# ТЕРМО В.К. Щукин ДИНАМИКА И ТЕПЛО ПЕРЕДАЧА

# ТЕРМО • В. К. Щукин ДИНАМИКА И ТЕПЛО • ПЕРЕДАЧА

издание третье, переработанное

Допущено Государственным комитетом СССР по народному образованию в качестве учебника для студентов авиационных специальностей высших учебных заведений



Москва «Высшая школа» 1991 ББК 31.31 M92 УЛК 621.1.016.7

> Рецензент — д-р техн. наук, проф. А. П. Меркулов (Куйбышевский авиационный институт им. академика С. П. Королева)

### Мухачев Г. А., Щукин В. К.

Термодинамика и теплопередача: Учеб. для авиац. вузов.— M92 3-е изд., перераб. — М.: Высш. шк., 1991. — 480 с.: ил.

ISBN 5-06-001910-1

В учебнике изложены основные законы термодинамики, термодинамические процессы, сведения о реальных газах и парах, основные положения химической процессы, сведения о реальных газах и парах, основные полжения химическом термодинемники, основные понятия и законы теория теплообмена, современные методы расчета процессов теплообмена, сообенности теплообмена в авиационной и ракетно-космической технике, способы тепловой защиты конструкций.

В 3-м издании (2-е — 1975 г.) переработана методика изложения некоторых разделов в связи с развитием авиационной и ракетной техники, приведены новые

результаты исследований теплообмена, сокращен устаревший материал.

2203020000(4309000000)-308 145-91 001(01)-91

ББК 31.31 6П2.2

### Учебное издание

Мухачев Геннадий Алексеевич, Щукин Виктор Константинович

### ТЕРМОДИНАМИКА И ТЕПЛОПЕРЕДАЧА

Заведующий редакцией А. В. Дубровский. Редактор Л. Н. Шатунова. Младший редактор Т. Ф. Артюхина. Художник В. В. Гарбузов. Художественный редактор В. В. Щербаков. Технический редактор Л. Ф. Попова. Корректор Р. К. Косинова ИБ № 8961

Изд. № ОТ-743. Сдано в набор 04.12.90. Подп. в печать 17.05.91. Формат 60×88<sup>1</sup>/18. Бум. офс. № 2. Гарнитура литературная. Печать офсетная. Объем 29,40 усл. псч. л. 29,40 усл. кр.-отт. 28,71 уч.-изд. л. Тираж 9000 экз. Зак. № 761. Цена 2 р. 10 к.

Издательство «Высшая школа», 101430, Москва, ГСП-4, Неглинная ул., д. 29/14. Московская типография № 8 Госкомпечати СССР, 101898, Москва, Хохловский пер., 7.

ISBN 5-06-001910-1

© Г. А. Мухачев, В. К. Щукин, 1991

### ПРЕДИСЛОВИЕ

Предлагаемая книга построена в соответствии с учебной программой по термодинамике и теории теплообмена для авиационных вузов и отражает специфику задач, стоящих перед будушими специалистами.

В первой части учебника излагаются основные законы термодинамики, термодинамические процессы, реальные газы и пары, рассматриваются циклы двигателей внутреннего сгорания, газотурбинных установок и реактивных двигателей; даются основные положения химической термодинамики, необходимые для построения теории горения.

Во второй части учебника наряду с общими положениями учения о теплообмене главное внимание уделено явлениям теплообмена в авиационной и ракетной технике: процессам теплоотдачи при больших скоростях газа, вопросам теплообмена в разреженных потоках, в условиях подвода инородного газа в пограничный слой и т. п.

При подготовке третьего издания авторы стремились сохранить прежний объем книги, поэтому введение новых разделов сопровождалось изъятием материала, имеющего второстепенное значение. Внесены следующие изменения.

В первой части третьего издания учебника рассмотрен первый закон термодинамики для открытых систем; введен параграф об аксиоматике второго закона термодинамики, включены сведения о необратимых процессах в изолированной системе; переработана глава о циклах двигателей с введением в нее цикла Стирлинга и циклов газотурбинных двигателей, включая цикл двухконтурного газотурбинного двигателя; в разделе химической термодинамики рассмотрены вопросы энергетики процессов горения и даны краткие сведения о растворах.

Во второй части книги рассмотрены сведения о численных методах решения задач теплопроводности, даны краткие сведения о теориях турбулентности, интегральных методах решения задач конвективного теплообмена, о влиянии внешней турбулентности,

нестационарности и присутствия конденсированных частиц на интенсивность теплоотдачи, о тепловых трубах и теплообменниках на тепловых трубах, о методах интенсификации теплоотдачи.

Раздел «Термодинамика» написан Г. А. Мухачевым, раздел

«Теория теплообмена» — В. К. Щукиным.

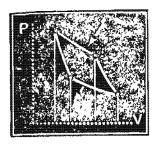
Авторы выражают глубокую признательность коллективам теплотехнических кафедр Уфимского авиационного, Харьковского авиационного, Московского энергетического, Пермского политехнического, Уральского политехнического и Казанского химико-технологического институтов за отзывы на второе издание учебника, содержащие критические замечания и пожелания, большинство из которых учтены при подготовке третьего издания.

Авторы благодарны преподавателям кафедры теплотехники Куйбышевского авиационного института и ее заведующему проф. А. П. Меркулову за замечания и пожелания, направленные на улучшение учебника, а также сотрудникам кафедры теоретических основ теплотехники Казанского авиационного института за помощь

в подготовке учебника к печати.

Авторы заинтересованы в широкой оценке опыта создания краткого учебника и просят читателей присылать свои отзывы о книге по адресу: 101430, Москва, ГСП-4, ул. Неглинная, д. 29/14, издательство «Высшая школа».

Авторы



# Термодинамика

### введение

Все явления и процессы в природе представляют собой различные формы движения материи. Ф. Энгельс говорил: «Движение, рассматриваемое в самом общем смысле слова, т. е. понимаемое как способ существования материи, как внутренне присущий материи атрибут, обнимает собой все происходящие во вселенной изменения и процессы, начиная от простого перемещения и кончая мышлением» \*.

Каждое тело, каждая небольшая масса материи обладает определенным запасом внутренней энергии, определяющим то или иное его состояние; этой энергией данное тело может обмениваться с другими телами, и этот обмен представляет собой те процессы, которые происходят в природе.

В процессах и явлениях природы энергия тел преобразуется из одного вида в другой. Горение топлива — преобразование химической энергии в теплоту; в паровом котле эта теплота передается от продуктов сгорания воде, которая превращается в пар, теплота пара в паровой турбине превращается в механическую работу, в генераторе электрического тока механическая работа превращается в электрическую энергию, которая передается потребителям.

У потребителя происходит обратное превращение: в электромоторах электрическая энергия превращается в механическую ра-

<sup>\*</sup> Маркс К., Энгельс Ф. Соч, 2-е изд. Т. 20. С. 391.

боту, в осветительных приборах — в световую (лучистую) энергию, в электронагревателях — в теплоту, которая идет на изменение внутренней энергии окружающей среды.

Все виды энергии имеют огромное значение в жизни человека, и поэтому законы их взаимопревращения требуют самого тщательного изучения, так как только знание этих законов позволяет с наибольшей эффективностью и с наиболее высоким коэффициентом полезного действия использовать энергию в жизни.

Наука, занимающаяся изучением законов взаимопреобразования и передачи энергии, называется термодинамикой. Следовательно, термодинамика в наиболее общем смысле представляет собой науку об энергии. Исторически термодинамика возникла в результате изучения превращения теплоты и работы в тепловых машинах; этот раздел термодинамики называется технической термодинамикой. Изучением химических процессов с термодинамической точки зрения занимается химическая термодинамика.

Термодинамика рассматривает тела, состоящие из большого количества молекул (системы), и в ее классическом виде не принимает во внимание поведение и свойства отдельных молекул, взаимодействие между ними, энергетические превращения внутри тел. С точки зрения современной физики классическая термодинамика явно недостаточна, несмотря на ее большое значение в описании многочисленных явлений и общих выводов, которые делаются на основании законов, составляющих фундамент этой науки. Здание, воздвигнутое на этом фундаменте, приводит к важным результатам в отношении физических свойств систем и процессов в них.

Оценкой поведения отдельных молекул занимается молекулярно-кинетическая теория вещества, которая обосновывает результаты термодинамики. Поведением систем, состоящих из большого числа частиц, занимается статистическая физика, которая определяет свойства систем (тел) математическими методами, основанными на теории вероятности.

И молекулярно-кинетическая теория вещества, и статистическая физика являются теоретической базой термодинамики.

Исторически термодинамика развивалась как теория тепловых машин, т. е. изучались только преобразования теплоты и механической работы. Этот путь был продиктован потребностями развивающейся промышленности, нуждавшейся в мощных двигателях с высоким коэффициентом полезного действия. Исследование работы тепловых двигателей было основано на применении метода круговых процессов (циклов).

В химической термодинамике при изучении фазовых переходов, условий равновесия физико-химических систем метод циклов должен быть дополнен методом термодинамических потенциалов.

Знаний, которые давала существующая до сего времени классическая термодинамика, оказалось недостаточно для изучения но-

вых сложных тепловых процессов и исследований новых рабочих тел, применяющихся в современной технике. Появилась термодинамика сложных термодинамических систем.

В 50-х годах текущего столетия был разработан новый раздел термодинамики — термодинамика необратимых процессов. Исследования, проводимые методами термодинамики необратимых процессов, позволяют изучать медленные необратимые процессы (теплопроводность, диффузию и др.), исследовать термоэлектрические и термодиффузионные процессы, процессы молекулярного переноса. Термодинамика необратимых процессов позволяет значительно расширить и уточнить области применения термодинамических исследований. На базе термодинамики необратимых процессов, теории информации и теории устойчивости появилась наука синергетика.

Открытие нового состояния вещества — плазмы, которая в ближайшем будущем будет широко применяться в некоторых областях техники благодаря ее замечательным свойствам, например электропроводности (МГД-генераторы, термоядерные реакторы), настоятельно требует тщательного изучения ее теплофизических свойств. Появился новый раздел термодинамики с новыми методами исследования — термодинамика плазмы.

Мало изучены вопросы термодинамических свойств и процессов реагирующих газовых смесей; между тем повышение температур в камерах сгорания и других аппаратах заставляет такие явления изучать весьма основательно.

Также необходимо более широкое термодинамическое изучение газовых потоков с фазовыми превращениями течения диссоциированных газовых смесей, ионизированных газов и т. д.

### Основания термодинамики

В раздел входят общие положения о построении термодинамики как науки: основные понятия; связь между параметрами, характеризующими состояние термодинамической системы; законы термодинамики; термодинамические процессы и их анализ; реальные газы и пары; изменение агрегатного состояния вещества.

### ГЛАВА 1

### ТЕРМОДИНАМИЧЕСКАЯ СИСТЕМА И ЕЕ СОСТОЯНИЕ

В главе дается понятие термодинамической системы, рассматриваются параметры, характеризующие состояние системы, связь между параметрами в виде термического уравнения состояния, приводятся сведения о смесях идеальных газов.

### § 1.1. ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ

Под термодинамической системой\* понимают тело или совокупность тел, выделенных из материального мира и являющихся объектами исследования.

Система имеет определенные границы, отделяющие ее от окружающей среды. Эти границы могут быть как реальными (газ в резервуаре, граница раздела фаз), так и чисто условными, в виде контрольной поверхности.

Система может быть либо гомогенной (однородной), обладающей одними и теми же свойствами, либо гетерогенной, состоящей из нескольких разнородных частей (веществ) или веществ в различных агрегатных состояниях. Гомогенные части гетерогенной системы, отделенные от остальной ее части видимыми границами (поверхностями раздела), называются фазами.

В термодинамическом методе исследования, выделяя термодинамическую систему из окружающей среды, оценивают воздействия, оказываемые окружающей средой на систему либо самой системой (вследствие происходящих в ней изменений) на окружающую среду. Эти воздействия сводятся к обмену энергией и веществом.

Независимая система, которая совершенно не взаимодействует с окружающей средой, называется изолированной.

Если система не обменивается с окружающей средой энергией в форме теплоты, то такую систему называют теплоизолированной или адиабатной.

Если энергообмен между системой и окружающей средой происходит в форме теплоты и механической работы, то такая система называется термомеханической.

Система, изолированная от окружающей среды таким образом, что не может обмениваться с ней веществом, называется закрытой, обменивающаяся веществом — открытой.

Процессы превращения теплоты в работу и процессы превращения работы в теплоту заданного потенциала, реализуемые в тепловых машинах, осуществляются термодинамической системой—так называемым рабочим телом, которое изменяет в этих процессах свое физическое состояние.

В термодинамике постулируется, что изолированная система с течением времени всегда приходит в состояние термодинамического равновесия и никогда самопроизвольно выйти из него не может. Равновесное состояние термодинамической системы характеризуется при постоянных внешних условиях неизменностью параметров во времени и отсутствием в системе потоков вещества, энергии, импульса, заряда и т. п.

Макроскопическое равновесие устанавливается в результате движения материальных частиц системы: это же движение обес-

<sup>\*</sup> В дальнейшем для краткости используется термин «система»,

печивает существование состояния равновесия. Так, равновесное давление в газе или жидкости существует лишь при непрерывной подаче импульсов в результате соударения молекул о стенки сосуда, а постоянная температура в газе обусловлена постоянством средней кинетической энергии движущихся молекул. Факт установления термического равновесия приводит к доказательству параметра температуры и позволяет определять ее путем измерений. При этом используют экспериментальный закон, по которому две системы, находящиеся порознь в термическом равновесии с третьей системой, находятся в термическом равновесии между собой. Значит, системы должны иметь одинаковый параметр, характеризующий термическое состояние системы. Этим параметром является температура, которая для этих трех систем в состоянии равновесия должна быть одинакова.

Высказанное выше положение носит название «нулевого» закона термодинамики.

Если система переходит из одного состояния в другое, то процесс перехода представляет собой термодинамический процесс. Под термодинамическим процессом понимают изменение состояния системы, которое возникает в ней под влиянием внешних воздействий \*.

Все процессы, происходящие в термодинамической системе, можно разделить на равновесные и неравновесные.

Равновесными называются такие процессы, в которых система проходит ряд последовательных равновесных состояний. Если процесс протекает настолько медленно, что в каждый момент времени успевает установиться равновесие, то такой процесс носит название квазистатического. В квазистатическом процессе система и окружающая среда в каждый момент времени находятся в квазиравновесных состояниях. Квазистатические процессы обладают свойством обратимости, т. е. в них может быть изменено направление процесса на обратное.

Неравновесными называются такие процессы, при протекании которых система не находится в состоянии равновесия. В неравновесном процессе различные части системы имеют различную температуру, давление, плотность, концентрацию и т. д.

Процесс перехода системы из неравновесного состояния в равновесное называется *релаксацией*, а время перехода в состояние равновесия — временем релаксации.

Равновесное состояние термодинамической системы не меняется во времени. Отметим, что неизменность параметров в состоянии равновесия не обусловлена каким-либо внешним воздействием или процессом. В отличие от равновесного в стационарном состоя-

<sup>\*</sup> В ряде случаев в изолированной системе возможно возникновение процесса в результате неравновесного поля какого-либо потенциала, например химического, который вызывает перемещение вещества из одной части системы в другую.

нии постоянство во времени параметров системы во всех ее частях поддерживается с помощью каких-либо процессов.

Каждое равновесное состояние системы характеризуется определенными физическими величинами— равновесными параметрами состояния. (В неравновесном состоянии термодинамическая система также имеет определенные параметры, как, например, энергию системы.)

Параметры состояния, описывающие поведение системы, могут быть подразделены на внешние и внутренние. Внешние параметры характеризуют положение (координаты) системы во внешних силовых полях и скорость изменения ее положения. Внутренние параметры определяют внутреннее состояние системы. К ним относятся давление, температура, объем и др.

Внутренние параметры подразделяются на интенсивные и экстенсивные. Интенсивные параметры не зависят от размеров (массы) системы, например давление и температура системы не изменяются, если мы разделим систему на несколько частей. К интенсивным параметрам относятся и удельные величины — удельный объем, удельная теплоемкость и т. д. Экстенсивные параметры зависят от количества вещества в системе. К ним можно отнести общий объем системы, массу и т. д.

В термодинамике существует подразделение параметров на термические (давление, температура, удельный объем, термические коэффициенты) и калорические — энергетические параметры (внутренняя энергия, энтальпия, энтропия, удельная теплоемкость, удельные скрытые теплоты фазовых переходов и т. д.).

Равновесное состояние термодинамической системы определяется совокупностью внешних и внутренних параметров. Если система переходит из одного состояния в другое, то в процессе изменяются как внешние параметры, характеризующие окружающую среду, так и внутренние, характеризующие изучаемую систему.

### § 1.2. ТЕРМИЧЕСКИЕ ПАРАМЕТРЫ

Для характеристики конкретных условий, в которых находится данная система (вещество), или процесса, идущего в системе, необходимо прежде всего знать такие распространенные внутренние параметры, как давление, температура, удельный объем или плотность.

Давление. Давлением называется величина, численно равная силе, действующей по нормали к поверхности тела и отнесенной к единице площади этой поверхности.

Согласно молекулярно-кинетической теории давление газа, пара или жидкости является результатом ударов хаотически и непрерывно движущихся молекул и определяется по формуле

$$p = n \frac{m \overline{w^2}}{3} = \frac{2}{3} \frac{N_A}{\mu v} \frac{m \overline{w}^2}{2}, \qquad (1.1)$$

где n— число молекул вещества в 1 м³; m— масса молекулы, кг;  $\overline{w}^2$ — средняя квадратичная скорость молекул, м/с;  $N_{\rm A}$ =6,02 $\times$   $\times$ 10<sup>26</sup> кмоль<sup>-1</sup>— число Авогадро (число молекул в количестве вещества 1 кмоль) \*;  $\mu$ — молярная масса вещества, кг/кмоль;  $\mu v$ — молярный объем вещества, м³/кмоль.

Уравнение (1.1) называется основным уравнением кинетической теории газов. Оно устанавливает связь между молекулярными величинами, такими, как масса и скорость молекул, и давлением, характеризующим газ как целое и непосредственно измеряемым в опыте. Так как давление газа определяется средней кинетической энергией его молекул в поступательном движении и их числом в единице объема, то давление можно рассматривать как статистическую величину.

Соотношение (1.1) получено для простой модели, где молекулы газа можно рассматривать как твердые упругие шарики незначительного размера, силы притяжения между которыми отсутствуют, а силы отталкивания появляются только при непосредственном столкновении молекул друг с другом или молекулами стенок сосуда. Движение молекул подчиняется законам классической механики Ньютона. Значительно разреженный газ, молекулы которого обладают перечисленными свойствами модели, называют в молекулярно-кинетической теории идеальным газом. Единица давления в СИ — паскаль. Паскаль равен давлению, вызываемому силой 1 H, равномерно распределенной по поверхности площадью 1 м², перпендикулярной направлению силы: 1 Па = 1 H/м².

Вследствие большого диапазона давлений, применяемых в технике, от самых малых (давление в конденсаторах паровых турбин, в вакуумной технике и т. п.) до весьма больших (давление в прессах и т. п.), необходимо использовать десятичные кратные и дольные единицы СИ:  $1 \text{ M}\Pi a = 10^6 \text{ \Pia}$ ;  $1 \text{ к}\Pi a = 10^3 \text{ \Pia}$  и т. д.

В практике применяются единицы технической системы МКГСС и внесистемные. Перевод единиц дан в табл. 1.1.

