает влияние на проходимость, устойчивость и маневренность агрегата. Микропрофиль поверхности вызывает колебательные процессы в машине, что приводит к ухудшению условий работы водителя, увеличению нагруженности деталей и узлов, снижению скорости движения. Микропрофиль описывается числовыми характеристиками, принятыми в теории вероятности (математическим ожиданием, дисперсией и моментами высоких порядков), а также статистическими характеристиками (корреляционная функция и спектральная плотность). Если имеются данные только по одному фону, в качестве первого приближения можно использовать коэффициент ρ_n для определения интересующих величин по другим фонам.

3 ОБЩАЯ ДИНАМИКА КОЛЕСНЫХ МАШИН

3.1. Колесный движитель. Основные понятия и определения

Движитель — это взаимодействующий с грунтом или поверхностью дороги механизм машины, преобразующий энергию двигателя в полезную работу и обеспечивающий движение машины и управление ей. Движитель машины может быть колесным, гусеничным и комбинированным.

Колесный движитель имеет управляемые и неуправляемые колеса, которые состоят из ступицы, обода и шины. На современных машинах используют только эластичные пневматические шины. Колесные движители различаются между собой общим числом колес и числом приводных колес. К приводным колесам в процессе движения машины при определенных условиях (при включении привода) передается мощность от двигателя, в этом случае приводные колеса являются *ведущими*. Если мощность на колесо не передается, то оно считается *ведомым*.

Общее число колес машины и число приводных колес выражается колесной формулой. Так, формула 4К2 означает, что у машины четыре колеса, из которых два приводных, а формула 4К4 означает, что все колеса приводные. Например, полноприводный трактор имеет колесную формулу 4К4, но при выключении переднего моста его колесная формула имеет вид 4К2.

Чтобы представить движение машины и работу ее движителя в целом, необходимо предварительно рассмотреть качение отдельного колеса и найти основные зависимости между факторами, определяющими условие качения. Эти зависимости могут быть силовыми, связывающими приложенные к колесу силы и моменты, и скоростными, связывающими угловую скорость качения колеса со скоростью его поступательного перемещения.

Условия качения колеса определяются взаимодействием его, с одной стороны, с корпусом (рамой) и силовой передачей машины, а с другой — с поверхностью движения (грунтом, дорогой).

При взаимодействии колеса с корпусом машины и силовой передачей возникают момент $M_к$, приложенный к ступице колеса, и сила, действующая на ось. Последняя может быть разложена на составляющую G, перпендикулярную к поверхности движения F, и составляющую F, параллельную этой поверхности.

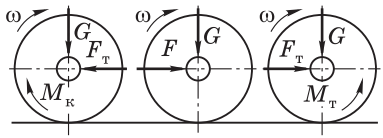

Рис. 3.1. Схема приложения сил и моментов к колесу: *а* — ведущему; *б* — ведомому; *в* — тормозящему

Колесо называется ведущим, если момент, приложенный к его ступице со стороны силовой передачи, направлен в сторону вращения колеса (рис. 3.1, *а*).

Колесо называется ведомым, когда момент, приложенный к ступице, равен нулю (рис. 3.1, *б*). Тогда к оси колеса должно быть приложено толкающее усилие. Практически момент на ступице никогда не равен нулю, поскольку существует трение в подшипниках колеса или ведущей оси. Однако ввиду его сравнительно малого значения сопротивлением трению пренебрегают.

Если колесо тормозится тем или иным способом, то его называют тормозящим и к его ступице прикладывается тормозной момент $M_т$ (рис. 3.1, *в*).

3.2. Кинематика качения колеса

Рассмотрим качение колеса по плоскости. Обод колеса и плоскость качения абсолютно жесткие. В этом случае обод колеса имеет контакт с плоскостью качения по линии, нормальной плоскости чертежа и проходящей через точку O_1 (рис. 3.2). В реальных условиях вследствие неизбежных деформаций обода колеса и плоскости опорная поверхность ко-

леса отличается от линии контакта и имеет некоторую контактную поверхность.

В зависимости от условий качения колеса мгновенная ось вращения занимает различные положения. При положении мгновенной оси вращения в точке O_1 опорная поверхность колеса остается неподвижной в течение бесконечно малого промежутка времени и абсолютная скорость точки O_1 обода равна нулю.

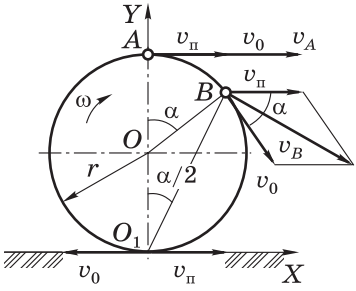

Рис. 3.2. Кинематика качения жесткого колеса

При положении мгновенной оси вращения ниже точки O_1 опорная поверхность колеса перемещается по направлению движения трактора. Такое перемещение называется *скольжением*.

При положении мгновенной оси вращения выше точки O_1 опорная поверхность колеса перемещается против направления движения трактора. Такое перемещение называется *буксованием*.

Допустим, что качение колеса происходит при отсутствии скольжения и буксования, т.е. мгновенная ось вращения совпадает с опорной линией в точке O_1 (см. рис. 3.2).

Вращение колеса около мгновенной оси вращения O_1 с угловой скоростью ω можно разложить на переносное поступательное движение со скоростью, численно равной произведению ω на радиус обода колеса r, и относительное вращательное движение колеса с угловой скоростью ω около его геометрической оси O. Вектор скорости точки обода колеса $\overline{v}_п$ в переносном поступательном движении направлен в сторону движения и параллельно поверхности; вектор скорости $\overline{v}_0$ в относительном движении направлен в сторону вращения колеса касательно к точке обода и численно равен произведению его угловой скорости ω на r. Результирующая скорость любой точки колеса определяется геометрическим сложением векторов скоростей этой точки в переносном и относительном движении.

На рис. 3.2 показано графическое определение результирующих скоростей различных точек обода. Результирующая скорость v_A точки A направлена в сторону движения параллельно поверхности и равна сумме векторов $\bar{v}_{\text{п}}$ и $\bar{v}_0$, а модуль ее равен арифметической сумме модулей векторов, т.е.

$$\bar{v}_A = \bar{v}_{\text{п}} + \bar{v}_0;$$

$$\left|\bar{v}_A\right| = 2\omega r\cos\alpha/2 = 2\omega r\cos 0 = 2\omega r.$$

Результирующая скорость точки B также равна геометрической сумме скоростей $\bar{v}_{\text{п}}$ и $\bar{v}_0$, а модуль ее графически определяется диагональю параллелограмма с равными сторонами, т.е.

$$\bar{v}_{\text{B}} = \bar{v}_{\text{п}} + \bar{v}_0;$$

$$\left|\bar{v}_B\right| = 2\omega r\cos\alpha/2.$$

Вектор результирующей скорости точки B направлен перпендикулярно к радиусу мгновенной оси вращения.

Результирующая скорость точки O_1 равна нулю, так как для нее угол $\alpha = 180°$; это следует также из понятия мгновенной оси вращения колеса, на которой в данный момент лежит точка обода O_1.

Определим уравнение движения точки B обода колеса (рис. 3.3). При повороте колеса на угол α его ось переместится из положения O_1 в положение O_2, а точка B обода колеса займет положение B'. Примем за начало координат точку B'. Координата x точки B может быть представлена как сумма расстояний

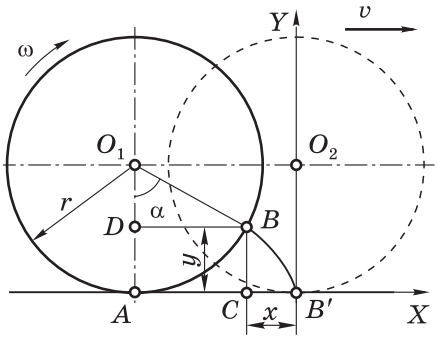

Рис. 3.3. Траектория точки при качении жесткого колеса

$$-x = -AB' + AC$$

или

$$x = AB' - AC.$$

Поскольку колесо перемещается без скольжения и буксования, расстояние AB' должно быть равно дуге AB, следовательно, равно $r\alpha$. Согласно рис. 3.3, расстояние $AC = r\sin\alpha$.

Вертикальную координату точки B можно представить в виде

$$y = CB = AD = AO_1 - DO_1,$$

где $AO_1 = r$; $DO_1 = r\cos\alpha$.

Таким образом, уравнение движения точки B в параметрической форме можно представить в следующем виде:

$$x = r\alpha - r\sin\alpha = r(\alpha - \sin\alpha); \qquad y = r - r\cos\alpha = r(1 - \cos\alpha).$$

Из уравнений видно, что точка B на ободе колеса описывает циклоиду.

Дифференцируя эти формулы по времени, получаем составляющие скорости точки колеса, параллельные $\bar{v}_г$ и перпендикулярные $\bar{v}_в$ к поверхности движения при $\omega = \dfrac{d\alpha}{dt} = \text{const}$:

$$\bar{v}_г = \frac{dx}{dt} = r\omega(1 - \cos\alpha);$$

$$\bar{v}_в = \frac{dy}{dt} = r\omega\sin\alpha.$$

Ускорение точки колеса в направлении, параллельном поверхности движения, при равномерном движении колеса

$$a_г = r\omega^2\sin\alpha.$$

Ускорение точки колеса в направлении, перпендикулярном поверхности движения, при равномерном движении колеса

$$a_в = r\omega^2\cos\alpha.$$

Результирующее ускорение определяется геометрическим сложением найденных ранее ускорений:

$$a = r\omega^2,$$

т.е. представляет собой центростремительное ускорение.

3.3. Скольжение и буксование колеса

При приложении к оси колеса толкающей силы или тормозного момента и при недостаточной связи его обода с поверхностью движения колесо начинает проскальзывать, т.е. путь, пройденный осью колеса при повороте его на угол $\Delta\alpha$, больше дуги вращения, и мгновенная ось вращения перемещается в точку $O_{ск}$ (рис. 3.4, *а*). При приложении к колесу ведущего момента в аналогичных условиях движения и недостаточном сцеплении обода с поверхностью движения колесо начинает пробуксовывать, т.е. дуга поворота колеса становится больше пути, проходимого осью колеса при повороте его на угол $\Delta\alpha$, и мгновенная ось вращения перемещается в точку $O_{бук}$ (рис. 3.4, *б*).

Скольжение и буксование колеса оценивается коэффициентами скольжения ν и буксования δ. Для того чтобы представить их сущность, заменим реальное колесо воображаемым. При скольжении реальное колесо (рис. 3.4, *а*) можно заменить колесом большого радиуса $r_к$, которое катится без

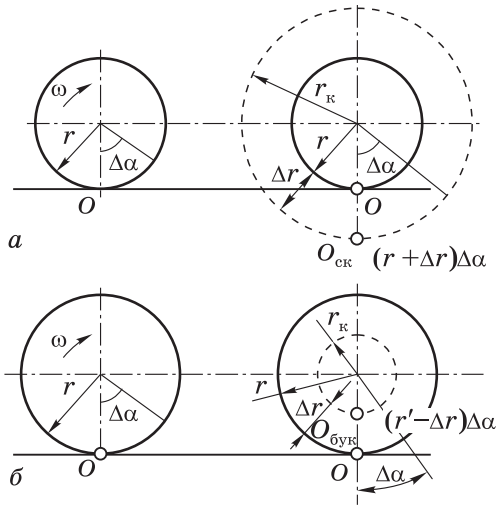

Рис. 3.4. Кинематика качения жесткого колеса: *а* — со скольжением; *б* — с буксованием

скольжения по поверхности, при этом мгновенный центр вращения оси переносится в точку $O_{ск}$. При буксовании (рис. 3.4, *б*) реальное колесо можно заменить колесом меньшего радиуса $r_к$, которое катится без буксования, при этом мгновенный центр вращения переносится в точку $O_{бук}$.

Таким образом, путь, пройденный осью воображаемого колеса при скольжении,

$$\Delta s = r_к \Delta\alpha = (r + \Delta r)\Delta\alpha .$$

Следовательно, проскальзывание обода колеса относительно поверхности движения равно разности путей, пройденных осью воображаемого и реального колес, т.е.

$$\Delta s - r\Delta\alpha = r_к\Delta\alpha - r\Delta\alpha = (r + \Delta r)\Delta\alpha - r\Delta\alpha = (r_к - r)\Delta\alpha = \Delta r\Delta\alpha ,$$

и коэффициент скольжения ν, равный отношению пути проскальзывания к пути, пройденному осью реального колеса при повороте его на угол $\Delta\alpha$ без скольжения и буксования, определяется выражением

$$\nu = \frac{(r_к - r)\Delta\alpha}{r\Delta\alpha} = \frac{r_к - r}{r} = \frac{\Delta r}{r} ,$$

откуда

$$r_к = r(1 + \nu).$$

При $\Delta r = 0$ колесо катится без скольжения.

При $\Delta r \to \infty$ колесо полностью заторможено и скользит по поверхности.

Путь, пройденный осью воображаемого колеса при повороте его на угол $\Delta\alpha$, при буксовании следующий:

$$\Delta s = r_к\Delta\alpha = (r - \Delta r)\Delta\alpha .$$

Буксование определим по формуле

$$r\Delta\alpha - \Delta s = r\Delta\alpha - r_к\Delta\alpha = r\Delta\alpha - (r - \Delta r)\Delta\alpha = (r - r_к)\Delta\alpha = \Delta r\Delta\alpha ,$$

а коэффициент буксования примем

$$\delta = \frac{(r - r_к)\Delta\alpha}{r\Delta\alpha} = 1 - \frac{r_к}{r} = \frac{\Delta r}{r} ,$$

откуда

$$r_к = r(1-\delta).$$

При $r_к = r$ или $\Delta r = 0$ получается $\delta = 0$, т.е. колесо катится без буксования.

При $r_к \to 0$ или $\Delta r \to r$

$$\lim_{\Delta r \to r} \delta = 1 - \frac{r_к}{r} = \frac{\Delta r}{r} = 1,$$

т.е. колесо полностью буксует, а скорость оси реального колеса равна 0.

Таким образом, коэффициент скольжения изменяется в пределах от 0 до ∞, а коэффициент буксования — от 0 до 1.

При скольжении или буксовании колеса его точки описывают удлиненные или укороченные циклоиды, и траектория их определяется следующими уравнениями:

$$x = r(\alpha - \lambda \sin\alpha); \qquad y = r(1 - \lambda\cos\alpha),$$

где λ — отношение радиусов воображаемого колеса к реальному.

При скольжении $\lambda > 1$, при буксовании $\lambda < 1$.

Учитывая, что при скольжении

$$\lambda = r_к / r = 1 + \nu,$$

получаем следующие траектории точек обода колеса:

$$x = r\left[\alpha - (1+\nu)\sin\alpha\right]; \qquad y = r\left[1 - (1+\nu)\cos\alpha\right].$$

Учитывая, что при буксовании

$$\lambda = r_к / r = 1 - \delta,$$

уравнения, определяющие траектории точек обода, будут следующими:

$$x = r\left[\alpha - (1-\delta)\sin\alpha\right]; \qquad y = r\left[1 - (1-\delta)\cos\alpha\right].$$

Действительные скорости $v_д$ поступательного движения геометрической оси колеса можно выразить через коэффициент буксования и скольжения. Для буксования

$$v_д = r_к\omega = r\omega(1-\delta).$$

При $\delta = 0$ $v_д = r\omega = v_т$ (здесь $v_т$ — так называемая теоретическая скорость движения при отсутствии буксования; при $\delta = 1$ $v_д = 0$). Для скольжения

$$\nu_д = r_к\omega = r\omega(1+\nu).$$

При $\nu = 0$ $v_д = r\omega = v_т$. При неограниченном возрастании коэффициента скольжения $\nu \to \infty$ угловая скорость $\omega \to 0$. Следовательно, любое увеличение коэффициента скольжения при наличии толкающей силы приводит к уменьшению угловой скорости, и действительная скорость движения оси колеса при подобном скольжении всегда равна его теоретической скорости.

3.4. Физико-механические свойства пневматической шины

Под действием внешних нагрузок пневматическая шина подвергается различным деформациям, связанным между собой. Для удобства изучения условно рассмотрим каждую из деформаций по отдельности. Можно выделить четыре вида деформаций шины: *радиальную* (*нормальную*), *окружную* (*тангенциальную*), *поперечную* (*боковую*) и *угловую*.

На рис. 3.5 показана деформация шины под действием приложенной к колесу нагрузки G. Деформация шины выражается в уменьшении расстояния от оси колеса до его опорной поверхности на величину $h_ш$ по сравнению со свободным радиусом r_0 ненагруженной шины. При этом между шиной и опорной поверхностью создается площадь контакта, на

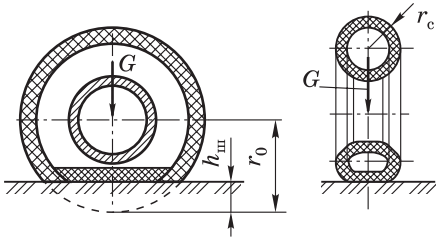

Рис. 3.5. Деформация шины под действием нормальной нагрузки

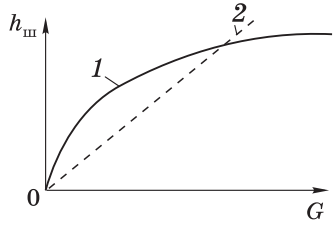

Рис. 3.6. Влияние нормальной нагрузки на деформацию шины: *1* — реальная зависимость $h_ш$ от G; *2* — приближенная зависимость

которую со стороны поверхности действуют нормальные реакции, уравновешивающие передаваемую колесом нагрузку. Величину $h_ш$ изменения высоты профиля шины под нагрузкой называют *нормальной деформацией* шины. Наряду с этим различают радиальные деформации отдельных точек беговой дорожки шины, определяемые как разность между свободным радиусом колеса и радиусом соответствующей точки.

Между нормальной деформацией $h_ш$ и нагрузкой G, действующей на колесо, отсутствует прямая зависимость. По мере возрастания нагрузки увеличение деформации замедляется (рис. 3.6). Однако в пределах реальных нагрузок, действующих со стороны машины на колесо, можно принять с достаточной степенью точности линейную зависимость между G и $h_ш$, которая описывается формулой Хейдекеля:

$$h_ш = \frac{G}{2\pi p_ш \sqrt{r_0 r_c}},$$

где $p_ш$ — давление воздуха в шине, МПа; r_0 — свободный радиус ненагруженного колеса, м; r_c — радиус сечения шины, м (см. рис. 3.5).

Из формулы видно, что деформация шины зависит от давления воздуха в ней (чем меньше давление, тем больше деформация) и от значений радиусов r_0 и r_c, а также от материалов, из которых изготовлена шина, что обусловливает нелинейную часть кривой (см. рис. 3.6).

Иногда выражение $2\pi p_ш \sqrt{r_0 r_c}$ заменяют величиной $\lambda_н$, которую называют коэффициентом жесткости в нормальном направлении. Тогда

$$h_ш = G/\lambda_н;\ \lambda_н = G/h_ш .$$

Податливость пневматической шины в окружном направлении значительно меньше, чем в радиальном. Окружные

деформации сопутствуют нормальным и возникают одновременно с ними, но главным образом они вызываются действием на колесо крутящих моментов (и окружных сил). Та часть окружной деформации, которая вызвана действием указанных моментов и сил, называется *тангенциальной деформацией*. Тангенциальная жесткость шины λ_τ характеризуется отношением прикладываемого крутящего момента $M_к$ к вызываемому им углу закрутки шины $\varphi_ш$, т.е. $\lambda_\tau = M_к/\varphi_ш$. Окружные деформации уменьшают радиус колеса. При этом связь между $\varphi_ш$ и вертикальной деформацией шины h_τ, вызываемой приложением крутящего момента, можно выразить следующим образом: $h_\tau = \xi M_к/\lambda_\tau$ (здесь ξ — коэффициент, показывающий увеличение осадки шины при приложении крутящего момента, м/рад).

Большое значение с точки зрения управляемости машины имеет податливость шины в боковом направлении. Если к вертикально установленному колесу (рис. 3.7), нагруженному радиальной силой и движущемуся в плоскости вращения по направлению, указанному вектором $\bar{v}$, приложить боковую силу Z, действующую вдоль оси колеса, то это вызовет искажение профиля шины и изменение формы ее контакта с дорогой. Профиль шины искажается не только в зоне контакта, но и за ее пределами. Все эти факторы вызывают так называемый увод шины, который выражается в том, что колесо отклоняется от первоначального направления и начинает двигаться под некоторым углом $\varphi_{ув}$ относительно первоначального направления ($\bar{v}'$ на рис. 3.7). Угол $\varphi_{ув}$ называется *углом бокового увода*. Отношение

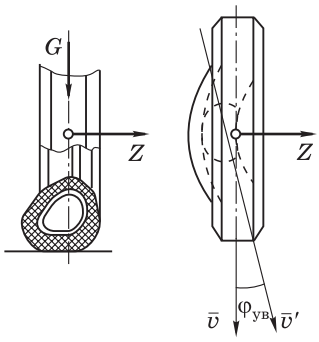

Рис. 3.7. Схема бокового увода шины

$$k_{ув} = Z/\varphi_{ув} \qquad (3.1)$$

называют *коэффициентом сопротивления боковому уводу* [Н/...°] или [Н/рад].

Основное влияние на сопротивление шин боковому уводу оказывают конструкция, размеры шины и давление воздуха в ней; увеличение давления воздуха повышает сопротивление боковому уводу. Сопротивление боковому уводу шин значительно возрастает при заливке в них воды. Уравнение (3.1), устанавливающее линейную зависимость между углами увода и действующими на колесо боковыми силами, справедливо лишь тогда, когда увод происходит без бокового скольжения шин. Этому соответствуют весьма ограниченные углы увода, не превышающие 3... 5° у тракторных шин. При более значительных $\varphi_{ув}$ наступает быстро прогрессирующее боковое скольжение шины, которое превращается в занос, когда боковая сила сцепления шины с дорогой используется полностью.

Угловая деформация шины (рис. 3.8) возникает, если к колесу, нагруженному нормальной силой, приложить момент M, параллельный поверхности пути. Угловая деформация проявляется в том, что средняя линия протектора a — a отклоняется на некоторый угол ψ от средней линии b — b площади контакта шины с дорогой. Отношение момента M к углу ψ характеризует *угловую жесткость шины* k_ψ. Благодаря угловой податливости шины колесо может в некоторых пределах отклоняться от направления движения без заметного проскальзывания элементов протектора по дороге. Однако при дальнейшем увеличении момента начинается скольжение шины, и угол ψ интенсивно возрастает.

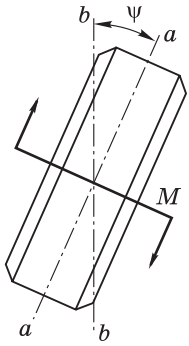

Рис. 3.8. Угловая деформация шины

Из-за возникновения различных деформаций, которым подвергается пневматическая шина, радиус ее не имеет определенного значения, которое можно использовать применительно к жесткому колесу. Согласно определениям, данным Д.А. Чудаковым [15, с. 37], различают следующие радиусы колеса, снабженного пневматической шиной: свободный r_0, статический $r_{ст}$, динамический (силовой) $r_д$ и радиус качения (кинематический) $r_к$.

Свободным называют наружный радиус ненагруженного колеса r_0. Он может несколько изменяться в зависимости от давления воздуха в шине, но практически его можно считать величиной постоянной.

Статическим радиусом $r_{ст}$ называют расстояние от оси неподвижного колеса, нагруженного нормальной силой, до плоскости его опоры. При этом должны быть определены значения нагрузки, действующей на колесо, давление воздуха в шине и характеристика опорной поверхности колеса (обычно статический радиус колеса измеряют на твердой поверхности). С увеличением нормальной нагрузки и снижением давления воздуха в шине статический радиус колеса уменьшается.

Динамическим (*силовым*) радиусом $r_д$ движущегося колеса называют расстояние от оси колеса до горизонтальной составляющей равнодействующей реакций грунта, приложенной к колесу. Когда колесо перемещается с малой скоростью по твердой дороге, почти не оставляя колеи, или по асфальту, динамический радиус примерно равен статическому. В общем случае при движении по деформируемому грунту динамический радиус больше, чем расстояние от оси колеса до недеформируемой поверхности, и меньше расстояния от оси колеса до дна колеи.

Радиусом *качения* (*кинематическим*) $r_к$ называют радиус такого воображаемого колеса, которое, вращаясь с заданной угловой скоростью и двигаясь без скольжения и буксования, имеет такую же поступательную скорость, как реальное колесо. Кинематический радиус определяет путь, проходимый колесом за один оборот.

С учетом скольжения или буксования кинематический радиус можно в первом приближении определить по следующим формулам:

- режим ведомого колеса

$$r_к = \left(r_0 - G/\lambda_н\right);$$

- режим ведущего колеса

$$r_к = \left(r_0 - \frac{G}{\lambda_н} - \xi\frac{M_к}{\lambda_т}\right)(1-\delta);$$

- режим тормозного колеса

$$r_к = \left(r_0 - \frac{G}{\lambda_н} - \xi \frac{M_т}{\lambda_т} \right)(1 + \nu).$$

Первый член в скобках правой части отражает силовые связи, второй — кинематические.

На механические свойства шины, в частности ее сцепные качества, существенное влияние оказывает рисунок протектора. Особенно большое значение он имеет для тракторов, работающих на слабых грунтах и в горных условиях. Для обеспечения тяговых качеств трактора его шины снабжают специальными выступами — почвозацепами, способствующими обеспечению хорошего сцепления шин с грунтом и дорогой в продольном и поперечном направлениях и самоочищаемости. Шины горных тракторов должны иметь специальный рисунок протектора, который призван уменьшить сползание трактора со склона.

Итак, движитель определяется колесной формулой, которая показывает общее число колес и количество приводных колес. По характеру взаимодействия с корпусом машины колеса могут быть ведущими, ведомыми и тормозными. Колеса, снабженные шинами, имеют переменный радиус.

3.5. Качение ведомого колеса

При качении колес машины, оборудованной шинами, возможны следующие случаи движения: качение колес по недеформируемой поверхности, т.е. движение машины по дорогам с твердым покрытием, и качение колес по деформируемой поверхности, т.е. движение машины по естественной поверхности грунта. Рассмотрим общий случай движения колеса по горизонтальной деформируемой поверхности.

Ведомое колесо перемещается под действием силы $F_т$ (рис. 3.9), приложенной к нему со стороны остова машины и толкающей по направлению движения, указанного $\bar{v}$.

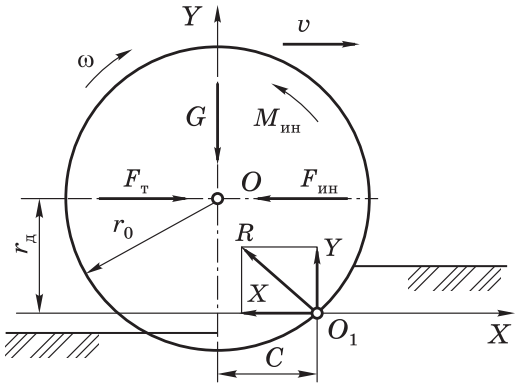

Рис. 3.9. Схема сил, действующих на ведомое колесо, оборудованное шиной

На колесо действует вертикальная сила G, состоящая из вертикальной нагрузки, передаваемой на ось со стороны остова машины, и веса колеса. При неравномерном переносном движении колеса возникают силы инерции, направленные против движения (при ускоренном движении) и параллельные поверхности пути. Равнодействующая сил инерции $F_{ин}$ равна произведению массы m на ускорение $a = dv/dt$.

При неравномерном относительном вращении колеса около его оси возникает также момент касательных сил инерции $M_{ин}$, равный произведению момента инерции масс колеса J относительно его геометрической оси на угловое ускорение (замедление) $\varepsilon = d\omega/dt$.

Со стороны грунта на колесо действуют реакции, равнодействующая R которых приложена в точке O_1 опорной поверхности колеса. При ускоренном движении колеса направление равнодействующей реакции грунта проходит ниже геометрической оси колеса, при замедленном движении — выше ее.

Моментом сил трения в подшипниках колес и сопротивлением воздуха ввиду их незначительности пренебрегаем, как и моментом сил междучастичного трения, возникающим при деформации шины.

Разложим равнодействующую реакций грунта на горизонтальную и вертикальную составляющие X и Y. Заметим,

что момент касательных сил инерции $M_{ин}$ преодолевается соответствующим изменением горизонтальной составляющей равнодействующей реакции грунта R, а силы инерции — соответствующей частью толкающей силы $F_т$.

Воспользуемся принципом Д'Аламбера и составим следующие уравнения для плоской модели колеса:

$$\sum X = 0; \tag{3.2}$$

$$\sum Y = 0; \tag{3.3}$$

$$\sum M_0 = 0. \tag{3.4}$$

Из уравнений (3.2)—(3.4) имеем

$$F_т = X + m\frac{dv}{dt} = X + F_{ин}; \tag{3.5}$$

$$Y = G;$$

$$Xr_д = Yc + J\frac{d\omega}{dt} = Yc + M_{ин}, \tag{3.6}$$

где $r_д$ — динамический радиус; $Yc = Gc$ — момент $M_{спр}$ сил сопротивления качению колеса по поверхности грунта; c — коэффициент трения качения, который измеряется в единицах длины.

В соответствии с уравнением (3.6) момент сопротивления качению колеса равен сумме моментов сил сопротивления качению колеса по поверхности пути $M_{спр}$ и моментов касательных сил инерции колеса $M_{ин}$.

При равномерном движении колеса по горизонтали ускорения a и ε равны нулю. Поэтому уравнение моментов имеет следующий вид:

$$Xr_д = F_тr_д = M_{спр},$$

т.е. при равномерном движении момент сопротивления колеса относительно его геометрической оси равен моменту силы сопротивления качению колеса по поверхности пути. При этом направление равнодействующей реакции грунта проходит через центр O (см. рис. 3.9).

В теории мобильных машин отношение $M_{\text{спр}}/r_{\text{д}}$ принято называть *силой сопротивления качению* $F_{\text{спр}}$. При установившемся режиме $F_{\text{спр}} = X$.

Отношение толкающей силы $F_{\text{т}}$ к нагрузке G при равномерном качении ведомого колеса по горизонтали называют *коэффициентом качения* и обозначают f. В соответствии с этим определением получаем формулу

$$f = \frac{F_{\text{т}}}{G} = \frac{M_{\text{спр}}}{Gr_{\text{д}}} = \frac{c}{r_{\text{д}}},$$

т.е. коэффициент качения ведомого колеса равен отношению коэффициента трения качения к динамическому радиусу колеса. Подставляя в формулу (3.6) выражение X из уравнения (3.5) и умножая обе части полученного равенства на среднюю угловую скорость вращения ω, получаем

$$F_{\text{т}}r_{\text{д}}\omega = M_{\text{спр}}\omega + M_{\text{ин}}\omega + F_{\text{ин}}\omega r_{\text{д}}.$$

Произведение $r_{\text{д}}\omega$ можно считать равным теоретической скорости переносного движения $v_{\text{т}}$ при отсутствии скольжения и буксования. После соответствующих преобразований получим баланс мощностей:

$$F_{\text{т}}v_{\text{т}} = M_{\text{спр}}\omega + M_{\text{ин}}\omega + F_{\text{ин}}v_{\text{т}},$$

т.е. мощность $F_{\text{т}}v_{\text{т}}$, подводимая к колесу при условии движения по горизонтали, равна сумме следующих мощностей: 1) $M_{\text{спр}}\omega$, расходуемой на деформацию грунта, трение между ободом колеса и грунта и деформацию шины; 2) $M_{\text{ин}}\omega$, превращаемой в кинетическую энергию относительно вращательного движения около оси колеса; 3) $F_{\text{ин}}v_{\text{т}}$, превращаемой в кинетическую энергию переносного поступательного движения колеса.

При равномерном движении колеса мощность в основном затрачивается на деформацию грунта, т.е.

$$F_{\text{т}}v_{\text{т}} = M_{\text{спр}}\omega = Xr_{\text{д}}\omega.$$

Качение колеса по естественной поверхности (в отличие от качения по грунтовым дорогам) сопровождается большими деформациями грунта, т.е. образованием колеи глубиной h. Глубина колеи зависит от вертикальной нагрузки, параметров колеса, физико-механических свойств грунта и ряда других факторов.

3.6. Сопротивление движению ведомого эластичного колеса за счет смятия грунта и образования колеи

При взаимодействии колеса с грунтом опорная поверхность шины имеет сложную конфигурацию. Попытки описать ее математическими зависимостями часто усложняют расчеты и приводят к неадекватным по сравнению с реальным процессом результатам. Однако в случае взаимодействия колеса с естественной поверхностью грунта опорную поверхность шины реального колеса можно заменить жестким колесом большего диаметра (рис. 3.10) [5], [13], поскольку она близка к цилиндрической.

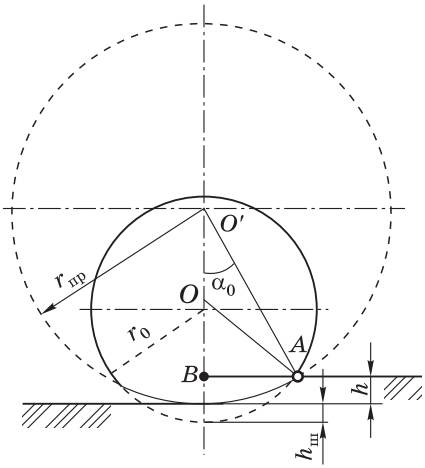

Рис. 3.10. Замена эластичного колеса радиусом r_0 жестким колесом радиусом $r_{пр}$

Замена диаметра эластичного колеса приведенным диаметром жесткого колеса осуществляется в соответствии со схемой, изображенной на рис. 3.10. Для эластичного и эквивалентного ему жесткого колеса длина отрезка

$$AB=\sqrt{r_0^2-\left(r_0-\left(r_0-h-h_ш\right)\right)^2}=$$

$$=\sqrt{r_{пр}^2-\left(r_{пр}-h\right)^2}$$

или

$$2r_0\left(h+h_{ш}\right)-\left(h+h_{ш}\right)^2=2r_{пр}h\,, \qquad (3.7)$$

где $h_{ш}$ — деформация шины под нормальной нагрузкой, м; $r_{пр}$— радиус приведенного колеса, м.

Выражение (3.7) можно значительно упростить, полагая, что

$$\frac{2r_0\left(h+h_{ш}\right)}{2h}>>\frac{h_{ш}\left(2h+h_{ш}\right)}{2h},$$

и последний член можно отбросить ввиду его малости.

Действительно, при реальных параметрах колес r_0 = = 0,74...1,95 м, деформациях шины под нормальной нагрузкой $h_{ш}$ = 0,02...0,03 м и глубинах колеи $0 \le h \le 0{,}1$ м [13], приняв определенные значения r_0 = 0,84 м, $h_{ш}$ = 0,025 м и h = 0,05 м, можно показать, что ошибка составляет не более 2 %.

Тогда

$$r_{пр}=r_0\left(1+\frac{h_{ш}}{h}\right). \qquad (3.8)$$

Поскольку второй член правой части формулы (3.8) больше нуля и $r_0 > 2h+h_{ш}$, то $r_{пр}$ всегда больше r_0. При $h_{ш} \to 0$ эластичное колесо приближается к жесткому. Такое наблюдается при качении эластичного колеса с большим давлением воздуха в шине по переувлажненному грунту.

Прогиб шины можно определить из зависимостей, предложенных В.А. Бидерманом [7, с. 18] или Хейдекелем [15, с. 19]. Обе эти зависимости дают примерные результаты и учитывают параметры шины (диаметр, ширину, давление воздуха в шине, конфигурацию, толщину и число слоев корда и т.д.).

Глубина колеи h зависит как от вертикальной нагрузки и параметров шины, так и от физико-механических свойств грунта.

Рассмотрим определение силы $F_{спр}$ на примере движения эластичного ведомого колеса по горизонтальной поверхности стерни на суглинке нормальной влажности. Применим схему процесса взаимодействия, предложенную профессо-

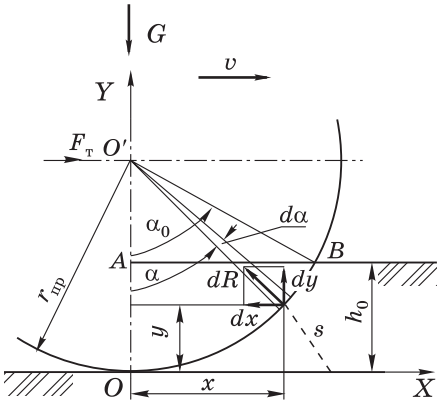

Рис. 3.11. Схема взаимодействия ведомого колеса с грунтом

ром В.В. Гуськовым [15] (рис. 3.11), учитывающую замену эластичного колеса радиусом r_0 жестким колесом радиусом $r_{пр}$.

В соответствии с приведенной схемой элементарные реакции грунта dR направлены перпендикулярно ободу колеса и траекторией является трактриса

$$s = r_{пр} \ln \frac{\cos\alpha}{\cos\alpha_0}.$$

В этом случае элементарная реакция грунта на участке обода площадью $dA = br_{пр}d\alpha$ равна

$$dR = \sigma b r_{пр} d\alpha, \qquad (3.9)$$

где σ — нормальное напряжение, Н/м; b — ширина колеса, м; α — угол приложения равнодействующей.

Нормальное напряжение определяем по зависимости, предложенной профессором В.В. Кацыгиным [15, с. 13] для минеральных грунтов,

$$\sigma = \sigma_0 \operatorname{th} \frac{k}{\sigma_0} s, \qquad (3.10)$$

где σ_0 — предельная несущая способность грунта, Н/м^2; k — коэффициент объемного смятия грунта, Н/м^3; s — длина траектории, м.

Как следует из рис. 3.11, горизонтальная составляющая реакции грунта dR равна dx и, соответственно, равна силе сопротивления движению $dF_{спр}$ (за счет смятия грунта движителем и образования колеи).

Подставим в уравнения (3.9) и (3.10) значения соответствующих величин и получим

$$F_{спр} = \int_0^{\alpha_0} b\sigma_0 r_{пр} \sin\alpha \operatorname{th}\left[\frac{k}{\sigma_0} r_{пр} \ln\frac{\cos\alpha}{\cos\alpha_0}\right] d\alpha; \qquad (3.11)$$

$$G = \int_0^{\alpha_0} b\sigma_0 r_{\text{пр}} \cos\alpha \ \text{th}\left[\frac{k}{\sigma_0} r_{\text{пр}} \ln\frac{\cos\alpha}{\cos\alpha_0}\right] d\alpha \,. \qquad (3.12)$$

Заменим пределы интегрирования. Поскольку

$\cos\alpha = \dfrac{r_{\text{пр}} - h}{r_{\text{пр}}}$, то, дифференцируя по углу α, получим

$$\sin\alpha \ d\alpha = \frac{dh}{r_{\text{пр}}} \ \text{и} \ d\alpha = \frac{dh}{r_{\text{пр}} \sin\alpha}, \ \sin\alpha = \frac{\sqrt{2r_{\text{пр}}h - h^2}}{r_{\text{пр}}} \,. \quad (3.13)$$

Подставляя значение α, $\cos\alpha$ и $\sin\alpha$ в уравнения (3.11) и (3.12), получим

$$F_{\text{спр}} = \int_0^{h_0} b\sigma_0 \ \text{th}\left[\frac{k}{\sigma_0} r_{\text{пр}} \ln\frac{r_{\text{пр}} - h}{r_{\text{пр}} - h_0}\right] dh \,; \qquad (3.14)$$

$$G = \int_0^{h_0} b\sigma_0 \frac{r_{\text{пр}} - h}{\sqrt{2r_{\text{пр}}h - h^2}} \ \text{th}\left[\frac{k}{\sigma_0} r_{\text{пр}} \ln\frac{r_{\text{пр}} - h}{r_{\text{пр}} - h_0}\right] dh \,. \qquad (3.15)$$

Уравнения (3.14) и (3.15) можно значительно упростить, если разложить значения гиперболического тангенса $\text{th}\left[\dfrac{k}{\sigma_0} \ln\dfrac{\cos\alpha}{\cos\alpha_0}\right]$ и натурального логарифма $\ln\dfrac{r_{\text{пр}} - h}{r_{\text{пр}} - h_0}$ в ряд Тейлора и ограничиться первым членом ряда. Ошибка при этом не превышает 5 % при реальных значениях глубины колеи и силы сопротивления движению.

Если учесть, что значение h по сравнению с приведенным радиусом весьма мало, то выражение для $\sin\alpha = \dfrac{\sqrt{2r_{\text{пр}}h - h^2}}{r_{\text{пр}}} \approx \sqrt{\dfrac{2h}{r_{\text{пр}}}}$ (для сравнения: при реальных глубинах колеи $0 < h < 0{,}1$ м и значениях приведенного радиуса $1{,}0 \text{ м} < r_{\text{пр}} \le 2{,}0$ м при $h = 0{,}04$ м и $r_{\text{пр}} = 1{,}5$ м ошибка составляет 0,1 %).

Тогда при принятых допущениях

$$F_{\text{спр}} = \frac{G^2}{2kbr_{\text{пр}}^2} \,; \qquad (3.16)$$

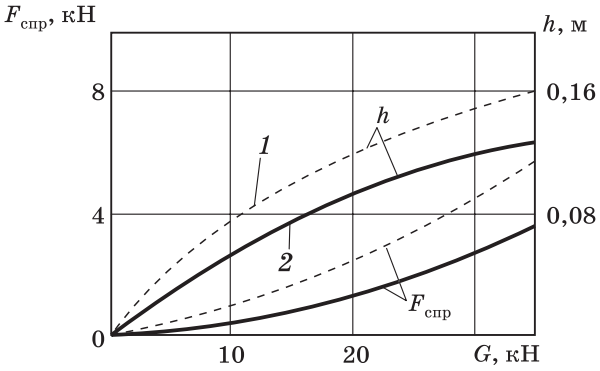

Рис. 3.12. Зависимость силы сопротивления качению и глубины колеи от нормальной нагрузки: *1* — жесткое колесо; *2* — эластичное колесо

$$h = \frac{G^2}{2k^2b^2r_{пр}^3}. \qquad (3.17)$$

Решая совместно уравнения (3.8), (3.16) и (3.17), можно определить силу сопротивления движению $F_{спр}$, глубину колеи h и приведенный радиус $r_{пр}$.

На рис. 3.12 показаны результаты расчетов силы сопротивления качению $F_{спр}$ и глубины h колеи эластичного колеса марки «13,6R38» ($p_ш = 0{,}8 \cdot 10^5$ Па) и эквивалентного ему жесткого колеса ($D_0 = 1{,}57$ м, $b = 0{,}32$ м) для различных нагрузок G, движущихся по горизонтальной поверхности стерни на суглинке нормальной влажности ($\sigma_0 = 1{,}58$ МПа и $k = 0{,}027 \cdot 10^6$ Н/м^3).

Силу сопротивления качению и глубину колеи для жесткого колеса определяли по формулам (3.11) и (3.12), прогиб шины и приведенный радиус (диаметр) — по формуле Хейдекеля.

Из рис. 3.12 видно, что по сравнению с жестким эластичное колесо одинакового с ним размера образует более мелкую колею и сила сопротивления качению его в 1,4...1,7 раза меньше.

Таким образом, сопротивление качению колеса, оборудованного шиной, в различных грунтовых условиях и на до-

рогах с твердым покрытием при установившемся движении зависит главным образом от вертикальной нагрузки, параметров и физико-механических свойств шины, давления воздуха в ней и свойств грунта. С точки зрения снижения затрат энергии на колееобразование целесообразнее увеличивать не ширину, а диаметр колеса, поскольку в знаменателе формулы (3.17) радиус приведен в квадрате, а ширина колеса — в первой степени. Также следует уменьшать давление воздуха в шине, но в разумных пределах, обеспечивающих боковую жесткость, достаточную грузоподъемность и продолжительный срок службы шины.

При движении по дорогам с твердым покрытием следует повышать давление воздуха в шине для уменьшения сопротивления качению.

3.7. Работа ведущего колеса

Рассмотрим неравномерное движение ведущего колеса по горизонтальной деформируемой поверхности (рис. 3.13).

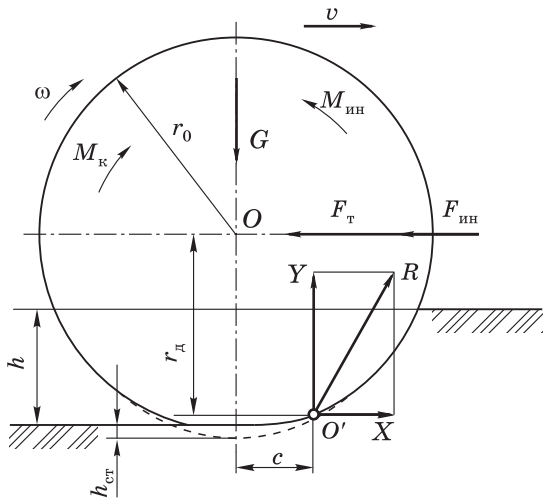

Рис. 3.13. Схема сил и моментов, действующих на ведущее колесо, оборудованное шиной

В соответствии со схемой качение колеса вызывается ведущим моментом $M_к$, приложенным к его оси. Со стороны остова машины на колесо действуют реактивная сила $F_т$, представляющая собой сопротивление, оказываемое остовом машины толкающему ее колесу, и вертикальная нагрузка G, включающая часть веса остова, приходящегося на колесо, и вес колеса. Реактивные силы, действующие со стороны грунта на колесо, представлены равнодействующей R, которая приложена в точке O' опорной поверхности колеса.

При неравномерном относительном вращении колеса около его оси возникает также момент касательных сил инерции $M_{ин}$, равный произведению момента инерции колеса J относительно его геометрической оси на угловое ускорение (замедление) $\varepsilon = \dfrac{d\omega}{dt}$ относительно вращательного движения.

При неравномерном переносном движении колеса возникают силы инерции, направленные против движения (при ускоренном движении) и параллельные поверхности пути. Равнодействующая сил инерции $F_{ин}$ равна произведению массы m на ускорение $a = \dfrac{dv}{dt}$.

Разложим равнодействующую реакций грунта на вертикальную составляющую Y и горизонтальную составляющую X. Вертикальная составляющая Y представляет собой сумму элементарных нормальных реакций грунта, а горизонтальная составляющая X — сумму тангенциальных реакции грунта, направленных в сторону движения. Иногда X называют толкающей силой или толкающей реакцией.

В связи с деформациями почвы и радиальными деформациями шины, происходящими при движении колеса, вертикальная реакция почвы Y смещается относительно оси колеса вперед на некоторое расстояние c.

Заметим, что, в отличие от ведомого колеса, где горизонтальная составляющая равнодействующей реакций грунта направлена против движения и является силой сопротивления качению, у ведущего колеса эта реакция направлена по движению и является силой тяги.

Воспользуемся принципом Д'Аламбера и составим следующие уравнения для плоской модели колеса:

$$\sum X = 0; \tag{3.18}$$

$$\sum Y = 0; \tag{3.19}$$

$$\sum M_0 = 0. \tag{3.20}$$

Из уравнений (3.18)—(3.20) имеем

$$X = F_т + m\frac{dv}{dt} = F_т + F_{ин};$$

$$Y = G;$$

$$M_к = Xr_д + Yc + J\frac{d\omega}{dt} = Xr_д + M_{спр} + M_{ин}, \tag{3.21}$$

где $F_т$ — реактивная сила; $Yc = Gc$ — момент $M_{спр}$ сил сопротивления качению ведущего колеса вследствие образования колеи; c — коэффициент трения качения ведущего колеса, измеряется в единицах длины.

Необходимо отметить, что в уравнении (3.21) следовало бы учесть момент сил междучастичного трения, возникающего при радиальных и тангенциальных деформациях шины.

Для упрощения изложения в дальнейшем потери мощности вследствие упругого гистерезиса шины условно учитываются как часть мощности, теряемой при качении колеса.

При установившемся движении $X = F_т$, т.е. сумма тангенциальных реакций почвы, возникающих при взаимодействии ведущего колеса с грунтом, равна реактивной силе $F_т$ и $M_к = F_т r_д + M_{спр}$, т.е. подводимый к колесу ведущий момент равен сумме моментов силы сопротивления остова машины толкающему ее колесу и момента сопротивления вследствие образования колеи.

Разделим обе части уравнения (3.21) на динамический радиус колеса:

$$\frac{M_к}{r_д} = X + G\frac{c}{r_д} + \frac{M_{ин}}{r_д} = F_к.$$

Отношение $M_к/r_д$ назовем *касательной силой тяги* $F_к$, а отношение коэффициента трения качения c к динамическому радиусу — *коэффициентом качения ведущего колеса* $f_к$.

Отношение касательной силы тяги колеса к вертикальной нагрузке назовем *коэффициентом сцепления* $\varphi_{сц} = F_к/G$. Соответственно, $F_к = \varphi_{сц}G$. При качении ведущего колеса по грунту коэффициент сцепления всегда меньше единицы. Следовательно, максимальная касательная сила тяги колеса всегда меньше веса, приходящегося на него.

Оценим баланс мощности, подводимой к ведущему колесу при качении его по деформируемой поверхности. Умножая обе части уравнения моментов на угловую скорость колеса ω, получаем следующий баланс мощностей:

$$M_к\omega = Xr_д\omega + M_{спр}\omega + M_{ин}\omega = F_к v_т . \qquad (3.22)$$

Как было установлено ранее, качение ведущего колеса по грунту всегда сопровождается его буксованием, что характеризуется уменьшением скорости в переносном движении, и действительная скорость движения колеса $v_д = v_т(1-\delta)$ [здесь $v_т$ — теоретическая скорость движения, равная произведению угловой скорости на радиус качения (кинематический)]. С некоторым приближением можно заменить кинематический радиус динамическим. Тогда $v_т = \omega r_д$ и $v_д = \omega r_д(1-\delta)$.

Необходимо учесть следующее обстоятельство. Если при движении с буксованием (при ω = const) теоретическая скорость переносного поступательного движения уменьшается, то относительная скорость вращательного движения остается неизменной. Следовательно, затраты мощности на относительное вращение колеса не зависят от буксования и пропорциональны моментам инерции вращающихся масс.

Имея в виду это обстоятельство, учтем пробуксовку колеса, для чего к уравнению (3.22) прибавим и из него вычтем сумму членов, отражающих переносное поступательное дви-

жение, умноженных на действительную поступательную скорость $v_д$, т.е. $\pm\left(F_т + F_{ин} + \dfrac{M_{спр}}{r_д}\right)v_д$.

Тогда мощность, подводимая к колесу,

$$P = M_к\omega = Xr_д\omega + M_{спр}\omega + M_{ин}\omega \pm \left(F_т + F_{ин} + \frac{M_{спр}}{r_д}\right)v_д .$$

С учетом того, что $X = F_т + F_{ин}$ и $\omega = v_т / r_д$, получим

$$P = M_к\omega = \left(F_т + F_{ин} + \frac{M_{спр}}{r_д}\right)\left(v_т - v_д\right) + M_{спр}\omega\left(1 - \delta\right) + \\ + F_{ин}v_д + M_{ин}\omega + F_т v_д .$$

Следовательно, мощность, сообщаемая ведущему колесу, в рассматриваемом случае равна сумме следующих мощностей:

- теряемой на буксование колеса $\left(F_т + F_{ин} + \dfrac{M_{спр}}{r_д}\right)\left(v_т - v_д\right)$;
- расходуемой на качение колеса, т.е. на образование колеи и упругий гистерезис шины, $M_{спр}\omega\left(1 - \delta\right)$;
- превращаемой в кинетическую энергию переносного поступательного движения $F_{ин}v_д$;
- превращаемой в кинетическую энергию вращательного движения колеса около его оси $M_{ин}\omega$;
- передаваемой остову трактора $F_т v_д$.

При установившемся движении, когда $F_к = F_т + M_{спр} / r_д$, баланс мощности имеет вид

$$M_к\omega = F_к\left(v_т - v_д\right) + M_{спр}\omega\left(1 - \delta\right) + F_т v_д .$$

В результате потерь на качение и буксование мощность, подводимая ведущим колесом к остову трактора, меньше мощности, подводимой к колесу. Назовем отношение указан-

ных мощностей КПД колеса и обозначим его $\eta_к$. В соответствии с этим определением

$$\eta_к = \frac{F_т v_д}{M_к \omega}.$$

При установившемся движении $M_к = F_к r_д$. Следовательно,

$$\eta_к = \frac{F_т}{F_к}\frac{v_д}{v_т}.$$

Отношение $F_т / F_к$ можно рассматривать как КПД, учитывающий потери на качение колеса вследствие образования колеи, а отношение $v_д / v_т$ — как КПД, учитывающий потери на буксование. Обозначим первый коэффициент $\eta_{к.спр}$, а второй — $\eta_{кδ}$, представим общий КПД ведущего колеса в следующем виде:

$$\eta_к = \eta_{к.спр}\eta_{кδ}.$$

Между коэффициентом буксования δ и коэффициентом $\eta_{кδ}$, учитывающим буксование, имеется зависимость

$$\eta_{кδ} = \frac{v_0}{v_т} = \frac{\omega r_д (1-\delta)}{\omega r_д} = 1-\delta,$$

где $0 \le \delta \le 1$.

Раздельная оценка потерь на качение и буксование является в известной степени условной. В действительности, как показывают экспериментальные данные [11], вместе с увеличением буксования возрастает также сопротивление качению. Чем меньше прочность грунта, на котором работают ведущие колеса, тем интенсивнее это проявляется. Зависимость сопротивления качению от буксования объясняется тем, что буксование уменьшает связь между частицами грунта, в результате чего увеличивается глубина погружения колес в грунт и, соответственно, возрастают затраты энергии на образование колеи.

3.8. Сцепление ведущего эластичного колеса. Касательная сила тяги

При рассмотрении взаимодействия эластичного ведущего колеса с грунтом примем допущения, аналогичные принятым для качения приведенного жесткого ведущего колеса. При установившемся режиме касательная сила $F_к$ тяги колеса равна сумме тангенциальных реакций грунта, направленных в сторону движения (рис. 3.14).

Эластичное ведущее колесо для улучшения сцепления с грунтом оборудуют грунтозацепами. Процесс взаимодействия такого колеса с грунтом отличается от качения ведущего жесткого колеса. При взаимодействии ведущего колеса с грунтом действуют силы трения между опорной поверхностью шины и грунтом, силы, возникающие при упоре грунтозацепов шины в грунт, а также силы, возникающие при срезе грунтового кирпича боковыми гранями грунтозацепов. На дорогах с твердым покрытием основное значение имеют силы трения. На рыхлых грунтах значение сил сдвига и среза возрастает и во многих случаях является определяющим.

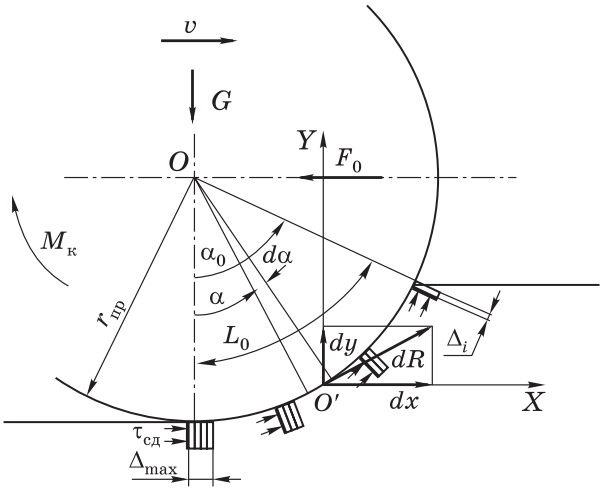

Рис. 3.14. Схема взаимодействия ведущего колеса с грунтом

При движении ведущего колеса его грунтозацепы сдвигаются и срезают грунт в направлении, обратном движению. Упор грунтозацепов в грунт, сдвиг и срез грунтовых кирпичей, зажатых между ними, возможны только при полном использовании сил трения, т.е. когда происходит пробуксовка колеса.

Теоретически передача ведущего момента обязательно должна сопровождаться буксованием, в результате чего ось колеса как бы перемещается на соответствующее расстояние назад. В этом главным образом заключается физическая сущность буксования ведущих колес на деформируемой поверхности и причина снижения их поступательной скорости. Дополнительное незначительное снижение поступательной скорости ведущих колес обусловливается тангенциальными деформациями шин. Благодаря эластичности шины в окружном направлении ее участки, приближающиеся при качении колеса к площадке контакта шины с грунтом, под действием ведущего момента сжимаются, вследствие чего путь, проходимый колесом за один оборот, уменьшается.

Из этого следует, что сцепление опорной поверхности колеса с грунтом происходит за счет сил трения, возникающих между шиной и грунтом, и силы сдвига и среза грунтовых кирпичей, зажатых между грунтозацепами. При установившемся движении колеса (v = const) сдвиг и срез грунтовых кирпичей происходят в основном в периоды выхода последнего грунтозацепа опорной поверхности колеса из грунта (см. рис. 3.14). В этот момент нагрузка от вышедшего из зацепления грунтозацепа перераспределяется на остальные, находящиеся в зацеплении. Все грунтозацепы сдвигаются и срезают грунт на одинаковую величину Δi, причем первый сдвигает грунт на Δi, второй на $\Delta i + \Delta i = 2\Delta i$, третий на $\Delta i + \Delta i + \Delta i = 3\Delta i$ и т.д. Поскольку первый грунтозацеп пройдет все стадии зацепления от входа в грунт до выхода из него, наибольший сдвиг и срез грунта при выходе его из зацепления равен $\Delta_{max} = n\Delta i$ (здесь n — число грунтозацепов в зацеплении опорной поверхности колеса с грунтом).

В то же время наибольший сдвиг и срез грунта можно представить как произведение коэффициента буксования δ на длину опорной поверхности колеса L, т.е. $\Delta_{max} = \delta L$.

Напряжения сдвига $\tau_{сдi}$, возникающие в грунте при воздействии на него грунтозацепами, возрастают и при Δ_{max} достигают максимума $\tau_{сд}$, после чего убывают и при полном срезе грунтового кирпича достигают постоянного значения $\tau_{ск}$. В то же время напряжение $\tau_{ср}$, возникающее при срезе грунтового кирпича боковыми гранями грунтозацепа высотой $h_г$, можно в первом приближении считать не зависящим от деформации.

Таким образом, касательная сила тяги ведущего эластичного колеса, оборудованного грунтозацепами, равна сумме сил трения и реакций сдвига и среза на каждом грунтозацепе.

Имеется несколько формул, отображающих зависимость напряжений сдвига от деформации. Наиболее приемлемой, по нашему мнению, является формула профессора В.В. Кацигина [15, с. 19], которая адекватно отображает реальный процесс взаимодействия колесного движителя с грунтом:

$$\tau_{сд} = f_{ск} p_x \left(1 + \frac{f_п}{\operatorname{ch}\frac{\Delta}{K_\tau}}\right) \operatorname{th}\frac{\Delta}{K_\tau}, \qquad (3.23)$$

где $f_{ск}$ — коэффициент трения скольжения; $f_п$ — коэффициент трения покоя; Δ — деформация, м; p_x — давление движителя на грунт, Н/м^2; K_τ — коэффициент деформации, м.

Используем зависимость (3.23) для вывода формулы касательной силы тяги колеса при сдвиге грунта почвозацепами. Из рис. 3.14 имеем

$$dR = \tau_x dA,$$

где $dA = br_{пр} d\alpha$. Соответственно, $dF_к = dR\cos\alpha$ и $dG = dR\sin\alpha$.

Таким образом,

$$dF_к = br_{пр} f_{ск} p_x \cos\alpha \left(1 + \frac{f_п}{\operatorname{ch}\frac{\Delta x}{K_\tau}}\right) \operatorname{th}\frac{\Delta x}{K_\tau} d\alpha; \qquad (3.24)$$

$$dG = br_{\text{пр}} f_{\text{ск}} p_x \sin\alpha \left(1 + \frac{f_{\text{п}}}{\operatorname{ch}\dfrac{\Delta x}{K_\tau}}\right) \operatorname{th}\frac{\Delta x}{K_\tau} d\alpha. \qquad (3.25)$$

Поскольку $\Delta x = br_{\text{пр}}\alpha$, то формулы (3.24) и (3.25) имеют следующий вид:

$$F_{\text{к}} = \int_0^{\alpha_0} br_{\text{пр}} f_{\text{ск}} p_x \cos\alpha \left(1 + \frac{f_{\text{п}}}{\operatorname{ch}\dfrac{br_{\text{пр}}\alpha}{K_\tau}}\right) \operatorname{th}\frac{br_{\text{пр}}\alpha}{K_\tau} d\alpha; \qquad (3.26)$$

$$G = \int_0^{\alpha_0} br_{\text{пр}} f_{\text{ск}} p_x \sin\alpha \left(1 + \frac{f_{\text{п}}}{\operatorname{ch}\dfrac{br_{\text{пр}}\alpha}{K_\tau}}\right) \operatorname{th}\frac{br_{\text{пр}}\alpha}{K_\tau} d\alpha. \qquad (3.27)$$

Произведем замену переменных в формулах (3.26) и (3.27). Поскольку

$$d\alpha = \frac{dh}{r_{\text{пр}} \sin\alpha};\ \cos\alpha = \frac{r_{\text{пр}} - h}{r_{\text{пр}}};\ \sin\alpha = \frac{\sqrt{2r_{\text{пр}}h - h^2}}{r_{\text{пр}}};$$

$$\alpha = \arccos\frac{r_{\text{пр}} - h}{r_{\text{пр}}},$$

то $F_{\text{к}} = \int_0^{h_0} br_{\text{пр}} f_{\text{ск}} p_x \dfrac{r_{\text{пр}} - h}{\sqrt{2r_{\text{пр}}h - h^2}} \left(1 + f_{\text{п}} \Big/ \operatorname{ch}\dfrac{br_{\text{пр}} \arccos\dfrac{r_{\text{пр}} - h}{r_{\text{пр}}}}{K_\tau}\right) \times$

$$\times \operatorname{th}\frac{br_{\text{пр}} \arccos\dfrac{r_{\text{пр}} - h}{r_{\text{пр}}}}{K_\tau} dh; \qquad (3.28)$$

$$G = \int_0^{h_0} bf_{\text{ск}} p_x \left(1 + f_{\text{п}} \Big/ \operatorname{ch}\frac{br_{\text{пр}} \arccos\dfrac{r_{\text{пр}} - h}{r_{\text{пр}}}}{K_\tau}\right) \operatorname{th}\frac{br_{\text{пр}} \arccos\dfrac{r_{\text{пр}} - h}{r_{\text{пр}}}}{K_\tau} dh. \qquad (3.29)$$

Решая совместно уравнения (3.28) и (3.29), можно определить касательную силу тяги ведущего колеса и глубину колеи. Как видно из формулы (3.28), касательная сила тяги эластичного колеса, необходимая для преодоления сил трения, сдвига и среза грунта, зависит от нормальной нагрузки G, действующей на колесо, параметров колеса (b, r, $h_г$), физико-механических свойств грунта ($f_{ск}$, $f_п$, K_τ) и режима движения (коэффициента буксования δ).

Многочисленными исследованиями установлено, что давление на площади контакта шины с грунтом распределяется неравномерно. Однако в литературе освещаются в основном темы, связанные с эпюрами распределения нормального напряжения в грунте под площадью контакта. Они позволяют судить скорее о качественных соотношениях распределения давления и не дают количественных закономерностей.

Если принять в первом приближении, что давление p_x распределено равномерно, т.е. $p_x = p_{ср} = G / bL$, то

$$F_{к.сд} = \frac{f_{ск} K_\tau b p_{ср}}{\delta}\left[\ln \operatorname{ch}\frac{\delta r_{пр}\alpha_0}{K_\tau} - f_п\left(\frac{1}{\operatorname{ch}\dfrac{\delta r_{пр}\alpha_0}{K_\tau}} - 1\right)\right]. \quad (3.30)$$

Подставив в формулу (3.30) $p_{ср} = G / bL$, получим

$$F_{к.сд} = \frac{f_{ск} K_\tau G}{\delta L}\left[\ln \operatorname{ch}\frac{\delta r_{пр}\alpha_0}{K_\tau} - f_п\left(\frac{1}{\operatorname{ch}\dfrac{\delta r_{пр}\alpha_0}{K_\tau}} - 1\right)\right]. \quad (3.31)$$

Поскольку $r_{пр}\alpha_0 = L_0$ и $\alpha_0 = \arccos\dfrac{r_{пр} - h}{r_{пр}}$, то, подставив это значение в формулу (3.31), получим

$$F_к = \frac{f_{ск} K_\tau G}{\delta L_0}\left[\ln \operatorname{ch}\frac{\delta r_{пр}\arccos\dfrac{r_{пр} - h}{r_{пр}}}{K_\tau} - f_п\left(\operatorname{ch}\frac{\delta r_{пр}\arccos\dfrac{r_{пр} - h}{r_{пр}}}{K_\tau} - 1\right)\right]. \quad (3.32)$$

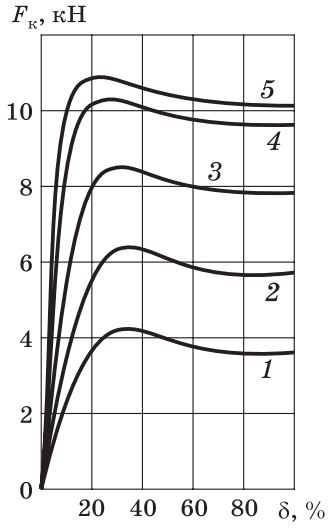

Рис. 3.15. Зависимость касательной силы тяги колеса «13,6R38» ($p_ш$ = 80 кПа) от коэффициента буксования на стерне легкого суглинка: *1* — $F_к$ = 5 кН; *2* — $F_к$ = 10 кН; *3* — $F_к$ = = 15 кН; *4* — $F_к$ = 25 кН; *5* — $F_к$ = 35 кН

Формула (3.32) позволяет в первом приближении оценить касательную силу тяги.

Проанализируем зависимость касательной силы тяги ведущего колеса от вертикальной нагрузки. Для этого рассчитаем касательную силу тяги для колеса «13,6R38» при работе его на стерне на суглинке нормальной влажности (рис. 3.15).

Касательная сила тяги колеса при различных вертикальных нагрузках сначала интесивно возрастает пропорционально нагрузке, а затем начинает уменьшаться. Уменьшение касательной силы тяги при сильном буксовании объясняется тем, что грунтовые кирпичи срезаются, защемляются между грунтозацепами и вращаются вместе с колесом. Поскольку значения напряжения сдвига при скольжении меньше максимальных (напряжений покоя), следовательно, и касательная сила тяги колеса меньше. При этом следует уточнить, что под термином «буксование» следует понимать взаимодействие движителя машины с опорной поверхностью, сопровождающееся снижением скорости переносного поступательного движения и изменением касательной силы тяги, обусловленными нестабильностью состояния поверхности и тягового сопротивления агрегатируемых машин.

Буксование, при котором развивается максимальная касательная сила тяги, находится в пределах 22...24 %. Это довольно близко к экспериментальным данным. Интересно отметить, что с увеличением нагрузки на колесо максимальная касательная сила тяги развивается при меньшем буксовании. Отсюда вытекает вывод о том, что чем больше нагрузка на колесо, тем меньшее буксование можно допустить. Следовательно, для более тяжелых машин (в том числе тракторов)

допустимое буксование должно быть меньше, чем для легких (исходя из получения максимальных тягово-сцепных качеств).

Проанализируем зависимость касательной силы тяги колеса от вертикальной нагрузки. Для этого рассчитаем касательную силу тяги для колеса «13,6R38» при работе его на стерне суглинка нормальной влажности (рис. 3.16).

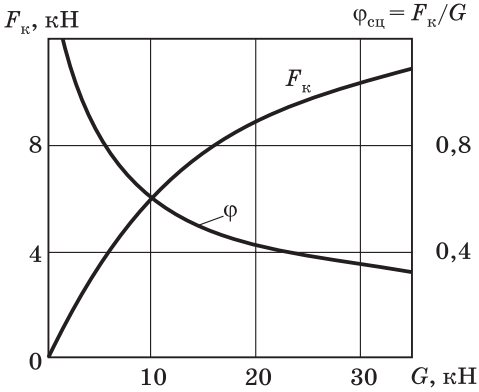

Рис. 3.16. Зависимость тяговых качеств колеса «13,6R38» ($p_ш$ = 80 кПа) от вертикальной нагрузки

Максимальная касательная сила тяги колеса при различных вертикальных нагрузках сначала интенсивно возрастает пропорционально нагрузке, затем ее увеличение замедляется. Поэтому целесообразнее нагружать колесо до определенного предела, когда еще сохраняется пропорциональность между вертикальной нагрузкой и касательной силой тяги. Для данного колеса предел пропорциональности наступит при G = 12...15 кН. Снижение интенсивности возрастания касательной силы тяги колеса в зависимости от нагрузки объясняется тем, что силы трения, сдвига и среза, действующие на площади контакта колеса с грунтом, увеличиваются не прямо пропорционально нагрузке или давлению. Из рис. 3.16 также видно, что коэффициент сцепления $\varphi_{сц} = F_к/G$ колеса уменьшается с возрастанием вертикальной нагрузки. При $G \to 0$ $\varphi_{сц} \to \infty$. Это объясняется тем, что, хотя вертикальная нагрузка отсутствует, но развивается минимальная касательная сила тяги колеса вследствие действия сил молекулярного трения.

Итак, качение ведущего колеса по грунтовой поверхности всегда сопровождается буксованием, т.е. потерей скорости движения, на что затрачивается дополнительная энергия. Тангенциальная реакция, возникающая при взаимодействии ведущего колеса с грунтом, всегда направлена в сторону движения колеса. Тяговые качества колеса, определяемые тан-

генциальными реакциями грунта и моментом сопротивления качению, зависят от вертикальной нагрузки, параметров колеса, физико-механических свойств грунта и буксования. Установлено, что максимальная касательная сила тяги колеса развивается не при полном буксовании, а при буксовании, равном 22...24 %.

3.9. Качение эластичного ведомого колеса по недеформируемой поверхности

Допустим, что эластичное колесо равномерно перемещается по горизонтальной недеформируемой поверхности, т.е. по дороге с твердым покрытием (рис. 3.17). Оно нагружено вертикальной силой G и равномерно движется на горизонтальном участке под действием толкающей силы $F_т$. Направление движения на рисунке показано стрелкой.

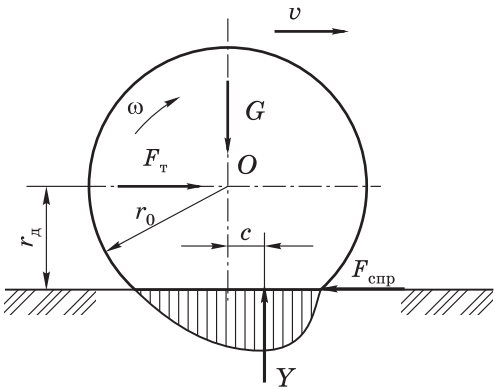

Рис. 3.17. Качение эластичного ведомого колеса по недеформируемой поверхности

При качении колеса передние элементы шины, вступающие в контакт с дорогой, нагружаются и деформируются, а задние — разгружаются и восстанавливают форму, выходя из контакта. Если бы шина обладала идеальной эластичностью, энергия, затраченная на деформацию в одной части ее ок-

ружности, полностью возвращалась бы колесу при восстановлении формы шины в другой части окружности. Элементы шины, восстанавливая свою форму, оказывали бы за счет накопленной энергии давление на дорогу и создавали момент, способствующий качению колеса.

Однако в действительности из-за трения внутри шины и наличия площади контакта шины с дорогой часть энергии, затраченной на деформацию шины, обратно не возвращается и переходит в теплоту, которая рассеивается в окружающем пространстве. Вследствие этого эпюра нормальных реакций, действующих на катящееся колесо, имеет вид, показанный на рис. 3.17. В передней половине площади контакта шины с дорогой нормальные реакции больше, чем в задней. Такой характер эпюры обусловливает то, что при качении эластичной шины по недеформирующейся поверхности равнодействующая Y нормальных реакций v сдвигается вперед от вертикали, проходящей через ось колеса, как было установлено ранее по отношению к жесткому колесу, перемещающемуся по деформирующейся почве. Чем больше потери в шине, тем больше смещение c реакции Y и момент сопротивления качению $M_{\text{спр}} = Yc = Gc$.

Вращающий момент, необходимый для преодоления сопротивления качению, создается парой сил: $F_{\text{т}}$ и горизонтальной реакцией дороги $F_{\text{спр}}$. В рассматриваемом случае реакция $F_{\text{спр}}$ представляет собой в основном силу трения между колесом и дорогой и внутри шины.

Основное влияние на потери в шине оказывают следующие факторы: масса деформируемых элементов шины, жесткость покрышки и давление воздуха в шине. При увеличении массы затраты энергии на внутреннее трение в шине возрастают. Аналогичное влияние оказывает повышение жесткости покрышки. Снижение давления воздуха увеличивает деформацию шины и замедляет восстановление ее формы, поэтому на дорогах с твердым покрытием слишком низкое давление воздуха в шинах увеличивает сопротивление качению.

Существует несколько зависимостей для определения сопротивления качению эластичного колеса по недеформируе-

мой поверхности при установившемся режиме. Одна из них [1], наиболее верно отражающая реальные условия взаимодействия колеса с дорогой, имеет следующий вид:

$$F_{\text{спр}} = \frac{\gamma_{\text{ш}} u_{\text{ш}} \lambda_{\text{н}} h_{\text{ш}}^2}{4\pi r_{\text{д}}},$$

где $\gamma_{\text{ш}}$ — коэффициент пропорциональности, для существующих шин при давлении воздуха в них $p_{\text{ш}} = 80...250$ кПА $\gamma_{\text{ш}} = 0{,}12...0{,}15$, причем верхний предел относится к шинам низкого давления, а нижний — к шинам высокого давления; $u_{\text{ш}}$ — коэффициент, определяющий соотношение между работой, затраченной при однократном сжатии шины, и работой за один ее оборот:

$$u_{\text{ш}} = \frac{\pi h_{\text{ш}} \left(2r_0 - h_{\text{ш}}\right)}{\frac{r_0^2}{2}\left(\frac{\pi d}{180^\circ} - \sin\alpha\right)}; \qquad \alpha = 2\arccos\frac{r_0 - h_{\text{ш}}}{r_0};$$

$\lambda_{\text{н}}$ — жесткость шины, для тракторных шин при $p_{\text{ш}} =$ $= 80...250$ кПа $\lambda_{\text{н}} = (17...38) \cdot 10^4$ Н/м.

Нормальную деформацию шины $h_{\text{ш}}$ подсчитывают по формуле Хейдекеля. Если подставить в формулу значение $h_{\text{ш}}$ из формулы Хейдекеля и произвести некоторые упрощения, то получим следующее выражение для определения сопротивления качению эластичного колеса по недеформируемой поверхности:

$$F_{\text{спр}} = \gamma_{\text{ш}} \frac{G^3}{4\pi p_{\text{ш}}^2 r_0^3 r_{\text{с}} \left(\frac{\pi\alpha}{180^\circ} - \sin\alpha\right)},$$

где $r_{\text{с}}$ — радиус сечения шины.

Таким образом, сопротивление качению эластичного колеса по недеформируемой поверхности пропорционально нормальной нагрузке в кубе и обратно пропорционально номинальному радиусу в кубе, квадрату внутреннего давления и радиусу сечения шины.

3.10. Качение эластичного колеса с уводом

Рассмотрим качение эластичного колеса, к которому приложена боковая сила Z (рис. 3.18). Колесо движется в установившемся режиме по горизонтальной поверхности. В этом случае на него действуют нормальная нагрузка G, толкающее усилие или реакция остова машины $F_т$ и крутящий момент $M_к$. Элементарные реакции, действующие в пятне контакта колеса с грунтом, приведем к двум результирующим реакциям грунта, параллельным осям координат: касательной реакции (силе сопротивления качению $F_{спр}$) $X = F_к$, параллельной оси X, боковой реакции $Z = F_σ$, параллельной оси Z, и нормальной реакции $Y = G$, параллельной оси Y. Точка E пересечения реакции Y с контактной площадкой располагается на некотором расстоянии c от оси Z и на расстоянии n от оси X. Если плоскость качения колеса перпендикулярна поверхности грунта, профиль шины симметричен и на колесо не действуют боковые силы, то $n = 0$. У ведомого и ведущего колес точка приложения реакции Y сдвинута относительно оси Z в сторону движения колеса. Расстояние n в этом случае считается положительным.

Реакция $F_σ$ приложена на некотором расстоянии e от оси Z. У ведомого колеса при небольших и средних значе-

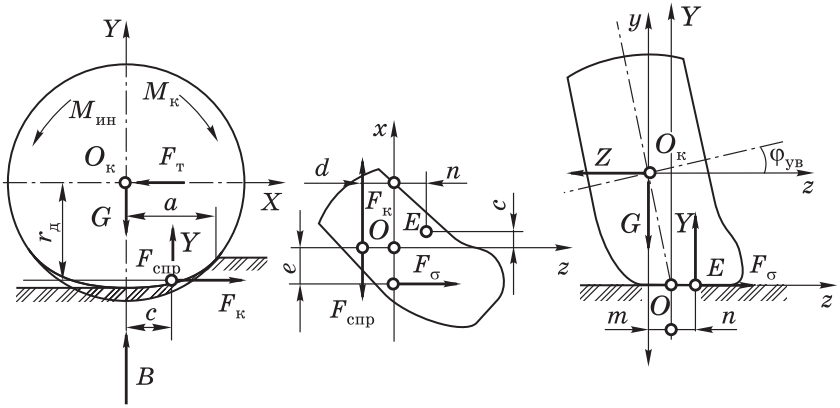

Рис. 3.18. Схема к определению бокового увода колеса

ниях боковой силы реакция смещена назад относительно оси Z. Расстояние e в этом случае считается отрицательным. У ведущего колеса, а также у ведомого при больших боковых силах плечо e равно нулю или имеет положительное значение.

Силы $F_к$ и $F_{спр}$ в общем случае приложены на некотором расстоянии d от оси X. При прямолинейном движении, если плоскость качения колеса перпендикулярна поверхности грунта, профиль шины симметричен и на колесо не действуют боковые силы, плечо $d = 0$. При криволинейном движении колеса силы $F_к$ и $F_{спр}$ смещаются от оси в сторону, противоположную размещению кривизны траектории колеса. Плечо d имеет положительное значение.

В теоретических исследованиях обычно точку приложения сил $F_к$ и $F_{спр}$, F_σ и Y переносят в начало координат (точка O на рис. 3.18). При этом момент сопротивления качению $M_{спр} = Yc = Gc$, опрокидывающий момент $M_{оп} = Yn = Gn$, поперечный стабилизирующий момент $M_{cy} = Zc = F_\sigma e$, продольный стабилизирующий момент шины $M_{cx} = Xd = F_к d$, полный стабилизирующий момент колеса $M_с = M_{cx} + M_{cy}$.

Точкой приложения сил взаимодействия колеса с отсеченной частью машины считается центр колеса $O_к$. Прямоугольная система координат xyz должна быть расположена так, чтобы ее начало совпадало с центром колеса, а оси x, y, z были параллельны осям X, Y, Z. Силу G, направленную перпендикулярно плоскости движения, называют нормальной нагрузкой, силу $F_т$, параллельную плоскости движения и качения, — продольной, силу F_σ, перпендикулярную силам G и $F_т$, — боковой.

Относительно оси y действует стабилизирующий момент M_c, относительно оси z — момент M_y, передаваемый колесу полуосью, относительно оси x — момент M_x, равный сумме моментов от боковой реакции F_σ на плече $r_д$ и нормальной реакции Y на плече $m + n$.

В общем случае вращение колеса относительно вертикальной или наклонной оси называют *поворотом колеса*, поворот колеса относительно оси X — *наклоном колеса*, путь,

проходимый центром колеса в плоскости движения, — *путем колеса*, скорость центра колеса в плоскости движения — *скоростью колеса*, проекцию скорости на ось X — *продольной составляющей*, а проекцию на ось Z — *боковой составляющей*, угол между вектором скорости колеса и положительным направлением оси X — углом увода $\varphi_{ув}$ (см. рис. 3.18). Положение, при котором оба колеса управляемой оси расположены симметрично относительно продольной оси трактора, называют *нейтральным положением управляемых колес*. Угол между направлением оси X, соответствующим нейтральному положению колес, и некоторым текущим положением этой оси называют *углом поворота колеса*, угол между плоскостью качения и осью Y — *углом наклона* или *развала колеса*.

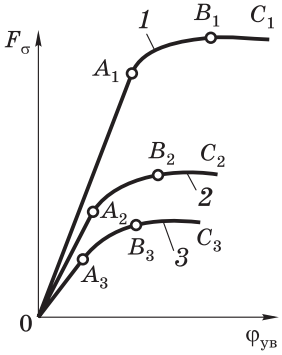

Рис. 3.19. Зависимость между углом увода и боковой силой

Зависимость между углом $\varphi_{ув}$ увода и боковой силой F_σ при постоянной вертикальной нагрузке на колесо на различных опорных поверхностях показана на рис. 3.19. Из рисунка видно, что при небольших значениях боковой силы угол увода примерно пропорционален ей и зависимость $F_\sigma = f\left(\varphi_{ув}\right)$ представляется прямой, проходящей через начало координат. Увеличение боковой силы вызывает частичное проскальзывание шины в поперечном направлении, и линейная зависимость $F_\sigma = f\left(\varphi_{ув}\right)$ нарушается. При этом отклонение средней плоскости колеса от направления движения вызывается не только боковой эластичностью шины, но и частичным проскальзыванием отпечатка пятна контакта, а также податливостью грунта. Когда боковая сила достигает значения силы сцепления, начинается боковое скольжение шины и угол увода увеличивается при постоянном значении боковой силы. Зависимость F_σ от $\varphi_{ув}$ при этом характеризуется горизонтальным участком кривой $F_\sigma = f\left(\varphi_{ув}\right)$. Чем меньше коэффициент сцепления с опорной поверхностью, тем при меньших значениях боковой силы на-

рушается линейная зависимость между F_σ и $\varphi_{ув}$. Для кривой *1* значение коэффициента сцепления примерно в 3 раза, а для кривой *2* — в 2 раза больше, чем для кривой *3*.

Для начальных участков кривых $F_\sigma = f(\varphi_{ув})$ зависимость между F_σ и $\varphi_{ув}$ можно выразить формулой

$$F_\sigma = k_{ув} \operatorname{tg}\varphi_{ув} \approx k_{ув}\varphi_{ув}, \qquad (3.33)$$

где $k_{ув}$ — коэффициент сопротивления боковому уводу.

По коэффициенту сопротивления боковому уводу можно определить боковую силу, которую необходимо приложить к колесу, чтобы получить $\varphi_{ув} = 1$ рад. Коэффициент сопротивления боковому уводу зависит от различных конструктивных и эксплуатационных факторов. Основными из них являются размеры и конструкция шины, давление воздуха в ней, характер приложения и значение сил, действующих на колесо, скорость движения, тип и состояние опорной поверхности, траектории движения центра колеса.

Факторы, влияющие на коэффициент сопротивления уводу, учитываются соответствующими корректировочными коэффициентами, что позволяет использовать выражение (3.33) и для нелинейных участков зависимости $F_\sigma = f(\varphi_{ув})$:

$$k_{ув} = k_{ув0}\beta_G\beta_F\beta_\varphi,$$

где $k_{ув0}$ — коэффициент сопротивления уводу на линейном участке зависимости $F_\sigma = f(\varphi_{ув})$; $\beta_G = G/G_{опт}$ $(2{,}4 - 1{,}8(G/G_{опт}) + 0{,}4(G/G_{опт})^2$ — корректирующий коэффициент по нормальной нагрузке колеса [здесь G — текущее значение весовой нагрузки на колесо; $G_{опт}$ — весовая нагрузка, приходящаяся на колесо и соответствующая максимуму зависимости $k_{ув} = f(G)$]; β_F — корректирующий коэффициент касательной силы тяги; β_φ — корректирующий коэффициент боковой силы.

При $\sqrt{F_к^2 + F_\sigma^2} \le 0{,}5\varphi_{сц}G$ корректирующий коэффициент касательной силы тяги

$$\beta_F = \frac{\sqrt{1 - F_к / (\varphi_{сц} G)}}{1 + 0{,}375 (F_к / \varphi_{сц} G)},$$

где $\varphi_{сц}$ — коэффициент сцепления ведущих колес с грунтом.

Если $\sqrt{F_к^2 + F_σ^2} > 0{,}5 \varphi_{сц} G$, то

$$\beta_F = \frac{\sqrt{1 - \left(\frac{F_к}{\varphi_{сц} G} \right)^2}}{1 + 0{,}375 \left(\frac{F_к}{\varphi_{сц} G} \right)}.$$

Корректирующий коэффициент боковой силы

$$\beta_\varphi = \frac{\mu \varphi_{сц} G}{\varphi_{ув} k_{ув0}} \left(2 - \frac{\mu \varphi_{сц} G}{\varphi_{ув} k_{ув0}} \right),$$

где μ — коэффициент, зависящий от формы контактной площадки и характера распределения элементарных вертикальных реакций опорной поверхности. При равномерном распределении элементарных реакций и эллиптической форме контакта площадки $\mu = 0{,}425$, при прямоугольной форме контактной площадки $\mu = 0{,}5$.

Поправка коэффициента сопротивления уводу при действии на колесо боковой силы применима, если $\varphi_{ув} k_{ув0} \geq \mu \varphi_{сц} G$. В остальных случаях поправка $\beta_\varphi = 1$.

Предпринимался ряд попыток подобрать эмпирические зависимости, которые дали бы возможность, зная размеры шин и их некоторые эксплуатационные характеристики, определить расчетным путем коэффициент сопротивления боковому уводу. Р. Смилей и В. Горн предложили следующую формулу:

- для $h/D < 0{,}0885$

$$k_{ув0} = c \left[1{,}75 \frac{h}{D} - 12{,}7 \left(\frac{h}{D} \right)^2 \right] p_ш b^2;$$

- для $h/D > 0{,}088$

$$k_{\text{ув0}} = c\left[0{,}095 - 0{,}49\frac{h}{D}\right]p_{\text{ш}}b^2,$$

где $h / D = 0{,}42\dfrac{G}{p_{\text{ш}}D^2}\sqrt{D_0/b}$ (D_0 — наружный диаметр шины в свободном состоянии, см); $p_{\text{ш}}$ — давление воздуха в шине, Па; b — ширина шины, м; c — безразмерный коэффициент, зависящий от конструкции шины, для шин обычной конструкции $c = 60$.

Таким образом, в общем случае взаимодействие колеса с опорной поверхностью при криволинейном движении машины характеризуется следующими показателями: тремя силами, приложенными в одной точке, принятой за начало координат, и направленными по трем координатным осям, и тремя моментами относительно каждой из координатных осей.

3.11. Моменты инерции, упругие и диссипативные свойства ведущих колес

Динамические процессы, протекающие во время работы колесного трактора или любой колесной машины в агрегате с навесными, полунавесными и прицепными орудиями и сельскохозяйственными машинами, в значительной степени определяются моментами инерции масс трактора и агрегатируемой машины, упругими и диссипативными свойствами ведущих колес, особенно при разгоне и торможении машинно-тракторного агрегата, его управляемостью, устойчивостью и плавностью хода.

3.11.1. Моменты инерции масс шин

Моменты инерции масс трактора влияют также на прочность его узлов и деталей. Значительную долю в общем моменте составляют моменты инерции масс передних и задних шин.

Особенно важно учитывать эти моменты при проектировании колесных тракторов тяговых классов 2,0...5,0, когда

их сцепная масса превышает 12 т и применяются сдвоенные шины передних и задних колес. Нередко эти шины заливаются водой, что примерно вдвое увеличивает их моменты инерции и момент инерции масс всего агрегата. В справочных данных по шинам, как правило, моменты инерции масс шин не приводятся, что затрудняет расчеты при определении тормозных качеств, устойчивости, плавности хода.

Под моментом инерции массы (тела, системы тел) I_x относительно данной оси (или осевым моментом инерции) подразумевается величина, равная сумме произведений масс всех точек тела (системы) m_i на квадраты расстояний от этой оси R_i:

$$I_x = \sum m_i R_i^2 . \qquad (3.34)$$

Из определения следует, что момент инерции тела (массы) относительно любой оси является величиной положительной. Осевой момент инерции при вращательном движении тела играет такую же роль, какую масса играет при поступательном движении, т.е. он являются мерой инертности тела при вращательном движении.

Согласно формуле (3.34), момент инерции тела равен сумме моментов инерции всех его частей относительно той же оси. Для одной материальной точки, находящейся на расстоянии от оси $I_x = mh^2$, единицей измерения момента инерции будет 1 кг · м^2.

Нахождение суммарного момента инерции системы узлов и агрегатов трактора рассматривается на примере упрощенной динамической системы (рис. 3.20), состоящей из двух масс. Эта модель получена без учета влияния упругости и демпфирования элементов трансмиссии, ведущих колес, сцепки и буксования движителей.

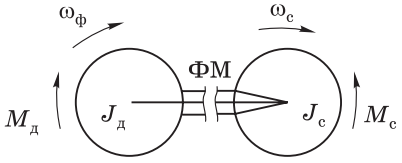

Рис. 3.20. Двухмассовая модель тяговой машины

Модель состоит из двух маховиков, первый закреплен на коленчатом валу двигателя, а второй — на первичном валу трансмиссии машины. Валы соединены между собой фрикционной муфтой ФМ. К коленчатому валу приложен крутящий момент двигателя $M_д(t)$, а к первичному валу трансмиссии —

приведенный момент $M_с$ сопротивления тракторного агрегата. Направление действия этих моментов показано на схеме стрелками.

Момент инерции $J_д$ первой маховой массы, имитирующей движущиеся массы двигателя, имеет для данного агрегата постоянное значение. Момент инерции $J_с$ второй маховой массы должен иметь разные значения в зависимости от номера включенной передачи. При условии равенства кинетических энергий эквивалентной массы и масс, ею заменяемых, можно, пренебрегая потерями в трансмиссии трактора, использовать следующую зависимость:

$$\frac{J_с \omega_с^2}{2} = \frac{m_{агр} \upsilon^2}{2} + \sum \frac{J_x \omega_x^2}{2},$$

где $m_{агр}$ — суммарная масса тракторного агрегата; υ — скорость поступательного движения; $\omega_с$ — угловая скорость первичного вала трансмиссии; J_x, ω_x — соответственно моменты инерции и угловые скорости отдельных вращающихся масс агрегата при холостом ходе, начиная с ведомой части сцепления.

Из приведенного равенства имеем

$$J_с = m_{агр} \left(\frac{\upsilon}{\omega_с} \right)^2 + \sum J_x \left(\frac{\omega_x}{\omega_с} \right)^2.$$

3.11.2. Упругие и диссипативные свойства шин ведуших колес

Упругие и диссипативные свойства шин ведущих колес в значительной мере проявляются при исследованиях плавности хода и расчете системы подрессоривания, особенно подвески.

Схематически любую подвеску (в том числе шину) можно представить в виде комбинации упругих и диссипативных элементов. Упрощенная модель такой подвески представлена на рис. 3.21. Упругие элементы представлены пружиной (рессорой) с характеристикой $F(z)$, диссипативные — поршнем с характеристикой $F_{спр}(z)$ и «сухое трение» — трущимися поверхностями с характеристикой $F_{тр\ sign}$.

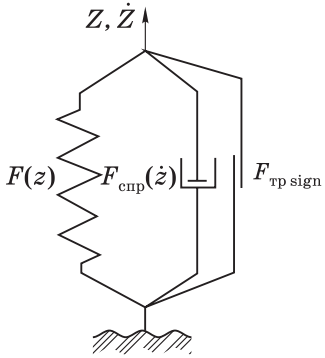

Рис. 3.21. Схематическая модель подвески

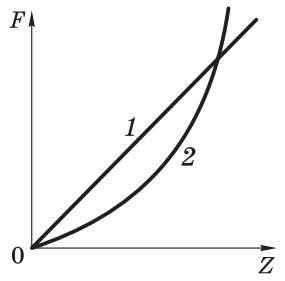

Рис. 3.22. Характеристики подвески: *1* — линейная; *2* — нелинейная

Рассмотрим эти характеристики подробнее. Упругая характеристика любого элемента системы подрессоривания рассчитывается по известным формулам и не представляет затруднений для определения. Так, для рессор (пружин) коэффициент упругости $C_р = \frac{F}{z}$ при линейной характеристике или $C_р = f(F, z)$ — при нелинейной (рис. 3.22). Для определения коэффициента упругости шины можно использовать формулы Хейдекеля или Бидермана.

Наиболее простой по своей структуре и адекватной реальным процессам является формула Хейдекеля:

$$h = \frac{G}{2\pi p_ш \sqrt{r_0}\, r_с}, \qquad (3.35)$$

где h — величина прогиба шины при приложении нормальной нагрузки, м; G — нормальная нагрузка, Н; $p_ш$ — давление воздуха в шине, Па; r_0 — номинальный радиус шины, м; $r_с$ — радиус сечения шины, м. В первом приближении его можно принять равным ширине шины, b_0.

Тогда

$$C_р = \frac{G}{h} = 2\pi p_ш \sqrt{r_0 \frac{b_0}{2}}\,. \qquad (3.36)$$

Результаты расчета коэффициента упругости тракторных шин ведущих колес тракторов семейства «Беларус» по формуле (3.36) приведены в табл. 3.1.

Таблица 3.1

Упругие и диссипативные свойства шин

Шина	Обод	Коэффициент упругости $C_р$, кН/м	Частота собственных колебаний, Гц	Коэффициент демпфирования $c_ш$, кН · с/м
7,50L-16	4,50E-16	200,0	63,20	1,31
210/80R16	W7-16	195,2	65,80	1,41
11,2-16	W8-16	344,9	66,30	1,28
12,4L-16	W8-16	394,1	67,80	1,27
9,00R20	5,50F20	333,3	85,08	1,49
11,2-20	W9-20	375,3	97,20	2,93
	W7-20	372,2	96,80	2,90
11,2R20	W9-20	374,1	87,30	2,39
	W7-20	371,1	87,30	2,39
13,6-20	W12-20	420,0	92,50	2,67
13,6R20	W12-20	420,0	92,50	2,67

360/70R20	W12-20	433,0	94,00	2,75
16,0-20	W12-20	465,1	97,40	2,94
11,2R24	W10-24	155,5	60,10	1,20
14,9R24	W12-24	413,0	74,20	1,77
360/70R24	W12-24	453,1	77,70	1,93
380/70R24	W12-24	473,4	79,40	2,00
420/70R24	W12-24	351,0	64,20	1,36
11,2R28	W10-28	461,2	74,50	1,78
16,9R30	DW14L-30	555,6	67,40	1,48
18,4L-30	DW14L-30	600,0	65,40	1,40
480/70R30	DW16-30	808,3	77,30	1,91
540/65R30	DW15-30 DW16-30	601,2	57,80	1,12
18,4R34	DW16-34	604,2	63,40	1,33
15,5R38	DW14L-38	550,1	69,10	1,55

Окончание табл. 3.1

Шина	Обод	Коэффициент упругости $C_р$, кН/м	Частота собственных колебаний, Гц	Коэффициент демпфирования $c_ш$, кН · с/м
16,9R38	DW15L-38 DW14L-38	600,2	64,10	1,35
18,4R38	DW15L-38 DW18L-38	650,2	58,50	1,47
18,4R38	DW15L-38 DW18L-38	650,2	58,50	1,47
520/70R38	DW15L-38	675,0	62,10	1,28
9,5R42	W8-42	425,3	69,10	1,55
580/70R38	DW18L-38	714,2	53,40	0,97
11,2R42	W8-42	450,1	66,10	1,31
580/70R42	DW18-42	728,8	57,50	1,11
710/70R38	DW23H-38	836,0	68,15	1,51

Величина «сухого трения» $F_{тр}(z)$ практически не сказывается на силе неупругого сопротивления шины и составляет 3...7 % от общего сопротивления в зависимости от конструкции шины и давления воздуха, что лежит в пределах погрешности эксперимента. При расчетах вынужденных колебаний эту силу обычно не учитывают.

Наиболее сложным является определение коэффициента демпфирования $c_ш$ шины. У сельскохозяйственных колесных тракторов, а также других мобильных машин даже при наличии эластичной и демпфированной подвески передних и задних колес шина — основной элемент, смягчающий толчки при движении машинно-тракторного агрегата (при механизации сельскохозяйственных работ, использовании в качестве транспорта и т.д.). Сведение ее свойств к свойствам рессоры (пружины) приводит к существенным ошибкам. В то же время чрезмерное усложнение модели с целью учета как можно большего числа факторов, влияющих на ее демпфирующие свойства, а также более полного охвата возможных случаев демпфирования не всегда оправдано, так как на точности расчетов плавности хода практически не сказывается.

При анализе колебаний транспортных средств на пневмошинах используют также трехэлементные упруго-вязкие модели [7], позволяющие описывать деформацию шины даже в случае мгновенного нагружения. В процессе эксплуатации тракторных шин даже при ударе колеса об единичную неровность время нагружения имеет конечную величину (скорость деформирования составляет 1,0...2,5 м/с) [7], и реакция достаточно точно может быть вычислена по двухэлементной модели Кельвина — Фогта, содержащей пружину с линейной характеристикой и параллельно с ней работающий демпфирующий элемент (рис. 3.23).

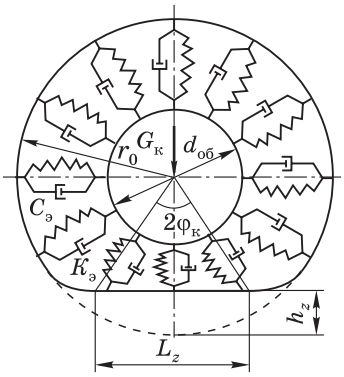

Рис. 3.23. Математическая модель пневматической шины

Эта модель получила наибольшее распространение при анализе колебаний транспортных средств. Частота ее собственных колебаний вычисляется по формуле

$$\nu = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{C_р}{m}}, \qquad (3.37)$$

где $C_р$ — коэффициент упругости пружины; m — масса груза, колеблющегося на шине.

На рис. 3.24 показана зависимость $\nu = f(C_р)$ для шины «26,0–20», полученная экспериментально и рассчитанная по формуле (3.37). Таким образом, использование двухэлементной модели Кельвина — Фогта при расчете колебаний тракторных шин вполне оправдано.

В расчетах колебаний колесного трактора используется характеристика демпфирования шины, которая оценивается коэффициентом демпфирования $c_ш$. В результате динамических испытаний шин переднего моста тракторов семейства «Беларус», проведенных в Белорусском политехническом институте в течение 1985–1995 гг. [12], были получены зависимости $c_ш = f(\nu)$, результаты которых показаны на рис. 3.24. Характер протекания зависимостей совпадает с результатами, полученными другими исследователями, и реализован требуемый диапазон частот.

На рис. 3.25, 3.26 совмещены результаты испытаний тракторных шин, различающихся геометрическими и конструктивными параметрами. Из приведенных данных видно, что геометрические размеры шин и колес практически не влияют на величину демпфирования. На поле графика отчетливо видны две группы экспериментальных точек: в одну (верхнюю) вошли результаты испытаний диагональных

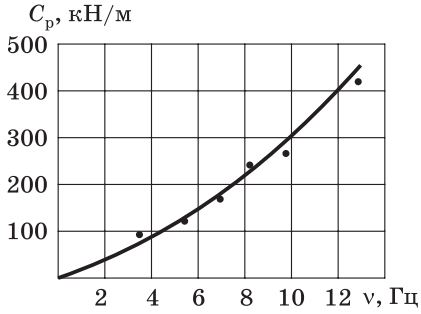

Рис. 3.24. Зависимость нормальной жесткости от частоты собственных колебаний

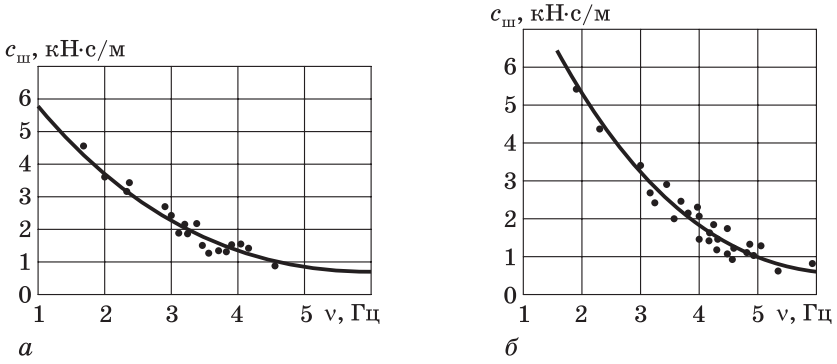

Рис. 3.25. Зависимость коэффициента демпфирования нормальных колебаний от частоты колебаний: *а* — шина «15,5R38» модели «Ф-2А»; *б* — шина «9,00-20» модели «ВФ-223»

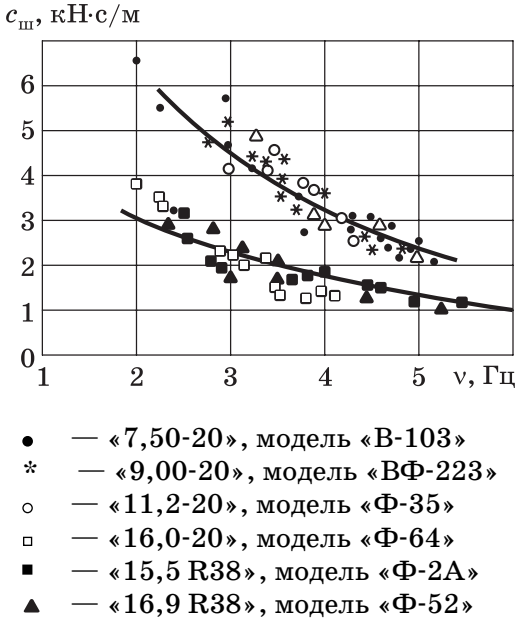

Рис. 3.26. Зависимость коэффициента демпфирования в шинах от частоты колебаний

шин, в другую — радиальных. Это позволяет предположить, что основное влияние на коэффициент $c_ш$ оказывает конструкция каркаса шины и у радиальных шин он в среднем в 2 раза меньше, чем у диагональных.

Результаты экспериментальных данных довольно точно описываются следующими выражениями:

- для диагональных шин:

$$c_ш = 2 + 0{,}275(6 - \nu)^2 ; \qquad (3.38)$$

- для радиальных шин

$$c_ш = 1 + 0{,}16(5 - \nu)^2 . \qquad (3.39)$$

Коэффициенты корреляции для диагональных и радиальных шин составляют 0,93 и 0,94, а корреляционное отношение, оценивающее соответствие математической модели экспериментальным данным, равно 0,98 и 0,99 соответственно. На рис. 3.27 приведены данные испытаний шин, изготовленных из РВК и полиуретана. Шины из РВК имеют коэффициент демпфирования несколько ниже (в 1,5–2,0 раза), чем диагональные, т.е. почти на уровне радиальных шин. Шина из

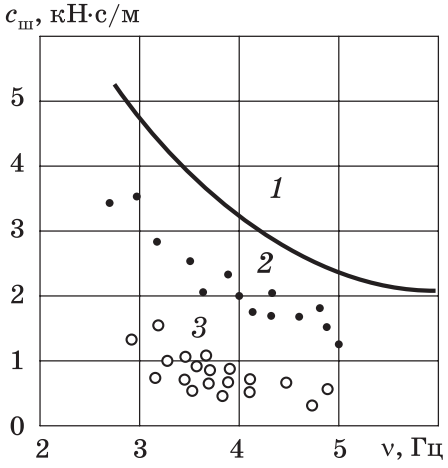

Рис. 3.27. Зависимость коэффициента демпфирования передних направляющих шин тракторов МТЗ от частоты колебаний: *1* — «7,50-20», модель «В-103»; *2* — «7,50-20» из РВК; *3* — «20/60-508Р Альфа-31А»

полиуретана, изготовленная литьем, имеет $c_ш$ в 4–6 раз ниже, чем обычные серийные шины.

Полученные результаты позволяют сделать вывод о том, что демпфирование в шине не зависит от ее геометрических размеров и определяется в основном конструкцией кордного каркаса и свойствами используемых для изготовления шин материалов: у радиальных шин демпфирование примерно в 2 раза ниже, чем у диагональных, а бескаркасная шина из полиуретана снижает этот показатель в среднем в 5 раз.

Как показали результаты многочисленных испытаний тракторных шин в динамике, диапазон изменений частот дорожных воздействий типичных сельскохозяйственных фонов находится в пределах 0...5 Гц. Таким образом, используя комплекс формул (3.37)–(3.39) и результаты экспериментов, можно рассчитать коэффициент $c_ш$ демпфирования тракторных шин в пределах частот возможных дорожных воздействий.

В качестве примера в прил. 1 приведены результаты расчета указанных свойств шины «540/65R30» и «620/705R42».

3.12. Оптимизация параметров шин ведущих колес

Оптимизация параметров ведущего колеса заключается в нахождении таких рациональных параметров, которые бы определяли наилучшие тягово-сцепные качества, экономичность, проходимость и ряд других. К таким параметрам относятся диаметр D и ширина b колеса, внутреннее давление воздуха в шине $p_ш$, число и конфигурация грунтозацепов, число слоев корда, материал шины и ряд других свойств, а также нормальная нагрузка G.

В справочной литературе содержатся сведения только о максимально допустимой нагрузке на шину при различных давлениях и скоростях движения. Однако отсутствуют сведения об оптимальной нагрузке, соответствующей наилучшим тягово-сцепным свойствам, экономичности, проходимости и т.д. Методика нахождения оптимальных параметров сводится к тому, что если применить в качестве критерия оптимизации параметров ведущего колеса КПД $\eta_к$, а функцию цели

представить зависимостями $\eta_к = f(F_{спр}, F_к, \delta...)$, то можно решить две задачи.

1. Если заданы параметры колеса, такие как номинальный диаметр D, ширина колеса b, давление воздуха в шине $p_ш$, число слоев корда n и др., то находятся оптимальная $G_{опт}$ и предельная G_{lim} нормальные нагрузки, т.е. решается система уравнений вида $\dfrac{\partial f(F_{спр}, F_к, \delta)}{\partial G} = 0$, из которой определяются $G_{опт}$ и G_{lim} для данного колеса.

2. Если заданы оптимальная и предельная нагрузки, т.е. $G_{опт} = f(D, b, p_ш ...)$ и $G_{lim} = f(D, b, p_ш ...)$, то определяются оптимальные параметры колеса, такие как D, b, $p_ш$ и др., т.е. решается система уравнений вида

$$\frac{\partial D}{\partial G_{опт}, G_{lim}} = 0; \qquad \frac{\partial b}{\partial G_{опт}, G_{lim}} = 0; \qquad \frac{\partial p_ш}{\partial G_{опт}, G_{lim}} = 0$$

(обратная задача).

Исследования [14], [15] показали, что тяговый КПД колеса $\eta_к$ в зависимости от переменной вертикальной нагрузки (D и b = const) изменяется согласно графикам, приведенным на рис. 3.28, т.е. при нулевой нагрузке $G = 0$, $\eta_к = 0$ (здесь $\eta_к$ — КПД ведущего колеса). Затем при увеличении вертикальной нагрузки $\eta_к$ возрастает и в точке A достигает максимума. Для колеса данных размеров соответствующая вертикальная нагрузка будет оптимальной. Дальнейшее увеличение нагрузки ведет к уменьшению КПД колеса, что нежелательно с точки зрения экономичности и долговечности шин ведущих колес.

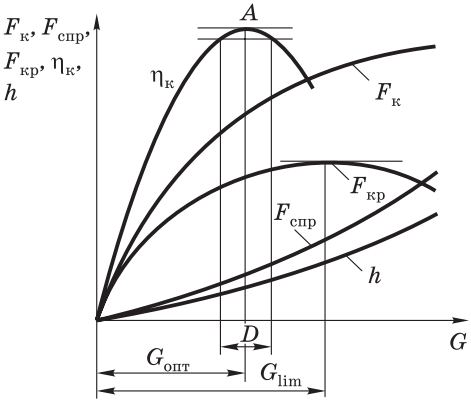

Рис. 3.28. Влияние нормальной нагрузки на тягово-сцепные качества и КПД ведущего колеса

Если принять предел изменения $\eta_к$ до 5 % в ту или другую сторону, т.е. $0{,}95\eta_к...\eta_к...0{,}95\eta_к$ (см. рис. 3.28), то получим область вертикальных нагрузок D, оптимальных для колеса данной размерности.

КПД ведущего колеса в теории мобильных машин принято оценивать следующей формулой:

$$\eta_к = \frac{P_п}{P_з} = \eta_г \eta_\delta \eta_{спр} = \eta_г (1 - \delta)\left(1 - \frac{F_{спр}}{F_к}\right), \qquad (3.40)$$

где $P_п$ — полезная мощность; $P_з$ — затрачиваемая мощность; $\eta_г$ — КПД, учитывающий потери мощности, зависящие от давления воздуха в шине (гистерезис), конфигурации шины (тангенциальная эластичность, толщина и конструкция корда) и др.; η_δ — КПД, учитывающий потери мощности на буксование; $\eta_{спр}$ — КПД, учитывающий потери мощности на образование колеи; δ — буксование, долей единицы; $F_{спр}$ — сила сопротивления перекатыванию при смятии грунта движителем и образовании колеи, Н; $F_к$ — касательная сила тяги, Н.

При определении оптимальной вертикальной нагрузки будем учитывать формулу (3.40) и в качестве касательной тяги примем ее максимальное значение $F_{кmax}$ (см. рис. 3.15, 3.29), используем соответствующее ему значение буксования $\delta_{опт}$ (зависимость $\delta_{опт}$ от вертикальной нагрузки имеет вид, приведенный на рис. 3.30).

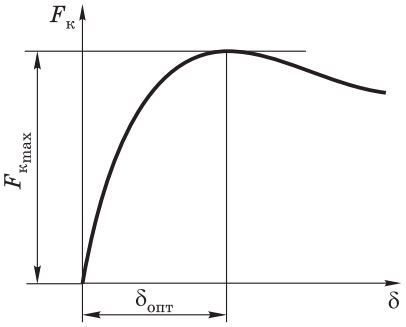

Рис. 3.29. Зависимость касательной силы тяги от буксования

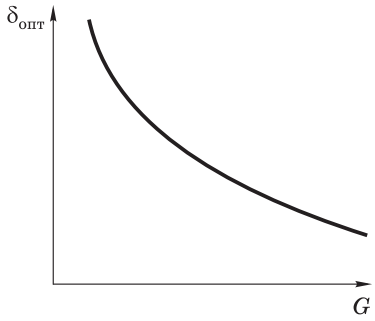

Рис. 3.30. Зависимость оптимального буксования от нормальной нагрузки

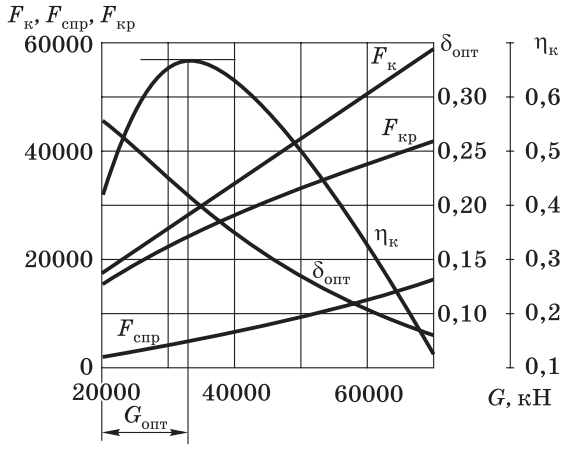

Рис. 3.31. Тягово-сцепные свойства шин «580/70R42» в зависимости от вертикальной нагрузки

Тогда формула (3.35) имеет вид

$$\eta_к = \eta_г \left(1 - \delta_{опт}\right)\left(1 - \frac{F_{спр}}{F_{кmax}}\right). \qquad (3.41)$$

Для примера определим оптимальную вертикальную нагрузку для шины «580/70R42», имеющей следующие размеры: D = 1,9 м, b = 0,714 м при давлении $p_ш$ = 0,2 МПа (2 атм).

Пусть колесо катится по горизонтальной стерне суглинка нормальной влажности, имеющей следующие физико-механические показатели: $\sigma_0 = 1{,}58 \cdot 10^6$ Н/м^2; $k = 0{,}027 \cdot 10^6$ Н/м^3; $f_{ск} = 0{,}76$ и $f_n = 0{,}79$.

На рис. 3.31 представлены результаты расчета тягово-сцепных свойств шины «580/70R42» в зависимости от нормальной нагрузки. Из рисунка видно, что максимальный КПД шины $\eta_к$ достигается при оптимальной нагрузке 33 400 Н (максимально допустимая нагрузка на шину при $p_ш$ = 0,2 МПа равна 47 500 Н (прил. 1).

В прил. 2 приведены значения оптимальных нагрузок для шин всех размерностей, применяемых в семействе колесных тракторов «Беларус».

3.13. Тяговый баланс колесной машины

Общий случай движения. Машина, в том числе трактор, может эксплуатироваться с навесными или прицепными орудиями, т.е. являться составной частью машинно-тракторного агрегата. Поэтому при анализе динамики отдельного трактора всегда следует учитывать влияние агрегатируемых машин. Рассмотрим общий случай движения машины на примере трактора с колесной формулой 4К2 в агрегате с прицепной или навесной машиной.

При неустановившемся движении (ускоренном или замедленном) на трактор действуют сила тяжести отдельных частей трактора и навесной машины (агрегата), силы инерции агрегата и моменты касательных сил инерции вращающихся масс трактора и агрегата в целом, тяговые сопротивления агрегатируемой машины и сопротивление воздуха и реакции грунта на движитель (рис 3.32). Для упрощения колеса на схеме

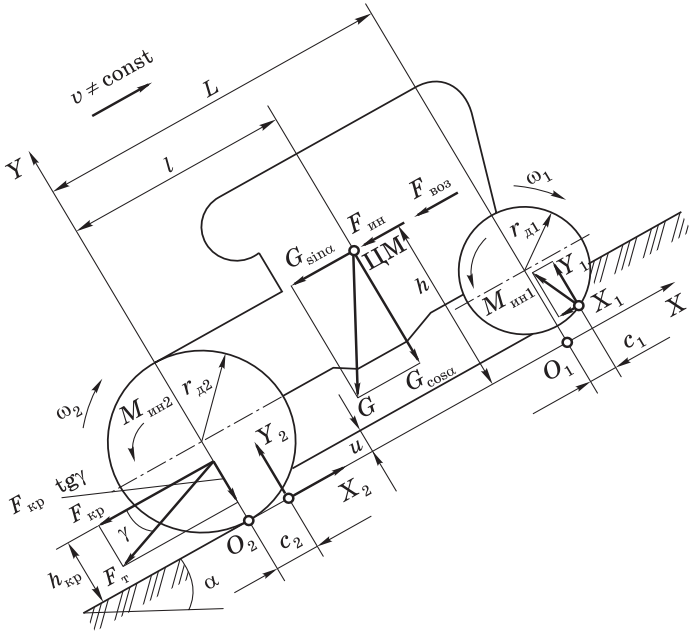

Рис. 3.32. Схема сил и моментов, действующих на колесный трактор при неустановившемся движении на подъем

изображены в виде окружностей, радиусы которых равны динамическим радиусам. Примем, что движение агрегата происходит ускоренно на подъем под углом α к горизонтальной плоскости.

Силы тяжести отдельных частей агрегата. Эти силы, включая вес трактора, агрегатируемой навесной машины, тракториста, топлива, охлаждающей жидкости, смазочных материалов и т.п., могут быть заменены их равнодействующей G, приложенной в центре масс агрегата. Если навесная или прицепная машина имеет опорные колеса, вес агрегатируемой машины воспринимается ими, а на трактор действует равнодействующая G, равная его эксплуатационному весу и приложенная в центре масс трактора. Разложим равнодействующую силу G на составляющие: $G\sin\alpha$, действующую параллельно поверхности, и $G\cos\alpha$, действующую по нормали относительно силы G.

Силы и моменты инерции агрегата. При общем динамическом исследовании силы инерции отдельных частей агрегата, возникающие при неустановившемся прямолинейно-поступательном движении, могут быть заменены их равнодействующей $F_{ин}$, приложенной в центре масс агрегата:

$$F_{ин} = ma = m\frac{dv_д}{dt} = \frac{G}{g}\frac{dv_д}{dt},$$

где $m = G/g$ — масса агрегата; $a = \pm\dfrac{dv_д}{dt}$ — ускорение (замедление) агрегата при прямолинейно-поступательном движении (знак «минус» соответствует ускоренному движению, знак «плюс» — замедленному); g — ускорение свободного падения.

Равнодействующая $F_{ин}$ направлена параллельно поверхности движения в сторону, обратную ускоренному (замедленному) движению. Направление силы $F_{ин}$ (см. рис. 3.32) соответствует ускоренному движению трактора передним ходом.

На трактор также действуют моменты касательных сил инерции вращающихся деталей трактора и агрегата в целом. Они действуют в двух взаимно перпендикулярных плоско-

стях. Можно предположить, что вращающиеся детали двигателя (при продольном расположении), силовой передачи и привода агрегатируемой машины, расположенные на продольных валах, а также массы двигателя, движущиеся возвратно-поступательно, создают моменты касательных сил инерции, действующие в поперечной плоскости. Колеса движителя и агрегатируемой машины, а также детали привода к ним, установленные на поперечных валах, создают моменты касательных сил инерции, действующие в продольной плоскости.

При установившейся работе трактора момент сил инерции вращающихся и движущихся возвратно-поступательно масс двигателя и агрегата периодически изменяется. Наличие таких моментов вызывает вибрацию остова (рамы) трактора. Кинетическая энергия этих масс также периодически изменяется, но среднее за период значение при установившемся режиме остается постоянным.

При неустановившемся движении агрегата возникает добавочный момент касательных сил инерции вращающихся и движущихся возвратно-поступательно частей двигателя, деталей силовой передачи и агрегата, установленных на продольных валах. Этот момент равен произведению момента инерции J'_x указанных частей агрегата, приведенных к коленчатому валу, на среднее за период угловое ускорение (замедление) коленчатого вала.

Приведение всех указанных масс к коленчатому валу двигателя выполняем на основании равенства кинетической энергии приведенной массы сумме кинетической энергии вращающихся на продольных валах деталей силовой передачи и привода агрегатируемой машины:

$$\frac{J'_x \omega_д^2}{2} = \sum \frac{J_г \omega_г^2}{2},$$

где J'_x — искомый приведенный момент инерции масс вращающихся деталей силовой передачи и привода агрегатируемой машины, установленных на продольных валах и приведенных к коленчатому валу двигателя; $\omega_д$ — угловая скорость коленчатого вала; $J_г$ — момент инерции массы ка-

кой-либо вращающейся детали, кинематически связанной с коленчатым валом; $\omega_г$ — угловая скорость этой детали.

