

ВЫСШЕЕ
ОБРАЗОВАНИЕ
УЧЕБНИК

В.М.ГАРБУЗОВ, А.Л.ЕРМАКОВ,
М.С.КУБЛАНОВ, В.Г.ЦИПЕНКО

АЭРОМЕХАНИКА



ИЗДАТЕЛЬСТВО «ТРАНСПОРТ»

В. М. ГАРБУЗОВ, А. Л. ЕРМАКОВ,
М. С. КУБЛАНОВ, В. Г. ЦИПЕНКО

АЭРОМЕХАНИКА

Допущено
Федеральной службой
воздушного транспорта России
в качестве учебника для студентов
высших учебных заведений
гражданской авиации



МОСКВА "ТРАНСПОРТ" 2000

УДК 629.735.35(075.8)

ББК 39.58

А 99

Аэромеханика: Учеб. для студентов вузов / В. М. Гарбузов, А. Л. Ермаков, М. С. Кубланов, В. Г. Ципенко. — М.: Транспорт, 2000. — 287 с.

В учебнике изложены методы математического описания кинематики потоков сплошных сред, а также выводы уравнений движения вязкой и идеальной сплошной среды. Рассмотрены основные закономерности аэродинамического подобия и основы теории пограничного слоя. Понятия аэродинамических характеристик самолетов рассмотрены на базе аэродинамических характеристик его частей: несущих поверхностей и тел вращения. Проанализировано влияние эксплуатационных условий на изменение аэродинамических характеристик самолетов и связанные с ним безопасность и экономичность полетов. Приведен новый материал по аэродинамике перспективных летательных аппаратов.

Для студентов авиационных вузов.

Книгу написали: В. М. Гарбузов — введение, гл. 6—11; М. С. Кубланов — гл. 1, 2; А. Л. Ермаков — гл. 3—5; В. Г. Ципенко — гл. 12—15

Рецензенты: профессор, д-р техн. наук С. Б. Свирщевский (кафедра аэродинамики ЛА МГАИ); профессор, д-р техн. наук В. Т. Калугин (кафедра баллистики и аэродинамики МГТУ им. Н. Э. Баумана)

Заведующий редакцией Л. В. Васильева

Редактор Н. В. Пинчук

ISBN 5-277-02146-9

© Коллектив авторов, 2000
© Оформление, иллюстрации.
Издательство "Транспорт", 2000

ВВЕДЕНИЕ

Гражданская авиация является неотъемлемой частью современной транспортной системы общества. Основной транспортной деятельностью гражданской авиации является перемещение грузов по воздуху, т. е. полеты самолетов, вертолетов, аэростатов и других объектов, объединяемых названием летательные аппараты.

Под летательными аппаратами (ЛА) понимаются аппараты, поддерживаемые в атмосфере за счет взаимодействия с воздухом.

Аэромеханика является частью механики сплошной среды, изучающей движение жидкости и газа. Под сплошной средой здесь понимаются газообразные и жидкие тела, которые заполняют пространство непрерывно, сплошным образом, и расстояние между точками которых во время движения меняется.

При малых скоростях течения — меньших 80—100 м/с, закономерности движения газов и жидкостей во многом совпадают. Поэтому часто термин *жидкость* используют как понятие собирательное, включающее в себя и газ, и воздух как частные случаи.

Аэромеханика подразделяется на аэростатику и аэродинамику.

Аэростатика изучает закономерности равновесия неподвижных газов и является основой для воздухоплавания. Под воздухоплаванием понимаются полеты ЛА легче воздуха.

Аэродинамика — это область механики сплошных сред, изучающая закономерности движения газа, преимущественно воздуха, а также механическое и тепловое взаимодействия между газом и движущимися в нем телами.

Особым стимулом развития аэромеханики послужили технические задачи воздухоплавания, авиации и ракетостроения. В своих методах исследования аэромеханика опирается на основные закономерности и научное содержание теоретической механики, физики жидкостей и газов и математики.

Аэромеханика является формирующей дисциплиной при изучении динамики полета, конструкции и прочности ЛА, технической и летной эксплуатации ЛА, безопасности полетов и др.

Инженер, руководящий технической эксплуатацией авиационной техники, должен знать аэродинамические характеристики эксплуатируемых ЛА, понимать, как изменяются аэродинамические характеристики в зависимости от условий эксплуатации, знать влияние аэродинамических характеристик на безопасность и экономичность полетов,

уметь сохранять заданные аэродинамические характеристики ЛА на протяжении всего его срока службы.

Аэромеханика совместно с другой наукой — динамикой полета — является теоретической основой авиации и ракетной техники.

Наука о механике жидкостей, основоположниками которой являются члены Петербургской Академии наук Л. Эйлер и Д. Бернулли, заложила основы для развития аэромеханики. Фундаментальные основы современной аэромеханики созданы трудами выдающихся ученых: Н. Е. Жуковского, С. А. Чаплыгина, Л. Прандтля, Т. Кармана и др. Большой вклад в развитие аэромеханики внесли российские ученые: В. С. Авдеевский, О. М. Белоцерковский, С. М. Белоцерковский, Г. С. Бюшгенс, В. В. Голубев, А. А. Дородницын, М. В. Келдыш, Н. Е. Кочин, М. А. Лаврентьев, А. И. Некрасов, Г. П. Свищев, Л. И. Седов, В. В. Струминский, А. А. Фридман, С. А. Христианович, Г. Г. Черный и др.

В аэромеханике при изучении обтекания тел используется прием обращения движения, вытекающий из принципа относительности Галилея. При обращении движения движущееся тело останавливают и предполагают, что поток движется относительно тела со скоростью, равной скорости полета, но обратной по направлению. Под потоком понимается весь объем среды или его часть, которые движутся относительно тела.

Силы, действующие на сплошную среду, подразделяются на массовые и поверхностные. Массовыми силами называются такие, которые действуют на каждую частицу массы среды, независимо от наличия соседних частиц. Массовыми силами являются сила тяжести, инерционные силы и др. Массовые силы принято относить к единице массы.

Поверхностными силами называются силы, действующие на поверхность, ограничивающую объем со стороны окружающей внешней среды. Поверхностные силы обычно относят к единице площади. Отнесенную к единице площади поверхностную силу называют напряжением. Напряжение можно разложить на нормальную и касательную составляющие к элементарной площадке. Нормальное напряжение называется давлением. Касательное напряжение обусловлено трением и называется напряжением трения.

Механическое (динамическое) взаимодействие определяется распределением в потоке и, в частности, на границах между средой и твердым телом нормальных и касательных напряжений.

Движение и состояние воздуха характеризуются газодинамическими переменными: скоростью V , давлением p , плотностью ρ , температурой T и т. д.

Воздух рассматривается как совершенный газ, удовлетворяющий уравнению состояния:

$$p = \rho RT,$$

где R — удельная газовая постоянная, Дж/(кг · К); $R = 287,05$ Дж/(кг · К) для высот до 94 км и при температуре $T \leq 450$ К.

Из-за быстротечности процессов в аэромеханике теплообмен практически отсутствует и их можно считать подчиняющимися адиабатическому закону

$$\frac{p}{\rho^\gamma} = \text{const},$$

где $\gamma = c_p/c_v = 1,4$ — показатель адиабаты; c_p и c_v — удельная теплоемкость соответственно при постоянных давлении и объеме.

Реальные жидкости и газы сложны для строгого теоретического изучения, поэтому на практике в аэромеханике пользуются упрощенными физическими моделями среды, сохраняющими ограниченное количество наиболее существенных физических свойств.

Модель идеального газа — это невязкий, нетеплопроводный газ, при движении которого возникают только нормальные напряжения. Модель вязкого газа — это теплопроводный газ, при движении которого, помимо нормальных напряжений, возникают и касательные. Модель сжимаемого газа — это газ, способный изменять плотность при изменении давления и температуры. Сжимаемость может рассматриваться применительно как к идеальному, так и к вязкому газу.

Полеты ЛА осуществляются только в пределах атмосферы земли. Состояние атмосферы на различной высоте характеризуется параметрами атмосферы: давлением, температурой и плотностью. Особое практическое значение для гражданской авиации имеют нижние слои атмосферы: тропосфера (0—11 км) и нижняя часть стратосферы (11—20 км). В тропосфере наблюдаются метеорологические явления — облачность, осадки, обледенение, молнии, струйные течения, которые могут существенно повлиять на безопасность полетов. В связи с нестабильностью характеристик нижних слоев атмосферы принята условная зависимость давления, температуры и других параметров от высоты, называемая стандартной атмосферой (СА). Высота в СА отсчитывается от среднего уровня моря.

Параметры атмосферы на среднем уровне моря, определенные по СА, называются стандартными и отмечаются нижним индексом s : $p_s = 101\,300$ Па; $\rho_s = 1,225$ кг/м³; $T_s = 288$ К; $v_s = 1,461 \cdot 10^{-5}$ м/с; скорость звука $a_s = 340$ м/с (числовые данные приведены с учетом округления). С подъемом на высоту давление и плотность моно-

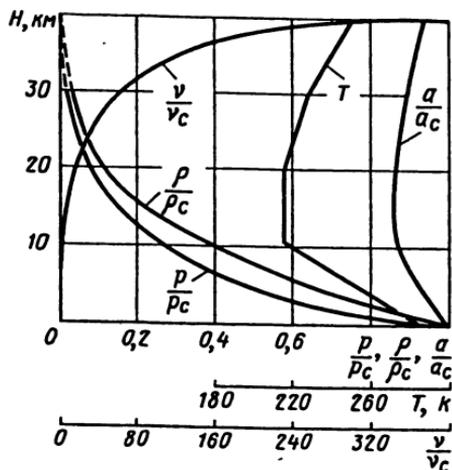


Рис. 1В. Зависимость параметров атмосферы от высоты H

параметра, является показателем степени десяти — сомножителя данного и каждого последующего значения.

тонно падают (рис. 1В). Температура меняется по сложному закону, до высоты 11 км она изменяется по линейному закону и уменьшается на 6,5 К при подъеме на 1 км; в диапазоне высот 11—20 км она постоянна и равна 216 К.

Стандартная атмосфера представляет таблицы численных значений параметров атмосферы для ряда высот, взятых на основе данных среднегодовых многолетних наблюдений для географической широты 45°32'33". Примеры параметров стандартной атмосферы приведены в табл. 1В. Здесь однозначное число со знаком плюс или минус, стоящее после значения па-

Таблица 1В. Стандартная атмосфера

Высота H , км	Температура T , К	Давление p , Па	Плотность ρ , кг/м ³	$\sqrt{\rho/\rho_c}$	Скорость звука a , м/с	Вязкость кинематическая ν , м ² /с
0	288,15	1,013 + 5	1,225	1,00	340,29	1,46 - 5
0,5	284,9	9,55 + 4	1,167	9,76 - 1	338,37	1,52
1,0	281,7	8,99	1,112	9,53	336,44	1,58
1,5	278,4	8,46	1,058	9,29	334,49	1,65
2,0	275,2	7,95	1,007	9,06	332,53	1,71
2,5	271,9	7,47	0,957	8,84	330,56	1,79
3,0	268,7	7,01 + 4	0,909	8,62 - 1	328,58	1,86 - 5
3,5	265,4	6,58	0,863	8,34	326,59	1,94
4,0	262,2	6,17	0,819	8,18	324,59	2,03
4,5	258,9	5,77	0,777	7,96	322,57	2,12
5,0	255,7	5,40	0,736	7,75	320,55	2,21

Высота H , км	Темпе- ратура T , К	Давление p , Па	Плотность ρ , кг/м ³	$\sqrt{\rho/\rho_c}$	Скорость звука a , м/с	Вязкость кинематиче- ская ν , м ² /с
5,5	252,4	5,05 + 4	0,697	7,55 - 1	318,50	2,31 - 5
6,0	249,2	4,72	0,660	7,34	316,45	2,42
6,5	245,9	4,41	0,624	7,14	314,39	2,53
7,0	242,7	4,11	0,590	6,94	312,30	2,65
7,5	239,5	3,83	0,557	6,74	310,21	2,77
8,0	236,2	3,56 + 4	0,526	6,55 - 1	308,10	2,90 - 5
8,5	233,0	3,32	0,496	6,36	305,98	3,05
9,0	229,7	3,08	0,467	6,17	303,85	3,20
9,5	226,5	2,86	0,440	5,99	301,70	3,36
10,0	223,3	2,65	0,414	5,81	299,53	3,53
10,5	220,0	2,45 + 4	0,389	5,63 - 1	297,35	3,70 - 5
11,0	216,8	2,27	0,365	5,46	295,15	3,90
11,5	216,7	2,10	0,337	5,25	295,07	4,21
12,0	216,6	1,94	0,312	5,05	295,07	4,56
12,5	216,6	1,79	0,288	4,85	295,07	4,93
13,0	216,6	1,66 + 4	0,267	4,66 - 1	295,07	5,33 - 5
13,5	216,6	1,53	0,246	4,48	295,07	5,77
14,0	216,6	1,42	0,228	4,31	295,07	6,24
14,5	216,6	1,31	0,211	4,15	295,07	6,75
15,0	216,6	1,21	0,195	3,99	295,07	7,30
15,5	216,6	1,12 + 4	0,180	3,83 - 1	295,07	7,89 - 5
16,0	216,6	1,04	0,160	3,69	295,07	8,54
16,5	216,6	9,57 + 3	0,154	3,54	295,07	9,24
17,0	216,6	8,85	0,142	3,41	295,07	9,99
17,5	216,6	8,18	0,132	3,28	295,07	1,08 - 4
18,0	216,6	7,56 + 3	0,122	3,15 - 1	295,07	1,17 - 4
18,5	216,6	6,99	0,112	3,03	295,07	1,26
19,0	216,6	6,47	0,104	2,91	295,07	1,37
19,5	216,6	5,98	0,096	2,80	295,07	1,48
20,0	216,6	5,53	0,089	2,69	295,07	1,60

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ АЭРОМЕХАНИКИ

Глава 1

КИНЕМАТИКА СПЛОШНОЙ СРЕДЫ

1.1. Основные гипотезы механики сплошной среды

Развитие современной техники невозможно без решения сложных задач гидродинамики, аэродинамики, газодинамики, динамики многофазных сред и процессов горения, волновых процессов, упругости, пластичности и прочности конструкций. Для этого необходимы полные и непротиворечивые модели движения газообразных, жидких и твердых деформируемых тел, основанные на методах теоретической механики и некоторых дополнительных гипотезах. Согласованная система таких моделей носит название *механики сплошной среды*.

Все тела состоят из множества отдельных элементарных частиц, взаимодействующих сложным образом в электромагнитном и гравитационном полях. Существуют предположения и о других, пока неизвестных полях. Поэтому изучение материальных тел как совокупности элементарных частиц требует введения дополнительных гипотез об их свойствах и взаимодействиях. Кроме того, для решения уравнений динамики необходимо знать начальные условия, т.е. координаты и скорости всех частиц, что принципиально невозможно. Однако для решения практических задач совсем не обязательно знать движение каждой частицы — достаточно определить некоторые осредненные характеристики. Такой научный подход применяется на основе вероятностного описания и использования законов распределения и называется *статистическим*.

Механика сплошной среды использует другой подход — *феноменологический*, основанный на эмпирических гипотезах, подтвержденных человеческим опытом.

Гипотеза сплошности постулирует тело как непрерывную среду, заполняющую некоторый объем, и необходима для применения ма-

тематического аппарата дифференциального и интегрального исчисления.

Гипотезу непрерывности метрического пространства, тесно связанную с предыдущей, вводят для определения координат и расстояний.

Следующая гипотеза предполагает возможность введения единой для всех точек пространства декартовой системы координат. Напомним, что в декартовой системе координат каждая точка пространства имеет свои действительные координаты. Эта гипотеза позволяет применять аппарат аналитической геометрии.

В механике сплошной среды постулируется абсолютность времени для всех систем отсчета, т. е. не учитываются эффекты теории относительности.

Эти гипотезы естественны с точки зрения человеческого опыта и вполне оправданы при исследовании явлений, происходящих в не слишком больших и не слишком малых объемах с небольшими скоростями — в макромире. Исходя из них строятся все последующие положения и выводы теории.

1.2. Переменные Эйлера и Лагранжа

С точки зрения, предложенной Лагранжем, объектом изучения являются характеристики отдельной частицы среды. Описание движения по Лагранжу представляет собой задание закона движения, т. е. координат положения рассматриваемой частицы x , y , z как функций времени t и ее начальных координат a , b , c :

$$x = x(a, b, c, t); \quad y = y(a, b, c, t); \quad z = z(a, b, c, t), \quad (1.1)$$

или в векторной форме: $\bar{r} = \bar{r}(a, b, c, t)$.

Переменные t , a , b , c называются *переменными Лагранжа*.

С точки зрения, предложенной Эйлером, следует рассматривать характеристики среды в отдельных точках пространства, т. е. как скалярные и векторные поля, в виде функций $\bar{F} = \bar{F}(x, y, z, t) = \bar{F}(\bar{r}, t)$. Переменные t , x , y , z называются *переменными Эйлера*.

В переменных Лагранжа скорость каждой отдельной частицы с координатами a , b , c определяется вектором:

$$\bar{V} = \frac{\partial \bar{r}}{\partial t},$$

с координатами

$$V_x = \frac{\partial x}{\partial t}; \quad V_y = \frac{\partial y}{\partial t}; \quad V_z = \frac{\partial z}{\partial t}. \quad (1.2)$$

В переменных Эйлера скорость задается как поле вектора в каждой точке пространства:

$$\bar{V} = \bar{V}(\bar{r}, t) = \frac{d\bar{r}}{dt} \quad (1.3)$$

или по координатам:

$$V_x(\bar{r}, t) = \frac{dx}{dt}; \quad V_y(\bar{r}, t) = \frac{dy}{dt}; \quad V_z(\bar{r}, t) = \frac{dz}{dt}. \quad (1.4)$$

Кажущаяся менее естественной точка зрения Лагранжа бывает полезна при феноменологических выводах фундаментальных положений.

1.3. Деформация и скорость деформации

Рассмотрим перемещение бесконечно малой деформируемой частицы среды за время Δt (рис. 1.1). Очевидно, что бесконечно малый радиус-вектор в частице $\bar{\rho} = \{dx, dy, dz\}$ сместится и деформируется: $\bar{\rho}' = \bar{\rho} + (\bar{V}' - \bar{V})\Delta t$. Скорость можно разложить в ряд Тейлора с точностью до малых первого порядка по $\bar{\rho}$:

$$\bar{V}' = \bar{V} + \left(\frac{\partial \bar{V}}{\partial \bar{\rho}}\right)_0 d\bar{\rho} = \bar{V} + \left(\frac{\partial \bar{V}}{\partial x}\right)_0 dx + \left(\frac{\partial \bar{V}}{\partial y}\right)_0 dy + \left(\frac{\partial \bar{V}}{\partial z}\right)_0 dz, \quad (1.5)$$

где производные берутся в центре частицы O . Каждую производную скорости можно представить в виде суммы двух слагаемых, например:

$$\frac{\partial V_x}{\partial y} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial V_x}{\partial y} + \frac{\partial V_y}{\partial x}\right) + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial V_x}{\partial y} - \frac{\partial V_y}{\partial x}\right) \equiv e_{21} + \omega_{21},$$

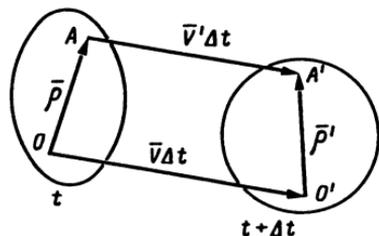


Рис. 1.1. Схема перемещения и деформации частицы

где введены обозначения:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial V_x}{\partial x} &\equiv e_{11}, & \frac{\partial V_y}{\partial y} &\equiv e_{22}, & \frac{\partial V_z}{\partial z} &\equiv e_{33}, \\ \frac{1}{2}\left(\frac{\partial V_x}{\partial y} + \frac{\partial V_y}{\partial x}\right) &\equiv e_{21} = e_{12}, & \frac{1}{2}\left(\frac{\partial V_x}{\partial z} + \frac{\partial V_z}{\partial x}\right) &\equiv e_{31} = e_{13}, \\ \frac{1}{2}\left(\frac{\partial V_z}{\partial y} + \frac{\partial V_y}{\partial z}\right) &\equiv e_{23} = e_{32}, \end{aligned} \right\} \quad (1.6)$$

$$\left. \begin{aligned} 0 &\equiv \omega_{11}, & 0 &\equiv \omega_{22}, & 0 &\equiv \omega_{33}, \\ \frac{1}{2}\left(\frac{\partial V_x}{\partial y} - \frac{\partial V_y}{\partial x}\right) &\equiv \omega_{21} = -\omega_{12}, & \frac{1}{2}\left(\frac{\partial V_x}{\partial z} - \frac{\partial V_z}{\partial x}\right) &\equiv \omega_{31} = -\omega_{13}, \\ \frac{1}{2}\left(\frac{\partial V_z}{\partial y} - \frac{\partial V_y}{\partial z}\right) &\equiv \omega_{23} = -\omega_{32}. \end{aligned} \right\}$$

Элементы типа e_{ij} и ω_{ij} являются компонентами некоторых матриц (в декартовой системе координат), которые в общем случае называются *тензорами*.

Введем функцию, равную половине суммы произведений всех элементов e_{ij} на соответствующие составляющие вектора ρ :

$$\begin{aligned} \Phi &= \frac{1}{2}(e_{11}dx^2 + e_{22}dy^2 + e_{33}dz^2 + e_{12}dydx + e_{13}dzdx + e_{23}dzdy + \\ &+ e_{21}dydx + e_{31}dzdx + e_{32}dzdy) = \frac{1}{2}(e_{11}dx^2 + e_{22}dy^2 + e_{33}dz^2 + \\ &+ 2e_{21}dydx + 2e_{31}dzdx + 2e_{32}dzdy). \end{aligned}$$

Тогда в (1.5) будет присутствовать слагаемое вида $\overline{\text{grad}} \Phi$, так как, например, $\frac{\partial \Phi}{\partial y} = (\overline{\text{grad}} \Phi)_y = e_{22}dy + e_{21}dx + e_{32}dz$. В выражениях ω_{ij} при $i \neq j$ можно заметить [см. в (1.11)] "смежную" координату вектора ротора скорости: $(\frac{1}{2} \overline{\text{rot}} \vec{V})_k$ при $i \neq k \neq j$, например, $\omega_{23} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial V_z}{\partial y} - \frac{\partial V_y}{\partial z}\right) = = \frac{1}{2}(\overline{\text{rot}} \vec{V})_1$. Это значит, что в (1.5) будет присутствовать слагаемое вида $\frac{1}{2} \overline{\text{rot}} \vec{V} \times \vec{\rho}$. Отсюда получаем:

$$\vec{V}' = \vec{V} + \overline{\text{grad}} \Phi + \frac{1}{2} \overline{\text{rot}} \vec{V} \times \vec{\rho}, \quad (1.7)$$

$$\vec{\rho}' = \vec{\rho} + \Delta \vec{\rho} = \vec{\rho} + \overline{\text{grad}} \Phi \Delta t + \left(\frac{1}{2} \overline{\text{rot}} \vec{V} \times \vec{\rho}\right) \Delta t.$$

Смысл слагаемых в правой части уравнения (1.7) становится ясным из сравнения с известной из теоретической механики формулой Эйлера $\overline{V}' = \overline{V} + \overline{\Omega} \times \overline{r}$ для скорости произвольной точки твердого тела. Последнее слагаемое в обеих этих формулах описывает вращение точки A вокруг центра O (см. рис. 1.1). При этом $\overline{\text{grad}}\Phi$ в формуле Эйлера для твердого тела отсутствует, так как отражает деформацию среды. Зависимость потенциала скорости Φ от координат изменяющегося вектора \overline{r} непосредственно указывает на это.

Можно установить и смысл отдельных составляющих тензора e_{ij} . Если \overline{r} направлено строго по оси одной из координат, например, по x , а перемещения точки O и поворота частицы нет, то в (1.7) обращаются в ноль все члены, кроме одного: $\overline{V}' - \overline{V} = e_{11}dx$, т. е. e_{ij} задает скорость удлинения расстояний вдоль осей координат в деформируемой среде. Если ввести тензор с компонентами:

$$\varepsilon_{ij} \equiv e_{ij}\Delta t, \quad (1.8)$$

то его компоненты ε_{ij} будут задавать относительные удлинения по осям координат, а ε_{ij} при $i \neq j$ — скашивание прямых углов при чистой деформации среды. Тензор с компонентами e_{ij} называют *тензором скоростей деформации*, а ε_{ij} — *тензором деформации*. Соответственно элементы ω_{ij} называются компонентами *тензора вращения*.

В итоге из уравнения (1.7) следует, что скорость любой точки частицы среды состоит из трех составляющих: поступательной, вращательной и скорости чистой деформации. Так формулируется теорема Коши—Гельмгольца.

1.4. Термины механики сплошной среды

Введенные в подразделе 1.2 фундаментальные понятия закона движения (1.1) и скорости (1.2) позволяют построить понятийный аппарат механики сплошной среды.

Если поле вектора скорости сплошной среды $\overline{V} = \overline{V}(\overline{r})$ не зависит от времени в каждой точке пространства, то движение называется *стационарным* или *установившимся*. В общем случае $\overline{V} = \overline{V}(\overline{r}, t)$ и движение называется *нестационарным* или *неустановившимся*.

Уравнения (1.1), задающие положение точки в пространстве в каждый момент времени, можно рассматривать как траекторию ее движения в переменных Лагранжа. В переменных Эйлера траектория задается уравнениями (1.3) или (1.4).

Линиями тока в механике сплошной среды называются линии, которые в каждый фиксированный момент времени имеют в каждой своей точке касательные, совпадающие с вектором скорости. Таким образом, частицы жидкости, попавшие на линию тока, не имеют составляющей скорости поперек нее и не могут ее пересечь. В теории линии тока необходимы для получения математически строгих выводов. На практике линии тока в прозрачной жидкости с взвешенными частицами нерастворимой краски можно зафиксировать фотографированием с маленькой выдержкой — короткие следы этих частиц, сливаясь, вырисовывают линии тока. Уравнение линии тока в момент t запишется в терминах аналитической геометрии как условие коллинеарности векторов:

$$\frac{dx}{V_x(\vec{r}, t)} = \frac{dy}{V_y(\vec{r}, t)} = \frac{dz}{V_z(\vec{r}, t)}. \quad (1.9)$$

Таким образом, картина линий тока в нестационарном движении все время меняется. При установившемся движении отсутствие в уравнении (1.9) времени t приводит к совпадению линий тока с траекториями частиц.

Если компоненты вектора скорости не обращаются в ноль и вместе со своими первыми производными однозначны и не имеют разрывов, то решение уравнения (1.9) существует и единственно. В противоположном случае существование или единственность может нарушаться, т. е. в некоторых точках пространства линии тока могут ветвиться или вырождаться в точку. Такие точки называются *особыми* или *критическими*.

Трубчатая поверхность, образованная линиями тока, проходящими через некоторую замкнутую кривую, называется *трубкой тока*.

Напомним некоторые математические термины применительно к скорости, заданной в пространстве переменных Эйлера, — *полю скорости*. *Потоком скорости* через поверхность \bar{S} с заданным вектором нормали называется поверхностный интеграл

$$\int_S \bar{V} d\bar{S} = \int_S \bar{V} \bar{n} dS = \int_S V_n dS = \int_S [V_x \cos(\bar{n}, x) + V_y \cos(\bar{n}, y) + V_z \cos(\bar{n}, z)] dS, \quad (1.10)$$

где V_n обозначает проекцию скорости на единичный вектор нормали \bar{n} поверхности \bar{S} , который в свою очередь выражается через единич-

ные векторы осей координат: $\bar{n} = \cos(\bar{n}, x)\bar{i} + \cos(\bar{n}, y)\bar{j} + \cos(\bar{n}, z)\bar{k}$.
 Ротор скорости (вихрь) определяется известным образом:

$$\text{rot } \bar{V} = \begin{vmatrix} \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ V_x & V_y & V_z \end{vmatrix}, \quad (1.11)$$

а дивергенция скорости может быть выражена через компоненты тензора скоростей деформации:

$$\text{div } \bar{V} = \frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} + \frac{\partial V_z}{\partial z} = e_{11} + e_{22} + e_{33}. \quad (1.12)$$

Циркуляцией скорости по замкнутому контуру L с определенным направлением обхода называется криволинейный интеграл:

$$\oint_L \bar{V} d\bar{r} = \oint_L V_x dx + V_y dy + V_z dz. \quad (1.13)$$

Если выбрать в пространстве малый прямоугольный параллелепипед W со сторонами, параллельными осям координат, то объемный интеграл $\int_W \text{div } \bar{V} dW$ в силу (1.12) и смысла компонент тензора скоростей деформации из подраздела 1.3 может трактоваться как элементарное расширение частиц среды. В таком случае дивергенция означает скорость расширения частицы среды.

Известные теоремы векторных полей применимы и к полю скоростей. Теорема Стокса:

$$\begin{aligned} \oint_L \bar{V} d\bar{r} &= \oint_L V_x dx + V_y dy + V_z dz = \int_S \overline{\text{rot } \bar{V}} \cdot d\bar{S} = \\ &= \int_S \overline{\text{rot } \bar{V}} \cdot \bar{n} dS = \int_S (\overline{\text{rot } \bar{V}})_n dS, \end{aligned} \quad (1.14)$$

справедлива при ориентации обхода контура L и нормали к натянутой на него поверхности \bar{S} по правилу правого винта, а теорема Остроградского—Гаусса:

$$\begin{aligned} \int_S \bar{V} d\bar{S} &= \int_S \bar{V} \bar{n} dS = \int_S V_n dS = \int_S [V_x \cos(\bar{n}, x) + V_y \cos(\bar{n}, y) + \\ &+ V_z \cos(\bar{n}, z)] dS = \int_W \left(\frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} + \frac{\partial V_z}{\partial z} \right) dW = \int_W \text{div } \bar{V} dW \end{aligned} \quad (1.15)$$

— при условии, что замкнутая поверхность \bar{S} ограничивает объем W .

Полную производную по времени от скаляра $A(r, t)$, заданного в переменных Эйлера, можно определить по известной формуле:

$$\begin{aligned} \frac{dA}{dt} &= \frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial A}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial A}{\partial y} \frac{dy}{dt} + \frac{\partial A}{\partial z} \frac{dz}{dt} = \\ &= \frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial A}{\partial x} V_x + \frac{\partial A}{\partial y} V_y + \frac{\partial A}{\partial z} V_z = \frac{\partial A}{\partial t} + \bar{V} \overline{\text{grad}} A. \end{aligned} \quad (1.16)$$

Производную $\frac{d}{dt} \int_W f(\bar{r}, t) dW$ от интеграла по произвольному подвижному объему W , где от t зависит не только подынтегральная функция, но и объем, вычислим с помощью определения производной:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \int_W f(\bar{r}, t) dW &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\int_{W'} f(\bar{r}, t + \Delta t) dW - \int_W f(\bar{r}, t) dW}{\Delta t} = \\ &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\int_W [f(\bar{r}, t + \Delta t) - f(\bar{r}, t)] dW + \int_{W' - W} f(\bar{r}, t + \Delta t) dW}{\Delta t} = \\ &= \int_W \frac{\partial f(\bar{r}, t)}{\partial t} dW + \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\int_{W' - W} f(\bar{r}, t + \Delta t) dW}{\Delta t}. \end{aligned}$$

В последнем пределе $W' - W$ образуется сдвигом элементарных площадок dS поверхности S , ограничивающей W , на расстояние $V_n dS$.

Кроме того, при $\Delta t \rightarrow 0$ значение функции $f(\bar{r}, t + \Delta t) \rightarrow f(\bar{r}, t)$ и деформированная поверхность $S' \rightarrow S$, поэтому предел принимает значение

$$\begin{aligned} \int_S f \bar{V} d\bar{S} &= \int_S f V_n dS = \int_S f \bar{V} \bar{n} dS \text{ [сравните с (1.10) или } \int_S f \bar{V} d\bar{S} = \\ &= \int_W \text{div}(f \bar{V}) dW \text{ по теореме Остроградского—Гаусса (1.15)]. Откуда в} \end{aligned}$$

силу уравнения (1.16):

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \int_W f(\bar{r}, t) dW &= \int_W \left[\frac{\partial f}{\partial t} + \text{div} f \bar{V} \right] dW = \int_W \left[\frac{\partial f}{\partial t} + f \text{div} \bar{V} + \bar{V} \overline{\text{grad}} f \right] dW = \\ &= \int_W \left[\frac{df}{dt} + f \text{div} \bar{V} \right] dW. \end{aligned} \quad (1.17)$$

Вектор $\overline{\text{rot}} \overline{V} \neq 0$ тоже можно рассматривать как поле вектора ротора скорости $\overline{\text{rot}} \overline{V}(\overline{r}, t)$ — *вихревое поле*. Непосредственной проверкой легко убедиться, что $\text{div} \overline{\text{rot}} \overline{V} = 0$. Отсюда по теореме Остроградского—Гаусса следует, что поток ротора скорости сквозь любую замкнутую поверхность равен нулю:

$$\oint_S \overline{\text{rot}} \overline{V} d\overline{S} = 0. \quad (1.18)$$

В вихревом поле по аналогии с полем скоростей выделяют *вихревую линию*:

$$\frac{dx}{(\overline{\text{rot}} \overline{V})_x} = \frac{dy}{(\overline{\text{rot}} \overline{V})_y} = \frac{dz}{(\overline{\text{rot}} \overline{V})_z}, \quad (1.19)$$

и *вихревую трубку*. Так как через боковую поверхность вихревой трубки по определению нет потока ротора скорости, то из (1.18) вытекает постоянство такого потока через любое ее поперечное сечение (первая кинематическая теорема Гельмгольца о вихрях). Этот поток определяет *интенсивность вихревой трубки*. Согласно (1.14) она равна циркуляции скорости по контуру, образующему вихревую трубку:

$$\int_S \overline{\text{rot}} \overline{V} d\overline{S} = \oint_L \overline{V} d\overline{r} = \Gamma. \quad (1.20)$$

1.5. Уравнение неразрывности

Как известно, плотность вещества вводится предельным переходом: $\rho = \lim_{\Delta W \rightarrow 0} \frac{\Delta m}{\Delta W}$, где в механике сплошной среды следует понимать под Δm массу вещества, заключенную в объеме ΔW . Посмотрим, как будет выглядеть закон сохранения массы $\frac{dm}{dt} = 0$ для произвольного подвижного объема сплошной среды, для которого $m = \int_W \rho dW$. Из (1.17) следует:

$$0 = \frac{dm}{dt} = \int_W \left[\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div} \rho \overline{V} \right] dW = \int_W \left[\frac{d\rho}{dt} + \rho \text{div} \overline{V} \right] dW,$$

или в силу произвольности объема W :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div} \bar{V} = \frac{d\rho}{dt} + \rho \operatorname{div} \bar{V} = 0. \quad (1.21)$$

Это уравнение носит название уравнения неразрывности (непрерывности) в переменных Эйлера.

В переменных Эйлера удобно получить частные случаи уравнения неразрывности. Так, например, для стационарного (установившегося) движения сплошной среды из (1.21) с помощью (1.5) следует:

$$\operatorname{div} \bar{V} = \bar{V} \overline{\operatorname{grad} \rho} + \rho \operatorname{div} \bar{V} = 0, \quad (1.22)$$

а если, кроме того, среда несжимаемая [$\rho(x, y, z) = \text{const}$, в том числе и неоднородная], то:

$$\operatorname{div} \bar{V} = 0, \quad (1.23)$$

т. е. по теореме Остроградского—Гаусса (1.15) несжимаемый установившийся поток скорости (1.10) сквозь любую замкнутую поверхность равен нулю. Так как через боковую поверхность трубки тока по определению нет потока скорости, то поток через любое ее поперечное сечение одинаков:

$$\int_S \bar{V} d\bar{S} = Q, \quad (1.24)$$

и численно равен объемному расходу жидкости. Отсюда можно сделать вывод: внутри объема несжимаемой сплошной среды трубки тока (а также линии тока) не могут ни начинаться, ни заканчиваться.

1.6. Безвихревое и вихревое движение

Движение сплошной среды в некоторой области называется *безвихревым*, если в ней $\overline{\operatorname{rot} \bar{V}} = 0$, и *вихревым*, если $\overline{\operatorname{rot} \bar{V}} \neq 0$ хотя бы в части этой области.

Из теоремы Стокса (1.14) для безвихревого движения следует равенство нулю циркуляции скорости по любому замкнутому контуру. То есть в безвихревом движении невозможны замкнутые линии тока (вдоль) которых циркуляция не обращается в нуль).

Свойства безвихревого движения рассмотрим, исходя из его определения, записанного в проекциях:

$$\overline{\operatorname{rot} \bar{V}} = \frac{\partial V_z}{\partial y} - \frac{\partial V_y}{\partial z} = \frac{\partial V_x}{\partial z} - \frac{\partial V_z}{\partial x} = \frac{\partial V_y}{\partial x} - \frac{\partial V_x}{\partial y} = 0.$$

Это — необходимое и достаточное условие существования некоторой функции $\varphi(\bar{r}, t)$, называемой *потенциалом скорости*, производными которой являются компоненты вектора скорости:

$$V_x = \frac{\partial \varphi}{\partial x}; \quad V_y = \frac{\partial \varphi}{\partial y}; \quad V_z = \frac{\partial \varphi}{\partial z}, \quad \text{т. е. } \bar{V} = \overline{\text{grad}} \varphi. \quad (1.25)$$

Иными словами, существование потенциала скорости и равенство нулю ротора скорости — условия эквивалентные. Поэтому безвихревое движение называют *потенциальным*, а скалярную функцию потенциала изучают вместо вектора скорости.

Уравнения (1.25) определяют потенциал с точностью до произвольной постоянной. Это значит, что движение задается не столько значением φ , сколько разностью потенциалов между двумя рассматриваемыми точками пространства. Такой же вывод можно сделать и из замеченного свойства равенства нулю циркуляции скорости по любому замкнутому контуру. Действительно, между двумя точками можно построить сколько угодно замкнутых контуров, показывающих независимость разности потенциалов от направления обхода и даже выбора пути.

Подстановка потенциала в уравнение неразрывности для несжимаемой среды дает уравнение Лапласа:

$$\text{div} \overline{\text{grad}} \varphi = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} \equiv \Delta \varphi = 0 \quad (1.26)$$

для *гармонической* функции φ , где Δ — символ оператора Лапласа. Из свойств гармонической функции, хорошо известной в математике, вытекают следствия для потенциального движения сплошной среды:

внутри сплошной среды не может быть экстремальных значений потенциала скорости;

внутри сплошной среды не может быть максимальных значений скорости;

скорость сплошной среды равна нулю во всех точках объема, ограниченного замкнутой поверхностью, во всех точках которой потенциал постоянен;

в односвязанном объеме сплошной среды, ограниченном твердыми стенками, не может существовать потенциальное (безвихревое) движение.

Рассмотрим примеры потенциальных движений.

1. $\varphi = \text{const}$. В этом случае все компоненты скорости согласно (1.25) обращаются в нуль, т. е. движения нет.

2. $\varphi = ax$. В этом случае только одна составляющая скорости отлична от нуля $V_x = \frac{\partial \varphi}{\partial x} = a$ и определяет поступательное движение вдоль оси x .

3. $\varphi = \frac{q}{4\pi r}$. На каждой концентрической сфере радиуса r потенциал принимает постоянное значение — такие поверхности называются *эквипотенциальными*. Поэтому вектор скорости $\vec{V} = \overline{\text{grad}} \varphi$, нормальный к эквипотенциальной поверхности, направлен всегда по лучу, исходящему (для $q > 0$) из начала координат, а его абсолютная величина одинакова во всех точках сферы. Через любую сферу S радиуса r проходит поток вектора скорости:

$$\int_S \vec{V} \cdot d\vec{S} = V \int_S dS = |\overline{\text{grad}} \varphi| 4\pi r^2 = 4\pi r^2 \left| \frac{\partial \varphi}{\partial r} \right| = 4\pi r^2 \frac{|q|}{4\pi r^2} = |q|,$$

не зависящий от радиуса. Таким образом, $V \rightarrow 0$ при $r \rightarrow \infty$ и $V \rightarrow \infty$ при $r \rightarrow 0$, а q можно назвать расходом. Если $q > 0$, то такое движение называется *источником*, если $q < 0$, — *стоком*.

Заметим, что приведенные рассуждения справедливы и при зависимости q от времени. При этом очевидно, что изменение поля скорости во всем пространстве, вызванное изменением расхода, происходит мгновенно. В реальности распространение возмущений происходит всегда с конечной скоростью, поэтому такое потенциальное движение следует рассматривать лишь как идеализированную модель.

4. $\varphi = c\theta$, где θ — полярный угол в цилиндрической системе координат (полярный радиус — r и высота — z). В этом случае по правилам дифференцирования в цилиндрических координатах:

$$V_r = \frac{\partial \varphi}{\partial r} = 0; \quad V_\theta = \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial \theta} = \frac{c}{r}; \quad V_z = \frac{\partial \varphi}{\partial z} = 0,$$

т. е. линии тока имеют вид горизонтальных концентрических окружностей, а скорость растет от нулевой при $r \rightarrow \infty$ до бесконечной при $r \rightarrow 0$. На расстоянии $r = 1$ абсолютная величина скорости равна c . Ввиду особенности при $r = 0$ движение можно считать потенциальным только вне некоторого ядра в виде цилиндра или нити. Поэтому циркуляция по любому контуру, охватывающему ось z , не равна нулю:

$$\Gamma = \oint_L \vec{V} \cdot d\vec{r} = \int_0^{2\pi} \frac{c}{r} \bar{r} d\theta = 2\pi c.$$

С вихревым движением тесно связана циркуляция вектора скорости (1.20), с помощью которой можно измерять интенсивность вихревой трубки. Однако наличие ненулевого вектора $\overline{\text{rot}} \vec{V}$ не связано ни с вихревой трубкой, ни с каким-либо объемом. Векторное поле вихря определено в каждой точке пространства и характеризует вращательное движение любой сколь угодно малой частицы среды. Почувствительны следующие примеры вихревых движений.

1. Плоский сдвиг горизонтальных слоев: $V_x = cz$, $V_y = V_z = 0$. В координатной записи с помощью формулы (1.11) нетрудно убедиться, что в этом случае $\overline{\text{rot}} \vec{V} = c\vec{j}$, т. е. вращение частиц сплошной среды происходит вокруг оси y .

2. Вращение сплошной среды как твердого тела вокруг оси z с угловой скоростью ω . В цилиндрической системе: $V_r = 0$, $V_\theta = \omega r$, $V_z = 0$, а компоненты вихря:

$$(\overline{\text{rot}} \vec{V})_r = \frac{1}{r} \frac{\partial V_z}{\partial \theta} - \frac{\partial V_\theta}{\partial z} = 0; \quad (\overline{\text{rot}} \vec{V})_\theta = \frac{\partial V_r}{\partial z} - \frac{\partial V_z}{\partial r} = 0;$$

$$(\overline{\text{rot}} \vec{V})_z = \frac{1}{r} \left[\frac{\partial(rV_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial V_r}{\partial \theta} \right] = 2\omega.$$

То есть вихревые линии представляют собой прямые, параллельные оси z . Этот пример отличается от 4-го примера потенциального движения (стр. 19) значением модуля скорости.

3. Вихревое ядро при $r = 0$ 4-го примера потенциального движения. В качестве такого идеализированного ядра может выступать изолированная вихревая нить (вихревая трубка бесконечно малого сечения) из частиц той же среды с интенсивностью $\Gamma = 2\pi c$, в которой $|\overline{\text{rot}} \vec{V}| = \infty$. Ясно, что практически реализовать такое течение невозможно. Это связано с математическими требованиями теоремы Стокса: на гладкой поверхности, натянутой на замкнутый контур, поле \vec{V} должно быть непрерывно и дифференцируемо.

Более широкий взгляд на эти требования приводит к выводу о том, что наличие вихрей в реальной природе, связанное с особенностями поля скоростей, обуславливается многосвязностью рассматриваемой области сплошной среды, т. е. существованием каких-либо границ (свободной поверхности, твердых стенок, твердых тел). В рассмотренном примере ядром течения может быть газовая трубка или твердый стержень.

Замечание к 3-му примеру потенциального движения фиксировало внимание на мгновенности распространения возмущений на всю область сплошной среды. Выясним, как обстоит дело в вихревом движении. Пусть бесконечное пространство заполнено несжимаемой

средой: $\text{div } \bar{V} = 0$, покоящейся в бесконечности: $\bar{V} = 0$. Пусть также задан вектор $\bar{\Omega} = \overline{\text{rot}} \bar{V}$, который отличен от нуля только в определенном конечном объеме W . Заметим, что $\text{div} \bar{\Omega} = \text{div} \overline{\text{rot}} \bar{V} = 0$. В силу несжимаемости (1.23) существует такой вектор \bar{P} , что $\bar{V} = \overline{\text{rot}} \bar{P}$. Тогда $\overline{\text{rot}} \overline{\text{rot}} \bar{P} = \bar{\Omega}$. Решение такого дифференциального уравнения второго порядка в математике известно и может быть представлено в виде:

$$\bar{P}(\bar{r}) = \frac{1}{4\pi} \int_W \frac{\bar{\Omega}(\bar{\rho})}{|\bar{r} - \bar{\rho}|} dW \text{ или } \bar{V}(\bar{r}) = \overline{\text{rot}} \bar{P} = \frac{1}{4\pi} \overline{\text{rot}} \int_W \frac{\bar{\Omega}(\bar{\rho})}{|\bar{r} - \bar{\rho}|} dW, \quad (1.27)$$

где \bar{r} — радиус-вектор произвольной точки пространства $\{x, y, z\}$, в которой вычисляется скорость, по $\{x, y, z\}$ ведется и дифференцирование в операторе $\overline{\text{rot}}$; $\bar{\rho}$ — радиус-вектор текущей точки объема W .

Из (1.27) ясно, что и в вихревом поле всякое возмущение распространяется мгновенно на все пространство сплошной среды.

Рассмотрим изолированную вихревую нить. Элемент ее объема можно представить в виде произведения бесконечно малого поперечного сечения $d\bar{S}$ на элемент ее длины $d\bar{l}$: $dW = d\bar{S} d\bar{l}$. Для каждого ее бесконечно малого поперечного сечения согласно (1.20):

$$\Gamma = \int_{dS} \bar{\Omega} d\bar{S} = \bar{\Omega} d\bar{S}.$$

Таким образом, уравнение (1.27) с учетом правил векторного анализа можно записать в виде:

$$\bar{P}(\bar{r}) = \frac{\Gamma}{4\pi} \int_L \frac{d\bar{l}}{|\bar{r} - \bar{\rho}|} \text{ или } \bar{V}(\bar{r}) = \frac{\Gamma}{4\pi} \int_L \overline{\text{rot}} \left(\frac{d\bar{l}}{|\bar{r} - \bar{\rho}|} \right) = -\frac{\Gamma}{4\pi} \int_L \frac{\bar{r} - \bar{\rho}}{|\bar{r} - \bar{\rho}|^3} \times d\bar{l}.$$

Для элемента вихревой нити $\Delta \bar{l}$ это выражение даст

$$|\Delta \bar{V}| = \frac{\Gamma}{4\pi} \frac{\sin \alpha}{|\bar{r} - \bar{\rho}|^2} \Delta \bar{l}, \quad (1.28)$$

где α — угол между касательной к $\Delta \bar{l}$ и вектором $\bar{r} - \bar{\rho}$, проведенным из $\Delta \bar{l}$ в текущую точку пространства.

Это выражение трактуется как составная часть скорости, которая "наводится" элементом вихря $\Delta \bar{l}$ в точке пространства. Ввиду очевидной аналогии с электродинамикой соотношение (1.28) характеризует *вихревое влияние* и получило наименование формулы Био и Савара.

Глава 2

ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ АЭРОДИНАМИКИ

2.1. Силы и моменты в механике сплошной среды

Силы, распределенные по объему W , называются *объемными* или *массовыми*. Они обозначаются \bar{F} и относятся к элементу массы $\Delta m = \rho \Delta W$, т. е. сила, действующая на элемент массы, равна $\bar{F} \Delta m = \bar{F} \rho \Delta W$, следовательно, размерность \bar{F} совпадает с размерностью ускорения. Примерами массовых сил могут служить гравитационные, электромагнитные, инерционные.

Силы, распределенные по поверхности S , называются *поверхностными*. Поверхностные силы будем обозначать \bar{p} и относить к элементу поверхности $\Delta \bar{S}$ сплошной среды. Таким образом, сила \bar{p} имеет размерность давления. Такие силы возникают, например, на свободной поверхности среды, при взаимодействии среды с твердыми телами, а также внутри среды (внутренние поверхностные силы).

Внутренние поверхностные силы необходимо рассматривать при изучении движения отдельных частиц среды с учетом их механического влияния друг на друга. Так, например, происходит при относительном движении двух соседних соприкасающихся частиц. Это явление может наблюдаться в любом месте сплошной среды, причем для бесконечно малых частиц поверхности соприкосновения $d\bar{S}$ можно построить любым образом. Тогда и \bar{p} , зависящую от такого выбора, можно определить по-разному в зависимости от $d\bar{S}$, т. е. ориентации нормали этой площадки, поэтому такое взаимодействие обозначают вектором \bar{p}_S . В силу третьего закона Ньютона на одну из пары соприкасающихся частиц действует сила $\bar{p}_S d\bar{S}$, на другую $-\bar{p}_S d\bar{S}$. Однако если соприкосновения нет, т. е. если движение имеет разрыв каких-то своих характеристик, то последнее условие может нарушаться.

Вектор \bar{p}_S в общем случае не перпендикулярен к $d\bar{S}$, поэтому различают нормальную составляющую p_{Sn} , называемую *нормальным напряжением* или *нормальным давлением*, и тангенциальную $\bar{p}_{S\tau}$, называемую *касательным напряжением* или *трением*: $\bar{p}_S d\bar{S} = p_{Sn} \bar{n} d\bar{S} + p_{S\tau} \bar{\tau} d\bar{S}$.

Свойство вектора \bar{p}_S рассмотрим с помощью представления бесконечно малой частицы в виде тетраэдра с ребрами, параллельными

осям координат (рис. 2.1). Единичный вектор нормали к грани ABC выразится через единичные векторы осей координат известным образом: $\bar{n} = \cos(\bar{n}, x)\bar{i} + \cos(\bar{n}, y)\bar{j} + \cos(\bar{n}, z)\bar{k}$.

. Массовые силы будем считать постоянными во всем объеме $W = = hS/3$ частицы, а поверхностные

напряжения $\bar{p}_1, \bar{p}_2, \bar{p}_3, \bar{p}_S$ постоянными на своих гранях с нормальными соответственно: $\bar{i}, \bar{j}, \bar{k}, \bar{n}$. Это позволяет применить к частице начало Даламбера из теоретической механики:

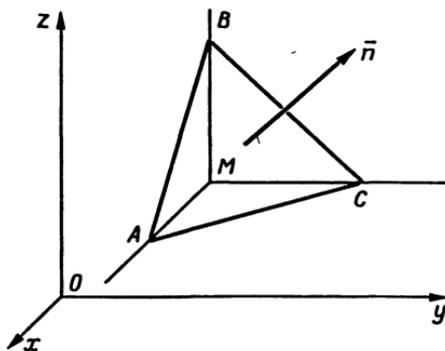


Рис. 2.1. Схема приложения вектора \bar{n}

$$\left(\bar{F} - \frac{d\bar{V}}{dt}\right)\rho \frac{hS}{3} + [\bar{p}_S - \bar{p}_1 \cos(\bar{n}, x) - \bar{p}_2 \cos(\bar{n}, y) - \bar{p}_3 \cos(\bar{n}, z)]S = 0,$$

откуда, сократив на S и перейдя к пределу при $h \rightarrow 0$, получаем инвариантное к выбору площадки равенство

$$\bar{p}_S = \bar{p}_1 \cos(\bar{n}, x) + \bar{p}_2 \cos(\bar{n}, y) + \bar{p}_3 \cos(\bar{n}, z). \quad (2.1)$$

Это означает, что существует некоторый объект P , компонентами которого можно рассматривать векторы $\bar{p}_1, \bar{p}_2, \bar{p}_3$, или даже элементы матрицы (p_{ij}) — матрицы из компонент векторов $\bar{p}_1, \bar{p}_2, \bar{p}_3$. С подобной ситуацией мы сталкивались в подразделе 1.3 при рассмотрении тензоров деформаций и скоростей деформации. Объект P с компонентами p_{ij} называется *тензором внутренних напряжений*.

Равенство (2.1) позволяет применить теорему Остроградского—Гаусса к расчету поверхностных сил:

$$\begin{aligned} \int_S \bar{p}_S d\bar{S} &= \int_S [\bar{p}_1 \cos(\bar{n}, x) + \bar{p}_2 \cos(\bar{n}, y) + \bar{p}_3 \cos(\bar{n}, z)] dS = \\ &= \int_W \left(\frac{\partial \bar{p}_1}{\partial x} + \frac{\partial \bar{p}_2}{\partial y} + \frac{\partial \bar{p}_3}{\partial z} \right) dW. \end{aligned} \quad (2.2)$$

Кроме внешних сил, на каждую частицу жидкости могут действовать и внешние моменты. Примером такого положения дел может слу-

жить момент магнитного поля Земли, действующий на каждый элемент стрелки компаса. Такой внешний момент, который действует на элемент массы Δm , будем обозначать \bar{H} . Его принято называть *массовой парой* (*массовым моментом*). Размерность \bar{H} совпадает с размерностью квадрата скорости.

Внешний момент, который действует на элемент поверхности $\Delta \bar{S}$, будем обозначать \bar{Q} . Он называется *поверхностной парой* (*поверхностным моментом*) и имеет размерность силы, деленной на длину.

2.2. Уравнения движения сплошной среды

В теоретической механике известно уравнение количества движения материальной точки:

$$\frac{d}{dt}(m\bar{V}) = \bar{F},$$

где в правой части равенства стоит сумма всех действующих на нее сил. Обобщим это уравнение на конечный объем сплошной среды, состоящей из частиц как системы материальных точек, подверженных действию рассмотренных в подразделе 2.1 сил:

$$\frac{d}{dt} \int_W \bar{V} \rho dW = \int_W \bar{F} \rho dW + \int_S \bar{p}_S d\bar{S}. \quad (2.3)$$

Уравнение количества движения конечного объема сплошной среды (2.3), являющееся аналогом второго закона Ньютона, имеет такое же фундаментальное значение для описания любых движений сплошной среды. Оно справедливо и для разрывных движений, и для ударных процессов, характеризующихся разрывными функциями координат и времени (но не нарушениями гипотезы сплошности — см. подраздел 1.1).

Заменив последнее слагаемое в (2.3) с помощью (2.2), получим:

$$\frac{d}{dt} \int_W \bar{V} \rho dW = \int_W \left[\bar{F} \rho + \frac{\partial \bar{p}_1}{\partial x} + \frac{\partial \bar{p}_2}{\partial y} + \frac{\partial \bar{p}_3}{\partial z} \right] dW.$$

Левую часть преобразуем с помощью (1.17):

$$\frac{d}{dt} \int_W \bar{V} \rho dW = \int_W \left[\frac{d\bar{V}\rho}{dt} + \bar{V} \rho \operatorname{div} \bar{V} \right] dW.$$

Это позволит записать равенство подынтегральных выражений для элементарного объема:

$$\frac{d\bar{V}\rho}{dt} + \bar{V}\rho \operatorname{div} \bar{V} = \rho \bar{F} + \frac{\partial \bar{p}_1}{\partial x} + \frac{\partial \bar{p}_2}{\partial y} + \frac{\partial \bar{p}_3}{\partial z}.$$

Левую часть этого уравнения в свою очередь можно преобразовать с помощью уравнения неразрывности (1.21):

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{V}\rho}{dt} + \bar{V}\rho \operatorname{div} \bar{V} &= \rho \frac{d\bar{V}}{dt} + \bar{V} \frac{d\rho}{dt} + \rho \bar{V} \operatorname{div} \bar{V} = \\ &= \rho \frac{d\bar{V}}{dt} + \bar{V} \left(\frac{d\rho}{dt} + \rho \operatorname{div} \bar{V} \right) = \rho \frac{d\bar{V}}{dt}. \end{aligned}$$

Таким образом, получено основное дифференциальное уравнение движения сплошной среды:

$$\rho \frac{d\bar{V}}{dt} = \rho \bar{F} + \frac{\partial \bar{p}_1}{\partial x} + \frac{\partial \bar{p}_2}{\partial y} + \frac{\partial \bar{p}_3}{\partial z}, \quad (2.4)$$

или в проекциях на оси декартовой системы координат:

$$\left. \begin{aligned} \rho \frac{dV_x}{dt} &= \rho F_x + \frac{\partial p_{11}}{\partial x} + \frac{\partial p_{12}}{\partial y} + \frac{\partial p_{13}}{\partial z}, \\ \rho \frac{dV_y}{dt} &= \rho F_y + \frac{\partial p_{21}}{\partial x} + \frac{\partial p_{22}}{\partial y} + \frac{\partial p_{23}}{\partial z}, \\ \rho \frac{dV_z}{dt} &= \rho F_z + \frac{\partial p_{31}}{\partial x} + \frac{\partial p_{32}}{\partial y} + \frac{\partial p_{33}}{\partial z}, \end{aligned} \right\} \quad (2.5)$$

где F_x, F_y, F_z — компоненты массовой силы \bar{F} .

Отметим, что уравнения (2.4) и (2.5) получены при следующих предположениях:

непрерывность и дифференцируемость векторов напряжений $\bar{p}_1, \bar{p}_2, \bar{p}_3$;

неразрывность среды;

непрерывность характеристик движения.

Итак, для описания движения сплошной среды имеются: скалярное уравнение неразрывности (1.21) и одно векторное (2.4) или четыре скалярных (2.5) уравнения движения. В этой системе уравнений при заданных внешних массовых силах $\bar{F}(F_x, F_y, F_z)$ неизвестными функциями пространственных координат и времени являются: плотность ρ , скорость $\bar{V}(V_x, V_y, V_z)$ и три вектора напряжений $\bar{p}_1(p_{11}, p_{21}, p_{31})$,

$\bar{p}_2(p_{12}, p_{22}, p_{32}), \bar{p}_3(p_{13}, p_{23}, p_{33})$ со своими девятью координатами. Так как число уравнений меньше числа неизвестных, то система незамкнута. Для ее замыкания необходимо использовать дополнительные соотношения между неизвестными.

В том случае когда существенное значение для описания движения среды имеет эффект вращения каждой частицы (вихревое движение — см. подраздел 1.6), необходимо дополнить полученное описание уравнением момента количества движения. В теоретической механике уравнение момента количества движения материальной точки имеет вид:

$$\frac{d}{dt}(\bar{r} \times m\bar{V}) = \bar{M},$$

где \bar{r} — радиус-вектор ее положения относительно некоторой неподвижной точки O пространства, а в правой части равенства стоит сумма всех действующих на нее внешних моментов.

Обобщим это уравнение на конечный объем сплошной среды, состоящий из частиц, подверженных действию рассмотренных в подразделе 2.1 сил и моментов. Но прежде необходимо вспомнить, что при описании вращения каждой частицы существенно рассмотрение скорости движения ее точек как суммы скорости поступательного движения ее центра масс и движения относительно ее центра масс $\bar{V} = \bar{V} + \bar{V}_{\text{отн}}$. Это значит, что левая часть уравнения примет вид [(сравните с (2.3)]:

$$\frac{d}{dt} \int_W \bar{r} \times \bar{V} \rho dW + \frac{d}{dt} \int_W \bar{r} \times \bar{V}_{\text{отн}} \rho dW = \frac{d}{dt} \int_W \bar{r} \times \bar{V} \rho dW + \frac{d}{dt} \int_W \bar{K} \rho dW,$$

где \bar{K} — обозначает *собственные (внутренние)* моменты количества движения.

Таким образом, учитывая все виды сил и моментов, уравнение момента количества движения для конечного объема сплошной среды следует записать в виде:

$$\begin{aligned} & \frac{d}{dt} \int_W \bar{r} \times \bar{V} \rho dW + \frac{d}{dt} \int_W \bar{K} \rho dW = \\ & = \int_W \bar{r} \times \bar{F} \rho dW + \int_S \bar{r} \times \bar{p}_S d\bar{S} + \int_W \bar{H} \rho dW + \int_S \bar{Q} d\bar{S}. \quad (2.6) \end{aligned}$$

Собственные моменты количества движения и внешние моменты стали рассматриваться в механике сплошной среды только в последнее время, когда появились такие ее разделы, как электрогазодинамика и магнитная гидродинамика. Мы будем рассматривать классическую

часть теории и вторым слагаемым в левой части уравнения (2.6) будем пренебрегать, так же как и двумя последними в правой части:

$$\frac{d}{dt} \int_W \bar{r} \times \bar{V} \rho dW = \int_W \bar{r} \times \bar{F} \rho dW + \int_S \bar{r} \times \bar{p}_S d\bar{S}. \quad (2.7)$$

Для этого случая можно получить уравнение момента количества движения в дифференциальной форме, если преобразовать последний интеграл с помощью теоремы Остроградского—Гаусса [понимая под \bar{V} в формуле (1.15) $\bar{r} \times \bar{p}_S$]:

$$\begin{aligned} & \int_S \bar{r} \times \bar{p}_S d\bar{S} = \\ & = \int_S [\bar{r} \times \bar{p}_1 \cos(\bar{n}, x) + \bar{r} \times \bar{p}_2 \cos(\bar{n}, y) + \bar{r} \times \bar{p}_3 \cos(\bar{n}, z)] d\bar{S} = \\ & = \int_W \left[\frac{\partial}{\partial x} (\bar{r} \times \bar{p}_1) + \frac{\partial}{\partial y} (\bar{r} \times \bar{p}_2) + \frac{\partial}{\partial z} (\bar{r} \times \bar{p}_3) \right] dW. \end{aligned}$$

Подынтегральное выражение правой части преобразуется следующим образом:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \bar{r}}{\partial x} \times \bar{p}_1 + \frac{\partial \bar{r}}{\partial y} \times \bar{p}_2 + \frac{\partial \bar{r}}{\partial z} \times \bar{p}_3 + \bar{r} \times \frac{\partial \bar{p}_1}{\partial x} + \bar{r} \times \frac{\partial \bar{p}_2}{\partial y} + \bar{r} \times \frac{\partial \bar{p}_3}{\partial z} = \\ & = \bar{i} \times \bar{p}_1 + \bar{j} \times \bar{p}_2 + \bar{k} \times \bar{p}_3 + \bar{r} \times \left(\frac{\partial \bar{p}_1}{\partial x} + \frac{\partial \bar{p}_2}{\partial y} + \frac{\partial \bar{p}_3}{\partial z} \right), \end{aligned}$$

так как $\bar{r} = x\bar{i} + y\bar{j} + z\bar{k}$. А так как $\bar{p}_1 = p_{11}\bar{i} + p_{21}\bar{j} + p_{31}\bar{k}$; $\bar{p}_2 = p_{12}\bar{i} + p_{22}\bar{j} + p_{32}\bar{k}$; $\bar{p}_3 = p_{13}\bar{i} + p_{23}\bar{j} + p_{33}\bar{k}$, то:

$$\begin{aligned} & \bar{i} \times \bar{p}_1 + \bar{j} \times \bar{p}_2 + \bar{k} \times \bar{p}_3 = \\ & = \bar{i} \times \bar{j} p_{21} + \bar{i} \times \bar{k} p_{31} + \bar{j} \times \bar{i} p_{12} + \bar{j} \times \bar{k} p_{32} + \bar{k} \times \bar{i} p_{13} + \bar{k} \times \bar{j} p_{23} = \\ & = \bar{i} (p_{32} - p_{23}) + \bar{j} (p_{13} - p_{31}) + \bar{k} (p_{21} - p_{12}), \end{aligned}$$

учитывая, что $\bar{i} \times \bar{i} = \bar{j} \times \bar{j} = \bar{k} \times \bar{k} = 0$. Таким образом, из (2.7) получаем:

$$\begin{aligned} & \int_W \bar{r} \times \left[\frac{d\bar{V}}{dt} - \bar{F} - \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \bar{p}_1}{\partial x} + \frac{\partial \bar{p}_2}{\partial y} + \frac{\partial \bar{p}_3}{\partial z} \right) \right] \rho dW = \\ & = \int_W [\bar{i} (p_{32} - p_{23}) + \bar{j} (p_{13} - p_{31}) + \bar{k} (p_{21} - p_{12})] dW, \end{aligned}$$

или, в силу (2.4), уравнение момента количества движения в дифференциальной форме:

$$\bar{i}(p_{32} - p_{23}) + \bar{j}(p_{13} - p_{31}) + \bar{k}(p_{21} - p_{12}) = \bar{0}, \quad (2.8)$$

т. е. уравнение момента количества движения в классическом случае сводится к условию симметричности тензора напряжений:

$$p_{32} = p_{23}, \quad p_{13} = p_{31}, \quad p_{21} = p_{12}.$$

Однако, несмотря на три дополнительные уравнения, полученная система уравнений движения сплошной среды остается незамкнутой. Дополнительные соотношения могут дать модели конкретной среды, рассматриваемые в подразделе 2.3.

2.3. Виды сплошной среды

Раздел механики, посвященный построению моделей сплошной среды, называется *реологией*. Она основывается на экспериментальном изучении свойств сред и, как нетрудно видеть из перечня неизвестных подраздела 2.2, имеет целью определить дополнительные соотношения для компонент тензора внутренних напряжений P .

Экспериментальные данные показывают, что большинство сред обладает специфическим свойством: отсутствием или малостью касательных напряжений, т. е. вектор \bar{p}_S можно считать перпендикулярным любой площадке взаимодействия $d\bar{S}$ и совпадающим с нормальным напряжением. Среду, обладающую таким свойством называют *идеальной жидкостью* или *идеальным газом*.

Указанное свойство для любой площадки с нормалью \bar{n} можно выразить соотношением, вытекающим из (2.1):

$$\bar{p}_S \bar{n} = \bar{p}_1 \bar{i} = \bar{p}_2 \bar{j} = \bar{p}_3 \bar{k} = -p,$$

где $-p$ — общее значение скалярных произведений.

Величину p называют давлением. Его особенность заключается в независимости от направления рассматриваемого взаимодействия частиц. При $p > 0$ среда, как показывает опыт, находится в сжатом состоянии, поэтому и использован знак минус. Таким образом, матрица компонент тензора внутренних напряжений в идеальной жидкости (газе) имеет вид:

$$\begin{pmatrix} -p & 0 & 0 \\ 0 & -p & 0 \\ 0 & 0 & -p \end{pmatrix}, \quad (2.9)$$

и P целиком определяется скаляром p .

Понятно, что идеальная жидкость не единственно возможная модель сплошной среды, позволяющая определить компоненты тензора внутренних напряжений. Можно, например, рассматривать компоненты тензора внутренних напряжений как функции компонент тензора деформации:

$$p_{ij} = f(\epsilon_{\mu\nu}), \quad (2.10)$$

в этом случае среда называется *упругой*. В частном случае линейности f это соотношение приобретает вид закона Гука:

$$p_{ij} = \sum_{\mu} \sum_{\nu} A_{ij\mu\nu} e_{\mu\nu}. \quad (2.11)$$

Изучением таких сред, которые описываются компонентами тензора $A_{ij\mu\nu}$, занимается *теория упругости*.

Особое место в механике сплошной среды занимает модель *вязкой жидкости*, предполагающая связь тензора внутренних напряжений с тензором скоростей деформации. В частном случае линейности связь представляется в виде закона Навье—Стокса (или обобщенного закона вязкости Ньютона):

$$p_{ij} = -p\delta_{ij} + 2 \sum_{\mu} \sum_{\nu} B_{ij\mu\nu} e_{\mu\nu}, \quad (2.12)$$

где δ_{ij} — элементы единичной матрицы (с единицами на главной диагонали и нулями на всех остальных местах); $B_{ij\mu\nu}$ — тензорный коэффициент линейности, описывающий свойства вязкой жидкости.

Тесно связаны с тензорами $A_{ij\mu\nu}$ и $B_{ij\mu\nu}$ понятия изотропии и анизотропии. Если свойства среды в разных направлениях одинаковы, то она называется *изотропной*, в противном случае — *анизотропной*. В изотропной среде указанные тензоры симметричны и одинаковы в любой системе координат. Можно показать, что в этом случае все компоненты тензоров $A_{ij\mu\nu}$ и $B_{ij\mu\nu}$ выражаются всего лишь через два независимых параметра λ и μ , называемых *коэффициентами Ламе*. В итоге закон Навье—Стокса для вязкой изотропной жидкости имеет вид:

$$p_{ij} = -p\delta_{ij} + \lambda\delta_{ij} \operatorname{div} \bar{V} + 2\mu \sum_{\mu} \sum_{\nu} \delta_{i\mu} \delta_{j\nu} e_{\mu\nu}. \quad (2.13)$$

В теории вязкой жидкости μ называется коэффициентом внутреннего трения или динамическим коэффициентом вязкости, $\nu = \frac{\mu}{\rho}$ — кинематическим коэффициентом вязкости (коэффициентом линейной

вязкости), $\zeta = \lambda + \frac{2}{3}\mu$ — вторым коэффициентом вязкости (коэффициентом объемной вязкости). Размерность μ , λ и ζ в СИ— $[\text{Н} \cdot \text{с}/\text{м}^2]$, а ν — $[\text{м}^2/\text{с}]$.

Нетрудно видеть, что упомянутые модели для идеальной и вязкой жидкости вводят еще одну неизвестную — давление p , т. е. для замыкания системы уравнений движения сплошной среды оказывается необходимым еще одно скалярное соотношение. В этом качестве чаще всего применяются уравнения, представляющие различные гипотезы для плотности, как функции давления:

$$\rho = \Phi(p).$$

Жидкость в этом случае называется *баротропной*.

1. $\Phi(p) = \text{const}$ — случай *несжимаемой жидкости*, или $\frac{d\rho}{dt} = 0$.

2. $\Phi(p) = Cp$, где C — постоянная, — случай *изотермического* процесса.

3. $\Phi(p) = Cp^{1/n}$, где C и n — постоянные, — случай *политропического* процесса, n называется *показателем политропы*.

4. $\Phi(p) = \frac{p\mu}{RT}$ — уравнение Клапейрона—Менделеева для *совершенного газа*, где R^* — универсальная газовая постоянная ($R^* = 8,31 \cdot 10^3 \frac{\text{Дж}}{\text{кмоль} \cdot \text{град}}$), μ $[\frac{\text{кг}}{\text{кмоль}}]$ — масса вещества в кг, численно равная молекулярному весу, T — абсолютная температура, которую необходимо задавать еще одним дополнительным соотношением. Для воздуха молекулярный вес принимается равным 28,95 и удельная газовая постоянная $R = \frac{R^*}{\mu} = 287,05 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{град}}$, тогда $\Phi(p) = \frac{p}{BT}$.

2.4. Уравнения Навье—Стокса

Рассмотрим движение изотропной вязкой сжимаемой жидкости. Для этого выразим компоненты тензора внутренних напряжений p_{ij} в основном дифференциальном уравнении движения сплошной среды (2.5) с помощью соответствующей модели (2.13). Так, последние слагаемые в уравнении по оси x примут вид:

$$\frac{\partial p_{11}}{\partial x} + \frac{\partial p_{12}}{\partial y} + \frac{\partial p_{13}}{\partial z} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \lambda \frac{\partial \text{div} \bar{V}}{\partial x} + 2\mu \frac{\partial e_{11}}{\partial x} + 2\mu \frac{\partial e_{12}}{\partial y} + 2\mu \frac{\partial e_{13}}{\partial z}.$$

Подставляя сюда выражения компонент тензора скоростей деформации из (1.6), получим с использованием оператора Лапласа (1.26) выражение:

$$\begin{aligned}
 & -\frac{\partial p}{\partial x} + \lambda \frac{\partial \operatorname{div} \bar{V}}{\partial x} + 2\mu \frac{\partial^2 V_x}{\partial x^2} + \mu \frac{\partial^2 V_y}{\partial x \partial y} + \mu \frac{\partial^2 V_x}{\partial y^2} + \mu \frac{\partial^2 V_z}{\partial x \partial z} + \mu \frac{\partial^2 V_x}{\partial z^2} = \\
 & = -\frac{\partial p}{\partial x} + \lambda \frac{\partial \operatorname{div} \bar{V}}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 V_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V_x}{\partial z^2} \right) + \mu \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} + \frac{\partial V_z}{\partial z} \right) = \\
 & = -\frac{\partial p}{\partial x} + \lambda \frac{\partial \operatorname{div} \bar{V}}{\partial x} + \mu \Delta V_x + \mu \frac{\partial \operatorname{div} \bar{V}}{\partial x} = -\frac{\partial p}{\partial x} + (\lambda + \mu) \frac{\partial \operatorname{div} \bar{V}}{\partial x} + \mu \Delta V_x.
 \end{aligned}$$

В итоге, после деления на ρ и раскрытия полной производной по времени (1.16), получаем систему дифференциальных уравнений движения изотропной вязкой сжимаемой жидкости:

$$\left. \begin{aligned}
 \frac{\partial V_x}{\partial t} + V_x \frac{\partial V_x}{\partial x} + V_y \frac{\partial V_x}{\partial y} + V_z \frac{\partial V_x}{\partial z} &= F_x - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\lambda + \mu}{\rho} \frac{\partial \operatorname{div} \bar{V}}{\partial x} + \nu \Delta V_x; \\
 \frac{\partial V_y}{\partial t} + V_x \frac{\partial V_y}{\partial x} + V_y \frac{\partial V_y}{\partial y} + V_z \frac{\partial V_y}{\partial z} &= F_y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\lambda + \mu}{\rho} \frac{\partial \operatorname{div} \bar{V}}{\partial y} + \nu \Delta V_y; \\
 \frac{\partial V_z}{\partial t} + V_x \frac{\partial V_z}{\partial x} + V_y \frac{\partial V_z}{\partial y} + V_z \frac{\partial V_z}{\partial z} &= F_z - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\lambda + \mu}{\rho} \frac{\partial \operatorname{div} \bar{V}}{\partial z} + \nu \Delta V_z
 \end{aligned} \right\} (2.14)$$

или в векторном виде:

$$\frac{d\bar{V}}{dt} = \bar{F} - \frac{1}{\rho} \overline{\operatorname{grad}} p + \frac{\lambda + \mu}{\rho} \overline{\operatorname{grad}} \operatorname{div} \bar{V} + \nu \Delta \bar{V}, \quad (2.15)$$

называемых уравнениями Навье—Стокса.

Эти уравнения вместе с уравнением неразрывности (1.21) составляют принципиально разрешимую относительно \bar{V} и p систему уравнений, если заданы \bar{F} , ρ , μ и λ . Однако ее решение в аналитическом виде для произвольного случая невозможно. Численное решение для обтекания реального крыла самолета было впервые получено только в конце 60-х годов XX века, благодаря появлению мощных вычислительных машин. Но и до сих пор такое решение представляет собой сложную задачу вычислительной математики.

Поскольку уравнения (2.14), (2.15) описывают движение классической жидкости в случае наиболее общей ее модели, то их исследование позволяет построить практически всю гидродинамику (в том числе газо- и аэродинамику).

2.5. Уравнения движения вязкой несжимаемой изотропной жидкости

Из уравнений Навье—Стокса (2.14) легко получить уравнения движения вязкой несжимаемой изотропной жидкости. Для этого достаточно использовать уравнение неразрывности в форме уравнения несжимаемости (1.23): $\operatorname{div} \bar{V} = 0$, благодаря которому выпадает предпоследнее слагаемое, содержащее λ :

$$\frac{d\bar{V}}{dt} = \bar{F} - \frac{1}{\rho} \overline{\operatorname{grad} p} + \nu \Delta \bar{V} \quad (2.16)$$

или в координатной форме:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial V_x}{\partial t} + V_x \frac{\partial V_x}{\partial x} + V_y \frac{\partial V_x}{\partial y} + V_z \frac{\partial V_x}{\partial z} &= F_x - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \Delta V_x, \\ \frac{\partial V_y}{\partial t} + V_x \frac{\partial V_y}{\partial x} + V_y \frac{\partial V_y}{\partial y} + V_z \frac{\partial V_y}{\partial z} &= F_y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \Delta V_y, \\ \frac{\partial V_z}{\partial t} + V_x \frac{\partial V_z}{\partial x} + V_y \frac{\partial V_z}{\partial y} + V_z \frac{\partial V_z}{\partial z} &= F_z - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \nu \Delta V_z. \end{aligned} \right\} \quad (2.17)$$

Модель вязкой несжимаемой жидкости в силу (1.23) можно представить в виде:

$$p_{ij} = -p\delta_{ij} + 2\mu \sum_{\mu} \sum_{\nu} \delta_{i\mu} \delta_{j\nu} e_{\mu\nu}, \quad (2.18)$$

вытекающем из закона Навье—Стокса (2.13), т. е. для несжимаемой жидкости понятие второго коэффициента вязкости теряет смысл.

2.6. Уравнения движения идеальной жидкости

Из сравнения уравнений (2.9) и (2.13) следует, что идеальная жидкость характеризуется как невязкая. Это же вытекает и из физической сущности вектора внутренних напряжений \bar{P}_S при отсутствии касательных составляющих напряжения. Приведенные рассуждения позволяют очень просто получить уравнения движения идеальной жидкости из уравнений Навье—Стокса — достаточно опустить в них слагаемые с коэффициентами вязкости μ и λ :

$$\frac{d\bar{V}}{dt} = \bar{F} - \frac{1}{\rho} \overline{\operatorname{grad} p}, \quad (2.19)$$

или в координатной форме:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial V_x}{\partial t} + V_x \frac{\partial V_x}{\partial x} + V_y \frac{\partial V_x}{\partial y} + V_z \frac{\partial V_x}{\partial z} &= F_x - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x}, \\ \frac{\partial V_y}{\partial t} + V_x \frac{\partial V_y}{\partial x} + V_y \frac{\partial V_y}{\partial y} + V_z \frac{\partial V_y}{\partial z} &= F_y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y}, \\ \frac{\partial V_z}{\partial t} + V_x \frac{\partial V_z}{\partial x} + V_y \frac{\partial V_z}{\partial y} + V_z \frac{\partial V_z}{\partial z} &= F_z - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z}. \end{aligned} \right\} \quad (2.20)$$

Эти уравнения называются уравнениями Эйлера.

Непосредственной проверкой нетрудно убедиться в справедливости равенства:

$$\frac{d\bar{V}}{dt} = \frac{\partial \bar{V}}{\partial t} + \frac{1}{2} \overline{\text{grad } \bar{V}^2} - \bar{V} \times \overline{\text{rot } \bar{V}},$$

что позволяет записать уравнения Эйлера в форме Громеки—Лемба:

$$\frac{d\bar{V}}{dt} + \frac{1}{2} \overline{\text{grad } \bar{V}^2} - \bar{V} \times \overline{\text{rot } \bar{V}} = \bar{F} - \frac{1}{\rho} \overline{\text{grad } p}. \quad (2.21)$$

Составим полную систему уравнений движения идеальной жидкости в случае ее несжимаемости. В нее войдут уравнения Эйлера и уравнение неразрывности. Однако уравнение неразрывности для случая несжимаемости (постоянства ρ) распадается на два независимых уравнения: (1.23) и $\frac{d\rho}{dt} = 0$. Таким образом для определения полей вектора скорости $\bar{V}(x, y, z, t)$ и давления $p(x, y, z, t)$ при заданных полях вектора внешних сил $\bar{F}(x, y, z, t)$ и независимой от времени плотности $\rho(x, y, z)$ служит замкнутая система уравнений:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\bar{V}}{dt} &= \bar{F} - \frac{1}{\rho} \overline{\text{grad } p}, \\ \text{div } \bar{V} &= 0, \\ \frac{d\rho}{dt} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (2.22)$$

Заметим, что последнее уравнение служит лишь для того, чтобы задать независимость плотности от времени.

Если жидкость однородна, т. е. плотность одинакова не только во времени, но и в разных точках пространства: $\rho = \text{const}$, то замкнутая полная система уравнений движения идеальной однородной несжимаемой жидкости состоит из двух первых уравнений (2.22).

Однако даже для однородной идеальной несжимаемой жидкости в общем случае аналитическое решение полной системы уравнений по-прежнему невозможно. Только введение дополнительных предположений позволит получить аналитическое решение, которое можно будет физически интерпретировать.

Рассмотрим такие предположения для идеальной жидкости. Наличие в уравнении Эйлера в форме Громеки—Лемба нескольких операторов $\overline{\text{grad}}$ наталкивает на мысль о возможности внесения под него и других членов при определенных условиях.

Случай А. Установившееся движение идеальной жидкости в поле потенциальных внешних сил.

Предположение 1. Движение установившееся: $\frac{\partial \bar{V}}{\partial t} = 0$.

Предположение 2. Внешние массовые силы допускают потенциал U , т. е. $\bar{F} = \overline{\text{grad}} U$.

При этих предположениях рассмотрим проекцию уравнения Эйлера в форме Громеки—Лемба на произвольную линию L с текущим направлением l :

$$\frac{\partial}{\partial l} \left(\frac{\bar{V}^2}{2} \right) + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial l} - \frac{\partial U}{\partial l} = (\bar{V} \times \overline{\text{rot}} \bar{V})_l.$$

Вдоль линии L можно ввести функцию давления:

$$\mathcal{S}(p, L) = \int \frac{dp}{\rho(p, L)}, \text{ или } \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial l} = \frac{\partial \mathcal{S}}{\partial l},$$

определенную только на данной линии, тогда предыдущее уравнение приобретает удобный для анализа вид:

$$\frac{\partial}{\partial l} \left[\frac{\bar{V}^2}{2} + \mathcal{S}(p, L) - U \right] = (\bar{V} \times \overline{\text{rot}} \bar{V})_l.$$

Правая часть этого уравнения безусловно обращается в нуль, если линия L в каждой своей точке имеет направление l , совпадающее с \bar{V} или $\overline{\text{rot}} \bar{V}$. Такими линиями служат в первом случае линии тока, совпадающие при установившемся движении с траекториями частиц (см. подраздел 1.4), а во втором случае вихревые линии. Этот факт позволяет получить первый интеграл уравнения установившегося движения идеальной жидкости в поле потенциальных внешних сил вдоль линии тока или вихревой линии:

$$\frac{\bar{V}^2}{2} + \mathcal{S}(p, L) - U = \text{const}(L), \quad (2.23)$$

называемый интегралом Бернулли.

Постоянную в правой части уравнения (2.23) достаточно определить в одной точке линии тока (или вихревой линии) по значению левой части. Если кроме этого на выбранной линии (тока или вихревой) известна функция давления $\mathcal{A}(p)$, то по скорости и внешним силам можно однозначно определить давление в любой точке этой линии. Интеграл Бернулли имеет фундаментальное значение в теории идеальной жидкости и идеального газа, является основным уравнением в гидравлике и пневматике, поэтому иногда называется *законом Бернулли*.

Заметим, что в частном случае потенциального движения $\bar{V} \times \text{rot } \bar{V} = 0$ во всей области потенциальности, и интеграл Бернулли справедлив для всей этой области, а не только вдоль линий тока или вихревых линий, и называется *интегралом Бернулли—Эйлера*.

В другом частном случае несжимаемой жидкости интеграл Бернулли или интеграл Бернулли—Эйлера принимает вид:

$$\frac{p}{\rho} = \text{const} + U - \frac{\bar{V}^2}{2}. \quad (2.24)$$

При отсутствии внешних массовых сил это уравнение можно записать еще проще:

$$\text{const} \equiv p_0 = p + \rho \frac{\bar{V}^2}{2}. \quad (2.25)$$

Немаловажное прикладное значение имеет вид интеграла Бернулли и в других частных случаях баротропной жидкости (см. раздел 2.3). Так, для *изотермического* течения газа, при котором $\rho = \Phi(p) = Cp$ и внешними массовыми силами можно пренебречь, функция давления $\mathcal{A}(p, L) = \int \frac{dp}{\rho(p, L)} = \frac{1}{C} \ln p$ и интеграл Бернулли приобретают вид:

$$\frac{\bar{V}^2}{2} + \frac{1}{C} \ln p = \text{const}(L).$$

Для *политропического* течения газа $\rho = \Phi(p) = Cp^{1/n}$, откуда нетрудно получить $\mathcal{A}(p, L) = \int \frac{dp}{\rho(p, L)} = \frac{n}{n-1} \frac{p}{\rho}$. Тогда в отсутствие внешних массовых сил можно записать интеграл Бернулли в виде:

$$\frac{\bar{V}^2}{2} + \frac{n}{n-1} \frac{p}{\rho} = \text{const}(L).$$

В случае отсутствия притока тепла извне течение называется *адиабатическим*, показатель политропы вырождается в показатель адиабата-

ты γ , а интеграл Бернулли для *адиабатического течения сжимаемого газа* в отсутствие внешних массовых сил принимает вид:

$$\frac{\overline{V}^2}{2} + \frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{p}{\rho} = \text{const}(L). \quad (2.26)$$

Выражения (2.25) и (2.26) обычно называются *уравнениями Бернулли* соответственно для несжимаемой и сжимаемой сред.

С л у ч а й Б. Потенциальное движение идеальной баротропной жидкости.

Предположение 1. Движение потенциальное, тогда $\overline{\text{rot } \vec{V}} = 0$ и можно ввести потенциал скоростей ϕ так, что $\overline{V} = \overline{\text{grad } \phi}$ (см. раздел 1.6).