В жидкостных приборах давление измеряется высотой вертикального столба жидкости; в качестве пьезометрической жидкости

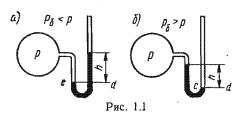
Таблица 1.1

| Единицы   | Па (Н/м²)  | бар  | `<br>кг/см²   | мм рт. ст.  | мм вод.ст.                       |
|---|--|--|---|---|----------------------------------|
| 1 Па<br>1 бар<br>1 кг/см² (ат)<br>1 мм рт. ст.<br>1 мм вод. ст. | 1<br>10 <sup>5</sup><br>9,8067·10 <sup>4</sup><br>133,32<br>9,8067 | 10 <sup>-5</sup><br>1<br>0,98067<br>1,33·10 <sup>-3</sup><br>9,8067·10 <sup>-5</sup> | 1,02·10 <sup>-5</sup> 1,02 1 1,36·10 <sup>-3</sup> 10 <sup>-4</sup> | 7,5·10 <sup>-3</sup> 7,5·10 <sup>2</sup> 735,6 1 7,356·10 <sup>-2</sup> | 0,102<br>1,02-104<br>104<br>13,6 |

<sup>\*</sup> Моль определяется как количество вещества, в котором содержится столько молекул, сколько содержится атомов в изотопе углерода  $^{12}$ С массой 0,012 кг (соответственно кмоль — в 12 кг этого изотопа).

применяют ртуть (ртутный барометр, ртутный манометр) и воду (водяной манометр). Подсчет для воды дает следующее: 1 м³ воды имеет массу 1000 кг и, следовательно, на площадь в 1 м² оказывается давление, приблизительно равное 1000·9,81=9810 H/м². Для ртути, имеющей при температуре 0°C плотность в 13,6 раза большую, чем вода, во столько же раз увеличивается давление.

При измерении давления жидкостными приборами следует иметь в виду, что вследствие расширения жидкости при нагревании ее объем увеличивается и, следовательно, увеличивается столб



жидкости, что приводит к неправильным показаниям прибора. Поэтому необходимо высоту столба приводить к температуре 0°С по формуле

$$h_0 = h(1 - \alpha t),$$
 (1.2)

где  $h_0$  — показание барометра (манометра), приведенное к

 $0^{\circ}$ C; h — показание барометра (манометра), наблюдаемое при  $t^{\circ}$ C;  $\alpha$  — температурный коэффициент объемного расширения жидкости,  $C^{-1}$  (для ртути  $\alpha$  = 0,000172  $C^{-1}$ ).

Приборы, служащие для измерения давлений, больших атмосферного (барометрического), называют манометрами. Этот избыток давления называется манометрическим (избыточным). Для измерения давлений, меньших атмосферного, применяют вакуумметры, показывающие, насколько абсолютное давление меньше атмосферного. Эту недостачу давления до атмосферного называют разрежением.

Методы измерения давления проще всего рассматривать на жидкостных приборах (рис. 1.1). Если давление в резервуаре больше атмосферного (рис. 1.1, a), то жидкость в правом колене трубки установится выше, чем в левом, и разность уровней будет равна h мм. Ниже сечения c-d жидкость в трубке находится в равновесии, следовательно, и в правом и в левом коленах трубки в сечении c-d давление на жидкость одинаково, а отсюда можно написать, что

$$pf = p_6 f + g \rho f h$$
,

где p — давление газа в резервуаре;  $p_6$  — атмосферное давление по барометру;  $\dot{\rho}$  — плотность пьезометрической жидкости; f — внутреннее сечение трубки; g = 9,806 м/с² — ускорение свободного падения;  $g\rho fh$  — вес столба жидкости сечением f и высотой h.

При сокращении на f получаем

$$p = p_6 + g \rho h$$

где  $g \rho h = p_{\text{M}}$  — давление столба жидкости высотой h, выраженное в тех же единицах, в каких даны давления p и  $p_6$ , тогда последнее

$$p = p_6 + p_{\scriptscriptstyle M}. \tag{1.3}$$

Таким образом, с помощью манометра определяется избыток давления в резервуаре над атмосферным, а давление в резервуаре определяется формулой (1.3).

Если давление в резервуаре меньше атмосферного, то уровень жидкости будет выше в левом колене (рис.  $1.1, \delta$ ) и равенство

давлений в сечении с-d будет выражаться уравнением

$$p+gph=p_6$$

а так как  $g \rho h = p_{\rm B}$ , где  $p_{\rm B}$  — давление, создаваемое столбом жидкости высотой h, то

$$p = p_6 - p_B.$$
 (1.4)

Следовательно, давление газа в резервуаре (разрежение) рав-

но разности показаний барометра и вакуумметра.

Температура. Состояние термического равновесия термодинамических систем связано с внутренним интенсивным параметром—температурой. В термически равновесном состоянии температура во всех точках системы одинакова.

Температура как мера нагретости термически равновесной системы определяет не только тепловое равновесие между телами, находящимися в тепловом контакте, что соответствует равенству тем-

ператур этих тел, но и направление перехода теплоты.

Количественное определение температуры связано с использованием любого зависящего от степени нагретости свойства тела. Так, для измерения температуры может быть использовано тепловое расширение жидкостей (ртутные, спиртовые термометры) или газов (газовые термометры). Часто применяются термометры сопротивления, в которых используется изменение при нагревании электрического сопротивления металлической нити, а также термопары, в которых измеряется напряжение термотока, развивающегося при нагревании спая двух металлов.

За единицу температуры принимают градус, имеющий разное

значение в различных температурных шкалах.

В Международной практической температурной шкале (шкале Цельсия) за основные реперные точки приняты точка таяния льда при нормальном атмосферном давлении (101325 Па)  $t_{\rm H}$ =0°С и точка кипения воды при том же давлении  $t_{\rm K}$ =100°С. Разность по-казаний термометра в этих точках, деленная на 100, представляет собой градус Цельсия (°С). Определяемая по этой условной шкале температура представляет собой так называемую эмпирическую температуру. Согласно молекулярно-кинетической теории абсолютная термодинамическая температура

$$T = \frac{2}{3k} \frac{m\bar{w}^2}{2},\tag{1.5}$$

где m — масса молекулы;  $\vec{w}$  — средняя квадратичная скорость мо-

лекул;  $k = 1.3805 \cdot 10^{-23} \, \text{Дж/К}$  — константа Больцмана.

По уравнению Больцмана (1.5) средняя кинетическая энергия молекулы пропорциональна температуре и не зависит от массы молекулы. Это уравнение выведено на основании модели идеального газа, в котором молекулы движутся хаотически, так что температура есть величина, пропорциональная средней кинетической энергии поступательного движения молекул идеального газа.

Используя в качестве термометрического вещества идеальный газ, коэффициент теплового расширения которого а не зависит ни от температуры, ни от природы газа, можно построить термодинамическую шкалу, где за нуль температуры принимается  $1/\alpha =$ =1/273,15 градусов Цельсия (шкала Кельвина). Точка абсолютного нуля температуры ( $T=0, t=-273,15^{\circ}$ C) должна соответствовать такому состоянию тела, при котором прекращается движение молекул. Связь между температурами по шкале Кельвина \* (T, K) и Цельсия  $(t, {}^{\circ}C)$  имеет вид

$$T = 273,15 + t.$$
 (1.6)

В последующем изложении будет показано, что второе начало термодинамики полностью устраняет произвольность в определении температуры, позволяя строго установить абсолютную шкалу температуры (шкалу Кельвина), не зависящую ни от выбранного вещества, ни от того или иного термометрического параметра.

В Англии, США и некоторых других странах для измерения температуры принята шкала  $\Phi$ аренгейта (°F), в которой за  $0^{\circ}$  принята температура таяния смеси льда с поваренной солью, а температура кипения воды равна 212°F; при этом температура таяния льда по этой шкале получается равной 32°F и, следовательно, разность температур кипения воды и таяния льда по шкале Фаренгейта равна  $212^{\circ}$ — $32^{\circ}$ = $180^{\circ}$ F. Таким образом,  $1^{\circ}$ F равен 100/180= = 5/9°C.

На основании изложенного можно написать формулы пересчета температур из одной шкалы в другую:

$$t [^{\circ}C] = \frac{5}{9}t [^{\circ}F] - 32; t [^{\circ}F] = \frac{9}{5}t [^{\circ}C] + 32.$$

Шкала Фаренгейта, отсчитанная от абсолютного нуля, называется шкалой Ранкина (°R). По этой шкале значению температуры  $t_0 = 0$ °C ( $T_0 = 273,15$  K) соответствует 491,67°R, а значению  $t_{\rm K} = 100^{\circ} \text{C} \ (T_{\rm K} = 373.15 \text{ K}) - 671, 67^{\circ} \text{ R}.$ 

Единицей температуры в Международной системе единиц (СИ) является

Кельвин (К) — 1/273,16 часть температуры тройной точки воды,

<sup>.\*</sup> С 1954 г. термодинамическая температурная шкала (шкала Кельвина) определяется одной реперной точкой - тройной точкой воды, где в равновесном состоянии находятся лед, вода и водяной пар, которой приписывается температура 273,16 К.

Плотность и удельный объем. Плотностью (кг/м³) называется количество вещества, заключенное в единице объема. Следовательно, если m кг вещества занимают объем V м³, то плотность его

$$\rho = m/V. \tag{1.7}$$

Величина, обратная плотности, называется удельным объемом ( $\mathbf{m}^3/\mathbf{k}\mathbf{r}$ ):

$$v = 1/p = V/m. \tag{1.8}$$

Как удельный объем, так и плотность широко используются в теплотехнических расчетах; их значения, характеризующие теплофизические свойства веществ, приводятся в справочниках.

## § 1.3. ТЕРМИЧЕСКОЕ УРАВНЕНИЕ СОСТОЯНИЯ ИДЕАЛЬНОГО ГАЗА

Для химически однородной термодинамической системы (газ, жидкость, изотропное твердое тело) при отсутствии внешних полей (гравитационного, электрического, магнитного) число независимых параметров, однозначно определяющих равновесное состояние системы, будет равно двум из трех (р, v, T), так как любой из этих трех параметров является однозначной функцией двух заданных.

Например, если принять за независимые переменные величины v и T, то давление p является функцией v и T, т. е. p = p(T, v); если же за независимые переменные принять p и T, то удельный объем v = v(p, T).

Уравнение, устанавливающее связь между давлением, температурой и удельным объемом среды постоянного состава, называется термическим уравнением состояния.

Это уравнение в общем виде может быть записано так:

$$f(p, v, T) = 0.$$
 (1.9)

Уравнение (1.9) в пространстве отображает поверхность, которая характеризует всевозможные равновесные состояния химически однородной термодинамической системы. Эта поверхность называется поверхностью состояний или термодинамической поверхностью, причем каждому состоянию системы будет соответствовать определенная точка на термодинамической поверхности.

Если один из параметров системы является величиной постоянной, то переменных величин будет только две и точки, изобра жающие состояние системы, будут лежать на плоскости, пересекающей термодинамическую поверхность перпендикулярно оси координат, на которой берется постоянная величина. Такие системы координат на плоскости называют диаграммами состояния вещества. Наиболее часто применяются диаграммы состояния с координатами р и v, р и T, v и T, дающие возможность наглядно проследить изменение состояния данной системы.

Термодинамика ничего не говорит относительно функциональной формы уравнения состояния, и нахождение уравнений состояния конкретных систем есть задача не только термодинамики, но и молекулярной, и статистической физики. Можно отметить, что для каждого вещества характер функциональной связи индивидуалей и термодинамические свойства описываются конкретным для данного вещества уравнением состояния.

Даже для газов, свойства которых по сравнению с жидкими и твердыми телами изучены наиболее полно, вопрос построения уравнения состояния окончательно не решен. Теория уравнения состояния в насгоящее время хорошо разработана лишь для идеального газа и разреженных газов, имеющих небольшую плотность, и в меньшей степени для плотных газов.

Наиболее простой вид имеет уравнение состояния идеального газа. Это уравнение, впервые полученное Клапейроном путем объединения уравнений, характеризующих газовые законы Бойля—Мариотта и Гей-Люссака, обычно дается в виде

$$pv/T = \text{const.}$$
 (1.10)

Обозначая константу через R, уравнение (1.10) представим в виде

$$pv = RT. (1.11)$$

Уравнение (1.10) называется уравнением Клапейрона и представляет собой уравнение состояния идеального газа, записанное для массы газа 1 кг.

В системе координат p, v, T уравнение (1.11) представляет собой гиперболический параболоид, причем плоскости T=const пересекают поверхность его по равнобоким гиперболам, а плоскости p=const и v=const — по прямым линиям.

Через R в уравнении (1.11) обозначена так называемая удельная газовая постоянная, отнесенная к массе газа, равной 1 кг. Единица СИ удельной газовой постоянной определяется следующим образом:

$$R = pv/T = (H/M^2)(M^3/K\Gamma)/K = \coprod \#/(K\Gamma \cdot K). \tag{1.12}$$

Газ, точно подчиняющийся уравнению (1.11), называется в термодинамике идеальным газом.

Всякий реальный газ при малой плотности и не слишком низкой температуре ведет себя как идеальный, и его свойства с высокой точностью описываются уравнением Клапейрона. Поэтому можно считать, что идеальный газ есть предельный случай реального газа при  $p \rightarrow 0$  ( $v \rightarrow \infty$ ).

Так как поведение многих технически важных газов и их смесей в условиях работы ряда тепловых машин не дает значительных отклонений в свойствах, описываемых уравнением Клапейрона, то расчет двигателей внутреннего сгорания, газотурбинных ус-

тановок, жидкостных ракетных двигателей существенно упрощается. Некоторые принципы построения уравнения состояния реальных газов рассматриваются в гл. 9.

Умножая обе части уравнения (1.11) на молярную массу, по-

лучим уравнение состояния для 1 кмоль газа:

$$pV_{\mu} = \mu RT, \tag{1.13}$$

где  $V_{\mu} = \mu v$  — молярный объем газа. Из этого уравнения универсальная газовая постоянная

$$\mu R = pV_{\mu}/T$$
.

На основании закона Авогадро при одинаковых давлении и температуре различные газы имеют одинаковый молярный объем. Следовательно, величина  $\mu R$  имеет одинаковое постоянное значение для всех газов.

Из физики известно, что при нормальных физических условиях ( $T_0$ =273,15 K;  $p_0$ =101 325 Па) молярный объем любого газа  $V_\mu$ = =22,4 м³/кмоль. Подставляя значения температуры, молярного объема и давления в уравнение, находим универсальную газовую постоянную:

$$\mu R = pV_{\mu}^T = 101325 \cdot 22,4/273,15 = 8314 \ \text{Дж/(кмоль·К)}.$$
 (1.14)

Уравнение состояния для 1 кмоль идеального газа

$$pV_{\mu} = 8314T.$$
 (1.15)

Это уравнение называется уравнением Клапейрона — Менделеева, так как именно Д. И. Менделеев ввел в уравнение состояния идеального газа универсальную постоянную.

Удельная газовая постоянная, Дж/(кг·К) (отнесенная к 1 кг

данного газа), равна

$$R = \mu R/\mu = 8314/\mu.$$
 (1.16)

Из сказанного выше видно, что уравнение состояния может быть представлено в следующих модификациях:

для 1 кг газа pv = RT;

для 1 кмоль газа  $pV_{\mu} = \mu RT$ ;

для m кг газа с учетом (1.8)

$$pV = mRT. (1.17)$$

Уравнение состояния идеального газа в курсах физики выводится методами кинетической теории газов с использованием соотношений (1.1) и (1.5), из которых

$$p = nkT = kN_{A}T/V_{\mu}. \tag{1.18}$$

Таким образом, давление идеального газа при данной температуре определяется только числом молекул в единице объема и не зависит от рода молекул. Очевидно, что при  $p \rightarrow 0$  межмолеку-

лярные взаимодействия перестают играть роль, и тогда свойства газа определяются только числом молекул в единичном объеме. Поэтому при  $p \rightarrow 0$  для всех газов справедливо уравнение Клапейрона — Менделеева, так как газы при этом утрачивают свою «индивидуальность».

### § 1.4. ГАЗОВЫЕ СМЕСИ

В практике чаще приходится встречаться не с чистыми газами, а с их механическими смесями; одной из самых важных смесей является воздух, представляющий собой смесь азота и кислорода (с небольшой примесью аргона, углекислоты и водяного пара). Большое значение имеют такие газовые смеси, как природный газ (метан и другие углеводороды, диоксид и оксид углерода и т. п.), продукты сгорания топлив (диоксид углерода, азот, водяной пар и т. п.).

Для проведения расчетов с газовыми смесями необходимо установить параметры, характеризующие их состояние. Пусть имеется смесь из n идеальных газов. Температура газовой смеси T, давление ее p, объем V; массы газов, находящихся в смеси, равны соответственно  $m_1, m_2, ..., m_n$ ; количества веществ отдельных компонентов смеси  $M_1, M_2, ..., M_n$ .

Если смесь находится в равновесии, то, несомненно, температура всех газов одинакова и равна температуре смеси T. В равновесном состоянии молекулы каждого газа рассеяны равномерно по всему объему смеси, т. е. имеют свою определенную концентрацию и, следовательно, свое давление  $p_i$ , называемое napциaльным [(см. (1.18)]. По закону Дальтона давление смеси идеальных газов равно сумме давлений компонентов смеси:

$$\sum p_l = p. \tag{1.19}$$

Масса газовой смеси равна сумме масс компонентов:

$$\sum m_i = m. \tag{1.20}$$

Качественно состав газовой смеси может быть оценен различными способами.

Наиболее простой способ — это определение массового состава смеси, т. е. для каждого газа находим его долю в общей массе смеси — массовую долю:

$$g_1 = m_1/m; g_2 = m_2/m; ...; g_n = m_n/m.$$
 (1.21)

Ясно, что  $\Sigma g_i = \Sigma (m_i/m) = 1$ .

Можно найти и молярный состав смеси. Действительно, зная молярные массы, находим количество вещества каждого компонента

$$M_1 = m_1/\mu_1; \quad M_2 = m_2/\mu_2; ...; \quad M_n = m_n/\mu_n.$$
 (1.22)

Следовательно, количество вещества газовой смеси

$$M = \sum M_i. \tag{1.23}$$

Имея эти данные, находим молярный состав смеси — м олярные доли:

$$y_1 = M_1/M; \quad y_2 = M_2/M; ...; \quad y_n = M_n/M,$$
 (1.24)

причем  $\Sigma y_i = 1$ .

Молярную массу смеси можно определить следующим образом.

u=m/M, или  $\mu = \sum m_i / \sum M_i. \quad (1.25)$ 

Полученное значение и называется кажищейся, или условной, моляр- у ной массой смеси. Эта величина широко применяется в расчетах га- Т зовых смесей. Если молярная масса смеси найдена, то из зависимости (1.16) можно найти газовую постоянную смеси R.

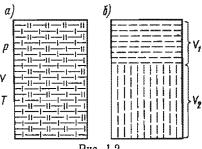


Рис. 1.2

Наиболее часто задается объемный состав смеси, поэтому необходимо ввести понятие о парциальном объеме компонента.

Пусть имеется газовая смесь из двух компонентов (рис. 1.2). Молекулы одного газа изображены вертикальными черточками, а другого — горизонтальными. На рис. 1.2, а молекулы рассеяны по всему объему. Если молекулы первого газа собраны в одной части объема, а молекулы другого газа — в другой, как это показано на рис. 1.2,  $\delta$ , то уменьшение объема газа при T = const вызывает пропорциональное увеличение давления (закон Бойля — Мариотта). Подбирая соответствующим образом доли от общего объема, можно добиться того что каждый газ достигает давления смеси. Объемы, которые занимают эти газы, называют приведенными, т. е. приведенными к давлению смеси. Сумма приведенных объемов равна объему смеси (закон Амага):

$$\sum V_i = V. \tag{1.26}$$

Отсюда может быть определен объемный состав смеси, причем объемная доля каждого компонента выражается отношением

$$r_1 = V_1/V; \quad r_2 = V_2/V; ...; \quad r_n = V_n/V.$$
 (1.27)

Так как каждый компонент смеси подвергался сжатию при постоянной температуре, то для і-го компонента смеси можно написать уравнение  $p_iV = pV_i$ , откуда

$$p_i = (V_i/V) p = r_i p.$$
 (1.28)

Эта формула позволяет определять парциальные давления компонентов смеси, если известен объемный состав смеси.