Тогда

$$J'_x = \sum J \frac{\omega_г^2}{\omega_д^2}.$$

Поскольку $\omega_д / \omega_г = i_г$, где $i_г$ — передаточное число, то

$$J'_x = \sum J_г / i_г^2.$$

Обозначим момент инерции вращающихся и движущихся возвратно-поступательно масс (в том числе деталей муфты сцепления, установленных на маховике) двигателя $J_д$. Тогда суммарный момент инерции масс агрегата $J'_а$, установленных на продольных валах и приведенных к коленчатому валу двигателя,

$$J'_а = J'_x + J_д.$$

Возникающие при неустановившемся движении агрегата моменты касательных сил инерции, действующие в продольной плоскости, приводятся обычно к двум моментам: $M_{ин1}$ — суммарному моменту касательных сил инерции ведущих колес и кинематически связанных с ними вращающихся на поперечных валах деталей силовой передачи трактора и привода агрегатируемой машины, в том числе ее ведущих опорных колес; $M_{ин2}$ — моменту касательных сил инерции ведомых колес. Если передние колеса трактора являются ведущими, необходимо учесть моменты касательных сил инерции деталей силового привода переднего моста.

Тяговое сопротивление агрегатируемой машины. Такое сопротивление в общем случае можно представить эквивалентной системой сил и моментов, состоящей из равнодействующей сил сопротивления рабочих органов машины и сил сопротивления качению опорных колес, а также моментов, действующих в трех взаимно перпендикулярных плоскостях.

Для упрощения анализа динамики колесного трактора предположим, что тяговое сопротивление агрегатируемой машины представлено равнодействующей $F_т$, расположенной в

продольной плоскости под углом γ к поверхности пути. Перенесем равнодействующую тягового сопротивления в точку пересечения ее с плоскостью, нормальной к поверхности пути, проведенной через геометрическую ось ведущих колес, и разложим ее на составляющие: $F_{кр}$, параллельную поверхности пути (см. рис. 3.32), и $F_{кр}\mathrm{tg}\gamma$, нормальную к ней.

Точку пересечения направления равнодействующей тягового сопротивления с нормалью к поверхности пути называют условной точкой прицепа.

Сопротивление воздуха. Сопротивление воздуха $F_{воз}$ складывается из лобового сопротивления потоку воздуха, сжимаемого движущимся агрегатом, сопротивления, создаваемого завихрением воздуха вокруг движущегося агрегата, и сопротивления граничному трению воздуха о поверхность агрегата.

Сопротивление воздуха

$$F_{воз} = k_в A v_д^2,$$

где $k_в$ — приведенный коэффициент сопротивления воздуха (коэффициент обтекаемости), $Н \cdot с^2/м^4$; A — площадь лобовой поверхности агрегата, т.е. проекция контура машины на плоскость, перпендикулярную к поверхности движения, $м^2$; $v_д$ — скорость движения, м/с.

Коэффициент сопротивления воздуха — это сопротивление воздушной среды, приходящейся на 1 $м^2$ лобовой поверхности тела данной формы, движущегося со скоростью 1 м/с.

При скоростях движения до 15 км/ч сопротивление воздуха незначительно, и им можно пренебречь. Однако при транспортных работах, когда скорость движения современных колесных тракторов достигает 35 км/ч, это сопротивление почти равно тяговому сопротивлению прицепов, и ее следует учитывать.

Площадь лобового сопротивления трактора можно в первом приближении определить по формуле

$$A = BH,$$

где B — ширина колеи трактора; H — высота трактора.

Прицепы вызывают увеличение сопротивления воздуха. Ориентировочно принимают, что у тракторных поездов каждый прицеп увеличивает коэффициент сопротивления воздуха на 20...30 % по сравнению с одиночным трактором. Значения коэффициента $k_в$ сопротивления воздуха колеблются в широких пределах, поэтому в первом приближении его можно принять таким же, как и у грузовых автомобилей, т.е. 0,5...0,8.

Равнодействующая $F_{воз}$ элементарных сил сопротивления воздуха приложена в так называемом центре парусности агрегата, положение которого может быть установлено только экспериментально. При ориентировочных расчетах считают, что центр парусности расположен на одной высоте с центром масс.

Реакция грунта на движитель. При неустановившемся движении сила сопротивления качению ведомых колес X_1 направлена параллельно поверхности пути и приложена на расстоянии $r_д$ от геометрической оси колеса:

$$X_1 = \frac{M_{спр1} + M_{ин1}}{r_{д1}} = Y_1 \frac{c_1}{r_1} + \frac{M_{ин1}}{r_{д1}}. \qquad (3.42)$$

Реакция грунта на направляющие колеса Y_1 действует по нормали к поверхности пути на расстоянии c_1 от плоскости, проведенной через геометрическую ось колеса нормально к указанной поверхности. Значение этой реакции определяется в зависимости от условий работы трактора.

Толкающая сила, или реакция грунта, X_2 направлена параллельно поверхности пути и приложена на расстоянии c_2 от геометрической оси ведущих колес:

$$X_2 = F_к - Y_2 \frac{c_2}{r_{д2}} - \frac{M_{ин2}}{r_{д2}} = F_к - \frac{M_{спр2} + M_{ин2}}{r_{д2}}. \qquad (3.43)$$

Реакция грунта X_2 всегда направлена по ходу движения трактора и является движущей силой, вызывающей перемещение тракторного агрегата.

Реакция грунта на ведущие колеса Y_2 направлена по нормали к поверхности движения на расстоянии c_2 от плоскости, проведенной через геометрическую ось ведущих колес

нормально к указанной поверхности. Значение этой реакции определяется в зависимости от условий работы трактора.

Тяговый баланс. Составим уравнение проекций сил на ось X (см. рис. 3.32):

$$\sum X = X_1 - X_2 - F_{\text{кр}} - G\sin\alpha - F_{\text{ин}} - F_{\text{воз}} = 0 .$$

Полученное выражение представляет собой *тяговый баланс трактора*. Подставив в это выражение вместо сил X_1 и X_2 их значения из уравнений (3.42) и (3.43) и произведя соответствующие преобразования, получим уравнение тягового баланса:

$$F_{\text{к}} = F_{\text{кр}} + G\sin\alpha + F_{\text{воз}} + \left(Y_1 \frac{c_1}{r_{\text{д}1}} + Y_2 \frac{c_2}{r_{\text{д}2}} \right) + \frac{M_{\text{ин}1}}{r_{\text{д}1}} + \frac{M_{\text{ин}2}}{r_{\text{д}2}} + F_{\text{ин}} .$$

Выражение, стоящее в скобках, можно условно рассматривать как силу сопротивления качению ведущих и ведомых колес вследствие деформации грунта и шины. Обозначим это выражение $F_{\text{спр}}$.

Уравнение тягового баланса в дифференциальной форме имеет вид

$$F_{\text{к}} = F_{\text{кр}} + G\sin\alpha + F_{\text{воз}} + F_{\text{спр}} + \frac{G}{g}\frac{dv_{\text{д}}}{dt} + \frac{J_1}{r_{\text{д}1}}\frac{d\omega_1}{dt} + \frac{J_2}{r_{\text{д}2}}\frac{d\omega_2}{dt} .$$

Согласно уравнению тягового баланса, касательная сила тяги в рассматриваемом случае неустановившегося движения агрегата на подъем представляет собой суммарную силу, образованную следующими силами: 1) составляющей тягового сопротивления, действующей параллельно поверхности пути; 2) составляющей силы тяжести агрегата (эксплуатационного веса), действующей параллельно поверхности движения; 3) сопротивлением воздуха; 4) сопротивлением качению вследствие деформации грунта и шин; 5) силой инерции агрегата при переносном поступательном движении; 6) касательной силой инерции при относительном вращении ведущих и ведомых колес и кинематически связанных с ними деталей силовой передачи и привода агрегатируемой машины.

При установившейся работе трактора на горизонтальном участке без учета сопротивления воздуха уравнение тягового баланса имеет вид

$$F_{к} = F_{кр} + F_{спр}.$$

Согласно этой формуле, касательная сила тяги при установившейся работе трактора на горизонтальном участке равна горизонтальной составляющей тягового сопротивления и силы сопротивления качению трактора. Сила сопротивления качению трактора зависит от массы агрегата, положения центра масс, устройства его движителя, качества поверхности движения и других параметров. Вследствие незначительности изменения рабочей скорости сила сопротивления качению колесного трактора не зависит от изменения скорости движения; транспортные скорости движения вызывают некоторое повышение данной силы.

Для определения суммарной силы сопротивления качению трактора можно воспользоваться формулами, выведенными для качения эластичных ведомых и ведущих колес по различным поверхностям. В этом случае необходимо знать их нормальные реакции, для определения которых составим уравнения моментов всех сил, действующих на трактор (см. рис. 3.32), относительно точек O_1 и O_2:

$$\sum M_{O_1} = -Y_2(L - c_2) + Y_1 c_1 + (G\sin\alpha + F_{ин} + F_{воз})h +$$

$$+G(L - l)\cos\alpha + F_{кр}(h_{кр} + L\operatorname{tg}\gamma) + M_{ин1} + M_{ин2} = 0;$$

$$\sum M_{O_2} = -Gl\cos\alpha + (G\sin\alpha + F_{ин} + F_{воз})h +$$

$$+F_{кр}h_{кр} + Y_2 c_2 + Y_1 L + Y_1 c_1 + M_{ин1} + M_{ин2} = 0.$$

Моментом реакции грунта X_1Y_1 на ведомые колеса пренебрегаем ввиду его малости.

Заменяя произведения Y_1c_1 и Y_2c_2 соответствующими моментами сопротивления качению $M_{спр1}$ и $M_{спр2}$ ведущих и ведомых колес, получаем следующие формулы для определения реакции грунта на колеса:

$$Y_1 = [Gl\cos\alpha - (G\sin\alpha + F_{ин} + F_{воз})h - F_{кр}h_{кр} - \\ - M_{спр1} - M_{спр2} - M_{ин1} - M_{ин2}]/L; \quad (3.44)$$

$$Y_2 = [G(L-l)\cos\alpha + (G\sin\alpha + F_{ин} + F_{воз})h - \\ - F_{кр}(h_{кр} + L\mathrm{tg}\gamma) + M_{спр1} + M_{спр2} + M_{ин1} + M_{ин2}]/L. \quad (3.45)$$

При установившейся работе трактора на горизонтальном участке движения ($\alpha = 0$; $v = \mathrm{const}$; $F_{воз} \approx 0$; $\gamma = 0$) применение формул (3.44) и (3.45) дает следующие результаты:

$$Y_1 = \frac{Gl - F_{кр}h_{кр} - M_{спр1} - M_{спр2}}{L}; \quad (3.46)$$

$$Y_2 = \frac{G(L-l) + F_{кр}(h_{кр} + L\mathrm{tg}\gamma) + M_{спр1} + M_{спр2}}{L}. \quad (3.47)$$

Если трактор стоит неподвижно, то, приравняв моменты сопротивления качению и тяговые сопротивления к нулю, получим формулы для определения реакций грунта на передние и задние колеса:

$$Y_1 = Gl/L; \qquad Y_2 = G(L-l)/L.$$

При сопоставлении формул (3.45) и (3.47) и соответственно (3.34) и (3.46) видно, что при движении трактора с тяговым сопротивлением происходит перераспределение нормальных нагрузок между передними и задними колесами: снижение нагрузки на передние колеса вызывает такое же увеличение на задние, и наоборот.

Обозначим коэффициент нагрузки ведущих колес λ_2, коэффициент нагрузки ведомых колес λ_1, тогда

$$Y_1 = \lambda_1 G; \quad Y_2 = \lambda_2 G,$$

где

$$\lambda_1 = \frac{l}{L} - \frac{F_{кр}h_{кр} + M_{спр1} + M_{спр2}}{GL};$$

$$\lambda_2 = L - \frac{l}{L} + \frac{F_{кр}(h_{кр} + L\mathrm{tg}\gamma) + M_{спр1} + M_{спр2}}{GL}.$$

Итак, по уравнению тягового баланса можно судить о составляющих внешних силах и моментах, действующих на трактор с агрегатируемой машиной при неустановившемся движении. В динамике происходит перераспределение реакций грунта на передние и задние колеса. Степень перераспределения определяется коэффициентами λ_1 и λ_2. Коэффициент λ_1 определяет управляемость трактора: уменьшение нагрузки на передние колеса отрицательно сказывается на управляемости и продольной устойчивости. Коэффициент λ_2 определяет степень использования сцепного веса: уменьшение нагрузки, приходящейся на задние ведущие колеса, ухудшает сцепные качества трактора.

Перераспределение нагрузки на колеса зависит также от типа агрегатируемой машины. Если машина имеет опорные колеса, то часть вертикальной составляющей тягового сопротивления воспринимается ими, что уменьшает степень перераспределения нагрузки на колеса трактора. Для улучшения тяговых качеств трактора и уменьшения буксования ведущих колес применяют специальные механизмы — корректоры вертикальной нагрузки или догружатели сцепной массы. Последние позволяют благодаря уменьшению вертикальной нагрузки на опорные колеса машины или частичному уменьшению вертикальной составляющей тягового сопротивления увеличить нагрузку на ведущие колеса.

Конструктивные параметры машины также влияют на перераспределение нормальных нагрузок между передними и задними колесами. Чем короче продольная база машины и выше расположение центра масс и условная точка прицепа, тем значительнее перераспределение при равных внешних условиях.

4 ОБЩАЯ ДИНАМИКА ГУСЕНИЧНЫХ МАШИН

4.1. Гусеничный движитель. Основные понятия и определения

Гусеничный движитель (рис. 4.1) состоит из двух замкнутых гусениц, двух направляющих и двух ведущих колес, опорных и поддерживающих катков, амортизирующих и натяжных устройств. При опорных катках большого диаметра (например, у трактора ТТ-4) поддерживающих катков может и не быть.

Гусеницы представляют собой замкнутые цепи или ленты, состоящие из шарнирно связанных друг с другом одинаковых металлических звеньев. Ленты бывают резиновые или резинометаллические. В гусеничных машинах нашли применение в основном цепи. Резинометаллические ленты используют в полугусеничных ходах, предназначенных для повышения проходимости колесных тракторов, и в машинах малой массы, например снегоходах и др. В последнее время

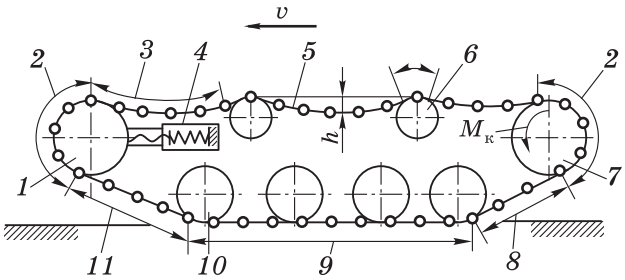

Рис. 4.1. Гусеничный движитель:*1* — направляющие колеса: *2* — дуговая ветвь; *3* — свободная ветвь; *4* — натяжное и амортизирующее устройства; *5* — гусеницы; *6* — поддерживающие катки; *7* — ведущие колеса; *8* — рабочая ветвь; *9* — опорная ветвь; *10* — опорные катки; *11* — передняя наклонная ветвь

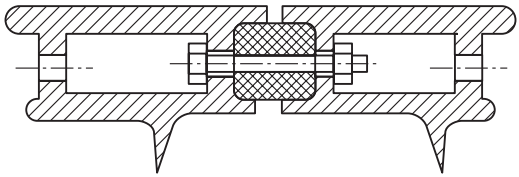

Рис. 4.2. Резинометаллический шарнир с вкладышем

резинотросовыми гусеницами оборудуются сельскохозяйственные тракторы классов 3...5, например «Беларус-2021», «Джон Дир-8020» и др.

Звенья цепи (траки) соединены между собой шарнирами, состоящими из проушин звена и пальца. Шарниры могут быть открытыми с плавающими пальцами, полузакрытыми с закрепленными пальцами, с подшипниками скольжения, с игольчатыми подшипниками и резинометаллические. Последние, в свою очередь, могут быть кольцевыми (в них трение скольжения пальца в проушинах звена заменяется трением в резиновой втулке, возникающим вследствие деформации концентрического сдвига в пальце при относительном повороте звеньев) и с вкладышем (роль пальца в них выполняет резиновый вкладыш, устанавливаемый в специальные гнезда проушин звена). Звенья в этом случае соединены болтами; материал вкладыша при относительном повороте звеньев работает на сжатие (рис. 4.2). В дальнейшем звенчатую гусеницу с шарнирами скольжения и трения будем называть *простым обводом*, а звенчатую гусеницу с резинометаллическими шарнирами — *упругим обводом*. Расстояние между центрами шарниров называют шагом звена и обозначают $t_г$.

Ведущее колесо предназначено для передачи ведущего момента, подводимого от двигателя к гусенице. Зацепление его с гусеницей может быть гребневым, зубовым и цевочным.

Гребневое зацепление, в котором ведущим элементом в колесе является ролик, соединенный с гребнями звеньев, в настоящее время почти не применяют вследствие ряда присущих ему недостатков (большой шаг гусеницы, значительный износ шарниров цепи и роликов колеса из-за их малого количества).

Зубовое зацепление недостаточно надежно из-за того, что впадины между зубьями часто забиваются. К тому же оно быстро изнашивается. Это зацепление получило некоторое распространение в тракторостроении, но почти не встречается на быстроходных гусеничных машинах.

Наибольшее распространение получило *цевочное зацепление* гусениц с ведущими колесами. Оно обладает большей плавностью и имеет значительные возможности восстановления при изнашивающейся гусенице.

Цевочное зацепление может быть нормальным и специальным. Основным является нормальное зацепление, при котором шаг гусеницы $t_г$ равен шагу зубьев $t_к$ ведущего колеса, что обеспечивает безударную передачу усилия одновременно несколькими зубьями. При нормальном зацеплении и постоянном радиусе ведущего колеса, если сохраняется условие $t_г = t_к$, контакт боковой стенки окна звена, так называемой цевки, с зубом ведущего колеса всегда должен сохраняться. Нормальное зацепление хорошо работает в ведущем и тормозном режимах. Однако оно успешно действует только в гусенице, шаг которой в процессе эксплуатации практически не изменяется (отсутствует износ в шарнирах), например в гусенице с резинометаллическим шарниром.

Шаг гусеницы с открытым металлическим шарниром в результате износа очень быстро становится больше шага ведущего колеса ($t_г > t_к$). При этом нормальная работа зацепления нарушается. Цевки, входящие в зацепление, по мере изнашивания шарнира и увеличения шага гусеницы располагаются все выше по зубу, а затем по мере поворота ведущего колеса опускаются к его основанию. При определенном износе цевки выходят на вершину зуба, и зацепление становится неработоспособным. Для исправления положения необходимо заменить изношенные пальцы в гусенице (частичное восстановление ее шага) или гусеницу. Таким образом, срок службы гусеницы с учетом износа ограничивается не прочностью изношенных шарниров, а работоспособностью зацепления.

Для увеличения срока службы гусеницы применяют специальное зацепление, при котором выполняется условие $t_г < t_к$. Ко всему сроку службы гусеницы при этом добавля-

ется время, в течение которого из-за износа шарнира шаг гусеницы будет равным шагу ведущего колеса (примерно 50...100 ч работы). В дальнейшем зацепление продолжает работать практически так же, как и нормальное.

Если при нормальном зацеплении зубья ведущего колеса, охватываемые гусеницей, передают усилия ее звеньям, то при специальном зацеплении ведущего колеса эти усилия будет передавать только первый зуб. При выходе этого зуба из зацепления в работу вступают последующие зубья. При этом обод ведущего колеса в каждом конкретном случае пробуксовывает на длину дуги, соответствующую разности номинального шага колеса и шага звена. Выход зубьев из зацепления происходит под действием полного окружного усилия.

Как видно из описания процессов работы нормального и специального зацеплений, бóльшей работа трения, а следовательно, и бóльшим износ будут при работе специального зацепления. Поэтому оно не получило широкого распространения в тракторостроении.

Существуют и другие разновидности цевочного зацепления, описание которых дано в работе [22].

Ведущие колеса в зависимости от компоновки могут располагаться как в передней части гусеничной машины (переднее расположение), так и в задней (заднее расположение). Первое применяют в основном для быстроходных гусеничных машин, а второе — для сельскохозяйственных и промышленных тракторов.

При переднем расположении ведущих колес под натяжением находится значительная часть гусеничной цепи, в том числе верхняя. Вследствие этого прогиб свободных ветвей (см. рис. 4.1) сводится к минимуму, что способствует уменьшению вертикальных колебаний верхней части гусеницы. Это обстоятельство имеет большое значение для быстроходных гусеничных машин. Однако потери на трение в шарнирах звеньев гусеницы и их износ при переднем расположении будут значительно больше, чем при заднем, из-за того, что большее количество звеньев находится под действием растягивающих усилий. Поскольку рабочие скорости движения гусеничных тракторов невелики, в тракторостроении в основном нашло применение заднее расположение колес.

Натяжное устройство служит для регулирования прогиба h свободных ветвей (см. рис. 4.1). При большом прогибе возникают значительные колебания обвода, что ведет к большим потерям мощности, при малом прогибе — значительные растягивающие усилия, что вызывает дополнительные потери на трение в шарнирах обвода. Амортизирующее устройство предназначено для снижения динамических нагрузок в гусеничном обводе при наезде машины на препятствие или при попадании различных предметов (камней, бревен и др.) в движитель.

4.2. Кинематика гусеничного движителя

Рассмотрим общую кинематику гусеничного движителя, у которого гусеничный обвод выполнен из абсолютно гибкой, но нерастяжимой ленты, форма дуговых ветвей остается неизменной, а прогиб свободных ветвей отсутствует (рис. 4.3). При этом машина движется прямолинейно.

Точка A гусеничной ленты участвует в двух видах движения: *относительном вращательном движении* гусеничного обвода около корпуса машины со скоростью v_0, при котором геометрические оси ведущих и направляющих колес, опорных и поддерживающих катков предполагаются неподвижными (происходит так называемое перематывание ленты), и *переносном прямолинейно-поступательном движении* со скоростью $v_п$, при котором все точки обвода описывают рав-

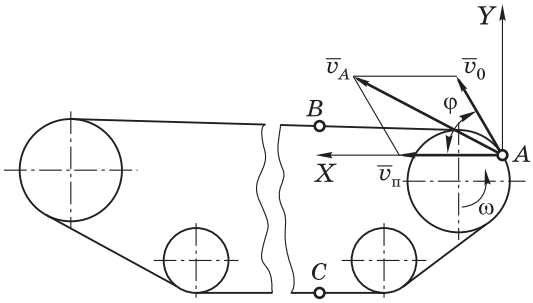

Рис. 4.3. Кинематика ленточного обвода

ные и параллельные траектории. Абсолютная скорость точки $\bar{v}_A$ является геометрической суммой этих скоростей, т.е. $\bar{v}_{\text{А}} = \bar{v}_0 + \bar{v}_{\text{п}}$.

Совместим начало координат с точкой A и обозначим угол φ между векторами относительной и переносной скоростей. Абсолютная скорость точки A является геометрической суммой проекций составляющих скоростей:

$$v_{AX} = v_{\text{п}} + v_0 \cos\varphi; \qquad v_{AY} = v_0 \sin\varphi;$$

$$v_A = \sqrt{v_{\text{п}}^2 + v_0^2 + 2v_0 v_{\text{п}} \cos\varphi}.$$

Для случая, когда переносная скорость равна относительной, $v_{\text{п}} = v_0$ (при отсутствии буксования и скольжения), $v_A = 2v_{\text{т}} \cos\varphi/2$. Для точки B на верхней ветви угол $\varphi = 0$ и $v_{\text{в}} = 2v_{\text{п}}$. Абсолютная скорость точки B равна удвоенной теоретической скорости движения машины. Для точки C на опорной ветви $\varphi = \pi$ и $v_{\text{с}} = 0$. Абсолютная скорость этой точки равна нулю, так как она лежит на грунте.

Если переносная и относительная скорости не равны, то для точки C возможны два случая: 1) $v_{\text{п}} < v_0$, движитель пробуксовывает, и точка смещается по грунту в направлении, обратном направлению движения. Если переносная скорость равна нулю, то происходит полное буксование и остановка машины; 2) $v_{\text{п}} > v_0$, наблюдается при движении по инерции, при буксировке или торможении машины. Абсолютная скорость точки C, лежащей на грунте, при этом направлена в сторону движения машины, возникает так называемый юз машины, при котором точка C перемещается по грунту по направлению движения.

4.2.1. Траектория движения точки обвода

Если точка движется по одному из прямолинейных участков обвода, то угол φ между векторами переносной и относительной скоростей остается постоянным. Это свидетельствует

о том, что направление абсолютной скорости точки при прохождении прямолинейного участка гусеничного обвода не изменяется и точка также движется по прямой.

Когда точка проходит дуговую ветвь и буксование отсутствует, траектория ее абсолютного движения представляет собой развертку окружности, катящейся без скольжения по плоскости, или циклоиду. Этими двумя свойствами можно воспользоваться для построения абсолютной траектории точки гусеничного обвода (рис. 4.4).

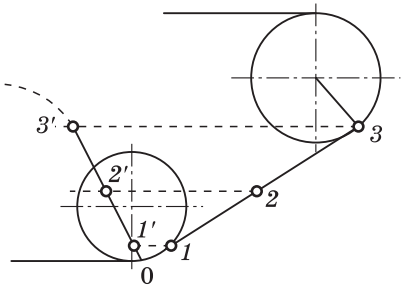

Рис. 4.4. Элементы траектории движения точки обвода

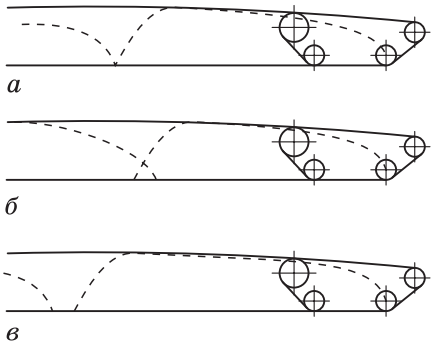

Рис. 4.5. Траектории движения точек обвода при различных режимах

Из равенства относительной и переносной скоростей следует, что за время перемещения точки обвода из начального положения *0* в относительном движении по дуге в первое положение точка *1*, принадлежащая корпусу, переместится по горизонтали в положение *1′*, причем дуга *01* равна отрезку *1′1*. Откладывая далее по горизонтали отрезок *2′2 = 01 + 1′2*, получаем точку *2′* траектории. На участке траектории *01′* точка движется по циклоиде, на участке *1′3′* — по прямой и далее снова по циклоиде, отдельные точки которой могут быть найдены аналогичным путем. В итоге получается полная траектория движения точки при буксовании и скольжении, равных нулю (рис. 4.5, *а*). Траектория движения точки будет состоять из прямых и циклоид (последние показаны штрихпунктирными линиями).

Если существует буксование, то траектория точки несколько изменяется (рис. 4.5, *б*). При прохождении точкой участка обвода над грунтом длина абсолютной траектории движения уменьшается. Находясь на грунте, точка совершит некоторый путь назад. Изменится и траектория движения точки на дуговых ветвях — это будет укороченная циклоида.

При скольжении (юзе) картина будет обратной, и за время нахождения на грунте точка несколько продвинется вперед (рис. 4.5, *в*). Траекторией движения точки на дуговых ветвях в этом случае будет удлиненная циклоида.

4.2.2. Абсолютное ускорение точки

Абсолютная скорость движения точки переменна, поэтому возникает ускорение. Она представляет интерес, поскольку характеризует инерционные силы, возникающие в том или ином участке гусеничного обвода. Полное ускорение равно геометрической сумме его проекций на оси подвижной системы координат X и Y (см. рис. 4.3).

Считая, что переносная и относительная скорости постоянны, и дифференцируя v_{AX} и v_{AY} по времени, получаем проекции полного ускорения:

$$a_{AX} = \frac{dv_{AX}}{dt} = -v_0 \sin\varphi \frac{d\varphi}{dt}; \quad a_{AY} = \frac{dv_{AY}}{dt} = v_0 \cos\varphi \frac{d\varphi}{dt}.$$

Полное или абсолютное ускорение точки

$$a_A = \sqrt{a_{AX}^2 + a_{AY}^2} = v_0 \frac{d\varphi}{dt}.$$

Приращение угла φ (см. рис. 4.3) при двух положениях точки A равно углу поворота данного колеса, вращающегося с угловой скоростью ω. Следовательно,

$$\frac{d\varphi}{dt} = \omega = \frac{v_0}{r},$$

где r — кинематический радиус этого колеса.

Таким образом, полное ускорение точки

$$a_A = v_0^2 / r.$$

Полученное выражение используется для нахождения центростремительного ускорения, постоянное при постоянном радиусе r. Точки дуговых ветвей катков или колес разных размеров имеют различные ускорения. Если точка движется по прямолинейному участку обвода, $r = \infty$ и $a = 0$. Следовательно, в точке перехода с дуговой ветви на прямолинейную или наоборот имеются два значения абсолютного ускорения, или разрыв непрерывности ускорения. Это явление иногда называют мягким ударом, в отличие от жесткого удара, под которым понимается разрыв в непрерывности скорости. Следует заметить, что потеря энергии при мягком ударе является величиной второго порядка по сравнению с потерей энергии при жестком ударе.

4.2.3. Особенности кинематики звенчатой гусеницы

Выводы, сделанные относительно кинематики гусеничной ленты, в первом приближении справедливы для мелкозвенчатой гусеницы. Звено же с большим шагом вносит ряд существенных изменений в работу гусеничного движителя, вызывая в целом неравномерность движения гусеницы, ведущего колеса и машины. На рис. 4.6 изображены передний опорный каток машины и часть передней ветви звенчатого обвода при движении по абсолютно твердому грунту. Когда передний опорный каток укладывает звено гусеницы на грунт (рис. 4.6, *а*), скорости движения точек свободных ветвей и направляющего колеса определяются одной функциональной зависимостью. После укладки звена на грунт (рис. 4.6, *б*) скорости тех же точек определяются другими зависимостями. Характер изменения этих скоростей в первом и втором случаях совершенно различный.

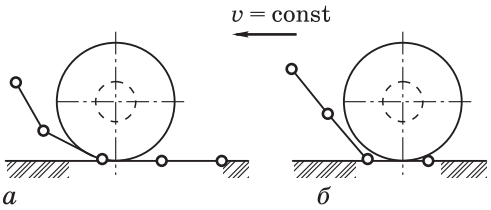

Рис. 4.6. Укладка гусеницы первым катком

Гусеничный обвод является многозвенным механизмом с большим числом степеней свободы. По этой причине взаимодействие отдельных участков звенчатого обвода с катками или колесами, оси которых принадлежат корпусу машины, будет различным, и машина движется неравномерно.

Исследовать неравномерность движения машины можно на примере кинематики его задней рабочей ветви. Для упрощения явлений, происходящих в гусеничном обводе, примем, что машина движется прямолинейно по абсолютно жесткой горизонтальной поверхности, при этом угловая скорость ведущего колеса $\omega_к$ постоянна.

При движении машины заднее звено гусеницы, лежащее на грунте, приподнимается (рис. 4.7). В положении *1* задняя свободная ветвь имеет три звена. Начиная с положения *2*, к свободной ветви добавляется еще одно звено. Переход крайнего звена к свободной ветви сопровождается перекатыванием катка по звену, следовательно, условие свободного обвода — неподвижность звеньев относительно колеса — не соблюдается.

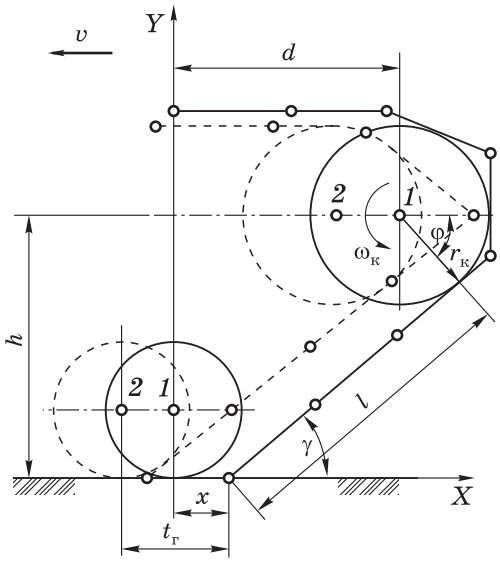

Рис. 4.7. Движение задней ветви гусеничного обвода

Пусть машина движется с некоторой скоростью относительно грунта. Если рассматривать движение обвода относительно корпуса, последний можно считать неподвижным. Тогда механизм задней ветви сводится к дезаксиальному механизму [27]. Звено радиусом $r_к$ (динамический радиус ведущего колеса совпадает с кинематическим) имеет вращательное движение с угловой скоростью $\omega_к$ (см. рис. 4.7), звено $t_г$ — поступательное движение со скоростью, равной скорости v трактора, но в обратном направлении.

Установим связь между угловой скоростью дуговой ветви и скоростью поступательного движения трактора v. Для этого составим уравнение проекций отрезков на ось X:

$$x = d + r_к \sin\varphi - l\cos\gamma .$$

Из рис. 4.7 имеем

$$l\cos\gamma = \sqrt{l^2 - \left(h - r_к \sin\varphi\right)^2} ;$$

$$x = d + r_к \sin\varphi - \sqrt{l^2 - \left(h - r_к \sin\varphi\right)^2} .$$

Скорость движения оси заднего катка (остова машины) получим как производную по времени от координаты X:

$$v = \frac{dx}{dt} = \left[\cos\varphi - \frac{(h - r_к\cos\varphi)\sin\varphi}{\sqrt{l^2 - (h - r_к\cos\varphi)^2}}\right] r_к \frac{d\varphi}{dt} =$$

$$= \left[\cos\varphi - \frac{(h - r_к\cos\varphi)\sin\varphi}{l^2 - (h - r_к\cos\varphi)^2}\right] r_к\omega_к ,$$

где $\omega_к = \dfrac{d\varphi}{dt}$ — угловая скорость ведущего колеса.

Обозначим функцию

$$f(\varphi) = \left[\cos\varphi - \frac{\left(h - r_к\cos\varphi\right)\sin\varphi}{\sqrt{l^2 - \left(h - r_к\cos\varphi\right)^2}}\right] r_к . \qquad (4.1)$$

Тогда

$$v = f(\varphi)\omega_к .$$

Поскольку $f(\varphi)$ является функцией угла поворота дуговой ветви, то эта величина переменная. Таким образом, $f(\varphi)$ является характеристикой неравномерности движения гусеничного обвода. Изменение угла φ происходит в интервале от φ_1 до φ_2. Величина $f(\varphi)$ представляет собой убывающую функцию. Она имеет некоторое минимальное значение. Период изменения этой функции в большинстве случаев соответствует времени перемещения по обводу одного звена: $T = \frac{t_г}{v}$.

Обозначим отношение $f(\varphi)_{\max} \Big/ \left[f(\varphi)_{\min} \right] = \xi$. В рассматриваемом случае ξ — *коэффициент неравномерности движения обвода*. Из анализа функции $f(\varphi)$ нетрудно заметить, что неравномерность движения машины тем меньше, чем меньше угол наклона задней ветви и шаг звена цепи.

На неравномерность хода большое влияние оказывает диаметр задних опорных катков: чем больше диаметр, тем равномернее ход трактора (тягача и др.).

Определим коэффициент неравномерности движения гусеничного трактора (Т-150) класса 3, имеющего $\varphi_1 = 28°$, $\varphi_2 = 53°$, $r_к = 0{,}38$ м, $h = 0{,}48$ м, $l = 0{,}6$ м. Подставляя в формулу (4.1) значения величин $r_к, h, l$ при $\varphi_{\max}$ и $\varphi_{\min}$, получаем $f(\varphi)_{\max} = 0{,}29$ и $f(\varphi)_{\min} = 0{,}096$. Отсюда

$$\xi_г = \frac{f(\varphi)_{\max}}{f(\varphi)_{\min}} = \frac{0{,}290}{0{,}096} \approx 3.$$

Таким образом, при $\omega_к = \text{const}$ скорость трактора переменна и может отличаться от номинальной скорости $v_г$ в полтора раза в ту или другую сторону. В действительности же снижения скорости не наблюдается, поскольку трактор обладает большой инерцией. Кроме того, при отсутствии синхронности перемещения концов рабочей ветви в реальном тракторе с крупнозвенчатой гусеницей появляются дополнительные периодические факторы, уменьшающие воздействие нерав-

номерности движения гусеничного обвода. К ним в первую очередь следует отнести: 1) периодические перемещения заднего катка (если он подрессорен); 2) изменение угловой скорости ведущего колеса благодаря упругой податливости валов трансмиссии; 3) выворачивание звеньев под задним катком, возникающее из-за способности грунта деформироваться.

Скорость реальной гусеничной машины при $\omega_к = \text{const}$ изменяется незначительно, поэтому в теории мобильных машин используется средняя теоретическая скорость движения гусеничной машины

$$v_0 = 2\pi r_к n_к ,$$

где $n_к$ — частота вращения ведущего колеса, c^{-1}.

В то же время окружная скорость ведущего колеса может быть выражена формулой

$$v_0 = z t_г n_к ,$$

где z — число звеньев, укладывающихся на колесо за один оборот.

Приравняв правые части этих выражений, получим формулу расчетного радиуса ведущего колеса

$$r_к = t_г z / (2\pi).$$

Под расчетным (динамическим) радиусом ведущего колеса понимается такой радиус, который дает при вычислении среднюю скорость движения трактора (при отсутствии буксования).

Поступательное движение реального гусеничного движителя по грунту всегда сопровождается буксованием, т.е. снижением скорости. Действительная скорость движения в этом случае

$$v_д = v_0 (1 - \delta),$$

где δ — коэффициент буксования движителя.

КПД, учитывающий потери скорости, оценивается по следующей формуле:

$$\eta_\delta = \frac{v_д}{v_0} = 1 - \delta.$$

Итак, кинематика гусеничного движителя существенно отличается от кинематики колесного движителя. Гусеничный движитель с крупнозвенчатой гусеницей характеризуется даже при $\omega_к = \text{const}$ неравномерностью движения, которая зависит от параметров обвода и оценивается коэффициентом неравномерности движения ξ. Наибольшее влияние на неравномерность движения оказывают шаг звена, радиус ведущего колеса и угол подъема задней ветви.

4.3. Динамика гусеничного движителя

Пусть гусеничный обвод движется равномерно и прямолинейно по горизонтальной поверхности, к его заднему ведущему колесу со стороны остова машины приложен крутящий (ведущий) момент $M_к$ (рис. 4.8). Под действием этого момента задняя рабочая ветвь обвода имеет усилие натяжения $F_к = M_к / r_к$ и стремится вытянуть опорную ветвь из-под опорных катков. Поскольку опорная ветвь прижата к поверхности грунта силой тяжести G машины, между поверхностью грунта и опорной ветвью (участок *1–2*) возникают силы сцепления, равнодействующая которых, если пренебречь потерями энергии на трение в обводе, равна силе $F_к$. Эта сила направлена по ходу движения машины и называется *касательной силой тяги*. По отношению к обводу она является внешней силой.

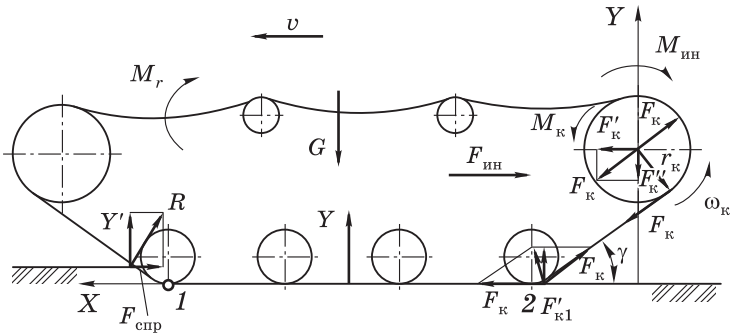

Рис. 4.8. Силы, действующие на движитель при прямолинейном поступательном движении по горизонтальной поверхности

Рассмотренное в 4.2 периодическое изменение скорости гусеничной машины обусловливает соответствующее периодическое изменение ведущего момента $M_к$ и касательной силы тяги $F_к$. В последующем изложении под $M_к$ и $F_к$ подразумеваются усредненные значения данных величин за период. Движение машины считают установившимся, если усредненные значения ведущего момента $M_к$ и касательной силы тяги $F_к$ не изменяются.

Со стороны грунта в результате его деформирования передней наклонной ветвью возникает реакция R, горизонтальная составляющая которой создает сопротивление движению $F_{спр}$. Эта составляющая уравновешивается касательной силой тяги $F_к$, т.е. $F_к = F_{спр}$. Вертикальная составляющая этой реакции Y' вместе с реакцией грунта на опорную поверхность гусеничного движителя уравновешивается силой тяжести машины G, т.е. $Y + Y' = G$.

Приложим к оси ведущего колеса (см. рис. 4.8) две равные и противоположно направленные силы $F_к$. Одна из них вместе с силой натяжения рабочей ветви создает пару сил, момент которых равен ведущему моменту $M_к$. Другая сила может быть разложена по двум взаимно перпендикулярным направлениям — параллельно поверхности движения $F_к'$ и перпендикулярно к ней $F_к''$. Сила $F_к'$ является силой, толкающей машину вперед. В то же время на задний опорный каток действуют сила натяжения ветви $F_к$ и касательная сила тяги $F_к$. Равнодействующая их также создает силу $F_к'$, толкающую машину вперед. Определим силы $F_к$ и $F_{к1}'$. Из рис. 4.8 имеем:

$$F_к' = F_к \cos y; \qquad F_{к1}' = F_к - F_к \cos y.$$

Сумма этих сил

$$F_к' + F_{к1}' = F_к \cos y + F_к - F_к \cos y = F_к.$$

Из формулы видно, что равнодействующая толкающих сил при отсутствии сопротивлений обвода равна касательной силе тяги. Следует отметить, что равнодействующая толкающих сил не зависит от расположения ведущего колеса.

Мощность, передаваемая от гусеничного движителя остову машины при отсутствии буксования ($\delta = 0$), представляется произведением силы $F_к$ на теоретическую скорость движения $v_т$, т.е.

$$P_к = F_к v_т = M_к \omega_к.$$

При установившемся движении реального гусеничного движителя без буксования возникают внутренние силы сопротивления движению, развивающиеся вследствие наличия трения в шарнирах гусеничной цепи, биения ее об обод ведущих и направляющих колес, поддерживающих катков при вертикальных колебаниях гусеничной цепи и т.д. Потери мощности на преодоление этих сопротивлений можно представить в виде произведения $M_r \omega_к$ (здесь M_r — момент внутренних сопротивлений движителя, приведенных к ведущему колесу), т.е. $P_r = M_r \omega_к$. Тогда мощность, передаваемая от гусеничного движителя остову машины,

$$F_к v_т = P_к - P_r = M_к \omega_к - M_r \omega_к = (M_к - M_r)\omega_к.$$

Из приведенного баланса мощности следует, что

$$F_к = \frac{(M_к - M_r)\omega_к}{v_т} = \frac{M_к - M_r}{r_к}.$$

Отсюда КПД, учитывающий внутренние потери мощности в гусеничном движителе,

$$\eta_r = \frac{P_к - P_r}{P_к} = \frac{M_к - M_r}{M_к}.$$

При неустановившемся прямолинейном поступательном движении гусеничного движителя (см. рис. 4.8) возникают моменты касательных сил инерции вращающих деталей обвода. Приведя их к ведущему колесу (приведение осуществляется на основании равенства кинетической энергии приведенной массы сумме кинематических энергий отдельных вращающихся частей), получим суммарный момент инерции касательных сил инерции $M_{ин}$ гусеничного обвода. Мощность, затрачиваемая на преодоление этого момента, $P_{ин} = M_{ин} \omega_к$.

Кроме того, при неустановившемся движении возникают силы инерции отдельных частей обвода. Их результирующая $F_{ин}$ приложена в центре масс движителя и направлена параллельно поверхности в сторону, обратную движению. Из баланса сил следует

$$F_к = F_{спр} + F_{ин}.$$

С учетом момента касательных сил инерции движителя мощность, передаваемая от гусеничного движителя к остову машины,

$$F_к v_т = P_к - P_r - P_{ин}. \qquad (4.2)$$

Из приведенного баланса мощности следует, что

$$F_к = \frac{M_к - M_r - M_{ин}}{r_к}.$$

Учтем пробуксовку движителя, для чего добавим в уравнение (4.2) произведение $\pm F_к v_д$. Поскольку $F_к = F_{спр} + F_{ин}$, получим

$$P_к = F_к v_т + F_к v_д + P_r + P_{ин}.$$

Отсюда

$$P_к = M_к \omega_к = F_{спр} v_д + F_к \left(v_т - v_д\right) + M_r \omega_к + M_{ин} \omega_к. \qquad (4.3)$$

Уравнение (4.3) представляет собой баланс мощности гусеничного движителя при неустановившемся прямолинейно-поступательном движении по горизонтальной поверхности с буксованием.

Мощность $P_к$, сообщаемая гусеничному движителю, в рассматриваемом случае равна сумме следующих мощностей: 1) $F_{спр} v_д$, расходуемой на преодоление внешних сопротивлений, возникающих вследствие лобового сопротивления грунта и образования колеи; 2) $F_к \left(v_т - v_д\right)$, расходуемой на буксование, т.е. на горизонтальную деформацию грунта (горизонтальное прессование почвы в направлении, противоположном движению машины), и на трение опорной поверхности движителя о грунт; 3) $M_r \omega_к$, расходуемой на преодоление внутренних сопротивлений гусеничного обвода (трение в шарнирах гусениц, биение гусеничной цепи при

ее вертикальных колебаниях, трение на участке зацепления ведущего колеса с гусеницей и в подшипниках опорных, направляющих и поддерживающих колес и т.д.); 4) $F_{ин}v_д$, превращаемой в кинетическую энергию переносного поступательного движения; 5) $M_{ин}\omega_к$, превращаемой в кинетическую энергию относительного вращательного движения гусеничного обвода.

4.4. Распределение давления по длине опорной поверхности движителя

Сила тяжести гусеничной машины передается на грунт через опорные катки и опорную ветвь гусеничного движителя. Если опорная ветвь гусеницы находится под бесконечно большим натяжением, она превращается в жесткую пластину, и распределение весовой нагрузки зависит только от положения центра масс машины. Если центр масс машины совпадает с центром опорной поверхности (рис. 4.9, *а*) движителя, то весовая нагрузка распределяется равномерно и определяется формулой $p = G/(2bL)$ (здесь G — сила тяжести машины, b — ширина опорной ветви, L — длина опорной ветви). Однако при взаимодействии реального гусеничного движителя с грунтом благодаря провисанию свободных ветвей, наличию амортизирующего устройства и упругости грунта весовая нагрузка распределяется неравномерно: участки ветви между опорными катками прогибаются, и наибольшее давление p_{max} будет под катками, а наименьшее p_{min} — в средней части между катками (рис. 4.9, *б*).

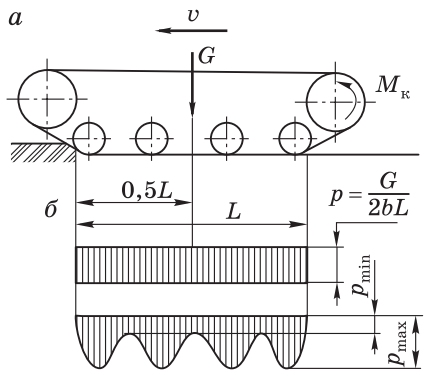

Рис. 4.9. Распределение давления по поверхности контакта опорной ветви с грунтом

В грунте возникают сжимающие напряжения σ, от значения которых зависят сопротивления движению машины, ее проходимость и маневренность. Наибольшие сжимающие напряжения в точках контакта опорной ветви движителя с грунтом (рис. 4.10) равны давлениям, т.е. $p_i = \sigma_i$ (здесь i относится к любой точке опорной ветви). Общее погружение опорных ветвей в грунт определяется сдавливанием относительно тонкого слоя h грунта и уплотнением всей остальной толщи H грунта до твердого подстилающего основания. Сжимающие напряжения грунта по мере удаления от опорной ветви уменьшаются. Теоретически напряжения распространяются на бесконечно большую глубину, однако в практических расчетах зону распространения напряжений ограничивают зоной грунта до подстилающего слоя. На рис. 4.10 показаны изобары — линии равно напряженного состояния грунта. Уменьшение напряжения в грунте по мере увеличения глубины показано в процентах. Выравнивание нагрузки вдоль опорной поверхности происходит на мягкой почве при сравнительно небольшом углублении опорной ветви. В этом случае можно считать, что изобары напряжений на участке, расположенном непосредственно под опорной ветвью, представляют собой эпюру давлений.

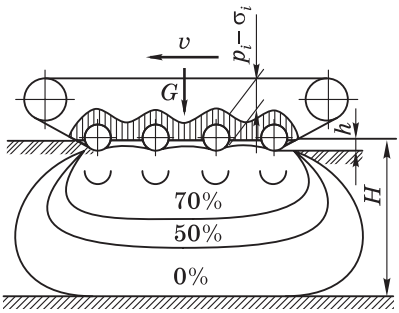

Рис. 4.10. Изобары напряжений в грунте под опорной ветвью гусеницы

Найдем закон распределения давлений по длине опорной ветви, приняв, что гусеница представляет собой нерастяжимую ленту, а сжимающие напряжения описываются законом сжатия

$$\sigma_i = \sigma_0 \operatorname{th} \frac{k}{\sigma_0} h_i ,$$

где h_i — глубина погружения гусеницы под i-м участком.

Прогиб гусеницы между опорными катками возможен лишь при условии, что под каждым из них грунт дает осад-

ку, которая частично выравнивается после прохода катка. При этом следует помнить, что опорная ветвь гусеницы имеет возможность удлиняться благодаря сжатию пружины амортизирующего устройства. В этом случае разность полных осадок грунта под двумя соседними катками $\Delta h = h_{i+1} - h_i$ (здесь h_i — осадка при проходе последующего катка) и упругая деформация грунта после прохода предыдущего катка определяют прогиб гусеницы, а значит, и давление на гусеницу между катками. Осадка Δh учитывает остаточную и упругую части деформации. Однако, как показывают эксперименты, накопление остаточной деформации на последующем катке всегда происходит с некоторым запаздыванием, и новая деформация устанавливается постепенно.

При определении закона распределения давлений испорльзуем схему, предложенную проф. В.В. Кацыгиным [15, с. 112], и рассмотрим часть гусеничного движителя, состоящую из двух опорных катков. Примем также, что машина движется равномерно по горизонтальной поверхности.

Пусть на участок гусеницы AB (рис. 4.11, *а*) действует нагрузка G_i, равная силе тяжести машины, приходящейся на выделенную часть движителя. Учитывая, что прогиб опорной ветви между катками обычно невелик и участки AA_1 и BB_1, в пределах которых лента AB касается опорных катков и прилегает к ним, также невелики по сравнению с длиной AB, участок гусеничного обвода между точками A и B можно считать гибкой лентой, положение которой зависит от ее натяжения и напряжений грунта. В свою очередь напряжения грунта зависят от степени осадки различных участков ленты.

Построим на рис. 4.11, *а* координатные оси так, чтобы ось абсцисс была расположена горизонтально (на уровне поверхности до деформации грунта движителя), а ось ординат проходила бы вертикально вниз через середину участка AB. Рассмотрим равновесие элементарной полоски (рис. 4.11, *б*)(ее ширина b равна ширине гусеничной ленты, а длина dx), отстоящей на расстояние x от начала координат. Эта

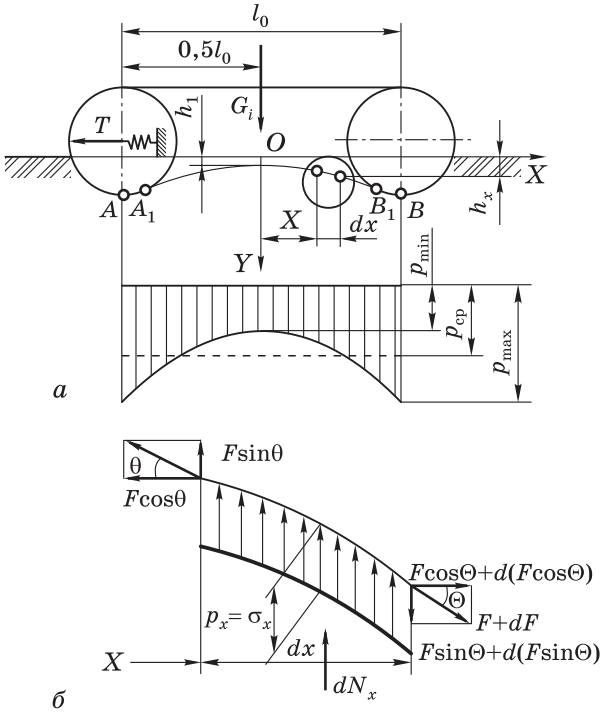

Рис. 4.11. Схема вывода закона распределения давления по длине опорной части движителя

полоска находится в равновесии под действием сил натяжения ленты F и dF, а также силы dN_x со стороны грунта,

$$dN_x = p_x b dx ,$$

где p_x — давление на участке bdx.

Проецируем указанные силы на оси OX и OY (рис. 4.11, *б*). Сумма проекций этих сил на оси равна нулю, т.е.

$$F\cos\Theta + d\left(F\cos\Theta\right) - F\cos\Theta = 0 ,$$

или

$$d\left(F\cos\Theta\right) = 0 , \qquad (4.4)$$

и

$$F\sin\Theta + d\left(F\sin\Theta\right) - F\sin\Theta - p_x b dx = 0,$$

или

$$dF\left(\sin\Theta\right) - p_x b dx = 0. \qquad (4.5)$$

Из уравнения (4.4) следует, что $F\cos\Theta = \text{const}$, т.е. горизонтальная составляющая натяжения ленты постоянна и равна половине усилия натяжной пружины $T/2$. Подставим в уравнение (4.5) значение $F = T/(2\cos\Theta)$. После сокращения на dx получим

$$\frac{T}{2}\frac{d\left(\text{tg}\Theta\right)}{dx} - p_x b = 0.$$

Тангенс угла наклона ленты равен первой производной осадки y по x, т.е. dy/dx. Кроме того, $p_x = \sigma_0 \text{th}\frac{k}{\sigma_0} y$ (здесь текущее значение осадки h_i заменено ординатой y). Таким образом,

$$\frac{T}{2}\frac{d^2y}{dx^2} - b\sigma_0 \text{th}\frac{k}{\sigma_0} y = 0. \qquad (4.6)$$

Полученное выражение представляет собой неоднородное дифференциальное уравнение второго порядка и определяет закон распределения давлений по длине опорной ветви гусениц.

Рассмотрим упрощенный вариант решения этого уравнения. Для этого допустим, что в пределах существующих скоростей движения гусеничных машин можно принять, что прогиб гусеницы обусловлен только упругими деформациями грунта и определяется линейной закономерностью

$$p_i = \sigma_i = kh_i.$$

Тогда уравнение (4.6) примет вид

$$\frac{T}{2}\frac{d^2y}{dx^2} - bky = 0. \qquad (4.7)$$

Полученное выражение представляет собой однородное дифференциальное уравнение второго порядка. Найдем его

решение в виде $y = ce^{\lambda x}$, где c — постоянная интегрирования; λ — произвольная величина. Дифференцируя два раза $y = f(x)$ и подставляя результат в уравнение (4.7), получаем

$$\frac{T}{2} ce^{\lambda x}\lambda^2 - kbce^{\lambda x} = 0$$

или

$$ce^{\lambda x}\lambda^2 - \frac{2kb}{T} ce^{\lambda x} = 0; \quad ce^{\lambda x}\left(\lambda^2 - \frac{2kb}{T}\right) = 0 .$$

При любом c последнее равенство справедливо, если $\lambda^2 - 2kb/T = 0$. Таким образом, $\lambda = \pm\sqrt{2kb/T}$. Следовательно, частными решениями дифференциального уравнения (4.7) будут

$$y_1 = c_1 e^{x\sqrt{\frac{2kb}{T}}}; \quad y_2 = c_2 e^{-x\sqrt{\frac{2kb}{T}}} .$$

В нашем случае перед координатой x нужно всегда ставить знак «плюс», так как при отрицательном значении показателя степени с увеличением x осадка уменьшается, что противоречит действительности.

Найдем постоянные c_1 и c_2 при следующих начальных условиях: $x = 0$, $y = h_1$. Тогда $h_1 = ce^0 = c_1$ и $h_1 = c_2 e^0 = c_2$, т.е. $c_1 = c_2 = h_1$. Отсюда

$$y = h_1 e^{x\sqrt{\frac{2kb}{T}}} .$$

Как уже говорилось, давление на грунт пропорционально осадке:

$$p_x = kh_i = kh_1 e^{x\sqrt{\frac{2kb}{T}}} . \qquad (4.8)$$

Чтобы судить о значении давлений, необходимо определить осадку h_1 между опорными катками. Для этого просуммируем элементарные силы воздействия грунта на гусеничную ленту между точками A и B (см. рис. 4.11, *а*) и приравняем эти силы к силе тяжести G_i, которая приходится на тот же участок:

$$G_i = \int_A^B dN_x = \int_A^B N(x)dx ;$$

на половину участка:

$$\frac{G_i}{2} = \int_0^{l_0/2} bkh_1 e^{x\sqrt{\frac{2kb}{T}}}\, dx\,.$$

Проинтегрировав, получим

$$\frac{G_i}{2} = h_1\sqrt{\frac{2kb}{T}}\left(e^{\frac{l_0}{2}\sqrt{\frac{2kb}{T}}} - 1\right),$$

откуда

$$h_1 = \frac{G_i}{2\sqrt{\frac{2kb}{T}}\left(e^{\frac{l_0}{2}\sqrt{\frac{2kb}{T}}} - 1\right)}.$$

Подставив значение h_i в формулу (4.8), получим уравнение, характеризующее распределение давлений под опорной ветвью гусеницы между катками:

$$p_x = G_i \frac{ke^{x\sqrt{\frac{2kb}{T}}}}{2\sqrt{\frac{kbT}{2}}\left(e^{\frac{l_0}{2}\sqrt{\frac{2kb}{T}}} - 1\right)}. \qquad (4.9)$$

Из уравнения (4.9) следует, что давление зависит от силы тяжести, расстояния между опорными катками, ширины гусеницы, натяжения, а также физико-механических свойств почвы.

Для определения неравномерности распределения давления по длине опорной поверхности гусеницы введен *коэффициент относительной неравномерности*

$$\xi = \frac{p_{\max} - p_{\min}}{p_{\text{ср}}},$$

где $p_{\max}$ — максимальное давление при $x = l_0/2$; $p_{\min}$ — минимальное давление при $x = 0$; $p_{\text{ср}}$ — среднее давление, $p_{\text{ср}} = G_i/(bl_0)$.

В этом случае

$$\lim_{x\to 0} p = \frac{kG_i}{2\sqrt{\frac{kbT}{2}}\left(e^{\frac{l_0}{2}\sqrt{\frac{2kb}{T}}} - 1\right)} = p_{\min};$$

$$\lim_{x \to l_0/2} p = \frac{kG_i e^{\frac{l_0}{2}\sqrt{\frac{2kb}{T}}}}{2\sqrt{\frac{kbT}{2}}\left(e^{\frac{l_0}{2}\sqrt{\frac{2kb}{T}}} - 1\right)} = p_{\max}.$$

Подставив значения $p_{\min}$, $p_{\max}$ и $p_{\text{ср}}$ в предыдущую формулу, получим

$$\xi_p = \frac{l_0}{2}\sqrt{\frac{2kb}{T}}.$$

Из этой формулы следует, что неравномерность давления возрастает, если расстояние между катками и ширина ленты увеличиваются, и, наоборот, уменьшается с увеличением натяжения гусеницы. На твердых грунтах при прочих равных условиях коэффициент относительной неравномерности давления возрастает по сравнению с коэффициентами на грунтах, имеющих малую несущую способность, пропорционально корню квадратному из соотношения коэффициентов объемного смятия. Если обозначить через ξ_{p1} и k_1, ξ_{p2} и k_2 коэффициенты неравномерности и объемного смятия твердого и мягкого грунтов соответственно, то

$$\frac{\xi_{p1}}{\xi_{p2}} = \sqrt{\frac{k_1}{k_2}}.$$

Таким образом, если на торфянике $k_2 = 0{,}005 \cdot 10^7$ Н/м^3, а на суглинке $k_1 = 0{,}5 \cdot 10^7$ Н/м^3, то $\xi_{p1} = \xi_{p2}\sqrt{k_1/k_2} = 10$, т.е. на минеральной почве неравномерность давлений гусеничной машины в 10 раз больше, чем на торфяниках.

При выводе уравнения (4.9) предполагалось, что гусеница прогибается между катками, как гибкая нерастяжимая лента. Однако в большинстве машин гусеницы состоят из отдельных звеньев. В этом случае закон распределения давления по опорной ветви несколько иной.

Экспериментами установлено, что гусеницы передают давление на почву отдельными активно-опорными участками,

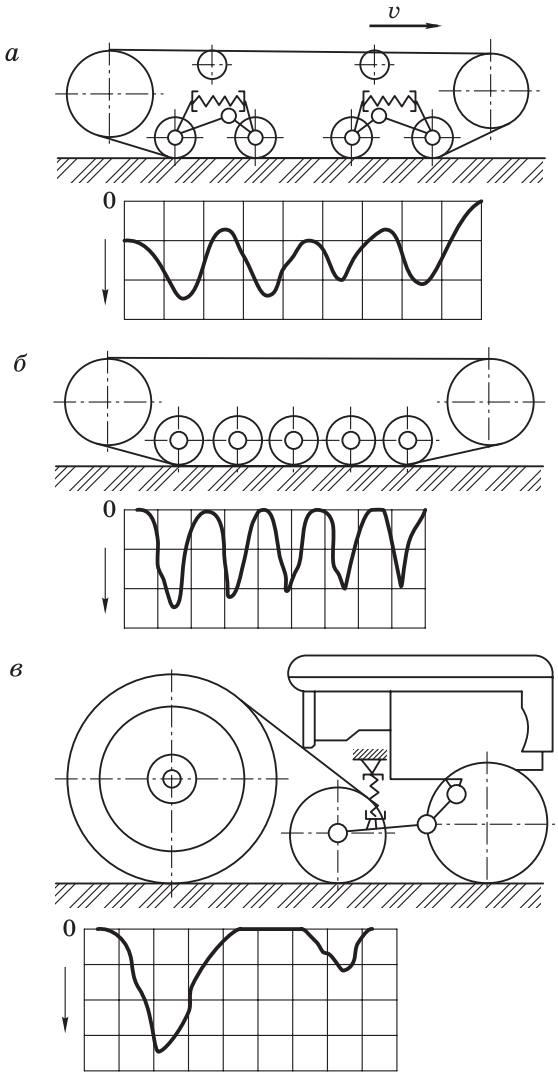

Рис. 4.12. Экспериментальные эпюры давлений на грунт: *а* — пахотный трактор ДТ-75; *б* — гусеничный транспортный тягач; *в* — полугусеничный тягач

группирующимися вокруг каждого опорного катка. На рис. 4.12 приведены экспериментальные эпюры давлений на грунт машин, имеющих различные конструкции движителей.

В тех случаях, когда катки расставлены настолько часто, что почти каждое звено гусеницы, лежащей на грунте, находится под их непосредственным воздействием, активно-опорной поверхностью является вся поверхность опорной ветви. Это достигается в том случае, когда отношение расстояния между соседними катками l_0 к шагу звена $t_г$ находится в пределах $l_0/t_г \le 1{,}5\ldots1{,}7$. В теории мобильных машин допускается, что в этом случае эпюра давлений имеет линейную зависимость (рис. 4.13).

Если центр масс совпадает с центрами опорной поверхности и давления (машина неподвижна), то эпюра давлений имеет вид прямоугольника с ординатой $p_{ср} = G/(2bL)$ (рис. 4.13, *а*).

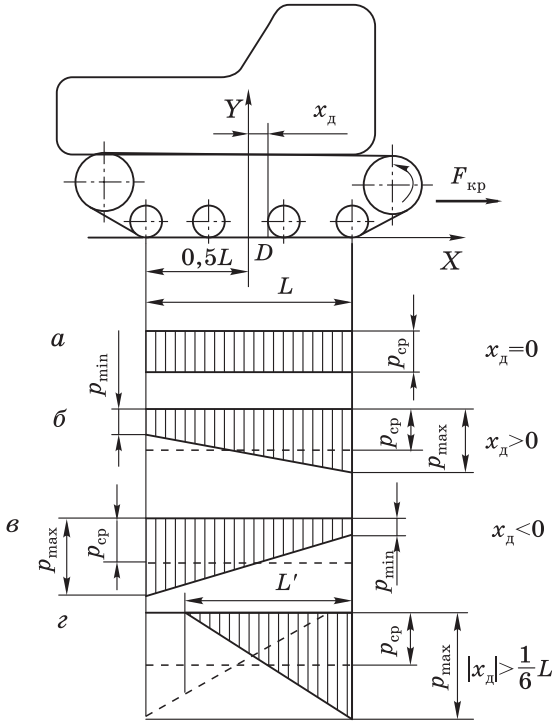

Рис. 4.13. Распределение давления по длине опорной части движителя в зависимости от положения центра давления

При приложении внешних сил (тягового сопротивления $F_{кр}$, сил инерции, лобового сопротивления и т.д.) центр давления не совпадает с центром масс и смещается в сторону в зависимости от направления и значения внешних сил. В этом случае (рис. 4.13, *б, в*) эпюра имеет вид трапеции, центр масс которой лежит на одной вертикали с центром давления.

Применяя соотношение для определения центра масс трапеции, получаем

$$x_д = \frac{L}{6}\left(\frac{p_{max} - p_{min}}{p_{max}}\right). \qquad (4.10)$$

На горизонтальном участке при $F_{кр} = 0$

$$p_{ср} = G/(2bL).$$

Среднее давление равно полусумме p_{max} и p_{min}, т.е.

$$p_{ср} = \frac{p_{max} + p_{min}}{2}.$$

Подставляя значение $p_{ср}$ в уравнение (4.10), получаем

$$p_{min} = p_{ср}\left(\frac{L - 6x_д}{L - 3x_д}\right);$$

$$p_{max} = p_{ср}\frac{L}{L - 3x_д}. \qquad (4.11)$$

Формулы (4.11) применимы лишь в том случае, если $p_{min} > 0$, т.е.

$$p_{ср}\left(\frac{L - 6x_д}{L - 3x_д}\right) \geq 0.$$

Тогда $(L - 6x_д) \geq 0$ или $x_д \leq L/6$, т.е. величина $x_д$ по модулю не должна превышать $L/6$.

Если это условие не выполнено (рис. 4.13, *г*), длина используемой части опорной ветви гусениц уменьшается. Это возможно при значительном смещении центра масс от центра

опорной поверхности и больших тяговых сопротивлениях агрегатируемых машин. В этом случае $L' = \frac{3}{2}|x_д|$, куда смещение давления подставляют без учета знака, т.е. по модулю. Среднее давление на единицу длины используемой части опорной поверхности гусениц

$$p'_{ср} = G/(2bL').$$

Если отношение расстояния между опорными катками к шагу звена превышает пределы 1,5...1,7, то линейный закон распределения нормальных удельных сил по длине опорной поверхности неприемлем.

Наиболее неблагоприятные значения отношения $l_0/t_г$ складываются у гусеничных движителей с упругой балансирной подвеской. Поэтому у них приближенной характеристикой распределения давлений могут служить значения нормальных распределенных реакций грунта на опорные катки.

Определим значения распределенных реакций грунта для тракторов с двухопорной балансирной подвеской. Рассмотрим случай установившегося движения трактора в агрегате с сельскохозяйственной машиной по горизонтальной поверхности (рис. 4.14). Для определения реакций Y_1 и Y_2 про-

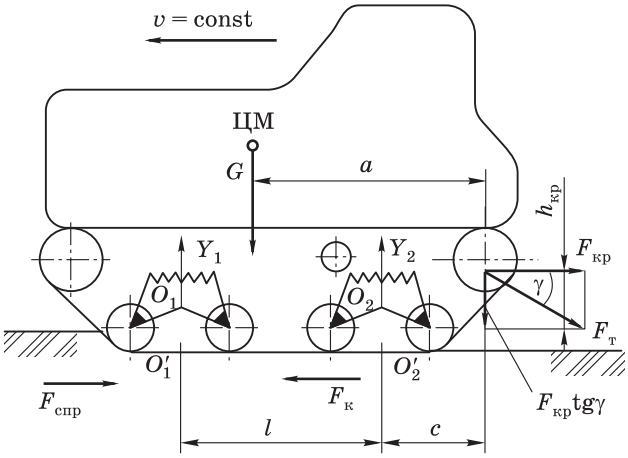

Рис. 4.14. Схема внешних сил и реакций, действующих на трактор с двухопорной балансирной подвеской

суммируем моменты сил относительно точек O_1' и O_2' и приравняем их к нулю:

$$Y_1 l - G(a - c) + F_{кр}\left(c + h_{кр}\,\mathrm{tg}\gamma\right) = 0;$$

$$Y_2 l - G(l + c - a) - F_{кр}\left(l + c + h_{кр}\,\mathrm{tg}\gamma\right) = 0,$$

где l — расстояние между опорами; a — продольная координата центра масс; c — расстояние от оси ведущего колеса до оси качения задней каретки.

Отсюда

$$Y_1 = \frac{G(a - c) - F_{кр}\left(c + h_{кр}\,\mathrm{tg}\gamma\right)}{l};$$

$$Y_2 = \frac{G(l + c - a) + F_{кр}\left(l + c + h_{кр}\,\mathrm{tg}\gamma\right)}{l}.$$

Из приведенных формул видно, что тяговое сопротивление в значительной степени влияет на перераспределение реакций между передними и задними опорами. Составив аналогичные уравнения, можно найти весовую нагрузку на каждый опорный каток. Зная нагрузку на данный каток, определяем максимальное давление p_{max} гусениц на грунт в зоне его расположения:

$$p_{max} = G_i / (nbt_г),$$

где n — число звеньев на активно-опорном участке. При $1{,}7 \le l_0 / t_г$ можно принимать $n = 2$, при $l_0 / t_г \ge 3{,}0$ $n = 1$.

Итак, реальный гусеничный движитель со звенчатой гусеничной лентой передает давление на грунт неравномерно. Неравномерность давления увеличивает сопротивление движению и ухудшает проходимость. При $l_0 / t_г \le 1{,}7$ эпюра распределения носит линейный характер, и вся опорная ветвь участвует в передаче давления. При $l_0 / t_г \ge 1{,}7$ давление передается отдельными активно-опорными участками. Давление и его распределение зависят от внешних нагрузок, приложенных к машине, расположения центра масс и центра давления, параметров гусеничного обвода и физико-механических свойств грунта. Чем меньшей несущей способностью

обладает грунт, тем равномернее распределяется давление. С точки зрения уменьшения неравномерности давления, следует проектировать гусеницы с большими шагом и диаметрами катков, выдерживая при этом соотношение $l_0 / t_г \le 1{,}7$. В некоторых машинах для этого используют перекрытие опорных катков.

4.5. Сопротивление движению гусеничного движителя

При движении гусеничной машины возникают сопротивления, которые в общем случае складываются из *внутренних* (создаваемых движителем) и *внешних* (возникающих в результате смятия грунта движителем и образования колеи). Затраты энергии на преодоление этих сопротивлений зависят от конструктивных параметров машины и физико-механических свойств грунта, с которым взаимодействует движитель. Рассмотрим эти сопротивления.

4.5.1. Внутренние сопротивления движителя

В гусеничном движителе энергия расходуется на преодоление следующих сопротивлений: 1) трению в шарнирах гусеницы; 2) удару звеньев об обод колеса; 3) проскальзыванию звеньев на ведущем колесе; 4) удару в зубьях ведущего колеса; 5) трению в подшипниках поддерживающих и опорных катков, а также направляющих колес.

В упругом обводе вместо потерь энергии на трение в шарнирах появляются потери на упругий гистерезис. Остальные потери те же, что и в простом обводе.

Потери на трение в шарнирах гусеницы возникают только при относительном перемещении звеньев, т.е. в шарнирах сопряжения свободных, дуговых и рабочих ветвей. Очевидно, в шарнирах ветвей с постоянными радиусами качения потери энергии отсутствуют, так как нет относительного перемещения звеньев. Угловую скорость i-го шарнира можно определить из формулы

$$\upsilon_т = \omega_i r_i ; \qquad \omega_i = \upsilon_т / r_i ,$$

где r_i — радиус ветви, который с некоторым приближением можно принять равным радиусу колеса, в расположении которого происходит сопряжение ветвей.

Момент трения, действующий в шарнире,

$$M_i = \mu r_{ш} F_i ,$$

где μ — коэффициент трения скольжения в шарнире; $r_{ш}$ — радиус шарнира; F_i — растягивающее усилие.

Мощность, теряемая в шарнире,

$$P_{i1} = M_i \omega_i = \mu r_{ш} \omega_i F_i .$$

Заменив $\omega_i = v_{т} / r_i$, получим

$$P_{i1} = \frac{\mu r_{ш} v_{т} F_i}{r_i} .$$

Эта мощность тратится в каждой точке сопряжения движителя. Тогда для всех точек сопряжения потерянная мощность

$$P_1 = \mu r_{ш} v_{т} \sum \frac{F_i}{r_i} .$$

Натяжение ветвей по периметру гусеничного обвода различно. Так, для сопряжения рабочей ветви с дуговой, охватывающей ведущее колесо (см. рис. 4.1), оно равно касательной силе тяги. Если в результате неравномерного смятия грунта опорной частью движителя появляются относительные перемещения звеньев на опорной ветви, растягивающее усилие на любом участке цепи определяется из следующих соображений. Предположим, что касательная сила тяги $F_{к}$ в начале зацепления движителя с грунтом равна нулю и достигает максимального значения при выходе из зацепления, причем она линейно распределена по длине опорной поверхности. Тогда

$$F_i = \frac{x}{L} F_{к} ,$$

где $F_{к}$ — натяжение в искомой точке обвода; x — расстояние от начала зацепления до рассматриваемой точки; L — длина опорной ветви обвода.

Натяжение для сопряжения свободных и дуговых ветвей можно подсчитать по формуле, предложенной проф. А.С. Антоновым [3]:

$$F_i = \left(\frac{n^2 t_г}{8h} + \frac{v_т^2}{gt} \right) G_i ,$$

где n — число звеньев свободной ветви; h — прогиб гусениц (см. рис. 4.1); G_i — сила тяжести комплекта звена.

Как было показано в 4.2, при набегании свободной ветви на колесо происходит мгновенная потеря радиальной составляющей скорости звена и, следовательно, потеря энергии из-за удара звена об обод колеса. Удар в звенчатом обводе представляет собой физически сложное явление, некоторые показатели которого неизвестны. Так, неизвестно, какая масса свободной ветви участвует в ударе. Действительно, кроме массы звена, непосредственно взаимодействующего с ободом колеса при ударе, какая-то часть массы свободной ветви также участвует в ударе. Часть энергии непосредственно расходуется на удар, а часть — на колебательное движение звеньев обвода. Энергия колебательного движения гасится трением в шарнирах свободных звеньев. Кроме того, неизвестно, какая часть энергии удара является обратимой, а какая безвозвратно теряется в обводе.

Обозначим через m' часть массы, участвующей в ударе. Явление удара набегающего звена об обод колеса можно рассмотреть на примере четырехзвенника (рис. 4.15). Если

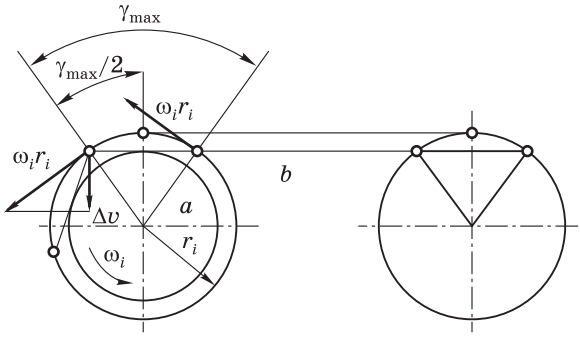

Рис. 4.15. Удар в набегающей ветви гусеничного обвода

боковое звено a четырехзвенника вращается с постоянной угловой скоростью ω_i, то замыкающее звено b движется со скоростью крайнего шарнира поступательно. При повороте звена a окружная скорость шарнира изменяет направление, в момент касания звеном b обода колеса она имеет конечное значение $\omega_i r_i$ и направлена перпендикулярно к радиусу a. В момент касания происходит удар звена об обод. Потерянная при ударе скорость Δv равна вертикальной составляющей скорости $\omega_i r_i$. После удара звено a мгновенно отделяется от звена b многозвенника и в дальнейшем вращается вместе с колесом как единое целое.

Определим потерянную при ударе скорость Δv. Обозначим центральный угол многоугольника дуговой ветви $\gamma_{\max}$. Тогда

$$\Delta v = \omega_i r_i \cos\left(90^\circ - \frac{\gamma_{\max}}{2}\right) = \omega_i r_i \sin\frac{\gamma_{\max}}{2}.$$

Поскольку

$$\sin\frac{\gamma_{\max}}{2} = \frac{t_г}{2r_i},$$

то

$$\Delta v = \frac{t_г \omega_i}{2}.$$

Согласно теореме Карно, потерянная при ударе живая сила равна живой силе потерянных скоростей. Потерянная живая сила

$$E = m'\frac{\Delta v^2}{2}; \qquad E = \frac{m' t_г^2 \omega_i^2}{8}.$$

Заменим ω_i относительной скоростью движения обода $v_т$, т.е. $\omega_i = v_т / r_i$. Тогда

$$E = \frac{m' t_г^2 \omega_i^2}{8 r_i^2}.$$

Это и есть энергия, теряемая за цикл, т.е. за время работы одного звена. Цикл — $\Delta T_0 = \gamma_{\max} / \omega_i$.

Приближенно можно считать $\gamma_{\max} = t_г / r_i$. Тогда $\Delta T_0 = t_г / v_т$. Средняя мощность, затрачиваемая на удар дуговой ветви,

$$P_{i2} = \frac{F}{\Delta T_0} = \frac{m' t_г v_т^3}{8 r_i^2}.$$

Для всего обода

$$P_2 = \frac{m' t_г v_т^3}{8} \sum \frac{1}{2 r_i^2} .$$

Как показали исследования, проведенные проф. А.С. Антоновым, потери на проскальзывание звеньев на ведущем колесе, возникающие вследствие износа гусеницы, на удар звеньев о зубья ведущего колеса, возникающие в результате неравномерного движения гусеничного движителя, а также на трение качения направляющих колес, опорных и поддерживающих катков весьма незначительны и составляют не более 5 % общих внутренних потерь. Поэтому в практических расчетах ими можно пренебречь. Таким образом, суммарная мощность, затрачиваемая на преодоление внутренних потерь в гусеничном движителе с простым обводом,

$$P_r \approx P_1 + P_2 \approx \mu r_ш v_т \sum \frac{F_i}{r_i} + \frac{m' t_г v_т^3}{8} \sum \frac{1}{r_i^2} .$$

Приведенный к ведущему колесу момент M_r внутреннего трения гусеничного движителя найдем из следующего равенства:

$$P_r = M_r \omega_к = M_r \frac{v_т}{r_к} ;$$

$$M_r = \mu r_ш r_к \sum \frac{F_i}{r_i} + \frac{m' t_г r_к v_т^2}{8} \sum \frac{1}{r_i^2} .$$

КПД простого гусеничного обвода

$$\eta_r = \frac{P_к - P_r}{P_к} = 1 - \frac{P_r}{P_к} = 1 - \frac{P_r}{F_к v_т} =$$

$$= 1 - \frac{\mu r_ш}{r_к} \sum \frac{F_i}{r_i} - \frac{m' t_г v_т^2}{8 F_к} \sum \frac{1}{r_i^2} .$$

В упругом гусеничном обводе шарнир представляет собой или скручивающуюся резиновую втулку, или сжимающийся

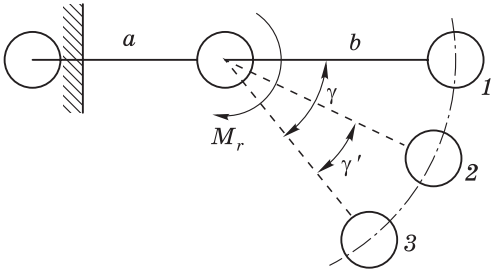

Рис. 4.16. Остаточная деформаций при гистерезисе

резиновый вкладыш. При периодическом скручивании втулки или сжатии вкладыша часть энергии тратится на гистерезис в резине.

Рассмотрим более подробно явление гистерезиса. Представим себе шарнир, связывающий звенья a и b (рис. 4.16). Закрепим звено a, а к звену b приложим момент M_r. Допустим, что звено b повернется на угол γ и перейдет из положения *1* в положение *3*. Если освободить звено, то при абсолютной упругости шарнира оно должно было бы занять положение *1*. В действительности оно займет положение *2*, т.е. угол изгиба звеньев γ не равен углу возвращения γ'. Одно полное движение звена назовем циклом. За цикл тратится энергия, значение которой определяется площадью, заключенной между кривыми нагрузки и разгрузки звена (рис. 4.17). Каждый повторный цикл требует затрат энергии. Энергия гистерезиса идет на нагрев резины. При большой частоте циклов нагрев резины и потери энергии могут быть очень значительными.

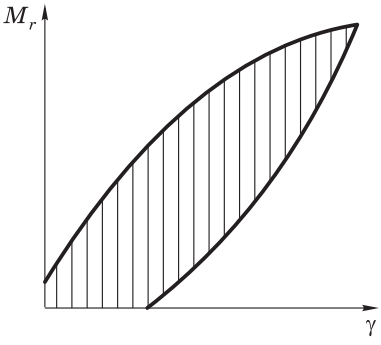

Рис. 4.17. Потерянная за цикл упругого шарнира энергия на упругий гистерезис

Рассмотрим работу упругого шарнира сопряжения свободной и дуговой ветвей. Каждая дуговая ветвь имеет два шарнира сопряжения — на набегающей и

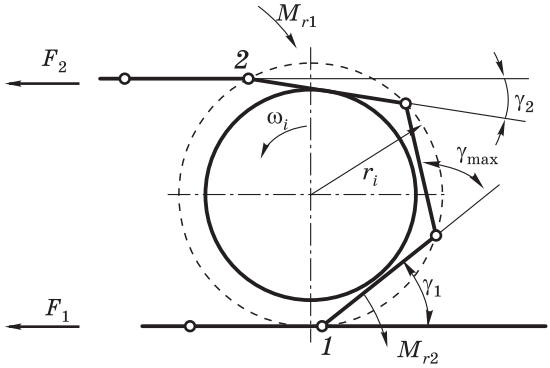

Рис. 4.18. Работа шарнира сопряжений на дуговой ветви

сбегающей частях ветви (рис. 4.18). Если принять угол предварительного изгиба звеньев $\gamma_0 = 0$, то в шарнирах *1* (набегающая ветвь) и *2* (сбегающая ветвь) действуют противоположно направленные моменты упругих сил M_{r1} и M_{r2}. По мере поворота дуговой ветви угол γ_1 увеличивается, а угол γ_2 уменьшается на поворот дуговой ветви. Тогда в шарнире *1* накапливается потенциальная энергия упругих сил. Если бы явление гистерезиса отсутствовало, то эта энергия полностью возвращалась бы в шарнир *2*.

Поскольку циклы для шарниров *1* и *2* обычно смещены во времени, в данный момент энергия, накапливаемая в шарнире *1*, может быть не равна энергии, отдаваемой в шарнире *2*. Смещение циклов вызывает пульсацию напряжения свободных ветвей, в результате чего энергия упругих сил может возвращаться не полностью.

Определим потерю энергии на гистерезис в точке сопряжения дуговой и свободной ветвей. Обозначим потенциальную энергию закручивающего шарнира $E_{\text{п}}$, а коэффициент, характеризующий потери на гистерезис, $\mu_{\text{г}}$. Тогда потерянная на дуговой ветви энергия

$$\Delta E_{\text{п}} = \mu_{\text{г}} E_{\text{п}} .$$

Если принять линейную зависимость $M_r = k_{\text{ш}}\gamma$ (здесь $k_{\text{ш}}$ — жесткость шарнира) между абсолютными значениями

момента, закручивающего шарнир, и углом закрутки, то при максимальном угле закрутки γ_{max}, равном центральному углу дуговой ветви, получим выражение для энергии, затраченной при полной закрутке шарнира:

$$E_{п} = \frac{M_{r\max}\gamma_{max}}{2} = \frac{k_{ш}\gamma_{max}^2}{2}$$

или

$$\Delta E_{п} = \frac{\mu_{г} k_{ш}\gamma_{max}^2}{2}.$$

Разделив это выражение на цикл $\Delta T_0 \gamma_{max}/\omega_i$, получим среднюю мощность, теряемую на дуговой ветви:

$$P_{i1} = \frac{\Delta E_{п}}{\Delta T_0} = \frac{\mu_{г} k_{ш}\gamma_{max}}{2}\omega_i.$$

Учитывая, что $\omega_i = v_{т}/r_i$ и $\gamma_{max} = t_0/r_i$, получим

$$P_1 = \frac{\mu_{г} k_{ш} t_{г} v_{т}}{2}\sum\frac{1}{r_i^2}.$$

При расчетах можно принять $\mu_{г} = 0{,}15\ldots0{,}25$. Жесткость шарнира определяют по формуле, предложенной профессором А.С. Антоновым:

$$k_{ш} = \frac{2\pi l G_{р}}{1/r_{ш2}^2 - 1/r_{ш1}^2},$$

где l — длина втулки; $G_{р}$ — модуль сдвига резины, ориентировочно принимают $G_{р} = 0{,}3\ldots0{,}4$ МПа; $r_{ш1}$, $r_{ш2}$ — наружный и внутренний радиусы втулки соответственно.

КПД упругого обвода определяют по тем же формулам, что и КПД простого обвода, однако потери на трение в простых шарнирах заменяют потерями на упругий гистерезис. Следует отметить, что потери энергии в шарнирах простого и упругого обводов приблизительно одинаковы [3]. Потери на удар звеньев об обод колеса и другие виды потерь остаются те же, что и для простого.

4.5.2. Внешние сопротивления

При движении гусеничной машины в агрегате с навесной или прицепной машиной (т.е. при приложении тягового сопротивления $F_{кр}$) колея образуется в результате деформации грунта лобовым участком на глубину h_1 (рис. 4.19) и деформации грунта опорной частью гусеницы на глубину h_2 вследствие неравномерного распределения давления по длине гусеницы (q_{min} и q_{max}). В рассматриваемом случае принято, что $l_0/t_г < 1{,}7$ и машина движется по горизонтальной поверхности.

Сила сопротивления движению вследствие колееобразования

$$F_{спр} = F_{спр1} + F_{спр2},$$

где $F_{спр1}$, $F_{спр2}$ — условные силы сопротивления движению, возникающие вследствие деформации грунта, соответственно лобовым участком гусеницы и опорной ветвью движителя.

Рассмотрим образование колеи лобовым участком гусеницы. Допустим, машина движется равномерно по горизонтальной поверхности. При этом сила тяжести распределяется по длине опорной ветви равномерно, и центр давления совпадает с центром масс. Тогда сопротивление движению машины

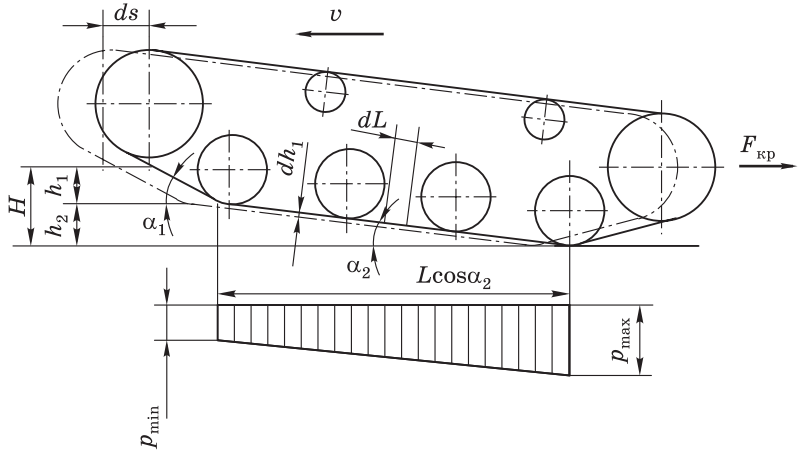

Рис. 4.19. Схема определения сопротивления движению гусеничной машины при образовании колеи

создается в результате прессования почвы лобовым участком гусеницы и возникновения сопротивлений в отдельных опорных катках при прогибе гусеничной ленты.

Если предположить, что все катки нагружены одинаково, лобовой участок гусеницы между направляющим колесом и передним опорным катком деформирует грунт на глубину h_1 (см. рис. 4.19). За первым катком грунт частично восстанавливается и снова деформируется следующим катком. При этом восстановление грунта несколько запаздывает, из-за чего реакция его восстановления за катком меньше упорной реакции перед лобовым участком гусеницы. Таким образом, сопротивление движению испытывают все катки, причем наибольшее сопротивление приходится на первый участок и на участок гусеницы между ним и направляющим колесом. Если пренебречь упругими деформациями грунта, сопротивление движению определяется реакцией перед передним катком.

Определим работу, затрачиваемую на деформацию почвы лобовым участком на глубину h при перемещении, например, гусеничной машины на расстояние ds_1 (рис. 4.20).

Если центр масс движущейся машины не изменяет положения (при равномерном установившемся движении по горизонтальной поверхности), работа сил сопротивления расходуется, согласно закону сохранения энергии, на деформирование грунта. Деформация грунта под лобовым участком гусеницы происходит по направлению вектора абсолютной скорости в пределах угла внутреннего трения. Вследствие прогиба ветви на лобовом участке элементарные реакции грунта направлены под разными углами к лобовой поверхности, что усложняет решение задачи. Для упрощения решения примем лобовой участок абсолютно жестким, что допустимо при сравнительно небольшой глубине колеи.

Элементарная реакция грунта dR, возникающая при взаимодействии элементарного участка гусеницы с грунтом, направлена противоположно вектору абсолютной скорости (в пределах внутреннего угла φ трения) и определяется углом Θ. Если $\Theta < \varphi$, то частицы грунта уплотняются по вектору абсолютной скорости. Если $\Theta > \varphi$, то траектории частиц грунта будут направлены уже не по вектору абсолютной скорости,

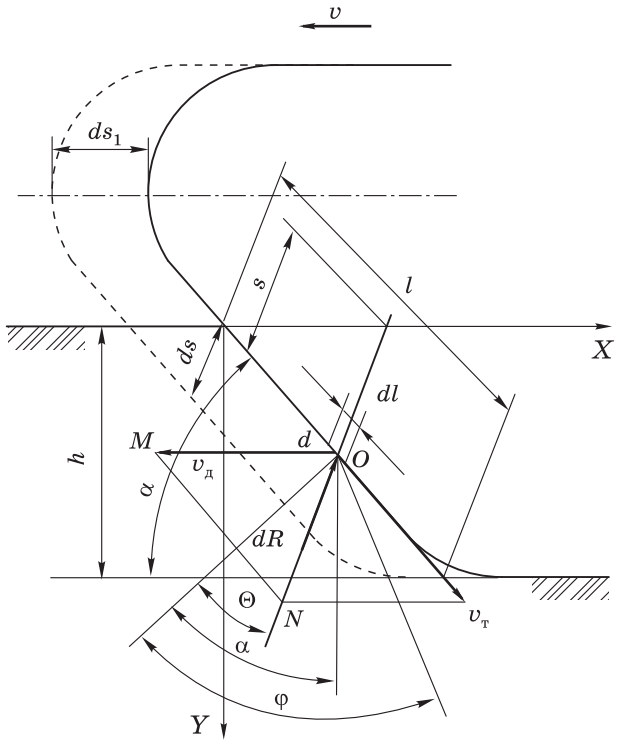

Рис. 4.20. Схема сил, действующих на лобовой участок гусеничного движителя

а по углу внутреннего трения φ. В этом случае происходит не только уплотнение частиц грунта, но и их сдвиг по углу трения φ (бульдозерный эффект).

В общем случае элементарная реакция

$$dR = \sigma dA\,,$$

где σ — нормальные напряжения в грунте; dA — площадь элементарной полоски, нормальная к направлению деформации грунта,

$$dA = b\cos(\alpha - \Theta)dl = \frac{b\cos(\alpha - \Theta)}{\sin\alpha}dh$$

(здесь b — ширина гусеницы; $\alpha - \Theta$ — угол отклонения элементарной реакции грунта dR от нормали к поверхности,

$$R = \int \sigma dA = \int_0^h \frac{\sigma b \cos(\alpha - \Theta)}{\sin\alpha} dh;$$

α — угол наклона лобового участка гусеничной ленты; l — длина контактирующей с грунтом поверхности лобового участка; h — глубина колеи).

Элементарная работа dW, затраченная на деформацию грунта лобовым участком гусеницы при перемещении машины на расстояние ds_1,

$$dW = Rds,$$

где ds — элементарная деформация грунта под выделенным участком при перемещении движителя на расстояние ds_1.

Согласно принципу виртуальных перемещений, сумма работ при возможных (допускаемых связями) элементарных движениях системы из любых положений, которые она занимает в пространстве, равна нулю, т.е.

$$dW = Rds = F_{\text{спр1}} ds_1,$$

где $F_{\text{спр1}}$ — условная сила сопротивления движению, параллельная поверхности пути.

Тогда

$$F_{\text{спр1}} = R\frac{ds}{ds_1}.$$

Поскольку

$$ds = \frac{ds_1 \sin\alpha}{\cos(\alpha - \Theta)},$$

то

$$F = R\frac{\sin\alpha}{\cos(\alpha - \Theta)} = \frac{\sin\alpha}{\cos(\alpha - \Theta)} \int_0^h \frac{\sigma b \cos(\alpha - \Theta)}{\sin\alpha} dh = \int_0^h \sigma b dh.$$

Принимаем зависимость между напряжением смятия и деформацией, соответствующую закону, выведенному В.В. Кацыгиным:

$$\sigma = \sigma_0 \text{th}\frac{k}{\sigma_0} H.$$

Величина H равна s, а

$$s = \frac{h}{\cos(\alpha - \Theta)},$$

где s и h — текущие значения деформации и глубины колеи на лобовом участке движителя.

Тогда

$$F_{\text{спр1}} = \int_0^h b\sigma_0 \operatorname{th} \frac{kh}{\sigma_0 \cos(\alpha - \Theta)} dh.$$

Проинтегрировав и произведя необходимые преобразования, получим силу сопротивления двух гусениц:

$$F_{\text{спр1}} = \frac{2b\sigma_0 \cos(\alpha - \Theta)}{k} \ln \operatorname{ch} \frac{kh}{\cos(\alpha - \Theta)}. \qquad (4.12)$$

Поскольку $\sigma = p$, т.е. напряжения смятия на контактной поверхности равны давлениям от весовой нагрузки, то

$$\sigma = p = \sigma_0 \operatorname{th} \frac{k}{\sigma_0} h; \qquad h = \frac{\sigma_0}{k} \operatorname{arcth} \frac{p}{\sigma_0}.$$

Подставляя значение h в формулу (4.12), получаем

$$F_{\text{спр1}} = \frac{2b\sigma_0^2}{k} \cos(\alpha - \Theta) \ln \operatorname{ch} \left[\frac{1}{\cos(\alpha - \Theta)} \operatorname{arcth} \frac{p}{\sigma_0} \right].$$

При сравнительно небольших глубинах колеи

$$\operatorname{th} \frac{p}{\sigma_0} \approx \frac{p}{\sigma_0}.$$

Погрешность в этом случае не превышает 5 %. Тогда

$$F_{\text{спр1}} = \frac{2b\sigma_0^2 \cos(\alpha - \Theta)}{k} \ln \operatorname{ch} \frac{p}{\sigma_0 \cos(\alpha - \Theta)}.$$

При принятых ранее допущениях

$$p = p_{\text{ср}} = G/(2bL).$$

Тогда

$$F_{\text{спр1}} = \frac{2b\sigma_0^2 \cos(\alpha - \Theta)}{k} \ln \operatorname{ch} \frac{G}{2bL\sigma_0 \cos(\alpha - \Theta)}.$$

Из треугольника MON (см. рис. 4.20) с учетом теоремы синусов получаем

$$\cos(\alpha - \Theta) = \frac{\sin\alpha}{\sqrt{\eta_\delta^2 - 2\eta_\delta \cos(\alpha - \Theta) + 1}} = \eta'_\delta,$$

где $\eta_\delta = v_д / v_т$ — КПД буксования; $v_д$ — действительная скорость движения; $v_т$ — теоретическая скорость движения; η'_δ — приведенный КПД буксования.

В окончательном виде

$$F_{спр1} = \frac{2b\sigma_0^2\eta'_\delta}{k} \ln \operatorname{ch} \frac{G}{2bL\sigma_0\eta'_\delta} = \frac{2b\sigma_0^2\eta'_\delta}{k} \ln \operatorname{ch} \frac{p_{ср}}{\sigma_0\eta'_\delta}.$$

Рассмотрим вторую составляющую силы сопротивления движению вследствие образования колеи $F_{спр2}$. Дополнительное уплотнение грунта на h_2 (см. рис. 4.19) происходит из-за неравномерного распределения давления по длине опорной ветви движителя. В этом случае лобовой участок деформирует грунт только на h_1, а его дополнительное уплотнение на h_2 происходит под влиянием разности давлений $p_{max} - p_{min} = \Delta p$.

Для упрощения допустим, что деформация грунта под опорной ветвью движителя происходит нормально к ней. Это допущение основывается на том, что угол α_2, т.е. угол наклона опорной ветви гусеницы к горизонту, получающийся при смещении центра давления, мал и угол между действительной и теоретической скоростями движения приближается к 180°, т.е. вектор абсолютной скорости перпендикулярен к опорной поверхности.

Элементарная реакция почвы, возникающая при уплотнении грунта элементарным участком dL опорной ветви (см. рис. 4.19),

$$dR = \sigma dA,$$

где

$$R = \int dA = \int_0^{h_2} \sigma b \operatorname{ctg}\alpha_2 dh_2;$$

dA — площадь элементарной полоски, нормальная к направлению деформации грунта,

$$dA = bdL = b\mathrm{ctg}\alpha_2 dh_2$$

(здесь L — длина опорной ветви движителя; α_2 — угол наклона опорной ветви движителя к горизонту).

Элементарная работа, затраченная на уплотнение грунта опорной ветвью движителя при перемещении машины на пути ds,

$$dW = Rdh_2 .$$

Согласно принципу виртуальных перемещений,

$$dW = F_{\text{спр}2}ds = Rdh_2 ,$$

откуда

$$F_{\text{спр}2} = R\frac{dh_2}{ds}; \quad dh_2 = ds\mathrm{tg}\alpha_2 .$$

Поэтому

$$F_{\text{спр}2} = R\mathrm{tg}\alpha = \mathrm{tg}\alpha\int_0^{h_2}\sigma b\mathrm{ctg}\alpha_2 dh_2 = \int_0^{h}\sigma b dh_2 .$$

Проинтегрировав и произведя необходимые преобразования и подстановки, аналогичные предыдущим, получим

$$F_{\text{спр}2} = \frac{2b\sigma_0^2}{k}\ln\mathrm{ch}\frac{\Delta p}{\sigma_0} .$$

В общем случае вторая составляющая силы сопротивления движению вследствие образования колеи зависит от распределения давления по длине опорной ветви и тяговой нагрузки. При прямолинейной эпюре распределения давления величину Δp легко определить при наличии следующих данных: смещения центра давления, изменения тяговой нагрузки, ее направления и точки приложения (см. 4.4).

Из изложенного следует, что уплотнение грунта на лобовом участке движителя происходит под влиянием давления $p_{\min}$, а уплотнение грунта опорной ветвью вызывается разностью давлений Δp.

Общая сила сопротивления движению гусеничной машины вследствие образования колеи

$$F_{\text{спр}} = F_{\text{спр}1} + F_{\text{спр}2} = \frac{2\sigma_0^2 b\eta'_\delta}{k}\ln\text{ch}\frac{p_{\min}}{\sigma_0\eta'_\delta} + \frac{2\sigma_0^2 b}{k}\ln\text{ch}\frac{\Delta p}{\sigma_0}.$$

Следует отметить, что на перераспределение давлений влияют и другие факторы, например неравномерность движения машины, скорость и др. Однако их влияние еще недостаточно изучено.

КПД, учитывающий потери мощности на деформацию грунта и образование колеи, вычисляют по формуле

$$\eta_{\text{спр}} = 1 - \frac{F_{\text{спр}}}{F_{\text{к}}},$$

где $F_{\text{к}}$ — касательная сила тяги.

Итак, внутренние сопротивления гусеничного движителя возникают в результате трения в шарнирах обвода, проскальзывания и удара зубьев о ведущие и направляющие колеса, трения качения катков. Эти сопротивления зависят от параметров движителя, т.е. его геометрических факторов, типа зацепления и шарнира. Неравномерность движения вызывает колебательные процессы в гусеничном обводе, на что затрачивается энергия, пропорциональная квадрату теоретической скорости движения.

Внешние сопротивления гусеничного движителя зависят от распределения давления по опорной поверхности, сопротивления агрегатируемых с тракторами машин (смещение центра давления), параметров гусеничного обвода и физико-механических свойств грунта. Последние значительно влияют на внешние сопротивления движению. С уменьшением несущей способности грунта σ_0 увеличивается колея и растут потери энергии на деформацию грунта. При работе на мягких грунтах с малой несущей способностью (наподобие неосушенных или слабо осушенных торфяников), если давление машины становится равным несущей способности, т.е. $\sigma_0 = p$, машина проваливается и дальнейшее движение становится невозможным. В этом случае

$$\lim_{p\to\sigma_0} F_{\text{спр}} = \infty.$$

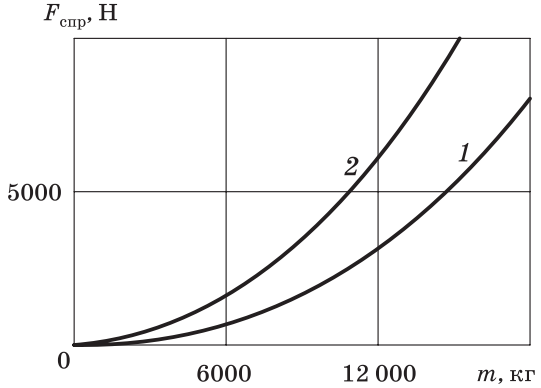

Рис. 4.21. Зависимость силы сопротивления движению от массы трактора типа ДТ-75 (площадь опорной поверхности A = 1,32 м^2; длина опорной поверхности L = 1,68 м; ширина опорной поверхности b = 0,39 м):

1 — суглинок, стерня; *2* — торфяник, стерня

Из рис. 4.21 видно, что $F_{спр}$ интенсивнее возрастает при увеличении массы машины.

4.6. Сцепление гусеничного движителя с грунтом

При движении гусеничного движителя со стороны грунта на опорные ветви гусениц действуют реактивные силы, зацепы сдвигают грунт в направлении, обратном движению. Упор зацепов в грунт, сдвиг и срез грунтовых кирпичей возможны только при полном использовании сил трения, т.е. когда наблюдается скольжение гусеницы на грунте. Таким образом, сцепление опорной ветви движителя с грунтом происходит как за счет трения, возникающего между подошвой звена и грунтом, так и за счет сдвига и среза почвенных кирпичей, зажатых между зацепами звена.

Траектории любых точек зацепов при их погружении в грунт и отсутствии буксования представляют собой окружности, центр которых совпадает с центром заднего шарнира рассматриваемого звена, при выходе из грунта и отсутствии бук-

сования гусениц — окружности, центр которых совпадает с центром переднего шарнира. Отсюда можно сделать вывод, что траектории вершин зацепов при погружении их в грунт и выходе из грунта зависят от расположения зацепов по длине звеньев.

При переднем положении зацеп погружается в грунт относительно легко (рис. 4.22, *а*), так как любая его точка движется по окружности наибольшего радиуса, приблизительно равного шагу звена. Выход зацепа несколько затруднен и сопровождается разрушением грунта, так как каждая точка звена движется по окружности наименьшего радиуса и отбрасывает значительный объем грунта. Горизонтальное прессование грунта зацепами гусениц в направлении, обратном движению трактора, происходит при выходе зацепа заднего звена. Действительно, выход этого звена дополнительно нагружает остальные звенья, находящиеся в зацеплении с грунтом. При этом зацепы, находящиеся в данный момент в зацеплении с грунтом, дополнительно спрессовывают грунт на величину Δ_i, зависящую от пробуксовки движителя.

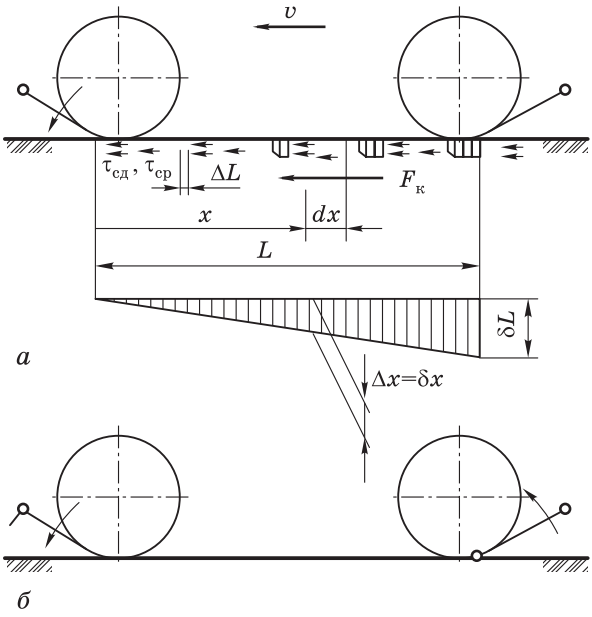

Рис. 4.22. Сцепление опорной ветви движителя с грунтом

При установившемся движении машины сдвиг грунта нарастает на каждом последующем зацепе и достигает максимального значения $\Delta_{max} = \delta L$ на последнем (здесь δ — буксование движителя). Для i-го зацепа суммарный сдвиг оказывается столь значительным, что грунтовой кирпич срезается в основании.

Следовательно, при буксовании движителя на опорной ветви гусениц имеются два участка, различающиеся по характеру взаимодействия движителя с грунтом: *участок трения* между звеньями и грунтом, сдвига и среза грунта зацепами; *участок трения* о грунт срезанных и зажатых между зацепами звеньев грунтовых кирпичей. Роль и значение этих участков изменяются в зависимости от свойств грунта, параметров гусеничного обвода, распределения нагрузки вдоль гусеницы, внешних сил, приложенных к движителю, и др.

При заданном расположении (рис. 4.22, *б*) погружение зацепа первого звена сопровождается значительными вертикальными и горизонтальными деформациями грунта. Выход же зацепа последнего звена относительно легкий.

Следует отметить, что часть движителей имеет смешанное расположение зацепов, при котором на одном звене есть и передние, и задние зацепы. Таковы, например, звенья гусеницы трактора ДТ-75.

Как показывают результаты исследований, усилия сдвига, возникающие в грунте при воздействии на него отдельными зацепами, в первый момент возрастают вследствие трения и сцепления между звеньями и почвой, а затем (после достижения некоторого максимума) убывают. Усилия сдвига в зависимости от деформации уменьшаются до тех пор, пока грунтовые кирпичи полностью не срежутся. Аналогично изменяются и напряжения сдвига:

$$\tau_{сдi} = F_{сдi} / A_i,$$

где $F_{сдi}$ — усилие сдвига; $A_i = b(t_г - \Delta_i)$ — площадь сдвига.

Обработка экспериментальных зависимостей напряжений сдвига, возникающих в грунте при воздействии на него звеньев опорной ветви, показала, что они хорошо аппроксимируются

формулой, предложенной проф. В.В. Кацыгиным. Используем ее для вывода формулы касательной силы движителя.

Проекция равнодействующей реакции грунта на плоскость, совпадающую с поверхностью движителя, т.е. касательная сила тяги $F_к$ равна сумме касательных реакций грунта, возникающих в результате сдвига и среза грунтовых кирпичей, т.е. $F_к = F_{к.сд} + F_{к.ср}$. Вычислим реакции грунта, возникающие вследствие сдвига грунтовых кирпичей. Суммарную деформацию зацепов, равную в начале зацепления нулю и достигающую в конце $\Delta_{max} = \delta L$, можно представить в виде треугольника (см. рис. 4.22, *а*). Тогда деформация сдвига грунта зацепом, находящимся на расстоянии x от начала зацепления, равна δx. Выделим на опорной ветви элементарный участок гусеницы dx. Касательная сила тяги $dF_{к.сд}$, реализуемая на этом участке, имеет вид

$$dF_{к.сд} = \tau_{сд} dA,$$

где $\tau_{сд}$ — напряжение сдвига грунта на расстоянии x от начала зацепления; $dA = bdx$ — площадь элементарного участка.

Касательная сила тяги опорных ветвей гусениц, необходимая для преодоления реакции сдвига грунтовых кирпичей,

$$F_{к.\,сд} = 2\int_0^L \tau_x dA = 2b\int_0^L f_{ск} p_x \left(1 + \frac{f_{пр}}{\operatorname{ch}\dfrac{\delta x}{k_\tau}}\right) \operatorname{th}\frac{\delta x}{k_\tau} dx,$$

где p_x — давление движителя на грунт.

При равномерном распределении давления по длине опорной ветви гусениц, т.е. когда $p_x = p_{ср} = G/(2bL)$ (здесь G — сила тяжести машины), касательная сила тяги

$$F_{к.сд} = \int_0^L \frac{f_{ск} G}{L}\left(1 + \frac{f_{пр}}{\operatorname{ch}\dfrac{\delta x}{k_\tau}}\right) \operatorname{th}\frac{\delta x}{k_\tau} dx =$$

$$= \frac{f_{ск} k_\tau G}{\delta L}\left[\ln \operatorname{ch}\frac{\delta L}{k_\tau} - f_{пр}\left(\frac{1}{\operatorname{ch}\dfrac{\delta L}{k_\tau}} - 1\right)\right].$$

Касательная сила тяги, необходимая для преодоления реакций среза,

$$F_{\text{к.ср}} = 4\tau_{\text{ср}} h_{\text{г}} \frac{L}{t_{\text{г}}},$$

где $\tau_{\text{ср}}$ — напряжение среза, МПа; $h_{\text{г}}$ — высота зацепа.

Общая касательная сила тяги

$$F_{\text{к}} = F_{\text{к.сд}} + F_{\text{к. ср}} = 2b\int_0^L f_{\text{ск}} p_x \left(1 + \frac{f_{\text{пр}}}{\operatorname{ch}\frac{\delta x}{k_{\tau}}}\right) \operatorname{th}\frac{\delta x}{k_{\tau}} dx + 4\tau_{\text{ср}} h_{\text{г}} \frac{L}{t_{\text{г}}}.$$

Таким образом, касательная сила тяги зависит от параметров движителя, распределения давления по длине опорной ветви буксования и физико-механических свойств грунта. Следует отметить, что высота зацепа оказывает незначительное влияние на касательную силу тяги, так как доля этой силы, необходимая для преодоления реакции среза грунта, мала. Высота зацепа влияет на усилие сдвига в том смысле, что при ее увеличении сдвигаются более глубокие слои грунта.

В зависимости от буксования касательная сила сдвига сначала возрастает (рис. 4.23), а после достижения макси-

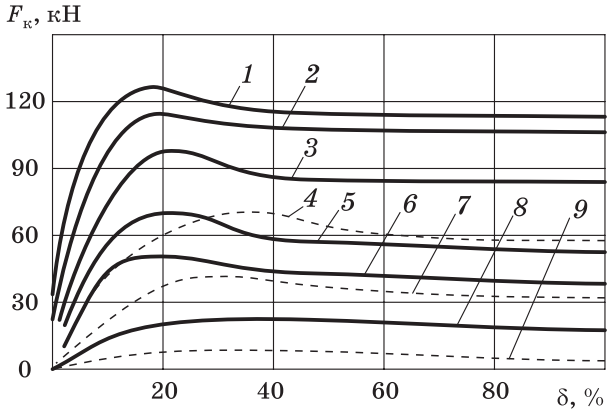

Рис. 4.23. Зависимость касательной силы тяги от коэффициента буксования при различной силе тяжести трактора: A = const = = 1,32 м^2; p_x = const; L = 1,68 м^2; b = 0,39 м; $t_{\text{г}}$ = 0,18 м; $h_{\text{г}}$ = 0,05 м; k_{τ} = 0,08 м; *1* — G = 15 кН; *2, 4* — G = 11 кН; *3* — G = 8 кН; *5, 7* — G = 5 кН; *6* — G = 3 кН; *8, 9* — G = 1 кН; ⎯ суглинок; - - - торфяник, стерня

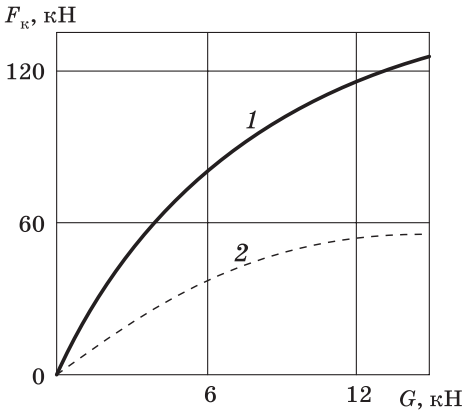

Рис. 4.24. Зависимость максимальной касательной силы тяги от силы тяжести трактора (A = const = 1,32 м^2; L = 1,68 м; b = 0,39 м; $t_г$ = 0,18 м; $h_г$ = 0,05 м; $k_т$ = 0,08 м): *1* — суглинок, стерня; *2* — торфяник, стерня

мума уменьшается. Следует отметить, что если на минеральном грунте максимум касательной силы тяги достигается при 18...22 % буксования, то на торянике — при 30...40 %.

С увеличением веса касательная сила тяги увеличивается (рис. 4.24), однако интенсивность увеличения замедляется. Особенно это заметно на торфяниках. Такое явление объясняется тем, что с увеличением веса трактора (A = const) возрастает давление на грунт, при этом уменьшаются коэффициенты трения скольжения и покоя.

4.7. Тяговый баланс гусеничной машины

Тяговый баланс гусеничной машины рассмотрим на примере гусеничного трактора.

При неустановившемся движении на трактор действуют следующие силы и моменты (рис. 4.25): вес отдельных частей трактора и навесной машины (агрегата), силы инерции агрегата и моменты касательных сил инерции вращающихся масс трактора и агрегата в целом, тяговое сопротивление агрегатируемой машины и реакции грунта на движитель. Силами сопротивления воздуха пренебрегаем вследствие сравнительно малых скоростей движения гусеничных тракторов.

Рассмотрим движение агрегата ускоренно на подъем под углом α к горизонту.

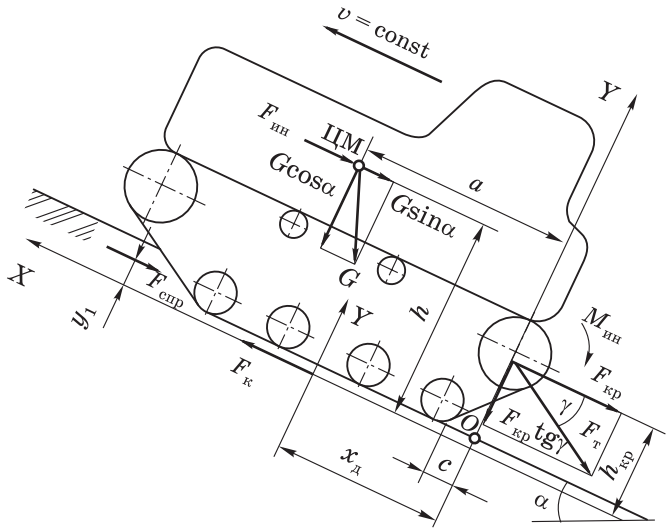

Рис. 4.25. Схема сил и моментов, действующих на гусеничный трактор

Вес отдельных частей агрегата. Общий вес, включающий вес трактора, агрегатируемой навесной машины, тракториста, топлива, охлаждающей жидкости, смазки и др., может быть обозначен его равнодействующей, приложенной в центре масс агрегата. Если навесная или прицепная машина имеет опорные катки, то ее вес воспринимается ими, а на трактор действует равнодействующая, равная его весу и приложенная в центре масс трактора.

Разложим равнодействующую силу G на составляющие: действующую параллельно поверхности $G\sin\alpha$ и по нормали к поверхности $G\cos\alpha$.

Силы и моменты инерции агрегата. При динамическом исследовании силы инерции отдельных частей агрегата, возникающие при неустановившемся прямолинейно-поступательном движении, могут быть заменены их равнодействующей $F_{ин}$, приложенной в центре масс агрегата:

$$F_{ин} = \pm ma = \pm m\frac{dv_д}{dt},$$

где m — масса агрегата; $\pm a = \frac{dv_д}{dt}$ — ускорение (замедление) прямолинейно-поступательного движения агрегата, знак «минус» соответствует ускоренному движению.

Равнодействующая сил инерции агрегата направлена параллельно поверхности движения в сторону, обратную ускорению (замедлению).

На трактор действуют моменты касательных сил инерции вращающихся деталей трактора и агрегата в целом. Эти моменты действуют в двух взаимно перпендикулярных плоскостях. Можно принять, что все вращающиеся детали двигателя, силовой передачи и привода агрегатируемой машины, расположенные на продольных валах, а также массы двигателя, движущиеся возвратно-поступательно, создают моменты касательных сил инерции, действующие в поперечной плоскости. Гусеничный обвод, колеса агрегатируемой машины, а также детали привода к ним, установленные на поперечных валах, создают моменты касательных сил инерции, действующие в продольной плоскости.

При установившейся работе трактора момент от сил инерции вращающихся и движущихся возвратно-поступательно масс двигателя и агрегата периодически изменяется. Наличие изменяющихся моментов вызывает вибрацию рамы (остова) трактора. Кинетическая энергия масс также периодически изменяется, но среднее за период значение ее при установившемся режиме остается постоянным.

При неустановившемся движении агрегата возникает добавочный момент касательных сил инерции вращающихся и движущихся возвратно-поступательно частей двигателя, силовой передачи и агрегатируемой машины, установленных на продольных валах. Этот момент равен произведению момента инерции J_a указанных частей агрегата, приведенных к коленчатому валу двигателя, на среднее за период угловое ускорение (замедление) ε коленчатого вала.

Возникающие при неустановившемся движении агрегата моменты касательных сил инерции, действующие в продольной плоскости, обычно приводятся к суммарному моменту

$M_{ин}$ касательных сил инерции гусеничного обвода и кинематически связанных с ним вращающихся на поперечных валах деталей силовой передачи трактора и привода агрегатируемой машины, в том числе ее опорных колес. Момент $M_{ин}$ приложен к оси ведущего колеса. Приведение моментов инерции масс деталей силовой передачи и привода агрегатируемой машины к оси ведущего колеса производится аналогично приведению моментов инерции масс к коленчатому валу двигателя. При этом приведенный момент касательных сил инерции

$$M_{ин} = J' \frac{d\omega_к}{dt},$$

где J' — суммарный момент инерции масс деталей агрегата, установленных на поперечных валах, приведенный к оси ведущей звездочки; $\omega_к$ — угловая скорость ведущего колеса.