Предположение 2. Жидкость баротропная, тогда $\rho = \Phi(p)$ (см. подраздел 2.3) и можно ввести *потенциал давления* для всего пространства, занятого жидкостью:

$$\mathcal{P}(p) = \int \frac{dp}{\rho}, \text{ т. е. } \frac{1}{\rho} \overline{\text{grad } p} = \overline{\text{grad } \mathcal{P}}.$$

При этих предположениях уравнение Эйлера в форме Громеки—Лемба приобретает вид

$$\overline{\text{grad}} \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{\overline{V}^2}{2} + \mathcal{P} \right) = \overline{F},$$

позволяющий сделать два вывода:

а) массовые силы должны обладать потенциалом U , так что $\overline{F} = \overline{\text{grad } U}$; т. е. для потенциального движения идеальной жидкости условия потенциальности внешних сил и условие баротропности эквивалентны;

б) существует первый интеграл уравнения Эйлера:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{\overline{V}^2}{2} + \mathcal{P} - U = f(t), \quad (2.27)$$

где $f(t)$ — некоторая произвольная функция времени.

Это выражение выполняется во всех точках области потенциального движения идеальной баротропной жидкости и называется *интегралом Коши—Лагранжа*.

Неизвестную функцию $f(t)$ можно найти по изменению значения левой части (2.26) в какой-то одной точке пространства. Так, в частности, можно найти распределение давления по поверхности тела в жидкости по известным потенциалам ϕ и U .

В частном случае установившегося потенциального движения идеальной баротропной жидкости интеграл Коши—Лагранжа приобретает вид:

$$\frac{\bar{V}^2}{2} + \varphi - U = \text{const}$$

— интеграла Бернулли—Эйлера, в котором const одна для всей массы баротропной жидкости, в которой потенциал давления зависит только от давления.

Рассмотрим интеграл Бернулли для несжимаемой жидкости в поле силы тяжести, действующей по оси z .

$$\frac{\bar{V}^2}{2} + \frac{p}{\rho} + gz = \frac{\bar{V}_A^2}{2} + \frac{p_A}{\rho} + gz_A,$$

где g — ускорение силы тяжести.

Правая часть уравнения вычислена для определенной точки A выбранной линии тока, а левая — для произвольной ее точки. Разрешив это уравнение относительно давления в точке на линии тока:

$$p = p_A + \rho g(z_A - z) + \frac{\rho \bar{V}_A^2}{2} - \frac{\rho \bar{V}^2}{2},$$

можно заметить, что оно распадается на две части различной физической природы. Выражение $p_A + \rho g(z_A - z)$ не зависит от движения и определяется лишь глубиной погружения точки относительно исходной — оно называется *гидростатическим (аэростатическим) давлением*. Напротив, выражение $\frac{\rho \bar{V}_A^2}{2} - \frac{\rho \bar{V}^2}{2}$ определяется только скоростью и называется *динамическим давлением*.

Предположим, что линия тока расположена в горизонтальной плоскости ($z = z_A$) или сила тяжести пренебрежимо мала. Тогда второе слагаемое в правой части выражения для давления пропадает и в критической точке линии тока (где $V = 0$, см. подраздел 1.4)

$$p \equiv p_0 = p_1 + \frac{\rho \bar{V}_A^2}{2}$$

давление максимально, его называют *полным давлением* и обозначают p_0 . В любой другой точке линии тока давление будет меньше полного

на величину $\frac{\rho \bar{V}_A^2}{2}$, называемую *скоростным напором*. Разность между полным давлением и скоростным напором называется *статическим давлением* или просто *давлением*, оно и обозначалось через p .

- Проведенный анализ интеграла Бернулли позволяет получить некоторые практические приложения.

Трубка Пито—Прандтля (рис. 2.2) представляет собой тонкий прибор, состоящий из двух трубок, соединенных с манометром. Другой конец 1 одной из трубок вводится в поток прямо навстречу ему — в этой точке скорость равна нулю, а давление — полному. Отверстие 2 другой трубки расположено в боковой части прибора так, чтобы потока жидкости в него не было и линии тока проходили бы мимо него, не искажаясь. В этой точке скорость течения и статическое давление с небольшой погрешностью, вносимой присутствием трубки, соответствуют скорости и давлению в этой точке течения в отсутствие прибора. Таким образом, манометр покажет разность между полным и статическим давлением, т. е. величину скоростного напора. Если известна плотность жидкости, то можно вычислить скорость потока. Трубка Пито—Прандтля под названием *приемника воздушного давления* получила широкое применение в авиации для измерения скорости полета.

При безотрывном течении несжимаемой жидкости по трубке переменного сечения можно наблюдать ряд интересных явлений. К такому течению для $z = z_A$ применим уравнение Бернулли в виде:

$$\frac{p}{\rho} + \frac{\bar{V}^2}{2} = \text{const.}$$

В силу несжимаемости и неразрывности объемный расход жидкости через каждое сечение, в котором скорость можно считать постоянной,

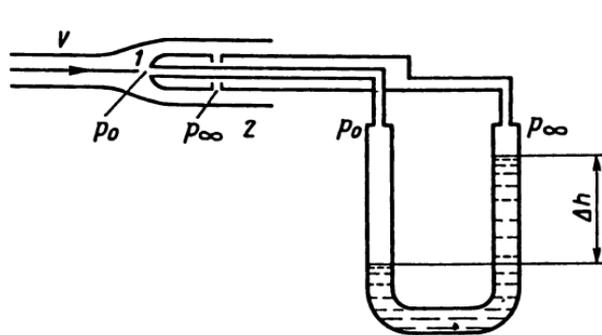


Рис. 2.2. Трубка Пито-Прандтля

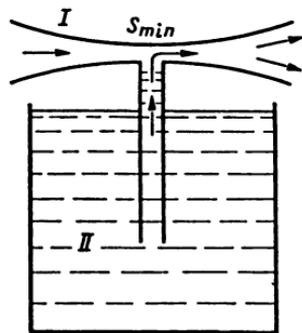


Рис. 2.3. Струйный насос

неизменен: $\bar{V} \bar{S} = \text{const}$. Таким образом, в минимальном сечении трубки скорость максимальна, а давление минимально. Этот эффект используется в струйных насосах (рис. 2.3), когда в минимальном сечении S_{\min} трубки I создается давление, меньшее, чем давление в опустошаемом сосуде II .

Последнее выражение уравнения Бернулли показывает, что существует такое значение скорости, при котором давление должно обращаться в нуль. Это происходит при равенстве скоростного напора полному давлению. Дальнейшее увеличение скорости должно бы приводить к отрицательным значениям давления, однако очевидно существует такое пороговое значение давления разрежения p_d , при котором жидкость разрывается. Такое явление называется *кавитацией*. В реальных жидкостях давление кавитации p_d немного больше нуля, а полости, образуемые при этом, называются *кавернами* и заполняются растворенными в жидкости газами и насыщенным паром. Кавитация может возникать на нерасчетных режимах работы гребных винтов, турбин гидравлических машин и подводных крыльев. Это явление несет опасность разрушения деталей от схлопывания каверн при попадании их в область повышенного давления. При этом столкновение жидкости с большой скоростью приводит к гидравлическому удару с большими местными перепадами давлений.

2.7. Взаимодействие жидкостей и газов с обтекаемыми телами

Для изучения взаимодействия жидкостей и газов с обтекаемыми телами рассмотрим установившееся поступательное движение произвольной сплошной среды. Выберем некоторый объем W таким образом, чтобы в нем сохранялось общее количество массы жидкости. Для этого достаточно ограничить его поверхностью S , состоящей из боковой поверхности трубки тока Σ_0 , ее торцевых поверхностей на входе S_1 и выходе S_2 , и поверхности Σ_1 обтекаемого тела, расположенного внутри трубки тока (рис. 2.4).

В этом случае справедливы уравнение неразрывности (2.1) и уравнение количества движения конечного объема сплошной среды (2.3). В силу стационарности движения уравнение неразрывности, проинтегрированное по поверхности S , даст уравнение сохранения массы в виде условия равенства входящей в трубку тока жидкости и выходящей из нее:

$$\int_S \bar{V} d\bar{S} = \int_S \rho V_n dS = \int_{S_1} \rho V_n dS + \int_{S_2} \rho V_n dS = 0, \quad (2.28)$$

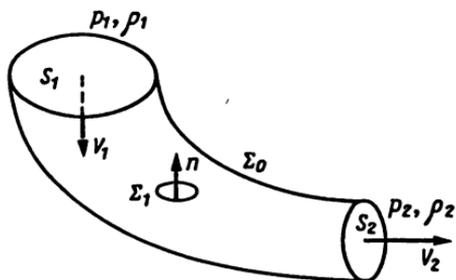


Рис. 2.4. Взаимодействие среды с обтекаемыми телами

в котором учтено условие ($V_n = 0$) непротекания жидкости через боковую поверхность трубки тока Σ_0 и поверхность тела Σ_1 .

Преобразуем левую часть уравнения (2.3) с помощью первого из равенств (1.17) и теоремы Остроградского—Гаусса (1.15) с учетом стационарности движения:

$$\frac{d}{dt} \int_W \rho \bar{V} dW = \int_W \operatorname{div}(\rho \bar{V} \bar{V}) dW = \int_S \rho \bar{V} \bar{V} d\bar{S} = \int_S \rho \bar{V} V_n dS,$$

тогда уравнение количества движения примет вид:

$$\int_S \rho \bar{V} V_n dS = \int_W \bar{F} \rho dW + \int_S \bar{p}_S d\bar{S}.$$

Обозначим в этом уравнении часть последнего интеграла через $-R$:

$$-R = \int_{\Sigma_0 + \Sigma_1} \bar{p}_S d\bar{S},$$

что представляет собой главный вектор поверхностных сил, действующих на жидкость со стороны тела и боковых границ трубки тока. Соответственно \bar{R} — главный вектор поверхностных сил, действующих на тело и боковые границы трубки тока со стороны жидкости.

Введем несколько предположений, упрощающих дальнейшие рассуждения.

1. Внешних массовых сил нет. Тогда из условия непротекания жидкости через Σ_0 и Σ_1 следует:

$$\bar{R} = - \int_{S_1} \rho \bar{V} V_n dS - \int_{S_2} \rho \bar{V} V_n dS + \int_{S_1 + S_2} \bar{p}_S dS. \quad (2.29)$$

Выражение (2.29) часто называют *теоремой импульсов*.

2. Жидкость идеальна. Тогда в сечениях S_1 и S_2 напряжения p_S сводятся к давлениям $-p_1$ и $-p_2$.

3. Жидкость несжимаемая. Тогда в сечениях S_1 и S_2 плотность $\rho_1 = \rho_2$ и справедлив интеграл Бернулли в виде (2.25).

4. Поверхности S_1 и S_2 расположены настолько далеко от обтекаемого тела, что первоначально однородный поступательный поток на S_1 выравнивается на S_2 и на них плотности ρ_1 и ρ_2 , давления p_1 и p_2 и модули скорости V_1 и V_2 постоянны, а скорости нормальны к ним. Тогда из (2.28) и (2.29) с учетом направления внешних нормалей следует:

$$\rho_1 V_1 S_1 = \rho_2 V_2 S_2; \quad |\bar{R}| = (p_1 + \rho_1 V_1^2) S_1 - (p_2 + \rho_2 V_2^2) S_2,$$

а в интеграле Бернулли (2.25) можно использовать одну и ту же постоянную p_0 для всех линий тока:

$$p = p_0 - \frac{\rho V^2}{2}.$$

5. Поверхности $S_1 = S_2$, т. е. за телом в жидкости нет полостей, распространяющихся в бесконечность. Тогда из предыдущих соотношений следует: $\rho_1 V_1 = \rho_2 V_2$; $V_1 = V_2$; $p_1 = p_2$ и, следовательно, $\bar{R} = \bar{0}$.

Устремим поперечный размер трубки тока к бесконечности. Если других обтекаемых тел нет, то на бесконечном удалении от обтекаемого тела поток невозмущен и его линии тока представляют собой прямые линии. Поэтому форма боковой поверхности Σ_0 стремится к цилиндрической. Но тогда часть силы \bar{R} , действующей на Σ_0 , направлена перпендикулярно образующим трубки тока и, следовательно, скорости течения жидкости. Так как вся $\bar{R} = 0$, то и другая часть силы \bar{R} , действующая на обтекаемое тело, должна быть перпендикулярна скорости. Таким образом, в продольном направлении сила воздействия потока на тело равна нулю, т. е. сопротивление равно нулю.

Этот вывод, противоречащий человеческому опыту, называется *парадоксом Даламбера—Эйлера*. Причина его во введенных предположениях, каждое из которых в реальных средах невыполнимо. На самом деле сопротивление движению тела в среде всегда существует. Главный вектор воздействия среды на тело

$$\bar{R}_1 = - \int_{\Sigma_1} \bar{p}_S d\bar{S}, \quad (2.30)$$

всегда ненулевой и направлен в общем случае под углом к скорости в противоположную движению сторону. Только в случае строго симметричного обтекания симметричного тела этот вектор прямо противоположен вектору скорости. Поэтому парадокс Даламбера—Эйлера для шара вообще отрицает наличие какой бы то ни было силы взаимодействия со средой.

2.8. Постановка задач аэродинамики

Основная задача аэродинамики — определение механического взаимодействия газа и тела, находящегося в нем. Таким образом, необходимо уметь вычислять главный вектор (а также главный момент) воздействия среды на тело. Формула (2.30) дает возможность вычислить главный вектор по известному распределению поверхностных сил. В свою очередь, распределение поверхностных сил может быть найдено в результате решения основного уравнения движения сплошной среды (2.4) или (2.5) совместно с уравнением неразрывности (1.21) — для непрерывного обтекания. Рассмотрим подробнее, какие дополнительные соотношения и условия необходимо использовать для возможности решения этих дифференциальных уравнений с частными производными первого порядка.

Одним из аргументов производных в этих уравнениях является время. Поэтому необходимо задать *начальные условия*: значения всех параметров среды и тела в начальный момент, от которого можно производить отсчет времени. Начальные условия имеют вид функций, заданных во всех точках описываемой области.

Наличие производных по пространственным координатам требует знания *граничных условий* значения всех параметров среды на ее границе (на стенках сосуда, на свободной поверхности, на поверхности обтекаемых тел). Корректность задания граничных условий определяется математическими требованиями и здесь не рассматривается. В случае неустановившегося движения граничные условия имеют вид функций не только от координат граничных точек, но и от времени.

В качестве граничных условий в зависимости от постановки задачи могут быть приняты следующие.

Условия прилипания:

$$\bar{V}_{\text{среды}} = \bar{V}_{\text{границы}}, \quad (2.31)$$

которые постулируют равенство векторов скоростей движения границ среды (свободных поверхностей и поверхностей тел) и частиц среды, попавших на них.

Условия непроникания:

$$V_n \text{ среды} = V_n \text{ границы}, \quad (2.32)$$

которые постулируют отсутствие движения частиц среды через границу, например, твердого тела, при этом движение вдоль поверхности (для идеальной жидкости) может присутствовать.

Условия на свободной поверхности в общем случае задаются в виде распределения поверхностных сил:

$$\bar{p}_S = \bar{f}(x, y, z, t)|_{\text{границы}},$$

имеющих как нормальные, так и касательные составляющие; в некоторых случаях (например, для идеальных жидкостей) эти условия сводятся к простейшему условию, наложенному на давление: $p = p_0$.

Особой разновидностью граничных условий являются *условия в бесконечности*, если среда простирается до бесконечности. Чаще всего в роли таких условий выступают нулевые (или заданные) значения скорости и заданное значение давления как пределы соответствующих характеристик среды.

Если система уравнений (2.4), (1.21) замкнута с помощью одной из моделей сплошной среды (подраздел 2.3), то начальных и корректных граничных условий достаточно для математической постановки задачи аэродинамики, т. е. такая задача в принципе разрешима. Но даже для современных компьютеров она требует разработки весьма сложных методов вычислительной математики. Поэтому большое значение имеют упрощения постановки задач, основанные на особенностях рассматриваемых движений, позволяющих уменьшить количество неизвестных.

Установившееся движение (см. подраздел 1.4) позволяет исключить зависимость параметров движения от времени и отказаться от начальных условий.

Плоскопараллельным движением называется такое движение, в котором можно ввести систему декартовых координат, одна из которых оказывается несущественной. Обычно в таком случае существенные координаты обозначают x и y . Картину такого движения можно изобразить на плоскости, что очень важно для понимания сути многих процессов в аэродинамике.

Если движение можно описать с помощью цилиндрической системы координат, в которой полярный угол несущественен, то оно носит название *осесимметрического движения*.

В некоторых задачах существенной остается только одна координата, в общем случае криволинейная. Такое движение называется *одномерным*. Если такое движение еще и установившееся, то единственная

производная становится обыкновенной, что существенно облегчает решение.

Автомодельным движением называется такое движение, которое может быть описано тремя существенными независимыми аргументами:

$$\frac{x}{t^\alpha}, \quad \frac{y}{t^\alpha}, \quad \frac{z}{t^\alpha},$$

вместо четырех координат x, y, z, t , здесь α — некоторая постоянная. Автомодельные одномерные неустановившиеся движения позволяют обойтись одной независимой переменной вида $\xi = x/t^\alpha$ и использовать обыкновенные дифференциальные уравнения.

Уравнения механики сплошной среды являются нелинейными дифференциальными уравнениями. С одной стороны, нелинейность привносит в решение задач значительные математические трудности. С другой стороны, она связана с особыми физическими эффектами. Однако ряд задач можно поставить таким образом, чтобы они решались как линейные. В некоторых случаях это позволяет на основе теории линейных дифференциальных уравнений получить даже аналитическое решение.

Для упрощения задач в этом направлении применяются два приема: принцип малых возмущений и линеаризация. *Принцип малых возмущений* предполагает возможность рассматривать движение, как состоящее из двух (а иногда и более) налагаемых друг на друга движений, например, малые отклонения от установившегося поступательного движения или малые возмущения в покоящейся среде. В общем случае для этого достаточно, чтобы на определенной стадии можно было записать параметры общего движения в виде суммы: $s = s_0 + s_\varepsilon$ известной функции s_0 и искомого малого добавка s_ε . Подстановка такой суммы в уравнения движения или в граничные условия позволяет произвести *линеаризацию* — пренебрежение членами более высокого порядка малости, чем первый. Получающиеся в результате такой процедуры линейные задачи обладают замечательным свойством: их частные решения можно суммировать. Таким образом, используется *принцип суперпозиции* линейных решений. В некоторых задачах можно проводить линеаризацию и суперпозицию в несколько последовательных приемов, отыскивая на каждом из них добавки (уточнения) все более высокого порядка.

АЭРОДИНАМИЧЕСКОЕ ПОДОБИЕ

3.1. Теория подобия физических явлений

Основной задачей аэродинамики при обтекании воздухом тел является определение динамического взаимодействия, знание которого особенно необходимо в процессе проектирования и создания летательных аппаратов.

Такое взаимодействие можно определить как теоретическим (расчетным), так и экспериментальным путем. Хотя в ряде случаев взаимодействие можно рассчитать, не всегда можно создать и особенно реализовать математическую модель обтекания. Поэтому эксперимент был и является ведущим средством определения и уточнения необходимых величин.

В аэродинамике экспериментальные исследования проводятся обычно в условиях, не совпадающих с условиями, интересующими практику. Для снижения затрат, а также из-за технических возможностей испытания проводятся, как правило, с моделями, размеры которых меньше натуральных. Могут различаться также скорости, давления, температуры, плотности и даже сами газы. Следовательно эксперимент должен не просто воспроизводить изучаемое явление, но и моделировать его.

Моделирование — это замена изучения явления в природе изучением аналогичного явления на модели меньшего или большего масштаба, обычно в лабораторных условиях. Основным смыслом моделирования является в том, чтобы по результатам опытов с моделями можно было получать правильные результаты для натуральных условий. Это будет возможно только в том случае, если соблюдается физическое подобие явлений.

При обосновании условий моделирования и, следовательно, возможности переноса полученных результатов на натуральный объект встают две основные проблемы: 1) при каких условиях обтекания модели и натурального объекта подобны; 2) если обтекания подобны, то каким образом можно перенести результаты эксперимента с модели на натуральный объект. Эти проблемы решаются с помощью теории подобия.

Теория подобия — это учение о методах постановки опыта и обработки полученных данных, чтобы их можно было распространить на все физически подобные явления. Физически подобные явления — это процессы одинаковой природы, протекающие в геометрически

подобных системах и в которых все однородные величины соотносятся как постоянные числа.

Это значит, например, для двух подобных явлений, что в сходственных точках пространства и в сходственные моменты времени любая величина $\xi^{(I)}$ первого явления пропорциональна однородной с ней величине $\xi^{(II)}$ второго явления:

$$\xi^{(II)} = C_{\xi} \xi^{(I)}. \quad (3.1)$$

Это уравнение математически определяет подобие физических явлений. Коэффициент пропорциональности C_{ξ} называется константой (коэффициентом) подобия величины ξ ; ни от координат, ни от времени C_{ξ} не зависит. Здесь следует отметить, что в зависимости от природы изучаемых явлений характер подобия может быть различным.

Например, в случае изучения механических явлений и процессов (потоков жидкости или газа, упругих систем) должно выполняться механическое подобие; в случае изучения тепловых явлений должно выполняться подобие тепловых процессов (т. е. подобие соответствующих полей температур и тепловых потоков); при изучении электродинамических процессов должно выполняться электродинамическое подобие (т. е. подобие токов, нагрузок, мощностей, полей электромагнитных сил) и т. д. Все перечисленные виды подобия (механическое, тепловое, электродинамическое) являются частными случаями физического подобия.

Необходимо подчеркнуть, что при анализе подобных явлений сопоставлять между собой можно только однородные величины и лишь в сходственных точках пространства и в сходственные моменты времени.

Однородными называются такие величины, которые имеют одну и ту же физическую природу и одинаковую размерность (например, скорость V).

В геометрически подобных системах сходственными точками называются такие, координаты которых удовлетворяют условию $x^{II} = C_x x^I$. Два момента времени t^I и t^{II} называются сходственными, если они имеют общее начало отсчета и связаны преобразованием подобия, т. е. $t^{II} = C_t t^I$. Однако учет фактора времени необходим только в неустановившихся и периодических процессах. В остальных случаях требование сходственности моментов времени обеспечивается автоматически.

Так как многие физические величины, например, скорость, температура, а также все физические параметры (плотность, коэффициент вязкости, коэффициент теплопроводности) в разных точках потока могут иметь различные значения, то для подобия явлений необходимо подобие всех этих величин во всем объеме рассматриваемых

систем, т. е. подобие полей этих величин. Следовательно для механического подобия двух потоков жидкости необходимо, чтобы потоки были ограничены стенками геометрически подобной конфигурации и чтобы во всем объеме системы были подобны скорость, плотность, вязкость, температура и другие физические величины, характеризующие явления.

Анализом и реализацией этих требований при обтекании ЛА занимается теория аэродинамического подобия.

3.2. Основы аэродинамического подобия

Впервые понятие подобия встречается в геометрии, откуда этот термин и заимствован. Как известно, геометрически подобные фигуры, например, треугольники на рис. 3.1, обладают тем свойством, что их соответственные углы равны, а сходственные стороны пропорциональны, т. е.

$$\frac{l_1^{\text{II}}}{l_1^{\text{I}}} = \frac{l_2^{\text{II}}}{l_2^{\text{I}}} = \frac{l_3^{\text{II}}}{l_3^{\text{I}}} = C, \quad (3.2)$$

где $l_1^{\text{I}}, l_2^{\text{I}}, l_3^{\text{I}}$ — линейные размеры одной фигуры; $l_1^{\text{II}}, l_2^{\text{II}}, l_3^{\text{II}}$ — сходственные линейные размеры другой фигуры, подобной первой; C — коэффициент пропорциональности или константа подобия.

Условие (3.2) является математической формулировкой геометрического подобия. Оно справедливо для любых сходственных отрезков подобных фигур, например, высот, медиан и др.

Установленное понятие подобия может быть распространено на любые физические явления. Можно говорить, например, о подобии движения двух потоков жидкости или газа, т. е. о кинематическом подобии, о подобии сил, вызывающих подобные между собой движения — динамическом подобии и т. д. Однако, чтобы использовать эти понятия, необходимо знать условия подобия рассматриваемых явлений. Рассмотрим эти условия применительно к механическим явлениям, т. е. рассмотрим условия механического подобия.

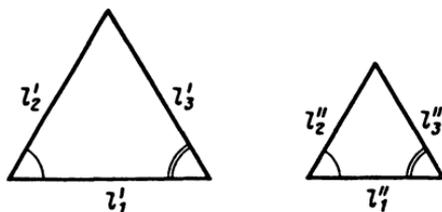


Рис. 3.1. Геометрически подобные треугольники

Первое условие — геометрическое подобие. Это означает, что подобные механические явления всегда протекают в геометрически подобных системах. В таких системах координаты сходственных точек удовлетворяют условию (3.2). Иными словами, размеры модели получаются из сходственных размеров натурального объекта умножением на постоянный множитель (константу подобия).

Если два потока жидкости (газа) геометрически подобны, т. е. ограничены геометрически подобными поверхностями (безразлично, будут ли это поверхности твердых тел или свободные поверхности) и скорости в сходственных точках пропорциональны, то такие потоки называются *кинематически подобными*.

Взяв какие-либо две точки в потоке I и обозначив скорости в них через V_1 и V_2 и беря сходственные точки в потоке II, можно аналитически записать условие кинематического подобия двух потоков в следующем виде:

$$\left(\frac{V_1}{V_2}\right)_I = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)_{II}, \quad (3.3)$$

(индексы I и II указывают, к какому потоку относится соответствующая величина).

Если два потока жидкости ограничены геометрически подобными поверхностями и какие-либо из сил, действующих на сходственные элементы, пропорциональны в обоих потоках, то такие потоки называются динамически подобными для этих сил. Обозначив, например, силу давления, действующую на какой-либо элементарный объем, через P , и силу трения, действующую на тот же объем, через T , можно записать условие динамического подобия для этих сил в следующем виде:

$$\left(\frac{P}{T}\right)_I = \left(\frac{P}{T}\right)_{II}, \quad (3.4)$$

причем в обеих частях равенства величины относятся к сходственным элементам. Иными словами, в случае динамического подобия потоков для сил давления и трения силы давления получаются из сил трения умножением на постоянный для всего потока множитель.

Так как в жидкости действуют разные силы (давления, трения, тяжести, инерции, упругости), то и условий подобия может быть не одно, а несколько: для всяких двух разнородных сил может быть записано свое условие динамического подобия. Каждое такое условие подобия называется условием частичного подобия. Если все частичные условия подобия выполняются, то говорят, что имеет место полное динамическое подобие потоков.

Таким образом, механическое подобие (или применительно к аэродинамике будем называть его аэродинамическим подобием) выполняется, если одновременно соблюдаются три его составляющие: геометрическое подобие (подобие формы), кинематическое подобие (подобие движения) и динамическое подобие (подобие сил).

Полное аэродинамическое подобие на практике достигается сравнительно редко. Наиболее часто экспериментальные исследования приходится проводить лишь в условиях частичного или неполного подобия.

3.3. Аэродинамические силы и моменты. Системы координат

Прежде чем приступить к решению основных проблем теории подобия, рассмотрим сначала силы и моменты, которые являются общепринятыми в аэродинамике ЛА. Реальное воздействие среды на тело сводится к силам, непрерывно распределенным по всей поверхности тела; эти поверхностные аэродинамические силы могут быть охарактеризованы нормальным p (давление) и касательным τ напряжениями в каждой точке поверхности тела. Это множество сил недоступно для теоретического анализа и расчета, поэтому на практике переходят к их суммарному воздействию. В общем случае они представляют собой пространственную систему сил и могут быть приведены, согласно известной теореме механики, к силе \bar{R} и паре сил с моментом \bar{M} (рис. 3.2).

Силу \bar{R} , представляющую собой главный вектор системы элементарных аэродинамических сил, распределенных по поверхности тела, будем называть аэродинамической силой, а момент пары \bar{M} , являющийся главным моментом той же системы сил, — аэродинамическим моментом в рассматриваемом случае движения тела.

Аэродинамическая сила в общем случае направлена под некоторым углом к вектору скорости набегающего потока \bar{V} (как показано

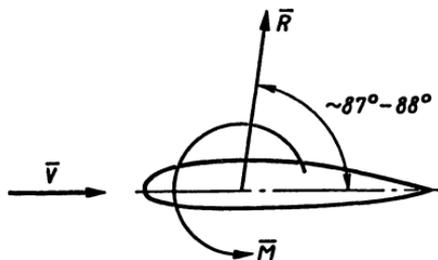


Рис. 3.2. Аэродинамическая сила и аэродинамический момент при обтекании профиля крыла

на рис. 3.2). Для самолетов угол, образуемый линией действия аэродинамической силы \bar{R} с направлением набегающего потока, может достигать $87-88^\circ$.

При вычислениях и экспериментах обычно приходится иметь дело не с векторами \bar{R} и \bar{M} , а с их составляющими в той или иной системе координат. Наиболее часто в аэродинамике применяются две системы координат: связанная система $OXYZ$ и скоростная система $Ox_a Y_a Z_a$. Обе системы являются правыми прямоугольными. Начало координат этих систем совпадает с центром масс (центром тяжести) O (ЦМ) самолета. Каждая из них имеет свои преимущества при решении определенного круга вопросов.

Связанная система координат жестко связана с самолетом (рис. 3.3, а). Ось OX лежит в плоскости симметрии самолета, направлена вперед к носовой части самолета, параллельно условной хорде крыла (как правило, средней аэродинамической хорде). Практически она совпадает с одной из главных осей инерции самолета и называется *продольной осью*.

Ось OY также лежит в плоскости симметрии самолета, она перпендикулярна оси OX , направлена к верхней части ЛА и называется *нормальной осью*.

Ось OZ перпендикулярна плоскости симметрии самолета, направлена к правой части ЛА и называется *поперечной осью*.

В скоростной системе координат (рис. 3.3, б) ось Ox_a всегда считается направленной по скорости движения \bar{V} центра масс самолета

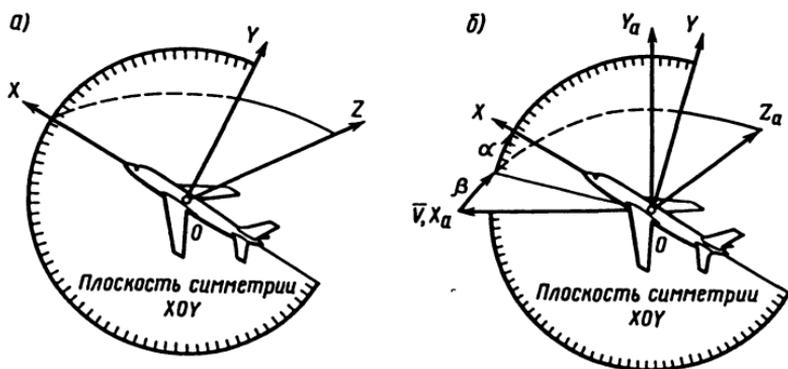
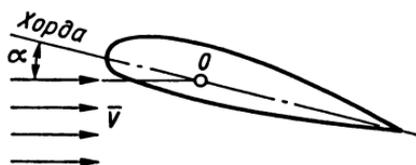


Рис. 3.3. Системы координат:

а — связанная $OXYZ$; б — скоростная $Ox_a Y_a Z_a$

Рис. 3.4. Определение угла атаки на профиле



и называется *скоростной осью*. Ось OY_a перпендикулярна вектору скорости \vec{V} , лежит в плоскости симметрии самолета, направлена к верхней части ЛА и называется *осью подъемной силы*. Ось OZ_a в совокупности со скоростной осью и осью подъемной силы составляет скоростную систему координат и называется *боковой осью*.

Взаимное расположение осей связанной и скоростной систем координат определяется двумя углами: углом атаки α и углом скольжения β (см. рис. 3.3, б).

Углом атаки называется угол между продольной осью OX и проекцией скорости летательного аппарата \vec{V} на плоскость OXY связанной системы координат.

Углом скольжения называется угол между направлением скорости летательного аппарата \vec{V} и плоскостью OXY связанной системы координат.

В случае отсутствия скольжения ($\beta = 0$) определение угла атаки α упрощается: углом атаки будет называться угол, образованный хордой крыла и скоростью самолета \vec{V} (или вектором скорости набегающего потока, рис. 3.4).

Скоростной системой координат обычно пользуются при изучении аэродинамических сил, поскольку они зависят от ориентации самолета относительно скорости набегающего потока \vec{V} (т. е. от углов атаки α и скольжения β).

Связанной системой координат пользуются при рассмотрении устойчивости и управляемости самолета и при расчете самолета на прочность, в ней обычно рассчитываются аэродинамические моменты, действующие на самолет.

Аэродинамический момент \vec{M} обычно раскладывается на составляющие по осям связанной системы координат (рис. 3.5). Проекции \vec{M} на связанные оси OX , OY и OZ обозначаются и называются соответственно: M_x — момент крена; M_y — момент рыскания; M_z — момент тангажа.

Момент относительно рассматриваемой оси следует считать положительным, когда его вектор совпадает с направлением этой оси.

При таком, общепринятом в механике условии (см. рис. 3.5), момент, например, на пикирование, т. е. момент, который стремится

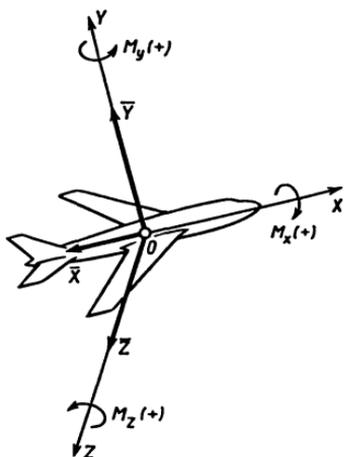


Рис. 3.5. Составляющие аэродинамического момента \bar{M} и аэродинамической силы \bar{R} в связанной системе координат $OXYZ$

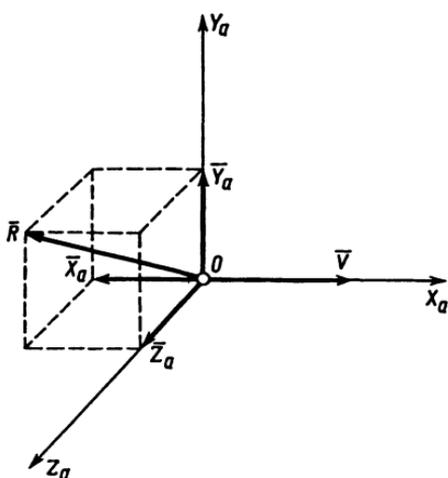


Рис. 3.6. Составляющие аэродинамической силы \bar{R} в скоростной системе координат $OX_aY_aZ_a$

уменьшить угол атаки самолета, будет считаться отрицательным, а момент на кабрирование, т. е. момент, который стремится увеличить угол атаки самолета, будет считаться положительным.

Аэродинамическая сила \bar{R} обычно раскладывается на составляющие как по осям скоростной, так и связанной систем координат. В скоростной системе координат проекции силы \bar{R} обозначаются и называются:

X_a — сила лобового сопротивления;

Y_a — аэродинамическая подъемная сила;

Z_a — аэродинамическая боковая сила.

Исходя из поясняющего рис. 3.6, можно дать такие определения этих сил: сила лобового сопротивления — составляющая вектора аэродинамической силы \bar{R} , направленная против движения самолета; подъемная сила — составляющая аэродинамической силы \bar{R} по оси OY_a скоростной системы координат; боковая сила — составляющая аэродинамической силы \bar{R} по оси OZ_a скоростной системы координат.

В связанной системе координат проекции силы \bar{R} (см. рис. 3.5) обозначаются и называются: X — (аэродинамическая) продольная сила; Y — (аэродинамическая) нормальная сила; Z — (аэродинамическая) поперечная сила.

Если известны составляющие аэродинамической силы в одной из систем координат, то, зная угол атаки α и угол скольжения β , можно определить их составляющие в другой системе. В простейшем случае, когда угол скольжения $\beta = 0$ (т. е. обтекание симметричное), переходные формулы имеют вид (рис. 3.7):

$$\left. \begin{aligned} X &= X_a \cos \alpha - Y_a \sin \alpha; \\ Y &= X_a \sin \alpha + Y_a \cos \alpha; \\ X_a &= X \cos \alpha + Y_a \sin \alpha; \\ Y_a &= Y \cos \alpha - X \sin \alpha. \end{aligned} \right\} (3.5)$$

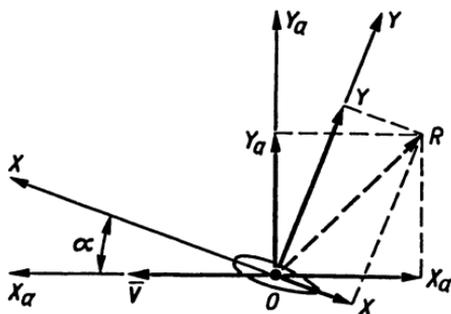


Рис. 3.7. Связь между составляющими аэродинамической силы \bar{R} в скоростной $OX_a Y_a Z_a$ и связанной $OXYZ$ системах координат

При малых углах атаки α допустимо принять $\cos \alpha \approx 1$; $\sin \alpha \approx \alpha$, тогда предыдущие выражения упростятся:

$$\left. \begin{aligned} X &= X_a - Y_a \alpha; & Y &= Y_a; \\ X_a &= X + Y_a \alpha; & Y_a &= Y. \end{aligned} \right\} (3.6)$$

3.4. Переход от модели к натурному объекту. Аэродинамические коэффициенты

Используя понятия аэродинамических сил и моментов, покажем решение второй проблемы теории подобия: как обработать полученные в опыте (на модели) данные, с целью их переноса на натуральный объект. Для этого рассмотрим два кинематически подобных потока I и II , которые обтекают два геометрически подобных тела, одинаково ориентированных в потоке жидкости (рис. 3.8). Одно из этих тел будем считать моделью, другое — натурным объектом (или натурой). Предположим также, что существует динамическое подобие рассматриваемых явлений, т. е. рассмотрим случай аэродинамического подобия.

Для того чтобы выяснить, как перейти от аэродинамических сил и моментов модели к силам и моментам природы, выделим в потоке I и II сходственные элементы жидкости. Величины, относящиеся к первому потоку, будем писать с индексом 1, ко второму — с индексом 2.

Частицы окружающей среды будут оказывать на выделенные элементы определенное силовое воздействие. Результирующие силы воздействия окружающих частиц на элемент обозначим через dR_1 и dR_2 .



Рис. 3.8. Струйки и сходственные элементы в двух потоках, обтекающих геометрически подобные тела

Эти силы вызовут ускорения j_1 и j_2 . Обозначив массы выделенных элементов через dm_1 и dm_2 , по закону Ньютона можно написать:

$$dR_1 = dm_1 j_1; \quad dR_2 = dm_2 j_2. \quad (3.7)$$

Массу выделенных элементов можно представить следующим образом:

$$dm_1 = \rho_1 dl_1^3; \quad dm_2 = \rho_2 dl_2^3,$$

где ρ_1 и ρ_2 — плотности среды сходственных элементов; l_1 и l_2 — линейные размеры выделенных элементов (для простоты считаем элементы в форме куба).

Разделив первое уравнение в (3.7) на второе, получим

$$\frac{dR_1}{dR_2} = \frac{\rho_1}{\rho_2} \frac{dl_1^3}{dl_2^3} \frac{j_1}{j_2}. \quad (3.8)$$

Преобразуем это выражение. Ускорения j_1 и j_2 можно представить следующим образом:

$$j_1 = \frac{dV_1}{dt}; \quad j_2 = \frac{dV_2}{dt}, \quad (3.9)$$

$$\frac{dl_1^3}{dl_2^3} = \frac{dl_1^2}{dl_2^2} \frac{dl_1}{dl_2}. \quad (3.10)$$

Тогда отношение (3.8) с учетом (3.9) и (3.10) можно записать так:

$$\frac{dR_1}{dR_2} = \frac{\rho_1}{\rho_2} \frac{dl_1^2}{dl_2^2} \frac{dl_1}{dl_2} \frac{dV_1/dt}{dV_2/dt}, \quad \text{но } dl_1 \frac{dV_1}{dt} = \frac{dl_1}{dt} dV_1 = V_1 dV_1 \quad \text{и} \quad dl_2 \frac{dV_2}{dt} = \frac{dl_2}{dt} dV_2 = V_2 dV_2,$$

поэтому получаем $dR_1/dR_2 = (\rho_1/\rho_2)(dl_1^2/dl_2^2)(V_1/V_2)(dV_1/dV_2)$.

При наличии подобия соблюдается равенство отношений:

$$dl_1/dl_2 = l_1/l_2; \quad dV_1/dV_2 = V_1/V_2,$$

где V_1 , V_2 — скорости невозмущенного (набегающего) потока соответственно модели и натуре; l_1 , l_2 — выбранные характерные размеры в потоках I и II соответственно (например, размеры тел).

Поэтому окончательно получаем:

$$\frac{dR_1}{dR_2} = \frac{dm_1 \cdot j_1}{dm_2 \cdot j_2} = \frac{\rho_1 l_1^2 \cdot V_1^2}{\rho_2 l_2^2 \cdot V_2^2}. \quad (3.11)$$

Равенство (3.11) определяет соотношение между силами, действующими в потоках *I* и *II*, а также показывает каким физическим параметрам, характеризующим картину обтекания, эти силы пропорциональны. Очевидно, что в случае аэродинамического подобия можно записать

$$\frac{dR_1}{dR_2} = \frac{R_1}{R_2}, \quad (3.12)$$

т. е. установленное соотношение сил (3.11) будет справедливо и для аэродинамической силы модели R_1 и натурального объекта R_2 .

Перегруппировав члены в (3.11) с учетом (3.12), получаем:

$$\frac{R_1}{\rho_1 V_1^2 l_1^2} = \frac{R_2}{\rho_2 V_2^2 l_2^2} = \text{const} = C_R. \quad (3.13)$$

Из этой формулы видно, что в случае аэродинамически подобных течений безразмерное отношение $\frac{R}{\rho V^2 l^2}$ является величиной постоянной и не зависит от масштаба процесса. Обозначим эту константу через C_R . По структуре выражения (3.13) константа C_R имеет смысл безразмерной аэродинамической силы и поэтому называется коэффициентом аэродинамической силы.

В современной экспериментальной аэродинамике формула для коэффициента аэродинамической силы записывается несколько иначе (что совершенно не меняет ее структуру и физический смысл). Вместо ρV^2 принято брать скоростной напор $\frac{\rho V^2}{2}$, а вместо квадрата длины l — величину характерной для обтекаемого тела площади S .

Таким образом, окончательно

$$C_R = \frac{R}{\frac{\rho V^2}{2} S} \quad \text{или} \quad R = C_R \frac{\rho V^2}{2} S. \quad (3.14)$$

Многочисленные эксперименты убедительно подтвердили теоретически полученный вывод о том, что при обтекании тела жидкостью возникающая аэродинамическая сила определяется только двумя параметрами (при фиксированном положении тела), а именно: скоростным

напором набегающего потока $\frac{\rho V^2}{2}$ и характерной площадью обтекаемого тела S . Этот важнейший вывод позволяет в аэродинамическом эксперименте переходить от модели к натуре.

Формула (3.14) называется формулой подобия. Воспользовавшись этой формулой, можно аналогично записать выражения для проекций аэродинамической силы на координатные оси скоростной или связанной систем координат.

В скоростной системе координат:

$$X_a = c_{x_a} \frac{\rho V^2}{2} S; \quad Y_a = c_{y_a} \frac{\rho V^2}{2} S; \quad Z_a = c_{z_a} \frac{\rho V^2}{2} S, \quad (3.15)$$

где c_{x_a} — коэффициент лобового сопротивления; c_{y_a} — коэффициент подъемной силы; c_{z_a} — коэффициент боковой силы.

В связанной системе координат:

$$X = c_x \frac{\rho V^2}{2} S; \quad Y = c_y \frac{\rho V^2}{2} S; \quad Z = c_z \frac{\rho V^2}{2} S, \quad (3.16)$$

где c_x , c_y , c_z — коэффициенты соответственно продольной, нормальной и поперечной сил.

Итак, можно сделать следующее заключение: если при обтекании модели и натурального объекта обеспечено аэродинамическое подобие, то аэродинамические коэффициенты (безразмерные силы), полученные при исследовании модели, будут такими же, как и у природы. И тогда для получения, например, реальной подъемной силы Y_a нужно полученный в эксперименте коэффициент c_{y_a} умножить [в соответствии с формулой подобия (3.15)] на натурные скоростной напор и площадь крыла: $Y_a = c_{y_a} \frac{\rho V^2}{2} S$.

При обтекании тела потоком, кроме аэродинамических сил, на тело действует также аэродинамический момент M . Можно показать теоретически (и подтвердить экспериментально), что момент M будет определяться (другими словами будет пропорционален) при фиксированном положении тела тремя параметрами, а именно: скоростным напором набегающего потока $\frac{\rho V^2}{2}$, характерной площадью S и характерным линейным размером l тела:

$$M \sim \frac{\rho V^2}{2} S l. \quad (3.17)$$

Коэффициент пропорциональности обозначается обычно через m и называется коэффициентом аэродинамического момента.

Он имеет физический смысл безразмерного момента

$$m = \frac{M}{\frac{\rho V^2}{2} Sl}, \quad (3.18)$$

откуда

$$M = m \frac{\rho V^2}{2} Sl. \quad (3.19)$$

Формулы (3.18) и (3.19) также называются формулами подобия.

Поскольку аэродинамические моменты, как правило, рассчитываются относительно связанных осей координат, спроектируем момент \bar{M} на оси связанной системы координат $OXYZ$ и для нахождения проекций воспользуемся (как это уже делалось выше) формулами подобия:

$$M_x = m_x \frac{\rho V^2}{2} Sl; \quad M_y = m_y \frac{\rho V^2}{2} Sl; \quad M_z = m_z \frac{\rho V^2}{2} Sl, \quad (3.20)$$

где m_x , m_y , m_z — коэффициенты момента соответственно крена, рыскания, тангажа.

Таким образом, если при испытании модели аэродинамическое подобие было обеспечено, то полученными коэффициентами момента также можно пользоваться для расчета характеристик натурального объекта, не внося в них никаких поправок.

При экспериментальном исследовании обтекания различных тел обычно интересуются также распределением давления по их поверхности. Найдем условие подобия сил давления при обтекании жидкостью модели и природы. Для простоты рассмотрим случай, когда силовое взаимодействие потока и тела сводится только к нормальным силам давления.

Для этого случая можно аналогично (3.7) записать:

$$dR_{p1} = dm_1 j_1; \quad dR_{p2} = dm_2 j_2. \quad (3.21)$$

Здесь dR_{p1} и dR_{p2} — нормальные силы давления, действующие на сходственные элементы модели и природы, которые могут быть просто выражены через давления:

$$dR_{p1} = p_1 dS_1; \quad dR_{p2} = p_2 dS_2,$$

где p_1 и p_2 — давления около любых сходственных элементов соответственно модели и природы.

При наличии подобия должно соблюдаться равенство:

$$\frac{dR_{p1}}{dR_{p2}} = \frac{p_1 dS_1}{p_2 dS_2} = \frac{dm_1 j_1}{dm_2 j_2}. \quad (3.22)$$

Но так как

$$\frac{dS_1}{dS_2} = \frac{l_1^2}{l_2^2}, \quad (3.23)$$

и в соответствии с (3.11)

$$\frac{dm_1 j_1}{dm_2 j_2} = \frac{\rho_1 l_1^2 V_1^2}{\rho_2 l_2^2 V_2^2}, \quad (3.24)$$

то условие (3.22) для любых сходственных элементов переписывается следующим образом:

$$\frac{p_1}{\rho_1 V_1^2} = \frac{p_2}{\rho_2 V_2^2}, \quad (3.25)$$

а для элементов невозмущенного потока модели и натуре будем иметь:

$$\frac{p_{1\infty}}{\rho_1 V_1^2} = \frac{p_{2\infty}}{\rho_2 V_2^2}. \quad (3.26)$$

Вычитая из уравнения (3.25) уравнение (3.26) и деля на 2, получим:

$$\frac{p_1 - p_{1\infty}}{\frac{\rho_1 V_1^2}{2}} = \frac{p_2 - p_{2\infty}}{\frac{\rho_2 V_2^2}{2}}. \quad (3.27)$$

Разность между местным давлением и давлением невозмущенного потока называется *избыточным давлением*:

$$\Delta p_{\text{изб}} = p - p_{\infty}.$$

Величина отношения избыточного давления к скоростному напору невозмущенного потока называется *коэффициентом давления*:

$$c_p = \frac{\Delta p_{\text{изб}}}{q} = \frac{p - p_{\infty}}{\frac{\rho V^2}{2}}. \quad (3.28)$$

Если в эксперименте определяется распределение напряжения трения на поверхности тела τ_w , то, используя аналогичные выкладки, получим величину:

$$c_f = \frac{\tau_w}{q} = \frac{\tau_w}{\frac{\rho V^2}{2}}, \quad (3.29)$$

называемую *местным коэффициентом трения*.

Таким образом, коэффициент давления и местный коэффициент трения в сходственных точках модельного и натурального течений равны между собой, что позволяет легко переходить от модели к натуре.

3.5. Критерии подобия

Перейдем теперь к рассмотрению основной проблемы теории подобия: как обеспечить постановку модельного аэродинамического опыта, подобного натурному объекту?

Это можно сделать если реализовать аэродинамическое подобие, включающее геометрическое, кинематическое и динамическое подобия обтекания. Под этими обобщенными терминами скрывается большое количество различных физических величин. На практике, очевидно, подобие не всех из них можно проконтролировать, тем более реализовать.

Однако теория подобия указывает путь уменьшения числа этих величин, путем объединения их в комплексы, называемые критериями подобия.

Критерии подобия — это безразмерные комплексы, составленные из размерных физических величин, определяющих рассматриваемые физические явления. Равенство всех однотипных критериев подобия для двух физических явлений и систем — необходимое и достаточное условие физического подобия этих систем. Нулевая размерность является основным свойством критериев подобия и служит проверкой правильности их составления и вычисления. Каждый критерий имеет свой физический смысл.

Критерии подобия принято называть именами ученых, работавших в соответствующей области науки, и обозначать символами, состоящими из начальных букв их фамилий, например: *Re* (Reynolds) — число Рейнольдса; *Sh* (Strouhal) — число Струхала; *Fr* (Froude) — число Фруда и т. д.

Определим некоторые из наиболее значимых критериев подобия.

Рассмотрим вначале важный случай, когда в потоке имеются только силы трения и силы инерции. Упругие силы, возникающие вслед-

ствии изменения объема, учитывать не будем, т. е. будем предполагать, что жидкость несжимаема. Не будем учитывать также силы тяжести.

При сделанных допущениях условие аэродинамического подобия будет соблюдаться только в том случае, если во всех подобно расположенных точках жидкости отношение силы инерции к силе трения будет одинаковым.

Для движения, происходящего в основном в направлении оси x , сила инерции, отнесенная к единице объема, равна $\rho \frac{du}{dt}$, где u — скорость жидкости в направлении оси x . Это выражение можно переписать так:

$$\rho \frac{du}{dt} = \rho \frac{\partial u}{\partial x} \frac{dx}{dt} = \rho u \frac{\partial u}{\partial x},$$

где $\frac{\partial u}{\partial x}$ есть изменение скорости при переходе от одной точки к другой.

Следовательно, сила инерции, отнесенная к единице объема,

$$F_{\text{ин}} = \rho u \frac{\partial u}{\partial x}.$$

Выражение для силы трения легко составить на основании закона трения Ньютона:

$$\tau = \mu \frac{\partial u}{\partial y}, \quad (3.30)$$

где τ — сила трения, отнесенная к единице площади, т. е. напряжение трения; μ — динамическая вязкость жидкости (зависит от природы жидкости, температуры и давления, под которым жидкость находится); $\frac{\partial u}{\partial y}$ — градиент скорости.

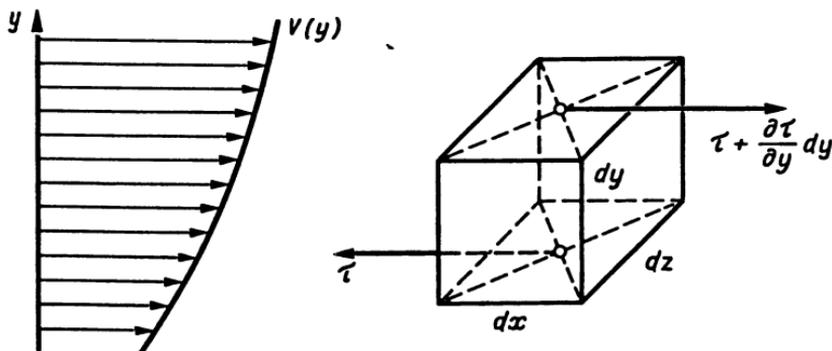


Рис. 3.9. Силы трения, приложенные к элементу объема

Для элемента объема с ребром dx , параллельным направлению движения, равнодействующая сил сдвига (рис. 3.9)

$$\left(\tau + \frac{\partial \tau}{\partial y} dy\right) dx dz - \tau dx dz = \frac{\partial \tau}{\partial y} dx dy dz.$$

Следовательно, сила трения, отнесенная к единице объема, $F_{\text{тр}} = \frac{\partial \tau}{\partial y}$ или, на основании равенства (3.30),

$$F_{\text{тр}} = \mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}.$$

Для выполнения подобия должно выполняться следующее соотношение:

$$\frac{F_{\text{ин}}}{F_{\text{тр}}} = \frac{\rho u \frac{\partial u}{\partial x}}{\mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}} = \text{const.} \quad (3.31)$$

Введем величины, определяющие рассматриваемое течение. Такими величинами являются плотность ρ , динамическая вязкость μ , некоторая характерная скорость, например, скорость V набегающего на тело потока и некоторый характерный линейный размер l тела (это может быть диаметр шара, хорда крыла и т. д.). Скорость u в какой-либо точке поля течения пропорциональна скорости V набегающего потока, градиент скорости $\frac{\partial u}{\partial x}$ пропорционален $\frac{V}{l}$, а величина $\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$ пропорциональна $\frac{V}{l^2}$. Следовательно отношение (3.31)

$$\frac{F_{\text{ин}}}{F_{\text{тр}}} = \frac{\rho u \frac{\partial u}{\partial x}}{\mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}} = \frac{\rho \frac{V^2}{l}}{\mu \frac{V}{l^2}} = \frac{\rho V l}{\mu}. \quad (3.32)$$

Соотношение (3.32), если использовать понятие кинематической вязкости $\nu = \frac{\mu}{\rho}$, можно представить также в виде $\frac{Vl}{\nu}$. Будучи отношением двух сил, оно представляет собой безразмерное число, которое называется критерием или числом Рейнольдса

$$Re = \frac{\rho V l}{\mu} = \frac{V l}{\nu}. \quad (3.33)$$

Итак, оба рассмотренных течения аэродинамически подобны, если для них выполняется условие подобия $Re_1 = Re_2 = \text{idem}$ (одно и то же).

Следовательно, для геометрически подобных тел, одинаковым образом ориентированных относительно скорости набегающего потока \bar{V} , аэродинамические коэффициенты зависят только от числа Рейнольдса, т. е. $c_{x_a} = f_1(Re)$, $c_{y_a} = f_2(Re)$.

Однако необходимо подчеркнуть, что этот важный вывод справедлив только до тех пор, пока выполняется предположение о том, что процесс течения определяется силами трения и силами инерции. Для сжимаемых жидкостей, в которых существенную роль играют силы упругости, приведенные выше формулы не применимы.

Проведем учет сжимаемости.

Сжимаемость среды оказывает наиболее сильное влияние на силы давления. Для подобия явлений по силам давления и инерции, рассматривая отношения этих сил для подобных элементарных объемов, придем к условию:

$$\frac{V_1^2}{\rho_1/\rho_1} = \frac{V_2^2}{\rho_2/\rho_2}.$$

Из физики известно

$$a^2 = \gamma \frac{p}{\rho},$$

где a — скорость звука в среде; γ — показатель адиабаты (изоэнтропы); $\gamma = c_p/c_v$.

Скорость звука служит параметром сжимаемости среды: чем она меньше, тем среда более сжимаемая. Например, скорость звука в стекле равна 5370 м/с, в воде при 15 °С — 1497 м/с, в воздухе для СА — 340 м/с.

Подставляя выражение для скорости звука в отношение сил, получим безразмерную величину:

$$\frac{V_1^2}{a_1^2} = \frac{V_2^2}{a_2^2} \text{ или } \frac{V_1}{a_1} = \frac{V_2}{a_2}.$$

Эта величина называется критерием или числом Маха и обозначается через M .

$$M = \frac{V}{a}. \quad (3.34)$$

Условие аэродинамического подобия двух течений в этом случае имеет вид:

$$M_1 = M_2 = \text{idem},$$

т. е. числа Маха должны быть одинаковы.

Проведем теперь учет весомости среды (или силы тяжести). Введем условия подобия для сил тяжести и сил инерции. Возьмем с этой целью отношение работы инерционных сил к работе сил тяжести. Если два потока динамически подобны, то это отношение должно быть одинаковым для сходственных участков струек (см. рис. 3.8).

Работа силы инерции, приходящаяся на единицу веса протекающей жидкости,

$$A_{\text{ин}} = \frac{mjs}{mg} = \frac{(V_2^2 - V_1^2)}{2g},$$

работа силы тяжести, также приходящаяся на единицу веса жидкости,

$$A_{\text{тяж}} = \frac{mg(y_2 - y_1)}{mg}.$$

Отношение работ:

$$\frac{A_{\text{ин}}}{A_{\text{тяж}}} = \left[\frac{V_2^2 - V_1^2}{g(y_2 - y_1)} \right]_{\text{I}} = \left[\frac{V_2^2 - V_1^2}{g(y_2 - y_1)} \right]_{\text{II}}.$$

Введем сюда вместо величин, характерных для данной точки (y_i , V_i), величины l и V , характерные для потока в целом:

$$\left(\frac{V^2 V_2^2 - V_1^2}{gl} \frac{l}{y_2 - y_1} \right)_{\text{I}} = \left(\frac{V^2 V_2^2 - V_1^2}{gl} \frac{l}{y_2 - y_1} \right)_{\text{II}}. \quad (3.35)$$

Вследствие геометрического подобия струек отношения $l/(y_2 - y_1)$ одинаковы в обоих потоках. В силу кинематического подобия потоков отношения $(V_2^2 - V_1^2)/V^2$ также одинаковы в обоих потоках. Следовательно, как видно из уравнения (3.35), если имеет место подобие сил тяжести и сил инерции, то должны быть одинаковы в обоих потоках величины V^2/gl , т. е.

$$\left(\frac{V^2}{gl} \right)_{\text{I}} = \left(\frac{V^2}{gl} \right)_{\text{II}}. \quad (3.36)$$

Безразмерная величина (3.36) называется числом Фруда:

$$Fr = \frac{V^2}{gl}. \quad (3.37)$$

Оно является критерием аэродинамического подобия и поэтому условие подобия можно записать как $Fr_1 = Fr_2 = \text{idem}$.

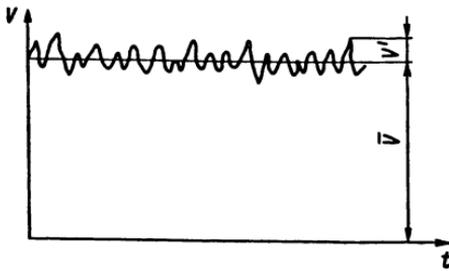


Рис. 3.10. Примерный график изменения скорости в данной точке турбулентного потока с течением времени. (На осредненную скорость \bar{V} накладываются пульсации скорости V' .)

Отношение чисел Фруда для двух потоков, ограниченных геометрически подобными поверхностями, представляет собой, таким образом, величину, которая показывает, во сколько раз отношение сил инерции к силам тяжести в одном потоке больше (или меньше) отношения тех же сил в сходственных точках другого потока.

Течение вязкой жидкости при больших скоростях может стать беспорядочным (или, как говорят, турбулентным), когда вследствие малой вязкости жидкости и большой подвижности частиц они хаотически движутся по всем направлениям. Турбулентное течение является всегда течением неустановившимся, и для него характерны пульсации скорости в каждой точке потока (т. е. нерегулярные изменения скорости по величине и направлению (рис. 3.10)). Скорость в данной точке можно представить в этом случае в виде суммы некоторой средней по времени величины и пульсирующего добавка:

$$V = \bar{V} + V',$$

где \bar{V} — осредненная по времени скорость; V' — пульсационная скорость.

Наличие пульсаций скорости в турбулентном потоке приводит к переносу количества движения жидкости из одного слоя потока в другой и к возникновению вследствие этого касательных и нормальных усилий между слоями, дополнительных к тем, которые происходят от вязкости.

Можно показать, что условием подобия для сил турбулентного трения и сил инерции является следующее:

$$\left(\frac{\sqrt{V'^2}}{\bar{V}} \right)_I = \left(\frac{\sqrt{V'^2}}{\bar{V}} \right)_{II}.$$

Величина $\frac{\sqrt{V'^2}}{\bar{V}}$ называется степенью турбулентности данного потока:

$$\varepsilon = \frac{\sqrt{V'^2}}{\bar{V}}. \quad (3.38)$$

Таким образом, в подобных потоках степени турбулентности равны:

$$\varepsilon_I = \varepsilon_{II}. \quad (3.39)$$

До сих пор рассматривались силы инерции, трения, тяжести, давления в установившемся потоке. Если два динамически подобных потока являются неустановившимися, то, кроме выше изложенных условий подобия, должно выполняться еще одно условие, имеющее чисто кинематический характер. Это условие подобия называется условием (или правилом) Струхала:

$$\left(\frac{V}{ln}\right)_I = \left(\frac{V}{ln}\right)_{II}, \quad (3.40)$$

где n — число колебаний в секунду.

Безразмерная величина (3.40) называется числом Струхала и обозначается через Sh :

$$Sh = \frac{V}{ln} = \frac{VT}{l}. \quad (3.41)$$

Особое значение имеет правило подобия Струхала для периодических движений в жидкости, например, для движения, вызванного вращающимся воздушным винтом, имеющим поступательную скорость V . В этом случае за характерный промежуток времени T принимается период явления (для воздушных винтов — время одного оборота винта). Обычно в этих случаях вместо периода T вводят обратную ему величину $n = 1/T$ — число колебаний в секунду (для воздушного винта — число оборотов в секунду).

Таким образом, из теории подобия следует, что аэродинамические коэффициенты у двух геометрически подобных тел будут одинаковы, если при движении этих тел в воздушной среде одновременно выполняются следующие условия подобия:

$$Re = \text{idem}, \quad M = \text{idem}, \quad Fr = \text{idem}, \quad Sh = \text{idem}, \quad \varepsilon = \text{idem}. \quad (3.42)$$

Здесь следует подчеркнуть, что каждый из критериев (3.42) является критерием частичного (неполного) подобия.

Строгий анализ показывает, что полное динамическое подобие по всем критериям (3.42) при испытании уменьшенной модели, вообще говоря, невозможно. Но нет и практической надобности иметь в эксперименте полное подобие с натурой.

Дело в том, что не все факторы, для которых составлены условия подобия, имеют в каждом эксперименте существенное значение. Если, например, эксперимент и полет натурального ЛА происходят при ма-

лой скорости (не превышающей 100 м/с), то сжимаемостью среды можно пренебречь и, следовательно, можно не придерживаться правила (требования) Маха.

Поэтому на практике обычно стремятся осуществить так называемое частичное подобие, т. е. подобие по одному или нескольким критериям, наиболее важным в данном эксперименте. Таким образом, каждое из правил подобия имеет свою область преимущественного применения.

Если какая-либо величина при изменении определенного критерия подобия остается практически постоянной, то такая закономерность называется автомодельностью по этому критерию.

Например, коэффициент лобового сопротивления в диапазоне скоростей $0 \leq V \leq 100$ м/с не зависит от влияния сжимаемости воздуха, т. е. автомоделен по числу Маха.

Глава 4

ТЕЧЕНИЯ ГАЗОВ С БОЛЬШИМИ СКОРОСТЯМИ

4.1. Изэнтропические одномерные течения газов

При различных скоростях потока физические процессы, происходящие у поверхности обтекаемых тел, значительно отличаются друг от друга. Если при малых скоростях потока, не превышающих 100 м/с, влияние сжимаемости воздуха практически не сказывается на картине обтекания тел, то дальнейшее увеличение скорости приводит к заметному изменению давления, плотности и температуры у поверхности тела. Наконец, при приближении скорости потока к скорости звука физическая картина обтекания принципиально изменяется: у поверхности тела появляется местная сверхзвуковая зона обтекания, заканчивающаяся так называемым скачком уплотнения. На скачке уплотнения происходит резкое изменение давления, скорости, плотности и температуры воздуха. Картина распределения давления при наличии скачков уплотнения отличается от картины давления для случая обтекания тела без скачков; следовательно, изменяются и аэродинамические силы, действующие на тело в потоке.

При скорости набегающего потока больше скорости звука скачок уплотнения располагается впереди обтекаемого тела, что в свою очередь изменяет картину распределения давления и аэродинамические силы.

Таким образом, сжимаемость воздуха при различных скоростях потока по-разному влияет на картину обтекания тел и на величину аэродинамических коэффициентов.

В аэродинамике в качестве критерия сжимаемости используется число Маха [см. (3.34)]. Согласно этому числу рассматриваются следующие диапазоны скоростей набегающего потока:

$0 \leq M \leq 0,3$ — малые дозвуковые скорости, на которых влиянием сжимаемости можно пренебречь. Коэффициент давления в критической точке меняется меньше чем на 4%. На всех остальных режимах влияние сжимаемости существенно и увеличивается с увеличением числа M ;

$0,3 < M < 1$ — большие дозвуковые скорости;

$|M - 1| \ll 1$ — транзвуковые скорости;

$1 < M \leq 5$ — сверхзвуковые скорости;

$M > 5$ — гиперзвуковые скорости.

Картина обтеканий тел в каждом из диапазонов скоростей различна и существенно влияет на аэродинамические силы.

При рассмотрении течения газов с большими скоростями для упрощения анализа (также как в случае течения с малыми скоростями) используется прием разделения потока на отдельные элементарные струйки (трубки тока). Так как каждая такая струйка имеет весьма малое поперечное сечение, то естественно считать, что скорость по сечению такой струйки остается постоянной. Следовательно, течение в струйке может быть рассматриваемо как одномерное течение, когда газодинамические переменные (V , p , ρ , T) меняются только вдоль трубки тока и не меняются по ее сечению.

Исследование одномерного течения представляет большие удобства, так как оно значительно проще и наглядней, чем плоское (двумерное) или тем более пространственное течение. Полученные же результаты исследования имеют широкое практическое приложение.

В настоящей главе будем рассматривать только одномерные течения. И все полученные выводы будут, строго говоря, относиться лишь к установившемуся течению газа по элементарной струйке. Применение этих выводов к конечной струе или потоку газа в целом может дать лишь приближенный результат, а в некоторых случаях внести существенные ошибки.

Следующим упрощением, которое обычно делается, является принятие модели изоэнтропического течения газа, т. е. такого течения, когда энтропия газа S во всем поле течения остается постоянной.

Из термодинамики известно, что функция состояния газа, называемая энтропией, определяется соотношением:

$$dS = \frac{dQ}{T}, \quad (4.1)$$

где Q — подводимое к газу тепло; T — температура газа.

Количество тепла Q , воспринимаемое газом, складывается из количества тепла, подведенного к нему извне Q_e , и тепла трения Q_r , которое выделяется вследствие трения газа о стенки, внутреннего трения (возникающего между слоями, движущимися с разными скоростями), образования вихрей и т. п. Это тепло Q_r также воспринимается газом. Поэтому

$$Q = Q_e + Q_r. \quad (4.2)$$

Для постоянства энтропии необходимо выдержать условие $Q = 0$. Из формулы (4.2) следует, что это может быть при $Q_e = 0$, $Q_r = 0$ или при $Q_e = -Q_r$. Второй случай предусматривает теплоотвод во внешнюю среду, в точности равный теплоподводу от трения. Такой точный тепловой баланс редко может встречаться на практике, а потому обычно не рассматривается. Таким образом, можно считать, что течение будет изэнтропическим, если отсутствует трение и внешний теплообмен:

$$Q = Q_e + Q_r = 0; \quad Q_e = 0; \quad Q_r = 0. \quad (4.3)$$

В этом случае можно использовать уравнение изэнтропы:

$$\frac{p}{\rho^\gamma} = \text{const}, \quad (4.4)$$

где γ — показатель адиабаты (отношение удельных теплоемкостей); $\gamma = c_p/c_v$.

Если считать газ совершенным (что обычно делается в аэродинамике), то давление p , плотность ρ и абсолютная температура T связаны между собой уравнением состояния:

$$p = \rho RT. \quad (4.5)$$

Применяя уравнения (4.4) и (4.5) для двух сечений трубки тока

$$\frac{p_1}{p_2} = \left(\frac{\rho_1}{\rho_2}\right)^\gamma; \quad \frac{p_1}{p_2} = \frac{\rho_1 T_1}{\rho_2 T_2}, \quad (4.6)$$

откуда

$$\left(\frac{\rho_1}{\rho_2}\right)^\gamma = \frac{\rho_1 T_1}{\rho_2 T_2}, \quad (4.7)$$

можно найти связь между газодинамическими переменными при изоэнтропическом течении газа:

$$\left. \begin{aligned} \frac{p_1}{p_2} &= \left(\frac{\rho_1}{\rho_2}\right)^\gamma = \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}, \\ \frac{T_1}{T_2} &= \left(\frac{\rho_1}{\rho_2}\right)^{\gamma-1} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}. \end{aligned} \right\} \quad (4.8)$$

Уравнения (4.8) также можно считать уравнениями изоэнтропы.

Течение воздуха, обтекающего самолет, во многих случаях можно считать изоэнтропическим. Так, при отсутствии скачков уплотнения течение можно считать изоэнтропическим всюду, где нет теплообмена и градиенты скорости, а следовательно, и силы трения малы. Поскольку время пролета частиц воздуха вдоль самолета очень мало (порядка десятых долей секунды), то теплообменом между частицами в значительной области течения можно пренебречь. И только в тонком слое воздуха, непосредственно прилегающем к поверхности самолета, где градиенты скорости и температуры велики, ни вязкостью, ни теплообменом пренебречь нельзя.

4.2. Уравнение энергии

Важное значение в аэродинамике больших скоростей имеет закон сохранения энергии, согласно которому энергия не возникает и не исчезает, а только превращается из одного вида в другой. Поэтому, составив баланс энергии для какого-нибудь количества газа (например, для единицы массы), можно найти соотношение между различными составляющими энергии. Такая математическая запись энергетического баланса и представляет собой уравнение энергии.

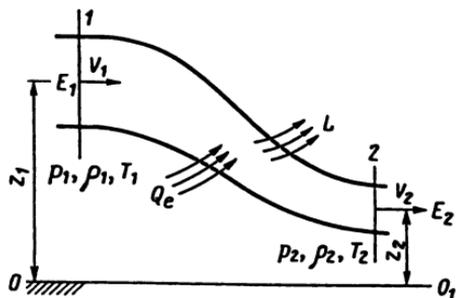
Рассмотрим элементарную струйку (рис. 4.1). Энергию поступающего газа, отнесенную к единице массы, обозначим E_1 , энергию выходящего газа — E_2 . Подведенное (извне) к газу тепло обозначим Q_e , отведенную (во вне) механическую работу (работу, отданную потребителю) — L .

Баланс энергии (для единицы массы газа) запишется следующим уравнением:

$$E_1 - E_2 + Q_e - L = 0. \quad (4.9)$$

Поясним, что под полным запасом энергии единицы массы газа будем понимать сумму механической энергии и внутренней тепловой энергии.

Рис. 4.1. Составляющие энергии для элементарной струйки



В свою очередь механическая энергия содержит следующие составляющие: кинетическую энергию, потенциальную энергию давления и потенциальную энергию уровня (положения).

Кинетическая энергия единицы массы газа равна $\frac{V^2}{2}$.

Потенциальную энергию давления, которой обладает газ, можно определить из следующих соображений (рис. 4.2). Представим себе поршень, движущийся через сечение 1 в направлении движения жидкости. Сила поршня $p_1 A_1$, вталкивая в расчетный участок объем газа $A_1 \Delta x_1$, совершает работу $p_1 A_1 \Delta x_1$. Поделив эту работу на массу газа в соответствующем объеме, получим работу вталкивания единицы массы газа:

$$L_{вт} = \frac{p_1 A_1 \Delta x_1}{A_1 \Delta x_1 \rho_1} = \frac{p_1}{\rho_1}.$$

Это выражение будет определять потенциальную энергию газа в сечении 1. Аналогично подсчитав работу выталкивания против сил внешнего давления в сечении 2 $p_2 A_2 \Delta x_2$, получим:

$$L_{выт} = \frac{p_2 A_2 \Delta x_2}{A_2 \Delta x_2 \rho_2} = \frac{p_2}{\rho_2}.$$

Следовательно $(p_1/\rho_1 - p_2/\rho_2)$ представляет собой разницу работ вталкивания и выталкивания единицы массы газа. Эта величина характе-

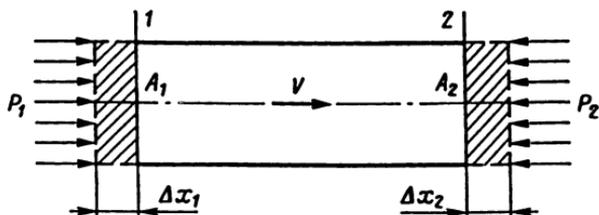


Рис. 4.2. Схема действия сил на расчетном участке

ризуется накопление (если $\frac{p_1}{\rho_1} > \frac{p_2}{\rho_2}$) потенциальной энергии давления или расходование ее (если $\frac{p_1}{\rho_1} < \frac{p_2}{\rho_2}$) потоком газа, находящимся внутри расчетного участка.

Потенциальная энергия уровня (положения) единицы массы газа равна zg , где z — геометрическая высота.

При выводе уравнения энергии для жидкости или газа необходимо учитывать *внутреннюю тепловую энергию*, которая для единицы массы газа равна:

$$u = \int_0^T c_v dT \approx c_v T.$$

Таким образом, полный запас энергии газа

$$E = \frac{V^2}{2} + \frac{p}{\rho} + zg + u. \quad (4.10)$$

Подставив в уравнение (4.9) значения E_1 и E_2 , получим:

$$\frac{V_1^2 - V_2^2}{2} + \frac{p_1}{\rho_1} - \frac{p_2}{\rho_2} + g(z_1 - z_2) + u_1 - u_2 + Q_e - L = 0. \quad (4.11)$$

Это уравнение энергии для одномерного потока или для элементарной струйки. Оно показывает, как происходит изменение кинетической энергии $\frac{V_1^2 - V_2^2}{2}$, потенциальной энергии давления $\left(\frac{p_1}{\rho_1} - \frac{p_2}{\rho_2}\right)$, потенциальной энергии уровня $g(z_1 - z_2)$ и внутренней тепловой энергии $(u_1 - u_2)$ в результате действия подведенного извне тепла Q_e и работы, отданной газом внешнему потребителю L .

В уравнении энергии принято следующее правило знаков. Подведенное внешнее тепло Q_e считается положительным, а отведенное — отрицательным; работа, совершенная газом и отведенная к внешнему потребителю L , — положительной, а подведенная к газу извне и затраченная на его сжатие — отрицательной. Таким образом, в нагревателе газа (например, камере сгорания турбореактивного двигателя) тепло считается положительным, в охладителе — отрицательным; работа, получаемая в турбине, — положительной, а затраченная на вращение компрессора — отрицательной.

Поскольку время пролета частиц воздуха вдоль самолета очень мало, то теплообменом между струйками можно пренебречь: $Q_e = 0$. Кроме того, газ не производит внешней механической работы, т. е. $L = 0$.

И, наконец, в воздушной среде из-за малости вклада в уравнение энергии потенциальной энергии уровня ею можно пренебречь ($gz = 0$). В этом случае уравнение энергии (4.11) можно записать в свернутом виде:

$$\frac{V^2}{2} + \frac{p}{\rho} + u = C. \quad (4.12)$$

Физический смысл этого уравнения заключается в следующем: при обтекании тел сжимаемым газом происходит обратимый обмен энергией между двумя составляющими механической энергии — кинетической энергией и потенциальной энергией давления с внутренней тепловой энергией единицы массы газа, причем сумма механической и тепловой энергий вдоль данной струйки — величина постоянная.

Получим несколько других применяемых форм уравнений энергии. Преобразуем сумму членов с учетом уравнения состояния:

$$\frac{p}{\rho} + u = \frac{p}{\rho} + c_v T = RT + c_v T = (R + c_v)T = c_p T = i, \quad (4.13)$$

где i — энтальпия или теплосодержание газа.

Подставив (4.13) в (4.12), получим:

$$\frac{V^2}{2} + i = C. \quad (4.14)$$

Учитывая в преобразовании (4.13), что $c_p = \gamma c_v$, получим:

$$\begin{aligned} \frac{p}{\rho} + u = RT + c_v T &= \left(\frac{c_v}{R} + 1\right) RT = \left(\frac{c_v}{c_p - c_v} + 1\right) RT = \\ &= \frac{c_p}{c_p - c_v} RT = \frac{\gamma}{\gamma - 1} RT. \end{aligned} \quad (4.15)$$

Подставив (4.15) в (4.14), получим уравнение

$$\frac{V^2}{2} + \frac{\gamma}{\gamma - 1} RT = C \quad (4.16)$$

или с учетом уравнения состояния:

$$\frac{V^2}{2} + \frac{\gamma}{\gamma - 1} \cdot \frac{p}{\rho} = C, \quad (4.17)$$

которое является уравнением Бернулли для сжимаемого газа [см. (2.26)].

Подставив формулу для скорости звука $a^2 = \gamma RT$ в уравнение (4.16), получим:

$$\frac{V^2}{2} + \frac{a^2}{\gamma - 1} = C. \quad (4.18)$$

Уравнение (4.16) часто называют уравнением Бернулли в температурной форме, а уравнение (4.17) — уравнением Бернулли в звуковой форме.

Сравнив уравнения (4.14), (4.16)—(4.18), можно записать соотношения, которые часто применяются в газовой динамике:

$$c_p T = \frac{\gamma}{\gamma - 1} RT = \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{p}{\rho} = \frac{a^2}{\gamma - 1}. \quad (4.19)$$

4.3. Параметры торможения

Параметры состояния неподвижного газа включают в себя, как известно, давление p , температуру T , плотность ρ или удельный объем V . Это — истинные, или термодинамические параметры. Иначе их называют статическими параметрами.

При обтекании тела газом или жидкостью всегда имеется струйка, которая притекает по нормали к поверхности, а затем разветвляется, охватывая тело со всех сторон (рис. 4.3). При этом непосредственно перед телом происходит замедление скорости течения в струйке. В центре области торможения потока на поверхности передней части тела расположена точка K , в которой скорость течения равна нулю. Эта точка называется критической точкой на поверхности тела (или просто критической точкой). В критической точке давление достигает наиболь-

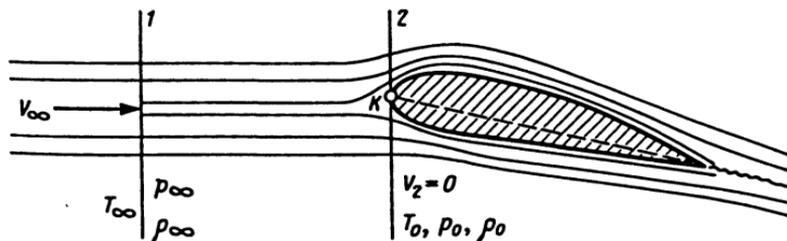


Рис. 4.3. Параметры торможения p_0 , T_0 , ρ_0 при дозвуковом обтекании крыла

шего значения по сравнению с другими точками тела или по сравнению с давлением в невозмущенном потоке; изменяются в ней и другие термодинамические параметры.

Установим соотношения, определяющие давление, плотность и температуру газа в критической точке.

Термодинамические параметры полностью заторможенного потока называют параметрами торможения (давлением, плотностью и температурой торможения) и обозначают через p_0 , ρ_0 и T_0 . Давление p_0 называют также полным давлением.

При этом торможение считается изоэнтропическим.

Пусть скорость потока газа вдали от тела равна V_∞ . Рассмотрим струйку, протекающую по нормали к поверхности тела (см. рис. 4.3). Обозначим термодинамические параметры в невозмущенном потоке через p_∞ , ρ_∞ , T_∞ . На центральной линии тока между сечениями 1 и 2 газ тормозится полностью, так что в точке K (критической точке) скорость равна нулю, а температура T_0 . Применяя уравнение энергии для энергоизолированного течения (4.16) к данному случаю ($V_1 = V_\infty$, $T_1 = T_\infty$, $V_2 = 0$, $T_2 = T_0$), запишем:

$$\frac{V_\infty^2}{2} + \frac{\gamma}{\gamma-1} RT_\infty = \frac{\gamma}{\gamma-1} RT_0,$$

откуда

$$T_0 = T_\infty + \frac{V_\infty^2}{2(\gamma/\gamma-1)R} \quad (4.20)$$

Здесь использовано известное термодинамическое соотношение $c_p = \gamma R / (\gamma - 1)$. Для воздуха ($c_p = 1006 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{град}}$; $\gamma = 1,4$; $R = 287,05 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{град}}$) формулу (4.20) можно приближенно записать:

$$T_0 \approx T_\infty + \frac{V_\infty^2}{2000}. \quad (4.21)$$

Слагаемое $\frac{V_\infty^2}{2(\gamma/\gamma-1)R}$ в формуле (4.20) иногда называют динамической добавкой температуры (табл. 4.1).

Если скорость набегающего потока невелика и газ можно считать несжимаемым, то с помощью уравнения Бернулли (2.25), записанного

Таблица 4.1. Динамическая добавка температуры торможения

Скорость V_∞ , м/с	Динамическая добавка ΔT , град.	Пример движения
10	0,05	Спортсмен в беге на 100 м
30	0,45	Автомобиль
100	5	Пассажирский самолет с поршневыми двигателями
240	29	Пассажирский самолет с турбореактивными двигателями
340	58	Скорость распространения звука при нормальной температуре
700	224	Самолет-истребитель с турбореактивными двигателями
8000	32000	Первая космическая скорость — скорость спутника Земли

для сечений 1 и 2 ($z = \text{const}$), нетрудно получить выражение для полного давления

$$p_0 = p + \frac{\rho V^2}{2}. \quad (4.22)$$

Если же скорость потока значительна, то связь между p_0 и p , а также другими параметрами торможения можно получить, воспользовавшись уравнением изоэнтропы (4.8)

$$\frac{p_0}{p} = \left(\frac{T_0}{T}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}; \quad \frac{\rho_0}{\rho} = \left(\frac{T_0}{T}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}}. \quad (4.23)$$

Таким образом, с помощью формул (4.20) и (4.23) по известным значениям истинных параметров состояния газа и скорости потока определяются параметры торможения — температура, давление и плотность торможения.

Применение уравнения Бернулли (4.16) и формул (4.23) к течению в струйке позволяет получить связь параметров торможения с числом Маха:

$$\left. \begin{aligned} T_0 &= T \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2\right); \\ \rho_0 &= \rho \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2\right)^{\frac{1}{\gamma-1}}; \\ p_0 &= p \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}. \end{aligned} \right\} \quad (4.24)$$

4.4. Скорость звука и максимальная скорость

Введенная ранее скорость звука a требует некоторых пояснений. Как известно из акустики, скорость звука в газах — это скорость распространения продольных звуковых волн. Скорость звука в газе

$$a = \sqrt{\frac{dP}{d\rho}}. \quad (4.25)$$

Ввиду того что при распространении звуковых возмущений процессы сжатия и расширения можно принять изоэнтропическими [см. (4.4)], скорость звука можно выразить как

$$a = \sqrt{\gamma \frac{P}{\rho}}. \quad (4.26)$$

Эта формула дает очень хорошее совпадение с экспериментом и широко используется. Заменяв в формуле (4.26) $\frac{P}{\rho}$ на RT , можно представить ее в таком виде:

$$a = \sqrt{\gamma RT}. \quad (4.27)$$

Для воздуха $\sqrt{\gamma R} = 20,1$, следовательно,

$$a = 20,1 \sqrt{T}. \quad (4.28)$$

Таким образом, скорость звука однозначно определяется температурой. У земли при температуре $T = 288$ К скорость $a = 340$ м/с, а на границе тропосферы при $H = 11\,000$ м и $T = 216,7$ К она равна 295 м/с. Изменение скорости звука с высотой должно учитываться при определении аэродинамических характеристик тел, движущихся с большими скоростями.

В аэродинамике больших скоростей широко применяется также *максимальная скорость течения газов*. Она является одной из характеристик скоростей аэродинамики. Рассмотрим это понятие.

Из уравнения энергии (4.14), записанного для движущегося и заторможенного газа в энергоизолированном потоке,

$$\frac{V^2}{2} + i = i_0 \quad \text{или} \quad \frac{V^2}{2} + c_p T = c_p T_0,$$

следует, что при постоянной температуре торможения ($T_0 = \text{const}$) чем выше скорость потока V , тем ниже истинная температура газа T . Такое

явление имеет место, например, при истечении газа из резервуара через сопло, в котором отсутствует теплообмен с окружающей средой. Предельным является случай, когда $T = 0$. Скорость тогда достигает максимально возможного значения V_{\max} . Дальнейшее увеличение скорости невозможно, так как газ уже полностью исчерпал запас энтальпии $i = c_p T$, а внешнего притока энергии нет. Таким образом,

$$\frac{V_{\max}^2}{2} = c_p T_0,$$

откуда

$$V_{\max} = \sqrt{2c_p T_0} = \sqrt{2 \frac{\gamma}{\gamma-1} R T_0} = \sqrt{\frac{2}{\gamma-1}} a_0. \quad (4.27)$$

Для воздуха $\sqrt{2 \frac{\gamma}{\gamma-1} R} = 44,8$,

тогда

$$V_{\max} = 44,8 \sqrt{T_0}. \quad (4.28)$$

Так, например, при $T = 288$ К, т. е. при нормальной температуре, $V_{\max} = 762$ м/с.