Так как при одинаковых давлениях и температурах молярные объемы газов одинаковы, то можно написать для i-го газа  $V_i = V_\mu M_i$ , а для всей смеси  $V = V_\mu M$ . Из этих уравнений находим  $V_i / V = M_i / M$ . Следовательно, молярные доли численно равны объемным:

$$y_l = r_l. \tag{1.29}$$

Массовые и объемные (молярные) доли можно связать между собой, если известна плотность  $\rho_l$  каждого компонента смеси. В соответствии с (1.21)

$$g_{l}=m_{l}/m=\rho_{l}V_{l}/\sum \rho_{i}V_{l},$$

а после деления числителя и знаменателя на объем смеси V получим

$$g_i = \rho_i r_i / \sum \rho_i r_i. \tag{1.30}$$

Так как  $\rho_l = \mu_i/(\mu_i v_i)$ , то

$$g_i = \mu_i r_i / \sum \mu_i r_i. \tag{1.31}$$

По аналогии с предыдущими выкладками

$$r_{l} = \frac{g_{l}/\rho_{l}}{\sum g_{l}/\rho_{l}} = \frac{g_{l}/\mu_{l}}{\sum g_{l}/\mu_{l}}.$$
 (1.32)

Молярная масса смеси может быть вычислена по объемному составу смеси. Для i-го газа можно его массу вычислить по зависимости  $m_i = \mu_i M_i$ , а для всей смеси  $m = \mu M$ .

Суммируя массы всех компонентов и приравнивая их массе смеси, получим  $\mu M = \sum \mu_i M_i$ , или, разделив уравнение на M,

$$\mu = \sum \mu_i \frac{M_i}{M},$$

а так как  $M_i/M = r_i$ , то

$$\mu = \sum r_i \mu_i. \tag{1.33}$$

Если газовая смесь задана массовым составом, то парциальное давление i-го газа можно вычислить из уравнения состояния, так как  $p_iV = m_iR_iT$ . Следовательно,  $p_i = m_iR_iT/V$ .

Суммируя парциальные давления компонентов, находим давление смеси:

$$p = \sum m_i R_i \frac{T}{V}$$
, или  $\frac{pV}{T} = \sum m_i R_i$ .

Но, с другой стороны, для смеси можно написать уравнение состояния pV = mRT. Из последних уравнений находим значение газовой постоянной смеси:

$$R = \sum (m_i/m)R_i = \sum g_iR_i. \tag{1.34}$$

Если найдена газовая постоянная смеси, то молярная масса смеси определяется из зависимости (1.12). Если для газовой смеси найдены значения молярной массы и газовой постоянной, то в расчетах эту газовую смесь можно рассматривать как однородный газ, подчиняющийся уравнению состояния идеального газа (1.18).

### ГЛАВА 2

### ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

В главе даются понятия энергии, теплоты и работы, как различных форм передачи энергии. Вводятся понятия о внутренней энергии и энтальпии, как калорических параметрах термодинамической системы. Приводятся сведения о теплоемкостях газов.

### § 2.1. ЭНЕРГИЯ

Неотъемлемым свойством материи является движение. Мерой движения материи является энергия. Поэтому увеличение или уменьшение энергии системы означает изменение в ней движения в количественном и качественном отношении. Следовательно, энергия как мера движения всегда проявляется в качественно своеобразном виде, соответствующем данной форме движения, а количественно же она отражает единство всех форм движения, их взаимную превращаемость и неразрушнмость движения как свойства матерни.

Из этого положения следует закон эквивалентных превращений энергии и закон сохранения и превращения энергии.

Принцип эквивалентности можно сформулировать следующим образом. Если различные виды энергии взяты в таких количествах, что они вызовут одно и то же изменение состояния данной закрытой системы, то они эквивалентны. Количественные соотношения между различными видами энергии носят название эквивалентов.

Всеобщий закон сохранения и превращения энергии трансформируется в термодинамике в «первое начало» или «первый закон термодинамики». Его положения будут рассмотрены в гл. 3.

В той мере, как мы сформулировали задачи термодинамики и объект ее исследования — макротело, мы можем определить и границы применения этой науки.

В термодинамике полная энергия системы

$$E = E_{\mathbf{g}} + E_{\mathbf{n}} + U, \tag{2.1}$$

где  $E_{\kappa}$  — кинетическая энергия системы;  $E_{\pi}$  — потенциальная энергия системы во внешних силовых полях; U — внутренняя энергия.

Величины  $E_{\kappa}$  и  $E_{\pi}$  определяются в соответствии с законами механики. Кинетическая энергия системы, имеющей массу m и скорость w, равна  $mw^2/2$ . Изменение потенциальной энергии системы равно работе, совершаемой над системой при перемещении ее из одного места силового поля в другое. Внутренняя энергия U— это энергия, заключенная в системе. Внутренняя энергия системы есть сумма всех видов энергий взаимодействия частиц, составляющих систему.

Внутренняя энергия состоит из кинетической энергии поступательного, вращательного и колебательного движений молекул, потенциальной энергии взаимодействия молекул, энергии внутриатомных и внутриядерных движений частиц, из которых состоят атомы и др.

Не разделяя внутреннюю энергию системы на эти составляющие, можно говорить о том, что внутренняя энергия является функцией внутренних параметров состояния: температуры, давления, состава системы и однозначно определяет состояние системы, т. е. является функцией состояния.

Если внутренняя энергия в одном и том же состоянии имела два значения, то изменение энергии  $\Delta U$  можно было бы отнять от системы, причем никаких изменений в системе бы не произошло. Такой источник энергии позволил бы построить так называемый вечный двигатель первого рода.

Вследствие того что внутренняя энергия является функцией состояния, изменение энергии не зависит от процесса изменения состояния системы, а определяется лишь значениями энергии в конечном и начальном состояниях:

$$\Delta U = U_2 - U_1. \tag{2.2}$$

Так как состояние однородной системы определяется двумя независимыми переменными, то, выбрав переменные T и V, получим

$$U = U(T, V), \tag{2.3}$$

т. е. внутренняя энергия является однозначной функцией термических параметров T и V.

Внутренняя энергия — величина аддитивная и для сложной системы определяется суммой внутренних энергий ее частей:  $U = \Sigma U_i$ .

Внутренняя энергия системы всегда известна с точностью до некоторой аддитивной постоянной, определение которой теряет смысл, если нас интересует изменение внутренней энергии.

Если термодинамическая система находится в состоянии равновесия и отсутствует внешнее поле сил, то полная энергия системы совпадает с внутренней: E = U.

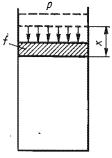
### § 2.2. РАБОТА И ТЕПЛОТА

Изменение количества энергии в теле (системе) может произойти только в том случае, если оно вступит во взаимодействие с другими телами, передавая им часть своей энергии или воспринимая от них часть их энергии. Таким образом, количество энергии в теле может меняться только при осуществлении процесса энергообмена с другими телами.

Эта передача энергии может осуществляться двумя известными нам путями — посредством совершения работы или теплообмена между телами. Эти способы передачи энергии не являются равноценными. Если совершаемая работа увеличивает энергию любого

вида, то теплота без предварительного преобразования в работу увеличивает только внутреннюю энергию термодинамической системы.

Хотя теплота Q и работа L выражаются той же единицей CH, что и энергия (джоуль), они не являются видами энергии, а представляют собой два способа передачи ее и, следовательно, могут проявляться только в процессе передачи теплоты или работы. Поэтому определенному состоянию системы не соответствует какое-либо значение L или Q.



PHC. 2.1

При механическом взаимодействии системы и окружающей среды тело, находящееся под более

высоким давлением, оказывает силовое воздействие на тело с более низким давлением. Это силовое воздействие внешне проявляется в виде совершения работы одного тела над другим и представляет собой передачу части энергии первого тела второму до наступления равновесия, т. е. до выравнивания давлений.

В случае, если имеют место немеханические воздействия на систему (гравитационное, электрическое, магнитное), то в рассматриваемых явлениях силовые поля вызывают эффект механического перемещения и тогда понятие о передаче энергии в форме работы становится более общим.

Работу сил давления при изменении объема системы называют  $de\phi$ ормационной работой. Работа деформации в квазистатическом процессе определяется следующим образом. Пусть газ находится в цилиндре с поршнем, двигающимся без трения (рис. 2.1); давление окружающей среды p, площадь поршня f, следовательно, сила, действующая на поршень, равна  $p + \delta p/2$ , где  $\delta p$  — изменение давления при переходе поршня в новое положение.

Бесконечно малое перемещение поршня обозначим dx, и так как сила действует в направлении перемещения, то элементарная работа

$$dL = \left(p + \frac{\delta p}{2}\right) f dx. \tag{2.4}$$

При бесконечно малом перемещении можно пренебречь величиной второго порядка малости  $f \, \frac{\delta p}{2} \, \mathrm{d} x$ , тогда

$$dL = pfdx, (2.5)$$

а так как f dx представляет собой бесконечно малое увеличение объема, то

$$dL = pdV. (2.6)$$

Для конечного квазистатического процесса

$$L = \int_{1}^{2} p dV, \qquad (2.7)$$

где пределы 1, 2 представляют собой начальный  $V_1$  и конечный  $V_2$  объемы газа.

В уравнении (2.6) величину p можно рассматривать как о бо бщен ную силу (потенциал), разность которой у среды и системы вызывает процесс, а величину V — как о бо бщен ную коо рди нату, т. е. величину, изменяющуюся под влиянием этого потенциала. Таким образом, работа сил давления в элементарном процессе равна произведению обобщенной силы на дифференциал обобщенной координаты.

По аналогии с таким представлением элементарная работа перемещения электрического заряда равна  $\Pi d\phi$ , где  $\Pi$  — потенциал электрического поля,  $\phi$  — заряд; работа сил поверхностного натяжения равна  $\sigma d\Omega$ , где  $\sigma$  — поверхностное натяжение,  $\Omega$  — поверхность.

Следовательно, в общем случае элементарная работа

$$dA = X_i dy_i, \tag{2.8}$$

где  $X_i$  — обобщенная сила;  $y_i$  — обобщенная координата.

При передаче энергии в форме теплоты взаимодействие между телами (системой и окружающей средой) происходит в результате разности температур. На основании исследований советских ученых К. А. Путилова, А. И. Бачинского и других выявилось понятие о теплоте как части внутренней энергии, рассматриваемой в момент перехода при контакте от одного тела к другому в результате неупорядоченных соударений молекул атомов, фотонов и других частиц в месте контакта. Этот переход может иметь место лишь в случае наличия разности температур обоих объектов.

Калориметрическим путем можно определить количество теплоты, полученное (отданное) телом, тепловые эффекты химических реакций, эффекты реакций горения топлив, тепловые эффекты фазовых переходов и т. д. Во всех этих случаях элементарное количество теплоты можно определить как произведение теплоемкости вещества на элементарную разность температур:

rде m — масса; c — теплоемкость тела.

Таким образом, теплота и работа представляют собой две единственно возможные формы передачи энергии от одного тела к другому. Количество энергии, передаваемое от одного тела к другому в форме теплоты и работы, зависит от процесса и вследствие этого теплота и работа являются функциями процесса.

Суммарное количество теплоты и работы определяет количество энергии, переданное в процессе энергообмена от одного тела

к другому в закрытой системе.

В процессе обмена энергией количество теплоты будет соответствовать вполне определенному количеству работы. Величину L/Q=J называют механическим эквивалентом теплоты, а обратную ей A=1/J — тепловым эквивалентом работы. В СИ теплота и работа выражаются в джоулях, тогда J=A=1.

Из принципа эквивалентности теплоты и работы следует, что теплота и работа являются двумя эквивалентными формами передачи энергии.

### § 2.3. ЭНТАЛЬПИЯ

Одной из энергетических характеристик термодинамической системы является тепловая функция, или энтальпия.

Если термомеханическую систему (рис. 2.1) рассматривать как состоящую из макротела (газа) и поршня с грузом P = pf, уравновешивающего давление газа p внутри сосуда, то такая система называется расширенной.

Энтальпия, или энергия расширенной системы, E равна сумме внутренней энергии газа U и потенциальной энергии поршня с грузом  $E_{\text{nor}} = pfx = pV$ :

$$H = E = U + pV.$$
 (2.10)

Таким образом, энтальпия в данном состоянии представляет собой сумму внутренней энергии тела и работы, которую необходимо затратить, чтобы тело объемом V ввести в окружающую среду, имеющую давление p и находящуюся с телом в равновесном состоянии. Энтальпия системы H аналогично внутренней энергии имеет вполне определенное значение для каждого состояния, т. е. является функцией состояния. Следовательно, в процессе изменения состояния

$$\Delta H = H_2 - H_1. \tag{2.11}$$

Энтальпией системы удобно пользоваться в тех случаях, когда в качестве независимых переменных, определяющих состояние системы, выбирают давление p и температуру T:

$$H = H(p, T). \tag{2.12}$$

Энтальпия — величина аддитивная, т. е. для сложной системы равна сумме энтальпий ее независимых частей  $H = \Sigma H_i$ . Энтальпия определяется с точностью до постоянной слагающей, которой в термодинамике часто придают произвольные значения (например, при расчете и построении тепловых диаграмм). При наличии немеханических сил энтальпия системы определяется по формуле

$$H = U + pV - \sum X_i y_i, \qquad (2.13)$$

где  $X_i$  — обобщенная сила;  $y_i$  — обобщенная координата.

### § 2.4. ПОНЯТИЕ О ТЕПЛОЕМКОСТИ

Нахождение количества теплоты в процессах при определенном градиенте (разности) температур является одним из наиболее ответственных теплотехнических расчетов, в которых нужны точные значения теплоемкостей, представляющих удельные калорические величины.

Теплоемкостью тела (системы тел) называется производная от количества теплоты, поглощенного телом в определенном термодинамическом процессе, по его температуре:

$$C = \frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}T} \,, \tag{2.14}$$

где dQ — элементарное количество теплоты; dT — элементарное изменение температуры.

Различают:

удельную (массовую) теплоемкость с, единица —  $Дж/(кг \cdot K)$ ; молярную теплоемкость  $\mu c$ , единица —  $Дж/(кмоль \cdot K)$ ;

объемную теплоемкость  $c^*$ , отнесенную к объему 1 м<sup>3</sup> при нормальных физических условиях, единица — Дж/(м<sup>3</sup>·К).

Соотношение между этими теплоемкостями можно получить следующим образом. Молярная масса 1 кмоль газа составляет µ кг, следовательно, удельная теплоемкость определяется из молярной делением ее на молярную массу:

$$c = \mu c/\mu. \tag{2.15}$$

Объем 1 кмоль любого газа при нормальных физических условиях составляет 22,4 м³, поэтому объемная теплоемкость

$$c^* = \mu c/22,4.$$
 (2.16)

Так как  $\rho_0 = \mu/22,4$ , из (2.16) получаем

$$c^* = \rho_0 c, \qquad (2.17)$$

а отсюда

$$c = c^*/\rho_0.$$
 (2.18)

В связи с тем что теплота, подводимая в процессе к телу (системе), зависит от вида процесса, являясь функцией процесса, теп-

лоемкость будет свойством системы только тогда, когда процесс будет фиксированным, т. е. будет проходить при постоянном значении каких-либо параметров системы:

$$c_x = \left(\frac{\partial Q}{\partial T}\right)_x \tag{2.19}$$

(индекс x при частной производной означает, что процесс идет при одном постоянном значении величины x).

Следует оговориться, что рассматриваемые процессы теплообмена считаются квазистатическими, поэтому теплоемкость будет величиной, относящейся к телу в состоянии термодинамического равновесия, и теплоемкости являются функциями параметров тела (системы).

Уравнение (2.19) определяет так называемые истинные тепло-емкости, которые в термомеханической системе будут функциями термических параметров. Так, теплоемкость в процессе при постоянном объеме x=v=const, согласно уравнению (2.19),

$$c_V = \left(\frac{\partial Q}{\partial T}\right)_V,\tag{2.20}$$

а теплоемкость в процессе, идущем при постоянном давлении x = p = const,

$$c_{\rho} = \left(\frac{\partial Q}{\partial T}\right)_{\rho}.\tag{2.21}$$

Разность между теплоемкостями  $c_p$  и  $c_V$  идеального газа устанавливается формулой Майера, известной из физики и имеющей вид

$$c_p - c_V = R. \tag{2.22}$$

Эта формула, являющаяся следствием первого закона термодинамики, будет выведена в гл. 3.

Отношение теплоемкостей  $c_p$  и  $c_V$  представляет собой показатель адиабаты k, который имеет большое значение и в формулах, и в практических расчетах:

$$k = \frac{c_p}{c_V} = \frac{\mu c_p}{\mu c_V} \,. \tag{2.23}$$

Из (2.22) и (2.23) следует, что для идеального газа

$$c_V = \frac{R}{k-1} \; ; \tag{2.24}$$

$$c_p = \frac{k}{k-1} R. \tag{2.25}$$

Кроме истинных теплоемкостей в расчетах употребляют средние теплоемкости  $c_m$ , равные отношению количества теплоты, вы-

делившейся или поглощенной в процессе  $Q_{1:2}$ , к изменению температуры при условии, что разность температур — величина конечная:

$$c_m|_{t_1}^{t_2} = \frac{Q_{1-2}}{t_2 - t_1} \ . \tag{2.26}$$

Естественно, что истинная теплоемкость

$$c = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{Q_{1.2}}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}t} . \tag{2.27}$$

Следовательно, истинная теплоемкость соответствует бесконечно малому изменению температуры газа.

### § 2.5. ТЕПЛОЕМКОСТЬ ИДЕАЛЬНОГО ГАЗА

В любом термодииамическом процессе идеального газа изменение его внутренией энергии определяется только изменением его температуры (опыт Джоуля): U = f(T), т. е. представляет собой так называемую идеально-газовую функцию. Если в результате процесса температура газа не изменилась, то можно утверждать, что скорость молекул не изменилась и, следовательно, осталась без изменения и внутренняя кинетическая энергия газа.

Определим теплоемкость идеального газа исходя из его модели по молекулярно-кинетической теории. В уравнении (1.18)

$$pV_{\mu} = kN_{A}T = \frac{2}{3} N_{A} \frac{m\overline{w}^{2}}{2}.$$

Величина  $N_{\rm A} m \overline{w}^2/2$  представляет собой внутреннюю кинетическую энергию всех молекул идеального газа при поступательном движении, тогда

$$pV_{\mu} = \frac{2}{3}U,$$
 (2.28)

или

$$U = \frac{3}{2} p V_{\mu} = \frac{3}{2} \mu RT , \qquad (2.29)$$

а так как  $\mu R = 8.314$  кДж/(кмоль·К), то приближенно

$$U = \frac{3}{2} 8,314T \approx 12,5T. \tag{2.30}$$

С другой стороны, полагая, что элементарное количество теплоты, подведенное в процессе при v = const к 1 моль идеального газа, по уравнению (2.20) пойдет на изменение внутренней энергии dQ =  $\mu c_V dT$  = dU, получим

$$\mu c_V = \left(\frac{\partial Q}{\partial T}\right)_V = \frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}T}.$$
 (2.31)

Следовательно,  $\mu c_V = 12.5 \text{ кДж/(кмоль · K)}.$ 

Если правую и левую части в уравнении Майера (2.22) умножить на молярную массу, то получим

$$\mu c_p - \mu c_V = \mu R, \tag{2.32}$$

откуда  $\mu c_p = \mu c_V + 8,314 = 12,5 + 8,314 \approx 20,8 \text{ кДж/(кмоль·К)}.$ 

Экспериментальные данные для одноатомных газов подтверждают полученные выводы. Но уже для двухатомных газов получается несоответствие выводов с экспериментальными данными; еще большее расхождение наблюдается для трех- и многоатомных газов. Это расхождение объясняется тем, что одноатомный газ до-

статочно точно соответствует модели идеального газа, для которой и сделаны выводы из цинетической теории газов. Но молекула двухатомного газа представляет собой более сложную систему, где надо учитывать все возможные движения: поступательное и вращательное.