Тяговое сопротивление агрегатируемой машины. Тяговое сопротивление агрегатируемой машины в общем случае можно представить эквивалентной системой сил и моментов, состоящей из равнодействующей сил сопротивления рабочих органов машины, а также моментов, действующих в трех взаимно перпендикулярных плоскостях.

Для упрощения анализа динамики гусеничного трактора тяговое сопротивление агрегатируемой машины представим равнодействующей $F_т$, расположенной в продольной плоскости под углом γ к поверхности движения. Перенесем равнодействующую тягового сопротивления в точку пересечения ее с плоскостью, проведенной через геометрическую ось ведущих колес нормально к поверхности движения, и разложим на следующие составляющие: $F_{кр}$, параллельную поверхности движения, и $F_{кр}\,\mathrm{tg}\gamma$, направленную по нормали к поверхности (см. рис. 4.25).

Точка пересечения равнодействующей тягового сопротивления с нормалью к поверхности движения называется *условной точкой прицепа*.

Реакция грунта на движитель. При неустановившемся движении сила сопротивления движению вследствие образования колеи и деформации грунта движителем направлена параллельно поверхности движения в сторону, обратную ему.

Касательная сила тяги $F_к$ направлена параллельно поверхности движения по ходу трактора и является движущей силой, вызывающей перемещение тракторного агрегата:

$$F_к = \frac{M_к - M_г - M_{ин}}{r_к}. \qquad (4.13)$$

Реакция Y перпендикулярна к поверхности движения и представляет собой сумму соответственно направленных реакций грунта на звенья опорной ветви, в том числе и составляющей лобового сопротивления. Реакция приложена в центре давления на расстоянии $x_д$ от нормали к поверхности движения, проведенной через геометрическую ось ведущих колес.

Тяговый баланс гусеничного трактора. Составим уравнение проекций всех сил на ось X (см. рис. 4.25):

$$\sum X = F_к - F_{спр} - F_{кр} - G\sin\alpha + F_{ин} = 0. \qquad (4.14)$$

Полученное выражение представляет собой тяговый баланс гусеничного трактора. Уравнение тягового баланса в дифференциальная форме имеет следующий вид:

$$m\frac{dv_д}{dt} = F_к - F_{спр} - G\sin\alpha.$$

Согласно уравнению, касательная сила тяги в рассматриваемом случае неустановившегося движения агрегата на подъем равна сумме следующих сил: $F_{кр}$ — составляющей тягового сопротивления, действующего параллельно поверхности движения; $F_{спр}$ — силы сопротивления движению вследствие образования колеи; $G\sin\alpha$ — составляющей веса агрегата в целом, параллельной поверхности; $m\frac{dv_д}{dt}$ — силы инерции при переносном прямолинейно-поступательном движении.

Моменты, возникающие в результате внутренних сопротивлений движителя $M_г$ и касательных сил инерции в продольной плоскости $M_{ин}$, преодолеваются соответствующей частью ведущего момента $M_к$. Подставляя в формулу (4.14) выражение (4.13) и произведя необходимые преобразования, получим

$$M_к = \left(F_{кр} + F_{спр} + G\sin\alpha + F_{ин}\right)r_к + M_г + M_{ин}.$$

При установившейся работе по горизонтали

$$F_к = F_{кр} + F_{спр}.$$

Для определения продольной координаты давления составим уравнение моментов внешних сил, действующих на трактор относительно точки O (см. рис. 4.25):

$$\Sigma M_O = Ga\cos\alpha - (G\sin\alpha + F_{ин})h - F_{кр}h_{кр} - F_{спр}y_1 - Yx_д - M_{ин} = 0,$$

откуда

$$x_д = \frac{Ga\cos\alpha - (G\sin\alpha + F_{ин})h - F_{кр}h_{кр} - F_{спр}y_1 - M_{ин}}{Y}. \quad (4.15)$$

Из уравнения проекции всех сил на ось Y имеем

$$\Sigma Y = Y - F_{кр}\operatorname{tg}\gamma - G\cos\alpha = 0; \quad (4.16)$$

$$Y = G\cos\alpha + F_{кр}\operatorname{tg}\gamma.$$

Подставляя значение Y из уравнения (4.16) в формулу (4.15), получаем

$$x_д = \frac{Ga\cos\alpha - (G\sin\alpha + F_{ин})h - F_{кр}h_{кр} - F_{спр}y_1 - M_{ин}}{G\cos\alpha + F_{кр}\operatorname{tg}\gamma}.$$

Таким образом, уравнения тягового баланса и моментов дают возможность судить о значениях составляющих внешних сил и моментов, действующих на трактор с агрегатируемой машиной при неустановившемся движении на подъем. В процессе работы с агрегатируемой машиной координата центра давления смещается в сторону от центра масс. Это смещение зависит от сопротивлений рабочих органов агрегатируемой машины, сил и моментов инерции агрегата, сопротивления движению и угла подъема. Когда трактор не движется, $x_д = a$.

5 ТЯГОВО-ДИНАМИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ

5.1. Основные понятия и определения

Тягово-динамический расчет мобильной машины рассмотрим на примере движения машинно-тракторного агрегата, включающего в себя как мобильную машину (трактор, тягач и т.д.), так и прицепное и навесное оборудование (прицепы, бульдозеры, сельскохозяйственные машины и т.д.).

Целью тягово-динамического расчета является определение тягово-сцепных, скоростных и экономических качеств машины при прямолинейном поступательном движении. Тягово-динамический расчет выполняют в процессе подготовки технического задания. Конструктор, как правило, получает от заказчика заявку (ГОСТ 15.001–73), содержащую обоснованные технико-экономические требования к продукции, подлежащей разработке. В этой заявке указывается назначение (функция) машины, например обеспечение механизации процессов выращивания пропашных культур (картофеля, кукурузы, подсолнечника и др.) или процессов осушения и освоения болот и заболоченных земель, горных склонов и др. Как правило, сюда же включаются перечень машин, с которыми должен агрегатироваться трактор (т.е. набор тяговых сопротивлений, по которым определяется класс трактора), условия среды, в которых трактор должен работать, диапазоны скоростей движения машинно-тракторного агрегата (пониженный, рабочий и транспортный), условия работы водителя и ряд других специфических требований. Получив требования заказчика, конструктор разрабатывает техническое задание на машину (концепцию машины) и согласовывает его с заказчиком. В одну из задач, решаемых при подготовке технического задания, входит тягово-динамический расчет.

При выполнении тягово-динамического расчета определяют массу проектируемой машины и мощность двигателя, ха-

рактеристику последнего и моменты, подводимые к ведущим колесам, КПД, тяговый и мощностной балансы, диапазоны скоростей движения и соответствующие передаточные числа (при применении ступенчатых трансмиссий), уточняют пределы сопротивления машин и орудий, агрегатируемых с трактором, а также оценивают разгонные качества проектируемой машины, т.е. способность трактора обеспечить стабильное движение агрегата на заданной скорости за определенный момент времени. В заключение тягово-динамического расчета строят тяговые и динамические характеристики машины, оценивающие тягово-сцепные, скоростные и экономические качества трактора при различных установившихся режимах работы (номинальных и частичных).

5.2. Характеристика дизельного двигателя. Определение ведуших моментов

Рассмотрим некоторые характеристики дизельного двигателя — источника движущей силы машины, которые необходимы для выполнения тягово-динамического расчета. В автотракторостроении применяют в основном двигатели внутреннего сгорания. Электрические и другие двигатели (например, внешнего сгорания — паровой двигатель, газовая турбина и др.) не нашли распространения, хотя не исключена возможность установки их на машину. Из двигателей внутреннего сгорания в последнее время наибольшее распространение получают дизели. Дизель отличается более высокой экономичностью по сравнению с карбюраторным двигателем. В Республике Беларусь и других странах СНГ на мобильные колесные и гусеничные машины устанавливаются в основном дизели.

Развиваемый двигателем крутящий момент $M_д$ передается через механизмы трансмиссии к движителям — ведущим колесам или гусеничному обводу. Поскольку частота вращения движителей меньше частоты вращения коленчатого вала двигателя, крутящий момент, подводимый к движителям, больше крутящего момента двигателя.

При установившемся режиме работы зависимость между ведущим $M_к$ и крутящим моментом двигателя зависит от типа трансмиссии и, например, для ступенчатой передачи имеет вид

$$M_к = M_д i_{тр} \eta_{тр}, \qquad (5.1)$$

где $i_{тр}$ — передаточное число трансмиссии; $\eta_{тр}$ — КПД трансмиссии.

Для гидродинамической передачи

$$M_к = M_д K_г \eta_г,$$

где $K_г$ — коэффициент трансформации момента; $\eta_г$ — КПД гидродинамической передачи.

Для объемной гидропередачи и электрической передачи имеются аналогичные зависимости, которые приведены в работах [12] и [14].

В зависимости от режима работы входящий в уравнение (5.1) крутящий момент двигателя может иметь разные значения. Изменение крутящего момента наиболее полно описывается характеристикой двигателя.

При изменении угловой скорости коленчатого вала двигателя и постоянной подаче топлива крутящий момент не остается постоянным вследствие изменения условий сгорания топлива. Начиная с некоторой угловой скорости, крутящий момент двигателя снижается из-за менее интенсивного заполнения цилиндров воздухом по причине уменьшения сечения распределительных органов двигателя и др.

Если построить график, на оси абсцисс которого откладывать угловую скорость коленчатого вала двигателя $\omega_д$, а на оси ординат — соответствующие значения крутящего момента $M_д$ двигателя, то будет видно, что при определенном значении угловой скорости крутящий момент быстро уменьшается (рис. 5.1). В точке a' этот момент достигает максимума благодаря наилучшим условиям сгорания топлива. Соответствующая этому максимуму угловая скорость $\omega_{д.\,пред}$ является предельной, поскольку дальнейшее ее уменьшение приводит к остановке двигателя.

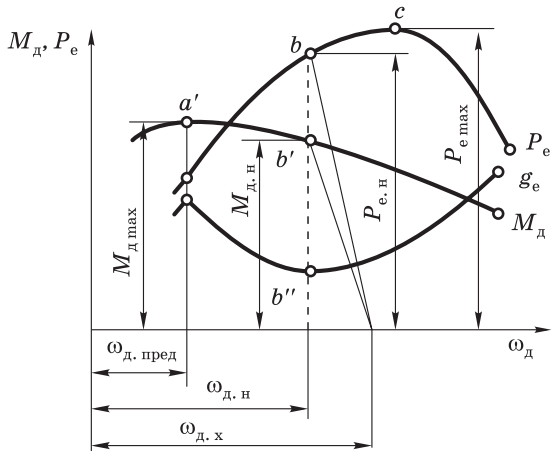

Рис. 5.1. Скоростная характеристика дизеля

Соответствующие значения эффективной мощности находим по формуле

$$P_e = \frac{1}{2\pi} M_д \omega_д .$$

Нанесем значения эффективной мощности на график (см. рис. 5.1). Из приведенной формулы видно, что значения эффективной мощности P_e увеличиваются сначала почти пропорционально угловой скорости $\omega_д$, в некоторой точке *c* мощность достигает максимума. При дальнейшем увеличении угловой скорости эффективная мощность двигателя начинает снижаться. Следует отметить, что максимумы мощности и крутящего момента достигаются при разных угловых скоростях. Максимум крутящего момента достигается при меньшей угловой скорости, чем максимум эффективной мощности. Рассмотренный график зависимостей показателей двигателя от угловой скорости называется *скоростной характеристикой двигателя*.

Если нанести на график соответствующие значения удельного расхода топлива $g_e = G_т / P_e$ [г/(Вт · ч)] (здесь $G_т$ — расход топлива в граммах за 1 ч работы), то кривая расхода будет иметь минимум в точке b'', соответствующей наибольшей

экономичности двигателя. Дизели имеют регуляторы угловой скорости, которые настраиваются таким образом, чтобы поддерживать рабочий режим работы двигателя в области наименьших удельных расходов топлива.

При холостом ходе двигатель развивает наибольшую угловую скорость $\omega_{д.х}$. С появлением внешней нагрузки регулятор увеличивает подачу топлива в цилиндры, перемещая рейку топливного насоса. Крутящий момент двигателя и его эффективная мощность соответственно увеличиваются при одновременном снижении угловой скорости. Когда рейка топливного насоса переместится на расчетную величину, соответствующую минимальному эффективному удельному расходу топлива, эффективная мощность двигателя достигнет максимального значения (точка b).

Регламентирующую максимальную мощность, развиваемую двигателем при работе с регулятором, называют *номинальной мощностью двигателя* и обозначают $P_{е.н}$. Крутящий момент двигателя и угловая скорость вала двигателя, соответствующие номинальной мощности, называют *номинальным моментом* $M_{д.н}$ (точка b') и *номинальной угловой скоростью* $\omega_{д.н}$.

Разность угловых скоростей $\omega_{д.х} - \omega_{д.н}$ зависит от степени неравномерности регулятора. Ветви кривых, соответствующие работе двигателя в диапазоне угловых скоростей от $\omega_{д.х}$ до $\omega_{д.н}$, называют *регуляторными ветвями*. На кривых $P_е$ и $M_д$ регуляторные ветви характеристики представляют собой наклонные прямые.

Дальнейшее увеличение внешних сопротивлений приводит к перегрузке двигателя и сопровождается интенсивным снижением угловой скорости коленчатого вала. Работа двигателя при перегрузках протекает без регулятора (если не считать влияния корректора), поэтому участки кривых, расположенные слева от точки $\omega_{д.н}$, называют *перегрузочными* или *безрегуляторными ветвями*. При перегрузках крутящий момент двигателя сначала возрастает до точки a', главным образом в результате действия корректора, увеличивающего по мере снижения угловой скорости цикловую подачу топлива в цилиндры. При угловой скорости $\omega_{д.пред}$ крутящий момент достигает максимального значения $M_{д\,max}$; при дальнейшем снижении угловой скорости он уменьшается по причине ухуд-

шения условий протекания рабочего процесса. Эффективная мощность на перегрузочном участке все время снижается по мере уменьшения угловой скорости.

Участки характеристики, лежащие левее точки $\omega_{д.пред}$ (см. рис. 5.1), считаются нерабочими, так как при дальнейшем увеличении нагрузки двигатель не может развить большего момента. На этих участках двигатель работает неустойчиво и при дополнительной перегрузке останавливается.

График изменения показателей двигателя при работе с регулятором называют *скоростной характеристикой с регуляторной ветвью* или *регуляторной характеристикой двигателя*.

Регуляторные характеристики, построенные как функции от угловой скорости, неудобны для использования, поскольку ветви кривых расположены на очень малом отрезке оси абсцисс. Это затрудняет анализ загрузки двигателя и его экономичности в основных рабочих режимах. При выполнении тягово-динамического расчета и составлении теоретической тяговой и динамической характеристики машины обычно используют регуляторные характеристики, построенные как функции от крутящего момента $M_д$ (рис. 5.2). Такой способ изображения регуляторной характеристики удобен для уста-

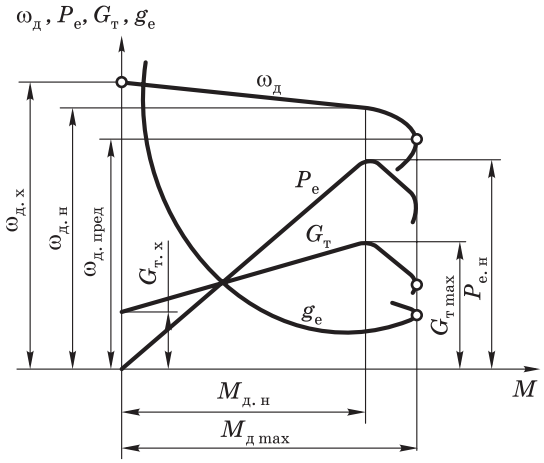

Рис. 5.2. Регуляторная характеристика дизеля как функция от крутящего момента

новления, с одной стороны, связи между крутящими моментами и частотой вращения вала двигателя, а с другой — связи между крутящими моментами и скоростями движения трактора. На регуляторные характеристики, кроме перечисленных показателей, наносится также часовой расход топлива $G_т$.

Увеличение крутящего момента по мере уменьшения угловой скорости обеспечивает устойчивость работы тракторного двигателя при временном повышении сопротивления агрегата. Возможность преодоления временного повышения сопротивления тракторного агрегата характеризуется *коэффициентом приспособляемости двигателя* $\chi_п$, который представляет собой отношение максимального крутящего момента к номинальному, т.е.

$$\chi_п = M_{д\,max} / M_{д.н}.$$

Для дизелей при наличии корректора $\chi_п = 1{,}12...1{,}35$.

Возможность преодоления временного увеличения сопротивления агрегата определяется также запасом кинетической энергии вращающихся и поступательно движущихся масс двигателя. Учитывая, что угловая скорость вала двигателя при перегрузке не должна быть менее $\omega_{д.пред}$, соответствующего точке a' безрегулярной ветви (см. рис. 5.1), получим, что кинетическая энергия $E_к$, используемая для преодоления перегрузок, имеет максимальное значение

$$E_к = \frac{J_д\left(\omega^2_{д.н} - \omega^2_{д.пред}\right)}{2}, \qquad (5.2)$$

где $J_д$ — момент инерции маховика и других движущихся деталей двигателя, приведенных к коленчатому валу.

Отношение $\omega_{д.н} / \omega_{д.пред}$ называют *коэффициентом приспособляемости* $\chi_в$ *по угловой скорости*. Подставляя значение этого коэффициента в уравнение (5.2), получаем

$$E_к = \frac{J_д \omega^2_{д.н}}{2}\left(\frac{\chi_в^2 - 1}{\chi_в^2}\right).$$

Из полученного уравнения следует, что увеличение коэффициента приспособляемости по угловой скорости повышает

способность двигателя преодолевать кратковременные перегрузки. У тракторных дизелей $\chi_в = 1{,}3...1{,}6$.

Возможность преодоления временных увеличений сопротивления тракторного агрегата определяется не только кинетической энергией движущихся масс, но и суммарной кинетической энергией движущихся масс трактора и агрегатируемой машины. Для учета влияния движущихся масс тракторного агрегата обычно их приводят к первичному валу трансмиссии. Приведение осуществляется на основании равенства кинетической энергии приведенной массы сумме кинетических энергий всех движущихся масс агрегата при соответствующих скоростях.

Обозначим суммарный момент инерции масс агрегата, приведенных к коленчатому валу двигателя, J_a. Пренебрегая потерями в трансмиссии, вычислим этот момент по формуле

$$\frac{J_a \omega_д^2}{2} = \frac{m v_д^2}{2} + \sum \frac{J_r \omega_r^2}{2},$$

где $\omega_д$ — угловая скорость коленчатого вала двигателя, c^{-1}; m — масса тракторного агрегата, кг; $v_д$ — действительная скорость движения, м/с; J_r — момент инерции масс какой-либо вращающейся части тракторного агрегата (начиная с ведомой части муфты сцепления), кинематически связанной с коленчатым валом двигателя, кг$\cdot$м^2; ω_r — ее угловая скорость, c^{-1}.

Поскольку $v_д = v_т(1-\delta) = \omega_к r_к (1-\delta)$,

то

$$J_a = \frac{m r_к^2}{i_{тр}^2}(1-\delta)^2 + \sum \frac{J_r}{i_r^2},$$

где $i_{тр}$, i_r — передаточные числа трансмиссии или какой-либо вращающейся части агрегата.

Таким образом, при неустановившемся движении тракторного агрегата момент, подводимый к ведущему колесу трактора,

$$M_к = M_д i_{тр} \eta_{тр} \pm J_a \frac{d\omega_д}{dt}. \qquad (5.3)$$

В уравнении (5.3) знак «минус» соответствует ускоренному движению, знак «плюс» — замедленному.

К ведущим колесам трактора момент передается через детали трансмиссии, включающие муфту сцепления и силовую передачу. Муфта сцепления предназначена для разъединения коленчатого вала двигателя и трансмиссии при остановках трактора без выключения двигателя и соединения последней с двигателем при движении. Силовая передача в механических трансмиссиях содержит коробку передач, которая позволяет изменить передаточное число, крутящий момент двигателя и скорость движения ступенчато. В гидрообъемных, гидродинамических и электрических трансмиссиях изменение подводимого к ведущему колесу момента и скорости движения производится плавно, бесступенчато.

В качестве муфт сцепления применяют фрикционные и гидравлические муфты, в которых при включении возникает буксование и первичному валу трансмиссии плавно, без ударов сообщается ускорение. Во избежание буксования фрикционных муфт сцепления при установившейся работе трактора необходимо, чтобы момент трения $M_{м}$ трущихся деталей муфты был больше номинального крутящего момента $M_{д.н}$ двигателя. Отношение момента трения муфты сцепления к номинальному моменту двигателя называют коэффициентом запаса муфты сцепления и обозначают $\beta = M_{м} / M_{д.н}$.

Таким образом, момент, подводимый к ведущим колесам машины, зависит от крутящего момента двигателя, КПД и передаточного числа трансмиссии, режима работы агрегата. При неустановившихся режимах работы ведущий момент в значительной степени зависит от моментов инерции масс всего агрегата.

5.3. Баланс мощности тяговой машины и тяговый КПД

На основании изложенной ранее теории взаимодействия движителя машины с грунтом и законов общей динамики тяговой машины установим балансы мощности колесных и гусеничных машин. Баланс мощности машины представляет собой уравнение, показывающее, как расходуется мощность, развиваемая двигателем. При выводе баланса мощности, кроме по-

терь энергии, возникающих при взаимодействии движителя с грунтом, необходимо учитывать внутренние потери на привод ведущих колес (т.е. потери энергии в трансмиссии), а также на привод ротационных органов агрегатируемых с трактором машин и орудий при помощи вала отбора мощности (ВОМ).

Поскольку мощность двигателя равна сумме мощностей, затрачиваемых на преодоление различных сопротивлений, возникающих при движении, в общем случае уравнение мощностного баланса имеет следующий вид:

$$P_{\text{е}} = P_{\text{тр}} + P_{r} + P_{\text{спр}} + P_{\delta} + P_{\text{ин}} + P_{\text{п}} + P_{\text{кр}} + P_{\text{ВОМ}} + P_{\text{воз}},$$

где $P_{\text{тр}}$ — потери мощности в узлах трансмиссии машины, передающих момент от коленчатого вала двигателя к ведущим колесам; P_{r} — мощность, расходуемая на преодоление внутренних сопротивлений, возникающих в движителе (в колесном движителе сюда можно отнести потери вследствие внутреннего трения резины — потери на гистерезис — и в подшипниках направляющих колес); $P_{\text{спр}}$ — мощность, расходуемая на деформирование грунта движителем и образование колеи; P_{δ} — мощность, расходуемая на буксование ведущих органов; $P_{\text{ин}}$, $P_{\text{п}}$ — мощность, необходимая для изменения скорости движения тракторного агрегата и преодоления подъемов; $P_{\text{кр}}$ — мощность, необходимая для преодоления тяговых сопротивлений агрегатируемых с трактором машин и орудий; $P_{\text{ВОМ}}$ — мощность, расходуемая на вращение и привод механизмов, присоединенных к ВОМ, при этом также учитываются потери в приводе ВОМ; $P_{\text{воз}}$ — мощность, необходимая для преодоления сопротивления воздуха.

Мощности $P_{\text{ин}}$ и $P_{\text{п}}$ имеют разные знаки в зависимости от того, какое движение совершает машина: подъем или спуск — разгоняется она или снижает скорость. При подъеме и разгоне мощность имеет знак «плюс», при спуске и замедлении — знак «минус», при установившемся движении тракторного агрегата по горизонтальной поверхности эти мощности равны нулю. Поскольку скорости движения тракторных агрегатов в рабочем режиме довольно малы, сопротивлением воздуха можно пренебречь, т.е. $P_{\text{воз}} \approx 0$.

Отношение при установившемся движении по горизонтальной поверхности называют *общим КПД трактора*

$$\eta = \frac{P_{кр} + P_{ВОМ}}{P_{\delta}},$$

а отношение

$$\eta_{т} = \frac{P_{кр}}{P_{е} - P_{ВОМ}}$$

при тех же условиях движения — *тяговым КПД*. В этих формулах $P_{ВОМ}$ — мощность, передаваемая через ВОМ, без учета потерь в приводе, $P'_{ВОМ} = P_{ВОМ}\eta_{ВОМ}$.

При работе трактора без использования ВОМ тяговый КПД

$$\eta_{т} = P_{кр} / P_{е}.$$

При стационарной работе общий КПД трактора

$$\eta = \eta_{ВОМ},$$

где $\eta_{ВОМ}$ — КПД привода ВОМ или шкива в зависимости от того, какой из этих механизмов действует в данном случае.

Расчеты, связанные с определением тягового КПД и его составляющих, обычно выполняют для установившегося режима работы трактора, движущегося по горизонтальной поверхности с тяговым сопротивлением, равнодействующая которого направлена параллельно поверхности (без отбора мощности). Уравнение мощностного баланса в этом случае принимает вид

$$P_{е} = P_{тр} + P_{f} + P_{\delta} + P_{спр} + P_{кр}.$$

Это уравнение можно проиллюстрировать следующей структурной схемой (рис. 5.3). Эффективная мощность дви-

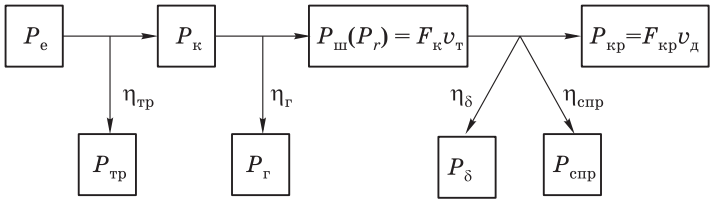

Рис. 5.3. Структурная схема потока мощности

гателя передается через механизмы трансмиссии на ведущие колеса трактора, при этом возникают потери мощности $P_{тр}$, оценивающиеся КПД $\eta_{тр}$. Часть мощности $P_к$ на ведущих колесах расходуется на преодоление внутренних потерь P_r движителя (колесного, гусеничного), которая оценивается КПД η_r. Полученная после этого мощность $P_ш(P_г)$ на шинах ведущих колес (или на гусеничном ободе) расходуется на буксование движителя P_δ, образование колеи $P_{спр}$ и полезную работу $P_{кр}$. Потери мощности P_δ и $P_{спр}$ оцениваются соответствующими КПД η_δ и $\eta_{спр}$.

На основании структурной схемы потока мощности можно записать следующие уравнения:

$$\eta_{тр} = \frac{P_к}{P_е} = \frac{P_е - P_{тр}}{P_е} = 1 - \frac{P_{тр}}{P_е};$$

$$P_{тр} = (1 - \eta_{тр}) P_е;$$

$$\eta_r = \frac{P_ш}{P_к} = \frac{P_к - P_r}{P_к} = 1 - \frac{P_r}{P_к};$$

$$P_r = (1 - \eta_r) P_к = (1 - \eta_r) \eta_{тр} P_е;$$

$$\eta_\delta = \frac{P_ш - P_\delta}{P_ш} = 1 - \frac{P_\delta}{P_ш};$$

$$P_\delta = (1 - \eta_\delta) P_ш = (1 - \eta_\delta) \eta_{тр} \eta_н P_е;$$

$$\eta_{спр} = \frac{P_ш - P_{спр}}{P_ш} = 1 - \frac{P_{спр}}{P_ш};$$

$$P_{спр} = (1 - \eta_{спр}) P_ш = (1 - \eta_{спр}) \eta_{тр} \eta_r P_е.$$

Из приведенных уравнений следует

$$P_ш = \eta_{тр} \eta_r P_е.$$

Произведением $\eta_{тр}\eta_r$ оценивается совершенство конструкции трансмиссии и движителя трактора. Отношение $P_{кр} / P_ш = f(\eta_\delta, \eta_{спр})$ представляет собой КПД, учитывающий

внешние потери мощности движителя. Этим КПД оценивается совершенство процесса взаимодействия движителя с грунтом.

Из структурной схемы (см. рис. 5.3) видно, что потери мощности $P_{тр}$ и P_r возникают последовательно в разных местах потока мощности, а потери P_δ и $P_{спр}$ — одновременно при буксовании и перекатывании движителя в одном месте мощностного потока. Поэтому для первого случая

$$\frac{P_ш}{P_e} = \eta_{тр}\eta_г;$$

для второго случая

$$\frac{P_{кр}}{P_ш} = f\left(\eta_\delta \eta_{спр}\right).$$

В этой формуле отношение $P_{кр} / P_ш$ не равно произведению $\eta_\delta\eta_{спр}$. И действительно,

$$f\left(\eta_\delta, \eta_{спр}\right) = \frac{P_ш - \left(P_\delta + P_{спр}\right)}{P_ш} = 1 - \frac{P_\delta}{P_ш} - \frac{P_{спр}}{P_ш} = \eta_\delta + \eta_{спр} - 1.$$

Учитывая, что $P_\delta / P_ш = 1 - \eta_\delta$; $P_{спр} / P_ш = 1 - \eta_{спр}$, получаем

$$\eta_\delta, \eta_{спр} = \left(1 - \frac{P_\delta}{P_ш}\right)\left(1 - \frac{P_{спр}}{P_ш}\right) = 1 - \frac{P_\delta}{P_ш} - \frac{P_{спр}}{P_ш} - \frac{P_\delta}{P_ш}\frac{P_{спр}}{P_ш}.$$

Из формулы видно, что потери мощности, расходуемой движителем на буксование P_δ и на перекатывание $P_{спр}$, можно выражать произведением η_δ, $\eta_{спр}$, если

$$\frac{P_\delta}{P_ш}\frac{P_{спр}}{P_ш} \approx 0,$$

т.е. тогда, когда потери P_δ или $P_{спр}$ незначительны по сравнению с мощностью $P_ш$ на шинах ведущих колес (или p_r на гусеничном обводе). В большинстве случаев в процессе работы трактора это условие выполняется. Тогда

$$\frac{P_{кр}}{P_ш} = \eta_\delta \eta_{спр}.$$

Тяговый КПД трактора

$$\eta_т = \eta_{тр}\eta_r\eta_\delta\eta_{спр}. \quad (5.4)$$

Рассмотрим его составляющие, приведенные в (5.4), более подробно.

КПД трансмиссии зависит от вида трансмиссии, передаваемой мощности и ряда других факторов. Если применяется механическая трансмиссия, то $\eta_{тр}$ учитывает потери на трение, взбалтывание масла и т.д. Значение $\eta_{тр}$ зависит от числа зубчатых передач, находящихся в зацеплении, типа шестерен и способа их соединения, типа конструкции и числа опор, в которых вращаются валы трансмиссии, конструкции и числа сальников, установленных для уплотнения картеров передач, вязкости, количества и уровня заливаемого масла, частоты вращения валов трансмиссии и окружной скорости вращающихся шестерен, а также ряда других факторов.

Часть перечисленных потерь зависит от значения передаваемых моментов, остальные — в основном от частоты вращения деталей трансмиссии. При заданной в коробке передаче и установившемся тепловом режиме масла они сохраняют примерно постоянное значение независимо от того, работает трансмиссия под нагрузкой или на холостом ходу.

По предложению Д.А. Чудакова, потери мощности в трансмиссии следует оценивать двумя КПД: $\eta_{хол}$ — КПД, учитывающим потери мощности на холостом ходу, и $\eta_н$ — КПД, учитывающим потери мощности, возникающие при передаче нагрузки. В соответствии с принятым допущением о постоянстве потерь мощности на холостом ходу можно вывести, что

$$\eta_{хол} = 1 - \frac{M_{хол}}{M_д} = 1 - \frac{\nu_{хол}M_{д.н}}{M_д},$$

где $M_{хол}$ — приведенный к первичному валу трансмиссии момент сил сопротивления, возникающий при холостом прокручивании вала трансмиссии; $\nu_{кол}$ — множитель, определяющий, какую часть номинального крутящего момента двигателя $M_{д.н}$ составляет $M_{хол}$.

При достаточно прогретом масле, по данным Д.А. Чудако-

ва, $\nu_{хол}$ составляет 0,03...0,05. Значение его растет с увеличением частоты вращения вала двигателя и повышением скорости движения. При холодном масле или повышенном его уровне значение $\nu_{хол}$ намного больше указанных пределов. Из приведенного выражения следует, что коэффициент $\eta_{хол}$ изменяется в зависимости от подводимого к трансмиссии крутящего момента двигателя $M_д$.

Дополнительные потери в трансмиссии, возникающие при приложении к ней внешней нагрузки, примерно пропорциональны действующей нагрузке. Среди них основное место занимают потери в зацеплении шестерен. В соответствии с этим коэффициент $\eta_н$ можно с достаточной точностью вычислить по формуле

$$\eta_н = \sum_{i=1}^{n} \eta_ш - (n-1),$$

где $\eta_ш$ — КПД пары шестерен (цилиндрической, конической и т.д.); n — число пар шестерен, работающих в трансмиссии при данной передаче.

При современном уровне технологии изготовления шестерен тракторных трансмиссий КПД цилиндрической пары находится в пределах 0,985...0,99, конической — 0,975...0,98.

В общем виде КПД механической трансмиссии имеет вид

$$\eta_{тр} = P_к / P_е ,$$

где

$$P_к = P_е - (P_{хол} + P_н).$$

В соответствии со структурной схемой (рис. 5.4)

$$\eta_{тр} = \frac{P_к}{P_е} = \frac{P_е - (P_{хол} + P_н)}{P_е} = 1 - \frac{P_{хол}}{P_е} - \frac{P_н}{P_е} = \eta_{хол} + \eta_н - 1,$$

поскольку

$$\frac{P_{хол}}{P_е} = 1 - \eta_{хол}; \quad \frac{P_н}{P_е} = 1 - \eta_н .$$

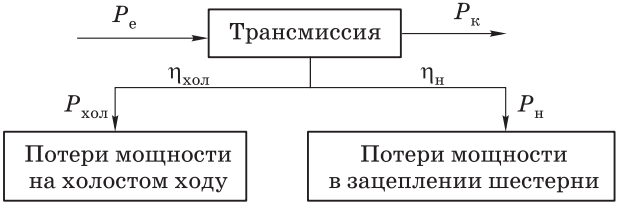

Рис. 5.4. Структурная схема потока мощности

Зависимость механического КПД трансмиссии от передаваемой нагрузки имеет гиперболический характер и выражена кривой $\eta_{тр} = f\left(M_д\right)$ (рис. 5.5). Значения крутящих моментов, отложенных на оси абсцисс, выражены в долях от номинального крутящего момента $M_д / M_{д.н}$.

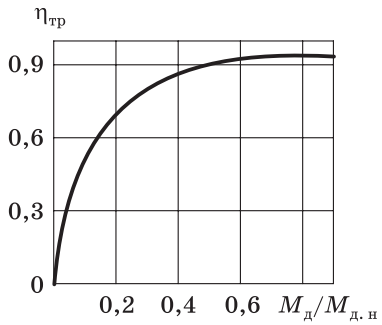

Рис. 5.5. Зависимость механического КПД трансмиссии трактора от степени загрузки двигателя

У ступенчатых трансмиссий механический КПД при нагрузках, близких к расчетным, $\eta_{тр} = 0{,}88...0{,}93$, а КПД трансмиссий машин с несколькими ведущими мостами меньше указанных значений. Если в трансмиссии применяют планетарные передачи, то их КПД несколько выше КПД обычных ступенчатых трансмиссий с внешним зацеплением шестерен.

В настоящее время на тяговых машинах, в том числе на тракторах, находят применение гидродинамические, объемные гидропередачи, фрикционные и электрические передачи. Характерной их особенностью является возможность плавного изменения подводимых к ведущему колесу моментов и частоты вращения в зависимости от внешних сопротивлений. КПД этих трансмиссий зависит не только от потерь мощности на преодоление маханических сопротивлений, но и от гидравлических и электрических потерь.

Как правило, такие передачи наряду с преобразователем момента (например, гидротрансформатором, мотор-насосом, фрикционной передачей) содержат узлы механической транс-

миссии (например, центральную передачу, конечную передачу и др.). Поэтому в общем виде КПД следующие:

- для гидродинамических и объемных гидропередач

$$\eta_{тр} = \eta_м \eta_г;$$

- фрикционных передач

$$\eta_{тр} = \eta_м \eta_ф;$$

- электрических передач

$$\eta_{тр} = \eta_м \eta_э,$$

где $\eta_м$ — КПД, учитывающий механические потери в трансмиссии; $\eta_г$, $\eta_ф$, $\eta_э$ — КПД, учитывающие гидравлические, фрикционные и электрические потери.

КПД бесступенчатых передач, как правило, ниже КПД простой зубчатой механической трансмиссии. Например, КПД гидродинамической передачи, по данным проф. Н.А. Носова [3, с. 181], при нагрузках, близких к номинальным, находится в пределах 0,85...0,91. По тем же данным КПД объемной гидропередачи при работе на номинальных режимах равен 0,75...0,85. Более низкий по сравнению с этими передачами КПД имеют электрическая и электромеханическая передачи: в зоне номинальных режимов он не превышает 0,8, а в зоне максимальных крутящих моментов равен 0,6...0,65. Фрикционные передачи имеют более высокий КПД, в некоторых случаях превышающий КПД механических зубчатых передач. Однако их надежность при передаче значительных мощностей невысока, поэтому фрикционные передачи не получили распространения в тракторостроении.

Влияние различных факторов на КПД смешанных трансмиссий будет рассматриваться в 5.7 при построении теоретических тяговых характеристик разных трансмиссий.

Влияние различных факторов на КПД $\eta_г$, учитывающий потери мощности на преодоление внутренних сопротивлений колесного движителя, более подробно рассмотрено в 3.2, а гусеничного движителя — в 4.5. Значительнее всего на него влияют тип и конструкция движителя, а также скорость относительного вращательного движения. Как показали ис-

следования [27], внутренние сопротивления гусеничного движителя возрастают в среднем пропорционально квадрату скорости.

КПД, учитывающий потери мощности на образование колеи и деформацию грунта,

$$\eta_{\text{спр}} = 1 - \frac{P_{\text{спр}}}{P_{\text{е}}} = 1 - \frac{F_{\text{спр}}}{F_{\text{к}}}. \qquad (5.5)$$

Значение КПД из формулы (5.5) зависит от многих факторов, в частности конструктивных параметров машины (весовой нагрузки и ее распределения, типа и конструкции движителя и др.), сопротивлений агрегатируемой с трактором машины, скорости движения и физико-механических свойств грунта.

Большое влияние на значение $\eta_{\text{спр}}$ оказывает режим загрузки машины. Когда $F_{\text{спр}} = F_{\text{к}}$, $\eta_{\text{спр}} = 0$, т.е. машина движется на холостом ходу и вся реализуемая движителем сила тяги расходуется на деформацию грунта и образование колеи (точка O на рис. 5.6). При увеличении загрузки тракторного агрегата, т.е. увеличении тягового сопротивления агрегатируемой с трактором машины, касательная сила резко возрастает при незначительном увеличении $F_{\text{спр}}$. При предельных по сцеплению значениях касательной силы тяги $\eta_{\text{спр}}$ будет максимальным: $\lim \eta_{\text{спр}} = 1$, $F_{\text{к}} \to \infty$.

Для использования расчетных методов определения $\eta_{\text{спр}}$ необходимо знать $F_{\text{спр}}$ и $F_{\text{к}}$, значения которых определяют для различных режимов загрузки тракторного агрегата по формулам, приведенным в главах 3 и 4. Применяя приближенный метод расчета, сопротивление качению $F_{\text{спр}}$ подсчитывают по формуле $F_{\text{спр}} = fG$, а входящий в эту формулу коэффициент f подбирают в соответствии с типом трактора и особенностями грунта (табл. 5.1).

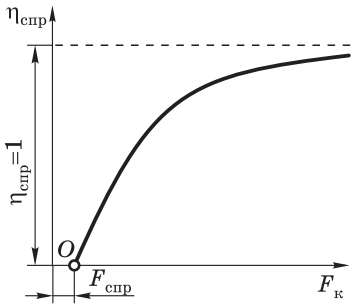

Рис. 5.6. Влияние режима загрузки тракторного агрегата на КПД $\eta_{\text{спр}}$, учитывающий потери мощности на деформацию грунта и образование колеи

Таблица 5.1

Коэффициенты, характеризующие тягово-сцепные качества трактора

Поверхность движения	Колесный трактор			Гусеничный трактор		
	f	φ_{max}	$\varphi_{доп}$	f	φ_{max}	$\varphi_{доп}$
Грунтовая сухая дорога	0,03...0,05	0,70...0,90	0,65...0,80	0,05...0,08	0,90...1,10	0,75...0,85
Целина, плотная залежь	0,05...0,07	0,70...0,90	0,65...0,80	0,06...0,08	1,00...1,20	0,85...0,95
Залежь (двух- трехлетняя, скошенный луг)	0,06...0,08	0,60...0,80	0,55...0,75	0,06...0,08	0,09...1,10	0,75...0,85
Стерня колосовых	0,08...0,10	0,60...0,85	0,65...0,80	0,06...0,12	0,80...1,00	0,75...0,85
Поле, подготовленное под посев	0,16...0,18	0,40...0,60	0,35...0,55	0,09...0,15	0,60...0,70	0,55...0,65
Болотно-торфяная целина (осушенная)	—	—	—	0,11...0,20	0,80...1,00	0,75...0,85
Укатанная снежная дорога	0,03...0,04	0,30...0,40	0,30...0,35	0,06...0,09	0,50...0,70	0,55...0,65

Примечание. φ_{max} — максимальный коэффициент сцепления, реализуемый движителем по условиям взаимодействия его с грунтом (дорогой); $\varphi_{доп}$ — коэффициент сцепления, допускаемый по условиям буксования и агротехническим требованиям.

Рассмотрим влияние удельной мощности трактора на потери ρ, вызванные его передвижением. Представим их в виде соотношения $\rho = F_{\text{спр}} / F_{\text{к}}$.

При установившемся движении тракторного агрегата по горизонтальной поверхности касательная сила тяги

$$F_{\text{к}} = \frac{\eta_{\text{тр}} \eta_r P_{\text{е}}}{\upsilon_{\text{т}}} = \frac{\eta_{\text{тр}} \eta_r \eta_\delta P_{\text{е.н}} \chi}{\upsilon_{\text{д}}},$$

где $P_{\text{е.н}}$ — номинальная мощность двигателя; χ — коэффициент нагрузки, равный отношению текущего крутящего момента $M_{\text{д}}$ двигателя к номинальному моменту $M_{\text{д.н}}$ при данном режиме работы. Подставляя значения $F_{\text{спр}}$ и $F_{\text{к}}$ в формулу потерь на самопередвижение трактора, получаем

$$\rho = \frac{f \upsilon_{\text{д}}}{\eta_{\text{тр}} \eta_r \eta_\delta} \frac{g m_{\text{э}}}{P_{\text{е.н}}},$$

где $m_{\text{э}} / P_{\text{е.н}}$ — эксплуатационная масса трактора, отнесенная к номинальной мощности двигателя, т.е. удельная эксплуатационная масса трактора. Отношение $P_{\text{е.н}} / m_{\text{э}}$ представляет собой энергонасыщенность, или удельную мощность, трактора.

Согласно формуле, потери ρ, вызванные передвижением трактора, обратно пропорциональны его удельной мощности. Следовательно, уменьшить потери ρ можно, увеличив удельную мощность трактора. Это обстоятельство следует учитывать при проектировании высокоэнергонасыщенных тракторов.

КПД η_δ, учитывающий потери скорости движения, представляем формулой

$$\eta_\delta = \frac{P_\delta}{P_{\text{е}}} = \frac{\upsilon_{\text{д}}}{\upsilon_{\text{т}}} = 1 - \delta, \qquad (5.6)$$

где P_δ — мощность, расходуемая на буксование; δ — коэффициент буксования.

При $\delta = 0$ $\eta_\delta = 1$. В общем случае при движении трактора по деформируемой поверхности движитель всегда пробуксовывает, т.е. $\delta \neq 0$. Даже при холостом ходе колес-

ного трактора по стерне буксование движителей достигает 4 %. Когда трактор движется по асфальтовой или бетонной дороге без нагрузки, буксование наименьшее: $\delta \approx 0$. По мере увеличения тяговой нагрузки возрастает буксование движителей и КПД η_δ уменьшается. При полном буксовании трактора, когда сопротивление агрегатируемой машины превышает тяговые качества трактора, КПД η_δ минимальный. При предельных по сцеплению значениях касательной силы тяги $\lim \eta_\delta = 0 \;\; \delta \to 1$ (рис. 5.7).

В расчетном методе нахождения КПД буксования (см. формулу (5.6)) используют зависимости, приведенные в предыдущих главах. Поскольку в рассмотренных формулах буксование выражено в неявной форме, обычно строят зависимость $\delta = f(F_к)$ (рис. 5.7). При этом задают в определенной возрастающей последовательности значения коэффициента буксования δ и для выбранных значений δ подсчитывают соответствующие значения $F_к$.

Итак, уравнение мощностного баланса показывает составляющие мощности, расходуемые на преодоление различного рода сопротивлений тракторного агрегата. Доля мощности двигателя, расходуемой на совершение технологического процесса (например, пахоты), т.е. полезной работы, увеличивается благодаря совершенствованию конструкции трактора (увеличение $\eta_{тр}$ и η_r) и улучшению процесса взаимодействия движителя с грунтом (увеличение $\eta_{спр}$ и η_δ). Анализ результатов теоретических и экспериментальных исследований тракторного агрегата [27] показывает, что общий КПД трактора можно значительно увеличить, передавая часть мощности двигателя через

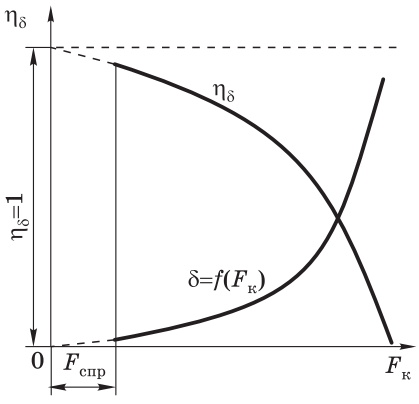

Рис. 5.7. Влияние режима загрузки тракторного агрегата на КПД η_δ, учитывающий потери скорости

ВОМ на активные рабочие органы агрегатируемой машины (например, ротационный плуг с активным приводом), а также используя рассредоточенный привод, когда часть мощности двигателя передается на привод ходовых органов машины, которые создают дополнительную силу тяги (например, мобильные энергетические средства). Для уменьшения потерь на передвижение следует также увеличивать удельную мощность трактора.

5.4. Сопротивление машин и орудий, агрегатируемых с многоцелевыми колесными и гусеничными машинами

Рассмотрим сопротивления агрегатируемых машин на примере тракторного агрегата. На сопротивление движению машинно-тракторного агрегата влияют многие факторы, например сопротивление качению трактора и сопротивления прицепных и навесных машин.

Силы и моменты сопротивления качению колесных и гусеничных тракторов определяют на основании данных, приведенных в главах 3 и 4.

Сопротивление агрегатируемых с трактором машин зависит от типа машины (плуг, сеялка, культиватор и др.), ее характеристики (количество корпусов, ширина захвата и др.), технологического режима (глубина обработки, угол развала и др.), количества машин в агрегате, скорости движения агрегата, физико-механических и геометрических характеристик грунта.

Для почвообрабатывающих машин тяговое сопротивление определяют по рациональной формуле, выведенной для плуга В.П. Горячкиным:

$$F_{\text{кр}} = f_{\text{р}} g m_{\text{а}} + k_{\text{р}} h_{\text{р}} b_{\text{р}} + \varepsilon v^2 h_{\text{р}} b_{\text{р}},$$

где $f_{\text{р}}$ — коэффициент трения рабочих органов машины о грунт, учитывающий и трение качения опорных колес, обычно принимают $f_{\text{р}} = 0{,}25\ldots0{,}40$; g — ускорение свободно-

го падения, м/с^2; $m_а$ — масса машины, кг; $k_р$ — удельное сопротивление на единицу площади поперечного сечения пласта, МПа; $h_р$ — глубина обработки, м; $b_р$ — ширина захвата, м; ε — силовой коэффициент, учитывающий свойства грунта и поверхности рабочих органов, $H \cdot м^2 / м^4$; υ — скорость движения, м/с. Если почвообрабатывающая машина не имеет опорных колес, вес машины передается на трактор и $f_р = 0$.

Для посевных зерноуборочных и других машин

$$F_{кр} = f_р g m_а + k'_р b_р,$$

где $k'_р$ — удельное сопротивление на единицу длины, Н/м.

Примерные значения удельных сопротивлений машин и орудий на единицу ширины захвата приведены в табл. 5.2.

Тяговые сопротивления прицепов, а также машин наподобие разбрасывателей удобрений, навоза и т.п. определяют с учетом угла наклона или подъема:

$$F_{кр} = g m_а \left(\sin\alpha + f_р \cos\alpha\right),$$

где $m_а$ — масса прицепа с грузом, кг; $f_р$ — коэффициент сопротивления качению с учетом привода рабочих органов разбрасывателя, если последние приводятся в действие от колес прицепа, в зависимости от качества пути и устройства привода значения этого коэффициента колеблются в пределах 0,01...0,2.

Таблица 5.2

Примерные значения удельных сопротивлений сельскохозяйственных машин и орудий

Машина, орудие	Конструктивная ширина захвата, м	Удельное сопротивление, кН/м
Борона «зигзаг» (звено)	0,98	0,4...0,6
Шлейф-борона (гвоздевка)	2,50	0,3...0,4

Окончание табл. 5.2

Машина, орудие	Конструктивная ширина захвата, м	Удельное сопротивление, кН/м
Борона тракторная, дисковая (дискование стерни)	3,45	1,8...2,0
Культиваторы тракторные (сплошная культивация)	3,00...3,60	1,8...2,5
Сеялка тракторная	3,60	1,1...1,3
Картофелесажалка	1,40	1,3...1,5
Окучник четырехкорпусный	2,80	1,5...1,7
Сенокосилка широкозахватная	10,0	0,8...1,0
Комбайн (с полным бункером)	4,90	1,1...1,3

Согласно экспериментальным данным [15], сопротивления агрегатируемых с трактором машин, возникающие во время работы тракторного агрегата, не остаются постоянными и изменяются в зависимости от физико-механических и геометрических свойств поверхности движения, неравномерности работы движителя и ряда других факторов.

Многочисленные измерения момента сопротивления и тягового усилия на крюке трактора показали, что по ряду признаков изменения нагрузки можно отнести к случайным процессам. На рис. 5.8 показана реализация тягового сопротивления тракторного агрегата, движущегося по стерне колосовых. Колебания нагрузки на крюке носят случайный характер. Обработка экспериментальных данных показала, что распределение нагрузок подчиняется нормальному закону. В этом случае процесс можно описать математическим ожиданием $m_x\left(F_{\text{кр}}\right)$, дисперсией $D_x(t)$ или средним квадратич-

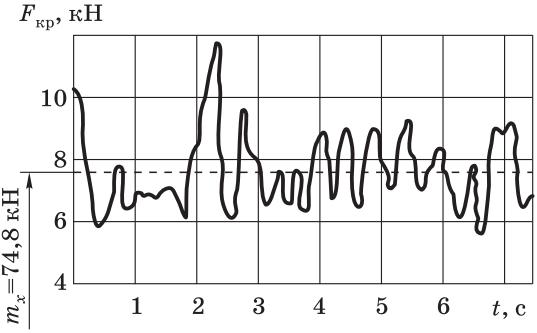

Рис. 5.8. Колебания нагрузки на крюке при работе колесного трактора в агрегате с лущильником

ным отклонением $\sigma_x(t)$, корреляционной функцией $R_x(\tau)$ или спектральной плотностью $S_x(\omega)$.

Из табл. 5.3 видно, что колебания тягового сопротивления находятся в широких пределах. Оценим максимально возможное увеличение нагрузки. Поскольку оно подчиняется нормальному закону, с большой долей вероятности примем $F_{кр\max} = m(F_{кр}) + 3\sigma(F_{кр})$. Отношение максимально возможной нагрузки к средней $F_{кр.ср} = m_x(F_{кр})$ за время t назовем *коэффициентом возможной перегрузки* и обозначим $\Delta_{\lim}$, т.е. $\Delta_{\lim} = F_{кр\max} / F_{кр.ср}$. Коэффициент возможной перегрузки изменяется в пределах от 1,27 при работе с комбайном до 1,9 при работе с навозоразбрасывателем. Наибольшие колебания крюковой нагрузки возникают при транспортных работах ($\Delta_{\lim} = 1{,}63\ldots1{,}90$). Этот режим работ характеризуется довольно малой крюковой нагрузкой. При увеличении тягового сопротивления, например в процессе работы с плугом или культиватором, колебания нагрузки уменьшаются и находятся в пределах $\Delta_{\lim} = 1{,}35\ldots1{,}53$.

Таблица 5.3

Характеристики тягового сопротивления на крюке трактора МТЗ-80 при работе с различными машинами

Сельскохозяйственная машина	Фон поля и операция	Скорость движения, м/с	Характеристика тягового сопротивления		
			$m(F_{кр})$, Н	$D(F_{кр})$, Н	$\sigma(F_{кр})$, Н
Культиватор КРН-4,2	Подкормка кукурузы	1,4	7320	55 600	236
	Культивация борозд:				
	в продольном направлении	2,1	7660	166 650	405
	в поперечном направлении	2,1	8520	22 900	151
Сеялка:	Поле, подготовленное под				
2СТСН-65	посев	2,1	6100	61 600	240
СКНК-6		2,1	9160	153 600	390
Лущильник ЛДГ-5	Лущение стерни колосовых	2,2	7480	201 000	455
Комбайн СКД-5	Уборка свеклы	2,2	6550	46 000	213
Навозоразбрасыватель 1ПТУ-3,5	Стерня колосовых	1,5	3290	142 300	373
Плуг ПН-3-35Б	Стерня колосовых	1,4	8420	133 500	362
Прицеп 2ПТС-4	Транспортирование зеленой массы	3,3	2680	409 000	645

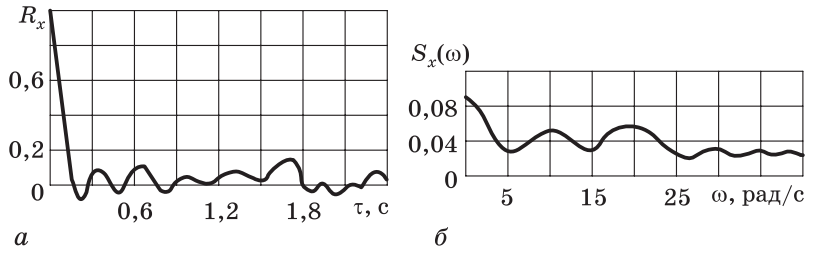

Рис. 5.9. Статистические характеристики реализации момента сопротивления, измеренного на валу муфты сцепления при пахоте (длина гона 24 м): *а* — корреляционная функция; *б* — спектральная плотность

Характер корреляционной функции $R_x(\tau)$ (рис. 5.9) свидетельствует о том, что с увеличением длины участка реализации она стабилизируется и возникают низкочастотные колебания. То же относится и к спектральной плотности $S_x(\omega)$. Таким образом, в первом приближении случайные колебания тягового сопротивления машин можно разделить на два класса.

К первому классу относятся колебания нагрузки с относительно небольшой амплитудой, которые повторяются приблизительно через одинаковые промежутки времени, т.е. периодические колебания, возникающие у тракторного агрегата, например, при перекрестном севе, культивации в поперечном направлении борозд, транспортировании сельскохозяйственной продукции с поля и др.

Ко второму классу изменений нагрузки следует отнести случайные временные увеличения сил сопротивления. Периодические колебания сопротивления тракторного агрегата преодолеваются путем использования запаса кинетической энергии всех движущихся масс трактора. Временные перегрузки преодолеваются путем использования запаса крутящего момента двигателя.

При движении тракторного агрегата по поверхности поля, имеющей однообразный характер, одинаковые растительный покров и влажность и постоянные физико-механические свой-

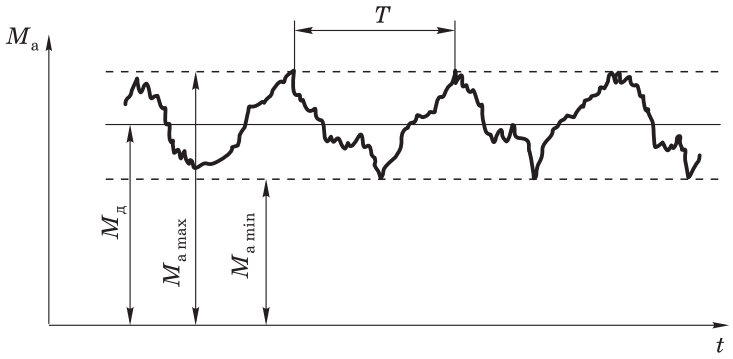

Рис. 5.10. Периодические колебания нагрузки

ства, изменения нагрузки представляют собой волнообразную линию. В таких случаях колебания нагрузки, показанные на рис. 5.10, возникают в основном вследствие неравномерности работы движителей трактора.

Силы сопротивления приводим к коленчатому валу двигателя, заменив действие этих сил соответствующим моментом сопротивления агрегата $M_а$. Его колебания характеризуются соотношением

$$\xi_а = \frac{M_{amax} - M_{amin}}{M_д},$$

где $M_д$ — крутящий момент двигателя, равный математическому ожиданию момента сопротивления агрегата.

Величину $\xi_а$ называют *степенью неравномерности сопротивления тракторного агрегата*. Она зависит от неравномерности работы движителей, сил сопротивления движению трактора, сил сопротивления агрегатируемой машины и момента сопротивления, приложенного к ВОМ.

Период T изменения сопротивления тракторного агрегата в основном определяется периодом неравномерности работы движителей, скоростью движения, волнообразной поверхностью поля и изменяется в пределах 0,1...2 с.

Для приближенного исследования колебаний скорости тракторного агрегата, вызванных периодическими колебаниями нагрузки, допустим, что $M_а$ изменяется по за-

кону гармонических колебаний, т.е. заменим случайный процесс периодическим. В этом случае изменение момента

$$M_{\text{а}} = M_{\text{д}}\left(1 + \frac{\xi_{\text{а}}}{2}\cos f_{\text{а}} t\right),$$

где $f_{\text{а}}$ — угловая частота изменения момента всех сил сопротивления, c^{-1}, $f_{\text{а}} = 2\pi/T$ (здесь T — период изменения значения $M_{\text{а}}$, с); t — время, с.

Для упрощения представим тракторный агрегат в виде двухмассовой модели. Первая масса эквивалентна массе двигателя и имеет приведенный момент инерции $J_{\text{д}}$, вторая эквивалентна массе тракторного агрегата (без двигателя) и имеет приведенный момент инерции $J_{\text{а}}$ (рис. 5.11). Уравнение динамики для двухмассовой системы имеет следующий вид:

$$M_{\text{д}} = M_{\text{а}} + J_{\text{а}}\varepsilon = M_{\text{д}}\left(1 + \frac{\xi_{\text{а}}}{2}\cos f_{\text{а}} t\right) + J_{\text{а}}\varepsilon,$$

где ε — угловое ускорение коленчатого вала.

Окончательно имеем

$$\varepsilon = \frac{d\omega_{\text{д}}}{dt} = -\frac{M_{\text{д}}\xi_{\text{а}}}{2J_{\text{а}}}\cos f_{\text{а}} t$$

или

$$d\omega_{\text{д}} = -\frac{M_{\text{д}}\xi_{\text{а}}}{2J_{\text{а}}}\cos f_{\text{а}} t\, dt,$$

где $\omega_{\text{д}}$ — угловая скорость коленчатого вала.

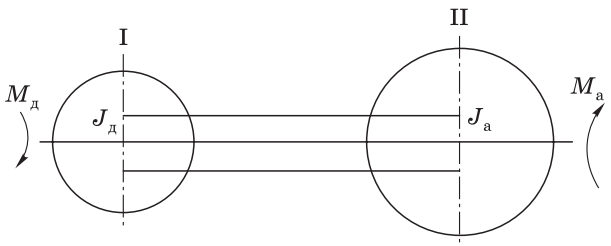

Рис. 5.11. Схема приведенных масс тракторного агрегата

Как видно из этой формулы, значение $d\omega_д$ пропорционально нагрузке двигателя, характеризуемой текущим осредненным крутящим моментом $M_д$.

Следовательно, наибольшие колебания угловой скорости возникают при номинальной нагрузке двигателя $M_{д.н}$. Интегрируя приведенную ранее формулу, получим угловую скорость коленчатого вала при номинальной нагрузке

$$\omega_д = -\frac{M_{д.н}\xi_a}{2J_a f_a}\sin f_a t dt + C .$$

Постоянная интегрирования C определяется из следующего начального условия: при $t = 0$ угловая скорость коленчатого вала будет $\omega_{д.н}$, т.е. $C = \omega_{д.н}$. Подставляя значение постоянной интегрирования, получаем

$$\omega_д = \omega_{д.н} - \frac{M_{д.н}\xi_a}{2J_a f_a}\sin f_a t .$$

Наибольшее и наименьшее значения угловой скорости коленчатого вала определяют по следующим формулам:

$$\omega_{д\max} = \omega_{д.н} + \frac{M_{д.н}\xi_a}{2J_a f_a}; \qquad \omega_{д\min} = \omega_{д.н} - \frac{M_{д.н}\xi_a}{2J_a f_a}.$$

В соответствии с этими формулами амплитуда колебаний угловой скорости коленчатого вала

$$\Delta\omega_д = \frac{M_{д.н}\xi_a}{J_a f_a}.$$

Таким образом, устойчивое движение агрегата обеспечивается, если наименьшее значение расчетной угловой скорости $\omega_{д\min}$ будет больше предельного значения $\omega_{д.пред}$ (см. рис. 5.1 и 5.2), т.е. $\omega_{д\min} \geq \omega_{д.пред}$. В ином случае двигатель останавливается и движение невозможно.

Как было показано ранее, случайные временные увеличения нагрузки преодолеваются путем использования запаса крутящего момента. Для преодоления возросшего сопротив-

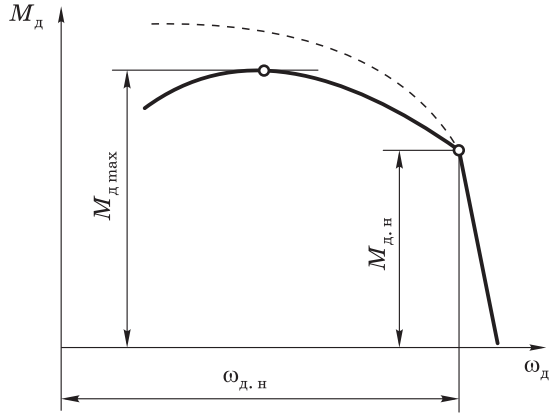

Рис. 5.12. График крутящего момента регуляторной характеристики двигателя

ления тракторного агрегата без переключения передач необходимо выполнение следующего условия:

$$M_{а\,max} \le M_{д\,max},$$

где $M_{д\,max}$ — наибольший крутящий момент двигателя, определяемый безрегуляторной ветвью кривой крутящих моментов (рис. 5.12).

Представим это условие в следующей форме:

$$\frac{M_{а\,max}}{M_{д.ср}} \frac{M_{д.ср}}{M_{д.н}} \le \frac{M_{а max}}{M_{д.н}},$$

где $M_{д.ср}$ — усредненное значение крутящего момента двигателя, равное математическому ожиданию приведенного момента сопротивлений $M_{а.ср}$. Перепишем неравенство с учетом условия $M_{а.ср} = M_{д.ср}$:

$$\frac{M_{а max}}{M_{а.ср}} \frac{M_{д.ср}}{M_{д.н}} \le \frac{M_{д max}}{M_{д.н}}.$$

Отношение текущего усредненого момента двигателя к номинальному моменту назовем *коэффициен-*

том нагрузки двигателя $\chi = M_{\text{д.ср}} / M_{\text{д.н}}$. Учитывая, что $M_{\text{a max}}/M_{\text{a.ср}} = F_{\text{кр max}}/F_{\text{кр.ср}} = \Delta_{\lim}$, получаем $\Delta_{\lim}\chi \le \chi_{\text{п}}$, где $\chi_{\text{п}}$ — коэффициент приспособляемости двигателя.

Предельное значение коэффициента нагрузки тракторного двигателя, при котором условие безостановочной работы тракторного агрегата еще не нарушается, называют *коэффициентом эксплуатационной нагрузки* $\chi_{\text{э}}$ тракторного двигателя:

$$\chi_{\text{э}} = \chi_{\text{п}} / \Delta_{\lim} . \qquad (5.7)$$

Как было показано ранее, коэффициент возможной перегрузки $\Delta_{\lim}$ всегда больше единицы и варьируется в пределах от 1,27 до 1,90. В то же время коэффициент приспособляемости двигателя $\chi_{\text{п}}$, определяемый по регуляторной характеристике, находится в пределах от 1,12 до 1,35. Из формулы (5.7) и приведенных ранее пределов коэффициентов приспособляемости двигателя и возможной перегрузки следует, что $\chi_{\text{э}} = 0{,}6...0{,}9$, т.е. всегда меньше единицы.

При безостановочной работе тракторного агрегата без переключения передач необходимо учесть влияние неустановившегося режима работы. В этом случае на процесс наполнения цилиндров двигателя влияет инерция воздуха (или рабочей смеси) во впускном трубопроводе. Из-за этого при замедленном вращении коленчатого вала двигателя кривая крутящих моментов проходит несколько выше кривой крутящих моментов установившегося режима (определяется по безрегуляторной ветви характеристики), как показано на рис. 5.12 пунктирной линией. Следовательно, фактический коэффициент приспособляемости двигателя при замедленном вращении коленчатого вала больше коэффициента $\chi_{\text{п}}$, значение которого определяется по безрегуляторной ветви характеристики установившегося режима.

Кроме того, при возрастании перегрузки уменьшается скорость движения всего агрегата, и в этом случае к крутя-

щему моменту двигателя добавляется момент инерции масс агрегата, что также способствует преодолению случайных максимальных сопротивлений. Поэтому при практических расчетах комплектования тракторного агрегата применяется коэффициент эксплуатационной нагрузки двигателя $\chi_э = 0{,}85...0{,}90$.

Следует отметить, что приведенные рассуждения относятся к тракторам, имеющим ступенчатую коробку перемены передач. При оборудовании трактора бесступенчатой трансмиссией, например гидравлической или электрической, которая автоматически в зависимости от сопротивления увеличивает или уменьшает крутящий момент, подводимый к ведущим колесам, благодаря уменьшению или увеличению скорости движения агрегата, коэффициент эксплуатационной нагрузки повышается и достигает значений $\chi_э = 0{,}95...1{,}0$.

Таким образом, сопротивление агрегатируемых с трактором машин носит случайный характер. Однако при движении тракторного агрегата по ровной однообразной поверхности из случайного процесса можно выделить периодическую составляющую сил сопротивления. Эти периодические колебания нагрузки преодолеваются (без переключения передач) запасом кинетической энергии агрегата.

Максимальные случайные перегрузки преодолеваются благодаря запасу крутящего момента двигателя, характеризуемому коэффициентом эксплуатационной нагрузки, и запасу кинетической энергии агрегата. Для безостановочного преодоления временных увеличений сопротивления тракторного агрегата, оборудованного ступенчатой коробкой перемены передач, необходимо его комплектовать так, чтобы тракторный двигатель при усредненном значении момента сопротивлений имел некоторую недогрузку. При оборудовании трактора бесступенчатыми трансмиссиями коэффициент эксплуатационной нагрузки повышается и достигает единицы, т.е. в этом случае тракторный агрегат можно комплектовать в расчете на момент сопротивлений, равный номинальному крутящему моменту двигателя.

5.5. Определение системообразующих параметров проектируемой тяговой машины

В теории мобильных машин под систематизирующими подразумевают такие параметры, которые определяют концепцию машины. В классе тяговых машин (трактор, тягач и др.) к таким параметрам относятся номинальное тяговое усилие $F_{кр}$ и диапазон скоростей υ движения.

5.5.1. Определение номинального крюкового усилия

Для любого класса тяговой машины существует определенный диапазон нагрузок, характеризуемый максимальными и минимальными значениями сопротивлений, создаваемыми агрегатируемыми с трактором или тягачом машинами и орудиями, т.е. $F_{кр\min}$ и $F_{кр\max}$. С учетом сопротивления движению этот диапазон характеризуется минимальными и максимальными значениями касательной силы тяги, т.е. $F_{к\ \min}$ и $F_{к\max}$. При этом должно соблюдаться условие $F_{к\max} \le \varphi_{\max} G_{сц}$ (здесь $\varphi_{\max}$ — максимальный по грунтовым условиям коэффициент сцепления; $G_{сц}$ — нормальная нагрузка на ведущие колеса или гусеничный движитель). Значение $F_{к\min}$ определяют сопротивлением движению трактора или тягача и нагрузкой агрегатируемой машины, имеющей наименьшее тяговое сопротивление. Для большинства таких машин отношение $F_{к\max} / F_{к\min}$ находится в пределах 1,6...1,8.

В общем случае нагрузка трактора или тягача (в дальнейшем трактор) носит случайный характер, что необходимо учитывать при тяговом расчете. С большой долей вероятности можно предположить, что она характеризуется нормальным законом распределения (рис. 5.13).

Для нормально распределенной случайной величины рассеяние ее с точностью до долей процента укладывается на участке $m \pm 3\sigma$. На основании этого среднее квадратичное отклонение $\sigma(F_к)$ и математическое ожидание $m(F_к)$ случайной величины касательной силы тяги следующие:

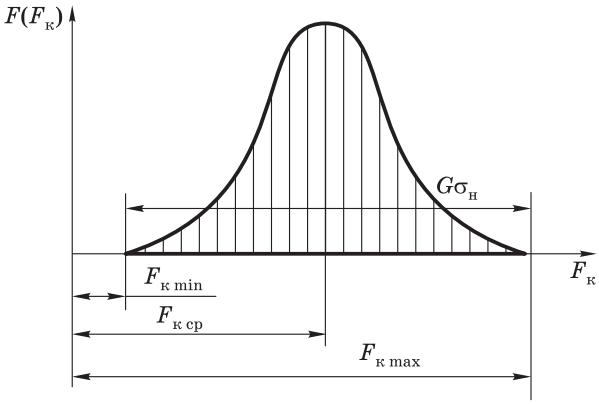

Рис. 5.13. Распределение вероятностей касательной силы тяги $F(F_к)$

$$\sigma(F_к) = \frac{F_{к\,max} - F_{к\,min}}{6};$$

$$m(F_к) = \frac{F_{к\,max} + F_{к\,min}}{2} = F_{к.\,ср}.$$

Исследования работы тракторных агрегатов показывают, что наиболее оптимальным режимом загрузки трактора является такой, при котором номинальная касательная сила тяги $F_к$ трактора соответствует центру рассеяния случайной величины (математическому ожиданию касательной силы тяги), т.е. $F_{к.н} = F_{к.ср.}$.

Вероятность F попадания случайной величины $F_к$ на участки $F_к + \sigma(F_к)$ и $F_к - \sigma(F_к)$, симметричные относительно центра рассеяния, является наибольшей и вычисляется по формуле

$$\left[\left(F_{к.\,н} - \sigma(F_к)\right)\right] \le F_к \le \left[\left(F_{к.\,н} + \sigma(F_к)\right)\right] = 0{,}682.$$

Поэтому работа трактора в этом режиме должна быть наиболее длительной, что соответствует его оптимальной загрузке.

В качестве примера определим номинальное крюковое усилие для трактора при агрегатировании с ним комбинированных агрегатов, которые в настоящее время используются в

сельском хозяйстве. К таким машинам, в частности, относятся комбинированные агрегаты «Girrus 6001» фирмы Amazone (Германия), агрегат фирмы Kverneland—Accord (Норвегия), «DS/D6» фирмы Horsch (Германия), сеялка «Solitair 9/600K» + + DS + роторная борона «Zirkon 9/600K» фирмы Lemken (Германия), «Airstar Avant» фирмы Amazone (Германия), АПЛА производства ОАО «Лидагромаш», агрегат для подготовки почвы АПП-7,5, выпускаемый БелНИИСХ, и ряд других, которые имеют большое тяговое сопротивление и значительный отбор мощности (прил. 3). Из приложения видно, что тяговое сопротивление агрегатов находится в пределах от 44,2 до 74,0 кН.

В таблице 5.4 приведены тяговые сопротивления машин, выпускаемых на машиностроительных предприятиях Республики Беларусь.

Таблица 5.4

Тяговые сопротивления машин

Машина	Тяговое сопротивление на почве, кН		
	черноземной	дерново-подзолистой	глинистой
Плуги ПГП-7-40М, ПГП-7-40	25,1...62,3	21,7...64,7	51,4...74,0
Плуг ПЛ-9-35	26,1...60,1	22,3...61,7	62,4...76,5
Плуг болотный ПБН-5-50А	—	26,3...54,2	63,1...94,5
Плуг ППШ-8-35У	24,1...52,8	27,1...59,3	59,8...74,2
Плуг ППШ-10-35	25,1...53,3	29,4...61,0	61,2...88,3
Агрегат для подготовки почвы АПП-7,5	28,1...45,2	29,3...50,5	52,7...63,1
Борона дисковая навесная БПД-7М3Д	23,1...24,0	22,5...27,1	35,2...51,4
Комбайн кормоуборочный прицепной	27,1...43,2	28,5...44,5	38,2...61,4
Большегрузный прицеп, грузоподъемность 15...20 т	18,2...35,2	17,4...32,8	51,5...62,3

Окончание табл. 5.4

Машина	Тяговое сопротивление на почве, кН		
	черноземной	дерново-подзолистой	глинистой
Агрегат комбинированный широкозахватный для предпосевной обработки почвы	27,7...35,2	17,4...32,8	31,5...52,7
Культиватор чизельно-дисковый	29,5...58,7	31,1...59,2	51,5...68,2
Плуг-лущильник навесной	25,1...52,7	23,5...54,2	49,7...64,2
Плуг навесной ПЛН-8-40	35,2...61,2	29,8...61,2	48,4...69,2
Плуг навесной ПЛН-8-35	24,2...55,4	24,5...56,6	43,2...61,4
Плуг поворотный навесной ПНГП	35,2...61,2	29,8...61,2	44,9...68,5

Из таблицы видно, что в разных почвенных условиях тяговые сопротивления машин имеют большой разброс. Принимая во внимание то, что промышленность Республики Беларусь освоила плуги с шириной корпуса до 0,4 м (ПГП-7–40, ПЛН-8–40), а для болотистых почв — до 0,5 м (ПБН-50А), имеющие тяговое сопротивление от 44,2 до 74,0 кН, необходимо создание колесного трактора 4К4, который мог бы агрегатироваться перечисленным комплексом машин.

В этом случае среднее сопротивление, соответствующее центру рассеяния случайной величины, будет

$$m(F_{\text{крср}}) = \frac{F_{\text{кр max}} + F_{\text{кр min}}}{2} = \frac{74{,}0 + 44{,}2}{2} = 59{,}1 \text{ кН}.$$

При этом среднее квадратичное отношение

$$\sigma(F_{\text{кр}}) = \frac{F_{\text{кр max}} - F_{\text{кр min}}}{6} = \frac{74{,}0 - 44{,}2}{6} = 4{,}9 \text{ кН}.$$

Среднее тяговое усилие

$$F_{\text{кр.ср}} = 59{,}1 \pm 4{,}9 \text{ кН}.$$

Определим тяговый класс трактора, агрегатируемого с рассматриваемым комплексом машин. Примем в качестве

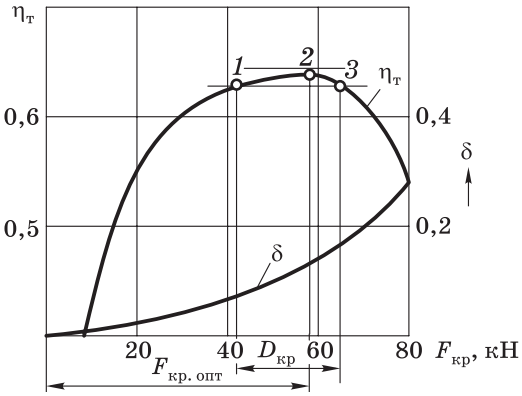

Рис. 5.14. Зависимость тягового КПД $\eta_т$ и буксования δ от крюкового усилия

критерия тяговый КПД трактора $\eta_т$. На рис. 5.14 показаны зависимости тягового КПД колесного трактора $\eta_т$ и буксования δ от тягового сопротивления агрегатируемых машин $F_{кр}$. Из рисунка видно, что крюковое усилие $F_{кр}$ при максимальном тяговом КПД $\eta_{т\,max}$ $F_{кр.опт} = 57{,}8$ кН.

Если допустить снижение тягового КПД на 3 %, то получится диапазон оптимальных тяговых сопротивлений $D_{кр} = 48...68$ кН, что соответствует тяговому классу 6,0, при номинальном тяговом усилии $F_{кр.н} = 60$ кН.

Для справки в табл. 5.5 помещены зависящие от тягового класса номинальные $F_{кр.н}$, минимальные $F_{кр\,min}$ и максимальные $F_{кр\,max}$ значения крюковых усилий.

Таблица 5.5

Номинальные тяговые усилия на крюке тяговых классов сельскохозяйственных тракторов (ГОСТ 27021–86)

Тяговый класс	Номинальное тяговое усилие $F_{кр.н}$, кН			$F_{кр\,max}/F_{кр\,min}$
	$F_{кр\,min}$	$F_{кр.ср}$	$F_{кр\,max}$	
0,2	1,8	2,0	5,4	3,00
0,6	5,4	6,0	8,1	1,50
0,9	8,1	9,0	12,6	1,56
1,4	12,6	14,0	18,0	1,43

Окончание табл. 5.5

Тяговый класс	Номинальное тяговое усилие $F_{кр.н}$, кН			$F_{кр\,max}/F_{кр\,min}$
	$F_{кр\ min}$	$F_{кр.ср}$	$F_{кр\ max}$	
2,0	18,0	20,0	27,0	1,50
3,0	27,0	30,0	36,0	1,33
4,0	36,0	40,0	45,0	1,25
5,0	45,0	50,0	54,0	1,20
6,0	54,0	70,0	72,0	1,33
8,0	72,0	80,0	108,0	1,50

5.5.2. Выбор расчетных скоростей движения

Для тяговых машин существует четыре диапазона скоростей: I — технологический, II — рабочий, III — транспортный, IV — ползучий.

Диапазон рабочих скоростей трактора определяется с учетом рекомендаций и агротехнических требований к выполнению сельскохозяйственных операций. При проектировании трактора в техническом задании на машину оговариваются назначение и область применения трактора и указывается перечень работ, на которых в основном будет использоваться трактор.

В табл. 5.6 приведены рекомендуемые технологические значения рабочих скоростей на основных видах работ.

Таблица 5.6

Скорости, рекомендованные для колесных тракторов

Диапазон скоростей	Скорость, км/ч
Основные рабочие скорости	9,0...15,0
Пониженные скорости:	
I ступень	4,0...8,0
II ступень	0,1...2,5
Транспортные скорости	17,0...35,0

У современных тракторов весь скоростной ряд реализуется диапазонными механическими трансмиссиями с переключением без разрыва потока мощности (гидромеханические трансмиссии или трансмиссии с синхронизаторами скоростей). Особенность таких трансмиссий заключается в том, что отношения максимальных и минимальных теоретических скоростей движения $v_т$ в каждом диапазоне равны между собой, т.е.

$$\frac{v_{т1\max}}{v_{т1\min}} = \frac{v_{т2\max}}{v_{т2\min}} = \ldots = \frac{v_{тn\max}}{v_{тn\min}} = q_р,$$

где $q_р$ — знаменатель геометрической прогрессии диапазона рабочих скоростей.

В соответствии с теорией трактора [27]

$$q_р = \sqrt[n]{\frac{F_{кр\min}}{F_{кр\max}}}, \qquad (5.8)$$

где n — число передач рабочего диапазона; $F_{кр\ \min}$, $F_{кр\ \max}$ — минимальное и максимальное тяговые сопротивления машин.

В то же время наименьший коэффициент нагрузки двигателя в процессе работы

$$\chi_{\min} = \frac{M_{д\min}}{M_{д.н}} = \frac{i_1 F_{кр\min}}{i_n F_{к\max}} = q. \qquad (5.9)$$

Таким образом, $q_р = \chi_{\min}$, т.е. наименьший коэффициент нагрузки двигателя, работающего на тракторе с n-ступенчатой коробкой перемены передач, равен знаменателю этой прогрессии.

Формула (5.8) позволяет определить знаменатель геометрической прогрессии при заданных диапазоне сил тяги и числе передач. Можно решить и обратную задачу: при заданном диапазоне сил тяги и минимальном коэффициенте нагрузки двигателя найти рациональное число передач. Учитывая, что $q_р = \chi_{\min}$, и используя формулу (5.9), получаем

$$\chi^n_{\min} = \frac{F_{кр\min}}{F_{кр\max}}. \qquad (5.10)$$

Как видно из формулы (5.10), увеличение числа ступеней коробки перемены передач приводит к увеличению знаменателя геометрической прогрессии передаточных чисел, т.е. к повышению минимального коэффициента загрузки двигателя. При бесконечно большом числе передач в бесступенчатой коробке коэффициент нагрузки двигателя теоретически наивысший и равен 1, т.е. теоретически двигатель работает на номинальном режиме с наименьшим расходом топлива на единицу производимой работы. Практическое использование этих преимуществ бесступенчатой трансмиссии возможно лишь при наличии специального устройства, автоматически устанавливающего передаточное число коробки передач в соответствии с сопротивлением тракторного агрегата.

Таким образом, определив или выбрав нижнюю и верхнюю границы одного диапазона, можно определить границы всех диапазонов. В первую очередь определяются границы II диапазона (рабочего), на который приходятся основные энергоемкие сельскохозяйственные операции по сплошной обработке почвы (пахота, лущение, дискование, сплошная культивация), $v_{\min}$ и v_{max}.

При определении знаменателя геометрической прогрессии $q_{\text{р}}$ (можно перейти и к другой методике, изложенной в [20]) необходимо от действительных скоростей движения машинно-тракторного агрегата перейти к соответствующим теоретическим скоростям трактора. Для этого необходимо определить буксования δ_1 и δ_2, соответствующие действительным скоростям $v_{\max}$ и $v_{\min}$, следующим образом. По графику зависимости $v_{\text{д}} = f(F_{\text{кр}})$, построенному для выбранного двигателя (для заданного значения эффективной мощности $P_{\text{e}} = \text{const}$) и значениям действительных скоростей $v_{\min}$ и $v_{\max}$ определяются соответствующие крюковые усилия $F_{\text{кр}\max}$ и $F_{\text{кр}\min}$, которые могут быть реализованы проектируемым трактором. Далее абсолютные значения крюковых усилий переводятся в относительные значения $\varphi_{\text{кр}\max}$ и $\varphi_{\text{кр}\min}$ соответственно. По кривой буксования трактора-аналога, предварительно переведенной в зависимость от относительного усилия на крюке, $\varphi_{\text{кр}}$ определяются буксования δ_1 и δ_2.

Рекомендуется в дальнейших расчетах ограничивать значение $\delta_1 \le 16$ % [27]. Это связано с тем, что, как правило, эксплуатация трактора в режимах с большим значением буксования является неэффективной: при незначительном увеличении крюкового усилия резко падают значения тягового КПД и крюковой мощности трактора.

Минимальная теоретическая скорость трактора на II диапазоне:

$$v_{т2min} = \frac{v_{min}}{1 - \delta_2}.$$

Максимальная теоретическая скорость трактора на II диапазоне:

$$v_{т2max} = \frac{v_{max}}{1 - \delta_1}.$$

Тогда знаменатель геометрической прогрессии

$$q_р = \frac{v_{т2max}}{v_{т2min}} = \frac{v_{max}(1 - \delta_2)}{v_{min}(1 - \delta_1)}.$$

Границы диапазона технологических передач (I диапазона) определим, приняв за верхнюю границу $v_{т1max}$ минимальную скорость II диапазона, т.е.

$$v_{т1max} = v_{т2min}.$$

Тогда нижняя граница I диапазона

$$v_{т1min} = \frac{v_{т1max}}{q_р}.$$

Далее, принимая в качестве верхней границы предыдущего диапазона (по номеру) нижнюю границу последующего, рассчитывают границы всех диапазонов скоростей. При этом для обеспечения возможного разгона машинно-тракторного агрегата необходимо обеспечить перекрытие диапазонов III и II. Если же его обеспечить невозможно, то необходимо дополнительно проверить возможности разгона трактора.

Диапазон транспортных скоростей движения также подчиняется закону геометрической прогрессии, однако знаменатель геометрической прогрессии этого диапазона $q_т$ отли-

чается от знаменателя $q_р$ диапазона рабочих скоростей движения. Как правило, число транспортных передач значительно меньше числа рабочих, следовательно, $q_т < q_р$, т.е. минимальный коэффициент нагрузки двигателя χ_{min} меньше, чем при движении на тракторе, и находится в пределах скоростей 15,0–34,2 км/ч при числе передач 2–3.

Следует отметить, что на выбор передаточных чисел диапазона транспортных скоростей оказывает влияние необходимость обеспечения комфортных условий работы водителя. При движении тракторного транспортного агрегата по различным дорогам возникают низкочастотные колебания, которые могут значительно превысить санитарные нормы. На рис. 5.15 показаны значения средних квадратичных ускорений $\ddot{\sigma}$ относительно скорости движения v. Как видно из графиков, зона комфорта водителя *1* (ускорения не должны превышать $1/10g$, т.е. $\ddot{\sigma} \le 0{,}01\,g$) находится в следующих пределах: для грунтовой дороги (позиция *2*) скорость 3,0...3,5 м/с (10,8...12,6 км/ч); для булыжника (позиция *3*) — 4,0...4,5 м/с (14,4...16,2 км/ч); для асфальта (позиция *4*) — 6,0...7,0 м/с (21,6...26,2 км/ч).

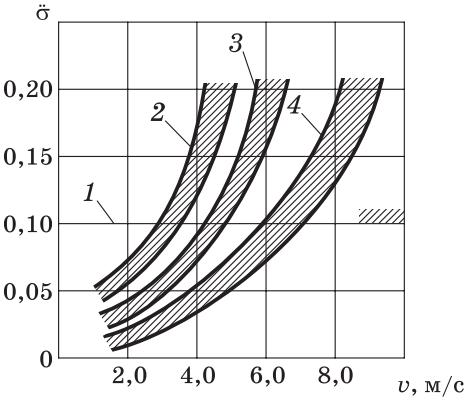

Рис. 5.15. Зависимость средних квадратичных ускорений на сиденье от скорости движения колесного трактора тягового класса 1,4 с прицепом по различным дорогам

Таким образом, если исходить из условий обеспечения комфортности водителя, транспортные скорости движения колесного трактора следующие: $v_{т1} = 3{,}0$ м/с; $v_{т2} = 4{,}4$ м/с; $v_{т3} = 6{,}5$ м/с. Тогда знаменатель геометрической прогрессии

$$q_р = \frac{v_{т1}}{v_{т2}} = \frac{v_{т2}}{v_{т3}} = \frac{3{,}0}{4{,}4} = \frac{4{,}4}{6{,}5} = 0{,}68\,.$$

Следует отметить, что окончательный выбор значений передаточных чисел коробки перемены передач устанавливают лишь при подборе зубьев шестерен.

Итак, при ступенчатом ряде передаточных чисел трансмиссии каждой передаче соответствует определенный диапазон сил тяги, причем лишь номинальное значение силы тяги реализуется при оптимальном режиме работы двигателя. При всех других значениях силы тяги двигатель работает с недогрузкой, что влечет за собой снижение производительности и экономичности тракторного агрегата.

Увеличение суммарного диапазона сил тяги от $F_{\text{кmin}}$ до $F_{\text{кmax}}$, при котором должен работать проектируемый трактор, неблагоприятно влияет на его производительность и экономичность, увеличение же числа рабочих ступеней трансмиссии эти качества повышает. При бесступенчатой трансмиссии передаточные числа автоматически устанавливают в соответствии с силами сопротивления, вследствие чего производительность и экономичность тракторного агрегата практически достигают оптимальных значений.

Таким образом, в качестве системообразующего параметра по скорости следует принимать наименьшую скорость рабочего диапазона, т.е. $v_{1\text{р}} = 2{,}5$ м/с (9км/ч).

Для получения ползучих скоростей трактор оборудуется ходоуменьшителем. Количество диапазонов ходоуменьшителя

$$N = \frac{q_{xy}}{q_{\text{р}}},$$

где $q_{xy} = \dfrac{v_{\text{тх max}}}{v_{\text{тх min}}}$ — диапазон скоростей ходоуменьшителя, $v_{\text{тх max}}$ и $v_{\text{тх min}}$ — максимальная и минимальная ползучие скорости трактора. Расчетное значение N должно быть округлено до ближайшего целого числа (большего или меньшего — зависит от того, насколько неполно будет реализован требуемый диапазон ползучих скоростей (N–1)-м диапазоном ходоуменьшителя).

Определив количество диапазонов ходоуменьшителя, находят их границы. Методика определения та же:

$$v_{\text{тх}N\min} = v_{\text{т}1\min};$$

$$v_{\text{тх}N\max} = \frac{v_{\text{тх}\max}}{q_{\text{р}}};$$

$$v_{\text{тх}(N-1)\max} = v_{\text{тх}N\min};$$

$$v_{\text{тх}(N-1)\min} = \frac{v_{\text{тх}(N-1)\max}}{q_{\text{р}}}$$

и т.д. Таким образом определяются границы всех N диапазонов ходоуменьшителя.

Рассмотрим определение передаточных чисел рабочего диапазона для колесного трактора 4К4 тягового класса 6,0. Как показывает опыт агрегатирования мощных колесных тракторов с сельскохозяйственными машинами, отношение $F_{\text{кр}\max} / F_{\text{кр}\min} = 1{,}47$. Тогда $n = \frac{\ln 0{,}68}{\ln 0{,}91} = 4{,}25$. Округлим число передач до $n = 4$.

Таким образом, в первом приближении в рабочем диапазоне скоростей $v_{0\min} = 8{,}64$ км/ч и $v_{\max} = 15{,}84$ км/ч можно принять число передач $n = 4$ при коэффициенте загрузки двигателя $\chi_{\text{э}} = 0{,}91$.

Найдем передаточные числа трансмиссии i для рабочего диапазона скоростей, которые соответствовали диапазону крюковых усилий 48...68 кН. Пусть трактор движется в установившемся режиме ($v = \text{const}$) по горизонтальной поверхности стерни суглинка нормальной влажности на первой передаче, крюковое усилие равно 60 кН. Тогда

$$i_1 = \frac{F_{\text{к}} r_{\text{д}}}{M_{\text{д.н}} \eta_{\text{тр}} \eta_{\text{г}}},$$

где $F_{\text{к}}$ — касательная сила тяги, $F_{\text{к}} = F_{\text{кр}} + F_{\text{спр}}$; $F_{\text{спр}}$ — сила сопротивления движению, $F_{\text{спр}} = f \cdot G_{\text{э}}$. При $G_{\text{э}} = 122\ 200$ и $f = 0{,}1$ $F_{\text{спр}} = 12{,}2$ кН. Таким образом, $F_{\text{к}} = 60 + 12{,}2 = 72{,}2$ кН.

В формуле используются также следующие обозначения: $r_{\text{д}}$ — динамический радиус заднего ведущего колеса, равный статистическому радиусу $r_{\text{ст}}$, т.е. $r_{\text{д}} = r_{\text{ст}} = 0{,}885$ м; $M_{\text{д.н}}$ — номинальный крутящий момент двигателя, $M_{\text{д.н}} = 1156$ Н;

$\eta_{тр}$ — КПД, учитывающий потери в привод заднего ведущего моста трактора, $\eta_{тр} = 0{,}8732$; η_r — КПД, учитывающий потери в колесе (шине), $\eta_r = 0{,}99$. Используя приведенные значения, находим

$$i_1 = \frac{72\,000 \cdot 0{,}857}{1156 \cdot 0{,}8732 \cdot 0{,}99} = 61{,}7.$$

Следующие передаточные числа подсчитываем по формуле

$$i_n = I_к q^{n-1},$$

где

$$q = \sqrt[n]{\frac{F_{крmin}}{F_{крmax}}}.$$

При $n = 4$ и

$$\frac{F_{крmax}}{F_{крmin}} = 1{,}47$$

$$q = 0{,}905.$$

Тогда

$$i_2 = qi_1 = 0{,}905 \cdot 61{,}7 = 55{,}8;$$

$$i_3 = q^2 i_1 = 0{,}819 \cdot 61{,}7 = 50{,}5;$$

$$i_4 = q^3 i_1 = 0{,}741 \cdot 61{,}7 = 45{,}7.$$

5.6. Определение эксплуатационной и конструктивной масс многоцелевой тяговой машины

При выполнении технического задания по проектированию новой машины одним из вопросов является определение массы машины. В общем случае масса машины определяется в двух измерениях: конструктивная масса (неснаряженная) и эксплуатационная (снаряженная). Конструктивная масса обеспечивает прочность и долговечность машины, эксплуатационная — тягово-сцепные и экономические свойства. Следует отметить, что если сцепная масса машины определяется ее классом и остается практически неизменной, то конструктивная масса должна быть минимальной, т.е. обеспечивать необходимую прочность и долговечность и в то же время определить наименьший расход материалов, что делает машину экономичной и снижает ее цену.

5.6.1. Определение эксплуатационной массы

Под эксплуатационной массой $G_э$ машины, в том числе трактора, понимают сумму масс полностью снаряженного трактора (заправленного охлаждающей жидкостью, горючесмазочными материалами, комплектами инструмента и запчастей и др.) и водителя, которая принимается равной 80 кг. Эксплуатационная масса обеспечивает тягово-сцепные свойства машины.

Существует несколько методик определения эксплуатационной массы $m_э$. Одна из них заключается в том, что масса определяется в зависимости от тягового усилия, развиваемого трактором, т.е. определяется номинальным крюковым усилием $F_{кр.н}$ и классификационным показателем типажа тракторов. При этом в качестве критерия эффективности принимается так называемый инженерный критерий [28], который определяется как тяговый КПД $\eta_т$:

$$\eta_т = \eta_{тр}\eta_r\eta_\delta\eta_{спр} = \eta_{тр}\eta_r(1-\delta)\left(1-\frac{F_{спр}}{F_к}\right). \qquad (5.11)$$

Таблица 5.7

Зависимость величины буксования от почвенного фона и типа почвы

Почвенный фон, тип почвы или дорожного покрытия	Трактор колесный 4К4	$\delta = \frac{\ln A - \ln(\varphi_{max} - \varphi_{кр})}{B}$		
		φ_{max}	A	B
Стерня пшеницы или ячменя на суглинистом черноземе	Пропашной*	0,60	0,64	6,82
	Пахотный**	0,67	0,708	7,15
Поле, подготовленное под посев, на суглинистом черноземе	Пропашной	0,55	0,65	6,43
	Пахотный	0,60	0,64	7,25

* Тракторы, выполненные по классической схеме (задние колеса большого размера).

** Тракторы со всеми ведущими колесами одинакового размера (тракторы-тягачи).

Произведение $\eta_{тр}\eta_r$ определяет совершенство конструкции трактора, а $\eta_\delta\eta_{спр}$ — его тягово-сцепные свойства. Каса-

тельная сила $F_к$ трактора и его сила сопротивления движению определяются формулами, приведенными в главах 3 и 4.

В уравнение (5.11) также входит величина буксования δ. Ее можно определить из уравнения (3.32), однако в явном виде функции $\delta = f(m_э)$ и $\delta = f(F_{кр})$ не разрешаются.

Существует и другой способ определения $\delta = f(F_{кр})$ [19]:

$$\delta = \frac{\ln A - \ln(\varphi_{к\,max} - \varphi_{кр})}{B},$$

где $\varphi_{к\,max}$ — максимальный коэффициент сцепления, развиваемый колесным трактором, $\varphi_{к\,max} = \frac{F_{кmax}}{G} = \frac{g F_{кmax}}{m_э}$; $F_{кmax}$ — максимальная касательная сила тяги, н; G — сцепной вес трактора, Н; $\varphi_{кр}$ — коэффициент сцепления по крюковому усилию, $\varphi_{кр} = \frac{F_{кр}}{G} = \frac{g F_{кр}}{m_э}$; A, B — эмпирические коэффициенты (табл. 5.7).

Зависимость $\delta = f(\varphi_{кр})$ [14] получена при обобщении тяговых характеристик колесных тракторов, имеющих формулу 4К4, испытанных как на стерне, так и на поле, подготовленном под посев. При этом удалось выделить два семейства точек $\varphi_{кр}(\delta)$, одно из которых характеризует тяговые показатели тракторов со всеми ведущими колесами одинакового размера (тракторы-тягачи), другое — тяговые показатели тракторов также со всеми ведущими колесами, выполненных по классической схеме (передние колеса меньшего размера, чем задние) (рис. 5.16). В частности, для колесного трактора 4К4 с разными колесами, движущегося по горизонтальной поверхности стерни суглинка нормальной влажности, эта зависимость имеет следующий вид:

$$\delta = \frac{\ln 0{,}64 - \ln(0{,}6 - \varphi_{кр})}{6{,}8} \qquad (5.12)$$

или

$$\delta = \frac{\ln 0{,}64 - \ln\left(0{,}6 - \frac{g F_{кр}}{m_э}\right)}{0{,}68}. \qquad (5.13)$$

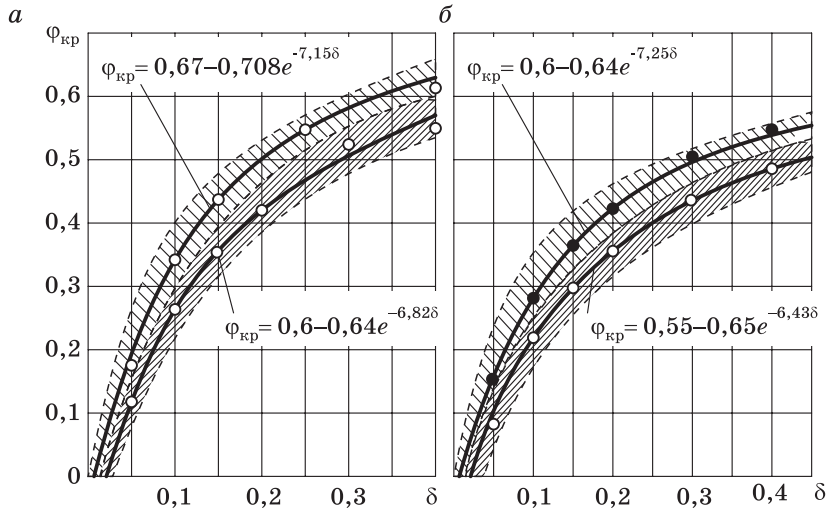

Рис. 5.16. Усредненные зависимости $\varphi_{кр}(\delta)$ для колесных тракторов 4К4: *а* — на стерне пшеницы, ячменя, суглинистом черноземе; *б* — на поле, подготовленном под посев, на суглинистом черноземе (бóльшие значения $\varphi_{кр}$ относятся к тракторам-тягачам, у которых все колеса одинакового размера)

Используя приведенный алгоритм определения функции $\eta_т = f\left(F_{кр}\right)$, т.е. нахождение частной производной и приравнивание ее к 0 (функция непрерывна на всем протяжении):

$$\frac{\partial \eta_т}{\partial F_{кр}} = 0,$$

можно определить функцию $m_э = f(F_{кр})$ и найти оптимальное значение эксплуатационной массы колесного трактора со всеми ведущими колесами. Это решение в общем виде приведено на рис. 5.17 и 5.18.

Из графика зависимости видно, что заданному крюковому усилию (классификационному параметру трактора) соответствует оптимальное значение эксплуатационной массы, при котором трактор в агрегате с сельскохозяйственной машиной развивает максимальный тяговый КПД $\eta_т$.

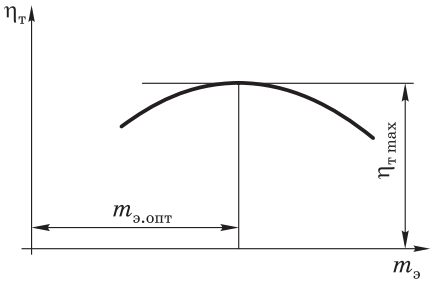

Рис. 5.17. Зависимость $\eta_т = f(F_{кр})$

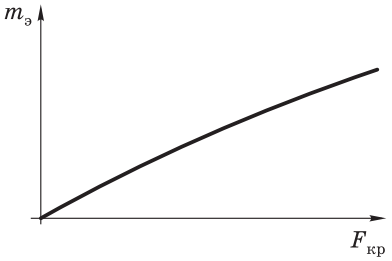

Рис. 5.18. Зависимость $m_э = f(F_{кр})$

Расчеты, выполненные для всех тяговых классов тракторов, позволили выявить эмпирическую зависимость $m_э = f(F_{кр.н})$, которая имеет вид

$$m_э = AF_{кр}^{B \cdot n}, \qquad (5.14)$$

где A, B — эмпирические коэффициенты, $A = 13{,}6 \pm 0{,}4$, $B = 1 \pm 0{,}1$; n — показатель степени, $n = 0{,}62 \pm 0{,}02$ (формула (5.14)).

Из рис. 5.19 следует, что по мере увеличения тягового класса градиент роста эксплуатационной массы уменьшается.

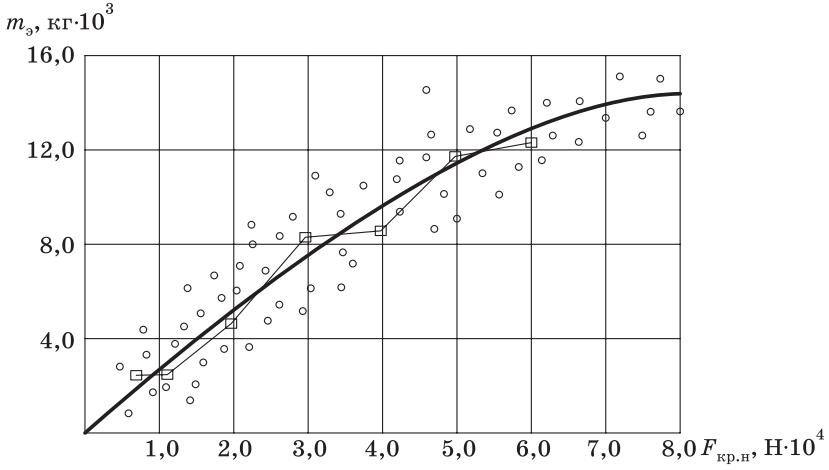

Рис. 5.19. Зависимость $m_э = f(F_{кр})$:
□ — тракторы семейства «Беларус»; ∘ — тракторы зарубежных фирм

Это явление можно объяснить тем, что если масса трактора увеличивается пропорционально крюковому усилию, то массы, связанные с комфортом водителя, заправочными емкостями, системами охлаждения и т.д., растут замедленно по отношению к крюковому усилию.

На рис. 5.19 нанесены также значения эксплуатационных масс тракторов семейства «Беларус» и тракторов зарубежных фирм. Как видно из рисунка, осредненное множество точек адекватно приведенной зависимости.

Другой метод определения эксплуатационной массы базируется на учете условий работы агрегата, среднее сопротивление агрегатируемых машин которого равно номинальному усилию на крюке [27]. С учетом временных случайных перегрузок касательная сила тяги трактора в процессе работы на горизонтальной поверхности определяется из уравнения тягового баланса:

$$F_к = \Delta_{lim} F_{кр.н} + F_{спр},$$

где $F_{спр}$ — сила сопротивления перекатыванию трактора; Δ_{lim} — коэффициент возможной перегрузки. В то же время

$$F_{спр} = f m_э g,$$

где f — коэффициент сопротивления перекатыванию; g — ускорение свободного падения.

Кроме того, касательная сила тяги трактора может быть определена по формуле

$$F_к = \lambda_1 \varphi_{доп} g m_э,$$

где λ_1 — коэффициент нагрузки ведущих колес, $\lambda_1 = 1$ для тракторов со всеми ведущими колесами; $\varphi_{доп} = F_к/(\lambda_1 g m_э)$ — коэффициент сцепления, допускаемый по условиям сцепления и агротехническим требованиям.

Тогда

$$\lambda_1 \varphi_{доп} g m_э = \Delta_{lim} F_{кр.н} + f g m_э; \qquad m_э = \frac{\Delta_{lim} F_{кр.н}}{(\lambda_1 \varphi_{доп} - f) g}.$$

Коэффициент возможной перегрузки [28] находится в пределах от 1,17 при работе с комбайном до 1,6 при работе с навозоразбрасывателем. Наибольшее колебание крюковой нагрузки возникает при транспортных работах: Δ_{lim} = = 1,45...1,63. Этот режим характеризуется малой средней крюковой нагрузкой. При увеличении тягового сопротивления, например, при работе с плугом, культиватором колебания крюковой нагрузки уменьшаются и находятся в пределах 1,22...1,25.

Одной из регламентирующих сельскохозяйственных операций по выбору эксплуатационной массы является пахота. Поэтому коэффициент возможной перегрузки выбираются в соответствии с условиями движения трактора в агрегате с плугом по стерне колосовых. В этом случае пределы изменения Δ_{lim} = 1,22...1,25.

С учетом значительного перераспределения нагрузки между передними и задними колесами при работе трактора, выполненного по схеме 4К2, с большим тяговым сопротивлением λ_1 ведущих колес принимается равным 0,80... 0,85. При выборе коэффициента сцепления $\varphi_{доп}$ следует учитывать следующее. Из теории взаимодействия движителя трактора с грунтом известно, что коэффициент сцепления зависит от буксования. В свою очередь, буксование трактора отрицательно сказывается на структуре поверхностных слоев грунта. При большом буксовании почва значительно уплотняется, образуются колеи большой глубины, что отрицательно сказывается на росте растений. Кроме того, повышенное буксование отрицательно влияет на общий КПД и экономические качества трактора. Поэтому, согласно ГОСТ 27021–86, исходя из агротехнических требований предельное буксование не должно превышать 16 % для колесных тракторов, выполненных по схеме 4К4.

Обобщенная зависимость $\varphi = f(\delta)$ для различных фонов среднего суглинка нормальной влажности и дороги с твердым покрытием приведены на рис. 5.20.

Средние значения коэффициентов f, φ_{max}, $\varphi_{доп}$ для различных поверхностей движения приведены в табл. 5.8.

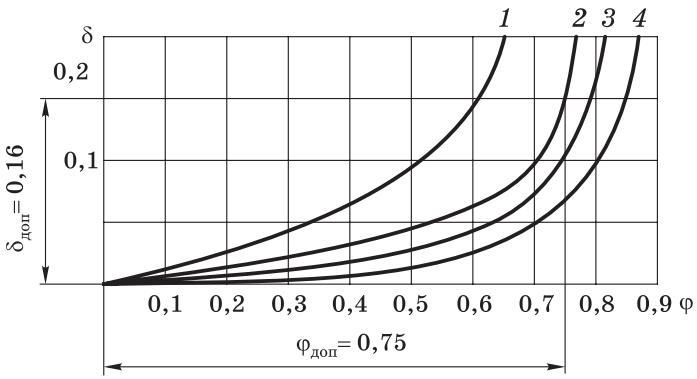

Рис. 5.20. Обобщенные зависимости коэффициентов сцепления от буксования: *1* — почва, подготовленная под посев; *2* — стерня; *3* — плотная почва, клеверище; *4* — асфальт, бетон

Таблица 5.8

Средние значения коэффициентов *f*, φ_{max}, $\varphi_{доп}$

Поверхность движения	*f*	φ_{max}	$\varphi_{доп}$
Грунтовая сухая дорога	0,03...0,05	0,70...0,90	0,65...0,80
Целина, плотная залежь	0,05...0,07	0,70...0,90	0,65...0,80
Залежь, скошенный луг	0,06...0,08	0,60...0,80	0,55...0,75
Стерня колосовых	0,08...0,12	0,60...0,85	0,65...0,80
Поле, подготовленное под посев	0,16...0,18	0,40...0,80	0,35...0,55
Болотно-торфяная целина	0,11...0,20	0,40...0,50	0,35...0,55
Укатанная снежная дорога	0,03...0,04	0,30...0,40	0,30...0,35

Третий метод определения эксплуатационной массы вытекает из ГОСТ 27021–86 (СТ СЭВ 625–88):

$$m_э = \frac{F_{кр.н}}{A},$$

где $F_{кр.н}$ — номинальное усилие на крюке; A — коэффициент, устанавливаемый в зависимости от эксплуатационной массы и типа движителя трактора: для колесных тракторов $A = 3{,}24 \cdot 10^{-3}$ ($m_э = 2600$ кг); $A = 3{,}73 \cdot 10^{-3}$ (4К2 и 3К2, $m_э > 2600$ кг); $A = 3{,}92 \cdot 10^{-3}$ (4К4, $m_э > 2600$ кг) [28].

Для определения эксплуатационной массы сельскохозяйственных тракторов приведенная методика не совсем пригодна, так как используемый в формуле коэффициент A зависит от массы, которую необходимо определить.

Четвертый метод определения эксплуатационной массы заключается в использовании экспертных оценок. Предлагается выполнять расчет по эмпирической формуле, имеющей следующий вид [18]:

$$m_э = (1 \pm 0{,}1)202{,}5F_{кр.н}.$$

Существуют и другие методы. В одном из них [19] рассматривается методика расчета эксплуатационной массы трактора, использование которого окажет на почву негативное воздействие, устранимое естественным путем при выполнении последующих технологических операций. Использование этой методики позволяет рассчитать режим щадящего воздействия техники на почву, реализация которого не всегда целесообразна.

Для примера определим эксплутационную массу колесного трактора 4К4 тягового класса 6,0. По первому варианту при $A = 13{,}6$, $B = 1$ и $n = 0{,}62$

$$m_э = AF_{кр}^{Bn} = 13{,}6 \cdot 60\,000^{0{,}62} = 12\,473 \text{ кг}.$$

По второму варианту масса вычисляется по формуле

$$m_э = \frac{\Delta_{lim} F_{кр.н}}{g\left(\lambda\varphi_{доп} - f\right)}.$$

Средние значения коэффициентов f, φ_{max} и $\varphi_{доп}$ приведены в табл. 5.8.

Рассчитаем эксплуатационную массу при следующих выбранных значениях входящих в формулу величин: $\delta_{доп} = 0{,}16$, $\varphi_{доп} = 0{,}72$, $f = 0{,}10$, $\lambda = 1$.

При выборе коэффициента Δlim возможной перегрузки учтем, что одной из регламентируемых операций при выборе эксплуатационной массы трактора является пахота. Поэтому коэффициент возможной перегрузки выбираем для движения трактора в агрегате с 9-корпусным плугом по стерне средне-

го суглинка нормальной влажности при установившемся режиме. В этом случае пределы изменения $\Delta_{\lim} = 1{,}22...1{,}25$. Тогда:

- при $\Delta_{\lim} = 1{,}22$

$$m_э = \frac{1{,}22 \cdot 60\,000}{9{,}8(1 \cdot 0{,}72 - 0{,}10)} = 12\ 047 \text{кг};$$

- при $\Delta_{\lim} = 1{,}25$

$$m_э = \frac{1{,}25 \cdot 60\,000}{9{,}8(1 \cdot 0{,}72 - 0{,}10)} = 12\ 343 \text{ кг}.$$

Для третьего варианта, согласно ГОСТ 27021–86, номинальное крюковое усилие $F_{\text{кр.н}}$ трактора определяется по формуле

$$F_{\text{кр.н}} = A \cdot m_э,$$

где A — коэффициент, устанавливаемый в зависимости от вида трактора. Для тракторов колесной формулы 4К4 его принимают равными 4,88; $m_э$ — эксплутационная масса трактора, кг.

Из формулы видно, что

$$m_э = \frac{F_{\text{кр.н}}}{A} = \frac{60}{4{,}88 \cdot 10^{-3}} = 12\ 295 \text{ кг}.$$

В четвертом варианте эксплутационную массу по методу экспертных оценок определяем по формуле

$$m_э = (1 + 0{,}1) \cdot 202{,}5\, F_{\text{кр.н.}}$$

Примем усредненное значение в скобках, равным 1. Тогда $m_э = 202{,}6 \cdot 6{,}0 = 12\ 156$ кг.

Анализируя 4 значения эксплуатационной массы и используя законы математической статистики, получим

$$M(m_э) = \sum_1^n m_{эi} P_i,$$

где $m_{эi}$ — значения эксплуатационной массы, полученные в расчетах по четырем вариантам; P_i — вероятность появления этих величин.

Тогда $M(m_э) = \sum_1^n \frac{(m_{э1} + m_{э2} + m_{э3} + m_{э4})}{4} =$

$$= \frac{12\,473 + 12\,343 + 12\,295 + 12\,156}{4} = 12\,316 \text{ кг.}$$

Дисперсия случайной величины

$$D(m_э) = \sum_1^n \left(m_{эi} - M(m_э)\right)^2 P_i .$$

При $\sum_1^n P_i = 1$, получим

$D(m_э) = (12\,473 - 12\,316)^2 + (12\,343 - 12\,316)^2 + (12\,295 - 12\,316)^2 + (12\,156 - 12\,316)^2 = 29\,699$ кг.

Среднее квадратичное значение дисперсии $\sigma_{ср} = (D(m_э) = \sqrt{D(m_э)} = \sqrt{29\,699} = 17{,}2$ кг.

Тогда $m_{э.\,ср} = (m_э) \pm \sigma\,(D(m_э)) = 12\,204 \pm 17{,}2$ кг.

5.6.2. Определение конструктивной массы

Не существует четких рекомендаций по определению конструктивной массы $m_к$. Но следует учитывать, что она должна обеспечить прочность, надежность и долговечность машины.

При проектировании любой тяговой машины, в том числе трактора, необходимо стремиться к снижению конструктивной массы. В первом приближении можно считать, что конструктивная масса пропорциональна эффективной мощности установленного на тракторе двигателя, т.е.

$$m_к = K_п P_{е.н},$$

где $K_п$ — коэффициент пропорциональности; $P_{е.н}$ — номинальная мощность двигателя.

В сущности, этот коэффициент обратно пропорционален энергонасыщенности или удельной мощности трактора $K_э = \frac{p_{е.н}}{m_к}$.

С учетом этого положения получим

$$K_п = \frac{m_к}{K_э m_к} = \frac{1}{K_э}.$$

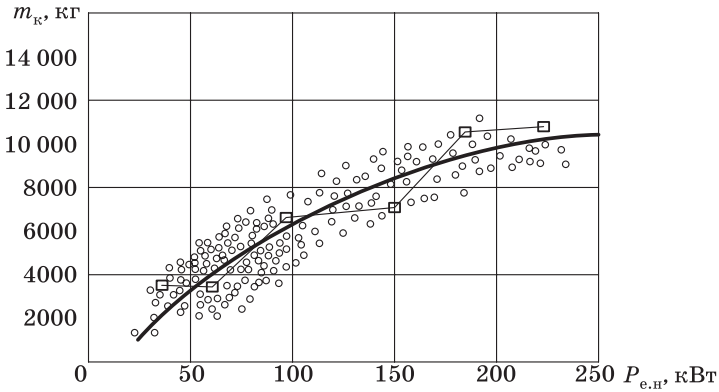

Рис. 5.21. Зависимость конструктивной массы трактора от мощности двигателя:
▫ — тракторы семейства «Беларусь»; ◦ — тракторы зарубежных фирм

В итоге

$$m_к = K_п P_{е.н} = \frac{1}{K_э} P_{е.н} = \frac{P_{е.н}}{K_э}.$$

На рис. 5.21 приведено множество точек, отражающих эту зависимость. Отсюда видно, что зависимость конструктивной массы от мощности двигателя с ростом последней замедляется, и следует полагать, что при мощности $P_е > 250$ конструктивная масса будет пропорциональна мощности двигателя. При этом коэффициент энергонасыщенности $K_э$ с ростом мощности двигателя увеличивается (рис. 5.22). На-

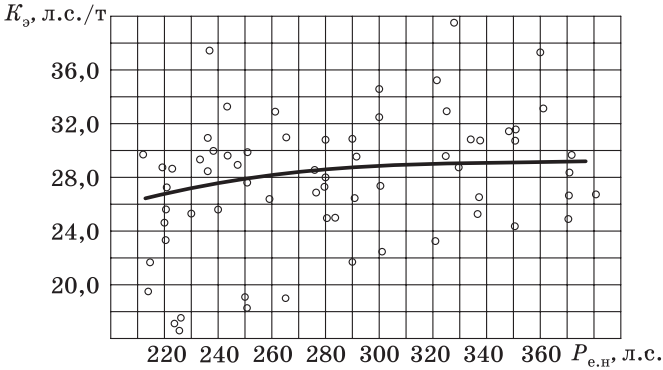

Рис. 5.22. Зависимость энергонасыщенности трактора от мощности двигателя

пример, при $P_e = 50$ кВт $K_э = 16{,}6$ кВт/т, а при $P_e = 250$ кВт $K_э = 24{,}5$ кВт/т, что свидетельствует о том, что у более мощных тракторов металлоемкость снижается, т.е. единица использованного материала дает большую эффективность.

Из массива данных о тракторах ведущих зарубежных фирм можно составить корреляционную зависимость между конструктивной массой и номинальным крюковым усилием $F_{кр.н}$. Данные получены при статистической обработке отчетов об испытаниях тракторной техники на ведущих полигонах США (Небраска), Англии (Силсоу), Франции (Антони), бывшего СССР (ОНИС-НАТИ, Западная МИС, КубНИТИМ). Статистическая обработка данных этого массива показывает, что эта корреляционная зависимость описывается уравнением вида

$$m_к = A\sqrt{F_{кр.н}},$$

где A — эмпирический коэффициент. Согласно массиву данных, для колесного трактора $A = 3{,}8 \cdot 10^3$ кг, для гусеничного трактора $A = 3{,}5 \cdot 10^3$ кг; $F_{кр.н}$ — тяговый класс трактора, т.

Для примера произведем расчет конструктивной ($m_к$) и эксплуатационной ($m_э$) масс колесного (выполнен по схеме 4К4) и гусеничного тракторов тягового класса 3,0, движущихся по стерне суглинка нормальной влажности. Примем следующие значения коэффициентов, определяющих условия движения:

- колесный трактор — $\Delta_{lim} = 1{,}45$, $\delta_{доп} = 0{,}14$, $\varphi_{доп} = 0{,}72$, $f = 0{,}12$;
- гусеничный трактор — $\Delta_{lim} = 1{,}45$, $\delta_{доп} = 0{,}06$, $\varphi_{доп} = 0{,}78$, $f = 0{,}10$.

Тогда для колесного трактора

$$m_э = \frac{\Delta_{lim} F_{кр.н}}{g\left(\lambda_1 \varphi_{доп} - f\right)} = 7400 \text{ кг}$$

и

$$m_к = A\sqrt[3]{F_{кр.н.}} = 6600 \text{ кг},$$

для гусеничного трактора:

$$m_э = \frac{\Delta_{\lim} F_{кр.н}}{g\left(\lambda_1 \varphi_{доп} - f\right)} = 6935 \text{ кг}$$

и

$$m_к = A\sqrt[3]{F_{кр.н}} = 6055 \text{ кг}.$$

Как видно из расчета, эксплуатационная и конструктивная массы колесного трактора больше масс гусеничного трактора при необходимости создания одинаковой силы тяги на крюке. Объясняется это тем, что сцепление гусеничного трактора с поверхностью движения значительно больше, чем колесного (у гусеничного трактора $\varphi_{доп} = 0{,}78$, у колесного $\varphi_{доп} = 0{,}72$).