Таким образом, максимальная скорость — это скорость газа, соответствующая полному преобразованию энтальпии в кинетическую энергию.

Максимальную скорость можно трактовать также как скорость истечения в пустоту. Действительно, если из некоторого резервуара (рис. 4.4), объем которого достаточно велик, происходит идеальное истечение газа через сопло, то скорость истечения легко определяется на основании следующих соображений. Так как объем резервуара велик, то скорость внутри него близка к нулю. Параметры состояния газа в резервуаре поэтому можно считать параметрами торможения p_0 и T_0 . Решив уравнение (4.20) относительно скорости

$$V = \sqrt{2 \frac{\gamma}{\gamma-1} R (T_0 - T)} = \sqrt{2 \frac{\gamma}{\gamma-1} R T_0 \left(1 - \frac{T}{T_0}\right)} \quad (4.29)$$

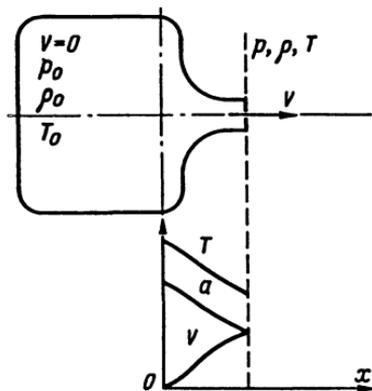


Рис. 4.4. Истечение газа из резервуара

и заменив отношение температур с помощью уравнений (4.23), получим известную формулу скорости истечения

$$V = \sqrt{2 \frac{\gamma}{\gamma-1} R T_0 \left[1 - \left(\frac{p}{p_0} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right]}. \quad (4.30)$$

Из формулы видно, что при понижении давления той среды, в которую происходит истечение p , скорость истечения возрастает. Если давление p упадет до нуля, то скорость достигнет максимального значения: формула (4.30) приобретает вид (4.27).

Используя изэнтропические формулы (4.8) и уравнение Бернулли, можно связать газодинамические переменные со скоростью истечения:

$$\begin{aligned} \frac{T}{T_0} &= 1 - \frac{V^2}{V_{\max}^2}; \quad \frac{p}{p_0} = \left(1 - \frac{V^2}{V_{\max}^2} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}}; \quad \frac{\rho}{\rho_0} = \left(1 - \frac{V^2}{V_{\max}^2} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}; \\ \frac{a}{a_0} &= \left(1 - \frac{V^2}{V_{\max}^2} \right)^{\frac{1}{2}}. \end{aligned} \quad (4.31)$$

Полученные формулы показывают, что с увеличением скорости истечения газа вдоль сопла от нуля до V_{\max} газодинамические переменные соответственно изменяются от своих параметров торможения до нуля.

4.5. Движение сжимаемого газа в струйке переменного сечения. Сопло Лавала

Для выяснения основных особенностей движения сжимаемого газа при сверхзвуковых скоростях представим себе, что газ движется в струйке переменного сечения (рис. 4.5).

Воспользуемся уравнением Бернулли в дифференциальной форме:

$$\frac{dp}{\rho} + VdV = 0, \quad (4.32)$$

откуда

$$-VdV = \frac{dp}{\rho} = \frac{dp}{d\rho} \frac{d\rho}{\rho} = a^2 \frac{d\rho}{\rho},$$

или

$$\frac{dp}{\rho} = -\frac{V^2}{a^2} \frac{dV}{V} = M^2 \frac{dV}{V}. \quad (4.33)$$

Для исключения dp/ρ воспользуемся уравнением неразрывности для струйки:

$$\rho VA = C,$$

которое сначала прологарифмируем:

$$\ln \rho + \ln V + \ln A = \ln C,$$

а затем продифференцируем:

$$\frac{d\rho}{\rho} + \frac{dV}{V} + \frac{dA}{A} = 0. \quad (4.34)$$

Подставив выражение (4.33) в выражение (4.34), найдем:

$$\frac{dA}{A} = (M^2 - 1) \frac{dV}{V}. \quad (4.35)$$

Из полученного уравнения (4.35), которое носит имя Гюгонио, вытекают важные следствия относительно зависимости скорости от площади сечения вдоль трубки тока. Можно выделить три основных случая движения сжимаемой среды:

1. Если $M < 1$ (поток дозвуковой), то знак dV противоположен знаку dA (так как $M^2 - 1 < 0$). Это значит, что при дозвуковом движении газа, так же как и в случае несжимаемой жидкости, с уменьшением

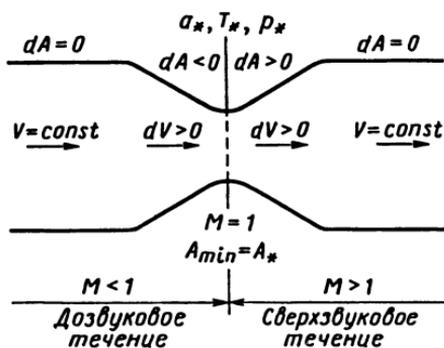


Рис. 4.5. Характер движения сжимаемого газа в струйке переменного сечения

площади сечения струйки скорость движения увеличивается, и наоборот, при возрастании сечения скорость уменьшается.

2. Если $M > 1$ (поток сверхзвуковой), то знак dV одинаков со знаком dA (так как $M^2 - 1 > 0$). Это значит, что при сверхзвуковом движении газа в расширяющейся струйке движение ускоряется, а в сужающейся струйке замедляется. Другими словами, разгоняясь, сверхзвуковой поток расширяет трубку тока. В этом принципиальное различие дозвуковых и сверхзвуковых потоков.

3. Наконец, в случае когда $M = 1$; $M^2 - 1 = 0$, и, следовательно, $dA = 0$. Условие $dA = 0$ является необходимым условием экстремума площади сечения (максимум или минимум площади). Но так как дозвуковой поток разгоняется при уменьшении площади сечения, то скорости звука он может достигнуть в сечении, где площадь минимальна.

Сечение струйки, в котором местная скорость потока равна местной скорости звука, называют критическим. Все газодинамические переменные в этом сечении называют критическими и отмечают нижним индексом * (a_* — критическая скорость; T_* — критическая температура; p_* — критическое давление; ρ_* — критическая плотность).

Проведенный анализ позволяет сделать важный практический вывод: чтобы в трубке переменного сечения достичь сверхзвуковой скорости, необходимо сначала сжать

поток, в минимальном сечении получить звуковую скорость ($V = a = a_*$), а затем дать потоку расширяться. В расширяющейся части будет получена сверхзвуковая скорость. Если же в критическом сечении $V < a_*$ и $M = M_* < 1$, то в расширяющейся части поток будет не разгоняться, а тормозиться. Труба переменного сечения такого типа называется соплом Лавала (по имени шведского инженера К. Лавала, впервые в 80-е годы прошлого столетия применявшего такие насадки для получения сверхзвуковых скоростей истечения).

В сопле Лавала (рис. 4.6) имеется входная суживающаяся (конфузорная) часть и последующая расширяющаяся (диффузорная) часть. Предположим, что поток газа втекает в конфузурную часть

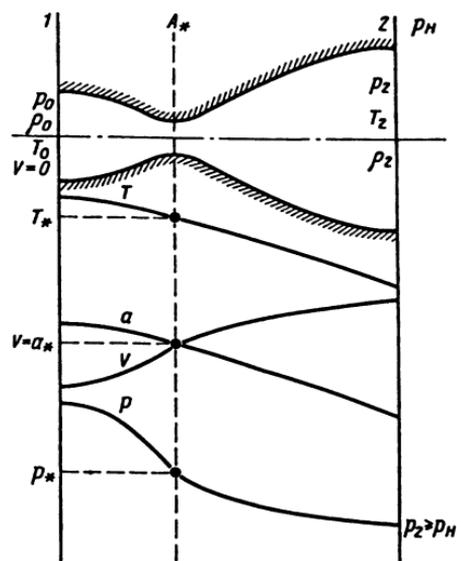


Рис. 4.6. Изменение газодинамических переменных в сопле Лавала ($p_n < p_2$)

сопла Лаваля из резервуара, в котором газ находится в состоянии покоя, т. е. параметры газа равны p_0 , ρ_0 , T_0 , a_0 , а скорость равна нулю. Пусть давление в пространстве, куда вытекает газ из сопла, равно p_H . Когда сопло Лаваля работает на расчетном режиме, то давление в струе газа в выходном сечении 2 сопла p_2 также равно p_H ($p_2 = p_H$). Если давление в пространстве, куда вытекает газ, меньше расчетного ($p_H < p_2$), то течение газа по соплу Лаваля не отличается от расчетного; изменения происходят лишь в струе газа, вытекающей в атмосферу — вне сопла струя продолжает расширяться. В том случае когда давление в пространстве, куда вытекает газ, больше расчетного ($p_H > p_2$), это приводит к необратимым переходам механической энергии в тепловую.

На рис. 4.6 изображены также кривые изменения скорости потока, температуры и местной скорости звука по длине сопла. Течение можно считать энергоизолированным, поэтому связь между скоростью и температурой выражается с помощью уравнения энергии в форме (4.16). По мере нарастания скорости по длине сопла, температура, как это следует из уравнения энергии (4.16), а следовательно, и скорость звука (4.27) уменьшаются. В начале сопла скорость потока ниже скорости звука, в конце превышает ее. Где-то в средней части сопла существует сечение, в котором скорость потока равна местной скорости звука.

Скорость газа, равная местной скорости звука, называется *критической скоростью*. Критическая скорость достигается в самом узком месте канала — в горле сопла. Газодинамические переменные в этом случае носят название критических.

Критическая скорость a_* является одной из характерных скоростей аэродинамики больших скоростей (наряду со скоростью звука a и максимальной скоростью V_{\max}). Рассчитать критическую скорость можно по формуле (4.27)

$$a_* = \sqrt{\gamma R T_*}, \quad (4.36)$$

где T_* — критическая температура (температура газа в критическом сечении).

Она легко определяется с помощью уравнения энергии (4.16), левая часть которого записывается для сечения внутри резервуара (см. рис. 4.6, сечение 1), где $V = 0$, $T = T_0$, а правая часть — для критического сечения, в котором $V = a_*$, $T = T_*$, а именно:

$$\frac{\gamma}{\gamma-1} R T_0 = \frac{\gamma}{\gamma-1} R T_* = \frac{a_*^2}{2}. \quad (4.37)$$

Заменяя здесь a_* по (4.36), получим после несложных преобразований:

$$\frac{T_*}{T_0} = \frac{2}{\gamma+1}. \quad (4.38)$$

Запишем также формулы, связывающие другие критические параметры и параметры торможения. Так как процесс течения газа через сопло идеальный, то связь между давлениями, плотностями и температурами устанавливается уравнением изоэнтропы (4.23). Тогда

$$\frac{p_*}{p_0} = \left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}; \quad \frac{\rho_*}{\rho_0} = \left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}}. \quad (4.39)$$

Кроме того, из уравнений (4.36) и (4.38) следует, что

$$\frac{a_*^2}{a_0^2} = \frac{T_*}{T_0} = \frac{i_*}{i_0} = \frac{2}{\gamma+1}. \quad (4.40)$$

Для воздуха ($\gamma = 1,4$) эти соотношения имеют следующие значения:

$$\frac{a_*^2}{a_0^2} = \frac{T_*}{T_0} = \frac{i_*}{i_0} = 0,833; \quad \frac{p_*}{p_0} = 0,528; \quad \frac{\rho_*}{\rho_0} = 0,634. \quad (4.41)$$

Определив из соотношения (4.38) критическую температуру T_* и подставив ее значение в формулу (4.36), приходим к наиболее удобной формуле для расчета критической скорости

$$a_* = \sqrt{2 \frac{\gamma}{\gamma+1} R T_0}. \quad (4.42)$$

Так как для воздуха $\sqrt{2 \frac{\gamma}{\gamma+1} R} = 18,3$, то

$$a_* = 18,3 \sqrt{T_0}. \quad (4.43)$$

Для установления связи между характерными скоростями V_{\max} и a_* воспользуемся уравнениями (4.27) и (4.42). Взяв отношение квадратов скоростей, получим:

$$\frac{V_{\max}^2}{a_*^2} = \frac{\gamma+1}{\gamma-1}, \quad (4.44)$$

или для воздуха

$$V_{\max} = \sqrt{6} a_* \approx 2,45 a_*. \quad (4.45)$$

Число Маха является параметром, по которому определяется характер течения (дозвуковое, сверхзвуковое). По структуре формулы $M = V/a$ число Маха является безразмерной скоростью, и такой способ измерения скоростей является очень удобным. Однако в ряде задач аэродинамики больших скоростей безразмерная скорость M не вполне удобна, поскольку местная скорость течения не пропорциональна местному числу Маха (из-за изменения местной скорости звука), кроме того при $V \rightarrow V_{\max}$ число $M \rightarrow \infty$ (так как $a \rightarrow 0$). Поэтому для расчетов используется также другая безразмерная скорость λ , называемая приведенной скоростью и равная отношению скорости газа к критической скорости:

$$\lambda = \frac{V}{a_*}. \quad (4.46)$$

При критической скорости течения (например, в горле сопла Лавалея) безразмерные скорости равны $M = \lambda = 1$. Приведенная скорость λ изменяется в следующем диапазоне: от 0 до $\sqrt{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}}$, что следует из (4.44), или от 0 до 2,45 для воздуха.

Связь приведенной скорости с числом Маха выражается соотношением:

$$\lambda^2 = \frac{(\gamma+1)M^2}{2+(\gamma-1)M^2}. \quad (4.47)$$

4.6. Слабые возмущения и скачки уплотнения

Изменение газодинамических переменных газа, вызванное движением твердого тела, называется возмущением потока. В аэродинамике рассматриваются слабые (или малые) и сильные (или конечные) возмущения. Под слабыми возмущениями понимают такие возмущения, которым соответствуют бесконечно малые изменения давления, плотности и т. п. Слабые возмущения в газе распространяются со скоростью звука. Граница возмущенной области зависит от скорости звука a и скорости движения источника возмущения V (в обратном движении — от скорости невозмущенного потока V_∞). Поясним это с помощью рис. 4.7.

Представим себе в качестве источника слабых возмущений материальную точку A (например, бесконечно маленький колокольчик). В неподвижном воздухе волны слабых возмущений (звуковые волны) будут расходиться от такого источника в виде концентрических сфер, и все окружающее пространство будет равномерно заполнено такими волнами, причем ни в одной его точке не будет происходить концен-

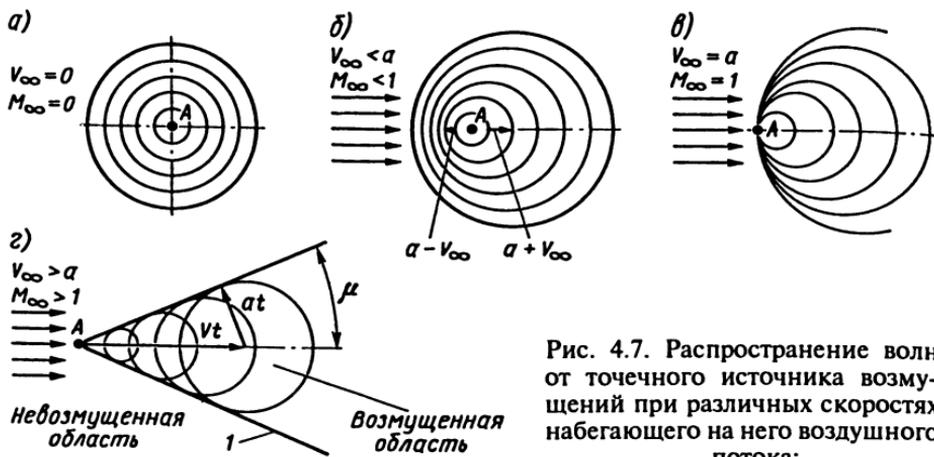


Рис. 4.7. Распространение волн от точечного источника возмущений при различных скоростях набегающего на него воздушного потока:

a — воздушный поток неподвижен ($V_\infty = 0$); b — дозвуковой воздушный поток ($V_\infty < a$); c — звуковой воздушный поток ($V_\infty = a$); d — сверхзвуковой воздушный поток ($V_\infty > a$); l — конус слабых возмущений

трации возмущений (см. рис. 4.7, a). Если материальная точка A (источник) находится в воздушном потоке, то тут возможны три следующих случая.

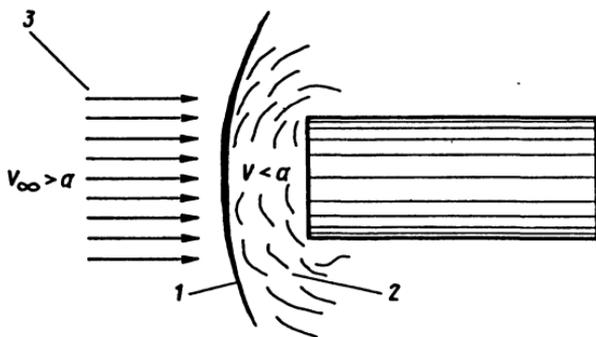
Если скорость набегающего потока меньше скорости звука ($V_\infty < a$), то волны слабых возмущений, создаваемые источником A , сносятся назад со скоростью потока V_∞ . Так как скорость распространения волн a больше скорости потока V_∞ , то симметрия спектра распространения волн возмущений нарушается (см. рис. 4.7, b).

В случае, если скорость набегающего потока равна скорости звука ($V_\infty = a$), передние фронты волн возмущений не могут отделиться от источника A , так как скорость их распространения равна скорости потока, сносящего волны назад (см. рис. 4.7, c). Непосредственно перед источником A волны накладываются друг на друга, причем концентрация их в этом месте достигает наибольшей величины. Концентрация волн возмущений является особо важным фактором, объясняющим многие явления в аэродинамике больших скоростей.

Если же скорость набегающего потока больше скорости звука ($V_\infty > a$), то волны возмущений, создаваемые источником A , сносятся назад и заполняют сзади источника некоторое ограниченное пространство в форме конуса, который называется *конусом слабых возмущений* (см. рис. 4.7, d). Полуугол μ при вершине конуса называется углом Маха, а образующая конуса называется линией Маха (иногда

Рис. 4.8. Схема возникновения скачка уплотнения перед затупленным телом вращения, находящимся в сверхзвуковом потоке:

1 — прямой скачок уплотнения; 2 и 3 — области соответственно возмущенного и невозмущенного потоков



характеристической линией или просто характеристикой). Из рисунка можно определить:

$$\sin \mu = \frac{at}{Vt} = \frac{a}{V} = \frac{1}{M}. \quad (4.48)$$

Отсюда следует, что чем больше число M набегающего потока, тем меньше угол Маха μ , т. е. конус слабых возмущений становится острее. При $M = 1$ угол $\mu = 90^\circ$; в этом случае, как уже отмечалось, перед источником происходит наиболее сильная концентрация волн.

Описанные явления являются очень важными для понимания аэродинамики больших скоростей, так как практически любую точку, в которой искривляется линия контура летящего тела или образуется шероховатость на поверхности тела, можно отождествлять с рассмотренным источником слабых возмущений.

Перейдем к рассмотрению сильных возмущений, которые могут быть только в сверхзвуковых потоках.

Сильные возмущения называются *ударными волнами* или *скачками уплотнения*. При движении тела со сверхзвуковой скоростью перед ним возникает ударная волна. В случае установившегося поступательного движения ударная волна движется вместе с телом, не меняя своей конфигурации и положения относительно тела. В случае обращенного движения, когда невозмущенный поток набегаеет на неподвижное тело, ударную волну называют скачком уплотнения.

Пусть поток, движущийся со сверхзвуковой скоростью, обтекает затупленное тело, например, цилиндр большого поперечного сечения (рис. 4.8). Эксперименты показывают, что его лобовая поверхность затормаживает поток, и поэтому на некотором расстоянии перед ней скорость потока обязательно будет дозвуковой.

Каждая точка на торцевой поверхности цилиндра может рассматриваться как точечный источник слабых возмущений. Волны этих

возмущений в связи с тем, что перед цилиндром поток имеет дозвуковую скорость, распространяются на некоторое расстояние впереди него и затем, встречая сверхзвуковой поток, дальше пройти не могут. В результате перед цилиндром образуется область заторможенного потока, сплошь заполненная бесчисленным количеством волн слабых возмущений. Каждая волна слабых возмущений представляет собой небольшое по сравнению с окружающей средой повышение давления и плотности воздуха. Концентрация большого количества волн возмущений перед цилиндром приводит к резкому повышению в этой области давления и плотности воздуха.

Передний фронт области заторможенного перед цилиндром потока является своеобразной границей возмущений. Перед этой границей поток имеет сверхзвуковую скорость, при прохождении же ее скорость потока скачкообразно (резко) уменьшается и становится дозвуковой. При этом давление и плотность воздуха также возрастают скачком.

Граница между невозмущенным потоком и областью возмущений, представляющая собой тонкий поверхностный слой толщиной, соизмеримой с длиной свободного пробега молекул, при прохождении которого газодинамические переменные потока скачкообразно изменяются на конечную величину (иногда в несколько раз) называется скачком уплотнения.

Скачок уплотнения может возникнуть только в сверхзвуковом потоке, так как в дозвуковом потоке волны возмущений не могут концентрироваться и рассеиваются. Эксперименты показывают, что сверхзвуковой поток может перейти в дозвуковой, только образовав скачок уплотнения. Таким образом, практически нельзя плавно, без скачка, уменьшить скорость сверхзвукового потока до скорости дозвуковой. Такой процесс обязательно происходит скачкообразно, путем образования в каком-то месте потока скачка уплотнения.

Характер обтекания более сложных тел сверхзвуковым потоком можно легко объяснить, рассмотрев обтекание внешнего и внутреннего тупых углов плоским потоком (рис. 4.9).

При обтекании сверхзвуковым потоком поверхности, имеющей внешний тупой угол, струйки расширяются и происходит плавный поворот потока (см. рис. 4.9, *а*). После точки *0* поток будет иметь большую скорость, а давление, плотность и температура его станут меньше, чем до поворота. При этом точка *0* будет источником нескольких линий слабых возмущений (линий Маха). При многократном повороте потока на внешний угол, получим картину, изображенную на рис. 4.10, *а*. При каждом повороте потока струйка будет расширяться, параметры падать, а скорость возрастать.

При обтекании поверхности с внутренним тупым углом (см. рис. 4.9, *б*) картина процесса будет несколько иной. В этом случае по-

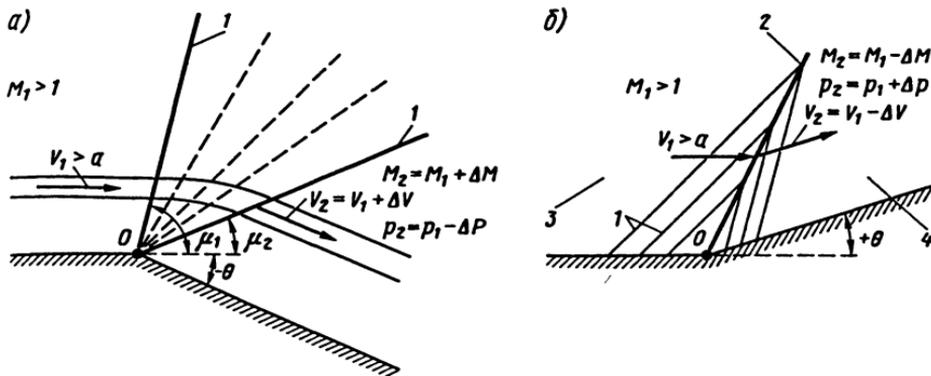


Рис. 4.9. Схемы обтекания сверхзвуковым потоком поверхностей с внешним (а) и внутренним (б) тупыми углами:

1 — линии слабых возмущений; 2 — скачок уплотнения; 3 и 4 — области невозмущенного и возмущенного (заторможенного) потоков

ток поджимается, струйки становятся тоньше и, следовательно, скорость сверхзвукового потока в повернутом (заторможенном) потоке будет меньше скорости в горизонтальном потоке, а температура, давление и плотность больше. Переход от зоны невозмущенного (горизонтального) потока к зоне заторможенного (повернутого) потока будет происходить через скачок уплотнения. Изменение параметров потока (т. е. интенсивность скачка) зависит от угла поворота потока θ . При малых углах поворота потока изменение коэффициента давления:

$$c_p = \frac{2(p_2 - p_1)}{\rho V_1^2} = \pm \frac{2\theta}{\sqrt{M_1^2 - 1}}. \quad (4.49)$$

Аналогичная по своей физической сути картина образования скачка уплотнения получается при обтекании сверхзвуковым потоком плавной вогнутой поверхности (рис. 4.10, б), которую можно представить как несколько последовательно расположенных поверхностей с внутренними тупыми углами. В этом случае образуется криволинейный скачок, который замыкает ряд линий Маха.

Рассмотренные случаи позволяют объяснить появление и характер скачков уплотнения при обтекании различных аэродинамических тел.

На рис. 4.11 показано обтекание тонкого клиновидного профиля крыла при малом угле атаки. В точке А поток делится и образуется обтекание, аналогичное обтеканию внутреннего тупого угла. При этом поток тормозится и появляется головной скачок уплотнения, но ско-

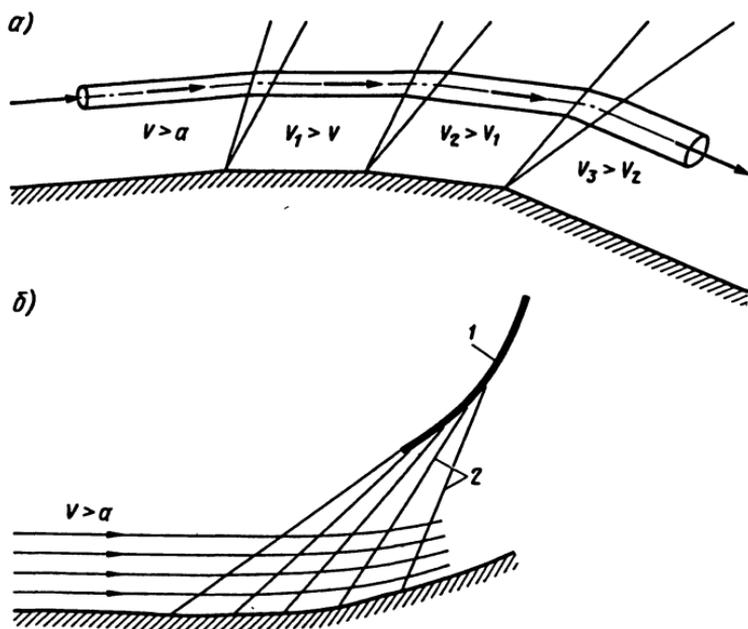


Рис. 4.10. Схемы обтекания сверхзвуковым потоком выпуклой криволинейной (а) и плавной вогнутой (б) поверхностей:

1 — скачок; 2 — линии Маха

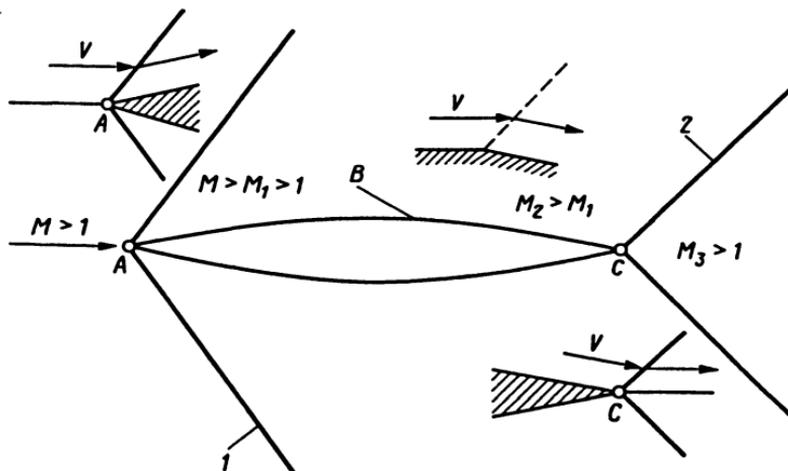
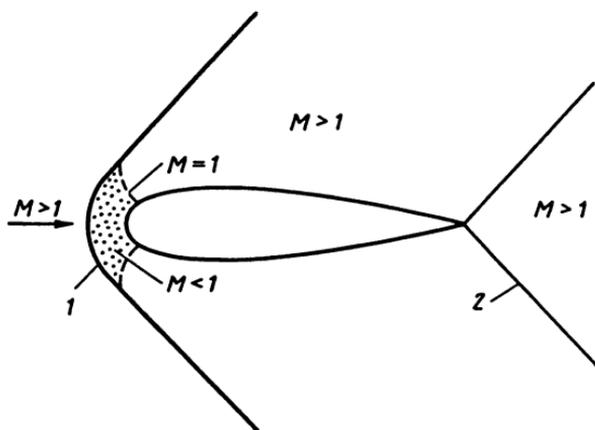


Рис. 4.11. Сверхзвуковое обтекание тонкого клиновидного профиля крыла:
1 — головной присоединенный скачок уплотнения; 2 — хвостовой скачок уплотнения

Рис. 4.12. Сверхзвуковое обтекание затупленного тела:

1 — отсоединенный криволинейный скачок уплотнения; 2 — хвостовой скачок уплотнения (косой)



рость за ним остается сверхзвуковой. При дальнейшем обтекании выпуклой поверхности (точка *B*), которую можно рассматривать как бесконечную совокупность угловых точек с бесконечно малыми внешними углами поворота, сверхзвуковой поток разгоняется. В точке *C* происходит поворот потока при обтекании внутреннего угла и образуется хвостовой скачок уплотнения.

Если тонкое тело имеет достаточно заостренную носовую часть, то скачок уплотнения вплотную придвигается к носку (см. рис. 4.11). Такой скачок уплотнения обычно называется *присоединенным скачком*. Если угол заострения носовой части превышает определенную величину или носовая часть затупленная, то реализуется отсоединенный криволинейный скачок уплотнения (рис. 4.12). Основной особенностью течения за таким скачком является наличие области дозвукового течения.

Скачок уплотнения называется *прямым*, если его поверхность составляет с вектором скорости набегающего потока угол 90° (рис. 4.13, *a*), а если этот угол меньше, то *косым* (рис. 4.13, *б*). Косые скачки уплотне-

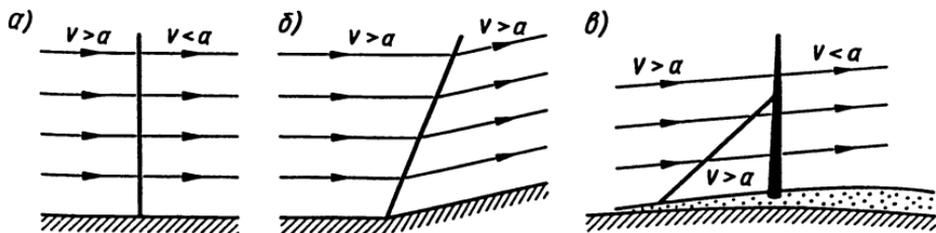


Рис. 4.13. Прямой (*a*), косой (*б*) и лямбдаобразный (*в*) скачки уплотнения

ния могут пересекать сверхзвуковую область, упираясь одним из своих концов в прямой скачок, замыкающий эту область. В этом случае получается так называемый *лямбдаобразный скачок* (от греческой буквы λ , на которую он похож) (рис. 4.13, в).

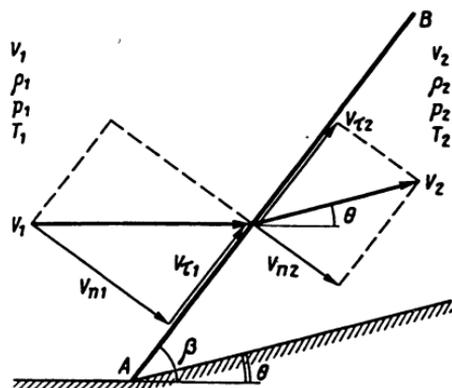
При возникновении скачка уплотнения для продвижения тела в воздухе необходима дополнительная тяга (мощность), так как скачок уплотнения увеличивает сопротивление тела. Это дополнительное сопротивление называется волновым, подробнее о нем будет сказано далее.

4.7. Газодинамические переменные за скачком уплотнения

Косой скачок уплотнения является наиболее общим случаем скачка. Прямой скачок — это частный случай косого, а криволинейный представляет собой сумму косых скачков. Рассмотрим основные соотношения на косом скачке уплотнения AB , который образовался в потоке идеального газа и имеет известный угол наклона β , полученный, например, фотографированием потока (рис. 4.14). Очевидно, чтобы полностью описать поток за скачком уплотнения, достаточно знать четыре газодинамические переменные — скорость V_2 , плотность ρ_2 , давление p_2 и температуру T_2 , а также угол поворота потока θ . Здесь надо отметить, что если известен угол поворота потока θ , а не известен угол наклона скачка уплотнения, то задача существенно усложняется и требует специальных методов для своего решения.

Наиболее просто газодинамические переменные за скачком уплотнения определяются для струйки. Для определения четырех неизвестных величин необходимо составить четыре уравнения, в качестве которых используем уравнения неразрывности, количества движения, энергии и состояния.

Скорость V_1 набегающего потока можно разложить на составляющие — нормальную и касательную к скачку:



$$\left. \begin{aligned} V_{n1} &= V_1 \sin \beta; \\ V_{t1} &= V_1 \cos \beta. \end{aligned} \right\} \quad (4.50)$$

Рис. 4.14. Схема определения газодинамических переменных за косым скачком уплотнения AB

В общем случае за скачком уплотнения меняются как величина, так и направление скорости.

Струйки газа претерпевают излом. Вектор скорости за скачком V_2 повернется относительно вектора скорости перед скачком на угол поворота потока θ . Тогда нормальная и касательная составляющие вектора скорости за скачком

$$\left. \begin{aligned} V_{n2} &= V_2 \sin(\beta - \theta); \\ V_{\tau 2} &= V_2 \cos(\beta - \theta). \end{aligned} \right\} \quad (4.51)$$

Струйка газа, проходя через скачок, не меняет своего сечения (равенство площадей поперечного сечения на входе и на выходе из скачка $A_1 = A_2$ получается всегда, так как толщина скачка считается бесконечно малой), поэтому уравнение неразрывности (уравнение сохранения массы) запишется для скачка так:

$$\rho_1 V_{n1} = \rho_2 V_{n2} = m_c, \quad (4.52)$$

где m_c — секундная масса газа, проходящая через единицу поверхности скачка в направлении, нормальном к скачку, $\text{кг/м}^2 \cdot \text{с}$.

При переходе через скачок происходит изменение количества движения, которое в направлении, нормальном к поверхности скачка, равно $m_c(V_{n2} - V_{n1})$. Это изменение количества движения вызывается импульсом сил, обусловленным разностью давлений, действующих на единицу поверхности скачка в единицу времени. Таким образом: $p_1 - p_2 = m_c(V_{n2} - V_{n1})$. Или, поменяв для удобства знаки (так как в скачке $p_2 > p_1$, а $V_{n1} > V_{n2}$) окончательно получим первое равенство, выражающее закон изменения количества движения:

$$\text{или} \quad \left. \begin{aligned} p_2 - p_1 &= m_c(V_{n1} - V_{n2}); \\ p_2 - p_1 &= \rho_1 V_{n1}(V_{n1} - V_{n2}). \end{aligned} \right\} \quad (4.53)$$

В направлении, касательном к скачку вдоль его поверхности, давление не изменяется и, следовательно, импульс сил будет равен нулю. Поэтому изменение количества движения в направлении, касательном к скачку, также будет равно нулю:

$$m(V_{\tau 2} - V_{\tau 1}) = 0,$$

откуда получаем второе равенство, имеющее весьма важное следствие:

$$V_{\tau 2} = V_{\tau 1} = V_{\tau} = V_1 \cos \beta, \quad (4.54)$$

т. е. при прохождении через скачок тангенциальная составляющая скорости не изменяется.

Поскольку толщина скачка бесконечно мала, то и время перехода частиц газа через скачок также бесконечно мало. Поэтому внешняя механическая работа и внешнее тепло, если даже они не равны нулю, не оказывают влияния на процессы внутри скачка, так как они бесконечно малы, в то время как параметры потока на входе и выходе отличаются на конечную величину. Следовательно, течение газа при переходе поверхности разрыва можно считать энергоизолированным, и в качестве уравнения энергии следует использовать одно из уравнений Бернулли, например, (4.16):

$$\frac{V_1^2}{2} + \frac{\gamma}{\gamma-1} RT_1 = \frac{V_2^2}{2} + \frac{\gamma}{\gamma-1} RT_2. \quad (4.55)$$

Учитывая, что $V_1^2 = V_{n1}^2 + V_{\tau 1}^2$; $V_2^2 = V_{n2}^2 + V_{\tau 2}^2$; $V_{\tau 1} = V_{\tau 2} = V_{\tau}$, это уравнение можно преобразовать к виду:

$$\frac{V_{n1}^2}{2} + \frac{\gamma}{\gamma-1} RT_1 = \frac{V_{n2}^2}{2} + \frac{\gamma}{\gamma-1} RT_2. \quad (4.56)$$

Уравнения (4.52), (4.53), (4.56) совместно с уравнением состояния $p = \rho RT$ составляют систему из четырех уравнений, позволяющих определить четыре газодинамические переменные за скачком уплотнения (V_{n2} , ρ_2 , p_2 , T_2) и все связанные с ними величины (V_2 , M_2 , ρ_{02} , p_{02} , T_{02} , θ). Кроме того, эти уравнения позволяют выразить любую газодинамическую переменную за скачком через соответствующий параметр перед скачком, угол наклона скачка β и число M набегающего потока.

Связь нормальных скоростей до и после скачка уплотнения можно получить, разделив уравнение (4.53) на секундную массу m_c , определяемую равенством (4.52):

$$\frac{p_2}{\rho_2 V_{n2}} - \frac{p_1}{\rho_1 V_{n1}} = V_{n1} - V_{n2},$$

и выразив отношения p_2/ρ_2 и p_1/ρ_1 из уравнения Бернулли (4.56) и соотношений (4.19). После некоторых преобразований получим искомую связь:

$$V_{n1} V_{n2} = a_*^2 - \frac{\gamma-1}{\gamma+1} V_{\tau}^2. \quad (4.57)$$

Зная V_{n2} , можно определить скорость за скачком:

$$V_2 = \sqrt{V_{n2}^2 + V_{\tau 2}^2}. \quad (4.58)$$

В случае прямого скачка $V_\tau = 0$, $V_{n1} = V_1$, $V_{n2} = V_2$ и вместо соотношения (4.57) имеем $V_1 V_2 = a_*^2$ или в безразмерном виде

$$\lambda_1 \lambda_2 = 1. \quad (4.59)$$

Кинематическое соотношение (4.59) позволяет произвести следующий анализ. Если $\lambda_1 > 1$, то $\lambda_2 < 1$. Возможно математически и другое соотношение: при $\lambda_1 < 1$ должно быть $\lambda_2 > 1$. Однако второе соотношение не реализуется, так как оно отвечает возрастанию скорости и падению давления, т. е. скачку разрежения, существование которого в энергоизолированном потоке невозможно. Из этого следуют два вывода: 1) скачки уплотнения могут возникать только в сверхзвуковых потоках; 2) в прямом скачке уплотнения сверхзвуковое течение переходит в дозвуковое. Однако за косым скачком уплотнения при малых β поток может остаться сверхзвуковым вследствие большого значения касательной составляющей скорости V_τ , не изменяющейся при переходе через скачок.

Соотношение плотностей найдем из уравнения неразрывности (4.52), и используя соотношения (4.50), (4.57) и связь между λ и M (4.47):

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{V_{n1}}{V_{n2}} = \frac{\frac{\gamma+1}{2}(M_1 \sin \beta)^2}{1 + \frac{\gamma-1}{2}(M_1 \sin \beta)^2}. \quad (4.57)$$

Скачок уплотнения характеризуется интенсивностью и коэффициентом восстановления полного давления (давления торможения). Интенсивность скачка уплотнения — это степень повышения статического давления после скачка уплотнения, которая определяется отношением статических давлений после p_2 и до p_1 скачка уплотнения. Для определения этого отношения p_2/p_1 воспользуемся равенствами (4.53), (4.52) и (4.50). После преобразований получим:

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{2\gamma}{\gamma+1} (M_1 \sin \beta)^2 - \frac{\gamma-1}{\gamma+1}. \quad (4.58)$$

Интенсивность скачка в идеальном газе постоянна, однако, в реальном газе под действием вязкости интенсивность по мере удаления от тела ослабевает и скачок уплотнения плавно переходит в характеристику (линию слабого возмущения).

Коэффициент восстановления полного давления — это показатель потери (уменьшения) полного давления при прохождении газа через

скачок уплотнения. Он определяется как отношение полных давлений после p_{02} и до p_{01} скачка уплотнения:

$$\sigma = \frac{p_{02}}{p_{01}} = \frac{\rho_{02}}{\rho_{01}}. \quad (4.59)$$

Коэффициент восстановления полного давления всегда меньше единицы и является количественной характеристикой потерь механической энергии из-за необратимого перехода части кинетической энергии на скачке в тепло. Приведем (без вывода) выражение для подсчета коэффициента восстановления давления:

$$\sigma = \left(\frac{2\gamma}{\gamma+1} M_1^2 \sin^2 \beta - \frac{\gamma-1}{\gamma+1} \right)^{\frac{1}{1-\gamma}} \left(\frac{2\gamma}{\gamma+1} \frac{1}{M_1^2 \sin^2 \beta} + \frac{\gamma-1}{\gamma+1} \right)^{\frac{\gamma}{1-\gamma}}. \quad (4.60)$$

Температура газа за скачком уплотнения определяется из уравнения состояния:

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{p_2}{p_1} \frac{\rho_1}{\rho_2}. \quad (4.61)$$

С учетом (4.61) можно определить число Маха за скачком:

$$M_2 = \frac{V_2}{a_2} = \frac{V_2}{\sqrt{\gamma R T_2}}. \quad (4.61)$$

В силу адиабатичности процесса полная энергия газа в струйке при переходе через скачок уплотнения, как уже отмечалось, не изменяется и, следовательно,

$$T_{02} = T_{01}. \quad (4.62)$$

Угол поворота потока можно определить из соотношения:

$$V_{n2} = V_2 \sin(\beta - \theta). \quad (4.63)$$

Связь между давлением торможения за скачком уплотнения и статическим давлением набегающего потока определяется формулой Релея:

$$\frac{p_{02}}{p_1} = \frac{\left(\frac{\gamma-1}{2} M_1^2 \right)^{\gamma/\gamma-1}}{\left(\frac{2\gamma}{\gamma+1} M_1^2 - \frac{\gamma-1}{\gamma+1} \right)^{1/\gamma-1}}, \quad (4.64)$$

которая используется на практике для определения числа M и скорости сверхзвуковых потоков.

Глава 5

ПОГРАНИЧНЫЙ СЛОЙ

5.1. Понятие пограничного слоя

У тел хорошо обтекаемой формы основной причиной возникновения лобового сопротивления являются силы внутреннего трения. Явление внутреннего трения (или иначе явление вязкости) связано с возникновением сил трения между двумя слоями жидкости или газа, перемещающимися параллельно друг другу с различными скоростями. Из физики известно, что причиной внутреннего трения является перенос молекулами количества движения из одного слоя газа в другой.

Силы внутреннего трения проявляются в весьма тонком слое воздуха (жидкости), непосредственно прилегающем к поверхности обтекаемого тела. Величина сил трения зависит от характера течения в этом тонком слое и от тех физических процессов, которые в нем происходят.

Проблемой сопротивления трения в жидкостях и газах занимались многие ученые еще до возникновения аэродинамики. Роль трения в вопросах воздухоплавания впервые была выявлена великим русским ученым Д. И. Менделеевым, который посвятил изучению трения среды о поверхность тела ряд теоретических и экспериментальных работ. В классической монографии "О сопротивлении жидкостей и о воздухоплавании" (1880 г.) Д. И. Менделеевым были даны критический анализ существовавших до него теорий сопротивления среды и обобщение огромного, но разрозненного и во многом противоречивого опытного материала по сопротивлению трения. В результате Д. И. Менделеевым была высказана мысль о том, что силы внутреннего трения жидкости проявляются не во всей среде, а лишь в слое, прилегающем к поверхности движущегося тела, где скорость течения резко изменяется по нормали к поверхности. Дальнейшее развитие этой идеи привело к созданию современной теории пограничного слоя, которая является основой для расчета сопротивления трения удобообтекаемых тел.

Большой вклад в разработку теории пограничного слоя был сделан Л. Прандтлем (1904 г.). В частности, им был предложен метод упрощения уравнений Навье—Стокса, в основе которого лежало предположение о том, что жидкость является маловязкой, а скорость ее движения большой. Иными словами, все исследования проводились для случая большой значений числа Рейнольдса $Re = VL/v$. Этим обуславливается практическое значение теории пограничного слоя в вопросах авиации.

Рассмотрим обтекание вязкой жидкостью плоской пластинки, расположенной вдоль потока, набегающего на пластинку со скоростью

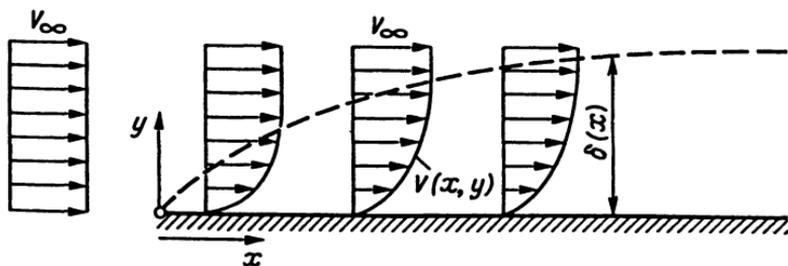


Рис. 5.1. Схема образования пограничного слоя на плоской пластине, обтекаемой в продольном направлении

V_∞ (рис. 5.1). Вследствие трения частицы жидкости, проходящие весьма близко от поверхности, будут тормозиться. Если измерить скорость в различных точках некоторого сечения, перпендикулярного к пластине, то можно обнаружить, что вдали от пластины скорость равна скорости набегающего потока V_∞ , а начиная с некоторой точки, расположенной весьма близко от поверхности, скорость по мере приближения к пластине уменьшается и на самой поверхности она стремится к нулю. Здесь вязкая среда как бы "прилипает" к поверхности обтекаемого тела. Толщина заторможенного вследствие внутреннего трения слоя, которую будем обозначать через δ и называть *толщиной пограничного слоя*, постепенно возрастает по мере удаления от передней кромки пластины, так как количество заторможенной жидкости увеличивается по мере приближения к задней кромке пластины.

Таким образом, при обтекании пластины реальной жидкостью на поверхности пластины образуется тонкий (по сравнению с длиной пластины) слой, в котором скорости изменяются из-за вязкости, от нуля на самой поверхности до значения скорости набегающего потока. Этот тонкий непосредственно прилегающий к поверхности пластины слой называется *пограничным слоем*. В нем инерционные и вязкие силы имеют один и тот же порядок. Очевидно, что пограничный слой тем тоньше, чем меньше кинематическая вязкость среды.

Границей слоя является воображаемая поверхность, на которой скорость частиц пограничного слоя пластины становится равной скорости набегающего потока. Реально эта граница не существует, так как скорость частиц пограничного слоя по мере удаления от поверхности пластины приближается к скорости потока асимптотически. Условно толщиной пограничного слоя принято считать такую толщину δ , при которой скорость в слое отличается от скорости вне слоя, в данном сечении, на 1%.

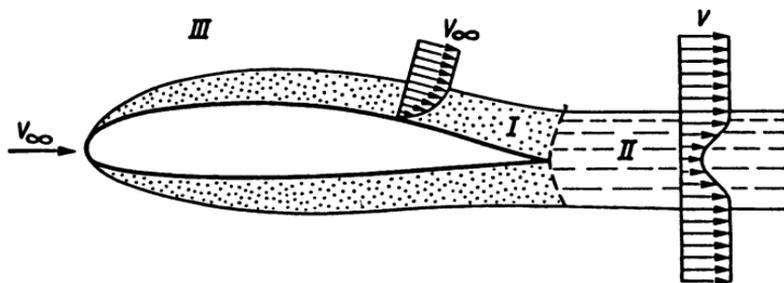


Рис. 5.2. Схема обтекания крыла потоком вязкой жидкости:

I — область пограничного слоя ($\mu \neq 0$); *II* — область следа, т. е. область стекающего с крыла пограничного слоя ($\mu \neq 0$); *III* — область внешнего (потенциального) обтекания ($\mu = 0$)

Пограничный слой возникает на поверхности любого тела, обтекаемого потоком, например, на крыле самолета (рис. 5.2). Во внешнем потоке, окружающем пограничный слой, скорость изменяется при удалении от поверхности тела чрезвычайно медленно, силы внутреннего трения здесь при малых значениях v пренебрежимо малы, и следовательно, можно считать, что в этой области движение подчиняется законам течения идеальной жидкости.

Основываясь на этих соображениях, можно при изучении обтекания тел маловязкой жидкостью представить себе пространство, занятое потоком, разграниченным на три области, как показано на рис. 5.2. Область *I* занимает тонкий пограничный слой. Внутри пограничного слоя движение характеризуется быстрым изменением скорости по нормали к поверхности тела и поэтому здесь следует учитывать силы трения.

Частицы пограничного слоя, пройдя вдоль поверхности тела, уносятся потоком в область, находящуюся за телом. Они сохраняют на себе следы пребывания в пограничном слое. Это выражается в том, что скорости этих частиц меньше скоростей в окружающей среде (см. рис. 5.2). Заторможенные частицы за телом заполняют полосу, которая, теоретически говоря, тянется до бесконечности. Это — область *II*, она называется следом. В этой области могут быть и отдельные вихри, образующиеся в случае неудобообтекаемых тел в результате отрыва пограничного слоя. Жидкость здесь следует рассматривать, вообще говоря, как вязкую ввиду наличия больших градиентов скорости.

Все остальное пространство, занятое движущейся средой, составляет область *III*. Осредненное течение в этой области характеризуется отсутствием быстрых изменений скорости в каком бы то ни было направлении и вследствие этого пренебрежимо малыми касательными напряжениями и угловыми скоростями вращения частиц. Поэтому с

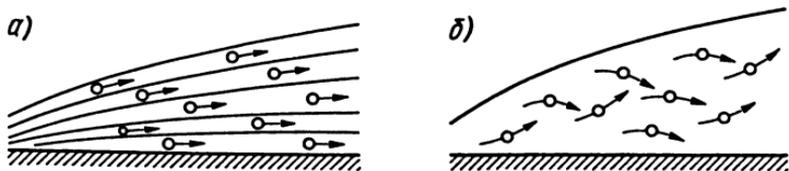


Рис. 5.3. Ламинарный (а) и турбулентный (б) пограничные слои

достаточной для практических расчетов степенью приближения можно в этой области считать жидкость идеальной, а движение — происходящим без вращения частиц, т. е. потенциальным. К этой части потока применимы, следовательно, все законы движения идеальной жидкости. Законы течения вязкой жидкости следует применять, таким образом, не во всем потоке, а лишь в узкой области пограничного слоя и в области течения за телом (в области следа). Этот вывод значительно упрощает дальнейшее решение задачи и является весьма существенным результатом теории пограничного слоя.

При детальном изучении пограничного слоя было обнаружено, что при небольшой скорости набегающего потока жидкость в пограничном слое течет спокойно в виде несмешивающихся слоев. Такой пограничный слой называется *ламинарным* (рис. 5.3, а). Движение в нем упорядочено, слоисто; частицы вращаются лишь вокруг осей, перпендикулярных плоскости потока, все время оставаясь в пределах одного и того же бесконечно тонкого слоя; поперечного перемешивания частиц нет и, следовательно, процессы переноса происходят на молекулярном уровне.

Если скорость набегающего потока велика, то частицы среды движутся сложным неупорядоченным образом, их движение сопровождается интенсивным перемешиванием в поперечном направлении (перпендикулярном направлению потока). Такой пограничный слой называется *турбулентным*. Отдельные частицы в нем описывают сложные криволинейные траектории, не совпадающие с линиями тока осредненного течения (рис. 5.3, б). В турбулентном пограничном слое процессы обмена в отличие от ламинарного слоя происходят на уровне макрочастиц (такой обмен называется *турбулентным*). На рис. 5.4 показаны фотографии пограничного слоя, полученные оптическим (интерференционным) методом. При фотографировании течение было сделано видимым путем подачи в пограничный слой небольшого количества газа, коэффициент преломления которого отличался от коэффициента преломления воздуха.

Строго говоря, турбулентный пограничный слой не является по всей своей толщине полностью турбулентным. В непосредственной

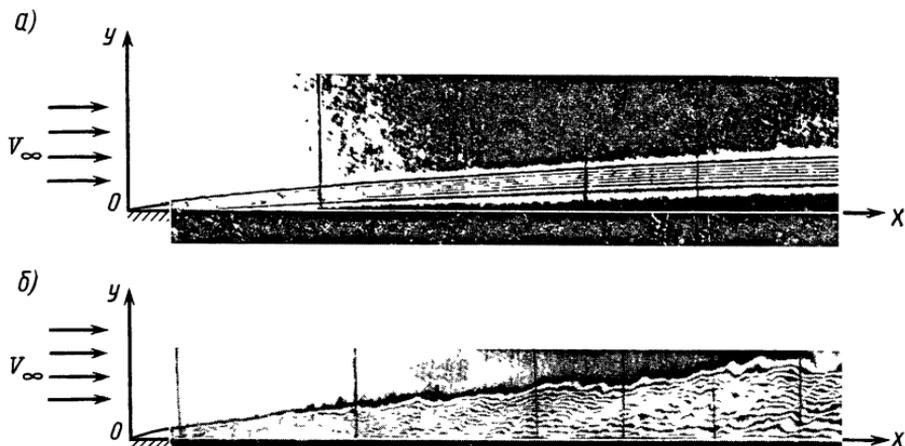


Рис. 5.4. Фотографии потока, обтекающего плоскую пластину, полученные интерференционным методом:

a и *б* — соответственно ламинарный и турбулентный пограничные слои

близости к поверхности тела, где нормальные к потоку пульсации скорости малы, располагается так называемый вязкий подслой, в котором молекулярные процессы обмена преобладают над процессами турбулентного обмена. Толщина вязкого подслоя составляет примерно 1% общей толщины пограничного слоя.

Вследствие энергичного перемешивания профиль скорости в турбулентном пограничном слое имеет более наполненную форму (рис. 5.5) и поэтому более чем ламинарный способен противостоять внешним факторам, например, положительному градиенту давления.

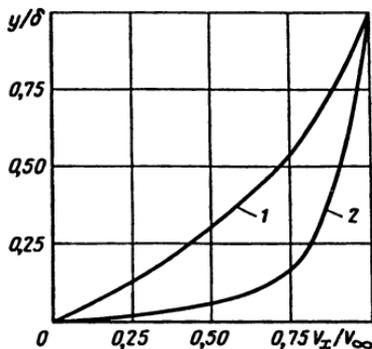


Рис. 5.5. Профили скоростей в пограничном слое в относительных координатах:

1 и *2* — соответственно ламинарный и турбулентный слои

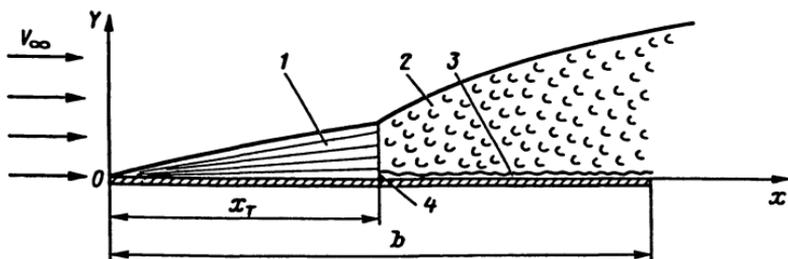


Рис. 5.6. Смешанный пограничный слой на пластине длиной b (расчетная схема):

1 и 2 — соответственно ламинарный и турбулентный слой; 3 — вязкий подслей; 4 — точка перехода (x_T — координата точки перехода)

В большинстве случаев пограничный слой бывает смешанным: у передней части обтекаемого тела образуется ламинарный пограничный слой, переходящий затем в турбулентный. Этот переход ламинарного слоя в турбулентное состояние происходит не внезапно, а на некотором участке. На практике бывает удобно это явление несколько схематизировать и считать, что переход ламинарного слоя в турбулентный происходит внезапно, скачком, в некоторой точке T , являющейся средней точкой перехода ламинарного пограничного слоя в турбулентный или просто точкой перехода (рис. 5.6).

Опыты по исследованию пограничного слоя показали, что положение точки перехода на пластине (координата x_T) зависит от скорости набегающего на пластину потока V_∞ и от кинематической вязкости газа ν . При этом оказалось, что число Re , у которого в качестве линейного размера взята координата точки перехода x_T , является величиной постоянной (точнее меняется в довольно узком диапазоне). Такое число Re , характеризующее переход ламинарного пограничного слоя в турбулентный, называют критическим числом Рейнольдса $Re_{кр}$. Таким образом, экспериментально установлено, что на пластине с острой передней кромкой, обдуваемой обычным потоком воздуха

$$Re_{кр} = \frac{V_\infty x_T}{\nu_\infty} \approx 3,5 \cdot 10^5 \div 10^6. \quad (5.1)$$

Дальнейшие опыты показали, что можно повысить критическое число Рейнольдса, если обеспечить возможно малую возмущенность набегающего течения, т. е. малую степень турбулентности. Под степенью турбулентности ϵ понимается отношение осредненной во вре-

мени амплитуды пульсаций скорости к осредненной скорости потока в рассматриваемой точке.

При изотропной турбулентности

$$\varepsilon = \sqrt{V'^2 / \bar{V}},$$

где V' — пульсация скорости; \bar{V} — осредненная скорость потока.

Влияние степени турбулентности набегающего потока ε на $Re_{кр}$ показано на рис. 5.7.

Если значение $Re_{кр}$ известно, то относительную координату точки перехода можно найти по формуле

$$\bar{x}_T = \frac{x_T}{b} = \frac{Re_{кр}}{Re_\infty}, \quad (5.2)$$

где $Re_\infty = V_\infty b / \nu_\infty$ — число Рейнольдса, подсчитанное по длине b пластины.

В случае наличия каких-либо турбулизирующих факторов в формулу (5.2) необходимо ввести эмпирический коэффициент K_T . Тогда

$$\bar{x}_T = K_T \frac{Re_{кр}}{Re_\infty}, \quad (5.3)$$

где $K_T = 0,4 \div 0,9$ (для надстроек на крыле берутся верхние значения коэффициента, а при обдувке крыла струей от винта — нижние значения).

В общем случае число $Re_{кр}$ для пластины зависит от чисел Re_∞ и M_∞ , шероховатости поверхности, степени турбулентности набегающего потока, теплообмена между воздухом и поверхностью.

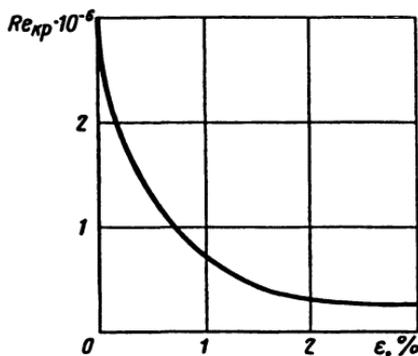


Рис. 5.7. Зависимость $Re_{кр}$ пластины от степени турбулентности набегающего потока

5.2. Профиль скорости и условные толщины пограничного слоя

Для ламинарного пограничного слоя пластины имеется простое приближенное решение, позволяющее определить профиль скорости в пограничном слое $V_x = f(y)$. Представив его в виде полинома второй

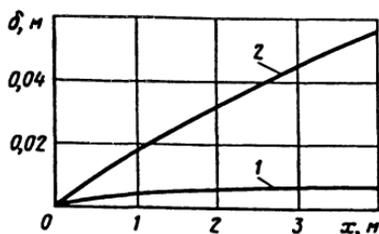


Рис. 5.8. Изменение толщины пограничного слоя по длине пластины при ламинарном 1 и турбулентном 2 пограничных слоях ($Re_{\infty} = 1,4 \cdot 10^7$)

степени $V_x = a + by + cy^2$, можно найти закон распределения скоростей по поперечному сечению в виде

$$\frac{V_x}{V_{\infty}} = \left(2\frac{y}{\delta} - \frac{y^2}{\delta^2} \right).$$

Для турбулентного пограничного слоя профиль скорости получается экспериментально. Он, как отмечалось, имеет более наполненную форму и соответствует закону "одной седьмой"

$$\frac{V_x}{V_{\infty}} = \left(\frac{y}{\delta} \right)^{1/7}. \quad (5.4)$$

Таким образом, в ламинарном слое скорость по нормали изменяется по закону квадратной параболы, в турбулентном — по закону параболы седьмой степени (см. рис. 5.5).

Толщина пограничного слоя при ламинарном течении нарастает вдоль оси пластины пропорционально \sqrt{x} :

$$\frac{\delta_l}{b} = \frac{5}{\sqrt{Re_{\infty}}}, \quad (5.5)$$

а при турбулентном течении — пропорционально $x^{0,8}$, т. е. значительно интенсивнее (рис. 5.8):

$$\frac{\delta_T}{b} = \frac{0,37}{Re_{\infty}^{0,2}}. \quad (5.6)$$

Здесь $Re_{\infty} = V_{\infty} b / \nu_{\infty}$. Это объясняется более энергичным перемешиванием жидкости при турбулентном течении.

Поскольку пограничный слой достаточно тонок, линии тока в нем очень слабо наклонены относительно обтекаемой стенки и поэтому составляющие скорости по нормали к стенке, а, следовательно, и ко-

личество движения в этом направлении, весьма малы. В связи с этим с достаточной степенью точности можно считать, что изменение давления поперек пограничного слоя ничтожно мало, т. е. $dp/dy \approx 0$. Это условие хорошо подтверждается экспериментом.

Во многих случаях вместо толщины пограничного слоя в расчетах применяют условные толщины пограничного слоя. Чаще используются две условные толщины: δ^* — толщина вытеснения (толщина вытесненной массы); δ^{**} — толщина потери импульса.

Рассмотрим толщину вытеснения. Из характера распределения скорости в пограничном слое (см. рис. 5.5) следует, что в пограничном слое из-за вязкости среды протекает меньшая масса по сравнению с идеальной жидкостью (т. е. по сравнению с тем случаем, если бы пограничный слой отсутствовал). Мерой уменьшения расхода и служит толщина вытеснения.

Толщина вытеснения — это расстояние по нормали к обтекаемой поверхности, которое определяет смещение линий тока вследствие вытесняющего действия пограничного слоя. Исходя из физического содержания δ^* , можно дать ей еще такое определение. Толщиной вытеснения называется толщина такого условного слоя, в котором скорость будет равна нулю, если в остальном потоке все скорости привести к скорости на границе слоя V_e , сохраняя при этом расход в данном сечении пограничного слоя тем же самым. Эта толщина определяется посредством соотношения

$$\rho_e V_e \delta^* = \int_0^{\delta} (\rho_e V_e - \rho_x V_x) dy, \quad (5.7)$$

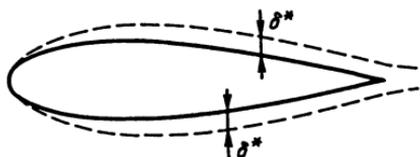
откуда

$$\delta^* = \int_0^{\delta} \left(1 - \frac{\rho_x V_x}{\rho_e V_e} \right) dy, \quad (5.8)$$

где ρ_e , V_e — параметры на внешней границе пограничного слоя, которые могут отличаться от параметров набегающего потока ρ_∞ , V_∞ , если обтекаемое тело не является пластиной (т. е. имеет кривизну, как например, профиль крыла).

Вводя в рассмотрение толщину вытеснения, условно весь поток можно представить следующим образом: вблизи стенки в слое толщиной δ^* течение отсутствует ($V = 0$), зато во всем остальном потоке скорости распределены равномерно по сечению. Удобство такого представления заключается в том, что, определив толщину вытеснения δ^* , можно сместить на эту величину контур обтекаемого тела и рассматривать обтекание этого нового более толстого тела потоком уже не вязкой, а идеальной жидкости (рис. 5.9). Другими словами, пограничный слой посредством толщины вытеснения изменяет форму

Рис. 5.9. Влияние толщины вытеснения на форму обтекаемого тела



исходного тела, что приводит к изменению распределения давления по его поверхности.

Такое обратное влияние пограничного слоя на внешнее обтекание называется вязким взаимодействием. Вязкое взаимодействие, как второй основной фактор, наряду с уравнением Бернулли будет нами широко использоваться в объяснении обтекания тел.

Толщина вытеснения значительно меньше толщины пограничного слоя. Так, в случае обтекания пластины несжимаемым газом она составляет около 37% от $\delta_{л}$ (при ламинарном слое) и около 13% от $\delta_{т}$ (при турбулентном слое). С приемлемой точностью толщину вытеснения можно рассчитать по следующим простым формулам (плоская пластина, $M \approx 0$):

$$\text{при ламинарном слое } \delta^* = \frac{1,72x}{\sqrt{Re_x}}; \quad (5.9)$$

$$\text{при турбулентном слое } \delta^* = \frac{0,046x}{\sqrt[5]{Re_x}}, \quad (5.10)$$

где Re_x — число Рейнольдса, подсчитанное по текущей координате x , отсчитываемой от передней кромки пластины (см. рис. 5.1); $Re = V_{\infty}x/\nu_{\infty}$.

Рассмотрим толщину потери импульса. В пограничном слое, помимо уменьшения расхода, масса жидкости теряет также определенное количество движения. Для оценки этих потерь вводится толщина потери импульса δ^{**} .

Толщина потери импульса характеризует уменьшение количества движения массы газа, протекающей через рассматриваемое сечение пограничного слоя, вследствие действия сил внутреннего трения. Эта толщина определяется в результате рассмотрения баланса количества движения в пограничном слое:

$$\rho_e V_e^2 \delta^{**} = \int_0^{\delta} \rho_x V_x (V_e - V_x) dy, \quad (5.11)$$

откуда

$$\delta^{**} = \int_0^{\delta} \frac{\rho_x V_x}{\rho_e V_e} \left(1 - \frac{V_x}{V_e}\right) dy, \quad (5.12)$$

где индекс e обозначает параметры потока на внешней границе пограничного слоя.

В случае плоской пластины толщину потери импульса можно рассчитать по следующим эмпирическим формулам ($M \approx 0$):

$$\text{при ламинарном слое } \delta^{**} = \frac{0,664x}{\sqrt{Re_x}}; \quad (5.13)$$

$$\text{при турбулентном слое } \delta^{**} = \frac{0,036x}{\sqrt[5]{Re_x}}. \quad (5.14)$$

Заметим, что в ламинарном пограничном слое условные толщины находятся в таком соотношении:

$$\delta^{**} \approx 0,4\delta^* \approx 0,12\delta, \quad (5.15)$$

а в турбулентном

$$\delta^{**} \approx (0,7 \div 0,8)\delta^* \approx (0,09 \div 0,10)\delta, \quad (5.16)$$

$$\text{при этом величина } H = \frac{\delta^*}{\delta} = 1,3 \div 1,4 \quad (5.17)$$

называется *формпараметром пограничного слоя*.

Условные толщины используются в интегральном соотношении при расчетах турбулентного пограничного слоя, при расчете пограничного слоя с продольным градиентом давления и при решении специальных задач.

5.3. Сопротивление трения плоской пластины

Одной из важных задач аэродинамики является задача определения сопротивления трения, которое составляет существенную долю (до 50%) общего сопротивления самолета.

Рассмотрим сопротивление трения простейшего тела — плоской пластины, поскольку многие части самолета (например, крыло) можно рассматривать при расчете сопротивления трения именно как пластину, вводя затем корректирующий коэффициент, учитывающий кривизну поверхности.

Влияние вязкости в теории пограничного слоя учитывается на основании закона трения Ньютона для местного напряжения трения:

$$\tau = \mu \frac{\partial V_x}{\partial y}, \quad (5.18)$$

где μ — динамическая вязкость газа; $\frac{\partial V_x}{\partial y}$ — градиент скорости по нормали к поверхности тела.

Поэтому касательные напряжения, возникающие на поверхности тела, будут определяться формулой:

$$\tau_w = \mu \left(\frac{\partial V_x}{\partial y} \right)_w, \quad (5.19)$$

(индекс "w" обозначает величины у поверхности тела).

Динамическая вязкость μ зависит от природы жидкости. Она мала для так называемых маловязких жидкостей — воды, спирта, воздуха (например, для воздуха при 0°C $\mu = 16,8 \cdot 10^{-6}$ кг/м·с). Величина μ представляет собой физическую характеристику жидкости, сильно зависящую от температуры.

$$\text{Для воздуха } \mu = 1,79 \cdot 10^{-5} \left(\frac{T}{288} \right)^{0,76}.$$

Равенство (5.19) можно рассматривать как определение динамической вязкости. И хотя величина μ мала, значения градиента скорости могут достигать очень больших значений, и поэтому напряжение трения на поверхности тела τ_w весьма существенно.

Напряжение трения на поверхности обтекаемого тела зависит от толщины пограничного слоя. В окрестности носка тела толщина пограничного слоя мала, а градиент скорости по нормали к поверхности стремится к бесконечности, что согласно формуле (5.19) приводит к такому же росту и напряжения трения. По мере роста толщины пограничного слоя вдоль поверхности градиент скорости уменьшается, что приводит к уменьшению местного напряжения трения (рис. 5.10).

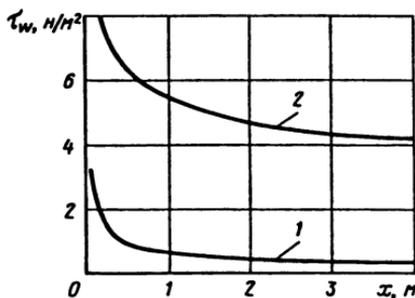
Напряжение трения на поверхности продольно обтекаемой пластины можно определить по следующим формулам:

для ламинарного пограничного слоя (формула или закон сопротивления Блазиуса)

$$\tau_{wл} = \frac{0,664 q_\infty}{\sqrt{Re_x}}; \quad (5.20)$$

Рис. 5.10. Изменение местного напряжения трения на стенке по длине пластины при ламинарном 1 и турбулентном 2 пограничных слоях

$$(Re_{\infty} = 1,4 \cdot 10^7)$$



для турбулентного пограничного слоя

$$\tau_{wT} = \frac{0,0592 q_{\infty}}{\sqrt[5]{Re_x}}, \quad (5.21)$$

где q_{∞} — скоростной напор; $q_{\infty} = \frac{1}{2} \rho_{\infty} V_{\infty}^2$.

Из этих соотношений видно, что местное напряжение трения на пластине убывает при ламинарном пограничном слое пропорционально $1/x^{0,5}$, а при турбулентном — пропорционально $1/x^{0,2}$, т. е. медленнее. При одинаковых числах Re_{∞} местное напряжение трения при турбулентном течении существенно превосходит (в 10—15 раз и более в зависимости от числа Re_{∞}) напряжение трения при ламинарном течении (см. рис. 5.10). Физически это объясняется тем, что профиль турбулентного пограничного слоя будучи более наполненным (см. рис. 5.5) имеет большую производную скорости $(\partial V_x / \partial y)_w$ на стенке.

Существенное превосходство турбулентного сопротивления над ламинарным объясняет стремление как можно дольше (на большей длине тела) сохранить ламинарный режим течения при обтекании различных тел (профилей, фюзеляжей самолетов), так как данным способом можно уменьшить их сопротивление и увеличить скорость движения (при данной тяге).

Зная напряжения трения на поверхности, можно определить суммарную силу сопротивления трения пластины (смоченной с одной стороны)

$$X_w = l \int_0^b \tau_w(x) dx, \quad (5.22)$$

где l — ширина пластины.

Отнеся силу X_w к скоростному напору q_∞ и характерной площади $S = bl$, получим суммарный коэффициент сопротивления трения пластины (смоченной с одной стороны)

$$c_F = \frac{X_w}{\frac{\rho_\infty V_\infty^2}{2} S} \quad (5.23)$$

Он может быть рассчитан по следующим эмпирическим зависимостям:

для ламинарного пограничного слоя (формула или закон сопротивления Блазиуса)

$$c_{Fл} = \frac{1,328}{\sqrt{Re_\infty}}; \quad (5.24)$$

для турбулентного пограничного слоя (формула или закон сопротивления Прандтля)

$$c_{Fт} = \frac{0,074}{\sqrt[5]{Re_\infty}} \quad (5.25)$$

Формула (5.25) справедлива при $Re_\infty < 10^7$. В более широком диапазоне чисел Рейнольдса используется также универсальная формула Прандтля—Шлихтинга:

$$c_{Fт} = \frac{0,455}{(\lg Re_\infty)^{2,58}}, \quad (5.26)$$

справедливая при $2,5 \cdot 10^5 < Re_\infty < 10^9$.

Приведенные формулы (5.25) и (5.26) получены при условии, что пограничный слой турбулентен, начиная от передней кромки пластины. Однако в действительности пограничный слой вблизи передней кромки пластины остается ламинарным и становится турбулентным только на некотором расстоянии от передней кромки. Положение точки перехода определяется критическим числом Рейнольдса $Re_{кр} = V_\infty x_T / \nu_\infty$, которое зависит от степени турбулентности внешнего течения (см. рис. 5.7).

В случае смешанного пограничного слоя наличие ламинарного участка на передней части пластины уменьшает ее общее сопротивление. Для упрощения анализа можно сделать предположение, что турбулентный пограничный слой позади точки перехода такой же, как если бы он был турбулентным, начиная от передней кромки пластины. Тогда, вычтя из турбулентного сопротивления всей пластины турбулентное сопротивление ее участка от передней кромки ($x = 0$) до точки перехода ($x = x_T$) и прибавив к полученной разности ламинар-

ное сопротивление этого же участка (от $x = 0$ до $x = x_T$), получим требуемую силу сопротивления трения.

Перейдя к коэффициентам, получим следующую формулу для коэффициента сопротивления трения пластины при смешанном пограничном слое:

$$c_{F_{см}} = c_{F_T} - (c_{F_{Tx}} - c_{F_{Лx}})\bar{x}_T = c_{F_T} - (c_{F_{Tx}} - c_{F_{Лx}})\frac{Re_{кр}}{Re_{\infty}}, \quad (5.27)$$

где c_{F_T} — коэффициент сопротивления трения всей пластины при турбулентном пограничном слое; $c_{F_{Tx}}$ и $c_{F_{Лx}}$ — коэффициенты сопротивления трения соответственно для турбулентного и ламинарного течений при критическом числе Рейнольдса $Re_{кр} = V_{\infty}x_T/\nu_{\infty}$.

Если в выражении (5.27) обозначить

$$B = Re_{кр}(c_{F_{Tx}} - c_{F_{Лx}}), \quad (5.28)$$

то постоянная B будет определяться положением точки перехода $Re_{кр}$ ламинарной формы течения в турбулентную.

Таким образом, суммарный коэффициент сопротивления трения пластины с учетом существования ламинарного участка течения в передней части пластины

$$c_{F_{см}} = \frac{0,074}{\sqrt{Re_{\infty}}} - \frac{B}{Re_{\infty}}. \quad (5.29)$$

Эта формула справедлива в области чисел Рейнольдса $5 \cdot 10^5 < Re_{\infty} < 10^7$. Постоянную $B = f(Re_{кр})$ можно определить, используя формулы Блазиуса (5.24) и Прандтля (5.25) (рис. 5.11).

Сжимаемость воздуха (число M_{∞} полета) влияет на пограничный слой таким образом, что толщина его δ увеличивается, а коэффициент сопротивления c_F соответственно уменьшается независимо от структуры пограничного слоя (ламинарный, турбулентный), но для турбулентного слоя это уменьшение более существенно. Изменение коэффициента сопротивления трения в зависимости от числа M_{∞} можно оценить с помощью следующих формул:

для ламинарного пограничного слоя

$$\frac{c_{F_{сж}}}{c_{F_{нсж}}} = \frac{1}{(1 + 0,1 M_{\infty}^2)^{0,125}}; \quad (5.30)$$

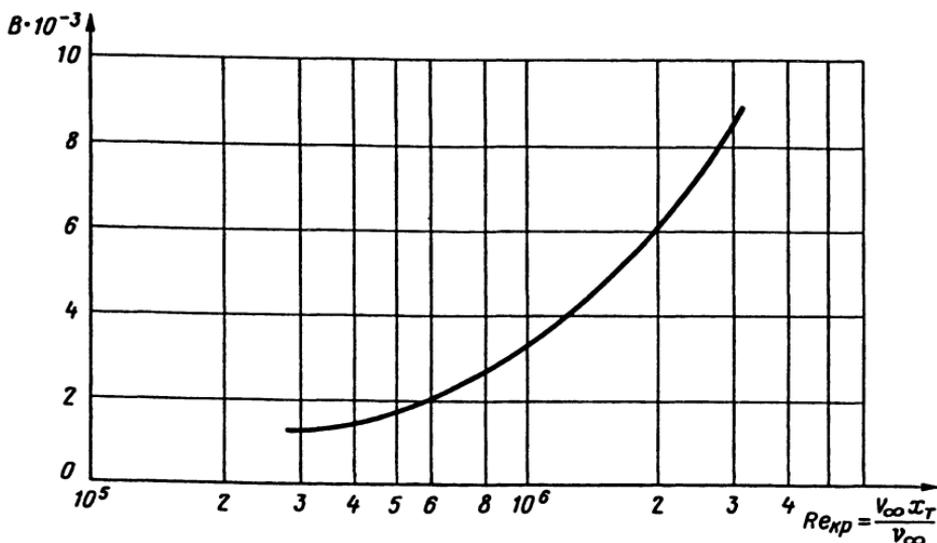


Рис. 5.11. Зависимость поправочного коэффициента B в формуле (5.29) от критического числа Рейнольдса для пластины

для турбулентного пограничного слоя

$$\frac{c_{F_{сж}}}{c_{F_{нсж}}} = \frac{1}{(1 + 0,0667 M_{\infty}^2)^{0,667}}, \quad (5.31)$$

где $c_{F_{сж}}$, $c_{F_{нсж}}$ — коэффициенты сопротивления трения соответственно для сжимаемого и несжимаемого течений.

5.4. Влияние шероховатости поверхности на характеристики пограничного слоя

До сих пор предполагалось, что твердая стенка, вдоль которой движется жидкость, является идеально гладкой. В действительности же поверхность стенки почти всегда в той или иной степени шероховата. Шероховатость поверхности достаточно сильно влияет на основные характеристики пограничного слоя, в частности на точку перехода и сопротивление трения. Этим объясняется особый интерес к этой проблеме в авиационной технике.

Под шероховатостью поверхности обычно понимают совокупность микронеровностей обработанной поверхности, т. е. наличие на ней выступов или впадин, расстояние между которыми того же порядка,

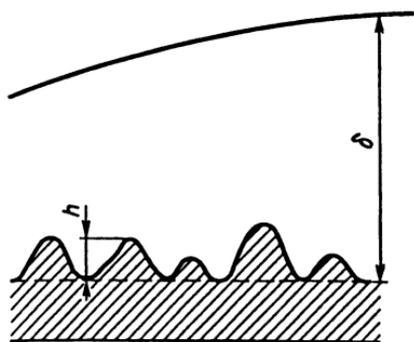


Рис. 5.12. Высота бугорков шероховатости h поверхности

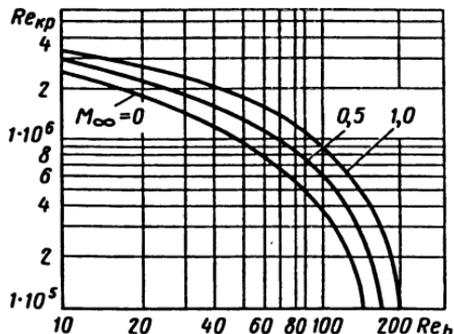


Рис. 5.13. Зависимость $Re_{кр}$ от высоты шероховатости пластины и числа M_{∞}

что и их высота (рис. 5.12). При этом высота h бугорков шероховатости (или просто высота шероховатости) предполагается значительно меньшей, чем толщина пограничного слоя ($h \ll \delta$).

Виды шероховатости очень разнообразны. Наиболее тщательно экспериментально исследовано влияние на пограничный слой цилиндрической (двумерной) шероховатости (например, проволоки, укрепленной на обтекаемой стенке поперек направления течения), точечной (трехмерной) изолированной шероховатости и шероховатости, распределенной по площади. Если бугорки, образующие шероховатость, имеют приблизительно одинаковые размеры и равномерно покрывают поверхность, то такая шероховатость называется равномерно распределенной зернистой шероховатостью (иликратно-зернистой шероховатостью).

Зернистая шероховатость относится к наиболее простому случаю. Для характеристики такой поверхности достаточен один параметр, а именно: отношение средней высоты бугорков шероховатости h к характерному линейному размеру обтекаемой поверхности b (длина пластины, хорда крыла самолета и т. п.). Эта величина $\bar{h} = h/b$ называется относительной шероховатостью поверхности в отличие от величины h , которую называют абсолютной шероховатостью.

Численные значения абсолютной шероховатости некоторых поверхностей следующие, мкм:

Матовые эмали, нанесенные кистью	60...80
То же, пульверизатором	5...8
Анодированная поверхность	6...10
Глянцевые эмали	4...5
Эмалевое покрытие после полирования с применением паст	1 и менее
Стекло	0,2

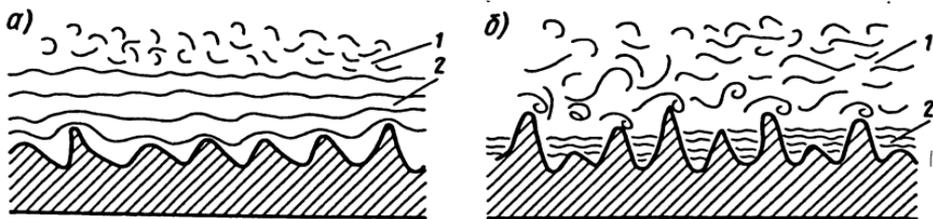


Рис. 5.14. Течение жидкости вдоль поверхности с различной шероховатостью:

1 — турбулентная зона; 2 — вязкий подслой

Иногда при описании шероховатости вводится понятие степени шероховатости. Степень шероховатости поверхности характеризуется относительной шероховатостью: чем больше \bar{h} , тем больше степень шероховатости, и наоборот.

Рассмотрим влияние шероховатости на течение в пограничном слое. В общем случае шероховатость поверхности способствует переходу ламинарной формы течения в турбулентную, т. е. при прочих равных условиях переход на шероховатой стенке наступает при числе Re , меньшем, чем на гладкой стенке. Это связано с тем, что шероховатость, как говорят, турбулизирует пограничный слой, т. е. вызывает в ламинарном течении дополнительные возмущения, которые присоединяются к возмущениям, уже имеющимся вследствие какой-то степени турбулентности внешнего течения. В результате точка перехода (координата x_T) смещается к передней кромке. Величину $Re_{кр}$ в зависимости от средней высоты шероховатости ($h = 6 \div 20$ мкм) можно определить по рис. 5.13, на котором по оси абсцисс отложено число Рейнольдса, вычисленное по высоте бугорков шероховатости: $Re_h = V_\infty h / \nu_\infty$.

Поскольку с увеличением шероховатости ламинарный участок пограничного слоя уменьшается, суммарная сила сопротивления трения увеличивается. При числах $Re_\infty = 10^7$ (большой скоростной самолет) и шероховатости $h = 15 \div 20$ мкм практически весь пограничный слой становится турбулентным. При дальнейшем увеличении шероховатости она не только будет влиять на коэффициент сопротивления c_F благодаря изменению положения точки перехода, но будет его увеличивать и непосредственно. Рассмотрим подробнее с чем это связано.

Если шероховатость достаточно мала, то все бугорки шероховатости погружены в вязкий подслой. Так как течение воздуха в вязком подслое плавное, слоистое, то неровности стенки обтекаются без срывов и без образования на бугорках вихрей (рис. 5.14, а). С увеличением высоты бугорков шероховатости их вершины выходят за пределы вязкого подслоя в турбулентную зону пограничного слоя (рис. 5.14, б).

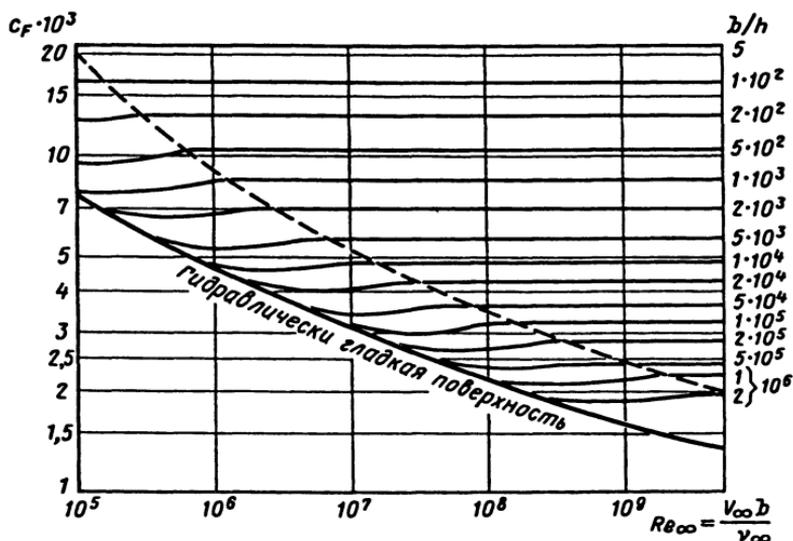


Рис. 5.15. Изменение суммарного коэффициента сопротивления трения пластины в зависимости от относительной шероховатости $\bar{h} = h/b$ и числа Re_∞

При этом происходит срыв потока с бугорков и интенсивное образование вихрей. К сопротивлению трения в пограничном слое прибавляется сопротивление, вызванное разностью давлений на передней и задней частях бугорков. Следует отметить, что увеличение числа Re_∞ приводит (при одной и той же степени шероховатости) к уменьшению толщины вязкого подслоя, а следовательно, к увеличению сопротивления, вызванного шероховатостью.