Установленный Максвеллом — Больцманом закон о равнораспределении энергии

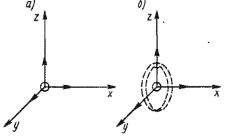


Рис. 2.2

утверждает, что на каждую степень свободы молекулы расходуется одинаковое количество энергии.

Молекула одноатомного газа может иметь только три степени свободы поступательного движения (рис. 2.2, а). Вращательным движением атома вокруг своей оси можно пренебречь, так как вся масса молекулы сосредоточена на оси вращения. Следовательно, на каждую степень свободы в одноатомном газе расходуется энергия 12,5/3=4,16 кДж/(кмоль·К).

Рассматривая возможные движения двухатомной молекулы (рис. 2.2, 6), можно сделать заключение, что пренебрегать вращательным движением такой молекулы уже нельзя; необходимо учесть расход энергии на ускорение вращательного движения молекулы вокруг осей х и у, вращательным же движением вокруг оси х можно пренебречь так же, как для одноатомного газа. Следовательно, линейная молекула двухатомного газа имеет три степени свободы поступательного движения и две степени свободы вращательного движения, а всего пять степеней свободы.

Считая, что на каждую степень свободы расходуется при нагревании на один градус такое же количество теплоты, как и для одноатомного газа, можно получить для двухатомного газа  $\mu c_V = 5.4,16 = 20,8$  кДж/(кмоль-К). Получается весьма близкое соответствие с экспериментальными данными.

Трехатомный газ имеет три степени свободы поступательного и

Итак, из модельного представления идеального газа следует, что молекулярно-кинетическая теория не учитывает зависимость теплоемкости от температуры:

для одноатомных газов  $\mu c_v \approx 12.5$  кДж/(кмоль·К);  $\mu c_p \approx 20.8$  кДж/(кмоль·К); k=20.8/12.5=1.67;

для двухатомных газов  $\mu c_v \approx 20.8$  кДж/(кмоль·К);  $\mu c_p = 29.1$  кДж/(кмоль·К); k = 29.1/20.8 = 1.4;

для трехатомных газов  $\mu c_v = 24,96$  кДж/(кмоль·К);  $\mu c_p = 33,28$  кДж/(кмоль·К); k = 33,28/24,96 = 1,33.

Таким образом, для более чем двухатомного газа молекулярно-кинетическая теория теплоемкости уже не дает верных результатов. Вполне понятно, что это объясняется большей сложностью молекулы и большей сложностью внутримолекулярных движений.

Во всех вышеприведенных выводах предполагалось, что атомы внутри одной молекулы так жестко связаны между собой, что никаких дополнительных внутренних движений они не имеют. В действительности же они имеют колебательное движение, представляющее собой внутримолекулярную энергию, которая в кинетической теории газов не учитывается. Влияние внутримолекулярной энергии может быть учтено квантовой теорией теплоемкости. Эта теория доказывает, что теплоемкость является функцией температуры вследствие того, что колебательное движение атомов в молекуле усиливается уже непропорционально повышению температуры.

В практических расчетах теплоемкости  $c_p$  и  $c_v$  газов обычно записываются в виде суммы двух слагаемых:

$$c_V = c_V^{\text{\tiny MR}} + \Delta c_v; \tag{2.33}$$

$$c_p = c_p^{\text{\tiny HR}} + \Delta c_p. \tag{2.34}$$

Первое слагаемое в обеих формулах представляет собой теплоемкость идеального газа, подчиняющегося уравнению pv = RT при  $(p \rightarrow 0)$ , причем  $c^{\text{ид}}$  является величиной не постоянной, а зависящей от температуры  $c^{\text{ид}} = f(t)$ . Второе слагаемое определяет зависимость теплоемкости от давления.

### § 2.6. ЗАВИСИМОСТЬ ТЕПЛОЕМКОСТИ ОТ ТЕМПЕРАТУРЫ

Опыты показывают, что при повышении температуры газа колебательные движения атомов в молекуле усиливаются, на что расходуется все большее и большее количество энергии. Следовательно, чем выше температура, тем больше теплоты приходится расходовать для нагревания газа на один градус. Таким образом, теплоемкость газа не постоянная величина, а представляет собой функцию температуры.

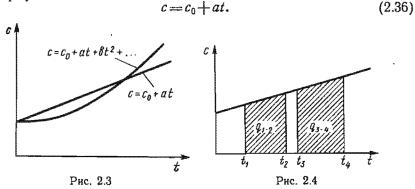
В общем случае теплоемкость для температуры t может быть представлена уравнением

$$c = c_0 + at + bt^2 + dt^3 + \dots, (2.35)$$

где  $c_0$  — теплоемкость при температуре 0°C; a, b, d — постоянные

коэффициенты.

Так как коэффициенты b, d вельма малы и влияние их на значения членов формулы с температурой в степени выше первой весьма мало, то для технических расчетов часто принимают линейную зависимость теплоемкости от температуры и выражают ее формулой



На графике (рис. 2.3) кривая построена по уравнению (2.35), а прямая— по уравнению (2.36). В дальнейшем будем пользоваться только уравнением (2.36), т. е. линейной зависимостью теплоемкости от температуры.

Вследствие того что теплоемкость зависит от температуры, расход теплоты для одинакового повышения температуры меняется: чем выше начальная температура нагрева, тем большее количество теплоты надо израсходовать для одинакового повышения температуры. Это ясно видно на рис. 2.4, где заштрихованные площади трапеции численно равны количеству теплоты при нагреве газа от  $t_1$  до  $t_2$  и от  $t_3$  до  $t_4$ , причем разность  $t_2$ — $t_1$  равна  $t_4$ — $t_3$ .

Если имеется формула для истинной теплоемкости, то по ней можно получить формулу для средней теплоемкости. Пусть имеем для истинной теплоемкости зависимость  $c=c_0+at$ , требуется получить формулу средней теплоемкости в пределах от  $t_1$  до  $t_2$ . Из (2.14) имеем для 1 кг газа

$$dq = cdt = (c_0 + at)dt = c_0dt + atdt$$
.

Интегрируя в пределах от  $t_1$  до  $t_2$ , получим

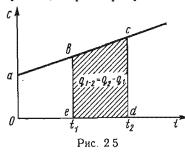
$$q_{1-2} = c_0 \int_1^2 dt + a \int_1^2 t dt$$

$$q_{1-2} = c_0(t_2 - t_1) + a(t_2^2 - t_1^2)/2.$$

Используя уравнение (2.26), находим

$$c|_{t_1}^{t_2} = \frac{q_{1-2}}{t_2 - t_1} = c_0 + \frac{a}{2}(t_2 + t_1).$$
 (2.37)

Этот вывод весьма просто объясняется (рис. 2.5). На рисунке дана прямая, характеризующая истинную теплоемкость газа. Требуется



найти среднюю теплоемкость в пределах  $t_1$  и  $t_2$ . Теплота, расходуемая при нагреве газа от  $t_1$  до  $t_2$ , представляется площадью заштрихованной трапеции, а средняя теплоемкость в пределах температур  $t_1$  и  $t_2$  представляет собой среднюю линию трапеции, т. е. полусумму нижнего и верхнего оснований трапеции, что приводит при подсчете к формуле (2.37).

Если теплоемкость задана формулой средней теплоемкости, то коэффициент при t уже разделен на 2 и, следовательно, в эту формулу надо подставлять сумму заданных начальной и конечной температур. При использовании формулу надопользовании формулу на t

ных начальной и конечной температур. При использовании формул теплоемкости, взятых из справочников, прежде всего следует обратить внимание на то, для каких условий дана эта формула.

Новейшие опытные данные по теплоемкостям, полученные спектроскопическим путем, даются в виде таблиц, так как обработка этих данных в виде формул приводит к очень сложным результатам.

Расход теплоты по этим данным рассчитывается следующим образом (рис. 2.5). Например, требуется найти расход теплоты для нагрева газа от  $t_1$  до  $t_2$ , если известны только средние теплоемкости в пределах от 0 до t °C. Следовательно, требуется найти площадь трапеции bcdeb; эту площадь проще всего определить как разность площадей трапеций OacdO и OabeO, представляющих соответственно теплоту  $q_2$ , расходуемую на нагрев газа от 0 до  $t_2$  °C, и теплоту  $q_1$ , расходуемую на нагрев того же газа от 0 до  $t_1$  °C. Таким образом, площадь трапеции bcdeb численно равна количеству теплоты  $q_2$ — $q_1$ , необходимому для нагревания газа от  $l_1$  до  $l_2$ .

Следовательно,  $q_2 - q_1 = \pi \pi$ .  $OacdO = \pi \pi$ . OabcO, но  $\pi \pi$ .  $OacdO = q_2 = c \begin{vmatrix} t_1 \\ 0 \end{vmatrix} t_2$ ;  $\pi \pi$ .  $OabeO = q_1 = c \begin{vmatrix} t_1 \\ 0 \end{vmatrix} t_1$ .

Количество теплоты, необходимое для нагревания газа от  $t_1$  до  $t_2$ ,

$$q_{1-2} = c \Big|_0^{t_1} t_2 - c \Big|_0^{t_1} t_1. \tag{2.38}$$

в этой формуле температуры  $t_1$  и  $t_2$  заданы, а теплоемкости  $c | ^{t_1}$  и  $c | ^{t_2}$ находятся по таблицам. Средняя теплоемкость в пределах от  $t_1$  до  $t_2$  определяется из

<sub>уравн</sub>ения (2.37):

$$c|_{t_1}^{t_2} = (c|_0^{t_1}t_2 - c|_0^{t_1}t_1)/(t_2 - t_1).$$
 (2.39)

В этой формуле значения  $t_1$  и  $t_2$  заданы, а  $c|_0^{t_1}$  и  $c|_0^{t_2}$  находят из таблиц.

### § 2.7. ТЕПЛОЕМКОСТЬ ГАЗОВОЙ СМЕСИ

В теплотехнических расчетах необходимо знание теплоемкости газовой смеси (расчет процессов горения и т. п.). Формула, определяющая теплоемкость тазовой смеси, составляется по данным о составе смеси и формудам теплоемкости компонентов.

Если задан массовый состав смеси, то необходимо иметь формулы удельных теплоемкостей компонентов:

$$c_1 = c_{01} + a_1 t;$$
  
 $c_2 = c_{02} + a_2 t;$ 

Для 1 кг смеси массовые доли компонентов определяют их массу в смеси, следовательно,

$$c = g_1 c_1 + g_2 c_2 + \dots = \sum_{l} g_l c_l$$
 (2.40)

или, подставляя формулы теплоемкости компонентов, можно по-ЛУЧИТЬ

$$c = \sum g_i c_{0i} + \sum g_i a_i t. \qquad (2.41)$$

Если задан объемный состав смеси, то могут быть использованы формулы объемной теплоемкости, которые на основании зависимости (2.17) для i-го газа имеют вид

$$c_i^* = p_{0i}c_i = p_{0i}(c_{0i} + a_i t).$$

Следовательно,

$$c^* = \sum r_i c_i^*, \tag{2.42}$$

или после подстановки формул теплоемкости

$$c^* = \sum r_i \rho_{0i} c_{0i}^* + \sum r_i \rho_{0i} a_i t. \qquad (2.43)$$

Таким образом, теплоемкость смеси определяется как сумма произведений теплоемкостей газов, составляющих смесь, на их массовые или объемные (молярные) доли.

### ГЛАВА 3

### ПЕРВЫЙ ЗАКОН ТЕРМОДИНАМИКИ

Закон сохранения и превращения энергии является фундаментальным законом, имеющим всеобщий характер. В термодинамике он трансформируется в первый закон (первое начало) термодинамики. В главе рассматривается первый закон термодинамики для закрытой и открытой систем, а также его приложения к процессам в потоке.

### § 3.1. ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ СИСТЕМЫ С ОКРУЖАЮЩЕЙ СРЕДОЙ

Рассмотрим закрытую термодинамическую систему. В процессе взаимодействия системы с окружающей средой состояние системы изменяется; эго изменение состояния вызывает изменение виутренней энергии, которое по (2.2) определяется разностью  $\Delta U = U_2 - U_1$ .

Если термодинамическая система заключена в абсолютно жесткую и в то же время непроницаемую для теплоты (адиабатную) оболочку, то она изолирована от внешней среды и, следовательно, не может обмениваться с окружающей средой энергией ни в форме теплоты, ни в форме механической работы. В этом случае на основании закона о сохранении и превращении энергии можно утверждать, что запас внутренней энергии такой изолированной системы постоянен:

$$\Delta U = 0. \tag{3.1}$$

Это утверждение не исключает возможности взаимопреобразований энергии внутри системы, если система не находится в равновесии. В такой системе будет происходить выравнивание давлений и температур по всему объему, но в итоге система придет в состояние термодинамического равновесия.

Если термодинамическая система находится в абсолютно жесткой оболочке, механического взаимодействия между средой и системой нет, то в ней может происходить теплообмен с окружающей средой. Система получит энергию путем непосредственного перехода ее от других тел без совершения при этом механической работы. Полученную таким образом энергию Борн (1921) назвал количеством теплоты. Количество теплоты (Q), полученное системой из окружающей среды, увеличит на такое же количество ее внутреннюю энергию. В термодинамике принято теплоту, полученную системой, считать положительной, а отдаваемую — отрицательной. Уравнение происходящего процесса теплообмена имеет вид

$$\Delta U = U_2 - U_1 = Q.$$
 (3.2)

Если термодинамическая система находится в свободно расширяющейся адиабатной оболочке, то вследствие увеличения объема

система воздействует на окружающую среду, преодолевая внешнее давление, или, наоборот, уменьшает свой объем под влиянием внешнего давления. При расширении системы ею совершается работа вследствие убыли внутренней энергии системы, а при сжатии работа внешних сил идет на увеличение внутренней энергии системы. В термодинамике принято: работу, производимую системой, считать положительной, а работу, расходуемую окружающей средой на сжатие системы,— отрицательной.

Обозначая работу через L, найдем уравнение для этого случая:

$$\Delta U = U_2 - U_1 = -L. \tag{3.3}$$

Если в процессе взаимодействия системы и окружающей среды возможна передача энергии как в виде теплоты, так и в виде механической работы, то уравнение происходящего процесса имеет вид

$$\Delta U = Q - L. \tag{3.4}$$

Рассмотрим круговой процесс, в котором система возвращается в первоначальное состояние. Следовательно, изменение внутренней энергии в процессе  $\oint dU = 0$ . В круговом процессе суммарная работа, совершаемая системой, равна суммарному количеству теплоты, переданному окружающей средой данной системе:

$$\oint dQ = \oint dL,$$

или.

$$\oint dQ - \oint dL = 0.$$

Эти уравнения свидетельствуют о превращении теплоты и работы в эквивалентных количествах.

Во всех перечисленных выше процессах энергообмена мы предполагали, что полная энергия системы равна внутренней (E=U), т. е. термодинамическая система находится в состоянии равновесия и отсутствует поле сил. В общем случае для изолированной системы с включением в нее всех источников теплоты и работы по (2.1) закон сохранения энергии имеет вид

$$\Delta E = \Delta E_{\kappa} + \Delta E_{n} + \Delta U = 0, \qquad (3.5)$$

т. е. полная энергия любой системы может увеличиваться только при подводе энергии из окружающей среды (в форме работы или теплоты), но не вследствие производства энергии внутри системы.

# § 3.2. УРАВНЕНИЕ ПЕРВОГО ЗАКОНА ТЕРМОДИНАМИКИ ДЛЯ ЗАКРЫТОЙ СИСТЕМЫ

Уравнение первого закона термодинамики выражает те изменения, которые вызываются в термодинамической системе (рабочем теле) при подводе к ней некоторого количества энергии,

Предположим, что преобразование энергии происходит в закрытой системе только в форме теплоты и механической работы, т. е. исключаются случаи возникновения при этом таких видов работы, как электрическая, химическая, световая и др. Измененнем потенциальной энергии, связанной с положением тела в пространстве, пренебрегаем, рабочее тело считаем неподвижным.

Пусть телу массой m сообщается некоторое количество теплоты  $\mathrm{d}Q$ . Эта теплота меняет состояние тела (вызывает в нем из-

менение температуры и объема).

При этом изменится кинетическая энергия молекул, на что израсходуется часть подведенной теплоты —  $\mathrm{d}K$ ; изменится потенциальная энергия, связанная с силами взаимодействия между молекулами —  $\mathrm{d}\Pi$ ; газ совершит работу против внешних сил, равную  $\mathrm{d}L$ . Запишем дифференциальное уравнение баланса энергии

$$dQ = dK + d\Pi + dL. \tag{3.6}$$

Рассмотрим это уравнение первого закона термодинамики. В этом уравнении изменение внутренней энергии тела

$$dU = dK + d\Pi$$
.

Элементарная деформационная работа газа, как было показано ранее,

dL = pdV.

Уравнение (3.6) можно переписать в виде

$$dQ = dU + dL = dU + pdV. (3.7)$$

Для 1 кг рабочего тела это уравнение записывается так:

$$\mathrm{d}q = \mathrm{d}u + \mathrm{d}l,\tag{3.8}$$

или

$$\mathrm{d}q = \mathrm{d}u + p\mathrm{d}v,\tag{3.9}$$

так как Q = mq, U = mu, L = ml, V = mv.

Таким образом, при принятых допущениях первый закон термодинамики говорит о том, что подводимая извне теплота идет на изменение внутренней энергии тела и на работу расширения.

Полный дифференциал внутренней энергии по (2.3)

$$du = \left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_{\sigma} dT + \left(\frac{\partial u}{\partial v}\right)_{T} dv. \tag{3.10}$$

Подставим это выражение в уравнение (3.9) с учетом элементарного количества теплоты, подводимого в процессе,  $dq = c_x dT$ . Тогда

$$c_x dT = \left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_v dT + \left[\left(\frac{\partial u}{\partial v}\right)_T + p\right] dv,$$
 (3.11)

откуда

$$c_x = \left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_{\sigma} + \left[\left(\frac{\partial u}{\partial v}\right)_T + p\right] \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}T}.$$
 (3.12)

в этом уравнении величины  $\left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_v$ ,  $\left(\frac{\partial u}{\partial v}\right)_T$ , p определяют состояние тела, а  $\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}T}$ — процесс изменения состояния.

В процессе v=const dv=0, удельная теплоемкость

$$c_x = c_v = \left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_v. \tag{3.13}$$

Для идеального газа, у которого внутренняя энергия зависит только от температуры u = f(T), частная производная совпадает с полной производной от внутренней энергии по температуре и

$$c_v = \frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}T} \,. \tag{3.14}$$

Уравнение первого закона термодинамики запишем в виде

$$dq = c_n dT + p dv, \tag{3.15}$$

а в интегральной форме, полагая  $c_v$  = const,

$$q = c_{v}(T_{2} - T_{1}) + \int_{1}^{2} p \, \mathrm{d}v.$$
 (3.16)

Уравнение первого закона термодинамики можно представить в другом виде. Прибавим и отнимем в правой части уравнения (3.7) член Vdp, тогда dQ = dU + pdV + Vdp - Vdp = d(U + pV) - Vdp, а так как U + pV = H, то

$$dQ = dH - V dp \tag{3.17}$$

или для 1 кг рабочего тела

$$\mathrm{d}q = \mathrm{d}h - v\,\mathrm{d}p. \tag{3.18}$$

Полный дифференциал энтальпии по формуле (2.12) для 1 кг газа

$$\mathrm{d}h = \left(\frac{\partial h}{\partial T}\right)_{p} \mathrm{d}T + \left(\frac{\partial h}{\partial p}\right)_{T} \mathrm{d}p. \tag{3.19}$$

Подставим выражение (3.19) в уравнение первого закона (3.18), считая  $\mathrm{d}q = c_x \mathrm{d}T$ ,

$$c_x dT = \left(\frac{\partial h}{\partial T}\right)_p dT + \left[\left(\frac{\partial h}{\partial p}\right)_T - v\right] dp, \tag{3.20}$$

откуда

$$c_x = \left(\frac{\partial h}{\partial T}\right)_p + \left[\left(\frac{\partial h}{\partial p}\right)_T - v\right] \frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}T} . \tag{3.21}$$

В уравнении (3.21) производная  $\mathrm{d}p/\mathrm{d}T$  определяет процесс изменения состояния тела (системы).