Итак, при подсчете эксплуатационной массы трактора учитывается случайный характер нагрузки, определяемый коэффициентом $\Delta_{\lim}$ возможной перегрузки. При проектировании необходимо стремиться к снижению конструктивной массы трактора, а разницу между эксплуатационной и конструктивной массами восполнять догрузкой движителя агрегатируемыми машинами (введением корректора вертикальной нагрузки или добавлением части или всей массы навесной машины на трактор).

5.7. Выбор рационального положения центра тяжести тяговой машины

При создании многоцелевой тяговой (колесной или гусеничной) машины одной из важнейших проблем является обоснование рационального распределения масс последнего на оси, которое обеспечивает наилучшие тягово-сцепные свойства и максимальный тяговый КПД машины $\eta_т$. Рассчитаем рациональное положение центра тяжести (центра масс) на примере колесного трактора с колесной формулой 4К4.

Тягово-сцепные свойства колесного трактора в составе машинно-тракторного агрегата определяются взаимодействием ходовой системы с опорной поверхностью. В этом взаимодействии основными факторами являются конструкция движителя и действующие нагрузки и почвенные условия.

При неустановившемся движении на горизонтальной поверхности действующие нагрузки в общем случае определяются вертикальными нагрузками на оси трактора Y_1 и Y_2, сопротивлением агрегатируемых машин $F_{кр}$, силой инерции $F_{ин}$ и сопротивлением воздуха $F_{воз}$, крутящими моментами, подводимыми к ведущим колесам, и моментам инерции всего агрегата. Реактивные силы при этом определяются как касательные силы тяги и силы сопротивления движению, а также вертикальные реакции. Зависимость тягово-сцепных качеств тракторов со всеми ведущими колесами от распределения нагрузок между осями может быть проанализирована как функция коэффициента $\lambda = Y_1 / Y_2$, где Y_1 и Y_2 — нормальные реакции на передние и задние колеса трактора (рис. 5.23) или нагрузки на передние и задние оси, т.е. $Y_1 = G_1$, $Y_2 = G_2$ и $G = G_1 + G_2$.

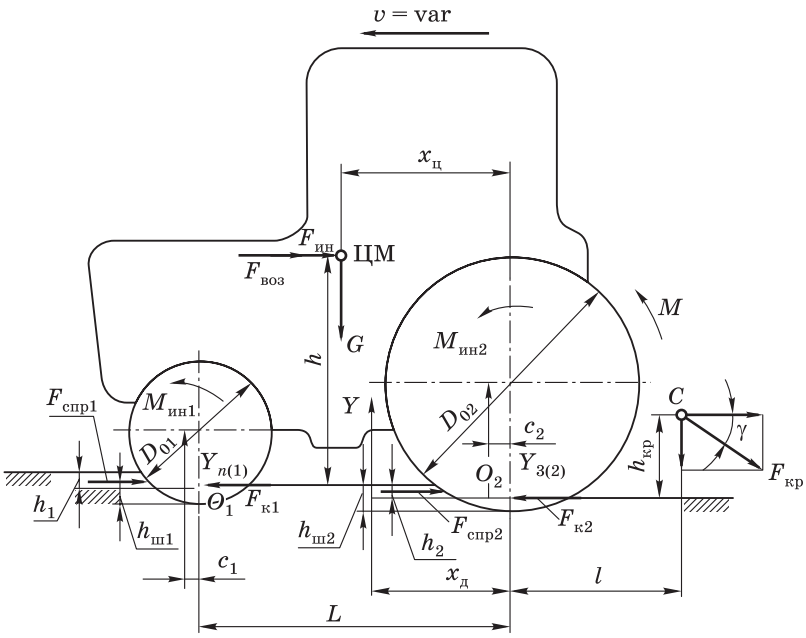

Рис. 5.23. Схема сил и моментов, приложенных к тракторному агрегату, движущемуся по горизонтальной поверхности в установившемся режиме

Предельные значения коэффициента λ изменяются от 0 (при $Y_1 = 0$) до ∞ (при $Y_2 = 0$), т.е. $0 \le \lambda \le \infty$. Однако реальные пределы изменения λ несколько ниже. Анализ распределения нагрузок по осям трактора 4К4 показывает, что $Y_1 \ge 0{,}2G$, где G — вес трактора, поскольку при меньшем значении теряется его управляемость. При одинаковых передних и задних колесах (тракторы Т-150К, К-700/701, «Беларус-1222», «Беларус-3225» и др.) нагрузка в статике на передние колеса находится в пределах $(0{,}53\ldots0{,}6)G$. Нагрузка на передние колеса тракторов с разными размерами ведущих колес (тракторы семейства МТЗ) находится в пределах $(0{,}35\ldots0{,}45)G$. Таким образом, реальная область изменения λ находится в пределах $0{,}5 \le \lambda \le 1{,}5$.

Очевидно, что оптимальным значение λ будет при $\eta_т \to \max$, где $\eta_т$ — тяговый КПД трактора, который можно представить в виде

$$\eta_т = \eta_{тр}\eta_r\left(1 - \delta_{доп}\right)\left(1 - \frac{F_{спр1} + F_{спр2}}{F_{к1} + F_{к2}}\right) \qquad (5.15)$$

(индексы «1» и «2» относятся к передним и задним колесам соответственно).

Рассмотрим влияние расположения центра тяжести на величины $F_{спр1}$, $F_{спр2}$, $F_{к1}$ и $F_{к2}$, входящие в формулу (5.15). Представим $F_{спр1} = f_1 Y_1$ и $F_{спр2} = f_2 Y_2$, сумма нормальных реакций $G = Y_1 + Y_2$ (рис. 5.23). При этом общая сила $F_{спр} = 2F_{спр1} + 2F_{спр2}$. Тогда суммарный коэффициент сопротивления движения.

$$f = f_1\frac{Y_1}{G} + f_2\frac{Y_2}{G} = f_1\frac{Y_1}{Y_1 + Y_2} + f_2\frac{Y_1}{Y_1 + Y_2}. \qquad (5.16)$$

Разделив числитель и знаменатель каждого слагаемого на Y_2 и принимая во внимание, что $\frac{Y_1}{Y_2} = \lambda$, получим

$$f = f_1\frac{\lambda}{\lambda + 1} + f_2\frac{\lambda}{\lambda + 1}.$$

Для выявления этой зависимости можно воспользоваться одним из преобразований формулы, выполненным проф. В.В. Гуськовым [28]:

$$f_i = \frac{Y_i}{2kbr_{\text{пр}}^2},$$

где k — коэффициент объемного смятия почвы, н/м^3; b — ширина колеса, м; $r_{\text{пр}}$ — приведенный радиус.

Подставляя значения нормальных реакций на передних и задних колесах

$$Y_1 = G\frac{\lambda}{\lambda+1};\ \ Y_2 = G\frac{1}{\lambda+1}$$

в формулу (5.16), получим зависимость коэффициента качения от коэффициентов распределения нормальных реакций:

$$f_1 = \frac{G}{2kbr_{\text{пр}}^2}\frac{\lambda}{\lambda+1} + \frac{G}{2kbr_{\text{пр}}^2}\frac{\lambda}{\lambda+1}. \qquad (5.17)$$

Отсюда общая сила сопротивления движению за счет образования колеи

$$F = 2\left(\frac{G^2}{2kbr_{\text{пр}}^2}\frac{\lambda}{\lambda+1} + \frac{G^2}{2kbr_{\text{пр}}^2}\frac{\lambda}{\lambda+1}\right). \qquad (5.18)$$

Аналогично предыдущему представим касательную силу тяги трактора $F_{\text{к}}$ в виде

$$F_{\text{к}} = \left(\varphi_1 Y_1 + \varphi_2 Y_2\right) = \left(\varphi_1 G_1 + \varphi_2 G_2\right),$$

где φ_1, φ_2 — коэффициенты сцепления, $\varphi_1 = \frac{F_{\text{к}1}}{G_1}$, $\varphi_2 = \frac{F_{\text{к}2}}{G_2}$.

Для выявления зависимости $\lambda = f\left(F_{\text{к}}\right)$ или $\lambda = f\left(Y\right)$ используем одно из преобразований, предложенных проф. В.В. Гуськовым [28]:

$$\varphi_1 = \frac{f_{\text{ск}} k_\tau Y_1}{\delta_1 L_1}\left[\ln \operatorname{ch}\frac{\delta_1 L_1}{k_\tau} - f_{\text{п}}\left(\frac{1}{\operatorname{ch}\dfrac{\delta_1 L_1}{k_\tau}} - 1\right)\right] \qquad (5.19)$$

и

$$\varphi_2 = \frac{f_{\text{ск}} k_\tau Y_2}{\delta_2 L_2}\left[\ln \operatorname{ch}\frac{\delta_2 L_2}{k_\tau} - f_{\text{п}}\left(\frac{1}{\operatorname{ch}\dfrac{\delta_2 L_2}{k_\tau}} - 1\right)\right] \qquad (5.20)$$

или

$$F_{\text{к}} = 2\left\{\frac{f_{\text{ск}} k_\tau Y_1}{\delta_1 L_1}\left[\ln \operatorname{ch}\frac{\delta_1 L_1}{k_\tau} - f_{\text{п}}\left(\frac{1}{\operatorname{ch}\dfrac{\delta_1 L_1}{k_\tau}} - 1\right)\right]\frac{\lambda}{\lambda + 1}\right\} +$$

$$+ 2\left\{\frac{f_{\text{ск}} k_\tau Y_2}{\delta_2 L_2}\left[\ln \operatorname{ch}\frac{\delta_2 L_2}{k_\tau} - f_{\text{п}}\left(\frac{1}{\operatorname{ch}\dfrac{\delta_2 L_2}{k_\tau}} - 1\right)\right]\frac{1}{\lambda_1 + 1}\right\}, \qquad (5.21)$$

где $f_{\text{ск}}$, $f_{\text{п}}$ — коэффициенты трения скольжения и покоя соответственно; k_τ — коэффициент деформации, м; δ — буксование, доли единицы; L_1, L_2 — опорные поверхности ведущих колес, м.

Использование зависимостей (5.17)—(5.21) дает возможность определить оптимальное положение центра тяжести.

Динамическое распределение нагрузок по осям трактора, характеризуемое координатой $X_{\text{д}}$ (см. рис. 5.23), зависит от положения центра масс $X_{\text{ст}}$, базы L, момента M и силы $F_{\text{кр}}$, представляющих агрегатируемую машину или орудие. Рациональное распределение нагрузок в динамике будет определяться максимумом тягового КПД трактора $\eta_{\text{т}}$. Оптимальным значение координаты $X_{\text{д}}$ в динамике будет при $\eta_{\text{т}} \to \max$, и его можно определить из уравнения

$$\frac{\partial \eta_{\text{т}}}{\partial \lambda_{\text{д}}} = 0.$$

В качестве примера рассмотрим машинно-тракторный агрегат, состоящий из трактора класса 5,0 со всеми ведущими колесами и агрегатируемой машины (плуг), имеющей тяговое сопротивление $F_{\text{кр}} = 50$ кН. Параметры трактора приведены в табл. 5.9.

Параметры шин приведены в табл. 5.10.

Таблица 5.9

Параметры трактора

Параметр	Значение
Тяговый класс	5,0
Конструктивный вес, кН	100,0
Эксплуатационный вес, кН	120,0
Шины передних колес	540/65R30
Шины задних колес	580/70R42
База трактора L, м	2,96
Крюковое усилие $F_{кр}$, кН	50,0
$h_{кр}$, м	0,5
l, м	1,1

Таблица 5.10

Параметры шин

Параметр	Шина	
	540/65R30	580/70R42
Ширина b, м	0,53	0,58
Наружный диаметр D_0, м	1,464	1,90
Радиус статический $r_{ст}$, м	0,671	0,833
Радиус качения $r_к$, м	0,705	0,907
Давление воздуха, МПа	0,14	0,12
Допустимая нагрузка $D_{доп}$, кН	23,6	35,9
Оптимальная нагрузка $G_{опт}$, кН	20,8	29,9

Примем следующие допущения: агрегат движется по горизонтальной поверхности — стерне суглинка нормальной влажности в установившемся режиме. Нагрузка от агрегатируемой машины представлена силой $F_{кр}$, приложенной в точке C (см. рис. 4.23) с координатами $h_{кр} = 0{,}5$ м и $l = 1{,}1$ м. Физико-механические свойства грунта определяются следующими показателями: $\sigma_0 = 1{,}58 \cdot 10^6$ н/м^2, $k = 0{,}58 \cdot 10^6$ н/м^3, $k_\tau = 0{,}005$ м, $f_{ск} = 0{,}76$, $f_п = 0{,}79$.

Расчет $\eta_т = f(\lambda_д)$ производился в следующем порядке: для определенного значения λ_i определялись нормальные реакции на передние $Y_{1i}(G_{1i})$ и задние колеса $Y_{2i}(G_{2i})$ и соответствующие им значения $F_{к\,i}$, $F_{спр\,i}$, $F_{кр\,i}$ и $\eta_{т\,i}$. Общий тяговый КПД трактора $\eta_т$ определяется в соответствии с долей нагрузки на ось, т.е.

$$\eta_т = (n\eta_{т1} + m\eta_{т2})\eta_{тр}\eta_г,$$

где $n + m = 1$; n — доля вертикальной нагрузки на передние колеса; m — доля вертикальной нагрузки на задние колеса; $\eta_{тр} = 0{,}86$; $\eta_г = 1{,}0$.

На рис. 5.24 приведены результаты расчета. Из графика следует, что максимальный тяговый КПД трактора класса 5,0, движущегося с крюковой нагрузкой $F_{кр} = 50$ кН по горизонтальной поверхности стерни суглинка нормальной влажности в установившемся режиме, реализуется при $\lambda_д = 0{,}7$, что соответствует $Y_1 = 49{,}8$ кН, $Y_2 = 70{,}2$ кН и $X_д = 1{,}23$ м.

Примерно при таком $\lambda_д$ трактор развивает крюковое усилие $F_{кр} \cong 90$ кН и сопротивление $F_{кр} \cong 16$ кН за счет смятия грунта и образования колеи. Такое усилие развивается при буксовании $\delta = 19...25\,\%$.

Поскольку агротехническими требованиями предельное буксование для тракторов 4К4 ограничивается 16 %, то при этом буксовании рассматриваемый трактор развивает номинальное крюковое усилие 48...54 кН, что соответствует данному тяговому классу.

Для определения продольной координаты положения центра масс $X_{ст}$ трактора составим уравнение моментов относительно точки O_2 при условии, что $F_{кр} = 50$ кН и направле-

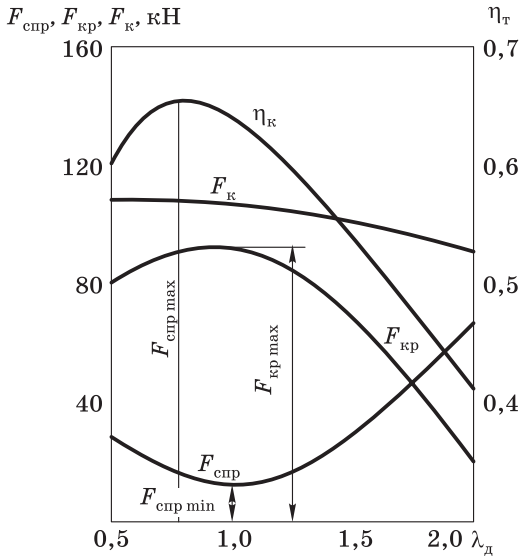

Рис. 5.24. Зависимость тягово-сцепных свойств трактора класса 5,0 со всеми ведущими колесами от λ

но параллельно поверхности движения (т.е. $\gamma = 0$)(см. рис. 5.23). При этом силы и моменты инерции равны 0. Тогда

$$GX_{ст} - YX_д - F_{кр}h_{кр} = 0.$$

Отсюда

$$X_{ст} = \frac{Y \cdot X_д + F_{кр}h_{кр}}{G} = \frac{120 \cdot 1{,}23 + 50 \cdot 0{,}5}{120} = 1{,}44 \text{ м}.$$

Таким образом, центр масс трактора находится на расстоянии $X_{ст} = 1{,}44$ м от задней оси, и соответствующее распределение масс $G_1 = 5830$ кг и $G_2 = 6170$ кг при коэффициенте статического распределения нагрузки $\lambda_{ст} = \frac{G_1}{G_2} = \frac{5830}{6170} = 0{,}94$.

5.8. Определение массы многоцелевых колесных машин

Все многоцелевые колесные машины условно можно разделить на две группы: 1) машины, которые могут двигаться по естественной поверхности и грунтовым дорогам, а также

по дорогам с твердым покрытием; 2) машины, которые могут двигаться только по естественной поверхности грунта (не допускается движение по дорогам с твердым покрытием).

К первой группе многоцелевых колесных машин относятся машины с числом осей от 2 до 16, включая прицепы и полуприцепы.

Ко второй группе относятся машины, у которых полная масса, осевая нагрузка или габаритные размеры превышают предельные значения, установленные нормативными документами. Это в основном самосвалы большой грузоподъемности (свыше 25 т), которые работают совместно с экскаваторами с большим объемом ковша (в том числе шагающими экскаваторами), и которые относят к внедорожным машинам.

Рассмотрим выбор массы для машин первой группы. Полную массу машины m_a определяют как сумму масс снаряженного автомобиля m_c и груза m_r по номинальной грузоподъемности или числу членов экипажа, включая водителей. Снаряженная масса может быть определена по формуле $m_c = \eta_c m_a$, где η_c — коэффициент снаряженной массы. Этот коэффициент зависит от номинальной грузоподъемности и может быть получен статистической обработкой параметров масс (груза, члена экипажа и т.д.). На рис. 5.25 при-

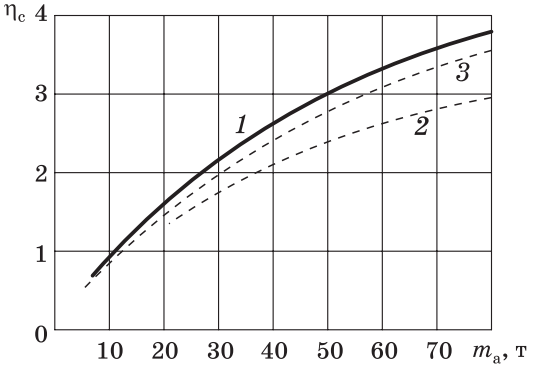

Рис. 5.25. Зависимость коэффициента использования массы от номинальной массы груза: *1* — грузовые автомобили; *2* — полуприцепы; *3* — прицепы

ведена зависимость коэффициента использования массы $\eta_в = 1 / \eta_\delta = f(m_н)$ [21].

При использовании такого рода графиков должны учитываться динамика изменения за несколько предыдущих лет, различия условий эксплуатации (развитие сети дорог, методы технического обслуживания, ремонта и т.д.) и другие факторы, которые могут повлиять на выбор массы. Полная масса может быть найдена по формуле

$$m_а = m_с(1 + \eta_с) + 120z,$$

где z — число членов экипажа; число 120 получено сложением среднего веса человека (80 кг) и экипировки (40 кг). У грузонесущих целевых колесных машин, имеющих $m_а < 5$ т, принимается $z = 2$, а если $m_а > 5$ т, то $z = 3$, у прицепов и полуприцепов $z = 0$. Аналогично может быть определена масса внедорожных машин.

В качестве примера определим полную массу машины, имеющей полную нагрузку 60 т и трех водителей. Согласно графику, изображенному на рис. 5.25, коэффициент $\eta_с = 3{,}35$. В этом случае коэффициент снаряженной массы $\eta_с = \dfrac{1}{3{,}35} = 0{,}3$.

Тогда $m_а = 60 \cdot (1 + 0{,}3) + 3 \cdot 0{,}14 = 78 + 0{,}42 = 78{,}42$ т.

5.9. Распределение нагрузки от полной массы многоцелевой колесной машины по мостам

Распределение нагрузки между мостами необходимо знать для подбора шин и определения по их размерам радиусов колеса, а также для определения максимально возможной по сцеплению тяговой силы, которая используется при выборе передаточного числа низшей передачи трансмиссии. Распределение нагрузок между мостами многоцелевых колесных машин и грузовых автомобилей зависит главным образом от того, для каких естественных поверхностей движения и до-

рог они предназначены. Количество мостов определяется из условия рационального распределения между ними полной массы колесной машины с учетом допустимой нагрузки на дорогу.

Директивами Европейского Союза 85/3/ЕС, 86/360/ЕС, 88/212/ЕС и 89/338/ЕС установлены предельные значения осевых нагрузок и габаритных размеров автомобилей. Предельные значения осевых нагрузок зависят от конструктивного исполнения мостов автомобиля и количества колес на каждом из них.

Нагрузки на ведущие мосты не должны превышать следующих значений: для мостов со сдвоенными колесами — 115 кН; для мостов с одинарными колесами — 92 кН. Предельные нагрузки на ведомые мосты: со сдвоенными колесами — 101,7 кН; с одинарными управляемыми колесами — 71,2 кН.

Предельные полные массы автотранспортных средств установлены в зависимости от количества мостов. Предельно допустимая масса двухосных одиночных автомобилей составляет 18 т; трехосных — 25 т, а при сдвоенных шинах и пневматической подвеске — 26 т; четырехосных — 36 т, а при сдвоенных шинах и пневматической подвеске — 38 т; пятиосных — 40 т; шестиосных, предназначенных для перевозки контейнеров ISO длиной 40 футов (около 12 м), — 44 т; прицепных автопоездов — 36 т.

Автотранспортные средства, полная масса, осевая нагрузка иди габаритные размеры которых превышают предельные значения, установленные нормативными документами, относятся к внедорожным. Движение таких машин по автомобильным дорогам не допускается. Нагрузка на одиночную ось внедорожных машин не регламентируется.

Распределение нагрузки на мосты в зависимости от полной массы колесной машины необходимо знать для того, чтобы подобрать соответствующие этой нагрузке шины и определить по их размерам радиус качения колес, а также чтобы рассчитать максимально возможную окружную силу, которая используется при выборе передаточного числа низшей передачи в коробке передач.

Масса, приходящаяся на ось (осевая нагрузка) дорожных автомобилей, ограничена законодательствами всех стран. Осевые нагрузки на дорожное покрытие в странах Европы ограничены Директивой Европейского Союза 93/53/ЕС, регламентирующей национальные и международные перевозки.

Для тележек автотранспортных средств предельно допустимые нагрузки установлены Директивой 93/53/ЕС, они зависят от расстояния между осями смежных мостов. Согласно данной директиве, разрешены осевые нагрузки, представленные в табл. 5.11.

Таблица 5.11

Осевые нагрузки

Машина	Расстояние между осями, м	Нагрузка на ось, т
Колесная:		
1 ось	—	10 (неведущая); 11,5 (ведущая)
2 оси	От 1,0 до 1,3	16
	От 1,3 до 1,8	18 (при сдвоенных колесах и наличии пневмоподвески допускается 19)
Прицеп (полуприцеп):		
2 оси	До 1,0	11
	От 1,0 до 1,3	16
	От 1,3 до 1,8	18
	1,8 и выше	20
3 оси	До 1,3	21
	От 1,3 до 1,4	24

Распределение нагрузок между осями грузовых автомобилей зависит главным образом от того, для каких дорог они предназначены.

В соответствии с действующими строительными нормами и правилами (СНиП) 2.05.02-95 все дороги общего пользования транспортной сети СНГ делятся на 5 категорий. К числу

технических показателей дорожных условий, позволяющих отнести дорогу к определенной категории, относятся расчетная интенсивность движения автотранспортных средств в сутки, расчетная скорость движения, число полос движения, ширина полосы движения, наибольшие продольные уклоны, наибольшая продольная видимость до остановки и до встречного автомобиля и наибольшие радиусы кривых в плане.

Дороги имеют покрытия четырех основных типов: 1 — капитальные (цементобетонные и асфальтобетонные) для дорог I...III категорий; 2 — облегченные (асфальтобетонные, дегтебетонные) для дорог III и IV категорий; 3 — переходные (щебеночные, гравийные) для дорог IV категории; 4 — низшие (из грунтов, укрепленных и улучшенных добавлениями) для дорог V категории.

Если в технических данных не указано распределение веса автомобиля по осям, то для определения силы тяжести, приходящейся на задний мост автомобиля, следует воспользоваться сведениями, приведенными в табл. 5.12.

Таблица 5.12

Данные для определения силы тяжести, приходящейся на задний мост автомобиля или ведущий мост колесной машины

Тип, группа автомобилей	Сила тяжести, приходящаяся на задний мост
Грузовые автомобили (4К2) с одинарными шинами особо малой (0,3...1,0 т) и малой (1,0...2,5 т) грузоподъемности	$(0{,}54...0{,}60)G_a$
Грузовые автомобили (4К2) со сдвоенными шинами средней (2,5...5,0 т) и большой (5,0...16,0 т) грузоподъемности	$(0{,}67...0{,}72)G_a$
Грузовые автомобили (6К4)	На тележку $(0{,}75...0{,}77)G_a$
Многоцелевые колесные машины с ведущими мостами $n > 3$	$\frac{0{,}90...0{,}95}{n}G_a$

5.10. Определение эффективной мощности двигателя многоцелевых тяговых машин

Эффективную мощность двигателя проектируемой тяговой машины определяют в соответствии с условиями ее движения в агрегате с прицепной, полунавесной, навесной машинами или прицепами при движении по горизонтальной поверхности. При этом учитываются тяговое сопротивление всего агрегата и максимальная рабочая скорость движения.

Тяговое сопротивление всего агрегата определяется из тягового баланса:

$$F_{кр} = F_{к} - F_{спр} - F_{воз},$$

где $F_{кр}$ — усилие на крюке, кг; $F_{к}$ — касательная сила тяги, кг; $F_{воз}$ — сопротивление воздуха, кг.

Определим эффективную мощность двигателя тяговой машины на примере машинно-тракторного агрегата.

Эффективную мощность двигателя проектируемого трактора определяют в соответствии с условиями движения тракторного агрегата по горизонтальной поверхности с учетом возможных увеличений тягового сопротивления, которое характеризуется коэффициентом возможной перегрузки Δ_{lim}. При этом агрегат комплектуется из расчета использования номинального усилия на крюке $F_{кр.н}$. Тогда максимально возможное усилие на крюке Δ_{lim} $F_{кр.н}$. При увеличении тяговой нагрузки частота вращения вала двигателя уменьшается и соответственно увеличивается крутящий момент двигателя. Добавочный крутящий момент характеризуется коэффициентом приспособляемости двигателя $\chi_{п}$. С учетом этого обстоятельства эффективная мощность двигателя, необходимая для движения агрегата без переключения передач с заданной рабочей скоростью движения $\upsilon_{д}$,

$$P_{е} = \frac{\Delta_{lim} F_{кр.н} \upsilon_{д}}{\chi_{п} \eta_{т}} \cdot 10^{-3}.$$

Кроме того, известно, что

$$\frac{\Delta_{\lim}}{\chi_{\text{п}}} = \frac{1}{\chi_{\text{э}}}$$

и

$$\eta_{\text{т}} = \eta_{\text{тр}}\eta_{\text{г}}(1-\delta_{\text{доп}})\left(1-\frac{f}{\lambda_1\varphi_{\text{доп}}}\right),$$

где $\chi_{\text{э}}$ — коэффициент эксплуатационной нагрузки.

Тяговый КПД в этом случае рассчитывается для условий работы агрегата при допустимых значениях буксования движителя и коэффициента сцепления. Тогда

$$P_{\text{е}} = \frac{F_{\text{кр.н}}\upsilon_{\text{д}}}{\chi_{\text{э}}\eta_{\text{тр}}\eta_{\text{г}}(1-\delta_{\text{доп}})\left(1-\frac{f}{\lambda_1\varphi_{\text{доп}}}\right)}. \qquad (5.22)$$

С учетом отбора мощности через ВОМ

$$P_{\text{е}} = \frac{F_{\text{кр.н}}\upsilon_{\text{д}}}{\chi_{\text{э}}\eta_{\text{тр}}\eta_{\text{г}}(1-\delta_{\text{доп}})\left(1-\frac{f}{\lambda_1\varphi_{\text{доп}}}\right)} + \frac{P_{\text{ВОМ}}}{\eta_{\text{ВОМ}}}. \qquad (5.23)$$

Рассчитаем эксплуатационную массу и эффективную мощность двигателя (без учета ВОМ) колесного (с колесной формулой 4К4) и гусеничного тракторов тягового класса 3,0, движущихся по горизонтальной поверхности стерни суглинка с рабочей скоростью движения, равной 2,5 м/с. Примем следующие значения коэффициентов, входящих в формулу (5.22), отражающие упомянутые условия движения:

- колесный трактор: $\delta_{\text{доп}} = 0{,}14$, $\varphi_{\text{доп}} = 0{,}72$, $f = 0{,}12$, $\chi_{\text{э}} = 0{,}85$, $\eta_{\text{тр}} = 0{,}85$, $\eta_{\text{г}} = 0{,}98$, $\lambda_1 = 1{,}0$;
- гусеничный трактор: $\delta_{\text{доп}} = 0{,}06$, $\varphi_{\text{доп}} = 0{,}78$, $f = 0{,}10$, $\chi_{\text{э}} = 0{,}85$, $\eta_{\text{тр}} = 0{,}91$, $\eta_{\text{г}} = 0{,}94$, $\lambda_1 = 1{,}0$.

Тогда для колесного трактора (см. формулу (5.23))

$$P_{\text{e}} = \frac{30\,000 \cdot 2{,}5}{0{,}85 \cdot 0{,}92 \cdot 0{,}98(1 - 0{,}14)\left(1 - \dfrac{0{,}12}{0{,}72}\right)} = 137{,}06 \text{ кВт},$$

для гусеничного

$$P_{\text{e}} = \frac{30\,000 \cdot 2{,}5}{0{,}85 \cdot 0{,}91 \cdot 0{,}94(1 - 0{,}06)\left(1 - \dfrac{0{,}10}{0{,}78}\right)} = 126{,}13 \text{ кВт}.$$

Итак, при подсчете эффективной мощности двигателя трактора учитывается случайный характер нагрузки, определяемый коэффициентом Δ_{lim} возможной перегрузки. Кроме того, при расчете эффективной мощности двигателя следует учитывать коэффициент приспособляемости двигателя $\chi_{\text{п}}$ и коэффициент эксплуатационной нагрузки $\chi_{\text{э}}$. Как видно из приведенных расчетов, мощность двигателя колесного трактора больше мощности двигателя гусеничного трактора при одинаковых условиях движения. Объясняется это тем, что гусеничная машина имеет лучшее сцепление ($\varphi_{\text{доп}}$) и меньшее сопротивление движению за счет образования колеи.

5.11. Определение эффективной мощности двигателя многоцелевой колесной машины

Эффективную мощность двигателя многоцелевой колесной машины определяют исходя из условий движения, грузоподъемности, тягового сопротивления и максимальной скорости движения. Тяговый баланс этих машин можно представить в следующем упрощенном виде:

$$F_{\text{к}} = F_{\text{спр}} + F_{\text{спр.п}} + F_{\text{воз}} + F_{\text{под}},$$

где $F_{\text{к}}$ — касательная сила тяги машины, кг; $F_{\text{спр}}$ — сопротивление движению машины, кг; $F_{\text{спр.п}}$ — сопротивление движению прицепа (полуприцепа), кг; $F_{\text{воз}}$ — лобовое сопротивление движению за счет воздуха, кг; $F_{\text{под}}$ — сопротивление движению за счет подъема, кг.

Параметры тягового баланса можно определить по формулам

$$F_{\text{спр}} = fm_{\text{а}}g\ ;\ F_{\text{спр.п}} = fm_{\text{п}}g\ ;\ F_{\text{воз}} = kAv_{\max}^2\ ;$$

$$F_{\text{под}} = \left(m_{\text{а}} + m_{\text{п}}\right)\cos\alpha\ ,$$

где $m_{\text{а}}$, $m_{\text{п}}$ — полные массы машины и прицепа, кг; f — коэффициент сопротивления движению; k — коэффициент, учитывающий конфигурацию машины, кгс^2/м^4; A — площадь лобового сопротивления, м^2, $A = BH$ (здесь B — габаритная ширина машины, м; H — габаритная высота машины, м); α — угол подъема, рад; g — ускорение свободного падения, м/с^2.

По формуле

$$P_{\text{е}} = \left[f\left(m_{\text{а}} + m_{\text{п}}\right) + kAv_{\max}^2 + \left(m_{\text{а}} + m_{\text{п}}\right)\cos\alpha\right]v_{\max}$$

выполним примерный расчет эффективной мощности двигателя колесной машины, имеющей полезную нагрузку 60 т и движущейся по горизонтальной поверхности дороги, имеющей коэффициент сопротивления движению $f = 0{,}05$, со скоростью 18 м/с (65 км/ч). В этом случае $m_{\text{а}} = 78{,}42$ т, $H = 4{,}2$ м, $B = 3{,}2$ м, $A = 13{,}44$ м^2, $k = 2{,}75$ кгс^2/м^4 и $P_{\text{е}} = \left(0{,}03 \cdot 78{,}42 \cdot 9{,}8 + \right.$ $\left. + 2{,}75 \cdot 13{,}44 \cdot 18^2\right) \cdot 18 = 630$ кВт (857 л.с.).

5.12. Определение передаточных чисел ступенчатой трансмиссии

Как говорилось в 5.5, у многоцелевых колесных и гусеничных машин со ступенчатыми механическими трансмиссиями (а ими в настоящее время оборудуется большинство машин) существует несколько диапазонов скоростей, которые характеризуются передаточными числами i. Применяется несколько методик выбора передаточных чисел трансмиссии, включающей коробку скоростей, раздаточную коробку, главную передачу, бортовую передачу и ряд других узлов в зави-

симости от концепции и функций машины. Рассмотрим выбор этих чисел на примере трактора как машины, имеющей наибольшее число диапазонов скоростей и передач (их до 28 у тракторов тяговых классов 3,0...6,0).

У современных тракторов весь скоростной ряд реализуется диапазонными механическими трансмиссиями с переключением без разрыва потока мощности (гидромеханические трансмиссии или трансмиссии с синхронизаторами). Особенность таких трансмиссий заключается в том, что отношения максимальных и минимальных скоростей в каждом диапазоне равны между собой, т.е.

$$\frac{v_{т2}}{v_{т1}} = \frac{v_{т3}}{v_{т2}} = \ldots = \frac{v_{тn}}{v_{тn-1}};$$

$$\frac{v_{р2}}{v_{р1}} = \frac{v_{р3}}{v_{р2}} = \ldots = \frac{v_{рn}}{v_{рn-1}};$$

$$\frac{v_{з2}}{v_{з1}} = \frac{v_{з3}}{v_{з2}} = \ldots = \frac{v_{зn}}{v_{зn-1}} \text{ и т.д.},$$

где $v_т$ — скорость транспортного диапазона; $v_р$ — скорость рабочего диапазона; $v_з$ — скорость замедленного диапазона.

Во время работы тракторного агрегата в различных грунтовых условиях сопротивление даже одной и той же агрегатируемой машины колеблется в значительных пределах. Еще большая разница в тяговых сопротивлениях наблюдается при комбинировании трактора с различными машинами.

Проследим, как изменяется крутящий момент двигателя в зависимости от тягового сопротивления (касательной силы тяги). Касательную силу тяги трактора при движении его в установившемся режиме по горизонтальной поверхности выразим через крутящий момент и динамический радиус ведущего колеса, т.е.

$$F_к = M_к / r_д.$$

Однако момент $M_д$ двигателя и крутящий моменты связаны соотношением

$$M_к = \eta_{тр}\eta_г i M_д,$$

где i — передаточное число от коленчатого вала двигателя к ведущим колесам трактора. Тогда

$$F_{к} = \frac{\eta_{тр}\eta_{г}}{r_{д}} M_{д} i = cM_{д} i,$$

где c — постоянный коэффициент, если допустить неизменяемость динамического радиуса ведущего колеса, $\eta_{тр}$ и $\eta_{г}$.

В этом случае линейная зависимость между крутящим моментом двигателя и касательной силой тяги представлена прямой линией (рис. 5.26), проходящей через начало координат. Для построения этой прямой необходимо найти еще одну точку, лежащую на ней. Точку A найдем из условия соответствия номинальной касательной силы тяги $\left(F_{к.н} = F_{кр.н} + F_{спр}\right)$ номинальному крутящему моменту. Таким образом, прямая линия OA представляет собой изменение крутящего момента двигателя в зависимости от изменения касательной силы тяги.

Отложим по оси абсцисс от начала системы координат O силу сопротивления движению $F_{спр}$ в принятом масштабе. Полученную точку O_1 можно считать новым началом координат, от которого производится отсчет сил тяги на крюке.

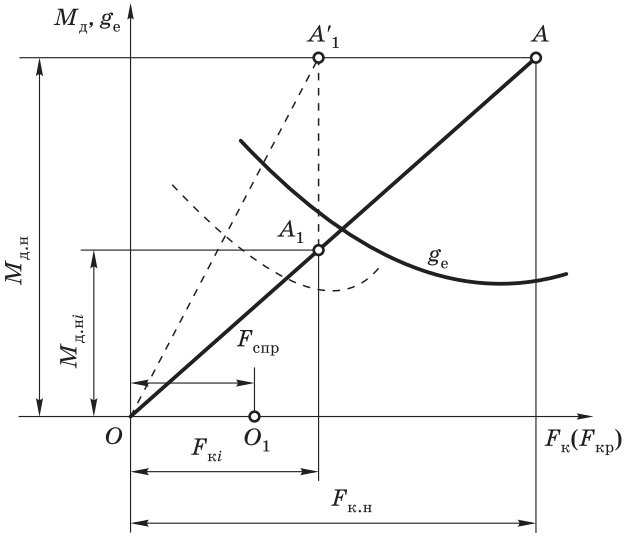

Рис. 5.26. Зависимость крутящего момента двигателя от касательной силы тяги

Для определения экономичности работы тракторного агрегата при различных силах тяги построим кривую удельного эффективного расхода топлива g_e, для чего воспользуемся регуляторной характеристикой двигателя (см. рис. 5.2), по которой каждому значению крутящего момента двигателя соответствует определенное значение g_e. Следовательно, каждому значению касательной силы тяги также соответствует определенное значение g_e. Как видно из рис. 5.26, крутящий момент двигателя быстро снижается при уменьшении касательной силы тяги (нагрузки на крюке). Расход топлива на единицу производимой работы при таких условиях увеличивается.

Для обеспечения высокой экономичности при пониженных значениях касательной силы тяги необходим двигатель меньшей мощности, номинальный крутящий момент $M_{\text{д.н}i}$ которого определялся бы $F_{\text{к.н}i}$ (точка A_1). Таким образом, при пониженных силах тяги на крюке вместо трактора повышенной мощности можно использовать трактор меньшей мощности, что уменьшает капитальные и амортизационные затраты, а также расход топлива на единицу производимой работы. Следовательно, регулирование работы трактора изменением крутящего момента двигателя (т.е. изменением количества топлива, подаваемого в цилиндры за один оборот коленчатого вала) нерационально, так как вызывает существенное понижение производительности и уменьшение экономичности тракторного агрегата.

Есть и другой путь повышения экономичности работы трактора при пониженных значениях $F_{\text{к}i}$, заключающийся в изменении (уменьшении или увеличении) передаточного числа таким образом, чтобы при различных значениях $F_{\text{к}i}$ момент двигателя оставался постоянным и равным $M_{\text{д.н}}$. В этом случае тракторы оборудуются коробками передач, позволяющими ступенчато изменять передаточное число трансмиссии от коленчатого вала двигателя к ведущим колесам трактора. Таким образом, можно выполнять работу при нескольких передаточных числах трансмиссии, что обеспечивает постоянство крутящих моментов или коэффициентов нагрузки двигателя.

Число ступеней трансмиссии современного трактора непрерывно возрастает и в настоящее время составляет 12...28.

При большем числе ступеней влияние структуры ряда передаточных чисел на производительность и экономичность трактора снижается из-за частых остановок трактора для переключения передач. В этом случае более рационально применение бесступенчатых объемных гидропередач, гидродинамических или электрических передач. Однако ступенчатые коробки передач еще широко применяются в современных тракторах по причине их значительного КПД и небольшой стоимости.

В последнее время получают распространение ступенчатые коробки с переключением передач без разрыва потока мощности, причем переключение может осуществляться автоматически в зависимости от загрузки двигателя. Рассмотрим одну из наиболее распространенных методик определения передаточных чисел ступенчатых коробок передач. Согласно этой методике, передаточные числа рекомендуется подбирать с таким расчетом, чтобы крутящие моменты двигателя (или коэффициенты нагрузки χ) изменялись в одинаковых пределах в процессе работы трактора на всех передачах.

Предположим, что передаточные числа $i_1, i_2, \ldots, i_n$ известны и число передач равно n. Крутящий момент двигателя изменяется от $M_{\text{д.н}}$ до $M_{\text{дmin}}$ в пределах одной передачи. На основании этих данных построим график изменения касательной силы тяги (рис. 5.27).

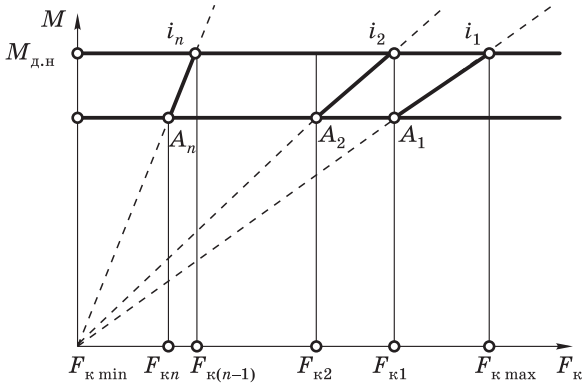

Рис. 5.27. Зависимость касательной силы тяги от крутящего момента двигателя при различных передаточных числах трансмиссии

Из графика видно, что работа на первой передаче производится при изменении касательной силы тяги от наибольшей $F_{к\max}$ до некоторой промежуточной $F_{к1}$; работа на второй передаче — при изменении от $F_{к1}$ до $F_{к2}$; работа на n-й передаче — при изменении от $F_{к(n-1)}$ до $F_{к\min}$. Поэтому передаточные числа коробки передач следует подбирать таким образом, чтобы наименьшие коэффициенты нагрузки двигателя были одинаковыми в ходе работы трактора на всех передачах, т.е. чтобы точки $A_1, A_2, \ldots, A_n$ лежали на одной прямой, параллельной оси абсцисс (рис. 5.27). На этом основании получим

$$M_{д.н} = \frac{F_{к\max}}{ci_1} = \frac{F_{к1}}{ci_1} = \ldots = \frac{F_{к(n-1)}}{ci_n};$$
$$M_{д\min} = \frac{F_{к1}}{ci_1} = \frac{F_{к2}}{ci_2} = \ldots = \frac{F_{к\min}}{ci_n}. \qquad (5.24)$$

Исключив из уравнений (5.24) величины $F_{к1}$, $F_{к2}$, $F_{к(n-1)}$, получим

$$\frac{i_2}{i_1}F_{к\max} = \frac{i_1}{i_n}F_{к\min}; \qquad (5.25)$$
$$\frac{i_n}{i_1}F_{к\max} = \frac{i_{n-1}}{i_n}F_{к\min}.$$

Разделив почленно приведенные уравнения, получим

$$\frac{i_2}{i_1} = \frac{i_n}{i_{n-1}},$$

т.е. передаточные числа коробки передач образуют геометрическую прогрессию. На основании полученной формулы имеем

$$i_2 = qi; \quad i_3 = qi_2, \ \ldots, \quad i_n = qi_{n-1},$$

где q — знаменатель геометрической прогрессии.

Подставляя эти выражения в уравнение (5.25), получим

$$qF_{к\max} = q^{-(n-1)}F_{к\min},$$

откуда

$$q = \sqrt[n]{F_{\text{кmin}} / F_{\text{кmax}}} \,. \qquad (5.26)$$

Определим наименьший коэффициент нагрузки двигателя в процессе работы с n-ступенчатой коробкой передач, передаточные числа которой образуют геометрическую прогрессию. Согласно уравнениям (5.24),

$$\chi_{\min} = \frac{M_{\text{дmin}}}{M_{\text{д.н}}} = \frac{i_1 F_{\text{кmin}}}{i_n F_{\text{кmax}}} = q \,,$$

т.е. наименьший коэффициент нагрузки двигателя трактора с n-ступенчатой коробкой перемены передач равен знаменателю этой прогрессии.

Формула (5.26) позволяет определить знаменатель геометрической прогрессии при заданном диапазоне сил тяги и числе передач. Можно решить и обратную задачу: при заданном диапазоне сил тяги и минимальном коэффициенте нагрузки двигателя найти рациональное число передач. Учитывая, что $q = \chi_{\min}$ и используя формулу (5.26), получаем

$$\chi_{\min}^{n} = \frac{F_{\text{кmin}}}{F_{\text{кmax}}}$$

или

$$n = \frac{\lg F_{\text{кmin}} / F_{\text{кmax}}}{\lg \chi_{\min}} \,.$$

Увеличение числа ступеней коробки перемены передач, как видно из формулы (5.26), приводит к увеличению знаменателя геометрической прогрессии передаточных чисел, т.е. к повышению минимального коэффициента загрузки двигателя. При бесконечно большом числе передач в бесступенчатой коробке коэффициент нагрузки двигателя, теоретически, наивысший и равен 1, т.е., теоретически, двигатель работает на номинальном режиме с наименьшим расходом топлива на единицу производимой работы.

Практическое использование указанных преимуществ бесступенчатой трансмиссии возможно лишь при наличии специального устройства, автоматически устанавливающего передаточное число коробки передач в соответствии с сопро-

тивлением тракторного агрегата. Совокупность бесступенчатой передачи и этого автомата называется *автоматической трансмиссией*.

Современные тракторы, как правило, имеют три диапазона скоростей: пониженные, рабочие и транспортные. Движение трактора при пониженных скоростях может осуществляться по двум ступеням и определяться технологическими операциями, например рассадопосадочными работами, прокладкой дренажа и т.д., требующими скоростей в пределах 0,1...1,0 м/с (0,36... 3,6 км/ч). В этом случае передаточные числа диапазона пониженных скоростей выбирают исходя из заданных скоростей движения, обусловленных требованиями упомянутых технологических операций. Если пониженный диапазон имеет ряд скоростей $\upsilon_{п1}, \upsilon_{п2}, \ldots, \upsilon_{пn}$, передаточными числами будут

$$i_{п1} = \frac{\omega_{д.н} r_к}{\upsilon_{п1}};\ i_{п2} = \frac{\omega_{д.н} r_к}{\upsilon_{п2}};\ \ldots;\ i_{пn} = \frac{\omega_{д.н} r_к}{\upsilon_{пn}},$$

где $\omega_{д.н}$ — номинальная угловая скорость двигателя; $r_к$ — радиус качения ведущего колеса; для гусеничного движителя $r_к = r_д = t_г z/2\pi$ (см. главу 3).

Диапазон рабочих скоростей движения современных тракторов находится в пределах 2,5...4,1 м/с (9...15 км/ч). Передаточные числа диапазона рабочих скоростей тракторов, оборудованных ступенчатыми коробками перемены передач, подбирают по закону геометрической прогрессии. Как правило, передаточное число низшей передачи диапазона скоростей соответствует центру рассеяния случайных величин касательной силы тяги, т.е. $F_{к.н}$. В этом случае

$$i_{р1} = \frac{F_{к.н} r_д}{M_{д.н} \eta_{гр} \eta_г};$$

$$i_{р2} = q i_{р1};\ i_{р3} = q^2 i_{р1},\ \ldots,\ i_{рn} = q^{n-1} i_{р1}.$$

Передаточное число низшей передачи диапазона рабочих скоростей определим из кинематических соотношений

$$i_{р1} = \omega_{д.н} r_к / \upsilon_{р1}.$$

Скорости прямолинейно-поступательного движения трактора в диапазоне рабочих скоростей также образуют геометрическую прогрессию. Действительно, пренебрегая потерями от буксования движителей, получим следующие соотношения для номинального режима работы двигателя:

$$v_{р1} = \omega_{д.н} r_к / i_{р1} ;$$

$$v_{р2} = \omega_{д.н} r_к / i_{р2} ;$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$v_{рn} = \omega_{д.н} r_к / i_{рn} .$$

Почленное деление этих формул дает соотношение

$$\frac{i_2}{i_1} = \frac{i_n}{i_{n-1}} ,$$

что и требовалось доказать.

Диапазон транспортных скоростей движения также подчиняется закону геометрической прогрессии, однако знаменатель геометрической прогрессии этого диапазона $q_т$ отличается от знаменателя $q_р$ диапазона рабочих скоростей движения. Как правило, число транспортных передач значительно меньше числа рабочих, следовательно, $q_т < q_р$ т.е. минимальный коэффициент нагрузки двигателя χ_{min} меньше, чем при движении на рабочих передачах. Диапазон транспортных скоростей движения трактора находится в пределах 4,0...9,5 м/с (15,0...34,2 км/ч) при числе передач 2–3.

Следует отметить, что на выбор передаточных чисел диапазона транспортных скоростей влияет необходимость обеспечить комфортные условия работы водителя. При движении тракторного транспортного агрегата по различным дорогам возникают низкочастотные колебания, которые могут значительно превысить санитарные нормы. На рис. 5.15 (см. с. 232) приведены значения средних квадратичных ускорений $\ddot{o}$ относительно скорости движения v. Как видно из графиков, зона комфорта водителя 1 (ускорения не должны превышать $1/10g$, т.е. $\ddot{o} \le 0{,}01g$) находится в следую-

щих пределах: для грунтовой дороги (позиция *2*) скорость 3,0...3,5 м/с (10,8...12,6 км/ч); для булыжника (позиция *3*) — 4,0...4,5 м/с (14,4...16,2 км/ч); для асфальта (позиция *4*) — 6,0...7,0 м/с (21,6...26,2 км/ч).

Таким образом, если исходить из условий обеспечения комфортности водителя, транспортные скорости движения колесного трактора следующие: $v_{т1}$ = 3,0 м/с; $v_{т2}$ = 4,4 м/с; $v_{т3}$ =6,5 м/с. Тогда знаменатель геометрической прогрессии

$$q_р = \frac{v_{т1}}{v_{т2}} = \frac{v_{т2}}{v_{т3}} = \frac{3,0}{4,4} = \frac{4,4}{6,5} = 0,68 .$$

Следует отметить, что окончательный выбор значений передаточных чисел коробки перемены передач устанавливают лишь при подборе зубьев шестерен.

Итак, при ступенчатом ряде передаточных чисел трансмиссии каждой передаче соответствует определенный диапазон сил тяги, причем лишь номинальное значение силы тяги реализуется при оптимальном режиме работы двигателя. При всех других значениях силы тяги двигатель работает с недогрузкой, что влечет за собой снижение производительности и экономичности тракторного агрегата.

Увеличение суммарного диапазона сил тяги от $F_{к\,min}$ до $F_{к\,max}$, при котором должен работать проектируемый трактор, неблагоприятно влияет на его производительность и экономичность, увеличение числа рабочих ступеней трансмиссии повышает эти качества.

При бесступенчатой трансмиссии передаточные числа автоматически устанавливают в соответствии с силами сопротивления, вследствие чего производительность и экономичность тракторного агрегата практически достигают оптимальных значений.

Для многоцелевых колесных машин выбор передач также основывается на геометрической прогрессии, однако при этом учитываются функции и концепция машины [1], [2], [4], [6], [16], [18], [21], [26].

5.13. Разгонные качества многоцелевых колесных и гусеничных машин

Способность многоцелевых колесных и гусеничных машин трогаться с места и быстро разгоняться — существенное динамическое качество. Особенно важно оно для тракторных агрегатов, имеющих значительные тяговые сопротивления из-за агрегатирования с комбинированными сельскохозяйственными машинами. Это качество приобретает все большее значение в связи с повышением энергонасыщенности и скоростей движения и расширением использования тракторов на транспортных работах.

В начальный период движения с ускорением тракторный агрегат преодолевает наряду с силами сопротивления движению также дополнительную инерционную нагрузку, под воздействием которой частота вращения коленчатого вала двигателя может понизиться настолько, что разгон агрегата окажется невозможным (двигатель остановится). Поэтому при исследовании процесса разгона тракторного агрегата необходимо оценить возможность разгона и его продолжительность до нужной скорости.

В зависимости от типа трансмиссии разгон тракторного агрегата до заданной скорости может осуществляться либо без переключения передач, либо поэтапно, т.е. путем последовательного перехода от низших передач к более высоким без потерь накопленной агрегатом кинетической энергии в процессе переключения передач.

5.13.1. Трогание с места и разгон без переключения передач

Трогание с места и разгон тракторного агрегата в тяжелых условиях осуществляется в определенной последовательности. При установке всережимного регулятора в положение полной подачи топлива и работе двигателя при максимальной угловой скорости холостого хода водитель включает требуемую передачу в коробке и плавно отпускает педаль сцепления. По мере увеличения момента трения в сцеплении двигатель нагружается, уменьшается частота вращения его вала,

регулятор увеличивает подачу топлива в цилиндры и развиваемый двигателем крутящий момент возрастает. Трогание с места агрегата определяется равенством момента трения сцепления и приведенного к коленчатому валу момента сопротивления движению тракторного агрегата.

Для первого периода разгона тракторного агрегата характерно буксование сцепления, причем его момент трения является ведущим для разгоняемых элементов сцепления и тормозным для двигателя. Под воздействием этого момента увеличиваются угловая скорость ведомых элементов сцепления и скорость поступательного движения тракторного агрегата, а угловая скорость коленчатого вала снижается.

Второй период разгона начинается в момент выравнивания угловых скоростей коленчатого вала и ведомого вала сцепления, т.е. в момент окончания буксования дисков сцепления. В течение этого периода разгона нарастают общая угловая скорость коленчатого вала и вала сцепления и, следовательно, поступательная скорость тракторного агрегата. Разгон агрегата заканчивается тогда, когда наступает полное соответствие между скоростью движения и частотой вращения вала двигателя при моменте двигателя, равном приведенному моменту сопротивления агрегата.

Теоретическая диаграмма разгона тракторного агрегата приведена на рис. 5.28. На верхней половине диаграммы нанесены кривые крутящего момента двигателя $M_д(t)$ и момента трения сцепления $M_ф(t)$, на нижней — кривые угловых скоростей коленчатого вала двигателя $\omega_д$ и первичного вала трансмиссии $\omega_с$. Момент сопротивления, приведенный к первичному валу трансмиссии, принят постоянным и равен $M_с$. На правой половине этой диаграммы выше оси абсцисс нанесена характеристика двигателя, показывающая зависимость его крутящего момента $M_д$ от угловой скорости ω коленчатого вала: $M_д = f(\omega)$. Сплошные линии соответствуют стационарной характеристике двигателя, а пунктирные — его мгновенной характеристике, полученной при замедленном вращении коленчатого вала. Тонкими линиями показано, как связаны между собой характерные точки зависимостей

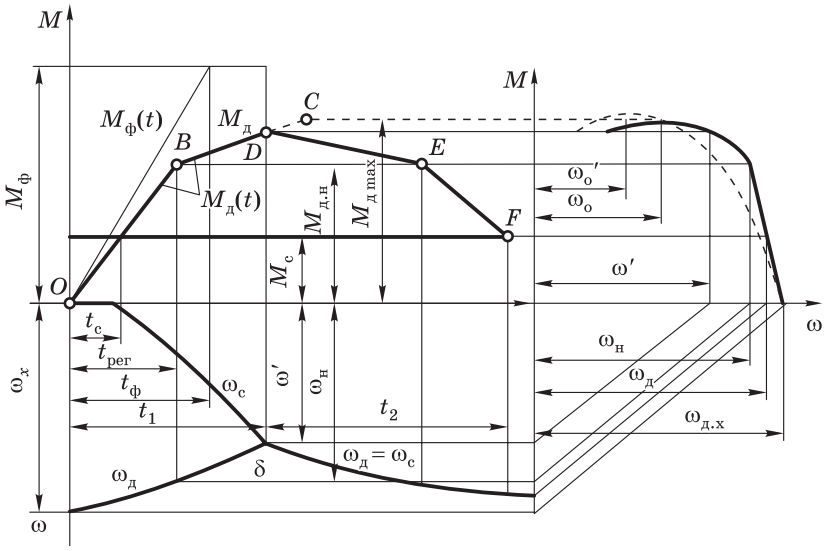

Рис. 5.28. Теоретическая диаграмма разгона тракторного агрегата

крутящего момента $M_д = f(t)$ и угловой скорости $ω_д = f(t)$ на диаграмме разгона и зависимости $M_д = f(ω)$ на характеристике двигателя.

На диаграмме принято, что момент трения сцепления изменяется в течение времени включения по линейному закону $t_ф$, а после включения имеет постоянное расчетное значение $M_ф$. Крутящий момент двигателя на регуляторной ветви характеристики также изменяется по линейному закону (наклонная прямая OB, несколько отстающая от кривой момента трения $M_ф(t)$), так как для преодоления момента трения сцепления используется момент касательных сил инерции движущихся масс двигателя.

По достижении крутящим моментом $M_д(t)$ номинального значения $M_н$ работа двигателя характеризуется безрегуляторной ветвью характеристики. На диаграмме эта ветвь представлена прямой BC, т.е. принято, что в процессе работы двигателя без регулятора крутящий момент также изменяется по линейному закону. Однако на этом участке диаграммы разность между моментом трения сцепления и крутящим моментом

двигателя значительно больше, чем на участке диаграммы, соответствующей регуляторной ветви характеристики, т.е. увеличение подачи топлива в цилиндры обусловливается только действием корректора и происходит в ограниченных пределах.

Первичный вал трансмиссии начинает вращаться в момент времени $t_с$, когда $M_ф(t) = M_с$, и в дальнейшем под воздействием избыточного момента $M_ф(t) - M_с$ угловая скорость $\omega_с$ возрастает. Угловая скорость $\omega_д$ коленчатого вала двигателя при работе на регуляторной ветви снижается постепенно, а на корректорной — более интенсивно, так как возрастает избыточный тормозной момент $M_ф(t) - M_д(t)$.

Угловые скорости $\omega_д$ и $\omega_с$ выравниваются в точке δ диаграммы. На этом буксование сцепления прекращается и заканчивается период разгона t_1. Окончание его характеризуется резким, теоретически мгновенным снижением крутящего момента, подводимого к первичному валу трансмиссии. После этого начинается ускоренное совместное вращение коленчатого вала двигателя и первичного вала трансмиссии; ускорение зависит от избыточной разности крутящих моментов $M_д(t) - M_с$. Принято, что изменение крутящего момента двигателя происходит по прямой DE, приближенно соответствующей безрегуляторной ветви характеристики, а затем по регуляторной ветви EF.

Экспериментальные исследования в основном подтверждают изложенные теоретические представления о характере протекания процесса разгона тракторного агрегата. Если приведенные к первичному валу трансмиссии момент инерции $J_с$ и момент сопротивления $M_с$ будут небольшими или процесс включения сцепления будет растянут во времени, то первый период разгона может закончиться еще до завершения включения сцепления.

При исследовании процесса разгона удобно вместо тракторного агрегата рассматривать эквивалентную ему в динамическом отношении модель. Для соблюдения динамического подобия рассматриваемой эквивалентной модели реальному тракторному агрегату следует подбирать маховые массы таким образом, чтобы кинетическая энергия каждой из них

была равна суммарной кинетической энергии заменяемых ими масс. Принципы подобия должны соблюдаться и при выборе других элементов динамической модели.

Наиболее полно указанным условиям соответствует многомассовая комбинированная модель тракторного агрегата, приведенная на рис. 5.29, *а*. Она включает элементы вращательного и поступательного движения, фрикционные элементы, имитирующие работу сцепления трактора и буксование его ведущих колес, упругие звенья, характеризующие податливость деталей трансмиссии, ведущих колес и сцепки, диссипативные параметры, характеризующие демпфирование

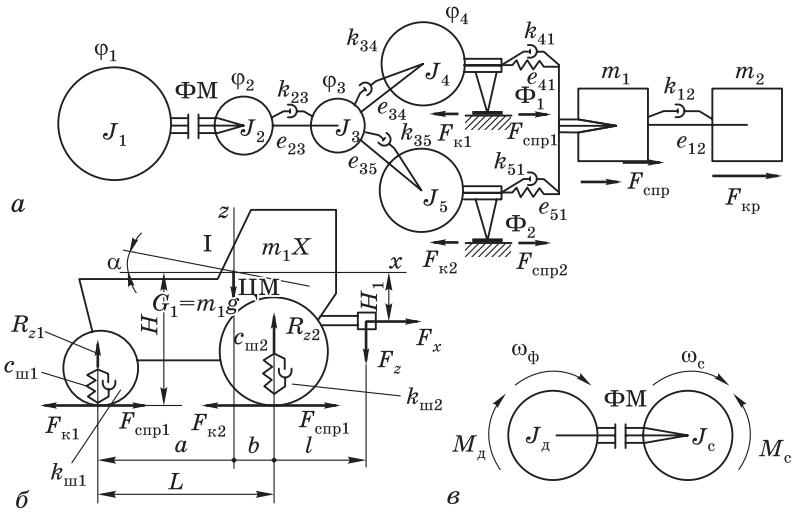

Рис. 5.29. Многомассовая динамическая модель тракторного агрегата: J, α — момент инерции и угол поворота трактора вокруг поперечной горизонтальной оси, проходящей через центр масс трактора; $c_{ш1}, c_{ш2}$ — радиальная жесткость шин передних и задних колес; $k_{ш1}, k_{ш2}$ — коэффициенты демпфирования передних и задних колес в радиальном направлении; R_{z1}, R_{z2} — реакции почвы на передние и задние колеса; F_x, F_z — вертикальная и горизонтальная составляющие нагрузки на крюке; L — база трактора; a, b, H — продольные и вертикальная координаты центра масс трактора; H_1, l — вертикальная и горизонтальная координаты точки приложения усилия в сцепке

элементов трактора и сцепки. В состав динамической модели входят:

• пять маховых масс с моментами инерции J_1, J_2, J_3, J_4, J_5, первая из которых имитирует движущиеся массы двигателя, вторая — массы вращающихся деталей ведомой части сцепления, третья — массы вращающихся деталей трансмиссии, четвертая и пятая — массы вращающихся передних ведущих колес с приводом и задних ведущих колес;

• две поступательно движущиеся массы трактора m_1 и агрегатируемой машины m_2;

• три фрикционных элемента — $\Phi_м$ представляет ецепления трактора, а элементы Φ_1 и Φ_2 имитируют буксование передних и задних ведущих колес;

• шесть упругих звеньев с податливостью e и шесть демпфирующих звеньев с коэффициентами демпфирования k, из которых e_{23} и k_{23} характеризуют эквивалентную крутильную податливость и демпфирование трансмиссии, e_{34} и k_{34}, e_{35} и k_{35} — крутильную податливость и демпфирование соответственно привода передних ведущих и задних ведущих колес; e_{41} и e_{51}, k_{41} и k_{51} — тангенциальную податливость и коэффициенты демпфирования шин соответственно передних и задних колес; e_{12} и k_{12} — линейную податливость и коэффициент демпфирования сцепного устройства;

• две касательные силы тяги, развиваемые передними $F_{к1}$ и задними $F_{к2}$ ведущими колесами ($F_{к1} + F_{к2} = F_к$), силы сопротивления перекатыванию передних $F_{спр1}$ и задних $F_{спр2}$ ведущих колес ($F_{спр1} + F_{спр2} = F_{спр}$) и сила $F_{кр}$ сопротивления движению сельскохозяйственной машины.

При использовании комбинированной динамической модели тракторного агрегата удобно учитывать влияние на показатели процесса его разгона изменения реакции R_z на колеса при ускоренном движении агрегата (рис. 5.29, *б*).

Процесс разгона тракторного агрегата с использованием приведенной на рис. 5.30, *а* динамической модели и с учетом перераспределения масс трактора описывается следующей системой уравнений:

$$J_1\ddot{\varphi}_1 = M_ф(t) - M_д(\omega);$$

$$J_2\ddot{\varphi}_2 = M_{\text{ф}}(t) - \frac{\varphi_2 - \varphi_3}{e_{23}} - k_{23}\left(\dot{\varphi}_2 - \dot{\varphi}_3\right);$$

$$J_3\ddot{\varphi}_3 = \frac{\varphi_2 - \varphi_3}{e_{23}} + k_{23}\left(\dot{\varphi}_2 - \dot{\varphi}_3\right) - \frac{\varphi_3 - \varphi_4}{e_{34}} -$$

$$- k_{34}\left(\dot{\varphi}_3 - \dot{\varphi}_4\right) - \frac{\varphi_3 - \varphi_5}{e_{35}} - k_{35}\left(\dot{\varphi}_3 - \dot{\varphi}_5\right);$$

$$J_4\ddot{\varphi}_4 = \frac{\varphi_3 - \varphi_4}{e_{34}} + k_{34}\left(\dot{\varphi}_3 - \dot{\varphi}_4\right) - \frac{F_{\text{к}1} r_{\text{к}1}}{i_{\text{тр}1}\eta_{\text{тр}1}};$$

$$J_5\ddot{\varphi}_5 = \frac{\varphi_3 - \varphi_5}{e_{35}} + k_{35}\left(\dot{\varphi}_3 - \dot{\varphi}_5\right) - \frac{F_{\text{к}2} r_{\text{к}2}}{i_{\text{тр}2}\eta_{\text{тр}2}};$$

$$m_1\ddot{x}_1 = F_{\text{к}1} + F_{\text{к}2} - F_{\text{спр}} - \frac{x_1 - x_2}{e_{12}} + k_{12}\left(\dot{x}_1 - \dot{x}_2\right);$$

$$m_2\ddot{x}_2 = \frac{x_1 - x_2}{e_{12}} + k_{12}\left(\dot{x}_1 - \dot{x}_2\right) - F_{\text{кр}};$$

$$J\ddot{\alpha} = \left(F_{\text{к}1} + F_{\text{к}2} - F_{\text{спр}}\right)H + F_z\left(l + b\right) - \left[\frac{x_1 - x_2}{e_{12}} + k_{12}\left(\dot{x}_1 - \dot{x}_2\right)\right]H_1 +$$

$$+ z\left(c_{\text{ш}2}b - c_{\text{ш}1}a\right) + \dot{z}\left(k_{\text{ш}2}b - k_{\text{ш}1}a\right) - \alpha\left(c_{\text{ш}2}b^2 - c_{\text{ш}1}a^2\right) - \dot{\alpha}\left(k_{\text{ш}2}b^2 - k_{\text{ш}1}a^2\right);$$

$$m_1\ddot{z} = -z\left(c_{\text{ш}1} + c_{\text{ш}2}\right) - \dot{z}\left(k_{\text{ш}1} + k_{\text{ш}2}\right) + \alpha\left(c_{\text{ш}2}b - c_{\text{ш}1}a\right) + \dot{\alpha}\left(k_{\text{ш}2}b - k_{\text{ш}1}a\right),$$

где $\varphi, \dot{\varphi}, \ddot{\varphi}$ — углы поворота, угловые скорости и угловые ускорения соответствующих маховых масс; $x, \dot{x}, \ddot{x}$ — горизонтальные перемещения, скорости и ускорения масс трактора и машины; $z, \dot{z}, \ddot{z}$ — вертикальные перемещения, скорости и ускорения трактора; $\alpha, \dot{\alpha}, \ddot{\alpha}$ — угол поворота, угловая скорость и угловое ускорение трактора при движении вокруг поперечной горизонтальной оси, проходящей через его центр масс; $i_{\text{тр}1}, \eta_{\text{тр}1}, i_{\text{тр}2}, \eta_{\text{тр}2}$ — передаточное число и КПД трансмиссии соответственно от передних колес до двигателя и от задних колес до двигателя; $r_{\text{к}1}, r_{\text{к}2}$ — радиусы качения передних и задних колес.

Система уравнений позволяет оценить процесс разгона тракторного агрегата с учетом упругих свойств и демпфирования элементов трансмиссии, буксования движителей, перераспределения масс трактора при ускоренном движении, что приближает теоретические параметры разгона к реальным. Однако по причине сложности ее решения в настоящее время для предварительной оценки параметров процесса разгона используют упрощенную двухмассовую динамическую модель (рис. 5.29, *в*), полученную без учета влияния упругости и демпфирования элементов трансмиссии, ведущих колес, сцепки и буксования движителей. В этой модели маховые массы с моментами инерции $J_1, \ldots, J_5$ и поступательно движущиеся массы m_1 и m_2 заменены одной массой с моментом инерции $J_2 = J_с$, приведенным к коленчатому валу двигателя, и опущены фрикционные элементы Φ_1 и Φ_2, а момент инерции ведущих масс обозначен $J_1 = J_д$.

Упрощения, допущенные в этой модели, являются факторами, затрудняющими возможность разгона, так как они предусматривают одновременное ускорение сразу всех разгоняемых масс агрегата. Благодаря этим упрощениям увеличивается надежность расчетов. Поэтому дальнейший анализ процесса разгона базируется на двухмассовой динамической модели.

Рассмотрим эту модель более подробно. Она состоит из двух маховиков, первый из которых закреплен на коленчатом валу двигателя, а второй — на первичном валу трансмиссии трактора. Валы соединены между собой фрикционной муфтой ФМ. К коленчатому валу приложен крутящий момент двигателя $M_д(t)$, а к первичному валу трансмиссии — приведенный момент сопротивления тракторного агрегата $M_с$. Направление действия этих моментов показано на схеме стрелками.

Момент инерции $J_д$ первой маховой массы, имитирующей движущиеся массы двигателя, имеет для данного агрегата постоянное значение. Момент инерции $J_с$ второй маховой массы должен иметь разные значения в зависимости от номера включенной передачи. Из условия равенства кинетических энергий эквивалентной массы и масс, ею заменяемых, мож-

но, пренебрегая потерями в трансмиссии трактора, вывести следующую зависимость:

$$\frac{J_{\text{с}}\omega_{\text{с}}^2}{2} = \frac{m_{\text{а}}\upsilon^2}{2} + \sum\frac{J_{\text{х}}\omega_{\text{х}}^2}{2},$$

где $m_{\text{а}}$ — суммарная масса тракторного агрегата; $\omega_{\text{с}}$ — угловая скорость первичного вала трансмиссии; $J_{\text{х}}$, $\omega_{\text{х}}$ — моменты инерции и угловые скорости отдельных вращающихся масс агрегата при холостом ходе, начиная с ведомой части сцепления.

Из приведенного равенства получим

$$J_{\text{с}} = m_{\text{а}}\left(\frac{\upsilon}{m_{\text{с}}}\right)^2 + \sum J_{\text{х}}\left(\frac{\omega_{\text{х}}}{\omega_{\text{с}}}\right)^2.$$

Чем выше поступательная скорость υ и угловые скорости отдельных вращающихся масс тракторного агрегата, иными словами, чем выше номер передачи, на которой работает трактор, тем больше должен быть при заданном значении $\omega_{\text{с}}$ угловой скорости первичного вала трансмиссии момент инерции $J_{\text{с}}$ эквивалентной массы.

Обозначим угловую скорость коленчатого вала в конце первого периода разгона $\omega'_{\text{д}}$:

$$\omega'_{\text{д}} = \omega_{\text{х}} - \int_0^{t_1} d\omega_{\text{д}} = \omega_{\text{х}} - \int_0^{t_1} \frac{M_{\text{ф}}(t) - M_{\text{д}}(t)}{J_{\text{д}}} dt, \qquad (5.27)$$

где $\omega_{\text{х}}$ — угловая скорость коленчатого вала при холостом ходе в начальный момент разгона; t_1 — общая продолжительность первого периода разгона.

Представим интеграл, входящий в приведенное уравнение, в виде суммы интегралов, характеризующих снижение угловой скорости коленчатого вала на отдельных участках диаграммы разгона, и заменим в подынтегральных выражениях моменты $M_{\text{ф}}(t)$ и $M_{\text{д}}(t)$ их значениями на соответствующих участках.

В интервале времени $0 \ldots t_{\text{ф}}$ момент трения сцепления

$$M_{\text{ф}}(t) = M_{\text{ф}}(t)\frac{t}{t_{\text{ф}}} = \beta M_{\text{д. н}}\frac{t}{t_{\text{ф}}},$$

где t — текущее значение времени; β — коэффициент запаса муфты сцепления; $M_{д.н}$ — номинальный крутящий момент двигателя.

Принимаем условие, согласно которому в интервале времени $t_ф \ldots t_1$ момент трения сцепления сохраняет постоянное значение,

$$M_ф = \beta M_{д.н}.$$

Для упрощения дальнейших расчетов принимаем, что на регуляторной ветви характеристики кривая крутящего момента двигателя следует по кривой момента трения сцепления, а на безрегуляторной ветви характеристики крутящий момент двигателя не изменяется и остается равным номинальному крутящему моменту $M_{д.н}$. Эти допущения частично компенсируют друг друга и мало влияют на полученную длительность первого периода разгона.

Из первого допущения определяем время $t_{рег}$, в течение которого двигатель при разгоне работает на регуляторном режиме:

$$t_{рег} = t_ф \frac{M_{д.н}}{M_ф} = t_ф \frac{M_{д.н}}{\beta M_{д.н}} = \frac{t_ф}{\beta}.$$

Представим уравнение (5.27) в следующем виде:

$$\omega'_д = \omega_х - \int_{\frac{t_ф}{\beta}}^{t_ф} \frac{\left(\beta M_{д.н} \frac{t}{t_ф} - M_{д.н}\right) dt}{J_д} - \int_{t_ф}^{t_1} \frac{\beta M_{д.н} - M_{д.н}}{J_д} dt,$$

откуда после соответствующих преобразований находим

$$\omega'_д = \omega_х - \frac{M_{д.н}}{2J_д}\left[2(\beta - 1)t_1 - \frac{\beta^2 - 1}{\beta} t_ф\right]. \qquad (5.28)$$

Чтобы найти продолжительность t_1 первого периода разгона, воспользуемся условием, согласно которому в конце этого периода угловая скорость коленчатого вала $\omega'_д$ равна угловой скорости ω'_c первичного вала трансмиссии. Учиты-

вая, что первичный вал трансмиссии начинает вращаться через некоторое время $t_с$ после начала разгона, имеем

$$\omega'_с = \int_{t_с}^{t_1} d\omega_с = \int_{t_с}^{t_1} \left(\frac{M_{д.н} - M_с}{J_д} \right) dt . \qquad (5.29)$$

Выразим приведенный момент сопротивления $M_с$ через расчетный крутящий момент двигателя:

$$M_с = \chi M_{д.н} ,$$

где χ — коэффициент нагрузки двигателя.

Нижний предел интегрирования $t_с$ определяем из условия, по которому первичный вал трансмиссии начинает вращаться, когда $M_ф(t) = M_с$. Тогда

$$\beta M_{д.н} \frac{t_с}{t_ф} = \chi M_{д.н} ,$$

откуда

$$t_с = t_ф \frac{\chi}{\beta} .$$

Принимая во внимание значения моментов трения муфты сцепления на различных участках диаграммы разгона, переписываем уравнение (5.29) в следующем виде:

$$\omega'_с = \int_{t_ф \frac{\chi}{\beta}}^{t_ф} \frac{\left(\beta M_{д.н} \frac{t}{t_ф} - M_{д.н} \right) dt}{J_с} + \int_{t_ф}^{t_1} \frac{\left(\beta M_{д.н} - \chi M_{д.н} \right) dt}{J_с} ,$$

откуда после интегрирования и необходимых преобразований получим

$$\omega'_с = \frac{M_{д.н}}{2J_с} \left[\frac{2\beta(\beta - \chi)t_1 - \left(\beta^2 - \chi^2\right) t_ф}{\beta} \right] . \qquad (5.30)$$

Приравняв полученное значение $\omega'_с$ к значению $\omega'_д$, вычисленному по уравнению (5.27), и обозначив их общее значение ω', получим

$$\omega' = \omega_x - \frac{M_{д.н}}{2J_д}\left[2(\beta-1)t_1 - \frac{\beta^2-1}{\beta}t_ф\right] =$$

$$= \frac{M_{д.н}}{2J_c}\left[\frac{2\beta(\beta-\chi)t_1 - (\beta^2-\chi^2)t_ф}{\beta}\right],$$

откуда

$$t_1 = \frac{\frac{J_д}{M_{д.н}}\omega_x + \frac{t_ф}{\beta}\left[(\beta^2-1) + \frac{J_д}{J_c}(\beta^2-\chi^2)\right]}{(\beta-1) + \frac{J_д}{J_c}(\beta-\chi)}. \qquad (5.31)$$

Из этого уравнения видно, что на длительность периода разгона t_1 наряду с конструктивными параметрами двигателя и трактора существенное влияние оказывают эксплуатационные факторы: степень загрузки двигателя, передача, на которой выполняется работа, приведенный момент инерции тракторного агрегата и качество вождения (темп включения муфты сцепления).

При ориентировочных расчетах можно в приведенных ранее формулах принимать $t_ф \approx 1{,}5$ с. Угловая скорость

$$\omega' = \frac{\omega_x + \frac{M_{д.н}}{2J_д}\frac{t_ф}{\beta}(\beta-1)(1-\chi)}{1 + \frac{J_c}{J_д}\frac{\beta-1}{\beta-\chi}}. \qquad (5.32)$$

Вычисленное таким образом значение угловой скорости ω' необходимо сравнить с допустимым минимальным значением, чтобы сделать вывод о возможности трогания с места на заданной передаче.

По данным В.Н. Болтинского (см. [28], с. 196), на мгновенной характеристике двигателя, снимаемой при разгоне, максимальный крутящий момент получается при меньшей частоте вращения, чем на стационарной характеристике, снимаемой при установившихся нагрузках. В связи с этим В.Н. Болтинский считает возможным допускать снижение

частоты вращения вала двигателя при разгоне до значений $\omega_0' = \omega_0 - (20...30)$, где ω_0 — угловая скорость, соответствующая максимальному крутящему моменту на стационарной характеристике.

Определим теперь продолжительность t_2 второго периода разгона. Обозначим общее угловое ускорение коленчатого вала двигателя и первичного вала трансмиссии после прекращения буксования сцепления через $d\omega/dt$. Оно может быть определено по уравнению

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{M_д(t) - M_с}{J_д - J_с},$$

откуда

$$dt = \frac{J_д - J_с}{M_д(t) - M_с} d\omega.$$

Искомая продолжительность второго периода разгона

$$t_2 = \int_0^{t_2} dt = \int_{\omega'}^{\omega''} \frac{J_д - J_с}{M_д(t) - M_с} d\omega,$$

где ω'' — установившаяся угловая скорость коленчатого вала (и всей системы) в конце разгона.

Представим интеграл, входящий в правую часть приведенного равенства, в виде суммы двух интегралов, первым из которых учитывается время, необходимое для повышения угловой скорости системы до номинального значения $\omega_н$, а вторым — время, необходимое для дальнейшего повышения ее угловой скорости до конечного значения ω'', соответствующего данной нагрузке двигателя $M_с$. Получаем

$$t_2 = \int_{\omega'}^{\omega_н} \frac{J_д + J_с}{M_д(t) - M_с} d\omega + \int_{\omega_н}^{\omega''} \frac{J_д + J_с}{M_д(t) - M_с} d\omega.$$

Пока угловая скорость системы повышается до номинального значения $\omega_н$, двигатель работает в соответствии с безрегуляторной ветвью характеристики, при дальнейшем повышении угловой скорости работа соответствует регуляторной

ветви. Поэтому при использовании этой формулы необходимо в каждый из интегралов подставить вместо крутящего момента $M_д(t)$ его выражение для соответствующей ветви характеристики двигателя.

Теоретически разгон тракторного агрегата до установившейся скорости, соответствующей его приведенному моменту сопротивления, невозможен. Это объясняется тем, что по мере нарастания скорости агрегата разность моментов $M_д(t) - M_с$, под действием которой происходит ускорение движения, уменьшается и стремится к нулю, вследствие чего процесс окончания разгона затягивается до бесконечности.

Для того чтобы можно было получить сравнительные данные о длительности протекания процесса разгона у различных тракторных агрегатов, рекомендуется при определении времени t_2 считать, что разгон заканчивается, когда угловая скорость коленчатого вала и всей системы достигает какой-то условной величины $\omega''_{усл} = (0{,}95...0{,}98)\omega''$.

Общая продолжительность разгона

$$t_{разг} = t_1 + t_2.$$

По мере повышения скоростей движения разгон при прочих равных условиях становится все более затруднительным. Чем больше суммарная масса агрегата и загрузка двигателя, тем ниже передача, на которой может трогаться с места трактор.

В отдельных случаях для обеспечения возможности разгона тракторного агрегата на данной передаче может оказаться необходимым резервировать некоторый запас мощности двигателя, т.е. снизить коэффициент эксплуатационной нагрузки $\chi_э$.

5.13.2. Поэтапный разгон

Облегчение разгона тракторного агрегата может быть достигнуто благодаря последовательному переходу с низких передач на более высокие, если потери кинетической энергии при переключении передач отсутствуют либо незначительны.

Особенность тракторных трансмиссий с каретками, зубчатыми муфтами и синхронизаторами — обязательное отсоединение двигателя от трансмиссии на время переключения передач в результате выключения главной муфты сцепления. Мощность к ведущим колесам в течение этого времени не подводится, и скорость агрегата под действием сил сопротивления движению снижается.

Уменьшение скорости можно определить из уравнения динамики агрегата при его замедленном движении:

$$\left(m_1\gamma_1 + m_2\gamma_2\right)\frac{dv}{dt} + F_{кр} + \psi m_1 g = 0,$$

где $\frac{dv}{dt}$ — замедление агрегата; γ_1, γ_2 — коэффициенты учета вращающихся масс соответственно трактора и сельскохозяйственной машины [27]; ψ — приведенный коэффициент сопротивления пути.

Отсюда после интегрирования и преобразований

$$\Delta v = v_н - v_п = \frac{m_1 g\psi + F_{кр}}{\gamma_1 m_1 + \gamma_2 m_2}\Delta t\ , \qquad (5.33)$$

где $v_н, v_п$ — скорость агрегата до переключения передач и в момент включения фрикционной муфты; Δt — продолжительность разрыва потока мощности при переключении передач.

Для транспортного агрегата при $F_{кр} = m_п g\psi$ (здесь $m_п$ — масса прицепа) и $\gamma_1 \approx \gamma_2$

$$\Delta v = v_н - v_п = \frac{g\psi}{\gamma_1}\Delta t_п\ .$$

Как видно из приведенных выражений, уменьшение скорости пропорционально продолжительности разрыва потока мощности при переключении передач $\Delta t_п$. Большинство сельскохозяйственных агрегатов вследствие малого запаса кинетической энергии и значительного тягового сопротивления $F_{кр}$ при отсутствии касательной силы тяги на движителях останавливаются за 0,5...1 с, а время, необходимое для остановки транспортного средства, будет значительным. Время, затрачиваемое на переключение передач в трансмиссии с

синхронизаторами, составляет примерно 1,5...2 с, а в трансмиссии с подвижными каретками и зубчатыми муфтами оно несколько больше.

Следовательно, практически у всех тракторов, используемых на сельскохозяйственных работах, переключение передач каретками, зубчатыми муфтами и синхронизаторами производится при остановленном агрегате. Потери скорости трактора за время $\Delta t_{\text{п}}$ незначительны, поэтому при наличии синхронизаторов или зубчатых муфт в трансмиссии можно осуществлять поэтапный разгон транспортного агрегата. Что же касается сельскохозяйственных агрегатов, то их поэтапный разгон возможен, если для переключения передач в трансмиссии используют гидроуправляемые фрикционные муфты с незначительным временем разрыва ($\Delta t_{\text{п}} = 0{,}15...0{,}30$ с) или без разрыва потока мощности на движителях.

Рассмотрим особенность поэтапного разгона тракторного агрегата с разрывом потока мощности. В этом случае возможность разгона и продолжительность его первого этапа можно оценивать с использованием формул (5.31) и (5.32). Для оценки динамических качеств агрегата на втором этапе разгона выразим значения приведенного момента инерции разгоняемых масс $J_{\text{с}1}$ и коэффициента загрузки двигателя χ_1 на высшей смежной передаче через известные параметры $J_{\text{с}}$ и χ. Поскольку перепад скоростей двух смежных передач равен q, то

$$J_{\text{с}1} = J_{\text{с}} q^2;\ \chi_1 = \chi q,$$

где q — знаменатель геометрической прогрессии (см. 4.6).

Кроме того, принимаем, что переключение передач начинается при достижении системой угловой скорости ω'', определяемой с учетом коэффициента χ загрузки двигателя. Тогда угловая скорость первичного вала трансмиссии в момент начала его ускоренного вращения при переключении без снижения и со снижением скорости агрегата

$$\omega_{\text{с}0} = \omega''/q,\ \ \omega_{\text{с}0} = \omega''/q - \frac{\Delta v i_{\text{тр}}\left(j+1\right)}{r_{\text{к}}},$$

где Δv — снижение скорости за время переключения передач; i — передаточное отношение смежной повышенной передачи трансмиссии.

Угловые скорости коленчатого вала $\omega'_{д1}$ и первичного вала трансмиссии $\omega'_{с1}$ в момент прекращения буксования муфты определяют аналогично разгону агрегата без переключения передач, с той лишь разницей, что вместо величин $J_с, \chi_1$ и $\omega_х$ подставляют $J_{с1}, \chi_1$ и ω'', а начальное значение угловой скорости первичного вала трансмиссии принимают равным $\omega_{с0}$ вместо нулевого значения на первом этапе разгона. Время включения сцепления на втором этапе разгона принимают равным $t_{ф1}$. Тогда

$$\omega'_{д1} = \omega'' - \frac{M_{д.н}}{2J_д}\left[2(\beta-1)t'_1 - \frac{\beta^2-1}{\beta}t_{ф1}\right];$$

$$\omega'_{с1} = \omega_{с0} + \frac{M_{д.н}}{2J_{с1}}\left[2(\beta-\chi q)t'_1 - \frac{\beta^2-\chi^2}{\beta}t_{ф1}\right].$$

Отсюда, приравняв найденные значения $\omega'_{д1}$ и $\omega'_{с1}$ и обозначив их через ω'_1, получим

$$t'_1 = \frac{J_д / M_{д.н}(\omega'' - \omega_{с0}) + \frac{t_{ф1}}{2\beta}\left[(\beta^2-1) + \frac{J_д}{J_{с1}}(\beta^2-\chi_1^2)\right]}{(\beta-1) + \frac{J_д}{J_{с1}}(\beta-\chi_1)}; \quad (5.34)$$

$$\omega'_1 = \omega_{с0} + \frac{(\omega'' - \omega_{с0}) + \frac{M_{д.н}}{J_д}\frac{t_{ф1}}{2\beta}(\beta-1)(1-\chi_1)}{1 + \frac{J_{с1}}{J_д}\frac{(\beta-1)}{(\beta-\chi_1)}}. \quad (5.35)$$

Из уравнений видно, что чем выше угловая скорость первичного вала трансмиссии $\omega_{с0}$ в начале второго этапа разгона, тем меньше продолжительность первого периода этого этапа t'_1 и больше угловая скорость ω'_1 в момент прекращения буксования сцепления. В частном случае, когда за время переключения передач агрегат останавливается ($\omega_{с0} = 0$), эти уравнения принимают такой же вид, как и ранее выведенные

выражения (5.31) и (5.32), т.е. после переключения передач трактор трогается с места на более высокой передаче.

Особую разновидность поэтапного разгона составляет разгон при переключении на смежную повышенную передачу с перекрытием. Такой способ разгона осуществим, как правило, в трансмиссиях с гидроуправляемыми фрикционными муфтами, в которых при включении муфты повышенной передачи давление в силовом цилиндре выключаемой муфты поддерживается в течение заданного промежутка времени за счет энергии гидроаккумулятора.

Схема многомассовой комбинированной динамической модели тракторного агрегата при переключении передач с перекрытием приведена на рис. 5.30. Она отличается от схемы, изображенной на рис. 5.29, тем, что муфта ФМ сблокирована, между маховыми массами с моментами инерции J_1 и J_2 введены две массы с моментами инерции J'_2 и J'_3, имитирующие массы первичного вала (J'_2), промежуточного вала и вала пониженных передач (J'_3), а масса с моментом инерции J_3 на этой схеме имитирует массы вторичного вала коробки и заднего моста. Моменты инерции J_3, J'_3, J_4, J_5 и соответствующие податливости и коэффициенты демпфирования приведены к промежуточному валу коробки, а J_1, J_2, J'_2, податливость e_{22} и коэффициент демпфирования k_{22} — к первичному валу трансмиссии. Остальные элементы схемы динамической модели и схема трактора с действующими на него

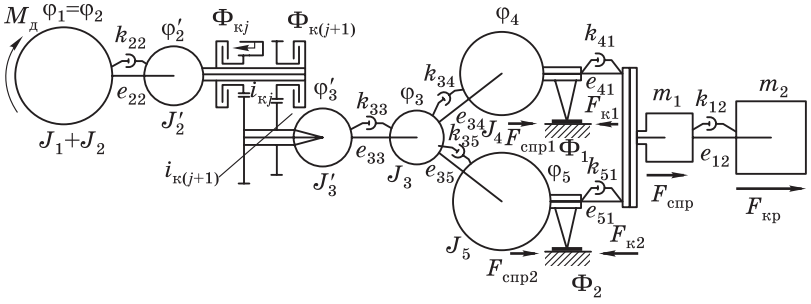

Рис. 5.30. Комбинированная многомассовая динамическая модель тракторного агрегата

силами оставлены такими же, как на рис. 5.29, *а*, *б* (на рис. 5.30 схема трактора не приводится).

Процесс разгона тракторного агрегата на втором этапе происходит при включении муфты $\Phi_{к(j+1)}$ и выключении муфты $\Phi_{кj}$ и описывается следующей системой уравнений:

$$(J_1 + J_2)\ddot{\varphi}_1 = M_д(\omega) - \frac{\varphi_2 - \varphi_2'}{e_{22}} - k_{22}(\dot{\varphi}_2 - \dot{\varphi}_2');$$

$$J_2\ddot{\varphi}_2 = \frac{\varphi_2 - \varphi_2'}{e_{22}} + k_{22}(\dot{\varphi}_2 - \dot{\varphi}_2') - M_{кj}(t) - M_{к(j+1)}(t);$$

$$J_3'\ddot{\varphi}_3' = M_{кj}(t)i_{кj} + M_{к(j+1)}(t)i_{к(j+1)} - \frac{\varphi_3' - \varphi_3}{e_{33}} - k_{23}(\dot{\varphi}_3' - \dot{\varphi}_3);$$

$$J_3\ddot{\varphi}_3 = \frac{\varphi_3' - \varphi_3}{e_{33}} + k_{33}(\dot{\varphi}_3' - \dot{\varphi}_3) - \frac{\varphi_3 - \varphi_4}{e_{34}} -$$

$$- k_{34}(\dot{\varphi}_3 - \dot{\varphi}_4) - \frac{\varphi_3 - \varphi_5}{e_{35}} - k_{35}(\dot{\varphi}_3 - \dot{\varphi}_5);$$

$$J_4\ddot{\varphi}_4 = \frac{\varphi_3 - \varphi_4}{e_{34}} + k_{34}(\dot{\varphi}_3 - \dot{\varphi}_4) - \frac{F_{к1}r_{к1}}{i_{п.м}i_к'\eta_{п.м}\eta_к'};$$

$$J_5\ddot{\varphi}_5 = \frac{\varphi_3 - \varphi_5}{e_{35}} + k_{35}(\dot{\varphi}_3 - \dot{\varphi}_5) - \frac{F_{к2}r_{к2}}{i_{з.м}i_к'\eta_{з.м}\eta_к'};$$

$$m_1\ddot{x}_1 = F_{к1} + F_{к2} - F_{спр} - \frac{x_1 - x_2}{e_{12}} - k_{12}(\dot{x}_1 - \dot{x}_2);$$

$$m_2\ddot{x}_2 = \frac{x_1 - x_2}{e_{12}} + k_{12}(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) - F_{кр};$$

$$J\ddot{\alpha} = (F_{к1} + F_{к2} - F_{спр})H + F_z(l + b) - \left[\frac{x_1 - x_2}{e_{12}} + k_{12}(\dot{x}_1 - \dot{x}_2)\right]H_1 +$$

$$+z(c_{ш2}b - c_{ш1}a) + \dot{z}(k_{ш2}b - k_{ш1}a) - \alpha(c_{ш2}b^2 + c_{ш1}a^2) - \dot{\alpha}(k_{ш2}b^2 + k_{ш1}a^2);$$

$$m_1\ddot{z} = -z(c_{ш1} + c_{ш2}) - \dot{z}(k_{ш1} + k_{ш2}) + \alpha(c_{ш2}b - c_{ш1}a) + \dot{\alpha}(k_{ш2}b - k_{ш1}a),$$

где $M_{к(j+1)}(t), M_{кj}(t)$ — крутящий момент, передаваемый включаемой и выключаемой муфтами коробки; $i_{з.м}$, $i_{п.м}$ — передаточные отношения заднего и переднего моста с приводом;

$i'_к$ — передаточное отношение между промежуточным и вторичным валами коробки; $\eta_{з.м}$, $\eta_{п.м}$ — КПД заднего и переднего моста с приводом; $\eta'_к$ — КПД передачи между промежуточным и вторичным валами коробки.

Рассмотрим, как изменяются силовые и кинематические параметры фрикционных муфт при включении высшей смежной передачи с перекрытием. Из баланса мощностей на первичном и промежуточном валах коробки имеем

$$M_{кj}(t)i_{кj} + M_{к(j+1)}(t)i_{к(j+1)} = M_с,$$

где $M_с$ — приведенный к промежуточному валу коробки момент сопротивления движению агрегата,

$$M_с = \frac{(F_{спр} + F_{кр})r_{к2}}{i_{з.м}i'_к\eta_{з.м}\eta'_к}.$$

На рис. 5.31, *а* показано изменение моментов выключаемой $M_{кj}(t)$ и включаемой $M_{к(j+1)}(t)$ муфт. Здесь в момент времени $t = t_0$ начинается выключение муфты $Ф_{кj}$. Ее предельный момент $M'_{кj}$, определяемый давлением жидкости в силовом цилиндре и статическим коэффициентом трения, изменяется пропорционально снижению давления в гидроаккумуляторе. Фактический момент $M_{кj}(t)$, нагружающий выключаемую муфту, определяют из выражения

$$M_{кj}(t) = \frac{M_с - M_{к(j+1)}(t)i_{к(j+1)}}{i_{кj}}.$$

Из этой формулы видно, что по мере увеличения момента $M_{к(j+1)}(t)$ включаемой муфты момент $M_{кj}(t)$, нагружающий выключаемую муфту, уменьшается и при $M_с = M_{к(j+1)}(t)i_{к(j+1)}$ становится равным нулю ($M_{кj}(t) = 0$). При дальнейшем увеличении момента $M_{к(j+1)}(t)$ момент $M_{кj}(t)$ изменяет знак на обратный, т.е. в замкнутом контуре переключаемых передач возникает дополнительная мощность. Если в начальный момент появления дополнительной мощности при $t = t_2$ резко

выключить муфту $Ф_{кj}$, то продолжительность перекрытия будет оптимальной.

Случаю переключения с оптимальным перекрытием соответствует график, изложенный на рис. 5.31, *а*. В течение вре-

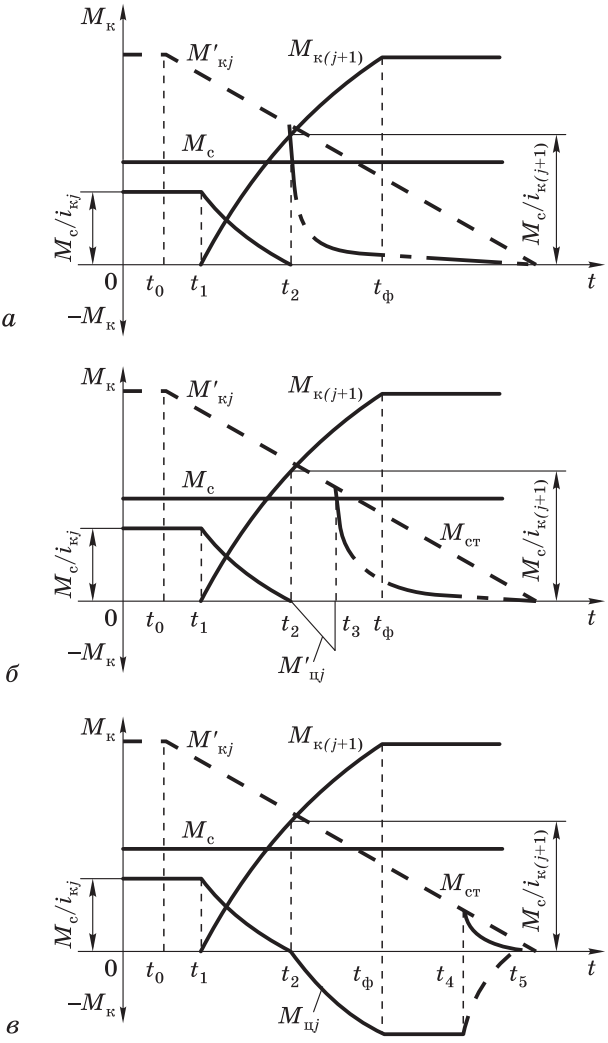

Рис. 5.31. Схема переключения передач без разрыва потока мощности

мени $t_2 \ldots t_0$ муфта $\Phi_{кj}$ не буксует, кинематическое передаточное число в коробке соответствует передаче $i_{кj}$, а силовое передаточное число изменяется от $i_{кj}$ до $i_{к(j+1)}$, поэтому при $t = t_2$ загрузка двигателя соответствует работе трактора на $(j+i)$-й передаче, а угловая скорость промежуточного вала и скорость трактора продолжают соответствовать j-й передаче. С этого момента начинают выравниваться угловые скорости ведущих и ведомых элементов включаемой муфты $\Phi_{к(j+1)}$ и увеличиваться скорость трактора на втором этапе разгона. Включение муфты $\Phi_{к(j+1)}$ заканчивается при $t = t_ф$, а буксование ее фрикционных элементов — при $t = t_δ$.

Поскольку в момент $t = t_2$ муфта $\Phi_{кj}$ полностью отключена, то загрузка двигателя $\chi_{(j+1)} = M_с / M_н i_{к(j+1)}$, а соответствующая ей угловая скорость коленчатого вала $\omega_{д1} = \omega_x - (\omega_x - \omega_н)\chi_{(j+1)}$. Для предварительной оценки параметров второго этапа разгона можно воспользоваться упрощенной двухмассовой динамической моделью без учета упругих и демпфирующих элементов трактора, в которой маховые массы с моментами инерции J_1, J_2, J_2' заменены на $J_д$, а маховые массы ведомых элементов с моментами инерции $J_3' \ldots J_5$ и поступательно движущиеся массы m_1 и m_2 — одной массой с моментом инерции $J_с'$, который с учетом передаточного числа $i_{к(j+1)}$ будет равен $J_{с(j+1)}' = J_с / i_{к(j+1)}^2$. Тогда продолжительность буксования муфты $t_ф - t_1$ и угловую скорость коленчатого вала двигателя в момент прекращения буксования можно вычислить по формулам (5.34) и (5.35) соответственно, подставив в них $J_д = J_1 + J_2 + J_2'$ и заменив $J_с$ на $J_{с(j+1)}'$, ω'' на $\omega_{д1}$, $\omega_{с0}$ на $\omega_{д1}/q$, χ_1 на $\chi_{1(j+1)}$ и приняв время включения муфты $t_{ф1} \approx 0{,}15 \ldots 0{,}2$ с.

Если механизмом включения передач предусмотрено избыточное перекрытие, то при $t > t_2$ момент циркуляции $M_ц$ увеличивается. Его значение можно определить из выражения при $M_ш < M_{к(j+1)}(t) i_{к(j+1)}$, откуда видно, что момент циркуляции $M_ц$ тем выше, чем больше при прочих равных условиях момент трения муфты $\Phi_{к(j+1)}$ и меньше приведенный к промежуточному валу коробки момент сопротивления $M_с$. Наибольшего значения момент $M_ц$ может достичь

при полностью включенной муфте $\Phi_{к(j+1)}$. Длительность перекрытия регулируется в этом случае по давлению, поэтому его значение остается постоянным и зависит от настройки механизма перекрытия. Случаю переключения с перекрытием заданной длительности соответствует график, изображенный на рис. 5.31, *б*, согласно которому в течение времени $t_3 \dots t_2$ муфта $\Phi_{кj}$ не буксует, кинематическое передаточное число соответствует передаче $i_{кj}$, а муфта $\Phi_{к(j+1)}$ продолжает буксовать, момент циркуляции возрастает до тех пор, пока давление в цилиндрах не выравняется и муфта $\Phi_{кj}$ не выключится (при $t = t_3$). До этого момента двигатель нагружается моментом циркуляции, частота вращения снижается и соответственно снижается скорость агрегата. Выравнивание угловых скоростей ведущих и ведомых элементов муфты $\Phi_{к(j+1)}$ и увеличение скорости трактора начнется при $t > t_3$.

Если давление в цилиндре выключаемой муфты поддерживается с помощью гидроаккумулятора до полной его разрядки, то муфта $\Phi_{кj}$ не буксует, а кинематическое передаточное число остается равным $i_{кj}$ до тех пор, пока момент циркуляции $M_ц$ не станет равным потенциальному моменту $M'_{кj}$, определяемому давлением в цилиндре и статическим коэффициентом трения фрикционных пар муфты. После срыва фрикционных элементов муфты в течение времени $t_5 \dots t_4$ буксуют одновременно обе муфты, $\Phi_{кj}$ и $\Phi_{к(j+1)}$. График второго этапа разгона при нерегулируемом перекрытии показан на рис. 5.31, *в*.

После прекращения буксования муфты $\Phi_{к(j+1)}$ начинается второй период второго этапа разгона тракторного агрегата, который принципиально ничем не отличается от второго этапа разгона агрегата без переключения передач.

В тяжелых условиях для достижения заданной скорости движения тракторного агрегата после второго этапа разгона возможен третий этап, который принципиально от второго не отличается.

Таким образом, важнейшими динамическими характеристиками процесса разгона тракторного агрегата являются вре-

мя разгона и минимальная частота вращения вала двигателя. Чем меньше время разгона и допустимая частота вращения вала двигателя, тем лучшими динамическими качествами обладает трактор. В тракторах, оборудованных ступенчатыми коробками передач с разрывом потока мощности, для обеспечения возможности разгона тракторного агрегата на данной передаче иногда необходимо резервировать некоторый запас мощности двигателя, т.е. снизить коэффициент его загрузки. Наиболее трудные условия разгона наблюдаются при работе на высших передачах.

Разгон и маневрирование передачами можно облегчить, применив трансмиссии, позволяющие переключать передачи на ходу, не прекращая подвода мощности к ведущим колесам. В этом случае разгон тракторного агрегата осуществляется поэтапно.

Процесс разгона тракторного агрегата существенно улучшается при оборудовании трактора бесступенчатыми трансмиссиями (гидравлическими, электрическими и др.).

6 ТЯГОВО-ДИНАМИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ТЯГОВЫХ И ГРУЗОНЕСУЩИХ МНОГОЦЕЛЕВЫХ КОЛЕСНЫХ И ГУСЕНИЧНЫХ МАШИН

6.1. Тяговые характеристики тяговых машин

Тяговые, скоростные и экономические качества тяговой машины (трактора, тягача и др.) при работе на номинальных и иных (частных) режимах определяет тяговая характеристика. Рассмотрим построение тяговой характеристики на примере машинно-тракторного агрегата.

Тяговой характеристикой называют график, по оси абсцисс которого откладываются значения силы тяги на крюке $F_{кр}$ (или касательной силы тяги $F_к$), а по оси ординат — соответствующие значения крюковой мощности трактора $P_{кр}$, полезной мощности на валу отбора мощности $P_{ВОМ}$, потери от буксования движителей, часовой и удельный расход топлива ($G_т$ и $g_е$ соответственно), действительная скорость движения $v_д$, тяговый или общий КПД трактора ($\eta_т$ или η соответственно).

Тяговые характеристики строят применительно к установившимся режимам работы трактора и при движении его по горизонтальной поверхности. Тяговую характеристику можно построить, используя данные, полученные при испытаниях трактора, или расчетным путем. В первом случае ее называют *экспериментальной тяговой характеристикой*, она предназначена для оценки показателей тягово-сцепных и экономических качеств реального трактора. Во втором случае ее называют *теоретической тяговой характеристикой*, она предназначена для определения названных качеств проектируемого трактора. Тяговые характеристики строят для типичных почвенных фонов: для сельскохозяйственного трактора типичным фоном является стерня суглинка нормальной

влажности, для промышленного — суглинок со снятым дерновым покровом.

Для построения теоретической тяговой характеристики необходимы следующие исходные данные:

1. Агротехнические требования, предъявляемые к трактору. К ним относятся условия работы трактора: типичные грунты и почвы, их физико-механические характеристики (σ_0 — предел прочности грунта на одноосное сжатие; $f_п$, $f_{ск}$ — коэффициенты трения грунта; k_τ — коэффициент деформации; k — коэффициент объемного смятия грунта; $\tau_{ср}$ — напряжение среза; w — влажность); набор агрегатируемых машин и орудий (диапазон тяговых сопротивлений $F_{кр\ max}$ ... $F_{кр\ min}$); диапазон скоростей движения (пониженный, рабочий, транспортный).

2. Данные тягового расчета проектируемого трактора: масса (эксплуатационная и сцепная), тип движителя с параметрами ходового аппарата (колесный — r_0, b, $p_ш$, $h_г$, t; гусеничный — $r_к$, L, b, $h_г$, $t_г$); передаточные числа трансмиссии (для ступенчатой механической передачи) или характеристики бесступенчатых передач (объемной гидропередачи, гидродинамической, электрической и др.); КПД ходовой части $\eta_г$, трансмиссии $\eta_{тр}$ и др.

3. Регуляторная характеристика двигателя. В случае установки на проектируемый трактор нового двигателя эту характеристику строят методами теории двигателя, ее можно представить аналитически, графически или в виде табличных данных. При установке серийного двигателя используют характеристику, полученную при его тормозных испытаниях. Она также может быть представлена графически или в виде табличных данных.

4. Буксование движителя. Если имеется прототип проектируемого трактора одинакового класса, массы и с подобным движителем, то используют зависимость коэффициента буксования от силы тяги на крюке (тяговой характеристики), полученной при государственных испытаниях прототипа. Если проектируют трактор, который не имеет прототипа среди реальных тракторов, то зависимость коэффициента буксования от силы тяги на крюке (касательной силы тяги) строят

методами, описанными в главах 2 и 3. При этом коэффициент буксования движителя может быть представлен аналитически или графически как $\delta = f(G, L, b, \sigma_0 \ldots)$.

6.2. Теоретическая тяговая характеристика машин со ступенчатой механической трансмиссией

Теоретическая тяговая характеристика с указанным типом трансмиссии может быть получена на ЭВМ или графоаналитическим методом. При этом обычно принимают следующие допущения и ограничения: 1) коэффициент сопротивления движению сохраняет неизменное значение при всех режимах работы, его выбирают по табл. 4.1; 2) КПД трансмиссии имеет для каждой передачи постоянное значение и не зависит от степени нагрузки двигателя; 3) трактор движется по горизонтальной поверхности при установившихся режимах работы.

На рис. 6.1 показана информационно-поточная схема расчета на ЭВМ теоретической тяговой характеристики. В левой части приведены исходные данные и форма их представления: константы и технико-экономические характеристики, которые, в свою очередь, могут быть представлены аналитически как $y = f(x)$, графически и в виде табличных данных. В правой части схемы приведены результаты промежуточного расчета (в виде графиков или табличных данных) и тяговая характеристика в виде графика или табличных данных.

Алгоритм расчета характеристик представлен на рис. 6.2. После ввода всех исходных данных организуется внешний цикл по числу передач ($n_{\text{пер}}$), для которых рассчитывается тяговая характеристика. Определяется максимальная касательная сила тяги трактора $F_{\text{к}}$ на каждой рассчитываемой передаче как меньшая из двух сил, определяемых по двигателю ($F_{\text{к.дв}} = M_{\text{к}} / r_{\text{д}}$) и по сцеплению $F_{\text{к}} = f(G, L, b, \sigma_0 \ldots)$.

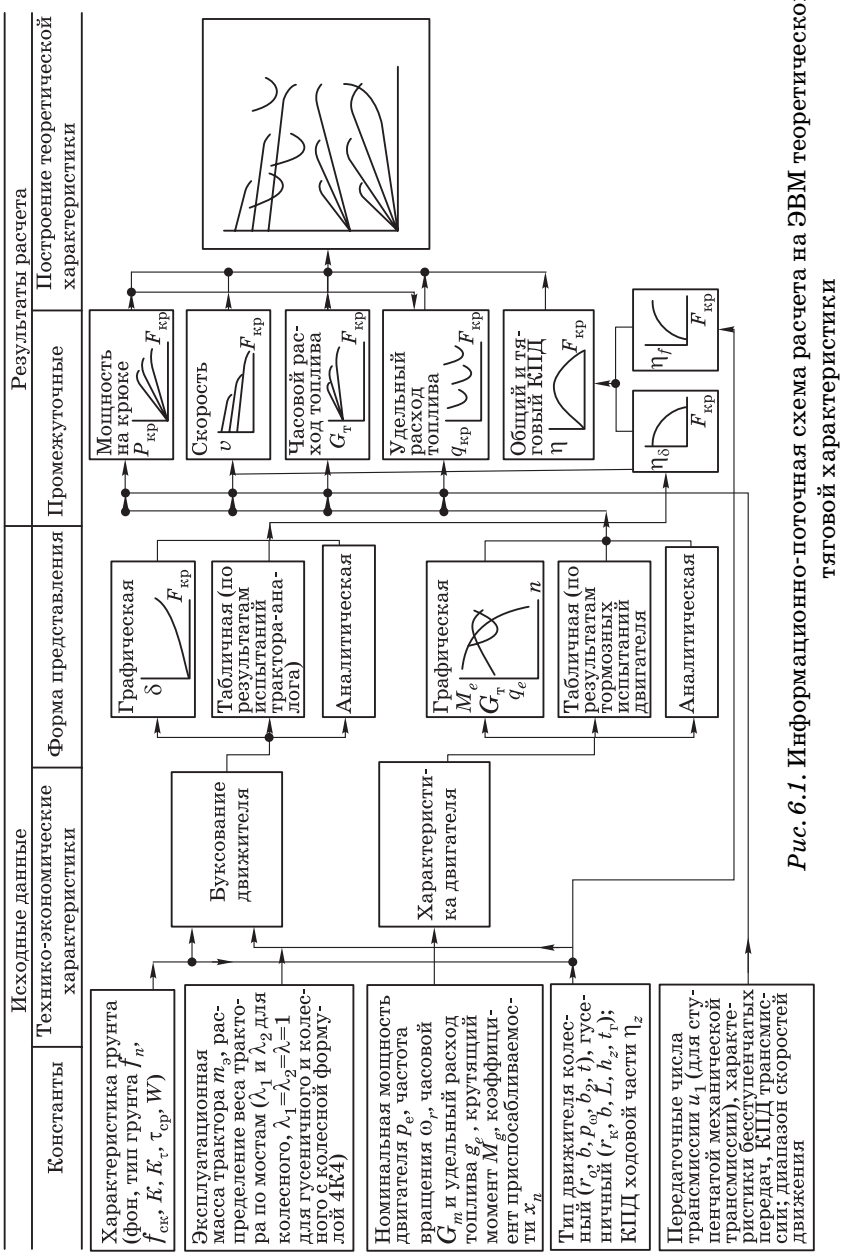

Рис. 6.1. Информационно-поточная схема расчета на ЭВМ теоретической тяговой характеристики

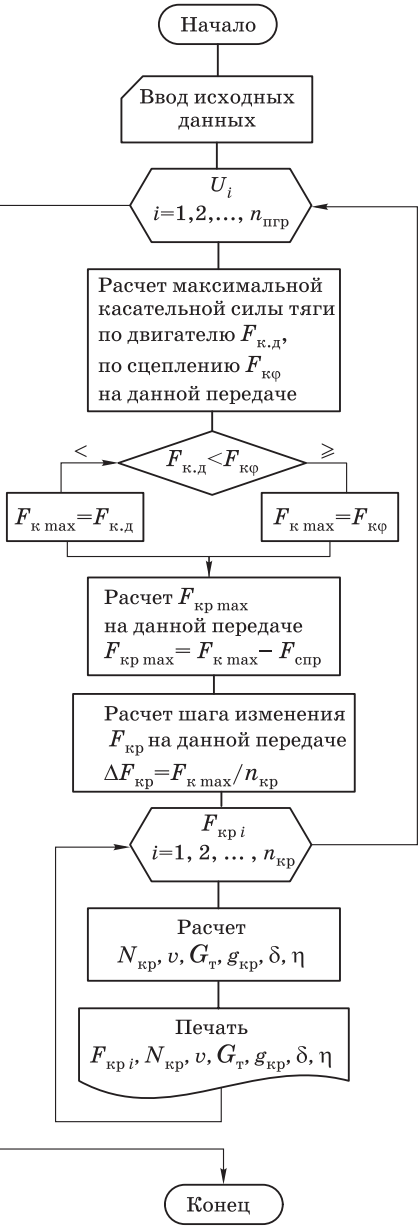

Рис. 6.2. **Алгоритм расчета тяговой характеристики**

Затем определяются максимальное усилие на крюке $F_{\text{кр max}}$ на каждой передаче:

$$F_{\text{кр max}} = F_{\text{к}} - F_{\text{спр}}$$

и изменения усилия на крюке на рассчитываемой передаче:

$$\Delta F_{\text{кр}} = F_{\text{кр max}} / n_{\text{кр}},$$

где $n_{\text{кр}} = 10...15$ — число точек изменения усилия на крюке.

После этого организуется внутренний цикл расчета усилий на крюке, в котором усилие на крюке изменяется от нуля до максимального значения $F_{\text{кр max}}$ на рассчитываемой передаче с шагом $\Delta F_{\text{кр}}$. Для каждого значения усилия на крюке определяют составляющие тяговой характеристики $F_{\text{кр}}$, υ, $G_{\text{т}}$, g_{e}, δ и $\eta_{\text{т}}$, которые печатаются на алфавитно-цифровом печатающем устройстве и записываются на диск.

После завершения внутреннего цикла расчета усилий на крюке вычисления повторяют для следующей передачи. Когда закончится внешний цикл для передач, пользователь будет иметь необходимые данные для построения теоретической тяговой характеристики на графопостроителе. Как указывалось ранее, может эта характеристика быть построена графоаналитическим методом.

Существует несколько способов построения характеристики для механической силовой передачи. Рассмотрим один из них.

Характеристику строят в квадранте I (рис. 6.3). Три остальных квадранта являются вспомогательными. В квадранте III размещается регуляторная характеристика двигателя, построенная как функция от крутящего момента двигателя. В квадранте IV строят лучевую диаграмму, отображающую зависимость $F_{\text{к}} = f(M_{\text{д}})$.

Характеристику строят для одного грунта и характерного фона при нормальной или повышенной влажности.

Порядок построения.

1. Обозначим начало координат квадранта I точкой O и отложим вправо на оси абсцисс в выбранном масштабе силы тяги на крюке $F_{\text{кр}}$. Влево отложим силу сопротивления дви-

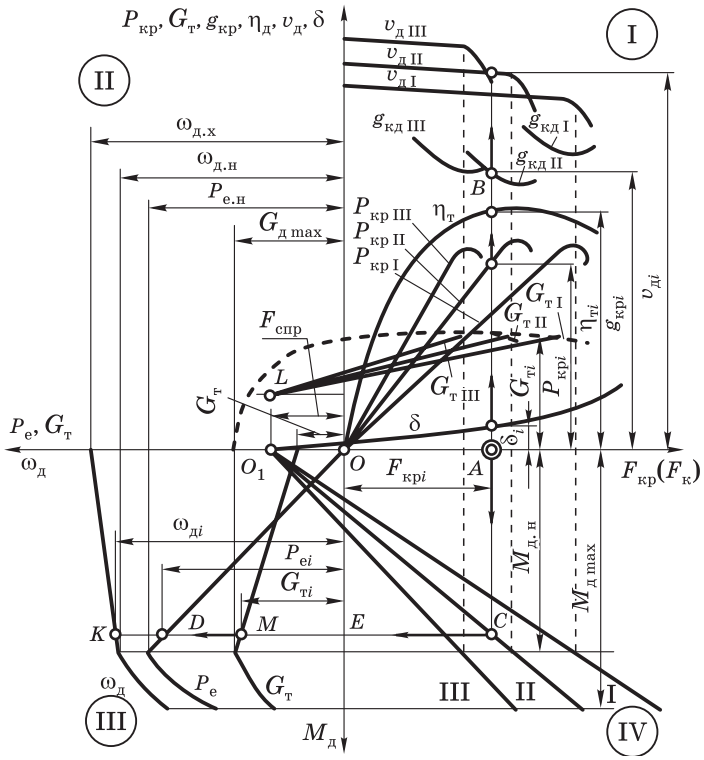

Рис. 6.3. Теоретическая тяговая характеристика для механической ступенчатой трансмиссии

жению $F_{спр} = fgm_э$ (здесь f — коэффициент сопротивления движению; $m_э$ — эксплуатационная масса трактора). Полученная точка O_1 является началом координат для отсчета касательной силы тяги $F_к = F_{кр} + F_{спр}$.

2. В квадранте I строим кривую буксования $\delta = f(F_{кр})$ или $\delta = f(F_к)$, причем значения δ откладываем в долях единицы.

3. В квадранте III строим регуляторную характеристику двигателя как функцию от крутящего момента $M_д$, причем значения момента откладываем по оси ординат вниз от точки O, а значения эффективной мощности двигателя $P_е$, часового расхода топлива $G_т$ и угловой скорости коленчатого вала двигателя $\omega_д$ — по оси абсцисс влево от точки O. На оси момен-

тов имеются характерные точки, соответствующие крутящим моментам двигателя: номинальному ($M_{д.н}$) и максимальному ($M_{д\,max}$). Соответствующие $M_{д.н}$ значения P_e, $G_{т\,max}$, $\omega_{д.н}$ характеризуют номинальный режим работы двигателя.

4. В квадранте IV строим лучевую диаграмму зависимостей

$$F_к = F_{кр} + F_{сп} = \frac{\eta_{тр}\eta_г M_д i}{r_д},$$

где i — передаточное число трансмиссии; $r_д$ — динамический радиус колеса; для гусеничных тракторов $r_д = zt_г / (2\pi)$.

Для колесных тракторов точный расчет радиуса $r_д$ пневматической шины невозможен, поэтому при построении теоретической тяговой характеристики берется среднее значение $r_д$, которое приближенно определяют по номинальным размерам применяемых шин.

Согласно принятой в странах СНГ системе обозначений шин низкого давления, их номинальными размерами являются ширина профиля покрышки и наружный диаметр обвода, на который надевается шина.