Экспериментальные данные, позволяющие учесть влияние зернистой шероховатости на суммарный коэффициент сопротивления трения пластины, смоченной с одной стороны, показаны на рис. 5.15. Эксперимент показывает, что если для гидравлически гладкой поверхности при турбулентном пограничном слое коэффициент c_F с увеличением числа Re_∞ уменьшается (нижняя огибающая кривая), то для шероховатой пластины с некоторых значений чисел Re_∞ остается постоянным. Это так называемая область с полным проявлением шероховатости. Граница этой области показана на рисунке штриховой линией. При этом, чем больше степень шероховатости, тем с меньших значений Re_∞ перестает уменьшаться коэффициент c_F .

Таким образом, шероховатость поверхности может значительно (в несколько раз) увеличить сопротивление трения обтекаемых тел.

5.5. Отрыв пограничного слоя

При обтекании плоской пластины, установленной по направлению потока, скорость потока вне пограничного слоя не изменяется; постоянным будет также и давление по длине пластины.

В отличие от плоской пластины на теле конечной толщины, например, на верхней поверхности крыла, в области, где давление уменьшается, действует, как говорят, отрицательный градиент давления $dp/dx < 0$, а там где оно повышается — положительный градиент давления $dp/dx > 0$ (рис. 5.16).

В пограничном слое среда движется под воздействием сил трения и давления. Очевидно, что на участке отрицательного градиента силы давления способствуют течению в пограничном слое. В этом случае, если в начале тела был ламинарный пограничный слой, то он сохраняется, а если турбулентный, то его толщина растет медленнее. На участке положительного градиента давления силы давления направлены против течения в пограничном слое. Если в начале этого участка сохранилось ламинарное течение, то происходит его турбулизация.

Главное же воздействие положительного градиента давления $dp/dx > 0$ сказывается в замедлении течения в пограничном слое, особенно вблизи поверхности. Рассмотрим обтекание криволинейной поверхности (рис. 5.17). Под влиянием ее формы струйки, обтекающие такую поверхность, изменяют свое поперечное сечение. В области наибольшей выпуклости поверхности струйки сильно сжимаются, и скорость течения в них увеличивается. При дальнейшем течении вдоль поверхности происходят расширение струек и уменьшение скорости течения. Вместе со скоростью обтекания изменяется давление вдоль поверхности: до некоторой точки M , соответствующей максимальной скорости обтекания, оно уменьшается, а затем увеличивается.

В части пограничного слоя, расположенной позади зоны минимального давления (позади точки M), частицы воздуха под влиянием

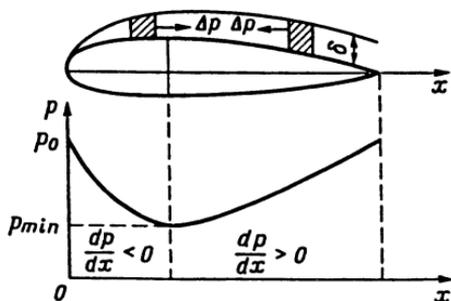


Рис. 5.16. Обтекание потоком криволинейной поверхности

положительного градиента давления имеют тенденцию к перемещению против течения в пограничном слое (см. рис. 5.17).

В верхней части пограничного слоя, где скорость течения велика, разность давлений скажется лишь в том, что частицы воздуха будут несколько притормаживаться, но направление их движения не изменится. Однако в нижней части слоя (в вязком подслое), где скорость движения частиц мала, под влиянием положительной разности давлений может возникнуть обратное движение жидкости (возвратное течение) (см. рис. 5.17).

Это возвратное течение приводит к явлению отрыва пограничного слоя от поверхности обтекаемого тела: движущиеся в различных направлениях массы воздуха в пограничном слое сталкиваются, свертываются, давая начало вихрю, отходят от поверхности и подхватываются набегающим потоком. Таким образом, вихрь (точнее, ядро вихря) образуется из частиц пограничного слоя в результате отрыва слоя и его закручивания.

Плавность обтекания тела нарушается. В кормовой его части образуется целая зона — зона срыва потока, начинающаяся в точке N , обычно называемой точкой отрыва пограничного слоя (на поверхности тела эти точки составляют линию отрыва). Условились считать, что начало отрыва пограничного слоя находится в точке, где $(\partial V_x / \partial y)_{y=0} = 0$. Зона срыва характеризуется очень интенсивным вихревым движением.

Следует обратить внимание, что отрыв пограничного слоя происходит только тогда, когда положительный градиент давления вдоль поверхности превышает определенную для данных условий величину, например, для крыла это реализуется при больших углах атаки.

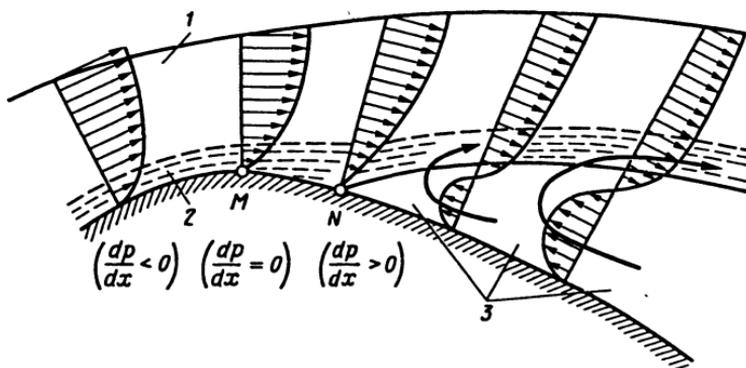


Рис. 5.17. Схема отрыва пограничного слоя на криволинейной поверхности:

1 — пограничный слой; 2 — вязкий подслой; 3 — зона срыва потока

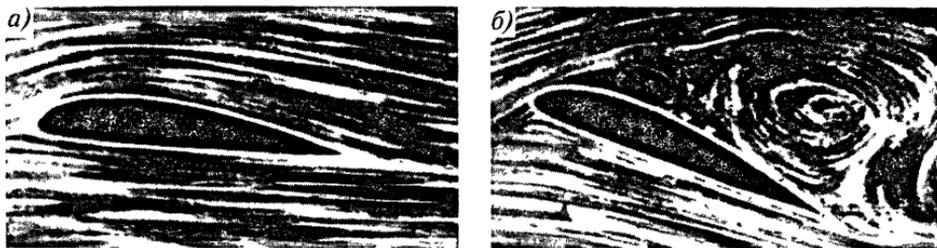


Рис. 5.18. Обтекание профиля крыла при различных углах атаки:

a и *б* — соответственно без отрыва и с отрывом пограничного слоя

Явление отрыва пограничного слоя принципиально изменяет всю картину обтекания тел. Срыв потока и вызванное им вихревое движение жидкости не только увеличивают сопротивление трения, но и влияют на распределение давления по поверхности обтекаемого тела.

Отметим, что ламинарный пограничный слой отрывается с большей легкостью, чем турбулентный.

Отрыв пограничного слоя играет важную роль также при возникновении подъемной силы крыла. При небольших углах атаки (например до 10°) обтекание обеих сторон крыла происходит без отрыва (рис. 5.18, *a*; при фотографировании течение было сделано видимым посредством алюминиевых блесков, насыпанных на поверхность воды). Такое обтекание создает достаточно большую подъемную силу при малом лобовом сопротивлении. При увеличении угла атаки возрастает положительный градиент давления и возникает опасность отрыва пограничного слоя на подсосывающей (верхней) стороне профиля. При некотором определенном угле атаки, равном приблизительно 15° , отрыв обязательно наступает, причем точка отрыва лежит немного позади носика профиля. Между оторвавшимся течением и поверхностью крыла образует-

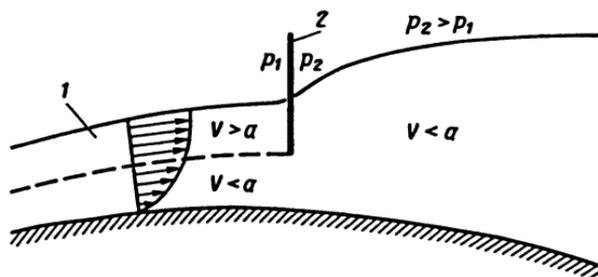


Рис. 5.19. Взаимодействие скачка уплотнения 2 с пограничным слоем 1

ся большая зона срыва, заполненная вихрями (рис. 5.18, б). В результате течение, которое до возникновения отрыва давало очень незначительное лобовое сопротивление, дает теперь весьма большое лобовое сопротивление. Начало отрыва течения совпадает примерно с достижением подъемной силой крыла своего наибольшего значения.

Сильный положительный градиент давления может возникнуть при взаимодействии скачка уплотнения с пограничным слоем, что бывает при околосвуковых скоростях полета (рис. 5.19). Это объясняется повышением давления за скачком уплотнения. При малой интенсивности скачка, хотя условные толщины пограничного слоя возрастают, отрыва может не быть. При больших интенсивностях скачка возникает отрыв потока сразу же за скачком уплотнения.

5.6. Парадокс Даламбера—Эйлера

Использование модели идеальной жидкости в расчетах обтекания тел привело к парадоксальному результату — отсутствию лобового сопротивления (даже у так называемых неудобнообтекаемых тел, таких, как цилиндр). Этот вывод, не соответствующий действительности, носит название парадокса Даламбера—Эйлера, по имени ученых, установивших его еще в 18 в. При этом учет силы трения дает заниженное сопротивление тел по сравнению с реальным. Теоретическое объяснение этого парадокса стало возможно только с развитием теории пограничного слоя.

На рис. 5.20 показаны линии тока при обтекании очень длинного ("бесконечного") цилиндра идеальной жидкостью. Не обладая вязкостью, идеальная жидкость свободно скользит по поверхности тела, полностью обтекая его. Вследствие такого обтекания картина линий тока оказывается совершенно симметричной относительно прямых, проходящих как через точки *A* и *B*, так и через точки *C* и *D*. Поэтому давление вблизи точек *A* и *B* будет одинаково (давление торможения p_0); точно так же давление вблизи точек *C* и *D* тоже будет одинаково (и меньше, чем в невоздушном потоке, так как скорость вблизи этих точек больше). Следовательно, результирующая сила давления на поверхность цилиндра (которая при отсутствии вязкости могла бы обусловить лобовое сопротивление), очевидно, будет равна нулю. Такой же результат получается и для тел другой формы.

Рассмотрим более подробно обтекание верхней поверхности профиля крыла (рис. 5.21). При движении идеальной среды от критической точки *A* вдоль поверхности из-за вытесняющего действия профиля уменьшаются площади поперечных сечений струек и согласно уравнению неразрывности увеличивается скорость среды. Увеличение скорости согласно уравнению Бернулли приводит к падению давления

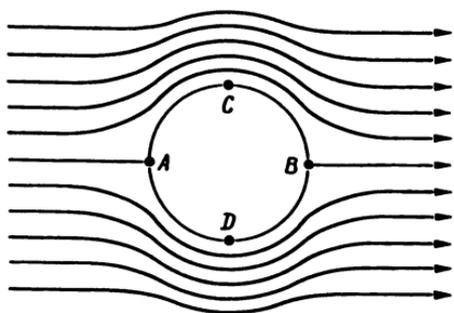


Рис. 5.20. Схема обтекания цилиндра идеальной жидкостью

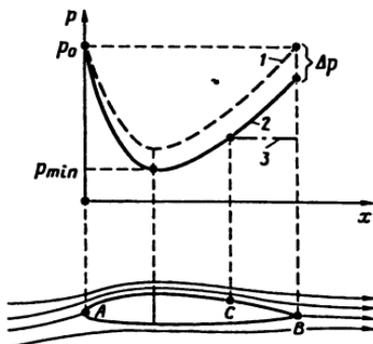


Рис. 5.21. Схема обтекания верхней поверхности профиля крыла:

1 и 2 — соответственно идеальная и вязкая жидкости; 3 — отрыв потока

и появлению минимума давления в окрестности максимальной толщины профиля. За максимальной толщиной площади поперечных сечений струек возрастают, скорость среды уменьшается, а давление увеличивается. В конце профиля давление должно достичь своего исходного значения: $p_B = p_A = p_0$ (пунктирная линия на рис. 5.21).

Таким образом, при обтекании идеальной жидкостью на профиле должны быть две критические точки *A* и *B*. Тогда согласно рис. 5.21 каждой точке поверхности профиля до максимальной толщины соответствует точка после нее с аналогичным по величине давлением. Это приводит в конечном итоге (как уже говорилось выше при рассмотрении обтекания цилиндра) к уравниванию действия давления и отсутствию лобового сопротивления. Такая же картина получается и на нижней поверхности.

Совсем другая картина обтекания происходит в реальной вязкой среде. За счет вязкого взаимодействия происходит как бы утолщение конца профиля (рис. 5.22). При этом скорость на конце профиля отлична от

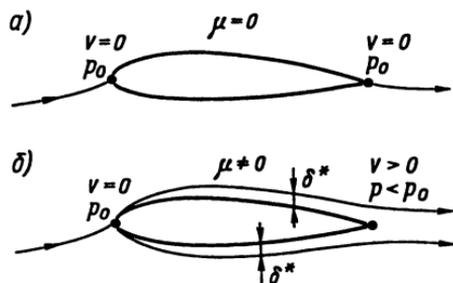


Рис. 5.22. Вязкое взаимодействие пограничного слоя с внешним потоком:

a и *б* — соответственно идеальная и вязкая жидкости

нуля и давление не достигает значения p_0 , т. е. не реализуется задняя критическая точка (сплошная линия на рис. 5.21). Потерянное давление Δp не уравнивает давление, действующее на переднюю часть профиля. Это вызывает появление, помимо силы сопротивления трения, силы, называемой сопротивлением давления. Таким образом, сопротивлением давления (или сопротивлением формы) называется разность сил давления, действующих на переднюю и хвостовую части тела.

Сопротивление давления значительно увеличивается, если происходит отрыв потока с поверхности профиля. Предположим, что отрыв потока начинается в точке C (см. рис. 5.21). Тогда давление перестает возрастать после точки C и остается пониженным (штрихпунктирная линия на рисунке). Это приводит к неуравновешиванию большей доли давления, действующего на переднюю часть профиля.

Таким образом, нарушение парадокса Даламбера—Эйлера в реальной (вязкой) среде происходит за счет вязкого взаимодействия и за счет отрыва потока, которые приводят к появлению сопротивления давления. И значит общее сопротивление тела складывается из сопротивления трения и сопротивления давления.

АЭРОДИНАМИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЧАСТЕЙ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

Глава 6

АЭРОДИНАМИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПРОФИЛЯ

6.1. Понятие об аэродинамических характеристиках

Самолет — основной летательный аппарат гражданской авиации состоит из крыла 1, фюзеляжа 2, горизонтального оперения 3, вертикального оперения 4 и гондол 5 двигателей (рис. 6.1, а). Такая схема, в отличие от схемы "утка" (горизонтальное оперение расположено перед крылом) (рис. 6.1, б) и схемы "бесхвостка" (рис. 6.1, в), называется нормальной и является преимущественной в транспортной авиации.

Все части самолета по форме и связанному с ней характеру обтекания можно разделить на несущие поверхности — крыло, горизонтальное и вертикальное оперения, и тела вращения — фюзеляж и гондолы двигателей.

Под несущей поверхностью будем понимать тело, способное создавать аэродинамическую подъемную силу, существенно превышающую лобовое сопротивление. Очевидно, что крыло является основной несущей поверхностью самолета. Оперение также служит для создания аэродинамических сил, необходимых для балансировки и управления самолетом.

Лопастей воздушного винта (самолетного или вертолетного) представляют собой по сути дела также несущие поверхности, но которые работают в более сложных условиях, чем крыло самолета, так как винт не только перемещается вместе с летательным аппаратом, но и одновременно вращается.

Под телом вращения понимается тело, поверхность которого образуется путем вращения образующей линии вокруг неподвижной прямой — оси поверхности.

В полете самолет испытывает динамическое воздействие воздушной среды в виде распределенных по поверхности нормальных напряжений (сил давления) и касательных напряжений (сил трения). При изучении этого воздействия для упрощения переходят от распреде-

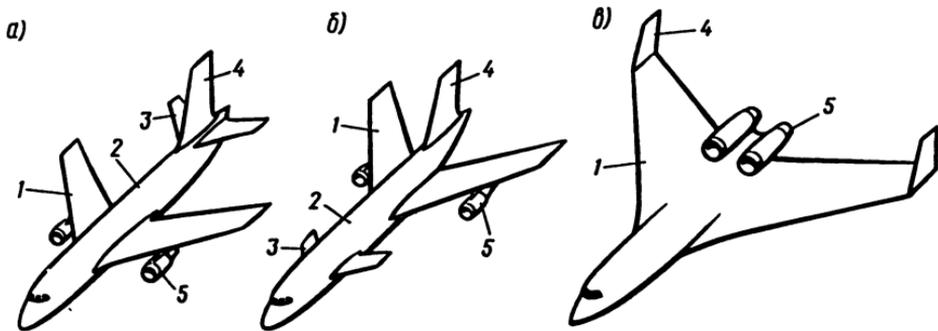


Рис. 6.1. Схемы основных компоновок и частей самолетов:

а — нормальная; *б* — "утка"; *в* — "бесхвостка"

ленных сил к их равнодействующим: одной аэродинамической силе и одному аэродинамическому моменту и к их составляющим в выбранной системе координат. Однако эти размерные величины не обладают переносимостью на все подобные явления, например, в экспериментальных и натурных исследованиях. Все это вызывает необходимость перехода к безразмерным силам и моментам — аэродинамическим коэффициентам.

В практике проектирования и эксплуатации летательных аппаратов обычно нужна совокупность значений одного или нескольких аэродинамических коэффициентов при различных условиях обтекания. Поэтому получила распространение следующая формулировка, которой мы в дальнейшем и будем придерживаться.

Аэродинамическими характеристиками тела называется описание его динамического взаимодействия с потоком воздуха, представленное в виде зависимостей аэродинамических коэффициентов или других величин от параметров, характеризующих форму тела и условия обтекания.

Под телом в зависимости от задачи могут пониматься профиль, крыло, фюзеляж, самолет, винт и т. д.

Зависимости аэродинамических коэффициентов от параметров могут быть аналитическими, табличными или графическими. Параметры формы тела — это его геометрические характеристики, а параметры, характеризующие условия обтекания — это угол атаки, числа Маха и Рейнольдса и т. д.

Рассчитать аэродинамические характеристики самолета в целом весьма трудно. Поэтому далее рассматриваются сначала аэродинамические характеристики отдельных частей самолета, а затем аэродина-

мические характеристики самолета в целом, как результат определенным образом суммирования характеристик его частей.

Сначала рассмотрим аэродинамические характеристики несущих поверхностей, затем тел вращения.

6.2. Геометрические характеристики профиля

Аэродинамика несущих поверхностей в большой мере определяется формой их сечений в направлении обтекающего потока или так называемой формой профиля. И несмотря на то, что сам профиль не является отдельной деталью летательного аппарата, изучение его обтекания, моделируемого двумерным плоским потоком, позволяет наиболее просто выявить закономерности обтекания. В экспериментальных и теоретических исследованиях аэродинамика профиля рассматривается как аэродинамика элемента цилиндрической несущей поверхности (имеющей форму цилиндра) бесконечного размаха, на которую поток набегаёт перпендикулярно передней кромке.

В общем случае *профилем* называется сечение несущей поверхности плоскостью, направление которой выбирается в зависимости от рассматриваемой задачи. *Профилем крыла* называется местное сечение крыла плоскостью, параллельной базовой плоскости самолета.

Термин "базовая плоскость самолета" соответствует понятию "плоскости симметрии самолета", используемому, например, в связанной и скоростной системах координат.

Формы профилей весьма разнообразны и зависят от требуемых летно-технических характеристик самолета. На рис. 6.2 приведена схема дозвукового профиля с указанием основных геометрических характеристик, которые оказывают наиболее существенное влияние на его аэродинамические характеристики.

Очертания верхнего и нижнего контуров профиля обычно задается в виде табличных зависимостей $y_B = f(x)$; $y_H = f(x)$ в связанной с профилем системе координат OXY .

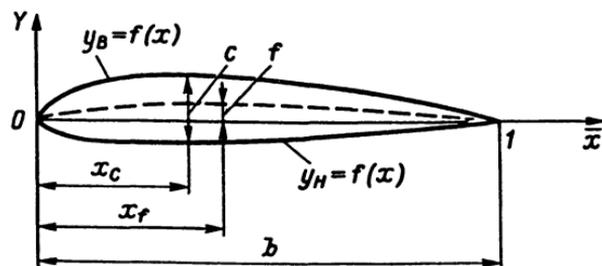


Рис. 6.2. Геометрические характеристики профиля

Хорда профиля b — отрезок прямой, соединяющий две наиболее удаленные точки профиля, т. е. переднюю и заднюю его точки (кромки).

Максимальная толщина профиля $c = (y_B - y_H)_{\max}$ — наибольшее расстояние между точками профиля, лежащими на перпендикуляре к его хорде. Относительная толщина профиля $\bar{c} = (c/b)100\%$ — отношение максимальной толщины профиля к его хорде, выраженное в процентах. Относительная толщина профилей в зависимости от типа летательного аппарата лежит в пределах 2—20%. Если $\bar{c} < 8\%$, то профиль тонкий; $\bar{c} = 8 \div 12\%$ — профиль средней толщины; $\bar{c} > 12\%$ — профиль толстый. Положение максимальной толщины по хорде определяется относительной координатой $\bar{x}_c = (x_c/b)100\%$. Для нескольких профилей $\bar{x}_c = 25 \div 30\%$; для сверхзвуковых $\bar{x}_c = 40 \div 50\%$; для ламинизированных и сверхкритических профилей $\bar{x}_c = 40 \div 60\%$.

Средняя линия профиля — геометрическое место точек середин толщин профиля по длине профиля: $y_{cp}(x) = 0,5(y_B + y_H)$.

Вогнутость (кривизна) профиля определяется искривленностью средней линии. Максимальная (по абсолютной величине) вогнутость профиля $f = 0,5(y_B + y_H)_{\max}$ — это максимальная по абсолютной величине ордината средней линии. В некоторых случаях вогнутость профиля может иметь два экстремума. Тогда одному из них приписывается знак плюс, а другому минус, профиль при этом называется S-образным.

Относительная максимальная вогнутость $\bar{f} = (f/b)100\%$ — отношение максимальной вогнутости к его хорде, выраженное в процентах. Для профилей транспортных самолетов относительная максимальная вогнутость не превышает 3%. Для симметричных профилей $\bar{f} = 0$.

Положение максимальной вогнутости по хорде определяется относительной координатой $\bar{x}_f = (x_f/b)100\%$.

Дозвуковые профили имеют закругленную переднюю кромку, а сверхзвуковые заостренную.

6.3. Переход от динамического взаимодействия к аэродинамическим коэффициентам

Для упрощения аэродинамического анализа (полетит или не полетит?) необходим переход от реального результата динамического взаимодействия к теоретическим величинам, существующим только в нашем сознании, — аэродинамическим коэффициентам. Такой переход наиболее просто можно показать при обтекании профиля.

Бесконечная несущая поверхность имеет бесконечную подъемную силу и бесконечную площадь. Для исключения этого при рассмотре-

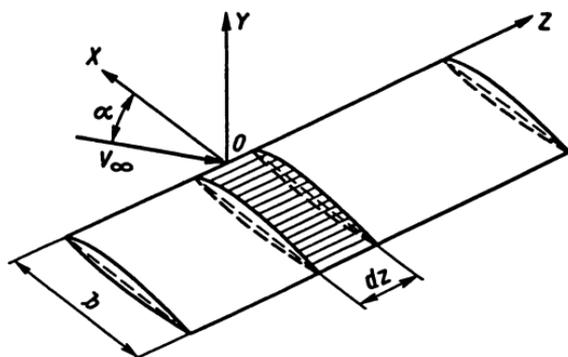


Рис. 6.3. Секция длиной dz на крыле бесконечного размаха

нии аэродинамических коэффициентов выделяется секция конечного размаха dz (рис. 6.3).

Рассмотрим элементарные силы, действующие на заштрихованный элемент профиля сверху и снизу (рис. 6.4):

для нормальных сил:

$$dN_B = p_B ds_B dz; \quad dN_H = p_H ds_H dz;$$

для касательных сил:

$$dT_B = \tau_B ds_B dz; \quad dT_H = \tau_H ds_H dz,$$

где ds_B и ds_H — размеры элементов соответственно верхнего и нижнего контуров профиля; dz — размах секции несущей поверхности, который далее для упрощения примем равным единице длины; $dz = 1$ м.

Произведение этих величин дает нам площадь элементарных площадок, на которые действуют вышеуказанные силы.

Используем общепринятые допущения.

1. Трение практически не влияет на нормальную силу и момент тангажа.

2. Продольная сила давления практически не влияет на момент тангажа.

Просуммируем эти элементарные силы и спроектируем на оси связанной системы координат, ось Ox которой совпадает с хордой профиля, а ось Oy нормальна ей.

Сначала рассмотрим проекцию на ось Oy :

$$dY = dN_H \cos\varphi_H - dN_B \cos\varphi_B = p_H ds_H \cos\varphi_H - p_B ds_B \cos\varphi_B = (p_H - p_B) dx,$$

где $ds_H \cos\varphi_H = ds_B \cos\varphi_B = dx$.

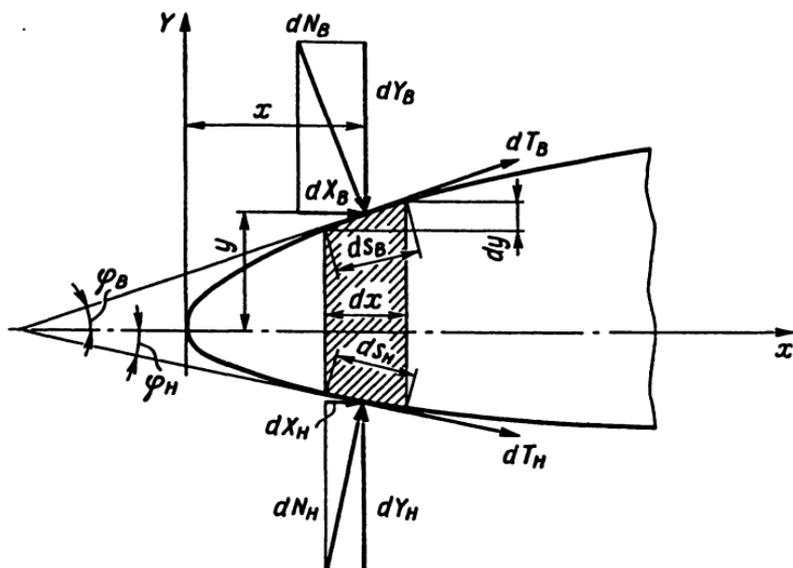


Рис. 6.4. Силы, действующие на элемент профиля

Полученное выражение проинтегрируем по длине хорды крыла и получим нормальную силу, действующую на профиль:

$$Y = \int_0^b (p_H - p_B) dx.$$

Для перехода к коэффициенту нормальной силы и коэффициентам давления нужно левую и правую части полученного выражения разделить на скоростной напор q_∞ и площадь сечения $b \cdot 1$, а также добавить и отнять в скобках величину статического давления p_∞ :

$$c_y = \frac{1}{b} \int_0^b (c_{p_H} - c_{p_B}) dx = \int_0^1 (c_{p_H} - c_{p_B}) d\bar{x}, \quad (6.1)$$

где \bar{x} — относительная абсцисса; $\bar{x} = x/b$.

При малых углах атаки $c_{y\alpha} \approx c_y$ и коэффициент подъемной силы также рассчитывается по этой формуле.

При рассмотрении проекции на ось Ox , проделав аналогичные выкладки, получим:

для коэффициента продольной силы давления

$$c_{xp} = \int_{\bar{y}_H}^{\bar{y}_B} (c_{pz} - c_{pn}) d\bar{y} = \int_0^1 \left(c_{pH} \frac{d\bar{y}_H}{d\bar{x}} - c_{pB} \frac{d\bar{y}_B}{d\bar{x}} \right) d\bar{x}, \quad (6.2)$$

где $\bar{y} = y/b$; индексы п и з — коэффициенты давления на поверхности профиля соответственно перед и после максимальной толщины профиля;

для коэффициента продольной силы трения

$$c_{xF} = \int_0^1 (c_{fB} + c_{fH}) d\bar{x}. \quad (6.3)$$

Отсюда вытекает важный вывод о том, что продольная сила, а также и лобовое сопротивление складываются из сопротивления давления и сопротивления трения:

$$\begin{aligned} c_x &= c_{xp} + c_{xF}; \quad X = X_p + X_F; \\ c_{xa} &= c_{xap} + c_{xaf}; \quad X_a = X_{ap} + X_{aF}. \end{aligned} \quad (6.4)$$

Коэффициент момента тангажа

$$m_z = \int_0^1 (c_{pH} - c_{pB}) \bar{x} d\bar{x}. \quad (6.5)$$

6.4. Распределение давления по профилю

Распределение давления по профилю является одним из основных факторов, определяющих динамическое взаимодействие, и кроме того, анализ этого распределения позволяет понять картину его обтекания потоком. Распределение давления обычно изображается в виде зависимости безразмерного давления — коэффициента давления $c_p = (p - p_\infty)/q_\infty$ от относительной координаты $\bar{x} = x/b$, совмещенной с направлением хорды профиля. Такая зависимость называется *эпюрой* или *диаграммой*.

Пример такой зависимости при обтекании профиля на малых углах атаки несжимаемым потоком ($M_\infty < 0,3$) показан на рис. 6.5. Здесь же в качестве иллюстрации показано изменение коэффициента давления на передней и задней нулевых линиях тока. Передняя нулевая линия

тока входит в переднюю критическую точку, а задняя нулевая линия тока выходит из задней кромки профиля.

Из рисунка видно, что положительное значение $c_p > 0$ показывает избыточное давление, а отрицательное значение $c_p < 0$ — разрежение по сравнению с давлением невозмущенного потока, в котором $c_p = 0$. Так как большая часть разрежения создается верхним контуром профиля, то отрицательные значения коэффициента давления откладываются вверх. В критических точках коэффициент давления прини-

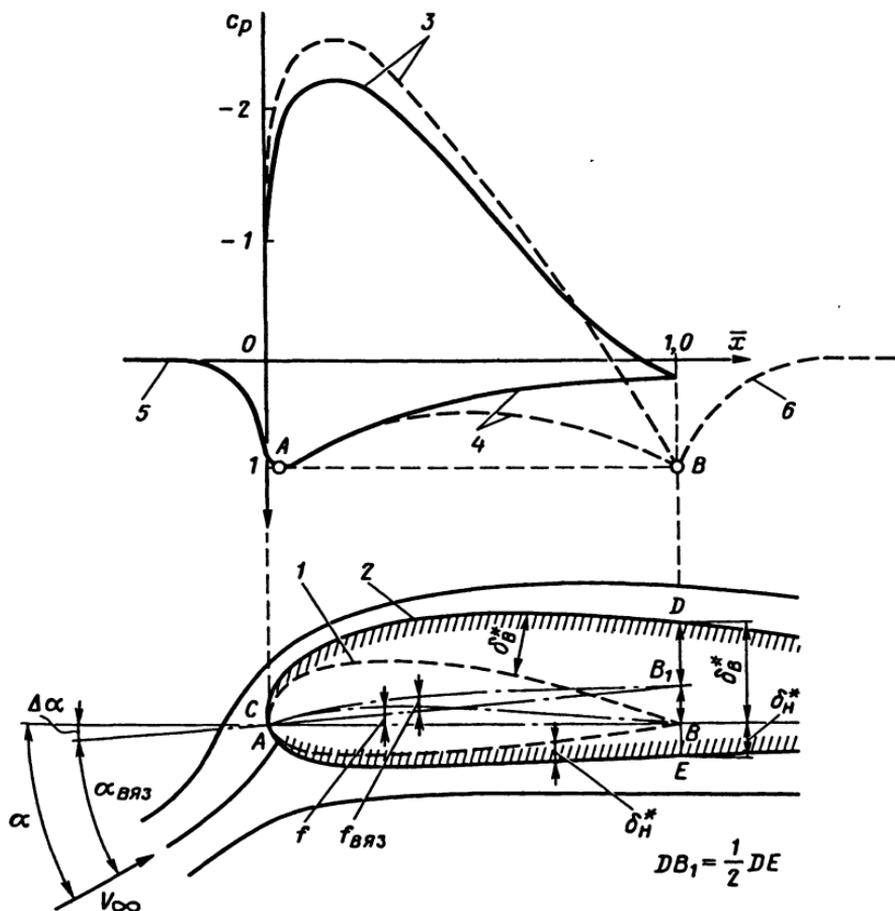


Рис. 6.5. Распределение давления по профилю:

1 — профиль; 2 — тело вытеснения; 3 и 4 — соответственно верхняя и нижняя поверхности; 5 и 6 — соответственно передняя и задняя нулевые линии тока

мает максимальное значение: для несжимаемых сред $c_p = 1$; для сжимаемых — $c_p \approx 1 + 0,25 M_\infty^2$. Под нулевой линией тока понимается линия тока, проходящая через критическую точку. Сплошной линией показано распределение давления в вязкой идеальной среде, а пунктиром — в идеальной.

Здесь также отметим, что согласно формулам (6.1), (6.2) и (6.5), чем больше площадь диаграммы, заключенной между кривыми распределения давления по верхнему и нижнему контурам профиля, тем больше и соответствующие аэродинамические коэффициенты нормальной и подъемной сил.

Рассмотрим подробнее на примере обтекания профиля влияние вязкости. Как указывалось в гл. 5, при обтекании тел из-за влияния вязкости появляется так называемое вязкое взаимодействие, изменяющее распределение давления на поверхности тела. Замедление течения в пограничном слое оказывает вытесняющее действие на поток. Это влияние оценивается характеристикой пограничного слоя, называемой толщиной вытеснения δ^* .

Чтобы рассчитать распределение давления, действующее на поверхность профиля в вязкой среде, надо построить полубесконечное фиктивное тело. Его получают, утолщая исходный профиль сверху и снизу на соответствующую толщину вытеснения и присоединяя к нему полубесконечный, непроницаемый "хвост" толщиной, равной сумме толщин вытеснения (см. рис. 6.5).

Поверхность построенного полутела называют *поверхностью вытеснения*, а само полутело — *телом вытеснения*. В расчетах используется носовая часть тела вытеснения от передней кромки C до ограничивающей линии DE .

Из рисунка 6.5 видно, что рассматриваемое тело вытеснения имеет меньшую вогнутость: $\bar{f}_{\text{вяз}} < \bar{f}$, а также и меньший угол атаки $\alpha_{\text{вяз}} = \alpha - \Delta\alpha$ (где $\Delta\alpha$ — угол между хордой CB профиля и хордой CB_1 тела вытеснения).

Распределение давления для такого тела вытеснения в идеальной среде практически совпадает с распределением давления по исходному профилю в вязкой среде. Очевидно, что тело вытеснения не имеет задней критической точки и давление не может достичь значения давления торможения, что приводит к нарушению парадокса Даламбера—Эйлера и появлению сопротивления давления.

Кроме того, верхняя поверхность тела вытеснения из-за толщины вытеснения и уменьшения кривизны и угла атаки получается менее искривленной, чем верхняя поверхность профиля. Прилегающая к ней струйка суживается меньше. Поэтому на верхней поверхности тела вытеснения разрежение меньше, чем на верхней поверхности про-

филя, у задней же кромки картина противоположная. Следовательно, вязкость уменьшает разрежение на большей части верхней поверхности профиля.

На нижней поверхности при переходе от профиля к телу вытеснения расширение струйки после минимального сечения уменьшается, что приводит к уменьшению давления. Следовательно, вязкость уменьшает давление на нижней поверхности. Таким образом, вязкость уменьшает площадь эпюры (см. рис. 6.5) и связанный с эпюрой коэффициент подъемной силы.

Вязкое взаимодействие зависит от характера течения в пограничном слое. При ламинарном пограничном слое толщина вытеснения мала и тело вытеснения мало отличается от исходного профиля. При турбулентном пограничном слое толщина вытеснения значительно больше, чем при ламинарном, и тело вытеснения сильнее отличается от исходного профиля и тем больше различаются картины их обтекания.

Таким образом, тело вытеснения с вогнутостью $\bar{f}_{\text{вяз}}$ и углом атаки $\alpha_{\text{вяз}} = \alpha - \Delta\alpha$ моделирует в идеальной среде распределение давления по исходному профилю с вогнутостью \bar{f} , и углом атаки α , обтекаемому вязкой средой.

При увеличении угла атаки растет разрежение на верхней поверхности, площадь диаграммы увеличивается и растут коэффициенты как нормальной, так и подъемной силы. При определенном угле атаки, из-за роста положительного градиента давления возникает отрыв пограничного слоя от верхней поверхности. Такой отрыв пограничного слоя при плавном увеличении положительного градиента давления называют *диффузорным отрывом*. При этом в хвостовой части профиля возникает разрежение, а на остальной части величина разрежения падает (рис. 6.6). В результате этого сопротивление давления профиля возрастает, а подъемная сила падает.

При более высоких скоростях набегающего потока ($M_{\infty} > 0,3 \div 0,4$) появится влияние сжимаемости, которое вызывает более сильное увеличение скорости и разрежения в одних и тех же точках на профиле (рис. 6.7). Увеличение площади диаграммы приводит к увеличению подъемной силы. Одновременно влияние сжимаемости приводит к увеличению положительного градиента давления в хвостовой части профиля и усилению вязкого взаимодействия, что в свою очередь приводит к росту сопротивления давления из-за более сильного нарушения парадокса Даламбера—Эйлера, чем в несжимаемом потоке.

При дальнейшем увеличении скорости в минимальном сечении обтекающих струек давление падает, а скорость продолжает увеличиваться. При некотором значении числа M_{∞} набегающего потока местная скорость здесь может достичь критической скорости, хотя на-

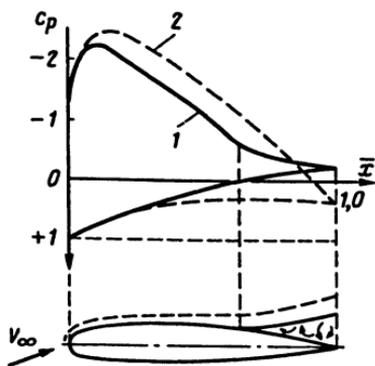


Рис. 6.6. Влияние отрыва потока на распределение давления по профилю:

— с отрывом пограничного слоя;
 - - - - без отрыва

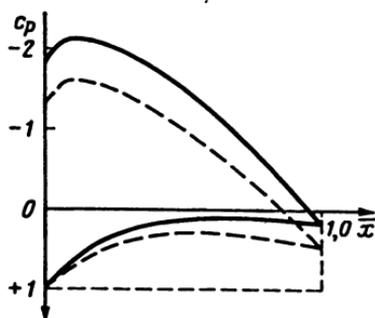


Рис. 6.7. Влияние сжимаемости на распределение давления по профилю:

— есть влияние; - - - - нет влияния

бегающий поток остается еще дозвуковым. Такой режим обтекания определяется критическим числом Маха M_{*} .

Критическим числом Маха называется наименьшее число Маха невозмущенного потока, при котором местное число Маха на поверхности тела достигает единицы. Критическое число Маха наиболее сильно зависит от коэффициента подъемной силы и относительной толщины (рис. 6.8). С увеличением этих величин число M_{*} уменьшается.

Увеличение скорости набегающего потока сверх того значения, при котором на поверхности профиля была достигнута критическая скорость, сопровождается образованием в потоке зоны сверхзвуковых скоростей. Передняя граница этой зоны называется звуковой линией, на которой происходит переход скорости от дозвуковой к сверхзвуковой. Вокруг этой зоны поток остается дозвуковым, т. е. тормозящим. Очевидно, это приводит к тому, что сверхзвуковая зона заканчивается скачком уплотнения, в котором разрежение резко падает (рис. 6.9). В скачке уплотнения происходит потеря механической энергии, что приводит к уменьшению давления на хвостовой части профиля по сравнению с обтеканием без скачка уплотнения и к появлению дополнительного сопротивления давления, называемого волновым. Кроме того, скачок уплотнения, представляющий собой область резкого роста давления, при достаточной интенсивности скачка приводит к отрыву пограничного слоя и к дальнейшему увеличению сопротивления.

Такой отрыв пограничного слоя, при резком увеличении положительного градиента давления из-за скачка уплотнения, называют *волновым отрывом*.

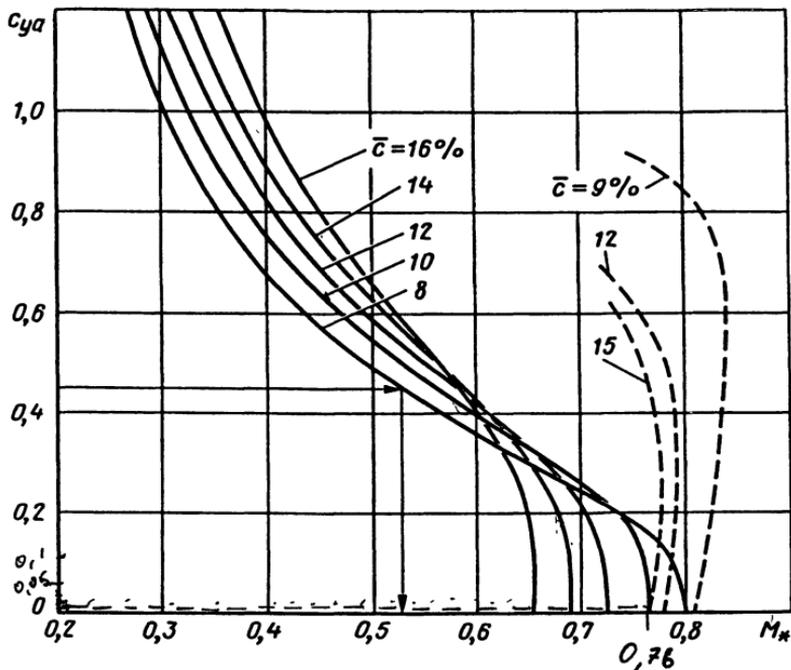


Рис. 6.8. Зависимость критического числа Маха от $c_{yк}$ и \bar{c} :

— — для обычных профилей; - - - - для сверхкритических профилей

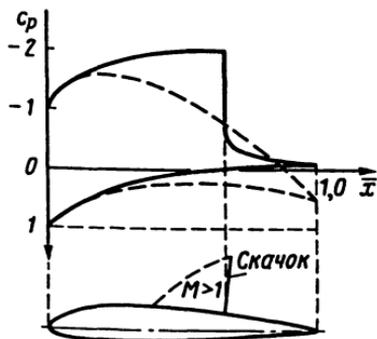


Рис. 6.9. Влияние скачка уплотнения на распределение давления по профилю:

— — есть скачок;
- - - — нет скачка

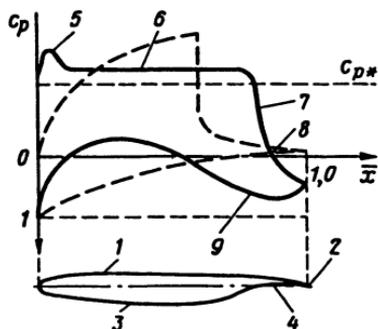


Рис. 6.10. Особенности формы и распределения давления для сверхкритических профилей:

— — сверхкритический профиль;
- - - — классический профиль

Волновым сопротивлением называется разность сил давлений на переднюю и хвостовую части профиля, вызываемая скачками уплотнения.

Возникновение скачков уплотнения на поверхности обтекаемых тел и связанного с ними ухудшения аэродинамических характеристик называется *волновым кризисом*.

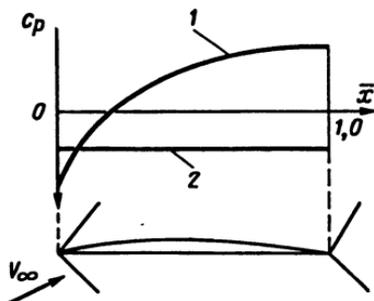
Для увеличения критического числа M_* применяются так называемые *сверхкритические профили* (самолеты Ил-96, Ту-204). Они характеризуются тем, что волновой кризис на них возникает при больших числах M_∞ полета, а максимальное волновое сопротивление при крейсерском значении коэффициента подъемной силы значительно меньше, чем у обычных профилей. Такие характеристики достигаются путем целенаправленного изменения геометрии профиля (рис. 6.10). Сверхкритический профиль имеет "плоскую" верхнюю поверхность 1, затупленную заднюю кромку 2, смещенную назад максимальную ординату нижней поверхности 3 и участок с вогнутой поверхностью 4. Такая геометрия профиля приводит к перестройке распределения давления. Появляется узкий пик разрежения 5, за которым располагается участок частично изэнтропического сжатия 6, что приводит к более слабому скачку уплотнения 7, сильно смещенному назад. Затупление задней кромки ослабляет положительный градиент давления 8. Смещение назад максимальной ординаты нижней поверхности и ее хвостовая вогнутость вызывают увеличение нагружения хвостовой части профиля 9 для сохранения несущих свойств.

Преимущества сверхкритического профиля можно использовать в двух направлениях. Первым направлением является дальнейшее продвижение по скорости полета, т. е. увеличение значения M_* примерно на 0,05—0,12 при заданной максимальной относительной толщине. Другим направлением, получившим широкое распространение в практике современного и перспективного самолетостроения, является возможность повышения относительной толщины профиля крыла примерно на 2—5 % при сохранении величины M_* . Применение утолщенных профилей позволяет увеличить удлинение крыла на $\Delta\lambda = 2,5 \div 3,0$ или уменьшить стреловидность крыла примерно на 5—10° при сохранении M_* .

Из рассмотренных диаграмм распределения давления ясно, что в дозвуковом потоке большая часть подъемной силы создается верхней поверхностью крыла, т. е. крыло присасывается к протекающим над ним струям воздуха и как бы подвешено к ним.

Совсем иным оказывается распределение давления по профилю в сверхзвуковом потоке. В этом случае местные давления на профиле зависят лишь от местного угла наклона поверхности и могут быть проанализированы с помощью сверхзвукового обтекания внешнего и внутреннего углов (см. гл. 4). Вклад верхней и нижней поверхностей

Рис. 6.11. Распределение давления по профилю в сверхзвуковом потоке



профиля в создание подъемной силы примерно выравнивается. На рис. 6.11 показано распределение давления на тонком профиле с плоским нижним контуром 2 и острыми кромками при малом угле атаки. На нижнем контуре реализуется обтекание внутреннего тупого угла, поэтому положительное значение c_p постоянно по хорде. На верхнем выпуклом контуре 1 поток за скачком уплотнения начинает разгоняться и коэффициент давления падает по мере удаления от передней кромки.

6.5. Аэродинамические характеристики профиля

Основными аэродинамическими характеристиками профиля являются зависимости коэффициента подъемной силы от угла атаки $c_{ya} = f(\alpha)$ и от коэффициента лобового сопротивления $c_{xa} = f(c_{xa})$, а также зависимость коэффициента момента тангажа относительно передней кромки профиля от угла атаки $m_z = f(\alpha)$, которые получают экспериментальным путем. Примеры таких зависимостей на дозвуковых скоростях ($M < M_*$) представлены на рис. 6.12.

Зависимость $c_{ya} = f(\alpha)$ характеризует несущие свойства профиля. Исследования показали, что часть этой зависимости можно заменить прямой линией. Здесь с ростом в определенных пределах угла атаки подъемная сила возрастает по линейному закону, выражаемому соотношением

$$c_{ya} = c_{ya}^\alpha (\alpha - \alpha_0) = c_{ya}^\alpha \alpha_a, \quad (6.6)$$

где $c_{ya}^\alpha = \partial c_{ya} / \partial \alpha$ — частная производная коэффициента подъемной силы от угла атаки для профиля; α_0 — угол атаки нулевой подъемной силы; α_a — аэродинамический угол атаки; $\alpha_a = \alpha - \alpha_0$.

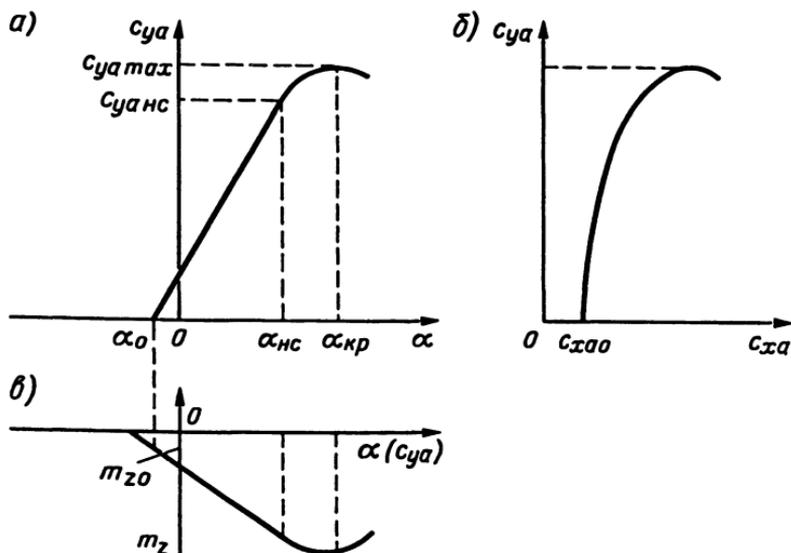


Рис. 6.12. Основные аэродинамические характеристики несимметричного профиля $\bar{f} > 0$:

a — зависимость $c_{ya} = f(\alpha)$; $б$ — поляра первого рода; $в$ — зависимость $m_z = f(\alpha)$

По теории значение $c_{ya}^\alpha = 2\pi$, но реально, из-за наличия вязкости, это значение не превышает 5,8.

Для симметричных профилей $\alpha_0 = 0$, для профилей с положительной кривизной $\alpha_0 < 0$, с отрицательной $\alpha_0 > 0$.

Верхний предел линейной зависимости ограничивается углом начала срыва потока $\alpha_{нс}$ или, что то же самое, значением коэффициента подъемной силы начала срыва $c_{yaнс}$. При дальнейшем увеличении угла атаки линейная зависимость нарушается, но коэффициент c_{ya} продолжает возрастать и достигает максимального коэффициента подъемной силы $c_{ya\max}$. Угол атаки, соответствующий $c_{ya\max}$, называется *критическим углом атаки* $\alpha_{кр}$. При превышении $\alpha_{кр}$ срыв потока достигает такой интенсивности, что коэффициент подъемной силы резко уменьшается.

Коэффициент $c_{ya\max}$ наиболее сильно зависит от характера течения в пограничном слое (числа Рейнольдса) и геометрических параметров: толщины и вогнутости профиля.

При малых числах Re и ламинарном пограничном слое отрыв происходит раньше и величина $c_{ya\max}$ мала. При больших числах Re при

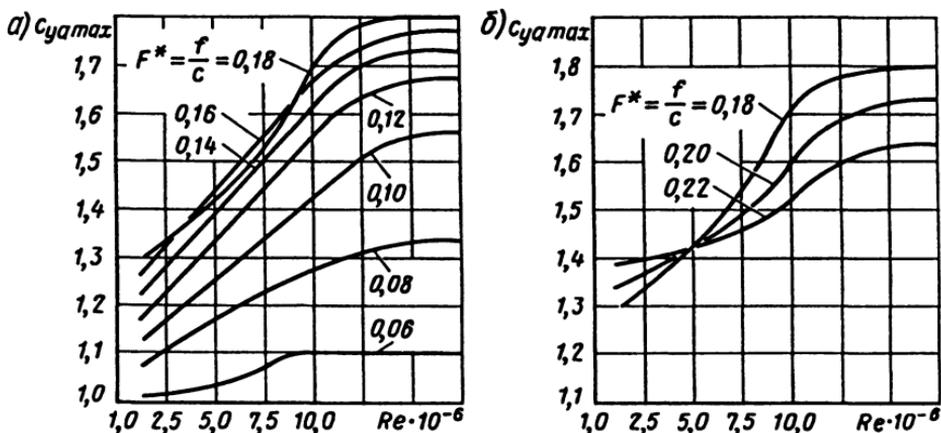


Рис. 6.13. Зависимость максимального коэффициента подъемной силы профиля от числа Рейнольдса и геометрического параметра F^* :

$a - 0,06 < F^* < 0,18$; $б - 0,18 < F^* < 0,22$

переходе ламинарного пограничного слоя в турбулентный величина $c_{ya \max}$ возрастает. Это объясняется большей сопротивляемостью турбулентного пограничного слоя отрыву, которая также возрастает при увеличении числа Re .

Увеличение толщины и положительной вогнутости профиля ведет сначала из-за роста площади диаграммы распределения давления к увеличению $c_{ya \max}$, затем из-за роста положительного градиента давления и раннего отрыва потока с верхнего контура — к ее уменьшению.

Зависимость коэффициента подъемной силы для дозвуковых при $M_\infty \leq 0,3 \div 0,4$ профилей от числа Рейнольдса и геометрического параметра $F^* = \bar{f}/\bar{c}$ показана на рис. 6.13.

Зависимость $c_{ya} = f(c_{xa})$ характеризует сопротивление профиля. Такая форма записи иллюстрирует не прямую функциональную связь, а только форму графического представления, при котором c_{ya} откладывается по оси ординат. Если при построении этой зависимости выдержать одинаковые масштабы для c_{ya} и c_{xa} , то ее можно рассматривать как полярную диаграмму в координатах c_{Ra} и φ . Поэтому зависимость $c_{ya} = f(c_{xa})$ часто называют *полярной первого рода* или просто *полярной*.

Зависимость $c_y = f(c_x)$ в связанной системе координат называется *полярной второго рода* (рис. 6.14) и имеет ограниченное применение.

Как видно из графика полярной (см. рис. 6.12, a), до значения $c_{ya \text{нс}}$ коэффициент лобового сопротивления профиля при докритическом

Рис. 6.14. Поляра профиля второго рода при $M_\infty < 1$

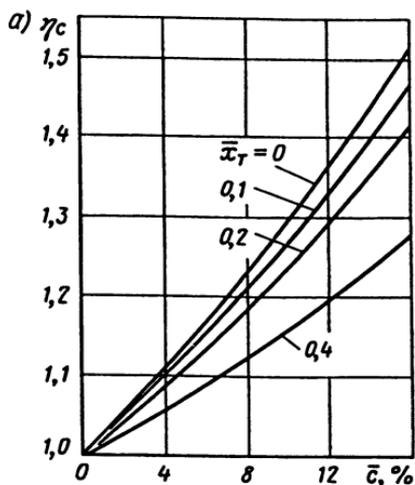
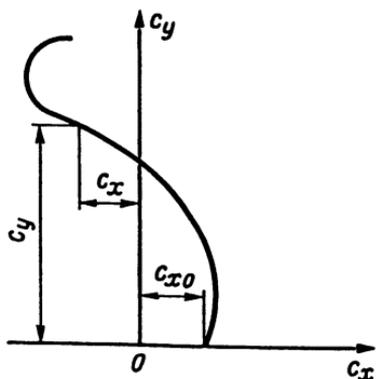
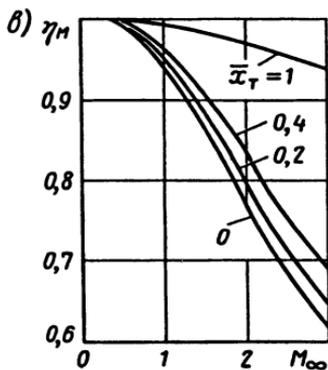
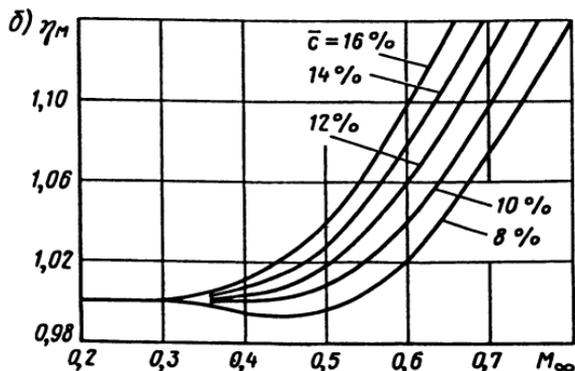


Рис. 6.15. Зависимости коэффициентов:

а — η_c от относительной толщины и положения точки перехода; б — η_M от числа Маха полета при $M_\infty < M^*$; в — η_M от числа Маха и координаты точки перехода при $M_\infty > 1$



обтекании ($M_\infty < M_*$) меняется очень мало и практически равен коэффициенту сопротивления при нулевом коэффициенте подъемной силы, т. е. в случае безотрывного обтекания.

Значение коэффициента лобового сопротивления при $c_{y\alpha} = 0$ обычно называют *коэффициентом профильного сопротивления*.

Профиль при безотрывном обтекании является удобообтекаемым телом, поэтому расчет профильного сопротивления сводится к подсчету сопротивления трения. Для этого профиль заменяется эквивалентной тонкой пластиной бесконечного размаха с длиной по потоку, равной хорде профиля.

Учитывая выражения (6.4), коэффициент профильного сопротивления

$$c_{xa} = c_{xap} + c_{xaF} = c_{xaF} \left(1 + \frac{c_{xap}}{c_{xaF}} \right) = 2c_F \eta_c, \quad (6.7)$$

где $2c_F$ — коэффициент трения плоской пластины, обтекаемой с двух сторон, с учетом характера течения в пограничном слое [см. (5.27)]; η_c — коэффициент, учитывающий разные характеристики пограничных слоев на профиле и пластине, разные их площади, а также вязкое взаимодействие на профиле; $\eta_c = 1 + c_{xap}/c_{xaF}$.

Коэффициент η_c зависит от относительной толщины профиля и положения точки перехода (рис. 6.15) и практически не зависит от \bar{f} . Если коэффициенты точек перехода ламинарного пограничного слоя в турбулентный \bar{x}_T на верхней и нижней поверхностях профиля разные, то берется средняя координата.

Коэффициент профильного сопротивления в сжимаемом потоке с учетом (6.7) определяется по формуле:

$$c_{xa} = c_{xансж} + \Delta c_{хсж} = \epsilon_{xансж} \left(1 + \frac{\Delta c_{хсж}}{c_{xансж}} \right) = 2c_F \eta_c \eta_M, \quad (6.8)$$

где η_M — коэффициент, учитывающий влияние сжимаемости на профильное сопротивление, который можно определить из рис. 6.15, а; $\eta_M = 1 + \frac{\Delta c_{хсж}}{c_{xансж}}$.

Выражения (6.7) и (6.8) являются общепринятыми для определения профильного сопротивления несущих поверхностей.

Графики на рис. 6.15, б справедливы только, если $M_\infty \leq M_*$. Если же $M_* < M_\infty < 1$, то при отсутствии других данных η_M в первом приближении можно также определить из этого рисунка, но взять предельные графические значения без экстраполяции на большие числа Маха.

На сверхзвуковых скоростях ($M_\infty > 1$) коэффициент η_M определяют из рис. 6.15, в.

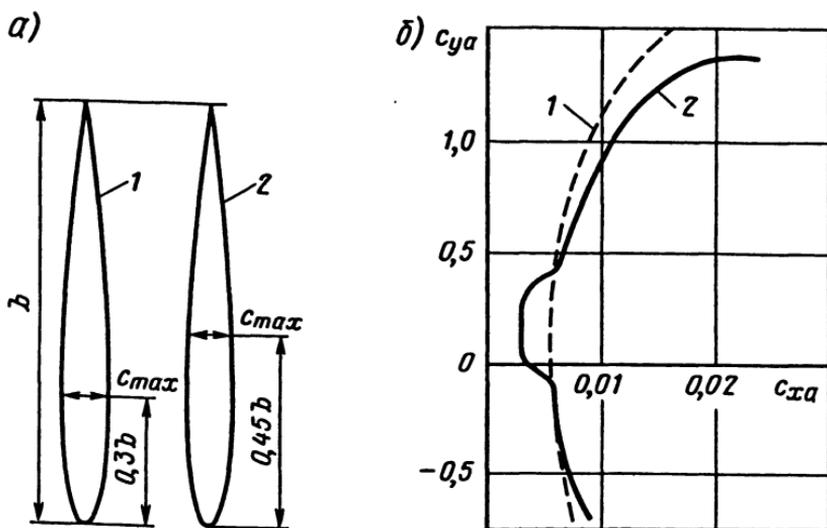


Рис. 6.16. Ламинаризированный профиль:

a — контуры профилей; b — поляра; 1 и 2 — соответственно обычный и ламинаризированный профили

Из формулы (6.8) видно, что профильное сопротивление зависит от характера течения в пограничном слое; чем больше протяженность ламинарного участка (больше координата \bar{x}_T), тем меньше профильное сопротивление. Профили, имеющие значительно больший ламинарный участок пограничного слоя по сравнению с обычным, называются *ламинаризированными* (рис. 6.16).

Ламинаризация достигается путем придания специальной формы контуру профиля и сдвигу назад его толщины $\bar{x} = 40 \div 60 \%$. При этом на малых углах атаки давление по контуру меняется более плавно и увеличивается участок отрицательного градиента давления, сохраняющий ламинарный пограничный слой. Поляра такого профиля показывает заметное уменьшение сопротивления при полетных углах атаки.

Для оценки аэродинамического совершенства профиля вводится понятие об аэродинамическом качестве.

Аэродинамическим качеством профиля (любого тела) называется отношение аэродинамической подъемной силы к силе лобового сопротивления или отношение их коэффициентов

$$K = \frac{Y_a}{X_a} = \frac{c_{ya} q_\infty S}{c_{xa} q_\infty S} = \frac{c_{ya}}{c_{xa}}. \quad (6.9)$$

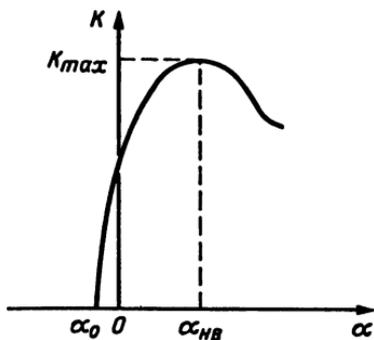


Рис. 6.17. Зависимость аэродинамического качества профиля от угла атаки

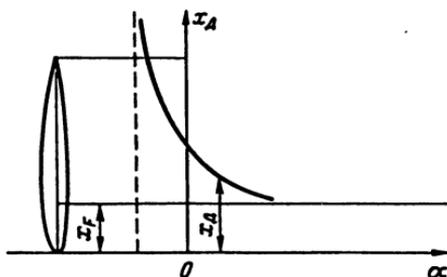


Рис. 6.18. Влияние угла атаки на положение центра давления при $\bar{f} > 0$

Из определения следует, что желательно создавать заданную подъемную силу при возможно меньшем сопротивлении.

С изменением угла атаки или коэффициента c_{ya} аэродинамическое качество меняется. Угол атаки и коэффициент c_{ya} , при котором качество достигает максимального значения, называются наивыгоднейшими (α_{NB} , c_{yaNB}) (рис. 6.17).

Максимальное аэродинамическое качество можно определить, если провести касательную из начала координат к поляре и взять отношение c_{ya} к c_{xa} в точке касания. Значение c_{ya} в этой точке будет также и наивыгоднейшим. Очевидно, что для каждого профиля значения α_{NB} , c_{yaNB} и K_{max} при заданных значениях чисел M и Re являются постоянными и не зависят от условий обтекания.

Зависимость $m_z = f(\alpha)$ выражает моментные характеристики профиля. Эта зависимость на линейном участке определяется выражением

$$m_z = m_{z0} + \frac{\partial m_z}{\partial \alpha} \alpha \quad \text{или} \quad m_z = m_{z0} + \frac{\partial m_z}{\partial c_{ya}} c_{ya}. \quad (6.10)$$

Для профилей $m_z^{c_{ya}} = \frac{\partial m_z}{\partial c_{ya}} \approx 0,25$. При положительной кривизне профиля $m_{z0} < 0$. У симметричных профилей коэффициент $m_{z0} = 0$.

Важными характеристиками профиля являются понятия центра давления и фокуса.

Центром давления профиля называется точка пересечения полной аэродинамической силы с хордой профиля. Его можно определить,

если известны коэффициенты нормальной силы и продольного момента относительно передней кромки профиля

$$\bar{x}_{цд} = \frac{x_{цд}}{b} = -\frac{m_z}{c_y}. \quad (6.11)$$

Положение центра давления для несимметричных профилей, которые в основном применяются в крыльях ЛА, сильно зависит от угла атаки (рис. 6.18). Разрыв кривой $\bar{x}_д$ в случае осесимметричного профиля объясняется тем, что при $c_{ya} = 0$ коэффициент момента отличен от нуля, в силу своеобразного распределения давления на нижнем и верхнем контурах, создающего пару сил. При исследовании устойчивости ЛА удобнее пользоваться не понятием центра давления, а понятием фокуса профиля по углу атаки, положение которого на хорде остается постоянным.

Фокусом профиля по углу атаки называется точка на его хорде, относительно которой момент тангажа остается постоянным при малых изменениях угла атаки.

Положение фокуса на хорде можно определить по формуле:

$$\bar{x}_F = \frac{x_F}{b} = -\frac{\partial m_z}{\partial c_{ya}}. \quad (6.12)$$

Согласно формуле (6.10) $\bar{x}_F \approx 0,25$, т. е. фокус лежит приблизительно на расстоянии $(1/4)b$ от передней кромки профиля.

6.6. Влияние формы и условий обтекания на аэродинамические характеристики профиля

Из геометрических характеристик на дозвуковых скоростях наиболее сильное влияние на аэродинамические характеристики профиля оказывает относительная кривизна профиля \bar{f} (рис. 6.19). Это объясняется тем, что с ростом кривизны \bar{f} при постоянной относительной толщине \bar{c} из-за увеличения вытесняющего действия верхнего контура профиля увеличиваются скорость и разрежение на этом контуре. Это приводит к эквидистантному смещению рассматриваемых зависимостей в линейной области в сторону бóльших значений, увеличиваются также и максимальные значения (для $c_{ya \max}$ см. рис. 6.13, а). На этом явлении основано применение отклоняющихся рулей и закрылков для увеличения коэффициента подъемной силы на соответствующих несущих поверхностях. Из условий обтекания наиболее

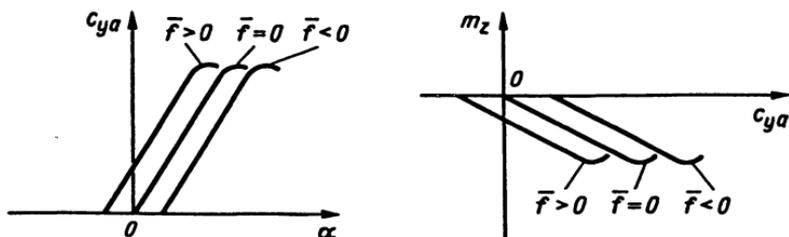


Рис. 6.19. Влияние относительной кривизны профиля \bar{f} на зависимости $c_{ya} = f(\alpha)$ и $m_z = f(c_{ya})$

сильное влияние на аэродинамические характеристики профиля оказывает изменение числа M . На рис. 6.20 показаны зависимости c_{xa} , c_{ya} и c_{ya}^α от числа Маха для профиля, обтекаемого потоком при небольшом фиксированном угле атаки.

При числах $M_\infty < 0,3$ коэффициент лобового сопротивления от числа M не зависит (участок 1 на графике), а зависит в основном от числа Re , толщины, а также от положения точки перехода пограничного слоя из ламинарного в турбулентный. При числах $0,3 < M_\infty < M_*$ проявляется влияние сжимаемости, которое приводит к увеличению сопротивления давления (участок 2). При числах $M_* < M_\infty < 1$ на профиле образуются скачки уплотнения и появляется волновое сопротивление, которое увеличивается из-за роста интенсивности скачков (участок 3). Максимум лобового сопротивления профиля лежит в пре-

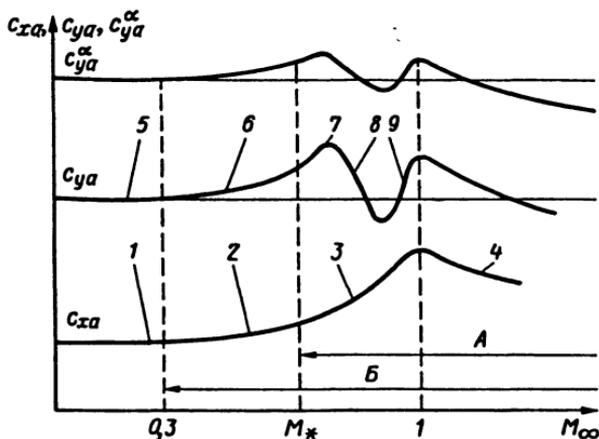


Рис. 6.20. Влияние числа M_∞ на коэффициенты c_{xa} , c_{ya} и c_{ya}^α профиля:
 А — появление скачков уплотнения; Б — влияние сжимаемости

делах чисел $M_\infty = 1,0 \div 1,1$. При дальнейшем увеличении числа M_∞ в сверхзвуковой области коэффициент лобового сопротивления начинает уменьшаться (участок 4) — это связано с увеличением наклона и уменьшением интенсивности носовых и хвостовых скачков уплотнения.

Коэффициент подъемной силы при числах $M_\infty < 0,3$ практически постоянен (участок 5). При числах $0,3 < M_\infty < M_*$ влияние сжимаемости приводит к росту разрежения на верхней поверхности профиля и к росту c_{ya} (участок 6). При $M_\infty > M_*$ величина c_{ya} увеличивается более интенсивно — это обусловливается возникновением на верхней поверхности сверхзвуковых зон с повышенным разрежением (участок 7). Возрастание продолжается вплоть до появления скачков на нижней поверхности профиля, когда разрежение на нижней поверхности создает силу, направленную в обратную сторону. Скачки на нижней поверхности развиваются очень быстро, разрежение на ней растет и значение коэффициента c_{ya} падает (кривая 8). Это падение c_{ya} усугубляется отрывом на верхней поверхности. При числах M_∞ , непосредственно близких к единице, увеличение разрежения на верхней поверхности преобладает над увеличением разрежения на нижней поверхности из-за несимметрии обтекания и c_{ya} возрастает (участок 9).

Аналогично изменению c_{ya} изменяется и частная производная коэффициента подъемной силы профиля от угла атаки c_{ya}^α в зависимости от числа M_∞ .

Очевидно, что на рассматриваемые зависимости оказывает влияние относительная толщина профиля. С ее уменьшением увеличивается M_* и явление волнового кризиса "смягчается".

6.7. Теорема Жуковского о подъемной силе профиля

Если крыло бесконечного размаха создает подъемную силу, то согласно уравнению Бернулли оно изменяет поле скоростей набегающего потока. Циркуляция скорости Γ , вычисленная по контуру, охватывающему это крыло, будет иметь конечное, ненулевое значение. Существует кинематический объект, также вызывающий циркуляцию скорости, — это вихревой шнур или просто вихрь. Н. Е. Жуковский предложил заменить крыло вихрем с такой же циркуляцией, называемым *присоединенным*. Рассматривая такую вихревую модель, он доказал следующую теорему, положившую начало теории крыла.

При безотрывном обтекании крыла бесконечного размаха безграничным потоком идеальной среды:

1) подъемная сила единицы размаха крыла

$$Y_a = \rho V_\infty \Gamma; \quad (6.13)$$

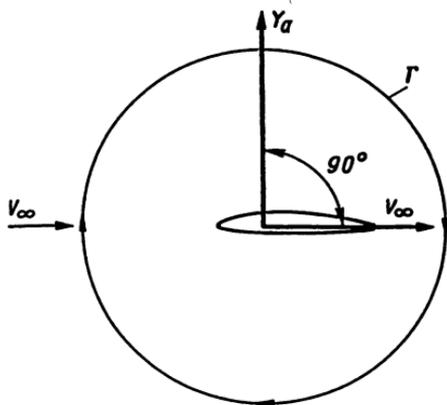


Рис. 6.21. Правило Жуковского для определения направления действия подъемной силы

кромки A передняя критическая точка не совпадает с ней. При положительной подъемной силе эта критическая точка смещается на нижнюю поверхность профиля. Частицы воздуха, обтекающие профиль сверху, движутся от передней критической точки сначала вперед против потока, огибают носок и затем устремляются к задней кромке (см. рис. 6.22). При обтекании носовой части скорость движения воздуха увеличивается, давление падает. Разность давлений, действующих на хвостовую часть и область вблизи передней кромки, создает силу, называемую *подсасывающей силой*, и которая уменьшает силу сопротивления давления. Для реализации подсасывающей силы передняя кромка профиля должна быть закругленной.

Теоретически присоединенный вихрь действительно существует в реальных условиях обтекания, только он распределен по поверхности крыла в виде пограничного слоя, течение в котором является вихревым.

Можно представить, что частицы среды в пограничном слое, из-за неравномерного подтормаживающего влияния вязкости вращаются, т. е. являются маленькими вихрями, размерами не превышающими толщину пограничного слоя. Интенсивность каждого такого вихря можно заменить циркуляцией скорости по некоторому замкнутому

2) направление действия подъемной силы получается поворотом вектора скорости невозмущенного потока V_∞ против направления циркуляции на угол 90° (рис. 6.21);

3) лобовое сопротивление единицы размаха крыла равно нулю, что соответствует парадоксу Даламбера—Эйлера.

Значение циркуляции определяется из условия совпадения задней критической точки потока с задней кромкой профиля B , называемого постулатом Жуковского—Чаплыгина о конечности скорости на задней кромке (рис. 6.22).

В случае обтекания передней

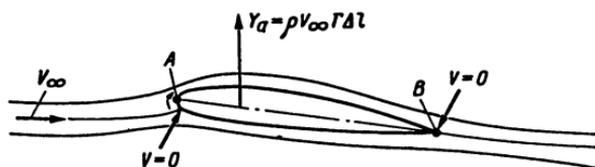


Рис. 6.22. К пояснению постулата Жуковского—Чаплыгина

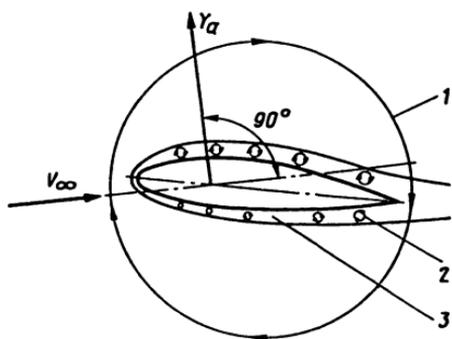


Рис. 6.23. Влияние вязкости на образование циркуляции и подъемной силы:

1 — суммарная циркуляция; 2 — i -я циркуляция; 3 — пограничный слой

стью профиля и углом атаки, тем больше циркуляция скорости и подъемная сила.

Отсюда вытекает важный вывод, что подъемная сила возникает, помимо наличия плотности, также из-за такого физического свойства сплошной среды, как вязкость.

контуру (рис. 6.23). Очевидно, что на верхнем контуре профиля эти циркуляции направлены по часовой стрелке, а на нижнем — против. Из-за несимметрии обтекания путь, проходимый частицами среды от передней критической точки до задней кромки профиля, сверху будет больше, чем снизу, и поэтому вихрей сверху также будет образовываться больше. Тогда суммарная циркуляция как сумма интенсивностей всех вихрей в пограничном слое будет направлена по часовой стрелке, чем и обеспечивается подъемная сила. Чем больше несимметрия обтекания, которая обеспечивается вогнутостью

Глава 7

АЭРОДИНАМИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ КРЫЛА

7.1. Геометрические характеристики

Форма крыла в плане зависит от требуемых летно-технических характеристик летательного аппарата. Наиболее широко применяемые в авиации формы крыльев представлены на рис. 7.1.

Форма крыла в плане определяется следующими геометрическими характеристиками.

Размах крыла l — расстояние между двумя плоскостями, параллельными базовой плоскости самолета и касающимися концов крыла (см. рис. 7.1, а).

Под *базовой плоскостью самолета* обычно понимается его плоскость симметрии, плоскость OXY в связанной системе координат.

Площадь крыла S — площадь проекции крыла на базовую плоскость крыла.

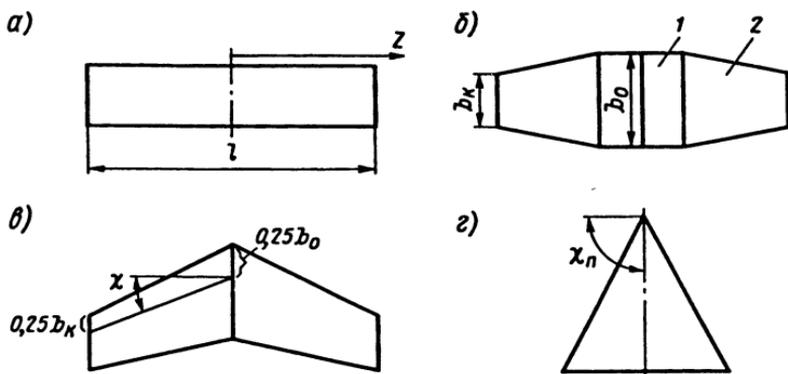


Рис. 7.1. Формы крыльев в плане:

a — прямоугольные; *б* — трапециевидные с центропланом; *в* — стреловидные; *г* — треугольные

Базовая плоскость крыла — это плоскость, содержащая центральную хорду крыла и перпендикулярная базовой плоскости самолета.

Обычно в площадь крыла включаются его площади, занятые фюзеляжем, gondолами двигателей или другими надстройками.

Центральная хорда крыла b_0 — местная хорда крыла в базовой плоскости, в плоскости симметрии самолета (см. рис. 7.1, б).

Концевая хорда крыла b_k — хорда крыла, замыкающая контур крыла на его конце (см. рис. 7.1, б).

Средняя геометрическая хорда крыла b_{cp} — хорда равновеликого прямоугольного крыла такого же размаха:

$$b_{cp} = S/l. \quad (7.1)$$

Местная хорда $b(z)$ — хорда профиля в сечении z крыла.

Средняя аэродинамическая хорда (САХ) крыла b_A — хорда равновеликого прямоугольного крыла с такими же полной аэродинамической силой и моментом тангажа:

$$b_A = \int_{-l/2}^{l/2} b_z^2 dz.$$

Для крыла с прямолинейными передней и задней кромками САХ и ее положение определяются формулами:

$$b_A = \frac{2}{3} \left(b_0 + b_k - \frac{b_0 b_k}{b_0 + b_k} \right); z_A = \frac{b_0 + 2b_k}{b_0 + b_k} \frac{l}{6}. \quad (7.2)$$

Фокус крыла расположен на $1/4 b_A$.

Точка n-процентов хорды — точка местной хорды крыла, находящаяся на расстоянии n -процентов длины местной хорды крыла от его передней кромки.

Линия n-процентов хорд — линия содержащая точки n -процентов хорд от центральной до концевой хорды крыла.

Удлинение крыла λ — отношение квадрата размаха крыла к площади крыла:

$$\lambda = l^2/S. \quad (7.3)$$

Сужение крыла η — отношение длины центральной хорды крыла к длине концевой хорды крыла

$$\eta = b_0/b_k. \quad (7.4)$$

Местный угол стреловидности крыла по линии n -процентов хорд $\chi_n(z)$ — это угол между касательной к линии n -процентов хорд в рассматриваемой точке P и плоскостью, перпендикулярной центральной хорде крыла (см. рис. 7.1, в).

В общем случае угол стреловидности $\chi_n(z)$ является переменным по размаху. Однако в авиации наиболее широкое применение нашли крылья, у которых передние и задние кромки прямолинейны, а проекция на базовую плоскость образует две трапеции с общим основанием. Такие крылья называются трапециевидными и будут в основном рассматриваться в дальнейшем. Очевидно, что такие крылья имеют постоянные углы стреловидности для линий n -процентов хорд по размаху крыла.

В практике рассматриваются в основном следующие углы.

Угол стреловидности по линии 1/4 хорд χ — это угол стреловидности по линии n -процентов хорд при $n = 25\%$ (см. рис. 7.1, в).

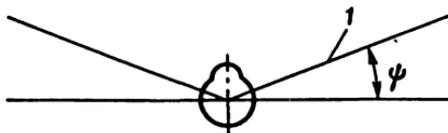
Этот угол обозначается χ часто без индексов, и обычно приводится в технической документации для стреловидных крыльев.

Под стреловидными крыльями будем понимать частный случай трапециевидных крыльев, у которых $\chi > 0$. Для современных транспортных самолетов $\chi = 20 \div 35^\circ$ (у Ту-154 $\chi = 35^\circ$, у Ил-96 $\chi = 30^\circ$).

Для треугольных крыльев задают угол не по линии 1/4 хорд, а по передней кромке χ_n (см. рис. 7.1, з), т. е. угол по линии n -процентов хорд для $n = 0$.

При определении числа M крыла используется угол стреловидности по линии максимальных толщин χ_c , т. е. при n , соответствующему \bar{x}_c . При определении эффективности закрылков используется угол стреловидности по задней кромке χ_3 , т. е. при $n = 100\%$.

Рис. 7.2. Угол поперечного V-крыла



Если крыло имеет излом передних или задних кромок (см. рис. 7.1, б), то на крыле выделяют центроплан 1 и концевую часть 2.

Для такого крыла углы стреловидности определяются отдельно для центроплана и концевой части, а затем угол определяется для всего крыла как средневзвешенная величина:

$$\chi = \frac{\chi_{\text{ц}} S_{\text{ц}} + \chi_{\text{к}} S_{\text{к}}}{S}, \quad (7.5)$$

где $S_{\text{ц}}$ — площадь центроплана; $S_{\text{к}}$ — сумма площадей концевых частей крыла.

Аналогично определяются САХ b_A и ее положение z_A . Сначала определяют b_A и z_A отдельно для центроплана и концевой части, а затем по (7.5) для крыла.

Угол попеременного V-крыла ψ — это угол между базовой плоскостью крыла и линией четвертой хорд полукрыла (рис. 7.2). Угол ψ положителен, когда линия четвертой хорд 1 расположена над базовой плоскостью (Ту-154, $\psi = 1^\circ 1'$).

Геометрическая крутка крыла — это смещение хорд крыла по его размаху на некоторые углы относительно центральной хорды. Угол крутки положителен, когда передняя точка хорды выше ее задней точки. Угол геометрической крутки ϕ самолетов Ту-154 и Ил-96 отрицателен и равен -4° на всем полуразмахе.

Как правило, крылья набираются из профилей различной формы, толщины и вогнутости по размаху, т. е. имеют так называемую *аэродинамическую крутку*. Для упрощения анализа обычно используют средние по размаху геометрические характеристики профиля (например \bar{c} , \bar{f}), которые также включаются в геометрические характеристики крыла.

7.2. Индуктивное сопротивление

Набор крыла из профилей предопределяет обязательное наличие у крыла профильного сопротивления, зависящего в основном от геометрии используемых профилей.

Чем же отличается обтекание профиля от обтекания крыла?

В отличие от обтекания профиля или крыла бесконечного размаха, обтекаемого плоскопараллельным потоком, обтекание крыла конеч-

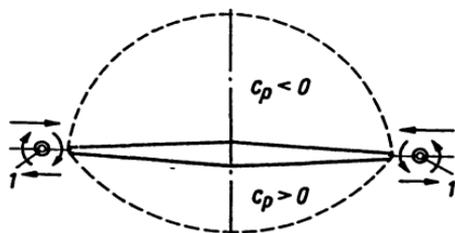


Рис. 7.3. Схема перетекания воздуха
вблизи крыла:

1 — вращающиеся частицы воздуха

ного размаха имеет пространственный характер, особенно вблизи его концов.

Крыло, создающее подъемную силу, можно рассматривать как своеобразный "насос". Этот "насос" образует область разрежения $c_p < 0$ над верхней поверхностью и область избыточного давления $c_p > 0$ под нижней, что очевидно вызывает перетекание воздуха вблизи крыла. Однако через переднюю и заднюю кромки перетекание невозможно, так как согласно распределению давления по профилю (см. рис. 6.2) вблизи кромки давление сверху и снизу крыла выравнивается. Вблизи же концов крыла такое перетекание реализуется. Воздух из внешнего потока стремится в область разрежения над крылом, а воздух из зоны избыточного давления — во внешний поток (рис. 7.3).

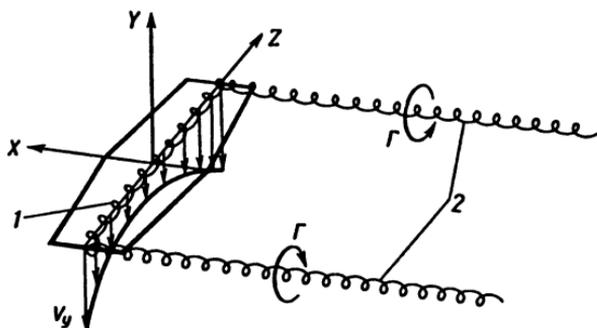
Такое перетекание образует составляющую скорости, направленную перпендикулярно набегающему потоку, — вдоль крыла. Это приводит к тому, что вблизи задней кромки крыла суммарная скорость не стремится к нулю, т. е. "пропадает" задняя критическая точка, даже в условиях идеальной жидкости. Происходит нарушение парадокса Даламбера—Эйлера из-за потери части давления на задней кромке крыла, не связанной с толщиной вытеснения в пограничном слое. Эти потери давления обуславливают появление дополнительной силы сопротивления, которая может быть определена по вихревой теории крыла конечного размаха.

В упрощенном виде суть этой теории состоит в следующем.