В процессе p=const dp=0, а удельная теплоемкость

$$c_x = c_p = \left(\frac{\partial h}{\partial T}\right)_p;$$
 (3.22)

для идеального газа, когда h = f(T),

$$c_p = \frac{\mathrm{d}h}{\mathrm{d}T} \,. \tag{3.23}$$

Уравнение (3.18) перепишем в виде

$$dq = c_p dT - v dp \tag{3.24}$$

и в интегральной форме, полагая  $c_p$  = const,

$$q = c_p(T_2 - T_1) - \int_1^2 v \, dp.$$
 (3.25)

Уравнения (3.9), (3.15) и (3.18), (3.24) являются основными при рассмотрении термодинамических процессов.

Связь между теплоемкостями  $c_p$  и  $c_v$  может быть определена следующим образом. По первому закону термодинамики

$$dq = c_v dT + \left(\frac{\partial u}{\partial v}\right)_T dv + p dv, \tag{3.26}$$

а количество теплоты, подведенное (отведенное) в процессе p = const,

$$\mathrm{d}q = c_p \, \mathrm{d}T. \tag{3.27}$$

Подставим выражение (3.27) в (3.26) и, полагая, что для идеального газа  $\left(\frac{\partial u}{\partial v}\right)_r = 0$ , получим  $(c_p - c_v) dT = pdv$ .

Для процесса  $p = \text{const } \frac{dv}{dT} = \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p$ ; используя уравнение идеального газа pv = RT, найдем, что

$$p\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_{p} = R,$$

тогда уравнение Майера примет вид

$$c_n - c_n \stackrel{\cdot}{=} R, \tag{3.28}$$

или

$$\mu c_p - \mu c_p = \mu R. \tag{3.29}$$

Формула Майера является частным случаем общей формулы [см. (7.37)] в применении к идеальным газам. Для реальных газов разность теплоемкостей больше газовой постоянной, так как при расширении реальных газов (при постоянном давлении) совершается не только внешняя работа, но и внутренняя, против сил, действующих между молекулами.

### § 3.3. АНАЛИЗ УРАВНЕНИЯ ПЕРВОГО ЗАКОНА ТЕРМОДИНАМИКИ ДЛЯ ЗАКРЫТОЙ СИСТЕМЫ

В математическое выражение первого закона термодинамики входят величины, характеризующие тепловое состояние рабочего тела и изменение его состояния в термодинамическом процессе.

Внутренняя энергия и энтальпия определяют запас энергии в рабочем теле (системе) и имеют в каждом состоянии вполне определенное значение.

Таким образом, для внутренней энергии и энтальпии мы имеем

следующее:

- 1) обе величины являются функциями состояния, а величины  $\mathrm{d}U$  и  $\mathrm{d}H$  полными дифференциалами этих функций; следовательно, изменение этих величин в процессе равно разности их значений в конечном и начальном состояниях;
- 2) внутренняя энергия и энтальпия являются аддитивными величинами;
- 3) на основании уравнений (3.7) и (3.17) можно считать, что внутренняя энергия и энтальпия определяются с точностью до некоторой постоянной:

$$U = \int (dQ - p dV) + U_0; \tag{3.30}$$

$$H = \int (dQ + V dp) + H_0;$$
 (3.31)

4) для идеального газа с постоянной теплоемкостью значения  $\Delta U$  и  $\Delta H$  можно подсчитать из выражений

$$\Delta U = mc_{v}(T_2 - T_1); \tag{3.32}$$

$$\Delta H = m c_p (T_2 - T_1). \tag{3.33}$$

В процессе изменения состояния рабочее тело, увеличивая свой объем, производит работу по преодолению внешних сил, действующих на него. Такая работа носит название работы расширения. Если в процессе изменения состояния газ уменьшает свой объем, то это происходит под воздействием внешнего давления, и работу, совершаемую над газом, называют работой сжатия.

Элементарная работа газа определяется уравнением

$$dL = p \, dV \tag{3.34}$$

или из расчета на 1 кг газа

$$dl = p \, dv. \tag{3.35}$$

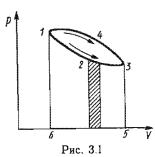
Работа газа может быть получена интегрированием этих уравнений:

$$L = \int_{1}^{2} \rho \, \mathrm{d}V; \tag{3.36}$$

$$l = \int_{1}^{2} p \, \mathrm{d}v. \tag{3.37}$$

В равновесных квазистатических процессах давления рабочего тела и окружающей среды одинаковы; это давление и подставляются в формулы (3.36) и (3.37). В действительных процессах (неравновесных) работа может происходить только при значительной разности давлений; в таких случаях в формулы (3.36) и (3.37) надо подставлять то давление, которое преодолевается, т. е. меньшее.

Так как абсолютное давление всегда величина положительная,



то величины dL и dV имеют одинаковые знаки: если dV>0, то dL>0, т. е. при расширении работа, совершаемая рабочим телом, положительна; если dV<0, то dL<0, т. е. работа, совершаемая внешней средой над телом (работа сжатия), отрицательна

Из уравнений (3.36) и (3.37) видно, что так как давление в процессе изменения состояния переменно, то интегрирование, а следовательно, и определение работы возможны только в том случае, когда известна зависимость между давлением и объе-

мом. Таким образом, работа зависит от процесса, который происходит с газом.

Если взять систему координат p, V, то процесс, определяемый условием p=f(V), изобразится в виде кривой 1-2-3 (рис. 3.1). Элементарная работа газа на этой диаграмме изобразится в виде заштрихованной площади, а работа газа в процессе изменения состояния от точки 1 до точки 3 — площадью, ограниченной кривой процесса 1-2-3, крайними ординатами и осью абсцисс, т. е. пл. 123561. Для процесса, изображенного кривой 1-4-3, работа будет определяться пл. 143561.

На основании всего вышеизложенного, зная функциональную зависимость p = f(V), определим работу газа

$$L = \int_{1}^{2} p \, dV = \int_{V_{1}}^{V_{2}} f(V) \, dV. \tag{3.38}$$

Вследствие того что работа газа является функцией процесса, а не функцией состояния, величина dL — не полный дифференциал.

Работа, определяемая по уравнениям (3.34)...(3.37), представляет собой работу в квазистатическом обратимом процессе.

В реальных условиях при сжатии газа в цилиндре компрессора к поршню необходимо прикладывать большее давление, чем давление сжимаемого газа p, для возможности движения поршня со

скоростью, отличной от нуля, так как при сжатии газа обязательно

имеет место трение, неравновесность и турбулизация.

В результате при сжатии необходимо совершить большую работу, чем в обратимом квазистатическом процессе. Наоборот, в процессе расширения газа действительная работа будет меньше, чем полученная в обратимом процессе. Разница между действительной работой и работой в обратимых процессах называется работой диссипации. При дальнейшем изложении будем рассматривать только работу в обратимых процессах. При расширении такая работа будет максимальной, а при сжатии — минимальной.

В заключение анализа первого закона термодинамики отметим, что теплота является функцией процесса, так как алгебраическая сумма внутренней энергии и работы зависит от характера процесса. Поэтому теплота не является параметром состояния, а величина dQ не является полным дифференциалом.

# § 3.4. УРАВНЕНИЕ ПЕРВОГО ЗАКОНА ТЕРМОДИНАМИКИ ДЛЯ ОТКРЫТОЙ СИСТЕМЫ

В открытой термодинамической системе изменение энергии связано с обменом веществом между системой и окружающей средой.

Рассмотрим расширенную термодинамическую систему (A++B), которая помимо открытой подсистемы A обменивается ве-

ществом с подсистемой B (рис. 3.2). Так как расширенная система (A++B) в процессе не обменивается веществом с окружающей средой, то она является закрытой и к ней применимо уравнение первого закона термодинамики (3.7)

$$dQ_{(A+B)} = dU_{(A+B)} + dL_{(A+B)},$$
 (3.39)

где  $dQ_{(A+B)}$  и  $dL_{(A+B)}$  — элементарное количество теплоты, полученное системой, и элементарная работа, совершенная системой;  $dU_{(A+B)}$  — изменение внутренней энергии системы.

 $\rho_{i} \longrightarrow \begin{pmatrix} \beta \\ y_{i} & dm_{i} \end{pmatrix}$   $Q_{i} \longrightarrow \begin{pmatrix} \beta \\ y_{i} & dm_{i} \end{pmatrix}$   $Q_{i} \longrightarrow \begin{pmatrix} \beta \\ A \end{pmatrix}$ 

Приращение внутренней энергии системы

$$dU_{(A+B)} = (U + dU) - (U + U_l dm_l) = dU - u_l dm_l, \quad (3.40)$$

где U,  $\mathrm{d} U$  — внутренняя энергия открытой подсистемы и ее приращение;  $u_l$  — удельная внутренняя энергия;  $\mathrm{d} m_i$  — элементарная масса, поступившая в открытую подсистему.

Величина  $dL_{(A+B)}$  кроме элементарной работы открытой системы dL включает слагаемое  $p_iv_idm_i$ , учитывающее удельную энергию потока  $p_iv_i$  при пересечении границы открытой системы вследствие поступления в нее вещества:

$$dL_{(A+B)} = dL - p_i v_i dm_i. \tag{3.41}$$

Приращение элементарного количества теплоты

$$dQ_{(A+B)} = dQ. \tag{3.42}$$

После подстановки (3.40) ... (3.42) в (3.39) получим

$$dQ + (u_l + p_l v_l) dm_l = dU + dL. \tag{3.43}$$

В открытой системе с п потоками вещества

$$dQ + \sum_{i=1}^{n} (u_i + p_i v_i) dm_i = dU + dL.$$
 (3.44)

Для потоков, поступающих в систему,  $\mathrm{d}m_i > 0$ , для потоков, покидающих систему,  $\mathrm{d}m_i < 0$ , причем  $\sum_{i=1}^n \mathrm{d}m_i = \mathrm{d}m$ , где m — масса

вещества в открытой системе. Кинетической и потенциальной энергиями потока пренебрегаем. Выражение (3.44) представляет собой уравнение первого закона термодинамики для открытой термодинамической системы. Уравнение справедливо как для стационарных, так и нестационарных процессов вследствие того, что все дифференциалы относятся ко времени как к независимой переменной. Для стационарных открытых систем  $\mathrm{d} U = 0$ ,  $\mathrm{d} m = 0$ , т. е. энергия, накопленная открытой системой, остается неизменной, а ее масса постоянна.

Для термомеханической системы при отсутствии поля сил (электрических, магнитных, гравитационных и т. д.) уравнение (3.44) может быть записано в следующем виде:

$$dQ + \sum_{l=1}^{n} h_l dm_l = dU + dL, \qquad (3.45)$$

где  $h_i = u_i + p_i v_i$  — энтальпия *i*-го потока вещества. Для круговых процессов, в которых u = const, du = 0,

$$L - Q = \oint h_l \, \mathrm{d}m_l. \tag{3.46}$$

Уравнения (3.44)—(3.46) могут быть применены для анализа процессов в различных элементах тепловых машин (ДВС, холодильных машинах, компрессорах и т. д.).

## § 3.5. УРАВНЕНИЕ ПЕРВОГО ЗАКОНА ТЕРМОДИНАМИКИ ДЛЯ ПОТОКА

Обратимся к подвижной термодинамической системе, в которой вещество (газ, пар) перемещается в пространстве.

При выводе первого закона термодинамики для потока газа или пара полагают:

1) вся область движения газа может быть разбита по потоку ва элементарные участки, причем в каждом участке по всему сечению параметры газа остаются постоянными (стациопарное или установившееся движение);

2) изменение параметров движущегося газа от сечения к сечению бесконечно мало по сравнению со значением самих параметров и параметры газа в различных сечениях потока устанав-

ливаются быстро.

Итак, рассмотрим поток в канале произвольной формы (рис. 3.3). Между сечениями 1-1 и 2-2 может быть подведено некоторое количество теплоты  $Q_{1-2}$ . При

отсутствии теплообмена с внешней средой течение газа в канале будет

адиабатным.

Если движение газа через канал установившееся, то через каждое сечение канала в единицу времени протекает одно и то же количество газа. Для этого случая (рис. 3.3) при определенной скорости газа в каждом сечении канала расход газа

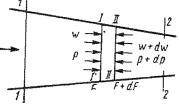


Рис. 33

$$G = \frac{F_w}{v} = \frac{F_1 w_1}{v_1} = \frac{F_2 w_2}{v_2} = \text{const}, \tag{3.47}$$

Постоянство массового расхода для всех сечений канала в каждый момент времени устанавливает условие неразрывности струи, поэтому уравнение (3.47) называют уравнением неразрывности или сплошности.

Для рассматриваемого процесса течения газа через канал уравнение первого закона термодинамики для G кг газа имеет вид

$$dQ_{1.2} = dU + dL_{1.2} + G\frac{dw^2}{2} + Gg dz,$$
 (3.48)

где  $\mathrm{d}Q_{1\cdot2}$  — элементарное количество теплоты, подводимое или отводимое от газа на рассматриваемом участке движения;  $\mathrm{d}U$  — изменение внутренней энергии газа в соответствующих сечениях;  $\mathrm{d}L_{1\cdot2}$  — элементарная работа газа против внешних сил;  $G\mathrm{d}w^2/2$  — приращение кинетической энергии газа при его перемещении на выделенном участке;  $G\mathrm{g}\mathrm{d}z$  — элементарная работа против сил тяжести; этой составляющей в газах можно пренебречь.

Работа газа против внешних сил в движущемся газе является работой, затраченной на его проталкивание.

Рассмотрим поток газа в канале (рис. 3.3) при одномерном течении. Выделим сечениями I-I и II-II некоторую массу газа Притекающий к сечению I-I поток выполняет функцию поршия который вытесняет газ, заполняющий канал. На выделенную массу газа в канале действует слева сила pF, а справа — сила (p+dp)(F+dF).

Работа проталкивания (перемещения), учитывая принятые в термодинамике знаки работ, равна

$$dL_{1-2} = (p + dp)(F + dF)(w + dw) - pFw.$$
 (3.49)

После сокращения и отбрасывания малых величин второго и высшего порядков получим

$$dL_{1-2} = pF dw + pw dF + wF dp, \qquad (3.50)$$

нли

$$dL_{1-2} = pd(Fw) + Fwdp.$$
 (3.51)

Так как по уравнению неразрывности Fw = Gv, а также учитывая, что расход есть величина постоянная в сплошной среде, получим

$$dL_{1-2} = G(p dv + v dp) = G d(pv),$$
 (3.52)

Относя работу против внешних сил к 1 кг газа, имеем

$$dl_{1-2} = d(pv) = p dv + v dp.$$
 (3.53)

Величина vdp определяет элементарную работу, произведенную перемещающимся объемом газа при условии, что выделенная масса газа несжимаема. Второе слагаемое pdv представляет собой элементарную работу, которую перемещающийся объем газа совершает в результате деформации под действием равномерно распределенного давления.

Подставляя работу против внешних сил в уравнение первого закона термодинамики, записанного для 1 кг газа, имеем

$$dq = du + dl_{1-2} + \frac{dw^2}{2} = du + d(pv) + \frac{dw^2}{2} = d(u + pv) + \frac{dw^2}{2}.$$
(3.54)

Как известно, u+pv=h, следовательно,

$$\mathrm{d}q = \mathrm{d}h + \frac{\mathrm{d}w^2}{2} \,. \tag{3.55}$$

Это уравнение показывает, что теплота, сообщаемая движущемуся газу, расходуется в двух направлениях: на приращение энтальпии газа и на приращение внещней кинетической энергии, т. е. идет на увеличение скорости газового потока.

Уравнение (3.55) является основным для потока газа или пара, причем оно справедливо для течений, не сопровождающихся действием сил трения, и для течений, сопровождающихся трением.

Для течений при наличии сил трения уравнение (3.55) должно быть дополнено двумя членами:  $l_{\rm TP}$ , учитывающим работу, расходуемую на преодоление сил трения, и  $q_{\rm TP}$ , выражающим приращение теплоты в газовом потоке вследствие трения. Так как работа против сил трения полностью переходит в теплогу, воспринимаемую потоком, то эти два члена одинаковы по значению, имеют разные знаки и поэтому взаимно уничтожаются. Таким образом, наличие сил трения не может нарушить общего баланса энергии.

При адиабатном течении газа, когда при движении газа через

канал теплота ему не сообщается (dq=0), имеем

$$h_1 + \frac{w_1^2}{2} = h_2 + \frac{w_2^2}{2} \,. \tag{3.56}$$

Из уравнения (3.56) следует, что при теплоизолированном стационарном течении газа через канал сумма удельной энтальпии и удельной кинетической энергии сохраняет постоянное значение.

Следует отметить, что эти уравнения справедливы лишь в том случае, когда газ при своем движении совершает работу расширения (например, вращение рабочего колеса турбины) и не совершает полезной — технической работы. При совершении потоком технической работы уравнение первого закона термодинамики (3.54) должно записываться в виде

$$dq_{1.2} = du + d(pv) + dl_{\text{Tex}} + \frac{dw^2}{2} = dh + dl_{\text{Tex}} + \frac{dw^2}{2}$$
, (3.57)

где  $l_{\text{тех}}$  — техническая работа. При совершении потоком технической работы работа деформации при расширении отдается внешнему потребителю, тогда как в каналах она воспринимается соседними элементами и изменяет их кинетическую энергию.

Из сравнения уравнения (3.54) с уравнением (3.9) первого закона термодинамики, записанного для выделенного элемента потока, который деформируется, но не перемещается, получим в ин-

тегральной форме

$$l_{\text{rex}} = \int_{1}^{2} p \, dv + p_1 v_1 - p_2 v_2 + \frac{w_2^2 - w_1^2}{2} \,. \tag{3.58}$$

Из этого уравнения видно, что техническая работа складывается из работы деформации, разности работ вытеснения на входе и выходе из машины  $(p_1v_1-p_2v_2)$  и разности кинетических энергий в машине.

Если изменение кинетической энергии рабочего тела практиче, ски равно нулю, то

$$l_{\text{rex}} = \int_{1}^{2} p \, \mathrm{d}v + p_1 v_1 - p_2 v_2. \tag{3.59}$$

Термин «техническая работа» в дальнейшем будет применяться для этого случая (гл. 10).

Для процесса течения газа одновременно с уравнением (3.54)

сохраняет силу и уравнение (3.18) для элемента потока:

$$dq = dh - v dp$$
.

Подставив последнее уравнение в формулу (3.55), получим

$$\mathrm{d}h - v\,\mathrm{d}p = \mathrm{d}h + \frac{\mathrm{d}w^2}{2};$$

$$\frac{\mathrm{d}w^2}{2} = -v\,\mathrm{d}p.$$

Приращение внешней кинетической энергии тела, равное  $-\int\limits_{1}^{3}v\,\mathrm{d}p$  , называется располагаемой работой, которая может быть

использована в машинах и превращена в другие виды энергии. Обозначим располагаемую работу через  $l_0$ , тогда

$$\mathrm{d}I_0 = \frac{\mathrm{d}w^2}{2} = w \,\mathrm{d}w = -v \,\mathrm{d}p. \tag{3.60}$$

Этот же результат можно получить, если сравнивать уравнения (3.55) и (3.18) при  $l_{\text{тех}} = 0$ .