Рассчитывают радиус $r_д$ по формуле Хейдекеля при условии, что $r_д \approx r_{ст}$:

$$r_д = r_0 - \frac{G}{2\pi p_ш \sqrt{r_0 r_с}}.$$

Радиус можно вычислить и по эмпирической формуле

$$r_д = 0{,}5d + (0{,}80...0{,}85)b.$$

Коэффициентом в круглых скобках учитываются радиальные деформации шин. При его выборе необходимо иметь в виду, что на твердых почвах радиальные деформации несколько больше, чем на мягких, при прочих равных условиях.

Поскольку зависимость между $F_к$ и $M_д$ линейна, для построения луча каждой передачи необходимо определить две точки, через которые можно провести прямую. Очевидно, что при $M = 0$ для всех передач $F_к = 0$. Координаты второй точки удобно получить, приняв $M_д = M_{д.н}$. На рис. 6.3 показаны лучи для трех передач, характеризующих зависимость $F_к = f(M_д, i)$. При большом числе ступеней лучи строят для всех передач.

5. В квадранте I строим кривые тягового КПД трактора:

$$\eta_т = \eta_{тр}\eta_r\eta_{спр}\eta_\delta.$$

При построении произведение $\eta_{тр}\eta_r$ обычно принимают постоянным, не зависящим от включаемой передачи. Если величины зависят от скорости движения, то для каждой передачи будет характерна своя кривая тягового КПД. Примем, что $\eta_{тр}\eta_r = \text{const}$. Перепишем формулу КПД в более удобной форме:

$$\eta_т = \eta_{тр}\eta_r (1 - F_{спр} / F_к)(1 - \delta).$$

Очевидно, что $\eta_т = 0$ при $F_{спр} = F_к$, т.е. холостом ходе трактора, и при $\delta = 1$, т.е. большом буксовании и полной остановке.

Для того чтобы построить кривые тягового КПД, необходимо для нескольких значений $F_{кр}$ (не менее 5 точек) определить соответствующие значения $F_к$ и $F_{спр}$. Затем по расчетным значениям, приведенным в табл. 6.1, построить кривые тягового КПД. На рис. 6.3 дана одна кривая КПД, общая для всех передач ($\eta_{тр}\eta_r = \text{const}$).

6. В квадранте I строим кривые мощности на крюке $P_{кр} = \eta_т P_e$. На рис. 6.3 показано построение кривой мощности крюке на второй передаче. Необходимо для нескольких значений $F_{кр}$ (не менее 5–7 точек, причем 3–4 точки в зоне номинального усилия на крюке для данной передачи, полученного при тяговом расчете) определить соответствующие значения $\eta_{тi}$ и P_{ei} и затем вычислить значение $P_{кр\,i}$.

Таблица 6.1

Данные для построения кривых тягового КПД

$F_{кр}$	$F_к$	δ	$\eta_{спр}$	η_δ	$\eta_т$
$F_{кр1}$	$F_{к1}$	δ_1	$\eta_{спр1}$	$\eta_{\delta1}$	$\eta_{т1}$
$F_{кр}$	$F_{к2}$	δ_2	$\eta_{спр2}$	$\eta_{\delta2}$	$\eta_{т2}$
...	...	...	...	...	...
$F_{кр n}$	$F_{к n}$	δ_n	$\eta_{спр n}$	$\eta_{\delta n}$	$\eta_{т n}$

Для определения $\eta_{ті}$ и P_{ei} восстанавливаем перпендикуляр из точки A до пересечения с кривой тягового КПД. Отрезок AB и представляет собой величину $\eta_{ті}$. Затем опускаем перпендикуляр из точки A до пересечения с соответствующим лучом данной передачи. Отрезок AC будет характеризовать крутящий момент двигателя, соответствующий усилию на крюке на данной передаче. Затем, проведя из точки C прямую, параллельную оси абсцисс, до пересечения с кривой P_e, найдем соответствующее значение эффективной мощности двигателя P_{ei} (отрезок ED) и значения $\omega_{дi}$ и $G_{ті}$ (отрезки EK и EM), необходимые для построения кривых действительных скоростей движения, часового и удельного расхода топлива. Определив эти величины для 5–7 значений $F_{кр}$, построим кривую $P_{кр}$ для данной передачи. Очевидно, что все кривые начинаются в одной точке при $F_к = F_{спр}$ или $F_{кр} = 0$, поскольку в этой точке $\eta_т = 0$ ($\eta_{спр} = 1 - F_{спр}/F_к = 0$). Аналогичные построения выполняем и для другихпередач.

7. В квадранте I строим зависимости действительной скорости движения от усилия на крюке на различных передачах. Для этого воспользуемся формулой

$$\upsilon_д = \frac{2\pi\omega_0 r_д}{i}(1-\delta).$$

Значение $\upsilon_д$ определяем для точек $F_{крi}$ на данной передаче. На рис. 6.3 отрезок EK представляет собой угловую скорость двигателя, соответствующую усилию на крюке $F_{крi}$ на данной передаче. Затем откладываем в соответствующем масштабе подсчитанное по формуле значение $\upsilon_{дi}$. Аналогичные операции производим для всех выбранных значений $F_{крi}$ на данной передаче и в целом для всех передач трактора.

8. Кривую часового расхода топлива для различных передач строим в квадранте I. С этой целью для всех выбранных значений $F_{крi}$ на данной передаче откладываем по оси ординат соответствующие значения часового расхода топлива. Отрезок EM представляет собой часовой расход топлива, соответствующий усилию на крюке $F_{крi}$. Кривые часового расхода начинаются в точке L с координатами $F_к = 0$ и $G_т = G_{т.х}$.

9. Для построения кривой удельного расхода топлива воспользуемся формулой

$$g_{кр} = G_т / P_{кр}.$$

Следует отметить, что кривая удельного расхода топлива резко возрастает при малых значениях мощности на крюке. Это обстоятельство показывает степень эффективности использования топлива. Чем больше мощность на крюке, тем меньшее количество топлива необходимо затратить на 1 кВт·ч; $\lim\limits_{P_{кр}\to 0} g_{кр} = \infty$, поэтому кривые строят для значений $F_{кр} \neq 0$.

6.3. Теоретическая потенциальная характеристика трактора со ступенчатой трансмиссией

В последнее время при механизации процессов сельскохозяйственного производства стали внедряться комплексные агрегаты, требующие большого отбора мощности через ВОМ на привод активных рабочих органов машин и имеющие значительные тяговые сопротивления.

Теоретическая тяговая характеристика не дает ответов на вопросы, возникающие при определении тягово-сцепных, скоростных и экономических свойств машинно-тракторных агрегатов при отборе мощности через ВОМ. Для этих целей необходимо использовать теоретическую потенциальную характеристику. Потенциальная тяговая характеристика отражает тягово-сцепные свойства, скорость и экономические качества трактора при установившемся движении его по горизонтальной поверхности. Она отражает зависимость действительной скорости движения, буксования и тягового КПД от крюковой нагрузки (рис. 6.4) с учетом частичной или полной загрузки устанавливаемого двигателя. При ее построении расчет выполняется по формулам

$$\eta_т = \eta_{тр}\eta_r\eta_\delta\,\eta_{спр} = \eta_т\eta_r\,(1-\delta)(1-F_{спр}/F_к);$$

$$v_д = \frac{\chi_э P_{ен}\eta_т}{F_{кр}},$$

где $\upsilon_д$ — действительная скорость движения; $\chi_э$ — коэффициент эксплуатационной нагрузки; $P_{ен}$ — номинальная мощность двигателя; $F_{кр}$ — крюковая нагрузка.

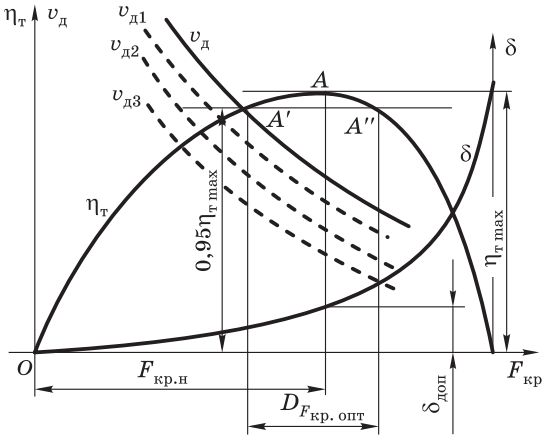

Рис. 6.4. Общий вид потенциальной тяговой характеристики трактора

Для построения потенциальной тяговой характеристики необходимо иметь скоростную характеристику устанавливаемого на трактор двигателя — зависимость $F_{кр}(F_к) = f(\delta)$.

При отборе мощности на привод активных органов агрегатируемых машин на характеристике появляются дополнительные кривые, отражающие степень отбора мощности (см. рис. 6.4; $\upsilon_{д1}$, $\upsilon_{д2}$, $\upsilon_{д3}$ ...).

Действительную скорость при крюковых нагрузках, соответствующих оптимальному диапазону крюковых усилий, показывают точки A′ и A″, при нагрузках, соответствующих максимальному тяговому КПД, — точка A.

Основой построения характеристики является зависимость $F_{кр}(F_к) = f(\delta)$. При построении существует два подхода. Первый связан с обобщением экспериментальных данных по тягово-сцепным качествам тракторов, проходивших испытания в полевых условиях на различных фонах почвы.

На основании многочисленных опытов, проведенных в НАТИ, были обобщены зависимости $\varphi = f(\delta)$ для тракторов с

колесной формулой 4К4 (здесь φ — коэффициент сцепления, $\varphi = G_э / F_к$). Зная значение φ и эксплуатационный вес $G_э$, можно определить касательную силу тяги и соответствующее ей буксование.

Второй подход основан на теоретических зависимостях $F_{кр}$ $(F_к) = f(\delta)$. При этом подходе используются различные теории взаимодействия колесного движителя с почвой. Одна из этих теорий дает обобщающую формулу зависимости $F_к = f(\delta)$ с учетом нагрузки на колесо, параметров колеса и физико-механических свойств почвы [28]:

$$F_к = \frac{f_{ск} K_\tau Y}{\delta L}\left[\ln \operatorname{ch}\frac{\delta L}{K_\tau} - f_п\left(\frac{1}{\operatorname{ch}\dfrac{\delta L}{K_\tau}} - 1\right)\right],$$

где $f_{ск}$ — коэффициент трения скольжения; $f_п$ — коэффициент трения покоя; K_τ — коэффициент деформации, м; Y — нормальная реакция, H; δ — буксование, доли единицы; L — длина опорной части колеса, м.

При нахождении зависимости $F_к = f(\delta)$ следует иметь в виду, что при приложении крюковой нагрузки $F_{кр}$ реакции Y_1 и Y перераспределяются и формула имеет вид

$$F_{к1} = \frac{f_{ск} K_\tau G x_{ст}\left[\ln \operatorname{ch}\dfrac{\delta L_1}{K_\tau} - f_п\left(\dfrac{1}{\operatorname{ch}\dfrac{\delta L_1}{K_\tau}} - 1\right)\right]}{\delta L_1^2\left\{1 + \dfrac{f_{ск} K_\tau}{\delta L_1}[h_{кр}\cos\gamma - (l\sin\gamma)]\left[\ln \operatorname{ch}\dfrac{\delta L_1}{K_\tau} - f_п\left(\dfrac{1}{\operatorname{ch}\dfrac{\delta L_1}{K_\tau}} - 1\right)\right]\right\}}; \quad (6.1)$$

$$F_{к2} = \frac{f_{ск} K_\tau G (L - x_{ст})\left[\ln \operatorname{ch}\dfrac{\delta L}{K_\tau} - f_п\left(\dfrac{1}{\operatorname{ch}\dfrac{\delta L}{K_\tau}} - 1\right)\right]}{\delta L_2^2\left\{1 + \dfrac{f_{ск} K_\tau}{\delta L}[h_{кр}\cos\gamma - l\sin\gamma]\left[\ln \operatorname{ch}\dfrac{\delta L_2}{K_\tau} - f_п\left(\dfrac{1}{\operatorname{ch}\dfrac{\delta L_2}{K_\tau}} - 1\right)\right]\right\}}. \quad (6.2)$$

Из условия неразрывности поступательных движений переднего и заднего мостов следует $\delta = \delta_1 = \delta_2$.

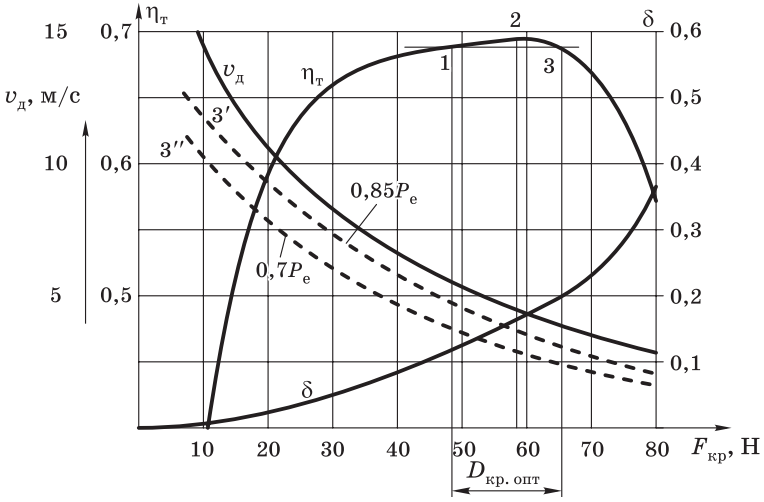

Рис. 6.5. Потенциальная тяговая характеристика

Формулы (6.1) и (6.2) дают возможность определить силы тяги при перераспределении нагрузки.

На рис. 6.5 приведены расчетные зависимости $F_{кр}$ ($F_к$) = = $f(\delta)$ при движении колесного трактора, выполненного по схеме 4К4, тягового класса 6,0 с двигателем мощностью 350 л.с. и отбором мощности через ВОМ по горизонтальной поверхности стерни суглинка нормальной влажности в установившемся режиме. Здесь

$$F_{кр} = F_к - F_{спр}.$$

Физико-механические свойства грунта приведены в табл. 6.2.

Таблица 6.2

Физико-механические свойства грунта

Почва	δ_0, Н/м^2	К, Н/м^3	$f_{ск}$	$f_п \cong f_{ск}$	$K_т$, м	W, %
Стерня суглинка нормальной влажности	$1{,}58 \cdot 10^6$	$0{,}58 \cdot 10^6$	0,76	0,76	0,005	16

При расчете были приняты следующие параметры трактора: $G = 12{,}2$ кН; $L = 2{,}98$ м; $x_{ст} = 1{,}64$ м; $h_{кр} = 0{,}5$ м; $l = 1{,}2$ м; распределение эксплуатационной массы по осям 45/55 %. На трактор установлен двигатель «Detroit Diesel» (мощность 350 л.с. при 2100 об/мин). Он оборудован шинами, параметры которых приведены в табл. 6.3.

Из рис. 6.5 видно, что зависимость $F_{кр} = f(\delta)$ имеет нелинейный характер и близко совпадает с экспериментальными данными. Здесь также изображены зависимости $\eta_т = f(F_{кр})$ и $v_д = f(F_{кр})$. При этом было принято, что мощность двигателя $P_{ен} = \text{const} = 350$ л.с.

Таблица 6.3

Характеристики шин

Шина	Параметры шины, мм				Допустимая нагрузка при $p_ш = 0{,}2$ мПа, кН	Масса, кг
	b	D	$R_{ст}$	$R_к$		
540/65R30	530	1464	671	705	31,950	180
620/70R42	625	1935	885	922	73,200	235

Из рис. 6.5 видно, что максимальный тяговый КПД $\eta_{т\,max}$ развивается при $F_{кр} = 59$ кН, т.е. соответствует тяговому классу 6,0. Если допустить снижение $\eta_т$ на 0,3 %, то получим диапазон оптимальных крюковых нагрузок $D_{кр}$, который находится в пределах $D_{кр.\,опт} = 48{,}0...0{,}68$ кН.

Однако трактор с эксплуатационной массой $m_э = 12\,200$ кг на тяжелых глинистых почвах может развить максимальное тяговое усилие на крюке $F_{кр\,max}$ до 97 кН (при коэффициенте сцепления $\varphi_{max} = 0{,}8$ [17]). Таким образом, трактор «Беларус-3022К» перекрывает тяговые сопротивления агрегатируемых сельскохозяйственных машин и может агрегатировать со всем шлейфом сельскохозяйственных машин, имеющих тяговое сопротивление 30,0...97,0 кН.

В настоящее время в сельское хозяйство страны поступают комбинированные агрегаты, требующие передачи значительной доли мощности на привод активных рабочих органов. На

рис. 6.5 приведены расчетные зависимости $v_д = f(F_{кр})$ при различном отборе мощности через ВОМ. Кривым 3′ и 3″ соответствует отбор мощности 15 и 30 %.

Приведем пример расчета: при $F_{кр.н} = 35$ кН трактор может развить скорость $v_д = 21{,}6$ км/ч, а при отборе 30 % мощности $v_д = 14{,}4$ км/ч. В то же время, если принять $v_д = \text{const}$, то можно определить предельные значения крюковых нагрузок. Например, при $v_д = 15$ км/ч (4,16 м/с) $F_{кр} = 50{,}0$ кН. При отборе 15 % мощности $F_{кр} = 42{,}2$ кН, а при 30 % $F_{кр} = 35{,}0$ кН.

Таким образом, потенциальная теоретическая тяговая характеристика трактора дает возможность оценить скорость движения и производительность агрегатируемой машины, которая имеет соответствующие тяговое сопротивление и отбор мощности.

6.4. Теоретическая тяговая характеристика трактора с гидродинамической трансмиссией

Основным элементом гидродинамической передачи является гидродинамический преобразователь крутящего момента, или *гидротрансформатор*. Гидротрансформатор в зависимости от частоты вращения коленчатого вала двигателя и нагрузки позволяет в небольших пределах, ограниченных зоной наибольшего значения КПД, плавно изменять передаточное число трансмиссии. Вследствие этого в такую трансмиссию включают коробку скоростей с двумя или тремя передачами. При отсутствии гидротрансформатора в трансмиссии трактора между крутящим моментом двигателя и крутящим моментом на ведущих колесах, а также между частотой вращения коленчатого вала двигателя и ведущих колес существуют линейные зависимости. При наличии гидротрансформатора связи усложняются, для их определения необходимо рассмотреть совместную работу двигателя и гидротрансформатора.

Кроме допущений, которые были приняты при построении теоретической тяговой характеристики с механической трансмиссией, на установившихся режимах работы двигате-

ля и соединенного с ним гидротрансформатора должны быть соблюдены следующие условия: 1) угловая скорость вала двигателя $\omega_д$ должна быть равна угловой скорости входного вала гидротрансформатора (насосного колеса) ω_1; 2) крутящий момент двигателя $M_д$ должен быть равен крутящему моменту M_1 на насосном колесе.

Основные зависимости, определяющие работу гидротрансформатора, и его характеристика. КПД гидротрансформатора

$$\eta_г = \frac{P_2}{P_1} = \frac{M_2\omega_2}{M_1\omega_1},$$

где P_2, M_2, ω_2 — соответственно мощность, крутящий момент и угловая скорость на выходном валу (турбине); P_1, M_1, ω_1 — соответственно мощность, крутящий момент и угловая скорость на входном валу (насосном колесе).

Коэффициент трансформации момента

$$K_г = M_2 / M_1.$$

Передаточное отношение гидротрансформатора

$$i_г = \omega_2 / \omega_1; \quad 0 \le i_г \le 1.$$

Характеристика гидротрансформатора обычно задается в виде графика, на оси абсцисс которого откладывается передаточное отношение $i_г$, а на оси ординат — значения КПД $\eta_г$, коэффициента трансформации момента $K_г$ и коэффициента λ_1 момента (рис. 6.6). При наличии коэффициента λ_1 легко определить крутящий момент M_1 насосного колеса:

$$M_1 = \lambda_1 \rho D^5 \omega_1^2$$

или

$$M_1 = \lambda_г \omega_1^2,$$

где ρ — плотность рабочей жидкости, кг/м^3; D — активный диаметр

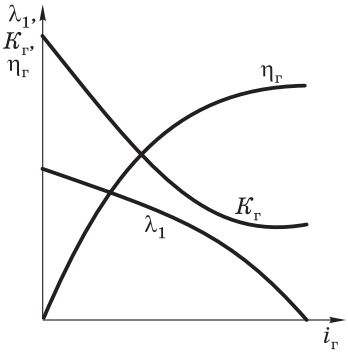

Рис. 6.6. Характеристика гидротрансформатора

гидропередачи, м; $\lambda_г$ — приведенный коэффициент момента гидротрансформатора, $\lambda_г = \lambda_1 \rho D^5$.

Для построения совместной характеристики двигателя внутреннего сгорания и гидротрансформатора необходимы следующие данные: 1) регуляторная характеристика двигателя внутреннего сгорания (зависимость крутящего момента от частоты вращения); 2) характеристика трансформатора.

Из характеристики двигателя известно, что крутящий момент двигателя зависит от частоты вращения коленчатого вала. Поскольку $M_д = M_1$, $\omega_д = \omega_1$ и $M_1 = \lambda_г \omega_1^2$, по аналогии имеем

$$M_д = \lambda_д \omega_д^2,$$

где $\lambda_д$ — коэффициент момента двигателя.

Характеристику совместной работы двигателя внутреннего сгорания и гидротрансформатора строят в четырех квадрантах (рис. 6.7). На оси абсцисс вправо и влево от

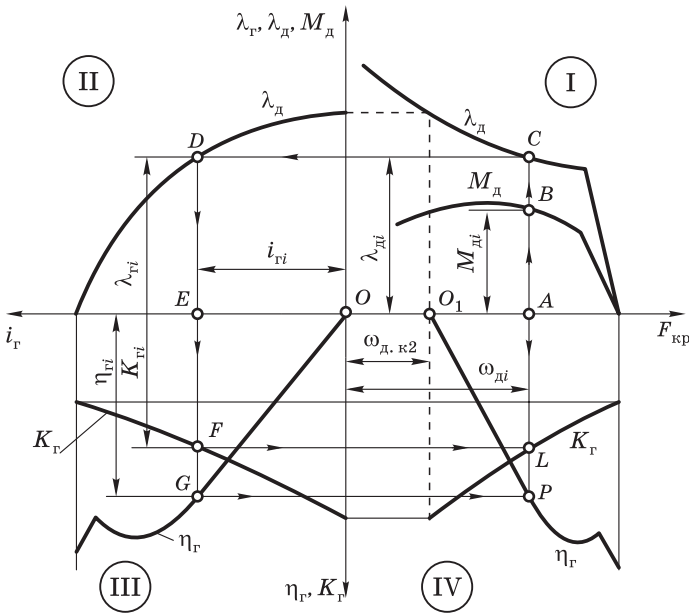

Рис. 6.7. Совмещенная характеристика двигателя и гидротрансформатора

точки O откладывают угловую скорость вала двигателя $\omega_д$ и передаточное отношение гидропередачи $i_г$. На оси ординат вверх от точки O откладывают значения коэффициентов момента двигателя $\lambda_д$, приведенного коэффициента момента гидротрансформатора $\lambda_г$ и крутящего момента двигателя $M_д$. Вниз от точки O на оси ординат — значения КПД гидропередачи $\eta_г$ и коэффициента трансформации момента $K_г$. В квадранте I строят зависимость $\lambda_д = M_д / \omega_д^2$; в квадранте II — $\lambda_г = \lambda_1 \rho D^5$; квадрант III представляет собой характеристику гидротрансформатора, т.е. $\eta_г = f(i_г)$ и $K_г = f(i_г)$. В квадранте IV строят зависимости $\eta_г = f(\omega_д)$ и $K_г = f(\omega_д)$, для определения значений которых производятся следующие построения.

1. Из точки A, соответствующей угловой скорости вала двигателя $\omega_{дi}$, восстанавливаем перпендикуляр к кривой $\lambda_д$. Отрезок AB характеризует крутящий момент двигателя, а отрезок AC — коэффициент момента двигателя $\lambda_д$.

2. Из точки C проводим прямую, параллельную оси абсцисс, до пересечения с кривой $\lambda_г$ в квадранте II. Из точки пересечения D опускаем перпендикуляр на ось $i_г$. Отрезок DE равен $\lambda_{гi}$, а отрезок OE характеризует передаточное отношение гидротрансформатора, соответствующее угловой скорости вала двигателя $\omega_{дi}$ и крутящему моменту $M_{дi}$.

3. Из точки E опускаем перпендикуляр до пересечения с кривыми $\eta_г = f(i_г)$ и $K_г = f(i_г)$ в точках F и G. Отрезки EF и EG представляют собой коэффициент трансформации момента $K_{гi}$ и КПД гидротрансформатора $\eta_{гi}$, соответствующие угловой скорости вала двигателя $\omega_{дi}$ и крутящему моменту $M_{дi}$.

4. Из точек E и G проводим линии, параллельные оси абсцисс, до пересечения с перпендикуляром, опущенным из точки A. Точки пересечения L и P принадлежат зависимостям $K_г = f(\omega_д)$ и $\eta_г = f(\omega_д)$.

Таким образом, зная момент и угловую скорость вала двигателя, из совместной характеристики можно определить КПД, коэффициент трансформации и передаточное отношение гидротрансформатора, соответствующие дан-

ным крутящему моменту двигателя и угловой скорости вала.

Точка O_1 характеристики соответствует критической угловой скорости вала двигателя, при которой передаточное отношение $i_г = 0$, а это означает, что угловая скорость вала турбины тоже равна нулю. Крутящий момент на валу турбины в этом режиме достигает максимума (стоповый момент), а передаваемая мощность равна нулю.

При наличии совместной характеристики двигателя внутреннего сгорания и гидротрансформатора построение тяговой характеристики с гидродинамической трансмиссией не отличается от построения теоретической тяговой характеристики с механической трансмиссией. При этом, однако, следует иметь в виду, что функциональные зависимости вида $F_к = f(M_д, i)$ и $\upsilon = f(\omega_д, i)$ должны включать характеристики гидротрансформатора.

Эти зависимости в преобразованном виде имеют следующий вид:

- тяговый КПД

$$\eta_т = \eta_r \eta_{тр} \eta_г \eta_{спр} \eta_\delta ;$$

- усилие на крюке

$$F_{кр} = \frac{M_д K_г i \eta_г \eta_{тр} \eta_г \eta_{спр}}{r_д} ;$$

- касательная сила тяги

$$F_к = \frac{M_д K_г i \eta_г \eta_{тр} \eta_г}{r_д} ;$$

- действительная скорость движения

$$\upsilon_д = \frac{2\pi\omega_д r_д i_г \eta_\delta}{i} ,$$

где i — передаточное число механической передачи.

Величины $\eta_г$, $K_г$ и $i_г$ определяют из совместной характеристики двигателя внутреннего сгорания и гидротрансформатора.

Общий вид теоретической тяговой характеристики показан на рис. 6.8. Она отличается от характеристики, представленной на рис. 6.5, тем, что зависимость $F_к = f(M_д, i)$ нелинейная и имеет кривые КПД для каждого диапазона скоростей.

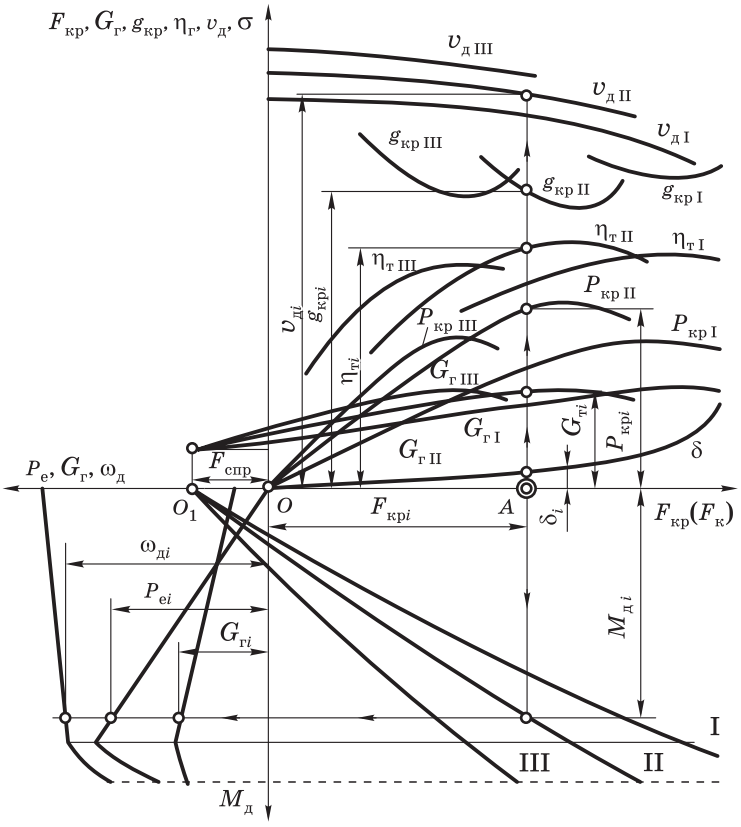

Рис. 6.8. Теоретическая тяговая характеристика с гидродинамической передачей

При построении кривой зависимости $F_к = f(M_д, i)$ необходимо задать исходный крутящий момент двигателя, для чего следует определить значение коэффициента трансформации момента из совместной характеристики двигателя внутреннего сгорания и гидротрансформатора, а затем рассчитать касательную силу тяги $F_к$.

6.5. Теоретическая тяговая характеристика трактора с гидрообъемной трансмиссией

Применение объемной гидропередачи позволяет плавно изменять передаточное число трансмиссии без разрыва потока мощности. Регулирование скорости движения и крутящего момента ведущих колес трактора в зависимости от тяговых сопротивлений агрегатируемых машин осуществляется при помощи различных систем автоматического регулирования, которые поддерживают в основном два режима работы: режим постоянной мощности $P_e = \text{const}$ и режим постоянной скорости $v_д = \text{const}$.

Первый режим работы трактора является наиболее экономичным, поскольку двигатель все время работает при номинальной мощности и с наименьшим расходом топлива, в то время как тяговое усилие и скорость являются переменными. Этот режим является основным и применяется почти на всех видах сельскохозяйственных работ.

Второй режим применяется на специальных видах работ, требующих постоянной скорости движения, например на рассадопосадочных. Он характеризуется переменными тяговыми сопротивлениями, а следовательно, постоянной скоростью и переменными потребляемыми мощностями. Двигатель трактора работает в переменных частичных режимах повышенного удельного расхода топлива по сравнению с режимом постоянной мощности.

Поскольку режим работы $P_e = \text{const}$ является основным, теоретическую тяговую характеристику трактора строим для него.

Объемная гидропередача состоит из гидравлического насоса и гидромотора поршневого или лопастного типа, систем регулирования, элементов связи. В некоторых случаях насос и мотор являются обратимыми машинами. При работе в режиме $P_e = \text{const}$ регулируется скорость движения трактора v с изменением тяговых сопротивлений агрегатируемых машин и орудий. Скорость движения регулируется измене-

нием рабочего объема насоса (при этом рабочий объем гидромотора остается неизменным) или изменением рабочего объема мотора (при этом рабочий объем насоса остается неизменным). Иногда применяют комбинированный способ регулирования, когда изменяются объемы как насоса, так и гидромотора.

В качестве примера рассмотрим построение характеристики трактора с объемной гидропередачей, включающей аксиально-поршневой насос и гидромотор. При этом кроме допущений, принятых для механической передачи, должны быть выполнены следующие условия: 1) трактор работает в режиме постоянной мощности двигателя; 2) скорость движения трактора от 0 до $v_{т1}$ (рис. 6.9) регулируется изменением подачи насоса при постоянном расходе гидромотора, а от $v_{т1}$ до $v_{т\,max}$ — изменением расхода гидромотора при максимальной подаче насоса. При этом подача насоса $Q_н$ и расход гидромотора $Q_м$ равны во всех режимах работы, т.е. $Q_н = Q_м$ (гидравлическими утечками пренебрегаем).

В процессе тягового расчета по известным соотношениям определяют и уточняют следующие показатели проектируе-

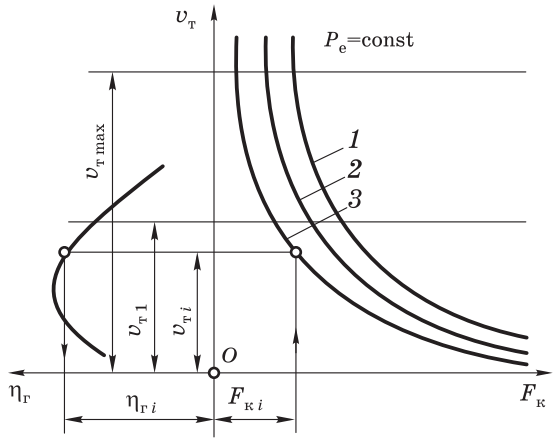

Рис. 6.9. Зависимость касательной силы тяги и КПД гидропередачи от теоретической скорости движения: *1–3* — приближения

мого трактора: эксплуатационную массу, потери на перекатывание, мощность установленного двигателя, распределение сил по осям и др. Выбор гидроагрегатов производят по методике, предложенной С.Ф. Комиссариком и Н.А. Ивановским (см. [28], с. 165). Сначала определяют постоянные гидроагрегатов: $q_{н\ max}$ — максимальный рабочий объем насоса, $q_{м\ max}$ — максимальный рабочий объем гидромотора, их наибольшие угловые скорости $\omega_н$ и $\omega_м$. Затем, учитывая принятое максимальное давление p_{max} в гидросистеме, подбирают по этим параметрам гидроагрегаты или, если их не существует, проектируют новые. После подбора гидроагрегатов корректируют тяговый расчет и строят теоретическую тяговую характеристику.

Для облегчения построения теоретической тяговой характеристики трактора с объемной гидропередачей построим вспомогательные зависимости $F_к = f(\upsilon_т)$ и $\eta_г = f(\upsilon_г)$. Для этого воспользуемся зависимостью

$$P_е = \frac{F_к \upsilon_т}{\chi_э \eta_{тр} \eta_г \eta_г} = \text{const},$$

где $\chi_э$ — коэффициент эксплуатационной нагрузки; $\eta_г$ — КПД гидропередачи, $\eta_г = \eta_{г.н}\eta_{г.м}$; $\eta_{г.н}$ — полный КПД насоса; $\eta_{г.м}$ — полный КПД гидромотора.

Зависимость $F_к = f(\upsilon_г)$ строят методом приближений. Для начала возьмем $\eta_{г.н} = \eta_{г.м} = 1$. При этом $\alpha_н = \text{const}$ (здесь $\alpha_н$ — угол наклона планшайбы насоса).

Поскольку $P_е = \text{const}$, а величины $\chi_э$ и $\eta_{тр}\eta_г$ можно считать постоянными, зависимость $F_к = f(\upsilon_т)$ будет представлять собой в первом приближении равностороннюю гиперболу (см. рис. 6.9, кривая *1*).

Для нахождения более точных зависимостей $F_к = f(\upsilon_т)$ необходимо знать текущие значения $\eta_{г.нi}$ и $\eta_{г.мi}$, которые получают из универсальных характеристик насоса (гидромотора) (рис. 6.10), угловую скорость насоса $\omega_н$ и гидромотора $\omega_м$, давление в нагнетательной гидролинии $P_н$, $P_{н.max}$, углы наклона планшайб насоса $\alpha_н$ и гидромотора $\alpha_м$.

При регулировании скорости до значений $v_{т1}$ изменением подачи насоса (см. рис. 6.9) $\alpha_м = \text{const}$. В этом случае переменная подача насоса $Q_н$ создается изменением угла наклона планшайбы, $\alpha_н \neq \neq \text{const}$. При регулировании скорости до значений $v_{т\max}$ изменением объема гидромотора $\alpha_н = \text{const}$. В этом случае переменный объем гидромотора создается благодаря регулированию угла наклона шайбы $\alpha_м \neq \text{const}$. В обоих случаях пренебрегаем утечками жидкости, т.е. полагаем, что подача насоса равна расходу гидромотора.

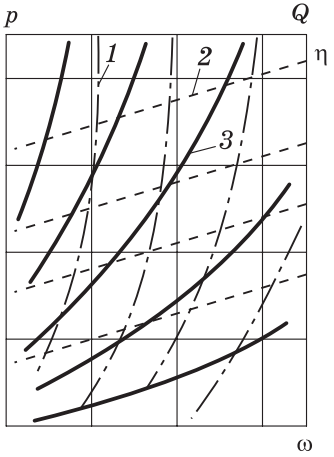

Рис. 6.10. Универсальная характеристика насоса (гидромотора) при $\alpha_{н.м} = 15°$:
1 — расход;
2 — объемный КПД $\eta_{г.н0}$ ($\eta_{г.м0}$);
3 — полный КПД $\eta_{г.н}$ ($\eta_{г.м}$)

Для нахождения упомянутых величин воспользуемся следующими формулами:

- угловая скорость насоса

$$\omega_н = \omega_д / i_д = \text{const},$$

где $i_н$ — передаточное отношение механической передачи от двигателя к насосу, при $i_н = 1$ $\omega_н = \omega_д$;

- угловая скорость вала гидромотора

$$\omega_м = v_т i_м / r_д,$$

где $i_м$ — передаточное число механической передачи (бортовой передачи, главной передачи и т.д.);

- расход гидромотора

$$Q_м = \frac{q_{м\max}\omega_м}{\eta_{г.м0}},$$

где $\eta_{г.м0}$ — текущее значение объемного КПД гидромотора;

- углы наклона планшайбы насоса

$$\sin\alpha_{н} = \frac{Q_{м}\sin\alpha_{нmax}}{q_{нmax}\omega_{н}},$$

где $\alpha_{н.max}$ — наибольший угол наклона планшайбы насоса;

- углы наклона планшайбы гидромотора

$$\sin\alpha_{м} = \frac{Q_{н}\sin\alpha_{мmax}}{q_{м}\omega_{м}},$$

где $\alpha_{м\ max}$ — наибольший угол наклона шайбы гидромотора; $q_{м} = Q_{м}/\omega_{м}$ — текущее значение рабочего объема гидромотора;

- давление в нагнетательной линии при наибольшей касательной силе тяги

$$p_{max} = \frac{F_{к}r_{д}}{q_{мmax}i_{м}\eta_{м.м}},$$

где $\eta_{м.м}$ — механический КПД гидромотора, учитывающий также КПД передачи от гидромотора к ведущим колесам трактора,

$$\eta_{м.м} = \eta_{г.м}/\eta_{г.м0};$$

- давление в нагнетательной линии при передаче постоянной мощности

$$p_{н} = \frac{P_{e}\chi_{э}\eta_{тр}\eta_{г}}{q_{м}i_{м}v_{т}}.$$

Для различных значений $v_{тi}$ (необходимо взять не менее 5 точек) определим значения $\omega_{м}$, $Q_{мi}$, $F_{кmax}$, $\alpha_{н}$ и $p_{н}$, полагая, что $\eta_{г.н} = \eta_{г.м} = \eta_{м.м}\eta_{г} = 1$.

Из универсальных характеристик насоса (мотора) (см. рис. 6.10) по значениям расчетных величин, указанных ранее, находим уточненные значения КПД. Подставляя их в форму-

лу $P_e = F_к \upsilon_т \big/ \left(\chi_э \eta_{тр} \eta_г\right)$, находим второе приближение зависимости $F_к = f(\upsilon_т)$ (см. рис. 6.9). Аналогичным образом находим третье и последующие приближения. Расчеты показывают, что достаточная точность (погрешность не превышает 1,5 %) достигается уже при втором приближении.

По найденным значениям полного КПД гидропередачи для различных скоростей строим зависимости $\eta_г = f(\upsilon_т)$ (см. рис. 6.9).

Теоретическую тяговую характеристику трактора с объемной гидропередачей (рис. 6.11) строим в такой последовательности.

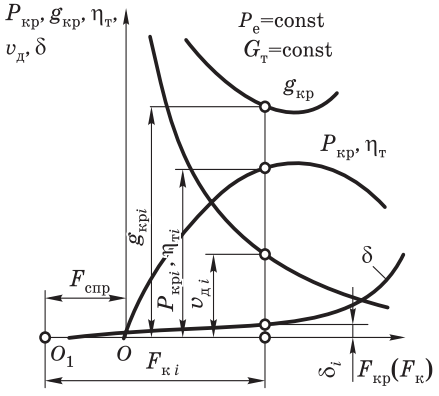

Рис. 6.11. Теоретическая тяговая характеристика трактора с объемной гидропередачей

1. Откладываем влево от начала координат значения силы сопротивления качению $F_{спр} = fG$ и получаем точку O — начало отсчета для касательной силы тяги $F_к$.

2. Строим зависимость $\delta = f(F_{кр})$ или $\delta = f(F_к)$.

3. Используя вспомогательный график (см. рис. 6.9), строим зависимость $\upsilon_д = \upsilon_т\,(1 - \delta)$ (здесь $\upsilon_т$ берут по последнему приближению).

4. Строим кривую тягового КПД трактора, используя вспомогательный график. Полученная кривая тягового КПД является одновременно кривой мощности на крюке $P_{кр}$, поскольку $P_к = \eta_т P_e$, $P_e = \text{const}$. Однако масштаб построения кривой $P_{кр}$ отличается от масштаба построения кривой $\eta_т$.

5. Строим кривую удельного расхода топлива. Поскольку $P_e = \text{const}$, $G_т = \text{const}$ и $g_e = \text{const}$,

$$g_{кр} = \frac{G_т}{P_{кр}} = \frac{g_e}{\eta_г}.$$

6.6. Теоретическая тяговая характеристика трактора с электрической трансмиссией

В настоящее время в тракторостроении начали проектироваться и создаваться тракторы с электрической трансмиссией. Основными их преимуществами по сравнению с машинами оборудованными передачами других типов, в частности механическими, являются более высокие долговечность и эксплуатационная надежность, возможность автоматизации в соответствии с требованиями технологического процесса, выполняемого трактором. Но электрическим трансмиссиям свойственны и недостатки: значительные габариты и масса, довольно высокая стоимость, необходимость использования для их производства цветных металлов. Однако по мере технического совершенствования электрических машин (генераторов и электродвигателей) эти недостатки в значительной степени преодолеваются, особенно при использовании электрической трансмиссии переменно-переменного тока.

Для построения тяговой характеристики трактора с такой трансмиссией необходимы следующие данные:

- техническая характеристика трактора;
- характеристика устанавливаемого двигателя;
- характеристика генератора переменного тока;
- характеристика тягового асинхронного двигателя;
- зависимость тягового усилия от буксования;
- схема трансмиссии.

Методика построения:

1. При наличии характеристик двигателя внутреннего сгорания, генератора переменного тока, тягового асинхронного двигателя и кинематической схемы трактора строится совместная зависимость крутящего момента двигателя внутреннего сгорания с электродвигателем от угловой скорости

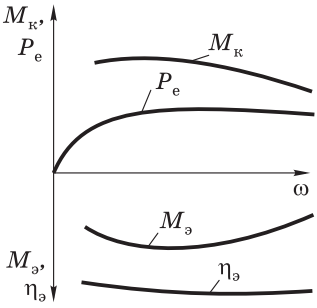

Рис. 6.12. Совмещенная характеристика двигателя внутреннего сгорания с тяговым электродвигателем

(рис 6.12). При этом используется зависимость

$$M_э = \eta_{э.г}\eta_{э.у}\eta_{э.м}\frac{P_e}{\omega_e} = \eta_э\frac{P_e}{\omega_e},$$

где $M_э$ — момент электродвигателя; $\eta_{э.г}$ — КПД генератора; $\eta_{э.у}$ — КПД системы управления; $\eta_{э.м}$ — КПД электродвигателя; P_e — мощность двигателя внутреннего сгорания, кВт; $M_к$ — крутящий момент; ω_e — угловая скорость двигателя внутреннего сгорания, $с^{-1}$;

$$\omega_e = \frac{n_e}{2\pi},$$

где n_e — число оборотов двигателя внутреннего сгорания

2. Строится зависимость касательной силы тяги от буксования. При этом можно использовать теоретическую зависимость [28]

$$F_к = \frac{f_{ск}k_г G}{\delta L}\left[\ln \operatorname{ch}\frac{\delta L}{k_г} - f_п\left(\frac{1}{\ln \operatorname{ch}\frac{\delta L}{k_г}} - 1\right)\right],$$

где $f_{ск}$, $f_г$ — коэффициенты трения скольжения и трения покоя соответственно; G — сцепной вес машины, Н; L — длина опорной поверхности колеса, м; δ — буксование, доли единицы; $k_г$ — коэффициент деформации, м;

или экспериментальную [12]

$$\varphi_{кр} = \varphi_{кр\ max} - Ae^{-B\delta},$$

где $\varphi_{кр}$ — коэффициент крюкового усилия, $\varphi_{кр} = \frac{F_{кр}}{G_э}$, $F_{кр}$ — усилие на крюке, Н; $G_э$ — эксплуатационный вес трактора, Н; $\varphi_{кр\ max}$ — коэффициент максимального крюкового усилия для данной поверхности движения; A, B — коэффициенты, характеризующие физико-механические свойства поверхности движения.

3. Строится тяговая характеристика, при этом используются следующие зависимости:

- тяговый коэффициент полезного действия

$$\eta_т = \eta_{тр}\eta_г\eta_э\eta_\delta\eta_{спр},$$

где $\eta_{тр}$ — КПД, учитывающий потери мощности в механической трансмиссии, $\eta_{тр} = \eta_{к.п}\eta_{з.м}$; $\eta_{к.п}$ — КПД коробки передач; $\eta_{з.м}$ — КПД заднего моста; $\eta_г$ — КПД, учитывающий потери мощности в ходовой части; $\eta_э$ — КПД, учитывающий потери мощности в электрической передаче, $\eta_э = \eta_{э.г}\eta_{э.у}\eta_{э.м}$; η_δ — КПД, учитывающий потери мощности на буксование, $\eta_\delta = 1 - \delta$; $\eta_{спр}$ — КПД, учитывающий потери мощности на смятие грунта движителем и образование колеи,

$$\eta_{спр} = \frac{F_{кр}}{F_к} = 1 - \frac{F_{спр}}{F_к} = 1 - \frac{f}{\varphi_{кр} + f},$$

f — коэффициент сопротивления движению за счет смятия грунта движителем и образование колеи;

- мощность на крюке трактора:

$$P_{кр} = \eta_т P_e;$$

- зависимость касательных сил тяги на крюке от буксования:

$$\delta = f(P_к);$$

- теоретическая скорость движения:

$$v_{теор} = \frac{P_{кр}}{F_{кр}};$$

- расход топлива на крюке трактора:

$$g_{кр} = g_e / \eta_т,$$

где g_e — удельный расход топлива, отнесенный к мощности на крюке; $\eta_т$ — эффективный удельный расход топлива ДВС;

- действительная скорость движения:

$$v_д = \eta_т \chi_э P_{кр} / F_{кр},$$

где $\chi_э$ — коэффициент эксплуатационной нагрузки.

6.7. Динамическая характеристика многоцелевых колесных машин

Для определения скоростных, динамических, тяговых и экономических свойств многоцелевых машин используют динамическую характеристику. Она представляет собой график, по горизонтальной оси которого отложены скорости движения, а по оси ординат — динамический фактор (рис. 6.13).

Выполним построение динамической характеристики согласно методике теории систем «местность-машина» [21].

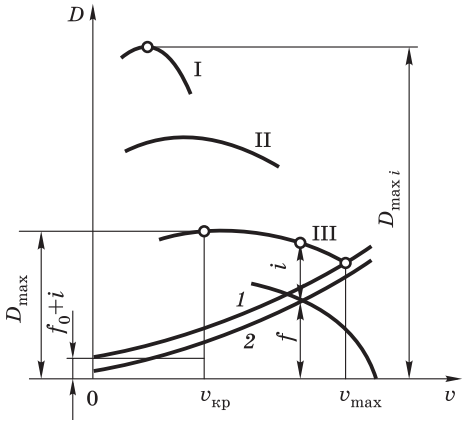

Рис. 6.13. Динамическая характеристика:
I — III — $D = f(v)$ соответственно на первой — третьей передачах;
1 — $\psi = f(v)$; *2* — $f = f(v)$

6.7.1. Уравнение движения колесной машины

Уравнение движения многоцелевой колесной машины составим на основании схемы, изображенной на рис. 6.14. Здесь $G_а$ — сила тяжести; R_{x1}, R_{x2}, R_{z1}, R_{z2} — реакции дороги; $M_{спр1}$,

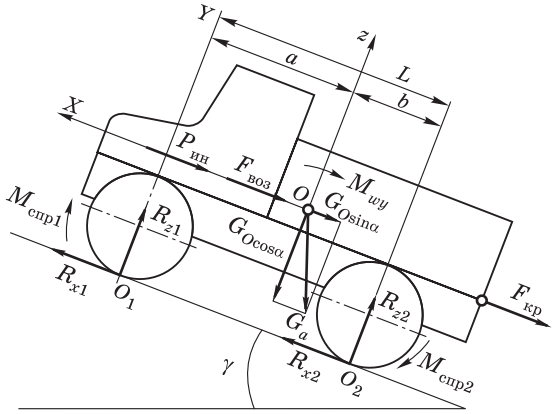

Рис. 6.14. Силы и моменты, действующие на колесную машину в общем случае движения

$M_{спр2}$ — моменты сопротивления; $P_{ин}$, $M_{ин}$ — силы и моменты инерции.

Силы и моменты, действующие на многоцелевую колесную машину. При определении скоростей и ускорений колесной машины или автопоезда принимают различные допущения как по составу системы (число масс, характер связей), так и по характеру движения. У колесных машин с механической трансмиссией существует однозначная связь частоты вращения всех вращающихся масс с частотой вращения коленчатого вала двигателя. Изучая тягово-скоростные свойства колесных машин и автопоездов (в том числе многозвенных), пренебрегают взаимными перемещениями всех отдельных масс, кроме относительного вращения деталей двигателя и трансмиссии колес.

Считается, что центр масс колесной машины (каждого звена автопоезда) совершает плоское движение, копируя продольный профиль дороги, без колебаний, вызываемых ее неровностями. На рис. 6.14 в качестве примера показан двухосный автомобиль, движущийся по плоскому участку дороги. Если продольный профиль дороги криволинейный, то автомобиль наряду с поступательным движением совершает также вращательное относительно проходящей

через центр масс оси, перпендикулярной плоскости движения. Проходящую через центр масс ось Ox, параллельную плоскости движения, называют продольной осью, ось Oz, перпендикулярную Ox и направленную вверх, — нормальной.

Принимают, что все внешние силы, действующие на автомобиль, лежат в плоскости движения. Это позволяет вместо пространственной схемы рассматривать плоскую (велосипедную), заменяя у каждого из мостов два колеса одним (см. рис. 6.14).

Скоростью и ускорением автомобиля или звеньев автопоезда называют скорости и ускорения их центров масс. Для их определения достаточно знать внешние силы, действующие на автомобиль. Определить некоторые внешние силы можно, зная соответствующие внутренние силы. К внешним силам относятся сила тяжести, реакции дороги, аэродинамические реакции и сила тяжести на крюке.

Сила тяжести. Ее значение и точку O (центр масс) (см. рис. 6.14) можно определить по параметрам, приведенным в технических характеристиках и справочных материалах.

В современных технических характеристиках обычно приводятся собственная (снаряженная) (m_c) и полная (m_a) массы автомобиля. Масса снаряженного автомобиля — это масса автомобиля без груза, полностью заправленного топливом, смазочными материалами и охлаждающей жидкостью, с запасным колесом, инструментом и оборудованием. Полная масса автомобиля включает также массы водителя и груза по номинальной грузоподъемности грузового автомобиля.

Модули сил тяжести автомобилей полной и снаряженной массы, стоящих на горизонтальной плоскости, равны, соответственно, $G_a = m_a g$ и $G_c = m_c g$ (где g — ускорение свободного падения). Положение центра масс по длине определяется у двухосного автомобиля расстояниями a и b (см. рис. 6.14) до геометрических осей вращения колес соответственно переднего и заднего мостов. Эти оси будем называть передней и задней осями автомобиля (прицепа). У трехосного автомобиля (прицепа) b — расстояние от центра масс до оси балансира за-

дней тележки. Расстояние $a + b = L$ называют базой. Значения a и b могут быть найдены по параметрам, приводимым в технических характеристиках. Высота h_g расположения центра масс приводится в справочной литературе.

Реакции дороги. Эти реакции считают приложенными к контактным поверхностям колес автомобиля. В каждой точке этих поверхностей действуют элементарные реакции, различные по значению и направлению, которые могут быть заменены равнодействующей реакцией и равнодействующим моментом. Разложим равнодействующие реакции и момент на две составляющие.

При изучении тягово-скоростных свойств учитывают только продольные R_x и нормальные R_z составляющие, а также моменты $M_{\text{спр}}$, действующие в плоскости вращения колес. Для каждой оси изображается только по одной из указанных составляющих. Реакция R_z равна сумме нормальных реакций, а R_x — сумме продольных реакций обоих колес оси. Силы и моменты, приложенные к той или иной оси, будем обозначать индексом: номером оси, начиная с передней (см. рис. 6.14).

Аэродинамические реакции. Действующие в каждой точке поверхности автомобиля различные по значению и направлению элементарные силы заменяют результирующей силой $F_{\text{воз}}$, приложенной в центре масс, и результирующим моментом M_{wy}. На рис. 6.14 показаны только их составляющие $F_{\text{воз}}$ и M_{wy}, действующие в плоскости движения.

Сила тяги на крюке (максимальна на низшей передаче). Параметр, характеризующий способность колесной машины к буксированию прицепов. Для составления уравнения поступательного движения автопоезд с любым числом звеньев при принятых ранее допущениях можно условно заменить двухосным автомобилем массой $m_{\text{а}}$, равной сумме масс всех звеньев. Для движения по плоской поверхности, пользуясь схемой, приведенной на рис. 6.14, можно записать

$$m_{\text{а}j} = R_{x1} + R_{x2} - F_{b03} - F_{\text{п}} - F_{\text{кр}}, \qquad (6.3)$$

где $F_{\text{п}} = G\sin\alpha = G_{\text{а}} i$ — сила сопротивления подъему; $F_{\text{к}} = f_{\text{с}}(R_{z1} + R_{z2})$ — сила сопротивления качению.

Решая уравнение (6.3) относительно $F_{кр}$, после преобразования получим уравнение силового баланса

$$F_{кр} = F_к - F_п - F_{b03} - F_и, \qquad (6.4)$$

где $F_и = m_а \delta_{вр} j$ — сила сопротивления разгону (приведенная сила инерции).

Коэффициент учета вращающихся масс

$$\delta_{вр} = 1 + \left(J_м u_т^2 \eta_т + \sum J_к\right) / \left(m_а r_к r_а\right), \qquad (6.5)$$

где $\sum J_к = J_{к1} + J_{к2}$ — суммарный момент инерции колес, показывает, во сколько раз сила, необходимая для разгона с заданным ускорением j поступательно движущихся и вращающихся масс автомобиля, больше силы, необходимой для разгона только его поступательно движущихся масс.

Формулу (6.5) можно записать так:

$$\delta_{вр} = 1 + \delta_{1в} u_к^2 + \delta_{2в},$$

где $\delta_{1в} = J_m u_г^2 u_д^2 \eta_т / (m_а r_к r_д)$, $\delta_{2в} = \sum J_к / (m_а r_к r_д)$. Для одиночных автомобилей при номинальной нагрузке можно считать $\delta_{1в} = \delta_{2в} = 0{,}04$.

Если $m_х$ — масса автомобиля с нагрузкой, отличающейся от номинальной, а $m_а$ — масса автомобиля с номинальной нагрузкой, то $\delta_{1в}$ и $\delta_{2в}$ увеличиваются в соответствии с соотношением $m_а / m_х$. Для автопоезда массой $m_а$ и числом колес $z_{к.а}$ при массе автомобиля-тягача $m_т$ и числе его колес $z_{к.т}$

$$\delta_{1в} = 0{,}04 m_т / m_а;\ \delta_{2в} = 0{,}04 m_т z_{к.а} / m_а z_{к.т}.$$

Уравнение (6.4) справедливо для автомобилей с любым числом звеньев при любом числе ведомых и ведущих колес. Если автомобиль имеет один ведущий мост или несколько ведущих мостов, связанных межосевым дифференциалом, то входящие в уравнение члены подсчитывают по формулам, приведенным ранее. В ведущих мостах с блокированным приводом возникают дополнительные процессы, существенно увеличивающие потери в трансмиссии и на качение колес. При необходимости определить силы, действующие на каж-

дое звено автопоезда для определения сил взаимодействия в сцепных устройствах, нужно составить уравнения движения каждого звена автопоезда. При изучении тягово-скоростных свойств автопоезда знание сил $F_к$ необходимо для определения нормальных реакций, действующих на колеса каждого моста автопоезда. Здесь $F_к = R_{z1} + R_{z2}$.

Уравнение силового баланса тягача можно записать так:

$$F_{кр} = F_к - F_в - F_п. \qquad (6.6)$$

Индексы в равенстве указывают, что данные величины относятся только к тягачу.

Применяя ту же методику, что и для вывода уравнения (6.6), получим уравнение силового баланса прицепа (или полуприцепа)

$$F_{кр} = F_{к.п} - F_{в.п} - F_{п.п}, \qquad (6.7)$$

где $F_{кп} = m_п \delta_{2в} j(\delta_{2в}) = \sum J_{к.п} / (r_к r_д m_п)$; $F_{к.п}$ — сила взаимодействия в заднем сцепном устройстве прицепа, если автопоезд многозвенный; $F_{в.п}$ — сила сопротивления воздуху прицепа; $F_{п.п}$ — сила сопротивления подъему прицепа.

Поскольку часть силы сопротивления воздуха воспринимается тягачом, то коэффициент обтекаемости прицепа имеет меньшее значение: $k_{в.п} \approx 0{,}25 k_{в.т}$. Принимая это во внимание, силу $F_{кр}$, действующую на тягач, можно найти по уравнению

$$F_{кр} = \sum G_п \sin\alpha + \sum G_п f_а \cos\alpha + \sum F_{в.п} + \sum m_п \delta_{2в} j,$$

где $\sum G_п = g \sum m_п$ — суммарная сила тяжести всех прицепов; $F_{в.п}$ — суммарная сила сопротивления воздуха для всех прицепов; $\sum m_п$ — суммарная масса всех прицепов.

Характеризуя возможности движения, иногда вместо силового баланса пользуются мощностным. Умножим почленно обе части равенства (6.4) на $v/1000$. Каждый член полученного таким образом равенства представляет собой мощность:

$$F_{кр} v / 1000 = M_к u_т \eta_т v / \left(1000 r_д\right) =$$

$$= M_к \omega_е \eta_т r_к / \left(1000 r_д\right) = P_е \eta_т r_к / r_д = N_т r_к / r_д,$$

где $P_{кр} = P_e \eta_т$ — тяговая мощность; $P_п = F_п v / 1000 = G_a \sin\alpha\ v / 1000 \approx G_a i v / 1000$ — мощность, затрачиваемая на преодоление подъема; $P_{кр} = F_{кр} v / 1000 = G_a f_a \sin\alpha\ v / 1000 \approx G_a f_a v / 1000$ — мощность, затрачиваемая на преодоление сопротивления качению; $P_в = F_в v / 1000 = k_в F v^3 / 1000$ — мощность, затрачиваемая на преодоление сопротивления воздуха; $P_и = F_и v / 1000 = m_a \alpha_{вр} v j / 1000$ — мощность, затрачиваемая на преодоление разгона.

Уравнение

$$P_{кр} = \left(P_к - P_в - P_и - P_п\right) r_к, \qquad (6.8)$$

где $r_к$ — радиус качения колеса, называют *уравнением мощностного баланса* автомобиля.

6.7.2. Методы решения уравнений силового и мощностного балансов

С помощью уравнений силового и мощностного балансов можно находить все параметры, характеризующие тягово-скоростные свойства автомобиля. Эти уравнения являются дифференциальными уравнениями первого порядка с переменной скоростью v и первой ее производной j. Они нелинейны, поскольку содержат члены, являющиеся нелинейными функкиями от v. Члены $F_{кр}$ и $P_{кр}$ нелинейны, поскольку входящие в них значения $M_к$ и P_e, как видно из внешней характеристики двигателя, являются нелинейными функциями от частоты вращения n, пропорциональной скорости v. Члены $P_{кр}$ и $F_{кр}$ нелинейны из-за нелинейности зависимости $f_a = f(v)$. В члены $P_в$ и $F_в$ скорость v входит в степени, отличной от единицы.

При решении некоторых задач (определение v_{max}, i_{max}, j_{max} и др.) $P_{кр}$ считается либо заданной (например, равной нулю), либо искомой величиной. Тогда уравнения силового и мощностного балансов превращаются в алгебраические.

Разработаны как графические, так и аналитические методы решения уравнений силового и мощностного балансов. Достоинствами графических методов являются возможность

использования в качестве входных характеристик, каковыми являются зависимости $P_e = f(n)$ и $M_к = f(n)$, первичного документа (внешней характеристики двигателя), задаваемого графически, и большая наглядность расчета. Но они оказываются слишком громоздкими и даже невозможными, если возникает необходимость рассчитывать характеристики движения автомобиля (например, среднюю скорость движения) на довольно длинном участке дороги с переменным профилем.

Основная трудность применения аналитического метода решения уравнений силового и мощностного балансов связана с отсутствием точных аналитических выражений внешних характеристик двигателя. К тому же при достаточно точной аппроксимации внешней характеристики расчетные формулы получаются довольно сложными. Применение для расчетов ЭВМ позволяет обойти трудности, связанные со сложностью расчетных формул, и вводить в расчет первичный графический материал (внешняя характеристика). В настоящее время применяются оба метода.

Графический метод решения уравнений силового и мощностного балансов. Сгруппируем в левой части уравнения силового баланса члены $F_{кр}$ и $F_в$, являющиеся функциями скорости v и не зависящие от дорожных условий и ускорения. Сумма $P_{кр} + P_в = F_{св}$ — это свободная сила тяги. Зависимость $F_{св} = f(v)$ практически однозначно определяется конструктивными параметрами автомобиля, поскольку $F_{кр} = f(v)$ определяется внешней характеристикой двигателя, передаточными числами трансмиссии, ее КПД и динамическим радиусом колеса, а $F_в = f(v)$ — фактором обтекаемости.

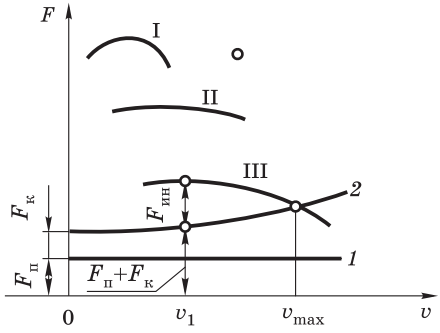

Рис. 6.15. График силового баланса: I–III — $F_{св}$ на первой–третьей передачах соответственно; *1* – $F_п = f(v)$; *2* — $F_к + F_п = f_п(v)$

На рис. 6.15 показан график зависимости силового баланса колесной машины. На него же наносят

кривые зависимости от скорости членов, входящих в правую часть равенства (6.4). Кривая $F_к = f(\upsilon)$ с учетом зависимости $f_а = f(\upsilon)$ может быть представлена квадратичной параболой. В некоторых случаях коэффициент $f_а$ считают не зависящим от скорости, тогда $F_к = f(\upsilon)$ изображается прямой, параллельной оси абсцисс.

Сила $F_п$ не зависит от скорости υ и графически изображается прямой, параллельной оси абсцисс. Зависимость $F_к = f(\upsilon)$ может быть нанесена на график в том случае, если известна зависимость $j = f(\upsilon)$. При $j = \text{const}$ зависимость $F_к = f(\upsilon)$ изображается прямой, параллельной оси абсцисс. Графическое изображение сил, входящих в уравнение силового баланса, называется графиком силового баланса. По нему можно определить одну из величин, входящих в правую часть равенства (6.4), если остальные известны. С этой целью на график с нанесенными на него кривыми $F_{св} = f(\upsilon)$ для всех передач наносят зависимости известных величин, входящих в правую часть равенства (6.4), графически суммируют их ординаты, соответствующие заданной скорости, и полученную сумму графически вычитают из соответствующей той же скорости ординаты кривой $F_{св} = f(\upsilon)$ на заданной передаче.

Рисунок 6.16 иллюстрирует графическое определение силы $F_к$ при заданных $\upsilon = \upsilon_1, f_a, i$. Кривая *1* соответствует $F_п = f(\upsilon)$, кривая *2* — разности $F_{св} - F_\upsilon$ и $F_к = f(\upsilon)$, т.е. силе $F_д = f(\upsilon)$. Разность $F_{св} - F_v$ равна в принятом масштабе силе $F_к$ работы двигателя с полной подачей топлива, соответствующей пересечению кривых $F_{св} = f(\upsilon) - F_д = f(\upsilon)$. Поскольку $j = 0$, то дальнейшее увеличение скорости в заданных условиях невозможно.

Обычно параметры тягово-скоростных свойств автомобиля определяют при работе двигателя с полной подачей топлива. Для этих же условий строят и кривые зависимости $F_{св} = f(\upsilon)$ графика силового баланса.

Введем понятие *запаса свободной силы тяги* $F_з$, равного разности между $F_{св}$ при полной подаче топлива и суммой сил, входящих в правую часть уравнения силового баланса и со-

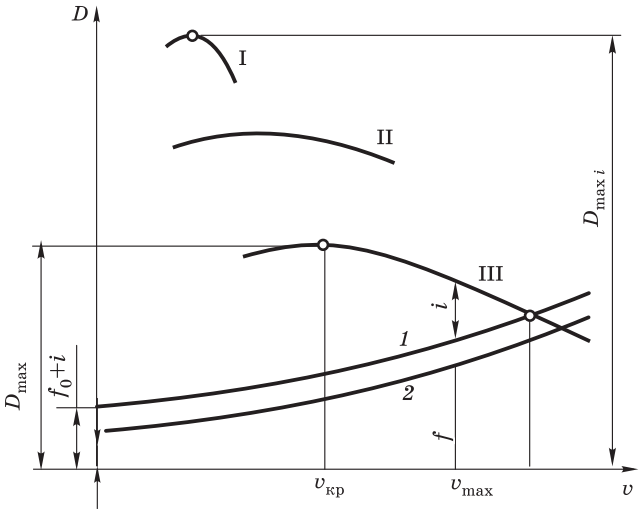

Рис. 6.16. Динамическая характеристика:
I—III — $D = f(v)$ на первой—третьей передачах соответственно;
1 — ψ; *2* — $f(v)$

ответствующих заданным условиям движения. Тогда уравнение силового баланса может быть записано так:

$$F_с = F_д + F_п + F_з.$$

Запас свободной силы тяги может быть определен из графика силового баланса как разность ординат $F_{св} = f(v)$ и $F_д + F_и = f(v)$. Используется этот запас для преодоления увеличенной силы сопротивления движению, интенсификации разгона автомобиля, буксирования прицепов и др. По значению $F_з$ в наиболее характерных условиях движения можно судить о возможностях использования автомобиля в качестве тягача и определить допустимую массу буксируемых прицепов.

Тяговая характеристика недостаточно удобна для сравнительной оценки тяговых свойств автомобилей различной массы, так как при одинаковых значениях $F_{св}$ на одной и той же дороге они будут иметь различные максимальные скорости и ускорения, преодолевать неодинаковые предельные подъемы

и др. Удобнее пользоваться безразмерной величиной D — динамическим фактором,

$$D = \frac{F_{св}}{G_а} = \left(F_{кр} - P_в\right) / G_а . \qquad (6.9)$$

Разделив обе части равенства (6.9) на силу тяжести $G_а$ и принимая во внимание, что сила сопротивления дороги $F_к$ и сила сопротивления подъему $F_п$, т.е. $F_д = G_а\left(f_a \cos\alpha + \sin\alpha\right) \approx G_а(f_а + i) = G_а\psi$, получим уравнение силового баланса в безразмерной форме:

$$D = \psi + \delta_{вр} j / g . \qquad (6.10)$$

На рис. 6.16 показана динамическая характеристика колесной машины. По ней можно судить о тягово-скоростных свойствах автомобиля. Здесь:

- максимальный динамический фактор D_{max} на высшей передаче определяет диапазон дорожных сопротивлений, преодолеваемых без перехода на низшие передачи;
- критическая скорость движения $v_{кр}$, соответствующая D_{max}, определяет диапазон устойчивого движения автомобиля на высшей передаче в процессе работы двигателя с полной подачей топлива. При движении с $v > v_{кр}$ увеличение сопротивления вызывает снижение скорости, сопровождающейся увеличением D. Пока $v > v_{кр}$, равенство (6.9) соблюдается, и двигатель работает устойчиво. При $v < v_{кр}$ сколь угодно малое увеличение сопротивления приведет к прогрессивному уменьшению D — двигатель перестанет работать.

7 ПОВОРОТ КОЛЕСНОГО ТРАКТОРА И МНОГОЦЕЛЕВОЙ КОЛЕСНОЙ МАШИНЫ

7.1. Основные понятия и определения

Многоцелевые колесные машины, в том числе тракторы, движутся по прямолинейным или криволинейным траекториям, кривизна которых непрерывно изменяется. Под траекторией машины понимается траектория, описываемая ее центром масс. Прямолинейное движение можно рассматривать как частный случай криволинейного, когда кривизна траектории равна нулю (радиус кривизны траектории равен бесконечности). Движение с кривизной траектории, не равной нулю, принято называть *поворотом*.

Особенностью поворота (криволинейного движения) машины является непараллельное перемещение любых двух ее точек, имеющих различные по значению или направлению скорости движения. Процесс поворота машины состоит из трех этапов: *входа в поворот,* когда кривизна траектории увеличивается, *движения с постоянной кривизной* и *выхода из поворота,* когда кривизна траектории уменьшается до нуля. В частном случае второй этап может отсутст вовать.

Ширина и конфигурация проезжей части дороги (ширина междурядий при движении машинно-тракторного агрегата) в горизонтальной плоскости определяют *полосу* (*коридор*) *движения.* Выбор характеристики движения машины (направление и скорость движения, ориентация продольной оси машины и др.) не является однозначным.

Однако в каждом конкретном случае можно говорить о желаемом изменении или сохранении характеристик движения машины. Для получения нужных характеристик движения водитель воздействует на органы управления, в ре-

зультате чего изменяются некоторые внешние силы, действующие на машину в процессе движения. Совокупность действий водителя, обеспечивающих желаемое изменение характеристик движения машины, называют *управлением машиной*. Органы, при помощи которых водитель осуществляет управление машиной, называют *органами управления.* К ним относятся педали и рычаги, служащие для изменения подачи топлива, т.е. крутящего момента двигателя, передаточного числа трансмиссии или тормозных сил, а также рулевое колесо, с помощью которого изменяется положение управляемых колес, следовательно, и боковые силы, действующие при криволинейном движении на колеса машины. Внешние силы, изменяемые водителем посредством воздействия на органы управления, называются *управляющими силами.*

Управляющие силы ограничены по значению. Например, касательные силы тяги ведущих колес ограничены параметрами двигателя и трансмиссии, а также сцеплением колес с опорной поверхностью.

Кроме управляющих сил на машину действуют внешние силы со стороны опорной поверхности, носящие случайный характер. Изменение характеристик движения машины под действием этих сил называют *возмущенным движением,* а случайные внешние силы — *возмущающими силами.* Следовательно, в большинстве случаев имеется некоторое различие желаемых и фактических характеристик движения, которое зависит от квалификации водителя как управляющего звена (запаздывание в оценке обстановки, неточность воздействия на органы управления и др.) и совершенства машины как управляемого звена (запаздывание системы управления машиной при изменении характеристик движения, связанных с воздействием водителя на органы управления, ограниченность силовых и кинематических параметров, определяющих изменение характеристик движения, и т.д.).

На большинство характеристик криволинейного движения влияют конструктивные и эксплуатационные па-

раметры машины, а также действия водителя как управляющего звена. Однако для правильных конструирования и эксплуатации машины необходимо определить влияние на характеристики криволинейного движения только конструктивных параметров машины. Действия водителя как управляющего звена в этом случае принимаются известными. Так, при теоретических исследованиях принимаются известными угол поворота управляемых колес или рулевого колеса и закон изменения их положения во времени; реакцией водителя пренебрегают или считают ее известной; действия водителя описывают математическими зависимостями и др.

Криволинейное движение изучают главным образом для определения таких эксплуатационных свойств машины, как управляемость и устойчивость движения. *Управляемость* — это свойство машины сохранять заданное направление движения или изменять его в соответствии с воздействием на рулевое управление.

Свойство машины совершать повороты по заданной кривизной траектории называют *поворачиваемостью*.

Управляемость и поворачиваемость характеризуются кинематическими (траектория, радиус кривизны, положение мгновенного центра поворота, скорость, ускорение машины) и силовыми (крутящие моменты на ведущих колесах, продольные, боковые и нормальные реакции колес, силы и моменты, возникающие при повороте) параметрами. Кинематические параметры дают значительную, но неполную информацию о криволинейном движении. Полная информация о возможности движения с заданными кинематическими параметрами может быть получена только при определении силовых параметров.

В качестве критериев оценки управляемости и поворачиваемости применяют следующие показатели:

- минимальный радиус поворота машины при круговом движении;
- предельное значение скорости изменения кривизны траектории;

• количество энергии, затрачиваемой на управление машиной при ее движении по заданной траектории;

• удельную силу тяги, необходимую для выполнения поворота;

• коэффициент использования сцепной силы движителя при повороте.

Чем меньше радиус поворота машины, тем лучше ее поворачиваемость. Минимальный радиус поворота является критерием оценки *статической поворачиваемости* машины. Этот критерий является важным, однако не дает исчерпывающей характеристики поворачиваемости. При движении на поворотных полосах важным является не только сам факт поворота машины с определенным радиусом, но и то, за какое время она сможет совершить разворот на 180° и насколько изменится ее скорость в процессе поворота по сравнению с прямолинейным движением. Эти данные характеризуют *динамическую поворачиваемость* машины.

Предельное значение кривизны траектории движения машины, а также скорости изменения кривизны часто ограничивают из-за вероятности потери машиной управляемости. Чем лучшей управляемостью и поворачиваемостью обладает машина, тем в больших пределах могут изменяться и тем больше приближаться к желаемым действительные параметры ее криволинейного движения. Управляемость машиной тем лучше, чем больше предельная скорость изменения кривизны ее траектории.

Затраты энергии водителем на управление зависят от степени приближения фактической траектории движения машины к желаемой и от работы, которую необходимо совершить при воздействии на органы управления машиной для определенного изменения характеристик ее движения. Чем меньше энергии затрачивается на управление, тем лучше управляемость и поворачиваемость машины.

Под *удельной силой тяги* понимается отношение касательной силы тяги, развиваемой машиной, к ее эксплуатационной массе. По удельной силе тяги, необходимой для движения на повороте, оценивают тяговую возможность

машины при криволинейном движении. Чем меньше удельная сила тяги, тем с меньшими затратами мощности двигателя при прочих равных условиях машина движется криволинейно.

Коэффициент использования сцепной силы движителя при повороте определяется отношением разности возможной силы сцепления и суммарной силы, действующей в контакте движителя с опорной поверхностью, к возможной силе тяги при сцеплении. Чем больше это значение, тем выше возможности машины выполнять криволинейное движение и меньше вероятность потери управляемости и поворачиваемости.

Таким образом, управляемость является важным эксплуатационным свойством машины, которое влияет на сменную производительность и топливную экономичность машины.

7.2. Способы поворота колесных машин

Способы поворота колесных машин рассмотрим на примере машинно-тракторных агрегатов (МТА), имеющих в своем составе колесную машину (трактор) и агрегатируемое орудие (сельхозмашину). Способы поворота МТА весьма разнообразны, и они охватывают все способы поворота машин в целом.

Следует подчеркнуть, что для МТА особенное значение имеют управляемость и устойчивость движения при пахоте, севе, междурядной обработке и выполнении других сельскохозяйственных работ, так как хорошие управляемость и устойчивость движения позволяют повысить его сменную производительность, а также уменьшить расход топлива и утомляемость водителя.

Поворот колесных тракторов может выполняться четырьмя основными способами:

- изменением положения управляемых колес в горизонтальной плоскости относительно остова трактора;
- изменением положения в горизонтальной плоскости одной части трактора относительно другой;

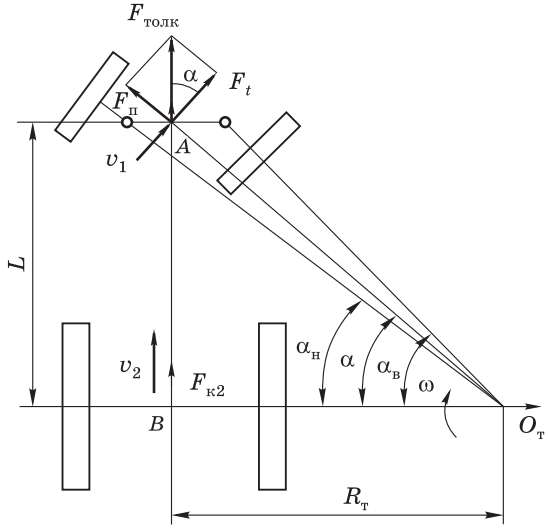

Рис. 7.1. Схема поворота колесного трактора с передними управляемыми колесами

• изменением крутящих моментов, подводимых к колесам отстающего и забегающего бортов (по способу гусеничного трактора);

• комбинированными способами (как изменением положения управляемых колес, так и за счет притормаживания).

Колесные тракторы поворачивают первым способом — наиболее распространенным по сравнению с другими способами поворота колесных машин. Обычно передние колеса являются управляемыми (рис. 7.1) и имеют меньший диаметр, чем задние.

На самоходных шасси, предназначенных для работы с широкозахватными жатками, задние колеса являются управляемыми и меньшего диаметра, чем ведущие передние колеса.

Некоторые полноприводные тракторы (экспериментальные образцы) выполнены со всеми управляемыми колесами. Направление движения такой машины изменяется двумя способами. При первом способе поворота передние и задние

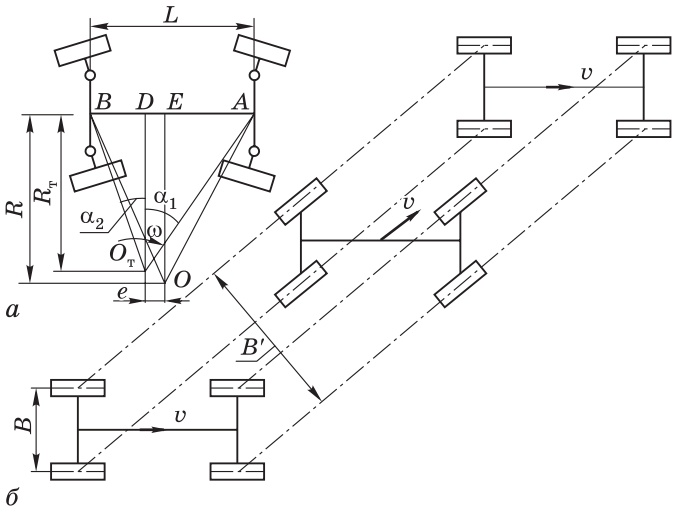

Рис. 7.2. Схема изменения направления движения трактора со всеми управляемыми колесами: *а* — поворот передних и задних колес в разные стороны; *б* — поворот передних и задних колес в одну сторону

колеса поворачиваются в разные стороны (рис. 7.2, *а*), и трактор движется по криволинейной траектории. Второй способ изменения направления заключается в повороте колес в одну сторону (рис. 7.2, *б*). В этом случае трактор не совершает поворот, а движется вбок. Поэтому этот способ изменения направления движения получил название «краб».

Рассмотрим принципиальную возможность поворота трактора с передними управляемыми и задними ведущими колесами (см. рис. 7.1). Примем, что трактор движется с малой постоянной скоростью, когда центробежной силой можно пренебречь. Не будем учитывать и явление увода колес, $\varphi_{ув1} = 0$; $\varphi_{ув2} = 0$.

Касательная сила тяги заднего моста $F_{к2}$ приложена в точке B (середина заднего моста) и направлена вдоль продольной оси трактора. При этом точка B перемещается со скоростью v_2 в направлении действия силы тяги заднего моста, так как

при отсутствии боковых сил нет никаких причин для ее изменения. Управляемые колеса переднего моста, повернутые на средний угол α, перемещаются под действием толкающей силы $F_{\text{толк}}$, передаваемой мосту от остова трактора. Толкающая сила приложена в точке A (середина переднего моста) и действует вдоль продольной оси трактора. Разложим эту силу на две составляющие: $F_t = F_{\text{толк}} \cos\alpha$, направленную под углом α к продольной оси трактора, и силу $F_{\text{п}} = F_{\text{толк}} \sin\alpha$, перпендикулярную силе F_t.

Для того чтобы управляемые ведомые колеса перемещались в плоскости вращения, толкающая сила не должна быть больше силы их сцепления с опорной поверхностью:

$$F_{\text{толк}} \le \varphi G_{\text{к}}$$

или

$$\sqrt{F_t^2 + F_{\text{п}}^2} \le \varphi G_{\text{к}}.$$

В остальных случаях жесткие в боковом направлении колеса будут перемещаться не в плоскости вращения. Для того чтобы колесо в плоскости вращения перемещалось без скольжения, тангенциальная составляющая толкающей силы должна быть больше силы сопротивления качению или равной ей: $F_t \ge F_{\text{спр}}$. Подставляя значения сил, получим

$$\varphi G_{\text{к}} \cos\alpha \ge f G_{\text{к}}.$$

Откуда находим условие качения управляемого колеса в плоскости его вращения $\cos\alpha \ge f / \varphi$.

При ухудшении почвенно-дорожных условий увеличивается коэффициент сопротивления качению f и уменьшается коэффициент сцепления φ, что приводит к увеличению правой части неравенства. Следовательно, с ухудшением почвенно-дорожных условий уменьшается допустимый угол поворота ведомого управляемого колеса, при котором еще возможно качение колеса в плоскости его вращения без скольжения. Поскольку средний угол поворота управляемых колес тракторов находится в пределах 30...35°, а угол поворота внутреннего колеса не превышает 40°, то практически при всех условиях эксплуатации ведомое управляемое колесо может

перемещаться без скольжения на всем диапазоне изменения угла его поворота.

Поскольку векторы скоростей $\bar{v}_1$ и $\bar{v}_2$ не параллельны друг другу и имеют разные значения, происходит криволинейное движение (поворот трактора). При ведущих управляемых колесах касательные силы тяги колес, расположенные в плоскости их вращения, однозначно определяют направление скоростей перемещения.

Недостатками способа поворота тракторов с управляемыми колесами являются относительная сложность привода рулевого управления, особенно у машин со всеми управляемыми колесами, трудность поворота с малым радиусом; увеличение ширины колеи трактора, при которой повернутые на максимальный угол управляемые колеса не касаются остова трактора. Эти недостатки особенно существенны, если колеса большого диаметра.

Недостатки способа изменения направления движения тракторов с управляемыми колесами привели к появлению схемы поворота по способу «складывающейся рамы» (рис. 7.3, *а*), применяемой на полноприводных колесных

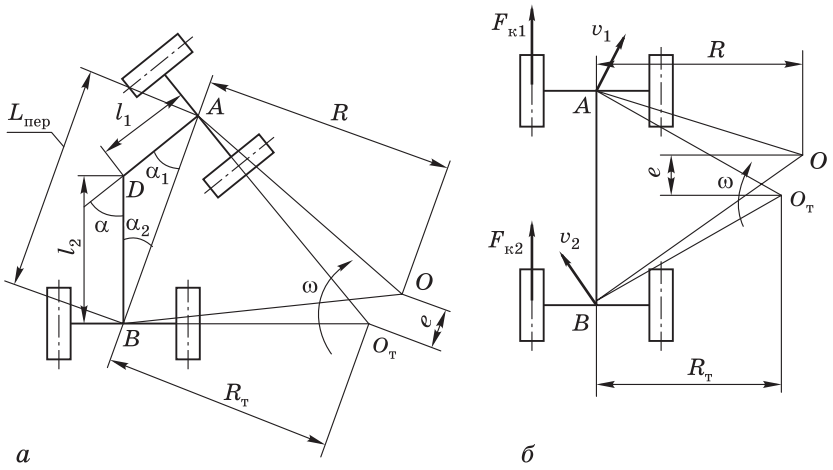

Рис. 7.3. Схемы поворота тракторов с неповоротными колесами: *а* — способ «складывающейся рамы»; *б* — поворот борта

тракторах общего назначения. Такие тракторы представляют собой систему из двух шарнирно сочлененных секций, которые могут поворачиваться друг относительно друга в горизонтальной и вертикальной плоскостях. Изменяется направление движения трактора с шарнирной рамой путем поворота секций друг относительно друга в горизонтальной плоскости на некоторый угол α.

Рассмотренный способ поворота колесного трактора имеет некоторые преимущества по сравнению со способом поворота полноприводных машин при помощи управляемых колес: хорошую маневренность, возможность получения малых радиусов поворота и уменьшение числа шарниров в трансмиссии, так как оси колес неподвижны по отношению к секциям. Существенными недостатками тракторов с шарнирной рамой является их неспособность работать на склонах и неустойчивость движения в агрегате на повышенных скоростях движения.

Стремление создать высокоманевренный и простой по конструкции трактор привело к появлению машин с четырьмя ведущими неповоротными колесами и изменением направления движения, соответствующем схеме поворота гусеничного трактора (экспериментальные модели). Колесные тракторы с такой схемой поворота называют машинами с бортовым поворотом (рис. 7.2, *б*). Передние и задние колеса бортов такого трактора соединены между собой зубчатой или цепной передачей.

Поворот трактора с бортовой схемой поворота осуществляется посредством уменьшения крутящего момента, подводимого к колесам отстающего борта, а при необходимости крутого поворота — их торможения. В последнем случае скорость колес отстающего борта равна нулю (скорость колес забегающего борта не равна нулю) и мгновенный центр поворота расположен в плоскости вращающихся колес отстающего борта. При этом радиус поворота равен половине колеи трактора и поворот сопровождается скольжением шин всех колес. В машинах некоторых конструкций, обычно с гидравлической трансмиссией, для обеспечения поворота «на месте» предусмотрена возможность вращения колес отстающего и забегающего бортов в разные стороны.

Если скорости колес разных бортов равны, но направлены в противоположные стороны, то мгновенный центр поворота будет расположен на продольной оси трактора, а радиус поворота будет равным нулю. Получить столь малые радиусы поворота колесных тракторов другими способами невозможно. Кроме того, схема бортового поворота позволяет отказаться от сложной в изготовлении и эксплуатации шарнирной передачи крутящего момента к ведущим и управляемым колесам.

Этот способ все же не получил распространения на колесных тракторах, так как при повороте шины трактора проскальзывают по опорной поверхности, что вызывает их повышенный износ. Кроме того, увеличиваются затраты мощности двигателя на преодоление значительно возросшего (по сравнению с прямолинейным движением) сопротивления при повороте трактора. Особенно сильно возрастает сопротивление повороту на грунте в результате нагревания грунта неповоротными колесами. Отмеченные недостатки существенно снижают технико-экономические показатели колесных тракторов с бортовой схемой поворота.

Таким образом, колесные тракторы могут поворачиваться несколькими способами. Каждый способ поворота оказывает влияние на кинематику их криволинейного движения. Чтобы трактор поворачивался с заданным радиусом, необходимо создать достаточную силу тяги ведущих колес, способную преодолеть возросшую по сравнению с существующей при прямолинейном движении силу сопротивления движению.

7.3. Кинематика поворота колесного трактора

Кинематические параметры криволинейного движения трактора: радиус поворота, смещение центра поворота, угловые и линейные скорости движения колес, траектория движения и др. — зависят от конструктивных и эксплуатационных факторов (базы трактора, способа поворота, максимальных углов поворота управляемых колес, скорости их поворота, скорости движения, характеристик шин и грунта и т.п.). Далее рассмотрим получение выражений для определения некоторых из перечисленных кинематических параметров.

Под *радиусом поворота* трактора будем понимать кратчайшее расстояние от мгновенного центра поворота до продольной оси трактора. Радиус поворота, определенный без учета явления бокового увода шин (жесткие в боковом направлении шины), является теоретическим и обозначается $R_т$. Радиус поворота, определенный с учетом явления увода, называют действительным и обозначают R.

Определим теоретический радиус поворота трактора с базой L, передние управляемые колеса которого повернуты на средний угол α_1, а задние — на угол α_2 (рис. 7.4). Из треуголь-

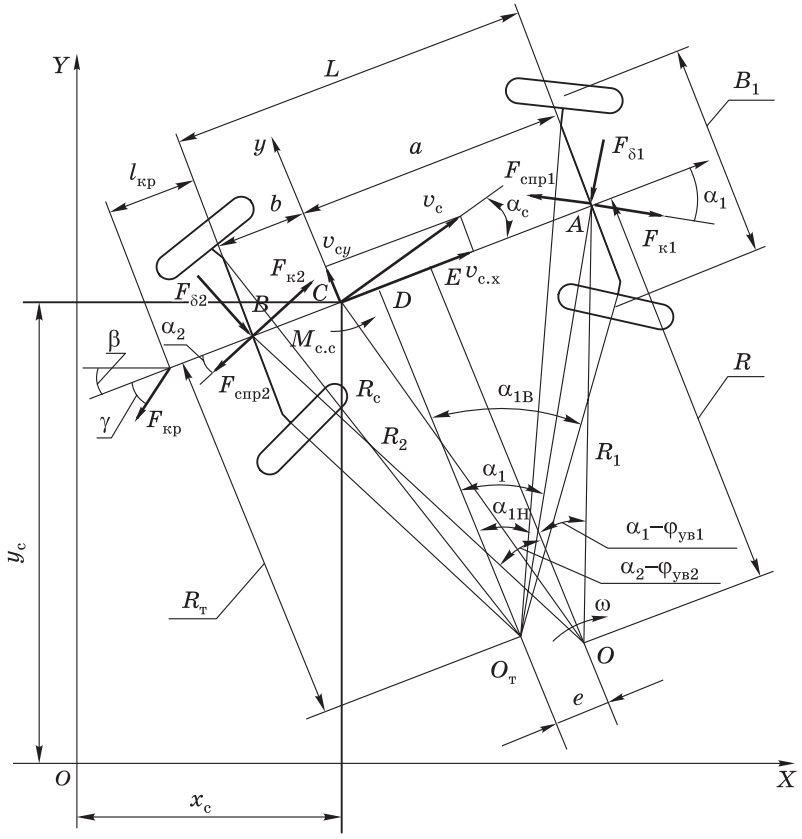

Рис. 7.4. Расчетная схема колесного трактора со всеми управляемыми колесами

ника $O_тDB$ находим $BD = R_т \text{tg}\alpha_2$, а из треугольника $O_тDA$ определим $AD = L - BD = R_т \text{tg}\alpha_1$. Подставив в последнее выражение значение BD, получим $L - R_т \text{tg}\alpha_2 = R_т \text{tg}\alpha_1$, откуда

$$R_т = \frac{L}{\text{tg}\alpha_1 + \text{tg}\alpha_2}. \qquad (7.1)$$

Если передние и задние управляемые колеса поворачиваются на одинаковые углы $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$, то теоретический радиус поворота

$$R_т = L/(2\,\text{tg}\alpha).$$

У трактора с передними управляемыми колесами $\alpha_2 = 0$ и $R_т = L/\text{tg}\alpha_1$, а для тракторов с задними управляемыми колесами $\alpha_1 = 0$ и $R_т = L/\text{tg}\alpha_2$. Сравнивая формулу (7.1) с выражениями, по которым определяют теоретический радиус поворота тракторов только с передними или только с задними управляемые колесами, замечаем, что радиус поворота этих тракторов значительно больше, чем у тракторов со всеми управляемыми колесами. Кроме того, анализируя формулу (7.1), приходим к выводу, что радиус поворота трактора можно уменьшить, уменьшая его базу и увеличивая углы поворота управляемых колес. Оба эти параметра имеют конструктивное ограничение.

Для того чтобы при криволинейном движении все колеса трактора перемещались без скольжения, наружное и внутреннее колеса каждого моста должны поворачиваться на разные углы. Эти углы можно определить из кинематики поворота трактора (см. рис. 7.4), зная средние углы поворота α_i управляемых колес каждого моста.

Так, углы поворота внутренних колес мостов

$$\text{tg}\alpha_{iB} = \frac{R_т \text{tg}\alpha_i}{R_т - 0{,}5B_i} = \frac{L\text{tg}\alpha_i}{L - 0{,}5B_i(\text{tg}\alpha_1 + \text{tg}\alpha_2)}, \qquad (7.2)$$

где B_i — ширина колеи i-го моста. Аналогично формуле (7.2) найдем углы поворота наружных колес:

$$\text{tg}\alpha_{iB} = \frac{R_т \text{tg}\alpha_i}{R_т + 0{,}5B_i} = \frac{L\text{tg}\alpha_i}{L + 0{,}5B_i(\text{tg}\alpha_1 + \text{tg}\alpha_2)}. \qquad (7.3)$$

Определим взаимосвязь между углами поворота колес одного моста. Для переднего моста, изображенного на рис. 7.4, находим

$$\operatorname{tg}\alpha_{1B} = \frac{AD}{R_т - 0{,}5B_1}; \qquad \operatorname{tg}\alpha_{1H} = \frac{AD}{R_т + 0{,}5B_1}.$$

Исключая из этих выражений $R_т$, получаем

$$\frac{AD}{\operatorname{tg}\alpha_{1B}} + 0{,}5B_1 = \frac{AD}{\operatorname{tg}\alpha_{1H}} - 0{,}5B_1.$$

Отсюда, учитывая, что $AD = R_т\operatorname{tg}\alpha = L\operatorname{tg}\alpha_1/(\operatorname{tg}\alpha_1 + \operatorname{tg}\alpha_2)$, имеем

$$\frac{1}{\operatorname{tg}\alpha_{1H}} - \frac{1}{\operatorname{tg}\alpha_{1B}} = \frac{B_1}{L}\frac{\operatorname{tg}\alpha_1 + \operatorname{tg}\alpha_2}{\operatorname{tg}\alpha_1}$$

или

$$\operatorname{ctg}\alpha_{1H} - \operatorname{ctg}\alpha_{1B} = \frac{B_1}{L}\frac{\operatorname{tg}\alpha_1 + \operatorname{tg}\alpha_2}{\operatorname{tg}\alpha_1}. \qquad (7.4)$$

Аналогично получаем выражение для определения соотношений между углами поворота любого моста:

$$\operatorname{ctg}\alpha_{iH} - \operatorname{ctg}\alpha_{iB} = \frac{B_i}{L}\frac{\operatorname{tg}\alpha_1 + \operatorname{tg}\alpha_2}{\operatorname{tg}\alpha_i}. \qquad (7.5)$$

Из выражений (7.4) и (7.5) видно, что при повороте управляемых колес переднего и заднего мостов на разные средние углы ($\alpha_1 \neq \alpha_2$) разница котангенсов углов поворота наружного и внутреннего колес — величина переменная. Рулевой привод, обеспечивающий условие (7.5), выполнить трудно. Если колеса мостов поворачивать на одинаковые средние углы ($\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$), то разница котангенсов углов поворота колес каждого из мостов будет постоянной величиной:

$$\operatorname{ctg}\alpha_{iH} - \operatorname{ctg}\alpha_{iB} = 2\frac{B_i}{L}.$$

Для трактора с передними управляемыми колесами ($\alpha_2 = 0$) углы поворота наружного и внутреннего колес должны соответствовать следующей зависимости:

$$\operatorname{ctg}\alpha_{1H} - \operatorname{ctg}\alpha_{1B} = \frac{B_1}{L}.$$

Найденное соотношение углов поворота управляемых колес моста практически обеспечивается рулевой трапецией.

Трактор с шарнирной рамой можно представить как трактор, имеющий изменяющуюся в процессе поворота базу $L_{\text{пер}}$, передние и задние мосты которого повернуты на углы α_1 и α_2 соответственно (см. рис. 7.3). Переменную базу трактора определим из треугольника ABD по теореме косинусов:

$$L_{\text{пер}}^2 = l_1^2 + l_2^2 - l_1 l_2 \cos(180^\circ - \alpha),$$

где α — угол складывания полурам трактора. Отсюда

$$L_{\text{пер}} = \sqrt{l_1^2 + l_2^2 + 2 l_1 l_2 \cos\alpha}.$$

По теореме синусов из этого треугольника получим следующие зависимости:

$$\frac{L_{\text{пер}}}{\sin(180^\circ - \alpha)} = \frac{l_1}{\sin\alpha_2} = \frac{l_2}{\sin\alpha_1},$$

по которым можно определить углы поворота мостов

$$\alpha_1 = \arcsin\left(\frac{l_2}{L_{\text{пер}}}\sin\alpha\right); \; \alpha_2 = \arcsin\left(\frac{l_1}{L_{\text{пер}}}\sin\alpha\right).$$

Теоретический радиус поворота трактора с шарнирной рамой определим, применяя ту же методику, что и для трактора со всеми управляемыми колесами. Тогда

$$R_{\text{т}} = \frac{L_{\text{пер}}}{\text{tg}\alpha_1 + \text{tg}\alpha_2}. \qquad (7.6)$$

Сравнивая формулы (7.1) и (7.6), видим, что трактор с шарнирной рамой имеет меньший радиус поворота, чем трактор со всеми управляемыми колесами при одинаковых базе и средних углах поворота управляемых колес. Приведенные ранее зависимости справедливы для случая поворота трактора с жесткими в боковом направлении колесами. При эластичных в боковом направлении шинах мгновенный центр поворота трактора переместится из точки $O_{\text{т}}$ в точку O (см. рис. 7.2 и

7.3), и радиус поворота с учетом явления увода шин можно будет определить по следующим выражениям:

- для трактора со всеми управляемыми колесами

$$R = \frac{L}{\mathrm{tg}\left(\alpha_1 - \varphi_{\text{ув1}}\right) + \mathrm{tg}\left(\alpha_2 + \varphi_{\text{ув2}}\right)}; \qquad (7.7)$$

- для трактора с передними управляемыми колесами ($\alpha_2 = 0$)

$$R = \frac{L}{\mathrm{tg}\left(\alpha_1 - \varphi_{\text{ув1}}\right) + \mathrm{tg}\varphi_{\text{ув2}}}. \qquad (7.8)$$

Смещение центра поворота $e = ED$ (см. рис. 7.2) определим как разность отрезков $BE = R\,\mathrm{tg}\left(\alpha_2 + \varphi_{\text{ув2}}\right)$ и $BD = R_{\text{т}}\mathrm{tg}\alpha_2$:

$$e = R\ \mathrm{tg}\left(\alpha_2 + \varphi_{\text{ув2}}\right) - R_{\text{т}}\mathrm{tg}\alpha_2\,. \qquad (7.9)$$

Для трактора только с передними управляемыми колесами $\alpha_2 = 0$ и $e = R\ \mathrm{tg}\varphi_{\text{ув2}}$. Смещение центра поворота трактора с шарнирной рамой (см. рис. 7.3) определяют по формуле (7.9), как для трактора со всеми управляемыми колесами, принимая длину базы трактора переменной и подставляя вместо средних углов поворота управляемых колес переднего и заднего мостов углы поворота этих мостов.

Следовательно, возникновение увода передних и задних колес приводит к тому, что действительный радиус поворота отличается от теоретического (в основном в бóльшую сторону). Кроме того, наблюдается некоторое смещение мгновенного центра поворота у трактора с эластичными в боковом направлении колесами по сравнению с положением мгновенного центра поворота трактора с жесткими колесами.

Как видно из формул (7.7)...(7.9), радиус поворота и смещение центра поворота зависят от базы трактора, углов поворота управляемых колес и углов увода шин передних и задних колес. Это означает, что на траекторию криволинейного движения трактора оказывают влияние углы поворота колес, характеристики шин и грунта, а также силы (радиальные, тангенциальные, боковые), действующие на колеса.

Поскольку углы увода мостов влияют на радиус поворота, различают три вида поворачиваемости колесного трактора:

- избыточная поворачиваемость наблюдается, если при закрепленном рулевом колесе с увеличением скорости движения радиус поворота трактора уменьшается;
- недостаточная поворачиваемость возникает, если при увеличении скорости движения увеличивается радиус поворота трактора с закрепленным рулевым колесом;
- нейтральная поворачиваемость наблюдается, если радиус поворота не изменяется с увеличением скорости движения трактора с закрепленным рулевым колесом.

С точки зрения обеспечения движения трактора с меньшими радиусами при заданных углах поворота управляемых колес избыточная поворачиваемость предпочтительнее. Однако при повороте трактора с увеличением кривизны возрастает центробежная сила, увод шин увеличивается, а это при избыточной поворачиваемости приведет к дальнейшему увеличению кривизны и центробежной силы. Такой процесс может стать необратимым, что нежелательно, а в некоторых случаях и небезопасно. Кроме того, при действии внешней боковой силы трактор с избыточной поворачиваемостью даже при неповернутых управляемых колесах может самопроизвольно входить в поворот. Таким образом, наиболее рациональным соотношением углов бокового увода шин передних и задних колес будет такое, при котором обеспечивается некоторая недостаточная поворачиваемость трактора. В этом случае движение трактора устойчиво и при поворотах не происходит большого увеличения радиуса поворота, т.е. не ухудшается его поворачиваемость.

Определим теперь ускорения a_{Cx} и a_{Cy} центра масс трактора, направленные продольно и нормально к его продольной оси (см. рис. 7.4) при движении трактора со значительной скоростью по траектории, имеющей большой радиус поворота. В этом случае углы поворота управляемых колес, углы увода и другие углы малы, и можно принять синусы и тангенсы этих углов равными их аргументу, а косинусы — единице.

Проекции вектора скорости $\bar{v}_C$ центра масс на оси подвижной системы координат

$$v_{Cx} = v_C \cos\alpha_C \approx v_C; \quad v_{Cy} = v_C \sin\alpha_C \approx v_C\alpha_C,$$

где v_{Cx} — поступательная скорость трактора; v_{Cy} — скорость бокового смещения центра масс трактора; α_C — угол между вектором скорости $\bar{v}_C$ и продольной осью трактора.

В соответствии с рис. 7.4

$$\operatorname{tg}\alpha_C = \frac{CE}{R} = \frac{R\operatorname{tg}(\alpha_2 + \varphi_{ув2}) - b}{R}.$$

Учитывая, что углы малы, и подставляя значение радиуса поворота, получим

$$\alpha_C = \frac{1}{L}\Big[b(\alpha_1 - \varphi_{ув1}) - a(\alpha_2 + \varphi_{ув2})\Big].$$

Проекции составляющих скорости v_C на оси неподвижной системы координат

$$v_{CX} = v_{Cx}\cos\beta - v_{Cy}\sin\beta;$$
$$v_{CY} = v_{Cx}\sin\beta + v_{Cy}\cos\beta.$$

Выполнив дифференцирование по времени скоростей v_{Cx} и v_{Cy}, получим ускорения центра масс трактора в неподвижной системе координат:

$$\left.\begin{aligned} a_{CX} &= \dot{v}_{Cx}\cos\beta - v_{Cx}\omega\sin\beta - \dot{v}_{Cy}\sin\beta - v_C\omega\cos\beta; \\ a_{CY} &= \dot{v}_{Cx}\sin\beta - v_{Cx}\omega\cos\beta + \dot{v}_{Cy}\cos\beta - v_{Cy}\omega\sin\beta, \end{aligned}\right\} \quad (7.10)$$

где v_{Cx} — ускорение при поступательном движении трактора; v_{Cy} — ускорение бокового смещения центра масс трактора; $\omega = \dot{\beta} = v_{Cx}/R$ — угловая скорость поворота трактора.

Для определения искомых ускорений центра масс трактора в подвижной системе координат спроецируем векторы ускорений $\bar{a}_{CX}$ и $\bar{a}_{CY}$ на подвижные оси x и y:

$$a_{Cx} = a_{CX}\cos\beta + a_{CY}\sin\beta;$$

$$a_{Cy} = -a_{CX}\sin\beta + a_{CY}\cos\beta.$$

С учетом соотношений (7.10) после преобразований получим

$$a_{Cx} = \dot{v}_{Cx} - v_{Cy}\omega;\ a_{Cy} = v_{Cx}\omega + \dot{v}_{Cy}. \qquad (7.11)$$

Найдем выражения для определения скорости и ускорения бокового смещения центра масс трактора. В соответствии с рис. 7.4

$$v_{Cy} = v_{Cx}\ \mathrm{tg}\,\alpha_C = \frac{v_{Cx}}{L}\left[b(\alpha_1 - \varphi_{ув1}) - a(\alpha_2 + \varphi_{ув2})\right].$$

Дифференцируя это выражение по времени, получаем ускорение бокового смещения центра трактора

$$\dot{v}_{Cy} = \frac{\dot{v}_{Cx}}{L}\left[b(\alpha_1 - \varphi_{ув1}) - a(\alpha_2 + \varphi_{ув2})\right] +$$

$$+ \frac{v_{Cx}}{L}\left[b(\dot{\alpha}_1 - \dot{\varphi}_{ув1}) - a(\dot{\alpha}_2 + \dot{\varphi}_{ув2})\right].$$

Подставив полученные соотношения для боковой скорости и ускорения бокового смещения центра масс трактора в (7.11), после преобразования получим

$$\left.\begin{aligned} a_{Cx} &= \dot{v}_C - \frac{v_C^2}{R}\left[\frac{b}{R} - \left(\alpha_2 + \varphi_{ув2}\right)\right]; \\ a_{Cy} &= \frac{v_C^2}{R} + \dot{v}_C\left[\frac{b}{R} - \left(\alpha_2 + \varphi_{ув2}\right)\right] + \\ &+ \frac{v_C}{L}\left[b\left(\dot{\alpha}_1 - \varphi_{ув1}\right) - a\left(\dot{\alpha}_2 + \dot{\varphi}_{ув2}\right)\right]. \end{aligned}\right\} \qquad (7.12)$$

Угловое ускорение трактора

$$\varepsilon = \dot{\omega} = \frac{d(v_C / R)}{dt} =$$

$$= \frac{1}{L}\left[\dot{v}_C(\alpha_1 + \alpha_2 - \varphi_{ув1} + \varphi_{ув2}) + (\dot{\alpha}_1 + \dot{\alpha}_2 - \dot{\varphi}_{ув1} + \dot{\varphi}_{ув2})\right]. \qquad (7.13)$$

Таким образом, явление бокового увода шин оказывает существенное влияние на кинематику поворота колесного трактора, вызывая изменение действительного радиуса поворота по сравнению с радиусом поворота трактора с жесткими в боковом направлении колесами, смещение центра поворота и др. (формулы (7.12) и (7.13)).

7.4. Распределение тягового усилия между ведущими мостами и колесами трактора

При исследовании криволинейного движения колесного трактора приходится рассматривать задачу о распределении суммарной касательной силы тяги трактора между ведущими мостами и колесами, так как оно определенным образом влияет на траекторию криволинейного движения. Распределение суммарной силы тяги зависит в значительной степени от схемы трансмиссии.

На современных полноприводных тракторах применяют блокированный привод ведущих мостов с принудительным (Т-150К, К-700, К-701 и др.) или автоматическим (колесные тракторы семейства «Беларус») отключением одного из ведущих мостов. Обычно отключаемым является передний мост. Для автоматического отключения и включения переднего ведущего моста используют межосевую обгонную муфту свободного хода.

При использовании межосевой муфты свободного хода передаточные числа для ведущих мостов подбирают так, чтобы окружная скорость колес заднего моста была несколько выше окружной скорости колес переднего моста. Это достигается изменением передаточных чисел для ведущих мостов при известных расчетных радиусах $r_{\text{р}}$ ведущих колес и введением так называемого конструктивного кинематического несоответствия $k_{\text{н.к}}$. Если окружная теоретическая скорость задних колес $v_{\text{т1}}$, то конструктивное кинематическое несоответствие

$$k_{\text{н.к}} = \frac{v_{\text{т2}} - v_{\text{т1}}}{v_{\text{т2}}} = 1 - \frac{i_2 r_{\text{р1}}}{i_1 r_{\text{р2}}},$$

где i_1, i_2 — передаточные числа для колес. Конструктивное кинематическое несоответствие у современных тракторов с колесной формулой 4К4 находится в пределах $k_{\text{н.к}} = 0{,}04...0{,}07$.

Для повышения тягово-сцепных качеств тракторов применяется блокированно-дифференциальный привод ведущих колес моста. Такая схема ведущего моста позволяет трактору в определенных условиях двигаться с заблокированным межколесным дифференциалом, т.е. с блокированным приводом, а в других — с дифференциальным приводом ведущих колес. Для блокирования дифференциала применяют механизмы, включаемые водителем или автоматически (автоблокировки), в мостах устанавливаются также самоблокирующиеся дифференциалы.

Определим распределение суммарной силы тяги трактора на ведущие мосты с блокированным межосевым приводом при криволинейном движении. Пути, проходимые колесами ведущих мостов при повороте трактора, не равны. Поскольку в трансмиссии отсутствует межосевой дифференциал, кинематическое соответствие между мостами трактора при повороте нарушается, и компенсация разности путей мостов происходит вследствие буксования или проскальзывания колес.

Дальнейшее исследование проведем с учетом изменения радиуса качения ведущего колеса под действием касательной силы тяги:

$$r_{\text{к}} = r_0 - \frac{G}{\lambda_{\text{н}}} - \xi\frac{M_{\text{к}}}{\varphi_{\text{ш}}} = r_{\text{р}} - \lambda F_{\text{к}}, \qquad (7.14)$$

где λ — тангенциальная эластичность шины или системы «шина — грунт».

Для того чтобы при повороте трактора все его колеса перемещались по грунту без буксования или скольжения, их радиусы качения должны быть различными и изменяющимися в зависимости от радиуса кривизны траекторий середин мостов. При этом отношение радиусов траекторий середин переднего и заднего мостов для любых углов α_i поворота управляемых колес должно быть

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{\cos(\alpha_2 + \varphi_{\text{ув2}})}{\cos(\alpha_1 - \varphi_{\text{ув1}})}.$$

Учитывая скорость середины моста $\upsilon = \omega_к r_к = \frac{\omega_д}{i} r_к$ и выражение (7.14), получаем

$$\frac{(r_{р1} - \lambda_1 F_{к1}) i_2}{(r_{р2} - \lambda_2 F_{к2}) i_1} = \frac{\cos(\alpha_2 + \varphi_{ув2})}{\cos(\alpha_1 - \varphi_{ув1})}. \qquad (7.15)$$

Из условия, что вектор суммарной силы тяги трактора равен векторной сумме тяговых усилий ведущих мостов $F_к = F_{к1}\cos\alpha_1 + F_{к2}\cos\alpha_2$, находим тяговое усилие заднего моста:

$$F_{к2} = \frac{F_к - F_{к1}\cos\alpha_1}{\cos\alpha_2}.$$

Подставляя значение $F_{к2}$ в выражение (7.15), получаем

$$F_{к1} = \frac{i_1(\lambda_2 F_к - r_{р2}\cos\alpha_2)\cos(\alpha_2 + \varphi_{ув2}) + i_2 r_{р1}\cos\alpha_2\cos(\alpha_1 - \varphi_{ув2})}{i_1\lambda_2\cos\alpha_1\cos(\alpha_2 + \varphi_{ув2}) + i_2\lambda_1\cos\alpha_2\cos(\alpha_1 - \varphi_{ув1})}. \qquad (7.16)$$

Выполнив аналогичные преобразования, найдем выражение для определения силы тяги заднего моста:

$$F_{к2} = \frac{i_2(\lambda_1 F_к - r_{р1}\cos\alpha_1)\cos(\alpha_1 - \varphi_{ув1}) + i_1 r_{р2}\cos\alpha_1\cos(\alpha_2 + \varphi_{ув1})}{i_1\lambda_2\cos\alpha_1\cos(\alpha_2 + \varphi_{ув2}) + i_2\lambda_1\cos\alpha_2\cos(\alpha_1 - \varphi_{ув1})}. \qquad (7.17)$$

Выражения (7.16) и (7.17) показывают, что при заданных углах поворота управляемых колес эластичность шин наряду с передаточными числами влияет на процесс распределения суммарной силы тяги трактора между ведущими мостами. Перераспределение тягового усилия на ведущие мосты происходит только тогда, когда касательные силы тяги ведущих колес меньше сил сцепления с грунтом. Для такого случая и будут действительны выражения (7.16) и (7.17). При полном буксовании ведущих колес по опорной поверхности перераспределение суммарной силы тяги трактора между мостами достигает максимального значения, и дальнейшее перераспределение тяговой силы прекращается.

У трактора с передними управляемыми колесами $\alpha_2 = 0$. Поэтому выражения (7.16) и (7.17) с учетом $\cos\varphi_{ув2} \approx 1$ примут вид

$$\left.\begin{aligned} F_{к1} &= \frac{i_2(\lambda_2 F_к - r_{р2}) + i_2 r_{р1}\cos(\alpha_1 - \varphi_{ув1})}{i_1\lambda_2\cos\alpha_1 + i_2\lambda_1\cos(\alpha_1 - \varphi_{ув1})}; \\ F_{к2} &= \frac{i_2(\lambda_1 F_к - r_{р1}\cos\alpha_1)\cos(\alpha_1 - \varphi_{ув1}) + i_2 r_{р1}\cos\alpha_1}{i_1\lambda_2\cos\alpha_1 + i_2\lambda_1\cos(\alpha_1 - \varphi_{ув1})}. \end{aligned}\right\} \quad (7.18)$$

Учитывая, что $i_1 r_{р2} = i_2 r_{р1} / (1 - k_{н.к})$, получаем

$$F_{к1} = \frac{i_1\lambda_2 F_к + i_2 r_{р1}\left[\cos(\alpha_1 - \varphi_{ув1}) - \dfrac{1}{1 - k_{н.к}}\right]}{i_1\lambda_2 + i_2\lambda_1\cos\left(\alpha_1 - \varphi_{ув1}\right)};$$

$$F_{к2} = \frac{i_2\lambda_1 F_к\cos(\alpha_1 - \varphi_{ув1}) - i_2 r_{р1}\left[\cos(\alpha_1 - \varphi_{ув1}) - \dfrac{1}{1 - k_{н.к}}\right]\cos\alpha_1}{i_1\lambda_2 + i_2\lambda_1\cos\left(\alpha_1 - \varphi_{ув1}\right)}.$$

Из данных выражений видно, что при $k_{н.к} > 0$ (забегающие — колеса заднего моста) на колесах переднего моста при некотором угле поворота управляемых колес возможно появление отрицательной силы, а на колесах заднего моста тяговое усилие всегда будет положительным. Средний угол поворота передних управляемых колес, при котором тяговое усилие переднего моста становится равным нулю, можно определить из формулы (7.18), приравняв ее числитель к нулю:

$$\alpha_1 = \varphi_{ув1} = \arccos\left[\frac{1}{1 - k_{н.к}} - \frac{i_1\lambda_2}{i_2 r_{р1}} F_к\right].$$

Межосевая обгонная муфта отключает привод к переднему мосту, когда угловая скорость ведомого элемента муфты будет больше скорости ведущего, а сила тяги равна нулю. После отключения переднего моста трактор типа 4К4 движется по криволинейной или прямолинейной траектории, как трактор типа 4К2 с задним ведущим мостом.

При $k_{н.к} < 0$ (забегающие — колеса переднего моста) отмеченное перераспределение будет происходить в обратном направлении, т.е. при повороте управляемых колес отрицательная сила появляется на колесах заднего моста, а усилие на передних колесах будет всегда положительным.

Таким образом, на распределение тяговых усилий между ведущими мостами трактора с блокированным межосевым приводом оказывают влияние конструктивное кинематическое несоответствие и кинематика поворота. При дифференциальном межосевом приводе распределение тяговых усилий между ведущими мостами зависит только от конструктивной схемы межосевого дифференциала (передаточного силового числа дифференциала $i_д = F_{к2} / F_{к1}$) и не зависит от кинематики поворота трактора. Если в раздаточной коробке установлен дифференциал с силовым передаточным числом, равным единице, то при прямолинейном и криволинейном движении касательные силы тяги мостов будут равны, несмотря на то что суммарная сила тяги трактора будет изменяться. Силовое передаточное число межосевого дифференциала теоретически может изменяться в широких пределах: от нуля до бесконечности. Если силовое передаточное число межосевого дифференциала равно нулю, то получаем машину типа 4К2 с передним ведущим мостом, а при силовом передаточном числе межосевого дифференциала, равном бесконечности, — машину типа 4К2 с задним ведущим мостом. Однако для расчетов и построения зависимостей удобнее использовать коэффициент распределения суммарной силы тяги трактора между ведущими мостами:

$$\xi = F_{к2} / F_{к}.$$

Коэффициент ξ изменяется в узких пределах: от нуля (машина типа 4К2 с передним ведущим мостом) до единицы (машина типа 4К2 с задним ведущим мостом). Связь между силовым передаточным числом межосевого дифференциала и коэффициентом распределения силы тяги трактора определяется формулами

$$\xi = \frac{i_д}{1 + i_д}; \; i_д = \frac{\xi}{1 - \xi}.$$

Зная суммарную силу тяги трактора и коэффициент ее распределения, можно определить тяговое усилие ведущих мостов:

$$F_{к1} = (1 - \xi)F_к; \quad F_{к2} = \xi F_к . \qquad (7.19)$$

Схема привода ведущих колес моста при повороте трактора также влияет на распределение тягового усилия, развиваемого мостом, между наружным $F_{кiн}$ и внутренним $F_{кiе}$ колесами. При установке в мостах простых конических дифференциалов тяговое усилие моста распределяется по колесам практически поровну, т.е. $F_{кiн} = F_{кiв}$. В ведущих мостах некоторых тракторов установлены самоблокирующиеся дифференциалы (МТЗ-82/52, К-700/701) и автоматическая блокировка межколесного дифференциала заднего моста (МТЗ-82). В этих случаях при криволинейном движении трактора колеса моста некоторое время вращаются с одинаковой угловой скоростью и проходят разные пути. Это приводит, как и при блокированном межосевом приводе, к перераспределению тягового усилия моста между его колесами. Из кинематики поворота (см. рис. 7.4) следует:

$$\frac{R_{iн}}{R_{iв}} = \frac{v_{iн}}{v_{iв}} = \frac{(R + 0{,}5B_i)\cos(\alpha_{iв} \mp \varphi_{увiв})}{(R - 0{,}5B_i)\cos(\alpha_{iн} \mp \varphi_{увiн})} = \frac{a_2}{a_1},$$

или, учитывая зависимость радиуса качения колеса от развиваемого тягового усилия (см. (7.14)),

$$\frac{r_{рiн} - \lambda_{iн}F_{кiн}}{r_{рiв} - \lambda_{iв}F_{кiв}} = \frac{a_2}{a_1}. \qquad (7.20)$$

Сила тяги ведущего моста равна векторной сумме касательных усилий на наружном и внутреннем колесах:

$$F_{кi} = F_{кiн}\cos(\alpha_i - \alpha_{iн}) + F_{кiв}\cos(\alpha_{iв} - \alpha_i),$$

где α_i — средний угол поворота управляемых колес i-го моста.