Взаимодействие встречных течений вблизи боковых кромок из-за наличия вязкости вызывает вращение частиц воздуха, которые уносятся набегающим потоком и образуют так называемые свободные вихри, которые совместно с присоединенным вихрем образуют один П-образный вихрь с постоянной циркуляцией вдоль размаха (рис. 7.4). Такая простейшая вихревая схема крыла весьма приближительна, так как в действительности циркуляция скорости по размаху переменна и равна нулю на концах крыла, а с каждой точки задней кромки крыла сходят элементарные вихри с бесконечно малой циркуляцией, которые образуют так называемую вихревую пелену. Вихревая пелена не-

Рис. 7.4. П-образная вихревая схема крыла конечного размаха:

1 и 2 — соответственно при-
соединенный и свободные
вихри



устойчива и при смещении вниз по потоку она свертывается и образует вышеназванные свободные вихри.

Свободные вихри за счет явления вихревого влияния индуцируют в каждом сечении по размаху крыла скорость V_y , направленную вниз ортогонально скорости набегающего потока.

Эта скорость называется *скоростью скоса потока*, которая в общем случае меняется по размаху крыла.

Скорость скоса потока складывается со скоростью набегающего потока и образует новый вектор скорости обтекания сечения (рис. 7.5):

$$\bar{V} = \bar{V}_\infty + \bar{V}_y$$

отклоненный от вектора \bar{V}_∞ на угол, определяемый соотношением

$$\operatorname{tg} \varepsilon = V_y / V_\infty.$$

Угол ε называется *углом скоса потока сечения*, а угол атаки

$$\alpha_{\text{ист}} = \alpha - \varepsilon, \quad (7.6)$$

истинным углом атаки сечения крыла.

Определение суммарных аэродинамических сил и моментов, действующих в целом на крыло, основывается на гипотезе плоских сечений. Суть этой гипотезы состоит в следующем.

Для крыльев большого удлинения ($\lambda > 2,5$) можно рассмотреть обтекание каждого сечения крыла длиной dz под истинным углом атаки $\alpha_{\text{ист}}$ и просуммировать результаты по размаху крыла (рис. 7.6).

Опыт показывает, что V_y мала по сравнению со скоростью набегающего потока. Поэтому можно принять

$$\operatorname{tg} \varepsilon \approx \sin \varepsilon \approx \varepsilon; \quad \cos \varepsilon \approx 1.$$

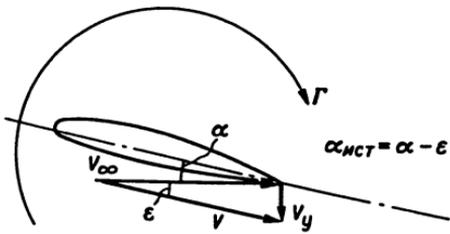


Рис. 7.5. Обтекание сечения крыла конечного размаха

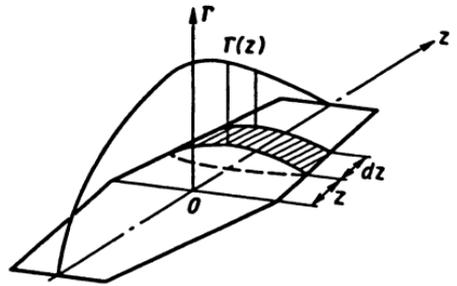


Рис. 7.6. Определение аэродинамических характеристик сечения крыла

На основании теоремы Жуковского, рассматривая отдельно скорости V_∞ и V_y , можно определить силы, действующие на сечение крыла как элементы крыла размахом dz (рис. 7.7):

$$dY_a = \rho V_\infty \Gamma(z) dz; \quad dX_{ai} = \rho V_y \Gamma(z) dz. \quad (7.7)$$

Интегрируя по размаху крыла выражения (7.7), получим:

$$Y_a = \int_{-1/2}^{1/2} \rho V_\infty \Gamma(z) dz, \quad (7.8)$$

$$X_{ai} = \int_{-1/2}^{1/2} \rho V_y \Gamma(z) dz. \quad (7.9)$$

На основании гипотезы сплошных сечений для крыльев большого

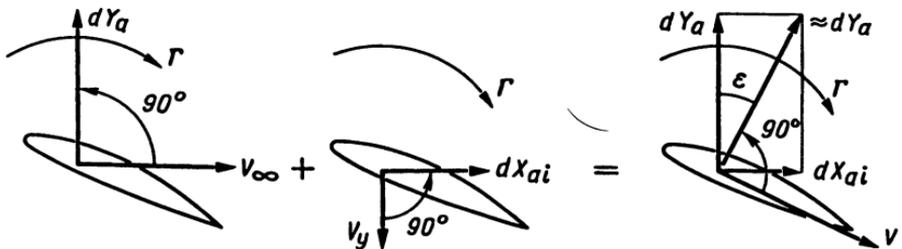


Рис. 7.7. Силы, действующие на сечение крыла конечного размаха

удлинения из-за малости изменения можно ввести средние по размаху значения V_y и ε_{cp} :

$$V_y = V_\infty \operatorname{tg} \varepsilon_{cp} \approx V_\infty \varepsilon_{cp} = \text{const.}$$

Подставив полученное выражение в (7.9), с учетом (7.8), можно получить связь между силами Y_a и X_{ai}

$$X_{ai} = \int_{-l/2}^{l/2} \rho V_\infty \varepsilon_{cp} \Gamma(z) dz = Y_a \varepsilon_{cp}. \quad (7.10)$$

Зависимость (7.10) показывает, что дополнительная сила сопротивления X_{ai} вызывается (индуцируется) подъемной силой и называется *силой индуктивного* или *вихревого сопротивления крыла*.

Теория позволяет получить выражение для среднего угла скоса потока

$$\varepsilon_{cp} = \frac{c_{ya}}{\pi \lambda} (1 + \tau), \quad (7.11)$$

где τ — поправка, учитывающая влияние формы крыла в плане на угол скоса потока, $\tau = 0 \div 25$.

Переходя в формуле (7.10) к аэродинамическим коэффициентам и с учетом (7.11), можно получить формулу для коэффициента индуктивного сопротивления крыла

$$c_{xai} = c_{ya} \Delta \alpha = A c_{ya}^2, \quad (7.12)$$

где A — коэффициент отвала поляры; $A = \frac{1}{\pi \lambda} (1 + \delta)$; δ — поправка, учитывающая влияние формы крыла в плане, $\delta = 0 \div 0,11$.

Формулы (7.11 и 7.12) справедливы для дозвуковых скоростей полета.

Если распределение циркуляции скорости по размаху крыла подчиняется эллиптическому закону (рис. 7.8), то угол скоса потока постоянен по размаху, а индуктивное сопротивление минимально ($\tau = 0$; $\delta = 0$).

Крылья с эллиптическим распределением циркуляции, как имеющие наименьший коэффициент индуктивного сопротивления при данных значениях коэффициента подъемной силы и удлинения крыла, называются *наивыгоднейшими*.

Эллиптическое распределение циркуляции на дозвуковых скоростях можно получить на крыльях, имеющих в плане форму эллипса при постоянном по размаху аэродинамическом угле атаки.

Чем ближе форма крыла в плане к эллиптической, тем меньше τ и δ .

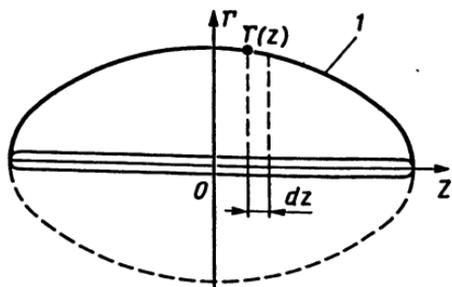


Рис. 7.8. Эллиптическое распределение циркуляции по размаху крыла:

1 — эллипс

Из формулы (7.12) видно, что при заданном коэффициенте c_{ya} крыло с большим удлинением имеет меньшее индуктивное сопротивление. Поэтому на современных транспортных самолетах стараются увеличить удлинение (сравните Ту-154, $\lambda = 7,83$ и Ил-96, $\lambda = 9,5$). Однако рост удлинения ограничен прочностными и упругими свойствами крыла.

Кроме того, если при росте удлинения нарушается эллиптическое распределение циркуляции, индуктивное сопротивление будет уменьшаться, но не достигнет минимального значения из-за роста поправок τ и δ . Для обеспечения эллиптичности распределения циркуляции на крыльях сложной формы в плане применяют геометрическую и аэродинамическую крутки крыла. Перспективным направлением также является изменение формы профилей сечений крыла непосредственно в полете путем отклонения вниз или вверх носовых или хвостовых частей профиля. Такие крылья называются *адаптивными*.

Второй путь уменьшения индуктивного сопротивления заключается в организации такого обтекания концов крыла, которое приближалось бы к двумерному, т. е. к обтеканию крыла бесконечного размаха.

Рассмотрим обтекание идеальной жидкостью верхней поверхности крыла конечного размаха, создающего подъемную силу. При дозвуковых скоростях обтекание верхней поверхности играет преобладающее влияние на создание подъемной силы, а также, можно утверждать, и на связанное с ней индуктивное сопротивление.

Выделим в потоке воздуха условную трубку тока диаметром, равным размаху крыла, и рассмотрим ее часть, обтекающую верхнюю поверхность полукрыла (кривая 1 на рис. 7.9). Если бы крыло не создавало подъемную силу, не было бы влияния концов крыла, и площади поперечного сечения трубки перед крылом и за крылом были бы равны, а также были бы равны скорость и давление перед крылом и за крылом. Значит, разность давления перед крылом и за крылом была бы равна нулю и крыло обтекалось бы как бесконечное.

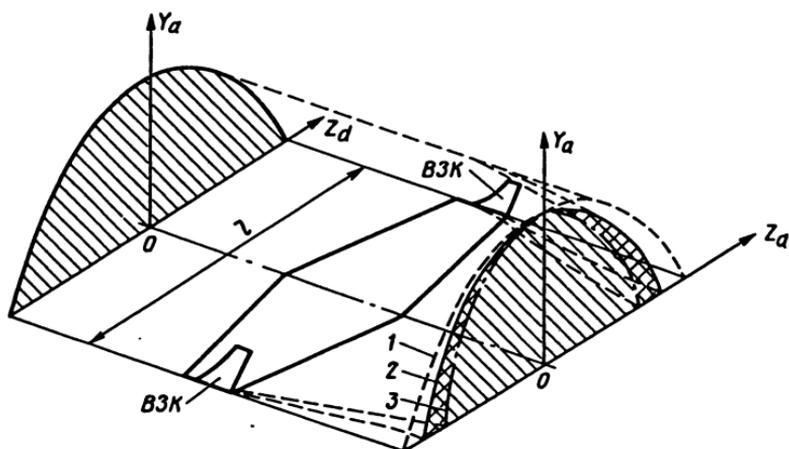


Рис. 7.9. Влияние обтекания концов крыла на форму условной трубки тока:

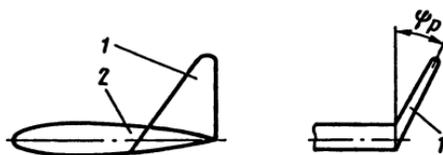
1 и 3 — соответственно площади трубок тока без учета и с учетом влияния обтекания конца крыла; 2 — площадь трубки тока при использовании ВЗК

Однако, как указывалось ранее, разрежение на верхней поверхности крыла вызывает скорости, направленные вдоль размаха, которые искажают (сжимают) границы трубки тока, уменьшая ее поперечное сечение (кривая 2 на рис. 7.9). Это приводит в соответствии с уравнением неразрывности к росту скорости за крылом, что в свою очередь согласно уравнению Бернулли уменьшает давление за крылом. Разность давлений перед и за крылом направлена по потоку, что и создает индуктивное сопротивление.

Наиболее эффективным способом улучшения организации обтекания концов крыла являются вертикальные законцовки крыла (ВЗК) (рис. 7.10). Они представляют собой небольшие крылышки (порядка 2—4% S -крыла), обычно установленные на верхней поверхности крыла на некотором расстоянии от передней кромки. Кроме того, они могут устанавливаться под некоторым углом к плоскости симметрии угла. ВЗК имеют такую форму и устанавливаются таким образом, чтобы при обтекании на заданном режиме полета, они создавали бы скоро-

Рис. 7.10. Вертикальная законцовка крыла:

1 — законцовки; 2 — крыло; ψ_p — угол развала



сти скоса потока, уменьшающие продольные скорости перетекания и тем самым сжатие трубки тока (кривая 3 на рис. 7.9). Разность давлений перед и за крылом здесь уменьшается, что и приводит к уменьшению индуктивного сопротивления.

7.3. Влияние стреловидности и удлинения крыла на волновой кризис. Критическое число Маха крыла

Современные дозвуковые магистральные самолеты летают в условиях волнового кризиса, который, как известно, ухудшает аэродинамические характеристики. Очевидно, что такие полеты стали возможными, только когда были найдены пути уменьшения этих явлений.

Первым путем, который в настоящее время является наиболее эффективным для уменьшения явлений волнового кризиса, стало применение стреловидных крыльев.

Влияние стреловидности крыльев основано на эффекте скольжения, который достигается поворотом вектора скорости набегающего потока на угол скольжения β при обтекании бесконечного крыла. В этом случае набегающий поток можно разложить на нормальный к передней кромке и параллельный ей (рис. 7.11). В этих же направлениях рассмотрим нормальное сечение крыла $A-A$ и скользящее сечение $B-B$. Из рисунка следует, что при малом α_n , когда можно считать, что $\cos \alpha_n = 1$, имеем связь между параметрами профилей:

$$b_n = b \cos \beta; \quad \bar{c} = \bar{c}_n \cos \beta; \quad \bar{f} = \bar{f}_n / \cos \beta; \quad \alpha_n = \alpha / \cos \beta. \quad (7.13)$$

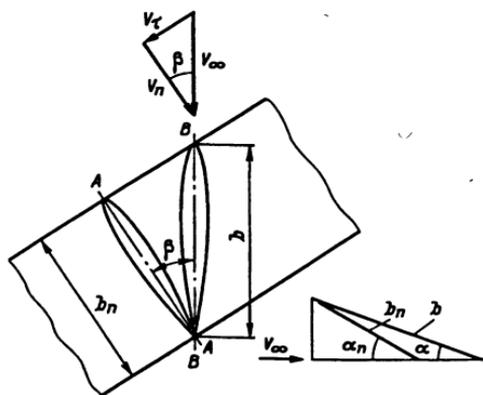


Рис. 7.11. Скользящее крыло

Распределение давления на поверхности крыла и обусловленные им аэродинамические характеристики определяются нормальным потоком. Параллельный образующей крыла поток не деформируется, на распределение давления не влияет, но влияет на трение. Следовательно, скользящее крыло можно рассматривать как прямое с геометрическими параметрами (7.13), обтекающееся нормальным потоком.

В случае сжимаемого потока $M_\infty > 0,3$, благодаря умень-

шению местных скоростей нормального потока $V_n = V_\infty \cos\beta$, возрастает критическое число M_* скользящего крыла:

$$M_* = M_{*n} / \cos\beta, \quad (7.14)$$

и волновой кризис возникает при больших скоростях V_∞ и числах M_∞ полета.

Переход от скользящего крыла к стреловидному можно осуществить, полагая

$$|\beta_l| = |\beta_p| = |\chi_n|,$$

где β_l и β_p — углы скольжения соответственно левой и правой консолей крыла; χ_n — угол стреловидности по передней кромке.

Так как реальные крылья по прочностным соображениям обязательно имеют сужение, то на практике обычно переходят от угла χ_n к углу χ — углу стреловидности по линии четвертой хорд (линии фокусов профилей).

Стреловидные крылья по сравнению с нестреловидными имеют худшие несущие свойства:

$$c_{ya}^\alpha = c_{yan}^\alpha \cos\chi, \quad (7.15)$$

примерно такое же сопротивление трения, которое также можно определить по (6.8), но, самое важное, более мягкое протекание волнового кризиса.

Это заключается, во-первых, в том, что стреловидность крыла не только увеличивает значение M_* , но и уменьшает местные сверхзвуковые скорости и, следовательно, интенсивность скачков уплотнения. В результате этого при увеличении стреловидности крыла возникновение волнового сопротивления происходит при больших скоростях полета, а само волновое сопротивление при этом существенно уменьшается (рис. 7.12, а).

Во-вторых, коэффициенты c_{ya} и c_{ya}^α также возрастают в диапазоне $M_* < M_\infty < 1$, но меняются более плавно (без провалов), чем для нестреловидных крыльев (рис. 7.12, б).

Эффект стреловидности заметно начинает сказываться при $\chi \geq 25^\circ$. При меньших углах стреловидности более экономически выгодным являются снижение скорости полета и использование нестреловидного крыла.

В настоящее время все большее применение находит совместное использование стреловидного крыла и сверхкритических профилей (см. гл. 6).

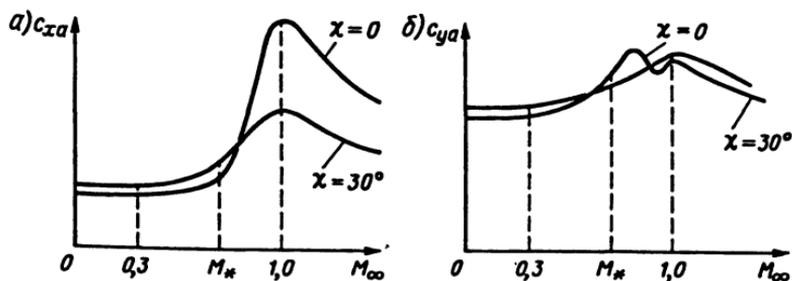


Рис. 7.12. Влияние числа Маха на аэродинамические характеристики стреловидного крыла:

a — коэффициент c_{xa} ; *b* — коэффициент c_{ya}

Крыло со сверхкритическим профилем при равных углах стреловидности позволяет увеличить его относительную толщину и удлинение, а также сделать его более легким.

При одинаковой относительной толщине \bar{c} крыло со сверхкритическим профилем имеет меньшую стреловидность, что также улучшает его весовые характеристики и несущие свойства.

Наличие продольной составляющей скорости у стреловидного крыла заставляет перемещаться заторможенный воздух в пограничном слое к концу крыла. Это приводит к преждевременному отрыву потока на концах крыла. Для предотвращения этого явления на стреловидных крыльях ставят аэродинамические гребни (самолет Ту-154).

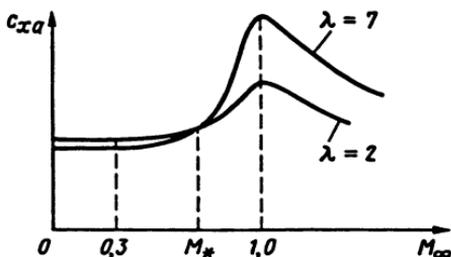
Вторым путем уменьшения явлений волнового кризиса является применение крыльев малого удлинения (см. рис. 7.1, *з*). Крылья малых удлинений ($\lambda < 2,5$) позволяют без уменьшения их прочности иметь малую относительную толщину $\bar{c} < 3\%$.

Из-за больших размеров хорд такого крыла реальная толщина его достаточна для размещения силовых элементов и полезных грузов.

Кроме того, они в основном имеют треугольную форму в плане. Все это позволяет увеличить M_* и снизить волновое сопротивление (рис. 7.13). При малых же скоростях, когда значение c_{ya} достаточно велико, крылья малых удлинений имеют значительное индуктивное сопротивление. Поэтому эти крылья наиболее широко применяются при сверхзвуковых скоростях полета (самолеты Ту-144, Конкорд). В дозвуковой транспортной авиации эти крылья не применяются.

На реальных стреловидных крыльях из-за излома их в плоскости симметрии и наличия перетекания воздуха на боковых кромках эффект скольжения несколько снижается и формула (7.12) дает завышенные результаты для M_* .

Рис. 7.13. Влияние числа Маха на коэффициент сопротивления крыла малого удлинения



Для определения критического числа M_* для стреловидных крыльев и крыльев малого удлинения более широко используется выражение

$$M_* = M_{*п} + \Delta M_{*\chi} + \Delta M_{*\lambda}, \quad (7.16)$$

где $M_{*п}$ — величина M_* профиля, определяется по рис. 6.8; $\Delta M_{*\chi}$ — поправка, учитывающая влияние стреловидности на M_* , определяется по рис. 7.14, а; $\Delta M_{*\lambda}$ — поправка, учитывающая влияние удлинения крыла на M_* , определяется по рис. 7.14, б.

На графиках рис. 7.14 в качестве абсцисс используется значение $M_{*п}$ при $c_{ya} = 0$, которое также определяется по рис. 6.8.

Параметрами являются угол стреловидности по линии максимальных толщин χ_c на рис. 7.14, а и относительное удлинение крыла λ на рис. 7.14, б. Из графиков видно, что при углах $\chi_c < 15^\circ$ и удлинении $\lambda < 2,5$ поправки очень малы и их можно не учитывать.

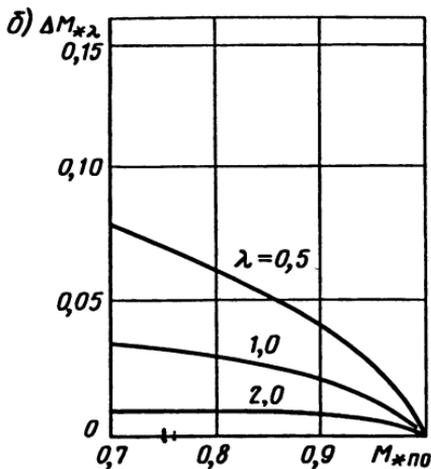
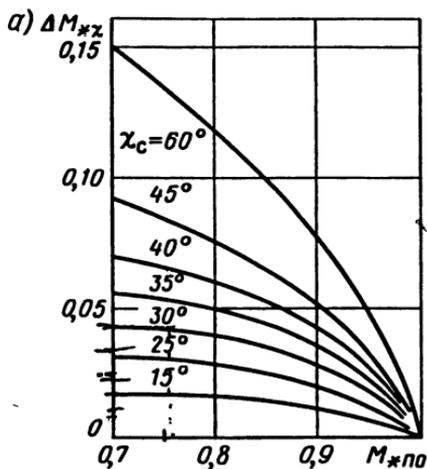


Рис. 7.14. Определение поправки $\Delta M_{*\chi}$ (а) и $\Delta M_{*\lambda}$ (б)

7.4. Несущие свойства

Первой основной аэродинамической характеристикой крыла является зависимость $c_{ya} = f(\alpha)$, которая характеризует несущие свойства крыла (рис. 7.15). Здесь будем рассматривать несущие свойства изолированного крыла, т. е. крыла без фюзеляжа и каких-либо надстроек.

Эту зависимость для крыльев больших удлинений $\lambda > 2,5$ можно аналитически описать выражениями:

$$c_{ya} = c_{ya}^{\alpha} (\alpha - \alpha_0); \quad \alpha_0 \leq \alpha \leq \alpha_{нс}, \quad (7.17)$$

$$c_{ya} = f(\alpha); \quad \alpha_{нс} < \alpha \leq \alpha_{кр}. \quad (7.18)$$

Формула (7.17) моделирует линейную часть зависимости, а (7.18) — ее нелинейную часть. Если нелинейную часть аппроксимировать квадратной параболой, имеющей вершину в точке $(c_{ya\max}, \alpha_{кр})$ и имеющей также одинаковую с линейным участком производную c_{ya}^{α} в точке $(c_{yaнс}, \alpha_{нс})$, то выражение (7.18) можно заменить формулой:

$$c_{ya} = c_{ya\max} - \frac{c_{ya}^{\alpha}}{2(\alpha_{кр} - \alpha_{нс})} (\alpha^2 - 2\alpha_{кр}\alpha + \alpha_{кр}^2); \quad \alpha_{нс} < \alpha \leq \alpha_{кр}. \quad (7.19)$$

Формулы (7.17) и (7.19) позволяют рассчитать зависимость $c_{ya} = f(\alpha)$ во всем диапазоне изменения углов атаки.

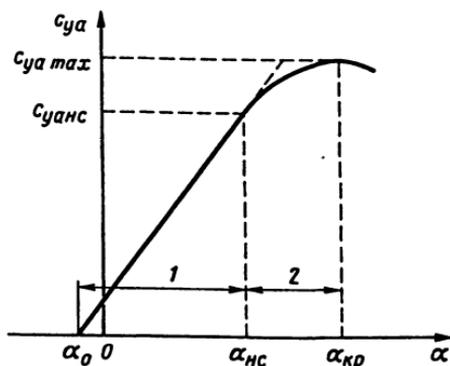


Рис. 7.15. Зависимость $c_{ya} = f\alpha$ для крыла:

1 и 2 — соответственно линейный и нелинейный участки

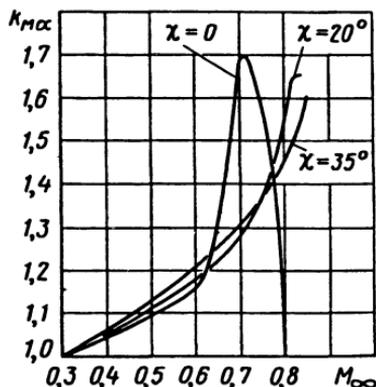


Рис. 7.16. Зависимость коэффициента $k_{M\alpha}$ от числа полета M_{∞}

Сделаем несколько замечаний. Так как реальные крылья имеют аэродинамическую и геометрическую кривизны, то очевидно, что представленные в формулах коэффициенты и углы понимаются как некоторые средние значения по размаху крыла. При определении угла атаки обычно упрощаются, для какого сечения крыла он определяется, что и оговаривается заранее. В дальнейшем под углом атаки крыла мы будем понимать угол атаки для его средней геометрической хорды.

Далее мы получим формулы, позволяющие рассчитать несущие свойства однопрофильного, плоского (незакрученного) крыла в диапазоне чисел Маха полета дозвуковых транспортных самолетов $M_\infty \leq 0,9$.

Формулами (7.17) и (7.19) можно пользоваться, если мы знаем коэффициенты $c_{y\alpha}^\alpha$, $c_{y\alpha\max}$, $c_{y\alpha\text{нс}}$ и углы α_0 , $\alpha_{\text{нс}}$ и $\alpha_{\text{кр}}$.

Так как крыло однопрофильное, то будем считать известными частную производную по углу атаки для профиля $c_{y\alpha\infty}^\alpha$ и угол атаки нулевой подъемной силы α_0 . Здесь и в дальнейшем индексом " ∞ " будем обозначать коэффициенты для профиля как крыла бесконечного удлинения, $\lambda = \infty$. Тогда, подставив в формулу (7.17) значение частной производной для профиля $c_{y\alpha\infty}^\alpha$, используя формулу для истинного угла атаки профиля (7.6), формулу для угла скаса потока (7.11), с учетом формулы (7.15), окончательно получим

$$c_{y\alpha}^\alpha = \frac{c_{y\alpha\infty}^\alpha \cos \chi}{1 + \frac{c_{y\alpha\infty}^\alpha \cos \chi}{\pi \lambda} (1 + \tau)} k_{M\alpha}. \quad (7.20)$$

Если крыло в плане имеет форму эллипса или трапеции с закругленными концами, то $\tau = 0$, для стреловидных крыльев с $\chi = 30 \div 35^\circ$ и $\lambda = 4 \div 10$ можно принять $\tau = 0,18$, для крыльев больших удлинений с $\lambda > 10$ можно принять $\tau = 0,25$.

Для учета сжимаемости в формулу (7.20) введен коэффициент $k_{M\alpha}$, который можно определить при заданном числе полета M_∞ из графика рис. 7.16.

Коэффициент $c_{y\alpha\max}$ для нестреловидных крыльев в несжимаемом потоке можно определить методом ЦАГИ. При этом предполагается, что отношение $c_{y\alpha\max}/c_{y\alpha}$ для крыла равно минимальному значению отношения $c_{y\alpha\max i}/c_{y\alpha i}$ в каком-либо i -м сечении крыла по его размаху.

Этот метод пригоден для прямых и трапециевидных однопрофильных и незакрученных крыльев сравнительно больших удлинений с $\lambda > 2,5$. Метод основан на предположении, что угол атаки крыла становится критическим в тот момент, когда по мере увеличения угла атаки хотя

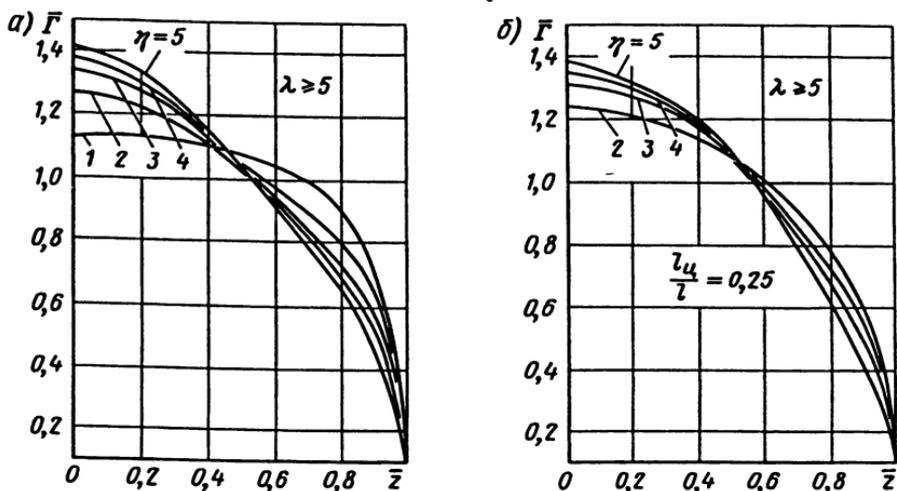


Рис. 7.17. Распределение приведенной циркуляции $\bar{\Gamma}$ по полукрылу:
 а — без центроплана; б — с центропланом

бы в одном (i -м) сечении крыла достигается значение $c_{ya\max i}$. Это значит, что отношение $c_{ya\max}/c_{ya}$ для крыла равно минимальному значению отношения $c_{ya\max i}/c_{yai}$, которое определяется для каждого сечения полукрыла при коэффициенте подъемной силы крыла $c_{ya} = 1$.

$$\frac{c_{ya\max}}{c_{ya}} = \left(\frac{c_{ya\max i}}{c_{yai}} \right)_{\min} \quad \text{или} \quad c_{ya\max} = \left(\frac{c_{ya\max i}}{c_{yai}} \right)_{\min} \quad (7.21)$$

Наиболее просто эту величину определить графическим путем. Для этого надо задаться рядом расстояний z_i от оси симметрии крыла и для каждого расстояния определить значение хорды сечения крыла b_i . Для каждого значения хорды сечения крыла b_i определить величину $c_{ya\max i}$ из рис. 6.13 и вычислить значение

$$c_{yai} = \bar{\Gamma}_i \frac{b_{cp}}{b_i}, \quad (7.22)$$

где $\bar{\Gamma}_i$ — приведенная циркуляция в сечении при $c_{ya} = 1$; $\bar{\Gamma}_i = 2\Gamma_i/(V_\infty b_{cp})$ и определяется по рис. 7.17, в котором в качестве абсциссы используется безразмерное расстояние от оси крыла $z_i = 2z_i/l$; b_{cp} — средняя геометрическая хорда крыла.

Затем строится график вида рис. 7.18 и из него графически определяется коэффициент $c_{ya\max}$.

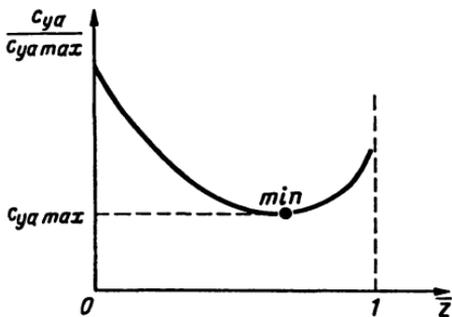


Рис. 7.18. Определение $c_{ya \max}$ нестреловидного крыла

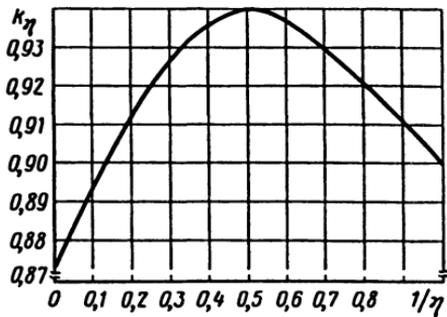


Рис. 7.19. Зависимость коэффициента k_{η} от сужения крыла

Для стреловидных крыльев нет точных формул для определения величины $c_{ya \max}$, поэтому в первом приближении этот коэффициент можно определить по эмпирической формуле

$$c_{ya \max} = c_{ya \max \infty} k_{\eta} \frac{1 + \cos \chi_{\epsilon}}{2}, \quad (7.23)$$

где $c_{ya \max \infty}$ определяется по графику рис. 6.13 по числу Рейнольдса, вычисленному для средней геометрической хорды крыла; k_{η} — коэффициент, зависящий от сужения крыла η , определяется по графику рис. 7.19.

По известному значению $c_{ya \max}$ для крыла можно найти коэффициент начала срыва (отрыва) потока

$$c_{ya \text{нс}} = 0,85 c_{ya \max}. \quad (7.24)$$

Учитывая линейную зависимость коэффициента подъемной силы крыла от угла атаки, можно определить два характерных угла: угол начала срыва (отрыва) потока

$$\alpha_{\text{нс}} = \frac{c_{ya \text{нс}}}{c_{ya}^{\alpha}} + \alpha_0 \quad (7.25)$$

и критический угол атаки

$$\alpha_{\text{кр}} = \frac{c_{ya \max}}{c_{ya}^{\alpha}} + \alpha_0 + \Delta\alpha, \quad (7.26)$$

где $\Delta\alpha = 2 \div 3^\circ$, причем большее значение берется для стреловидных крыльев.

Полученная зависимость (7.20) позволяет проанализировать влияние стреловидности и удлинения на несущие свойства крыла, которое

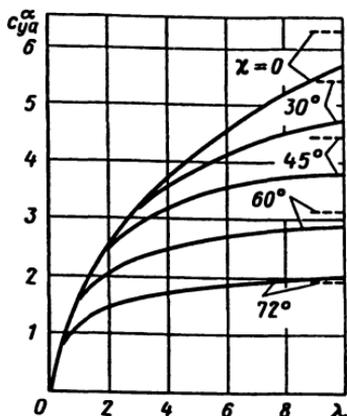
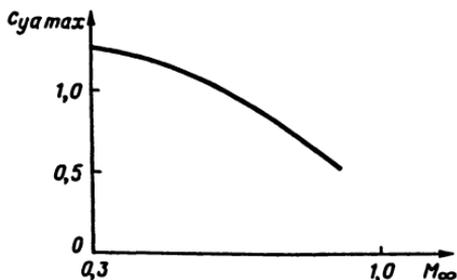


Рис. 7.20. Влияние стреловидности и удлинения крыла на коэффициент c_{ya}^α

будет наибольшим для нестреловидного крыла (см. рис. 7.20). Это объясняется уменьшением нормальной скорости $V_n = V_\infty \cos \chi$, которая и вызывает перепад давления на крыле.

Кроме того, с увеличением стреловидности, падает и коэффициент $c_{ya \max}$.

Особенно сильное влияние на величину $c_{ya \max}$ оказывает сжимаемость (число M_∞) (рис. 7.21). Это объясняется тем, что в сжимаемом газе увеличивается разрежение над профилем (см. рис. 6.7), растет положительный градиент давления на хвостовой части профиля, что приводит к более раннему отрыву пограничного слоя. Это явление усугубляется с ростом чисел M_∞ и, помимо уменьшения $c_{ya \max}$, приводит к уменьшению критического угла атаки $\alpha_{кр}$, что сужает диапазон несущих свойств крыла.



иллюстрируется рис. 7.20. На этом рисунке показано изменение коэффициента c_{ya}^α для крыла с сужением $\eta = 3$ в зависимости от изменения этих параметров; пунктирными линиями показаны предельные значения c_{ya}^α при $\lambda \rightarrow \infty$.

С увеличением удлинения увеличивается коэффициент c_{ya}^α (см. рис. 7.20). Это объясняется уменьшением влияния падения перепада давления на концах крыла на обтекание центральных сечений крыла.

С увеличением стреловидности крыла при прочих равных условиях в сжимаемом потоке уменьшается коэффициент c_{ya}^α , который

Рис. 7.21. Влияние числа Маха на коэффициент $c_{ya \max}$ крыла

Влияние сжимаемости на величину $c_{ya \max}$ приближенно можно оценить по формуле:

$$c_{ya \max} = c_{ya \max \text{ нсж}} k_{M \max}, \quad (7.27)$$

где $c_{ya \max \text{ нсж}}$ — коэффициент $c_{ya \max}$ в несжимаемом газе; $k_{M \max}$ — поправочный коэффициент; $k_{M \max} = 1 - [(0,2 - 0,15 \text{tg} \chi) \bar{c} - 0,1](M_\infty - 0,3)^{1,5}$ (здесь \bar{c} — средняя относительная толщина крыла, %).

7.5. Поляра

Второй основной аэродинамической характеристикой крыла является поляра, зависимость $c_{xa} = f(c_{ya})$. Для упрощения будем считать крыло плоским, то есть без геометрической и аэродинамической круток. Анализ структуры динамического взаимодействия изолированного крыла с воздухом позволяет получить следующие функциональные зависимости (уравнения) поляра для различных условий обтекания.

При числах Маха набегающего потока $M_\infty \leq M_*$ уравнение поляры имеет вид

$$c_{xa} = c_{xa0} + c_{xai} + c_{xаср}; \quad 0 \leq c_{ya} \leq c_{ya \max}, \quad (7.28)$$

а при $M_* < M_\infty \leq 1$

$$c_{xa} = c_{xa0} + c_{xai} + c_{xав}; \quad 0 \leq c_{ya} \leq c_{ya \max}. \quad (7.29)$$

Здесь и в дальнейшем коэффициент профильного сопротивления крыла будем обозначать с индексом "0" (c_{xa0}) и считать равным сопротивлению крыла при нулевой подъемной силе. Его величина определяется по формуле (6.7); c_{xai} — коэффициент индуктивного сопротивления, определяется по формуле (7.12); $c_{xаср}$ — приращение коэффициента лобового сопротивления крыла из-за отрыва потока на больших углах атаки, определяется по графику рис. 7.22; $c_{xав}$ — коэффициент волнового сопротивления крыла, появляющийся из-за скачков уплотнения на крыле.

Явное вхождение коэффициента c_{ya} в выражение (7.12) для индуктивного сопротивления c_{xai} обуславливает функциональную связь вида $c_{xa} = f(c_{ya})$.

В уравнение (7.29) коэффициент $c_{xаср}$ не входит потому, что при критических числах M_∞ отрыв может происходить и при малых углах атаки при взаимодействии скачка уплотнения большой интенсивности с пограничным слоем, что также учитывается коэффициентом $c_{xав}$.

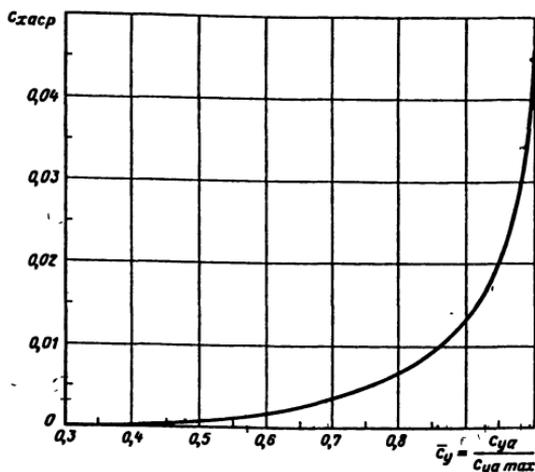


Рис. 7.22. Изменение приращения коэффициента сопротивления за счет отрыва потока на крыле

Поляра крыла $M_\infty \leq M_*$ и ее составляющие показаны на рис. 7.23.

Остановимся на методах расчета коэффициента волнового сопротивления, которые опираются на экспериментальные данные. Этот коэффициент обычно представляют как сумму двух составляющих:

$$c_{x \text{ ав}} = c_{x \text{ ав}0} + c_{x \text{ ав}i}, \quad (7.30)$$

где $c_{x \text{ ав}0}$ — коэффициент волнового сопротивления формы, зависит в основном от толщины профиля крыла; $c_{x \text{ ав}i}$ — коэффициент индуктивно-волнового сопротивления, зависит от коэффициента подъемной силы.

Представление волнового сопротивления в виде двух составляющих объясняется следующим. При одном и том же угле атаки крыла волновое сопротивление будет тем меньше, чем больше критическое число Маха, которое в свою очередь зависит от толщины профиля. Чем меньше толщина профиля, тем позже достигается на поверхности скорость звука и тем больше число M_* . Это учитывается первой составляющей $c_{x \text{ ав}0}$, в основном зависящей от относительной толщины профиля крыла.

Крыло с одним и тем же профилем будет иметь при большем угле атаки большую подъемную силу. Чем больше подъемная сила при $M_\infty > M_*$, тем протяженнее сверхзвуковая зона на верхней поверхности крыла, более интенсивные скачки уплотнения и больше волновое сопротивление. Это учитывается второй составляющей $c_{x \text{ ав}i}$, в основном зависящей от формы крыла в плане.

Коэффициент

$$c_{x \text{ ав}0} = c_{x \text{ в}01} \bar{c}_{x \text{ в}}, \quad (7.31)$$

где $c_{x \text{ в}01}$ — коэффициент волнового сопротивления формы профиля при числе $M_\infty = 1$; $\bar{c}_{x \text{ в}}$ — безразмерная величина, показывающая, какая часть (доля) коэф-

коэффициента волнового сопротивления при числе $M_\infty = 1$ учитывается при заданном числе M_∞ , для нестреловидных крыльев определяется по графику рис. 7.24, а, для стреловидных — по графику рис. 7.24, б.

Для нестреловидных крыльев

$$c_{xв01} = \bar{c}_{xв01} \bar{c}^{-5/3}, \quad (7.32)$$

а для стреловидных крыльев

$$c_{xв01} = \bar{c}_{xв01} \lambda \bar{c}^{-2}, \quad (7.33)$$

где $\bar{c}_{xв01}$ — приведенный коэффициент волнового сопротивления формы при числе $M_\infty = 1$, для нестреловидных крыльев определяется по графику рис. 7.25, а, для стреловидных — по графику рис. 7.25, б.

Коэффициент индуктивно-волнового сопротивления обычно записывается аналогично коэффициенту индуктивного сопротивления

$$c_{xавi} = \Delta A c_{ya}^2, \quad (7.34)$$

где ΔA — аналог величины A в формуле (7.12), но в отличие от нее является переменной и меняется при изменении c_{ya} .

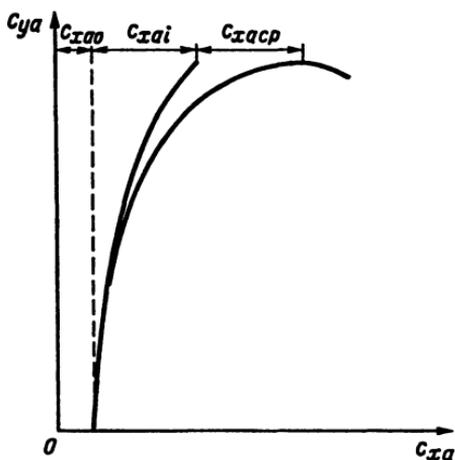


Рис. 7.23. Поляра крыла при $M_\infty < M_*$ и ее составляющие

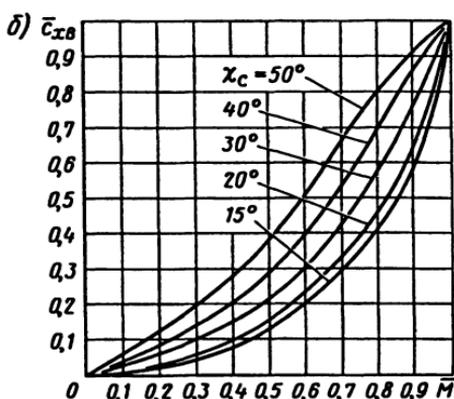
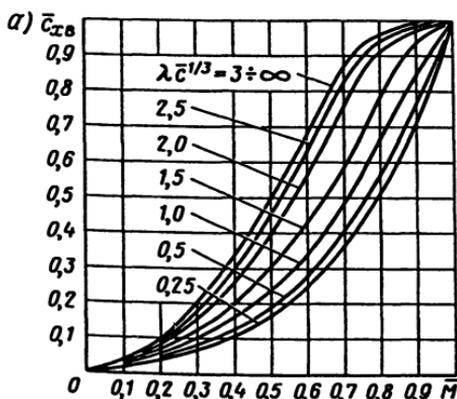


Рис. 7.24. Коэффициент $\bar{c}_{xв}$ для нестреловидных (а) и стреловидных (б) крыльев

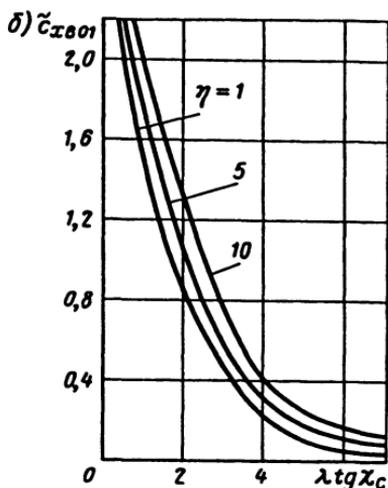
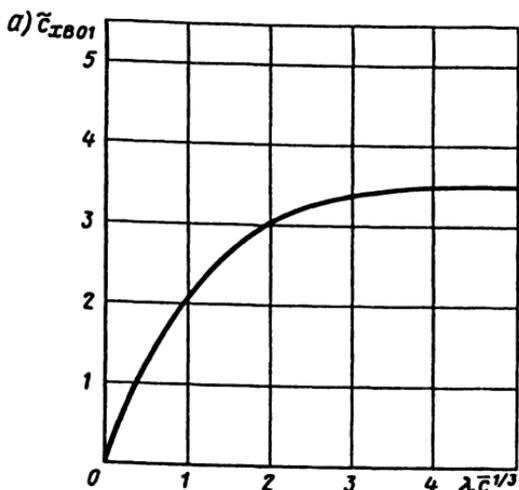


Рис. 7.25. Коэффициент $\tilde{c}_{xв01}$ для нестреловидных (а) и стреловидных (б) крыльев

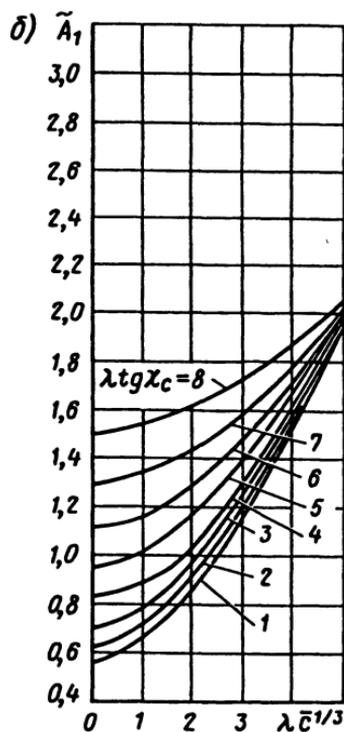
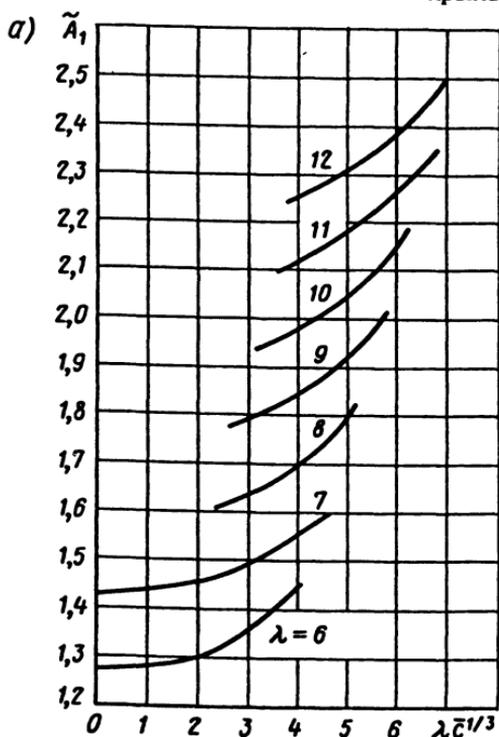


Рис. 7.26. Коэффициент \tilde{A}_1 для нестреловидных (а) и стреловидных (б) крыльев

Рис. 7.27. Коэффициент $\Delta \bar{A}$ для нестреловидных и стреловидных крыльев

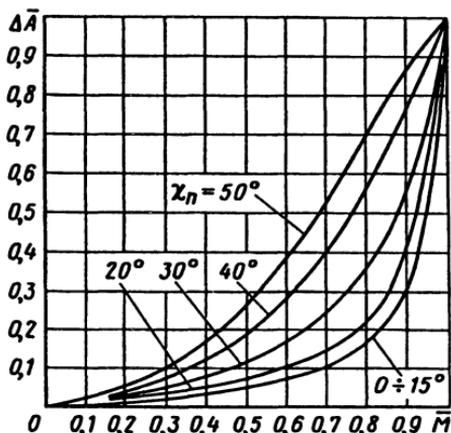
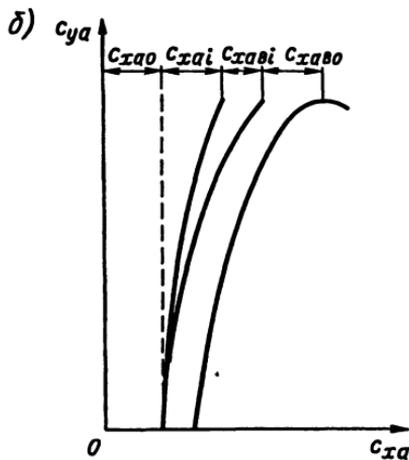
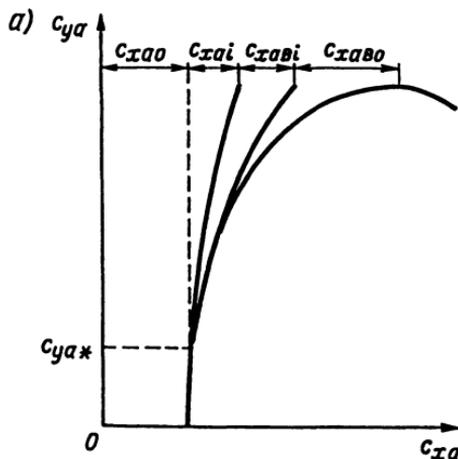


Рис. 7.28. Поляра крыла при:

a — $M_* < M_\infty < 1$ и $c_{ya^*} > 0$;

б — $M_* < M_\infty < 1$ и $c_{ya^*} = 0$



Коэффициент

$$\Delta A = (\tilde{A}_1 / \lambda - A) \Delta \bar{A}, \quad (7.35)$$

где величина \tilde{A}_1 для нестреловидных крыльев определяется по графику рис. 7.26, *a*, для стреловидных крыльев по графику рис. 7.26, *б*; величина $\Delta \bar{A}$ для стреловидных и нестреловидных крыльев определяется по графику рис. 7.27.

На рис. 7.25, *a*, *б* и 7.27 в качестве абсциссы используется безразмерная величина

$$\bar{M} = \frac{M_\infty - M_*}{1 - M_*}, \quad (7.36)$$

которая меняется от нуля при $M_\infty = M_*$ до единицы при $M_\infty = 1$. Использование этой величины более удобно, так как она позволяет

свести различные условия обтекания по числу M_∞ к стандартной области.

На рис. 7.28 показаны примеры возможных поляр и их составляющие при $M_* < M_\infty < 1$, т. е. при наличии волнового сопротивления.

На рис. 7.28, а показана поляр крыла, у которой условие $M_\infty = M_*$ достигается при некотором положительном значении коэффициента c_{ya^*} подъемной силы, называемом *критическим*. В этом случае две составляющие волнового сопротивления возникают только при превышении полетного значения коэффициента подъемной силы величины c_{ya^*} . При $c_{ya^*} = 0$ волновое сопротивление формы появляется и при нулевой подъемной силе.

На рис. 7.28 показана поляр и ее составляющие при условии $M_\infty > M_*$ при $c_{ya^*} = 0$. В этом случае уже при $c_{ya} = 0$ появится волновое сопротивление формы, а индуктивно-волновое сопротивление появится при любом значении коэффициента подъемной силы, отличном от нуля. Такой режим обтекания реализуется при достаточно больших значениях M_∞ , приближающихся к единице.

7.6. Моментные характеристики

Коэффициент аэродинамического момента тангажа для крыла конечного размаха любой формы в плане обычно определяется относительно передней кромки средней аэродинамической хорды крыла

$$m_z = m_{z0} - \bar{x}_F c_{ya}, \quad (7.37)$$

где m_z — коэффициент аэродинамического момента тангажа относительно передней кромки САХ; m_{z0} — коэффициент аэродинамического момента тангажа при $c_{ya} = 0$; $\bar{x}_F = -m_z^\alpha / c_{ya}^\alpha$ — безразмерная координата фокуса по углу атаки относительно носка САХ.

Использование САХ предполагает, что заданное произвольное по форме крыло заменяется фиктивным прямоугольным крылом с постоянной хордой и новым размахом $l = S/b_A$. САХ помещается на плоскость симметрии крыла и на ней откладываются исследуемые точки, например, фокус крыла. Обязательным условием является равенство момента тангажа и нормальной силы исходного и фиктивного прямоугольного крыльев.

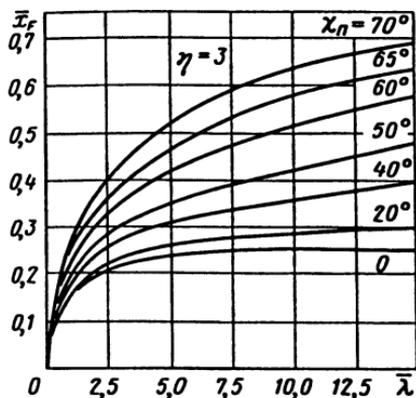


Рис. 7.29. Влияние удлинения и угла стреловидности на положение фокуса крыла

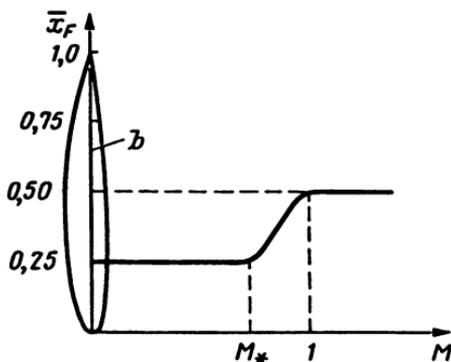


Рис. 7.30. Влияние числа Маха на положение фокуса крыла

Очевидно, что характер зависимости коэффициента момента крыла от коэффициента подъемной силы будет аналогичен зависимости для профиля (см. рис. 6.12).

Рассмотрим зависимость коэффициента момента тангажа от геометрических характеристик крыла и от числа M_∞ обтекающего потока, как результат изменения его составляющих.

Коэффициент момента тангажа m_{z0} , определенный как коэффициент момента тангажа относительно фокуса крыла при любых c_{ya} , зависит от формы крыла в плане и формы его срединной поверхности. Под срединной поверхностью понимается совокупность всех средних линий профилей крыла по размаху.

Отклонение закрылков, элеронов и других органов управления, меняющее форму срединной поверхностью и его форму на виде сверху (выдвижные закрылки и предкрылки) влияет на величину и знак m_{z0} .

Безразмерная координата фокуса относительно носка САХ \bar{x}_F зависит от формы крыла в плане. На рис. 7.29 показано влияние на величину \bar{x}_F удлинения и стреловидности крыла при фиксированном сужении $\eta = 3$. Для прямого крыла $\bar{x}_F = 0,25$. С увеличением стреловидности крыла величина \bar{x}_F увеличивается. Это объясняется тем, что на стреловидных крыльях, особенно с увеличением χ , концевые сечения крыла вносят больший вклад в подъемную силу, чем центральные.

Большое влияние оказывает на моментные характеристики число Маха, особенно при $M_\infty > M_*$. Влияние числа M_∞ на распределение давления по поверхности крыла может сильно изменить коэффициент m_{z0} . В этом случае, для его определения нужно опираться на эксперимент. Наличие сверхзвуковых зон на поверхности крыла, которые расширяются с ростом M_∞ , приводит к значительному смещению фокуса назад (рис. 7.30) и соответствующему росту коэффициента момента тангажа.

Глава 8

АЭРОДИНАМИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ОПЕРЕНИЯ И РУЛЕЙ

8.1. Оперение и рули. Геометрические характеристики

При пилотировании самолета должно обеспечиваться его управление, зависящее от двух условий: возможности сохранения заданной траектории полета и возможности маневра, т. е. изменение траектории. В первом случае обеспечивается режим балансировки самолета, во втором — режим управления, при котором балансировка целенаправленно нарушается. Управление может осуществляться аэродинамическим путем только за счет обтекания воздухом, и газодинамическим путем за счет реакций выдува газовых струй. Здесь будем рассматривать аэродинамический путь управления, который только и нашел применение в транспортной авиации. Очевидно, такое управление возможно при изменении аэродинамических сил и моментов, являющихся результатом изменения динамического взаимодействия поверхности самолета с обтекающим потоком. Динамическое взаимодействие в свою очередь зависит от геометрической формы самолета. Таким образом, изменение аэродинамических сил и моментов реализуется изменением геометрии самолета.

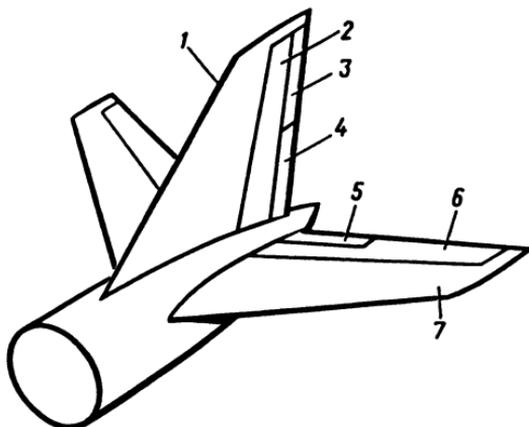
Подвижные конструктивные устройства, обтекаемые воздухом, обеспечивающие изменение геометрии самолета для его управления, называются *рулями*.

На самолетах нормальной схемы обычно имеются три руля: руль высоты, руль направления (оба расположены на оперении) и элероны (расположены на концах крыла).

Оперение — это несущие поверхности, предназначенные для обеспечения продольной и путевой устойчивости и управляемости самолета.

Рис. 8.1. Оперение самолета:

1 — киль; 2 — руль направления;
3 — триммер руля управления; 4 —
сервокомпенсатор; 5 — триммер
руля высоты; 6 — руль высоты; 7 —
стабилизатор



На эксплуатируемых транспортных самолетах оперение размещается на конце фюзеляжа и состоит из горизонтального (стабилизатора) и вертикального (киля) оперения (рис. 8.1.).

Горизонтальное оперение — это часть оперения, предназначенная для обеспечения продольной устойчивости и управляемости.

На самолетах схемы "утка" горизонтальное оперение расположено перед крылом, на схемах "безхвостка" и "летающее крыло" горизонтальное оперение отсутствует.

Вертикальное оперение — это часть оперения, предназначенная для обеспечения путевой устойчивости и управляемости самолета.

Руль высоты — это подвижная часть горизонтального оперения, предназначенная для управления самолетом относительно поперечной оси.

Руль направления — это подвижная часть вертикального оперения, предназначенная для управления самолетом относительно вертикальной оси.

Элероны — это подвижные части крыла, отклоняемые одновременно в противоположные стороны (вверх и вниз) и предназначенные для управления самолетом относительно его продольной оси.

На современных крыльях с большим удлинением ($\lambda > 8$) традиционные элероны 2 (рис. 8.2) теряют свою эффективность при больших скоростях полета. Это объясняется повышенной упругостью и малой жесткостью на кручение таких крыльев, и отклонение элерона, например, вниз уменьшает угол атаки концевой части полукрыла и вместо прироста подъемной силы происходит падение. Такое явление называется *реверсом элеронов*. Для исключения этого часто на крыле, помимо внешнего элерона, вводят внутренний элерон 6, который расположен в более толстой, жесткой на кручение части крыла между секциями закрылка. На малых скоростях управления по крену осу-

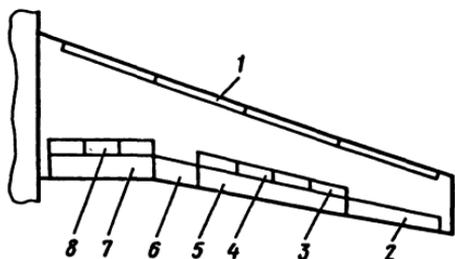


Рис. 8.2. Органы управления и механизации на крыле магистрального самолета:

1 — секция предкрылка; 2 и 6 — соответственно внешний и внутренний элероны; 3 — интерцептор; 4 — гасители подъемной силы; 5 и 7 — внешний и внутренний закрылки; 8 — тормозные щитки

ствляется внешним и внутренними элеронами, а на больших скоростях только внутренними элеронами.

Для увеличения эффективности органов поперечного управления совместно с элеронами используются интерцепторы.

Интерцептор — это поверхность, расположенная на крыле и предназначенная для управления самолетом по крену.

Интерцепторы представляют собой щитки, устанавливаемые на верхней части крыла в зоне закрылков после заднего лонжерона (см. рис. 8.2). Они могут отклоняться на угол до $50\text{--}60^\circ$. В убранном положении они составляют часть контура профиля. Кинематически они связаны с управлением элеронами и отклоняются только на том полукрыле, элерон которого отклоняется вверх.

Горизонтальное и вертикальное оперения самолетов представляют собой несущие поверхности и поэтому для них применимы все геометрические характеристики: размах, площадь, хорды, удлинение, сужение, рассмотренные для крыла в подразделе 7.1.

В площадь горизонтального оперения, также как и для крыла, включается подфюзеляжная часть, если оперение компонуется с фюзеляжем.

Некоторые особенности имеет вертикальное оперение. При определении его площади в нее надо включать подфюзеляжную часть до оси симметрии (рис. 8.3.), а удлинение определять по формуле

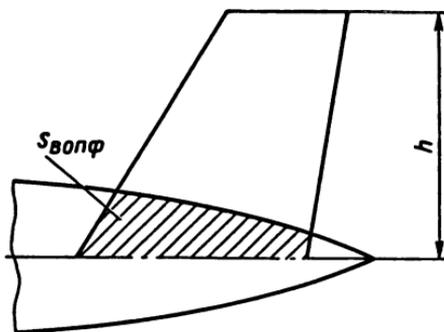
$$\lambda = \frac{(2h)^2}{2S_{\text{во}}} = \frac{4h^2}{2S_{\text{во}}} = \frac{2h^2}{S_{\text{во}}}. \quad (8.1)$$

Отношение площадей горизонтального и вертикального оперений к площади крыла для транспортных самолетов гражданской авиации

$\bar{S}_{\text{го}} = \frac{S_{\text{го}}}{S} = 15\div 30\%$; $\bar{S}_{\text{во}} = \frac{S_{\text{во}}}{S} = 12\div 27\%$. В площади оперений включаются и площади соответствующих рулей.

Знаки углов отклонения управляющих поверхностей определяются при виде по полету. Углы положительны, если задние кромки откло-

Рис. 8.3. Определение площади $S_{во}$ и высоты h вертикального оперения



няются вниз или вправо. Для элеронов знаки определяются для правого элерона.

Для дозвуковых самолетов площадь рулей составляет 20—40% от площади соответствующего оперения, а углы отклонения 25—30° (не более).

При выборе геометрических характеристик оперения дозвуковых самолетов исходят из того, чтобы волновой кризис на оперении возникал гораздо позже, чем на крыле. С явлениями волнового кризиса, как будет показано далее, связано и ухудшение управляемости, которое нельзя допустить. Для этого надо, чтобы критическое число Маха на оперении было больше, чем на крыле. С этой целью угол стреловидности оперения выбирается на 3—10° больше, чем угол стреловидного крыла. Кроме того, для оперения используются симметричные, достаточно тонкие профили с максимальной относительной толщиной $\bar{c} = 8 \div 11\%$.

8.2. Распределение давления по профилю с отклоненным рулем и интерцептором

Конструктивно рули представляют собой отклоняемую хвостовую часть соответствующей несущей поверхности. При их отклонении изменяется вогнутость профиля, что изменяет динамическое взаимодействие воздуха с профилем, приводящее к изменению суммарных аэродинамических сил и моментов.

Рассмотрим сначала картину обтекания профиля с отклоненным рулем при дозвуковом обтекании ($M_\infty < M_*$) (рис. 8.4, а). При отклонении вниз профиль получает дополнительную вогнутость, которая резко искривляет среднюю линию в области оси подвески руля. Частицы воздуха над верхней поверхностью профиля ускоряются, и наиболее сильно, в носовой части руля. Это возмущение передается вверх по потоку, распространяя разрежение и на неподвижную часть профиля (сплошная линия на рис. 8.4.). На нижней поверхности руля

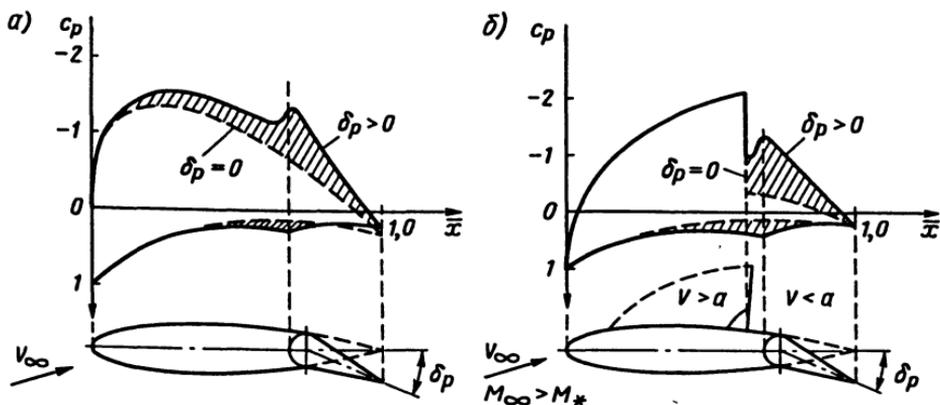


Рис. 8.4. Распределение давления по профилю с отклоненным рулем при $M_\infty < M_*$ (а) и $M_* < M_\infty < 1$ (б)

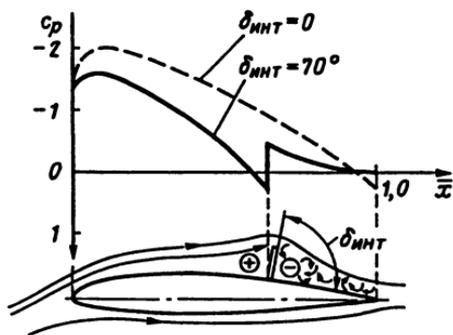
происходит подтормаживание потока, и давление увеличивается, распространяясь и на неподвижную часть. В результате площадь эпюры увеличивается и увеличиваются коэффициенты нормальной и подъемной силы. При дозвуковом обтекании несущей поверхности с рулем в создании прироста аэродинамических сил участвуют как руль, так и неподвижная поверхность. Эффективность руля в этом случае достаточно высока.

Рассмотрим теперь обтекание при дозвуковой скорости набегающего потока при $M_* < M_\infty < 1$. При таком обтекании возникают местные сверхзвуковые области, замыкающиеся скачками уплотнения. Для упрощения рассмотрим обтекание только верхней поверхности профиля (рис. 8.4, б). При отклонении руля возмущения давления дойдут только до скачка уплотнения, до сверхзвуковой зоны. Поэтому площадь эпюры изменится только над рулем и только на части неподвижного профиля. Остальная (носовая) часть профиля "не почувствует" это отклонение.

В этом случае доля несущей поверхности, задействованной в создании приращения аэродинамической силы, уменьшается и эффективность руля падает.

При числах M_∞ , значительно превышающих M_* , скачки уплотнения при отклоненном руле останавливаются приблизительно на оси вращения и практически не зависят от величины углов α и δ . Эффективность руля начинает определяться только разностью давления на его поверхности, которое падает из-за отрыва потока из-под скачка уплотнения.

Рис. 8.5. Распределение давления по профилю с отклоненным интерцептором



Поэтому при таких числах M_∞ полета, а также при сверхзвуковом обтекании применяются цельноповоротные оперения, т. е. увеличивается площадь отклоняемой поверхности.

Рассмотрим теперь распределение давления по профилю с отклоненным интерцептором (рис. 8.5). Интерцептор характеризуется эффективностью, под которой понимается отрицательное приращение коэффициента подъемной силы при его выпуске.

При дозвуковом обтекании перед интерцептором возникает зона торможения, а за ним зона разрежения. Наличие зоны разрежения за интерцептором снижает его эффективность. Чем ближе интерцептор к задней кромке, тем меньше зона разрежения и выше его эффективность.

Эффективность интерцепторов Δc_{ya} может достигать $-0,2 \div -0,4$.

По сравнению с обычными аэродинамическими органами управления интерцепторы имеют следующие недостатки: небольшая эффективность при малых и сверхзвуковых скоростях; при равной эффективности они создают значительно больший прирост лобового сопротивления.

8.3. Аэродинамические характеристики оперения с отклоненным рулем. Несущие свойства

Аэродинамические характеристики оперения при неотклоненном руле как несущей поверхности аналогичны аэродинамическим характеристикам крыла, и все что говорилось о них в гл. 7 справедливо и для оперения. Поэтому здесь рассмотрим аэродинамические характеристики оперения с общих позиций как несущую поверхность с отклоненным рулем.

Коэффициент подъемной силы несущей поверхности с отклоненным рулем можно представить в виде суммы коэффициента подъем-

ной силы оперения с рулем в нейтральном положении c_{ya} и прироста коэффициента подъемной силы при отклонении руля $\Delta c_{ya\delta}$ на угол δ :

$$c_{ya} = c_{ya_{\delta=0}} + \Delta c_{ya\delta}.$$

Ограничимся линейными участками изменения этих коэффициентов:

$$c_{ya_{\delta=0}} = c_{ya}^{\alpha} \alpha; \Delta c_{ya\delta} = c_{ya}^{\delta} \delta.$$

В этом случае получим

$$c_{ya} = c_{ya}^{\alpha} \alpha + c_{ya}^{\delta} \delta = c_{ya}^{\alpha} \left(\alpha + \frac{c_{ya}^{\delta}}{c_{ya}^{\alpha}} \delta \right) = c_{ya}^{\alpha} (\alpha + n\delta), \quad (8.2)$$

где $n = c_{ya}^{\delta} / c_{ya}^{\alpha}$ — коэффициент относительной эффективности руля, показывающий, во сколько раз аэродинамическая подъемная сила, возникающая при отклонении только руля, меньше силы, создаваемой цельноповоротным оперением при изменении его угла атаки на такую же величину.

Формула (8.2) справедлива для всех видов рулей: рулей высоты, направления и элеронов.

Для приближенной оценки можно принять:

$$n = \sqrt{S_p/S} \quad \text{при } M_{\infty} < M_*; \quad (8.3)$$

$$n = S_p/S \quad \text{при } M_{\infty} > 1, \quad (8.4)$$

где S_p — площадь руля; S — площадь рассматриваемой несущей поверхности, включая и площадь руля.

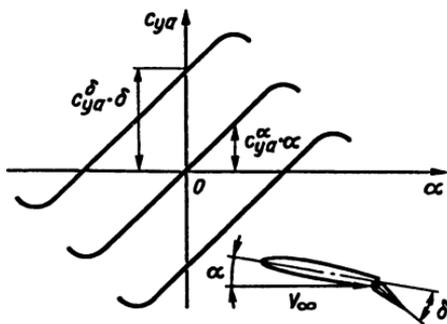
Зависимость (8.2) характеризует несущие свойства оперения при отклоненном руле и имеет вид кривых на рис. 8.6.

Если в процессе управления отклоняется вся несущая поверхность на угол φ , то $\delta_p = \varphi$; $n = 1$ и формула (8.2) принимает вид:

$$c_{ya} = c_{ya}^{\alpha} (\alpha + \varphi). \quad (8.5)$$

В связи с изменением распределения давления рост стреловидности несущей поверхности и рост числа M_{∞} полета приводят к уменьшению коэффициента относительной интенсивности руля.

Рис. 8.6. Зависимость $c_{ya} = f(\alpha)$ для несущей поверхности при отклоненном руле



Кроме коэффициента n , изменение аэродинамических характеристик при отклонении руля характеризуется эффективностью руля и коэффициентом эффективности руля.

Под *эффективностью руля* понимается приращение аэродинамических сил и моментов или их коэффициентов (рис. 8.7) при полном его отклонении.

Эффективность руля выбирается такой, чтобы обеспечивалась управляемость ЛА на минимально допустимых скоростях полета.

Под *коэффициентом эффективности руля* понимается частная производная коэффициента момента по углу отклонения руля.

$$\text{При управлении тангажом } m_z = m_z^{\delta_a} \delta_a;$$

$$\text{при управлении креном } m_x = m_x^{\delta_\alpha} \delta_\alpha;$$

$$\text{при управлении рысканием } m_y = m_y^{\delta_n} \delta_n,$$

где $m_z^{\delta_a}$, $m_x^{\delta_\alpha}$, $m_y^{\delta_n}$ — коэффициенты эффективности соответственно руля высоты, элеронов и руля направления.

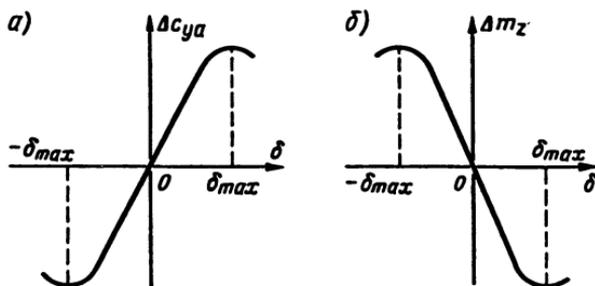


Рис. 8.7. Определение эффективности руля

Коэффициент относительной эффективности и коэффициент эффективности руля зависят от геометрии оперения и в эксплуатации не меняются. Эффективность же руля зависит от отклонения руля и обеспечивается заложенным конструктором диапазоном углов отклонения руля (для самолета Ту-154 углы отклонения руля высоты $\delta_B = -29^\circ \div +16^\circ$). Уменьшение диапазона углов отклонения из-за дефектов или отказов может привести к невозможности управления ЛА, т. е. к нарушению безопасности полетов.

8.4. Поляра оперения с отклоненным рулем

Уравнение поляры оперения как несущей поверхности с отклоненным рулем можно записать по аналогии с крылом [см. (7.28)], имея в виду следующие предположения. Геометрические характеристики оперения выбираются такими, чтобы в полете волновой кризис не возникал ($c_{xav} = 0$) и, кроме того, углы атаки были существенно меньше критических для исключения срывных явлений ($c_{xacr} = 0$).

Поляра

$$c_{xa} = c_{xa0} + c_{xai} + \Delta c_{xa\delta}, \quad (8.6)$$

где c_{xa0} и c_{xai} — коэффициенты соответственно профильного и индуктивного сопротивлений; $\Delta c_{xa\delta}$ — приращение профильного сопротивления при отклонении руля на угол δ .

При отклонении руля возрастает вогнутость профиля, что приводит к росту положительного градиента давления на задней части профиля и росту толщины вытеснения пограничного слоя, и вызывает нарушение парадокса Даламбера—Эйлера. Последнее приводит к неполному восстановлению давления (см. рис. 8.4, а) и росту составляющей давления профильного сопротивления.

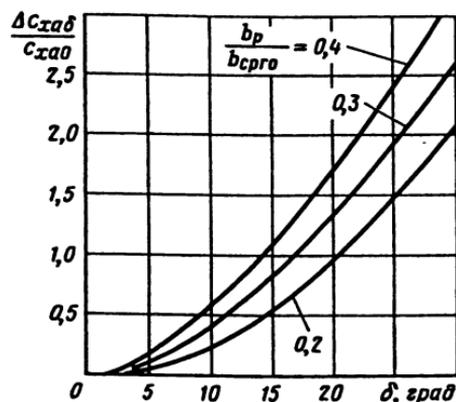
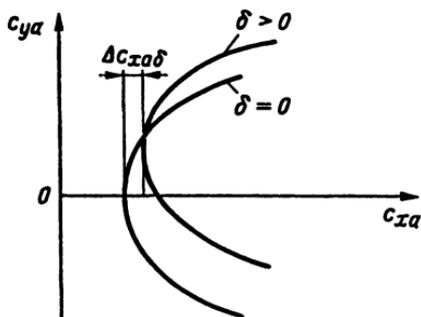


Рис. 8.8. Зависимость приращения $\Delta c_{xa\delta}$ от угла отклонения руля

Коэффициенты c_{xa0} и c_{xai} для оперения можно определить по (6.7) и (7.12), а приращение $\Delta c_{xa\delta}$ по рис. 8.8.

При одном и том же коэффициенте подъемной силы сопротивление оперения будет тем меньше, чем меньше отклонение руля

Рис. 8.9. Поляра оперения с отклоненным рулем



(рис. 8.9). Например, самолет выгодней балансировать переставным стабилизатором, чем рулем.

При положительном угле атаки оперения величина $\Delta c_{x\alpha\delta}$ при положительном угле отклонения руля δ будет больше, чем при отрицательном угле δ . Поэтому при отклонении элеронов на крыле, чтобы не создавать разные значения $\Delta c_{x\alpha\delta}$ на левом и правом полукрыльях, т. е. не создавать момент относительно вертикальной оси, элерон, идущий вверх, отклоняется на больший угол. Такие элероны называются *дифференциальными*.

8.5. Шарнирный момент

При отклонении управляющей поверхности: руля высоты, руля направления или элерона, возникает разность давления, действующая на ее нижнюю и верхнюю поверхности (рис. 8.10). Эту разность давления можно заменить равнодействующей аэродинамической силой R_p , центр давления которой, очевидно, не совпадает с осью вращения руля. Нормальная к хорде руля составляющая этой силы приведет к возникновению момента относительно оси вращения руля, стремящегося уменьшить угол его отклонения, и называемого шарнирным моментом.

Шарнирный момент — это момент относительно оси вращения управляющей поверхности, возникающий от воздействия воздушного потока при обтекании соответствующих поверхностей:

$$M_{ш} = -Y_p d, \quad (8.7)$$

где d — расстояние между центром давления и осью вращения.

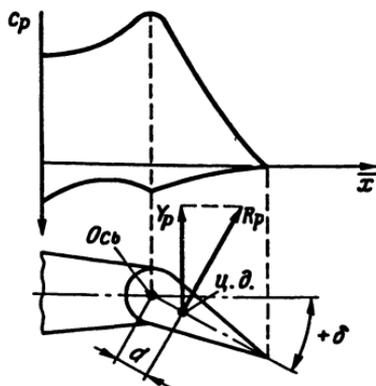


Рис. 8.10. Распределение давления и аэродинамические силы на руле

Если шарнирный момент стремится отклонить заднюю кромку руля вниз или вправо, то он имеет положительное значение, в противном случае — отрицательное.

В практике используется коэффициент шарнирного момента — безразмерный коэффициент, определяемый по аналогии с коэффициентами моментов:

$$m_{ш} = \frac{M_{ш}}{qS'b'_{A\perp}}, \quad (8.8)$$

где S' — площадь управляющей поверхности за осью вращения; $b'_{A\perp}$ — средняя аэродинамическая хорда руля, взятая по площади S' по перпендикуляру к оси вращения.

При малых углах отклонения руля δ_p и углах атаки α коэффициент шарнирного момента можно выразить линейной зависимостью

При малых углах отклонения руля δ_p и углах атаки α коэффициент шарнирного момента можно выразить линейной зависимостью

$$m_{ш} = m_{ш}^{\alpha} \alpha + m_{ш}^{\delta} \delta, \quad (8.9)$$

где $m_{ш}^{\alpha}$ и $m_{ш}^{\delta}$ — частные производные, различные для каждого самолета;

$$m_{ш}^{\alpha} = \frac{dm_{ш}}{d\alpha}; \quad m_{ш}^{\delta} = \frac{dm_{ш}}{d\delta}.$$

Опыты показали, что при летных углах атаки эти коэффициенты при докритических числах M_{∞} слабо возрастают по линейному закону (рис. 8.11). При закритических числах $M_{\infty} > M_*$ происходит их достаточно быстрое возрастание. Это объясняется тем, что давление по хорде руля изменяется мало, что приводит к смещению центра давления (ц. д.) назад и к увеличению плеча d (см. рис. 8.4, б).

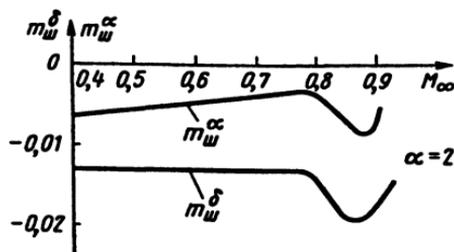


Рис. 8.11. Влияние числа M_{∞} полета на коэффициенты шарнирного момента

8.6. Аэродинамическая компенсация

С увеличением размеров самолетов и скоростей полетов увеличиваются шарнирные моменты, а следовательно, возрастают и усилия в системе управления. Для уменьшения шарнирных моментов применяют специальные конструктивные приспособления, объединяемые названием аэродинамическая компенсация.

Основной принцип аэродинамической компенсации заключается в уменьшении плеча приложения аэродинамической силы руля путем переноса оси вращения к центру давления или, наоборот, центра давления к оси вращения.

Существует несколько типов аэродинамической компенсации: осевая, внутренняя, сервокомпенсация и роговая.

При осевой компенсации ось вращения смещается от передней кромки руля назад к центру давления (рис. 8.12, а).

Частным случаем осевой компенсации является конструктивная компенсация, в которой для исключения выхода части руля перед осью вращения в поток эта часть выполнена по радиусу (см. рис. 8.12, а).

Внутренняя компенсация требует больших внутренних объемов и поэтому применяется на толстых крыльях на элеронах. Носок элерона помещается внутри крыла в камеру, разделенную гибкой перегородкой на две области (рис. 8.12, б). При отклонении элерона, например,

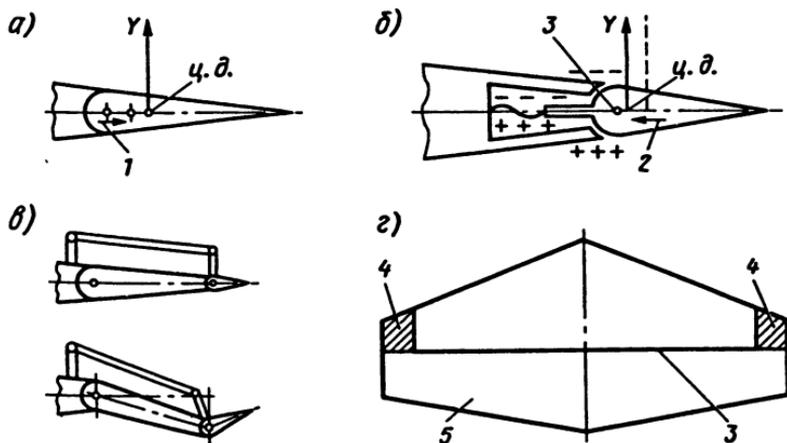


Рис. 8.12. Схемы аэродинамической компенсации:

а — осевой; б — внутренней; в — сервокомпенсации; г — роговой; 1 и 2 — смещение соответственно оси и центра давления; 3 — ось; 4 — рог; 5 — руль

вниз в нижней части камеры давление повышается, а в верхней понижается. Благодаря этому происходит перераспределение давления, при котором центр давления сдвигается вперед к оси вращения.

Сервокомпенсация основана на использовании небольшого вспомогательного руля (сервокомпенсатора), расположенного у задней кромки основного руля (рис. 8.12, в).

Отклонение руля на некоторый угол вызывает автоматическое отклонение сервокомпенсатора в противоположную сторону. Отклонение сервокомпенсатора изменяет распределение давления по поверхности руля, что приводит к сдвигу центра давления вперед к оси вращения. Закон уменьшения шарнирного момента задается механизмом привода. Разновидностью сервокомпенсатора является так называемый пружинный сервокомпенсатор. Он начинает отклоняться при превышении шарнирного момента определенной величины, задаваемой усилием пружины. Сервокомпенсация обычно применяется совместно с осевой компенсацией.

Триммер отличается от сервокомпенсатора тем, что отклоняется не автоматически, а непосредственно пилотом, даже до полного снятия усилий с органов управления.

В случае роговой компенсации (рис. 8.12, г) компенсатором является часть поверхности руля, вынесенная вперед перед осью вращения. Давление, действующее на рог, смещает центр давления к оси вращения, что и уменьшает шарнирный момент.

Все рассмотренные случаи аэродинамической компенсации при числах $M_\infty > 1$ теряют эффективность и не применяются, а управление осуществляется с помощью гидроусилителей (бустеров), не передающих усилия на рычаги управления.

Глава 9

МЕХАНИЗАЦИЯ КРЫЛА

9.1. Виды механизации крыла.

Геометрические характеристики

Рост скорости полета самолетов привел к тому, что крылья, обеспечивающие высокие крейсерские скорости, не обладают достаточной подъемной силой на малых скоростях, присущих взлетно-посадочным режимам. Для устранения этого недостатка применяется механизация крыла.

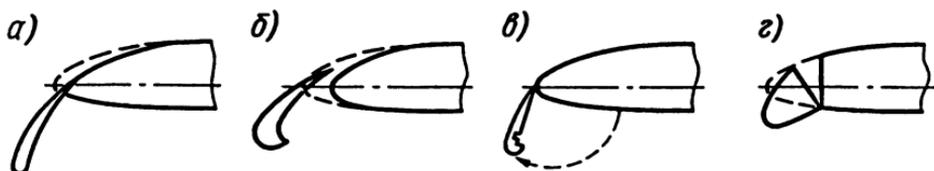


Рис. 9.1. Механизация передней кромки крыла:

a — скользящий предкрылок; *б* — выдвижной предкрылок; *в* — носовой щиток (Крюгера); *г* — отклоняющийся носок

Под механизацией крыла понимается комплекс отклоняемых устройств, предназначенных для изменения его аэродинамических характеристик.