Таким образом, работа, затрачиваемая на проталкивание потока d(pv), на изменение кинетической энергии потока wdw, на техническую работу  $dl_{\text{тех}}$ , на преодоление сил трения  $dl_{\text{тр}}$ , совершается за счет работы расширения газа (пара), движущегося в потоке, так что

$$p \, dv = d(pv) + w \, dw + dl_{\text{Tex}} + dl_{\text{To}} + g \, dz.$$
 (3.61)

Соотношения этого параграфа будут использованы в гл. 9.

#### ГЛАВА 4

## ОСНОВНЫЕ ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ

Ниже рассматриваются основные равновесные термодинамические процессы идеального газа; приводятся связи между термическими и калорическими параметрами в процессе. Дается анализ термодинамических процессов.

#### § 4.1. РАВНОВЕСНЫЕ ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ И ИХ ОБРАТИМОСТЬ

Уравнение состояния справедливо только для газа, находящегося в равновесни. В этом случае температура и давление одинаковы во всем объеме газа. Если газ не изолирован от внешней среды, то равновесное состояние возможно только при условии полного равновесия с окружающей средой.

Достаточными условиями термомеханического равновесия являются:

- 1) равенство давлений газа и окружающей среды; при равенстве давлений газ не изменяет объем и, следовательно, передача энергии путем работы отсутствует. Это равенство давлений обеспечивает механическое равновесие;
- 2) равенство температур газа и окружающей среды; при равенстве температур, т. е. при термическом равновесии, не возникает передача энергии путем теплообмена.

Всякий термодинамический процесс может возникнуть только при нарушении механического или термического равновесия, т. е. при сжатии или расширении газа (давление среды больше или меньше давления газа), при нагреве или охлаждении газа (температура среды больше или меньше температуры газа). Чем сильнее нарушается равновесие, тем быстрее в общем случае проходит процесс и тем более резко будет нарушаться состояние покоя газа: в газе возникают конвекционные токи, вызываемые разностью температур в массе газа, и вихревые движения, вызываемые разностью давлений. Для газа, находящегося в таком неустойчивом состоянии, уравнение состояния не может быть применено до тех пор, пока газ не придет в состояние равновесия. Для того чтобы во время изменения состояния газа уравнение состояния было справедливо, необходимо, чтобы газ во всей своей массе имел одинаковые давление и температуру, а для этого необходимо, чтобы изменение его состояния происходило очень медленно, вернее, даже бесконечно медленно. Бесконечно медленное изменение состояния газа возможно только при условии наличия бесконечно малых разностей давлений и температур газа и окружающей среды. Процессы, происходящие при бесконечно малых разностях давлений и температур, называются равновесными, а так как они протекают бесконечно медленно, то их называют иногда квазистатическими (дословный перевод с латинского: почти равновесными).

Равновесные процессы могут одинаково идти в противоположных направлениях, так как для изменения направления достаточно только на бесконечно малую величину изменить давление или температуру газа или окружающей среды. Такое свойство равновесных процессов называется обратимостью; при обратном направлении обратимого процесса газ последовательно, но в обратном направлении, проходит те же состояния, которые он прохо-

дил в прямом процессе. Обратимый процесс, осуществленный в обоих направлениях, не производит изменений в окружающей среде.

Вышесказанное приводит к заключению, что для полной обра-

тимости процесса необходимы следующие условия:

1) механическое равновесие, т. е. равенство давлений газа и среды;

2) термическое равновесие, т. е. равенство температур газа и среды;

3) отсутствие диссипативных эффектов, таких, как трение, турбулентность и т. п.

В термодинамическом процессе будут меняться равновесные параметры системы (тела), связь между которыми дается уравнением состояния f(p, V, T) = 0, и внутренняя энергия, изменение которой можно определить по уравнению вида f(U, T, V) = 0.

Изменение внутренней энергии определяется характером энергообмена между системой и окружающей средой. Для термомеханической системы изменение внутренней энергии определяется ме-

ханическим и тепловым эффектами процесса.

Для установления этих зависимостей необходимо знать уравнение процесса в какой-либо системе координат. Наиболее распространенной является система координат (или диаграмма) р, v.

При изображении процесса на pv-диаграмме работа газа определяется площадью, ограниченной кривой процесса, осью абсцисс

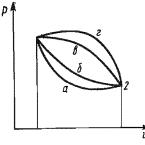


Рис. 4.1

и крайними ординатами. Для любой точки процесса из диаграммы известны давление р и удельный объем v, а температура газа в этой точке процесса определяется из уравнения состояния. Графическое изображение процесса позволяет яснее представить разницу между функциями состояния и функциями процесса. Например, на рис. 4.1 даны точки I и 2, характеризующие начальное и конечное состояния газа в процессе. Между этими двумя точками можно провести сколь угодно разных кри-

вых, и каждая кривая будет представлять собой процесс; причем работа газа в каждом процессе будет определяться (как указано выше) площадью, ограниченной кривой процесса a или b, или b,

При изучении тепловых машин большое значение имеют круговые процессы, или циклы. Циклами называются замкнутые термодинамические процессы, в ходе которых рабочее тело, пройдя целый ряд состояний, возвращается в первоначальное. Цикл,

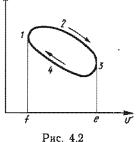
состоящий из обратимых процессов, называется обратимым. Если один из процессов, входящий в цикл, необратим, то цикл называется необратимым. Так как в результате совершения цикла газ приходит в начальное состояние, то изменение любого термодинамического параметра за цикл равно нулю, т. е.  $\oint dp = 0$ ,  $\oint dU = 0$ ,  $\oint dT = 0$ ,  $\oint dh = 0$ .

Если цикл (рис. 4.2) протекает по движению часовой стрелки 1-2-3-4-1— это прямой цикл; цикл, проходящий в направлении 1-4-3-2-1 (против движения часовой стрелки), называется обрат-

ным.

Обратимые процессы — это чисто теоретические процессы; действительные процессы всегда в большей или меньшей степени необратимы, т. е. они могут идти самостоя- р тельно только в одном направлении.

Для обратного протекания процесса необходима затрата извне некоторого количества энергии. Ряд простых примеров подтверждает эти выводы. Газ всегда вытекает из резервуара в окружающее пространство, если в этом пространстве давление ниже, чем в резервуаре. Для подачи газа в резервуар необходимо использовать компрессоры, потребляющие извне механическую работу. Теплота может переходить



только от горячего тела к холодному, но для обратного направления теплового потока необходимо применение холодильных машин, которые, получая извне механическую работу, заставляют теплоту перетекать от холодного тела к теплому. Из этих параметров видно, что обратное направление любого действительного (необратимого) процесса возможно только при условии подведения к системе, в которой происходит этот процесс, дополнительного количества энергии извне.

Рассмотренные примеры действительных процессов показывают, что все явления в природе проходят в направлении, приводящем к равновесию в системе; эти явления идут в направлении уравнивания давлений и температур. Особо следует отметить естественное направление процессов преобразования механической работы в теплоту.

#### \$ 4.2. ЗАКОНОМЕРНОСТИ ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

Уравнения первого закона термодинамики для закрытой термомеханической системы, полученные в § 3.2, карактеризуют распределение подведенной к газу (или отведенной) теплоты между внутренней энергией его и совершенной им работой. В общем случае это распределение не имеет закономерного характера, т. е. доли теплоты, расходуемые на работу и внутреннюю энергию, при протекании процесса меняются в любых отношениях; такие «нез кономерные» процессы не поддаются изучению. В термодинамике изучаются процессы, подчиненные определенной закономерности,

. Логично принять за условие протекания таких процессов постоянство распределения подводимой теплоты между внутренней энергией газа и работой, которую он совершает. Для получения наиболее ценных обобщений и простых формул изучение уравнений первого закона термодинамики проводится для 1 кг идеального газа, т. е. газа, внутренняя энергия которого является функцией только температуры, а теплоемкость не зависит от температуры и является постоянной. Пусть в изучаемом процессе на измерение внутренней энергии расходуется ф-я часть всего подводимого количества теплоты

$$\mathrm{d}u = \varphi \, \mathrm{d}q. \tag{4.1}$$

Тогда уравнение первого закона термодинамики можно представить в виде  $\mathrm{d}q = \mathrm{\phi}\mathrm{d}q + dl$  или

$$dl = (1 - \varphi) dq. \tag{4.2}$$

В термодинамике процессы, подчиненные закономерности, выражаемой условием  $\phi$  = const, называются политропными (с греческого — многообразными). Исследование показывает, что значения  $\phi$  в политропных процессах могут быть от  $+\infty$  до  $-\infty$ .

Количество теплоты всегда может быть выражено произведением теплоемкости на изменение температуры. Для любого политропного процесса также можно написать

$$dq = c_{\varphi} dT, \tag{4.3}$$

где  $c_{\phi}$ — теплоемкость политропного процесса \*, т. е. количество теплоты, которое в данном процессе необходимо подвести к 1 кг газа, чтобы повысить его температуру на один градус. Следовательно,

$$c_{\varphi} = \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}T} = \frac{1}{\varphi} \frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}T} = \frac{1}{\varphi} \frac{c_{\varphi}\,\mathrm{d}T}{\mathrm{d}T} = \frac{c_{\varphi}}{\varphi}. \tag{4.4}$$

Таким образом, политропный процесс можно определить как процесс при постоянной теплоемкости или постоянном значении ф.

# § 4.3. ЗАВИСИМОСТЬ МЕЖДУ ПАРАМЕТРАМИ ГАЗА В ПОЛИТРОПНОМ ПРОЦЕССЕ

В политропном процессе идеального газа изменения параметров могут быть выражены определенными зависимостями.

Для нахождения этих зависимостей возьмем два уравнения: уравнение первого закона термодинамики (3.15)

$$dq = c_n dT + p dv$$
;

<sup>\*</sup> Индекс  $\phi$  при теплоемкости указывает на условие  $\phi$  = const, при котором протекает процесс,

уравнение элементарного количества теплоты в политропном процессе (4.3)

$$\mathrm{d}q = c_{\varphi}\mathrm{d}T$$
.

Следовательно,

$$c_{\varphi} dT = c_{\varphi} dT + p dv. \tag{4.5}$$

Исключаем из этого уравнения dT, используя дифференциальное уравнение состояния идеального газа:

$$dT = \frac{p \, dv + v \, dp}{R} \,. \tag{4.6}$$

Получаем

$$\frac{c_{\varphi}}{R}(p\,\mathrm{d}v+v\,\mathrm{d}p) = \frac{c_{v}}{R}(p\,\mathrm{d}v+v\,\mathrm{d}p)+p\,\mathrm{d}v,$$

или

$$(c_{\varphi} - c_{v} - R) p \, dv = (c_{v} - c_{\varphi}) v \, dp; (c_{\varphi} - c_{p}) p \, dv + (c_{\varphi} - c_{p}) v \, dp = 0.$$
 (4.7)

Разделив второе уравнение на  $(c_{\varphi}-c_{v})pv$ 

$$\frac{c_{\varphi} - c_{p}}{c_{-} - c_{n}} \frac{\mathrm{d}v}{v} + \frac{\mathrm{d}p}{p} = 0 \tag{4.8}$$

и введя обозначение

$$n = \frac{c_{\varphi} - c_{p}}{c_{\sigma} - c_{p}} = \frac{c_{p} - c_{\varphi}}{c_{p} - c_{\varphi}}, \tag{4.9}$$

получим

$$n\frac{\mathrm{d}v}{v}+\frac{\mathrm{d}p}{p}=0.$$

Интегрируя это уравнение в пределах от начала до конца процесса и потенцируя, находим

 $p_1v_1^n = p_2v_2^n$ 

ИЛН

$$pv^n = \text{const.} \tag{4.10}$$

Зависимость между температурой газа и удельным объемом определяется путем замены давления в уравнении (4.10) его значением из уравнения состояния идеального газа (1.11):

$$\frac{RT_1}{v_1} v_1^n = \frac{RT_2}{v_2} v_2^n$$

отсюда

$$T_1 v_1^{n-1} = T_2 v_2^{n-1}$$
 или  $T v_1^{n-1} = \text{const.}$  (4.11)

Исключая подобным же образом удельный объем, находим зависимость между давлением и температурой:

$$p_1\left(\frac{RT_1}{p_1}\right)^n = p_2\left(\frac{RT_2}{p_2}\right)^n,$$

отсюда

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{(n-1)/n}$$
, или  $\frac{T^n}{p^{n-1}} = \text{const.}$  (4.12)

Таким образом, зависимости, выражающие изменения параметров газа в политропном процессе, определяются введенной нами величиной n; эта величина называется показателем политропы и для каждого процесса постоянна, так как

$$n = (c_p - c_\varphi)/(c_v - c_\varphi),$$

а мы рассматриваем процессы в предположении, что теплоемкости постоянны.

Теплоемкость политропного процесса определяется по значению показателя политропы из уравнения (4.9):

$$c_{\varphi} = \frac{c_{\rho} - nc_{v}}{1 - n} = c_{v} \frac{k - n}{1 - n} = \frac{c_{v}}{\varphi} . \tag{4.13}$$

Зависимость между показателем политропы n и величиной  $\phi$ , характеризующей распределение теплоты между внутренней энергией газа и его работой, определяется путем приравнивания правых частей равенства (4.4) и (4.13); находим, что

$$\varphi = (1-n)/(k-n).$$
 (4.14)

Таким образом, доля теплоты, пошедшей на изменение внутренней энергии, определяется видом термодинамического процесса.

#### § 4.4. РАБОТА, ВНУТРЕННЯЯ ЭНЕРГИЯ И ТЕПЛОТА ПОЛИТРОПНОГО ПРОЦЕССА

Работа и теплота являются функциями процесса и в явном виде связаны с показателем политропы.

Работа, производимая 1 кг газа в политропном процессе, определяется по общему интегралу работы

$$l = \int_{1}^{2} p \, \mathrm{d}v.$$

Зависимость давления газа от объема выражается уравнением (4.10), из которого можно найти, что  $p = p_1 v_1^n / v^n$ . Подставляя это выражение в уравнение работы, находим

$$l = \int_{1}^{2} p_{1} v_{1}^{n} \frac{dv}{v^{n}} = p_{1} v_{1}^{n} \int_{1}^{2} v^{-n} dv.$$

решая этот табличный интеграл, имеем

$$l = p_1 v_1^n \frac{v_2^{1-n} - v_1^{1-n}}{1-n}.$$

Так как  $p_1v_1^n = p_2v_2^n$ , то

$$l = \frac{p_2 v_2^n v_2^{1-n} - p_1 v_1^n v_1^{1-n}}{1-n} = \frac{p_2 v_2 - p_1 v_1}{1-n},$$

или

$$t = \frac{p_1 v_1 - p_2 v_2}{n - 1}. (4.15)$$

Можно получить другие выражения для работы в политропном процессе. Так как для идеального газа pv = RT, то

$$t = \frac{R(T_1 - T_2)}{n - 1}. (4.16)$$

Уравнение (4.15) преобразуем следующим образом:

$$1 = \frac{p_1 v_1 - p_2 v_2}{n - 1} = \frac{p_1 v_1}{n - 1} \left( 1 - \frac{p_2 v_2}{p_1 v_1} \right) = \frac{p_1 v_1}{n - 1} \left( 1 - \frac{T_2}{T_1} \right). \tag{4.17}$$

Отношение температур может быть заменено отношением давлений из уравнения (4.12), и тогда уравнение (4.17) приводится к виду, весьма часто применяемому в теории турбин и газодинамике:

$$l = \frac{p_1 v_1}{n-1} \left[ 1 - \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{(n-1)/n} \right] = \frac{RT_1}{n-1} \left[ 1 - \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{(n-1)/n} \right]. \tag{4.18}$$

Изменение внутренней энергии газа определятся общей формулой  $\mathrm{d} u = c_v \mathrm{d} T$  или  $\Delta u = u_2 - u_1 = c_v (T_2 - T_1)$ .

Подводимое количество теплоты может быть определено по формулам, которые выводятся очень просто. Используя формулу теплоемкости процесса (4.13), находим

$$\mathrm{d}q = c_v \frac{k-n}{1-n} \, \mathrm{d}T$$
, или
 $q = c_v \frac{k-n}{1-n} (T_2 - T_1)$ . (4.19)

C другой стороны,  $dq = c_v dT + dl$ , или

$$q = c_v(T_2 - T_1) + l$$

где вместо ! можно подставить любую формулу работы.

### § 4.5. ИССЛЕДОВАНИЕ ПОЛИТРОПНОГО ПРОЦЕССА

Как показано в предыдущих параграфах, зависимости между параметрами, характеризующими процесс, могут быть определены или по заданному значению  $\phi$ , или по известному показателю политропы n, или по известной тепло-

емкости процесса  $c_{\rm q}$ . Основное значение во всех последующих расчетах процессов имеет показатель политропы n и вполне естествению именно его взять за основу исследования политропных процессов.

Исследование процессов при разных значениях n приводит нас к некоторым частным случаям политропных процессов, особо выделяемых при изучении.

Изобарный процесс — процесс p = const. Если показатель политропы n = 0, то из уравнения (4.10) находим

$$pv^n = pv^0 = p = \text{const.} \tag{4.20}$$

Таким образом, политропный процесс с показателем n=0 протекает при постоянном давлении; этот процесс называется изобарным. Следовательно, меняются в процессе только температура газа и его объем, причем из уравнения состояния находим, что изменение объема пропорционально изменению температуры (первый закон Гей-Люссака):

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{T_2}{T_1} \ . \tag{4.21}$$

Работа газа в изобарном процессе определяется из выражений (4.15) или (4.16), откуда при p—const и n=0 находим

$$l = p(v_2 - v_1); (4.22)$$

$$l = R(T_2 - T_1). (4.23)$$

Теплоемкость процесса

$$c_{v} = c_{v} \frac{k - 0}{! - 0} = kc_{v} = c_{p^{*}} \tag{4.24}$$

Подведенное количество теплоты

$$q = c_{v}(T_{2} - T_{1}) + \rho(v_{2} - v_{1}) = c_{v}(T_{2} - T_{1}) + R(T_{2} - T_{1}) =$$

$$= (c_{v} + R)(T_{2} - T_{1}) = c_{\rho}(T_{2} - T_{1}) = h_{2} - h_{1} = \Delta h.$$
(4.25)

Таким образом, в изобарном процессе подводимое количество теплоты равно изменению энтальпии газа.

На ро-диаграмме (рис. 4.3) процесс представляется прямой линией, параллельной оси абсцисс. Если начальное состояние газа характеризуется точкой *I*, то процесс может идти в сторону расширения к точке 2 или же в сторону сжатия к точке 3. В первом случае при увеличении объема газ производит работу расширения, определяемую площадью прямоугольника 12451, и в то же время нагревается, следовательно, извне теплота подводится и для нагрева газа, и для совершения работы расширения; во втором случае газ сжимается, следовательно, на него извне затрачивается работа сжатия; но эта работа превращается в теплоту, а так как газ не только нагревается, но и охлаждается, то от

него надо отводить в окружающую среду всю теплоту, как взятую от внутренней энергии тела, так и эквивалентную сжатия.

Изотермический процесс — процесс T = const. Если n=1, то из уравнения (4.10) находим

$$pv^n = pv = \text{const.} \tag{4.26}$$

Процесс при n=1 происходит при постоянной температуре газа и называется изотермическим. Из выражения (4.26) что  $p_1v_1 = p_2v_2$ , или

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{p_1}{p_2} ,$$

т. е. в этом процессе объемы газа меняются обратно пропорционально давлениям (закон Бойля-Мариотта).