Однако разница углов поворота, являющаяся аргументом косинуса, даже при минимальных радиусах поворота составляет примерно 5°. Поэтому с погрешностью до 1 % можно

принять $\cos(\alpha_i - \alpha_{i\text{н}}) = \cos(\alpha_{i\text{в}} - \alpha_i) = 1$, и выражение для тягового усилия моста примет вид

$$F_{\text{к}i} = F_{\text{к}i\text{н}} + F_{\text{к}i\text{в}},$$

откуда определим, например, тяговое усилие наружного колеса:

$$F_{\text{к}i\text{н}} = F_{\text{к}i} - F_{\text{к}i\text{в}}.$$

Подставив значение тягового усилия наружного колеса в уравнение (7.20), определим тяговое усилие внутреннего колеса при криволинейном движении трактора с заблокированным межколесным дифференциалом:

$$F_{\text{к}i\text{в}} = \frac{\lambda_{i\text{н}} F_{\text{к}i}\alpha_1 + r_{\text{p}i}(a_2 - a_1)}{\lambda_{i\text{н}} a_1 + \lambda_{i\text{в}} a_2}.$$

Аналогично определяем тяговое усилие наружного колеса моста:

$$F_{\text{к}i\text{н}} = \frac{\lambda_{i\text{в}} F_{\text{к}i}\alpha_1 + r_{\text{p}i}(a_2 - a_1)}{\lambda_{i\text{н}} a_1 + \lambda_{i\text{в}} a_2}.$$

Поскольку в последней формуле первый член в скобках меньше второго, выражение в них будет иметь отрицательное значение. Поэтому можно сделать вывод о том, что с уменьшением радиуса поворота трактора (увеличением угла поворота управляемых колес) тяговое усилие наружного колеса моста с блокированным межколесным дифференциалом уменьшается и при некотором значении радиуса поворота становится равным нулю. При дальнейшем уменьшении радиуса поворота трактора это тяговое усилие будет отрицательным. В результате перераспределения тягового усилия между колесами при криволинейном движении трактора возникает дополнительный момент сопротивления повороту

$$M_{\text{с.д}} = 0{,}5 B_i (F_{\text{к}i\text{в}} - F_{\text{к}i\text{н}}). \qquad (7.21)$$

Это влечет за собой увеличение радиуса поворота, а следовательно, ухудшение поворачиваемости трактора. Когда на наружном колесе моста при повороте появляется от-

рицательная сила, момент сопротивления повороту моста с заблокированным дифференциалом значительно увеличивается.

После выключения автоматической блокировки дифференциала последний начинает работать как простой конический дифференциал, выравнивая тяговые усилия ведущих колес моста. При этом исчезает и дополнительный момент сопротивления повороту трактора — $M_{\text{с.д}} = 0$. Поворачиваемость трактора улучшается. Улучшается она также после срабатывания самоблокирующегося межколесного дифференциала, но в меньшей степени, чем после выключения автоблокировки, так как в этом случае тяговые усилия ведущих колес остаются не равными. В результате этого сохраняется некоторое значение дополнительного момента сопротивления повороту. Определим этот момент.

Блокирующие свойства самоблокирующегося дифференциала характеризуются коэффициентом блокировки

$$k_{\text{б}} = \frac{M_{\text{в}}}{M_{\text{н}}} = \frac{F_{\text{к.в}} r_{\text{д}}}{F_{\text{к.н}} r_{\text{д}}} = \frac{F_{\text{к.в}}}{F_{\text{к.н}}}. \qquad (7.22)$$

После срабатывания дифференциала определяем тяговые усилия на колесах моста с учетом выражения (7.22):

- наружное колесо

$$F_{\text{кін}} = \frac{F_{\text{кі}} \cos\left(\alpha_i \mp \varphi_{\text{уві}}\right)}{k_{\text{б}} \cos(\alpha_{i\text{в}} \mp \varphi_{\text{увів}}) + \cos(\alpha_{i\text{н}} \mp \varphi_{\text{увін}})};$$

- внутреннее колесо

$$F_{\text{ків}} = \frac{k_{\text{б}} F_{\text{кі}} \cos\left(\alpha_i \mp \varphi_{\text{уві}}\right)}{k_{\text{б}} \cos(\alpha_{i\text{в}} \mp \varphi_{\text{увів}}) + \cos(\alpha_{i\text{н}} \mp \varphi_{\text{увін}})}.$$

Тогда дополнительный момент сопротивления повороту после срабатывания самоблокирующегося межколесного дифференциала

$$M_{\text{с.д}} = 0{,}5 B_i F_{\text{кі}} \frac{(k_{\text{б}} - 1)\cos\left(\alpha_i \mp \varphi_{\text{уві}}\right)}{k_{\text{б}} \cos(\alpha_{i\text{в}} \mp \varphi_{\text{увів}}) + \cos(\alpha_{i\text{н}} \mp \varphi_{\text{увін}})},$$

т.е. чем больше коэффициент блокировки дифференциала и тяговое усилие моста, тем больше разница в тяговых усилиях ведущих колес моста при повороте трактора и больше дополнительный момент сопротивления повороту после срабатывания самоблокирующегося дифференциала.

Распределение тягового усилия между ведущими мостами и колесами трактора с шарнирной рамой определяют по тем же формулам, что и для трактора с управляемыми колесами, принимая колеса мостов неповоротными, т.е. $\alpha_{iв} = 0$ и $\alpha_{iн} = 0$.

Таким образом, на поворачиваемость трактора существенно влияют значение и характер распределения тягового усилия между ведущими колесами, т.е. схема трансмиссии. При дифференциальном межосевом и межколесном приводах распределение тягового усилия постоянно и зависит только от схемы дифференциала. При блокированном межосевом и межколесном приводах определение тягового усилия переменно и зависит от кинематики поворота.

Распределение силы тяги между ведущими мостами и колесами влияет на поворачиваемость трактора следующим образом:

1. Тяговые усилия ведущих колес изменяют коэффициенты сопротивления уводу. В зависимости от значения и направления действия касательных усилий на колесах изменяются соотношение между углами увода колес и, следовательно, характер траектории движения и поворачиваемость трактора.

2. Блокирование межколесного дифференциала при криволинейном движении приводит к перераспределению тягового усилия между внутренним и наружным колесами моста, в результате чего возникает дополнительный момент сопротивления повороту, от которого зависят параметры траектории движения и поворачиваемость трактора.

3. Касательные силы, действующие на управляемые колеса, вызывают возникновение боковых составляющих, влияющих на параметры траектории движения и поворачиваемость трактора.

7.5. Статическая поворачиваемость колесного трактора

Статическая поворачиваемость — свойство трактора, движущегося по окружности с закрепленным рулем, изменять кривизну траектории в зависимости от скорости движения. Для получения характеристик статической поворачиваемости рассмотрим движение плоской одномассовой модели трактора со всеми управляемыми колесами по кругу с постоянной угловой скоростью $w = \text{const}$, $\omega = 0$, передние и задние колеса которого повернуты на средние углы α_1 и α_2 (см. рис. 7.4). С трактором жестко свяжем подвижную систему координат xCy, начало которой поместим в центре масс агрегата. Ось x совместим с продольной осью трактора и будем считать, что ее положительное направление совпадает с направлением движения. В режиме поворота на трактор действуют тяговые усилия ведущих мостов $F_{\text{к}i}$, силы сопротивления движению $F_{\text{спр}i}$, боковые силы $F_{\text{б}i}$ и сила инерции $F_{\text{ин}}$. Повороту трактора препятствует суммарный момент сопротивления повороту:

$$M_{\text{с.с}} = \sum_{i=1}^{n} M_{\text{ск}i} + \sum_{i=1}^{2} M_{\text{с.д}i}.$$

Направление действия нагрузки на крюке при повороте составляет угол γ с продольной осью трактора.

Напишем уравнения движения трактора относительно подвижной системы координат xCy:

$$\begin{cases} ma_{Cx} = (F_{\text{к}1} - F_{\text{спр}1})\cos\alpha_1 + (F_{\text{к}2} - F_{\text{спр}2})\cos\alpha_2 - \\ -F_{\text{б}1}\sin\alpha_1 + F_{\text{б}2}\sin\alpha_2 - F_{\text{кр}}\cos\gamma; \\ ma_{Cy} = -(F_{\text{к}1} - F_{\text{спр}1})\sin\alpha_1 + (F_{\text{к}2} - F_{\text{спр}2})\sin\alpha_2 - \\ -F_{\text{б}1}\cos\alpha_1 - F_{\text{б}2}\cos\alpha_2 - F_{\text{кр}}\sin\gamma; \\ 0 = a(F_{\text{к}1} - F_{\text{спр}1})\sin\alpha_1 + b(F_{\text{к}2} - F_{\text{спр}2})\sin\alpha_2 + \\ +aF_{\text{б}1}\cos\alpha_1 - bF_{\text{б}2}\cos\alpha_2 - (l_{\text{кр}} + b)F_{\text{кр}}\sin\alpha - M_{\text{с.с}}. \end{cases} \quad (7.23)$$

Здесь индекс 1 относится к силам и моментам, действующим на передний мост, индекс 2 — действующим на задний мост.

В системе уравнений (7.23) имеется 4 неизвестных, которым соответствуют 3 уравнения. Следовательно, полученная система уравнений является неопределимой. Однако ранее были выведены зависимости, связывающие тяговые усилия ведущих мостов и колес при дифференциальном и блокированном приводах. Используя эти зависимости, выразим неизвестные тяговые усилия ведущих мостов через одну неизвестную — суммарную силу тяги трактора $F_к$. При заданной скорости движения ускорения a_{Cx} и a_{Cy}, направленные вдоль осей координат, известны, и их определяют по формулам (7.11). Тогда система уравнений (7.23) для дифференциального межосевого привода примет вид

$$\begin{cases} a_{д1}F_к + b_1F_{б1} + c_1F_{б2} = d_{д1}; \\ a_{д2}F_к + b_2F_{б1} + c_2F_{б2} = d_{д2}; \\ a_{д3}F_к + b_3F_{б1} + c_3F_{б2} = d_{д3}, \end{cases} \qquad (7.24)$$

где

$$a_{д1} = (1-\xi)\cos\alpha_1 + \xi\cos\alpha_2; \quad a_{д2} = (1-\xi)\sin\alpha_1 - \xi\sin\alpha_2;$$

$$a_{д3} = a(1-\xi)\sin\alpha_1 + b\xi\sin\alpha_2;\ b_1 = -\sin\alpha_1;\ b_2 = \cos\alpha_1;$$

$$b_3 = a\cos\alpha_1;\ c_1 = \sin\alpha_2;\ c_2 = \cos\alpha_2;\ c_3 = b\cos\alpha_2;$$

$$d_{д1} = F_{спр1}\cos\alpha_1 + F_{спр2}\cos\alpha_2 + F_{кр}\cos\gamma + ma_{Cx};$$

$$d_{д2} = F_{спр1}\sin\alpha_1 - F_{спр2}\sin\alpha_2 - F_{кр}\sin\gamma + ma_{Cy};$$

$$d_{д3} = aF_{спр1}\sin\alpha_1 + bF_{спр2}\sin\alpha_2 + (l_{кр} + b)F_{кр}\sin\gamma + M_{с.с}.$$

Для блокированного межосевого привода исходную систему уравнений (7.23) представим в следующем виде:

$$\begin{cases} a_{б1}F_к + b_1F_{б1} + c_1F_{б2} = d_{б1}; \\ a_{б2}F_к + b_2F_{б1} + c_2F_{б2} = d_{б2}; \\ a_{б3}F_к + b_3F_{б1} + c_3F_{б2} = d_{б3}, \end{cases} \qquad (7.25)$$

где

$$a_{б1} = e_2(i_1\lambda_2 + i_2\lambda_1)/e_0;\ e_0 = i_2\lambda_1\cos\alpha_1 + i_1\lambda_2\cos\alpha_2;$$

$$e_1 = \cos\alpha_1\cos\alpha_2;\ a_{б2} = (i_1\lambda_2e_2 + i_2\lambda_1e_3)/e_0;\ e_2 = \sin\alpha_1\sin\alpha_2;$$

$$e_3 = \sin\alpha_2\cos\alpha_2;\ a_{б3} = (ai_1e_2 + bi_2\lambda_1e_3)/e_0;$$

$$d_{б1} = d_{д1} + \left[\left(i_1 r_{д2} + i_2 r_{д1}\right)e_1 - i_2 r_{д1}\cos\alpha_1 - i_2 r_{д2}\cos^2\alpha_2\right] / e_0;$$

$$d_{б2} = d_{д1} + \left[i_1 r_{д2}\left(e_2 + e_4\right) + i_2 r_{д1}(e_з - e_5)\right] / e_0;$$

$$e_4 = \sin\alpha_2 \cos\alpha_2;$$

$$d_{бз} = d_{дз} + \left[i_1 r_{д2}\left(ae_2 - be_4\right) + i_2 r_{д1}(be_з - ae_5)\right] / e_0;$$

$$e_5 = \sin\alpha_1 \cos\alpha_1.$$

С помощью системы уравнений (7.24) и (7.25) можно оценить статическую поворачиваемость полноприводных колесных тракторов, имеющих схему поворота с управляемыми колесами и складывающейся рамой при различных схемах привода ведущих колес. При использовании автоматически отключаемого переднего моста характеристики статической поворачиваемости такого трактора определяют решением системы (7.25) до тех пор, пока управляемые колеса повернуты на угол, меньший угла, при котором передний мост отключается. При больших углах поворота управляемых колес (передний мост отключен) характеристики статической поворачиваемости трактора определяют решением системы уравнений (7.24), принимая $\xi = 1$.

Характеристики статической поворачиваемости тракторов типа 4К2 с задним или передним ведущим мостом получают решением системы уравнений (7.24), принимая $\xi = 1$ и $\xi = 0$ для тракторов с задним и передним ведущими мостами соответственно.

Следует отметить, что в системах уравнений (7.24) и (7.25) не учтено изменение коэффициента сопротивления уводу мостов в результате действия различных эксплуатационных факторов. Поэтому исследование статической поворачиваемости каждого конкретного или проектируемого трактора должно проводиться методом последовательного приближения следующим образом.

Для выбранных углов поворота управляемых колес и скорости движения трактора рассчитываются радиус поворота и ускорения центра масс без учета углов увода. После решения системы уравнений получаются значения суммарной силы тяги трактора, а также боковых сил, действующих на

передний и задний мосты. В зависимости от схемы межосевого привода определяются тяговые усилия переднего и заднего мостов по найденному значению суммарной силы тяги трактора.

Зная силы, действующие на колеса ведущих мостов, рассчитывают поправочные коэффициенты и корректируют коэффициент сопротивления уводу переднего и заднего мостов. Углы увода мостов

$$\varphi_{увi} = F_{бi} / k_{увi}.$$

После определения углов увода переднего и заднего мостов рассчитывают радиус поворота трактора при выбранных углах поворота управляемых колес и ускорения центра масс трактора, с учетом значений которых повторно решают исходную систему уравнений.

Процесс корректирования коэффициентов сопротивления уводу мостов, определения новых значений углов увода мостов по значениям боковых сил и ускорений центра масс трактора по скорректированному радиусу поворота повторяется до тех пор, пока разница значений радиусов поворота трактора, полученных в предыдущем и последующем расчетах, не будет меньше выбранной для расчета. Обычно достаточно трех–пяти повторений процесса.

Результаты расчета статической поворачиваемости тракторов с различной схемой привода ведущих колес показывают, что меньший радиус поворота имеет трактор типа 4К2 с передним ведущим и управляемым мостом, в котором установлен простой межколесный дифференциал. Трактор типа 4К4, в трансмиссии которого установлены межосевой и межколесные дифференциалы, поворачивается с меньшим радиусом поворота, чем трактор типа 4К4 с блокированным межосевым приводом (межколесный привод — дифференциальный), так как при криволинейном движении тяговое усилие переднего моста последнего меньше, чем у первого, на всем диапазоне углов поворота управляемых колес. До тех пор, пока тяговое усилие переднего моста трактора типа 4К4 с блокированным межосевым приводом положительно, его радиус поворота меньше, чем радиус поворота трактора

типа 4К2 с задним ведущим мостом. Блокирование межколесных дифференциалов существенно увеличивает радиус поворота тракторов с дифференциальным и блокированным межосевыми приводами.

7.6. Динамическая поворачиваемость колесного трактора

Динамическая поворачиваемость — свойство трактора изменять кривизну траектории в соответствии с поворотом руля и изменением скорости движения. Для изучения динамической поворачиваемости колесного трактора воспользуемся расчетной схемой, представленной на рис. 7.4. Под действием тягового усилия переднего ($F_{к1}$) и заднего ($F_{к2}$) мостов при наличии сил $F_{б1}$, $F_{б2}$, $F_{спр1}$, $F_{спр2}$, $F_{кр}$ и момента сопротивления повороту $M_{с.с}$ центр масс трактора движется в направлении его скорости $v_с$, составляющей при повороте с продольной осью трактора угол $\alpha_с$.

Движение трактора будем рассматривать в неподвижной системе координат *XOY*, связанной в землей. Это позволит построить траекторию криволинейного движения трактора, если известны составляющие перемещения центра масс вдоль неподвижной системы координат *XOY* и угол β между продольной осью трактора и осью абсцисс.

Для составления динамических уравнений движения трактора по ровной горизонтальной поверхности с однородным фоном воспользуемся принципом Д'Аламбера:

$$\begin{cases} m\ddot{x}_с = (F_{к1} - F_{спр1})\cos(\beta + \alpha_1) + (F_{к2} - F_{спр2})\cos(\beta - \alpha_2) - \\ -F_{б1}\sin(\beta + \alpha_1) + F_{б2}\sin(\beta - \alpha_2) - F_{кр}\cos(\beta - \gamma); \\ m\ddot{y}_с = -(F_{к1} - F_{спр1})\sin(\beta + \alpha_1) + (F_{к2} - F_{спр2})\sin(\beta - \alpha_2) - \\ -F_{б1}\cos(\beta + \alpha_1) - F_{б2}\cos(\beta - \alpha_2) - F_{кр}\sin(\beta - \gamma); \\ J_z\ddot{\beta} = a(F_{к1} - F_{спр1})\sin\alpha_1 + b(F_{к2} - F_{спр2})\sin\alpha_2 + aF_{б1}\cos\alpha_1 - \\ -bF_{б2}\cos\alpha_2 - (l_{кр} + b)F_{кр}\sin\gamma - M_{с.с}. \end{cases} \quad (7.26)$$

Начальные условия ($t = 0$):

$$x_c = x_0;\ y_c = y_0;\ \beta = \beta_0;\ \dot{x}_c = \dot{x}_0;\ \dot{y}_c = \dot{y}_0;\ \dot{\beta} = \dot{\beta}_0.$$

Три уравнения исходной системы (7.26) содержат следующие неизвестные: ускорение $\ddot{x}_c$, направленное вдоль оси x; ускорение $\ddot{y}_c$, направленное вдоль оси y; угловое ускорение $\ddot{\beta}$, тяговые усилия ведущих мостов $F_{к1}$ и $F_{к2}$; боковые силы, действующие на передний ($F_{б1}$) и задний ($F_{б2}$) мосты. Таким образом, система исходных динамических уравнений (7.26) является неопределимой.

Для того чтобы исключить из системы (7.26) боковые силы, действующие на мосты, выразим их через коэффициенты сопротивления боковому уводу $k_{ув}$ и углы увода $\varphi_{ув}$ мостов:

$$F_{бi} = k_{увi}\varphi_{увi}. \qquad (7.27)$$

Коэффициенты сопротивления уводу могут быть определены экспериментальным или расчетным путем. Поправки для уточнения коэффициентов сопротивления уводу мостов при действии силы тяги β_F, изменении вертикальной нагрузки β_G и угла увода β_φ определяют по формулам, приведенным в главе 3 (увод колеса). Углы увода мостов определим из уравнений кинематических связей, составленных для переднего и заднего мостов.

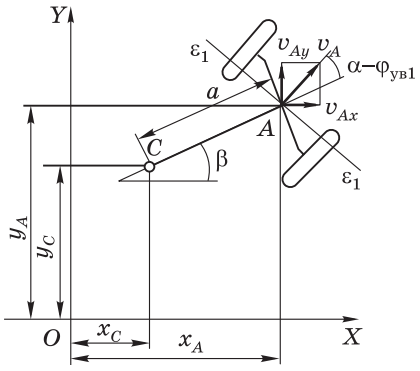

Рис. 7.5. Схема для определения угла увода переднего моста

Уравнения кинематических связей для мостов составим для условия отсутствия бокового скольжения колес соответствующего моста в направлении, нормальном к абсолютной скорости движения его середины. Эти уравнения позволят уменьшить на два (по числу боковых сил) число неизвестных в исходной системе уравнений (7.26).

Рассмотрим движение точки A — середины перед-

него моста (рис. 7.5). Передний мост перемещается в направлении оси абсцисс неподвижной системы координат со скоростью υ_{Ax}, в направлении оси ординат — со скоростью υ_{Ay}. Абсолютная скорость υ_A точки A составляет с осью абсцисс угол $(\alpha_1 - \varphi_{ув}) + \beta$ и в соответствии с наложенными неголономными связями не должна перемещаться в направлении $\varepsilon_1 - \varepsilon_1$, нормальном к скорости υ_A. Обозначим $\upsilon_{Ax} = \dot{x}_A$ и $\upsilon_{Ay} = \dot{y}_A$ и спроецируем составляющие скорости центра переднего моста $\dot{x}_A$ и $\dot{y}_A$ на направление $\varepsilon_1 - \varepsilon_1$, получим

$$\dot{x}_A \cos\left[90^\circ - (\alpha_1 - \varphi_{ув1}) - \beta\right] - \dot{y}_A \cos\left[(\alpha_1 - \varphi_{ув1}) + \beta\right] = 0$$

или

$$\dot{x}_A \sin\left[(\alpha_1 - \varphi_{ув1}) + \beta\right] - \dot{y}_A \cos\left[(\alpha_1 - \varphi_{ув1}) + \beta\right] = 0.$$

Выразим координаты центра моста через координаты центра масс трактора:

$$\left.\begin{aligned} x_A &= x_C + a\cos\beta; \\ y_A &= y_C + a\sin\beta. \end{aligned}\right\} \qquad (7.28)$$

Дифференцируя эти выражения по времени, найдем составляющие скорости переднего моста, выраженные через скорость центра масс трактора в проекциях на неподвижные оси координат:

$$\left.\begin{aligned} \dot{x}_A &= \dot{x}_C - a\dot{\beta}\sin\beta; \\ \dot{y}_A &= \dot{y}_C + a\dot{\beta}\cos\beta \end{aligned}\right\}. \qquad (7.29)$$

Подставив уравнения (7.29) в выражение (7.28), получим уравнение кинематической связи для переднего моста:

$$\dot{x}_C \sin\left[\beta + (\alpha_1 - \varphi_{ув1})\right] - a\dot{\beta}\sin\beta\sin\left[\beta + (\alpha_1 - \varphi_{ув1})\right] -$$

$$- \dot{y}_C \cos\left[\beta + (\alpha_1 - \varphi_{ув1})\right] - a\dot{\beta}\cos\beta\cos\left[\beta + (\alpha_1 - \varphi_{ув1})\right] = 0. \quad (7.30)$$

Преобразуем тригонометрические функции, входящие в это выражение, учитывая, что ввиду малости углов увода можно принять $\sin\varphi_{ув1} \approx \varphi_{ув1}$ и $\cos\varphi_{ув1} \approx 1$. Получим

$$\sin\left[\beta + (\alpha_1 - \varphi_{ув1})\right] = \sin(\beta + \alpha_1) - \varphi_{ув1}\cos(\beta + \alpha_1);$$

$$\cos\left[\beta + (\alpha_1 - \varphi_{ув1})\right] = \cos(\beta + \alpha_1) + \varphi_{ув1}\sin(\beta + \alpha_1).$$

Подставив эти значения в уравнение кинематической связи для переднего моста (7.30), получим

$$\dot{x}_C \sin(\beta + \alpha_1) - \dot{x}_C \varphi_{ув1} \cos(\beta + \alpha_1) - \dot{y}_C \cos(\beta + \alpha_1) +$$
$$+ \dot{y}_C \beta_{ув1} \sin(\beta + \alpha_1) - a\dot{\beta}\cos(\beta + \alpha_1) - a\dot{\beta}\varphi_{ув1} \sin(\beta + \alpha_1) = 0.$$

Отсюда после некоторых преобразований найдем угол увода переднего моста, выраженный через обобщенные координаты:

$$\varphi_{ув1} = \frac{\dot{x}_C \sin(\beta + \alpha_1) - \dot{y}_C \cos(\beta + \alpha_1) - a\dot{\beta}\cos(\beta + \alpha_1)}{\dot{x}_C \cos(\beta + \alpha_1) + \dot{y}_C \sin(\beta + \alpha_1) + a\dot{\beta}\sin(\beta + \alpha_1)}. \quad (7.31)$$

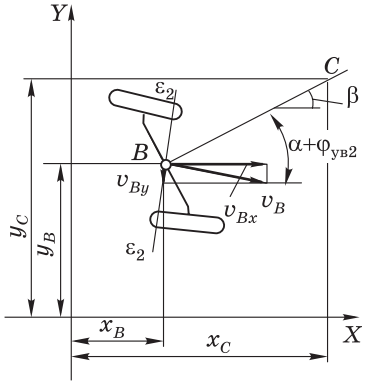

Рис.7.6. Схема для определения угла увода заднего моста

Аналогично находим угол увода точки B — середины заднего моста (рис. 7.6). Для того чтобы составить уравнение кинематической связи заднего моста, спроецируем составляющие скорости υ_B заднего моста на направление $\varepsilon_2 - \varepsilon_2$. Введем обозначения $\upsilon_{Bx} = \dot{x}_B$ и $\upsilon_{By} = \dot{y}_B$:

$$\dot{x}_B \cos\left[90° - \beta + (\alpha_2 - \varphi_{ув2})\right] -$$
$$-\dot{y}_B \cos\left[\beta - (\alpha_2 - \varphi_{ув2})\right] = 0$$

или

$$\dot{x}_B \sin\left[\beta - (\alpha_2 - \varphi_{ув2})\right] - \dot{y}_B \cos\left[\beta - (\alpha_1 - \varphi_{ув1})\right] = 0. \quad (7.32)$$

Выразим координаты середины заднего моста через координаты центра масс трактора:

$$x_B = x_C - b\cos\beta; \qquad y_B = y_C - b\sin\beta.$$

Дифференцируя эти выражения по времени, определяем скорость заднего моста в проекциях на оси координат, выраженные через скорость центра масс трактора:

$$\left.\begin{aligned} \dot{x}_B &= \dot{x}_C + b\dot{\beta}\sin\beta; \\ \dot{y}_B &= \dot{y}_C - b\dot{\beta}\cos\beta. \end{aligned}\right\} \quad (7.33)$$

Подставляя уравнения (7.33) в выражение (7.32), после преобразований с учетом допущения $\sin\varphi_{ув2} = \varphi_{ув2}$, $\cos\varphi_{ув2} \approx 1$ найдем угол увода заднего моста:

$$\varphi_{ув2} = \frac{\dot{x}_C \sin(\beta - \alpha_2) - \dot{y}_C \cos(\beta - \alpha_2) + b\dot{\beta}\cos(\beta - \alpha_2)}{\dot{x}_C \cos(\beta - \alpha_2) + \dot{y}_C \sin(\beta - \alpha_2) + b\dot{\beta}\sin(\beta + \alpha_2)}. \quad (7.34)$$

Следовательно, неизвестные боковые силы, действующие на мосты при криволинейном движении трактора и входящие в исходную систему уравнений (7.26), выражены через обобщенные скорости $\dot{x}_C$, $\dot{y}_C$ и $\dot{\beta}_C$.

Для определения тяговых усилий, развиваемых ведущими мостами, составим динамическую систему полноприводного трактора (рис. 7.7). С учетом перераспределения весовой нагрузки под действием усилия на крюке уравнения, описыва-

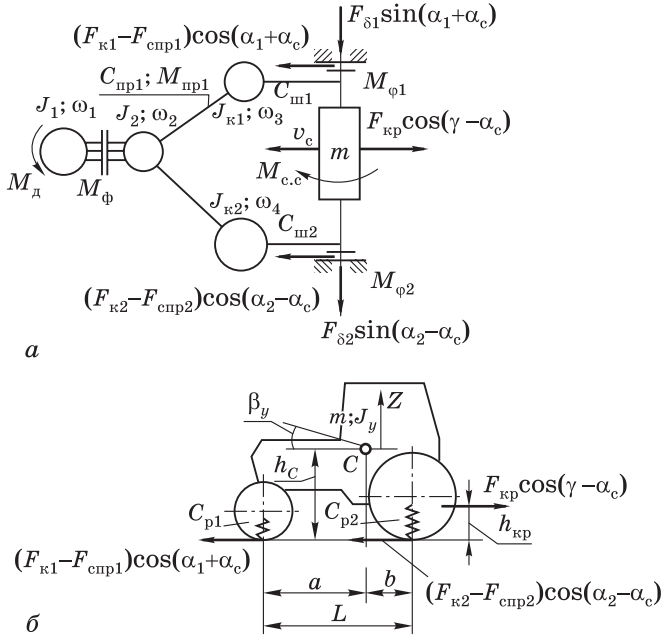

Рис. 7.7. Полноприводный трактор: *а* — динамическая модель; *б* — схема сил, действующих на трактор

ющие движения элементов этой динамической системы при буксовании сцепления, имеют вид

$$\begin{cases} J_1\dot{\omega}_1 = M_{\text{дв}} - M_{\text{ф}};\ J_2\omega_2 = M_{\text{ф}} - (M_{\text{пр1}} - M_{\text{пр2}}); \\ \dot{M}_{\text{пр1}} = C_{\text{пр1}}(\omega_2 - \omega_3);\ \dot{M}_{\text{пр2}} = C_{\text{пр2}}(\omega_2 - \omega_4); \\ J_{\text{к1}}\dot{\omega}_3 = M_{\text{пр1}} - F_{\text{к1}}r_{\text{д1}} / i_1; \\ J_{\text{к2}}\dot{\omega}_4 = M_{\text{пр2}} - F_{\text{к2}}r_{\text{д2}} / i_2; \\ J_y\ddot{\beta}_y = z(C_{\text{р2}}b - C_{\text{р1}}a) + \beta_y(C_{\text{р2}}b^2 - C_{\text{р1}}a^2) + \\ +[(F_{\text{к1}} - F_{\text{спр1}})\cos\alpha_1 + (F_{\text{к2}} - F_{\text{спр2}})\cos\alpha_2]h_C - (h_C - h_{\text{кр}})F_{\text{кр}}\cos\gamma; \\ m\ddot{z} = -z(C_{\text{р1}} + C_{\text{р2}}) + \beta_y(C_{\text{р2}}b - C_{\text{р1}}a). \end{cases} \tag{7.35}$$

Начальные условия ($t = 0$): $\omega_1 = \omega_x$; $\omega_2 = \omega_3 = \omega_4 = 0$; $M_{\text{д}} = M_{\text{ф}} = 0$; $M_{\text{пр1}} = M_{\text{пр2}} = 0$;

$$F_{\text{к1}} = F_{\text{к2}} = 0;\ \beta = 0;\ \dot{\beta} = 0;\ z = 0;\ \dot{z} = 0.$$

Крутящий момент двигателя на регуляторной и внешней ветвях характеристики определяется в зависимости от угловой скорости коленчатого вала:

$$M_{\text{д}} = M_{\text{д.н}}\frac{\omega_x - \omega_1}{\omega_x - \omega_{\text{н}}}; \qquad M_{\text{д}} = M_{\text{д max}}\left(1 + \frac{\omega_1}{\omega_{\max}} - \left(\frac{\omega_1}{\omega_{\max}}\right)^{\frac{M_{\text{д.max}}}{M_{\text{д.н}}}}\right),$$

где $M_{\text{д max}}$ и $M_{\text{д.н}}$ — максимальный и номинальный крутящие моменты двигателя; ω_x, $\omega_{\text{н}}$, $\omega_{\max}$ — соответственно, текущая, номинальная, максимальная и при максимальном моменте двигателя угловые скорости коленчатого вала.

Касательные силы тяги ведущих мостов вычисляют с учетом коэффициента буксования колес ведущего моста

$$\delta_i = \frac{v_{\text{к}i} - v_{\text{д}i}}{v_{\text{к}i}},$$

где $\upsilon_{кi} = \omega_{кi} r_{дi}$ и $\upsilon_{дi}$ — соответственно теоретическая и действительная скорости колес моста.

Вертикальная реакция грунта на колеса переднего и заднего мостов

$$\begin{aligned} R_{z1} &= G_1 - G_{p1}(\beta_y a + z); \\ R_{z2} &= G_2 - G_{p2}(\beta_y b - z), \end{aligned} \qquad (7.36)$$

где G_1 и G_2 — вес (в статике), действующий на колеса переднего и заднего мостов.

Момент трения, развиваемый в сцеплении при его включении,

$$M_ф = M_{ф max}(1 - e^{-kt}),$$

где $M_{ф\,max}$ — максимальный момент трения в сцеплении; $k = 5 / t_{вкл}$ — коэффициент, зависящий от времени включения сцепления $t_{вкл}$.

В процессе разгона трактора сцепление может находиться в состоянии буксования ($\omega_1 \neq \omega_2$) или быть включено ($\omega_1 = \omega_2$). В первом случае процесс разгона описывается системой уравнений (7.35), во втором случае объединяются два первых уравнения системы, а остальные остаются без изменения.

Присоединив к системе уравнений (7.26) систему уравнений (7.35) с учетом выражений (7.27), (7.31), (7.34), получаем исходную систему уравнений, которая описывает криволинейное движение полноприводного трактора с учетом характеристик двигателя, трансмиссии, шин и грунта. Задав законы изменения углов поворота управляемых колес α_1 и α_2, а также изменение угла отклонения действия тяговой нагрузки γ и решая полученную таким образом систему уравнений, находим параметры, характеризующие управляемость и поворачиваемость колесного трактора. Для исследования криволинейного движения трактора типа 4К2 только с задним или передним ведущим мостом в исходной системе уравнений принимается равной нулю крутильная жесткость соответствующего привода: при $C_{пр1} = 0$ это будет трактор с задним ведущим мостом, при $C_{пр2} = 0$ — с передним ведущим мостом.

Для исследования динамической поворачиваемости трактора с шарнирной рамой используют те же уравнения, что и для колесного трактора с управляемыми колесами, в которых углы поворота управляемых колес заменяют углами поворота мостов. База трактора становится переменной и зависит от угла относительного поворота полурам, изменение которого нужно задать.

Таким образом, для исследования неустановившегося криволинейного движения колесного трактора к трем уравнениям динамики добавляют уравнения кинематических связей, число которых равно числу неизвестных боковых сил. Из кинематических уравнений через обобщенные координаты определяют углы увода середин мостов или, при более точных исследованиях, углы увода всех колес. Входящие в уравнения коэффициенты сопротивления боковому уводу и моменты сопротивления повороту колес являются функциями углов увода, а также касательных и вертикальных реакций колес. Тяговые усилия ведущих мостов определяют с учетом их буксования, которое находят, совместно решая динамические уравнения и уравнения, описывающие работу двигателя и трансмиссии.

7.7. Уравнения движения многозвенных многоцелевых колесных машин

Принципиальная общность прямолинейного и криволинейного движения колесных и гусеничных машин позволяет получить общую систему дифференциальных уравнений движения, справедливую для обоих видов машин.

Изучение криволинейного движения колесной машины с прицепом или тракторного поезда сводится к общей задаче — исследованию движения многосекционной шарнирно сочлененной машины. В качестве критерия уровня сложности таких машин берется число вертикальных шарниров. Поэтому многосекционные машины называются n-шарнирными системами.

За нуль-шарнирные (0Ш) системы принимают расчетные схемы колесных или гусеничных тракторов; за одношарнирные (1Ш) системы — шарнирно сочлененные машины, машины с одноосным или седельным прицепом, машины на базе одноосного тягача с полуприцепом; за двухшарнирные (2Ш) системы — машины с двухосным прицепом, шарнирно сочлененные машины с одноосным или седельным прицепом и др. Системы 3Ш, 4Ш и т.д. соответствуют поезду с n числом звеньев. При такой классификации ограничения на схему и тип двигателя каждой секции не требуются. Системы отличаются друг от друга наличием и количеством шарниров. Такой подход к исследованию криволинейного движения позволяет единообразно решать задачи, связанные с поворотом тракторных поездов с любым количеством звеньев (секций), колесных или гусеничных тракторов.

Расчетная схема тракторного поезда с n звеньями отличается тем, что система может складываться в $(n-1)$ упругих шарнирах (рис. 7.8). Каждая секция имеет массу m_i и обладает моментом инерции J_i относительно вертикальной оси,

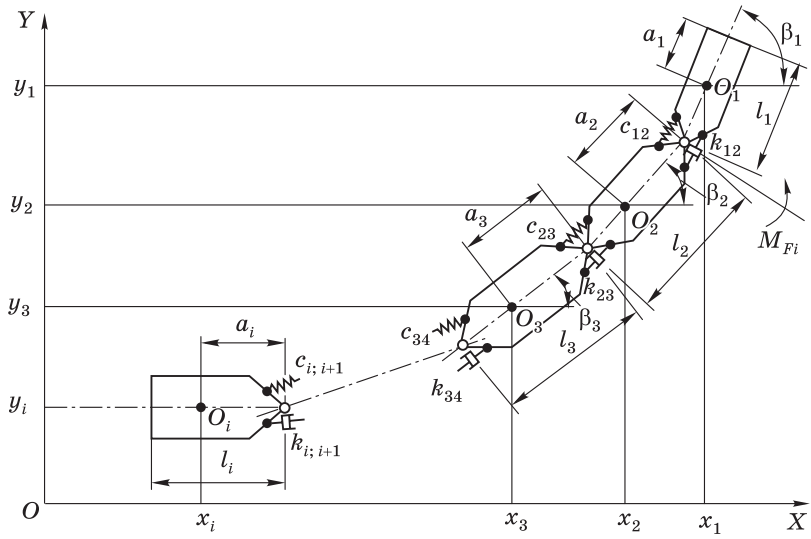

Рис. 7.8. Схема поворота n-звенного агрегата

проходящей через центр масс секций — точку O_i (индекс соответствует номеру секции). Жесткость шарниров, соединяющих секции, обозначим $G_{i;i+1}$, а демпфирование — $k_{i;i+1}$; расстояние между двумя соседними осями шарниров — $l_{i;}$; расстояние от центра масс секций до переднего шарнира — a_i. Рассматриваемая система может перемещаться относительно координатных осей Ox и Oy, а также поворачиваться относительно осей шарниров. Первоначально она была ориентирована вдоль оси Ox, но в процессе поворота продольные оси секций образовывали с осью Ox углы β_i. Уравнения движения системы найдем в форме уравнений Лагранжа второго рода.

Кинетическую энергию многозвенного тракторного поезда определим как сумму кинетических энергий всех секций, которые складываются из энергий поступательного и вращательного относительно переднего шарнира движений:

$$E_{\text{к}} = \sum_{i=1}^{n} E_{\text{к}i} = \sum_{i=1}^{n} 0{,}5\left[m_i \dot{x}_i^2 + m_i \dot{y}_i^2 + (J_i + m_i a_i^2)\omega_i^2 \right],$$

где $\dot{x}_i$, $\dot{y}_i$ — поступательные скорости центров масс секций, направленные вдоль осей Ox и Oy соответственно; $\omega_i = \dot{\beta}_{i-1} - \dot{\beta}_i$ — угловая скорость поворота секции.

Перемещения центров масс i-й секции ($i = 2, 3, \ldots, n$) относительно осей координат выразим через координаты центра масс первой секции. Размеры и угловые перемещения предыдущих секций

$$x_i = x_1 - (l_1 - a_1)\cos\beta_1 - a_i \cos\beta_i - \sum_{i=2}^{n-1} l_i \cos\beta_i;$$

$$y_i = y_1 - (l_1 - a_1)\sin\beta_1 - a_i \sin\beta_i - \sum_{i=2}^{n-1} l_i \sin\beta_i.$$

Дифференцируя эти выражения по времени, определим скорости движения центров масс секций относительно осей координат:

$$\dot{x}_i = \dot{x}_1 + (l_1 - a_1)\dot{\beta}_1 \sin\beta_1 + a_i\dot{\beta}_i \sin\beta_i + \sum_{i=2}^{n-1} l_i\dot{\beta}_i \sin\beta_i = b_{1i};$$

$$\dot{y}_i = \dot{y}_1 - (l_1 - a_1)\dot{\beta}_1 \cos\beta_1 - a_i\dot{\beta}_i \cos\beta_i + \sum_{i=2}^{n-1} l_i\dot{\beta}_i \cos\beta_i = d_{1i}.$$

С учетом этих зависимостей для скоростей выражение для кинетической энергии примет вид

$$F_{\text{к}} = 0{,}5m_1\dot{x}_1^2 + \sum_{i=2}^{n} 0{,}5m_i b_{1i}^2 + 0{,}5m_i\dot{y}_i^2 + \sum_{i=2}^{n} 0{,}5m_i d_{1i}^2 +$$

$$+0{,}5J_1\dot{\beta}_1^2 + \sum_{i=2}^{n} 0{,}5(J_i + m_i a_i^2)(\dot{\beta}_{i-1} - \dot{\beta}_i^2).$$

Напишем выражения для потенциальной энергии и диссипативной функции системы. Из расчетной схемы (см. рис. 7.8) видно, что угловые деформации пружин определяются разностью углов поворота двух соседних секций. При принятых обозначениях потенциальная энергия машины

$$E_{\text{п}} = \sum_{i=2}^{n} 0{,}5C_{i;i-1}(\beta_{i-1} - \beta_i)^2.$$

Угловое демпфирование определяется скоростью изменения угла между двумя соседними секциями:

$$R = \sum_{i=2}^{n} 0{,}5k_{i;i-1}(\dot{\beta}_{i-1} - \dot{\beta}_i)^2.$$

Обобщенные силы находим из принципа виртуальных перемещений:

- по координате x_1

$$Q_{x1} = \sum_{i=1}^{n} F_{xi};$$

- по координате y_1

$$Q_{y1} = \sum_{i=1}^{n} F_{yi};$$

- по координате β_1

$$Q_{\beta 1} = M_{01} - M_{\text{с}1} + \sum_{i=2}^{n} F_{xi}\left[(l_1 - a_1)\sin\beta_1 + a_i\sin\beta_i + \sum_{j=2}^{i-1} l_j \sin\beta_j\right] -$$

$$-\sum_{i=2}^{n} F_{yi}\left[(l_1 - a_1)\cos\beta_1 + a_i\sin\beta_i + \sum_{j=2}^{i-1} l_j\cos\beta_j\right];$$

- по координате β_i

$$Q_{\beta 1} = M_{01} - M_{c1} +$$

$$+ \sum_{j=i+1}^{n} \left[F_{xi} \left(a_j \sin\beta_j + \sum_{i}^{j-1} l_i \sin\beta_i \right) - F_{yi} \left(a_j \cos\beta_j + \sum_{i}^{j-1} l_i \cos\beta_i \right) \right],$$

где F_x, F_y — проекции сил, действующих на i-ю секцию, соответственно, на оси Ox и Oy; M_{01} — момент сил, действующих на 1-ю секцию, относительно ее центра масс; M_{c1}, M_{ci} — моменты сопротивления повороту движителя 1-й и i-й секций соответственно.

Взяв соответствующие частные производные от выражений для кинетической и потенциальной энергий и диссипативной функции и учитывая выражения для обобщенных сил по соответствующим координатам, получим систему уравнений движения многозвенного тракторного поезда:

$$m_1 \ddot{x}_1 + \sum_{i=2}^{n} m_i \ddot{b}_{2i} = \sum_{i=1}^{n} F_{xi};$$

$$m_1 \ddot{y}_1 + \sum_{i=2}^{n} m_i \ddot{d}_{2i} = \sum_{i=1}^{n} F_{yi};$$

.....

$$\sum_{i=2}^{n} m_i b_{1i} a_i \dot{\beta}_i \cos\beta_i + \sum_{i=2}^{n} m_i b_{2i} a_i \beta_i \sin\beta_i + \sum_{i=2}^{n} m_i d_{1i} a_i \dot{\beta}_i \sin\beta_i -$$

$$- \sum_{i=2}^{n} m_i d_{2i} a_i \beta_i \cos\beta_i - (J_i + m_i a_i^2)(\ddot{\beta}_{i-1} - \ddot{\beta}) +$$

$$+ (J_{i+1} + m_{i+1} a_{i+1}^2)(\ddot{\beta}_i - \ddot{\beta}_{i+1}) +$$

$$+ \sum_{i=2}^{n} m_i \left(b_{1i} a_i \cos\beta_i - d_{1i} a_i \sin\beta_i\right)\dot{\beta}_i = M_{Fi} - M_{Ci} +$$

$$+ \sum_{j=i+1}^{n} \left[F_{xj} \left(a_j \sin\beta_j + \sum_{i}^{i-1} l_i \sin\beta_i \right) - F_{yj} \left(a_j \cos\beta_j + \sum_{i}^{i-1} l_i \cos\beta_i \right) \right] -$$

$$- C_{i;i+1}(\beta_i - \beta_{i+1}) - k_{i;i+1}(\dot{\beta}_i - \dot{\beta}_{i+1}),$$

где M_{Fi} — момент сил, действующих на i-ю секцию, относительно переднего шарнира.

Или

$$b_{2i} = \ddot{x}_1 + (l_1 - a_1)(\ddot{\beta}_1 \sin\beta_1 + \dot{\beta}_1^2 \cos\beta_1) +$$

$$+a_i(\ddot{\beta}_i \sin\beta_i + \beta_i^2 \cos\beta_i) + \sum_{j=2}^{n-1} l_j(\ddot{\beta}_j \sin\beta_j + \dot{\beta}_j^2 \cos\beta_j);$$

$$d_{2i} = \ddot{y}_1 - (l_1 - a_1)(\ddot{\beta}_1 \cos\beta_1 - \dot{\beta}_1^2 \sin\beta_1) - a_i(\ddot{\beta}_i \cos\beta_i - \dot{\beta}_i^2 \cos\beta_i) -$$

$$-\sum_{j=2}^{n-1} l_j(\ddot{\beta}_j \cos\beta_j - \dot{\beta}_j^2 \sin\beta_j).$$

Таким образом, полученная общая система уравнений динамики многозвенного поезда дает возможность при заданных значениях внешних сил и моментов находить линейные и угловые скорости звеньев и их ускорения, а зная перемещения и курсовые углы секций, можно построить траекторию и коридор движения системы.

8 ПОВОРОТ ГУСЕНИЧНОГО ТРАКТОРА И МНОГОЦЕЛЕВОЙ ГУСЕНИЧНОЙ МАШИНЫ

8.1. Основные понятия и определения

Современные гусеничные машины оборудованы механизмами поворота, принцип действия которых основан на регулировании скоростей перематывания гусениц. Условимся гусеницу с меньшей скоростью называть отстающей и использовать для ее характеристик индекс 1, а гусеницу с большей скоростью — забегающей и для нее использовать индекс 2 (рис. 8.1).

Машина поворачивается вокруг некоторой точки C, которую называют центром поворота. *Центр поворота* — мгновенный центр вращения остова машины. По данным Ф.А. Опейко [28, с. 240], центр поворота всегда лежит на линии, перпендикулярной продольной плоскости машины.

При повороте машины опорная ветвь гусеницы образует с грунтом неплоскую фрикционную пару. Однако для упрощения явлений, происходящих при повороте, будем считать

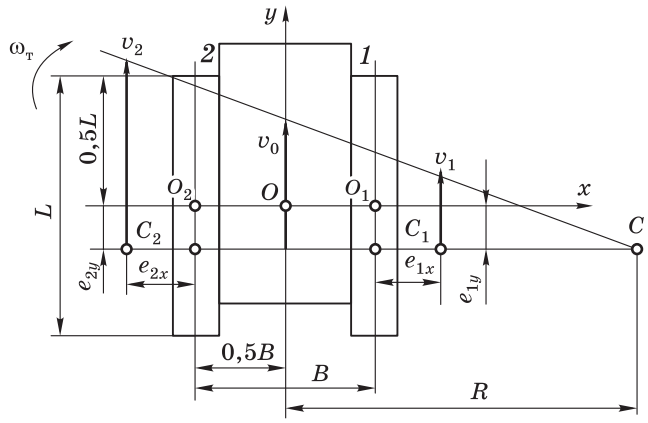

Рис. 8.1. Схема поворота гусеничной машины

эту пару плоской. Кроме того, гусеницы при повороте пробуксовывают или проскальзывают относительно грунта. Поэтому на обеих плоскостях фрикционной пары существует единственная точка, в которой отсутствует скольжение или буксование (если плоскости не движутся поступательно друг относительно друга или находятся в покое). Положение этой точки, которую назовем *полюсом вращения гусеницы,* определяет кинематическую связь между трущимися поверхностями и действующие на них силы. При буксовании и скольжении гусениц относительно грунта полюсы вращения (см. рис. 8.1) C_1 и C_2 не совпадают с геометрическими центрами гусениц O_1 и O_2, а смещаются на некоторые расстояния. Проекции этих расстояний на координатные оси x и y назовем эксцентриситетами полюсов вращения.

Точки C, C_1 и C_2 всегда лежат на одной прямой, перпендикулярной к продольной плоскости машины, т.е. $e_{1y} = e_{2y} = e_y$. Эта прямая называется *линией центров поворота*.

Поворот гусеничной машины характеризуется также угловой скоростью $\omega_т$ и радиусом поворота R. Радиус R равен расстоянию от центра поворота до продольной плоскости симметрии машины.

Длину опорной ветви, равную расстоянию L между осями крайних опорных катков, называют *продольной базой машины*. Для упрощения анализа явлений, происходящих при повороте, допустим, что продольная база машины равна длине опорной поверхности гусениц. В общем случае при движении машины по деформируемой плоскости опорная поверхность гусеницы всегда больше продольной базы машины (см. главу 3).

Отношение продольной базы к поперечной L/B называют *относительной опорной базой*. Она является важным геометрическим параметром, характеризующим поворот гусеничной машины.

8.2. Классификация механизмов поворота

Механимы поворота гусеничных машин можно разделить на два класса. В первый класс входят механизмы поворота, у которых к ведущим колесам гусениц мощность подводится

одинарным потоком. Ко второму классу относятся так называемые комбинированные механизмы, у которых мощность подводится двумя параллельными потоками.

Механизмы поворота в зависимости от конструктивного оформления делят на *фрикционные* и *планетарно-фрикционные*. К фрикционным относятся механизмы поворота, характеризующиеся тем, что мощность к каждому из ведущих колес передается при помощи одной из двух фрикционных муфт, в дальнейшем называемых муфтами поворота. К фрикционно-планетарным относятся простые и двойные дифференциальные, одно- и двухступенчатые планетарные и комбинированные механизмы поворота.

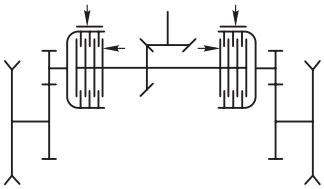

Рис. 8.2. Схема механизма поворота с муфтами

К ведущему валу заднего моста по схеме механизма с муфтами поворота мощность подводится при помощи конической передачи (рис. 8.2). На концах ведущего вала смонтированы муфты поворота, при помощи которых ведущий вал связывается с полуосями. На внешние концы полуосей посажены шестерни конечной передачи, при помощи которой полуоси связываются с ведущими колесами. Ведомые части муфт снабжены тормозами.

При прямолинейном движении машины муфты поворота включены, а тормоза отпущены, вследствие чего угловые скорости полуосей равны. При повороте ведущие колеса вращаются с разными угловыми скоростями, отстающая муфта поворота частично выключается, вследствие чего большая часть мощности передается забегающей полуоси. Для того чтобы механизм действовал эффективно, отстающая муфта поворота полностью выключается, и ось притормаживается.

Как следует из изложенного, забегающая полуось при помощи муфты поворота все время связана с ведущим валом. Поэтому ее скорость при повороте машины (без учета буксования) остается постоянной, если частота вращения вала двигателя не изменяется. Наиболее крутой поворот машины получается при полном торможении отстающей полуоси.

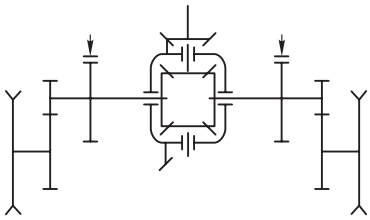

Рис 8.3. Схема дифференциального механизма поворота

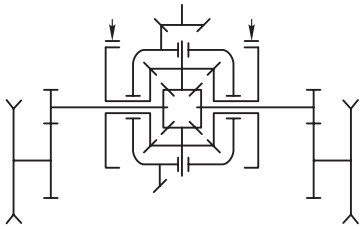

Рис. 8.4. Схема механизма поворота с двойным дифференциалом

При использовании дифференциального механизма поворота мощность к коробке дифференциала подводится при помощи конической передачи (рис. 8.3). От дифференциала мощность передается полуосям, на внешние концы которых посажены шестерни конечной передачи, с помощью которой ведущие колеса гусениц связываются с полуосями. В простом дифференциальном механизме поворота тормоза монтируют на полуосях.

В двойном дифференциальном механизме поворота тормоза установлены на ступицах шестерен, находящихся в постоянном зацеплении с добавочными сателлитами (рис. 8.4).

При прямолинейном движении машины тормоза отпускаются, вследствие чего ведущие колеса вращаются с одинаковыми угловыми скоростями, если сопротивления движению обеих гусениц одинаковы.

Машина поворачивает в результате притормаживания отстающей полуоси (в простом дифференциальном механизме) или отстающей тормозной шестерни (в двойном дифференциальном механизме), которое вызывает понижение угловой скорости отстающей полуоси и, соответственно, повышение скорости забегающей полуоси на то же значение. Следовательно, средняя скорость машины при повороте остается неизменной, если принять частоту вращения двигателя постоянной.

Наиболее крутой поворот машины, снабженной простым дифференциалом, достигается полным торможением отста-

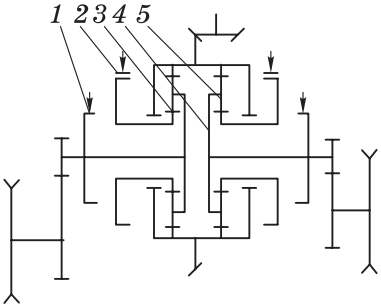

Рис. 8.5. Схема одноступенчатого планетарного механизма поворота

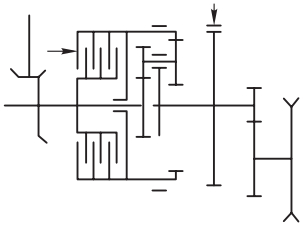

Рис. 8.6. Схема двухступенчатого планетарного механизма поворота

ющей полуоси, а машины, снабженной двойным дифференциалом, — полным торможением отстающей тормозной шестерни. Наименьший радиус поворота у машины с двойным дифференциалом больше, чем у машины с простым.

При применении одноступенчатого планетарного механизма поворота (рис. 8.5) машина движется прямолинейно, если тормоза *2* солнечных шестерен затянуты, а тормоза *1*, закрепленные на полуосях, отпущены. При повороте тормоз *2* отстающей гусеницы отпускается. При крутых поворотах отстающая полуось притормаживается тормозом *1*. Наиболее крутой поворот наблюдается при полностью затянутом тормозе *1* отстающей полуоси. При затянутом тормозе *2* солнечной шестерни *3* забегающей гусеницы сателлиты *5* обкатываются по неподвижной солнечной шестерне, и вращение водила *4* замедляется. Нетрудно убедиться в том, что по кинематике и динамике работа этого механизма при повороте идентична работе механизма с муфтами поворота.

Отметим, что при прямолинейном движении машины одноступенчатые планетарные механизмы понижают угловые скорости полуосей, вследствие чего передаточное число конечной передачи снижается.

На рис. 8.6 дана схема правой части заднего моста двухступенчатого планетарного механизма поворота (левая часть симметрична ей).

Машина движется прямолинейно в двух случаях: 1) когда при полном включении обеих муфт и отпущенных тормозах система заднего моста вращается как одно кинематическое целое с угловой скоростью среднего ведущего вала; 2) при полном включении обеих муфт и полном торможении корпусов планетарных механизмов (тормоза на полуосях должны быть отпущены) полуоси вращаются с одинаковыми пониженными скоростями (в этом случае машина движется прямолинейно с пониженной скоростью).

Поворачивается машина также различными методами. При крутых поворотах отстающая полуось затормаживается с помощью тормоза, затянутого на ней. Муфта и тормоз отстающего планетарного механизма должны быть полностью отпущены. В этом случае мощность передается на забегающую гусеницу, причем передача осуществляется при двух различных передаточных числах следующими способами: 1) включением забегающей муфты при отпущенных тормозах, при этом забегающая полуось соединяется со средним ведущим валом заднего моста и вращается с его угловой скоростью; 2) выключением забегающей муфты при полностью заторможенном корпусе забегающего планетарного механизма, угловая скорость забегающей полуоси при этом понижается.

Если по условию движения машине не требуется выполнять крутой поворот, то корпус отстающего планетарного механизма затормаживается (отстающая муфта полностью выключена). В этом случае отстающая полуось вращается с пониженной угловой скоростью, забегающая муфта полностью включена, а оба тормоза отпущены. При таком включении механизма забегающая полуось вращается с угловой скоростью ведущего вала.

Комбинированные механизмы поворота в настоящее время выполняют по различным схемам.

Схемой, приведенной на рис. 8.7, предусмотрено, что мощность от двигателя подается на ведущий вал *3* коробки передач *1* с закрепленными на нем шестернями. Далее поток мощности разветвляется и передается на попарно одинаковые шестерни, свободно сидящие на ведомых валах *4*. Затем через конические *6* и планетарные *7* передачи мощность пе-

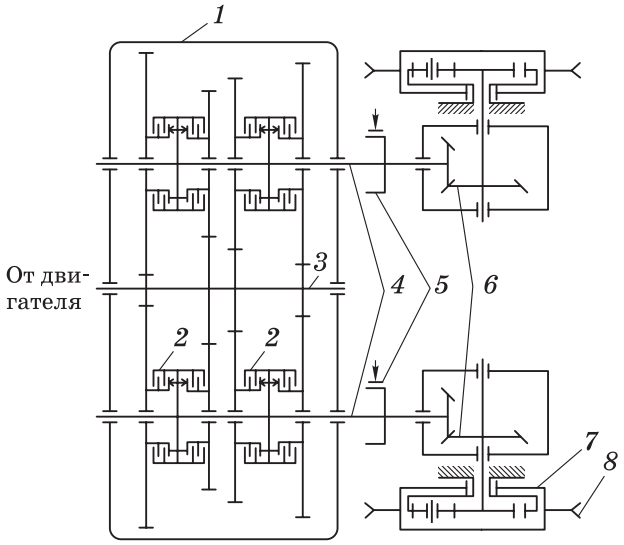

Рис. 8.7. Механизм поворота с отдельным подводом мощности к правому и левому ведущим колесам

редается ведущим колесам *8*. Свободно сидящие на ведомых валах шестерни соединяются с ведущими колесами при помощи гидроподжимных муфт *2*. На ведомых валах установлены остановочные тормоза *5*. При прямолинейном движении машины на любой передаче включаются попарно шестерни на ведомых валах *4*, а остановочные тормоза *5* отпускаются.

Поворот машины выполняется несколькими способами. При фиксированных радиусах поворота включаются разноименные шестерни ведомых валов *4*. При движении на высшей передаче угловая скорость забегающей полуоси остается постоянной, если частота вращения двигателя не изменяется. Угловая скорость отстающей полуоси в этом случае уменьшается в соответствии с передаточным числом включенных шестерен, соответствующих направлению поворота. При этом остановочные тормоза на обоих ведомых валах отпущены. При наиболее крутых поворотах выключаются шестерни, соответствующие направлению поворота, остановочный тормоз затягивается. В этом случае поворот машины с комбиниро-

ванным механизмом не отличается от поворота машины с муфтами поворота. Средняя скорость машины на повороте по сравнению со скоростью при прямолинейном движении уменьшается.

На рис. 8.8 дифференциал *3* приводится в движение при помощи конической пары от двигателя через коробку передач. На концах полуосей дифференциала закреплены ведущие колеса. Дифференциал *2* приводится в движение от двигателя через раздаточную коробку, постоянную зубчатую передачу и муфты поворота *1*. Муфты включаются лишь при повороте машины в соответствии с направлением поворота. Полуоси обоих дифференциалов связаны друг с другом при помощи зубчатых передач с одинаковым передаточным числом, причем одна из передач имеет промежуточную шестерню.

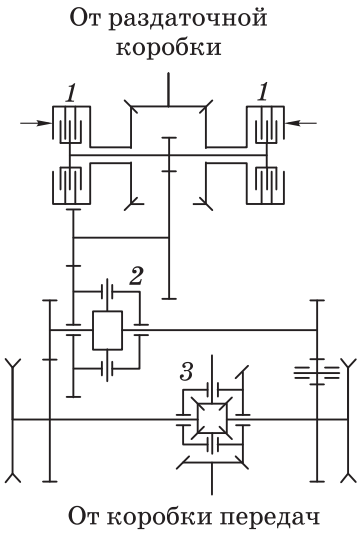

Рис. 8.8. Схема механизма с двумя дифференциалами и муфтами поворота

При прямолинейном движении машины муфты поворота *1* выключены, дифференциал *3* вращается как одно кинематическое целое с ведущими полуосями. Полуоси дифференциала *2* вращаются в разные стороны с разными угловыми скоростями. Коробка дифференциала *2* и ее привод остаются неподвижными.

При повороте машины включается соответствующая направлению поворота муфта *1*. При этом угловая скорость забегающего ведущего колеса повышается на некоторое значение, угловая скорость отстающего ведущего колеса уменьшается на то же значение, т.е. средняя скорость машины на повороте остается постоянной и примерно равной скорости прямолинейного движения. Изменение угловых скоростей происходит тем интенсивнее, чем меньше угловая скорость дифференциала *3*, т.е. на низших передачах трансмиссии.

Таким образом, наиболее крутой поворот машины получается при включении первой передачи трансмиссии, т.е. при наименьшей скорости. При увеличении скорости движения, т.е. при включении высших передач, радиус поворота увеличивается. Повернуться машина может также, если при нейтральном положении коробки передач включается муфта *1*, соответствующая направлению поворота. В этом случае мощность двигателя передается через дифференциал *2* и далее через зубчатые передачи ведущим колесам. Нетрудно убедиться в том, что ведущие моменты, передаваемые в этом случае ведущим колесам, противоположны по направлению и численно равны, т.е. гусеницы перематываются в противоположных направлениях с равными скоростями.

Как видно из рис. 8.9, эпициклы планетарных передач приводятся в движение от двигателя через коробку передач. К солнечным шестерням планетарных механизмов мощность передается через раздаточную коробку, минуя коробку передач, через показанную на схеме коническую зубчатую пару *6*. Далее от вала *2* мощность передается через одну из муфт поворота *1* или *3* и соответствующие шестерни к промежуточному валу *4*. От промежуточного вала *4* движение передается ступицам солнечных шестерен планетарных механизмов при помощи цилиндрических зубчатых пар *7*. Направление вращения промежуточного вала *4*, как видно из рис. 8.9, зависит от того, какая из муфт поворота включена. Солнечные шестерни планетарных механизмов вращаются в противоположных направлениях, так как передача от вала к солнечной шестерне правого планетарного механизма производится через промежуточную шестерню.

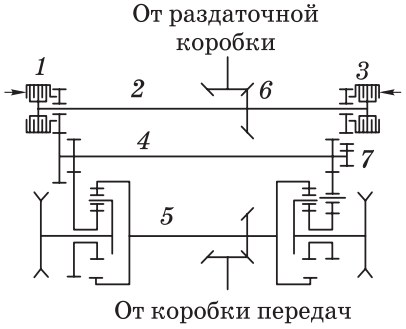

Рис. 8.9. Схема механизма с муфтами поворота и планетарными передачами

При прямолинейном движении машины обе муфты поворота выключены. В этом случае рассмат-

риваемая система аналогична дифференциальному приводу ведущих колес гусениц. Действительно, при равенстве сопротивлений обеих гусениц солнечные шестерни механизмов неподвижны, а угловые скорости ведущих колес одинаковы, так как эти колеса гусениц составляют одно кинематическое целое с водилами планетарных механизмов.

При увеличении сопротивления одной из гусениц соответствующая ей солнечная шестерня начинает вращаться в сторону, противоположную направлению вращения вала *5*. Солнечная шестерня второго планетарного механизма начинает вращаться в направлении вращения вала *5* с такой же угловой скоростью.

Поворот машины производится включением какой-либо муфты поворота (*1* или *3*). Направление поворота определяется выбором муфты. При включении муфты угловая скорость забегающего ведущего колеса увеличивается, а отстающего ведущего колеса уменьшается на то же значение, т.е. средняя скорость машины на повороте остается постоянной. Изменение угловых скоростей ведущих колес происходит тем интенсивнее, чем меньше угловая скорость вала *5*, т.е. при низших передачах трансмиссии.

Добиться поворота машины можно также при нейтральном положении коробки передач включением муфт *1* и *3*. В этом случае мощность двигателя передается от раздаточной коробки ведущим колесам, причем передаваемые моменты противоположны по знаку, а их значения равны.

Следует отметить, что комбинированные механизмы поворота, так же как и дифференциальные, нашли небольшое распространение в тракторостроении по причине малой устойчивости при прямолинейном движении, которая зависит от того, соответствуют ли сопротивления движению левой и правой гусениц. Наибольшее распространение получили механизмы с муфтами поворота, планетарные и с разделом потока мощности по бортам.

Итак, рассмотренные механизмы поворота по кинематическому признаку делят на следующие группы:

• дифференциальные механизмы или их модификации. На повороте средняя скорость машин, снабженных этими ме-

ханизмами, остается постоянной, примерно равной скорости поступательного движения;

• механизмы, в которых забегающее ведущее колесо соединено с ведущей полуосью с помощью кинематической связи, неизменяемой при повороте. Скорость забегающего ведущего колеса при повороте у них остается постоянной. Средняя скорость движения машин, оборудованных такими механизмами, на повороте меньше скорости прямолинейного движения.

Наименьшие радиусы поворота обеспечивают комбинированные механизмы в случае, когда гусеницы вращаются в разные стороны. Наиболее крутые повороты достигаются при наименьшей скорости машины с таким механизмом. При включении высших передач радиусы поворота увеличиваются.

8.3. Кинематика поворота гусеничной машины

Поворот гусеничной машины условно можно разделить на три этапа: *вход в поворот*, совершающийся с переменным радиусом $R \neq \text{const}$ и переменной угловой скоростью $\omega \neq \text{const}$ по некоторой дуге *ab* (рис. 8.10); *равномерный поворот*, совершающийся с постоянным радиусом ($R = \text{const}$) и постоянной

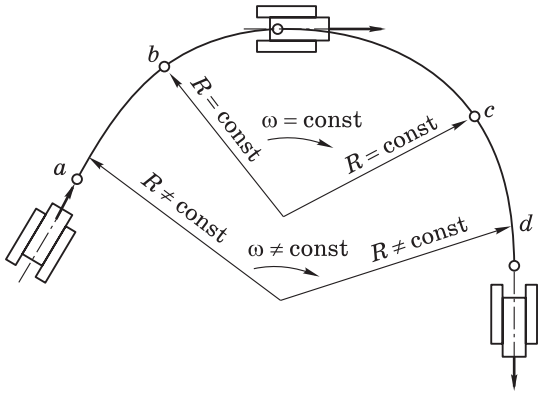

Рис. 8.10. Схема поворота гусеничной машины

угловой скоростью $\omega = \text{const}$ по дуге окружности *bc*, и *выход из поворота* с переменным радиусом и переменной угловой скоростью по некоторой дуге *cd*. Таким образом, поворот гусеничной машины может быть равномерным и неравномерным. Стадия равномерного поворота может и отсутствовать. Если машина (например, с прицепом) движется по дороге и совершает повороты на сравнительно небольшой угол, то не успевает войти в поворот, как уже выходит из него. Таким образом, участок равномерного поворота фактически отсутствует. Однако машина, особенно сельскохозяйственный трактор, в большинстве случаев в соответствии с технологией возделывания культур в конце гона совершает повороты на 180° с постоянными радиусом и угловой скоростью. Поэтому в практических расчетах чаще всего приходится решать задачи равномерного поворота, так как это относится непосредственно к тяговому расчету трактора при повороте, а также к выбору механизма поворота.

Определим угловую скорость при повороте гусеничной машины (рис. 8.11):

$$\omega = \frac{v_2 - v_1}{e_{1x} + B + e_{2x}}, \qquad (8.1)$$

где v_1 и v_2 — скорости остова машины в точках, совпадающих с полюсами вращения соответствующих гусениц, эти скорости можно представить так же, как скорости перемотки гусениц относительно остова машины; e_{1x}, e_{2x} — эксцентриситеты полюсов вращения забегающей и отстающей гусениц; B — поперечная база (колея).

Расположение полюсов вращения зависит от параметров гусеничного движителя, распределения давления на опорные ветви, тягового сопротивления, скорости движения, буксования или скольжения опорных ветвей. Забегающая гусеница при повороте пробуксовывает, поэтому ее полюс вращения C_2 всегда лежит на внешней стороне по отношению к продольной оси симметрии гусеницы. Под внешней стороной подразумевается поверхность за пределами контура, ограниченно-

го продольными осями симметрии гусениц, под внутренней стороной — межгусеничная поверхность. Отстающая гусеница может пробуксовывать при частичных торможениях и проскальзывать при полном торможении. При буксовании отстающей гусеницы полюс вращения C_1 лежит на внутренней стороне, а при скольжении — на внешней. На рис. 8.11 показано положение полюса C_1 при скольжении отстающей гусеницы.

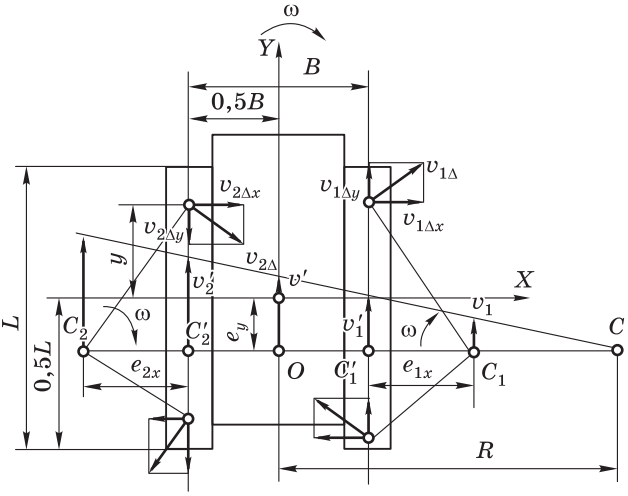

Рис. 8.11. Кинематика гусеничного движителя при повороте

Определим скорость движения опорной ветви забегающей гусеницы $v_{2\Delta}$ относительно грунта (см. рис. 8.11). Скорость любой точки опорной ветви можно выразить через радиус-вектор и угловую скорость, т.е.

$$v_{2\Delta} = \omega\sqrt{e_{2x}^2 + (y + e_y)^2}\,.$$

Проекция скорости на ось Y всегда направлена обратно движению остова машины:

$$v_{2\Delta y} = v_2 d_2 = \omega_{2к} r_к \delta_2,$$

где δ_2 — коэффициент буксования ведущей гусеницы; $\omega_{2к}$ — угловая скорость ведущего колеса забегающей гусеницы; $r_к$ — радиус ведущего колеса забегающей гусеницы. Для точки C_2' ее можно выразить через эксцентриситет полюса вращения C_2 и угловую скорость поворота:

$$v_{2\Delta y} = v_2\delta_2 = \omega e_{2x}.$$

В то же время для точки C_2'

$$\omega e_{2x} = \omega_{2к} r_к \delta_2;$$

$$e_{2x} = r_к \delta_2 \frac{\omega_{2к}}{\omega}.$$

Следовательно, поперечное смещение полюса вращения забегающей гусеницы C_2 зависит от коэффициента буксования и отношения угловых скоростей ведущего колеса и остова машины при повороте. В свою очередь, буксование забегающей гусеницы определяется касательной силой тяги, необходимой для совершения поворота машины. Таким образом, положение полюса вращения забегающей гусеницы C_2 относительно грунта определяется кинематическими и силовыми связями.

Проекция скорости $v_{2\Delta}$ на ось X имеет различные направления относительно продольной оси симметрии забегающей гусеницы. В точке C_2' она равна нулю.

Из плана скоростей (см. рис. 8.11) видно, что

$$v_2 = \omega(R + e_{2x} + 0{,}5B).$$

В то же время скорость остова машины в точке, совпадающей с полюсом вращения забегающей гусеницы C_2, равна теоретической скорости движения машины при прямолинейно-поступательном движении:

$$v_2 = \omega_{2к} r_к.$$

Скорость остова машины v_2' относительно грунта в точке C_2, лежащей на пересечении оси продольной симметрии забе-

гающей гусеницы и линии центров поворота, можно определить как из плана скоростей, т.е.

$$v_2 = \omega(R + 0{,}5B),$$

так и через теоретическую скорость движения машины при прямолинейно-поступательном движении v_2 и проекцию скорости $v_{2\Delta y}$ опорной ветви относительно грунта, т.е.

$$v_2' = v_2 - v_{2\Delta y} = v_2 - v_2\delta_2 = v_2(1 - \delta_2).$$

Рассмотрим кинематику движения отстающей гусеницы. Как указывалось ранее, в зависимости от режима поворота отстающая гусеница может или пробуксовывать, или проскальзывать относительно грунта. Кинематика отстающей гусеницы при буксовании аналогична кинематике забегающей:

$$v_{1\Delta} = \omega\sqrt{e_{1x}^2 + (y + e_y)^2};$$

$$v_{1\Delta y} = v_1\delta_1 = \omega_{1к}r_к\delta_1,$$

где $\omega_{1к}$ — угловая скорость ведущего колеса отстающей гусеницы. Для точки C_1'

$$\omega e_{1x} = \omega_{1к}r_к\delta_1;$$

$$e_{1x} = r_к\delta_1\frac{\omega_{1к}}{\omega}.$$

При торможении оси ведущего колеса отстающая гусеница начинает проскальзывать относительно грунта и при наиболее крутых поворотах скользит по нему, составляя одно целое с остовом машины. При проскальзывании проекция скорости $v_{1\Delta}$ на ось Y всегда направлена по движению машины и определяется из плана скоростей:

$$v_{1\Delta y} = v_1' - v_1.$$

В то же время для точки C_1' $v_{1\Delta y} = \omega e_{1x}$, следовательно,

$$e_{1x} = \frac{v_1' - v_1}{\omega}.$$

При $v_1 \to v_1'$ полюс вращения C_1 приближается к точке C_1' отстающей гусеницы, и при $v_1 = v_1'$ они полностью совпадают. Однако следует отметить, что в реальных условиях даже при полном торможении отстающей гусеницы ее полюс вращения находится на внешней стороне и его смещение зависит от многих факторов, в том числе от параметров движителя. Чем больше отношение L/B, тем больше эксцентриситет e_{1x}.

Проекция скорости $v_{1\Delta}$ на ось X при скольжении имеет различные направления относительно продольной оси симметрии забегающей гусеницы. В точке C_1' она равна нулю.

Таким образом, как и для забегающей гусеницы, положение полюса вращения отстающей гусеницы C_1 определяется кинематическими и силовыми связями.

Из плана скоростей (см. рис. 8.11) следует, что при скольжении отстающей гусеницы

$$v_1 = \omega(R - e_{1x} - 0{,}5B). \qquad (8.2)$$

При буксовании отстающей гусеницы

$$v_1 = \omega(R + e_{1x} - 0{,}5B).$$

Найдем радиус поворота машины. При подстановке в равенство (8.2) значения угловой скорости из формулы (8.1) получим

$$R = \frac{v_1(e_{2x} + 0{,}5B) + v_2(e_{1x} + 0{,}5B)}{v_2 - v_1}.$$

Если одна из гусениц машины полностью буксует, относительный центр вращения ее опорной ветви удаляется в бесконечность. Тогда $\omega = 0$, $R \to \infty$, так как разность скоростей гусениц $v_2 - v_1$ всегда ограничена. При $v_1 = 0$ радиус поворота машины $R = e_{1x} + 0{,}5B$, т.е. центр поворота совпадает с полюсом вращения отстающей гусеницы.

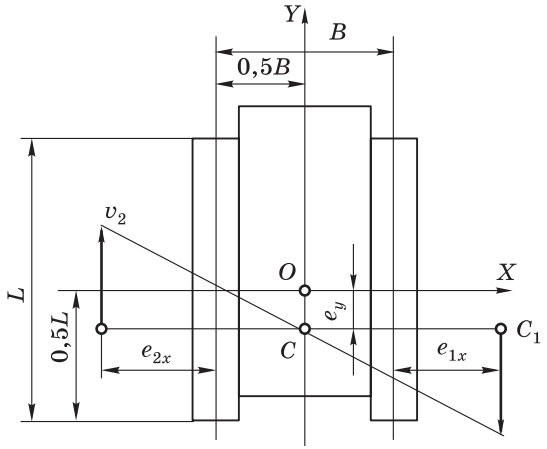

Рис. 8.12. Схема поворота машины с использованием комбинированных механизмов

Из плана скоростей также следует, что при повороте машины, оборудованной механизмом поворота, в котором забегающее ведущее колесо соединено с ведущей полуосью постоянной кинематической связью (муфты поворота, планетарные механизмы), скорость остова машины всегда меньше скорости при прямолинейном движении.

При применении комбинированных механизмов поворота, когда отстающая гусеница вращается в противоположном направлении относительно забегающей, центр поворота машины приближается к плоскости симметрии машины, и при $v_2 = v_1$ и $e_{2x} = e_{1x}$ $R = 0$ и $v' = 0$ (рис. 8.12), т.е. машина вращается на месте и крайние кромки гусениц описывают окружности радиусом

$$R = \sqrt{(0{,}5L + e_y)^2 + (0{,}5B + 0{,}5b)^2} \ .$$

Итак, радиус поворота машины и скорость ее остова зависят от смещения полюсов вращения гусениц, которые определяются кинематическими или силовыми связями опорных ветвей с грунтом, поперечной базой машины и конструкцией механизма поворота. Наименьшие радиусы поворота имеют машины, оборудованные комбинированными механизмами поворота.

8.4. Взаимодействие гусеничного движителя с грунтом при повороте машины

Одной из особенностей поворота гусеничной машины (в отличие от колесной, поворот которой осуществляется изменением направления движения колес) является необходимость искусственного увеличения сопротивления одной из гусениц с тем, чтобы создать пару сил, момент от действия которых преодолевает сопротивление повороту со стороны грунта.

При повороте гусеничной машины на ее движитель действуют реакции грунта, создающие сопротивление повороту. Так, в плоскости опорных ветвей гусениц действуют силы трения среза, сдвига, а также лобового сопротивления грунта. При повороте с образованием колеи движитель нагребает грунт, а реакции последнего передаются на движитель через опорные ветви гусениц, а также непосредственно через опорные катки (бульдозерный эффект).

Направление и значение реакций грунта зависят от многих факторов, основными из которых являются параметры машины и ее движителя; тяговое сопротивление агрегатируемых машин, которое влияет на перераспределение давления по длине опорной ветви гусениц, смещая в ту или другую сторону линию центров поворота; скорость движения и физико-механические свойства грунта. При повышении скорости движения увеличиваются центробежные силы, которые влияют на перераспределение давлений между опорными ветвями забегающей и отстающей гусениц.

Сопротивление повороту зависит от радиуса поворота: оно имеет наибольшее значение при наименьшем радиусе. Взаимодействие гусеницы с грунтом на повороте сложнее, чем при прямолинейном движении, так как в этом случае опорная ветвь гусеницы совершает сложное движение, которое только в первом приближении можно считать плоскопараллельным. Установлено, что при повороте машины на мягких грунтах забегающая гусеница как бы всплывает над грунтом, образуя меньшую колею, чем отстающая.

Для упрощения явлений, происходящих при взаимодействии опорных ветвей гусениц с грунтом на повороте, допустим следующее: 1) машина движется по горизонтальной поверхности в установившемся режиме; 2) опорные ветви гусениц совершают плоскопараллельное движение; 3) силы, возникающие между опорной ветвью гусеницы и поверхностью грунта, подчиняются законам математической теории трения, разработанной Ф.А. Опейко (см. [28], с. 262). В этом случае силы, возникающие на кромках гусениц, являются внешними по отношению к фрикционной паре «опорная ветвь гусеницы — грунт».

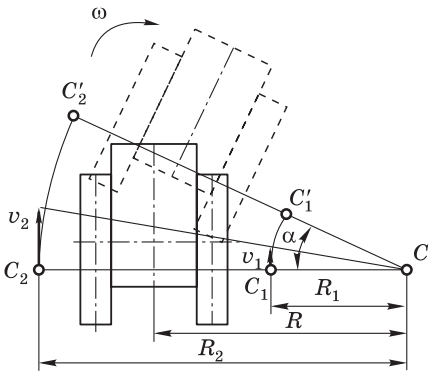

Рис. 8.13. Установившийся поворот трактора

Сначала рассмотрим деформацию грунта кромками гусениц. Пусть гусеничный движитель перемещается по окружности с угловой скоростью ω и скоростью гусениц по отношению к остову v_2 и v_1. При определении деформаций для упрощения вывода примем ширину гусеницы бесконечно малой. За время t гусеничный движитель повернется на угол α (рис. 8.13):

$$\alpha = \omega t. \qquad (8.3)$$

При этом полюсы вращения гусениц переместятся из положений C_1 и C_2 в положения C_1' и C_2' соответственно.

На опорной ветви отстающей гусеницы можно выделить четыре участка (рис. 8.14). На первом участке грунт деформируется кромкой гусеницы с того момента, когда очередное звено входит в контакт с ним. На втором участке грунт деформируется теми звеньями, которые в начальный момент уже находились в контакте с ним. Звенья третьего участка деформируют грунт после их перехода на заднюю половину опорной ветви гусениц. В этот момент деформации грунта изменяют знак и направлены в противоположную сторону по отноше-

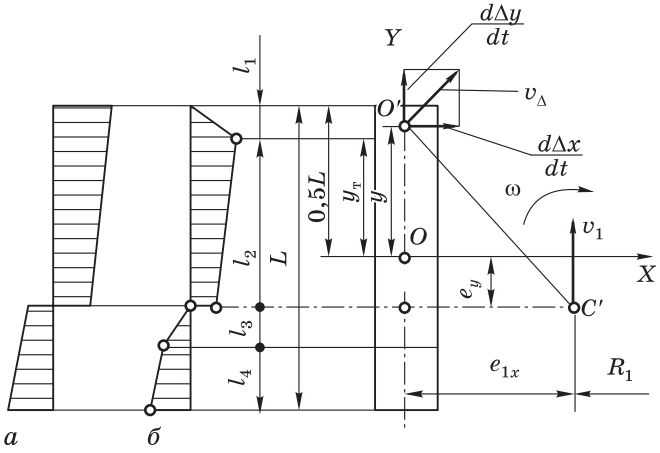

Рис. 8.14. Схема распределения боковых деформаций грунта по длине опорной поверхности забегающей гусеницы

нию к деформациям на первом и втором участках. На четвертом участке грунт деформируется звеньями, находящимися в начальный момент на задней части опорной ветви.

Эти четыре участка существуют на опорных ветвях обеих гусениц. Длина первого и третьего участков:

- для отстающей гусеницы

$$l_1 = l_3 = v_1 t; \tag{8.4}$$

- для забегающей

$$l_1 = l_3 = v_2 t\,. \tag{8.5}$$

Выразим длину этих участков через угол поворота α, для чего найдем из уравнения (8.3) время и подставим его значение в формулы (8.4) и (8.5). Тогда для отстающей гусеницы

$$l_{1,3} = \frac{v_1}{\omega}\alpha = R_1\alpha\,,$$

для забегающей

$$l_{1,3} = \frac{v_2}{\omega}\alpha = R_2\alpha\,.$$

На плане скоростей (см. рис. 8.13) нетрудно увидеть, что $R_1 = CC_1$ и $R_2 = CC_2$, т.е. радиусы равны соответствующим расстояниям от центра поворота до полюсов вращения отстающей и забегающей гусениц.

Рассмотрим движение отстающей гусеницы. Скорость любой точки ее опорной относительно грунта ветви, расположенной на продольной оси симметрии, например точки O' (см. рис. 8.14), перпендикулярна к радиусу-вектору $O'C'$ и $v_\Delta = d\Delta / dt$ (здесь Δ — деформация грунта боковыми кромками гусениц). Проекция скорости этой точки на ось OX

$$\frac{d\Delta x}{dt} = (y + e_y)\omega,$$

где Δx — деформация грунта по оси OX; y — ордината точки O'; e_y — смещение линии полюсов вращения в продольном направлении относительно центра опорной поверхности.

Пусть в начальный момент времени рассматриваемая точка имела ординату $y_0 + e_y$. Тогда в любой момент времени ее ордината

$$y + e_y = e_0 + e_y - v_1 t\,.$$

Дифференцируя равенство, определим

$$dy = -v_1 dt$$

или

$$dt = -dy / v_1.$$

Тогда

$$d\Delta x = -(y + e_y)\frac{\omega}{v_1}dy = -(y + e_y)\frac{dy}{R_1}.$$

Интегрируя это уравнение, находим боковую деформацию грунта в точке с ординатой y_1 на первом участке:

$$\Delta x_1 = \int_{0,5L}^{y_1} \frac{1}{R_1}(y + e_y)dy = \frac{1}{R_1}\left[e_y\left(\frac{L}{2} - y_1\right) + \frac{1}{2}\left(\frac{L^2}{4} - y_1^2\right)\right].$$

При $y_1 = L/2$ $\Delta_{x1} = 0$, т.е. деформация в начале контакта зацепления отсутствует. При $y_1 = (L/2) - R_1\alpha$

$$\Delta x_1 = \alpha\left[e_y + \frac{1}{2}(L - R_1\alpha)\right].$$

Для последующих участков

$$\Delta x_2 = -\int\limits_{y_2+R_1\alpha}^{y_2} \frac{1}{R_1}(y+e_y)dy = \alpha\left(y_2 + e_y + \frac{1}{2}R_1\alpha\right),$$

при $y_2 = (L/2) - R_1\alpha$

$$\Delta x_2 = \alpha\left[e_y + \frac{1}{2}(L - R_1\alpha)\right],$$

при $y_2 = -e_y$

$$\Delta x_2 = \frac{1}{2}R_1\alpha,$$

$$\Delta x_3 = \int\limits_{-e_y}^{-y_3} \frac{1}{R_1}(y+e_y)dy = -\frac{1}{2R_1}(y_3 - e_y)^2,$$

при $-y_3 = -e_y \quad \Delta x_3 = 0;$

при $-y_3 = -e_y - R_1\alpha \quad \Delta x_3 = -\frac{1}{2}R_1\alpha^2;$

$$\Delta x_4 = \int\limits_{-y_4+R_1\alpha}^{-y_4} \frac{1}{R_1}(y+e_y)dy = -\alpha\left(y_4 - \frac{1}{2}R_1\alpha - e_y\right)^2;$$

при $-y_4 = -e_y - R_1\alpha \quad \Delta x_4 = -\frac{1}{2}R_1\alpha^2;$

при $y_4 = -L/2 \quad \Delta x_4 = -\alpha\left(\frac{L}{2} - R_1\alpha - e_y\right).$

Из приведенных формул видно, что боковые деформации грунта на четвертом участке распределяются по одному и тому же линейному закону, а на первом и третьем — по закону параболы (см. рис. 8.14, *б*). При этом следует указать, что формулы справедливы при $R_1 \le \frac{L}{2} + e_y$. Также следует уточнить, что при $R_1 \to 0$, т.е. когда центр C поворота совпадает с полюсом вращения C_1 отстающей гусеницы, первый и третий участки выпадают и на всей длине остаются только второй и четвертый участки, которые имеют длину $L/2 + e_y$ и $L/2 - e_y$ (см. рис. 8.14, *а*).

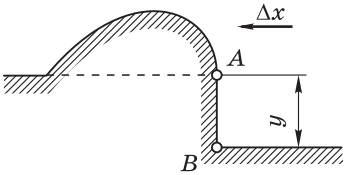

Рис. 8.15. Схема деформации грунта в боковом направлении

Грунт не является упругим телом, и связь между напряжением и деформацией носит нелинейный характер. В первом приближении деформацию грунта в боковом направлении оценим как сжатие с возможностью бокового выпирания. Тогда напряжение на площадке (рис. 8.15) описывается законом, выведенным В.В. Кацыгиным:

$$\sigma = \sigma_0 \operatorname{th} \frac{k}{\sigma_0} \Delta_x,$$

где σ_0 — максимальное напряжение на площадке, соответствующее нарушению прочности деформируемого грунта.

Элементарная сила, действующая на кромку гусеницы вследствие деформации грунта,

$$dx' = \sigma dF = \sigma h dy,$$

где h — глубина колеи; dy — элементарная длина гусеницы.

Элементарная сила, действующая на кромку гусеницы вследствие нагребания грунта,

$$dx'' = f_{\text{ск}} \rho h \Delta_x dy\,,$$

где $f_{\text{ск}}$ — коэффициент внутреннего трения грунта; ρ — плотность грунта.

Тогда элементарный момент $dM_{\sigma 1}$ сил, действующих на кромку отстающей гусеницы относительно ее геометрического центра, для j-го участка

$$dM_{\sigma 1 j} = h\left(f_{\text{ск}} \rho \Delta_x + \sigma_0 \operatorname{th} \frac{k}{\sigma_0} \Delta_{xj} \right) y dy.$$

Величина, стоящая в скобках, зависит от деформации на j-м участке. Обозначив ее σ_j, получим

$$\left.\begin{aligned} M_{\sigma 11} &= \int\limits_{(L/2)-R_1\alpha}^{L/2} h\sigma_1 y dy; \\ M_{\sigma 12} &= \int\limits_{-e_y}^{(L/2)-R_1\sigma} h\sigma_2 y dy; \\ M_{\sigma 13} &= \int\limits_{-e_y-R_1\alpha}^{-e_y} h\sigma_3 y dy; \\ M_{\sigma 14} &= \int\limits_{-L/2}^{-e_y-R_1\alpha} h\sigma_4 y dy. \end{aligned}\right\} \qquad (8.6)$$

Тогда общий момент сопротивления грунта при деформации его кромками для отстающей гусеницы

$$M_{\sigma 1} = \sum_{j=1}^{4} M_{1j}.$$

Заменив R_1 на R_2, получим момент для забегающей гусеницы:

$$M_{\sigma 2} = \sum_{j=1}^{4} M_{2j}.$$

На рис. 8.16 показана зависимость момента сопротивления повороту M_σ гусеничного трактора от радиуса R при некотором фиксированном угле α. Видно, что момент сопротивления повороту уменьшается с увеличением радиуса.

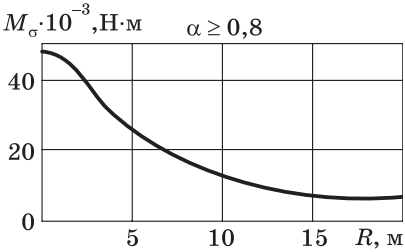

Рис. 8.16. Зависимость момента сопротивления повороту трактора Т-150, движущегося по суглинку, от радиуса R

Рассмотрим сопротивление повороту трактора, возникающее в результате трения опорных ветвей гусениц о грунт. В этом случае опорные ветви гусениц и грунт образуют фрикционные пары. Пусть

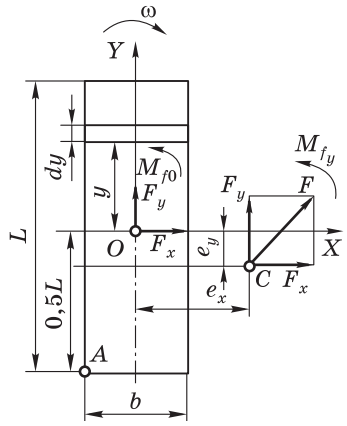

Рис. 8.17. Схема сил и моментов, действующих на фрикционную пару «опорная ветвь — грунт»

площадка A (рис. 8.17), представляющая собой опорную ветвь гусеницы, вращается с угловой скоростью ω около полюса вращения. Предположим, что трение между площадкой и грунтом изотропно, т.е. возникающие во всех направлениях силы трения равноценны. Тогда элементарные силы трения, складываясь под различными углами, дадут главный вектор $\overline{F}$ с проекциями $\overline{F}_x$ и $\overline{F}_y$, а также главный момент сил трения M_f (система сил приведена к полюсу вращения). Согласно исследованиям Ф.А. Опейко [28, с. 260],

$$M_f = \iint\limits_F fp\sqrt{(e_x - x)^2 + (e_y - y)^2}\,dF \approx fpLb\sqrt{e_x^2 + e_s^2 + e_y^2},$$

где f — коэффициент трения; p — давление на опорной ветви; e_s — координата полюса вращения.

Интегрирование распространяется на площадку (рис. 8.17). Составляющие главного вектора

$$F_x = -\frac{\partial M_f}{\partial y} = -\iint\limits_F fp\frac{e_y - y}{(e_x - x)^2 + (e_y - y)^2}dF;$$

$$F_y = -\frac{\partial M_f}{\partial x} = -\iint\limits_F fp\frac{e_x - y}{(e_x - x)^2 + (e_y - y)^2}dF$$

одновременно обращаются в нуль в единственной точке, называемой *полюсом трения*. В этой точке главный момент сил трения минимален. Если давление распределено по опорной ветви равномерно, то полюс трения совпадает с ее геометрическим центром.

При составлении и решении уравнений статики поворота гусеничной машины удобно приводить систему сил трения опорной ветви к ее центру O (см. рис. 8.17). Тогда приведенный момент сил трения

$$M_{f0} = M_f + e_x F_y + e_y F_x.$$

Функции координат полюсов вращения $M_f(e_x, e_y)$, $F_x(e_x,e_y)$, $F_y(e_x,e_y)$, $M_{f0}(e_x,e_y)$ называют также *функциями трения*. Выражения для функций трения, полученные в результате интегрирования площади опорной ветви, очень громоздки. Поэтому в дальнейшем будем пользоваться приближенными формулами, предложенными И.И. Давыдиком [28, с. 261];

$$F_x = -fpLb\frac{e_y}{\sqrt{e_x^2 + e_s^2 + e_y^2}};$$

$$F_y = fpLb\frac{e_x}{e_x^2 + e_s^2 + e_y^2};$$

$$M_{f0} = -fpLb\frac{e_s^2}{\sqrt{e_s^2 + e_x^2 + e_y^2}}, \qquad (8.7)$$

где p — среднее давление на опорной ветви; L, b — размеры опорной ветви гусеницы; e_s — радиус трения, равный отношению момента сил трения M_{fs} при вращении опорной ветви около ее геометрического центра к предельной силе трения ветви:

$$e_s = M_{fs} / (fpLb).$$

В свою очередь,

$$M_{fs} = 2\int_0^{0,5L} fbpydy = \frac{fbpL^2}{4}.$$

Тогда

$$e_s = (L / 4)b, \qquad (8.8)$$

т.е. радиус трения зависит от опорной длины гусеницы.

Функции трения зависят от характера распределения давления по опорной ветви гусеницы, что следует учитывать лишь при точных расчетах. Основной же влияющей величиной при прочих равных условиях является среднее давление гусеницы на грунт.

Определим эксцентриситеты полюсов вращения гусениц. Для упрощение допустим, что гусеницы имеют гладкую поверхность и давление по опорной ветви в пределах одной гусеницы распределено равномерно.

Поскольку положение полюсов вращения определяется кинематическими и силовыми связями, рассмотрим систему сил и моментов, действующих на гусеничную машину при установившемся повороте на горизонтальной поверхности. Влиянием центробежных сил пренебрегаем.

Пусть машина агрегатируется с орудием, создающим тяговое сопротивление и представленным главным вектором $F_{кр}$ с проекциями $F_{крx}$ и $F_{кр y}$ и отклоняющим моментом M (рис. 8.18). Система сил приведена к началу координат (центру O опорной поверхности гусеничного движителя). Со стороны грунта на опорные ветви гусениц действуют реакции, создающие моменты сил сопротивления повороту $M_{\sigma 01}, M_{\sigma 02}, M_{f01}, M_{f02}$, и силы трения F_1 и F_2 с проекциями $F_{1x}, F_{1y}, F_{2x}, F_{2y}$ для отстающей и забегающей гусениц.

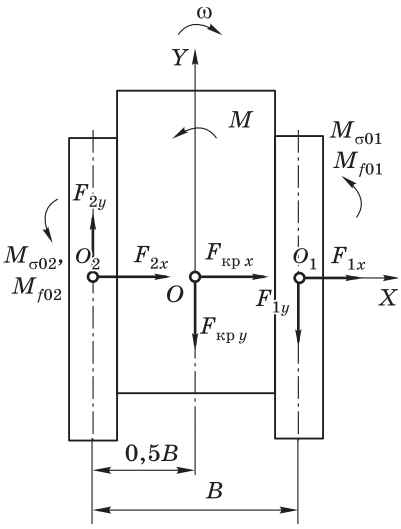

Рис. 8.18. Схема определения положения полюсов вращения гусениц

Силы трения приведены к геометрическим центрам гусениц O_1 и O_2.

Перераспределение давления между гусеницами учитывает коэффициент трения покоя

$$\xi_п = \frac{1}{2}\frac{p_{2ср} - p_{1ср}}{p_{ср}},$$

где $p_{1\text{ср}}$, $p_{2\text{ср}}$ — средние давления на опорных площадках отстающей и забегающей гусениц; $p_{\text{ср}}$ — среднее давление трактора на грунт, $p_{\text{ср}} = (p_{1\text{ср}} + p_{2\text{ср}})/2$.

Составим уравнения статики поворота гусеничной машины:

$$\left.\begin{aligned}
&\sum X = F_{\text{кр}x} + (1-\xi_{\text{п}})F_{1x} + (1+\xi_{\text{п}})F_{2x} = 0;\\
&\sum Y = F_{\text{кр}y} - (1-\xi_{\text{п}})F_{1y} + (1+\xi_{\text{п}})F_{2y} = 0;\\
&\sum M_0 = M + (1-\xi_{\text{п}})(M_{\sigma 01} + M_{f01} - 0{,}5BF_{1y}) +\\
&\quad + (1+\xi_{\text{п}})(M_{\sigma 02} + M_{f02} - 0{,}5BF_{2y}) = 0.
\end{aligned}\right\} \qquad (8.9)$$

Считая, что $F_{\text{кр}x}, F_{\text{кр}y}$ и M заданы, и учитывая формулы (8.6) и (8.7), определяем, что, уравнения (8.9) — это система трех нелинейных уравнений с тремя неизвестными e_{1x}, e_{2x} и e_y. Решение этой системы в чистом виде невозможно. Поэтому эксцентриситеты полюсов вращения определяют при помощи ЭВМ методом последовательных приближений.

Решим систему уравнений для простейшего случая поворота, когда внешние силы сдвига отсутствуют ($F_{\text{кр}x} = F_{\text{кр}y} = 0$), глубина колеи $h = 0$ ($M_{\sigma 01} = M_{\sigma 02} = 0$) и давление между гусеницами распределено поровну ($\xi_{\text{п}} = 0$). Тогда уравнения (8.9) примут вид

$$-\frac{e_y}{\sqrt{e_s^2 + e_{1x}^2 + e_y^2}} - \frac{e_y}{\sqrt{e_s^2 + e_{2x}^2 + e_y^2}} = 0;$$

$$-\frac{e_{1x}}{\sqrt{e_s^2 + e_{1x}^2 + e_y^2}} + \frac{e_{2x}}{\sqrt{e_s^2 + e_{2x}^2 + e_y^2}} = 0;$$

$$-\frac{e_s^2 - 0{,}5Be_{1x}}{\sqrt{e_s^2 + e_{1x}^2 + e_y^2}} - \frac{e_s - 0{,}5Be_{2x}}{\sqrt{e_s^2 + e_{2x}^2 + e_y^2}} = 0.$$

Из первого уравнения находим, что $e_y = 0$, из второго — $e_{1x} = e_{2x} = e_x$. Решая третье уравнение, получаем

$$e_x = 2e_s^2 / B.$$

Учитывая формулу (8.8), получаем

$$e_x = \frac{1}{8}\frac{L^2}{b^2}.$$

Таким образом, боковые смещения полюсов вращения опорных ветвей гусениц в простейшем случае поворота одинаковы и при равных условиях зависят от продольной и поперечной баз.

Зная смещение полюсов вращения гусениц, можно определить моменты сопротивления повороту M_σ и M_f и силы F_y и F_x.

Итак, сопротивление повороту машины определяется кинематическими силовыми связями опорных ветвей гусеницы с грунтом. В общем случае момент сопротивления повороту складывается из составляющей, обусловленной деформацией грунта кромками гусениц, которая зависит при прочих равных условиях от радиуса поворота остова машины, и составляющей, обусловленной трением опорной части гусеницы о грунт. Последняя зависит от радиуса поворота и при равных условиях определяется эксцентриситетами полюсов вращения. Чем большие смещения получают полюса вращения, тем меньше момент сопротивления повороту вследствие трения опорных ветвей гусениц о грунт. При $e_{1x} = e_{2x} = \infty$ $M_f = 0$.

8.5. Установившийся поворот гусеничной машины

Как видно из приведенного в 8.2 описания работы различных механизмов поворота, движение гусеничных машин по криволинейному пути достигается изменением угловой скорости и ведущих моментов, передаваемых ведущим колесам гусениц.

Изменение ведущих моментов приводит к соответствующим изменениям продольных составляющих реакций грунта F_{1y} и F_{2y}, возникающих на каждой гусенице при повороте. Определение реакций F_{1y} и F_{2y} приведено в 8.4 для случая, когда опорная ветвь гусеницы имеет гладкую и жесткую поверхность с равномерно распределенным давлением. В этом случае продольные составляющие зависят в основном от ко-

эффициентов трения покоя и скольжения эксцентриситетов полюсов вращения.

Продольная составляющая реальной гусеницы F_y зависит от буксования или скольжения, причем для забегающей гусеницы она всегда направлена по ходу движения, а для отстающей имеет разные направления: при пробуксовке — по ходу движения, при проскальзывании — против движения. В первом приближении можно считать, что продольные составляющие реакций грунта F_{1y} и F_{2y} равны соответствующим касательным силам тяги гусениц $F_{к1}$ и $F_{к2}$.

Движение и динамика гусеничной машины в агрегатах с сельхозмашинами на повороте весьма сложны. В дальнейшем примем следующие условия, значительно упрощающие анализ поворота агрегата: 1) машина движется в агрегате с прицепом по горизонтальной поверхности в установившемся режиме; 2) силы сопротивления движению принимаются одинаковыми, постоянными и равными силам сопротивления движению на прямолинейном участке пути (в действительности при крутых поворотах трактора на мягких грунтах силы сопротивления движению гусениц увеличиваются и несколько различаются из-за неодинаковых глубины колеи и налипания грунта на беговые дорожки звеньев гусениц); 3) силы и моменты сил инерции не учитываются по причине малых скоростей движения на повороте.

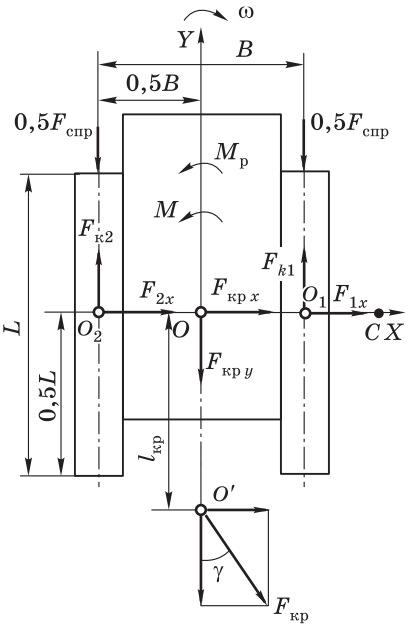

Рис. 8.19. Статический поворот гусеничной машины

Пусть агрегат поворачивается относительно центра C с угловой скоростью ω. На него действуют силы и моменты, показанные на рис. 8.19. Со-

противление агрегатируемой машины представлено силой $F_{кр}$, приложенной под углом γ к продольной оси трактора. Разложим эту силу на составляющие $F_{крx}$ и $F_{кру}$ и перенесем точку приложения крюкового усилия в начало координат, совпадающее с центром симметрии O гусеничного движителя. При этом возникает пара сил $F_{крx}$ на плече $l_{кр}$, создающая отклоняющий момент $M = F_{крx} l_{крx}$.

Со стороны грунта на опорные ветви гусениц действуют реакции, создающие моменты сопротивления повороту $M_{\sigma 1}$, $M_{\sigma 2}$, M_{f1} и M_{f2}, представленные на рис. 8.19 суммарным моментом сопротивления повороту $M_{р}$. Кроме того, к продольной плоскости симметрии гусениц приложены касательные силы тяги $F_{к1}$ и $F_{к2}$, возникающие в результате сдвига грунта в направлении, обратном движению, и являющиеся функциями буксования или скольжения, и силы сопротивления движению $F_{спр1} = F_{спр2} = 0{,}5F_{спр}$, возникающие вследствие смятия грунта лобовым участком гусеницы и образования колеи. В поперечной плоскости возникают силы F_{1x} и F_{2x}, образующиеся при проскальзывании опорных ветвей в боковом направлении. Все силы приведены к центрам симметрии гусениц O_1 и O_2. Проецируя силы на ось OY, получаем

$$F_{к2} + F_{к1} - F_{спр} - F_{кру} = 0;$$
$$F_{к2} + F_{к1} = F_{спр} + F_{кру}.$$

Следовательно, касательная сила тяги обеих гусениц на повороте равна сумме продольной составляющей сопротивления агрегатируемой машины и сопротивления движению гусениц. В то же время сумма сил $F_{кр\,y} + F_{спр}$ равна касательной силе тяги того же агрегата при прямолинейном движении,

$$F_{к2} + F_{к1} = F_{к}.$$

Уравнение моментов сил относительно точки O_1 имеет следующий вид:

$$F_{к2}B - 0{,}5BF_{спр} - 0{,}5BF_{кру} - M_{р} - M = 0 \qquad (8.10)$$

или

$$F_{к2}B = 0{,}5B(F_{спр} + F_{кру}) + M_{р} + M.$$

Назовем сумму $M_р + M = M_р + F_{кр} l_{кр}$ результирующим моментом сопротивления повороту и обозначим $M_{рез}$.

Поскольку $0{,}5F_{спр}B + 0{,}5BF_{кру} = 0{,}5F_к B$, то

$$F_{к2} = 0{,}5F_к + \frac{M_{рез}}{B} = F_к(0{,}5 + \upsilon), \qquad (8.11)$$

где υ — безразмерный параметр, характеризующий грунтовые условия при повороте и в дальнейшем называемый параметром поворота,

$$\upsilon = M_{рез} / (F_к B).$$

Для определения касательной силы тяги $F_{к1}$ отстающей гусеницы составим уравнение моментов всех сил относительно точки O_2:

$$-F_{к1}B + 0{,}5F_{спр}B + 0{,}5F_{кру} - M_{рез} = 0; \qquad (8.12)$$

$$F_{к1} = 0{,}5F_к - \frac{M_{рез}}{B} = F_к(0{,}5 + \upsilon). \qquad (8.13)$$

Как видно из формул (8.11) и (8.13), касательные силы тяги $F_{к2}$ и $F_{к1}$, возникающие при установившемся повороте, не зависят от типа механизма поворота и определяются условиями взаимодействия опорных ветвей с грунтом. При этом касательная сила тяги $F_{к1}$ отстающей гусеницы положительна, если гусеница пробуксовывает, равна нулю, когда подводимый к ее ведущему колесу крутящий момент равен нулю, и отрицательна, если гусеница проскальзывает, когда к ее ведущему колесу подводится тормозной момент.

Почленное сложение уравнений (8.10) и (8.12) дает следующее соотношение:

$$F_{к2} - F_{к1} = 2\frac{M_{рез}}{B}$$

или

$$0{,}5(F_{к2} - F_{к1}) = M_п, \qquad (8.14)$$

где $M_п$ — поворачивающий момент. Как видно из формулы (8.14), при установившемся повороте тракторного агрегата

поворачивающий момент $M_{\text{п}}$ равен результирующему моменту $M_{\text{рез}}$ всех сил сопротивления повороту.

Возможность поворота гусеничной машины ограничивается мощностью двигателя и сцепления гусениц с грунтом. Мощность $P_{\text{п}}$, необходимая при установившемся движении гусеничной машины или агрегата для поворота, может быть представлена в виде суммы мощностей (если пренебречь трением в зубчатых зацеплениях и подшипниках механизма поворота):

$$P_{\text{п}} = P_0 + P_{\text{г}},$$

где P_0 — мощность, затрачиваемая на преодоление внешних сопротивлений и сопротивлений грунта; $P_{\text{г}}$ — мощность, затрачиваемая в тормозе отстающей гусеницы, управляющей поворотом машины.

Определим сначала мощность внешних сопротивлений P_0. Если не учитывать влияние гусениц, то мощность сопротивления движению машины может быть вычислена как произведение сил, толкающих остов машины (их можно заменить касательными силами тяги), на скорости переносного движения корпуса. Тогда на отстающей и забегающей гусеницах получим мощности $F_{\text{к}1}v_1$ и $F_{\text{к}2}v_2$, которые необходимы для преодоления внешних сопротивлений. Кроме того, при повороте происходит пробуксовывание или проскальзывание опорных ветвей по грунту, на что затрачивается мощность $F_{\text{к}1}v_{1\Delta y} = F_{\text{к}1}v_1\delta_1$ и $F_{\text{к}2}v_{2\Delta y} = F_{\text{к}2}v_2\delta_2$.

При суммировании этих мощностей следует учесть, что направление скоростей $v_{1\Delta y}$ и $v_{2\Delta y}$ противоположно направлению скоростей v_1 и v_2 переносного движения. С учетом этого

$$P_0 = F_{\text{к}1}v_1 + F_{\text{к}2}v_2 - F_{\text{к}1}v_1\delta_1 - F_{\text{к}2}v_2\delta_2.$$

Согласно теории гусеничного движителя, абсолютные скорости можно выразить через относительные и переносные. Из рис. 8.11 имеем

$$v_1 = v_1\delta_1 + v_1'; \qquad v_2 = v_2\delta_2 + v_2'.$$

После приведения подобных членов получим

$$P_0 = F'_{к1}v_1 + F'_{к2}v_2.$$

Таким образом, мощность, необходимая для преодоления внешних сопротивлений, определяется суммой произведений касательных сил тяги на относительные скорости вращения гусениц.

Подставляя в уравнение мощности внешних сопротивлений значения касательных сил тяги из формул (8.11) и (8.13), получаем

$$P_0 = \left(0{,}5F_к - \frac{M_{рез}}{B}\right)v'_1 + \left(0{,}5F_к + \frac{M_{рез}}{B}\right)v'_2 =$$

$$= F_к \frac{v'_2 + v'_1}{2} + \frac{M_{рез}}{B}(v'_2 - v'_1).$$

Полусумма относительных скоростей забегающей и отстающей гусениц равна скорости остова трактора на повороте v'. Тогда

$$P_0 = F_к v' + M_{рез}\frac{v'_2 - v'_1}{B}.$$

Из плана скоростей (см. рис. 8.11) следует, что

$$\frac{v'_2 - v'_1}{B} = \omega$$

или

$$P_0 = F_к v' + M_{рез}\omega,$$

т.е. мощность, затрачиваемая на преодоление внешних сопротивлений, равна сумме мощностей, расходуемых при прямолинейно-поступательном движении со скоростью v' и при вращении гусениц относительно полюсов C_2 и C_1, вращения забегающей и отстающей гусениц соответственно. Мощность, теряемая на трение в тормозах или муфтах поворота,

$$P_r = M_r\omega_r,$$

где M_r — момент сил трения на ободе тормозов или дисках муфт поворота; ω_r — угловая скорость тормозов или относи-

тельная угловая скорость ведущих и ведомых дисков муфт поворота.

Таким образом, необходимая для поворота машины мощность

$$P_{\text{п}} = F_{\text{к}} v' + M_{\text{рез}} \omega + M_r \omega_r .$$

Возможность поворота гусеничной машины в агрегате с сельхозмашиной в дальнейшем характеризуется крутящим моментом двигателя, необходимым для установившегося движения агрегата на повороте в данных грунтовых условиях.

Крутящий момент $M'_{\text{к}}$ приложенный к ведущему элементу заднего моста трактора и необходимый при установившемся движении агрегата на повороте,

$$M'_{\text{к}} = \frac{F_{\text{к}} v' + M_{\text{рез}} \omega + M_r \omega_r}{\omega_{\text{к}}},$$

где $\omega_{\text{к}}$ — угловая скорость ведущего колеса забегающей гусеницы.

В свою очередь, крутящий момент двигателя, необходимый для установившегося поворота машины,

$$M'_{\text{д}} = M'_{\text{к}} / i,$$

где i — передаточное число трансмиссии.

Крутящий момент $M'_{\text{к}}$ можно представить в следующем виде:

$$M'_{\text{к}} = F_{\text{к}} r_{\text{к}} \left(\frac{v_1}{v'_2} + \frac{M_{\text{рез}} \omega}{F_{\text{к}} v'} + \frac{M_r \omega_r}{F_{\text{к}} v'} \right), \qquad (8.15)$$

где v'_2 — скорость машины на прямолинейном участке. Произведение $F_{\text{к}} r_{\text{к}}$ равно ведущему моменту $M_{\text{к}}$, приложенному к ведущему элементу заднего моста, при установившемся движении машины на прямолинейном участке в одинаковых грунтовых условиях.

Считая КПД трансмиссии постоянным, заменим отношение ведущих моментов $M'_{\text{к}} / M_{\text{к}}$ соответствующим отношением крутящих моментов двигателя $M'_{\text{д}} / M_{\text{д}}$ при установив-

шемся движении машины на повороте и на прямолинейном участке:

$$\frac{M'_{\text{д}}}{M_{\text{д}}} = \frac{M'_{\text{д}}}{M_{\text{д.н}}} \Big/ \frac{M_{\text{д}}}{M_{\text{д.н}}} = \chi' / \chi,$$

где $\chi' = M'_{\text{д}} / M_{\text{д.н}}$ — коэффициент нагрузки двигателя при установившемся движении машины на повороте; $\chi = M_{\text{д}} / M_{\text{д.н}}$ — коэффициент нагрузки двигателя при установившемся движении машины на прямолинейном участке пути.

Подставляя отношение крутящих моментов двигателя в формулу (8.15) и заменяя величину ω отношением v'/R, получаем

$$\frac{\chi'}{\chi} = \frac{v'}{v'_2}\left(1 + \frac{M_{\text{рез}}}{F_{\text{к}}R} + \frac{M_r\omega_r}{F_{\text{к}}v'}\right). \qquad (8.16)$$

Наименьший радиус поворота достигается торможением до остановки отстающей полуоси, отстающего корпуса планетарного механизма или отстающей тормозной шестерни. В комбинированных механизмах поворота наименьший радиус получается при полном включении муфт поворота. В таких случаях угловая скорость $\omega_{\text{г}}$ в формуле (8.16) принимается равной нулю, откуда

$$\frac{\chi'}{\chi} = \frac{v'}{v'_2}\left(1 + \frac{M_{\text{рез}}}{F_{\text{к}}R_{\min}}\right). \qquad (8.17)$$

Как видно из формулы (8.17), нагрузка двигателя при наиболее крутом повороте машины зависит от грунтовых условий, характеризуемых значениями $M_{\text{рез}}$ и $F_{\text{к}}$, а также от типа механизма поворота, который определяет среднюю скорость v' и наименьший радиус поворота $R_{\min}$.

Формула (8.17), выведенная для наиболее крутых поворотов, применима и для пологих, когда $R > R_{\min}$. Другими словами, сумма трех членов формулы (8.16) при различных текущих значениях радиуса поворота R остается постоянной

и равной значению, определяемому по формуле (8.17), если параметр поворота υ постоянный. Поэтому увеличение сопротивления вращению гусениц около полюсов, вызванное уменьшением радиуса поворота R, компенсируется соответствующим снижением потерь на трение в тормозах и муфтах, а также меньшим расходом работы при прямолинейном движении трактора (последнее относится к механизмам поворота, в которых скорость забегающей гусеницы остается постоянной).

Момент сил трения $M_{\text{т}}$ фрикционных элементов (тормозов или муфт поворота) при установившемся движении машины на повороте определяется из следующего баланса моментов:

$$M'_{\text{к}} = M_{\text{к2}} + M_{\text{к1}} + M_{r}, \qquad (8.18)$$

где $M'_{\text{к}}$ — суммарный крутящий момент, приложенный к ведущему элементу заднего моста; $M_{\text{к2}}$ — момент сил сопротивлений, приложенный к ведущему колесу забегающей гусеницы; $M_{\text{к1}}$ — момент сил сопротивлений, приложенный к ведущему колесу отстающей гусеницы (принимается положительным, когда $F_{\text{к1}}$ отстающей гусеницы направлена по ходу движения машины; при отрицательной касательной силе тяги в уравнении баланса моментов необходимо изменить знак $M_{\text{к1}}$).

На основании равенства $F_{\text{к}} = F_{\text{спр}} + F_{\text{кр}y}$ алгебраическая сумма моментов $M_{\text{к2}} + M_{\text{к1}}$, приложенных к ведущим колесам обеих гусениц, равна моменту $M_{\text{к}}$, приложенному к ведущему элементу заднего моста при установившемся движении машины на горизонтальном участке. Следовательно, момент $M_{\text{т}}$ равен разности сил трения ведущих моментов, соответствующих установившемуся движению трактора на повороте и прямолинейно, т.е.

$$M_{r} = M'_{\text{к}} - M_{\text{к}}. \qquad (8.19)$$

Возможность поворота гусеничного трактора на горизонтальной поверхности с учетом сцепления забегающей гусеницы с грунтом формулируется следующим образом:

$$F_{\text{к2}} < 0{,}5\varphi G,$$

где φ — коэффициент сцепления забегающей гусеницы с грунтом.

Итак, необходимым условием установившегося поворота агрегата является равенство поворачивающего момента результирующему моменту всех внешних сопротивлений. Суммарная касательная сила тяги при установившемся повороте агрегата равна его касательной силе тяги при установившемся прямолинейном движении. Возможность поворота агрегата ограничивается мощностью двигателя и сцеплением забегающей гусеницы с грунтом. В первом случае эта возможность обусловлена грунтовыми условиями и типом механизма поворота, во втором — ограничена только грунтовыми условиями и почти не зависит от типа механизма поворота.

8.6. Кинематика и динамика механизмов поворота с одинарным потоком мощности

Механизм с муфтами поворота. В зависимости от условий следует различать два случая поворота: при положительном и отрицательном значениях касательной силы на отстающей гусенице.

Если касательная сила отстающей гусеницы положительна, т.е. параметр поворота $\nu \le 0{,}5$, то установившийся поворот машины достигается уменьшением момента, передаваемого муфтой поворота отстающей гусеницы при отпущенных тормозах.

Допустим, что момент, передаваемый отстающей гусенице через отстающую муфту поворота, равен $M_{к1}$. Момент, передаваемый забегающей гусенице через забегающую муфту поворота, равен разности $M'_к - M_{к1}$.