Отклонение (выпуск) механизации характеризуется понятием *конфигурации*. В крейсерской конфигурации механизация убрана, т. е. совпадает с обводами крыла в крейсерском полете. Во взлетной или посадочной конфигурации механизация выпущена (отклонена) в положение, требуемое для обеспечения взлета и посадки.

Основным назначением механизации крыла является увеличение подъемной силы на взлетно-посадочных скоростях, что конструктивно реализуется механизацией передней и задней кромок крыла. Для механизации передней кромки крыла наиболее часто применяются предкрылки (рис. 9.1).

Предкрылок — это профилированная часть крыла, расположенная в носовой части и предназначенная для улучшения аэродинамических характеристик крыла.

Предкрылок может быть скользящим или выдвижным со специально профилированной целью. В качестве механизации передней кромки могут также применяться носовые щитки Крюгера либо отклоняющийся носок крыла.

В качестве механизации задней кромки используются различные варианты закрылков.

Закрылок — это профилированная подвижная часть крыла, расположенная в хвостовой части и отклоняемая вниз для увеличения подъемной силы крыла.

По способу выпуска закрылки делятся на поворотные и выдвижные.

Поворотный закрылок — это закрылок, поворачиваемый вокруг связанной с крылом оси вращения. Он применяется в основном на легких самолетах.

Выдвижной закрылок — это закрылок, поворачиваемый относительно оси вращения и одновременно смещаемый назад вдоль хорды крыла для увеличения его площади. Этот вид закрылка является основным на магистральных самолетах.



Рис. 9.2. Виды механизации крыла:

a — однощелевой закрылок (Ил-62); *б* — двухщелевой закрылок (Ан-24, Ту-134); *в* — двухщелевой закрылок с предкрылком (Ил-96, Ил-86); *г* — трехщелевой закрылок с предкрылком (Ту-154, Ил-76)

По форме образующего профиля закрылки делятся на щелевые, многощелевые и с отклоняемой хвостовой частью.

Щелевой закрылок — это закрылок, при отклонении которого между его носком и крылом образуется профилированная щель.

Многощелевой закрылок — это закрылок, составленный из нескольких подвижных звеньев, отклоняющихся на разные углы и разделяющихся профилированными щелями.

Закрылок с отклоняемой хвостовой частью — это закрылок, имеющий отклоняемую хвостовую часть для увеличения кривизны профиля закрылка и в целом крыла.

Очевидно, что щелевые закрылки могут быть только выдвижными. На рис. 9.2 представлены схемы закрылков, применяемые на самолетах гражданской авиации.

Для закрылков обычно рассматриваются следующие геометрические характеристики.

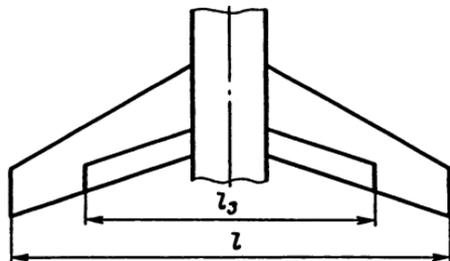
Относительная хорда закрылка в выпущенном положении $\bar{b}_3 = b_3/b_{cp}$ мало меняется по размаху крыла и составляет 20—40% средней геометрической хорды крыла b_{cp} при убранном закрылке.

Относительный размах закрылка $\bar{l}_3 = l_3/l$ составляет 50—80 % размаха крыла (рис. 9.3).

Угол отклонения (выпуска) закрылка δ_3 определяется между хордами главного (наибольшего по размерам) звена закрылка в убранном и выпущенном положениях.

Существуют виды механизации, уменьшающие подъемную силу и увеличивающие лобовое сопротивление. К ним относятся гасители подъемной силы и тормозные щитки (см. рис. 8.2). Конструктивно, гасители подъемной силы по расположению и по влиянию на обтекание крыла полностью идентичны интерцепторам (см. гл. 8). Часто при конструктивном исполнении функции гасителей подъемной силы и ин-

Рис. 9.3. Размах закрылков



терцепторов объединяются. Например, в крейсерском полете гасители подъемной силы могут использоваться для поперечного управления, а интерцепторы при пробеге могут использоваться для уменьшения подъемной силы, т. е. как гасители.

Гасители подъемной силы применяются при пробеге самолета, чтобы путем уменьшения подъемной силы увеличить нагрузку колес шасси для интенсивного торможения. При пробеге торможение тормозами колес более эффективно, чем за счет аэродинамического сопротивления.

Последним достижением является использование гасителей подъемной силы в системе прямого управления подъемной силой (самолеты Локхид 1011, Ил-96). В установившемся режиме захода на посадку гасители подъемной силы на обоих полукрыльях одинаково отклоняются на несколько градусов и, когда летчик отклоняет руль высоты, соответственно перемещаются и гасители, вызывая увеличение или уменьшение подъемной силы. Эта система компенсирует малую чувствительность на перемещение руля высоты, свойственную большим самолетам. Система управления подъемной силой наиболее эффективна при отклоненных закрылках и используется только в этой конфигурации.

Тормозные щитки предназначены и используются для увеличения аэродинамического сопротивления.

9.2. Распределение давления по профилю с отклоненной механизацией

Воздействие отклонения механизации задней кромки крыла (закрылка) на аэродинамические характеристики и в первую очередь на подъемную силу связано с увеличением кривизны профиля. При этом возрастает давление вдоль нижнего контура профиля и увеличивается разрежение вдоль верхнего контура профиля (рис. 9.4). Рост перепада давления вызывает приращение коэффициента подъемной силы, называемое *эффективностью закрылка*. Отклонение закрылка не только

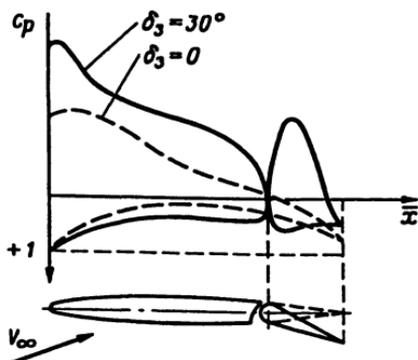


Рис. 9.4. Распределение давления на профиле со щелевым закрылком

и, омывая верхнюю поверхность закрылка, ускоряет движение воздуха в его пограничном слое (рис. 9.5). Это препятствует отрыву потока с верхней поверхности основного крыла и закрылка и позволяет отклонить закрылок на больший угол.

Увеличение числа щелей (двух- и трехщелевой закрылки) позволяет отклонить закрылок на еще больший угол без заметного отрыва потока и повысить его эффективность. Так, например, максимальный угол отклонения однощелевого закрылка не превышает 30° , а трехщелевого закрылка может достигать 50° и более. Обычно конструкция трехщелевого закрылка позволяет образовать три щели только на максимальных углах отклонения, а на меньших (промежуточных) углах — только две или одну щели.

У многощелевого закрылка рост положительного градиента давления может вызвать отрыв потока вблизи носка профиля и существенно снизить его эффективность. Для ликвидации этого явления трехщелевой закрылок, иногда двухщелевой, и даже однощелевой, применя-

приводит к росту разрежения в области закрылка, но и увеличивает разрежение на всем верхнем контуре профиля. Величина разрежения зависит от угла отклонения закрылка, которое ограничивается возникновением отрыва потока. Для преодоления этого ограничения применяются щелевые закрылки со специально спрофилированной щелью. Разность давлений сверху и снизу крыла образует в щели высокоскоростную струю. Эта струя отсасывает заторможенный пограничный слой с основного крыла

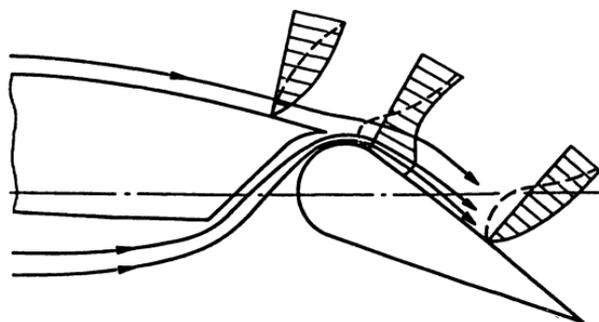


Рис. 9.5. Влияние щели на обтекание закрылка:

— — есть струя;
 — нет струи

ются только с одним из видов механизации передней кромки. Например, выпущенный предкрылок образует щель с воздушной струей, устраняющей отрыв потока с верхней поверхности крыла.

При увеличении угла выпуска закрылка из-за обтекания щелей и утолщения пограничного слоя (роста толщины вытеснения) нарушается парадокс Даламбера—Эйлера, т. е. увеличивается профильное сопротивление. Увеличивается не только составляющая сопротивления трения из-за увеличения омываемой поверхности, но и составляющая сопротивления давления, которое особенно заметно на больших углах отклонения. Для уменьшения сопротивления и достижения необходимого ускорения самолета при разбеге на взлете и при наборе высоты угол выпуска закрылка во взлетной конфигурации примерно в два раза меньше, чем угол выпуска в посадочной конфигурации.

9.3. Аэродинамические характеристики крыла с отклоненной механизацией

Влияние основных видов механизации на аэродинамические характеристики крыла показано на рис. 9.6.

Отклонение закрылка (З) вызывает увеличение кривизны профиля, что сопровождается увеличением коэффициента подъемной силы, практически одинаковым на всех углах атаки линейного участка зависимости $c_{ya} = f(\alpha)$ и уменьшением критического угла атаки.

Отклонение предкрылков (Л) практически не увеличивает подъемную силу при заданном угле атаки на линейном участке зависимости

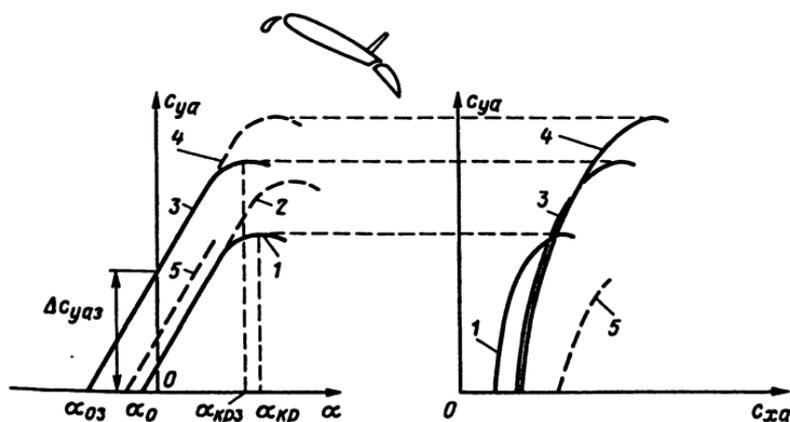


Рис. 9.6. Влияние механизации крыла на зависимость $c_{ya} = f(\alpha)$ и поляру

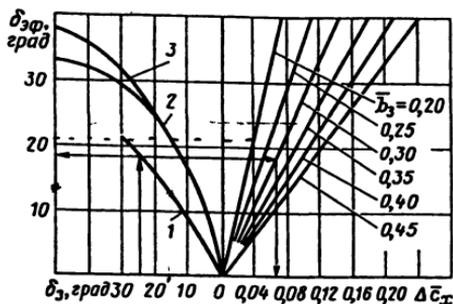


Рис. 9.7. Определение коэффициентов $\delta_{эф}$ и $\Delta \bar{c}_x$:

1, 2 и 3 — соответственно одно-, двух- и трехщелевой закрылки

$c_{ya} = f(\alpha)$, но способствует затягиванию начала срыва на большие углы и тем самым увеличивает критический угол атаки и максимальный коэффициент подъемной силы (2 и 4). Поэтому высокоэффективный щелевой закрылок должен применяться обязательно с предкрылком.

Выпуск гасителей подъемной силы нарушает плавное обтекание верхней поверхности крыла, разрежение на ней падает и коэффициент подъемной силы крыла значительно снижается при возрастании лобового сопротивления (5).

Увеличение подъемной силы при сохранении величины производной c_{ya}^α естественно сопровождается увеличением отрицательного значения угла нулевой подъемной силы α_0 . При этом, чем больше эффективность механизации (приращение подъемной силы), тем больше значения α_0 достигаются при ее отклонении.

Эффективность механизации (закрылков) при заданном угле отклонения можно определить согласно рис. 9.6 по формуле

$$\Delta c_{ya3} = c_{ya}^\alpha \Delta \alpha_{03}, \quad (9.1)$$

где $\Delta \alpha_{0\text{мех}}$ — абсолютная величина приращения угла атаки нулевой подъемной силы крыла из-за отклонения закрылка, определяемая по приближенной формуле:

$$\Delta \alpha_{03} = \delta_{эф} n_8 \kappa_l \cos \chi_3, \quad (9.2)$$

где $\delta_{эф}$ — эффективный угол отклонения закрылка, определяемый по рис. 9.7; n_8 — коэффициент относительной эффективности закрылка в зависимости от его относительной хорды в выпущенном положении, определяется по рис. 9.8; κ_l — коэффициент, учитывающий относительный размах закрылка, определяется по рис. 9.9; χ_3 — угол стреловидности по задней кромке крыла.

Если задняя кромка крыла имеет излом, то угол стреловидности определяется как средневзвешенный.

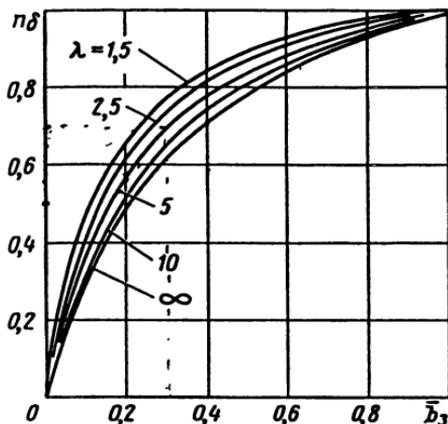


Рис. 9.8. Зависимость коэффициента n_{δ} от хорды закрылка в выпущенном положении \bar{b}_3

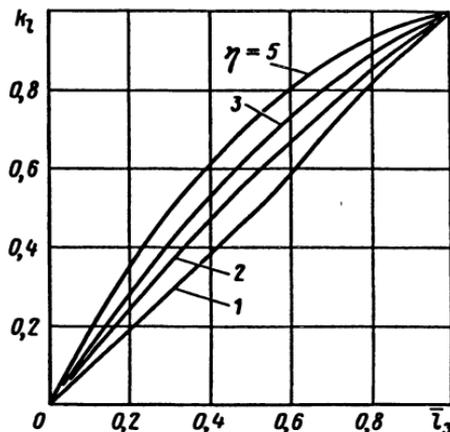


Рис. 9.9. Зависимость коэффициента κ_l от размаха закрылка l_3

Коэффициент максимальной подъемной силы крыла при выпущенной механизации

$$c_{ya \max 3} = c_{ya \max} + \kappa_{пр} \Delta c_{ya 3}, \quad (9.3)$$

где $c_{ya \max}$ — коэффициент максимальной подъемной силы крыла без механизации; $\kappa_{пр}$ — поправочный коэффициент; $\kappa_{пр} = 0,85$ для механизации без предкрылков; $\kappa_{пр} = 0,95 \div 1,0$ — для механизации с предкрылками.

Коэффициент профильного сопротивления крыла при выпуске механизации

$$c_{xa 0 3} = c_{xa 0} + \Delta c_{xa 3}, \quad (9.4)$$

где $c_{xa 0}$ — коэффициент профильного сопротивления крыла без механизации; $\Delta c_{xa \text{ мех}} = \Delta \bar{c}_x \kappa_l$ — приращение профильного сопротивления крыла при выпуске механизации.

Коэффициент

$$\Delta c_{xa 3} = \Delta \bar{c}_x \kappa_l.$$

Коэффициенты $\Delta \bar{c}_x$ и κ_l определяются соответственно по рис 9.7 и 9.9.

Исследования показали, что на крыльях умеренной стреловидности $\chi = 28 \div 30^\circ$, большого удлинения $\lambda = 9,5 \div 10$ с утолщенным сверхкритическим профилем можно получить высокий уровень несущих

свойств на посадочных режимах $c_{ya \max \text{ мех}} = 3,2 \div 3,1$. Это позволяет реализовать скорость захода на посадку 240—250 км/ч, что, помимо облегчения пилотирования, также сократит длину пробега самолета. Причем, такой уровень несущих свойств можно получить с более простой в конструктивном отношении механизации задней кромки (выдвижные одно- или двухщелевые закрылки) и с предкрылками по всему размаху крыла. Достичь этих результатов оказалось возможно благодаря рациональному выбору площади закрылков и предкрылков, величины выдвижения и углов их отклонения.

Появление высокоэкономичных двухдвигательных пассажирских самолетов повышенной вместимости потребовало повышения аэродинамического качества на взлете. Это обусловлено тем, что при откате двигателей на взлете теряется половина тяги. Для того чтобы в этих условиях безопасно продолжить взлет, необходимо получить аэродинамическое качество $K \geq 12,0 \div 12,5$ при $c_{ya} = 1,5 \div 1,6$. Этого можно достичь, обеспечивая максимально возможный выпуск предкрылка, а для закрылка — максимальный их откат при малых и умеренных углах их отклонения $\delta_3 \leq 15 \div 20^\circ$. При этом должны быть исключены всевозможные конструктивные технологические разрывы по размаху с целью обеспечения безотрывного обтекания крыла и всех элементов механизации.

9.4. Влияние близости земли на аэродинамические характеристики крыла

Влияние близости земли на аэродинамические характеристики крыла начинает сказываться в том случае, когда расстояние от фокуса крыла до земли меньше полуразмаха крыла, и проявляется несколькими эффектами. Близость поверхности земли ограничивает вертикальные скорости, индуцируемые свободными вихрями, что уменьшает углы скоса потока и увеличивает местные углы атаки сечений крыла.

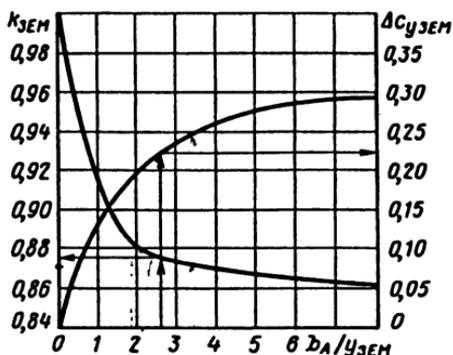
Уменьшение углов скоса потока приводит к уменьшению коэффициента индуктивного сопротивления крыла, величину которого можно определить по (7.6), но используя в коэффициенте A вместо удлинения λ фиктивное удлинение $\lambda_{\text{ф}}$, имеющее большее значение. Фиктивное удлинение для изолированного крыла

$$\lambda_{\text{ф}} = 0,45\lambda(0,11 \frac{l}{h} + 2), \quad (9.5)$$

где l — размах крыла; h — расстояние от фокуса крыла до земли.

Увеличение местных углов атаки сечений крыла приводит к приращению коэффициента подъемной силы $\Delta c_{ya \text{ зем}}$ в линейном диапа-

Рис. 9.10. Определение коэффициентов $\Delta c_{y_{зем}}$, $\kappa_{зем}$



зоне изменения $c_{ya} = f(\alpha)$, которое можно определить по рис. 9.10. На графике в качестве абсциссы используется отношение средней аэродинамической хорды b_A к расстоянию между задней кромкой выпущенного закрылка и землей $y_{зем}$.

Повышенное давление между крылом и землей по сравнению со свободным обтеканием повышает положительный градиент давления на верхней поверхности крыла при увеличении угла атаки, что вызывает отрыв потока и уменьшение коэффициента максимальной подъемной силы и критического угла атаки. Влияние земли на коэффициент $c_{ya_{max}}$

$$c_{ya_{max_{зем}}} = c_{ya_{max}} \kappa_{зем} \quad (9.6)$$

где $\kappa_{зем}$ — коэффициент влияния земли, определяется по рис. 9.10.

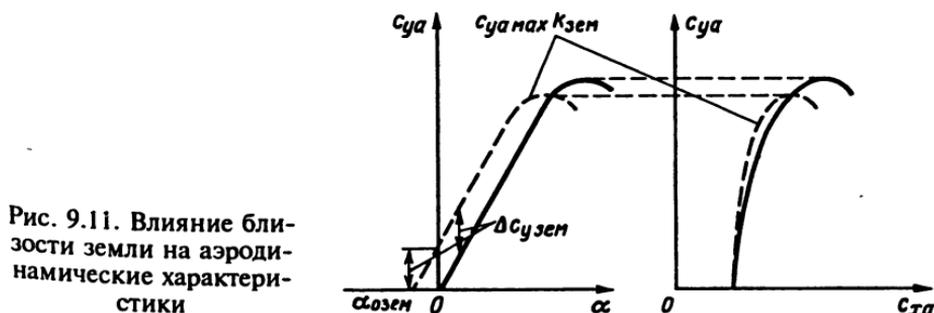


Рис. 9.11. Влияние близости земли на аэродинамические характеристики

Влияние земли на основные аэродинамические характеристики показано на рис. 9.11.

АЭРОДИНАМИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ТЕЛ ВРАЩЕНИЯ

10.1. Геометрические характеристики

Определение аэродинамических характеристик тел вращения весьма важно в связи с тем, что фюзеляжи большинства пассажирских самолетов, gondолы двигателей, gondолы шасси обычно имеют форму тела вращения или близкую к ней.

Формы тел вращения могут быть самыми разнообразными и выбираются в зависимости от скорости полета для обеспечения наименьшего сопротивления при максимальном полезном объеме. Обычно тела вращения рассматриваются как состоящие из трех участков: носового, среднего или цилиндрического и хвостового (рис. 10.1). Рассмотрим сначала геометрические характеристики фюзеляжа, которые диктуются требованиями пассажи́рвоместимости самолета, коммерческой нагрузкой и уровнем комфорта.

Длина фюзеляжа l_{ϕ} — это расстояние между двумя плоскостями, перпендикулярными оси фюзеляжа, но не пересекающими ее.

Площадь миделевого сечения фюзеляжа $S_{\text{мф}}$ — это наибольшая площадь сечения фюзеляжа плоскостью, перпендикулярной оси фюзеляжа.

Площадь миделевого сечения является характерной площадью при определении аэродинамических коэффициентов тел вращения.

Максимальный эквивалентный диаметр фюзеляжа $d_{\text{эф}}$ — это диаметр круга, площадь которого равна площади миделевого сечения фюзеляжа.

Если форма миделевого сечения круг, то

$$S_{\text{мф}} = \frac{\pi d_{\text{эф}}^2}{4}, \quad (10.1)$$

где $d_{\text{эф}}$ — диаметр миделевого сечения.

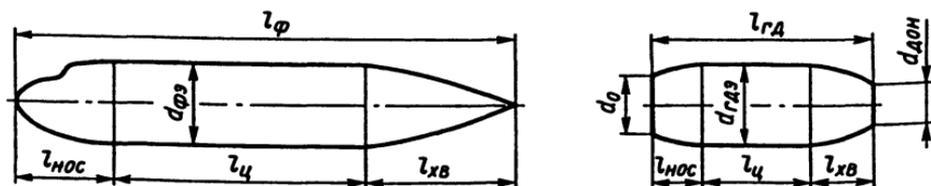


Рис. 10.1. Геометрические характеристики фюзеляжа и gondолы с протоком

Если форма миделевого сечения эллипс, то

$$S_{\text{мф}} = \frac{\pi dh}{4}, \quad (10.2)$$

где d и h — соответственно ширина и высота миделевого сечения.

Для обеспечения повышенного полезного объема необходимо увеличивать диаметр фюзеляжа (6—6,5 м вместо 3—4 м).

Удлинение фюзеляжа $\lambda_{\text{ф}}$ — это отношение длины фюзеляжа к его максимальному эквивалентному диаметру:

$$\lambda_{\text{ф}} = l_{\text{ф}}/d_{\text{эф}}. \quad (10.3)$$

Для современных магистральных пассажирских самолетов, имеющих диаметр фюзеляжа 5—6 м, удлинение фюзеляжа находится в пределах 9—10.

Удлинение носовой, цилиндрической и хвостовой частей тела вращения — это отношение соответствующей длины к диаметру миделя:

$$\lambda_{\text{нос}} = l_{\text{нос}}/d_{\text{м}}, \quad \lambda_{\text{ц}} = l_{\text{ц}}/d_{\text{м}}, \quad \lambda_{\text{хв}} = l_{\text{хв}}/d_{\text{м}}. \quad (10.4)$$

Для тел с протоком, например гондолы двигателей с ДТРД, вводится понятие *условного удлинения*:

$$\lambda_{\text{усл}} = l/\sqrt{d_{\text{м}}^2 - d_0^2}, \quad \lambda_{\text{усл нос}} = l_{\text{нос}}/\sqrt{d_{\text{м}}^2 - d_0^2}, \quad (10.5)$$

где d_0 — диаметр входного сечения воздухосборника; $d_0 = (0,8 \div 0,9)d_{\text{м}}$.

Относительный диаметр донного среза $\bar{d}_{\text{дон}}$ — это отношение диаметра донного среза к максимальному эквивалентному диаметру миделя:

$$\bar{d}_{\text{дон}} = \frac{d_{\text{дон}}}{d_{\text{эф}}}. \quad (10.6)$$

Смоченная площадь фюзеляжа $S_{\text{см}}$ — это площадь поверхности, обтекаемой потоком без учета площади донного среза.

Если фюзеляж дозвукового самолета можно представить в виде цилиндрической основной части и конической хвостовой части, то смоченная площадь фюзеляжа

$$S_{\text{см}} = \left(1 - 0,5 \frac{l_{\text{хв}}}{l_{\text{ф}}}\right) \pi l_{\text{ф}} d_{\text{эф}}. \quad (10.7)$$

Аналогично определяются геометрические характеристики и гондол двигателей. Для этого нужно в приведенных формулах заменить индекс "ф" на "гд" и подставить соответствующие значения.

10.2. Распределение давления по поверхности тел вращения

Рассмотрим распределение давления по поверхности симметричного тела вращения, обтекаемого при нулевом угле атаки дозвуковым потоком (рис. 10.2). Эксперименты показывают, что при обтекании носовой части происходят наиболее сильный разгон потока и сильный рост разрежения. Это связано с тем, что в носовой части обычно имеется наиболее сильное изменение формы контура, что влечет за собой такое изменение давления. Пик разрежения находится вблизи места соединения носовой и цилиндрической частей с резким положительным градиентом давления в начале цилиндрической части. Это может быть причиной возникновения отрыва потока (с последующим присоединением) в области носовой части. Для устранения этого явления необходимо, чтобы удлинение носовой части равнялось $\lambda_{\text{нос}} \geq 2,5$. Большие удлинения носовой части из-за уменьшения полезного объема на самолетах гражданской авиации обычно не реализуются.

Таким образом, носовая часть тела вращения благодаря своей форме наиболее значительно влияет на его аэродинамические характеристики.

Распределение давления по цилиндрической части меняется незначительно с постепенным увеличением скорости потока вплоть до места соединения с хвостовой частью тела. По величине оно близко к статическому давлению невозмущенного потока.

На хвостовой части тела поток тормозится и давление растет. При малых удлинениях хвостовой части положительные градиенты давле-

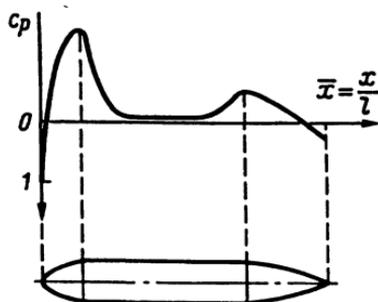


Рис. 10.2. Распределение давления по поверхности тел вращения

ния могут достигать больших значений и вызывать отрыв потока. Для предотвращения отрыва, удлинение хвостовой части тела вращения должно быть $\lambda_{ХВ} \geq 4,5$.

10.3. Аэродинамические характеристики

Обтекание тел вращения уже на небольших углах атаки становится пространственным (трехмерным), что существенно усложняет его исследование. В этом случае обтекающий поток условно представляют как сумму двух потоков: продольного и поперечного. При малых углах атаки обтекание в основном будет определяться продольным течением, а при больших углах атаки — поперечным (рис. 10.3).

В диапазоне углов атаки $\alpha = -3 \div +3^\circ$ тело вращения обтекается практически только продольным потоком и является удобообтекаемым телом. Обтекание поперечных сечений такого тела будет отличаться только толщиной и состоянием пограничного слоя. Из-за больших чисел Re , хотя на фюзеляже и будет участок ламинарного пограничного слоя, но он будет мал, и сопротивление трения в основном будет определяться турбулентным пограничным слоем.

При углах атаки $\alpha > 3^\circ$ на обтекание начинает влиять поперечная составляющая скорости воздушного потока $V_\infty \sin \alpha$.

Эта составляющая скорости вызывает перетекание воздуха снизу вверх, что способствует увеличению толщины пограничного слоя. Непрерывно утолщающийся по длине тела пограничный слой отрывается вдоль линии отрыва в виде вихрей, расположенных на боковых сторонах тела и непрерывно сносящихся по потоку.

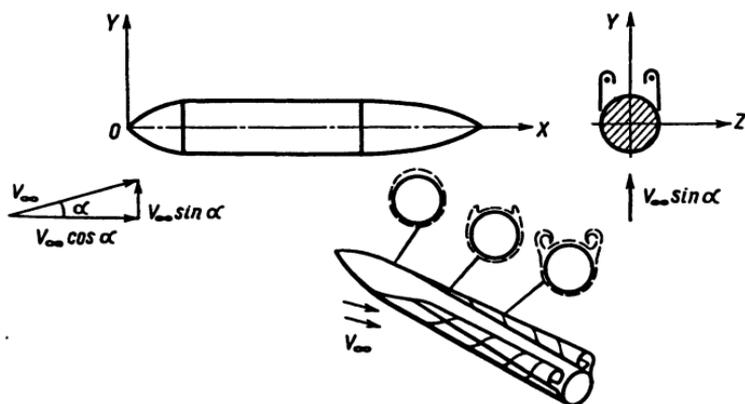


Рис. 10.3. Схема обтекания тела вращения при угле атаки

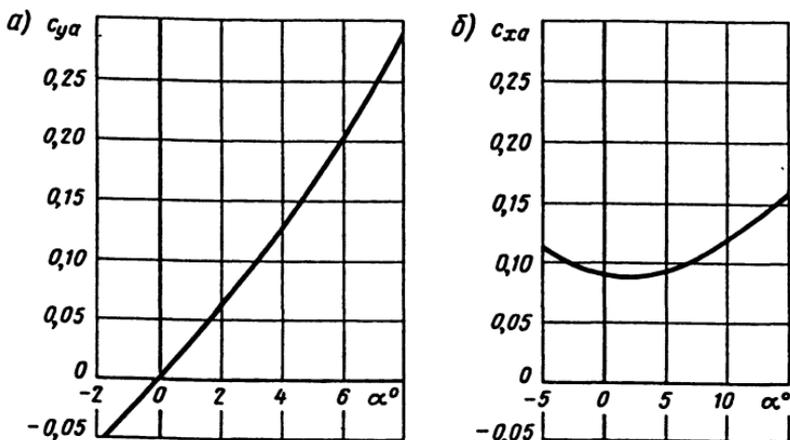


Рис. 10.4. Зависимость коэффициентов c_{ya} (а) и c_{xa} (б) от угла атаки

При дальнейшем росте углов атаки $\alpha > 15 \div 20^\circ$ вихревая система становится несимметричной, вызывает несимметрию в распределении давления по сечениям тела. Это приводит к образованию нестационарных поперечных сил и моментов рыскания.

Положение точек отрыва пограничного слоя и начало образования вихревой системы зависят от угла атаки, формы тела, чисел M и Re и определяется экспериментально.

На рис. 10.4 представлен пример аэродинамических характеристик фюзеляжа с удлинением $\lambda = 10$ при $M_\infty = 0,82$. Представленные на графиках аэродинамические коэффициенты отнесены к площади миделевого сечения. Наличие отрывных течений при больших углах атаки вызывает интенсивный рост лобового сопротивления тел вращения, особенно его составляющей давления. Поэтому современные магистральные самолеты проектируются таким образом, чтобы фюзеляжи и gondолы двигателей в полете обтекались при углах атаки, близких к нулю. Плавность контура носовой части и большое удлинение фюзеляжа ($\lambda > 9$) сдвигает появление волнового сопротивления в сторону больших дозвуковых скоростей ($M_* > 0,92$). Нарастание волнового сопротивления при этом происходит менее интенсивно и не достигает существенных значений, что позволяет не учитывать его в приближенных расчетах.

Лобовое сопротивление тела вращения при малых углах атаки в основном обусловлено силами трения и в меньшей степени силами давления, за исключением тел с донным срезом. В этом случае обтекание

тела вращения аналогично обтеканию несущей поверхности и его коэффициент лобового сопротивления можно представить как сумму отдельных составляющих:

$$c_{xa} = c_{xa0} + c_{xадон} + \Delta c_{xa}, \quad (10.8)$$

где c_{xa0} — коэффициент профильного сопротивления тела вращения; $c_{xадон}$ — коэффициент донного сопротивления; Δc_{xa} — коэффициент дополнительного сопротивления деталей (люков, остекления кабины экипажа, антенны и т. д.); для фюзеляжа $\Delta c_{xa} = 0,01 \div 0,012$; для гондол двигателей $\Delta c_{xa} = 0,002 \div 0,005$.

При определении аэродинамических коэффициентов в качестве характерной площади используется площадь миделевого сечения.

На основе экспериментов оказалось возможным применять для расчета коэффициента $c_{xар}$ формулы, по которым определяется сопротивление трения плоской пластины

$$c_{xa0} = c_F \eta_\lambda \eta_M \frac{S_{cm}}{S_M}, \quad (10.9)$$

где c_F — коэффициент сопротивления трения эквивалентной пластины, определяемый с учетом характера пограничного слоя; η_c — коэффициент, учитывающий переход от плоской пластины к телу вращения и зависящий от удлинения тел, определяется по рис. 10.5; η_M — коэффициент, учитывающий влияние сжимаемости воздуха и зависящий от удлинения носовой части тела, определяется по рис. 10.6; S_{cm} и S_M — соответственно смоченная площадь и площадь миделя тела вращения.

Коэффициент c_F — зависит от числа Re и относительной точки перехода ламинарного пограничного слоя в турбулентный \bar{x}_T .

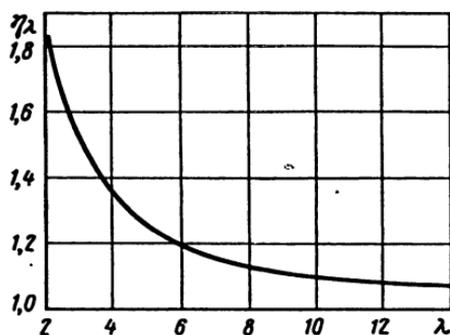


Рис. 10.5. Зависимость коэффициента η_λ от удлинения тела вращения

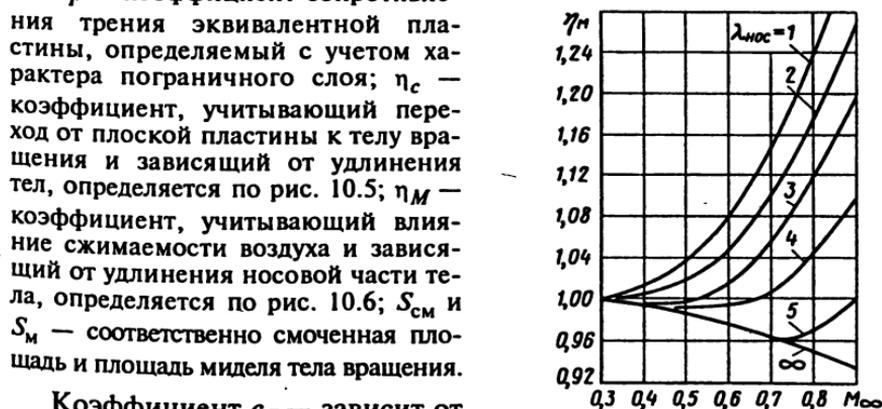


Рис. 10.6. Зависимость коэффициента η_M от числа M_∞ и величины $\lambda_{нос}$ тела вращения при $\bar{x}_T = 0$

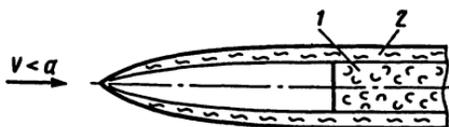


Рис. 10.7. Обтекание застойной зоны у донного среза тела вращения

Число Re определяется по длине тела вращения: $Re = Vl/v$. При больших скоростях полета и длинах фюзеляжей современных пассажирских самолетов пограничный слой можно считать полностью турбулентным ($\bar{x}_T = 0$). У гондол двигателей, расположенных в хвостовой части фюзеляжа за крылом и непосредственно на крыле, особенно у самолетов с турбовинтовыми двигателями, когда имеет место обдувка гондол струей винта, пограничный слой также турбулентный и поэтому $\bar{x}_T = 0$. У гондол с турбореактивными и двухконтурными турбореактивными двигателями при пилонной подвеске на крыле смешанный пограничный слой, т. е. $\bar{x}_T > 0$ (см. гл. 5). Для тел вращения с потоком воздуха в качестве удлинения необходимо использовать условные удлинения $\lambda_{\text{усл}}$ и $\lambda_{\text{усл нос}}$.

Донное сопротивление образуется у тел вращения, имеющих донный срез (см. рис. 10.1), например, у гондол ДТРД с неработающим двигателем в полете. В этом случае у донного среза образуется застойная зона, давление в которой зависит от толщины пограничного слоя, стекающего с тела. В результате этого за донной частью тела вращения образуется разрежение, которое обуславливает часть сопротивления давления тела, называемого *донным сопротивлением*.

Влияние толщины пограничного слоя на степень донного разрежения объясняется тем, что за донным срезом тела образуется застойная зона (след) 1 с пониженным давлением, которая защищается от воздействия внешнего потока своеобразной трубкой, образованной из пограничного слоя 2, сбегаящего с кормовой части тела, как схематично показано на рис. 10.7. Кольцевая струя внешнего потока обладает эжектирующим свойством, благодаря чему за донным срезом происходит сильный отсос воздуха. Опыты подтверждают, что чем больше толщина пограничного слоя, тем выше донное давление (меньше вакуум). Увеличение толщины пограничного слоя приводит к снижению эжектирующего эффекта внешнего потока. Поэтому при турбулентном пограничном слое, как имеющем большую толщину, чем ламинарный, донное сопротивление меньше.

Таким образом, разрежение за донным срезом зависит от характера пограничного слоя, стекающего с тела, и поэтому коэффициент дон-

ного сопротивления связывают с коэффициентом профильного сопротивления $c_{xа0}$:

$$c_{xа\text{дон}} = 0,029 \frac{\bar{d}_{\text{дон}}^3}{\sqrt{c_{xа0}}} \quad (10.10)$$

Эта формула справедлива при $M_\infty < 1$. Для заостренной хвостовой части $c_{xа\text{дон}} = 0$.

Глава 11

АЭРОДИНАМИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ВОЗДУШНЫХ ВИНТОВ

11.1. Геометрические характеристики

Воздушный винт (рис. 11.1) — это лопастной движитель, приводимый во вращение двигателем и предназначенный для получения в воздухе тяги, необходимой для продвижения самолетов и других аппаратов.

Воздушные винты или просто винты применяются на самолетах для создания тяги, а на вертолетах — для получения одновременно подъемной силы и тяги.

Конструктивно винт представляет собой соединенные между собой втулкой несущие поверхности — лопасти, которые движутся вокруг оси, проходящей через втулку.

Лопасть — основная рабочая часть винта, создающая тягу при его вращении (рис. 11.2). На лопасти выделяют две части: перо 2 и комель 1. Перо лопасти — профилированная ее часть. Комель лопасти — часть лопасти, служащая для крепления лопасти во втулке винта.

Самолетные винты, предназначенные для полетов со скоростью ≤ 600 км/ч обычно обтекаются в основном дозвуковым потоком и называются дозвуковыми (самолет Ан-24), а винты, предназначенные для перспективных самолетов с числом M полета $\sim 0,7 \div 0,9$, имеют сверхзвуковое обтекание и называются сверхкритическими. В отличие от дозвуковых винтов сверхкритические винты имеют уменьшенный диаметр, большее число лопастей обычно саблевидной формы; сами лопасти более широкие с тонким сверхкритическим профилем.

Существуют различные виды воздушных винтов.

Винт неизменяемого шага — винт, лопасти которого не могут поворачиваться вокруг своих осей.

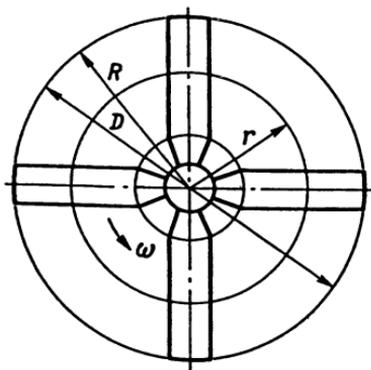


Рис. 11.1. Воздушный винт

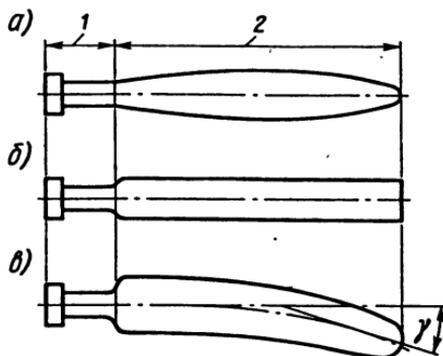


Рис. 11.2. Формы лопастей:

a — эллиптическая; *б* — прямоугольная;
в — саблевидная

Винт фиксированного шага (ВФС) — воздушный винт, лопасти которого могут быть установлены под необходимым углом, но во время работы не могут поворачиваться вокруг своих осей.

Винт изменяемого шага (ВИШ) — воздушный винт, лопасти которого во время работы могут автоматически или с помощью ручного управления поворачиваться вокруг своих осей, устанавливаясь под необходимым углом.

Флюгерный винт — воздушный винт изменяемого шага, лопасти которого могут устанавливаться в положение по потоку воздуха, с минимальным лобовым сопротивлением.

Все воздушные винты, применяемые в транспортной авиации, являются флюгерными, так как в случае отказа двигателя происходит минимальное увеличение сопротивления самолета из-за винта.

Одиночный винт — воздушный винт, оси лопастей которого лежат в одной плоскости, нормальной к оси вращения винта.

Двухрядный винт — воздушный винт, состоящий из двух одиночных винтов, расположенных непосредственно друг за другом на соосных валах, вращающихся в одном направлении.

Соосный винт — двухрядный винт с одиночными винтами, вращающимися в противоположные стороны.

Винты имеют следующие геометрические характеристики.

Диаметр винта D — диаметр окружности, описываемой концами лопастей при его вращении (см. рис. 11.1). Радиус винта $R = D/2$.

У самолетных винтов диаметр лежит в пределах 2—6 м, диаметр несущих винтов составляет 12—35 м.

Число лопастей у дозвуковых винтов $i = 2 \div 4$, у сверхкритических $i = 6 \div 8$, у несущих вертолетных винтов $i = 2 \div 8$.

Сечение лопасти — сечение, образованное пересечением лопасти с цилиндром, соосным винту.

Радиус сечения лопасти r — расстояние от оси винта до сечения лопасти. Относительный радиус сечения лопасти $\bar{r} = r/R$.

Контрольное сечение лопасти — сечение лопасти, в котором при сборке и в эксплуатации проверяют необходимые параметры лопасти винта. Контрольное сечение для самолетных винтов берется на радиусе 1000 мм и 1600 мм или на относительном радиусе сечения лопасти $\bar{r} = 0,75$, для несущих винтов — на $\bar{r} = 0,7$.

Ось поворота лопасти — ось, относительно которой лопасть поворачивается на различные углы установки.

Угол саблевидности лопасти γ — называют угол между касательной к оси лопасти в некоторой ее точке и осью поворота лопасти (см. рис. 11.2, в).

Плоскость вращения винта — плоскость, перпендикулярная к оси вращения винта и проходящая через ось поворота лопасти.

Угол установки сечения лопасти ϕ — угол между хордой сечения лопасти и плоскостью вращения винта.

Угол установки лопасти ϕ_0 — угол установки контрольного сечения лопасти.

Ометаемая винтом площадь — площадь круга, диаметр которого равен диаметру винта $F = \pi D^2/4$.

Коэффициент заполнения $\sigma = iF_{\text{л}}/F$ характеризует степень заполнения лопастями ометаемой площади и равен отношению суммарной площади всех лопастей $iF_{\text{л}}$ к ометаемой площади.

Перо лопасти винта характеризуется аналогично как и у крыла относительной толщиной \bar{c} , кривизной \bar{f} и т. д. Для дозвуковых винтов применяются профили с $\bar{c} = 3 \div 20\%$ и $\bar{x}_c = 25 \div 30\%$.

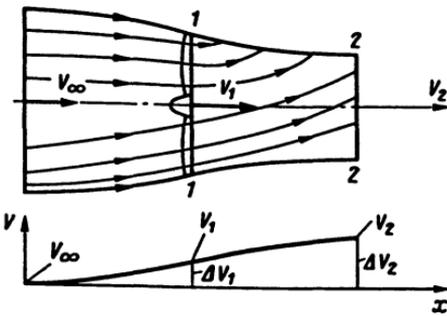
Сечение сверхкритических винтов имеют форму, близкую к сверхкритическим профилям и $\bar{x}_c \geq 50\%$.

11.2. Кинематические характеристики

К кинематическим характеристикам винта относятся показатели, характеризующие его перемещения в воздухе.

Вращающийся винт может обтекаться набегающим потоком под различными углами. Здесь рассмотрим обтекание винта на режиме осевой обдувки, при котором скорость набегающего потока параллельна его оси вращения (рис. 11.3).

Рис. 11.3. Струя вента на режиме осевой обдувки



Каждое сечение вента характеризуется понятием шага.

Шаг сечения лопасти — это шаг винтовой линии, касательной к хорде сечения (рис. 11.4).

Шаг вента H — это шаг контрольного сечения вента.

Для того чтобы все сечения вента имели одинаковый шаг, лопасти вента придают кривку.

Кривка лопасти — изменение по радиусу углов установки сечения лопасти относительно контрольного сечения.

Поступь вента — перемещение вента в осевом направлении за один оборот:

$$H_a = V_\infty t = V_\infty / n, \quad (11.1)$$

где V_∞ — скорость полета; t — время одного оборота; $n = \omega / (2\pi)$ — число оборотов вента в секунду.

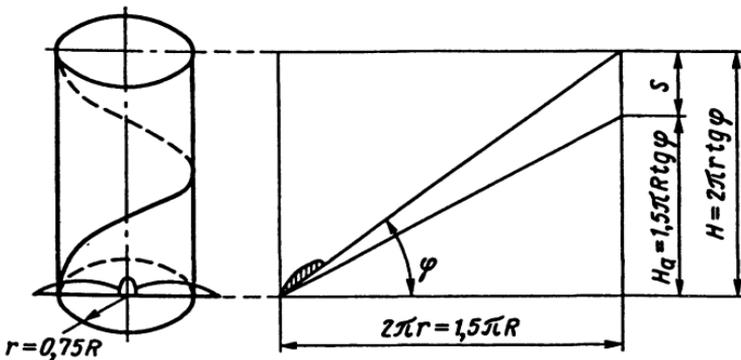


Рис. 11.4. Шаг и поступь вента

Вектор \overline{W}_1 образует с хордой профиля сечения лопасти угол атаки сечения лопасти α , а с плоскостью вращения винта — угол притекания струй β .

Сумма углов α и β равна углу установки сечения лопасти: $\varphi = \alpha + \beta$.

Вектор \overline{W}_k образует с хордой профиля кажущийся угол атаки сечения лопасти α_k , а с вектором \overline{U} — кажущийся угол притекания струй β_k , которые определяются равенствами:

$$\beta_k = \operatorname{arctg} \frac{V_\infty}{U} = \operatorname{arctg} \frac{\lambda}{\pi r}; \quad \alpha_k = \varphi - \beta_k = \varphi - \operatorname{arctg} \frac{\lambda}{\pi r}. \quad (11.3)$$

Сумма углов α_k и β_k также равна φ .

Углы α_k и α , а также β_k и β близки по величине на крейсерском режиме полета самолета, когда ΔV_1 и ΔU_1 малы по сравнению с V_∞ . Это позволяет по изменению углов α_k и β_k судить об изменении углов α и β .

Из формул (11.3) видно, что в случае $\varphi = \text{const}$, $V_\infty = \text{const}$ и $\omega = \text{const}$ при увеличении \bar{r} угол β_k уменьшается, а угол α_k увеличивается. Таким же образом изменяются углы β и α . Для того чтобы все сечения лопасти имели один угол атаки, например наивыгоднейший, применяют закручивание (крутку) пера винта таким образом, чтобы угол φ уменьшался к концу лопасти по заданному закону: $\varphi - \varphi_0 = f(\bar{r})$.

Угол $\Delta\alpha$, определяемый выражением

$$\Delta\alpha = \alpha_k - \alpha = \beta - \beta_k, \quad (11.4)$$

является аналогом угла скоса при обтекании сечения крыла.

Для оценки характера обтекания конца лопасти: докритический или закритический, число Маха обтекаемого потока конца лопасти

$$M_R = M_\infty \sqrt{1 + \left(\frac{\pi}{\lambda}\right)^2}, \quad (11.5)$$

где M_∞ — число Маха полета самолета.

Для предупреждения и смягчения волнового кризиса принимаются, в сущности, те же меры, что и для крыла: на концы лопасти ставят более тонкие и специальной формы профили; ограничивается окружная скорость; применяются саблевидные лопасти (аналог стреловидного крыла).

11.3. Аэродинамические характеристики

Динамическое взаимодействие винта с потоком создается распределением давления и напряжения трения на поверхности лопастей, представляющих собой несущие поверхности большого удлинения. Проекция равнодействующей этих распределенных сил на ось вращения определяет силу тяги P . Равнодействующий момент относительно оси вращения от моментов проекций этих сил на плоскость вращения определяет потребляемую мощность на валу двигателя $N = M\omega$, называемую мощностью винта.

Для обобщения и переноса результатов при рассмотрении аэродинамических характеристик самолетных винтов на основании теории аэродинамического подобия переходят к коэффициенту тяги $\bar{\alpha}$ (безразмерной тяге) и к коэффициенту мощности $\bar{\beta}$ (безразмерной мощности). С этой целью в формулы подобия (см. гл. 3) в качестве скорости вводится величина nD , пропорциональная известной окружной скорости в качестве скоростного напора (величина $\rho n^2 D^2$), а в качестве характерной площади — величина D^2 :

$$\bar{\alpha} = P/(\rho n^2 D^4); \quad (11.6)$$

$$\bar{\beta} = N/(\rho n^3 D^5). \quad (11.7)$$

Важной характеристикой для винта является коэффициент полезного действия (КПД) винта. Это безразмерная величина, характеризующая отношением эффективной мощности воздушного винта к мощности воздушного винта.

Под эффективной мощностью винта понимается часть мощности винта, расходуемая на продвижение летательного аппарата. Она определяется выражением

$$N_{\text{эф}} = PV_{\infty}. \quad (11.8)$$

С учетом формул (11.6)—(11.8) можно получить выражение для определения КПД винта:

$$\eta = \frac{PV_{\infty}}{N} = \frac{\bar{\alpha}}{\bar{\beta}} \lambda. \quad (11.9)$$

КПД винта всегда меньше единицы. Это объясняется тем, что в действительности при вращении винта имеются потери мощности на преодоление:

профильного сопротивления лопастей, включающего сопротивление давления из-за нарушения парадокса Даламбера—Эйлера;

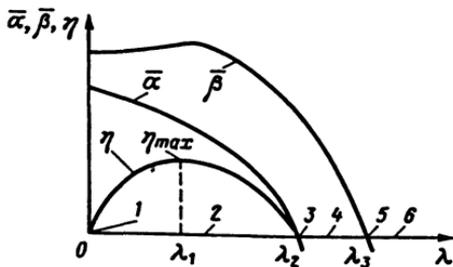


Рис. 11.6. Аэродинамические характеристики ВФШ

Коэффициенты $\bar{\alpha}$, $\bar{\beta}$ и η аналогичны безразмерным аэродинамическим коэффициентам, таким как c_{ya} , c_{xa} и K и в общем случае зависят от угла установки лопастей винта φ_0 , коэффициента скорости λ , чисел M и Re и формы лопастей винта.

Зависимости коэффициентов $\bar{\alpha}$, $\bar{\beta}$ и η от λ при заданном угле установки $\varphi_0 = \text{const}$ называют аэродинамическими характеристиками винта (рис. 11.6).

Анализ аэродинамических характеристик винта позволяет установить следующие характерные режимы работы винта.

Режим 1, при котором $\lambda = 0$ и $V_\infty = 0$, называется *режимом работы винта на месте*. На этом режиме винт создает тягу ($\bar{\alpha} > 0$) и на его вращение затрачивается мощность ($\bar{\beta} > 0$), а КПД винта $\eta = 0$, так как винт не совершает полезной работы.

Аэродинамическое совершенство винта в этом случае оценивается с помощью относительного КПД винта

$$\eta_0 = \frac{N_i}{N} = \frac{P \Delta V_1}{N}, \quad (11.10)$$

где N_i — минимальная мощность при работе винта в идеальных условиях; ΔV_1 — индуктивная осевая скорость воздуха в плоскости вращения винта.

Идеальные условия определяются следующими допущениями: среда идеальная — отсутствует профильное сопротивление винта; отсутствуют индуктивное и волновое сопротивления винта; отсутствуют скорость закручивания и неравномерность скорости воздуха по ометаемой площади.

Учитывая формулы подобия для винтов (11.6) и (11.7), можно получить

$$\eta_0 = \frac{T}{N} \sqrt{\frac{2T}{\rho \pi D^2}} = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{\bar{\alpha}^{3/2}}{\bar{\beta}}. \quad (11.11)$$

индуктивного сопротивления, связанного с увеличением осевой скорости движения воздуха за винтом и с приведением его в круговое движение под влиянием вращения винта;

неравномерности потока в струе из-за ограниченности числа лопастей винта;

волнового сопротивления участков лопастей винта, для которых число M обтекания превысит критическое число Маха.

Режим 2, при котором $0 < \lambda < \lambda_2$, $\bar{\alpha} > 0$ и $\bar{\beta} > 0$, называют *тяговым (пропеллерным) режимом работы винта*. В этом случае КПД винта η достигает максимального значения η_{\max} при некотором оптимальном значении $\lambda = \lambda_1 = \lambda_{\text{опт}}$.

Режим, соответствующий $\lambda_1 = \lambda_{\text{опт}}$ при $\eta = \eta_{\max}$, называют *оптимальным режимом работы винта неизменяемого шага*. На этом режиме сечения винта обтекаются под наивыгоднейшими углами атаки и имеют максимальное аэродинамическое качество.

Очевидно, что при изменении скорости полета угол атаки сечений отклонится от наивыгоднейшего и КПД винта упадет. Чтобы исключить это падение, в настоящее время в основном применяются ВИШ. У этих винтов в зависимости от скорости полета или величины λ наивыгоднейший угол атаки сечений поддерживается автоматически путем изменения угла его установки φ . Кроме того, такие винты позволяют поддерживать постоянное число оборотов двигателя при максимальной мощности, что особенно актуально для современных турбореактивных двигателей.

Режим 3, при котором $\lambda = \lambda_2$, $\bar{\alpha} = 0$, $\eta = 0$, называется *режимом нулевой тяги*. Однако на вращение винта затрачивается мощность $\bar{\beta} > 0$.

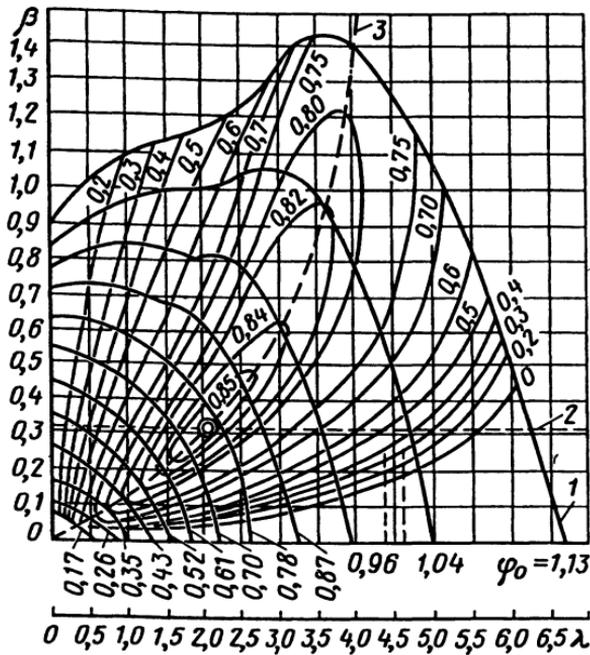
Режим 4, при котором $\lambda_2 < \lambda < \lambda_3$, $\bar{\alpha} < 0$, а $\bar{\beta} > 0$, называется *режимом отрицательных тяг или режимом торможения*. В этом случае отрицательная тяга образуется при затрате мощности двигателя. Для рассматриваемых характеристик этот режим может быть реализован при больших значениях λ или, что то же самое, при больших скоростях полета V_{∞} , например во время пикирования.

Чтобы реализовать этот режим на посадке при малой скорости, необходимо уменьшить угол установки лопастей винта, т. е. рассматривать как бы другой винт с его новыми характеристиками.

Режим 5, при котором $\lambda = \lambda_3$, $\bar{\beta} = 0$ и $\bar{\alpha} < 0$, называется *режимом авторотации (самовращения)*. На этом режиме мощность, потребляемая винтом, равна нулю, т. е. винт вращается самопроизвольно, а тяга винта отрицательна. В этот режим винт может попасть при отказе двигателя. Особенно этот режим опасен при взлете после отрыва самолета от земли, так как отрицательная тяга может достигать больших значений. Для предотвращения авторотации на современных самолетах лопасти винта устанавливаются в так называемое флюгерное положение, когда лопасти обтекаются под углами атаки, близкими к нулевому, и практически винт не вращается.

Режим 6, при котором $\lambda > \lambda_3$, $\bar{\alpha} < 0$ и $\bar{\beta} < 0$, называется *режимом ветряка*. В этом случае происходит передача мощности от воздушного потока на вал винта, которую можно использовать для полезной работы.

Рис. 11.7. Серийная диаграмма винтов



При заданных скорости, мощности, числе оборотов и высоте полета подбор винта к самолету сводится к подбору оптимального винта (его диаметра и угла установки лопастей φ_0). Для этого достаточно иметь зависимости только коэффициентов $\bar{\beta}$ и η от λ , которые для каждой серии винтов определяются опытным путем и представляются в виде серийной диаграммы винтов.

- Серией винтов называется совокупность винтов фиксированного шага, имеющих одну и ту же форму лопастей, одинаковые законы закрученности и число лопастей, но отличающихся друг от друга углом установки лопастей и диаметром.

Полученные для серии винтов аэродинамические характеристики при различных углах установки сводят в одну безразмерную диаграмму, называемую *серийной диаграммой винтов* (рис. 11.7) и являющейся основной аэродинамической характеристикой данной серии.

Если окружная скорость меньше скорости звука и лопасти не находятся в срывном режиме, то такие диаграммы мало зависят от чисел M и Re и обычно применяются для подбора дозвуковых винтов в несжимаемом потоке ($M_\infty \leq 0,3 \div 0,4$).

По своей структуре эта диаграмма представляет ряд зависимостей $\bar{\beta} = f(\lambda)$ для ВФШ (линия 1 на рис. 11.7), имеющих различные φ_0 . На зависимостях $\bar{\beta} = f(\lambda, \varphi_0)$ размечают значения КПД и проводят линии, соединяющие точки с одинаковыми значениями $\eta = \text{const}$.

Линия 2 на этой диаграмме относится к ВИШ, который позволяет иметь постоянную мощность ($\bar{\beta} = \text{const}$) при различных значениях λ .

Линия 3 относится к гипотетическому оптимальному винту с максимальным КПД при всех значениях λ . Для такого винта нужно специальным образом изменять коэффициент мощности $\bar{\beta}$. Это требует в полете изменять или диаметр винта, или степень редукции в понижающем редукторе двигателя, что практически еще не реализовано.

При заданной мощности двигателя можно получить различную тягу в зависимости от конструкции и эффективности применяемого винта.

11.4. Подбор винта к самолету

Подбор винта заключается в выборе по известным серийным диаграммам винтов оптимального диаметра D и угла установки лопастей винта φ_0 с максимальным КПД при заданной скорости полета.

Исходными данными для такой задачи являются: крейсерская скорость полета, высота полета (для определения плотности воздуха); располагаемая мощность двигателя в крейсерском полете; число оборотов винта в секунду.

Задаются рядом значений диаметра винта с шагом 0,2—0,3 м, вычисляют коэффициенты мощности и относительной поступи:

$$\bar{\beta} = \frac{N}{\rho n^3 D^5}; \quad \lambda = \frac{V}{nD}. \quad (11.12)$$

Из диаграммы аэродинамических характеристик (см. рис. 11.7) по вычисленным значениям $\bar{\beta}$ и λ определяют значения η . Затем строят зависимость $\eta = f(D)$ и по ее максимуму определяют наивыгоднейший (оптимальный) диаметр винта $D_{\text{опт}}$, по которому можно определить величины $\bar{\beta}_{\text{опт}}$, $\lambda_{\text{опт}}$ и $\varphi_{0\text{опт}}$.

При установке винта на самолет, гондолы двигателей или фюзеляж загромаждают струю воздуха за винтом. Это приводит к уменьшению осевой составляющей скорости и появлению радиальных составляющих скорости. Кроме того, полет современных винтовых пассажирских самолетов происходит на режимах, при которых на концах лопастей появляются скачки уплотнения и связанные с ними дополнительные потери мощности. Все сказанное приводит к уменьшению КПД винта, который можно уточнить по формуле

$$\eta_{\text{сж}} = \eta_{\text{нс}} \kappa_{\eta\phi} \kappa_{\eta M}, \quad (11.13)$$

где $\eta_{\text{нс}}$ — КПД винта без учета установки на самолете и без учета сжимаемости; $\kappa_{\eta\phi}$ — коэффициент влияния на винт гондол двигателей; $\kappa_{\eta M}$ — коэффициент, учитывающий влияние сжимаемости.

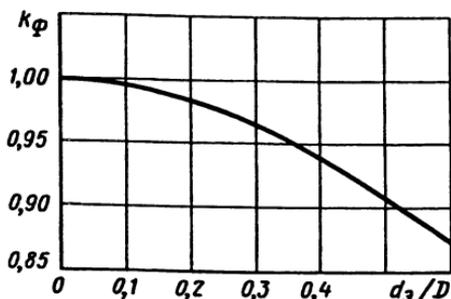


Рис. 11.8. Зависимость коэффициента κ_ϕ от отношения d/D

Коэффициент влияния на винт установки на конкретный самолет

$$\kappa_{\eta\phi} = 0,985 \frac{\kappa_\phi}{\kappa_{\text{фисп}}}, \quad (11.14)$$

где κ_ϕ — коэффициент, характеризующий потери в КПД винта при действительных условиях работы винта на самолете, определяется по графику на рис. 11.8 по отношению d_3/D , где d_3 — эквивалентный диаметр миделевого сечения gondолы двигателей; $\kappa_{\text{фисп}}$ — коэффициент, характеризующий потери в КПД винта при его испытании, определяется также по графику на рис. 11.8 по отношению d_3/D , где для диаграммы (см. рис. 11.7) использовались величины $d_3 = 1,14$ м; $D = 3$ м.

Коэффициент, учитывающий влияние сжимаемости, определяется по числу Маха конца лопасти (11.5) и углу атаки контрольного сечения в сжимаемом потоке $\alpha_{\text{сж}}$ из графика на рис. 11.9.

Угол атаки в сжимаемом потоке

$$\alpha_{\text{сж}} = \varphi_{0\text{сж}} - \beta, \quad (11.15)$$

где $\varphi_{0\text{сж}}$ — угол установки винта в сжимаемом потоке, определяемый из серийной

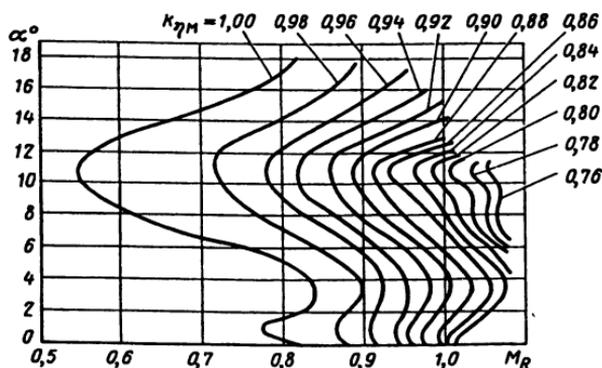


Рис. 11.9. Зависимость коэффициента $\kappa_{\eta M}$ от числа M_R и угла α°

диаграммы по уточненному в сжимаемом потоке коэффициенту мощности

$$\bar{\beta}_{нсж} = \frac{\bar{\beta}_{сжс}}{\kappa_{\bar{\beta}}}, \quad (11.16)$$

где $\kappa_{\bar{\beta}}$ — поправочный коэффициент, определяемый из графика на рис. 11.10 по числу Маха конца лопасти и углу атаки контрольного сечения в несжимаемом потоке.

Влияние винта на самолет проявляется через увеличение давления в струе непосредственно за плоскостью вращения, где расположены гондola двигателя и крыло, а также через увеличение скорости в струе по сравнению со скоростью набегающего потока. Это приводит к изменению динамического взаимодействия самолета с потоком и к появлению дополнительного сопротивления и дополнительной подъемной силы на частях самолета, обдуваемых струей от винта. Эффект от обдувки винтами частей самолета увеличивается с уменьшением скорости полета и при выпуске закрылка.

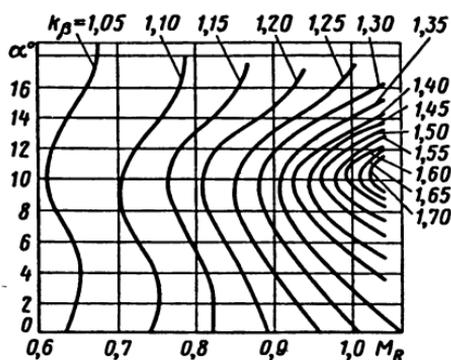


Рис. 11.10. Зависимость коэффициента κ_{β} от числа M_R и угла α

11.5. Особенности аэродинамики несущего винта

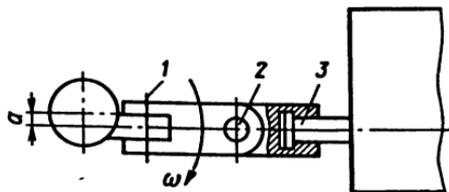
Несущие винты используются для создания подъемной силы и тяги. Они применяются на вертолетах вместо крыла, благодаря чему вертолеты обладают возможностями висеть в воздухе и перемещаться в горизонтальной плоскости в любых направлениях.

Все аэродинамические силы и моменты несущего винта являются периодически изменяющимися величинами, что требует специальных мер, уменьшающих тряску и вибрацию вертолетов. Периодическое изменение, в частности, изгибающего момента лопасти создает проблему ее усталостной прочности. Существенно улучшило дело шарнирное крепление лопастей.

Несущий винт является винтом изменяемого шага и состоит из втулки и лопастей, которые крепятся ко втулке с помощью горизонтального 1, вертикального 2 и осевого 3 шарниров (рис. 11.11).

Ось горизонтального шарнира расположена в плоскости вращения несущего винта. Горизонтальный шарнир разгружает лопасти и втулку от знакопеременных изгибающих моментов в вертикальной плоскости. Кроме того, он позволяет лопасти совершать маховое движение

Рис. 11.11. Шарнирное крепление лопасти несущего винта



в вертикальной плоскости, приводящее к выравниванию аэродинамических сил по всей ометаемой площади.

Ось вертикального шарнира параллельна оси вращения винта. Вертикальный шарнир разгружает лопасти и втулку винта от знакопеременных изгибающих моментов в плоскости вращения.

Ось осевого шарнира совпадает с продольной осью лопасти, относительно которой изменяются углы ее установки при управлении несущим винтом.

Обычно середины проушин горизонтальных шарниров смещают на расстояние a (см. рис. 11.11) от оси вала несущего винта. Расстояние a выбирают из условия, чтобы на основных крейсерских режимах горизонтального полета равнодействующая аэродинамической силы сопротивления и центробежной силы лопасти, проходящая через ось вертикального шарнира, была направлена посередине проушины. Это обеспечивает равномерное распределение нагрузки между подшипниками горизонтального шарнира.

При вращении несущего винта возникает сила тяги T , которая при наклоне создает в скоростной системе координат подъемную силу Y_a и пропульсивную (движущую) силу X_a (рис. 11.12). Наклон вектора тяги T обеспечивается наклоном плоскости вращения несущего винта специальным устройством — автоматом перекоса. Автомат перекоса изменяет углы установки лопастей в зависимости от их азимутального положения, что заставляет их двигаться по траекториям, лежащим в наклонной плоскости. Таким образом, наклон плоскости вращения обеспечивается не механическим наклоном вала винта относительно фюзеляжа, а только за счет аэродинамического взаимодействия винта

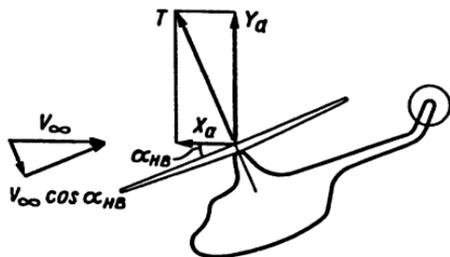


Рис. 11.12. Угол атаки несущего винта

с воздухом. Поэтому для несущих винтов вводят понятие угла атаки винта $\alpha_{\text{НВ}}$, понимая под ним угол между плоскостью вращения и направлением полета (см. рис. 11.12).

При полете вертолета можно выделить два основных режима работы НВ: режим осевого обтекания ($\alpha_{\text{НВ}} = 90^\circ$) и режим косой обдувки, когда воздушный поток набегаает к плоскости вращения винта под углом атаки отличным от 90° . Первый режим имеет место при вертикальных перемещениях и режиме висения, а второй — при горизонтальных перемещениях вертолета. Эти режимы характеризуются кинематическим критерием, называемым *характеристикой режима работы винта*.

Характеристикой режима работы винта или коэффициентом режима работы называется безразмерная величина

$$\mu = \frac{V \cos \alpha_{\text{НВ}}}{\omega R}, \quad (11.17)$$

где ω — угловая скорость вращения; R — радиус несущего винта.

При $\mu = 0$ реализуются осевая обдувка и его обтекание аналогично обтеканию самолетного винта. При μ , отличном от нуля, появляется косая обдувка, существенно изменяющая обтекание лопастей. В этом случае обтекание лопастей зависит от их положения, определяемого углом азимута ψ (рис. 11.13).

Наступающая лопасть — лопасть в диапазоне $0 < \psi < 180^\circ$ — обтекается суммарной скоростью (окружная скорость плюс полетная скорость), имеет большую подъемную силу и движется вокруг горизонтального шарнира вверх.

Отступающая лопасть — лопасть в диапазоне $180^\circ < \psi < 360^\circ$ — работает в более худших условиях. Она обтекается меньшей скоростью (разницей между окружной и полетной скоростями), имеет меньшую подъемную силу и движется вокруг горизонтального шарнира вниз.

Такое движение лопастей относительно горизонтального шарнира называется маховым. При маховом движении вверх угол атаки сечений лопасти уменьшается, что ограничивает сильное увеличение подъемной силы. При маховом движении вниз угол атаки сечений лопасти увеличивается, что ограничивает сильное падение подъемной силы. Таким образом происходит автоматическое выравнивание

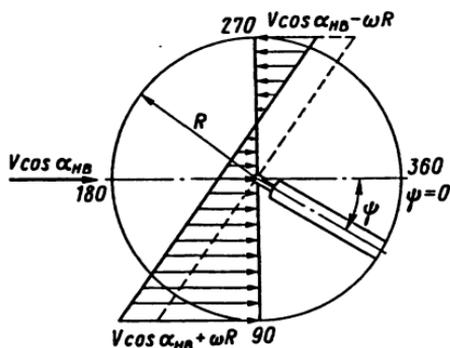


Рис. 11.13. Косая обдувка несущего винта

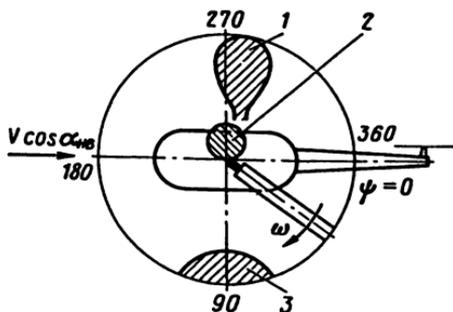


Рис. 11.14. Критические зоны обтекания несущего винта

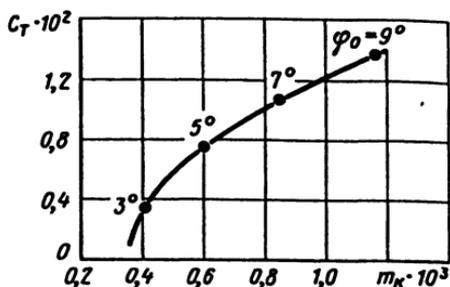


Рис. 11.15. Поляра несущего винта на режиме висения

подъемной силы по ометаемой площади. Очевидно, что увеличение угла атаки лопастей ограничено критическим углом атаки, который обычно достигается на азимуте $\psi \approx 270^\circ$ (зона 1 на рис. 11.14).

Кроме того, на этом азимуте на комле лопасти из-за малости окружной скорости возникает зона обратного обтекания, не создающая подъемной силы (зона 2 на рис. 11.14).

Поэтому в диапазоне $180^\circ < \psi < 360^\circ$ происходит снижение несущих свойств лопасти и, как результат, общее снижение тяги винта, которое усугубляется при увеличении горизонтальной скорости полета. Эти явления, казалось бы, можно ослабить, если увеличить угловую скорость вращения винта. Однако эта скорость ограничивается тем, что на наступающей лопасти в азимуте $\psi \approx 90^\circ$ из-за сложения скорости набегающего потока и окружной скорости возможны превышение числа M_* на конце лопасти и развитие волнового кризиса, резко повышающего ее сопротивление (зона 3 на рис. 11.14).

Рассмотренные явления приводят к ограничению горизонтальной скорости полетов вертолетов (вертолет МИ-26 $V_{\max} = 250$ км/ч).

Коэффициенты силы тяги c_T и крутящего момента m_k для НВ определяются по формулам подобия, аналогичным для крыла самолета:

$$c_T = \frac{2T}{\rho(\omega R)^2 F}; \quad (11.18)$$

$$m_k = \frac{2M_k}{\rho(\omega R)^2 FR}. \quad (11.19)$$

Эти коэффициенты обычно связываются зависимостью, называемой *полярой несущего винта на режиме висения*, пример которой показан на рис. 11.15.

АЭРОДИНАМИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

Глава 12

АЭРОДИНАМИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ САМОЛЕТА

12.1. Аэродинамическая компоновка

Динамическое взаимодействие самолета с обтекаемым потоком определяется его формой или, как обычно говорят, его аэродинамической компоновкой. Под *аэродинамической компоновкой* понимают внешние формы самолета и его частей, их размеры и взаимное расположение, обеспечивающие необходимые аэродинамические характеристики.

На практике часто аэродинамическую компоновку конкретного самолета называют планером самолета и рассматривают аэродинамические характеристики как аэродинамические характеристики планера. Наиболее распространенные компоновки планера — это нормальная схема, схема "утка" и схема "бесхвостка" (см. рис. 6.1).

Для каждого диапазона скоростей полета самолета существует своя, наиболее рациональная аэродинамическая компоновка. Например, форма планера дозвукового самолета отличается от формы планера сверхзвукового.

Наиболее точно аэродинамическая компоновка и ее аэродинамические характеристики определяются путем продувок в аэродинамических трубах. Однако изготовление моделей и проведение эксперимента весьма дорого. Поэтому при изготовлении модели уже нужно в основном знать ее форму, которую можно определить путем теоретических исследований. Эти теоретические исследования осуществляются двумя путями.

Первый путь заключается в математическом моделировании на ЭВМ динамического взаимодействия самолета с воздухом. Для этого используются уравнения движения воздуха (см. гл. 2), а поверхность самолета задается в виде граничных условий. В процессе численного решения уравнений получают распределение по поверхности самолета (в заданных точках) газодинамических переменных воздуха, это позволяет определить распределение нормальных и касательных напряжений, а затем и вычислить аэродинамические характеристики.

Такой подход находится еще в стадии интенсивных научных исследований и является передовым научным рубежом в аэромеханике. Описание этих методов можно найти в специальной литературе.

Второй подход заключается в математическом моделировании непосредственно аэродинамических коэффициентов самолета путем особым образом суммирования аэродинамических коэффициентов его частей. В этом случае отходят от расчета динамического взаимодействия, а используют проверенные экспериментально и теоретически непосредственные связи аэродинамических коэффициентов сравнительно простых тел: крыла, фюзеляжа с их геометрией и условиями обтекания.

Такой подход является основой для создания полуэмпирических математических моделей, нашедших широкое применение в инженерных расчетах. Точность таких моделей зависит от степени детализации ЛА, чем больше число его деталей учитывается, тем точнее результаты.

12.2. Аэродинамическая интерференция

Самолет представляет собой компоновку (соединение) частей: крыла, фюзеляжа, оперения и т. д. Опыт показывает, что сумма аэродинамических характеристик, взятых отдельно (изолированных) частей самолета, не равна аэродинамическим характеристикам самолета в собранном виде. Это объясняется наличием явления, называемого аэродинамической интерференцией.

Аэродинамическая интерференция изменяет форму линий тока, вихревого следа, обусловленных каждой частью в отдельности, вследствие чего изменяется динамическое взаимодействие: распределение давления и сил трения на поверхности, т. е. изменяются аэродинамические силы и моменты.

Интерференцию условно можно разделить на два вида: интерференцию между частями, находящимися в непосредственном соприкосновении (между крылом и фюзеляжем, вертикальным оперением и фюзеляжем, горизонтальным оперением и фюзеляжем, гондолами двигателей с крылом или фюзеляжем), и интерференцию между частями, разделенными воздушным пространством (например, между крылом и горизонтальным оперением). Многочисленные эксперименты и расчеты показывают, что первый вид интерференции по сравнению со вторым приводит к более заметному изменению аэродинамических характеристик на самолете и его отдельных частях и, главное, проявляется на всех скоростях полета самолета.

В общем случае интерференция сказывается на всех аэродинамических коэффициентах самолета, но в количественном выражении по-разному для каждого из них. Влияние интерференции может меняться при изменении режима полета (числа Маха, углов атаки α и скольже-

ния β), причем, это влияние может быть настолько большим, что накладываются ограничения на режимы полета отдельных самолетов.

Аэродинамическая интерференция может улучшать или ухудшать аэродинамические характеристики самолета в целом или его отдельных частей. В первом случае интерференция называется положительной (полезной), во втором — отрицательной (вредной). В этом плане интерференция по отдельным аэродинамическим коэффициентам может быть разной, положительной по одному и отрицательной по другому. Так, интерференция между крылом и фюзеляжем является положительной по коэффициенту подъемной силы (производная $c_{y\alpha}^{\alpha}$ увеличивается) и отрицательной по коэффициенту лобового сопротивления (коэффициент c_{xa} растет и аэродинамическое качество K уменьшается). Кроме того, желательная положительная интерференция на одних режимах полета (например, увеличение $c_{y\alpha}^{\alpha}$ на малых дозвуковых скоростях полета) может стать нежелательной на других режимах (например, увеличение $c_{y\alpha}^{\alpha}$ нежелательно при полетах на больших числах M и малых высотах H или при полетах в условиях повышенной турбулентности атмосферы).

Во всяком случае надо всегда стремиться к такой аэродинамической компоновке самолета, чтобы интерференция как можно меньше ухудшала его аэродинамические характеристики.

Наиболее сильно аэродинамическая интерференция проявляется при объединении несущей поверхности и тел вращения. Такая комбинация характерна не только для крыла, но и для горизонтального и вертикального оперения. Поэтому далее рассмотрим комбинацию крыло—фюзеляж, закономерности обтекания которой характерны и для других несущих поверхностей самолета.

12.3. Влияние интерференции на подъемную силу самолета

Коэффициент подъемной силы самолета в большой степени определяется крылом как главной несущей поверхностью летательного аппарата и в меньшей степени другими его частями: фюзеляжем, горизонтальным оперением и т. д.

При обтекании самолета под углом атаки возникает поперечное обтекание фюзеляжа. В результате поперечного обтекания возникают вертикальные местные скорости на поверхности фюзеляжа, которые увеличивают углы атаки и подъемную силу крыла (рис. 12.1). Крыло, в свою очередь, оказывает свое влияние на обтекание фюзеляжа. Увеличение давления на нижней поверхности крыла соответственно по-

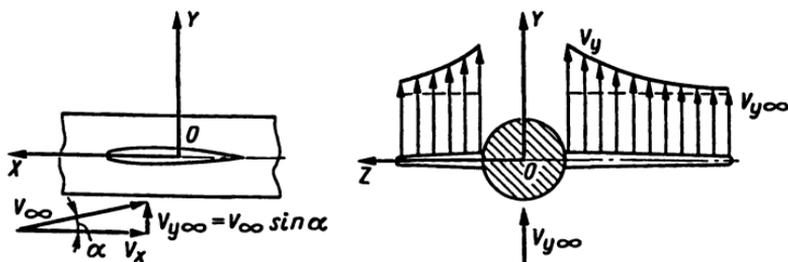


Рис. 12.1. Схема обтекания комбинации крыло—фюзеляж

вышает давление на нижней части фюзеляжа, а разрежение над крылом снижает давление на верхней поверхности фюзеляжа. В результате подъемная сила фюзеляжа несколько увеличивается.

Здесь надо отметить, что в компоновке подъемная сила создается консолями крыла, т. е. омываемыми воздухом его частями, часть же крыла, занятая фюзеляжем — подфюзеляжная площадь — не участвует в создании подъемной силы и сопротивления. Для крыла, составленного из консолей, используются следующие геометрические характеристики (рис. 12.2):

$$S_k = S - S_{пф}; \quad l_k = l - d_{мф}; \quad \lambda_k = l_k^2 / S_k, \quad (12.1)$$

где S_k — площадь крыла, составленного из консолей; $S_{пф}$ — подфюзеляжная площадь крыла; $d_{мф}$ — диаметр или ширина фюзеляжа; λ_k — удлинение крыла, составленного из консолей.

Если гондолы двигателей занимают часть крыла, то их надо учесть в выражениях (12.1) и в последующих формулах.

Коэффициент частной производной c_{ya}^α для крыла, составленного из консолей, определяется согласно (7.20) по величине λ_k .

Рассмотрим подъемную силу комбинации крыло — фюзеляж с учетом интерференции между ними как сумму составляющих (рис. 12.3):

$$Y_{ак+ф} = Y_{ак\alpha} + \Delta Y_{ак\alpha} + Y_{ак\varphi} + \Delta Y_{ак\varphi} + Y_{аф} + \Delta Y_{аф\alpha} + \Delta Y_{аф\varphi}, \quad (12.2)$$

где $Y_{ак\alpha}$, $Y_{ак\varphi}$ — подъемная сила консолей крыла соответственно при угле атаки α и угле установки крыла φ ; $\Delta Y_{ак\alpha}$, $\Delta Y_{ак\varphi}$ — интерференционная подъемная сила крыла соответственно при углах α и φ ; $\Delta Y_{аф\alpha}$, $\Delta Y_{аф\varphi}$ — интерференционная подъемная сила фюзеляжа соответственно при углах α и φ ; $Y_{аф}$ — подъемная сила изолированного фюзеляжа.

Рис. 12.2. Определение площади консолей крыла

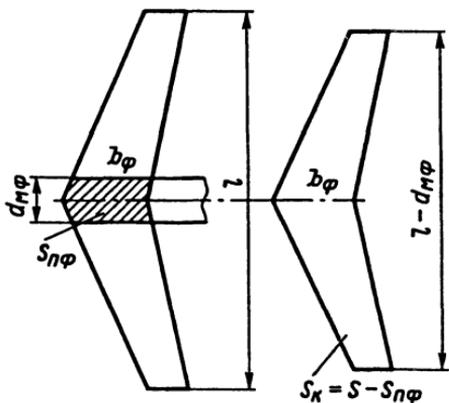
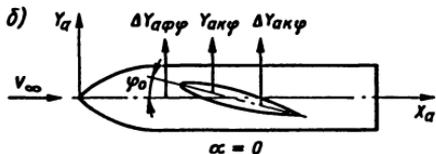
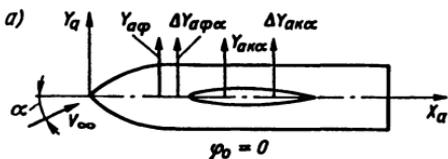


Рис. 12.3. Составляющие подъемной силы комбинации:

a — при угле установки крыла, равном нулю; *b* — при угле атаки, равном нулю, и угле установки крыла, не равном нулю



Для учета интерференции введем коэффициенты интерференции для подъемной силы:

$$\kappa_\alpha = \frac{Y_{a\kappa\alpha} + \Delta Y_{a\kappa\alpha}}{Y_{a\kappa\alpha}}; \kappa_\varphi = \frac{Y_{a\kappa\varphi} + \Delta Y_{a\kappa\varphi}}{Y_{a\kappa\varphi}}; \Delta\kappa_\alpha = \frac{\Delta Y_{a\varphi\alpha}}{Y_{a\kappa\alpha}}; \Delta\kappa_\varphi = \frac{\Delta Y_{a\varphi\varphi}}{Y_{a\kappa\varphi}}. \quad (12.3)$$

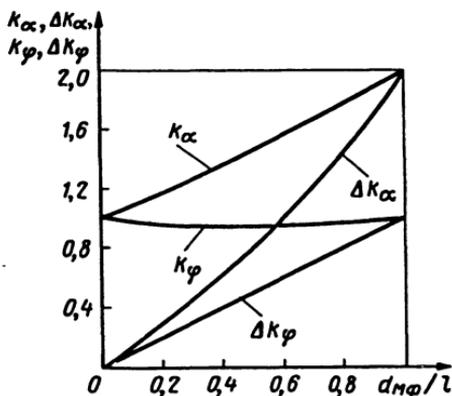
С учетом (12.3) и перейдя к аэродинамическим коэффициентам в (12.2), получим выражение

$$c_{y_{a\kappa+\varphi}} = [c_{y_{a\kappa\alpha}}(\kappa_\alpha + \Delta\kappa_\alpha) + c_{y_{a\kappa\varphi}}(\kappa_\varphi + \Delta\kappa_\varphi)] \frac{S_K}{S} + c_{y_{a\varphi}} \frac{S_M}{S}, \quad (12.4)$$

где значения коэффициентов интерференции для подъемной силы можно определить из графика рис. 12.4.