Так как температура в процессе не меня-Р № ется, то внутренняя энергия газа также остается постоянной и du = 0. Следовательно, **ур**авнение первого закона термодинамики для этого процесса имеет вид

о закона термодинамики 
$$dq = dl;$$
 теплота превращается в раза и обратно, вся работа,  $dl = dl$ 

вся подведенная теплота превращается в работу расширения газа и обратно, вся работа, затраченная на сжатие газа, должна быть отведена в окружающую среду в форме теплоты.

Работа газа в этом процессе определяется из общего уравнеиня работы с учетом того, что pv = RT = const. Находим

$$t = \int_{1}^{2} p \, dv = \int_{1}^{2} RT \, \frac{dv}{v} = RT \ln \frac{v_{2}}{v_{1}} = RT \ln \frac{p_{1}}{p_{2}}. \tag{4.27}$$

Теплоемкость процесса из выражения (4.9) получается равной

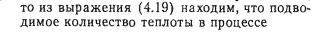
$$c_{\varphi} = c_{v} \frac{k-1}{1-1} = \pm \infty.$$

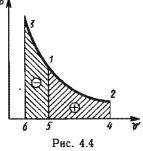
 $oldsymbol{\Phi}$ изический смысл этой бесконечности заключается в том, что ни при каких конечных значениях теплоемкости температура газа не может быть изменена, так как вся подводимая теплота полностью превращается в работу.

На ру-диаграмме (рис. 4.4) кривая процесса представляется уравнением pv = const, т. е. равнобокой гиперболой, для которой оси координат являются асимптотами. Следовательно, если точка 1 представляет начальное состояние газа, то процесс может идти <sup>к точке</sup> 2, причем происходит расширение газа. Газ совершает работу, определяемую площадью 12451, и к нему необходимо подводить теплоту, эквивалентную этой работе; если же процесс идет к точке 3, то происходит сжатие газа, на которое затрачивается работа, определяемая площадью 13651, и отводится наружу теплота, эквивалентная этой работе.

Так как произведение *pv* увеличивается при увеличении температуры, то изотерма тем дальше отстоит от начала координат, чем более высокую температуру она представляет.

Адиабатный процесс— процесс без обмена теплотой с окружающим пространством. Если показатель политропы n=k,





$$q = c_v \frac{k-k}{1-k} (T_2 - T_1) = 0.$$

Следовательно, этот политропный процесс происходит без обмена теплотой с окружающим пространством. Такой процесс называется адиабатным. Из уравнения первого закона термодинамики при dq = 0 находим du + dl = 0, или dl = -du, откуда

$$l = -\Delta u = u_1 - u_2$$
, или  $l = c_v(T_1 - T_2)$ . (4.28)

В этом процессе вся совершаемая газом работа получается за счет уменьшения его внутренней энергии и, наоборот, вся работа, затраченная на сжатие газа, идет на увеличение внутренней энергии.

Формулы связи между параметрами газа в адиабатном процессе и формулы работы получаются из общих формул политропного процесса при условии замены в них n через k. Получаем:

$$pv^{k} = \text{const}; \ p_{1}v_{1}^{k} = p_{2}v_{2}^{k};$$
 (4.29\*)

$$Tv^{k-1} = \text{const}; \ T_1v_1^{k-1} = T_2v_2^{k-1};$$
 (4.30)

$$\frac{T}{p^{(k-1)/k}} = \text{const}; \quad \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{(k-1)/k};$$
 (4.31)

$$l = \frac{p_1 v_1 - p_2 v_2}{k - 1}; \tag{4.32}$$

$$l = \frac{R(T_1 - T_2)}{k - 1}; (4.33)$$

$$l = \frac{RT_1}{k-1} \left[ 1 - \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{(k-1)/k} \right] = \frac{p_1 v_1}{k-1} \left[ 1 - \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{(k-1)/k} \right]. \quad (4.34)$$

<sup>\*</sup> Уравнение (4.29) носит название *уравнения Пуассона* и является уравнением аднабаты идеального газа,

На рис. 4.5 представлена изотерма, уравнение которой, как показано раньше, имеет вид pv—const. Начальная точка изотермического процесса—I, причем ветвь гиперболы I-2 представляет собой расширение газа, а I-3— сжатие. Проведем произвольную изобару p' выше точки I; в точке a пересечения изобары с изотермой удельный объем газа равен  $v_a$ , причем температура газа от сжатия не изменилась. Если произвести сжатие газа до этого давления адиабатно, то работа сжатия увеличит внутреннюю энергию газа и повысит температуру его. Следовательно, объем газа после адиабатного сжатия до давления p' будет больше, чем при изотермическом сжатии, и точка пересечения адиабаты с изобарой будет лежать правее точки a—где-нибудь в точке a'. При адиа-

батном расширении газа до давления p'' температура его упадет, вследствие чего при том же давлении удельный объем газа после адиабатного расширения будет меньше, чем после изотермического, и точка адиабаты будет лежать на изобаре левее точки в изотермы. Следовательно, адиабата, представляя собой гиперболу высшего порядка p'' (так как k > 1), на pv-диаграмме изображается более крутой кривой, чем изотерма.

рис. 4.5

Изохорный процесс — процесс v = = const. Если показатель политропы n = =  $\pm \infty$ , то общую зависимость между дав-

лением и объемом в политропном процессе — уравнение (4.10) — можно представить в виде

$$p^{1/n}v = \text{const.}$$

По мере увеличения показателя политропы и приближения его значения к бесконечности величина 1/n стремится к 0; в пределе получаем  $p^0v$ —const, или

$$v = \text{const.}$$
 (4.35)

Таким образом, при показателе политропы  $n=\pm\infty$  политропный процесс превращается в процесс, происходящий при v= const; такой процесс называется изохорным. Из уравнения состояния при v= const находим, что изменение состояния газа происходит в соответствии со вторым законом Гей-Люссака:

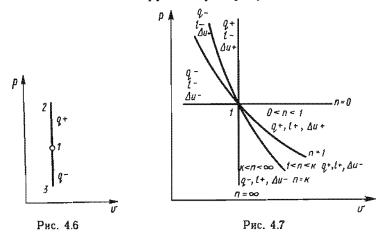
$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{T_2}{T_1} \,. \tag{4.36}$$

В изохорном процессе давление газа пропорционально абсолютной температуре.

Так как dv = 0, то газ в этом процессе работы не совершает, и уравнение первого закона термодинамики приводится к виду

$$dq = du$$
, или  $q = c_n(T_2 - T_1)$ . (4.37)

На рv-диаграмме (рис. 4.6) изохора представляется прямой, параллельной оси давлений. Направление процесса из начальной точки 1 вверх на основании уравнения (4.36) характеризует увеличение внутренней энергии и нагрев газа, а вниз — охлаждение путем отвода теплоты в окружающую среду.



§ 4.6. ХАРАКТЕРИСТИКИ ПОЛИТРОПНЫХ ПРОЦЕССОВ В ЗАВИСИМОСТИ ОТ ЗНАЧЕНИЯ ПОКАЗАТЕЛЯ ПОЛИТРОПЫ

Рассмотрим основные процессы с разными значениями показателя политропы, применяющимися в теплотехнике (от 0 до  $\infty$ ).

Процессы, расположенные выше изобарного, в правой части диаграммы (рис. 4.7) имеют отрицательный показатель политропы и характеризуются настолько большим подводом теплоты, что, несмотря на расширение газа, давление его увеличивается. Процессы с отрицательным значением показателя, расположенные в левой части диаграммы ниже изобары. проходят с настолько большим отводом теплоты, что, несмотря на сжатие газа, давление его уменьшается. В некоторых производственных особенно в области химической технологии, процессы с отрицательными значениями показателя политропы вполне возможны. Изучаемые нами процессы расположены в левой верхней и правой нижней частях диаграммы. Все кривые в правой части диаграммы (принимаем точку 1 за начальное состояние газа) характеризуют процессы, проходящие с расширением газа, а процессы в левой части — со сжатием газа. Как видно из рис. 4.7, все изучаемые нами политропные процессы в зависимости от их расположе<sub>вия</sub> по отношению к основным процессам можно разделить на

три группы.

1-я группа (0<n<1). Как показывает значение показателя, эти политропные процессы расположены между изобарой и изотермой и протекание их можно определить следующими характеристиками:

- а) расширение газа; все процессы на этом участке проходят с повышением температуры и, следовательно, с увеличением внутренней энергии газа; объем газа увеличивается, т. е. газ расширяется и совершает работу. Таким образом, процесс проходит с подводом к газу теплоты, которая частично расходуется на нагрев газа и частично на работу расширения. По мере приближения значения показателя к единице часть теплоты, расходуемой на изменение внутренней энергии газа, приближается к нулю, температура уменьшается;
- б) сжатие газа; вполне понятно, что все явления при сжатии газа проходят с обратным знаком. Объем газа уменьшается и на сжатие газа затрачивается работа; температура газа понижается и внутренняя энергия его уменьшается. Таким образом, от газа должна быть отведена теплота, полученная от убыли внутренней энергии и от работы, затраченной на сжатие газа.

Теплоемкость процессов меняется от  $c_p$  (при n=0) до  $\infty$  (при n=1). Значение коэффициента  $\phi$  меняется от 1/k (при n=1)

=0) до 0 (при n=1).

- 2-я группа (1 < n < k). Эти процессы располагаются между изотермой и аднабатой:
- а) расширение газа; при изотермическом расширении работа получается за счет теплоты, подводимой извне; при адиабатном расширении работа совершается только за счет внутренней энергии газа.
- В процессах, расположенных между изотермой и адиабатой, работа газа соверглается частично за счет теплоты, подведенной извне, частично за счет внутренней энергии газа; чем ближе значение n к единице, тем большая доля работы совершается за счет внешней теплоты; чем ближе значение n к значению k, тем большая доля работы совершается за счет убыли внутренней энергии газа, тем сильнее охлаждается газ;
- б) сжатие газа; так как все явления проходят с обратным знаком, то в процессе сжатия частично увеличивается внутренняя энергия газа и теплота должна частично отводиться в окружающую среду; чем ближе значение n к единице, тем больше отводится теплоты в окружающую среду и тем меньше нагревается газ.
- В этих процессах теплоемкость имеет отрицательное значение и меняется от 0 до  $-\infty$ , что видно из уравнения (4.13):  $c_{\varphi}=c_v(n-k)/(n-1)$ , где при n=k (адиабата)  $c_{\varphi}=0$ , а при n=1  $c_{\varphi}=-\infty$  (изотерма). Отрицательное значение теплоемкости в

этих процессах вполне объяснимо. Действительно, теплоемкость процесса определяет количество теплоты, которое необходимо подвести к газу в процессе для повышения его температуры на один градус; но нагрев можно осуществить не только подводом теплоты, но и в процессе сжатия газа.

В политропных процессах, расположенных между изотермой и адиабатой, при расширении газа работа совершается частично за счет внутренней энергии, и температура газа падает, но остальная, необходимая для работы теплота подводится из окружающей среды. Таким образом, при расширении, несмотря на подвод теплоты, газ охлаждается, что возможно только при отрицательном значении теплоемкости. Это видно из уравнения  $\mathrm{d}q = c_{\phi}\mathrm{d}T$ , где  $\mathrm{d}q > 0$ , а  $\mathrm{d}T < 0$ .

Такое же явление происходит и при сжатии газа; работа сжатия превращается в теплоту, но часть этой теплоты отводится в окружающую среду и только часть ее идет на нагрев газа. Следовательно, температура газа повышается при отводе теплоты и в приведенном уравнении  $\mathrm{d}q < 0$  и  $\mathrm{d}T > 0$ , что возможно только при отрицательном значении теплоемкости.

Значение величины  $\phi$  меняется от 0 при n=1 до  $\infty$  при n=k.

- 3-я группа  $(k < n < \infty)$ . Эти процессы расположены между адиабатой и изохорой. Кривые процесса по мере увеличения значения n располагаются все более круто, приближаясь в пределе к прямой v = const:
- а) расширение газа; работа газа все время уменьшается, приближаясь к нулю (изохора); отводимое количество теплоты возрастает вследствие убыли внутренней энергии, и поэтому температура газа понижается быстрее;
- б) сжатие газа; несмотря на то что работа сжатия газа уменьшается, температура его увеличивается по мере приближения значения n к  $\infty$ , так как количество теплоты, подводимое извне, все увеличивается; увеличение внутренней энергии газа происходит за счет суммарной теплоты, подводимой извне, и эквивалентной работы сжатия.

Теплоемкость в процессах по мере увеличения показателя политропы n от k до  $\infty$  увеличивается от 0 до  $C_v$ , что видно из уравнения (4.13). Значение  $\phi$  от  $\infty$  (при n=k) уменьшается до 1 (при  $n=\infty$ ). В этом можно убедиться, если уравнение (4.14) представить в следующем виде, полученном после деления числителя и знаменателя на n, причем при  $n \to \pm \infty$ :

$$\varphi = \frac{n-1}{n-k} = \frac{1-1/n}{1-k/n} = \frac{1-1/\infty}{1-k/\infty} = \frac{1-0}{1-0} \to 1.$$

Рассматривая рис. 4.7, можно сделать еще следующие выводы. Так как изотермы по мере удаления от начала координат характеризуют все более высокие температуры, то все процессы, идущие от начальной точки / вверх и вправо от изотермы, проходят

с повышением температуры газа, т. е. увеличением его внутренней энергии. Процессы, идущие от начальной точки 1 вниз и влево, проходят с понижением температуры газа и, следовательно, уменьшением его внутренней энергии. Таким образом, изотерма является границей процессов, проходящих с увеличением и уменьшением внутренней энергии газа.

Если рассматривать адиабату как границу процессов, то можно убедиться, что все процессы, проходящие вверх и вправо апиабаты, идут с подводом извне теплоты, а идущие вниз и вле-

во, — с отводом теплоты в окружающую среду.

#### ГЛАВА 5

#### ВТОРОЙ ЗАКОН ТЕРМОДИНАМИКИ

Если первый закон термодинамики характеризует количественную сторону процессов превращения энергии, то второй закон (второе начало) термодинамики характеризует качественную сторону этих процессов.

В главе приводятся положения второго закона; вводится понятие энтропии, как параметра состояния вещества; рассматривается связь между энтропией и термодинамической вероятностью состояния системы; приводится анализ различных аспектов второго закона термодинамики.

#### § 5.1. ПОЛОЖЕНИЯ ВТОРОГО ЗАКОНА ТЕРМОДИНАМИКИ. ЦИКЛЫ ПРЯМЫЕ И ОБРАТНЫЕ

Первый закон термодинамнки представляет собой математическое выражение общего закона сохранення и превращения энергии. Он рассматривает любые взаимопревращения энергии и изучает явления в этих взаимопревращениях, в частности при осуществлении различных термодинамических процессов. Но этот закон не определяет условий возможности таких преобразований; согласно этому закону равновозможны оба направления в протекании процесса, т. е. неретеканне теплоты от теплого тела к холодному и от холодного тела к теплому. Между тем действительные процессы, происходящие вокруг нас, необратным, так как они самопроизвольно идут только в одном направлении: теплога переходит от теплого тела к холодному, газ вытекает только из резервуара с высоким давлением в окружающее пространство и т. п.

Опыт показывает, что реальные процессы идут в направлении установления в любой системе равновесия, т. е. выравнивания в ней давлений, температур, концентраций и др.

Утверждение о невозможности получения работы за счет энер**гии** тел, находящихся в термодинамическом равновесии, состав-

ляет основное положение второго закона термодинамики.

При рассмотрении положений второго закона чаще всего исходят из постулатов (аксиом), основанных на частных соображениях о работе тепловых двигателей.

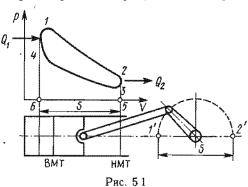
Существует много эквивалентных друг другу формулировок второго закона, например:

«тепло не может самопроизвольно переходить от менее нагре-

того тела к более нагретому телу» (Р. Клаузиус);
«невозможен процесс, единственный результат которого состоял бы в поглощении теплоты от нагревателя и полном преобразовании этой теплоты в работу» (У. Томсон);

«невозможно построить периодически действующую единственным результатом действия которой было бы совершение механической работы за счет охлаждения теплового резервуара» (М. Планк).

Тепловые двигатели работают таким образом, что рабочее тело расширяется в результате получения теплоты  $Q_1$  от источника,



имеющего высокую температуру. Для того чтобы вернуться в первоначальное нужно состояние, снова сжать рабочее тело, но при этом полезная работа получена не будет. Для получения полезной работы (работа сжатия должна быть работы расшиременьше ния) необходимо в процесрасширения понизить давление рабочего тела путем отвода от него части

теплоты  $Q_2$  к источнику с более низкой температурой. Подвод отвод теплоты производятся на различных участках цикла (рис. 5.1): подвод — в процессе 4-1, а отвод — в процессе 2-3.

Согласно формулировке Планка нельзя, получив теплоту из

некоторого резервуара, превратить ее в работу, а затем снова эту работу превратить в теплоту в резервуаре с более высокой температурой.

Так из формулировки Планка вытекает формулировка Клау-зиуса. Но из последней следует, что невозможно передать теплоту к высокотемпературному источнику без каких-либо дополнительных условий.

Для получения полезной работы от двигателя или переноса теплоты от холодного источника к горячему необходимы компенсирующие процессы: отвод теплоты в холодильник или же затрата работы. В тепловом двигателе (рис. 5.1) из нагревателя с высокой температурой подводится теплота  $Q_1$ , а отводится в холодильник с низкой температурой теплота  $Q_2$ ; полученная работа расширения определяется пл. 12561; затраченная на сжатие работа эквивалентна пл. 34653. В результате осуществления этих процессов рабочее тело прошло через ряд последовательных изменений состояния и вернулось к исходному, т. е. совершило замкнутый круговой процесс — цикл.

Полезная работа двигателя за цикл равна разности работ рас-

$$L_{\rm u} = L_{\rm p} - L_{\rm cж} =$$
 пл.  $12561 -$  пл.  $34653 =$  пл.  $12341$ .

 ${\cal C}$  другой стороны, в работу превращается количество теплоты  ${\cal Q}_1 - {\cal Q}_2$ , следовательно,

$$L_{II} = Q_1 - Q_2.$$

Эффективность цикла теплового двигателя оценивается термическим кпд, т. е. отношением работы, совершенной в прямом обратимом термодинамическом цикле, к теплоте, сообщенной рабочему телу от внешних источников. Термический кпд

$$\eta_t = L_u/Q_1 = (Q_1 - Q_2)/Q_1. \tag{5.1}$$

Так как отводимое от рабочего тела машины количество теплоты не может равняться нулю, то  $\eta_t$  всегда меньше 1.

Рассмотренный выше цикл называется прямым. В таких циклах теплота превращается в работу; в них работа расширения больше работы сжатия. По прямым циклам работают тепловые лвигатели (двигатели внутреннего сгорания, газотурбинные уста-

новки, паровые машины, ракетные двигатели).

Таким образом, второй закон исключает возможность построения *«вечного двигателя второго рода»*, который бы совершал работу за счет энергии тел, находящихся в тепловом равновесии, подобно тому, как первый закон термодинамики исключает возможность построения *«вечного двигателя первого рода»*, который бы совершал работу «из ничего», без внешнего источника энергии. Если цикл, изображенный на рис. 5.1, представить протекающим в обратном направлении 1-4-3-2-1, то для его осуществления необходимо затратить работу, эквивалентную площади цикла. При этом от холодного источника будет передаваться рабочему телу количество теплоты  $Q_2$ , а нагревателю — количество теплоты  $Q_1 = Q_2 + L_{\pi}$ .

Таким образом, при затрате извне работы (компенсирующий процесс) теплота будет перетекать от холодного источника к горячему. По обратному циклу работают тепловые насосы и холодильные машины, где на осуществление обратного цикла затрачивается работа; в них работа сжатия больше работы расширения.