Момент $M_{к1}$, приложенный к отстающему ведущему колесу, уравновешивается моментом от действия касательной силы тяги $F_{к1}$ отстающей гусеницы:

$$M_{к1} = F_{к1} r_к,$$

откуда

$$F_{к1} = M'_{к1} / r_к.$$

Момент $M'_к - M_{к1}$, приложенный к забегающему ведущему колесу, уравновешивается моментом касательной силы тяги $F_{к2}$ забегающей гусеницы:

$$M'_к - M_{к1} = F_{к2} r_{к2},$$

откуда

$$F_{к2} = \frac{M'_к - M_{к1}}{r_к}.$$

Силы $F_{к2}$ и $F_{к1}$ приложены в плоскостях ведущих колес забегающей и отстающей гусениц. При перенесении их в продольную плоскость симметрии машины получим суммарную касательную силу тяги

$$F_к = F_{к1} + F_{к2} = M'_к / r_к,$$

и поворачивающий момент

$$M_п = 0{,}5B(F_{к2} - F_{к1}) = 0{,}5\frac{B}{r_к}(M'_к - 2M_{к1}).$$

Таким образом, в рассматриваемом случае поворачивающий момент регулируется изменением момента трения $M_{т1}$ отстающей муфты поворота.

Определим коэффициент нагрузки двигателя. Суммарная касательная сила тяги $F_к$ при установившемся повороте агрегата

$$F'_к = M'_к / r_к,$$

где $M'_к$ — ведущий момент при установившемся повороте агрегата.

Касательная сила при установившемся прямолинейном движении агрегата

$$F_к = M_к / r_к,$$

где $M_к$ — крутящий момент при установившемся прямолинейном движении агрегата.

На основании равенства $F_к = F_{спр} + F_{кру}$ суммарная касательная сила тяги $F'_к$ агрегата при установившемся повороте равна касательной силе тяги $F_к$ при его установившемся пря-

молинейном движении на том же участке пути. Из сопоставления приведенных ранее формул найдем

$$M'_{\text{к}} = M_{\text{к}}$$

или

$$\chi'/\chi = 1.$$

Необходимая при повороте касательная сила отстающей гусеницы отрицательная, т.е. параметр поворота $\upsilon > 0{,}5$. В этом случае установившийся поворот машины достигается выключением отстающей муфты поворота и притормаживанием отстающей полуоси. Выражения для касательных сил забегающей и отстающей гусениц в этом случае имеют вид

$$F_{\text{к}2} = M'_{\text{к}}/r_{\text{к}}; \quad F_{\text{к}1} = M_r / r_{\text{к}},$$

где M_r — момент сил трения тормоза отстающей полуоси.

При перенесении этих сил в продольную плоскость симметрии машины получим суммарную касательную силу тяги на повороте

$$F_{\text{к}} = F_{\text{к}2} + F_{\text{к}1} = \frac{M'_{\text{к}} - M_r}{r_{\text{к}}}$$

и поворачивающий момент

$$M_{\text{п}} = 0{,}5B(F_{\text{к}2} - F_{\text{к}1}) = 0{,}5\frac{B}{r_{\text{к}}}(M'_{\text{к}} + M_r). \qquad (8.20)$$

Как видно из изложенного, мощность двигателя передается через муфту поворота забегающей гусенице. Поэтому расчетный момент каждой муфты поворота должен быть не менее номинального ведущего момента при наибольшем передаточном числе трансмиссии.

Наибольшее теоретически возможное значение поворачивающего момента получается при повороте машины на горизонтальном участке без усилия на крюке и при бесконечно малом сопротивлении качению гусениц ($F_{\text{кр}y} = 0; F_{\text{спр}} \approx 0$, следовательно, $F_{\text{к}} \approx 0$ и $M_{\text{к}} \approx 0$).

Момент трения $M_г$, необходимый в рассматриваемом теоретически возможном случае поворота гусеничной машины, определяют по формуле (8.19):

$$M_{r\max} = M'_к - M_к \approx M'_к.$$

Наибольший поворачивающий момент определяют по формуле (8.20):

$$M_{п\max} = 0{,}5\frac{B}{r_к}2M'_{к.н} = \frac{B}{r_к}M'_{к.н},$$

где $M'_{к.н}$ — номинальный крутящий момент при наибольшем передаточном отношении трансмиссии.

Наличие силы тяги на крюке, потерь в механизмах гусениц и сопротивлений качению машины уменьшает необходимый момент тормоза. Эти выводы справедливы, если обеспечено сцепление гусениц с почвой, т.е. выполняются условия

$$F_{к2} \le 0{,}5\varphi G; \qquad -F_{к1} \le 0{,}5\varphi G.$$

В предельном теоретически возможном случае поворота

$$M_{r\max} = M'_к = F_{к2}r_{к2} = 0{,}5\varphi G r_к.$$

Установим коэффициент нагрузки двигателя для случая поворота тракторного агрегата с отрицательной касательной силой отстающей гусеницы. Наименьший радиус поворота $R_{\min}$ равен сумме половины поперечной базы и поперечного смещения полюса вращения G_1, т.е. $R_{\min} = 0{,}5B + e_{1x}$. При $e_{1x} = 0$ $R_{\min} = 0{,}5B$. В этом случае, как видно из плана скоростей (см. рис. 8.11), средняя скорость машины на наиболее крутом повороте равна половине относительной скорости при прямолинейном движении.

Подставляя известные значения величин в формулу (8.17), получаем

$$\frac{\chi'}{\chi} = 0{,}5 + \frac{M_{рез}}{F_к B} = 0{,}5 + \nu. \qquad (8.21)$$

Используя формулу (8.16), имеем

$$\frac{\chi'}{\chi} = \frac{R}{R + 0{,}5B} + \frac{M_{\text{рез}}}{F_{\text{к}}(R + 0{,}5B)} + \frac{M_r \omega_{\text{г}}}{F_{\text{к}} v'}. \qquad (8.22)$$

Отношение коэффициентов нагрузки, характеризующее сопротивление при вращении гусениц около полюсов, как видно из формулы (8.22), зависит от радиуса поворота. Допустим, радиус поворота равен половине поперечной базы машины B, тогда второй член формулы

$$\left[\frac{M_{\text{рез}}}{F_{\text{к}}(R + 0{,}5B)}\right] = \frac{M_{\text{рез}}}{F_{\text{к}}B} = \nu.$$

При $R = 0{,}5B$ второй член формулы равен параметру поворота. Следовательно, если параметр поворота равен нулю, то второй член формулы (8.22) тоже равен нулю, если параметр поворота равен единице, второй член также равен единице. Потери в тормозе на основании формулы (8.22) определяют как разность суммарного отношения коэффициентов нагрузки χ'/χ и суммы первых двух членов этой формулы, представляющих сопротивления при прямолинейном движении трактора и вращении гусениц около полюсов.

Рассмотрим потоки мощностей при установившемся повороте машины. Мощность, подводимая к ведущему валу заднего моста от двигателя, различается при следующих условиях:

- параметр поворота $\nu \le 0{,}5$:

$$P'_{\text{к}} = M'_{\text{к}}\omega_{\text{к}} = \frac{\chi'}{\chi} M_{\text{к}}\omega_{\text{к}} = M_{\text{к}}\omega_{\text{к}};$$

- параметр поворота $\nu > 0{,}5$:

$$P'_{\text{к}} = \frac{\chi'}{\chi} M_{\text{к}}\omega_{\text{к}} = (0{,}5 + \nu) M_{\text{к}}\omega_{\text{к}}.$$

Угловая скорость забегающей полуоси всегда равна угловой скорости ведущего вала заднего моста $\omega_{\text{к}}$. Угловая ско-

рость отстающей полуоси в случае $e_{1x} = e_{2x} = 0$ устанавливается при помощи плана скоростей машины (см. рис. 8.11):

$$\omega_{к2} = \omega_к \frac{R - 0{,}5B}{R + 0{,}5B}.$$

Мощность, подводимая к забегающей гусенице,

$$P'_к = M_{к2}\omega_{к2} = (0{,}5 + \nu)M_к\omega_к.$$

Отстающей гусенице передается мощность

$$P'_к = M_{к1}\omega_{к1} = \pm(0{,}5 - \nu)M_к\omega_к \frac{R - 0{,}5B}{R + 0{,}5B}.$$

Знак «плюс» соответствует установившемуся повороту машины с положительным значением касательной силы отстающей гусеницы (при $\nu \leq 0{,}5$); знак «минус» — с отрицательным значением (при $\nu \geq 0{,}5$). В последнем случае мощность $P_{к1}$ передается от движущегося остова машины отстающей гусенице и полностью теряется в тормозе. Потери в отстающей муфте поворота при $\nu \leq 0{,}5$

$$P_r = M_r\omega_r,$$

где M_r — момент, передаваемый отстающей муфтой и равный произведению касательной силы тяги $F_{к1}$ на динамический радиус ведущего колеса $r_к$,

$$M_r = (0{,}5 - \nu)F_к r_к = (0{,}5 - \nu)M_к;$$

ω_r — относительная угловая скорость ведущих и ведомых дисков отстающей муфты;

$$\omega_r = \omega_к - \omega_{к1} = \omega_к \frac{B}{R + 0{,}5B}.$$

Подставляя эти выражения в приведенную ранее формулу для определения потерь мощности в отстающей муфте, получаем

$$P_r = (0{,}5 - \nu)M_к\omega_к \frac{B}{R + 0{,}5B}.$$

8.7. Теоретическая характеристика управляемости гусеничной машины при установившемся повороте

Построим зависимости результирующего момента внешних сопротивлений $M_{\text{рез}}$ от радиуса поворота (рис. 8.20). Как было установлено, результирующий момент равен сумме момента сопротивлений $M_{\text{р}}$ и отклоняющего момента M. В свою очередь, момент сопротивлений $M_{\text{р}}$ равен сумме моментов, возникающих при деформации грунта кромками гусениц и трении опорных ветвей гусениц о грунт:

$$M_{\text{р}} = \sum M_{\sigma i} + \sum M_{fi}.$$

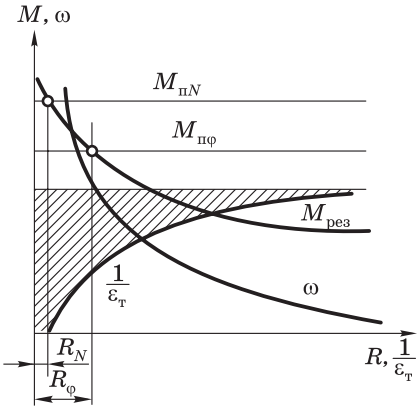

Рис. 8.20. Характеристика управляемости гусеничной машины при установившемся повороте

Поворачивающий момент $M_{\text{п}N}$, предельный по мощности двигателя, зависит от механизма поворота. Для механизма с муфтами его вычисляют в следующем порядке. Момент тормоза M_r определяют из условия равновесия валов и полуоси заднего моста машины:

$$M_r = M_{\text{к.н}} - M_{\text{к}},$$

где $M_{\text{к.н}}$ — крутящий момент, приложенный к ведущему элементу моста и соответствующий номинальному крутящему моменту двигателя.

Подставляя приведенное выражение моментов тормозов в формулу (8.20), получим следующее выражение для поворачивающего момента, предельного по мощности двигателя:

$$M_{\text{п}N} = 0{,}5\frac{B}{r_{\text{к}}}(M_{\text{к.н}} - M_r).$$

Воспользовавшись формулой (8.19), получим

$$M_{\text{п}N} = 0{,}5\frac{B}{r_{\text{к}}}\left[M_{\text{к}} + (2i+1)M_r\right] = 0{,}5\frac{B}{r_{\text{к}}}\left[(2i+1)M_{\text{к.н}} - (2i+1)M_{\text{к}}\right],$$

где i — передаточное число планетарного механизма поворота.

Поворачивающий момент $M_{\text{пф}}$, предельный по сцеплению забегающей гусеницы с грунтом, не зависит от конструкции механизма поворота. При установившемся движении машины на повороте имеем следующее соотношение:

$$F_{\text{к}2} = 0{,}5F_{\text{к}} + \frac{M_{\text{пф}}}{B} = 0{,}5\varphi G.$$

Искомое значение поворачивающего момента

$$M_{\text{пф}} = 0{,}5B(\varphi G - F_{\text{к}}).$$

Если поворачивающий момент $M_{\text{п}N}$, предельный по мощности двигателя, окажется больше поворачивающего момента $M_{\text{пф}}$, то поворот машины ограничивается сцеплением забегающей гусеницы с грунтом. Использование номинальной мощности двигателя в этом случае невозможно из-за полного буксования забегающей гусеницы. Если $M_{\text{пф}} > M_{\text{п}N}$, то поворот машины ограничивается мощностью двигателя.

Поворачивающие моменты, предельные по мощности двигателя и сцеплению забегающей гусеницы с грунтом, отложим по оси ординат в масштабе, принятом при построении графика (см. рис. 8.20), и проведем через полученные точки горизонтальные прямые. Если они не пересекут кривую, представляющую собой изменение результирующего момента $M_{\text{рез}}$, значит, установившийся поворот трактора с агрегатируемой машиной в заданных условиях невозможен. Если прямые пересекут линию $M_{\text{рез}}$, установившийся поворот агрегата осуществим и полученные точки пересечения установят предельные по мощности двигателя и сцеплению забегающей гусеницы с грунтом радиусы поворота машины R_N и R_{φ}.

Как было отмечено, реализовать можно лишь меньший из предельных поворачивающих моментов $M_{\text{пф}}$ или $M_{\text{п}N}$. Обозначим этот момент $M_{\text{п}\lim}$. На рис. 8.20 наименьшим является

поворачивающий момент $M_{\text{пф}}$, а наименьшим радиусом поворота — R_{φ}.

Допустим, что поворот гусеничной машины происходит при реализации поворачивающего момента, равного $M_{\text{п lim}}$. Отрезки ординат между прямой, представляющей $M_{\text{п lim}}$, и кривой, показывающей изменение результирующего момента, будут представлять собой избыточный момент, под влиянием которого увеличивается угловая скорость.

Угловое ускорение машины

$$\varepsilon_{\text{т}} = \frac{M_{\text{плim}} - M_{\text{рез}}}{J_z},$$

где J_z — момент инерции машины относительно вертикальной оси. Для механизмов поворота, при использовании которых скорость забегающей гусеницы постоянна, эта ось совпадает с линией пересечения плоскости симметрии забегающей гусеницы с вертикальной плоскостью, проходящей через середины опорных поверхностей гусениц.

Построим график изменения угловой скорости по формуле

$$\omega = v_2' / (R + 0{,}5B).$$

Для определения времени t, в течение которого радиус поворота уменьшается до какого-либо значения, построим график изменения величины, обратно пропорциональной угловому ускорению, $1/\varepsilon_{\text{т}} = f(\omega)$, при этом на оси ординат отложим значения ω, а на оси абсцисс — $1 / \varepsilon_{\text{т}}$ (см. рис. 8.20):

$$\frac{1}{\varepsilon_{\text{т}}} = \frac{J_z}{M_{\text{плim}} - M_{\text{рез}}}.$$

Площадь этого графика — значение искомого промежутка времени. Для доказательства преобразуем приведенную ранее формулу следующим образом:

$$\varepsilon_{\text{т}} = \frac{d\omega}{dt} = \frac{M_{\text{плim}} - M_{\text{рез}}}{J_z},$$

откуда

$$dt = \frac{J_z}{M_{\text{пlim}} - M_{\text{рез}}} d\omega .$$

Интегрируя в пределах от начального времени, когда угловая скорость машины $\omega = 0$ (прямолинейное движение), до момента достижения какого-либо значения угловой скорости, получаем

$$t = \int_0^t \frac{J_z}{M_{\text{пlim}} - M_{\text{рез}}} d\omega .$$

Значения этих интегралов графически представлены площадью, ограниченной осью ординат, линией зависимости $1/\varepsilon_{\text{т}} = f(\omega)$, начальной и конечной абсциссам, причем начальная абсцисса совпадает с осью абсцисс (в начальный момент времени угловая скорость поворота машины $\omega = 0$). Эта площадь на рис. 8.20 заштрихована.

Очевидно, промежуток времени, необходимый для определения предельного по мощности двигателя или сцеплению забегающей гусеницы с грунтом радиуса поворота $R_{\min}$, равен бесконечности. Поэтому для сравнительной оценки управляемости различных гусеничных машин следует определить время, необходимое для установления радиуса поворота, равного какому-либо условно принимаемому значению. Этот условный радиус обычно принимают равным $1{,}05R_{\min}$, т.е. увеличивают значение предельного радиуса на 5 %.

Итак, теоретическая характеристика управляемости гусеничной машины дает возможность оценить предельные радиусы поворота, время, за которое машина впишется в кривую постоянного радиуса, и другие величины, характеризующие установившееся движение агрегата на повороте.

8.8. Динамическая поворачиваемость гусеничной машины

Рассмотрим общий случай движения гусеничной машины в режиме неустановившегося поворота. Сформулируем задачу следующим образом: по заданным начальным условиям и

известному закону изменения касательных сил тяги гусениц во времени определить закон изменения обобщенных координат.

При выводе уравнений движения для упрощения сложных явлений, наблюдающихся при неустановившемся режиме поворота, допустим следующее: 1) взаимодействие гусениц с грунтом определяется силами трения, возникающими между ними и не зависящими от тангенциальных перемещений. Трение изотропно, силы трения прямо пропорциональны нормальному давлению; 2) опорные ветви гусениц представляют собой абсолютно жесткие площадки, при этом давление распределено в продольном измерении гусениц по линейному закону, в поперечном измерении гусениц оно постоянно; 3) центр масс машины в горизонтальной плоскости совпадает с ее центром симметрии (точка M, рис. 8.21).

Введем две системы координат: XOY — неподвижную, xMy — подвижную по отношению к первой. Начало последней системы координат совпадает с центром масс машины.

Движущуюся систему «гусеничная машина» при неустановившемся повороте можно рассматривать как голономную

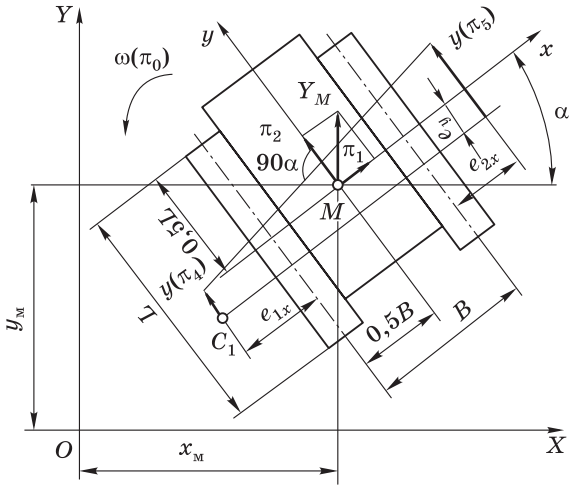

Рис. 8.21. Кинематика неустановившегося поворота гусеничной машины

систему с пятью степенями свободы: три степени свободы остова машины в плоском движении и две степени свободы — движения гусеничных ветвей относительно остова. Следовательно, положение рассматриваемой системы вполне определяется пятью обобщенными координатами: двумя координатами $x_м$, $y_м$ центра масс, углом поворота β машины и смещениями y_1 и y_2 гусеничных лент относительно остова машины.

При описании уравнений движения можно использовать уравнение Лагранжа второго рода, поскольку машина представляет собой голономную систему. Однако при таком выборе обобщенных координат уравнения динамики получаются громоздкими, особенно их правые части — обобщенные силы. Для упрощения уравнений используем квазикоординаты, которые связаны с обобщенными координатами определенными соотношениями. В рассматриваемых случаях выведем квазискорости — проекции скорости $v_м$ центра масс машины на оси, связанные с центром масс. Обозначим квазискорости $\dot\pi_1, \dot\pi_2, \dot\pi_3, \dot\pi_4, \dot\pi_5$ (здесь $\dot\pi_1 = d\pi_1/dt$ — проекции скорости $v_м$ на ось y; $\dot\pi_2 = d\pi_2/dt$ — проекции скорости $v_м$ на ось x; $\dot\pi_3$ — угловая скорость поворота $\omega = d\beta/dt$; $\dot\pi_4 = dy_1/dt$ — скорость движения отстающей гусеницы относительно остова; $\dot\pi_5 = dy_2/dt$ — скорость движения забегающей гусеницы относительно остова).

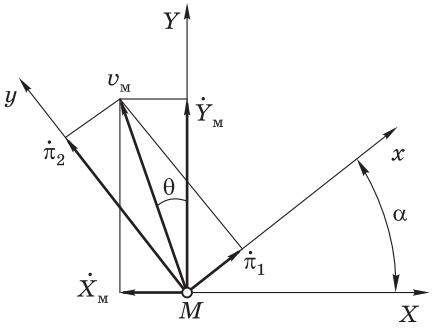

Рис. 8.22. Схема связи квазикоординат с неподвижными координатами

Для связи квазикоординат с неподвижными координатами совместим начало неподвижных координат (точку O, см. рис. 8.21) с центром масс машины (рис. 8.22). Тогда

$$\begin{cases} \dot y_м = v_м \cos\theta = \dot\pi_2 \cos\beta + \dot\pi_1 \sin\beta; \\ \dot x_м = -v_м \sin\theta = -\dot\pi_2 \sin\beta + \dot\pi_1 \sin\beta \end{cases} \qquad (8.23)$$

или

$$\begin{cases} \dot{y}_{\text{м}} = \dfrac{dy_{\text{м}}}{dt} = \dfrac{d\pi_2}{dt}\cos\beta + \dfrac{d\pi_1}{dt}\sin\beta; \\ \dot{x}_{\text{м}} = \dfrac{dx_{\text{м}}}{dt} = -\dfrac{d\pi_2}{dt}\sin\beta + \dfrac{d\pi_1}{dt}\cos\beta. \end{cases}$$

Решая систему уравнений (8.23) относительно $d\pi_1$ и $d\pi_2$, получаем

$$d\pi_1 = dx_{\text{м}}\cos\beta + dy_{\text{м}}\sin\beta; \qquad d\pi_2 = -dx_{\text{м}}\sin\beta + dy_{\text{м}}\cos\beta.$$

Дифференциалы квазикоординат π_3, π_4 и π_5:

$$d\pi_3 = d\beta; \quad d\pi_4 = dy_1; \quad d\pi_5 = dy_2. \tag{8.24}$$

Уравнение динамики составим, воспользовавшись уравнениями Аппеля. При взаимодействии опорных ветвей гусениц с грунтом происходит рассеяние энергии, причем сила трения в соответствии с принятыми ранее допущениями подчиняется закону Кулона. В этом случае рассеяние энергии можно характеризовать диссипативной функцией. Уравнения Аппеля примут вид

$$\frac{\partial E}{\partial \ddot{\pi}_i} + \frac{\partial \Phi}{\partial \dot{\pi}_i} = Q_i, \quad i = 1, 2, ..., 5,$$

где E — энергия ускорения системы; Φ — диссипативная функция; Q — обобщенная сила, соответствующая 7-й квазикоординате.

Для составления уравнений необходимо найти энергию ускорений и диссипативную функцию. Энергия ускорений гусеничной машины слагается из энергий ускорений поступательного движения центра масс и ускорений гусениц в движении относительно остова:

$$E = \frac{m}{2}(\ddot{x}_{\text{м}}^2 + \ddot{y}_{\text{м}}^2 + \rho\ddot{\beta}^2) + \frac{m_{\text{г}}}{2}(\ddot{y}_1^2 + \ddot{y}_2^2),$$

где m — масса гусеничной машины; ρ — радиус инерции машины относительно вертикальной оси, проходящей через центр масс; $m_{\text{г}}$ — масса гусеницы.

Из соотношений (8.23) и (8.24) находим

$$\begin{cases} \ddot{x}_м = \ddot{\pi}_1 \cos\beta - \dot{\pi}_1\dot{\beta}\sin\beta - \ddot{\pi}_2 \sin\beta - \dot{\pi}_2\dot{\beta}\cos\beta; \\ \ddot{y}_м = \ddot{\pi}_1 \sin\beta + \dot{\pi}_1\dot{\beta}\cos\beta + \ddot{\pi}_2 \cos\beta - \dot{\pi}_2\dot{\beta}\sin\beta; \end{cases}$$

$$\ddot{\beta} = \ddot{\pi}_3; \quad \ddot{y}_1 = \ddot{\pi}_4; \quad \ddot{y}_2 = \ddot{\pi}_5.$$

Тогда, сохраняя члены, содержащие лишь квазиускорения, получим

$$E = \frac{m}{2}\left(\ddot{\pi}_2^2 - 2\ddot{\pi}_1\dot{\pi}_2\dot{\pi}_3 + \ddot{\pi}_2^2 + 2\ddot{\pi}_2\dot{\pi}_1\dot{\pi}_3 + \rho\ddot{\pi}_3^2\right) + \frac{m_г}{2}(\ddot{\pi}_4^2 + \ddot{\pi}_5^2). \quad (8.25)$$

Диссипативная функция связана с мощностью диссипативных сил соотношением

$$P = -(n-1)\Phi,$$

где P — мощность диссипативных сил; n — показатель степенной зависимости сил сопротивления от скорости.

Так как по условию соблюдается закон трения Кулона $n = 0$, то $\Phi = -P$.

Найдем мощность сил трения при повороте гусеничной машины. Пусть система повернулась на угол $d\beta$. Тогда элементарная работа сил трения

$$dW = -(M_{f1} + M_{f2})d\beta,$$

где M_{f1}, M_{f2} — главные моменты сил трения опорных частей гусениц относительно полюсов вращения C_1 и C_2 (рис. 8.23).

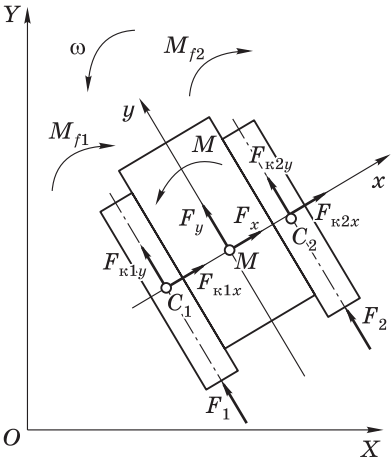

Рис. 8.23. Схема сил и моментов, действующих на машину при неустановившемся движении

В этом случае

$$P = \frac{dW}{dt} = -(M_{f1} + M_{f2})\dot{\pi}_3.$$

В свою очередь, моменты

$$M_{f1} = fp_1Lb\sqrt{e_s^2 + e_{1x}^2 + e_y^2};$$

$$M_{f2} = fp_2Lb\sqrt{e_s^2 + e_{2x}^2 + e_y^2},$$

где p_1, p_2 — давление опорных ветвей гусениц на грунт; e_s — радиус трения; e_{1x}, e_{2x}, e_y — эксцентриситеты полюсов вращения.

Поскольку давление между гусеницами распределено неравномерно, имеем

$$\begin{cases} M_{f1} = (1-\xi_{\text{п}})fp_{\text{ср}}Lb\sqrt{e_s^2 + e_{1x}^2 + e_y^2}; \\ M_{f2} = (1+\xi_{\text{п}})fp_{\text{ср}}Lb\sqrt{e_s^2 + e_{2x}^2 + e_y^2}, \end{cases} \tag{8.26}$$

где $\xi_{\text{п}}$ — коэффициент перераспределения давления между гусеницами.

Выразим координаты полюсов вращения опорных ветвей гусениц через квазискорости (см. рис. 8.21):

$$\begin{cases} e_{1x} + \dfrac{B}{2} = \dfrac{\dot{\pi}_2 - \dot{\pi}_4}{\dot{\pi}_3} = \dfrac{1}{\dot{\pi}_3}(\dot{\pi}_2 - 0{,}5B\dot{\pi}_3 - \dot{\pi}_4); \\ e_{2x} + \dfrac{B}{2} = \dfrac{\dot{\pi}_5 - \dot{\pi}_2}{\dot{\pi}_3} = \dfrac{1}{\dot{\pi}_3}(\dot{\pi}_5 - 0{,}5B\dot{\pi}_3 - \dot{\pi}_2); \\ e_y = \dot{\pi}_1 / \dot{\pi}_3. \end{cases} \tag{8.27}$$

Выражение для диссипативной функции с учетом формул (8.26) и (8.27) примет вид

$$\Phi = (1-\xi_{\text{п}})fp_{\text{ср}}Lb\sqrt{e_s^2\dot{\pi}_3^2 + (\dot{\pi}_2 - 0{,}5B\dot{\pi}_3 - \dot{\pi}_4)^2 + \dot{\pi}_2^2} +$$

$$+(1+\xi_{\text{п}})fp_{\text{ср}}Lb\sqrt{e_s^2\dot{\pi}_3^2 + (\dot{\pi}_5 - 0{,}5B\dot{\pi}_3 - \dot{\pi}_2)^2 + \dot{\pi}_1^2}.$$

Дифференцируя выражение (8.25) энергии ускорений по квазиускорениям, получаем

$$\frac{\partial W}{d\ddot{\pi}_1} = m(\ddot{\pi}_1 - \dot{\pi}_2\dot{\pi}_3); \qquad \frac{\partial W}{d\ddot{\pi}_2} = m(\ddot{\pi}_2 + \dot{\pi}_1\dot{\pi}_3);$$

$$\frac{\partial W}{d\ddot{\pi}_3} = m\rho^2\ddot{\pi}_3; \quad \frac{\partial W}{d\ddot{\pi}_4} = m_{\text{г}}\ddot{\pi}_4; \quad \frac{\partial W}{d\ddot{\pi}_5} = m_{\text{г}}\ddot{\pi}_5. \tag{8.28}$$

Дифференцируя диссипативную функцию и обозначив радикалы

$$R_1 = \sqrt{e_s^2\dot{\pi}_3^2 + (\dot{\pi}_2 - 0{,}5B\dot{\pi}_3 - \dot{\pi}_4)^2 + \dot{\pi}_2^2}\ ;$$

$$R_1 = \sqrt{e_s^2\dot{\pi}_3^2 + (\dot{\pi}_5 - 0{,}5B\dot{\pi}_3 - \dot{\pi}_2)^2 + \dot{\pi}_1^2}\ ,$$

получаем

$$\frac{\partial\Phi}{\partial\dot{\pi}_1} = fp_{\text{ср}}Lb\left[\frac{1-\xi_{\text{п}}}{R_1}\dot{\pi}_1 + \frac{1+\xi_{\text{п}}}{R_2}\dot{\pi}_1\right];$$

$$\frac{\partial\Phi}{\partial\dot{\pi}_2} = fp_{\text{ср}}Lb\left[\frac{1-\xi_{\text{п}}}{R_1}(\dot{\pi}_2 - 0{,}5B\dot{\pi}_1 - \dot{\pi}_4) + \frac{1+\xi_{\text{п}}}{R_2}(\dot{\pi}_5 - 0{,}5B\dot{\pi}_1 - \dot{\pi}_2)\right];$$

$$\frac{\partial\Phi}{\partial\dot{\pi}_3} = fp_{\text{ср}}Lb\left\{\frac{(1-\xi_{\text{п}})\left[e_s^2\dot{\pi}_3 - 0{,}5B\left(\dot{\pi}_2 - 0{,}5B\left(\dot{\pi}_2 - 0{,}5\dot{\pi}_3B - \dot{\pi}_4\right)\right)\right]}{R_1} + \right.$$

$$\left. + \frac{(1+\xi_{\text{п}})\left[e_s^2\dot{\pi}_3 - 0{,}5B\left(\dot{\pi}_5 - 0{,}5\dot{\pi}_3B - \dot{\pi}_2\right)\right]}{R_2}\right\};$$

$$\frac{\partial\Phi}{\partial\dot{\pi}_4} = -(1-\xi_{\text{п}})\frac{fp_{\text{ср}}Lb(\dot{\pi}_2 - 0{,}5\dot{\pi}_3B - \dot{\pi}_4)}{R_1};$$

$$\frac{\partial\Phi}{\partial\dot{\pi}_5} = -(1+\xi_{\text{п}})\frac{fp_{\text{ср}}Lb(\dot{\pi}_5 - 0{,}5\dot{\pi}_3B - \dot{\pi}_2)}{R_2}.$$

Для того чтобы раскрыть физический смысл этих выражений, воспользуемся равенствами (8.27) и первой теоремой Н.Е. Жуковского:

$$F_{\text{к}x} = \frac{\partial M_f}{\partial y}; \qquad F_{\text{к}y} = \frac{\partial M_f}{\partial x}$$

и зависимостью

$$M_{f0} = \frac{e_s^2(fp_{\text{ср}}Lb)^2}{M_f},$$

где M_{f0} — момент сил трения, приведенный к центру симметрии гусениц.

Касательные силы тяги также приводятся к центру симметрии гусениц:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \Phi}{\partial \dot{\pi}_1} = -(1-\xi_{\text{п}})F_{\text{к}1x} - (1+\xi_{\text{п}})F_{\text{к}2x}; \\ \dfrac{\partial \Phi}{\partial \dot{\pi}_2} = -(1-\xi_{\text{п}})F_{\text{к}1y} - (1+\xi_{\text{п}})F_{\text{к}2y}; \\ \dfrac{\partial \Phi}{\partial \dot{\pi}_3} = (1-\xi_{\text{п}})(M_{f01} - 0{,}5BF_{\text{к}1y}) + \\ \qquad + (1+\xi_{\text{п}})(M_{f02} - 0{,}5BF_{\text{к}2y}); \\ \dfrac{\partial \Phi}{\partial \dot{\pi}_4} = -(1-\xi_{\text{п}})F_{\text{к}1y}; \\ \dfrac{\partial \Phi}{\partial \dot{\pi}_5} = (1+\xi_{\text{п}})F_{\text{к}2y}, \end{cases} \qquad (8.29)$$

где $F_{\text{к}1x}$, $F_{\text{к}2x}$, $F_{\text{к}1y}$, $F_{\text{к}2y}$ — проекции сил сцепления гусениц с грунтом на оси M_x и M_y.

Таким образом, первые два уравнения системы выражают сумму проекций сил трения опорных ветвей гусениц на оси M_x и M_y (см. рис. 8.29), третье уравнение — сумма моментов сил трения относительно центра масс, последние два уравнения дают продольные силы сцепления гусениц с грунтом.

Обобщенные силы находим из принципа виртуальных перемещений:

$$\delta W = \sum_1^5 Q_i \delta\pi_i,$$

где Q_i — обобщенная сила; $\delta\pi_i$ — возможные перемещения по квазикоординатам.

Обобщенные силы, соответствующие квазикоординатам,

$$Q_1 = F_{\text{кр}x};\ Q_2 = F_{\text{кр}y};\quad Q_3 = M;\ Q_4 = F_{\text{к}1};\ Q_5 = F_{\text{к}2}, \qquad (8.30)$$

где $F_{\text{кр}x}$, $F_{\text{кр}y}$ — составляющие главного вектора внешних сил, приведенного к точке M (см. рис. 8.23); M — момент внешних сил относительно центра масс, включающий моменты

грунта при деформации его кромками гусениц; $F_{к1}$, $F_{к2}$ — касательные усилия на ведущих колесах отстающей и забегающей гусениц соответственно.

Уравнения динамики поворота гусеничной машины с учетом формул (8.28) и (8.29) примут следующий вид:

$$\left.\begin{aligned}
&m(\ddot{\pi}_1 - \dot{\pi}_2\dot{\pi}_3) = F_x + (1-\xi_п)F_{к1x} + (1+\xi_п)F_{к2x};\\
&m(\ddot{\pi}_2 - \dot{\pi}_2\dot{\pi}_3) = F_y - (1-\xi_п)F_{к1y} + (1+\xi_п)F_{к2y};\\
&m\rho^2\ddot{\pi}_3 = M - (1-\xi_п)(M_{f01} - 0{,}5BF_{к1y}) -\\
&\quad -(1+\xi_п)(M_{f02} - 0{,}5BF_{к2y});\\
&m_г\ddot{\pi}_4 = F_1 + (1-\xi_п)F_{к1y};\\
&m_г\ddot{\pi}_5 = F_2 - (1+\xi_п)F_{к2y}.
\end{aligned}\right\} \qquad (8.31)$$

Первые два уравнения дают сумму проекций всех сил на оси M_x и M_y, третье — представляет сумму моментов всех сил относительно центра масс, последние два уравнения — условия равновесия гусениц относительно остова машины. Уравнения движения (8.31), составленные в квазикоординатах, сравнительно просты и позволяют решать разнообразные задачи для неустановившегося поворота гусеничной машины.

Для построения траектории движения машины при неустановившемся повороте найдем квазискорости $\dot{\pi}_1$ и $\dot{\pi}_2$ центра масс при плоскопараллельном движении и угловую скорость поворота $\dot{\pi}_3$, для чего необходимо проинтегрировать систему уравнений (8.31) один раз. По найденным значениям квазискоростей найдем координаты центра масс и составим дополнительные уравнения, использовав соотношения (8.23) и (8.24):

$$\dot{\beta} = \dot{\pi}_3; \quad \dot{x}_м = -\dot{\pi}_2\sin\beta + \dot{\pi}_1\cos\beta; \quad \dot{y}_м = \dot{\pi}_2\cos\beta + \dot{\pi}_1\sin\beta. \qquad (8.32)$$

Проинтегрировав систему уравнений (8.32), найдем координаты $x_м$ и $y_м$ центра масс и угол поворота β, т.е. необходимые данные для построения траектории движения гусеничной машины при неустановившемся повороте.

Таким образом, уравнения динамики гусеничной машины дают возможность при заданных значениях внешних сил и моментов находить траекторию движения машины, линейные и угловые скорости и ускорения остова машины и гусениц при неустановившемся повороте и, наоборот, по заданной траектории движения и внешним силам определять касательные силы тяги гусениц и результирующий момент сопротивления повороту.

9 УСТОЙЧИВОСТЬ ДВИЖЕНИЯ ТРАКТОРОВ И МНОГОЦЕЛЕВЫХ КОЛЕСНЫХ И ГУСЕНИЧНЫХ МАШИН

9.1. Основные понятия и определения. Критерии устойчивости

Устойчивость колесных и гусеничных машин является одним из важнейших качеств, обеспечивающих безопасность и комфорт водителя при движении на повышенных скоростях в сложных дорожных условиях.

Определение понятия устойчивости движения механической системы было обосновано А.М. Ляпуновым [28, с. 360] и включает в себя составление системы дифференциальных уравнений, описывающих движение тракторов и многоцелевых колесных и гусеничных машин. Затем исследуется устойчивость решения полученной системы уравнений.

Решение $y_i = f_i(t)$, $i = 1, 2, \ldots, n$, системы обыкновенных дифференциальных уравнений вида $y_i = f_i(t, y_1, y_2, \ldots, y_n)$, $i = 1, 2, \ldots, n$, называется устойчивым по А.М. Ляпунову, если каждая функция $y_i(t)$ есть равномерно непрерывная функция от всех начальных значений $y_i(0) = y_{i0}$, $i = 1, 2, \ldots, n$ и в интервале $0 \le t < \infty$ — такая, что малое изменение начальных условий не может вызвать больших изменений решения системы уравнений. В частности, условие устойчивости движения механической системы для случая, когда возмущения описываются линейными дифференциальными уравнениями с постоянными коэффициентами, формулируется следующим образом. Невозмущенное движение может быть асимптотически устойчиво, если все корни характеристического уравнения будут иметь отрицательные вещественные части. Если среди корней этого уравнения имеется хотя бы один с положительной вещественной частью, то невозмущенное дви-

жение неустойчиво. Невозмущенное движение будет устойчивым, но не асимптотически, когда характеристическое уравнение, не имея корней с положительными вещественными частями, имеет корни с вещественными частями, равными нулю.

Характер корней характеристического уравнения может быть исследован с помощью критерия Гурвица, согласно которому уравнение любой степени имеет отрицательные действительные части комплексных корней, если все коэффициенты уравнения положительны и, кроме того, равны нулю некоторые определители, составленные из коэффициентов рассматриваемого уравнения.

Указанные признаки устойчивости движения трактора относятся к случаям, когда отклонения от основного движения описываются линейными дифференциальными уравнениями с постоянными коэффициентами. Однако при составлении дифференциальных уравнений движения часто получаются нелинейные уравнения. В этих случаях при исследовании малых отклонений машины предварительно производится линеаризация уравнений. Затруднения могут возникнуть лишь при получении нулевых корней характеристических уравнений. Проблема устойчивости движения в этом случае должна решаться с учетом нелинейных слагаемых, отброшенных при линеаризации.

Коэффициент жесткости в дифференциальном уравнении движения системы второго порядка может оказаться переменным, зависящим от времени. В этом случае возникают так называемые параметрические колебания, для исследования которых разработаны специальные методы.

Значительное влияние на характеристики движения оказывает реакция машины на внешние возмущения. В одних случаях возмущения остаются малыми или же постепенно затухают и исчезают, и система возвращается к основному движению. В других — отклонения от первоначального движения с течением времени увеличиваются и уводят систему от основного движения. Кроме того, может возникнуть незатухающий колебательный процесс или процесс с безгранично возрастающей амплитудой.

Таким образом, последствия возмущения могут быть значительными, несмотря на очень малые первичные возмущения, и возмущенное движение может существенно отличаться от невозмущенного. Поскольку при движении машинно-тракторного агрегата по поверхности поля возмущающие факторы (неровности рельефа, неоднородность почвы по составу, влажности и механическим свойствам, наличие камней, корней растений и т.п.) существуют неизбежно, то выявление характера изменения параметров движения после их возвращения имеет важное практическое значение. Именно это и является основной задачей теории устойчивости движения машин.

Устойчивым обычно считается такое движение, при котором некоторые отклонения контрольных параметров Δ удовлетворяют условию $\Delta < \Delta^0$ за время $t = t^0 + t_н$ (здесь Δ^0 — заданный допуск на отклонение контрольного параметра; t^0 — время начала действия некоторого возмущения; $t_н$ — время наблюдения). Если период колебательного процесса близок к времени реакции системы «машина — водитель», то действия водителя могут быть причиной возбуждения незатухающего процесса. Необходимо, чтобы период колебаний не менее чем в 3–4 раза превышал время реакций указанной системы, т.е. составлял более 4–6 с. Следовательно, строгое решение задачи об устойчивости движения требует рассмотрения системы «водитель — машина — грунт», причем может оказаться, что управляемая система будет устойчивой в любых условиях эксплуатации при движении с достаточно высокой скоростью благодаря водителю, который может неустойчивую машину перемещать с допустимым отклонением от заданного направления.

При устойчивом движении отклонения от заданного направления с течением времени уменьшаются по тому или иному закону, определяемому динамическими свойствами системы «машина — дорога». Очевидно, чем меньше отклонение машины от заданного направления движения и чем меньше время движения в отклоненном состоянии, тем большей практической устойчивостью обладает данная машина.

Потеря машиной устойчивости выражается в ее самопроизвольном отклонении от заданного направления, боковом скольжении или опрокидывании. В зависимости от направления опрокидывания различают продольную и поперечную устойчивость. Более вероятно и опасно нарушение поперечной устойчивости, возникающее вследствие действия боковых сил: центробежных, поперечных составляющих силы тяжести и нагрузки на крюке, ударов о неровности опорной поверхности и др. Заметим, что боковое скольжение колес переднего и заднего мостов начинается обычно не одновременно. В зависимости от условий движения, распределения вертикальных нагрузок между мостами и наличия тяговых или тормозных сил боковое скольжение могут получить колеса только одного моста (занос машины).

Учитывая сказанное, под *устойчивостью* понимается свойство машины сохранять в заданных пределах независимо от скорости движения и действия внешних и инерционных сил направление и скорость движения, а также ориентацию продольной и вертикальной осей при определенном управлении, закрепленном или свободном руле.

Таким образом, различают устойчивость по направлению движения (курсовая устойчивость), опрокидыванию (продольная и поперечная устойчивость) и боковому смещению (устойчивость против заноса). В качестве оценочных параметров устойчивости обычно принимают углы и угловые скорости продольного и поперечного опрокидывания, угол и угловую скорость поворота машины, время и путь, пройденный трактором в отклоненном состоянии. Часть оценочных параметров устойчивости машины являются управляемыми (угол и угловая скорость поворота машины, время и путь, пройденный машиной в отклоненном состоянии), а другие неуправляемыми (углы и угловые скорости поперечного и продольного опрокидывания).

Устойчивость движения машины связана с ее управляемостью. Во многих случаях желательным является сохранение управляемых параметров постоянными на некотором участке движения машины. У машины, обладающей хорошей устойчивостью, сохранение управляемых параметров

постоянными и приближение их к желательным возможно без вмешательства водителя в более широком диапазоне возмущающих воздействий, чем у машины, имеющей худшую устойчивость. Поэтому вероятность совпадения действительных параметров с желательными при одинаковых эксплуатационных условиях тем выше, чем лучше устойчивость движения машины.

9.2. Устойчивость движения машинно-тракторного агрегата

Рассмотрим более подробно устойчивость машинно-тракторного агрегата. Значительный объем перевозок сельскохозяйственных грузов осуществляется колесными или гусеничными тракторами в агрегате с прицепами. В настоящее время во внутрихозяйственных перевозках на долю тракторных поездов приходится около 60 % общего объема перевозок по массе грузов и примерно 30 % грузооборота. Распределение годовой загрузки колесных тракторов по видам работ показывает, что свыше 50 % общего времени их используют на транспортных работах.

Эксплуатационные показатели сельскохозяйственных тракторов и составленных на их базе машинно-тракторных агрегатов, в частности показатели, характеризующие качество выполнения различных технологических операций, зависят от устойчивости их движения. Неравномерность обработки почвы, наличие погрешностей и перекрытий обрабатываемых площадей, глубоких разъемных борозд и высоких свальных гребней, неполное уничтожение сорняков в междурядьях, повреждение и засыпание культурных растений в рядках являются, как правило, следствием нарушения устойчивости движения трактора и других звеньев машинно-тракторного агрегата. Устранить эти нежелательные явления, сопровождающие работу агрегата, можно выбором рациональных значений параметров его звеньев для заданных условий движения. При этом такой выбор важно сделать на стадии проектирования трактора. Использование современ-

ного математического аппарата позволяет решить эту задачу, проведя теоретические исследования.

Рассмотрим прямолинейное движение трактора с эластичными в боковом направлении шинами, обладающего избыточной поворачиваемостью ($\varphi_{ув1} - \varphi_{ув2} < 0$). С точки зрения обеспечения хорошей маневренности и движения трактора с меньшими радиусами поворота при заданных углах отклонения управляемых колес эта характеристика поворачиваемости предпочтительнее. Заметим, что при действии боковой силы трактор с избыточной поворачиваемостью даже при управляемых колесах, установленных в нейтральное положение, может самопроизвольно входить в поворот.

Пусть на прямолинейно движущийся со скоростью v трактор действует боковая сила $F_б$, приложенная в его центре масс (рис. 9.1, *а*). В пятне контакта шин с опорной поверхностью возникают боковые реакции $F_{б1}$ и $F_{б2}$, сумма которых равна внешней боковой силе $F_б$ и не превышает сил сцепления колес с опорной поверхностью. Под действием боковых реакций будет происходить увод шин переднего и заднего мостов с углами $\varphi_{ув1}$ и $\varphi_{ув2}$. В этом случае векторы скоростей середин мостов окажутся направленными не по продольной оси трактора, как при прямолинейном движении, а под углами увода к ней, в результате чего трактор будет двигаться по криволинейной траектории. Это, в свою очередь, вызовет появление центробежной силы, действующей в центре масс трактора по

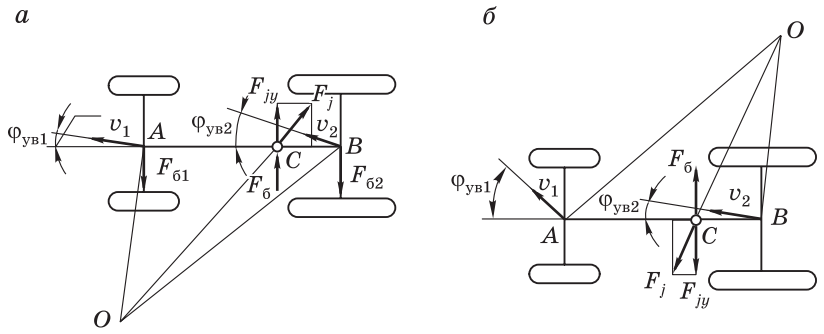

Рис. 9.1. Движение трактора под действием боковой силы

направлению от мгновенного центра поворота O. Нормальная составляющая этой силы будет направлена в ту же сторону, что и $F_б$. Совместное действие этих сил приведет к дальнейшему увеличению увода шин, что при избыточной поворачиваемости уменьшит радиус кривизны траектории движения трактора. Следовательно, увеличится и центробежная сила, а это может привести к потере устойчивости движения трактора.

В то же время если на трактор, обладающий недостаточной поворачиваемостью $(\varphi_{ув1} - \varphi_{ув2} > 0)$, будет действовать внешняя боковая сила, то опасности потери устойчивости движения не будет. Действительно, при действии боковой силы в этом случае возникает увод шин и начинается криволинейное движение трактора с мгновенным центром в точке O (рис. 9.1, *б*). Нормальная составляющая центробежной силы, возникающей при криволинейном движении, направлена в противоположную сторону относительно внешней боковой силы $F_б$, что способствует уменьшению влияния нормальной составляющей на трактор. В результате этого процесс входа в поворот не развивается, а нейтрализуется.

Таким образом, наиболее рациональным соотношением увода шин передних и задних колес будет такое, при котором обеспечивается некоторая недостаточная поворачиваемость. В этом случае движение трактора устойчиво, и одновременно при повороте не происходит значительного увеличения радиуса траектории движения, что ухудшало бы поворачиваемость трактора. Для получения устойчивого движения полноприводного трактора со всеми управляемыми колесами рассмотрим его движение в неподвижной системе координат с постоянной скоростью вдоль оси X (см. рис. 7.4). В продольном направлении на трактор действуют тяговые усилия ведущих мостов, силы сопротивления движению и нагрузка на крюке. Пусть под действием внешних возмущений центр масс трактора отклонился в боковом направлении на некоторое расстояние y_c, а его продольная ось повернулась на угол β от заданного направления движения. Чтобы вернуть трактор на заданную траекторию, водитель должен повернуть управляемые колеса на углы α_i. Повороту трактора препятствует момент сопротивления повороту $M_{с.с}$.

Рассматривая боковое и курсовое отклонения трактора от заданного направления движения и принимая угловые перемещения малыми, систему уравнений [28], описывающую движение трактора, запишем в виде

$$\begin{cases} m\ddot{y} = (F_{к1} - F_{спр1})(\alpha_1 + \beta) + (F_{к2} - F_{спр2})(\alpha_2 + \beta) + \\ + F_{б1} + F_{б2} - F_{кр}(\gamma + \beta); \\ J\ddot{\beta} = a(F_{к1} - F_{спр1})\alpha_1 - b(F_{к2} - F_{спр2})\alpha_2 + aF_{б1} - \\ - bF_{б2} + (l_{кр} + b)F_{кр}\gamma - M_{с.с}. \end{cases} \qquad (9.1)$$

Боковые силы выразим через углы увода, а углы увода переднего и заднего мостов — через обобщенные скорости движения центра масс трактора $\dot{x}_c = \upsilon, \dot{y}_c$ и угловую скорость поворота трактора $\dot{\beta} = \omega$ из уравнений неголономных связей для обоих мостов, которые получим из условия отсутствия бокового движения середин мостов в направлениях, нормальных к абсолютным скоростям каждого из мостов:

$$\dot{x}_1 \sin[(\alpha_1 - \varphi_{ув1}) + \beta] = \dot{y}_1 \cos[(\alpha_1 - \varphi_{ув1}) + \beta];$$
$$\dot{x}_2 \sin[(\alpha_2 - \varphi_{ув2}) + \beta] = \dot{y}_2 \cos[(\alpha_2 - \varphi_{ув2}) + \beta],$$

откуда

$$\varphi_{ув1} = \frac{\dot{y}_1}{x_1} - (\alpha_1 + \beta); \ \varphi_{ув2} = \frac{\dot{y}_2}{x_2} - (\alpha_2 + \beta). \qquad (9.2)$$

Скорости переднего и заднего мостов выразим через скорость центра масс трактора. Для этого определим координаты середин каждого из мостов при известных координатах центра масс x_c и y_c:

$$x_1 = x_c + a\cos\beta \approx x_c + a; \quad x_2 = x_c - b\cos\beta \approx x_c - b;$$
$$y_1 = y_c + a\sin\beta \approx y_c + a\beta; \quad y_2 = y_c - b\sin\beta \approx y_c - b\beta.$$

Продифференцировав эти выражения, получим значения составляющих абсолютных скоростей переднего и заднего мостов трактора, направленные вдоль осей координат неподвижной системы:

$$\dot{x}_1 = \dot{x}_c; \quad \dot{x}_2 = \dot{x}_c;$$
$$\dot{y}_1 = \dot{y}_c + a\dot{\beta}; \quad \dot{y}_2 = \dot{y}_c - b\dot{\beta}.$$

Подставляя эти значения скоростей в выражения (9.2), получаем выражения для определения углов увода середин переднего и заднего мостов:

$$\varphi_{ув1} = \frac{\dot{y}_с + a\dot{\beta}}{\upsilon} - (\alpha_1 + \beta);\ \varphi_{ув2} = \frac{\dot{y}_с - b\dot{\beta}}{\upsilon} - (\alpha_2 + \beta). \quad (9.3)$$

Подставив выражения (9.3) для углов увода в систему исходных уравнений (9.1), получим

$$\begin{cases} m\ddot{y}_с + \dfrac{k_{ув1} + k_{ув2}}{\upsilon}\dot{y}_с + \dfrac{ak_{ув1} - bk_{ув2}}{\upsilon}\dot{\beta} - [(F_{к1} - F_{спр1}) + \\ +(F_{к2} - F_{спр2}) - F_{кр} + k_{ув1} + k_{ув2}]\beta = (F_{к1} - F_{спр1})\alpha_1 + \\ +(F_{к2} - F_{спр2})\alpha_2 - F_{кр}\gamma - k_{ув1}\alpha_1 - k_{ув2}\alpha_2; \\ \dfrac{ak_{ув1} - bk_{ув2}}{\upsilon}\dot{y}_с + J\ddot{\beta} + \dfrac{a^2k_{ув1} - b^2k_{ув2}}{\upsilon}\dot{\beta} - (ak_{ув1} - bk_{ув2})\beta = \\ = a(F_{к1} - F_{спр1})\alpha_1 - b(F_{к2} - F_{спр2})\alpha_2 + (l_{кр} + b)F_{кр}\gamma - M_с. \end{cases} \quad (9.4)$$

Для определения устойчивости движения трактора в соответствии с теорией Ляпунова необходимо составить уравнения возмущенного движения и исследовать корни его характеристического уравнения.

Возмущенное движение описывается относительно невозмущенного движения таким же дифференциальным уравнением, как и (9.4), но без свободного члена. Оно называется уравнением возмущения. Таким образом, система уравнений возмущенного движения трактора имеет вид

$$\begin{cases} m\ddot{y}_с + \dfrac{k_{ув1} + k_{ув2}}{\upsilon}\dot{y}_с + \dfrac{ak_{ув1} - bk_{ув2}}{\upsilon}\dot{\beta} - [(F_{к1} - F_{спр1}) + \\ +(F_{к2} - F_{спр2}) - F_{кр} + k_{ув1} + k_{ув2}]\beta = 0; \\ \dfrac{ak_{ув1} - bk_{ув2}}{\upsilon}\dot{y}_с + J\ddot{\beta} + \dfrac{a^2k_{ув1} - b^2k_{ув2}}{\upsilon}\dot{\beta} - (ak_{ув1} - bk_{ув2})\beta = 0. \end{cases} \quad (9.5)$$

Получена система линейных однородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Частное решение таких уравнений отыскивают в форме

$$x_i = A_i e^{\lambda t}, \qquad (9.6)$$

где λ, A_i — постоянные числа.

Поскольку система уравнений (9.5) должна иметь решение, отличное от нуля, определитель этой системы должен равняться нулю:

$$\begin{vmatrix} \dfrac{ak_{\text{ув}1} - bk_{\text{ув}2}}{\upsilon}\lambda[(F_{\text{к}1} - F_{\text{спр}1}) + m\lambda + \dfrac{k_{\text{ув}1} + k_{\text{ув}2}}{\upsilon}\lambda + \\ + (F_{\text{к}2} - F_{\text{спр}2}) + F_{\text{кр}} + k_{\text{ув}1} + k_{\text{ув}2}]; \\ \dfrac{ak_{\text{ув}1} - bk_{\text{ув}2}}{\upsilon}\lambda J\lambda^2 + \dfrac{a^2k_{\text{ув}1} + b^2k_{\text{ув}2}}{\upsilon}\lambda - ak_{\text{ув}1} - bk_{\text{ув}2} \end{vmatrix} = 0.$$

Раскрывая определитель системы уравнений (9.5), получаем характеристическое уравнение

$$\lambda(a_0\lambda^3 + a_1\lambda^2 + a_2\lambda + a_3\lambda) = 0, \qquad (9.7)$$

где

$$a_0 = mJ;\ a_1 = \frac{J_1k_{\text{ув}1} + J_1k_{\text{ув}2}}{\upsilon};$$

$$a_2 = \frac{L^2k_{\text{ув}1}k_{\text{ув}2}}{\upsilon^2} - m(ak_{\text{ув}1} - bk_{\text{ув}2});$$

$$a_3 = \frac{ak_{\text{ув}1} + bk_{\text{ув}2}}{\upsilon}[(F_{\text{к}1} - F_{\text{спр}1}) + (F_{\text{к}2} - F_{\text{спр}2}) - F_{\text{кр}}];$$

J_1, J_2 — моменты инерции трактора относительно вертикальной оси, проходящей через середины переднего и заднего мостов соответственно.

Как указывалось ранее, если корни характеристического уравнения отрицательные вещественные или комплексные с отрицательной вещественной частью, то правые части выражений (9.6), а значит, и возмущения будут с течением времени уменьшаться и при $t \to \infty$ стремиться к нулю.

При отрицательных вещественных корнях изменения отклонения трактора от заданного направления движения в функции времени соответствуют кривой *1* (рис. 9.2, *а*). При

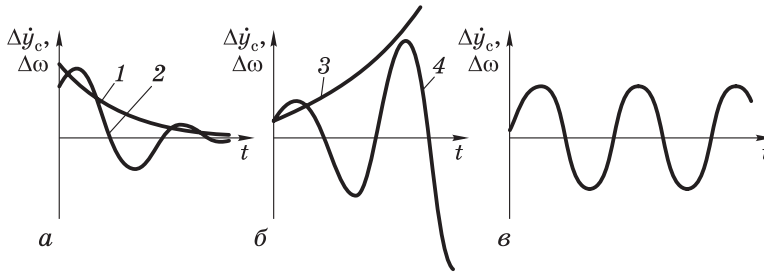

Рис. 9.2. Характер изменения параметра после его возмущения: *а* — устойчивое движение; *б* — неустойчивое движение; *в* — движение на грани устойчивости

паре комплексных корней с отрицательной вещественной частью процесс происходит в соответствии с кривой *2* (рис. 9.2, *а*). В обоих случаях движение трактора устойчиво, так как, хотя и различным образом, отклонение параметров движения от исходных значений с течением времени уменьшается до нуля.

Переходный процесс при наличии вещественного положительного корня характеризуется кривой *3*, а для пары комплексных сопряженных корней уравнения (9.7) с положительной вещественной частью — кривой *4* (рис. 9.2, *б*). Если среди корней уравнения (9.7) имеется пара комплексных корней с вещественной частью, равной нулю, то колебания отклонения являются незатухающими с постоянной амплитудой (рис. 9.2, *в*). В этом случае движение находится на грани устойчивости, но поскольку возникшие колебания не затухают, оно считается неустойчивым.

Таким образом, необходимым и достаточным условием устойчивого движения трактора является наличие отрицательной вещественной части в корнях характеристического уравнения (9.7), полученного для системы уравнений возмущенного движения. Согласно теореме Гурвица, сказанное обеспечивается, если коэффициенты характеристического уравнения будут положительны: $a_0 > 0$; $a_1 > 0$; $a_2 > 0$; $a_3 > 0$ — и для уравнения третьей степени выполняется неравенство

$$a_1 a_2 - a_0 a_3 > 0. \qquad (9.8)$$

Однако уравнение (9.7) имеет один нулевой корень, что характеризует неустойчивость трактора относительно неподвижной системы координат. Это означает, что возмущения могут привести к неограниченному изменению выходных параметров трактора, который без корректировки его движения водителем не вернется на заданную траекторию.

Коэффициент a_0 всегда положителен. Условие $a_1 > 0$ выполняется при движении трактора передним ходом и $\upsilon > 0$. Третье условие $a_2 > 0$ выполняется, если

$$k_{\text{ув}2} b > k_{\text{ув}1} a\,. \tag{9.9}$$

При выполнении условия (9.9) последний коэффициент a_3 характеристического уравнения положителен только при движении трактора по инерции ($F_{\text{к}1} = 0$; $F_{\text{к}2} = 0$) либо в тормозном ($F_{\text{к}1} < 0$; $F_{\text{к}2} < 0$) или установившемся режимах ($F_{\text{к}1} - F_{\text{спр}1} + F_{\text{к}2} - F_{\text{спр}2} - F_{\text{кр}} = 0$). Раскрывая неравенство (9.8), получаем

$$\frac{(J_1 k_{\text{ув}1} - J_2 k_{\text{ув}2}) L^2 k_{\text{ув}1} k_{\text{ув}2}}{\upsilon^2} - m(a k_{\text{ув}1} - b k_{\text{ув}2}) - \{J_1 k_{\text{ув}1} - J_2 k_{\text{ув}2} + J[(F_{\text{к}1} - F_{\text{спр}1}) + (F_{\text{к}2} - F_{\text{спр}2}) - F_{\text{кр}}]\} > 0. \tag{9.10}$$

При соблюдении условия (9.8) неравенство (9.10) выполняется, если: 1) выражение в квадратных скобках равно нулю (установившийся режим движения); 2) выражение в квадратных скобках положительно (ускоренное движение, например, разгон трактора); 3) в тормозном режиме при соблюдении условия

$$F_{\text{к}1} + F_{\text{к}2} + F_{\text{спр}1} + F_{\text{спр}2} + F_{\text{кр}} < \frac{J_1 k_{\text{ув}1} - J_2 k_{\text{ув}2}}{J}.$$

Следовательно, условия $a_3 > 0$ и неравенство (9.10) полностью совпадают только при установившемся режиме движения машинно-тракторного агрегата, т.е. только в режиме установившегося движения обеспечивается устойчивое движение трактора. При разгоне и торможении возможно нарушение условий $a_3 > 0$ или неравенства (9.10). Это означает, что имеется критическая скорость поступательного движения, которую определим из неравенства (9.10):

$$v_{кр} = \sqrt{\frac{L^2 k_{ув1} k_{ув2}}{m(a k_{ув1} - b k_{ув2})}} \times$$

$$\times \sqrt{\frac{J_1 k_{ув1} - J_2 k_{ув2}}{J_1 k_{ув1} - J_2 k_{ув2} + J[(F_{к1} - F_{спр1}) + (F_{к2} - F_{спр2}) - F_{кр}]}} . \quad (9.11)$$

При установившемся движении и невыполнении условия (9.9) выражение для критической скорости упрощается и принимает вид

$$v_{кр} = \sqrt{\frac{L^2 k_{ув1} k_{ув2}}{m(a k_{ув1} - b k_{ув2})}} .$$

При движении со скоростью выше критической трактор неустойчив. Из формулы (9.11) видно, что с ухудшением почвенно-дорожных условий (увеличиваются силы тяги ведущих мостов, силы сопротивления их движению, усилие на крюке, уменьшаются коэффициенты сопротивления боковому уводу) критическая скорость движения снижается. К снижению критической скорости приводит и увеличение тяговых усилий мостов. Такие условия возникают при ускоренном движении в момент трогания и разгона тракторного агрегата, особенно при резком отпускании педали сцепления, наличии зазора в сцепном устройстве, а также во время совершения маневра.

Комплексным оценочным критерием устойчивости прямолинейного движения трактора при выполнении рабочих и транспортных операций является средняя угловая скорость поворота рулевого колеса

$$\omega_{р.к} = 2\theta_0 \gamma,$$

где θ_0 — средний угол поворота рулевого колеса,

$$\theta_0 = \frac{1}{t_1 - t_0} \int_{t_0}^{t_1} |\theta_0| dt ;$$

$t_1 - t_0$ — рассматриваемый промежуток времени; γ — частота поворота рулевого колеса,

$$\gamma = p / [2(t_1 - t_0)]$$

(здесь p — число экстремумов функции $\theta = f(t)$, превышающих 3°).

Средняя угловая скорость поворота рулевого колеса не должна превышать 0,1 рад/с при условии выполнения требований агротехники.

Итак, колесный трактор является неустойчивой машиной относительно неподвижной системы координат, т.е. при отклонении трактора от заданного направления требуется корректировка его движения водителем. Трактор будет двигаться устойчиво при выполнении условия (9.9), которое зависит от конструктивных и эксплуатационных факторов. Однако это условие не является достаточным. Для обеспечения устойчивого движения трактора, кроме выполнения условия (9.9), необходимо выполнение неравенств $a_3 > 0$ и (9.10). Невыполнение хотя бы одного из них свидетельствует о наличии критической скорости, которую определяют по выражению (9.11). Для обеспечения устойчивого движения в этом случае скорость трактора не должна превышать критическую. Устойчивость его движения снижается при ускоренном движении, торможении, ухудшении почвенно-дорожных условий.

9.3. Устойчивость трактора против заноса

В качестве предельного случая потери устойчивости движения рассмотрим случай бокового скольжения колес моста или бокового заноса. При некоторых условиях движения трактора внешнее возмущающее воздействие может быть таким, что силы, действующие на колеса, не только вызовут увод всех колес, но и приведут к боковому скольжению одного или обоих мостов, т.е. к заносу трактора. Поскольку колеса при заносе движутся в боковом направлении, влиянием увода на характеристики криволинейного движения можно пренебречь.

Занос вызывается следующими основными причинами: нормальной составляющей силы инерции при повороте и неравенством касательных реакций, действующих на колеса

одного моста. В последнем случае наиболее вероятно возникновение заноса при торможении, когда касательные усилия на колесах приближаются к силам сцепления или достигают их.

В общем случае одновременное скольжение колес переднего и заднего мостов маловероятно. Обычно занос обусловлен началом бокового скольжения одного из мостов. Боковое скольжение переднего моста не представляет такой опасности, как боковое скольжение заднего моста, потому что оно быстро устраняется действием нормальной составляющей силы инерции трактора.

Пусть в результате действия внешней боковой силы $F_б$, приложенной в центре масс трактора, движущегося без нагрузки на крюк, передний мост начал скользить в сторону со скоростью v_{1y} (рис. 9.3, *а*). При этом боковое перемещение заднего моста отсутствует и он перемещается со скоростью v, направленной вдоль продольной оси трактора. Поскольку скорость переднего моста v_1 направлена под некоторым углом к продольной оси, трактор начнет двигаться по криволинейной траектории с мгновенным центром поворота, расположенным на пересечении нормалей к векторам этих скоростей в точке O. В результате криволинейного движения появляется центробежная сила, нормальная составляющая которой направлена в сторону, противоположную действию внешней

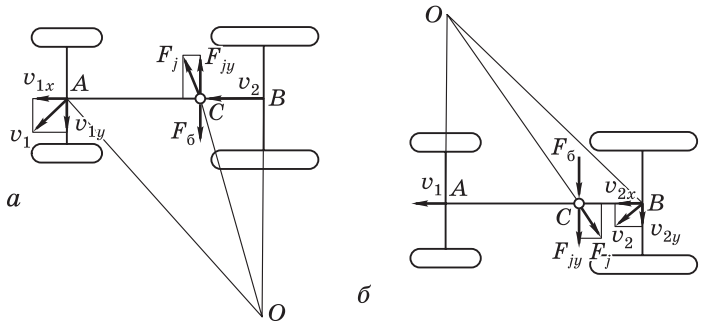

Рис. 9.3. Схема сил и скоростей при заносе трактора:
а — занос уменьшается; *б* — занос увеличивается

боковой силы, вызвавшей занос. Таким образом, возникшая центробежная сила препятствует развитию заноса переднего моста, поэтому он не опасен.

Если под действием боковой силы начал скользить задний мост (рис. 9.3, *б*), то нормальная составляющая силы инерции, возникающей при криволинейном движении трактора, направлена в сторону действия внешней боковой силы. В этом случае занос заднего моста прогрессивно увеличивается. Его можно прекратить, если поворачивать передние управляемые колеса в сторону заноса. При этом вследствие увеличения радиуса кривизны траектории движения трактора сила инерции уменьшится. Поворотом управляемых колес на угол, больший, чем угол между направлениями скоростей середин переднего и заднего мостов, перемещаем мгновенный центр поворота на другую сторону от продольной оси трактора. Нормальная составляющая силы инерции также изменит направление и будет действовать против внешней боковой силы, уменьшая занос заднего моста. При большем угле поворота управляемых колес может возникнуть занос в обратную сторону.

Итак, занос заднего моста при движении трактора без нагрузки на крюке создает опасную ситуацию, которая может привести к аварии. Поэтому при исследовании устойчивости трактора к заносу основное внимание следует обращать на устойчивое движение (отсутствие заноса) заднего моста.

Занос одного из мостов наступает тогда, когда суммарная реакция R_i сил, действующих в пятне контакта обоих колес моста, будет равна силе их сцепления φG_i с опорной поверхностью:

$$R_i^2 = (\varphi G_i)^2 = F_{\text{к}i}^2 + F_{\text{б}i}^2,$$

где G_i — вертикальная нагрузка i-го моста.

Из этого условия можно определить допустимую боковую силу, действующую на мост при известных вертикальной нагрузке на него, силе тяги, развиваемой мостом, и силе сопротивления его движению:

$$F_{\text{б.доп}} = \sqrt{(\varphi G)^2 - F_{\text{к}}^2}. \qquad (9.12)$$

Следовательно, для определения условия устойчивого движения трактора к заносу на повороте необходимо знать вертикальную реакцию моста и соотношение между касательными и боковой силами.

Вертикальные реакции мостов определяются по формулам (7.36). Боковые силы, действующие на передний и задний мосты при неустановившемся криволинейном движении трактора, определим из уравнения моментов относительно середин каждого из мостов:

$$F_{б1}L\cos\alpha_1 + (F_{к1} - F_{спр1})L\sin\alpha_1 - \frac{mv^2}{R}b - M_с - (J + mb^2)\dot{\omega} -$$

$$-l_{кр}F_{кр}\sin\gamma - \Delta F_1\frac{B}{2} \pm eF_{кр}\cos\gamma = 0;$$

$$F_{б2}L\cos\alpha_2 + (F_{к2} - F_{спр2})L\sin\alpha_2 - \frac{mv^2}{R}b - M_с - (J + ma^2)\dot{\omega} +$$

$$+(L + l_{кр})F_{кр}\sin\gamma + \Delta F_2\frac{B}{2} \pm eF_{кр}\cos\gamma = 0,$$

где m — масса трактора; $\Delta F_i = (F'_{кi} - F'_{спрi})\cos\alpha'_i - (F''_{кi} - F''_{спрi})\cos\alpha''_i$ — разность касательных реакций на колесах одного моста; e — смещение точки прицепа относительно продольной оси трактора.

Решая полученные уравнения относительно боковых сил, находим

$$F_{б1} = \frac{M_с + (J + mb^2)\dot{\omega} + \Delta F_1 0{,}5B + l_{кр}F_{кр}\sin\gamma e \pm F_{кр}\cos\gamma}{L\cos\alpha_1} -$$

$$-(F_{к1} - F_{спр1})\mathrm{tg}\alpha_1 + \frac{mbv^2}{RL\cos\alpha_1}; \qquad (9.13)$$

$$F_{б2} = \frac{M_с + (J + ma^2)\dot{\omega} + \Delta F_2 0{,}5B + (L + l_{кр})F_{кр}\sin\gamma e \pm F_{кр}\cos\gamma}{L\cos\alpha_2} -$$

$$-(F_{к2} - F_{спр2})\mathrm{tg}\alpha_2 + \frac{mbv^2}{RL\cos\alpha_2}. \qquad (9.14)$$

Для того чтобы трактор не потерял устойчивость движения при заносе заднего моста, необходимо соблюдение условия

$$F_{б2} < F_{б2доп}. \qquad (9.15)$$

Как отмечалось в главе 7, боковая сила на заднем мосту направлена к центру поворота, если нагрузка на крюк незначительна или равна нулю, а скорость движения на повороте высокая. Решающую роль в этом случае выполняет нормальная составляющая силы инерции. Тогда, решая неравенство (9.15) с учетом формул (9.12) и (9.14), определяем предельную скорость криволинейного движения трактора по условию отсутствия заноса заднего моста при равенстве касательных усилий ($\Delta F_2 = 0$) колес заднего моста и отсутствии нагрузки на крюк ($F_{кр} = 0$):

$$\upsilon_{пр}^2 = \frac{R}{ma}[L\cos\alpha_2\sqrt{(\varphi G_2)^2 - (F_{к2} - F_{спр2})} -$$

$$-L(F_{к2} - F_{спр2})\sin\alpha_2 + M_с + (J + ma^2)\dot{\omega}]. \qquad (9.16)$$

Уменьшение радиуса поворота (увеличение среднего угла поворота управляемых колес) и увеличение касательной силы тяги заднего моста уменьшают предельную скорость при криволинейном движении трактора по условию отсутствия заноса заднего моста.

Боковая сила на заднем мосту направлена от центра поворота, если нагрузка на крюке значительна, а скорость мала. В этом случае основное значение имеет нормальная составляющая усилия на крюке, причем задний мост при скольжении будет двигаться к центру поворота. Решая неравенство (9.15) с учетом формул (9.12) и (9.14), определяем предельную нормальную составляющую усилия на крюке ($\upsilon \approx 0$, равномерное распределение касательных усилий между колесами заднего моста и симметричное приложение усилия на крюке):

$$(F_{кр}\sin\gamma)_{пр} = \frac{1}{L + l_{кр}}\Big[L\cos\alpha_2\sqrt{(\varphi G_2)^2 - (F_{к2} - F_{спр2})^2} +$$

$$+ L(F_{к2} - F_{спр2})\sin\alpha_2 - M_с - (J + ma^2)\dot{\omega}\Big]. \qquad (9.17)$$

Увеличение вылета точки прицепа $l_{кр}$ и угла поворота управляемых колес снижает возможность трактора двигаться на повороте с нагрузкой на крюке без бокового скольжения заднего моста. Наличие задних управляемых колес несколько повышает предельную нормальную составляющую тягового усилия по условию отсутствия бокового скольжения заднего моста, т.е. в одинаковых эксплуатационных условиях трактор со всеми управляемыми колесами может двигаться на повороте с большей нагрузкой на крюке, чем трактор только с передними управляемыми колесами.

Предельные скорости движения и нормальную составляющую усилия на крюке по условиям отсутствия заноса переднего моста определяют аналогично из условия $F_{б1} < F_{б1доп}$ с учетом формул (9.12) и (9.13).

При торможении на криволинейном участке при неравенстве касательных усилий на колесах заднего моста условием движения заднего моста без заноса является неравенство (9.15), из которого можно определить предельную разницу касательных усилий на колесах заднего моста:

$$\Delta F_{2пр} = \frac{2}{B}\Big[L\cos\alpha_2 \sqrt{(\varphi G_2)^2 - (F_{т2} - F_{спр2})^2} +$$

$$+L(F_{т2} - F_{спр2})\sin\alpha_2 + (L + l_{кр})F_{кр}\sin\gamma + M_с - \frac{mv^2}{R} - (J + ma^2)\dot{\omega}\Big],$$

где $F_{т2}$ — суммарное тормозное усилие, развиваемое задним мостом.

Из этой формулы видно, что увеличение ширины колеи, угла поворота задних управляемых колес, скорости и углового ускорения ведет к уменьшению допустимой разницы касательных усилий на колесах по условию отсутствия заноса заднего моста.

При торможении на прямолинейном участке движения ($a_2 = 0$, $\gamma = 0$, $M_с = 0$, $\dot{\omega} = 0$, $R = \infty$) и неравномерном распределении тормозных усилий между колесами заднего моста условием движения без заноса заднего моста является следующее выражение:

$$\Delta F_{2пр} < \frac{2}{B}\sqrt{(\varphi G_2)^2 - (F_{т2} + F_{спр2})^2}\,.$$

Таким образом, занос трактора при криволинейном движении без нагрузки на крюке вызывается нормальной составляющей силы инерции, а с нагрузкой на крюке — нормальной составляющей усилия. В случае неравномерного распределения тормозных усилий между колесами заднего моста занос трактора может наступить как при криволинейном, так и при прямолинейном движении.

Наиболее опасным является занос заднего моста, так как он может вызвать аварийную ситуацию; скольжение заднего моста под действием нормальной составляющей усилия на крюке к центру поворота приводит к потере поворачиваемости трактора.

9.4. Устойчивость движения управляемых колес

Косвенное влияние на устойчивость движения машины оказывают колебания колес. Наиболее подвержены колебаниям управляемые колеса, так как по сравнению с неуправляемыми они имеют дополнительную степень свободы — поворот вокруг шкворня. Кроме того, управляемые колеса связаны между собой рулевой трапецией, обладающей податливостью, демпфированием и имеющей зазоры.

Причинами, вызывающими колебания управляемых колес, могут быть их наезды на неровности, дисбаланс колес и наличие двойной связи с остовом машины через систему рулевого управления и крепления балки управляемого моста. При наезде колеса на неровность возникает реакция, создающая момент относительно оси шкворня, что вызывает поворот управляемых колес на некоторый угол. Этому противодействуют силы сцепления колеса с дорогой, упругость и трение в рулевом управлении, гироскопические моменты, возникающие в процессе изменения положения вращающихся колес и балки управляемого моста.

Вследствие того что управляемый мост является колебательной системой, при действии на него периодических или

случайных возмущений возникают колебания его масс. Амплитуда колебаний зависит от амплитуды возмущения, а также собственных колебаний и характера их затухания в системе. Наибольшей интенсивность колебаний становится тогда, когда частота возмущения близка к частоте собственных колебаний (резонансная зона).

Дисбаланс вращающегося колеса приводит к появлению центробежной силы, которую можно разложить на две составляющие. Первая направлена вдоль горизонтальной оси, расположенной в плоскости вращения колеса, и стремится повернуть колесо относительно оси шкворня, а вторая — вертикальная — составляющая стремится наклонить его в поперечной вертикальной плоскости. В обоих случаях возникают гироскопические моменты, противодействующие поворотам колеса. В процессе качения колеса значение и направление составляющих центробежной силы изменяются, поэтому колесо совершает сложные движения в пространстве. При колебаниях колес вокруг шкворней может оказаться, что силы от неуравновешенных масс действуют в одной плоскости с управляемым мостом, но направлены в противоположные стороны. Тогда возникают колебания моста вместе с колесами в вертикальной плоскости и колебания колес вокруг шкворней.

Колебания колес могут возникать также вследствие того, что радиальная (нормальная) жесткость шин по окружности оказывается неодинаковой. При качении такой шины колесо начинает колебаться в вертикальной плоскости. Подобные колебания, возникающие вследствие изменения параметров колебательной системы (в данном случае радиальной жесткости шины), называют параметрическими. Однако амплитуды параметрических колебаний колес невелики по причине наличия внутреннего трения и относительно небольшого изменения жесткости шины.

В некоторых условиях могут начаться колебательные процессы в системе рулевого управления с гидроусилителем. При этом переменные усилия передаются на управляемые колеса, вызывая также их колебания.

Все это может вызывать угловые перемещения колес, ко-

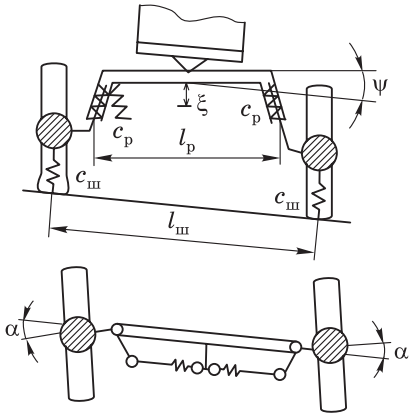

Рис. 9.4. Расчетная схема управляемого моста

торые при хаотическом характере называют вилянием, а при закономерном — колебаниями. При колебаниях колес возникают дополнительные силы, которые могут передаваться на остов и вызывать его колебания. Однако колебания остова имеют малые амплитуды и практически не сказываются на характеристиках движения трактора. Если при колебаниях колес возникает их проскальзывание по опорной поверхности, то может измениться направление движения трактора, т.е. ухудшаются устойчивость движения и управляемость машины.

Управляемый мост универсально-пропашных тракторов представляет собой динамическую систему, включающую массы, связанные упругими элементами: шинами, рессорами и рулевыми тягами (рис. 9.4). При движении трактора возможны следующие перемещения масс моста: вертикальное в вертикально-поперечной плоскости; угловое перемещение балки моста в вертикально-поперечной плоскости; угловое перемещение колес относительно шкворней в горизонтальной плоскости. Наибольшее влияние на управляемость и устойчивость трактора оказывают угловые колебания балки моста с колесами по координате ψ и угловые колебания колес по координате α.

Одной из характеристик динамических систем являются частоты собственных колебаний. Частота собственных угловых колебаний моста в вертикально-поперечной плоскости

$$\omega_\psi = \sqrt{c_\psi / J_\psi}, \qquad (9.18)$$

где c_ψ — коэффициент угловой жесткости; J_ψ — момент инерции моста относительно оси качания.

Коэффициент угловой жесткости подвески колес в вертикально-поперечной плоскости

$$c_{\psi} = \frac{1}{2}(c_{\text{р}} l_{\text{р}}^2 + c_{\text{ш}} l_{\text{ш}}^2),$$

где $c_{\text{р}}$, $c_{\text{ш}}$ — коэффициенты жесткости рессоры и шины соответственно; $l_{\text{р}}$, $l_{\text{ш}}$ — ширина рессорной базы и колеи.

Тогда

$$\omega_{\psi} = \sqrt{\frac{c_{\text{р}} l_{\text{р}}^2 + c_{\text{ш}} l_{\text{ш}}^2}{2J_{\psi}}}.$$

Следовательно, при снижении жесткости рессор и шин, а также увеличении момента инерции управляемого моста частота его собственных колебаний в вертикально-поперечной плоскости уменьшается.

Частота собственных колебаний колес относительно осей шкворней (виляние) может быть найдена по выражению (9.18). В данном случае под J нужно понимать момент инерции колес и связанных с ними деталей относительно осей шкворней. Коэффициент угловой жесткости привода c_{α} может быть определен как отношение момента M_{α}, необходимого для поворота колес на угол α, к этому углу. Момент M_{α} зависит не только от упругости тяг, но и от стабилизирующего момента, обусловленного наклоном шкворня и уводом шин. Поскольку последний зависит от скорости движения, частота собственных колебаний колес в продольной плоскости также зависит от скорости трактора.

Вынужденные колебания масс в динамической системе возникают тогда, когда на нее действует периодическое внешнее возмущение. У автоколебательных или самовозбуждающихся систем внешнее возмущение становится периодическим только при наличии колебаний в системе. Если в автоколебательной системе колебания не возникают, то внешнее возмущение будет оставаться постоянным.

Автоколебания управляемых колес вызывают большие динамические нагрузки на детали рулевого управления, интенсивное изнашивание шин и приводят к потере трактором управляемости и устойчивости движения. Одной из основных

причин возникновения автоколебаний управляемых колес является наличие гироскопической связи между угловыми колебаниями балки управляемого моста в поперечной плоскости и поворотом колес этого моста относительно шкворней.

Рассмотрим физическую сущность процессов, происходящих при автоколебаниях управляемых колес. При движении трактора его колеса можно рассматривать как вращающиеся гироскопы. При случайном повороте управляемых колес вокруг шкворней на угол α (см. рис. 9.4) возникает гироскопический момент $M_{г1} = J_к \omega_к \dot{\alpha}$ (здесь $J_к$, $\omega_к$ — соответственно момент инерции и угловая скорость колеса). Под действием этого момента управляемый мост повернется в вертикальной плоскости на угол ψ, а в горизонтальной плоскости появится гироскопический момент $M_{г1} = J_к \omega_к \psi$, увеличивающий угол поворота управляемых колес. Таким образом, поворот управляемых колес вызовет перекос балки управляемого моста, который, в свою очередь, увеличит поворот управляемых колес.

Вследствие поворота моста в вертикальной плоскости динамический радиус одного из колес уменьшится, а другого — увеличится. В первом случае продольная реакция опорной поверхности увеличивается, поскольку возрастает сила сопротивления качению и уменьшается радиус качения колеса. Увеличение продольной реакции при уменьшении радиуса качения колеса объясняется тем, что при постоянной скорости движения трактора с уменьшением радиуса качения колеса должна увеличиться его угловая скорость, т.е. оно должно получить угловое ускорение. Изменение касательных реакций опорной поверхности приводит к появлению дополнительного момента, который поворачивает управляемые колеса в горизонтальной плоскости, а вследствие гироскопической связи — и в вертикальной плоскости на некоторый угол. При этом происходит дополнительная деформация рулевого привода, подвески и шин. Когда поворачивающий момент становится равным моменту сопротивления, угловая скорость поворота моста в вертикальной плоскости равна нулю и колеса начинают движение в сторону положения равновесия.

Поскольку в упругих элементах подвески и рулевого привода произошло накопление потенциальной энергии, мост проходит положение равновесия и происходит поворот колеса в противоположную сторону при одновременном уменьшении его радиуса. Это, в свою очередь, приводит к появлению момента сопротивления, «доворачивающего» в ту же сторону управляемый мост. После того как момент сопротивления становится равным моменту упругих сил в подвеске, шинах и рулевом приводе, процесс повторяется. Следовательно, при автоколебаниях управляемых колес возникает переменное по значению и направлению сопротивление, поддерживающее колебания колес на определенном уровне.

При расчетных исследованиях автоколебаний принимают следующие допущения: подрессоренная масса трактора колебаний не совершает, трактор движется с постоянной скоростью, вертикальные и угловые перемещения моста в вертикальной плоскости не связаны, рулевое колесо в процессе колебаний колес неподвижно, а колебания колес вокруг шкворней происходят вследствие упругости рулевого управления.

Установлено, что при уменьшении жесткости подвески, шин и привода, увеличении масс колес, увеличении скорости движения трактора возрастает амплитуда колебаний колес. Поскольку явление автоколебаний управляемых колес вызвано гироскопической связью угловых колебаний моста в вертикально-поперечной плоскости, устранение этого нежелательного явления обеспечивается применением таких типов подвесок, в которых деформация упругих элементов не приводит к изменению положения плоскости вращения колес.

Таким образом, конструктивные особенности управляемого моста универсально-пропашных тракторов и условия эксплуатации могут вызвать колебания управляемых колес, которые затем поддерживаются благодаря энергии двигателя, ухудшая управляемость и устойчивость движения машины.

9.5. Устойчивость машины к опрокидыванию

Опрокидывание — вращательное движение трактора относительно некоторой оси, называемой осью опрокидывания.

Ось опрокидывания — прямая, около которой возможен поворот трактора в вертикальной плоскости на некоторый угол. Возможность поворота машины относительно оси, лежащей в поперечной плоскости трактора, связывается с определением его продольной устойчивости к опрокидыванию. Возможность поворота относительно оси, расположенной в продольной плоскости машины, зависит от его поперечной устойчивости.

Опрокидывание — это такой поворот машины вокруг оси опрокидывания, при котором достигается соотношение

$$M_{\text{опр}} > M_{\text{стаб}},$$

где $M_{\text{опр}}$ — опрокидывающий момент; $M_{\text{стаб}}$ — момент сил, стремящихся вернуть трактор в исходное положение. При этом опрокидыванию соответствует такое поднятие движителя над опорной поверхностью, при котором угол крена остова достигает предельного значения и дальнейшее его движение в направлении крена под действием силы тяжести и инерции становится необратимым.

Рассмотрим устойчивость трактора подробнее. Главными критериями устойчивости трактора против опрокидывания являются характеристики его геометрических параметров и расположение центра масс относительно движителя, определяющие границы статической устойчивости при помощи так называемых предельных углов (подъема α_{lim}, спуска α'_{lim}, бокового крена β_{lim}). При расположении трактора на наклонной опорной поверхности, соответствующей одному из предельных углов, возникает опрокидывание под действием только сил тяжести. Если учитывать влияние и других сил, кроме силы тяжести, то следует иметь в виду критические углы, характеризующие в рассматриваемом случае начало опрокидывания.

Продольная устойчивость против опрокидывания вперед или назад — свойство трактора сопротивляться опрокидывающему движению вокруг поперечной оси опрокидывания. Началу опрокидывания предшествует перераспределение опорных реакций между мостами трактора и равенство нулю одной из них. Предельное положение возникает в момент вращения, когда вектор силы тяжести пройдет через ось возможного опрокидывания.

Наибольший угол подъема, при котором заторможенный трактор может стоять, не опрокидываясь, называют предельным статическим углом подъема α_{lim}. Схема сил, действующих в этом случае на колесный трактор, приведена на рис. 9.5.

Скатыванию трактора вниз по склону препятствуют тормозная сила $F_т$ и силы сопротивления качению колес $F_{спр1}$ и $F_{спр2}$. Силы сопротивления качению колес по сравнению с другими силами, действующими на трактор, незначительны, и ими для надежности расчетов пренебрегаем. Из условия равновесия трактора относительно оси опрокидывания O_2 находим предельный угол подъема ($R_{z1} = 0$):

$$\mathrm{tg}\alpha_{lim} = b / h_c,$$

где b, h_c — соответственно, продольная и вертикальная координаты центра масс трактора.

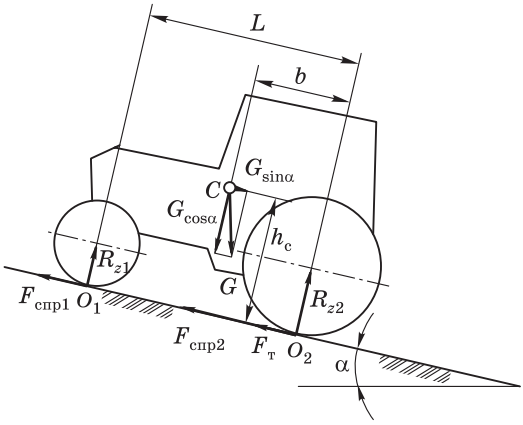

Рис. 9.5. Схема сил, действующих на колесный трактор на подъеме

Если не учитывать силы сопротивления качению колес, то при предельном статическом угле подъема вектор силы тяжести должен проходить через ось опрокидывания O_2.

Предельный статический угол уклона определяем по формуле

$$\mathrm{tg}\alpha'_{\lim} = (L - b)/h_{\mathrm{c}}.$$

Вектор силы тяжести проходит через ось O_1 при предельном статическом угле уклона и без учета силы сопротивления качению колес.

Для универсально-пропашных тракторов $\alpha_{\lim} < 40°$, а $\alpha'_{\lim} < 60°$. Чтобы определить предельные статические углы тракторного агрегата с навесными орудиями, необходимо в приведенных формулах заменить координаты центра масс трактора соответствующими координатами центра масс навесного агрегата:

$$b_{\mathrm{a}} = \frac{bm - b_{\mathrm{м}} m_{\mathrm{м}}}{m + m_{\mathrm{м}}}; \quad h_{\mathrm{a}} = \frac{h_{\mathrm{c}} m - h_{\mathrm{м}} m_{\mathrm{м}}}{m + m_{\mathrm{м}}},$$

где $b_{\mathrm{м}}$, $h_{\mathrm{м}}$ — координаты центра масс навесной машины в транспортном положении; m — масса трактора; $m_{\mathrm{м}}$ — масса навесной машины.

Однако часто колесный трактор, заторможенный на уклоне или подъеме и не теряющий продольной устойчивости, начинает сползать вниз по склону. В этом случае максимальная тормозная сила, которая может быть реализована в данных условиях по сцеплению, недостаточна для его удержания.

Наибольшие углы подъема и уклона, при которых может стоять, не сползая, заторможенный трактор, обозначим α_φ и α'_φ (здесь φ — коэффициент сцепления). Если тормоза установлены, как обычно на тракторах, только на задних колесах, то наибольшие значения углов определяют из условий

$$F_{\mathrm{т}2} = G\sin\alpha_\varphi = \varphi R_{z2} = \varphi\frac{G}{L}[\cos\alpha_\varphi (L - b) + h_{\mathrm{c}} + \sin\alpha_\varphi];$$

$$F_{\mathrm{т}2} = G\sin\alpha'_\varphi = \varphi R'_{z2} = \varphi\frac{G}{L}[\cos\alpha'_\varphi (L - b) + h_{\mathrm{c}} + \sin\alpha'_\varphi].$$

Из полученных выражений видно, что предельный угол уклона α'_{φ} по условию сползания трактора при наличии тормозов только на задних колесах меньше предельного угла подъема. Если тормоза установлены на всех колесах и сцепные свойства колес одинаковы, то максимальная тормозная сила на подъеме и уклоне имеет одинаковое значение $F_{т} = \varphi\, G \cos \alpha_{\varphi}$. В этом случае условия сползания на подъеме и уклоне также одинаковы.

При движении трактора вверх по склону его продольная устойчивость снижается под действием нагрузки на крюке и момента сопротивления качению колее. Однако опрокидывание трактора назад маловероятно, так как потере продольной устойчивости предшествует потеря устойчивости движения и управляемости трактора, вызванная разгрузкой передних управляемых колес.

Из уравнения моментов относительно оси задних колес определяем нормальную реакцию, действующую на передние управляемые колеса, пренебрегая для надежности расчетов моментами сопротивления качению:

$$R_{z1} = \frac{bG}{L}\cos\alpha - \frac{G(h_{с} - r_{д2})}{L}\sin\alpha - \frac{F_{к1} - F_{спр1}}{L} r_{д2} - \\ - \frac{F_{к2} - F_{спр2}}{L} r_{д2} - \frac{F_{кр}(h_{кр} - r_{д2})}{L} - \frac{m(h_{с} - r_{д2})}{L}\dot{v}. \qquad (9.19)$$

Допустимая минимальная нагрузка на направляющие колеса трактора по условию управляемости

$$R_{z1д} = \lambda_{д} R_{z1ст} = \lambda_{д} \frac{bG_{а}}{L}, \qquad (9.20)$$

где $\lambda_{д}$ — коэффициент допустимой разгрузки направляющих колес по условию управляемости; $R_{z1ст}$ — нагрузка на направляющие колеса трактора в статическом положении на горизонтальном участке.

При работе трактора на асфальте и плотной почве может быть принят коэффициент допустимой разгрузки направляющих колес по условию управляемости $\lambda_{д} = 0{,}3...0{,}4$, а при работе на мягких почвах $\lambda_{д} = 0{,}6...0{,}7$.

По уравнению (9.19) определяем нагрузку на направляющие колеса для конкретного случая движения в зависимости от угла склона и сравниваем ее с допустимой нагрузкой на передние управляемые колеса. Для обеспечения работы трактора на более крутом склоне передний мост догружают специальными грузами, вес которых определяют по уравнениям (9.19) и (9.20) как разность между допускаемой и действительной нагрузками.

Предельные углы тракторов с шарнирной рамой, заторможенных на склоне при фиксированном рулевом управлении, определяют по формулам для тракторов с управляемыми колесами, т.е. шарнир рамы в этом случае считается жестким элементом трактора и какие-либо особенности в расчет продольной устойчивости не вносятся.

Предельный статический угол подъема, при котором может стоять, не опрокидываясь, заторможенный гусеничный трактор (рис. 9.6), характеризуется смещением центра давления D к задней кромке гусеницы, а предельный угол уклона — смещением центра давления к ее передней кромке. Составим уравнения равновесия относительно центра давления:

$$G(0{,}5L + a)\cos\alpha_{\lim} - Gh_c \sin\alpha_{\lim} = 0;$$

$$G(0{,}5L - a)\cos\alpha'_{\lim} - Gh_c \sin\alpha'_{\lim} = 0,$$

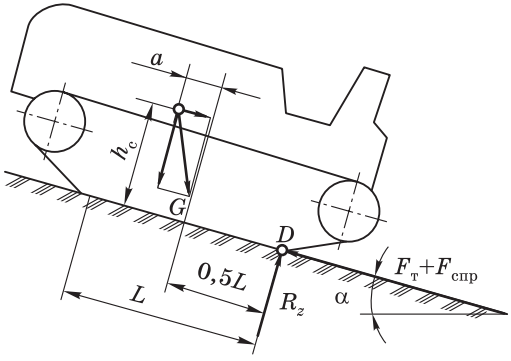

Рис. 9.6. Схема сил, действующих на гусеничный трактор, расположенный на подъеме

откуда

$$\operatorname{tg}\alpha_{\lim} = \frac{0{,}5L + a}{h_{\text{c}}}; \quad \operatorname{tg}\alpha'_{\lim} = \frac{0{,}5L - a}{h_{\text{c}}}. \qquad (9.21)$$

При выводе формул (9.21) так же, как для колесного трактора, пренебрегаем силами сопротивления движению. Продольное опрокидывание гусеничных тракторов происходит весьма редко. Благодаря их высоким сцепным свойствам предельный угол продольной устойчивости в большинстве случаев меньше угла, при котором машина начинает сползать.

Если продольная устойчивость колесных тракторов вследствие разгрузки управляемых колес существенно влияет на их управляемость, то на управляемость гусеничных тракторов перераспределение давления на грунт влияет меньше. Оно больше сказывается на сопротивлении качению и, следовательно, на тяговом КПД трактора.

Поперечная боковая устойчивость против опрокидывания — свойство трактора сопротивляться опрокидыванию вокруг продольной оси опрокидывания. Началу опрокидывания предшествует перераспределение между бортам опорных реакций движителя. Предельное положение возникает в тот момент, когда вертикальная плоскость, проходящая через центр масс, пройдет и через ось опрокидывания. Статическая поперечная устойчивость трактора оценивается по предельному углу склона, когда трактор неподвижен. За ось поперечного опрокидывания колесных тракторов принимают линию, соединяющую центры площадок контактов передних и задних колес одного борта.

Реакции бортов, расположенных вниз $R_{z\text{Н}}$ и вверх $R_{z\text{В}}$ по склону при статическом положении трактора на поперечном склоне под углом α (рис. 9.7), определяют из условия равновесия трактора относительно осей, проходящих через центры контактов колес одного борта:

$$R_{z\text{Н}} = \frac{1}{2}G\cos\beta + \frac{h_{\text{c}}G}{B}\sin\beta; \quad R_{z\text{В}} = \frac{1}{2}G\cos\beta - \frac{h_{\text{c}}G}{B}\sin\beta, \quad (9.22)$$

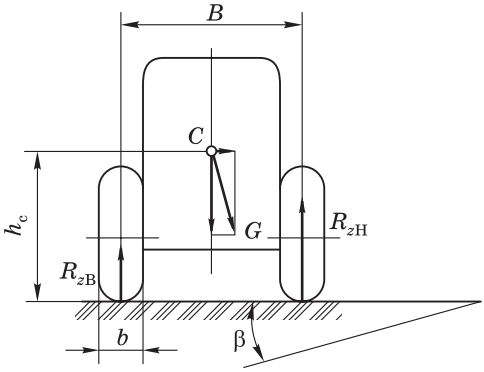

Рис. 9.7. Схема сил, действующих на трактор, расположенный на склоне

где B — ширина колеи трактора; h_c — высота центра масс трактора.

Таким образом, нагрузка на борт, расположенный вниз по склону, увеличивается, а нагрузка на другой борт уменьшается. Перераспределение нормальных реакций между бортами зависит не только от ширины колеи трактора, но и от вертикальной координаты центра масс. Трактор находится в статически критическом состоянии, когда реакция разгруженного борта становится равной нулю, т.е. $R_B = 0$, откуда

$$\operatorname{tg}\beta_{lim} = \frac{1}{2}\frac{B}{h_c}, \qquad (9.23)$$

где β_{lim} — предельный поперечный угол склона.

Поперечная устойчивость трактора с шарнирной рамой рассматривается как устойчивость сочлененной системы. Основное влияние на нее оказывают характер сочленения секций и ограничения их взаимного перемещения, которые зависят от шарнира.

Ограничители, блокирующие шарнир у тракторов с шарнирной рамой, допускают поворот одной секции относительно другой на определенный угол. С момента смыкания упоров трактор с шарнирной рамой можно рассматривать как единое

целое. До замыкания упоров шарнира рамы трактора он рассматривается как сочлененная система.

За ось поперечного опрокидывания гусеничного трактора принимается линия, проходящая через наружную кромку гусеницы. Из условия равновесия трактора относительно оси опрокидывания

$$\left(\frac{1}{2}B+\frac{1}{2}b\right)G\cos\beta = h_{\text{c}}G\sin\beta + R_{z\text{B}}\left(B+\frac{1}{2}b\right),$$

где b — ширина гусеницы, определяем предельный угол поперечного крена склона, при котором гусеничный трактор может находиться в неподвижном состоянии, не опрокидываясь ($R_{z\text{B}} = 0$):

$$\text{tg}\,\beta_{\lim} = \frac{B+b}{2h_{\text{c}}}.$$

При движении неуправляемого трактора по склону возникают сползание и поворот трактора вниз по склону. Разворачивающий момент появляется из-за разницы сопротивлений движению движителей различных бортов, вызванной перераспределением нормальных реакций.

С увеличением угла поперечного крена снижается полезная мощность трактора из-за необходимости корректирования траектории для компенсации сползания и непроизвольного поворота. Отклонения от заданной траектории тем значительнее, чем больше крутизна склона.

Таким образом, при определении устойчивости колесного трактора к опрокидыванию рассчитывают предельный угол склона, на котором заторможенный трактор может находиться, не опрокидываясь, и угол, при котором отсутствует сползание трактора. Совершенство конструкции колесного трактора при движении по склону с нагрузкой на крюке или навесными орудиями в транспортном положении характеризуется не только продольной устойчивостью, но и предельным углом склона, при котором не теряется управляемость. Для гусеничных тракторов определяется только предельный угол склона.

9.6. Динамика торможения поездов

Режимы торможения делят на две категории: экстренные торможения, при которых наблюдается максимально возможная интенсивность торможения, и служебные, или частичные, торможения (интенсивность служебного торможения всегда меньше максимально возможной).

Число экстренных торможений не превышает 5...10 % от общего числа торможений, но именно этот режим определяет безопасность движения в критических ситуациях. В связи с этим нормативы эффективности тормозных систем устанавливают применительно к режиму экстренного торможения.

Для оценки эффективности торможения транспортных средств установлены следующие критерии: тормозной путь $S_т$, проходимый машиной от начала торможения до полной остановки, и максимальное замедление, которое достигается при торможении. Определение этих показателей при заданных начальных условиях и внешних силах является одной из задач прикладной динамики торможения поездов. Как было показано ранее, силы, действующие на трактор, не могут превышать определенного значения по условиям сцепления движителей с опорной поверхностью. Для расчета максимально возможных по сцеплению внешних сил требуется определение реакций в контакте движителя с опорной поверхностью.

Рассмотрим устойчивость движения поездов на примере тракторного поезда. Тракторный поезд представляет собой механическую систему с конечным числом степеней свободы. Поэтому для изучения динамики его торможения применяют общие принципы динамики механических систем. Сложность исследования связана лишь с правильностью оценки существенных степеней свободы и определением сил, действующих на тракторный поезд, т.е. с выбором расчетной схемы.

Рассмотрим прямолинейное движение колесного тракторного поезда в условиях интенсивного торможения. Расчетная схема торможения тракторного поезда приведена на рис. 9.8. В общем случае на тракторный поезд действуют следующие замедляющие силы: тормозные, сопротивления качению, со-

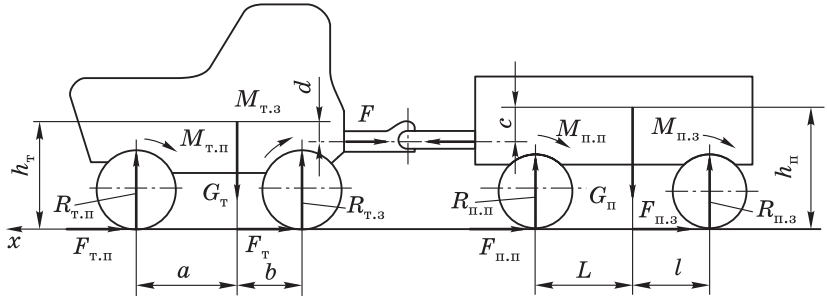

Рис. 9.8. Расчетная схема торможения тракторного поезда

противления воздуха, трения в подшипниках ходовой части и др. Тормозные силы при торможении с полной интенсивностью составляют до 98 % замедляющих сил. Поэтому в дальнейшем будем учитывать только тормозные силы. Допустим, что скольжение колес предельно мало. Тогда в любой момент выполняется условие

$$\omega = \upsilon / r_к, \tag{9.24}$$

где ω — угловая скорость колеса; υ — поступательная скорость центра колеса; $r_к$ — кинематический радиус колеса.

Для составления уравнения движения тракторного поезда воспользуемся уравнением Лагранжа второго рода. Предположим, что сцепка жесткая и беззазорная. Тогда тракторный поезд имеет одну степень свободы, определяемую обобщенной координатой x.

Кинетическую энергию системы найдем по теореме Кенига:

$$E_к = \frac{m_т \dot{x}^2}{2} + \frac{m_п \dot{x}^2}{2} + \sum \frac{J_{тi} \dot{\theta}_{тi}^2}{2} + \sum \frac{J_{пi} \dot{\theta}_{пi}^2}{2},$$

где $m_т$, $m_п$ — масса трактора и прицепа; $J_{тi}$, $J_{пi}$ — моменты инерции колеса трактора и прицепа; $\theta_{тi}$, $\theta_{пi}$ — угловая скорость колеса трактора и прицепа.

Учитывая выражение (9.24), получаем

$$E_к = \frac{(m_{т.пр} + m_{п.пр})\dot{x}^2}{2}, \tag{9.25}$$

где $m_{т.пр} = m_т + \sum J_{тi} / r_{кi}^2$; $m_{п.пр} = m_п + \sum J_{пi} / r_{кi}^2$ — приведенные массы трактора и прицепа.

Обобщенную силу найдем, используя принцип возможных перемещений в обобщенных координатах. Дадим обобщенное возможное перемещение δx в сторону возрастания координаты x. При этом каждое колесо повернется на угол $\delta\theta$. Из выражения (9.24) следует, что

$$\delta\theta = \delta x / r_к.$$

Вычислим работу всех активных сил для одного колеса на возможном перемещении:

$$\delta W = -\frac{M}{r_к}\delta x. \qquad (9.26)$$

В выражении (9.26) отсутствует тормозная сила F, так как она приложена в мгновенном центре скоростей и ее работа равна нулю. Тогда обобщенная сила для всего тракторного поезда

$$Q_x = -\sum M_i / r_{кi}. \qquad (9.27)$$

Получим уравнение движения тракторного поезда, используя выражения (9.25) и (9.27):

$$\ddot{x}(m_{т.пр} + m_{п.пр}) = -\sum M_i / r_{кi}. \qquad (9.28)$$

Рассмотрим решение уравнения (9.28). Тормозной момент в правой части уравнения зависит только от времени. Если функция $M(t)$ известна, то решение этого уравнения имеет вид

$$\dot{x} = \dot{x}_0 \frac{1}{m_{т.пр} + m_{п.пр}} \int_0^t \frac{M_i(t)}{r_{кi}} dt, \qquad (9.29)$$

где $\dot{x}_0$ — начальная скорость торможения.

Приравняв выражение (9.29) к нулю, найдем время торможения $t_т$ до полной остановки. Тогда тормозной путь

$$x_т = \int_0^{t_т} \left[\dot{x}_0 t_т \frac{1}{m_{т.пр} + m_{п.пр}} \int_0^{t_т} \sum \frac{M_i(t)}{r_{кi}} dt \right] dt. \qquad (9.30)$$

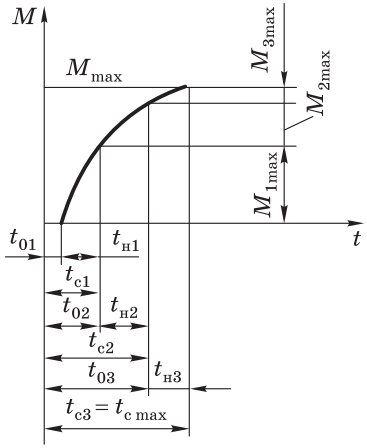

Рис. 9.9. Аппроксимация тормозного момента кусочно-линейной функцией

Основную трудность для практических расчетов представляет определение точного вида зависимости $M(t)$. *В* любом случае закон нарастания тормозного момента можно аппроксимировать кусочно-линейной функцией. Тогда тормозной момент заменяется суммой самостоятельных моментов с линейным законом нарастания (рис. 9.9). Аппроксимируя таким образом каждый тормозной момент, получаем выражение для обобщенной силы в функции времени:

$$Q_x = -\sum \begin{cases} 0 \ \text{при}\ 0 < t < t_{0i}; \\ \dfrac{M_i}{r_{ki}} \dfrac{t_{\max}}{t_{hi}} (t - t_{0i}) \ \text{при}\ t_{0i} < t < t_{ci}; \\ \dfrac{M_{i\max}}{r_{ki}} \ \text{при}\ t > t_{ci}, \end{cases} \qquad (9.31)$$

где t_{0i} — время запаздывания срабатывания тормоза; t_{hi} — время нарастания тормозного момента; $t_{ci} = t_{0i} + t_{hi}$ — полное время срабатывания тормоза.

Рассмотрим решение уравнений (9.29) и (9.30) с учетом выражения (9.31). Поменяв местами операции интегрирования и суммирования, получим

$$\dot{x} = \dot{x}_0 - \sum \int_0^t Q_i(t)dt, \qquad (9.32)$$

где $Q_i(t) = M_i(t)/[r_{ki}\ (m_{т.пр} + m_{п.пр})]$ — удельное замедление.

Интеграл в уравнении (9.32) можно вычислить, применяя метод поэтапного интегрирования. Рассмотрим следующие промежутки времени торможения:

- при $0 \le t \le t_{0i}$ $\dot{u}_{1i} = \int_0^t Q_i(t)dt = 0$;
- при $t_{0i} \le t \le t_{ci}$

$$\dot{u}_{2i} = \int_{t_{0i}}^{t} \frac{Q_{i\max}(t - t_{0i})}{t_{н}} dt = \frac{Q_{i\max}}{2t_{н}}(t^2 - 2t_{0i}t + t_{0i}^2);$$

- при $t > t_{ci}$

$$\dot{u}_{3i} = \int_{t_{0i}}^{t_{ci}} \frac{Q_{i\max}(t - t_{0i})}{t_{н}} dt + \int_{t_{ci}}^{t} Q_{i\max} dt = Q_{i\max}t + Q_{i\max}\left(\frac{t_{нi}}{2} + t_{0i}\right).$$

Подставим полученное значение интеграла под знак суммы в уравнение (9.32):

$$\dot{x} = \dot{x}_0 - t\sum Q_{i\max} + \sum Q_{i\max}\left(\frac{t_{нi}}{2} + t_{0i}\right). \qquad (9.33)$$

Приравняв уравнение (9.33) к нулю, найдем время торможения:

$$t_{т} = \frac{\dot{x}_0}{\sum Q_{i\max}} + \frac{1}{\sum Q_{i\max}} \sum Q_{i\max}\left(\frac{t_{нi}}{2} + t_{0i}\right). \qquad (9.34)$$

Формула (9.34) справедлива только когда тормозные моменты достигают максимального значения, т.е. после полного срабатывания тормозной системы. При небольшой начальной скорости остановка может произойти до срабатывания системы. Очевидно, что при большей скорости остановка произойдет в момент $t_{с\max}$. Отсюда найдем минимальную скорость, для которой справедлива формула (9.34):

$$\dot{x}_{0\min} = \sum Q_{i\max}t_{i\max} - \sum Q_{i\max}\left(\frac{t_{нi}}{2} + t_{0i}\right).$$

Перепишем уравнение (9.30) с учетом найденных значений интегралов:

$$x_{т} = \int_0^{t_{т}} x_0 dt - \int_0^t \dot{u}_0(t)dt. \qquad (9.35)$$

Функции $\dot{u}_0(t)$ измеряются в единицах скорости и показывают, насколько уменьшается скорость движения тракторного поезда в результате действия каждого тор-

мозного момента. Проинтегрировав уравнение (9.35) на отрезке от 0 до $t_т$, найдем, насколько уменьшается путь, пройденный поездом за время $t_т$, под действием каждого момента.

Решим уравнение (9.35) описанным ранее способом. Получим формулу для расчета тормозного пути:

$$S_t = \frac{v_0^2}{2\sum Q_{i\max}} + \frac{v_0}{2\sum Q_{i\max}}\left(\frac{t_{нi}}{2} + t_{0i}\right) - \sum Q_{i\max}\left(\frac{t_{нi}^2}{6} + \frac{t_{нi}t_{0i}}{2} + \frac{t_{0i}^2}{2}\right) + \\ + \frac{1}{2\sum Q_{i\max}}\left[\sum Q_{i\max}\left(\frac{t_{нi}}{2} + t_{0i}\right)\right]^2.$$

В этой формуле от начальной скорости торможения зависят только два первых члена. Остальные представляют собой величины второго порядка и не зависят от скорости. Поэтому при расчетах ими можно пренебречь.

Определим суммарную тормозную силу тракторного поезда. Для этого запишем уравнение Д'Аламбера в проекции на ось x:

$$(m_т + m_п)\ddot{x} = -F. \qquad (9.36)$$

Используя уравнение (9.28), получим

$$F_\Sigma = \frac{m_т + m_п}{m_{т.пр} + m_{п.пр}} \sum M_i / r_{кi}.$$

Сравнивая выражения (9.27) и (9.36), видим, что суммарная тормозная сила не равна обобщенной. Физический смысл этого различия состоит в том, что обобщенная сила совершает работу торможения приведенной массы тракторного поезда с учетом вращающихся масс, а тормозная сила — работу только массы, совершающей поступательное движение. Это следует иметь в виду при выводе дифференциальных уравнений движения трактора или поезда. Если тормозная сила известна, то следует применять уравнение (9.36), при этом нет необходимости в уравнениях связи вращательного движения колеса

с поступательным движением его центра. Если задан тормозной момент, то для составления уравнения движения необходимо уравнение связи. При наличии уравнения связи (9.24) можно записать уравнение движения, аналогичное формуле (9.27), сразу, без промежуточных выкладок. Если же на тракторный поезд действуют другие внешние силы, то их вводят в уравнения движения в соответствии с применяемым методом составления уравнений.

Рассмотрим взаимодействие звеньев тракторного поезда при торможении, используя принцип освобождаемости от связей. В этом случае на трактор и прицеп действуют соответствующие усилия от отброшенных связей. Система дифференциальных уравнений имеет вид

$$m_{т}\ddot{x} = -F_{т} - F; \quad m_{п}\ddot{x} = -F_{п} + F, \tag{9.37}$$

где $F_{т}$, $F_{п}$ — суммарные тормозные силы трактора и прицепа.

Введем понятия парциальных замедлений:

$$\varepsilon_{т} = F_{т}/m_{т}; \; \varepsilon_{п} = F_{п}/m_{п}.$$

Из этих формул видно, что парциальные замедления — это замедления трактора и прицепа при раздельном торможении.

С учетом парциальных замедлений систему уравнений (9.27) нужно записать следующим образом:

$$m_{т}\ddot{x} = -m_{т}\varepsilon_{т} - F; \quad m_{п}\ddot{x} = -m_{п}\varepsilon_{п} + F. \tag{9.38}$$

Найдем выражения для определения усилия в сцепке. Исключая $\ddot{x}$ из системы уравнений (9.38), получаем

$$F = \frac{(\varepsilon_{п} - \varepsilon_{т})m_{т}m_{п}}{m_{т} + m_{п}}. \tag{9.39}$$

Из уравнений (9.38) и (9.39) следует, что усилие в сцепке равно нулю при $\varepsilon_{п} = \varepsilon_{т} = \ddot{x}$, т.е. при одинаковой интенсивности торможения трактора и прицепа.

Если $\varepsilon_{п} < \varepsilon_{т}$, то усилие в сцепке растягивающее, так как в этом случае $F > 0$.

Как видно из выражения (9.39), усилие в сцепке пропорционально разнице парциальных замедлений прицепа и трактора и зависит от соотношения их масс. Введем обозначение $m_т / m_п = \gamma$. С его использованием выражение (9.39) примет вид

$$F = \frac{(\varepsilon_п - \varepsilon_т) m_т \gamma}{1 + \gamma}.$$

Из этой формулы видно, что с увеличением γ усилия в сцепке при одной и той же разнице парциальных замедлений увеличиваются, приближаясь

$$F = (\varepsilon_п - \varepsilon_т) m_т.$$

Представляет интерес случай, когда в составе тракторного поезда имеется несколько одинаковых прицепов. Усилие в каждой сцепке определяется выражениями

$$F_1 = \frac{n(\varepsilon_п - \varepsilon_т) m_т \gamma}{1 + n\gamma}; \quad F_2 = \frac{(n-1)(\varepsilon_п - \varepsilon_т) m_т \gamma}{1 + n\gamma};$$

$$F_n = \frac{(\varepsilon_п - \varepsilon_т) m_т \gamma}{1 + n\gamma},$$

где n — число прицепов. Наибольшим усилие будет в сцепке трактора, наименьшим — в сцепке между последними прицепами.

Рассмотренные закономерности взаимодействия звеньев тракторного поезда при торможении справедливы для жесткой сцепки. На практике же буксирные устройства тракторов и прицепов часто снабжены упругими элементами, которые при взаимодействии звеньев поезда деформируются. При этом возможно возбуждение продольных колебаний звеньев поезда друг относительно друга. В результате колебаний усилия в сцепках значительно превышают значения, рассчитанные по приведенным ранее формулам. Однако, как показывают результаты исследований, колебания в сцепке наблюдаются только на начальной стадии процесса торможения. По истечении некоторого времени колебания затухают и устанавливается равновесие между усилием в сцепке и деформацией упругого элемента. С этого момента соединение трактора и

прицепа можно считать жестким и все рассмотренные зависимости использовать для анализа взаимодействия звеньев тракторного поезда при торможении.

Для исследования переходного процесса в сцепке при торможении необходимо пользоваться дифференциальными уравнениями, описывающими относительные колебания звеньев поезда. Уравнения в большинстве случаев оказываются нелинейными, и решение их в аналитической форме вызывает большие затруднения и часто просто невозможно. В этом случае наиболее эффективно применение ЭВМ.

При торможении тракторного поезда происходит перераспределение нагрузок между мостами: передний мост догружается, а задний разгружается. При этом в результате деформации упругих элементов подвески и шин происходит поворот остова в продольной плоскости. Угловые перемещения остова при торможении часто называют кренами из-за того, что при торможении момент, вызывающий крен, изменяется сравнительно медленно и действие его можно считать статическим. Крены зависят от интенсивности торможения, момента инерции остова, упругих и демпфирующих характеристик подвески и шин. В зависимости от сочетания значений этих параметров характер угловых перемещений остова может быть статическим или колебательным. Соответственно и изменение реакций на колесе также будет статическим или колебательным. Обычно колебания наблюдаются только на начальной стадии процесса торможения, а затем затухают, и процесс переходит в установившийся.