Рис. 12.4. Зависимость коэффициентов интерференции для подъемной силы от d_M/l



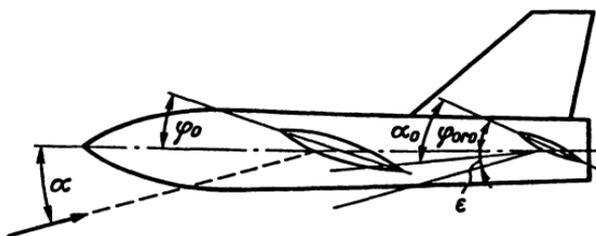


Рис. 12.5. Изменение угла атаки горизонтального оперения из-за интерференции

В линейном диапазоне изменения коэффициента подъемной силы от угла атаки выражение (12.4) имеет вид:

$$c_{y_{\alpha k+\phi}} = [c_{y_{\alpha k\alpha}}^{\alpha} (\kappa_{\alpha} + \Delta\kappa_{\alpha})(\alpha - \alpha_0) + c_{y_{\alpha k\phi}}^{\alpha} (\kappa_{\alpha} + \Delta\kappa_{\alpha})(\phi - \alpha_0)] \frac{S_k}{S} + c_{y_{\alpha\phi}}^{\alpha} \alpha \frac{S_{\text{мф}}}{S}, \quad (12.5)$$

где производные $c_{y_{\alpha k\alpha}}^{\alpha}$ и $c_{y_{\alpha\phi}}^{\alpha}$ берутся соответственно для изолированного крыла, составленного из консолей, и изолированного фюзеляжа.

Аналогичное выражение можно получить и для комбинации оперение—фюзеляж

$$c_{y_{\alpha\text{го}+\phi}} = [c_{y_{\alpha\text{го}\alpha}}^{\alpha} (\kappa_{\alpha} + \Delta\kappa_{\alpha})_{\text{го}} \alpha_{\text{го}} + c_{y_{\alpha\text{го}\phi}}^{\alpha} (\kappa_{\phi} + \Delta\kappa_{\phi})_{\text{го}} \phi_{\text{го}}] \kappa_V \frac{S_{\text{кго}}}{S}, \quad (12.6)$$

где производная $c_{y_{\alpha\text{го}}}^{\alpha}$ берется для изолированного горизонтального оперения, составленного из консолей; $S_{\text{кго}}$ — площадь консолей оперения; $\alpha_{\text{го}} = \alpha - \epsilon$ — угол атаки оперения (рис. 12.5); ϵ — угол схода потока перед оперением из-за интерференции с крылом и фюзеляжем; κ_V — коэффициент, учитывающий уменьшение скоростного напора на оперении из-за интерференции с крылом и фюзеляжем.

Метод расчета ϵ и κ_V приводится в специальной литературе.

Окончательно коэффициент подъемной силы самолета определяется суммированием:

$$c_{y_{\alpha}} = c_{y_{\alpha k+\phi}} + c_{y_{\alpha\text{го}+\phi}} \quad (12.7)$$

Здесь коэффициент подъемной силы фюзеляжа входит в первое слагаемое.

12.4. Влияние интерференции на сопротивление самолета

При обтекании комбинации несущей поверхности с фюзеляжем в месте стыка происходит утолщение пограничного слоя вследствие одновременного торможения потока сразу двумя стенками: крылом и фюзеляжем. Кроме того, в задней части стыка из-за сужения профиля крыла происходит расширение потока с повышением давления, называемое *диффузорным эффектом*. При этом появляется положительный градиент давления, способствующий преждевременному отрыву потока и появлению сопротивления давления, называемого *сопротивлением интерференции* (рис. 12.6). Это сопротивление возникает даже при нулевой подъемной силе и может усугубляться при ее увеличении. Для уменьшения диффузорного эффекта применяют специальные обтекатели — зализы в местах стыка несущих поверхностей с фюзеляжем. Зализы 1 увеличивают заполнение угла между поверхностями крыла и фюзеляжа по направлению к задней кромке крыла (рис. 12.7).

При определении профильного сопротивления компоновки крыла и фюзеляжа сопротивление рассматривается как дополнительное и приплюсовывается к профильному сопротивлению крыла. Так как часть площади крыла исключена из обтекания — занята фюзеляжем, то, как указывалось ранее, эту площадь надо вычесть из общей площади крыла. Профильное сопротивление при нулевой подъемной силе определяется для омываемой воздухом консольной части изолированного крыла с добавлением сопротивления интерференции

$$X_{a0} = X_{a0к} + X_{\text{инт}}, \quad (12.8)$$

где $X_{a0к}$ — профильное сопротивление консольной части изолированного крыла; $X_{\text{инт}}$ — сопротивление интерференции.

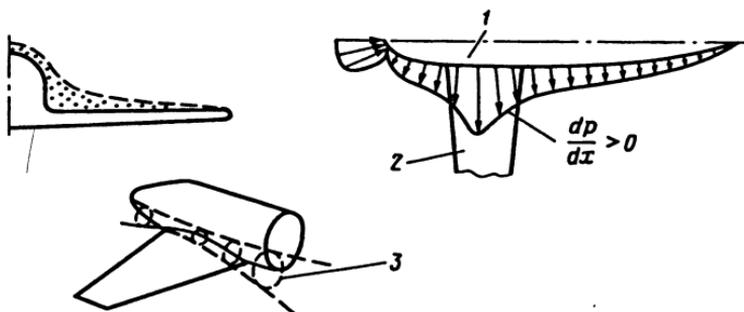


Рис. 12.6. Возникновение диффузорного эффекта и срыв потока:

1 — фюзеляж; 2 — крыло; 3 — диффузорный эффект

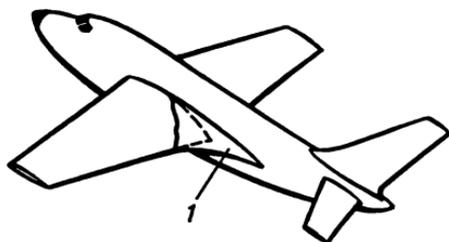
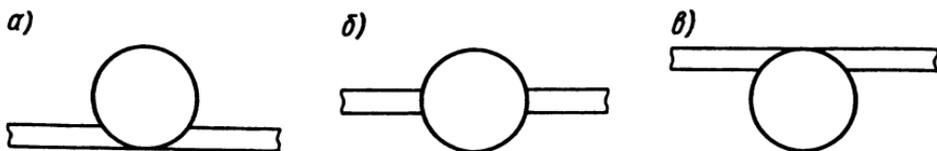


Рис. 12.7. Схема зализа крыла



Рис. 12.8. Схемы компоновки несущей поверхности и тела вращения:

a — "низкоплан"; *б* — "среднеплан"; *в* — "высокоплан"



Перейдя к аэродинамическим коэффициентам и связывая сопротивление интерференции с сопротивлением исключенной из обтекания частью крыла, получим

$$c_{xa0} q S = c_{xa0к} q S_k + \kappa_{\text{инт}} c_{xa0к} q S_{\text{пф}}$$

или

$$c_{xa0} = c_{xa0к} \frac{S_k}{S} \left(1 + \kappa_{\text{инт}} \frac{S_{\text{пф}}}{S_k} \right), \quad (12.9)$$

где $\kappa_{\text{инт}}$ — коэффициент интерференции для сопротивления.

Аналогично можно учесть и расположенные на крыле (без пилонов) гондолы двигателей.

Опыты показывают, что преждевременный отрыв потока особенно интенсивно происходит при расположении крыла внизу фюзеляжа (схема на рис. 12.8, *a*). Для этой схемы коэффициент интерференции $\kappa_{\text{инт}}$ наиболее велик и равен 0,75. Для крыла, расположенного на оси фюзеляжа (схема на рис. 12.8, *б*), $\kappa_{\text{инт}} = 0,15 \div 0,2$, и для крыла, расположенного над фюзеляжем (схема на рис. 12.8, *в*), $\kappa_{\text{инт}} = 0 \div 0,1$.

На серийных самолетах гражданской авиации применяются схемы "высокоплан" (самолеты Ан-24, Ил-76) и наиболее широко — схемы "низкоплан" (самолеты Ту-154, Ил-62, Ил-96). Это объясняется тем, что в конструктивном отношении (снижение веса шасси, уборка шасси в крыло), а также в смысле взлетно-посадочных характеристик низкопланная схема имеет определенные преимущества перед другими.

Для определения сопротивления интерференции горизонтального и вертикального оперений используется формула (12.9), в которую подставляют значения для соответствующего оперения, причем коэф-

коэффициент интерференции выбирают от конкретной компоновки оперения с фюзеляжем. Например, для ЛА с одним вертикальным оперением $\kappa_{\text{инт}}$ берется для компоновки "среднеплан" и уменьшается в два раза. Если горизонтальное оперение расположено на киле (самолеты Ту-154, Ил-62), то интерференция с фюзеляжем не учитывается и $\kappa_{\text{инт}} = 0$.

Помимо явлений в пограничном слое, интерференция крыла с фюзеляжем и мотогондолами, расположенными на крыле (не на пилонах), нарушает картину распределения циркуляции по размаху крыла так, что создается дополнительное индуктивное сопротивление. Это учитывается путем введения в формулу для коэффициента индуктивного сопротивления крыла так называемого *эффективного удлинения*, меньшего, чем удлинение крыла, и определяемого по эмпирической формуле

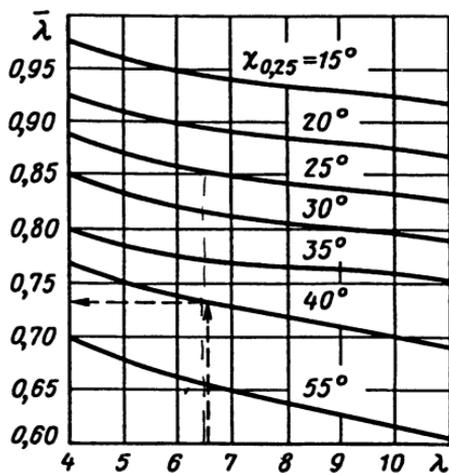


Рис. 12.9. Определение поправочного коэффициента $\bar{\lambda}$

$$\lambda_{\text{эф}} = \frac{\lambda \bar{\lambda}}{1 + \frac{S_{\text{пф}} + S_{\text{пгд}}}{S}}, \quad (12.10)$$

где λ — удлинение крыла; $\bar{\lambda}$ — поправочный коэффициент; $\bar{\lambda} = 1$ для нестреловидных крыльев, а для стреловидных крыльев определяется по графику на рис. 12.9; $S_{\text{пф}}$ и $S_{\text{пгд}}$ — площади крыла, занятые соответственно фюзеляжем и мотогондолами.

С увеличением скорости полета в дозвуковой области ($0,3 < M_{\infty} \leq M_*$) из-за влияния сжимаемости интерференция может усилить неблагоприятные градиенты давления и уменьшить критическое число M_* комбинации "крыло—фюзеляж". Для уменьшения срывных явлений и сдвига в сторону больших скоростей необходимо, чтобы максимальные толщины крыла, фюзеляжа и других частей не совпадали, а были разнесены вдоль продольной оси самолета.

При транс- и сверхзвуковых скоростях интерференция скачков уплотнения от крыла и фюзеляжа на их стыке приводит к дополнительному сопротивлению. Для уменьшения сопротивления в этом случае нужно, чтобы участок стыка крыла и фюзеляжа был спрофилирован по так называемому *правилу площадей*.

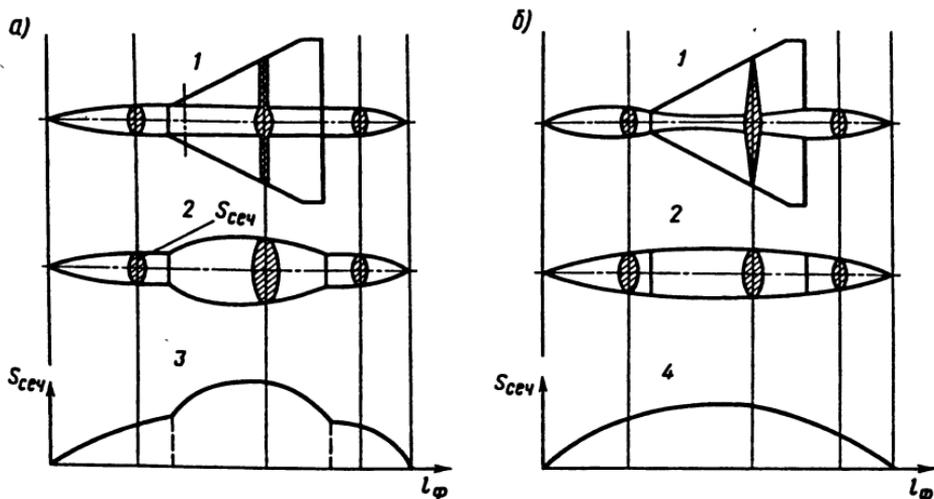


Рис. 12.10. Комбинация "крыло—фюзеляж" без учета трансзвукового правила площадей (а) и с учетом этого правила (б):

1 — комбинация "крыло—фюзеляж"; 2 — эквивалентное тело вращения; 3 — распределение площадей поперечных сечений; 4 — распределение площадей тела вращения с минимальным волновым сопротивлением

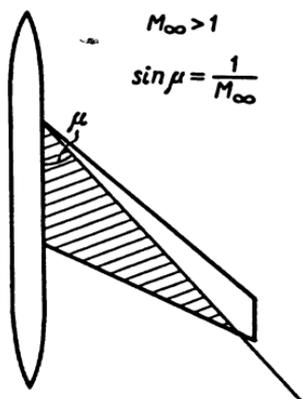


Рис. 12.11. Сверхзвуковое правило площадей

Правило площадей состоит в том, что если форма самолета выбрана так, что площадь его поперечных сечений изменяется по тому же закону, как и у тела минимального волнового сопротивления, то самолет в целом будет иметь минимальное волновое сопротивление (рис. 12.10).

Практически это требование сводится к необходимости уменьшения диаметра фюзеляжа в месте стыка с крылом, а также определенным расположением гондол двигателей и шасси вдоль продольной оси. Например, установка на крыле гондол шасси позволила ослабить интерференцию крыла и фюзеляжа на самолетах Ту-134 и Ту-154.

На сверхзвуковых скоростях в правило площадей включается часть компоновки, которая попадает внутрь конуса возмущения,

выходящего из начала крыла, — заштрихованная область на рис. 12.11.

Современные магистральные пассажирские самолеты имеют такие геометрические характеристики, что скачки уплотнения в крейсерском полете сначала возникают на поверхности крыла вдали от фюзеляжа, что отдаляет интерференцию скачков уплотнения.

12.5. Расчет аэродинамических характеристик самолета

Инженерные расчеты аэродинамических характеристик транспортных самолетов основываются на полумэмпирической модели аэродинамических характеристик. Эта модель позволяет получить суммарные аэродинамические коэффициенты самолета в зависимости от его геометрии и условий полета.

Рассмотрим математическую модель основных аэродинамических характеристик дозвукового транспортного самолета ($M_\infty \leq 0,9$) в горизонтальном полете без крена и скольжения. Напомним, что основными аэродинамическими характеристиками самолета являются описание его несущих свойств и поляря.

Несущие свойства самолета описываются зависимостью $c_{ya} = f(\alpha)$, которая условно состоит из двух участков: линейной зависимости от угла атаки и нелинейной:

$$c_{ya} = f_l(\alpha); \quad \alpha_0 \leq \alpha \leq \alpha_{нс}, \quad (12.11)$$

$$c_{ya} = f_{нл}(\alpha); \quad \alpha_{нс} < \alpha \leq \alpha_{кр}. \quad (12.12)$$

Методика определения углов $\alpha_{нс}$ и $\alpha_{кр}$ аналогична методике определения углов для крыла (7.25) и (7.26). В качестве коэффициента $c_{ya_{max}}$ самолета в первом приближении можно использовать величину $c_{ya_{max}}$ крыла, т. е. определить его по методикам, изложенным в гл. 7.

Если считать, что подъемная сила самолета создается только крылом и пренебречь влиянием интерференции на подъемную силу, то в качестве линейной зависимости (12.11) можно использовать зависимость (7.17) для изолированного крыла.

При учете влияния интерференции на подъемную силу необходимо использовать выражение (12.5) и определить его составляющие.

В качестве нелинейной зависимости (12.12) можно использовать выражение для крыла (7.19).

На взлетно-посадочных режимах нужно добавить в выражение (12.11) приращение коэффициента подъемной силы от выпуска меха-

низации, и, если нужно, приращение коэффициента подъемной силы от влияния экрана земли

$$c_{ya} = f_L(\alpha) + \Delta c_{yамех} + \Delta c_{yазем}. \quad (12.13)$$

Необходимые углы атаки в этом случае определяются по новому значению максимального коэффициента подъемной силы, учитывающего выпуск механизации и влияние экрана земли [см. (9.3) и (9.6)].

Поляра самолета характеризует его лобовое сопротивление и определяется как сумма сопротивлений его частей с учетом интерференции.

Учитывая различную физическую природу сопротивления, часто для самолета и его частей выделяют профильное сопротивление X_{a0} , индуктивное сопротивление X_{ai} , и волновое сопротивление $X_{ав}$.

При докритических скоростях полета $M_\infty < M_*$ вместо волнового сопротивления вводят сопротивление за счет срыва потока на больших углах атаки $X_{аср}$:

$$X_a = X_{a0} + X_{ai} + X_{ав}; \quad (12.14)$$

$$X_a = X_{a0} + X_{ai} + X_{аср}. \quad (12.15)$$

Не все части самолета участвуют в создании этих составляющих сопротивлений. Если профильное сопротивление создается всеми частями самолета в долях, пропорциональных их характерным геометрическим площадям, то индуктивное, волновое и отрывное сопротивления создаются в основном только крылом. Кроме того, предполагается, что профильное сопротивление не зависит от угла атаки и определяется при нулевой подъемной силе (индекс "ноль").

Для основных частей самолета нормальной схемы и схемы "утка" крыла, горизонтального и вертикального оперений, фюзеляжа и гондол двигателей профильное сопротивление

$$X_{a0} = X_{a0кр} + X_{a0го} + X_{a0во} + X_{a0ф} + X_{a0гд}. \quad (12.16)$$

Перейдем от сил к коэффициентам, учитывая, что в качестве характерной площади самолета используется площадь его крыла

$$\begin{aligned} c_{xa0} &= c_{xa0кр} + c_{xa0го} \frac{S_{го}}{S} + c_{xa0во} \frac{S_{во}}{S} + c_{xa0ф} \frac{S_{мф}}{S} + c_{xa0гд} \frac{S_{мгд}}{S} = \\ &= \kappa \sum \frac{c_{xa0j} S_j}{S}, \end{aligned} \quad (12.17)$$

где индекс j обозначает j -ю часть самолета (крыло, горизонтальное оперение и т. д.); коэффициент κ вводится для учета сопротивлений, которые не могут быть определены расчетом (замки люков, щели, антенны и пр.); коэффициенты для несущих плоскостей $c_{xa0кр}$, $c_{xa0го}$, $c_{xa0во}$ определяются с учетом интерференции по (12.9).

В общем случае коэффициенты других составляющих находятся аналогично:

$$c_{xai} = \sum \frac{c_{xaij} S_j}{S}; \quad c_{xав} = \sum \frac{c_{xавj} S_j}{S}; \quad c_{xаср} = \sum \frac{c_{xасрj} S_j}{S}. \quad (12.18)$$

Но учитывая, что эти составляющие создаются только крылом, то используются только коэффициенты для крыла:

$$c_{xai} = c_{xaiкр}; \quad c_{xав} = c_{xавкр}; \quad c_{xаср} = c_{xасркр}. \quad (12.19)$$

Окончательно будем иметь, опуская для простоты записи индекс "кр":

$$c_{xa} = c_{xa0} + c_{xai} + c_{xав}; \quad (12.20)$$

$$c_{xa} = c_{xa0} + c_{xai} + c_{xаср}. \quad (12.21)$$

Коэффициент индуктивного сопротивления определяется с учетом интерференции

$$c_{xai} = \frac{c_{ya}^2}{\pi \lambda_{эф}}, \quad (12.22)$$

где $\lambda_{эф}$ — эффективное удлинение, определяемое по (12.10).

Коэффициент волнового сопротивления определяется по геометрическим характеристикам крыла, составленного из консолей, по методике, приведенной в гл. 7 для крыла. Коэффициент сопротивления за счет отрыва потока на крыле определяется из графика на рис. 7.23.

Так как коэффициенты $c_{xав}$ и $c_{xаср}$ создаются только консолями крыла, то их надо умножить на величину S_k/S .

На взлетно-посадочных режимах в (12.21) надо добавить приращение коэффициента лобового сопротивления из-за выпуска механизации $\Delta c_{xa мех}$ и из-за выпуска шасси $\Delta c_{xa шас}$:

$$c_{xa} = c_{xa0 мех} + c_{xai} + c_{xаср}. \quad (12.23)$$

Здесь коэффициент

$$c_{xa0 мех} = c_{xa0} + \Delta c_{xa мех} + \Delta c_{xa шас}, \quad (12.24)$$

а $c_{xa0 мех}$ — коэффициент лобового сопротивления самолета с выпущенными механизацией и шасси при нулевой подъемной силе.

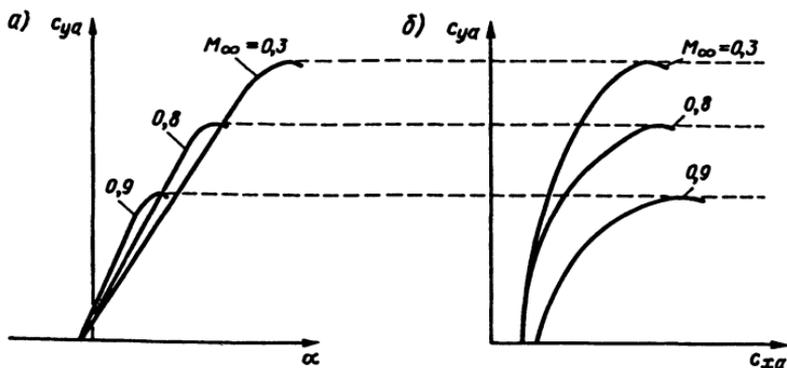


Рис. 12.12. Основные аэродинамические характеристики самолета при различных числах Маха:

a — зависимости $c_{ya} = f(\alpha)$; *b* — поляры

Если необходимо учитывать влияние близости экрана земли, то коэффициент индуктивного сопротивления

$$c_{xai} = \frac{c_{ya}^2}{\pi \lambda_{\text{эф}}}, \quad (12.25)$$

где $\lambda_{\text{эф}}$ — фиктивное удлинение крыла, определяется по формуле (9.5), в которой вместо λ нужно подставить $\lambda_{\text{эф}}$ самолета.

Значение коэффициента $\Delta c_{xa \text{ шас}}$ выбирается на основании экспериментальных данных из диапазона 0,012—0,014.

Выражения (12.20), (12.21) и (12.23) позволяют рассчитать аэродинамические коэффициенты c_{ya} и c_{xa} для выбранного режима полета, для заданного угла атаки и числа M_{∞} (или скорости V_{∞}), а путем многократного применения в диапазоне изменения углов атаки и чисел M рассчитать основные аэродинамические характеристики $c_{ya} = f(\alpha, M_{\infty})$ и $c_{xa} = f(c_{xa0}, M_{\infty})$ (рис. 12.12).

При докритических скоростях полета ($M_{\infty} < M_*$) и малых коэффициентах подъемной силы ($c_{ya}/c_{ya \text{ макс}} < 0,4$) составляющей $c_{xa \text{ ср}}$ можно пренебречь, тогда поляра может аппроксимироваться следующей квадратичной параболической зависимостью, рассматриваемой как эталонная, теоретически наилучшей полярой для самолетов:

$$c_{xa} = c_{xa0} + c_{xai} = c_{xa0} + A c_{ya}^2, \quad (12.26)$$

где A — коэффициент отвала поляры; $A = 1/(\pi \lambda_{\text{эф}})$.

12.6. Аэродинамическое качество самолета

Аэродинамическое совершенство самолетов оценивается общепринятой характеристикой, называемой аэродинамическим качеством

$$K = \frac{Y_a}{X_a} = \frac{c_{ya} q_{\infty} S}{c_{xa} q_{\infty} S} = \frac{c_{ya}}{c_{xa}}. \quad (12.27)$$

По своему смыслу аэродинамическое качество показывает величину подъемной силы, приходящейся на единицу сопротивления.

Из формулы качества (12.27) следует, что при одной и той же подъемной силе самолет с большим качеством имеет меньшее лобовое сопротивление, а значит, меньшую тягу двигателей и меньший расход топлива. Увеличение качества — важнейшая задача при выборе геометрических частей самолета и их аэродинамической компоновки в заданных условиях эксплуатации. В эксплуатационных подразделениях важными задачами являются поддержание и сохранение исходного уровня аэродинамического качества самолета.

Аэродинамическое качество можно определить, если известна поляра самолета для заданного режима. Аэродинамическое качество зависит от коэффициента подъемной силы и угла атаки (рис. 12.13).

Для получения последней зависимости нужно дополнительно привлечь зависимость $c_{ya} = f(\alpha)$.

Для каждого числа M_{∞} существует такое наивыгоднейшее значение коэффициента подъемной силы $c_{ya_{нв}}$, при котором качество имеет максимальное значение. Максимальное аэродинамическое качество

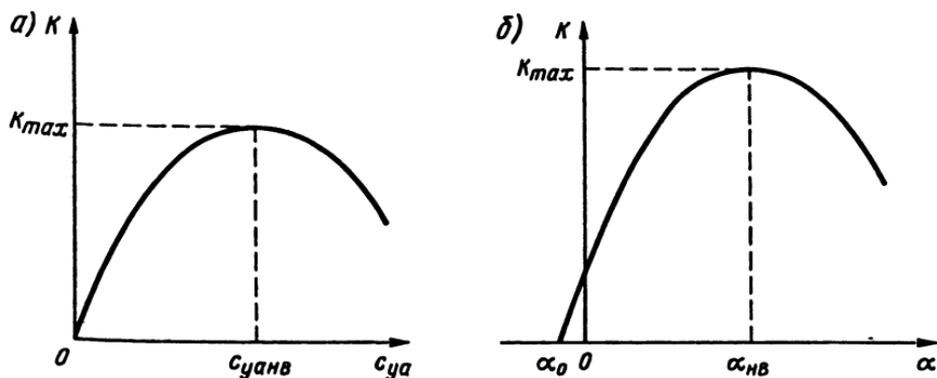


Рис. 12.13. Зависимости аэродинамического качества от коэффициента подъемной силы (а) и угла атаки (б)

K_{\max} используется для оценки аэродинамического совершенства компоновки. При этом реальное значение K_{\max} самолета сравнивается с теоретически максимальным значением аэродинамического качества, формулу для которого можно аналитически вывести из квадратичной поляры (12.26).

Подставив уравнение поляры (12.26) в формулу (12.27) для аэродинамического качества, получим

$$K = \frac{c_{ya}}{c_{xa0} + A c_{ya}^2}, \quad (12.28)$$

и продифференцировав его по c_{ya} , приравнявая затем производную нулю, получим

$$c_{xa0} - A c_{ya_{\text{нв}}}^2 = 0, \quad (12.29)$$

откуда

$$c_{ya_{\text{нв}}} = \sqrt{\frac{c_{xa0}}{A}}. \quad (12.30)$$

Подставив (12.30) в (12.28), окончательно получим

$$K_{\max} = \frac{c_{ya_{\text{нв}}}}{c_{xa0} + A c_{ya_{\text{нв}}}^2} = \frac{1}{2\sqrt{A \cdot c_{xa0}}}. \quad (12.31)$$

Из (12.29) видно, что на режимах полета при $c_{ya} = c_{ya_{\text{нв}}}$ (или $K = K_{\max}$) профильное сопротивление самолета c_{xa0} равно его индуктивному сопротивлению c_{xai} .

Проиллюстрируем вышесказанное с помощью отношения реально достигнутого максимального аэродинамического качества пассажирских самолетов K_{\max} к теоретическому пределу $K_{\max \text{ теор}}$, рассчитанного по формуле (12.31) в условиях турбулентного обтекания всей поверхности самолета:

	$\frac{K_{\max}}{K_{\max \text{ теор}}}$		$\frac{K_{\max}}{K_{\max \text{ теор}}}$		$\frac{K_{\max}}{K_{\max \text{ теор}}}$
Ту-104	0,63	Ил-86	0,68	А-340	0,76
Ту-154Б	0,67	Ил-96	0,74	В-707	0,69
Ту-154М	0,68	Як-42	0,66	В-727	0,68
Ту-204	0,73	А-300	0,61	В-747	0,73
Ил-62	0,64	А-320	0,73	В-757	0,71

Как видно, аэродинамическое совершенство современных гражданских самолетов в настоящее время находится на достаточно высоком уровне, но и имеет резерв роста порядка 10—15%.

Здесь надо отметить, что если в уравнении поляры присутствуют составляющие волнового сопротивления или сопротивление за счет отрыва потока, то (12.30) и (12.31) применять нельзя. Наиболее выгодные значения $c_{yа\text{нв}}$ и K_{max} в этом случае находят в точке касания поляры и прямой линии, проведенной из начала координат к поляре.

Показатель K_{max} для заданной поляры есть величина постоянная и не зависит от угла атаки. Поэтому он используется для сравнения и выбора лучших аэродинамических компоновок, а также и наиболее оптимальных, с точки зрения аэродинамики, диапазонов скоростей полета конкретных самолетов.

Дозвуковые самолеты малых скоростей имеют прямые крылья и наибольшее значение K_{max} при докритических скоростях полета. Это объясняется малой величиной $c_{xа0}$ из-за толстых закругленных профилей со смешанным пограничным слоем и малой величиной A из-за больших удлинений крыла. Однако при переходе к околозвуковым скоростям на таких крыльях появляются интенсивные скачки уплотнения и значительное волновое сопротивление, а аэродинамическое качество резко снижается.

На околозвуковых самолетах при $M_* < M_\infty < 1$ для уменьшения волнового сопротивления и увеличения K_{max} устанавливают стреловидные крылья с меньшим удлинением и относительной толщиной и сверхкритические профили. Часто на таких крыльях используются вертикальные законцовки крыла (см. рис. 7.10). При этом максимальное аэродинамическое качество на околозвуковых скоростях увеличивается, но, естественно, уменьшается на малых скоростях.

На сверхзвуковых самолетах при $M_\infty > 1$ для уменьшения волнового сопротивления используются крылья малого удлинения и большой стреловидности с тонким профилем. Однако на дозвуковых скоростях сверхзвуковые самолеты имеют наименьшие значения K_{max} .

В реальной эксплуатации транспортные самолеты на режиме K_{max} и $c_{yа\text{нв}}$ практически не летают. Это объясняется тем, что на этом режиме мала скорость полета. Для крейсерских режимов полета выбирают режимы с несколько меньшим значением аэродинамического качества, но с большей скоростью полета, что в итоге экономически более выгодно. Поэтому на практике пользуются так называемым *полетным* или *эксплуатационным* аэродинамическим качеством $K = c_{ya}/c_{xa}$. Очевидно, что, помимо вышеприведенных составляющих лобового сопротивления (для K_{max}), на его величину влияет и коэффициент подъемной силы в конкретном полете. Более подробный анализ изменения аэродинамического качества см. в подразд. 14.2.

12.7. Влияние балансировки на аэродинамические характеристики

Одним из свойств самолета, обеспечивающих полет, является способность *балансировки* — обеспечения органами управления равенства нулю аэродинамических моментов относительно осей связанной системы координат. Рассмотрим продольную балансировку самолета (относительно оси OZ) в условиях прямолинейного полета без крена и скольжения.

Для самолетов нормальной схемы подъемная сила крыла приложена в его фокусе и создает пикирующий момент (отрицательный момент тангажа) относительно центра масс $Y_a(x_F - x_T)$ (рис. 12.4), где x_T — координата центра масс (центра тяжести). Для балансировки самолета горизонтальное оперение должно создать уравнивающий кабрирующий момент (положительный момент тангажа) относительно центра масс. Этот момент создается подъемной силой на горизонтальном оперении в результате изменения его угла установки или отклонения руля высоты $Y_{aго}(x_{Fго} - x_T)$. Фокусы крыла и горизонтального оперения расположены соответственно на средних аэродинамических хордах крыла и оперения.

$$Y_a(x_F - x_T) + Y_{aго}(x_{Fго} - x_T) = 0, \text{ откуда } Y_{aго} = -Y_a \frac{x_F - x_T}{x_{Fго} - x_T}.$$

В этом случае подъемная сила сбалансированного самолета

$$Y_{a\text{бал}} = Y_a + Y_{aго} = Y_a + \Delta Y_{\text{бал}},$$

где $\Delta Y_{\text{бал}}$ — приращение подъемной силы при балансировке самолета; $\Delta Y_{\text{бал}} = Y_{aго}$.

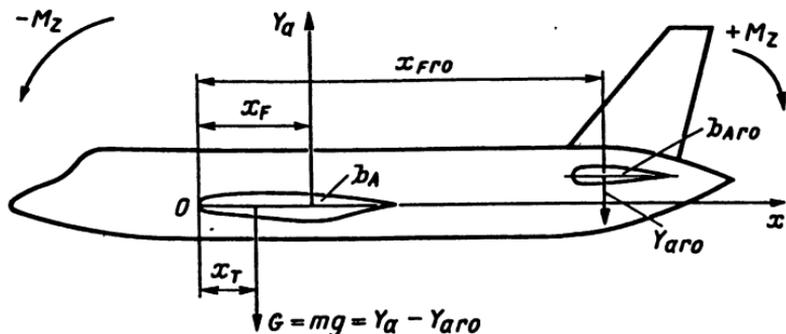


Рис. 12.14. Схема балансировки самолета

Переходя к аэродинамическим коэффициентам, получим

$$c_{ya\text{бал}} = c_{ya} + \Delta c_{ya\text{бал}}; \quad (12.32)$$

$$\Delta c_{ya\text{бал}} = -c_{ya} \frac{\bar{x}_F + \bar{x}_T}{\bar{x}_{F\text{го}} - \bar{x}_T}. \quad (12.33)$$

Из (12.32) и (12.33) видно, что $c_{ya\text{бал}} < c_{ya}$, т. е. при балансировке происходит потеря подъемной силы. Однако для сохранения горизонтального полета нужно, чтобы вес самолета равнялся его подъемной силе. Для этого необходимо увеличить угол атаки крыла на $\Delta\alpha_{\text{бал}}$ (рис. 12.15, а).

Увеличение угла атаки приводит к увеличению индуктивного, а если $M_\infty > M_*$, то и к увеличению волнового сопротивления крыла. Кроме того, создание аэродинамической силы на оперении приводит к появлению индуктивного сопротивления оперения и, если при этом еще и отклоняется руль высоты, то появляется дополнительное профильное сопротивление оперения. В качестве примера рассмотрим учет балансирующего сопротивления в формуле для полярны при $M_\infty < M_*$

$$c_{xa} = c_{xa0} + c_{xai} + c_{xa\text{ср}} + \Delta c_{xa\text{бал}}; \quad (12.34)$$

$$\Delta c_{xa\text{бал}} = \Delta c_{xai} + (c_{xai\text{го}} + \Delta c_{xa\delta}) \frac{S_{\text{го}}}{S}, \quad (12.35)$$

где Δc_{xai} — приращение коэффициента индуктивного сопротивления крыла; $c_{xai\text{го}}$ — коэффициент индуктивного сопротивления оперения; $\Delta c_{xa\delta}$ — приращение коэффициента профильного сопротивления оперения из-за отклонения руля.

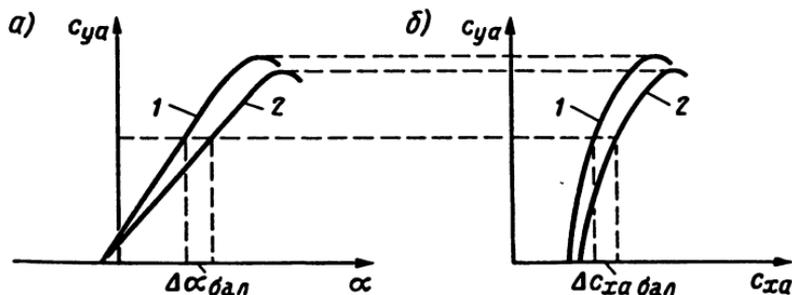


Рис. 12.15. Влияние балансировки на аэродинамические зависимости $c_{ya} = f(\alpha)$ (а) и полярю (б):

1 и 2 — соответственно несбалансированный и сбалансированный ЛА

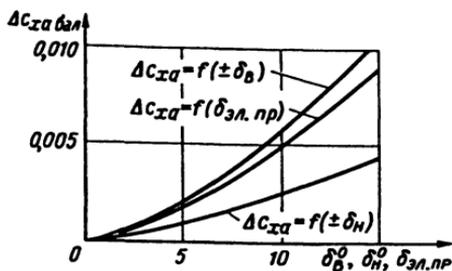


Рис. 12.16. Зависимость изменения сопротивления самолета Ан-24 от углов отклонения руля направления, руля высоты и элеронов

Коэффициент $c_{x\text{айто}}$ определяется аналогично коэффициенту для крыла с учетом интерференции, а коэффициент $\Delta c_{x\alpha\delta}$ по графику рис. 8.8.

Из выражения (12.35) и рис. 8.8 видно, что балансировать самолет выгодней стабилизатором, а не отклонением руля, так как при этом коэффициент $\Delta c_{x\alpha\delta} = 0$.

В результате при продольной балансировке, аналогично и при боковой балансировке, поляра самолета сдвигается вправо на всех углах атаки (рис. 12.15, б).

Все это приводит к уменьшению аэродинамического качества самолета во всем диапазоне углов атаки. Эти потери аэродинамического качества из-за балансировки будут тем меньше, чем меньше будут аэродинамические силы на оперении. Это можно обеспечить максимально допустимым по условиям устойчивости смещением центра масс самолета назад.

- В горизонтальном установившемся полете в большинстве случаев самолеты необходимо балансировать не только органами продольной балансировки — рулем высоты, стабилизатором, но и боковыми органами управления (рулем направления и элеронами). Причинами, вызывающими необходимость боковой балансировки в основном являются индивидуальные особенности планера, асимметрия тяги двигателей, неравномерная выработка топлива из баков и др.

Пространственная балансировка обеспечивается триммированием органов управления. При этом достигается комфортность управления, платой за которую является перерасход топлива. На рис. 12.16 показана зависимость балансировочного сопротивления самолета Ан-24 при отклонении органов управления, а на рис. 12.17 — изменение поляры самолета при продольной балансировке. Как видно из рис. 12.17 максимальное аэродинамическое качество снижается. Аналогичные результаты получены при анализах балансировочного состояния и других типов транспортных самолетов. На рис. 12.18 показан характер влияния балансировки на прирост сопротивления самолета Як-42.

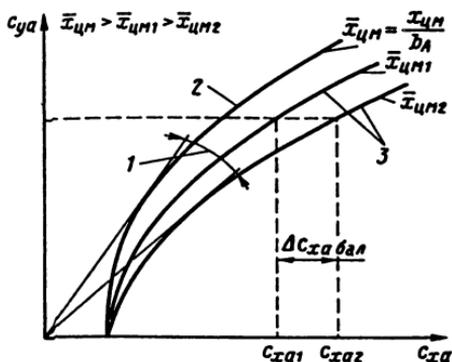
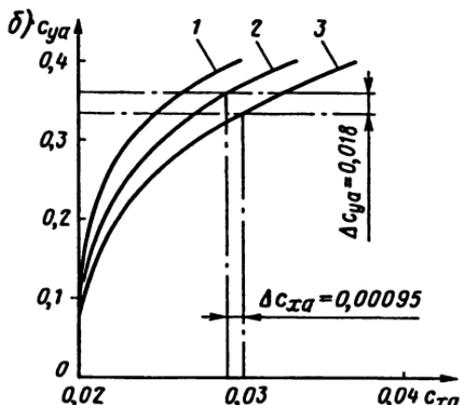
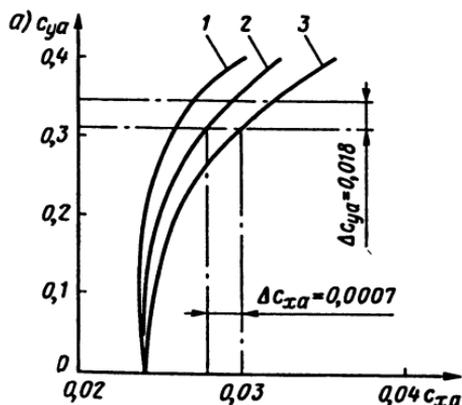


Рис. 12.17. Влияние балансировки и центровки на поляру самолета Ан-24:

1 — уменьшение угла наклона касательной; 2 — исходная поляра; 3 — балансировочные поляры

Рис. 12.18. Влияние балансировки и центровки на поляру самолета Як-42:

a — $H = 6000$ м; $M_{\infty} = 0,41$; $P \approx 13\,800$ Н;
b — $H = 7800$ м; $M_{\infty} = 0,45$; $P = 12\,200$ Н;
 1 — исходная поляра; 2 — балансировочная поляра ($\bar{x}_T = 0,40$); 3 — балансировочная поляра ($\bar{x}_T = 0,15$)



Анализ балансировочных органов управления и закрылков показывает, что балансировочные отклонения — явление массовое. Поэтому необходимо контролировать реальное аэродинамическое состояние эксплуатируемых самолетов для принятия решения об уточнении эксплуатационных режимов полета.

12.8. Влияние упругих деформаций на аэродинамические характеристики

Рост пассажироместности самолетов привел к появлению ЛА значительных геометрических размеров и полетных масс, что в сочетании с применением стреловидных крыльев повысило степень гибкости конструкции. Таким образом, возникла проблема учета аэроупругости планера самолета. Эти эффекты заключаются в том, что динамическое взаимодействие с воздухом изменяет исходную форму

самолета, которая в свою очередь изменяет динамическое взаимодействие, т. е. аэродинамические силы и моменты.

Аэроупругость изучает влияние упругих деформаций конструкции самолета на его аэродинамические характеристики.

Поскольку на установившихся режимах полета динамическое взаимодействие меняется достаточно медленно, то в этом случае можно ограничиться только статическими деформациями.

Изучение влияния упругих деформаций самолета, обусловленных аэродинамическими силами, на характеристики его движения является предметом специального курса аэроупругости. Поэтому мы ограничимся в основном качественным рассмотрением частных вопросов только статической аэроупругости применительно к влиянию ее на аэродинамические характеристики крыла. Рассмотрение данных вопросов обычно упрощают введением следующих допущений:

считается справедливой гипотеза плоских сечений, согласно которой при деформации какой-либо части самолета конфигурация ее сечения не изменяется;

аэродинамические коэффициенты и жесткости сечений на изгиб и кручение остаются постоянными вдоль рассматриваемой части самолета;

влиянием массовых сил на деформацию частей самолета можно пренебречь.

Эти допущения позволяют в значительной степени упростить поставленную задачу. Но прежде чем приступить к рассмотрению влияния статических деформаций частей самолета на его аэродинамические характеристики, необходимо ознакомиться с изменением местных углов атаки этих частей, поскольку при сделанном допущении о неизменности формы поперечного сечения перераспределение аэродинамических сил будет обусловлено только этим фактором.

Так как несущие свойства самолета в целом определяются главным образом характеристиками крыла, то в первую очередь рассмотрим влияние статических упругих деформаций стреловидного крыла на распределение местных углов атаки по его размаху. Прямое крыло можно будет считать частным случаем стреловидного.

Допущение о справедливости гипотезы плоских сечений позволяет рассматривать крыло самолета как упругую балку с жестким креплением по корневому сечению и считать, что упругая ось балки (линия центров изгиба сечений) совпадает с линией центров жесткостей сечений (центров кручения сечений). Такое представление можно считать обоснованным для тонкостенных конструкций, т. е. для стреловидного крыла, за исключением сечений, прилегающих к корневому.

Под действием аэродинамических сил крыло подвергается деформациям кручения и изгиба.

Кручение сечений крыла, нормальных к линии упругости (рис. 12.19), происходит относительно центра жесткости (ЦЖ), при этом конфигурация профиля не изменяется. Крутящий момент в каждом сечении крыла $M_{кр}$ возникает из-за несовпадения аэродинамического фокуса и ЦЖ сечения. Под действием $M_{кр}$ сечение крыла, перпендикулярное оси жесткости ОЖ (сечение $a-a$, рис. 12.19), закручивается на угол

$$\varphi_{кр} = \int_0^{z_{ж}} \frac{M_{кр}}{GI_p} dz_{ж}, \quad (12.36)$$

где $M_{кр}$ — крутящий момент от аэродинамических сил; GI_p — жесткость крыла на кручение в сечении $a-a$; G — модуль сдвига материала; I_p — полярный момент инерции сечения крыла; $z_{ж}$ — расстояние по оси z до центра кручения в сечении $a-a$.

В результате деформации угол атаки в том же сечении изменится на величину угла закрутки сечения, т. е.

$$\Delta\alpha_{кр} = \varphi_{кр}. \quad (12.37)$$

Изменение угла атаки в том же сечении стреловидного крыла, вызванное деформацией изгиба, может быть определено, исходя из следующих соображений. При изгибе упругая ось крыла искривляется и крыло принимает переменный по размаху угол поперечного V -крыла ($\psi_{упр}$, рис. 12.20). Ввиду малости углов можно считать, что местный угол поперечного V -крыла ($\psi_{изг}$) равен тангенсу угла наклона касательной к упругой оси, т. е.

$$\psi_{изг} = \frac{dy}{dz_{ж}} = \int_0^{z_{ж}} \frac{M_{изг}}{EI} dz_{ж}, \quad (12.38)$$

где y — прогиб оси жесткости в сечении $a-a$; $M_{изг}$ — изгибающий момент от аэродинамических сил; EI — жесткость крыла на изгиб в сечении $a-a$; E — модуль упругости; I — момент инерции сечения при изгибе.

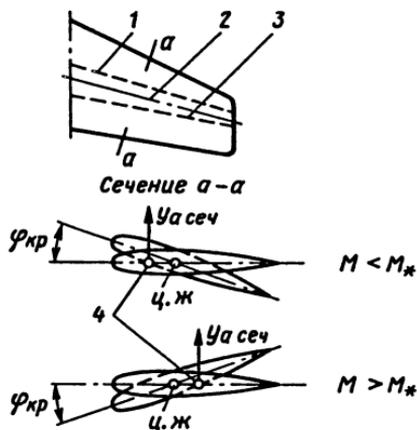


Рис. 12.19. Влияние положения фокуса на деформацию кручения крыла:

1 — линия фокусов сечений при докритических числах; 2 — линия центров жесткостей сечений (упругая линия); 3 — линия фокусов сечений при сверхзвуковых скоростях полета; 4 — фокусы

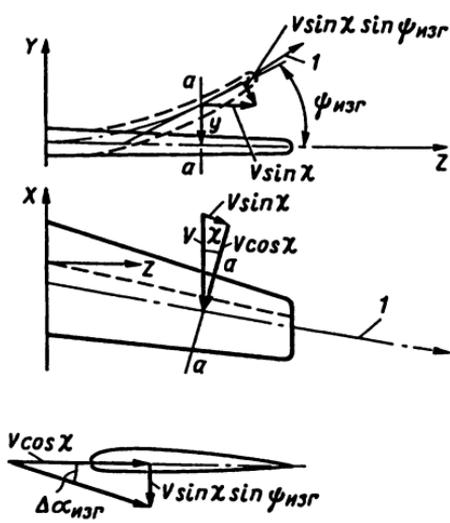


Рис. 12.20. Влияние изгиба стреловидного крыла на углы атаки сечений:

1 — упругая ось

Если скорость обтекания в сечении $a-a$ разложить на нормальную и тангенциальную к упругой оси составляющие (см. рис. 12.20), то тангенциальная составляющая $V \sin \chi$ благодаря наличию поперечного V у крыла вызовет изменение угла атаки данного сечения на величину

$$\Delta \alpha_{\text{изг}} = - \frac{V \sin \chi \sin \psi_{\text{изг}}}{V \cos \chi} \approx - \psi_{\text{изг}} \operatorname{tg} \chi.$$

Следовательно, изменение угла атаки в сечении крыла $a-a$ (см. рис. 12.20), обусловленное упругими деформациями,

$$\Delta \alpha_{\text{Аупр}} \approx \varphi_{\text{кр}} - \psi_{\text{изг}} \operatorname{tg} \chi. \quad (12.39)$$

Изменение угла атаки в сечении, параллельном корневой хорде,

$$\Delta \alpha_{\text{упр}} \approx \Delta \alpha_{\text{Аупр}} \cos \chi = \varphi_{\text{кр}} \cos \chi - \psi_{\text{изг}} \sin \chi. \quad (12.40)$$

В частности, для прямого крыла деформация изгиба не влияет на углы атаки, а влияет только деформация кручения $\Delta \alpha_{\text{упр}} = \varphi_{\text{кр}}$.

Из формулы (12.40) видно, что влияние угла стреловидности оси жесткости неоднозначно. На рис. 12.21 показано, как изменяется характеристика $c_{y\alpha}^{\alpha}$ самолета с крылом стреловидности 35° и удлинением 7,5 в зависимости от угла стреловидности $OЖ$ и высоты полета при $M = 0,8$.

Очевидно, что большое значение имеет положение $OЖ$ в центральных сечениях крыла: чем дальше назад смещена $OЖ$, тем меньше потери из-за упругости. Имеет смысл говорить об искусственном смещении положения назад в корневом сечении. Примером может служить самолет, в котором шассийная балка вместе с кессоном крыла создают конструкцию с сильно смещенной назад (до 70% бортовой хорды) осью жесткости в области центра плана.

Таким образом, можно рассматривать стреловидность крыла "геометрическую", которая влияет на аэродинамические характеристики, и стреловидность "конструкционную", от которой зависят поправки к этим характеристикам от упругих деформаций.

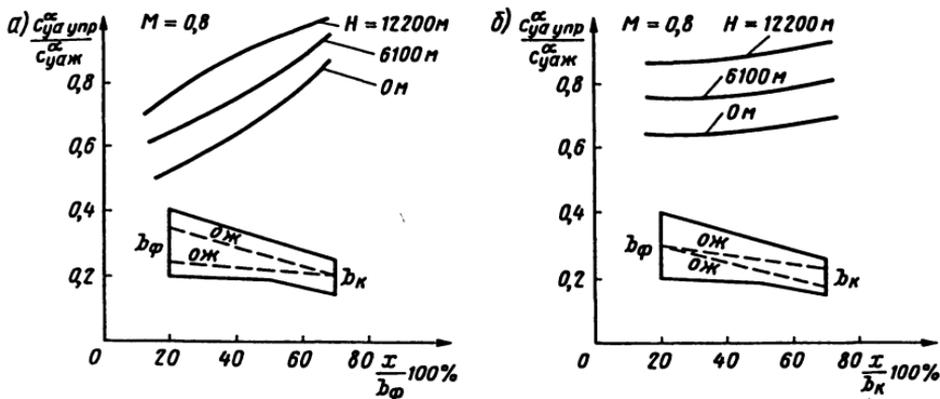


Рис. 12.21. Влияние положения оси жесткости крыла на коэффициент c_{ya}^{α}

На практике на самолетах со стреловидностью 35° и удлинением $\lambda > 7$ в крейсерском полете местные углы атаки концевых сечений могут уменьшиться на $2-3^\circ$.

Происходит разгрузка концевых сечений, что, во-первых, приводит к потере несущих свойств крыла (рис. 12.22), во-вторых, к перераспределению нагрузки по крылу, а это смещает фокус крыла вперед (рассматриваются крылья нормальной стреловидности), что ведет к изменению характеристик устойчивости и управляемости и сказывается на безопасности полета. Кроме того, падение несущих свойств крыла приводит к тому, что для компенсации потерь необходимо увеличивать угол атаки крыла, что также нежелательно с точки зрения безопасности полета. Расчетные оценки такого явления показывают, что аэродинамическое качество вполне может снижаться в этом случае на 5%.

Надо отметить, что влияние упругости на аэродинамические нагрузки и зависящие от них характеристики самолета определяются целым рядом факторов: массой, моментами инерции, жесткостью элементов конструкции, скоростным напором, перегрузкой, числом Маха и др. В связи с этим установление каких-либо общих количест-

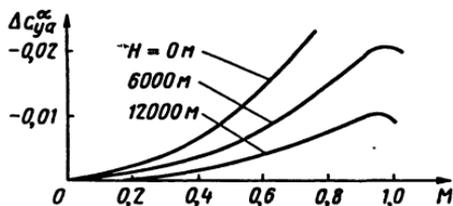


Рис. 12.22. Влияние статической аэроупругости на коэффициент c_{ya}^{α}

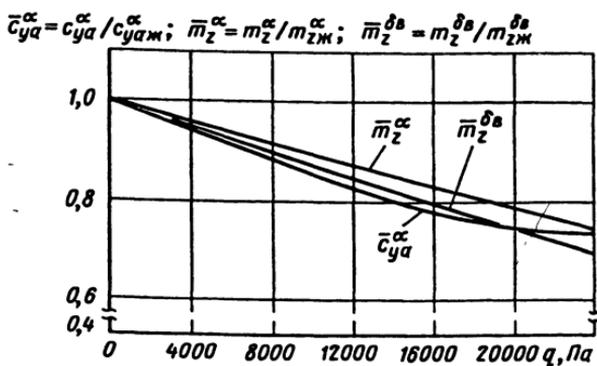


Рис. 12.23. Влияние статической аэроупругости на коэффициенты $c_{y\alpha}^{\alpha}$ и m_z^{α} самолета Ил-86

венных закономерностей для различных типов самолетов не представляется возможным. Можно указать лишь на ряд качественных зависимостей для отдельных элементов самолета на конкретных примерах.

На рис. 12.23 и показано влияние статической аэроупругости на частные производные аэродинамических коэффициентов транспортного самолета Ил-86 в зависимости от скоростного напора (производные отнесены к соответствующим производным без учета упругости). Приведенные результаты являются еще одним подтверждением заметного влияния статической аэроупругости на аэродинамические характеристики самолета.

Аналогичные эффекты проявляются и на других типах самолетов. На рис. 12.24 и 12.25 приведены некоторые характеристики маневрен-

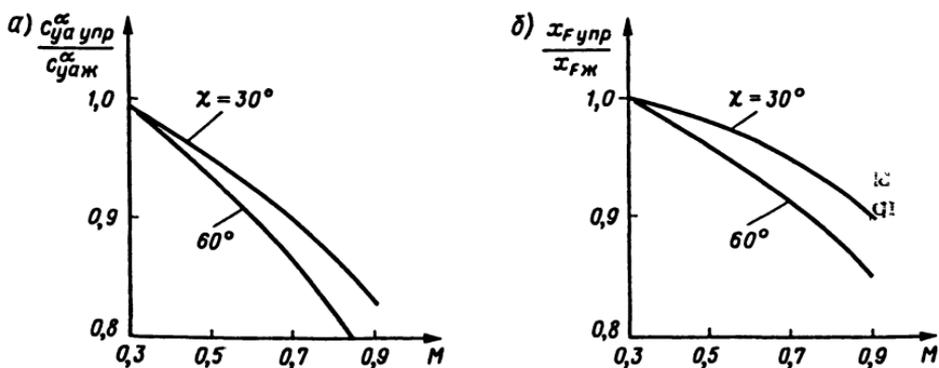


Рис. 12.24. Влияние статической аэроупругости на коэффициент $c_{y\alpha}^{\alpha}$ (а) и положения фокуса самолета по углу атаки (б) в зависимости от числа Маха при различных углах стреловидности крыла

ных самолетов с углами стреловидности крыла $\chi = 30^\circ$ и $\chi = 60^\circ$. На рис. 12.24 представлены результаты, характеризующие влияние статически упругих деформаций на частную производную коэффициента подъемной силы $c_{y\alpha}^\alpha$ и положение аэродинамического фокуса x_F по углу атаки и при двух углах стреловидности крыла на дозвуковых скоростях полета. Влияние упругости проявляется сильнее при большей стреловидности крыла. Аналогичные данные, но для сверхзвуковых скоростей ($M_\infty > 1$) приведены на рис. 12.25 для угла стреловидности $\chi = 60^\circ$. Если на дозвуковых скоростях влияние упругости с ростом числа Маха возрастает, то при сверхзвуковых скоростях падает, что хорошо согласуется с общим характером смещения фокуса самолета в дозвуковом и сверхзвуковом диапазонах чисел Маха.

С ростом высоты полета влияние статической аэроупругости на аэродинамические характеристики уменьшается (см. рис. 12.22). Это обусловлено в основном уменьшением за счет падения плотности воздуха приращений аэродинамических сил, вызванных упругими деформациями конструкций самолета.

Для уменьшения влияния аэроупругости на крыло при его изготовлении используют так называемую *стапельную кривку*, которая характеризуется заданным изменением угла установки сечений крыла $\Psi_{кр}^0$. Ее выбирают так, чтобы в крейсерском полете эта кривка за счет аэроупругости была близка к оптимальной.

Рис. 12.26. Распределение стапельной 1 и полетной 2 кривок по размаху крыла

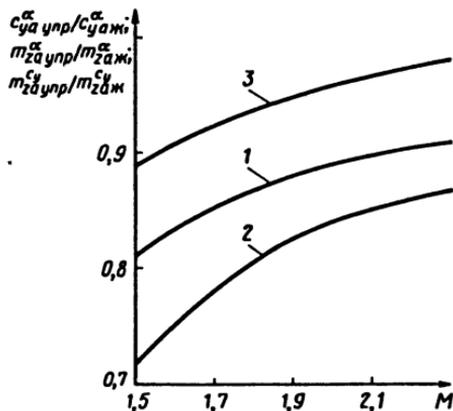
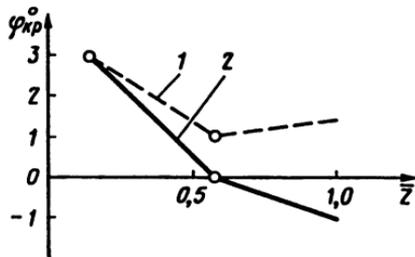


Рис. 12.25. Влияние статической аэроупругости на коэффициенты $c_{y\alpha}^\alpha$, m_z^α , $m_z^{c_{y\alpha}^\alpha}$ в зависимости от числа Маха при сверхзвуковых скоростях:

$$1 - c_{y\alpha \text{ упр}}^\alpha / c_{y\alpha \text{ ж}}^\alpha; \quad 2 - m_{z \text{ упр}}^\alpha / m_{z \text{ ж}}^\alpha; \\ 3 - m_{z \text{ упр}}^{c_{y\alpha}^\alpha} / m_{z \text{ ж}}^{c_{y\alpha}^\alpha}$$



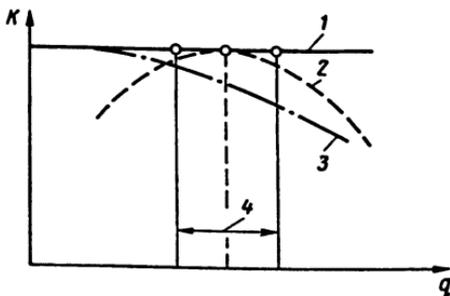


Рис. 12.27. Настройка аэродинамического качества самолета на крейсерский режим полета за счет применения ступельной крутки крыла:

1 — жестким крылом; 2 — с учетом ступельной крутки упругого крыла; 3 — качество самолета с упругим крылом без ступельной крутки; 4 — диапазон крейсерских значений q

Оптимальной она может быть только для конкретной полетной точки (c_{ya} , M_∞ , H), т. е. для определенного сочетания полетной массы при заданных значениях числа M_∞ и высоты полета H . Примерное распределение ступельной и полетной круток по размаху транспортного самолета показано на рис. 12.26.

Если за показатель оптимальности геометрической крутки крыла принять величину интеграла

$$I = \int_0^L (K_{ж} - K_{упр}) dL,$$

где $K_{ж}$ и $K_{упр}$ — аэродинамическое качество самолета соответственно с жестким и упругим крыльями в некоторой полетной точке; L — дальность полета, то для случаев с учетом ступельной крутки можно достичь минимального проигрыша аэродинамического качества на режимах крейсерского полета в сравнении с оптимальным жестким крылом (рис. 12.27).

Упругость фюзеляжа уменьшает углы атаки горизонтального и вертикального оперений. Это приводит к уменьшению аэродинамических сил при отклонении рулей, т. е. приводит к уменьшению их эффективности, причем, тем сильнее, чем больше скоростной напор. Для сохранения эффективности оперения приходится увеличивать его размеры и тем самым его сопротивление.

Таким образом, влияние аэроупругости на аэродинамические характеристики дозвукового транспортного самолета приводит к их ухудшению. В частности, поляра сдвигается вправо, что приводит к уменьшению аэродинамического качества во всем диапазоне углов атаки.

ВЛИЯНИЕ АЭРОДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК НА БЕЗОПАСНОСТЬ ПОЛЕТОВ

13.1. Сваливание самолета

Основной проблемой при создании и эксплуатации авиационной техники является обеспечение безопасности полетов на всех его полетных режимах. Особенно эта проблема важна сейчас при требовании к летно-техническим характеристикам самолетов транспортной авиации осуществлять полеты практически в любую погоду, днём и ночью, в самых различных природно-климатических условиях.

Летно-технические характеристики самолетов полностью определяются его аэродинамическими характеристиками. Тем не менее, самолет, имеющий хорошую аэродинамику, характеристики устойчивости и управляемости в случае возникновения особых (отказных) ситуаций в полете, ошибки пилотирования, попадания в сложные метеоклиматические условия может попасть в катастрофическую ситуацию.

При падении самолета аэродинамика, если не является первопричиной, то очень часто бывает сопутствующим фактором. Это значит, что на каком-то этапе полета аэродинамическая подъемная сила не смогла уравновесить его вес и самолет не смог удержаться в воздухе, т. е., как говорят, произошло сваливание.

Рассмотрим это явление подробней.

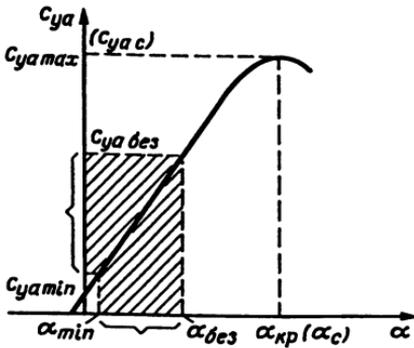
В установившемся полете на заданной высоте без крена и скольжения вес самолета уравновешивается проекцией подъемной силы на направление действия силы веса:

$$mg = Y_a = \frac{1}{2} c_{ya} \rho V^2 S. \quad (13.1)$$

Это условие для самолетов выполняется в диапазоне изменения угла атаки от α_{\min} до $\alpha_{кр}$, которому соответствует диапазон изменения коэффициента подъемной силы от $c_{ya \min}$ до $c_{ya \max}$ (рис. 13.1).

Нижняя граница изменения этих величин ($c_{ya \min}$, α_{\min}) на заданной высоте, как видно из (13.1), определяется максимальной скоростью полета, которая ограничивается либо максимальной располагаемой тягой двигателей, либо условиями устойчивости, управляемости и прочности. Обтекание самолета потоком в этом случае происходит на малых углах практически безотрывно и никаких резких изменений подъемной силы не происходит.

Рис. 13.1. Диапазоны изменения угла атаки и коэффициента подъемной силы



Совсем иная картина возникает при полетах вблизи верхней границы рассматриваемого диапазона, т. е. на углах атаки, близких к критическому. Эти условия возможны на взлетно-посадочных режимах или в полете на больших высотах. Уменьшение скорости или плотности воздуха на этих режимах приводит к тому, что для сохранения подъемной силы необходимо увеличивать коэффициент подъемной силы и, казалось бы, вплоть до значения $c_{ya max}$. Однако практически "лететь" на $c_{ya max}$ нельзя.

Во-первых, надо иметь запас c_{ya} для маневра в продольной плоскости, а во-вторых, небольшие возмущения атмосферы, например, вертикальный порыв ветра, могут вывести самолет на закритические углы атаки, т. е. в режим обширного срыва потока с крыла, и вызывать его сваливание (рис. 13.2).

Под *сваливанием* понимают явление, возникающее на больших углах атаки, характеризующееся самопроизвольным аperiodическим или колебательным движением самолета с большой амплитудой, не прекращающееся без уменьшения угла атаки.

Приближенно можно считать, что угол атаки сваливания равен критическому углу ($\alpha_c \approx \alpha_{кр}$), а коэффициент подъемной силы сваливания — максимальному коэффициенту подъемной силы ($c_{ya c} \approx c_{ya max}$).

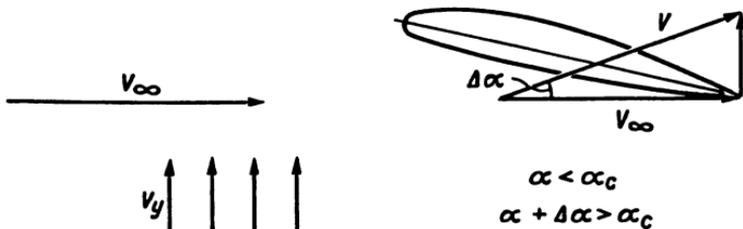


Рис. 13.2. Влияние вертикального порыва ветра на угол атаки

13.2. Ограничение аэродинамических характеристик

Чтобы в процессе эксплуатации самолет не попадал в режим сваливания, необходимо иметь запасы по c_{ya} относительно c_{yac} , т. е. ограничивать значения углов атаки и коэффициента подъемной силы. Эти ограничения задают специальным документом — Нормами летной годности самолетов (НЛГС). Аналогичные нормы существуют и для вертолетов.

НЛГС — это перечень государственных требований по безопасности полетов, которым должен удовлетворять любой самолет.

Нормы летной годности для конкретного типа самолетов воплощаются в главном документе для выполнения полетов — руководстве по летной эксплуатации (РЛЭ).

Отечественными НЛГС и РЛЭ, а также нормами летной годности других стран принято, что ограничения на аэродинамические коэффициенты задаются не явно, а в виде ряда ограничений на скорости и высоты полета. Остановимся только на ограничении по условию сваливания. Например, для крейсерских режимов полета минимально допустимая скорость полета (скорость ограничения) должна превышать скорость сваливания с убранной механизацией крыла не менее чем на 30%:

$$V > 1,3V_c.$$

Для общности численное значение в этом выражении заменим переменной и назовем ее коэффициентом запаса $\kappa_{\text{зап}}$. $V > \kappa_{\text{зап}} V_c$.

Ограничение минимальной скорости полета направлено на то, чтобы коэффициент подъемной силы в полете был меньше максимального коэффициента подъемной силы самолета в данных условиях.

Коэффициент подъемной силы, соответствующий полету на скорости ограничения, будем называть безопасным ($c_{ya\text{без}}$).

Для определения безопасного коэффициента подъемной силы запишем выражение для подъемной силы самолета при полете на скорости сваливания и приравняем его к выражению для подъемной силы при полете на скорости ограничения:

$$c_{ya\text{max}} \frac{\rho V_c^2}{2} S = c_{ya\text{без}} \frac{\rho (\kappa_{\text{зап}} V_c)^2}{2} S.$$

После преобразования получим:

$$c_{ya\text{без}} = c_{ya\text{max}} / \kappa_{\text{зап}}^2. \quad (13.2)$$

Численные значения $\kappa_{\text{зап}}$ из НЛГС представлены в табл. 13.1.

Таблица 13.1. Ограничение аэродинамических коэффициентов в соответствии с НЛГС

Режимы полета	Требования НЛГС	$K_{зап}$	Ограничения c_{ya}
Взлет	$V > 1,2V_c$	1,2	$c_{yaбез} = \frac{c_{ya\max\ взл}}{1,44} = 0,694c_{ya\max\ взл}$
Крейсерский полет	$V > 1,3V_c$	1,3	$c_{yaбез} = \frac{c_{ya\max}}{1,69} = 0,592c_{ya\max}$
Посадка	$V > 1,3V_c$	1,3	$c_{yaбез} = \frac{c_{ya\max\ пос}}{1,69} = 0,592c_{ya\max\ пос}$

Значения максимальных коэффициентов подъемной силы на взлете и посадке берутся при выпущенной механизации без учета влияния близости земли.

Учет требований по безопасности полетов приводит к существенному сокращению диапазона изменения углов атаки и коэффициентов подъемной силы (заштрихованная область на рис. 13.1). Для расширения этого диапазона и увеличения $c_{yaбез}$ необходимо иметь наибольшее значение $c_{ya\max}$ на каждом режиме полета. Коэффициент $c_{ya\max}$ может уменьшиться из-за изменения формы поверхности самолета от обледенения, загрязнения и дождевой воды.

13.3. Влияние обледенения на аэродинамические характеристики самолета

Эксплуатация самолета предполагает его использование в широком диапазоне атмосферных условий, в том числе и в условиях обледенения, появление которого наиболее вероятно при температурах наружного воздуха от $+5^{\circ}\text{C}$ и ниже -10°C , при наличии облачности, тумана, снегопада, дождя или мороси, т. е. в тех случаях, когда в воздухе содержатся переохлажденные капли воды. В результате соприкосновения поверхности планера самолета с этими переохлажденными каплями и происходит отложение льда.

Возможность обледенения, форма льда зависят от совокупности довольно большого числа параметров: водности (количества воды в виде капель, содержащихся в единице объема воздуха), размера капель, размера облаков и их вида (слоистые или слоисто-кучевые), температуры воздуха, скорости полета самолета и т. д.

У самолетов обледенению обычно подвергаются передние кромки крыла, киля и стабилизатора, лобовые стекла кабин экипажа, высту-

пающие наружу приемники температуры и трубки навигационных приборов и, кроме того, входные кромки воздухозаборников, пилоны двигателей, лопатки входного направляющего аппарата и первой ступени компрессора. Основная опасность полета в условиях обледенения связана не с увеличением массы самолета за счет отложения льда на его поверхностях, а с резким ухудшением аэродинамических характеристик (отложение льда на крыле) и характеристик устойчивости и управляемости самолета (отложение льда на киле и стабилизаторе). Действительно, образующиеся ледяные наросты могут значительно изменить форму профиля крыла и горизонтального оперения, создать повышенную турбулентность и срыв потока, который особенно опасен при полете на малых скоростях во время захода на посадку.

Для оценки степени опасности обледенения самолета существует понятие интенсивности обледенения, характеризующейся количеством оседающего льда (в миллиметрах) за 1 мин. Для этого принята следующая шкала, мм/мин:

Слабая интенсивность	1
Средняя	1—2
Большая	2 и более

Виды обледенения крыла многообразны и зависят, главным образом, от величины переохлажденных капель, находящихся в облаках. Наиболее часто встречаются три вида (формы) обледенения передних кромок крыла самолета (рис. 13.3): 1) гладкий ледяной нарост; 2) ледяной "нож"; 3) "двурогое" (или "двугорбое") ледообразование. Первый вид обледенения передних кромок крыла возникает обычно при температуре наружного воздуха (0 ± 5)°С (при этом прозрачный слой льда на поверхности носка крыла образуется в результате оседания переохлажденных водяных капель), второй и третий — при температуре $-5 \dots -10$ °С. В этом случае на носке крыла оседает смесь переохлажденных водяных капель со снегом и возникает нарост полупрозрачного шероховатого льда.

Опыт показывает, что даже сравнительно слабое обледенение на эксплуатационных, а особенно на больших углах атаки, заметно ухуд-

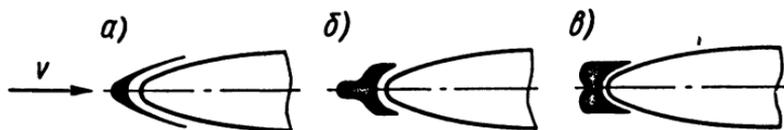


Рис. 13.3. Виды обледенения кромки крыла:

a — гладкий ледяной нарост; *б* — ледяной "нож"; *в* — "двурогое" ("двугорбое") ледообразование

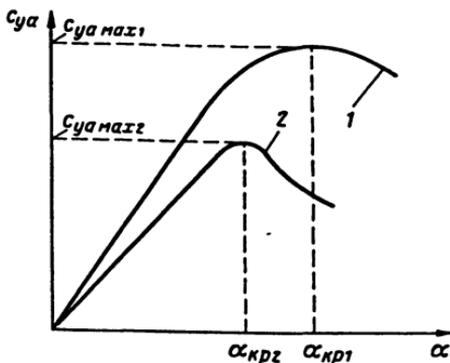


Рис. 13.4. Влияние обледенения передней кромки крыла на его несущие свойства:

1 и 2 — крылья соответственно без обледенения и с обледенением

шает свойства крыла и соответственно самолета: обледенение крыла приводит к падению подъемной силы самолета. О степени влияния обледенения на аэродинамические характеристики самолета можно судить хотя бы по тому, что при появлении на передней кромке крыла ледяного нароста в виде "ножа" (см. рис. 13.3) толщиной всего 10—15 мм (малоинтенсивное обледенение) подъемная сила в полете уменьшается на 15—25%, а критический угол атаки самолета — на 20—30% (иногда и на большую величину).

Как видно из рис. 13.4, обледенение вызывает уменьшение максимального коэффициента

подъемной силы $c_{ya\max}$ крыла и его критического угла атаки $\alpha_{кр}$. При значительном обледенении плавность протекания кривой $c_{ya} = f(\alpha)$ в области $c_{ya\max}$ нарушается и с переходом на закритические углы атаки несущие свойства крыла резко ухудшаются (c_{ya} резко падает). Все это способствует более раннему возникновению сваливания самолета и усилению его интенсивности.

Устраняется обледенение в условиях нормального полета своевременным включением противообледенительной системы самолета или увеличением скорости полета.

Обледенение самолета во время его нахождения на земле отличается от обледенения в полете. Если в полете лед образуется, как правило, лишь на лобовых частях самолета, то на земле он обычно покрывает большую часть его поверхности — обычно всю верхнюю часть крыла и оперения, а также поверхность фюзеляжа. Иногда наземное обледенение бывает несимметричным — оно возникает в большей мере на той стороне самолета, которая обращена к ветру.

Основопологающим принципом, на котором должна строиться вся работа по обеспечению безопасности полетов при наличии условий наземного обледенения, является так называемая "концепция чистого полета", содержанием которой являются два основных требования:

перед взлетом поверхность самолета должна быть полностью свободна от каких-либо снежно-ледовых отложений;

контроль за состоянием поверхности самолета в условиях фактического или возможного обледенения обеспечивается вплоть до взлета.

"Концепция чистого самолета" должна "работать" на всех этапах полета, вплоть до посадки. Принятая в отечественной и зарубежной авиации формулировка концепции о полном удалении ледяных отложений перед взлетом самолета полностью отвечает этому условию, которое заключается в том, что перед выруливанием со стоянки самолет должен быть очищен от льда и снега с помощью противообледенительной жидкости. Если это условие не выполняется, то взлет самолета может проходить с неблагоприятным исходом, вплоть до катастрофы, что практика летной эксплуатации и расследований типичных авиационных происшествий полностью подтверждает.

Проведенный широкий комплекс теоретических и экспериментальных исследований с целью определения влияния льда различных размеров и формы на аэродинамические характеристики крыла во взлетно-посадочной конфигурации показал, что аналогично с определением в полете в данном случае также наблюдается резкое снижение коэффициента подъемной силы и уменьшение критического угла атаки при самом небольшом ледяном отложении, что полностью согласовывалось с результатами летных испытаний.

На рис. 13.5 показано, что при покрытии всей верхней поверхности крыла изморозью толщиной 0,5 мм $c_{ya\max}$ снижается на 33%, а критический угол атаки $\alpha_{кр}$ уменьшается с 13 до 7°. Эти данные убедительно показывают, насколько опасны могут быть "незначительные" по толщине отложения льда на крыле самолета.

Как и следовало ожидать, наиболее сильно на несущие свойства крыла влияют шероховатости, образовавшиеся на передней кромке крыла. По мере удаления от передней кромки влияние шероховатостей

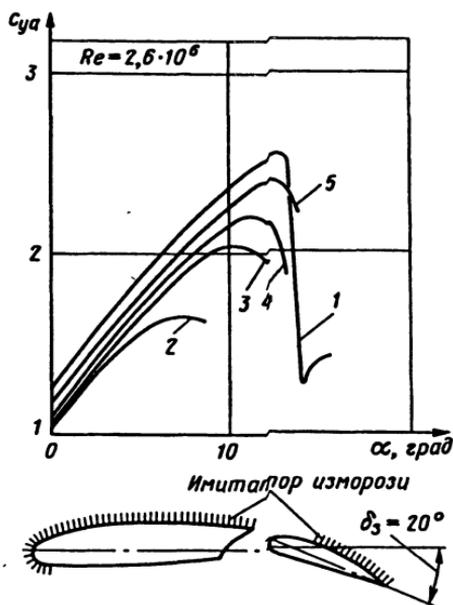


Рис. 13.5. Изменение максимального значения коэффициента подъемной силы $c_{ya\max}$ и критического угла атаки $\alpha_{кр}$ при различной степени обледенения поверхности крыла:

1 — "чистое" крыло; 2 — 100 % поверхности покрыто изморозью толщиной 0,5 мм; 3 — 95 % поверхности покрыто изморозью толщиной 0,5 мм; 4 — 82 % поверхности покрыто изморозью толщиной 0,5 мм; 5 — 82 % поверхности покрыто изморозью толщиной 0,1 мм

на $c_{yаmax}$ уменьшается и для некоторых крыльев на расстоянии более 25% длины хорды не ощущается совсем. Как видно из рис. 13.5, удаление льда с носка крыла на участке всего лишь 5% (кривая 3) значительно улучшает характеристики крыла. При удалении льда на участке 18% $c_{yаmax}$ возрастает еще больше, а критический угол атаки приближается к его значению для "чистого" крыла (кривая 4).

Из этих данных следует практический вывод о необходимости с целью повышения безопасности полетов самолетов использовать на взлете в условиях обледенения противообледенительную обработку крыла и оперения.

13.4. Влияние ливневых осадков на аэродинамические характеристики самолетов

Кроме влияния обледенения, аэродинамические характеристики могут изменяться и при попадании в ливневые осадки. Устанавливая природу и повторяемость проливного дождя, необходимо отметить, что только ливни короткой длительности, связанные с конвективными облаками, обладают такой интенсивностью, чтобы серьезно влиять на характеристики самолета. Интенсивность осадков принято оценивать высотой столба осадков h , выпадающих за час, и измеряется обычно в миллиметрах в час. Большинство летных испытаний, связанных с анализом влияния осадков на эксплуатацию самолета, проводилось в западном Закавказье. Для этих районов зафиксирована интенсивность осадков 300—360 мм/ч. Можно допустить, что максимальная интенсивность дождя для небольших интервалов времени может составить до 500 мм/ч. Следует отметить, что по результатам исследования динамики полета транспортных самолетов в условиях сдвига ветра на этапе захода на посадку за критическое время, в течение которого ливень угрожает самолету, обычно принимается интервал 15—20 с.

Дождь может оказывать влияние на самолет четырьмя способами:

1) дождевые капли, ударяющиеся о самолет, сообщают ему количество движения, направленное вниз и назад;

2) образуется тонкая водная пленка, которая увеличивает массу самолета;

3) водяная пленка может стать шероховатой от ударов капель и сил поверхностного натяжения, вызывая потери подъемной силы и увеличение лобового сопротивления;

4) в зависимости от направления полета самолета капли дождя ударяются о самолет неодинаково (неравномерно), сообщая этим самолету момент тангажа.

При соударении капель осадков с поверхностями самолета происходит потеря количества движения, что приводит к торможению са-

молета (падению тяговооруженности). Дождевые капли, ударяясь о самолет, передают ему свою кинетическую энергию. Под действием вертикальной составляющей скорости дождевых капель самолет имеет тенденцию к снижению, тогда как лобовые соударения с каплями вызывают уменьшение скорости полета самолета. Вертикальная составляющая силы соударения дождевых капель с самолетом меньше горизонтальной, так как предельная скорость дождевых капель в спокойном воздухе около 8—9 м/с.

Наличие водяной пленки на поверхности самолета увеличивает его массу. Толщина пленки обычно не рассчитывается на нижней поверхности ниже критической точки профиля. Водяная пленка на нижней поверхности тоньше из-за меньшей скорости удара воды. Даже при предположении, что пленка под поверхностью будет равной толщины, она бы только удвоила массу пленки. К примеру, для широкофюзеляжного самолета, посадочная масса которого порядка 180 т, максимальный прирост в массе не может быть больше, чем 1% от посадочной массы. Увеличение посадочной массы на 1% оказывает незначительное влияние на посадку самолета.

При наличии водяной пленки на несущих и управляющих поверхностях и при соударении капель с пленкой образуются кратеры, изменяются геометрические характеристики профиля крыла, профиль становится шероховатым, что приводит к снижению подъемной силы и увеличению сопротивления поверхностей и продольного момента самолета. Изменения силы любого сопротивления, аэродинамической подъемной силы и продольного момента самолета зависят от высоты шероховатости, вызванной осадками. При наличии шероховатости увеличивается сила сопротивления трения, а на больших углах атаки в связи с уменьшением критического угла атаки увеличивается сила сопротивления, вызванная срывом потока.

Профиль крыла и фюзеляж могут стать шероховатыми в условиях сильного дождя, по крайней мере, тремя способами:

- капли, падающие на водяную пленку, нарушают ее поверхность;
- образуемые на пленке волны нарушают обводы крыла и фюзеляжа;
- при отсутствии жидкостной пленки капли дождя в виде шариков усеивают поверхность крыла и сдуваются назад ветровым напряжением.

Указанные факторы, несомненно, ухудшают аэродинамические характеристики самолета.

По данным, опубликованным в отечественной и зарубежной литературе, следует, что теоретические и экспериментальные исследования влияния ливневых осадков на аэродинамические характеристики самолета находятся еще в начальной стадии. Тем не менее, по результатам проведенных исследований по влиянию интенсивности дождя в диапазоне значений 100—2000 мм/ч обнаружено, что шероховатость поверхности самолета вызывается, главным образом, образованием

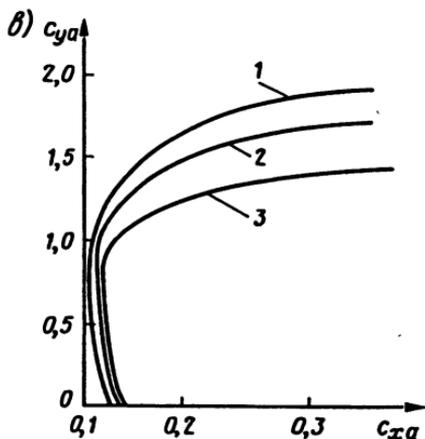
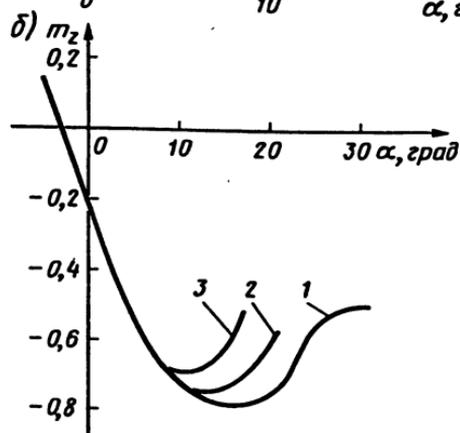
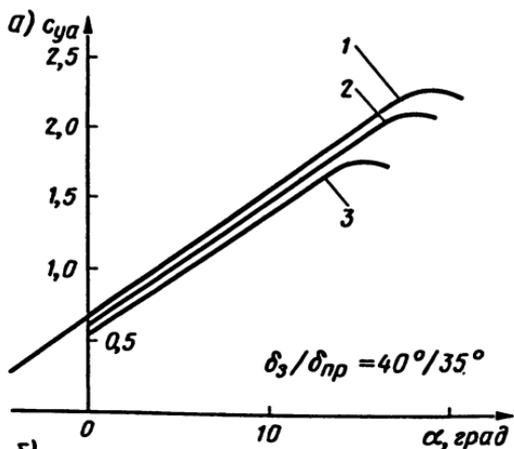


Рис. 13.6. Влияние интенсивности дождя на зависимости $c_{ya} = f(\alpha)$ (а), $m_z = f(\alpha)$ (б) и поляр (в) самолета Ил-86:

1 — $h = 0$ (без осадков); 2 — $h = 1000$ мм/ч; 3 — $h = 2000$ мм/ч

кратеров каплями дождя и волнистостью водяной пленки. Найдено, что оба источника шероховатости вызывают увеличение лобового сопротивления самолета от 5 до 10% при интенсивности дождя 100 мм/ч и от 15 до 20% при интенсивности 2000 мм/ч. Кроме того, определено, что подъемная сила самолета уменьшается на 10% при интенсивности дождя 100 мм/ч и более чем на 30% при интенсивности дождя 2000 мм/ч.

В качестве примера на рис. 13.6 показаны графики зависимостей $c_{ya} = f(\alpha)$, $m_z = f(\alpha)$ и $c_{xa} = f(c_{ya})$ при полете самолета Ил-86 в посадочной конфигурации в условиях осадков различной интенсивности. Приведенные зависимости свидетельствуют о существовании влияния ливневых осадков на аэродинамические характеристики самолета, которое необходимо учитывать на режимах взлета и посадки для разработки рекомендаций и предложений по технике пилотирования и обеспечения безопасности полетов.

ВЛИЯНИЕ АЭРОДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК НА ЭКОНОМИЧНОСТЬ ПОЛЕТОВ

14.1. Топливная эффективность полета

Основным производственным процессом в гражданской авиации является полет, затраченное топливо на который существенно влияет на экономичность эксплуатации самолетов. Уменьшение расхода топлива на полет повышает эффективность использования топлива. При этом важно добиваться наименьшего его расхода на единицу транспортной работы (1 тонно-километр или 1 пассажира-километр), иначе наиболее эффективно в смысле экономии топлива было бы летать с наименьшей коммерческой нагрузкой.

Поэтому в настоящее время одной из оценок экономичности самолетов как технического устройства, преобразующего энергию топлива в транспортную работу, является удельный параметр, называемый топливной эффективностью полета.

Топливной эффективностью полета (ТЭП) самолета называется массовый расход топлива в граммах, приходящийся на единицу транспортной работы,

$$\kappa_{ТЭ} = \frac{\text{Массовый расход топлива}}{\text{Транспортная работа}}$$

Чем меньше величина $\kappa_{ТЭ}$, тем лучше топливная эффективность полета.

Транспортная работа за полет определяется как произведение перевезенной массы коммерческой нагрузки на дальность рейса ($m_{\text{ком}}L$) или произведением числа пассажиров на дальность рейса (nL). Размерность в первом случае будет тонно-километры [$\text{т} \cdot \text{км}$], а во втором пассажира-километры [$\text{пасс} \cdot \text{км}$].

Формулы для соответствующих ТЭП будут иметь вид:

$$\kappa_{ТЭ} = \frac{m_{\text{т}}}{m_{\text{ком}}L} \left[\frac{\text{г}}{\text{т} \cdot \text{км}} \right] \text{ и } \kappa_{ТЭ} = \frac{m_{\text{т}}}{nL} \left[\frac{\text{г}}{\text{пасс} \cdot \text{км}} \right], \quad (14.1)$$

где $m_{\text{т}}$ — масса израсходованного топлива.

Для связи с аэродинамикой рассмотрим массу расходуемого топлива. Для самолетов с реактивными двигателями

$$m_{\text{т}} = P c_{\text{уд}} t \cdot 10^6 \text{ [г]}, \quad (14.2)$$

где P — тяга двигателей самолета, н; $P = X_a = Y_a/K = mg/K$; m — масса самолета, кг; K — полетное аэродинамическое качество; $c_{уд}$ — удельный расход топлива, кг/(н · ч); t — среднее время полета, $t = L/V$.

Числовой коэффициент учитывает перевод в требуемую размерность (граммы).

После подстановки полученных выражений в формулу (14.1) получим для транспортных самолетов

$$\kappa_{ТЭ} = \frac{mgc_{уд}L \cdot 10^6}{Km_{ком}LV} = \frac{c_{уд}g \cdot 10^6}{KV\bar{m}_{ком}} \left[\frac{\text{г}}{\text{т} \cdot \text{км}} \right], \quad (14.3)$$

где $\bar{m}_{ком}$ — коммерческая отдача самолета; $\bar{m} = m_{ком}/m$.

Если приближенно принять, что масса одного пассажира с багажом 100 кг, то получим формулу для ТЭП пассажирского самолета

$$\kappa_{ТЭ} = \frac{c_{уд}g \cdot 10^5}{KV\bar{m}_{ком}} \left[\frac{\text{г}}{\text{пасс} \cdot \text{км}} \right], \quad (14.4)$$

где $\bar{m}_{ком} = 100n/m$.

Для винтовых самолетов формулы (14.3) и (14.4) принимают соответственно вид:

$$\kappa_{ТЭ} = \frac{c_{уд}g \cdot 10^3}{3,6K\eta\bar{m}_{ком}}; \quad \kappa_{ТЭ} = \frac{c_{уд}g \cdot 10^2}{3,6K\eta\bar{m}_{ком}}, \quad (14.5)$$

где $c_{уд}$ — удельный расход топлива для ТВД, кг/квт · ч; η — коэффициент полезного действия винта.

Критерий топливной эффективности полета является интегральным, поскольку он зависит от: газодинамического совершенства двигателей; аэродинамического совершенства планера самолета и винта для самолетов с ТВД; весового совершенства конструкции планера самолета, включая двигатели и оборудование.

Чем меньше удельный расход двигателей, чем больше аэродинамическое качество самолета и КПД винта, чем больше коммерческая нагрузка при одной и той же взлетной массе самолета, тем лучше топливная эффективность полета.

14.2. Влияние аэродинамического качества на топливную эффективность полета

Влияние аэродинамики самолета на топливную эффективность полета проявляется через аэродинамическое качество: чем качество больше, тем лучше.

Согласно формуле (12.11) аэродинамическое качество самолета зависит от трех составляющих. Первая составляющая — коэффициент c_{xa0} , который согласно принятой математической модели, является постоянной составляющей и не зависит от угла атаки. Вторая составляющая — это коэффициент отвала поляр A в коэффициенте индуктивного сопротивления $c_{xai} = Ac_{ya}^2$ — характеризует индуктивное сопротивление. И, наконец, третья составляющая — коэффициент подъемной силы, который зависит от условий полета (массы самолета, высоты, скорости полета и типа самолета).

Анализ изменения аэродинамического качества только от этих трех составляющих несколько условен, но он хорошо показывает основные направления, по которым идет повышение аэродинамического совершенства самолетов.

Сначала рассмотрим первую составляющую — коэффициент сопротивления самолета при нулевой подъемной силе c_{xa0} .

Уменьшение коэффициента c_{xa0} обеспечивается следующими условиями:

выбором формы отдельных частей самолета с минимальным профильным сопротивлением;

выбором оптимального сочленения отдельных частей самолета с целью уменьшения сопротивления интерференции;

обеспечением и поддержкой заданного качества поверхности самолета.

Напомним, что профильное сопротивление тела состоит из сопротивления трения и сопротивления давления. Для удобообтекаемых тел сопротивление давления возникает из-за нарушения парадокса Даламбера—Эйлера. При нулевом угле атаки сопротивление крыла в основном состоит из сопротивления трения, которое зависит от характера течения в пограничном слое. В случае смешанного пограничного слоя чем больше участок ламинарного пограничного слоя, тем лучше — сопротивление трения будет меньше. Поэтому для полетов при малых дозвуковых скоростях $V \lesssim 500$ км/ч обычно выбирают прямое крыло с ламинизированными профилями (см. гл. 6). В случае стреловидных крыльев из-за пространственных эффектов вблизи передней кромки ламинарный пограничный слой сразу теряет устойчивость и переходит в турбулентный. Поэтому стреловидные крылья имеют сопротив-

ление трения, обусловленное турбулентным пограничным слоем, которое трудно уменьшить изменением формы профилей крыла. Однако стреловидные крылья используются на больших дозвуковых скоростях ($M_\infty = 0,82 \div 0,85$), и здесь возникает проблема увеличения критического числа Маха M_* с целью уменьшения волнового сопротивления, являющегося также сопротивлением давления. Для уменьшения волнового сопротивления в этом случае в настоящее время широко применяются сверхкритические профили (см. гл. 6). Фюзеляжи пассажирских самолетов имеют значительную длину и поэтому обтекаются турбулентным пограничным слоем. Поэтому основным резервом уменьшения их сопротивления является снижение сопротивления давления. При выборе оптимальных форм носовой и хвостовой частей ($\lambda_{\text{нос}} > 2,5$ и $\lambda_{\text{хв}} > 4,5$) без донного среза можно существенно снизить профильное сопротивление фюзеляжа и приблизить его величину к величине сопротивления трения.

В отношении гондол двигателей можно сделать замечание, что в случае их размещения перед крылом на пилонах они могут иметь меньшее сопротивление трения, чем гондолы двигателей, размещенных в конце фюзеляжа. Это объясняется тем, что в первом случае они обтекаются невозмущенным потоком и имеют смешанный пограничный слой. Гондолы двигателей, размещенные на фюзеляже, обтекаются возмущенным потоком от впереди лежащих частей крыла и имеют полностью турбулентный пограничный слой.

Снижение сопротивления интерференции обеспечивается тщательной доводкой мест стыковки частей самолета. Подборка обтекателей и зализов оптимальных форм позволяет получить прирост аэродинамического качества до двух единиц.

Исследования интерференции гондол двигателей и крыла привели к следующим рекомендациям.

Гондолу на пилоне лучше всего размещать у излома задней кромки крыла, где имеется вихрь, сходящий с крыла вследствие резкого изменения его формы.

Гондола должна быть вынесена достаточно далеко вперед и вниз, чтобы избежать неблагоприятного интерференционного влияния на характер течения у нижней поверхности крыла, проявляющегося в снижении давления и уменьшении подъемной силы.

Пилон гондолы двигателей должен иметь несимметричный профиль для устранения пиков скоростей на ближней к борту фюзеляжа стороне и связанных с ними отрыва потока или скачков уплотнения.

Угол сужения хвостовой части гондолы следует выбирать таким образом, чтобы избежать срыва и разгона потока с последующим обра-

зованием скачка уплотнения между нижней поверхностью крыла и гондолой.

Если первые два условия уменьшения $c_{x\alpha 0}$ самолета обеспечиваются на этапе проектирования и изготовления самолета, то третье условие зависит только от уровня технической эксплуатации.

В процессе эксплуатации на поверхности летательных аппаратов образуются вмятины, царапины, нарушается герметичность конструкции из-за неплотного прилегания механизации, дверей створок, люков. Это приводит к росту сопротивления и уменьшению качества. Небрежное техническое обслуживание, низкое качество ремонта поверхности могут свести на нет усилия конструкторов по повышению K_{\max} . Чтобы избежать этого, необходимо исключить повреждения обшивки (ходить по поверхности самолета только в мягкой обуви), систематически проверять плотность соединения створок, подгонку частей самолета, закрытие люков, следить за состоянием окраски, смывать загрязнения и пыль с поверхностей перед полетом.

Перейдем ко второй составляющей — влиянию коэффициента отвала полярны A в выражении (7.12), которое характеризует индуктивное сопротивление. Коэффициент A связан с эффективным удлинением крыла: чем удлинение больше, тем меньше A . Эффективное удлинение в свою очередь связано с удлинением крыла λ и стреловидностью крыла [формула (12.10)]: чем меньше стреловидность, тем больше эффективное удлинение и меньше A . Поэтому на современных магистральных самолетах стараются увеличить удлинение крыла до 9—10 и снизить стреловидность крыла с 35 до 30° и даже до 25°.

Это стало возможным только из-за повышения толщины крыла за счет применения сверхкритических профилей и учета влияния аэроупругости. Кроме того, уменьшение коэффициента A можно достичь применением вертикальных законцовок крыла (концевых крылышек), о которых говорилось в подразделе 7.2.

Третьим фактором, весьма сильно влияющим на аэродинамическое качество, является коэффициент подъемной силы самолета в конкретном полете. Его значение в полете зависит от конкретных эксплуатационных условий. Каждый тип самолета наиболее экономичен при использовании его в так называемых расчетных эксплуатационных условиях: на расчетных скоростях, высоте, дальности и коммерческой нагрузке. В этих условиях эксплуатационное аэродинамическое качество будет максимальным. Отклонение эксплуатационных условий от расчетных приводит к уменьшению этого качества. Для анализа рассмотрим горизонтальный крейсерский полет самолета с расчетными скоростью, дальностью, коммерческой нагрузкой, но на меньшей высоте, чем расчетная. Чтобы самолет с полетной массой

выполнял горизонтальный полет, необходимо равенство веса и подъемной силы:

$$mg = Y_a = c_{ya} \frac{\rho V^2}{2} S. \quad (14.6)$$

Из этого условия видно, что уменьшение высоты полета приводит к увеличению плотности и при прочих равных условиях — к превышению подъемной силы над весом. Чтобы избежать этого и сохранить условия горизонтального полета, нужно путем уменьшения угла атаки уменьшить коэффициент подъемной силы, что, очевидно, приведет к уменьшению эксплуатационной величины K по сравнению с расчетной.

Рассмотрим теперь увеличение скорости полета по сравнению с расчетной при прочих равных условиях. Согласно (14.6) также необходимо уменьшить угол атаки полета, чтобы уменьшить коэффициент подъемной силы. Кроме того, увеличение скорости полета может привести к росту волнового сопротивления — к росту коэффициента лобового сопротивления и сдвигу поляры вправо. Все это также уменьшит эксплуатационное аэродинамическое качество.

Аналогично можно показать влияние изменения коммерческой нагрузки и дальности полета. Поэтому эксплуатация даже самого аэродинамически совершенного самолета в нерасчетных условиях может существенно снизить его аэродинамическое качество.

Здесь надо отметить, что увеличение высоты полета приводит к увеличению качества, но может быть нарушено условие безопасности полета: $c_{ya} \geq c_{ya\text{без}}$. В этом случае противоречие между экономичностью и безопасностью решается в пользу безопасности полетов — ограничивается высота полета.

Балансировка самолета нормальной схемы приводит, как указывалось ранее, к сдвигу поляры вправо, что вызывает ухудшение аэродинамического качества на всех углах атаки (см. рис. 12.15, б). Чтобы снижение аэродинамического качества было минимальным, необходимо загружать самолет так, чтобы положение центра масс было наиболее задним из допустимых и самолет в полете балансировался только стабилизатором при нулевом угле отклонения руля высоты.

Существующие магистральные самолеты летают с эксплуатационным коэффициентом подъемной силы $c_{ya} \approx 0,4 \div 0,45$. Для дальнейшего роста аэродинамического качества самолетов и улучшения топливной эффективности полетов необходимо повышение c_{ya} до $0,5 \div 0,6$, что требует дальнейшего улучшения аэродинамики стреловидных крыльев со сверхкритическими профилями.

Примерные значения ТЭП, г/(пасс · км), современных самолетов следующие:

Самолет	ТЭП	Самолет	ТЭП	Самолет	ТЭП
Ту-154Б	39	A300	24	B757	20
Ил-86	34	A320	17	B767	20
Як-42	33	A330	17	B777	18
Ту-154М	32	A340	20	L-1011	25
Ил-96	26	B737	23	Dc-10	24
Ту-204	23	B747	22		

Глава 15

АЭРОДИНАМИЧЕСКИЕ ОСОБЕННОСТИ ПЕРСПЕКТИВНЫХ ДОЗВУКОВЫХ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

15.1. Общие положения

Поступившие в последние годы на эксплуатацию дозвуковые магистральные самолеты воплощают в себе самые последние научные достижения в области аэродинамики.

Они имеют:

крылья с большим удлинением ($\lambda = 9,2 \div 9,5$), с умеренной стреловидностью ($\chi = 28 \div 30^\circ$), с утолщенным вблизи фюзеляжа сверхкритическим профилем ($\bar{c} \approx 15\%$), с вертикальными законцовками крыла; оптимизированные по сопротивлению фюзеляжи с удлинением ($\lambda_{\text{ф}} = 9 \div 10$);

минимизированное по площади оперение.

Эффективная взлетно-посадочная многоселевая механизация позволяет достигать значения $c_{y0\text{max}} \approx 2,8 \div 3,1$. Поэтому ожидать дальнейших значительных улучшений в аэродинамике не приходится.

Однако научно-технический прогресс предложил новые технические нетрадиционные методы улучшения аэродинамических характеристик, которые обратили на себя внимание проектировщиков и эксплуатантов авиационной техники.

Это использование:

энергетических систем для улучшения крейсерской и взлетно-посадочной аэродинамики;
адаптивных крыльев;
крыльев обратной стреловидности;

преимуществ компоновки самолета схемы "утка";
новых нетрадиционных типов летательных аппаратов.

Рассмотрим некоторые особенности аэродинамических компоновок и характеристик перспективных дозвуковых летательных аппаратов.

15.2. Самолеты с энергетическими системами улучшения аэродинамических характеристик

В настоящее время перспективным направлением улучшения аэродинамических характеристик самолетов считаются системы отсасывания и выдувания воздушных струй на различных частях самолета. Для этих систем требуется использовать энергию силовой установки. В качестве энергии может служить сжатый воздух, отбираемый от компрессора, выхлопная струя реактивного двигателя или струя воздушного винта. Такие системы, в которых используется энергия силовой установки, называются энергетическими или активными.

Применение энергетических систем рассматривается в двух направлениях: уменьшение сопротивления в крейсерской конфигурации самолета и увеличение несущих свойств самолета на взлетно-посадочных режимах.

Первое направление изучает искусственную (энергетическую) ламинаризацию пограничного слоя. Магистральные самолеты летают при числах $Re = 10^7 \div 10^8$, на которых обтекание поверхности в основном определяется турбулентным пограничным слоем, доля же ламинарного пограничного слоя пренебрежимо мала. Если бы протяженность ламинарного пограничного слоя можно было бы увеличить, то сопротивление трения существенно бы уменьшилось. Одним из эффективных средств увеличения длины ламинарного пограничного слоя является отсос пограничного слоя (рис. 15.1).

Действие отсоса проявляется двояким образом. Во-первых, отсасывание уменьшает толщину пограничного слоя, а более тонкий пограничный слой имеет меньшую наклонность к переходу в турбулентное состояние, чем толстый пограничный слой. Это объясняется тем, что в тонком слое могут возникнуть только вихри малого масштаба, которые быстро диссипируют (уничтожаются) за счет вязкости воздуха.

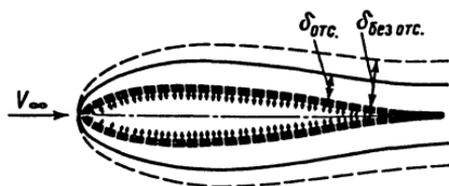


Рис. 15.1. Отсос (показан стрелками) ламинарного пограничного слоя

Во-вторых, отсасывание ламинарного пограничного слоя создает в нем такие профили скоростей (более наполненные), которые обладают более высоким пределом устойчивости, т. е. более высоким критическим числом Рейнольдса, чем профили скоростей в пограничном слое без отсасывания.

Ламинаризация принципиально возможна на несущих поверхностях любой формы, а также на фюзеляжах и гондолах двигателей.

Исследования показывают, что с помощью искусственной ламинаризации обтекания путем отсасывания пограничного слоя с поверхности крыла, вертикального и горизонтального оперения, а также гондол двигателей можно обеспечить протяженность ламинарных участков до 60—70% хорды стреловидного крыла либо оперения и снизить лобовое сопротивление самолета на 14—15%.

В качестве примера влияние отсоса пограничного слоя на аэродинамические характеристики самолета на рис. 15.2 показана зависимость аэродинамического качества самолета K от относительной площади его поверхности $\bar{S}_{\text{лам}}$, на которой путем отсоса обеспечено ламинарное обтекание.

Для крыльев умеренной стреловидности наиболее перспективным является так называемое *комбинированное управление ламинарным обтеканием* (КУЛО), для которого характерно сочетание отсоса пограничного слоя в области передней кромки стреловидного крыла (~20% хорды) и благоприятного отрицательного градиента давления на значительной части поверхности крыла (рис. 15.3). Специальные экспериментальные исследования моделей стреловидных крыльев в аэродинамических трубах малых и больших дозвуковых скоростей показали, что применение системы КУЛО с весьма малыми расходами или отсос пограничного слоя в области передней кромки позволяют получить протяженность ламинарных участков на поверхности крыла до 60—70% хорды.

В последнее время изучается другая возможность ламинаризации течения на поверхности крыла, связанная с локальным нагревом небольшого участка поверхности вблизи передней кромки. Эти работы, а также исследования сопротивления трения различных специальных покрытий являются фундаментальными исследованиями, направлен-

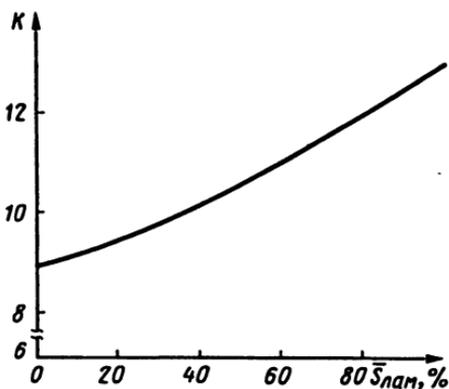


Рис. 15.2. Зависимость аэродинамического качества самолета от относительной площади ламинарного обтекания

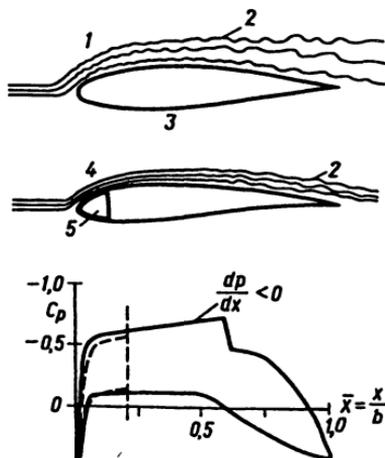


Рис. 15.3. Комбинированное управление ламинарным обтеканием:

1 — переход пограничного слоя; 2 — турбулентное обтекание; 3 — обычное обтекание; 4 — ламинарное обтекание; 5 — отсос воздуха (20% хорды)

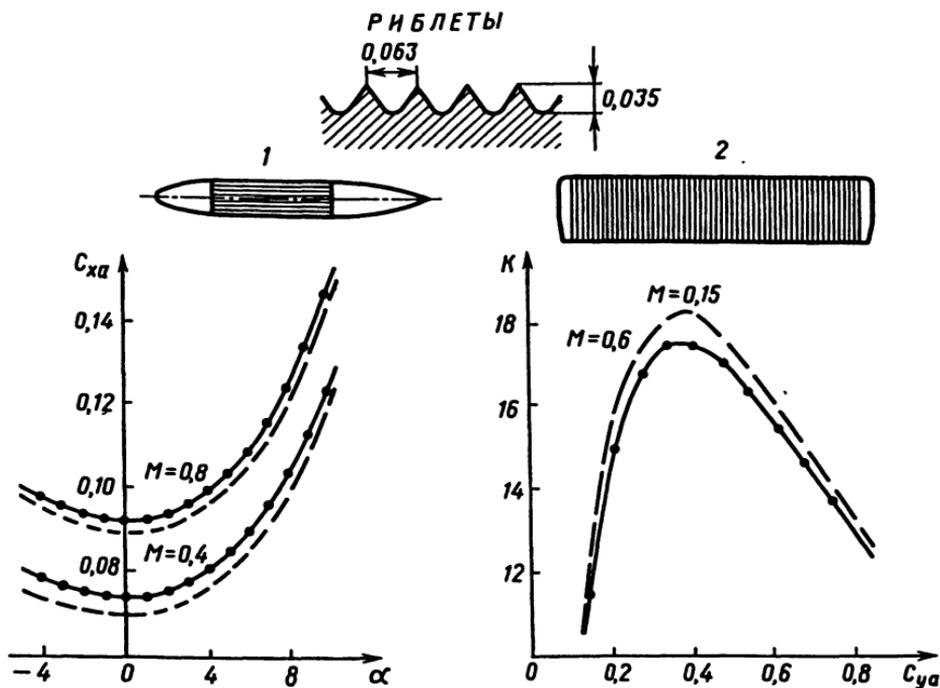


Рис. 15.4. Влияние риблет на аэродинамические характеристики частей самолета:

1 — фюзеляж; 2 — крыло;
 — гладкая модель; - - - - модель с риблетами

ными на повышение аэродинамического качества и соответственно топливной эффективности самолета.

Исследования по снижению турбулентного трения фюзеляжа, крыла и других частей самолета связаны с использованием на их поверхностях специальных продольных канавок (риблет), улучшающих структуру турбулентного пограничного слоя. Эксперименты на моделях в аэродинамических трубах и на летающих лабораториях показывают устойчивое уменьшение сопротивления трения на 6—10% (рис. 15.4). Несомненно, практическое использование специальных рифленых пленочных покрытий в будущем будет связано с опытом эксплуатации самолета, возможностью быстрого нанесения и снятия пленочных покрытий, стоимостью пленок с риблетами и другими вопросами производства, контроля и эксплуатации.

Второе направление использования энергетических систем — это повышение эффективности механизации крыла на взлетно-посадочных режимах полета. Действительно, при отклонении закрылков на большие углы над ними, а также и на крыле образуются зоны отрыва потока, приводящие к снижению несущих свойств крыла. Устранить эти срывные явления можно за счет обдувки крыла и его закрылков газовыми струями или отсосом оторвавшегося потока. Это вызывает дополнительный разгон потока и соответственно уменьшение давления на верхней поверхности, и подторможивание потока и соответственно рост давления на нижней поверхности крыла.

Такое искусственное увеличение перепада давления на крыле обычно называют *эффектом суперциркуляции*.

К энергетическим методам улучшения взлетно-посадочных аэродинамических самолетов можно отнести следующие (рис. 15.5):

управление пограничным слоем (УПС) и использование реактивного закрылка (РЗ);

струйно-эжекторный закрылок (СЭЗ);

обдув вдоль хорды или размаха крыла верхней поверхности (ОВП);

обдув вдоль хорды или размаха крыла нижней поверхности (ОНП);

обдув воздушными винтами (ОВВ);

отклонение вектора тяги в полете (ОВТ).

Во всех этих методах положительная интерференция газовых струй с основным потоком и элементами крыла, обеспечивающая суперциркуляцию, может вызвать большее приращение подъемной силы по сравнению с реактивной силой струи

$$R = m_s V_s, \quad (15.1)$$

где m_s — секундный массовый расход газа; V_s — скорость истечения струи.

Управление пограничным слоем (сдув или отсос) вызывает увеличение скорости в пограничном слое, что позволяет затянуть срыв по-

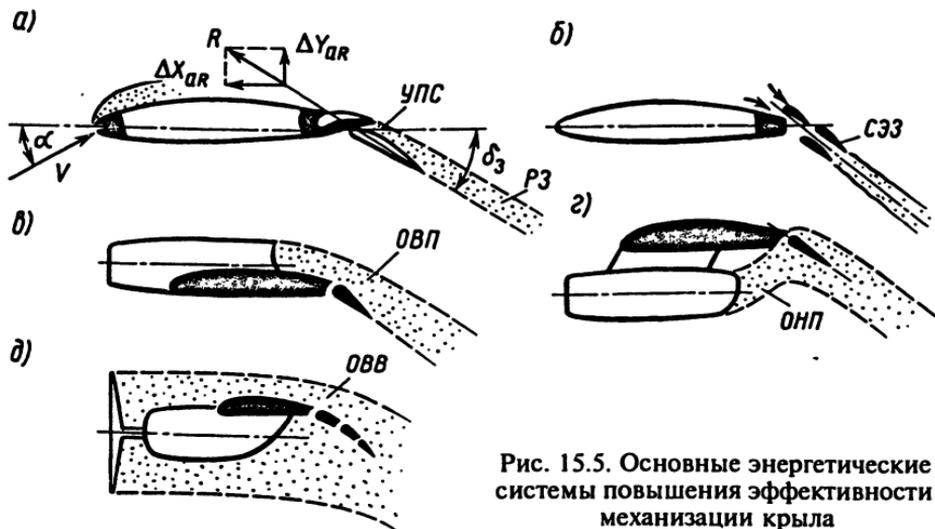


Рис. 15.5. Основные энергетические системы повышения эффективности механизации крыла

тока на большие углы атаки или отклонения закрылков и увеличить несущие свойства крыла на взлете и посадке. При этом увеличение подъемной силы происходит не только за счет составляющей реактивной силы $\Delta Y_{aR} = R \sin(\alpha + \delta_3)$ (рис. 15.5, а), но и за счет эффекта суперциркуляции

$$c_{ya} = c_{ya0} + \Delta c_{yaR} + \Delta c_{yaГ}, \quad (15.2)$$

где c_{ya0} — коэффициент подъемной силы без сдува; Δc_{yaR} и $\Delta c_{yaГ}$ — приращение данного коэффициента за счет соответственно реактивной силы и суперциркуляции.

При выдуве на закрылках струи большой интенсивности она простирается в потоке за его задней кромкой, образуя реактивный (струйный) закрылок и увеличивая суперциркуляцию.

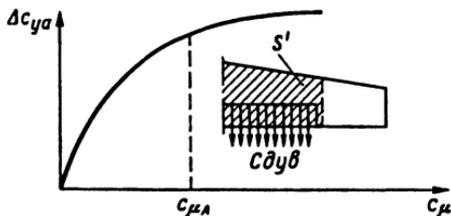
Эффективность сдува зависит от величины импульса выдуваемой струи, характеризуемого коэффициентом интенсивности сдува

$$c_{\mu} = \frac{m_s V_s}{q S'}, \quad (15.3)$$

где q — скоростной напор набегающего потока; S' — площадь крыла, обслуживаемая системой УПС (рис. 15.6)

Приращение коэффициента подъемной силы за счет сдува в (15.2) $\Delta c_{ya} = \Delta c_{yaR} + \Delta c_{yaГ} = c_{\mu} \sin(\alpha + \delta_3)$ зависит от коэффициента импульса струи, однако, характер его возрастания различен при разных значениях

Рис. 15.6. Влияние интенсивности сдува на прирост коэффициента подъемной силы крыла



c_{μ} . При $c_{\mu} < 0,1$ происходит довольно энергичное возрастание Δc_{ya} , а затем после некоторого значения $c_{\mu} = c_{\mu A}$ интенсивность возрастания Δc_{ya} падает (см. рис. 15.6). Объясняется это явление тем, что вначале по мере увеличения c_{μ} ликвидируется зона срыва над закрылком и восстанавливается безотрывное обтекание (к моменту $c_{\mu} \approx c_{\mu A}$ безотрывное обтекание восстанавливается полностью). При $c_{\mu} > c_{\mu A}$ увеличение коэффициента подъемной силы происходит лишь в результате усиления циркуляции вокруг крыла и поэтому интенсивность прироста Δc_{ya} уменьшается.

На практике коэффициенты c_{μ} реализуются лишь до значений $c_{\mu A}$ и получаемые при этом приращения Δc_{ya} составляют 50—80% значений c_{ya} без УПС. Таким образом, применение сдува позволяет принципиально увеличить эффективность механизации крыла в 1,5—2,0 раза, но практическая реализация этого эффекта может быть ограничена эффективностью рулей высоты.

Отсос пограничного слоя вызывает увеличение скорости в нем, способствует ламинаризации потока, уменьшению сопротивления трения и увеличению аэродинамического качества. Отсасывание пограничного слоя из зоны отрыва внутрь крыла или закрылка с помощью специального насоса способствует притягиванию оторвавшегося потока и восстановлению безотрывного обтекания. Исследования показали, что при наличии больших зон отрыва над отклоненными закрылками отсос имеет небольшую эффективность, и поэтому он применяется преимущественно для ламинаризации пограничного слоя на поверхности крыла на крейсерских режимах полета. Однако в некоторых случаях отсос пограничного слоя, затягивая его отрыв, позволяет увеличить величины $\alpha_{кр}$ и $c_{ya \max}$, а также улучшить моментную характеристику самолета (рис. 15.7).

В струйно-эжекторной механизации (рис. 15.5, б) дополнительный эффект получается за счет эжекции воздуха с верхней поверхности крыла и увеличения там разрежения потока, а также за счет повышения интенсивности струи, поскольку эжектируемый воздух подсоединяется к выдуваемому через щель газу. С этой целью закрылок вы-

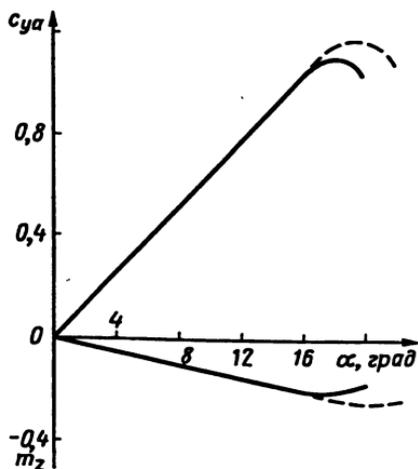


Рис. 15.7. Влияние отсоса пограничного слоя на критический угол атаки и моментную характеристику самолета

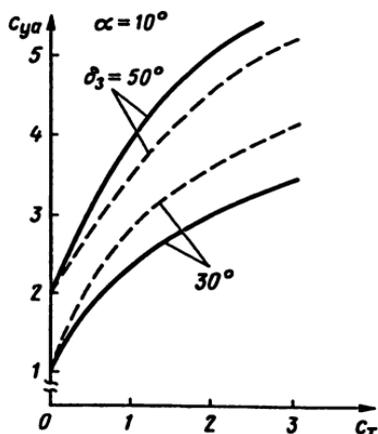


Рис. 15.8. Влияние обдува вдоль хорды верхней поверхности (штриховые линии) и нижней (пунктирные линии) на коэффициент подъемной силы крыла

полняется в виде плоского сопла, в которое выдувается отобранный от двигателя газ.

При выдуве струй двигателей на верхнюю (рис. 15.5, а) или нижнюю (рис. 15.5, б) поверхности крыла вдоль хорды необходимый эффект достигается, главным образом, за счет поворота струй отклоненными закрылками. При этом в первом случае реализуется так называемый эффект Коанда: прилипание струи к искривленной поверхности крыла из-за разрежения в области между струей и этой поверхностью вследствие эжекции струи. Верхняя поверхность в этом случае должна быть герметичной, без щелей, чтобы исключить перетекание с нижней поверхности крыла, что усложняет его конструкцию.

При верхнем обдуве сильно искривленной поверхности струя отрывается от верхней поверхности. Поэтому при больших углах отклонения закрылков δ_3 более эффективен нижний обдув, в то время как при малых — верхний (рис. 15.8), где на рисунке c_T — коэффициент тяги; $c_T = P/(q_\infty S)$; P — сила тяги двигателей. При верхнем обдуве улучшается обтекание верхней поверхности крыла и закрылка (восстанавливается безотрывное обтекание), а при нижнем обдуве наблюдается улучшение обтекания щелевого закрылка.

Выдув струй вдоль размаха крыла (поперечный выдув) на нижней поверхности целесообразен вблизи задней кромки. В этом случае его влияние аналогично действию интерцептора — поток перед струей тормозится, давление на нижней поверхности увеличивается. При вы-

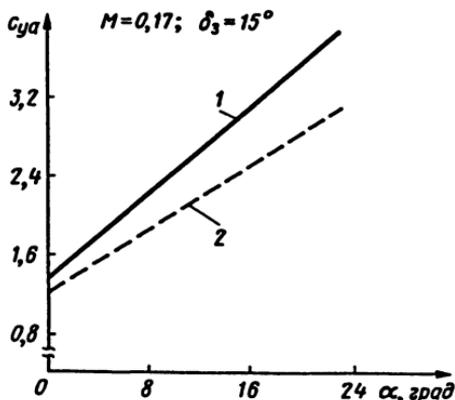


Рис. 15.9. Влияние обдува вдоль размаха на коэффициент подъемной силы крыла:

1 — со струей, $c_{\mu} = 1,8$; 2 — без струи

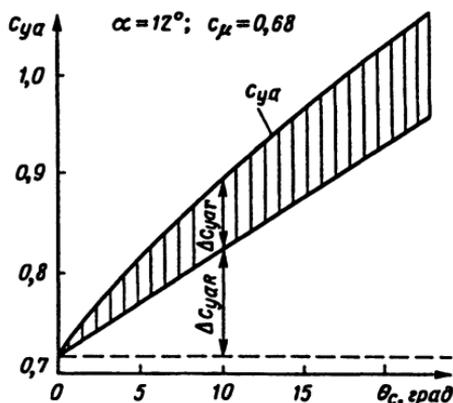


Рис. 15.10. Влияние отклонения вектора тяги в полете на коэффициент подъемной силы самолета

дуве струй вдоль размаха на верхней поверхности, в частности, вблизи передней кромки крыла или закрылка, образуется устойчивое вихревое течение, при этом под вихрем значительно увеличивается разрежение. В обоих случаях (при выдуве и на нижней, и на верхней поверхностях) подъемная сила увеличивается (рис. 15.9).

Обдув струями воздушных винтов (рис. 15.5, д) по воздействию на обтекание механизированного крыла объединяет свойства рассмотренных систем обдува. Особенности такого обдува связаны с закрученностью струй от винтов и более существенным влиянием углов атаки и скольжения на положение струй относительно крыла и органов механизации.

Высокая тяговооруженность перспективных магистральных самолетов позволяет использовать в будущем отклонение вектора тяги в полете для улучшения их аэродинамических характеристик, что нашло уже широкое применение в военной авиации. С этой целью сопла двигателей выполняют поворотными или применяют плоские сопла, имеющие специальные щитки для отклонения струи на некоторый угол θ_c . При этом подъемная сила самолета увеличивается не только за счет составляющей силы тяги Δc_{yaR} , но и вследствие образования суперциркуляции $\Delta c_{yaГ}$, что хорошо видно на рис. 15.10. Отклонение вектора тяги может вызвать увеличение лобового сопротивления самолета, особенно на малых углах атаки (рис. 15.11). Однако вследствие значительного увеличения подъемной силы на больших углах атаки аэродинамическое качество растет.

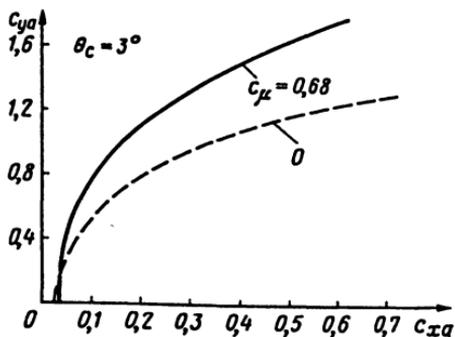


Рис. 15.11. Влияние отклонения вектора тяги на поляру самолета

Хотя использование энергетических систем позволяет в широких пределах изменять аэродинамические характеристики самолетов, тем не менее, их практическое применение связано с решением целого ряда проблем, среди которых необходимо отметить следующие:

отсос воздуха для ламинаризации должен обеспечиваться через пористую (или щелевую) поверхность, поэтому возникает проблема очистки пор (или щелей) от пыли, воды и снега в полете;

система отсоса воздуха для ламинаризации расположена в месте расположения предкрылка и противообледенительной системы, что создает проблему их взаимного расположения;

системы для создания струй требуют значительного количества газа, который может быть либо отобран от основных двигателей, либо получен в специальных установках, что сопровождается потерями тяги и снижением его топливной эффективности;

эффективность энергетических систем резко снижается при увеличении скорости полета, так как при этом уменьшается коэффициент импульса струи c_{μ} ;

при выдуве струй и особенно при отклонении вектора тяги могут существенно увеличиться действующие на самолет моменты, что увеличивает аэродинамические потери на балансировку.

15.3. Самолеты с адаптивным крылом

В последние годы тщательно анализируется возможность применения на магистральных самолетах адаптивного крыла.

Под *адаптивным крылом* понимается крыло, у которого поверхность может в зависимости от режима полета изменять непосредственно в полете свою форму, что приводит к изменению и аэродинамических характеристик.

Адаптивное крыло считается перспективным для пассажирских и транспортных самолетов, так как будет повышать полетное аэродинамическое качество на разных режимах полета и тем самым увеличивать максимальную дальность полета.

Поверхность формы крыла изменяется путем отклонения в зависимости от режима полета элементов адаптивного крыла — так называемые

мых адаптивных носков и закрылков, имеющих гибкую обшивку, которые могут отклоняться без нарушения гладкости поверхности с целью изменения кривизны (вогнутости) профиля. Чем больше должен быть коэффициент подъемной силы, тем большими должны быть отклонения носовой и хвостовой частей крыла. Это позволяет для каждого режима полета выбирать наилучшие аэродинамические характеристики. В результате поляра самолета с адаптивным крылом представляет собой огибающую семейства поляр, соответствующих различным конфигурациям крыла, а следовательно, и режимам полета (рис. 15.12).

Применение такого крыла особенно эффективно для дальних магистральных самолетов, поскольку полетные массы таких самолетов значительно меняются в течение полета. Также значительно уменьшаются при полете потребные величины подъемной силы и становится невозможным выполнение полета на заданной высоте при одном наибольшем аэродинамическом качестве.

На маршрутах большой протяженности самолет с крылом фиксированной геометрии должен начинать крейсерский полет при большом положительном угле атаки, при высоком коэффициенте подъемной силы и, как следствие этого, при повышенных индуктивных сопротивлениях крыла и фюзеляжа. А заканчивать крейсерский полет он должен при меньшем угле атаки крыла, довольно низком коэффициенте подъемной силы и, может быть, при отрицательном угле атаки фюзеляжа, что также ведет к росту сопротивления фюзеляжа.

Изменяемая кривизна профилей крыла будет способствовать сохранению угла атаки фюзеляжа, близкого к нулевому, с минимальным его сопротивлением и удерживать его в оптимальном положении в течение всего крейсерского полета.

Исследования влияния кривизны крыла на основные аэродинамические характеристики самолета и, в частности, на поляру, показали, что наиболее эффективна адаптация профиля по всей хорде. Однако в реальной конструкции сделать подвижной межлонжеронную часть крыла, являющуюся основной силовой схемой, весьма трудно.

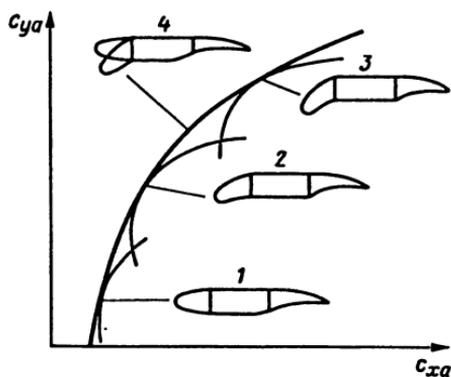


Рис. 15.12. Поляры самолета с адаптивным крылом на различных режимах полета:

- 1 — полет с большой скоростью; 2 — крейсерский полет; 3 — маневренный полет; 4 — огибающая поляр

Поэтому в настоящее время в качестве основной идеи реализации адаптивного крыла рассматриваются подвижные носовые и хвостовые части крыла. Конечно, в случае применения гибкой обшивки крыла в области передней и задней кромок можно обеспечить направленную деформацию крыла без образования щелей, но в то же время это может привести к неоправданному усложнению конструкции и, как следствие, к удорожанию самолета. Вот почему большой интерес в первую очередь представляет возможность использовать для адаптации реальные элементы крыла, т. е. закрылки, предкрылки, элероны.

Вместе с тем для крейсерских режимов полета с высокими скоростями, соответствующими числу $M_\infty = 0,8 \div 0,85$, рационально использовать деформацию крыла лишь в области задней кромки, поскольку тонко настроенная на соответствующий режим полета и число M поверхность крыла (особенно верхняя при сверхкритическом профиле) более чувствительна к деформациям в области передней кромки. Таким образом, для самолета, предназначенного для дальних скоростных полетов, целесообразно применить крыло, адаптируемое лишь за счет использования закрылков и элеронов, при этом траектории выдвигания закрылка и его угол отклонения должны соответствовать оптимальным значениям.

При выдвигании определенным образом закрылка можно выделить несколько факторов, способствующих увеличению аэродинамического качества крыла:

изменяется кривизна профилей крыла, что позволяет обеспечивать требуемое значение c_{ya} без изменения угла атаки;

уменьшается относительная толщина профилей крыла, что ведет к снижению профильного и волнового сопротивлений;

изменяется распределение циркуляции по размаху крыла, что может обеспечить уменьшение индуктивного сопротивления;

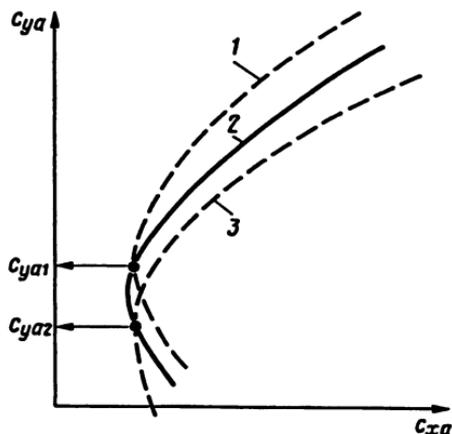
увеличивается площадь крыла, что приводит к уменьшению доли сопротивления других элементов планера самолета.

Адаптация крыла и, следовательно, поляры самолета могут меняться как непрерывно на протяжении всего полета, так и дискретно, только на отдельных этапах (например, начало, середина и конец крейсерского полета).

На рис. 15.13 приведены две поляры адаптивного крыла самолета: первая адаптирована к большим значениям коэффициента подъемной силы (начало крейсерского полета), вторая — к меньшим значениям коэффициента подъемной силы (конец крейсерского полета). Значения коэффициентов подъемной силы c_{ya1} и c_{ya2} соответствуют пересечению этих поляр с полярной крыла фиксированной геометрии. Форма крыла должна выбираться таким образом, чтобы в начале и в конце полета соответственно выполнялись условия $c_{ya} > c_{ya1}$ и $c_{ya} < c_{ya2}$.

Рис. 15.13. Настройка поляры самолета с адаптированным крылом:

1 и 3 — поляры адаптированного крыла соответственно для начала и конца крейсерского полета; 2 — поляра для крыла фиксированной геометрии



обеспечивающие в полете меньшее сопротивление и, следовательно, большее аэродинамическое качество.

На рис. 15.14 показано, что, меняя параметры адаптации (выдвижение закрылка и кривизну профилей крыла) в зависимости от требуемого значения c_{ya} , можно получить семейство зависимостей $K = f(c_{ya})$, огибающая которых, с одной стороны, обеспечивает расширение диапазона значений c_{ya} для крейсерского полета по сравнению с исходной кривой для самолета с крылом фиксированной геометрии (настроенной, например, на середину крейсерского полета, т. е. на $c_{ya\text{ ср}}$), а с другой — некоторое увеличение аэродинамического качества в области середины крейсерского полета.

К числу других достоинств адаптивного крыла необходимо отнести то, что оно позволяет:

увеличивать критический угол атаки и коэффициент $c_{ya\text{ max}}$ самолета за счет более плавного распределения аэродинамической нагрузки по хорде крыла;

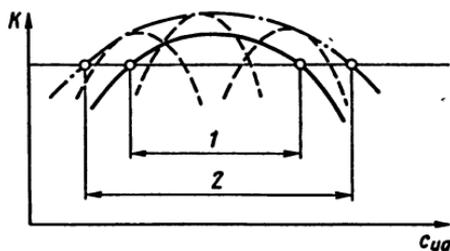


Рис. 15.14. Аэродинамическое качество самолета для крейсерского полета с различной степенью адаптации крыла:

1 и 2 — диапазоны c_{ya} для самолетов соответственно с фиксированной и адаптированной геометрией; — — — крыло с фиксированной геометрией; - - - - - крыло с адаптированной геометрией; - . - . - огибающая аэродинамического качества

перераспределять аэродинамическую нагрузку по размаху за счет изменяющейся аэродинамической крутки с целью уменьшения индуктивного сопротивления и изгибающего момента;

повышать эффективность управления по крену за счет дифференциального изменения кривизны на левой и правой половинах крыла.

К недостаткам адаптивного крыла можно отнести сложность изготовления гибкой конструкции, увеличение массы крыла за счет механизма для изменения кривизны, необходимость применения сложной системы автоматизированного управления формой крыла.

15.4. Самолеты с крылом обратной стреловидности

При разработке перспективных самолетов изучается возможность применения на них крыльев обратной стреловидности (рис. 15.15). Проведенные теоретические и экспериментальные исследования выявили целый ряд положительных аэродинамических свойств самолетов с таким крылом.

Как уже отмечалось, увеличение подъемной силы крыла прямой стреловидности ограничено наличием концевой срыва потока и ухудшением моментной диаграммы $m_z = f(\alpha)$, что нарушает безопасность полетов на больших углах атаки. Крыло обратной стреловидности имеет более благоприятное распределение подъемной силы по размаху (рис. 15.16), не склонно к концевому срыву потока и имеет меньший изгибающий момент, чем крыло прямой стреловидности. На передних кромках этого крыла могут образовываться устойчивые носовые



Рис. 15.15. Крыло обратной стреловидности:

1 и 2 — соответственно торцевые и носовые вихри

вихри (см. рис. 15.15) и реализуется эффект так называемого полезного отрыва потока, что способствует стабилизации обтекания крыла, увеличению критического угла атаки и коэффициента $c_{yа max}$, улучшению устойчивости и управляемости самолета по крену. Из-за более благоприятного распределения подъемной силы по размаху крыла и более плавного изменения площадей поперечных сечений по длине самолет с крылом обратной стреловидности на дозвуковых скоростях имеет меньшее лобовое сопротивление, а следовательно, большее аэродинамическое качество, чем самолет с крылом прямой стреловидности (рис. 15.17).

Вместе с тем крыло обратной стреловидности не лишено и ряда недостатков, из-за которых оно до сих пор не нашло широкого применения. Во-первых, оно способствует раннему срыву потока в корневых сечениях, что вызывает потери подъемной силы, увеличение лобового сопротивления, снижение аэродинамического качества и эффективности закрылков. Во-вторых, из-за малой стреловидности передних кромок это крыло имеет большое волновое сопротивление на транс- и сверхзвуковых скоростях и соответственно меньшее аэродинамическое качество (см. рис. 15.17). И наконец, в-третьих, при изгибе под аэродинамической нагрузкой в полете крыло обратной стреловидности закручивается на увеличение углов атаки сечений (в отличие от обычного стреловидного крыла), при этом нагрузки возрастают, крыло еще больше закручивается и при превышении определенной скорости полета может произойти его разрушение (явление дивергенции). Чтобы предотвратить дивергенцию, приходится уменьшать удлинение крыла и увеличивать его жест-

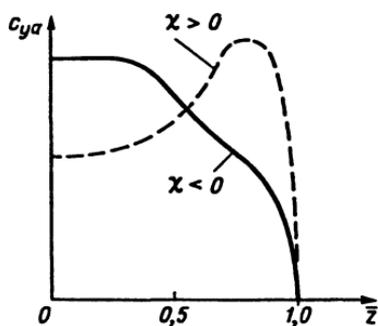


Рис. 15.16. Распределение коэффициента подъемной силы по размаху крыла с прямой ($\chi > 0$) и обратной ($\chi < 0$) стреловидностями

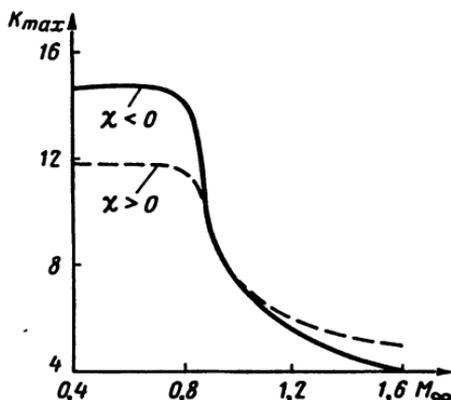


Рис. 15.17. Зависимость максимального аэродинамического качества от числа M_{∞} для самолетов с крыльями прямой ($\chi > 0$) и обратной ($\chi < 0$) стреловидностями

кость. При использовании обычных материалов такое крыло имеет большие индуктивное сопротивление и вес. Для магистральных дозвуковых самолетов с большим удлинением крыла эти недостатки усугубляются. Поэтому такое крыло сейчас рассматривается применительно к маневренным самолетам. Однако для перспективных самолетов есть надежда, что применение композиционных материалов с направленными свойствами позволит успешно преодолеть эти проблемы.

15.5. Самолеты схемы "утка"

Повышение аэродинамического качества самолетов в крейсерском полете потребовало обратить внимание на компоновку самолета по схеме "утка", в котором горизонтальное оперение располагается перед крылом (см. рис. 6.1, б).

Использование переднего горизонтального оперения (ПГО) значительно уменьшает потери аэродинамического качества на балансировку самолета, так как при этом подъемная сила отклоненного оперения направлена вверх и обеспечивает положительную интерференцию вихрей крыла и оперения (рис. 15.18), тем самым увеличивая подъемную силу самолета и его аэродинамическое качество. Кроме того, данная схема позволяет уменьшить запас продольной статической устойчивости самолета и, следовательно, потери на его балансировку, а также обеспечивает меньшее смещение фокуса самолета назад при переходе от дозвуковых скоростей к сверхзвуковым (рис. 15.19).

В то же время самолеты с ПГО имеют существенные недостатки, из-за которых происходит задержка их широкого внедрения.

Во-первых, при балансировке в полете статически устойчивого самолета ПГО отклоняется на положительный угол и имеет большой срыв потока с оперения, который вызывает значительный пикирующий момент и "клевок" самолета — резкое опускание носа.

Считалось также, что использование схемы "утка" позволяет получить большие значения $C_{y_{max}}$ из-за наличия положительной балансировочной силы на оперении. Однако, как показали исследования, с помощью ПГО не удается сбалансировать самолет, у

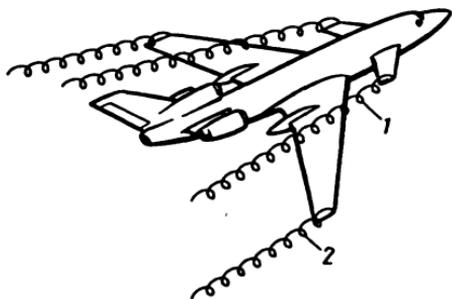
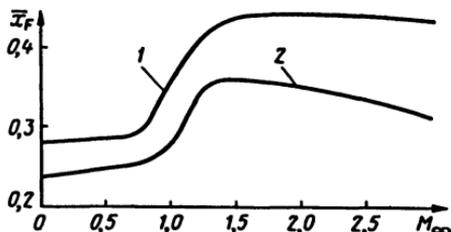


Рис. 15.18. Интерференция вихрей на самолете схемы "утка":

1 — вихрь; 2 — вихрь крыла

Рис. 15.19. Влияние ПГО на смещение фокуса самолета:

1 — без ПГО; 2 — с ПГО



которого $c_{y_{a \max}}$ более 2, что делает невозможным применение высокоэффективных щелевых закрылков. Это объясняется тем, что приращение подъемной силы, возникающее на крыле от действия закрылков, у самолетов схемы "утка" имеет значительно большее плечо действия, чем у самолетов нормальной схемы. Центр масс "утки" расположен на расстоянии $\bar{x}_T \approx (-0,05 \div -0,01)b_A$, т. е. находится впереди крыла, а у самолета обычной схемы $\bar{x}_T \approx (0,2 \div 0,3)b_A$ и находится в пределах хорды крыла. Эффективность рулей высоты, достаточная для горизонтального полета, оказывается недостаточной для компенсации возникающего при этом пикирующего момента. Для устранения этого требуется увеличение ПГО и, как следствие, увеличивается сопротивление и масса конструкции.

Малое плечо действия вертикального оперения и значительный дестабилизирующий момент фюзеляжа "утки" требуют заметно увеличивать (иногда в 2—3 раза) площадь вертикального оперения по сравнению с аналогичным параметром самолета нормальной схемы. Это также ведет к возрастанию сопротивления и массы самолета.

Подводя итог всему сказанному, можно сказать, что для магистральных самолетов такая схема в целом пока проигрывает самолетам нормальной схемы и в основном нашла применение для легких самолетов общего назначения.

15.6. Нетрадиционные летательные аппараты

Ухудшение экологической обстановки, топливно-энергетический кризис и необходимость освоения труднодоступных территорий заставили авиационных специалистов во всем мире искать пути радикального повышения эксплуатационных характеристик летательных аппаратов. Самолетостроение уже достигло столь высокого совершенства, что незначительное повышение аэродинамических и летно-технических характеристик самолета требует немалых финансовых затрат. Тогда и появился интерес к аэростатическим летательным аппаратам (АЛА), которые имеют большие потенциальные возможно-

сти достижения высоких эксплуатационных характеристик, в случае когда не требуются большие скорости полета. Аэростатический способ полета основывается на законе Архимеда. Покажем это.

При равновесии ($V = 0$) из уравнения неразрывности (1.21) получаем $dp/dt = 0$. Это означает, что в принятой системе отсчета поле плотности стационарно, т. е. $\rho = \rho(x, y, z)$.

В случае равновесия уравнения: Эйлера (2.16) и Навье—Стокса (2.13) приводятся к одному и тому же уравнению:

$$\text{grad } p = \rho \bar{F}, \quad (15.4)$$

где \bar{F} — плотность внешних массовых сил.

Если $\bar{F} = 0$, т. е. внешние массовые силы отсутствуют, то $\text{grad } p = 0$ и, следовательно, давление p во всех точках в газе или жидкости одинаково. Этот вывод носит название закона Паскаля.

Рассмотрим равновесие жидкости и газа в поле силы тяжести.

Выберем систему координат, у которой ось z направлена вертикально вверх. Тогда $F_x = F_y = 0$; $F_z = -g$; $dp/dx = dp/dy = 0$. Используя уравнение (15.4), получим

$$\frac{dp}{dz} = -\rho g. \quad (15.5)$$

Из уравнения (15.5) для разности давлений на двух высотах z_1 и z_2 получаем

$$p_2 - p_1 = - \int_{z_1}^{z_2} \rho g dz = - \int_{z_1}^{z_2} \gamma dz, \quad (15.6)$$

где γ — удельный вес жидкости; $\gamma = \rho g$.

Таким образом, под воздействием гравитационных сил давление среды зависит от координаты z — чем она больше, тем давление меньше. Аналогичное явление наблюдается и в атмосфере Земли — с увеличением высоты давление падает.

Перейдем теперь к вычислению сил, действующих со стороны покоящейся среды на помещенные в нее твердые тела. Рассмотрим твердое тело объемом W , ограниченное поверхностью S , полностью погруженное в покоящуюся жидкость или газ (рис. 15.20). Главный вектор, действующий со стороны покоящейся как идеальной, так и вязкой среды на поверхность S ,

$$\bar{R} = \int_S \bar{p}_n dS = - \int_S p \bar{n} dS. \quad (15.7)$$

Найдем полную силу (15.7), действующую на это тело со стороны среды. Для этого воспользуемся следующим соображением: очевидно, что

равновесие окружающей тело среды не нарушится (а значит, и сила \bar{R} не изменится), если мысленно или в действительности заменить объем твердого тела объемом покоящейся среды с распределением плотности и давления, удовлетворяющими уравнениям равновесия. Эта замена позволяет воспользоваться формулой Гаусса—Остроградского для замены поверхностного интеграла объемным [формулы (2.1) и (2.2)].

Сила $\bar{R} = -\int_S p \bar{n} dS = -\int_W \text{grad } p dW = -\int_W \rho \bar{F} dW$. Если \bar{F} сила тяжести и ось z направлены вертикально вверх, то $\bar{F} = -g\bar{k}$ и

$$\bar{R} = \int_W \rho g \bar{k} dW = -\bar{G}, \quad (15.8)$$

где \bar{G} — вес вытесненной среды.

Формула (15.8) выражает закон Архимеда: на тело, погруженное в покоящуюся весомые жидкость или газ, со стороны жидкости или газа действует подъемная сила, равная весу жидкости или газа, вытесненных телом. Сила, действующая со стороны жидкости или газа на тело, направлена вертикально вверх и стремится вытолкнуть его из жидкости. Она называется *гидростатической подъемной силой*, или *силой Архимеда*.

Если полетная масса дирижабля равна m , плотность заполняющего газа ρ_r , а объем оболочки W , то закон Архимеда принимает вид:

$$\rho g W = mg + \rho_r g W. \quad (15.9)$$

Заполняющий оболочку газ необходим для противодействия давления атмосферы и должен быть легче воздуха. Для этой цели может применяться водород, гелий или их смесь.

Формула (15.9) позволяет получить для проектных и эксплуатационных работ связь между полетной массой дирижабля, включающей массу оболочки, двигателей, коммерческой нагрузки, топлива, оборудования, и объемом оболочки:

$$m = (\rho - \rho_r) W.$$

Традиционный дирижабль обладает рядом органических недостатков — необходимость дирижабледрома с причальными мачтами, многочисленной стартовой командой, необходимостью балансировки, уравнивание перед взлетом, проблемы с управляемостью.

Попытки избавиться от этих недостатков привели к появлению комбинированных дирижаблей, использующих для создания подъем-

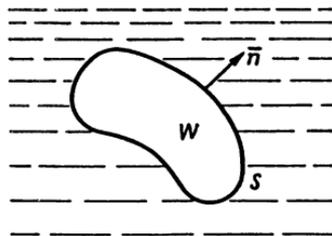


Рис. 15.20. Схема действия подъемной силы

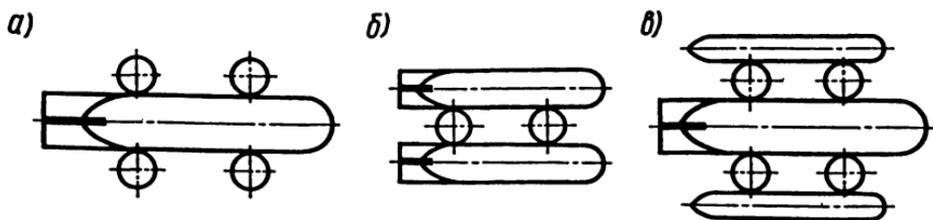


Рис. 15.21. Аэродинамические компоновки вертоstatsов:

a — однобаллонная; *b* — катамаранная; *в* — тримаранная

ной силы не только аэродинамическую силу гелия, но и тягу поворотных воздушных винтов, аналогичных несущим винтам вертолетов. При этом тяга винтов была в 5–6 раз меньше подъемной аэростатической силы.

Однако проблему безаэродромного базирования (и другие указанные проблемы) комбинированные дирижабли не решили, не удалось на этих АЛА и достичь эксплуатационных характеристик вертолета.

Так появилась идея гибрида вертолета и дирижабля — вертоstatsа, в котором аэростатическая сила баллонов немного меньше его веса и примерно равна тяге его несущих винтов. Тяга винтов используется только для подъема и перемещения полезного груза. Вертоstatsы могут иметь грузоподъемность 4–400 т с крейсерской скоростью 150–200 км/ч и дальностью полета до 700 км. Конструктивно они могут выполняться по однобаллонной, катамаранной и тримаранной схемам (рис. 15.21), с различным числом несущих винтов, в качестве которых могут использоваться вертолетные силовые установки.

Наиболее приспособленной является катамаранная схема, позволяющая наиболее просто поместить груз в центре масс вертоstatsа. При этом наибольший интерес представляют варианты катамаранной схемы с двумя или четырьмя несущими винтами, расположенными между аэростатическими оболочками (рис. 15.22).

Аэродинамические характеристики такой схемы на скорости 40 м/с приведены на рис. 15.23.

Кроме того, в этой схеме реализуется эффект полезной интерференции струй, обтекающих баллоны и несущие винты. Это выражается в появлении дополнительной подъемной силы, называемой *подсасывающей силой*. При расположении диска несущих винтов несколько выше центра баллонов дополнительная составляющая подъемная сила может увеличиваться до 30 % тяги несущих винтов на скорости около 30 м/с (рис. 15.24). Однако если из соображений центровки вертоstatsа несущие винты придется опустить ниже центра баллонов, то это может уменьшить подсасывающую силу.

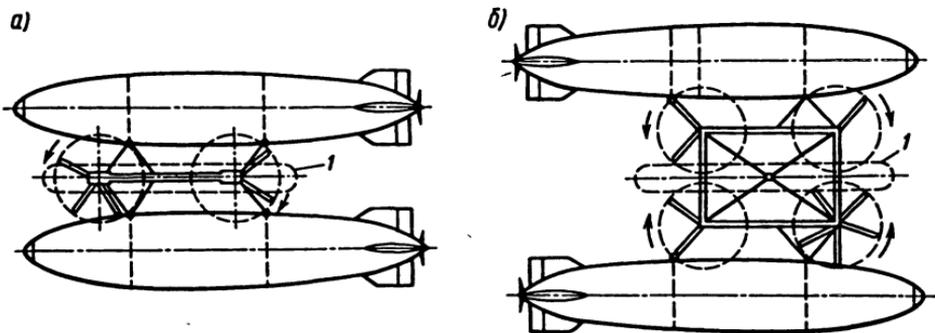


Рис. 15.22. Проекты двух- (а) и четырехвинтового (б) вертолетов (вид сверху):

1 — груз

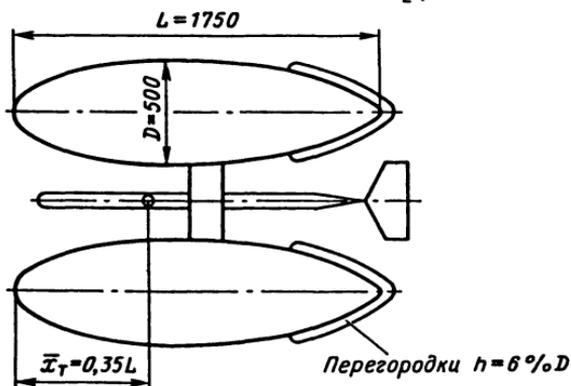
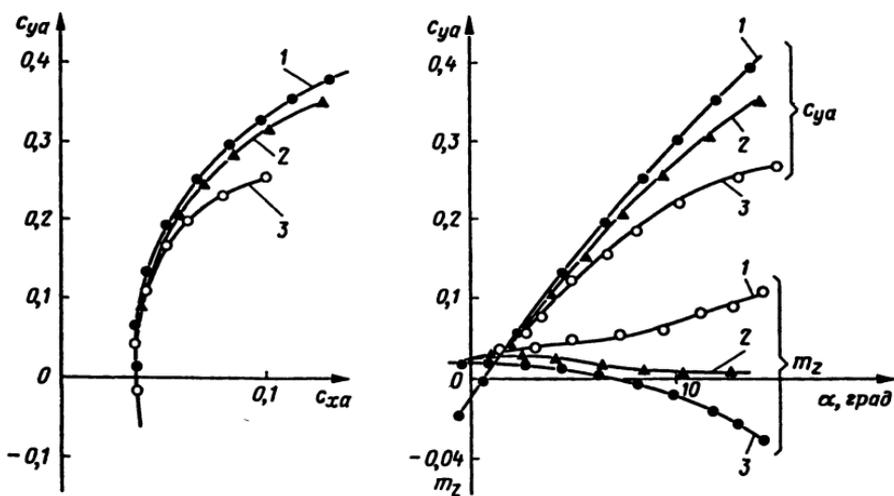


Рис. 15.23. Аэродинамические характеристики модели вертолета:

1 — полная модель; 2 — без ГО; 3 — без ГО и перегородок

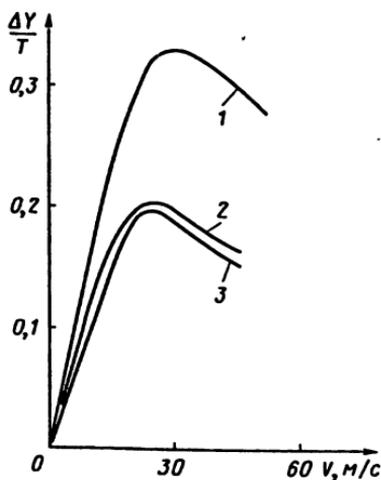


Рис. 15.24. Схема прироста подъемной силы за счет работающих винтов:

1 — катмаранная двухвинтовая; 2 — катмаранная одновинтовая; 3 — однобаллонная

интерференции этих частей. Это повышает аэродинамическое качество в крейсерском полете до $K = 25 \div 30$ и снижает топливную эффективность полета до 14—15 г/(пасс · км). Однако практическая реализация идеи "летающее крыло" связана с решением многих проблем, например взлета и посадки. Отсутствие взлетно-посадочной механизации, а также отрыв от земли или касание на малых углах атаки, близких к нулевому, представляют собой сложную проблему. Кроме того, существуют проблемы устойчивости и управляемости на различных режимах полета, проблемы посадки и высадки пассажиров, проблемы аварийного покидания самолета и др.

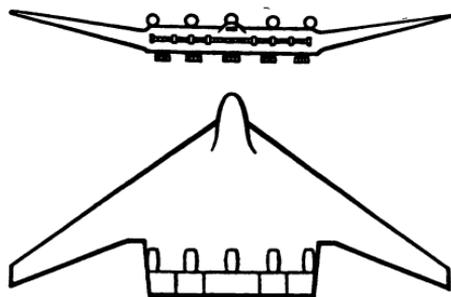


Рис. 15.25. Магистральный пассажирский самолет схемы "летающее крыло"

Особый интерес представляют вертолаты катмаранной схемы с тороидальными аэростатическими баллонами, внутри которых помещены несущие винты. Это создает комбинацию "винт в кольце", суммарная подъемная сила которой может быть в два раза больше по сравнению с силой несущего винта.

Для дальних магистральных самолетов большой пассажирской вместимости наряду с традиционными схемами рассматриваются новые нетрадиционные оригинальные схемы. Одной из них является "летающее крыло" (рис. 15.25). Такая аэродинамическая компоновка не имеет вертикального и горизонтального оперения и поэтому имеет меньшее сопротивление трения, а также и отсутствие сопротивления

В заключение необходимо подчеркнуть, что перспективы развития транспортных летательных аппаратов традиционных и нетрадиционных аэродинамических схем определяются достижениями в области авиационной науки и, в частности, аэромеханики. Здесь поисковые исследования в ключевых направлениях авиационной науки и техники должны опережать создание конкретных самолетов и являться основой для дальнейшего совершенствования авиации.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Аэродинамика боевых летательных аппаратов и гидравлика их систем / Под ред. М. И. Ништа. М.: ВВИА им. проф. Н. Е. Жуковского, 1994. 570 с.
- Аэродинамика и динамика полета магистральных самолетов / Под ред. Г. С. Бюшгенса. М.: ЦАГИ АВИА — Изд-во КНР, 1995. 772 с.
- Аэродинамика летательных аппаратов / Под ред. Г. А. Колесникова. М.: Машиностроение, 1993. 543 с.
- Аэромеханика самолета / Под ред. А. Ф. Бочкарёва и В. В. Андреевского. М.: Машиностроение, 1985. 357 с.
- Бехтир В. П., Ржевский В. М., Ципенко В. Г. Практическая аэродинамика самолета Ил-76 ТД. М.: Воздушный транспорт, 1995. 184 с.
- Бехтир В. П., Ржевский В. М., Ципенко В. Г. Практическая аэродинамика самолета Ту-154М. М.: Воздушный транспорт, 1997. 286 с.
- Бехтир В. П., Ципенко В. Г. Практическая аэродинамика самолета Ил-86. М.: Воздушный транспорт, 1993. 175 с.
- Васин И. С., Егоров В. И., Муравьев Г. Г. Аэродинамика самолета Ил-76Т. М.: Транспорт, 1983. 165 с.
- Гаухман Я. Н., Касторский В. Е., Логачев Ю. Г., Стадник И. В. Аэродинамика и динамика полета транспортных летательных аппаратов. Книга первая. Аэродинамика. Рига: Изд-во РКИИГА, 1968. 457 с.
- Кочин И. Е., Кибель И. А., Розе Н. В. Теоретическая гидромеханика. — Ленинград: ОГИЗ, 1948. 536 с.
- Ламб Г. Гидромеханика. Ленинград: Гостехиздат, 1947. 938 с.
- Микинелов А. Л., Чепига В. Е. Оптимизация летной эксплуатации. М.: Воздушный транспорт, 1992. 188 с.
- Мхитарян А. М. Аэродинамика. М.: Машиностроение, 1976. 428 с.
- Николаев Л. Ф. Аэродинамика и динамика полета транспортных самолетов. М.: Транспорт, 1990. 392 с.
- Остославский И. В. Аэродинамика самолета. М.: Оборонгиз, 1957. 560 с.
- Седов Л. И. Механика сплошной среды. Т.1. М.: Наука, 1973. 200 с.
- Скрипниченко С. Ю. Оптимизация режимов полета по экономическим критериям. М.: Машиностроение, 1988. 153 с.
- Трунов О. К. Обледенение самолетов и средства борьбы с ним. М.: Машиностроение, 1965. 157 с.
- Ударцев Е. П. Динамика пространственного сбалансированного движения самолета. Киев: КИИГА, 1989. 115 с.
- Экономия авиатоплива в летной эксплуатации / Под ред. С. Ю. Скрипниченко. М.: Транспорт, 1991. 240 с.

ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

А

- Автомодельность 66
- Адаптивное крыло 189
- Аэродинамика 3
- Аэродинамическая компенсация 181
 - компоновка 215
 - схема самолета 121
- Аэродинамическое качество 138
- Аэростатика 3
- Аэроупругость 236

Б

- Базовая плоскость самолета 144
 - — крыла 145
- Балансировка самолета 232

В

- Вертикальные законцовки крыла 153
- Вертокат 278
- Виды обледенения 247
- Вихревая линия 16
 - трубка 16
- Вихревое влияние 21
- Вихрь П-образный 148
 - свободный 148
 - присоединенный 142
- Внутренняя энергия 12
- Волновое сопротивление 132
- Волновой кризис 132
- Вогнутость профиля 123
- Вязкий подслей 99

Г

- Газодинамические переменные 4
- Гасители подъемной силы 184
- Гидростатическая подъемная сила 277
- Граничные условия 42

Д

- Движение частицы воздуха:
 - вращательное 26, 27
 - деформационное 28
 - поступательное 23
- Дивергенция скорости 14
- Динамическое взаимодействие 4
- Донное сопротивление 198

Ж

- Жуковского—Чаплыгина постулат 150

З

- Закон трения Ньютона 106
- Закрылок 183

И

- Изоэнтропическое течение газа 12
- Интеграл Коши—Лагранжа 36
 - Бернулли 37
- Индуктивное сопротивление 151
- Интенсивность вихря 30
 - скачка уплотнения 93
 - ливневых осадков 250
- Интерференция аэродинамическая 216
- Интерцептор 172

К

- Комбинированное управление ламинарным обтеканием 261
- Конфигурация самолета 183
- Конус Маха 20
- Коэффициент:
 - восстановления полного давления 93
 - давления 58
 - запаса 245
 - интенсивности сдува 264
 - интерференции 219, 222
 - мощности винта 205
 - отвала полярны 151
 - относительной эффективности руля 176
 - полезного действия винта 205
 - — — относительный 206
 - скорости винта 456
 - сопротивления трения пластины 108
 - шарнирного момента 180
 - трения местный 59
 - тяги винта 205
 - эффективности руля 177
- Коэффициент аэродинамического момента:
 - крена 115
 - рыскания 115
 - тангажа 120
- Коэффициент аэродинамической силы:
 - боковой 113
 - нормальной 113
 - подъемной 113, 117, 119
 - поперечной 113
 - продольной 113
- Коэффициент сопротивления:
 - волнового 163
 - волнового нулевого 163
 - донного 199
 - индуктивного 151
 - индуктивно-волнового 163
 - из-за срыва потока 163

лобового 113
профильного 137
Критическая точка 73
Кромка 123

Л

Ламинаризация пограничного слоя 261
Линия вихревая 30
— *n* процентов хорд 146
— тока 24
Лопасть винта 199

М

Маховое движение лопасти несущего винта 213
Механизация энергетическая 263
Модель аэродинамики математическая 225
Моделирование 45
Мощность винта 205

Н

Напор скоростной 55
Напряжение касательное 4
— нормальное 4
— трения 60
Несущая поверхность 120

О

Ось связанной системы координат:
нормальная 50
поперечная 50
продольная 50
Ось скоростной системы координат:
боковая 51
подъемной силы 51
скоростная 51
Отрыв пограничного слоя 115
— — — диффузорный 129
— — — волновой 130

П

Параметры критические 81
— торможения 75
Плотность 5
Площадь крыла 144
— отметаема винтом 201
Поверхность вытеснения 152
Пограничный слой:
ламинарный 98
смешанный 100
турбулентный 98
Поляра второго рода 135
— первого рода 135
Поступь винта 202
— — — относительная 203

Правило площадей сверхзвуковое 224
— — трансзвуковое 224
Предкрылок 183
Профиль крыла 122
— ламинаризированный 138
— сверхкритический 132

Р

Радиус сечения лопасти 201
Распределение давления по профилю 126
Реверс элеронов 171
Ротор скорости 14
Риблеты 263

С

Серийная диаграмма винтов 205
Сечение лопасти 201
— контрольное 201
Сжимаемость 18
Сила:
Архимеда 277
аэродинамическая 49
лобового сопротивления 52
индуктивного сопротивления 151
подсасывающая 143
Скачок уплотнения:
головной 87
косой 89
криволинейный 87
лямбдаобразный 90
отсоединенный криволинейный 89
присоединенный 89
прямой 89
хвостовой 89
Скоростной напор 43
Скорость критическая 81
— приведенная 83
— скаса потока 149
След 97
Сопло Лавая 80
Сопротивление давления 118
Стандартная атмосфера 5
Степень турбулентности 64
— шероховатости 112
Суперциркуляция 263

Т

Тело вращения 120
Тело вытеснения 128
Тензор:
внутренних напряжений 23
вращения 12
деформации 12
скоростей деформации 12
Теорема:
Жуковского 142
импульсов 40

Коши—Гельмгольца 12
Остроградского—Гаусса 14
Стокса 14

Течение (движение):
вихревое 17
дозвуковое 67
изоэнтропическое 69
неустановившееся 12
одномерное 14
осесимметричное 43
плоскопараллельное 43
потенциальное 18
сверхзвуковое 67
транзвуковое 67
установившееся 12

Толщина:
вытеснения 103
пограничного слоя 96
потери импульса 104
профиля максимальная 123

Топливная эффективность полета 253

Точка критическая 73
— перехода 101

Транспортная работа 253

Трубка тока 13

Тяга винта 205

У

Угол:
азимута лопасти несущего винта 213
крена 51
Маха 84
поворота потока 87
поперечного V крыла 147
притекания струй 204
скольжения 51
скоса потока 149
стреловидности крыла местный 146
установки лопасти 201

Угол атаки 51
— наклона скачка уплотнения 90
— отклонения:
закрылков 104
предкрылков 104
руля высоты 107
— направления 107
управляемого стабилизатора 107
элеронов 104

Ударная волна 56

Удлинение крыла 148
— — фиктивное 190
— — эффективное 223

Уравнение:
Бернулли 36
Гюгонио 79
изоэнтропии 69
Навье—Стокса 31
неразрывности 17
состояния (Клапейрона—Менделеева) 5, 68

Эйлера 33
Эйлера в форме Громеки—Лэмба 33
энергии 71

Ф

Фокус аэродинамический крыла 168
— — профиля 140
Форма крыла в плане наивыгоднейшая 151
Формула Био—Савара 21
Формулы подобия 55, 57

Х

Характеристика режима работы несущего винта 213
Хорда профиля 123
— крыла средняя аэродинамическая 145
— — — геометрическая 145

Ц

Центр давления 139
Циркуляция скорости 14

Ч

Число:
Маха 62
— критическое 130
Рейнольдса 61
— критическое 100
Струхала 65
Фруда 63

Ш

Шаг винта 202
— сечения лопасти 202
Шарнирный момент 179
Шероховатость:
абсолютная 110
зернистая 110
относительная 110
поверхности 110
точечная 110
цилиндрическая (двумерная) 111

Э

Элероны 171
— дифференциальные 179
Энергетические системы улучшения аэродинамических характеристик 260
Энтальпия 77
Энтропия 67
Эффект Коанда 266
Эффективность закрылка 185
— руля 177

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение	3
Раздел I	
ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ АЭРОМЕХАНИКИ	
Глава 1. Кинематика сплошной среды.	8
1.1. Основные гипотезы механики сплошной среды	8
1.2. Переменные Эйлера и Лагранжа	9
1.3. Деформация и скорость деформации.	10
1.4. Термины механики сплошной среды.	12
1.5. Уравнение неразрывности	16
1.6. Безвихревое и вихревое движение	17
Глава 2. Основные уравнения аэродинамики.	22
2.1. Силы и моменты в механике сплошной среды	22
2.2. Уравнения движения сплошной среды	24
2.3. Виды сплошной среды.	28
2.4. Уравнения Навье—Стокса	30
2.5. Уравнения движения вязкой несжимаемой изотропной жидкости	32
2.6. Уравнения движения идеальной жидкости	32
2.7. Взаимодействие жидкостей и газов с обтекаемыми телами	39
2.8. Постановка задач аэродинамики	42
Глава 3. Аэродинамическое подобие.	45
3.1. Теория подобия физических явлений	45
3.2. Основы аэродинамического подобия.	47
3.3. Аэродинамические силы и моменты. Системы координат	49
3.4. Переход от модели к натурному объекту. Аэродинамические коэффициенты.	53
3.5. Критерии подобия.	59
Глава 4. Течения газов с большими скоростями	66
4.1. Изэнтропические одномерные течения газов	66
4.2. Уравнение энергии	69
4.3. Параметры торможения	73
4.4. Скорость звука и максимальная скорость	76
4.5. Движение сжимаемого газа в струйке переменного сечения. Сопло Лаваля	78
4.6. Слабые возмущения и скачки уплотнения	83
4.7. Газодинамические переменные за скачком уплотнения	90
Глава 5. Пограничный слой.	95
5.1. Понятие пограничного слоя	95
5.2. Профиль скорости и условные толщины пограничного слоя	101
5.3. Соппротивление трения плоской пластины	105
5.4. Влияние шероховатости поверхности на характеристики пограничного слоя.	110

5.5. Отрыв пограничного слоя	114
5.6. Парадокс Даламбера—Эйлера	117

Раздел 2

АЭРОДИНАМИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЧАСТЕЙ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

Глава 6. Аэродинамические характеристики профиля	120
6.1. Понятие об аэродинамических характеристиках	120
6.2. Геометрические характеристики профиля	122
6.3. Переход от динамического взаимодействия к аэродинамическим коэффициентам	123
6.4. Распределение давления по профилю	126
6.5. Аэродинамические характеристики профиля	133
6.6. Влияние формы и условий обтекания на аэродинамические характеристики профиля.	140
6.7. Теорема Жуковского о подъемной силе профиля.	142
Глава 7. Аэродинамические характеристики крыла.	144
7.1. Геометрические характеристики	144
7.2. Индуктивное сопротивление.	147
7.3. Влияние стреловидности и удлинения крыла на волновой кризис. Критическое число Маха крыла	154
7.4. Несущие свойства	158
7.5. Поляра	163
7.6. Моментные характеристики	168
Глава 8. Аэродинамические характеристики оперения и рулей	170
8.1. Оперение и рули. Геометрические характеристики	170
8.2. Распределение давления по профилю с отклоненным рулем и интерцептором	173
8.3. Аэродинамические характеристики оперения с отклоненным рулем. Несущие свойства	175
8.4. Поляра оперения с отклоненным рулем	178
8.5. Шарнирный момент.	179
8.6. Аэродинамическая компенсация.	181
Глава 9. Механизация крыла	182
9.1. Виды механизации крыла. Геометрические характеристики.	182
9.2. Распределение давления по профилю с отклоненной механизацией	185
9.3. Аэродинамические характеристики крыла с отклоненной механизацией	187
9.4. Влияние близости земли на аэродинамические характеристики крыла.	190
Глава 10. Аэродинамические характеристики тел вращения	192
10.1. Геометрические характеристики	192
10.2. Распределение давления по поверхности тел вращения	194
10.3. Аэродинамические характеристики	195

Глава 11. Аэродинамические характеристики воздушных винтов	199
11.1. Геометрические характеристики	199
11.2. Кинематические характеристики	201
11.3. Аэродинамические характеристики	205
11.4. Подбор винта к самолету	209
11.5. Особенности аэродинамики несущего винта	211

Раздел 3

АЭРОДИНАМИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

Глава 12. Аэродинамические характеристики самолета	215
12.1. Аэродинамическая компоновка	215
12.2. Аэродинамическая интерференция	216
12.3. Влияние интерференции на подъемную силу самолета	217
12.4. Влияние интерференции на сопротивление самолета	221
12.5. Расчет аэродинамических характеристик самолета	225
12.6. Аэродинамическое качество самолета	229
12.7. Влияние балансировки на аэродинамические характеристики	232
12.8. Влияние упругих деформаций на аэродинамические характеристики	235
Глава 13. Влияние аэродинамических характеристик на безопасность полетов	243
13.1. Сваливание самолета	243
13.2. Ограничение аэродинамических характеристик	245
13.3. Влияние обледенения на аэродинамические характеристики самолета	246
13.4. Влияние ливневых осадков на аэродинамические характеристики самолетов	250
Глава 14. Влияние аэродинамических характеристик на экономичность полетов	253
14.1. Топливная эффективность полета	253
14.2. Влияние аэродинамического качества на топливную эффективность полета	255
Глава 15. Аэродинамические особенности перспективных дозвуковых летательных аппаратов	259
15.1. Общие положения	259
15.2. Самолеты с энергетическими системами улучшения аэродинамических характеристик	260
15.3. Самолеты с адаптивным крылом	268
15.4. Самолеты с крылом обратной стреловидности	272
15.5. Самолеты схемы "утка"	274
15.6. Нетрадиционные летательные аппараты	275
Список литературы	281
Предметный указатель	282

Учебник

**Владимир Михайлович Гарбузов,
Александр Леонидович Ермаков,
Михаил Семенович Кубланов,
Владимир Григорьевич Ципенко**

АЭРОМЕХАНИКА

Переплет художника *С. Н. Орлова*
Технический редактор *М. А. Шуйская*
Корректор *В. А. Луценко*

Изд. лиц. № 010163 от 21.02.97. Подписано в печать 09.02.00.
Формат 60x84 1/16. Усл. печ. л. 16,74. Уч.-изд. л. 16,83. Тираж 1500 экз.
Заказ 905С 009. Изд. № 1-1-1/7 № 6945
Государственное унитарное предприятие ордена "Знак Почета"
издательство "Транспорт", 107078, Москва, Новая Басманная ул., 10

АООТ "Политех-4",
129110, Москва, Б. Переяславская ул., 46

ISBN 5-277-02146-9



9 785277 021460