Рассмотрим изменение реакций на колесах тракторного поезда при установившемся режиме торможения. Уравнения равновесия для трактора и прицепа следующие:

$$\begin{cases} R_{\text{т.п}} + R_{\text{т.з}} - Fa - (F_{\text{т.п}} + F_{\text{т.з}})h_{\text{т}} = 0; \\ R_{\text{т.п}} + R_{\text{т.з}} = G_{\text{т}}; \end{cases} \tag{9.40}$$

$$\begin{cases} R_{\text{п.п}} l - R_{\text{п.з}} l - (F_{\text{п.п}} + F^{3}_{\text{п.з}})h_{\text{п}} + Fc = 0; \\ R_{\text{п.п}} + R_{\text{п.з}} = G_{\text{п}}. \end{cases} \tag{9.41}$$

Решив системы уравнений (9.40) и (9.41), найдем

$$\begin{cases} R_{\text{т.п}} = \dfrac{G_{\text{т}} b + F_{\text{т}} h_{\text{т}} + Fd}{a+b}; \\ R_{\text{т.з}} = \dfrac{G_{\text{т}} a + F_{\text{т}} h_{\text{т}} + Fd}{a+b}; \\ R_{\text{п.п}} = \dfrac{G_{\text{т}} l + F_{\text{п}} h_{\text{п}} + Fc}{2l}; \\ R_{\text{п.з}} = \dfrac{G_{\text{п}} l + F_{\text{п}} h_{\text{п}} + Fc}{2l}, \end{cases} \tag{9.42}$$

где $F_{\text{т}} = F_{\text{т.п}} + F_{\text{т.з}}$, $F_{\text{п}} = F_{\text{п.п}} + F_{\text{п.з}}$.

Из выражений (9.42) видно, что усилия в сцепках оказывают влияние на перераспределение опорных реакций на колесах при торможении так, что их изменение отличается от изменения реакций при торможении одиночной машины. Если высота сцепки совпадает с вертикальной координатой центра масс, то усилия в сцепках не влияют на перераспределение реакций. В этом случае расчет тормозных сил по сцеплению производят, как при раздельном торможении трактора и прицепа.

Если все колеса трактора и прицепа оборудованы тормозами, максимально возможные парциальные замедления трактора и прицепа $\varepsilon_{\text{т max}} = \varepsilon_{\text{п max}} = \varepsilon_{\varphi}$. В этом случае при полном использовании сцепного веса при торможении усилие в сцепке равно нулю, и система уравнений (9.42) распадается на четыре независимых уравнения. Подставляя в каждое уравнение вместо суммарной тормозной силы ее максимальное значение $F_{\max} = \varphi G$, найдем реакции на колесах при максимальном использовании сцепного веса. Умножив полученные значения на коэффициент сцепления, найдем максимально возможную тормозную силу на каждой оси:

$$F_{\text{т.п max}} = \frac{G_{\text{т}}(b + h\varphi)}{a+b}\varphi; \qquad F_{\text{т.з max}} = \frac{G_{\text{т}}(a - h\varphi)}{a+b}\varphi;$$

$$F_{\text{п.п max}} = \frac{G_{\text{п}}(l + h\varphi)}{2l}\varphi; \qquad F_{\text{п.з max}} = \frac{G_{\text{п}}(l - h\varphi)}{2l}\varphi.$$

На тракторах классов 0,6 и 1,4 обычно устанавливают тормоза только на задних колесах. Очевидно, что при этом максимально возможная тормозная сила трактора меньше максимальной силы прицепа и в сцепке имеется усилие растяжения. Вследствие этого при торможении трактора в составе поезда его задний мост разгружается больше, чем при раздельном торможении. Однако, как показывают расчеты, разница несущественная. Следовательно, максимальную тормозную силу на заднем мосту трактора можно рассчитывать, как при торможении одиночного трактора. Отсюда реакцию на заднем мосту трактора можно определить из выражения

$$R_{\text{т.з}} = \frac{G_{\text{т}} b + F_{\text{т.з}} h_{\text{т}}}{a + b}.$$

Подставляя в это выражение значение $F_{\text{т max}} = R_{\text{т.з}}\varphi$, найдем

$$R_{\text{т.з max}} = \frac{G_{\text{т}} b}{a + b + h\varphi}, \qquad (9.43)$$

откуда

$$F_{\text{т max}} = \frac{G_{\text{т}} b\varphi}{a + b + h\varphi}. \qquad (9.44)$$

Из выражений (9.43) и (9.44) видно, что максимально возможные тормозные силы являются нелинейными функциями от коэффициента сцепления φ, причем эти функции различаются между собой. Вследствие этого невозможно установить однозначное соотношение тормозных сил на мостах тракторного поезда так, чтобы при любом значении φ обеспечивалось максимальное использование сцепного веса без блокировки колес. Поэтому на практике выбирают соотношение тормозных сил при среднем значении коэффициента сцепления φ. Добиться полного использования сцепного веса при любых значениях φ можно при помощи автоматических устройств, корректирующих распределение тормозных сил в зависимости от условий сцепления.

10 ПЛАВНОСТЬ ХОДА ТРАКТОРОВ И МНОГОЦЕЛЕВЫХ КОЛЕСНЫХ И ГУСЕНИЧНЫХ МАШИН

10.1. Основные понятия и определения

При движении машины на ее остов передаются толчки и удары от неровностей опорной поверхности, неравномерности сопротивления агрегатируемой машины и работы движителя, вызывая его колебания. Эти колебания ухудшают условия труда водителя, снижают его работоспособность, нарушают агротехнические требования, предъявляемые к технологическому процессу (глубина обработки почвы, заделки семян и др.), ухудшают тягово-сцепные свойства машины и отрицательно влияют на работу механизмов, вызывая их преждевременный износ, а в некоторых случаях даже поломку.

Плавность хода — это свойство машины или тракторного агрегата обеспечивать защиту водителя и элементов конструкции машины от динамических нагрузок, возникающих в результате взаимодействия движителя с опорной поверхностью, и неравномерности сопротивления агрегатируемой машины.

Многоцелевые машины, в том числе тракторные агрегаты, представляют собой систему, состоящую из нескольких масс (масса остова машины или трактора с агрегатируемой машиной, масса движителя и др.), соединенных между собой деталями. *Подвеска* — это совокупность деталей, предназначенных для соединения движителя с остовом машины и обеспечивающих плавность хода при перемещении по неровностям опорной поверхности.

Подвески разделяют на *жесткие*, *полужесткие* и *эластичные*. При жесткой подвеске движитель прикреплен непосредственно к остову машины без каких-либо упругих элементов. В случае применения эластичной подвески все массы машины или тракторного агрегата при исследовании плав-

ности хода разделяют на *подрессоренные* и *неподрессоренные*. К подрессоренной массе машины относят массу таких узлов, вес которых передается на движитель через подвеску. Узлы трактора или машины, вес которых не передается через упругие элементы подвески, называют неподрессоренными массами. К ним относятся в первую очередь такие элементы движителя, как управляемые и ведущие колеса, гусеницы, опорные катки. При расчете плавности хода агрегата, движущегося в рабочем режиме с плавающим положением навесного устройства, не принимают во внимание массу агрегатируемой машины, поскольку ее вес воспринимается не элементами подвески трактора, а опорными колесами машины, или передается на грунт непосредственно через рабочие органы.

Проанализируем плавность хода машины на примере тракторного агрегата. Для упрощения анализа примем, что трактор и агрегатируемая машина в транспортном положении представляют собой одну массу, сосредоточенную в центре масс агрегата и имеющую приведенный момент инерции, эквивалентный моментам инерции масс отдельно трактора и машины. При движении агрегата в рабочем режиме в расчет будем принимать только массу трактора и сопротивление агрегатируемых с ним машин.

Остов трактора при движении совершает сложное колебательное движение, и число возможных перемещений масс трактора весьма значительно. Чтобы удобнее было анализировать колебательное движение остова, принято рассматривать его как совокупность нескольких простых видов колебаний. При этом исходят из того, что остов может перемещаться поступательно вдоль трех взаимно перпендикулярных осей OX, OY и OZ (рис. 10.1) и одно-

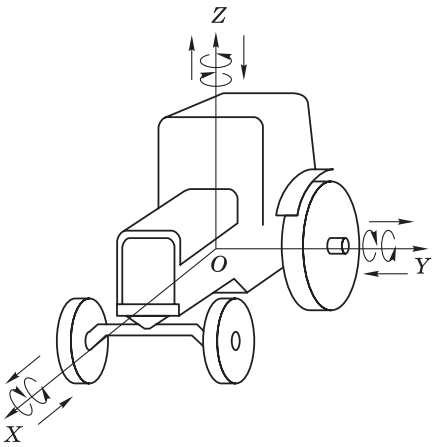

Рис. 10.1. Координатные оси и основные виды колебаний остова трактора

временно иметь угловые перемещения относительно каждой из них, т.е. имеет 6 степеней свободы. При таком условии остов трактора может совершать 6 видов колебаний: *поступательные продольные* (перемещение относительно продольной оси *OX*), или подергивание; *поступательные вертикальные* (перемещение относительно вертикальной оси *OZ*), или подпрыгивание; *поступательные поперечные* (перемещение относительно поперечной оси *OY*), или пошатывание; *угловые продольные* (относительно оси *OY*), или галопирование; *угловые поперечные* (относительно оси *OX*), или покачивание; *угловые боковые* (относительно оси *OZ*), или рыскание.

За начало координат принимают центр упругости агрегата, под которым понимают воображаемую точку, обладающую следующими свойствами: 1) если в ней приложить силу, параллельную весу, то подрессоренный остов переместится в направлении действия приложенной силы; 2) если к остову приложить момент, то он повернется на некоторый угол около оси, проходящей через данную точку.

Разделение сложного колебательного движения остова трактора на отдельные виды позволяет выделить и оценить наиболее существенные виды колебаний. Так, благодаря анализу конструкций подвесок и условий движения тракторного агрегата можно сделать вывод о том, что основное влияние на плавность хода и физиологическое состояние водителя оказывают два вида колебаний: поступательные вертикальные (подпрыгивание) и угловые продольные (галопирование). Пренебрежение другими видами колебаний не отразится существенно на результатах оценки плавности хода. В то же время это значительно упрощает исследование явления и, в частности, позволяет свести задачу к плоскостной, т.е. рассматривать колебания плоской фигуры, имеющей форму боковой проекции трактора, в одной вертикальной плоскости, совпадающей с его продольной плоскостью симметрии.

Существенное различие между вертикальными и продольными угловыми колебаниями заключается в том, что в первом случае вертикальные перемещения, скорости и ускорения одинаковы для всех точек остова, а во втором при одних и тех же частоте и угловой амплитуде колебаний точки, не-

одинаково удаленные от центра упругости, имеют различные линейные перемещения, скорость и ускорения. Наибольшие значения имеют крайние точки остова. Отсюда следует вывод, что сиденье водителя необходимо располагать как можно ближе к центру упругости трактора или агрегата.

При рассмотрении колебаний необходимо различать *собственные* и *вынужденные колебания.* Собственные колебания, вызываемые единичными импульсами, имеют вполне определенную частоту, зависящую только от геометрических параметров трактора и жесткости его подвески. Именно поэтому собственная частота колебаний является в известной мере одним из обобщающих конструктивных параметров плавности хода. Для движения трактора по неровностям с тяговым сопротивлением агрегатируемой машины характерны вынужденные колебания, частота которых определяется прежде всего характером возмущений, а показатели в целом — сложной зависимостью внешних условий (профилем пути, скоростью движения, тяговым сопротивлением) и конструктивных факторов.

Целью изучения плавности хода трактора является определение основных параметров колебаний машины, при которых дискомфорт водителя не превышает определенного уровня. При этом важно знать характеристики неровностей опорной поверхности, характер колебаний трактора и реакцию организма человека на них.

Итак, плавность хода трактора является одним из важных качеств, определяющих нормальные условия работы водителя, протекание технологического процесса, прочность и долговечность работы узлов и механизмов машины. Тракторный агрегат испытывает 6 видов колебаний, основными из которых следует считать вертикальные и продольные угловые, т.е. подпрыгивание и галопирование. При рассмотрении явлений, связанных с плавностью хода, необходимо учитывать собственные и вынужденные колебания. Первые обусловлены в основном конструктивными параметрами тракторного агрегата, а вторые также профилем опорной поверхности, скоростью движения и тяговым сопротивлением агрегатируемой машины.

10.2. Подвески и их характеристики

Как отмечалось ранее, подвески существующих колесных и гусеничных машин можно разделить на жесткие, полужесткие и эластичные. Жесткая подвеска в настоящее время применяется очень редко, например в катках, экскаваторах и т.д.

Полужесткая подвеска в некоторых пределах обеспечивает перемещение передних колес или тележек гусеничного движителя относительно остова или друг относительно друга. При полужесткой подвеске задние колеса трактора не подрессорены. У гусеничного трактора тележки правого и левого бортов в передней части связаны между собой и с остовом упругими элементами, а в задней части оси качения жестко прикреплены к остову.

Эластичная подвеска дает возможность каждому опорному колесу перемещаться относительно остова или друг относительно друга. Она состоит из жестких кинематических звеньев (направляющих устройств), упругих и диссипативных (демпфирующих) элементов, например амортизаторов. В качестве упругих элементов используют листовые рессоры, пружины, торсионы, а также резиновые, пневматические и гидропневматические элементы. В некоторых случаях один и тот же элемент выполняет разные функции. Так, листовая рессора может одновременно быть направляющим устройством, а гидропневматический упругий элемент — амортизатором.

Кинематические звенья обеспечивают перемещения опорных колес по отношению к остову и определяют его характер. От устройства кинематических звеньев зависят также усилия, передаваемые на упругие элементы, и их деформация. Соответственно схеме соединения звеньев подвески делят на независимые и зависимые.

При *независимой* подвеске каждое опорное колесо подвешивается к остову с использованием самостоятельных кинематических звеньев и упругих элементов. При *зависимой* подвеске между колесами существует связь: перемещение

одного колеса по отношению к остову вызывает перемещение другого. Связи бывают двух видов: *поперечные* (между одноименными колесами двух бортов через неразрезные мосты) и *продольные* (между опорными колесами одного борта). Зависимую подвеску с продольными связями называют балансирной.

Подвески, содержащие в плоскостной схеме их элементы, называют смешанными. Подвески большинства колесных и гусеничных машин относятся к смешанным.

Основным параметром, определяющим свойства подвески, является полный ход (полный прогиб), равный перемещению оси колеса относительно остова по вертикали от нижнего до верхнего ограничителя хода. Полный ход подвески состоит из хода отбоя и хода сжатия. *Ход отбоя* — перемещение оси колеса от нижнего ограничителя до положения, соответствующего статической нагрузке. *Ход сжатия* — перемещение оси колеса от статического положения до верхнего ограничителя. Прогибы измеряют в плоскости колеса.

Характеристика подвески представляет собой зависимость между вертикальным перемещением оси опорного колеса z и действующей на него вертикальной нагрузкой F. Она может быть линейной и нелинейной (рис. 10.2).

Жесткостью подвески называют производную от нагрузки по перемещению:

$$c = dF/dz.$$

У подвески с линейной характеристикой жесткость постоянная и выражается тангенсом угла наклона характеристики, т.е.

$$c = F/z = \mathrm{tg}cp.$$

При нелинейной характеристике жесткость различна. Так, для вогнутой характеристики (см. рис. 10.2)

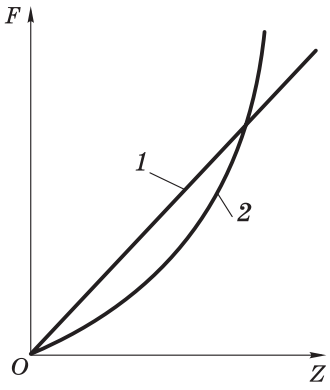

Рис. 10.2. Характеристики подвесок: *1* — линейная; *2* — нелинейная

она возрастает с увеличением нагрузки. Жесткость на отдельных участках определяется аналитически как производная функция, если она задана уравнением, или графически как тангенс наклона касательной в каждой точке. Среди точек, выбранных для определения жесткости, обязательно должна быть точка, соответствующая статической нагрузке. Характеристика подвески может быть получена опытным путем или построена аналитически. При этом для колесного трактора возможны два вида характеристик — с учетом и без учета упругости шины.

Вследствие трения в сопряженных элементах подвески кривые ее характеристики при нагрузке и разгрузке не совпадают и образуют замкнутую петлю гистерезиса. Если в подвеске отсутствуют специальные гасители колебаний, рассеяние энергии происходит только вследствие трения в сопряжениях, которое необходимо учитывать при исследовании плавности хода. Работа трения определяется площадью петли гистерезиса, заключенной между кривыми разгрузки и нагрузки.

Трение без смазочного материала в элементах подвески представляют обычно в виде диссипативной функции Ф. Диссипативная функция рассеяния энергии определяется через силу сопротивления $F_{\text{спр}}$ по формуле

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \dot{z}} = F_{\text{спр}}(\dot{z}),$$

т.е. диссипативные силы пропорциональны скоростям перемещения элементов подвески. Кроме того, эти силы, достигая крайних точек перемещения, изменяют знак при обратном ходе. В общем виде диссипативная сила

$$F_{\text{спр}}(\dot{z}) = F_{\text{тр}} \operatorname{sign} \dot{z},$$

где $F_{\text{тр}}$ — сила трения покоя без смазочного материала; $\operatorname{sign} \dot{z}$ — функция влияния скорости перемещения и изменения направления движения элементов подвески.

В последнее время подвески тракторов оборудуют специальными устройствами для гашения колебаний — амортизато-

рами, которые бывают гидравлическими, пневматическими, резиновыми и др. Сила сопротивления амортизаторов пропорциональна скорости перемещения:

$$F_{\text{ам}} = F_{\text{тр}}(1 + \dot{z}),$$

где $F_{\text{тр}}$ — силы трения без смазочного материала или со смазывающим материалом амортизаторов.

Характеристика амортизатора имеет вид, аналогичный характеристике трения без смазочного материала.

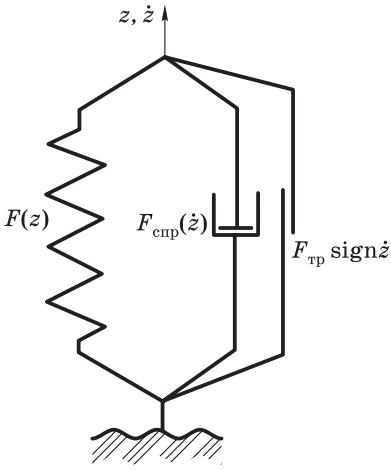

Рис. 10.3. Схематическая модель подвески

Схематически любую подвеску можно представить в виде комбинации упругих и диссипативных элементов (рис. 10.3). Упругие элементы представлены пружиной с характеристикой $F(z)$, диссипативные — поршнем с характеристикой $F_{\text{спр}}(\dot{z})$ и трущимися поверхностями с характеристикой $F_{\text{тр}}\ \text{sign}\,\dot{z}$.

Для того чтобы перейти от характеристики упругого элемента к характеристике подвески, следует установить зависимость между перемещением опорного колеса и деформацией упругого элемента, а также между нагрузками на опорные колеса и упругий элемент.

Таким образом, на колесных и гусеничных машинах используются различные виды подвесок. Их характеристики могут быть линейными и нелинейными. При колебаниях остова машины возникают упругие и диссипативные силы. Для перехода от характеристики упругого элемента к характеристике подвески устанавливают зависимость между перемещением опорного колеса и деформацией упругого элемента, а также между нагрузками на колесо и упругий элемент.

10.3. Расчетные схемы систем подрессоривания

Расчетные схемы систем подрессоривания содержат данные о расположении упругих и демпфирующих элементов, а также определяют компоновочные и конструктивные параметры, необходимые для проведения исследований плавности хода машины.

При составлении расчетных схем для тракторных агрегатов приняты следующие допущения.

1. Навесное орудие в транспортном положении считается жестко соединенным с остовом трактора. Влияние навешенного орудия учитывается изменением положения центра масс агрегата.

2. Силы сопротивления в подвеске и шинах считаются пропорциональными скорости колебаний.

3. Характеристики упругих элементов подвески (рессор и шин) считаются линейными. Пробои рессор при сжатии отсутствуют.

4. При рассмотрении колебаний остова трактора не учитывается влияние колебаний водителя на сиденье, так как оно мало.

5. Колебания трактора рассматриваются в продольной вертикальной плоскости.

Колесные тракторы. С учетом принятых допущений колесный трактор с подрессоренной передней частью представляет собой колебательную систему с тремя степенями свободы (рис. 10.4, *а*). На рисунке обозначены: M — подрессоренная масса трактора; $m_н$ — неподрессоренная масса передней части трактора; M_1, M_2 — масса трактора, приходящаяся на переднюю и заднюю подвески соответственно; $2c_1$, $2c_{р1}$, $2c_{ш1}$, $2c_{ш2}$ — соответственно приведенная жесткость подвески, суммарные жесткости рессор переднего моста, передних и задних шин; $2k_{р1}$, $2k_{ш1}$, $2k_{ш2}$ — суммарные коэффициенты сопротивления подвески переднего моста, передних и задних шин; z_1, z_2 — вертикальные перемещения точек подрессоренной массы, расположенных над осями передних и задних колес;

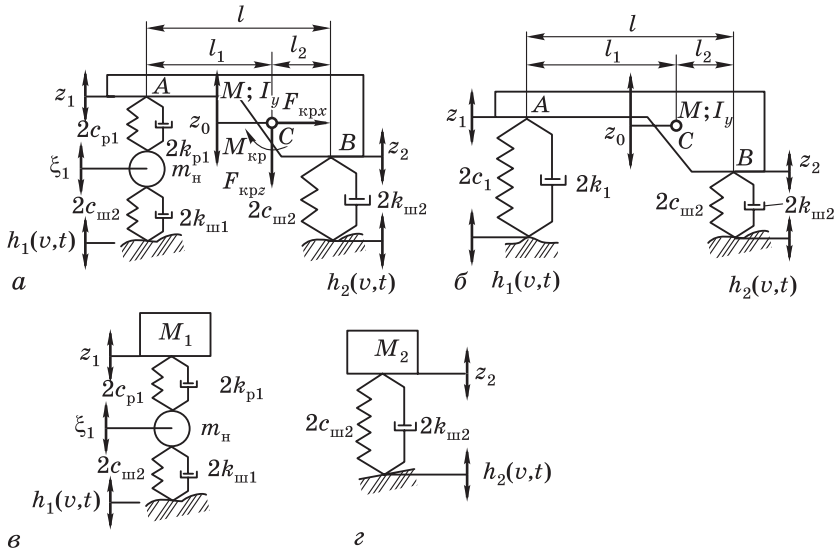

Рис. 10.4. Схема для расчета параметров подвески колесного трактора:
а, б — система с тремя степенями свободы; *в* — система с двумя степенями свободы; *г* — задняя часть остова

ξ_1 — вертикальные перемещения неподрессоренной массы передней части трактора; $h_1(\upsilon, t)$, $h_2(\upsilon, t)$ — высота неровностей опорной поверхности под передними и задними колесами трактора.

Положение подрессоренной и неподрессоренной масс трактора определяется тремя координатами. Две координаты трактора обусловлены обобщенными вертикальными перемещениями z_1 и z_2 точек остова над осями передних и задних колес и третья — вертикальным перемещением ξ_1 неподрессоренной массы передней части трактора.

Важным компоновочным параметром машины, в зависимости от которого можно выбирать расчетную схему, является коэффициент распределения подрессоренных масс:

$$\varepsilon = \rho^2/(ab),$$

где ρ — радиус инерции подрессоренного остова.

Если коэффициент распределения подрессоренных масс будет близок к единице, то колебания передней и задней частей остова теоретически становятся не связанными между собой. С небольшой погрешностью это положение можно распространить на тракторы, имеющие $\varepsilon = 0{,}8...1{,}2$. Колебания передней части таких тракторов можно исследовать по упрощенной расчетной схеме, соответствующей системе с двумя степенями свободы (рис. 10.4, *в*), аналогично можно исследовать колебания задней части остова (рис. 10.4, *г*).

При навешивании на трактор сельскохозяйственных орудий происходит перераспределение веса остова между мостами и изменение коэффициента ε, который значительно отличается от единицы. У мощных колесных тракторов типа 4К4 с одинаковыми колесами коэффициент ε также значительно отличается от единицы. Колебания остова таких тракторов необходимо рассматривать с учетом взаимного влияния передней и задней подвесок.

При исследовании низкочастотных колебаний остова трактора, особенно на скоростях движения, значительно меньших скоростей, при которых возникает высокочастотный резонанс, можно пренебречь влиянием неподрессоренной массы передней части, так как она у большинства колесных тракторов невелика по сравнению с массой трактора. Упрощенная колебательная система подрессоривания при $m_н = 0$ представляет собой систему с двумя степенями свободы (рис. 10.4, *б*). Согласно этой схеме, приведенная жесткость передней подвески

$$2c_1 = \frac{2c_{р1}\,2c_{ш1}}{2c_{р1} + 2c_{ш1}}.$$

По схеме рассчитывают колебания неподрессоренного трактора. Для него жесткость рессор принимают равной бесконечности, а приведенную жесткость передней подвески — равной $2c_{ш1}$. В уравнения колебаний подставляют значения момента инерции и массы трактора.

При отсутствии подрессоривания заднего моста, что характерно для большинства колесных тракторов с пневмати-

ческими шинами низкого давления, задняя часть тракторов, у которых параметр $\varepsilon = 1$, представляет собой систему с одной степенью свободы. Передняя часть неподрессоренного трактора, а также подрессоренного при $m_н = 0$ тоже представляет собой систему с одной степенью свободы. Расчетная схема такой системы изображена на рис. 10.4, *г*.

Гусеничные тракторы. На гусеничных тракторах широко распространены балансирная и полужесткая системы подрессоривания. На рис. 10.5, *а* показана расчетная схема трактора с балансирной системой подрессоривания, в которой балансирная каретка заменена условной эквивалентной схемой. При этом упругий элемент расположен на оси качания балансиров каретки на цапфе рамы трактора. Такая замена возможна, если при приведении действительной схемы каретки к эквивалентной учитываются балансирные свойства каретки и характеристика упругого элемента. Колебания остова трактора в этом случае определяются обобщенными координатами: вертикального перемещения его центра масс z и углового перемещения φ.

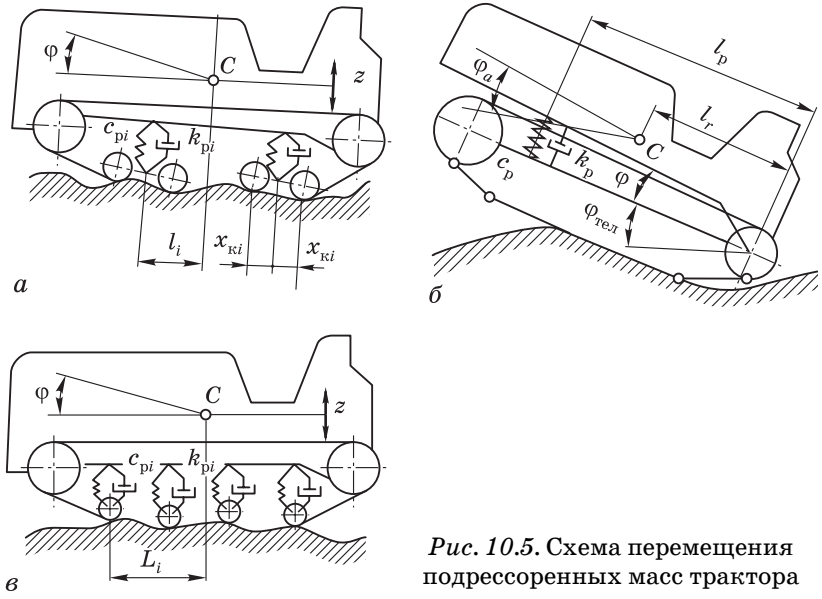

Рис. 10.5. Схема перемещения подрессоренных масс трактора

Гусеничный трактор с полужесткой системой подрессоривания имеет, как правило, трехточечную подвеску остова и гусеничные тележки с жестко закрепленными катками. При этом упругий элемент подвески расположен спереди, в поперечном направлении относительно трактора, а остов опирается на левую и правую тележки. Расчетная схема гусеничного трактора с полужесткой системой подрессоривания показана на рис. 10.5, *б*. В данном случае возмущающие воздействия неровностей зависят от угловых перемещений тележек гусениц. В качестве обобщенной координаты принято угловое перемещение φ остова трактора относительно тележек гусениц (рис. 10.5, *б*), $\varphi_{тел}$ — угловые перемещения тележек гусениц, $\varphi_а$ — абсолютное угловое перемещение остова трактора.

В гусеничных тракторах широко используется индивидуальная система подрессоривания. Наиболее распространенной индивидуальной системой подрессоривания является такая, при которой каждый каток, насаженный на рычаг (балансир), подрессорен торсионом. Расчетная схема трактора с индивидуальной системой подрессоривания приведена на рис. 10.5, *в*.

Рассмотренные расчетные схемы колесных и гусеничных тракторов являются исходными при составлении дифференциальных уравнений колебаний трактора, анализ решений которых позволяет оценить плавность хода машины. Приведенные расчетные схемы в основном охватывают все типы систем подрессоривания многоцелевых колесных и гусеничных машин, в том числе тракторов. Различные варианты подвесок могут быть приведены к рассмотренным расчетным схемам.

10.4. Собственные колебания машины

Собственными колебаниями машины называют колебания, которые совершает система, выведенная из состояния равновесия, после прекращения действия сил, нарушивших равновесие.

Собственные колебания машины возникают после проезда единичной неровности, при трогании с места или тормо-

жении, поднятии сельскохозяйственной машины в транспортное положение и выполнении других действий. Частоты собственных колебаний, коэффициенты затухания и соотношения амплитуд оказывают большое влияние на плавность хода машины, так как от них зависят интенсивность и характер колебаний и возникновение наиболее неблагоприятных резонансных колебаний, при которых частота возмущающего воздействия со стороны опорной поверхности совпадает по значению с одной из частот собственных колебаний машины.

Собственные колебания колесного трактора. Поскольку в системе подрессоривания колесных тракторов отсутствуют амортизаторы, то демпфированием в подвеске при определении собственных колебаний тракторов в первом приближении можно пренебречь.

Пусть под воздействием какого-либо единичного возмущения остов трактора вышел из состояния равновесия и начал колебаться. Если это возмущение приложено в плоскости продольной симметрии трактора и жесткости подвесок одинаковы для правого и левого бортов, то остов трактора может перемещаться поступательно в вертикальной плоскости (подпрыгивание) и иметь угловые перемещения относительно поперечной оси, проходящей через центр упругости (галопирование).

Для вывода дифференциальных уравнений, описывающих колебание остова трактора в вертикальной плоскости, воспользуемся уравнениями Лагранжа второго рода. Поскольку система после вывода ее из равновесия не получает внешних возмущений и в ней отсутствуют силы сопротивления, теоретически в такой системе бесконечно долго происходит обмен кинетической и потенциальной энергий. За обобщенные координаты удобно принимать вертикальные перемещения центра масс z_0 и угловые перемещения остова φ. Обобщенные координаты связаны с вертикальными перемещениями точек A и B (см. рис. 10.4, *б*) следующими зависимостями:

$$z_0 = \frac{z_1 l_2 + z_2 l_1}{l}; \ \operatorname{tg}\varphi = (z_2 - z_1)/l, \qquad (10.1)$$

где l_1 — расстояние от передней точки подвеса до центра масс подрессоренного остова; l_2 — расстояние от задней точки под-

веса до центра масс остова; l — расстояние от передней до задней точки подвеса остова трактора.

При малых угловых перемещениях $\operatorname{tg}\varphi = \varphi$. Тогда

$$\varphi = (z_2 - z_1) / l .$$

Кинетическая энергия системы

$$E_к = \frac{1}{2} M \dot{z}_0^2 + \frac{1}{2} J \dot{\varphi}^2 = \frac{1}{2} M \left(\frac{z_1 l_2 + z_2 l_1}{l} \right)^2 + \frac{1}{2} J \left(z_0 = \frac{\dot{z}_1 + \dot{z}_2}{l} \right)^2 =$$

$$= \frac{1}{2} m_1 \dot{z}_1^2 + \frac{1}{2} m_2 \dot{z}_2^2 + m_3 \dot{z}_1 \dot{z}_2 , \qquad (10.2)$$

где

$$m_1 = M \frac{l_2^2 + \rho^2}{l^2}; \quad m_2 = M \frac{l_1^2 + \rho^2}{l^2};$$

$$m^3 = M \frac{l_1 l_2 - \rho^2}{l^2}; \quad \rho = \sqrt{J / m} .$$

Потенциальная работа в обобщенных координатах равна работе упругих сил, т.е.

$$E_п = \frac{1}{2} c_1 z_1^2 + \frac{1}{2} c_2 z_2^2 .$$

Находим соответствующие частные производные от выражений для кинетической и потенциальной энергий. Подставляя значения частных производных в уравнения Лагранжа, получаем системы дифференциальных уравнений, описывающих собственные колебания остова трактора:

$$m_1 \ddot{z}_1 + m_3 \ddot{z}_2 + c_1 z_1 = 0;$$
$$m_2 \ddot{z}_2 + m_3 \ddot{z}_1 + c_2 z_2 = 0.$$

Разделим первое уравнение на m_1, а второе на m_2:

$$\ddot{z}_1 + \eta_1 \ddot{z}_2 + \frac{c_1}{m_1} z_1 = 0;$$
$$\ddot{z}_2 + \eta_2 \ddot{z}_1 + \frac{c_2}{m_2} z_2 = 0, \qquad (10.3)$$

где $\eta_1 = m_3 / m_1$, $\eta_2 = m_3 / m_2$ — коэффициенты связи между колебаниями z_1 и z_2.

При колебаниях остова трактора около неподвижно закрепленной задней точки подвеса, когда $z_2 = 0$, получаем следующие уравнения динамики:

$$\ddot{z}_1 + \frac{c_1}{m_1} z_1 = 0$$

или

$$\ddot{z}_1 + \omega_1^2 z_1 = 0,$$

где

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{c_1 l^2}{M(l_2^2 + \rho^2)}}. \qquad (10.4)$$

Общий интеграл этого дифференциального уравнения представим формулой

$$z_1 = C_1 \sin\omega_1 t + C_2 \cos\omega_1 t\,. \qquad (10.5)$$

Постоянные интегрирования C_1 и C_2 определяют из начальных условий. Предположим, что в начальный момент времени ($t = 0$) масса m_1 находится в крайнем верхнем положении и ее перемещение от состояния равновесия равно амплитуде колебаний A. В то же время скорость этой массы $\dot{z}_1$ равна нулю, т.е.

$$z_1 = A = C_1 \sin\omega_1 t + C_2 \cos\omega_1 t = C_2;$$
$$\dot{z}_1 = 0 = C_1\omega_1 \cos\omega_1 t - C_2\omega_1 \sin\omega_1 t = C_1\omega_1.$$

Поскольку $\omega \neq 0$, то $C_1 = 0$. Подставляя значения C_1 и C_2 в формулу (10.5), получаем

$$z_1 = A \cos\omega_1 t,$$

где ω_1 — угловая частота рассматриваемых собственных колебаний, ее определяют по формуле (10.4).

Получим также соответствующую частоту собственных колебаний остова трактора около неподвижно закрепленной передней точки подвеса:

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{C_2 l^2}{M(l_1^2 + \rho^2)}}.$$

В теории мобильных машин эти угловые частоты принято называть частными или парциальными. Их можно получить для любой сложной системы с учетом упругих и демпфирующих сил в подвеске и шинах.

Вернемся к исходной системе уравнений (10.3). Общие интегралы исходных дифференциальных уравнений можно представить следующими формулами:

$$z_1 = A\cos\Omega_1 t + B\cos\Omega_2 t;$$
$$z_2 = C\cos\Omega_1 t + D\cos\Omega_2 t.$$

Для определения угловых частот Ω_1 и Ω_2 подставим приведенные выражения для z_1 и z_2, а также вторых производных $\ddot{z}_1$ и $\ddot{z}_2$ в систему уравнений (10.3):

$$\left[(\omega_1^2 + \Omega_1^2)A - \eta_1\Omega_1^2 C\right]\cos\Omega_1 t + \left[(\omega_1^2 - \Omega_2^2)B - \eta_1\Omega_2^2 D\right]\cos\Omega_2 t = 0;$$
$$\left[(\omega_2^2 + \Omega_1^2)C - \eta_2\Omega_1^2 A\right]\cos\Omega_1 t + \left[(\omega_2^2 - \Omega_2^2)D - \eta_2\Omega_2^2 B\right]\cos\Omega_2 t = 0.$$

Полученные уравнения удовлетворяются для произвольных значений времени t лишь в том случае, если выражения в квадратных скобках равны нулю, т.е.

$$(\omega_1^2 - \Omega_1^2)B - \eta_1\Omega_1^2 C = 0;$$
$$(\omega_1^2 - \Omega_2^2)B - \eta_1\Omega_2^2 D = 0;$$
$$(\omega_2^2 - \Omega_1^2)C - \eta_2\Omega_1^2 A = 0;$$
$$(\omega_2^2 - \Omega_2^2)D - \eta_2\Omega_2^2 B = 0.$$

На основании этих уравнений получаем следующие соотношения:

$$\frac{A}{C} = \frac{\eta_1 \Omega_1^2}{\omega_1^2 - \Omega_1^2} = \frac{\omega_2^2 - \Omega_1^2}{\eta_2 \Omega_1^2};$$

$$\frac{B}{D} = \frac{\eta_1 \Omega_2^2}{\omega_1^2 - \Omega_2^2} = \frac{\omega_2^2 - \Omega_2^2}{\eta_2 \Omega_2^2}.$$

Следовательно, отношения A/C и B/D зависят от распределения масс и упругих свойств подвески. Решая их относительно искомых величин Ω_1 и Ω_2, получаем

$$\Omega_1^2 = \frac{1}{2(1-\eta_1\eta_2)}\left[\omega_1^2 + \omega_2^2 + \sqrt{(\omega_1^2 - \omega_2^2)^2 + 4\eta_1\eta_2\omega_1^2\omega_2^2}\right];$$

$$\Omega_2^2 = \frac{1}{2(1-\eta_1\eta_2)}\left[\omega_1^2 + \omega_2^2 - \sqrt{(\omega_1^2 - \omega_2^2)^2 + 4\eta_1\eta_2\omega_1^2\omega_2^2}\right].$$

Следовательно, частоты собственных колебаний остова Ω_1 и Ω_2 отличаются от парциальных частот. Их называют *частотами связи*. Одна из них соответствует низкой, другая — высокой частоте собственных колебаний. Если число опор движителя больше двух, то соответствующим числу опор будет и число частот связи.

Итак, остов трактора, связанный с движителем эластичной подвеской, при единичном внешнем воздействии начинает колебаться. Анализ собственных колебаний остова показывает, что колебания любой точки остова, в частности точек, находящихся над передней и задней подвесками, представляют собой негармонические колебания, состоящие из колебаний с низкой и высокой частотами связи. Частоты связи зависят от распределения масс, упругих свойств подвески. Если коэффициент распределения масс $\varepsilon = 1$, парциальные частоты равны частотам связи. В этом случае колебания передней и задней частей остова трактора взаимно независимы. Когда подрессорена только передняя часть трактора, частота собственных колебаний его остова определяется парциальной частотой передней части.

Собственные колебания гусеничного трактора. Дифференциальные уравнения собственных колебаний гусеничных тракторов могут быть получены так же, как и для колесных,

на основании уравнений Лагранжа второго рода. За обобщенные координаты приняты вертикальное перемещение z центра масс остова трактора и его угловое перемещение φ.

Дифференциальные уравнения собственных колебаний подрессоренного остова гусеничного трактора (см. расчетные схемы на рис. 10.5) при отсутствии трения в подвеске и без учета влияния гусеничных цепей и горизонтальных сил после преобразований имеют вид

$$\left.\begin{aligned} \ddot{z} + \omega_z^2 z + \eta_z \varphi = 0; \\ \ddot{\varphi} + \omega_\varphi^2 \varphi + \eta_\varphi z = 0, \end{aligned}\right\} \qquad (10.6)$$

где

$$\omega_z^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} 2c_{\text{p}i}}{M}; \quad \omega_\varphi^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} 2c_{\text{p}i} l_i^2}{J};$$

$$\eta_z = \frac{\sum_{i=1}^{n} 2c_{\text{p}i} l_i}{M}; \quad \eta_\varphi = \frac{\sum_{i=1}^{n} 2c_{\text{p}i} l_i}{J}.$$

Здесь $c_{\text{p}i}$ — коэффициент приведенной жесткости подвески; M — подрессоренная масса остова трактора; J — момент инерции остова трактора относительно поперечной оси, проходящей через центр упругости; η_z, η_φ — коэффициенты связи, зависящие от распределения подрессоренных масс трактора.

Уравнения (10.6) являются общими как для несимметричных, так и для симметричных систем подрессоривания. Однако для последних эти уравнения упрощаются:

$$\ddot{z} + \omega_z^2 z = 0;$$
$$\ddot{\varphi} + \omega_\varphi^2 \varphi = 0.$$

Для расчетной схемы с полужесткой системой подрессоривания (см. рис. 10.5, *б*) дифференциальное уравнение имеет вид

$$\ddot{\varphi} + \omega_\varphi^2 \varphi = 0,$$

где

$$\omega_{\varphi}^2 = \frac{c_{pi} l_{p}^2 + G_{т} l_{в}}{J_0}$$

(здесь J_0 — момент инерции остова трактора относительно оси качания тележек; $l_{р}$ — расстояние от оси качания гусеничной тележки до упругого элемента; $l_{в}$ — расстояние по вертикали от центра масс остова до оси качания тележек).

Уравнения частот системы получим из характеристических уравнений, выбирая решения уравнений (10.6) в виде $z = A \cos \Omega t$ и $\varphi = B \cos \Omega t$.

При этом характеристические уравнения имеют вид

$$-A\Omega^2 + \omega_z^2 A + \eta_z B = 0;$$
$$-B\Omega^2 + \omega_{\varphi}^2 B + \eta_{\varphi} A = 0,$$

откуда уравнение частот будет следующим:

$$\Omega^4 - (\omega_z^2 + \omega_{\varphi}^2)\Omega^2 + \omega_z^2 \omega_{\varphi}^2 + \eta_z \eta_{\varphi} = 0.$$

Решая это уравнение, найдем частоты колебаний:

$$\Omega_1^2 = \frac{1}{2}\left(\omega_z^2 + \omega_{\varphi}^2\right) - \sqrt{\left(\omega_{\varphi}^2 - \omega_z^2\right)^2 + 4\eta_z \eta_{\varphi}};$$
$$\Omega_2^2 = \frac{1}{2}\left(\omega_z^2 + \omega_{\varphi}^2\right) + \sqrt{(\omega_{\varphi}^2 - \omega_z^2)^2 + 4\eta_z \eta_{\varphi}}.$$

Таким образом, существуют два независимых друг от друга вида колебаний остова трактора с частотами Ω_1 и Ω_2. Этим частотам соответствуют частные решения дифференциальных уравнений

$$z_1 = A_1 \cos \Omega_1 t; \quad z_2 = A_2 \cos \Omega_2 t;$$
$$\varphi_1 = B_1 \cos \Omega_1 t; \quad \varphi_2 = B_2 \cos \Omega_2 t.$$

Суммы частных решений и будут решениями дифференциальных уравнений (10.6):

$$z = z_1 + z_2 = A_1 \cos \Omega_1 t + A_2 \cos \Omega_2 t;$$

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 = B_1 \cos \Omega_1 t + B_2 \cos \Omega_2 t. \qquad (10.7)$$

Эти решения показывают, что остов гусеничного трактора совершает сложное колебательное движение, состоящее из вертикальных колебаний вдоль оси z с частотами Ω_1 и Ω_2 и угловых продольных колебаний с теми же частотами.

Для решения уравнений (10.7) необходимо найти постоянные коэффициенты A_1, A_2, B_1, B_2, которые определяют при подстановке в уравнение начальных условий $t = 0$:

$$z = z_0;\ \varphi = \varphi_0;\ \dot{z} = \dot{z}_0 = 0;\ \dot{\varphi} = \dot{\varphi}_0 = 0.$$

Поскольку $\dot{z}$ и $\dot{\varphi}$ при $t = 0$ равны нулю, необходимо уменьшить число неизвестных до двух вместо четырех. Для этого, исходя из характеристических уравнений частот, воспользуемся соотношением $A/\eta_z = B/(\Omega^2 - \omega_z^2)$ и обозначениями

$$C_1 = \frac{A_1}{\eta_z} = \frac{B_1}{\Omega_1^2 - \omega_z^2};$$

$$C_2 = \frac{A_2}{\eta_z} = \frac{B_2}{\Omega_2^2 - \omega_z^2}.$$

Уравнения (10.7) можно записать в виде

$$z = C_1 \eta_z \cos \Omega_1 t + C_2 \eta_z \cos \Omega_2 t;$$

$$\varphi = C_1 (\Omega_1^2 - \omega_z^2) \cos \Omega_1 t + C_2 (\Omega_2^2 - \omega_z^2) \cos \Omega_2 t$$

или (при $t = 0$, $z = z_0$, $\varphi = \varphi_0$)

$$z_0 = C_1 \eta_z + C_2 \eta_z;$$

$$\varphi_0 = C_1 \left(\Omega_1^2 - \omega_z^2\right) + C_2 \left(\Omega_2^2 - \omega_z^2\right).$$

Отсюда

$$C_1 = \frac{\varphi_0 \eta_z - z_0 (\Omega_2^2 - \omega_z^2)}{\eta_z (\Omega_2^2 - \Omega_1^2)};$$

$$C_2 = \frac{\varphi_0 \eta_z - z_0 (\Omega_1^2 - \omega_z^2)}{\eta_z (\Omega_2^2 - \Omega_1^2)}.$$

Колебания остова трактора с частотами Ω_1 и Ω_2 можно представить как угловые колебания относительно попереч-

ной оси, расположенной на расстоянии s_1 и s_2 от центра масс трактора:

$$s_1 = \frac{z_1}{\varphi_1} = \frac{C_1\eta_z \cos\Omega_1 t}{C_1(\Omega_1^2 - \omega_z^2)\cos\Omega_1 t} = \frac{\eta_z}{\Omega_1^2 - \omega_z^2};$$

$$s_2 = \frac{z_2}{\varphi_2} = \frac{C_2\eta_z \cos\Omega_2 t}{C_2(\Omega_2^2 - \omega_z^2)\cos\Omega_2 t} = \frac{\eta_z}{\Omega_2^2 - \omega_z^2}.$$

При незначительной асимметричности системы подрессоривания можно считать колебания с частотой Ω_1 угловыми колебаниями остова, т.е. $\Omega_1 = \Omega_\varphi$, а колебания с частотой Ω_2 — вертикальными, т.е. $\Omega_1 = \Omega_z$. Для симметричных систем подрессоривания характеристические уравнения имеют вид

$$-\omega_1^2 + \omega_z^2 = 0; \quad -\omega_2^2 + \omega_\varphi^2 = 0.$$

Решая эти уравнения, находим частоты колебаний:

$$\omega_1 = \sqrt{\omega_z^2}\,|\omega_z|;$$

$$\omega_2 = \sqrt{\omega_\varphi^2}\,|\omega_\varphi|.$$

Следовательно, вертикальные и угловые колебания подрессоренного остова совершаются с частотами, равными парциальным частотам, и не зависят друг от друга.

Для расчетной схемы с полужесткой системой подрессоривания частота колебаний

$$\omega = |\omega_\varphi| = \sqrt{\frac{c_\text{р} l_\text{р}^2 + G_\text{т} l_\text{в}}{J_0}}.$$

При составлении рассмотренных дифференциальных уравнений собственных колебаний подрессоренного остова гусеничного трактора не учитывалось влияние гусениц, которые накладывают дополнительные связи на остов. Гусеничная цепь связывает движение остова трактора и вращение деталей конечной передачи, трансмиссии и двигателя.

При свободных колебаниях перемещение остова трактора вверх в общем случае ограничивается гусеничными це-

пями. Однако малые углы наклона задней и передней ветвей гусениц у современных тракторов и довольно жесткие подвески способствуют тому, что предельное перемещение остова вверх за счет гусениц больше перемещения, допускаемого подвеской, и влияние гусениц на свободные вертикальные колебания остова незначительное.

Таким образом, выведенный из состояния равновесия подрессоренный остов гусеничного трактора совершает сложное колебательное движение, состоящее из вертикальных и угловых перемещений с низкой и высокой частотами связи. Частоты связи зависят от упругих свойств подвески, массы подрессоренного остова и его момента инерции. При применении симметричной системы подрессоривания вертикальные и угловые колебания подрессоренного остова совершаются с частотами, равными парциальным частотам и не зависящими друг от друга.

10.5. Вынужденные колебания машины

Общий метод решения задач динамики несвободной системы, которой в данном случае является подрессоренный остов колесной или гусеничной машины, получаем на основании уравнений Лагранжа второго рода. Обобщенные силы, которые могут быть приложены к механической системе, совершающей колебания, можно разделить на три группы: *возбуждающие* (*возмущающие*) *силы*, *упругие силы* и *силы сопротивления* (*трения*).

Возмущающие силы являются функциями времени. Под их действием возникают вынужденные, сначала неустановившиеся, а затем установившиеся колебания системы.

Упругие силы, направленные противоположно отклонению системы относительно ее первоначального положения, восстанавливают его.

Силы сопротивления уменьшают механическую энергию колебательного движения системы, превращая ее в тепловую. Эти силы направлены в сторону, противоположную вектору скорости, и пропорциональны некоторой степени скорости.

Для упрощения анализа вынужденных колебаний остова машины допустим следующее: 1) машина движется равномерно и прямолинейно; 2) профиль опорной поверхности под правым и левым движителями одинаков; 3) входной сигнал, вызывающий колебания, совпадает с профилем пути (допущение основано на том, что опорные колеса гусеничной или колесной машины сохраняют точечный, но постоянный контакт с поверхностью движения); 4) профиль пути есть стационарная случайная функция расстояния; 5) колебания на сиденье и крутильные колебания трансмиссии не влияют на колебания остова трактора; 6) сопротивление агрегатируемой машины является случайной функцией времени и приводится к равнодействующей и моменту, приложенным в центре упругости (тяжести) остова трактора.

Вынужденные колебания колесной машины. Рассмотрим эти колебания на примере колесного трактора, имеющего переднюю эластичную подвеску. При этом учитываем только вертикальные (подпрыгивание) и угловые продольные (галопирование) колебания (см. рис. 10.1), так как конструктивно остов трактора не может совершать значительных поступательных продольных колебаний по оси OX (подергивание) по отношению к колесам; конструкция подвески и сцепление колес с грунтом не допускают значительных поступательных поперечных колебаний по оси OY (пошатывание); конструкция трактора обеспечивает устойчивое прямолинейное движение без рыскания и самопроизвольных поворотов остова, т.е. невозможны существенные угловые боковые колебания вокруг оси OZ; профиль пути для движителя правого и левого бортов не вызывает угловых поперечных колебаний вокруг оси OY (покачивание).

Заменим реальный трактор эквивалентной ему динамической моделью (см. рис. 10.4, *а*). Подрессоренную часть трактора рассматривают как твердое тело с массой M, приложенной в центре масс (точка C), и моментом инерции J_y относительно поперечной оси. Неподрессоренная масса передних колес обозначена $m_н$. Сопротивление агрегатируемых машин приводим к центру масс и представляем в виде двух составляющих — сил $F_{крx}(t)$, $F_{крz}(t)$ — и момента $M_{кр}(t)$.

Расчетная динамическая модель трактора имеет три степени свободы: z_1 и z_2 — перемещения подрессоренной массы над передними и задними колесами; ξ_1 — перемещения неподрессоренной массы. Условимся вертикальные координаты z_1, z_2 и ξ_1 отсчитывать от положения статического равновесия системы.

При малых угловых колебаниях остова трактора, когда $\operatorname{tg}\varphi \approx \varphi$, угол поворота подрессоренной массы относительно поперечной оси, проходящей через центр упругости, определим по выражению

$$\varphi = (z_2 - z_1) / l.$$

Вертикальное перемещение центра подрессоренной массы трактора z_0 связано с вертикальными перемещениями z_1 и z_2 следующей зависимостью:

$$z_0 = (z_1 l_2 - z_2 l_1) / l.$$

Кинематическая энергия системы

$$E_к = \frac{1}{2} M \dot{z}_0^2 + \frac{1}{2} J_y \dot{\varphi}^2 + \frac{1}{2} m_н \dot{\xi}_1^2 = \frac{1}{2} m_1 \dot{z}_1^2 \frac{1}{2} m_2 \dot{z}_2^2 + m_3 \dot{z}_1 \dot{z}_2 + \frac{1}{2} m_н \dot{\xi}_1^2.$$

Потенциальная энергия равна работе упругих сил подрессоривания и шин, являющихся функциями прогибов. Прогибы упругих элементов (пружин, рессор и др.), отсчитываемые от положения равновесия, для подвесок равны $z_1 - \xi_1$, для шин $\xi_1 - h_1$, $z_2 - h_2$ (здесь h_1, h_2 — высота неровностей опорной поверхности под передними и задними колесами соответственно; см. рис. 10.4). В данном случае высота неровностей изменяется и является функцией времени. Причем сигнал, вызванный неровностью поверхности, поступает на заднее колесо с запаздыванием t_0 относительно переднего колеса. Следовательно,

$$h_1 = h(t); \quad h_2 = h(t - t_0); \quad t_0 = L/v,$$

где L — база трактора; v — скорость движения.

Выражение потенциальной энергии системы имеет вид

$$E_п = \frac{1}{2} 2 c_{р1} (z_1 - \xi_1)^2 + \frac{1}{2} 2 c_{ш1} (\xi_1 - h_1)^2 + \frac{1}{2} 2 c_{ш2} (\xi_2 - h_2)^2.$$

Диссипативную функцию рассеяния энергии определяют через силы сопротивления по формуле

$$\Phi = \frac{1}{2}2k_{\text{р}1}(\dot{z}_1 - \dot{\xi}_1)^2 + \frac{1}{2}2k_{\text{ш}1}(\dot{\xi}_1 - \dot{h}_1)^2 + \frac{1}{2}2k_{\text{ш}2}(\dot{\xi}_2 - \dot{h}_2)^2.$$

Обобщенные силы для передней и задней опор остова трактора

$$Q_{z1} = \frac{F_{\text{кр}z}l_2 - M_{\text{кр}}}{l};$$

$$Q_{z2} = \frac{F_{\text{кр}z}l_1 + M_{\text{кр}}}{l}.$$

Взяв соответствующие производные от выражений для кинетической и потенциальной энергий, а также диссипативной функции и подставляя их в уравнения Лагранжа с учетом обобщенных сил, выведем уравнения вынужденных колебаний колесного трактора:

$$m_1\ddot{z}_1 + m_3\ddot{z}_2 + 2c_{\text{р}1}(z_1 - \xi_1) + 2k_{\text{р}1}(\dot{z}_1 - \dot{\xi}_1) = \frac{F_{\text{кр}\,z}l_2 - M_{\text{кр}}}{l};$$

$$m_2\ddot{z}_2 + m_3\ddot{z}_1 + 2c_{\text{ш}2}(z_2 - h_2) + 2k_{\text{ш}2}(\dot{z}_2 - \dot{h}_2) = \frac{F_{\text{кр}\,z}l_1 + M_{\text{кр}}}{l};$$

$$m_{\text{н}}\ddot{\xi}_1 + 2c_{\text{ш}1}(\xi_1 - h_1) - 2c_{\text{р}1}(z_1 - \xi_1) + 2k_{\text{ш}1}(\dot{\xi}_1 - \dot{h}_1) - 2k_{\text{р}1}(\dot{z}_1 - \dot{\xi}_1) = 0.$$

Следовательно, в общем случае колебания передней и задней частей подрессоренного остова колесного трактора взаимосвязаны.

Разделив первое уравнение на m_1, второе — на m_2, а третье — на $m_{\text{н}}$, получим

$$\left.\begin{aligned}
&\ddot{z}_1 + 2h_1\dot{z}_1 + \omega_1^2 z_1 + \eta_1\ddot{z}_2 - 2h_1\xi_1 - \omega_1^2\xi_1 = F_1(t);\\
&\ddot{z}_2 + 2h_{\text{к}2}\dot{z}_2 + \omega_{\text{к}2}^2 z_2 + \eta_2\ddot{z}_1 = 2h_{\text{к}2}\dot{h}_2 + \omega_{\text{к}2}^2 h_2 + F_2(t);\\
&\dot{\xi}_1 + (2h_{\text{к}1} + 2h_{\text{н}1})\xi_1 + (\omega_{\text{к}1}^2 + \omega_{\text{н}1}^2)\xi_1 - 2h_{\text{н}1}\dot{z}_1 - \omega_{\text{н}1}^2 z_1 =\\
&= 2h_{\text{к}1}\dot{h}_1 + \omega_{\text{к}1}^2 h_1,
\end{aligned}\right\} \quad (10.8)$$

где

$$\eta_1 = \frac{m_з}{m_1};\ \omega_1^2 = \frac{2c_{р1}}{m_1};\ 2h_1 = \frac{2k_{р1}}{m_1};\ F_1(t) = \frac{F_{кр\,z} l_2 - M_{кр}}{lm_1};$$

$$\eta_2 = \frac{m_з}{m_2};\ \omega_{к2}^2 = \frac{2c_{ш2}}{m_2};\ 2h_{к1} = \frac{2k_{ш2}}{m_2};\ F_2(t) = \frac{F_{кр\,z} l_1 + M_{кр}}{lm_2};$$

$$\omega_{к1}^2 = \frac{2c_{ш1}}{m_н};\ \omega_{н1}^2 = \frac{2c_{р1}}{m_1};\ 2h_{к1} = \frac{2k_{ш1}}{m_н};\ 2h_{н1} = \frac{2k_{р1}}{m_н}.$$

Вертикальные колебания остова трактора в месте крепления сиденья $z_с$ связаны с колебаниями передней и задней частей линейной зависимостью

$$z_с = \frac{l_с}{l_1} z_2 + \frac{l - l_с}{l} z_1, \qquad (10.9)$$

где $l_с$ — расстояние от оси передних колес до места крепления сиденья.

Сиденье испытывает и продольно-угловые колебания. В настоящее время не существует норм, ограничивающих угловые колебания. Они установлены только на поступательно-вертикальные и продольные колебания. Выясним, к каким продольным колебаниям на уровне сиденья водителя приведут продольно-угловые колебания.

Поступательно-продольные колебания (рис. 10.6) составляют

$$x = h_с \operatorname{tg} \varphi \approx h_с \varphi,$$

где $h_с$ — высота сиденья относительно крепления. Подставив в эту формулу значения угла φ, получим

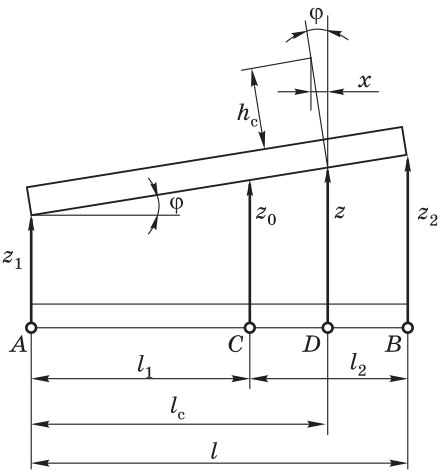

Рис. 10.6. Схема для расчета параметров подвески гусеничного трактора

$$x = \frac{h_c}{l}(z_2 - z_1). \qquad (10.10)$$

Соответственно

$$\dot{x} = \frac{h_c}{l}(\dot{z}_2 - \dot{z}_1); \quad \ddot{x} = \frac{h_c}{l}(\ddot{z}_2 - \ddot{z}_1). \qquad (10.11)$$

Уравнения колебания сиденья можно также получить, воспользовавшись уравнением Лагранжа второго рода. За обобщенную координату принимаем z. Значения кинетической и потенциальной энергии и диссипативной функции применительно к сиденью определяются по выражениям

$$E_к = \frac{1}{2}m_c\dot{z}^2; \; E_п = \frac{1}{2}c_c z^2; \; \Phi = \frac{1}{2}k_c\dot{z}^2, \qquad (10.12)$$

где c_c — жесткость подвески сиденья; k_c — коэффициент демпфирования в системе подвески сиденья.

Взяв соответствующие производные от выражений (10.12) и учитывая, что обобщенная сила в этом случае равна нулю, получаем дифференциальное уравнение колебаний сиденья:

$$\ddot{z} + \frac{c_c(z - z_c)}{m} + \frac{k_c(\dot{z} - \dot{z}_c)}{m} = 0. \qquad (10.13)$$

Следовательно, для характеристики колебаний сиденья необходимо из дифференциальных уравнений (10.8) определить колебания остова трактора над передними (z_1) и задними (z_2) колесами, а затем по формулам (10.10) и (10.11) перемещение, скорость и ускорение продольного горизонтального колебания сиденья. Решая уравнение (10.13), находим колебания сиденья z относительно положения статического равновесия системы, предварительно определив z_c из соотношения (10.9). Когда сиденье расположено над задним мостом $l_c = l$, из формулы (10.9) получаем $z_c = z_2$, т.е. колебания места крепления сиденья — это колебания остова трактора над задним мостом.

Если колебания передней и задней частей трактора взаимно независимы, то для подсчета вертикальных колебаний

места крепления сиденья достаточно рассмотреть лишь колебания задней части трактора.

Рассмотрим случай, когда колебания передней и задней частей трактора независимы. Это возможно при $\varepsilon = 1$. При этом $m_3 = 0$; $\eta_1 = \eta_2 = 0$; $m_1 = Ml_1 / l_2$; $m_2 = Ml_1 / l_2$. В таком случае решение системы дифференциальных уравнений (10.8) значительно упрощается. Для оценки возможности такого упрощения подсчитывают отношение частот собственных колебаний трактора Ω_1 и Ω_2 к парциальным $\omega_{п1}$, $\omega_{п2}$. Для трактора с подрессоренным передним мостом $\omega_{п1} = \omega_1$, $\omega_{п2} = \omega_{к2}$.

Как указывалось ранее, для упрощения решения задачи можно не учитывать демпфирующее действие, которое мало влияет на значение частот. Их отношение определяется формулами

$$\frac{\Omega_1}{\omega_{п2}} = \sqrt{\frac{1}{2(1-\eta_1\eta_2)}\left[1+\frac{\omega_{п2}^2}{\omega_{п1}}+\sqrt{\left(\frac{\omega_{п2}^2}{\omega_{п1}^2}-1\right)^2+4\eta_1\eta_2\frac{\omega_{п2}^2}{\omega_{п1}^2}}\right]};$$

$$\frac{\Omega_2}{\omega_{п1}} = \sqrt{\frac{1}{2(1-\eta_1\eta_2)}\left[1+\frac{\omega_{п1}}{\omega_{п2}^2}+\sqrt{\left(\frac{\omega_{п1}^2}{\omega_{п2}^2}-1\right)^2+4\eta_1\eta_2\frac{\omega_{п1}^2}{\omega_{п2}^2}}\right]}.$$

Если отношения частот собственных колебаний трактора к парциальным находятся в пределах 0,94...1,06, то коэффициенты связи η_1 и η_2 можно принять равными нулю и рассчитывать колебания передней и задней частей трактора независимо друг от друга.

Вынужденные колебания гусеничной машины. Конструкция гусеничной машины обеспечивает ее устойчивое поступательное движение без существенных продольных линейных колебаний и самопроизвольных поворотов. Сцепление гусениц с грунтом и конструкция подвески практически не допускают поперечных линейных колебаний остова.

Таким образом, подрессоренный остов гусеничной машины при движении по неровностям совершает вертикальные линейные, продольно-угловые и поперечно-угловые колебания, т.е. имеет три степени свободы. Однако в обычных

условиях эксплуатации поперечно-угловые колебания машины незначительны, поэтому можно рассматривать только вертикальные линейные и продольно-угловые колебания остова.

При наезде машины на неровность возникают дополнительные (по отношению к статическим) деформации z_i упругих элементов подвески, которые складываются из деформаций, возникающих в результате вертикального (z_0) и углового (φ) перемещений остова машины и деформации h_i, полученной в результате наезда катков на неровность. При балансирной и индивидуальной системах подрессоривания (см. рис. 10.5, *а*, *в*)

$$z_i = z_0 + l_i\varphi_i - h_i,$$

где h_i — текущее значение высоты неровности опорной поверхности, имеющее различное значение при балансирной и индивидуальной системах подрессоривания.

Выражения для кинетической и потенциальной энергий и диссипативной функции применительно к гусеничной машине с балансирной и индивидуальной системами подрессоривания имеют вид

$$F_{\text{к}} = \frac{1}{2} m\dot{z}_0^2 + \frac{1}{2} J\dot{\varphi}^2;$$

$$E_{\text{п}} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{2} 2c_{\text{p}i} z_i^2 = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{2} 2c_{\text{p}i} (z_0 + l_i\varphi - h_i);$$

$$\Phi = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{2} 2k_{\text{p}i} z_i^2 = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{2} 2k_{\text{p}i} (\dot{z}_0 + l_i\dot{\varphi} - \dot{h}_i).$$

Обобщенные силы по координатам z_0 и φ равны нулю, если рассматривается трактор с поднятой в транспортное положение машиной.

Взяв соответствующие производные от выражений для определения кинетической и потенциальной энергий и диссипативной функции и подставляя их в уравнения Лагранжа второго рода, получаем уравнения вынужденных колебаний остова гусеничной машины при движении по неровностям

опорной поверхности с поднятым в транспортное положение агрегатируемым оборудованием:

$$m\ddot{z}_0 + \sum_{i=1}^{n} 2c_{\text{p}i}\dot{z}_0 + \sum_{i=1}^{n} 2c_{\text{p}i}l_i\varphi + \sum_{i=1}^{n} 2k_{\text{p}i}\dot{z}_0 + \sum_{i=1}^{n} 2k_{\text{p}i}l_i\varphi = \sum_{i=1}^{n} 2k_{\text{p}i}\dot{h}_i + \sum_{i=1}^{n} 2c_{\text{p}i}h_i;$$

$$J\ddot{\varphi} + \sum_{i=1}^{n} 2c_{\text{p}i}l_i z_0 + \sum_{i=1}^{n} 2c_{\text{p}i}l_i^2\varphi + \sum_{i=1}^{n} 2k_{\text{p}i}l_i\dot{z}_0 + \sum_{i=1}^{n} 2k_{\text{p}i}l_i^2\varphi = \sum_{i=1}^{n} 2k_{\text{p}i}l_i\dot{h}_i + \sum_{i=1}^{n} 2c_{\text{p}i}l_i h_i.$$

Разделив первое уравнение на массу подрессоренного остова m, второе — на момент инерции остова J, получим

$$\left.\begin{aligned} &\ddot{z}_0 + 2h_z\dot{z}_0 + \omega_z^2 z + 2h_{z\varphi}\dot{\varphi} + \eta_z\varphi = F_z(t);\\ &\ddot{\varphi} + 2h_\varphi\dot{\varphi} + \omega_\varphi\varphi + 2h_{\varphi z}\dot{z} + \eta_\varphi z = F_\varphi(t), \end{aligned}\right\} \qquad (10.14)$$

где

$$2h_z = \frac{\sum_{i=1}^{n} 2k_{\text{p}i}}{m};\quad \omega_z^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} 2c_{\text{p}i}}{m};\quad 2h_{z\varphi} = \frac{\sum_{i=1}^{n} 2k_{\text{p}i}l_i}{m};$$

$$h_z = \frac{\sum_{i=1}^{n} 2c_{\text{p}i}l_i}{m};\quad F_z(t) = \frac{\sum_{i=1}^{n} 2k_{\text{p}i}\dot{h}_i + \sum_{i=1}^{n} 2c_{\text{p}i}h_i}{m};$$

$$2h_\varphi = \frac{\sum_{i=1}^{n} 2k_{\text{p}i}l_i^2}{J};\quad \omega_\varphi^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} 2c_{\text{p}i}l_i^2}{J};\quad 2h_{\varphi z} = \frac{\sum_{i=1}^{n} 2k_{\text{p}i}l_i}{J};$$

$$h_\varphi = \frac{\sum_{i=1}^{n} 2c_{\text{p}i}l_i}{J};\quad F_\varphi(t) = \frac{\sum_{i=1}^{n} 2k_{\text{p}i}l_i\dot{h}_i + \sum_{i=1}^{n} 2c_{\text{p}i}l_i h_i}{J}$$

(здесь η_z, η_φ — коэффициенты связи; ω_z, ω_φ — парциальные частоты системы; $2h_{z\varphi}$, $2h_z$, $2h_{\varphi z}$, $2h_\varphi$ — парциальные коэффициенты сопротивления подвески).

Наличие координаты φ и ее производной в уравнении вертикальных колебаний центра масс остова машины и координаты z_0 и ее производной в уравнении угловых колебаний указывает на связанность этих уравнений, которая характе-

ризуется коэффициентами $2h_{z\varphi}$, $2h_z$, $2h_{\varphi z}$, $2h_\varphi$, зависящими от конструктивных параметров машины.

Общее решение неоднородной системы уравнений (10.14) представляет собой сумму общего решения однородной системы (z_{01} и φ_1) и частного решения неоднородной системы (z_{02} и φ_2).

Общее решение однородной системы, полученной из исходной системы уравнений (10.14), находим в виде

$$z_{01} = ze^{\lambda t}; \quad \varphi = \Phi e^{\lambda t}.$$

Подставляя эти значения в уравнения однородной системы и решая их совместно, получаем характеристическое уравнение четвертой степени:

$$\lambda^4 + (2h_z + 2h_\varphi)\lambda^3 + (\omega_z^2 + 2h_z 2h_\varphi - 2h_{\varphi z} 2h_{z\varphi} + \omega_\varphi^2)\lambda^2 +$$
$$+(2h_\varphi \omega_z^2 + 2h_z \omega_\varphi^2 - 2h_{\varphi z}\eta_z - 2h_{z\varphi}\eta_\varphi)\lambda + \omega_z^2\omega_\varphi^2 - \eta_z\eta_\varphi = 0. \quad (10.15)$$

Корни этого уравнения в общем случае будут комплексными, сопряженными с отрицательной вещественной частью:

$$\eta_1 = -h_{z1} - i\Omega_1; \ \lambda_2 = -h_{z1} + i\Omega_1; \ \lambda_3 = -h_{\varphi 1} - i\Omega_2; \ \lambda_4 = -h_{\varphi 1} + i\Omega_2,$$

где Ω_1 и Ω_2 — частоты собственных колебаний системы; h_{z1}, $h_{\varphi 1}$ — коэффициенты затухания.

Общим решением уравнения (10.15) будут выражения

$$z_{01} = c_{1z}e^{\lambda t} + c_{2z}e^{\lambda_2 t} + c_{3z}e^{\lambda_3 t} + c_{4z}e^{\lambda_4 t};$$
$$\varphi_1 = c_{1\varphi}e^{\lambda_1 t} + c_{2\varphi}e^{\lambda_2 t} + c_{3\varphi}e^{\lambda_3 t} + c_{4\varphi}e^{\lambda_4 t}.$$

Частное решение неоднородной системы запишем в виде

$$z_{01} = M_1 \cos\omega t + N_1 \sin\omega t;$$
$$\varphi_1 = M_2 \cos\omega t + N_2 \sin\omega t.$$

Подставляя эти выражения в левые части исходных уравнений (8.14) и приравнивая коэффициенты при $\cos\omega t$ и $\sin\omega t$, получаем систему уравнений для определения M_1, N_1, M_2, N_2 (профиль, неровностей опорной поверхности волнообразный синусоидальной формы):

$$(\omega_z^2 - \omega^2)M_1 + 2h_z\omega N_1 + 2h_{z\varphi}\omega N_2 + \eta_z M_2 = F_1;$$
$$-2h_z\omega M_1 + (\omega_z^2 - \omega^2)N_1 + \eta_z N_2 - 2h_{z\varphi}\omega M_2 = F_2;$$
$$\eta_\varphi M_1 + 2h_{\varphi z}\omega N_1 + 2h_\varphi\omega N_2 + (\omega_\varphi^2 - \omega^2)M_2 = F_3;$$
$$-2h_{\varphi z}\omega M_1 + \eta_\varphi N_1 + (\omega_\varphi^2 - \omega^2)N_2 - 2h_\varphi\omega M_2 = F_4.$$

Эта система включает четыре линейных уравнения с четырьмя неизвестными, и ее решают по формулам Крамера:

$$M_1 = \frac{D_1}{D};\ N_1 = \frac{D_2}{D};\ N_2 = \frac{D_3}{D};\ M_2 = \frac{D_4}{D},$$

где D — главный определитель, составленный из коэффициентов при неизвестных; D_i — дополнительные определители, которые получают из главного заменой i-го столбца свободными членами уравнений.

Таким образом, при исследовании вынужденных колебаний реальная машина заменяется эквивалентной ей динамической моделью с приведенными упругими и диссипативными связями подвески остова и сиденья. Задача анализа вынужденных колебаний машины значительно упрощается, если рассматривать только вертикальные и продольно-угловые колебания, т.е. при использовании плоской модели. Для принятой расчетной модели, используя уравнения Лагранжа второго рода, можно составить n дифференциальных уравнений, полностью описывающих процесс колебаний машины. Если коэффициент подрессоривания масс $e \approx 1$, то вынужденные колебания передней и задней частей колесной машины можно считать независимыми. Исследования вынужденных колебаний гусеничной машины упрощаются, если применяется симметричная подвеска.

10.6. Амплитудно-частотные характеристики колебаний линейной динамической системы

Особенности колебаний машины при движении по неровностям гармонического профиля ($h = A\cos\omega t$; $t = s/v$) в зависи-

мости от частоты ω описываются *амплитудно-частотными характеристиками*.

Амплитудно-частотная характеристика перемещений показывает, во сколько раз увеличивается их амплитуда, а амплитудно-частотная характеристика ускорений — какое ускорение создает профиль опорной поверхности при единичной амплитуде ($A = 1$).

Амплитудно-частотные характеристики перемещений и ускорений представляют собой модули передаточных функций при $p = i\omega$. В свою очередь, передаточная функция W определяется отношением выходного сигнала к входному. При исследовании плавности хода входным сигналом являются неровности опорной поверхности $h(t)$, а выходными — перемещение сиденья относительно земли $z(t)$ и перемещение места крепления сиденья относительно земли $z_c(t)$.

Рассмотрим трактор с подрессоренными передним и задним мостами. Для упрощения динамической модели предположим, что трактор движется без нагрузки на крюке. Дифференциальные уравнения колебаний трактора, когда упругие и диссипативные силы подвесок подчиняются линейному закону, имеют вид

$$
\begin{aligned}
&\ddot{z}_1 + 2h_1\dot{z}_1 + \omega_1^2 z_1 + \eta_1\ddot{z}_2 - 2h_1\dot{\xi}_1 - \omega_1^2\xi_1 = 0;\\
&\ddot{z}_2 + 2h_2\dot{z}_2 + \omega_2^2 z_2 + \eta_2\ddot{z}_1 - 2h_2\dot{\xi}_2 - \omega_2^2\xi_2 = 0;\\
&\ddot{\xi}_1 + (2h_{к1} + 2h_{н1})\dot{\xi}_1 + (\omega_{к1}^2 + \omega_{н1}^2)\xi_1 - 2h_{н1}\dot{z}_1 - \omega_{н2}^2 z_1 = 2h_{к1}\dot{h}_1 + \omega_{к1}^2 h_1;\\
&\ddot{\xi}_2 + (2h_{к2} + 2h_{н2})\dot{\xi}_2 + (\omega_{к2}^2 + \omega_{н2}^2)\xi_2 - 2h_{н2}\dot{z}_2 - \omega_{н2}^2 z_2 = 2h_{к2}\dot{h}_2 + \omega_{к2}^2 h_2;\\
&\ddot{z} + 2h_c\dot{z} + \omega_c^2 z = 2h_c\dot{z} + \omega_c^2 z,
\end{aligned}
$$

где

$$
\left.
\begin{aligned}
&2h_{н2} = \frac{2k_{р2}}{m_{н2}};\quad \omega_{н2}^2 = \frac{2c_{р2}}{m_{н2}};\quad \omega_2^2 = \frac{2c_{р2}}{m_{н2}};\quad 2h_2 = \frac{2k_{р2}}{m_{н2}};\\
&2h_c = \frac{2k_c}{m_c};\quad \omega_c^2 = \frac{c_c}{m_c}.
\end{aligned}
\right\} \qquad (10.16)
$$

Преобразования Лапласа L по входному сигналу от неровностей опорной поверхности:

$$\left.\begin{aligned} h_1 &= h(t);\ z(h_1) = h(p);\\ h_2 &= h(t-t_0);\ z(h_2) = h(p)e^{-t_0 p}. \end{aligned}\right\} \qquad (10.17)$$

Соответственно

$$\left.\begin{aligned} \ddot{z}_1 &= p^2 z_1(p);\ \dot{z}_1 = p z_1(p);\ z_1 = z_1(p);\\ \ddot{z}_2 &= p^2 z_2(p);\ \dot{z}_2 = p z_2(p);\ z_2 = z_2(p);\\ \ddot{\xi}_1 &= p^2 \xi_1(p);\ \dot{\xi}_1 = p\xi_1(p);\ \xi_1 = \xi_1(p);\\ \ddot{\xi}_2 &= p^2 \xi_2(p);\ \dot{\xi}_2 = p\xi_2(p);\ \xi_2 = \xi_2(p). \end{aligned}\right\} \qquad (10.18)$$

Возьмем преобразования Лапласа L от уравнений (10.9) и (10.16). Согласно уравнениям (10.17) и (10.18), получим

$$\left\{\begin{aligned} &(p^2 + 2h_1 + \omega_1^2)z_1(p) + \eta_1 p^2 z_2(p) = (2h_1 p + \omega_1^2)\xi_1(p);\\ &\eta_2 p^2 z_1(p) + (p^2 + 2h_2 + \omega_2^2)z_2(p) = (2h_2 p + \omega_2^2)\xi_2(p);\\ &\left[p^2 - 2(h_1 + h_{к1})p + \omega_1^2 + \omega_{к1}^2\right]\xi_1(p) - (2h_1 p + \omega_1^2)z_1(p) =\\ &= (2h_{к1}p + \omega_{к1}^2)h(p);\\ &\left[p^2 - 2(h_2 + h_{к2})p + \omega_2^2 + \omega_{к2}^2\right]\xi_2(p) - (2h_2 p + \omega_2^2)z_2(p) =\\ &= (2h_{к2}p + \omega_{к2}^2)h(p)e^{-t_0 p};\\ &(p^2 + 2h_c p + \omega_c^2)z(p) = (2h_c p + \omega_c^2)z_c(p);\\ &z_c(p) = z_1(p)d_1 + z_2(p)d_2, \end{aligned}\right. \qquad (10.19)$$

где $d_1 = 1 - d_2$; $d_2 = l_c / l$.

Из третьего и четвертого уравнений системы (10.19) находим значения $\xi_1(p)$ и $\xi_2(p)$, подставляем их в первое и второе уравнения этой системы. Решая теперь эти уравнения относительно $z_1(p)$ и $z_2(p)$, определяем передаточные функции W_1 и W_2 над передними и задними колесами:

$$W_1 = \frac{z_1(p)}{h_1(p)} = \frac{B_1(p)A_2(p) - B_2(p)\eta_1 p^2 e^{t_0 p}}{A_1(p)A_2(p) - \eta_1\eta_2 p^4};$$

$$W_2 = \frac{z_2(p)}{h_2(p)} = \frac{B_2(p)A_1(p) - B_1(p)\eta_2 p^2}{A_1(p)A_2(p) - \eta_1\eta_2 p^4},$$

где

$$A_1(p) = p^2 + 2h_1 p + \omega_1^2 - \frac{(2h_1 p + \omega_1^2)^2}{p^2 + 2(h_1 + h_{к1})p + \omega_1^2 + \omega_{к1}^2};$$

$$A_2(p) = p^2 + 2h_2 p + \omega_2^2 - \frac{(2h_2 p + \omega_2^2)^2}{p^2 + 2(h_2 + h_{к2})p + \omega_2^2 + \omega_{к2}^2};$$

$$B_1(p) = \frac{(2h_1 p + \omega_1^2)(2h_{к1} p + \omega_{к1}^2)}{p^2 + 2(h_1 + h_{к1})p + \omega_1^2 + \omega_{к1}^2};$$

$$B_2(p) = \frac{(2h_2 p + \omega_2^2)(2h_{к2} p + \omega_{к2}^2)}{p^2 + 2(h_2 + h_{к2})p + \omega_2^2 + \omega_{к2}^2}.$$

Для того чтобы найти передаточную функцию перемещения места крепления сиденья $W_с$ и сиденья W_z относительно земли, подставляем значения $z_1(p)$ и $z_2(p)$ в пятое и шестое уравнения системы (10.19):

$$\left.\begin{aligned} &W_с = \left[B_1(A_2 d_2 - \eta_2 p^2 d_2) + B_2(A_2 d_2 - \eta_1 p^2 d_1)e^{-t_0 p}\right] \Big/ \\ &\left(A_1 A_2 - \eta_1\eta_2 p^4\right); \\ &W_z = \frac{2h_с p + \omega_с^2}{p^2 + 2h_с p + \omega_с^2} B_1(A_2 d_2 - \eta_2 p^2 d_2) + \\ &+ B_2(A_1 d_2 - \eta_1 p^2 d_1)e^{-t_0 p} \Big/ \left(A_1 A_2 - \eta_1\eta_2 p^4\right). \end{aligned}\right\} \quad (10.20)$$

Чтобы получить $|W_с|$ и $|W_z|$ при $p = i\omega$, в числителях и знаменателях дробей в формулах (10.20) выделяем действительную и мнимую части коэффициентов $A_1(p)$, $A_2(p)$, $B_1(p)$ и $B_2(p)$:

$$\begin{cases} W_с(i\omega) = \dfrac{f_1(\omega) + if_2(\omega)}{f_3(\omega) + if_4(\omega)}; \\ W_z(i\omega) = \dfrac{\omega_с^2 + 2h_с\omega i}{\omega_с^2 - \omega^2 + 2h_с\omega i} \dfrac{f_1(\omega) + if_2(\omega)}{f_3(\omega) + if_4(\omega)}. \end{cases} \quad (10.21)$$

Тогда модулями передаточных перемещений, т.е. амплитудно-частотными характеристиками перемещений, будут

$$\left.\begin{aligned} |W_c(i\omega)| &= \sqrt{\frac{f_1 + f_2}{f_3 + f_4}}; \\ |W_z(i\omega)| &= \sqrt{\frac{\omega_c^4 + 4h_c\omega^2}{(\omega_c^2 - \omega^2)^2 + 2h_c\omega^2}} \sqrt{\frac{f_1(\omega) + if_2(\omega)}{f_3(\omega) + if_4(\omega)}}. \end{aligned}\right\} \qquad (10.22)$$

Чтобы определить перемещение сиденья относительно места крепления, выведем формулу для модуля передаточной функции перемещения. Применив преобразование Лапласа в левой и правой частях формулы $\bar{z} = z - z_c$ и разделив обе части на преобразование от входного сигнала $h(t)$, получим

$$W_{\bar{z}}(p) = W_z(p) - W_c(p).$$

При $p = i\omega$

$$W_{\bar{z}}(i\omega) = W_z(i\omega) - W_c(i\omega).$$

Подставим значения $W_z(i\omega)$ и $W_c(i\omega)$ из формулы (10.21) в формулу передаточной функции сиденья. Тогда

$$W_{\bar{z}}(i\omega) = \frac{f_1(\omega) + if_2(\omega)}{f_3(\omega) + if_4(\omega)} \frac{-\omega^2}{\omega_c^2 - \omega^2 + 2h_c\omega i}.$$

Вычислим модуль передаточной функции перемещения сиденья относительно места крепления, т.е. его амплитудно-частотную характеристику:

$$W_{\bar{z}}(i\omega) = \frac{\omega^2}{\sqrt{(\omega_c^2 - \omega^2)^2 + 4h_c\omega^2}} |W_c(i\omega)|. \qquad (10.23)$$

График первого сомножителя приведен на рис. 10.7. На оси абсцисс отложено отношение частот неровностей к частотам сиденья, а на оси ординат — функция

$$f(\omega) = \frac{\omega^2}{\sqrt{(\omega_c^2 - \omega^2)^2 + 4h_c\omega^2}}.$$

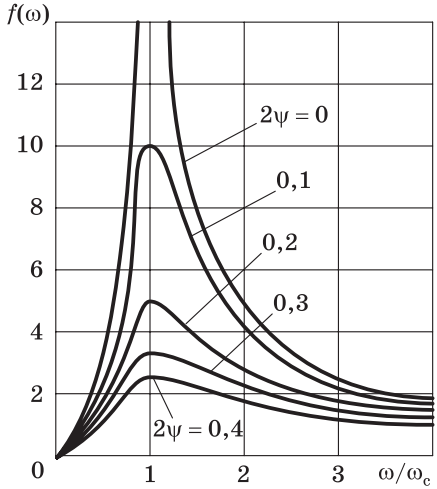

Рис. 10.7. Зависимость сомножителя $f(\omega)$, входящего в формулу модуля передаточной функции перемещения сиденья относительно места крепления, от отношения ω/ω_c

Из рис. 10.7 видно, что когда частота неровностей совпадает с частотой собственных колебаний сиденья, наступает резонанс и при $h_c \to 0$ $f(\omega) \to \infty$, т.е. $\lim f(\omega) = \infty$ при $\omega_c = \omega$ и $h_c \to 0$.

Модули передаточных функций ускорений находим, умножая соответствующие модули передаточных функций перемещений на ω^2. Тогда модуль передаточной функции ускорений места крепления сиденья

$$|W_c(i\omega)| = \omega^2 \sqrt{\frac{f_1 + f_2}{f_3 + f_4}}. \qquad (10.24)$$

Модуль передаточной функции ускорений относительно земли

$$|W_{\bar{z}}(i\omega)| = |W_c(i\omega)| \sqrt{\frac{\omega_c^4 + 4h_c\omega^2}{(\omega_c^2 - \omega^2)^2 + 4h_c^4\omega^2}}.$$

Рассмотрим метод получения амплитудно-частотной характеристики ускорений продольно-горизонтальных колебаний сиденья, которые определяются формулой $x = (l_c/l)(z_2 - z_1)$.

Сравнив их с уравнением (10.9), определяющим колебания места крепления сиденья, находим, что первая формула переходит в формулу (10.9) при $d_1 = -l_c / l$ и $d_2 = l_c / l$. Поэтому модули передаточных функций продольно-горизонтальных перемещений и ускорений сиденья получаем из формул (10.22) и (10.24), определяющих модули передаточных функций вертикальных колебаний места крепления сиденья.

Допустим, что $d_1 = -l_c / l$, $d_2 = l_c / l$, тогда

$$|W_x(i\omega)| = \frac{l_c}{l}\sqrt{\frac{f_1 + f_2}{f_3 + f_4}}; \qquad |W_{\ddot{x}}(i\omega)| = \omega^2 |W_x(i\omega)|.$$

Таким образом, расчет амплитудно-частотных характеристик-колебаний (модулей передаточных функций) входит в качестве составной части в общий расчет случайных колебаний. При линейной динамической модели амплитудно-частотные характеристики являются модулями передаточных функций системы, которые равны отношению преобразований Лапласа выходного и входного сигналов. Наиболее простой вид модули передаточных функций принимают в том случае, когда сиденье расположено над задним мостом, а колебания передней и задней частей трактора независимы.

10.7. Воздействие колебаний на водителя

Организм человека по-разному реагирует на амплитуду, скорость, ускорение и нарастание колебаний. Особенно важна их связь с частотой колебаний.

В тракторах диапазон частот довольно широк. Наиболее вредное воздействие на организм человека оказывают низкочастотные колебания, которые возникают при движении по неровной опорной поверхности. Вибрации же порождаются неуравновешенными силами инерции двигателя и опрокидывающим реактивным моментом. Низкочастотные колебания носят случайный характер из-за произвольного расположения неровностей, а вибрации являются гармоническими колебаниями.

Установлено, что в интересующей нас области частот уровень колебаний, воспринимаемых человеком, может опреде-

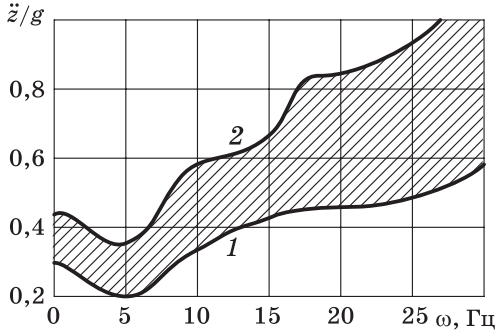

Рис. 10.8. Зона трудноперенosимых человеком средних квадратичных значений вертикальных ускорений в зависимости от частот: *1* — нижняя граница; *2* — верхняя граница

ляться средним квадратическим ускорением тела человека $\omega(\ddot{z})$. Эта величина обычно измеряется в долях ускорения свободного падения и фиксируется прибором в точках контакта тела человека с различными поверхностями.

Область трудноперенosимых средних квадратических вертикальных ускорений в зависимости от частоты определили при специальных испытаниях (рис. 10.8). Из графиков видно, что колебания водителем переносятся хуже в сравнительно узкой полосе частот (0...5)g. Предельные ускорения равны примерно 0,3 м/с^2.

Обобщенные результаты, по данным исследователей, показаны на рис. 10.9.

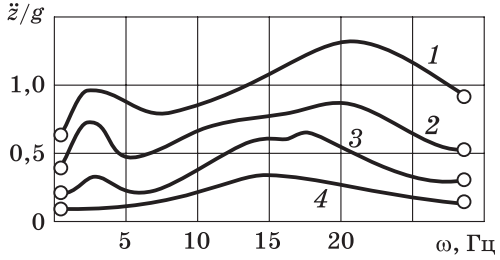

Рис. 10.9. Схема восприятия человеком вертикальных виброускорений при различных частотах воздействия: *1* — опасные для здоровья; *2* — сильно беспокоящие; *3* — беспокоящие; *4* — ощутимые

В полосе частот, соответствующей движению транспортного агрегата, уровень колебаний, беспокоящих водителя, вновь приближается к значению (0,2...0,3)*g*. Разные полосы имеют неодинаковые допустимые средние квадратические ускорения $\sigma_{доп}$ (см. рис. 10.8 и 10.9).

При определении критериев допустимости низкочастотных колебаний исходят из средних квадратических ускорений. Среднее квадратическое ускорение σ равно квадратному корню из дисперсии ускорений *D* (при условии, что среднее значение ускорений равно нулю). В соответствии с энергетическим принципом дисперсия нескольких полос равна сумме дисперсий отдельных полос. Пусть σ_n и D_n — среднее квадратическое ускорение и дисперсия, наблюдаемые в *n*-й полосе. Тогда

$$\sigma = \sqrt{D}; \quad D = \sum_{i=1}^{n} D_n; \quad \sigma_n = \sqrt{D_n};$$

$$\sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} D_n} = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} \sigma_n^2}.$$

Следовательно, критерии допустимости низкочастотных колебаний должны удовлетворять энергетическому принципу сложения колебаний разных полос частот. В соответствии с этим вводится понятие приведенного среднего квадратического ускорения $\sigma_{прив}$, которое удовлетворяет этому принципу и учитывает степень вредности разных полос частот:

$$\sigma_{прив} = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} k_n \sigma_n^2}, \qquad (10.25)$$

где k_n — коэффициент относительной вредности *n*-й полосы частот.

Пусть *m* — номер полосы частот наибольшей вредности ($\sigma_{доп\ m} \le \sigma_{доп}$). Сравним вредность отдельных полос частот с вредностью полосы *m*. За коэффициент относительной вредности принимаем отношение квадратов допустимых средних квадратических ускорений двух полос частот:

$$k_n = \frac{\sigma_{\text{доп}m}}{\sigma_{\text{доп}n}}. \qquad (10.26)$$

Тогда $k_m = 1$, $k_n < 1$ при $n \neq m$.

Для числовой оценки допустимости колебаний, частоты которых принадлежат нескольким полосам, вводится показатель допустимости колебаний N — отношение приведенного среднего квадратического ускорения к допустимому среднему квадратическому ускорению в наиболее вредной для здоровья полосе частот (так как при подсчете $\sigma_{\text{прив}}$ все полосы частот сравнивают с полосой наибольшей вредности):

$$N = \sigma_{\text{прив}} / \sigma_{\text{доп}\,m}. \qquad (10.27)$$

Если частоты колебаний расположены в одной полосе, то из формул (10.25)—(10.27) определяем

$$N = \sigma_n / \sigma_{\text{доп}\,n}.$$

Критерий допустимости колебаний определяется сравнением показателя допустимости N с единицей: при $N < 1$ — колебания меньше допустимых; $N = 1$ — колебания допустимые; $N > 1$ — колебания больше допустимых.

Уровень вертикальных колебаний на месте водителя согласно «Единым требованиям к конструкциям тракторов и сельскохозяйственных машин по безопасности и гигиене труда» ограничивается значением не более $0{,}25g$ при движении агрегата в поперечном направлении относительно предыдущей пахоты со скоростью 9...10 км/ч. Санитарными правилами (СП) 480–64 средние допустимые ускорения регламентируются лишь в полосах частот 2...3 и 4...6 Гц (табл. 10.1).

Для горизонтальных колебаний в соответствии с СП 480–64 установлены средние квадратические ускорения $0{,}1g$ и $0{,}12g$, мало отличающиеся друг от друга. Поэтому коэффициенты относительной вредности полос частот можно принять равными единице. Тогда $\sigma_{\text{прив}} = \sigma$, а

$$N = \sigma/(0{,}1g). \qquad (10.28)$$

Таблица 10.1

Средние допустимые ускорения

Колебания	Основная частота, Гц	$\sigma_{\text{доп}\,n}$, м/с^2
Поступательно-вертикальные	2...3	1,0
	4...6	0,5
Поступательно-горизонтальные	2...3	1,0
	4...6	1,2

Таблица 10.2

Допустимые средние квадратические ускорения $\sigma_{\text{доп}}$ и коэффициент относительной вредности частотных октав k_n

Номер октавной полосы	Границы частотных октав, Гц			$\sigma_{\text{доп}}$	k_n
	Основная частота	ω_{1n}	ω_{2n}		
1	1...2	6,28	12,57	0,10	0,25
2	2...4	12,57	25,13	0,10	0,25
3	4...8	25,13	50,27	0,05	1,00
4	8...16	50,27	100,53	0,10	0,25
5	16...32	100,53	207,35	0,05	1,00

Определим значения коэффициентов относительной вредности для вертикальных колебаний. Рекомендация Международной организации по стандартизации (ИСО) предлагает частоты разбивать на октавы (их номера и границы приведены в табл. 10.2). СП 480–64 допустимые уровни средних квадратических ускорений не регламентируются по всему диапазону частот колебаний, наблюдаемых на рабочих местах. Поэтому, пока СП не разработаны, интерполируются допустимые уровни, установленные СП 480–64, на октавные полосы, принятые в рекомендации ИСО (см. табл. 10.2).

Исходя из допустимых средних квадратических ускорений $\sigma_{доп\ n}$, по формуле (10.26) определяем коэффициент относительной вредности k_n (см. табл. 10.2). Тогда формулы (10.27) и (10.28) принимают следующий вид:

$$\sigma_{прив} = \sqrt{0{,}25(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2) + \sigma_4^2 + \sigma_5^2}\,. \qquad (10.29)$$

Уточнение допустимых уровней средних квадратических ускорений колебаний с непрерывным спектром частот может изменить лишь коэффициенты относительной вредности частотных октав (см. формулу (10.26), табл. 10.1).

Допустимые колебания сиденья оценивают по приведенному среднему квадратичному значению ускорений $\sigma_{прив}$. Расчеты показывают, что для каждого трактора отношение среднего квадратического ускорения a к приведенному практически не зависит от профиля неровностей опорной поверхности и скорости движения трактора.

Отношение $\sigma/\sigma_{прив}$ позволяет выяснить, насколько удачно, с точки зрения здоровья человека, подобраны параметры динамической системы подрессоривания трактора и сиденья. Это отношение можно назвать показателем физиологического рационального использования частот:

$$\eta_ф = \sigma/\sigma_{прив}.$$

Чем полнее удается использовать частоты, наименее вредные для человека, тем больше показатель $\eta_ф$. Например, у трактора Т-150К в основном используются частоты, расположенные в полосе 1...2 Гц и соответствующие $\eta_ф = 2{,}06$. У трактора МТЗ-80 почти все ускорения приходятся на полосу 2...4 Гц, более опасную для здоровья человека, поэтому показатель физиологического использования частот у него меньше: $\eta_ф = 1{,}54$.

Рассмотрим методы расчета средних квадратических перемещений и ускорений на линейной динамической модели трактора. Для оценки допустимых вертикальных колебаний сиденья необходимо определить средние квадратические ускорения частотных октав по формуле (10.29), границы кото-

рых указаны в табл. 10.2. В случае стационарного случайного колебания распределение средних квадратических ускорений по диапазону частот определяется характером спектральной плотности ускорений $s_{\ddot{z}}$. Зная $s_{\ddot{z}}$, можно найти средние квадратические вертикальные ускорения σ_n в любой частотной октаве $\omega_{1n}, \omega_{2n}, \ldots, \omega_{i1n}$ по формуле

$$\sigma_n = \sqrt{\frac{1}{\pi}\int_{\omega_{1n}}^{\omega_{in}} s_{\ddot{z}}(\omega)d(\omega)}. \qquad (10.30)$$

При оценке допустимости продольно-горизонтальных колебаний достаточно, согласно формуле (10.28), знать среднее квадратическое ускорение на всем диапазоне частот:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{\pi}\int_{0}^{\infty} s_{\ddot{x}}(\omega)d(\omega)}, \qquad (10.31)$$

где $s_{\ddot{x}}(\omega)$ — спектральная плотность продольно-горизонтальных ускорений на сиденье.

Для удобства управления трактором оценивают среднюю квадратическую величину вертикального перемещения сиденья относительно места крепления (пола кабины):

$$\overline{z} = \sqrt{\frac{1}{\pi}\int_{0}^{\infty} s_{\ddot{z}}(\omega)d(\omega)}, \qquad (10.32)$$

где $s_{\ddot{z}}(\omega)$ — спектральная плотность.

У динамической модели, когда упругие и диссипативные силы, действующие в подвесках остова, сиденья и шинах, имеют характеристику, близкую к линейной, спектральная плотность равняется произведению спектральной плотности сельскохозяйственного фона и квадрата модуля передаточной функции. Поэтому для вертикальных перемещений сиденья относительно места крепления

$$s_{\ddot{z}}(\omega) = s(\omega)\left|W_{\ddot{z}}(i\omega)\right|^2,$$

для вертикальных ускорений сиденья относительно земли

$$s_{\ddot{z}}(\omega) = s(\omega)\left|W_{\ddot{z}}(i\omega)\right|^2,$$

для продольно-горизонтальных ускорений сиденья относительно земли

$$s_{\ddot{x}}(\omega) = s(\omega)\left|W_{\ddot{x}}(i\omega)\right|^2.$$

Подставляя значение спектральных плотностей в формулы (10.30)–(10.32), найдем вертикальные средние квадратические ускорения на сиденье, а также вертикальные средние квадратические перемещения его относительно места крепления.

Может быть предложен следующий порядок расчета колебаний: 1) реальный тракторный агрегат (трактор) заменяется эквивалентной ему динамической моделью с рассредоточенными массами; 2) определяются характеристики упругих диссипативных связей подвески остова и сиденья, а также шин; 3) составляется система дифференциальных уравнений, описывающих поведение динамической модели при случайных возмущениях; 4) рассчитываются ускорения и перемещения и проверяется допустимость вертикальных и продольно-горизонтальных колебаний сиденья. Расчеты колебаний можно выполнять на ЭВМ.

При линейной динамической модели трактора расчет колебаний значительно упрощается. В этом случае порядок расчета следующий: 1) по дифференциальным уравнениям динамической модели вычисляют модули передаточных функций вертикальных перемещений сиденья относительно места крепления, вертикальных и продольно-горизонтальных ускорений сиденья относительно земли; 2) для каждого вида трактора выбирают типичные сельскохозяйственные фоны, соответствующие им рабочие скорости и подсчитывают спектральную плотность фонов; 3) для каждого типичного сельскохозяйственного фона и данной рабочей скорости определяют спектральные плотности вертикальных перемещений и вертикальных и продольно-горизонтальных ускорений сиденья, по ним находят распределение средних квадратических

ускорений по частотным октавам и среднее квадратическое продольно-горизонтальное ускорение для сиденья, а также среднее квадратическое вертикальное перемещение сиденья относительно пола кабины; 4) подсчитывают приведенное вертикальное среднее квадратическое ускорение и проверяют допустимость вертикальных и продольно-горизонтальных колебаний сиденья.

Расчет колебаний при линейной динамической модели еще более упрощается, если коэффициент распределения масс равен единице. В этом случае отсутствует связь колебаний передней и задней частей колесного трактора.

Итак, при оценке влияния колебаний на водителя следует помнить, что наиболее вредны низкочастотные колебания с частотой до 20 Гц. В качестве оценочного критерия принимаются допустимые средние квадратические вертикальные, продольно-горизонтальные ускорения сиденья относительно земли и вертикальные перемещения сиденья относительно места крепления.

При определении колебаний и плавности хода необходимо: 1) оценить возмущающие воздействия со стороны опорной поверхности и определить спектральные плотности входа; 2) проанализировать систему подрессоривания, выбрать расчетную модель, определить передаточные функции, рассчитать и построить частотные характеристики; 3) рассчитать средние квадратические отклонения величин по спектральной плотности входа.

Следует отметить, что представлять средние квадратические отклонения в виде критерия качества системы на всей полосе частот недостаточно. Это связано с тем, что обладать равными средними квадратическими отклонениями вычисляемой выходной величины могут динамические системы с различными амплитудно-частотными характеристиками при одинаковой спектральной плотности входа. Для анализа работы системы подрессоривания необходимо знать структуру спектрального состава случайной функции. Дисперсия дает ограниченное представление о фильтрующей способности системы. Переход к полной количественной оценке может быть осуществлен, если применить метод октавного анализа.

Сущность этого метода состоит в том, что частотный диапазон разбивают на полосы (октавы) и средние квадратические значения выходных величин рассчитывают для каждой полосы.

Анализ системы подрессоривания с помощью октавного метода позволяет определить, как влияют отдельные параметры на выходные координаты, и оценить структуру системы в целом. Если расчет системы подрессоривания связан с учетом работы водителя, то необходимо соблюдать санитарные нормы и правила по ограничению вибраций и уровня шума на рабочем месте.

Исследование и расчет сложных систем подрессоривания невозможны без использования ЭВМ, с помощью которой кроме вычисления спектральных плотностей целесообразно определять так называемую спектральную функцию (зависимость изменения площади под кривой $s_{вых}(\omega)$ от частоты). По графикам спектральной функции можно легко определить дисперсию и средние квадратические значения выходных координат по октавам для каждой скорости движения трактора.

Приложения

1. Тягово-сцепные, упругие и диссипативные

Наименование шины	Параметры шины, мм				Масса, кг	Допустимая нагрузка при $p_ш^ш = 0{,}2$ МПа, кН
	b	D	R	$R_к$		
540/65R30	530	1464	671	705	180	31,95
620/705R42	625	1935	885	922	235	73,20

2. Справочные данные по шинам

Шина	Обод	Параметры шины, мм			
		Ширина, b	Наружный диаметр, D	Статический радиус, R	Радиус качения, $R_к$
7,50L–16	4,50E–16	205	704	328	335
210/80R16	W7–16	205	750	350	357
11,2–16	W8–16	264	905	420	425
12,4L–16	W8–16	297	930	425	425
9,00R20	5,50F20	224	930	450	455
11,2–20	W9–20 W7–20	274 254	983	460	465
11,2R20	W9–20 W7–20	274 254	985	450	725
13,6–20	W12–20	345	1060	490	500
13,6R20	W12–20	345	1060	480	500
360/70R20	W12–20	360	1045	467	496
16,0–20	W12–20	405	1075	490	513
11,2R24	W10–24	284	1095	509	521
14,9R24	W12–24	378	1245	560	590

свойства шин трактора «Беларус» тягового класса 6,0

Оптимальная нагрузка при $p_{\omega}^{ш}=0{,}2$ МПа, кН	Момент инерции масс, кг·м^2	Коэффициент демпфирования, кН · с/ м		Коэффициент упругости, кН/м	Частота собственных колебаний, Гц
		Диагональная шина	Радиальная шина		
25,9	99,7	1,12	0,85	601,2	57,80
64,0	113,7	1,40	1,51	836,0	68,15

ведущих колес тракторов «Беларус»

Допустимая нагрузка при υ = 40 км/ч и давлении, ПМа									Масса шины, кг	Оптимальная нагрузка $G_{опт}$, кН
0,08	0,1	0,12	0,14	0,16	0,18	0,20	0,22	0,24		
200	332	384	432	472	516	548	584	–	25	3,12
445	510	565	620	670	–	–	–	–	45	5,16
464	520	600	635	670	740	770	840	–	44	5,16
530	605	675	735	790	845	905	960	–	46	5,90
–	–	555	610	650	700	750	790	830	40	5,40
–	610	680	745	800	865	915	940		49	6,85
830	920	1010	1090	–	–	–	–	–	45	7,94
670	765	855	930	1000	1075	1145	–	–	49	7,84
670	765	855	930	1000	1075	1145	–	–	60	7,84
–	1065	1185	1295	1400	–	–	–	–	65	12,04
–	1030	1145	1250	1350	–	–	–	–	70	12,01
755	895	955	1090	1180	–	–	–	–	43	9,85
1135	1290	1435	1579	1700	–	–	–	–	75	15,06

Шина	Обод	Параметры шины, мм				
		Ширина, b	Наружный диаметр, D	Статический радиус, R	Радиус качения, $R_к$	
360/70R24	W12–24	360	1145	509	544	
380/70R24	W12–24	380	1180	520	554	
420/70R24	W12–24	420	1245	569	590	
11,2R28	W10–28	284	1200	555	574	
16,9R30	DW14L–30	420	1470	665	690	
18,4L–30	DW14L–30	470	1520	693	720	
480/70R30	DW16–30	480	1485	670	704	
540/65R30	DW15–30 DW16–30	530	1464	671	705	
18,4R34	DW16–34	467	1640	760	778	
15,5R38	DW14L–38	394	1570	730	750	
16,9R38	DW15L–38 DW14L–38	429	1685	780	800	
18,4R38	DW15L–38 DW18L–38	467	1750	805	829	
18,4R38	DW15L–38 DW18L–38	467	1750	785	835	
520/70R38	DW15L–38	520	1750	795	835	
9,5R42	W8–42	241	1512	725	725	
580/70R38	DW18L–38	580	1835	827	875	
11,2R42	W8–42	284	1572	745	749	
580/70R42	DW18–42	580	1900	833	907	
710/70R38	DW23H–38	714	1959	857	916	

Примечание. При работе на скоростях до 8 км/ч допускается увеличение

Окончание прил. 2

Допустимая нагрузка при v = 40 км/ч и давлении, ПМа									Масса шины, кг	Оптимальная нагрузка $G_{опт}$, кН
0,08	0,1	0,12	0,14	0,16	0,18	0,20	0,22	0,24		
1000	1140	1270	1385	1500	–	–	–	–	75	14,90
–	1035	1150	1260	1360	–	–	–	–	75	12,01
–	1425	1605	1755	1900	–	–	–	–	85	17,04
835	950	1055	1155	1250	–	–	–	–	83	10,90
1535	1745	1945	2125	2300	–	–	–	–	122	20,05
–	1696	1780	1932	2092	2252	–	–	–	140	19,04
–	1935	2175	2380	2575	–	–	–	–	135	22,40
1735	1890	2125	2360	2915	3020	3195	3620	3750	180	25,90
1865	2125	2345	2590	2800	–	–	–	–	150	20,50
–	1164	1304	1420	1520	1648	–	–	–	115	13,20
1715	1755	2175	2380	2575	–	–	–	–	146	18,70
1950	2115	2475	2740	3000	–	–	–	–	290	21,50
2000	2280	2535	2775	3000	–	–	–	–	190	21,50
–	2545	2830	3100	3350	–	–	–	–	175	21,10
582	634	712	776	832	896	944	–	–	89	7,30
–	3230	3590	3930	4250	4500	4750	–	–	250	31,50
–	–	880	960	1032	1112	1184	1256	1312	103	8,30
–	3230	3590	3930	4250	4500	4750	–	–	220	32,05
3755	4065	4275	4835	5300	–	–	–	–	255	49,05

нагрузки на 40 %; на скорости 35 км/ч — на 3 %.

3. Основные технико-эксплуатационные показатели современных при агрегатировании их с энергонасыщенными отечественными, Шарковщинского

Показатель	Агрегат		
	Полуприцепной с вертикальной роторной бороной		
	АПП-6А* (Solitair 9) + + «Беларус 3022»	АПП-6А* (Solitair 9) + + К-744 Р1 «Кировец»	
Рабочая ширина захвата, м	6	6	
Масса агрегата, кг	5900	5900	
Тяговое сопротивление , кН	38,1...43,2	48,3...74,1	
Отбор мощности через ВОМ, %	До 40	До 40	
Норма высева семян, кг/га	215	215	
Рабочая скорость движения, км/ч	Машина не агрегатируется с трактором из-за отсутствия элементов навески	8,0	
Производительность, га/ч: основного времени сменного времени		4,80 –	
Удельный расход топлива, кг/га		8,7	
Показатели качества выполнения технологического процесса: фактическая глубина обработки, см фактическая глубина заделки семян, мм		6,3 37	
Гребнистость поверхности поля после посевной части, см		3,2	

комбинированных почвообрабатывающих посевных агрегатов российскими и западноевропейскими тракторами в условиях региона

с трактором

	Полуприцепной с дисковой бороной		Навесной с вертикальной роторной бороной	
	«Cirrus 6001»+ + «Atles 946RZ»	«Mega Seed 6002 K2» + +«Fendt 930»	DF-2 «Accord» + +«Jonh Deere 8430»	«Airstar Avant» + + «Atles 936RZ»
	6	6	6	6
	8200	9595	4700	5160
	41,2...54,5	43,1...53,1	51,8...74,3	52,3...63,4
	До 30	До 30	До 40	До 40
	220	220	220	220
	14,2	–	–	–
	8,52 4,4	5,70 3,5	4,02 2,4	4,02 2,4
	9,4	7,2	11,6	10,8
	7,0 23	Агрегат не представлен для оценки	6,0 25	6,8 25
	2,0		2,4	3,3

Показатель	Агрегат	
	Полуприцепной с вертикальной роторной бороной	
	АПП-6А* (Solitair 9) + +«Беларус 3022»	АПП-6А* (Solitair 9) + + К–744 Р1 «Кировец»
Массовая доля комков почвы по фракциям, %:	Машина не агрегатируется с трактором из-за отсутствия элементов навески	
до 10 мм		47,8
10...25 мм		25,4
25...50 мм		17,5
50...100 мм		9,3
Количество незаделанных семян, шт. / м^2		0,4
Цена агрегата, евро	97 000	97 000

* АПП-6А (ОАО «Лидагропроммаш») — прототип агрегата фирмы Lewken.

Окончание прил. 3

с трактором

	Полуприцепной с дисковой бороной		Навесной с вертикальной роторной бороной	
	«Cirrus 6001»+ +«Atles 946RZ»	«Mega Seed 6002 K2» + +«Fendt 930»	DF-2 «Accord» + +«Jonh Deere 8430»	«Airstar Avant» + + «Atles 936RZ»
	72,0	Агрегат не представлен для оценки	69,3	23,2
	21,9		24,9	31,1
	6,1		5,8	27,3
	0,0		0,0	18,5
	1,1		1,0	3,5
	76 051,5	97 500,0	66 900	66 764

Список использованных источников

1. *Агейкин Я.С.* Проходимость автомобилей / Я.С. Агейкин. М.: Машиностроение, 1987. 232 с.

2. *Аскенов П.В.* Многоосные автомобили. Теории общих конструктивных решений / П.В. Аскенов. М.: Машиностроение, 1989. 280 с.

3. *Антонов А.С.* Гусеничные машины / А.С. Антонов М.: Машиностроение, 1970. 353 с.

4. *Антонов Д.А.* Теории движения боевых колесных машин / Д.А. Антонов М.: Изд-во Минобороны СССР, 1993. 383 с.

5. *Беккер М.Г.* Введение в теорию систем местность–машина / М.Г. Беккер; пер. с англ. д-ра техн. наук В.В. Гуськова. М.: Машиностроение, 1973. 519 с.

6. *Белоусов Б.Н.* Колесные транспортные средства большой грузоподъемности. Конструкция, теория, расчет / Б.Н. Белоусов, С.Д. Попов; под общ. ред. Б.Н. Белоусова. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2006. 728 с.

7. *Бойков В.П.* Шины для тракторов и сельскохозяйственных машин / В.П. Бойков, В.Н. Белковский. М.: Агропромиздат, 1988. 240 с.

8. *Вонг Дж.* Теории наземных транспортных средств / Дж. Вонг; пер. с англ. М.: Машиностроение, 1982. 284 с.

9. *Высоцкий М.С.* Основы проектирования автомобилей и автопоездов большой грузоподъемности / М.С. Высоцкий. Минск: Наука и техника, 1980. 200 с.

10. *Герменштерн В.И.* Методы оптимального проектирования / В.И. Герменштерн, Б.М. Коган. М.: Энергия, 1980. 160 с.

11. Гусеничные транспортные тягачи / под ред. В.Ф. Платонова. М.: Машиностроение, 1978. 351 с.

12. *Гуськов А.В.* Методика построения теоретической тяговой характеристики трактора с электрической трансмиссией / А.В. Гуськов // Приводная техника. 2007. № 1. С. 18–22.

13. *Гуськов А.В.* Оптимизация потребительских свойств и параметров тракторов семейства «Беларус» / А.В. Гуськов. Могилев: Изд-во Белорусско-российского ун-та, 2008. 245 с.

14. *Гуськов В.В.* Оптимальные параметры сельскохозяйственных тракторов / В.В. Гуськов. М.: Машиностроение, 1966. 196 с.

15. *Гуськов В.В.* Тракторы. В 8 ч. Ч. II. Теория / В.В. Гуськов. Минск : Вышэйшая школа, 1977. 384 с.

16. Динамика системы дорога — шина / под общ. ред. А.А. Хачатурова. М.: Машиностроение, 1976. 536 с.

17. *Забавников Н.А.* Основы теории транспортных гусеничных машин / Н.А. Забавников. М.: Машиностроение, 1975. 448 с.

18. *Ксеневич И.П.* Наземные тягово-транспортные системы: Энциклопедия. В 3 т. Т. 3. Технико-экономические основы проектирования машин и процессов / И.П. Ксеневич, В.А. Гоберман, Л.А. Гоберман; под ред. д-ра техн. наук И.П. Ксеневича. М.: Машиностроение, 2003. 775 с.

19. *Ксеневич И.П.* Проектирование универсально-пропашных тракторов / И.П. Ксеневич, А.С. Солонский, М.И. Войчинский; под ред. д-ра техн. наук В.В. Гуськова. Минск : Наука и техника, 1980. 313 с.

20. *Ксеневич И.П.* Ходовая система почва — урожай / И.П. Ксеневич, В.А. Скотников, М.И. Ляско. М.: Машиностроение, 1985. 304 с.

21. *Литвинов А.С.* Автомобиль. Теории эксплуатационных свойств: учеб. для вузов по специальности «Автомобили и автомобильное хозяйство» / А.С. Литвинов, Я.Е. Фаробин. М.: Машиностроение, 1980. 240 с.

22. Многоцелевые гусеничные шасси / В.Ф. Платонов, В.С. Кожевников, В.А. Коробкин, С.В. Платонов; под ред. В.Ф. Платонова. М.: Машиностроение, 1988. 342 с.

23. *Пирковский Ю.С.* Теория движения полноприводного автомобиля (Прикладные вопросы оптимизации конструкции шасси) / Ю.С. Пирковский, С.Б. Шухман. М.: ЮНИТИ Дана, 2001. 230 с.

24. *Платонов В.Ф.* Полноприводные автомобили / В.Ф. Платонов. М.: Машиностроение, 1988. 312 с.

25. *Покровский Г.И.* Трение и сцепление в грунтах / Г.И. Покровский. М.: Стройиздат, 1941. 170 с.

26. *Силаев А.А.* Спектральная теория подрессоривания транспортных машин / А.А. Силаев М.: Машиностроение, 1971. 241 с.

27. *Смирнов Г.А.* Теория движения колесных машин / Г.А. Смирнов. М.: Машиностроение, 1990. 352 с.

28. Тракторы. Теория / В.В. Гуськов, Н.Н. Велев, Ю.Е. Атаманов [и др.]; под ред. В.В. Гуськова. М.: Машиностроение, 1988. 376 с.

По вопросам приобретения книг обращайтесь:

Республика Беларусь

ООО «Новое знание»
220050, а/я 79, Минск,
пр. Пушкина, д. 15а
Тел./факс: (10-375-17) 211-50-38
E-mail: nk@wnk.biz
http:// wnk.biz

Российская Федерация

Отдел оптовых продаж «ИНФРА-М»:
127282, Москва, ул. Полярная, д. 31в, стр. 1
Тел. (495) 380-4260; факс (495) 363-9212
E-mail: books@infra-m.ru

Отдел «Книга–почтой»:
Тел. (495) 363-4260 (доб. 232, 246)

Учебное издание

Высшее образование

Бойков Владимир Петрович
Гуськов Валерий Владимирович
Коробкин Владимир Андреевич и др.

МНОГОЦЕЛЕВЫЕ ГУСЕНИЧНЫЕ И КОЛЕСНЫЕ МАШИНЫ. Теория

Учебное пособие

Ведущий редактор С.В. Исаенко
Редактор Н.В. Рощина
Художник обложки С.В. Ковалевский
Компьютерная верстка Е.Ю. Гурченок
Корректор К.А. Степанова

Оригинал-макет подготовлен ООО «Новое знание»
Формат 60×90 $^{1}/_{16}$. Бумага офсетная. Гарнитура Школьная.
Печать офсетная. Усл. печ. л. 33,94. Уч.-изд. л. 26,93.

Общество с ограниченной ответственностью «Новое знание».
ЛИ № 02330/0552555 от 08.04.2009.
Ул. Шаранговича, 7-213б, Минск, Республика Беларусь.
Почтовый адрес: а/я 79, 220050, Минск, Республика Беларусь.
Телефон/факс: (10-375-17) 211-50-38
E-mail: nk@wnk.biz http://wnk.biz

Издательский Дом «ИНФРА-М»
127282, Москва, ул. Полярная, д. 31в
Тел.: (495) 380-05-40, 380-05-43. Факс: (495) 363-92-12
E-mail: books@infra-m.ru http://www.infra-m.ru