Для оценки работы холодильных машин применяется так называемый холодильный коэффициент, определяемый отношением полезного количества теплоты  $Q_2$ , отнятого от холодного источника ограниченных размеров, к затраченной работе:

$$\mathbf{z} = \frac{Q_2}{L_{\mathbf{u}}} = \frac{Q_2}{Q_1 - Q_2} \,. \tag{5.2}$$

В холодильной машине количество теплоты  $Q_1$  выбрасывается  $\mathfrak{g}$  окружающую среду — источник неограниченных размеров.

Машины, основным продуктом производства которых является теплота  $Q_1$ , передаваемая в источник ограниченных размеров, называются тепловыми насосами. Эффективность работы тепловых насосов оценивается отопительным коэффициентом, представляющим собой отношение количества теплоты  $Q_1$ , переданного потребителю, к затраченной работе:

$$\varphi = \frac{Q_1}{L_{u}} = \frac{Q_1}{Q_1 - Q_2}.$$

В этом случае теплота  $Q_2$  отбирается от источника неограниченных размеров (например, атмосфера, водные массивы и т. п.).

Комбинация из цикла двигателя и циклов теплового насоса или холодильной установки представляет собой цикл теплового трансформатора, который позволяет перекачивать теплоту от источника одной температуры к источнику другой температуры в коде совмещенного цикла. Назначение теплового трансформатора — изменение потенциала теплоты.

Если трансформатор предназначен для получения теплоты при более низкой температуре, чем исходная температура горячего источника, то такой трансформатор называется понижающим. Если в трансформаторе получена теплота при температуре более высокой, чем исходная, то такой трансформатор называется повышающим.

Большое значение при термодинамических исследованиях имеют циклы, состоящие из обратимых процессов, при осуществлении которых нет потерь работы,— обратимые циклы.

## § 5.2. ЦИКЛ КАРНО

Цикл, дающий максимальное значение термического кпд (при определенных температурах нагревателя и охладителя), предложенный французским ученым — инженером Сади Карно, носит название цикла Карно.

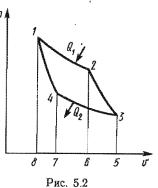
Карно в 1824 г. опубликовал работу «Размышления о движущей силе огня и о машинах, способных развить эту силу». В этом труде Карно впервые сформулировал положения второго закона термодинамики о возможности превращения теплоты в работу.

Цикл Карно (рис. 5.2) представляет собой круговой процесс I-2-3-4-1. Этот цикл состоит из адибат 2-3 и 4-1 и изотерм 1-2 и 3-4. Прямой цикл совершается по направлению 1-2-3-4-1, и физическая картина явлений может быть представлена следующим образом. В точке 1 находится рабочее тело (газ) с давлением  $p_1$ , объемом  $v_1$  и температурой  $T_1$ , равной температуре нагревателя, заключающего в себе большой запас энергии. Поршень двигателя под влиянием высокого давления начинает двигаться вправо, при этом внутреннее пространство цилиндра сообщено с нагревателем.

поддерживающим в расширяющемся газе постоянную температуру  $T_1$  посредством передачи ему соответствующего количества энергия в виде теплоты. Таким образом, расширение газа идет изотермически по кривой 1-2. В точке 2 цилиндр изолируется от нагревателя, но газ продолжает расширяться, двигая поршень в том же направлении; процесс расширения идет без подвода теплоты, T. е. адиабатно по кривой 2-3. В этом процессе газ в работу расширения превращает часть внутренней энергии и, следовательно, понижает свою температуру до значения  $T_2$ , равного температуре охладителя. В этот момент поршень достигает своего крайнего правого положения.

Обратное движение поршня происходит под воздействием энергии, накопленной в маховике и передаваемой посредством криво-

шипно-ползунного механизма; газ сжимается сначала изотермически, для этого внутреннее пространство цилиндра сообщается с охладителем, поддерживающим температуру  $T_2$ , а в точке 4 цилиндр изолируется от охладителя, и дальнейшее сжатие идет по адиабате 4-1. Сжатие кончается в точке 1, где газ приходит к своему начальному состоянию. Цикл закончен и возможно повторение его скольго угодно раз. Проследим процессы, пронсходящие в рабочем теле в этом цикле. Рабочее тело обладает свойствами идеального газа.



Процесс 1-2 (изотермическое расширение). Газ совершает работу, определяемую пл. 12681 и равную

$$L_{1-2} = mRT_1 \ln(v_2/v_1).$$

Из нагревателя подводится теплота, эквивалентная этой работе:

$$Q_{1-2} = Q_1 = mRT_1 \ln(v_2/v_1)$$
.

Процесс 2-3 (адиабатное расширение). Газ совершает работу, определяемую площадью 23562 и равную

$$L_{2-3} = \frac{mR(T_1 - T_2)}{k-1}; \quad Q_{2-3} = 0.$$

Температура газа снижается до  $T_2$ .

Процесс 3-4 (изотермическое сжатие). На сжатие газа затрачивается работа, определяемая пл. 43574 и равная

$$L_{3-4} = mRT_2 \ln(v_4/v_3) = -mRT_2 \ln(v_3/v_4).$$

В охладитель при температуре  $T_2$  отводится теплота, эквивалентная этой работе:

$$Q_{3-4} = Q_2 = L_{3-4} = -mRT_2 \ln(v_3/v_4).$$

Процесс 4-1 (адиабатное сжатие). На сжатие газа затрачивается работа, определяемая пл. 14781 и равная

$$L_{4-1} = \frac{mR(T_2 - T_1)}{k - 1} = \frac{mR(T_1 - T_2)}{k - 1}; \quad Q_{4-1} = 0.$$

 $\Gamma$ аз нагревается до температуры  $T_1$ .

Результаты цикла следующие. Полезная работа цикла определяется суммой работ, совершенных газом за весь цикл. Суммируя площади, выражающие работу газа в отдельных процессах, с учетом знаков работы, находим пл. 12341—пл. 12681+ пл. 23562—пл. 43574—пл. 14781.

Эта работа определяется также суммированием работ:

$$L_{u} = L_{1-2} + L_{2-3} + L_{3-4} + L_{4-1}$$
.

Подставляя значения этих работ, имеем

$$L_{u} = mRT_{1}\ln(v_{2}/v_{1}) + \frac{mR(T_{1} - T_{2})}{k - 1} - mRT_{2}\ln(v_{3}/v_{4}) - \frac{mR(T_{1} - T_{2})}{k - 1}.$$

Как видно из полученной формулы, адиабатные работы взаимно уничтожаются, так как пл. 23562 равна пл. 14781: следовательно,

$$L_{\rm H} = mRT_1 \ln(v_2/v_1) - mRT_2 \ln(v_3/v_4)$$

и количество теплоты, превращенное в работу,

$$Q_1 - Q_2 = L_u = mR(T_1 \ln(v_2/v_1) - T_2 \ln(v_3/v_4)).$$

Но затраченная теплота равна теплоте, подведенной при изотермическом расширении:

$$Q_1 = Q_{1-2} = mRT_1 \ln(v_2/v_1).$$

Таким образом, термический кпд цикла Карно может быть выражен формулой

$$\eta_i = \frac{L_{ii}}{Q_1} = \frac{T_1 \ln (v_2/v_1) - T_2 \ln (v_3/v_4)}{T_1 \ln (v_2/v_1)}.$$

Эта формула упрощается на основании следующих соображений. Для адиабат имеем зависимости:

адиабата 2-3  $T_1v_2^{k-1} = T_2v_3^{k-1}$ ;

адиабата 4-1  $T_1v_1^{k-1} = T_2v_4^{k-1}$ .

После деления первого уравнения на второе получим

$$(v_2/v_1)^{k-1} = (v_3/v_4)^{k-1}$$
.

Логарифмируя, находим

$$(k-1)\ln(v_2/v_1)=(k-1)\ln(v_3/v_4)$$
, или  $\ln(v_2/v_1)=\ln(v_3/v_4)$ .

Следовательно, в уравнении термического кпд логарифмы сокращаются и уравнение приводится к виду

$$\eta_i = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}. \tag{5.3}$$

Как видно из выражения (5.3), значение  $\eta_t$  зависит от температур  $T_1$  и  $T_2$ . При этом  $\eta_t$  тем больше, чем больше разница между  $T_1$  и  $T_2$ . Термический кпд цикла Карно равен единице в практически недостижимых случаях, когда  $T_2 = 0$  или  $T_1 = \infty$ . Реальная тепловая машина не может работать цо циклу Карно, так как температура рабочего тела не равна температуре горячего источника  $T_1$ . Это возможно лишь при бесконечно медленном протекании процессов в цикле, и конечная работа будет получаться за бесконечно большое время. Мощность двигателя, работающего по циклу Карно, равна нулю.

#### § 5.3. TEOPEMA KAPHO

В рассмотренном выше цикле Карно рабочим телом был ндеальный газ. Покажем, что термический кпд обратимого цикла, действующего между нагревателем и охладителем, однозначно определяется температурами тепловых источников и не зависит от рабочего тела цикла. Более того, можно показать, что термический кпд любого необратимого цикла, протекающего между теми же тепловыми источниками, меньше термического кпд обратимого цикла.

Рассмотрим два цикла Карно, причем в машине *I* (рис. 5.3) рабочим телом является идеальный газ, а в машине *II* — произ-

Теплоисточник

Холодильник

Рис. 5.3

₩ a,

0,

вольно взятое вещество. Обе машины, которые называют сопряженными, имеют теплопередатчик и холодильник с температурами  $T_1$  и  $T_2$ .

рами 11 и 12.

Пусть машина I забирает у теплоисточника теплоту  $Q_1$ , отдает в холодильник теплоту  $Q_2$ , совершает работу  $L=Q_1-Q_2$  и имеет термический кпд  $\eta_I=(Q_1-Q_2)/Q_1==(T_1-T_2)/T_1$ .

Если бы машина II забирала у теплоисточника теплоту  $Q_1' = Q_1$ , а работы, выполняемые за цикл машинами I и II. были

полняемые за цикл машинами I и II, были бы равны (L=L'), то были бы равны как теплоты, отдаваемые холодильнику  $(Q_2'=Q_2)$ , так и термические кпд  $(\eta_t'=\eta_t)$ .

Если теперь допустить, что  $\eta_t > \eta_t'$ , то это значит, что L > L', т. е. машина I превращает в работу больше теплоты, забираемой от теплоисточника, чем машина II, а отдает холодильнику меньше

теплоты, чем машина II,  $Q_2 < Q_2'$ .

Если цикл машины II производить в обратном направлении, полагая, что  $\eta_t > \eta_t'(L > L')$ , то в результате выполнения обоих циклов из холодильника поглощается теплота, эквивалентная работе L-L', так как от машины I холодильник получает теплоту  $Q_2$ , а отдает машине II большее количество теплоты  $Q_2'$ . В итоге холодильник теряет теплоту  $Q_2'-Q_2$ , поскольку было принято, что  $Q_1'=Q_1$ , а  $L=Q_1-Q_2$  и  $L'=Q_1'-Q_2'$ , то  $Q_2'-Q_2=L-L'$ .

В результате совмещенной работы двух машин состояние теплоисточника не меняется, он получает от машины // столько же

67

 $T_{2}$ 

теплоты, сколько отдает машине I. Но перенос теплоты  $Q_2'-Q_2$  от холодильника к теплоисточнику без компенсирующего процесса противоречит второму закону термодинамики, и полученный вывод говорит о том, что допущенное неравенство клд неправильно.

Таким образом, предположение о том, что можно изменить термический кпд машины, взяв в качестве рабочего тела во второй машине не идеальный газ, а произвольное вещество, неправомочно. Это положение представляет собой теорем у Карно, которая говорит о том, что термический кпд цикла с двумя источниками теплоты не зависит от свойств рабочего тела цикла.

Если рассматривать необратимый цикл между двумя источниками теплоты с температурами  $T_1$  и  $T_2$ , то внешняя необратимость будет соответствовать конечной разности температур между источниками теплоты и рабочим телом. Естественно предположить, что  $T_1^{\mathbf{p.r}} = T_1^{\mathbf{вагр}} - \Delta T_1$ , а  $T_2^{\mathbf{p.r}} = T_2^{\mathbf{xon}} + \Delta T_2$ . Поэтому интервал температур, в которых осуществляется цикл, становится меньше, а это уменьшает термический кпд цикла.

В циклах кроме внешней необратимости, может существовать еще и внутренняя необратимость: трение, излучение в окружающую среду, волновые потери и т. д. Все эти потери приведут к дальнейшему уменьшению термического кпд цикла.

Таким образом, в любом необратимом цикле  $\eta_t^{\text{необр}} < \eta_t^{\text{обр}}$ .

### § 5.4. ИНТЕГРАЛ КЛАУЗИУСА

Интегральным уравнением второго закона (начала) термодинамики для равновесных круговых процессов является равенство Клаузнуса,

Для любого цикла имеем

$$\eta_t = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}$$
.

Для обратимого цикла Карно, кроме того, известно, что

$$\eta_t = 1 - \frac{T_2}{T_1}.$$

Приравнивая правые части этих уравнений, получим

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{T_2}{T_1}$$
, или  $\frac{Q_2}{T_2} = \frac{Q_1}{T_1}$ .

Отметим, что в этом выражении  $Q_2$  величина отрицательная, т. е.

$$\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} = \sum_{T} \frac{Q}{T} = 0. \tag{5.4}$$

Величины Q/T называются *приведенными теплотами*, и полученное выражение можно сформулировать так: в обратимом цикле Карно сумма приведенных теплот равна нулю.

Весьма просто можно доказать, что полученное равенство верно не только для цикла Карно, но и для любого обратимого цикла. Пусть имеется обратимый цикл (рис. 5.4). Проведем ряд близко расположенных адиабат, которые разобьют цикл на большое количество элементарных циклов, состоящих из двух адиабат и двух весьма малых отрезков кривой, ограничивающих цикл. Изменение температуры по отрезкам кривой весьма мало и может быть сделано сколь угодно малым при увеличении. количества адиабат; поэтому в каждом элементар-раммикле можно отрезки кривой заме-

адиабат; поэтому в каждом элементарном цикле можно отрезки кривой заменить отрезками изотерм и представить исследуемый цикл в виде большого количества элементарных циклов Карно, равных по площади обратимому циклу.

По мере увеличения количества адиабат ошибка при замене контура цикла азотермами будет уменьшаться. Для каждого элементарного цикла Карно можно написать:

$$\sum \frac{\Delta Q'}{T'} = 0$$
 для цикла  $a' - b' - c' - d' - a'$ ;

$$\sum \frac{\Delta Q''}{T''} = 0$$
 для цикла  $a'' - b'' - c'' - d'' - a'';$ 

$$\sum \frac{\Delta Q^n}{T^n}$$
=0 для цикла  $a^n - b^n - c^n - d^n - a^n$ .

Суммируя выражения для отдельных элементарных циклов, получаем для всего количества циклов

$$\sum_{l=1}^{n} \frac{\Delta Q^{l}}{T^{l}} = 0.$$

Если провести бесконечно много адиабат, то отрезки b'c', b''c'', a'd' и a''d'' сольются в одну кривую, представляющую собой контур цикла, и в пределе получим

$$\oint \frac{\mathrm{d}Q}{T} = 0,$$
(5.5)

т. е. интеграл от  $\mathrm{d}Q/T$ , взятый по контуру цикла, равен 0. Интеграл этого уравнения называется интегралом Клаузиуса.

Для необратимых циклов вследствие механических и тепловых потерь получаем следующее:  $\eta_i^{\text{необр}} < \eta_i^{\text{обр}}$ , следовательно,

$$1 - \frac{Q_2}{Q_1} < 1 - \frac{T_2}{T_1}.$$

Отсюда находим, что

$$rac{Q_2}{Q_1} > rac{T_2}{T_1}$$
 , или  $rac{Q_2}{T_2} > rac{Q_1}{T_1}$  .

Учитывая знак при  $Q_2$ , приходим к неравенству

$$\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} < 0$$
, а отсюда  $\sum \frac{\Delta Q}{T} < 0$ .

В пределе для всех необратимых циклов

$$\oint \frac{\mathrm{d}Q}{T} < 0.$$
(5.6)

Объединяя выражения (5.5) и (5.6) для любых циклов, получим

$$\oint \frac{\mathrm{d}Q}{T} \leqslant 0,$$
(5.7)

причем знак равенства относится к обратимым циклам, а знак неравенства — к необратимым.

#### § 5.5. ТЕРМОДИНАМИЧЕСКАЯ ШКАЛА ТЕМПЕРАТУР

Изучение цикла Қарно приводит к одному важному следствию, которое дает теоретические основания для выбора температурной шкалы, называемой термодинамической шкалой температур.

В § 1.2 было дано определение эмпирической температуры. Из описания ясно, что эмпирическая шкала зависит от выбора термометрического тела и, следовательно, не является абсолютной. Выводы, полученные выше, привели нас к уравнению, которое для некоторого количества рабочего тела может быть написано в форме

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{Q_2}{Q_1} .$$

Это уравнение показывает, что отношение двух температур рабочего тела может быть измерено отношением теплот:  $Q_2$  — теплоты, отдаваемой холодильнику, и  $Q_1$  — теплоты, получаемой от нагревателя. Это же уравнение может быть написано в виде

$$\frac{\Delta T}{T_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{L_u}{Q_1} .$$

Так как значение термического клд в цикле Карно зависит только от температур источников теплоты, но не зависит от свойств используемого рабочего тела, то приведенные формулы могут служить для построения шкалы температур с помощью измерения теплоты в цикле Карно.

Для доказательства этого положения на произвольных адиабатах I и II (рис. 5.5) построим обратимые циклы Карно, в которых изотермы имеют температуры  $T_1$ ,  $T_2$  и т. д., а теплота, получаемая и отдаваемая на изотермах в этих циклах, равна  $Q_1$ ,  $Q_2$  и т. д. Для циклов I, I, I на основании (5.8) можно записать:

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{T_1}{T_2}$$
;  $\frac{Q_2}{Q_3} = \frac{T_2}{T_3}$ ;  $\frac{Q_3}{Q_4} = \frac{T_3}{T_4}$  и т. д.

Следовательно, температуры всех изотерм должны относиться как количества теплоты, получаемые или отдаваемые на изотермах в циклах Карно, т. е.

$$Q_1: Q_2: Q_8: \dots = T_1: T_2: T_3: \dots$$
 (5.8)

Это равенство позволило Кельвину принять величину Q за меру температуры.

Построение термодинамической шкалы температур можно представить следующим образом. Пусть температуры цикла А-В-

C-D (рис. 5.5) равны температуре кипения воды  $T_{\rm R}$  и температуре таяния льда  $T_{\rm H}$ . Полагая, что в этом цикле в работу превращена теплота Q, разобьем сеткой изотерм площадь цикла A-B-C-D на 100 равных частей так, чтобы в каждом цикле  $Q_{\rm H}=Q/100$ , тогда изотермы пройдут через 1°. Так же можно построить изотермы, лежащие ниже температуры  $T_{\rm H}$ . Наименьшая предельная температура  $T_0$ =0, при которой термический клд цикла Карно

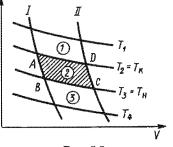


Рис. 5.5

равен единице, принимается за начальную точку термодинамической шкалы температур. Эта термодинамическая шкала совпадает с абсолютной шкалой температур, построенной по термометру с идеальным газом.

#### § 5.6. ЭНТРОПИЯ

Выражение (5.5), полученное для обратимых циклов, устанавливает весьма важные положения термодинамики.

Из математики известно, что если интеграл, взятый по контуру замкнутой кривой, равен нулю, то подынтегральное выражение представляет собой полный дифференциал некоторой функции. Следовательно, выражение  $\mathrm{d}Q/T$  представляет собой полный дифференциал функции, которая в термодинамике получила название энтропии. Таким образом,

$$\frac{\mathrm{d}Q}{T} = \mathrm{d}S, \text{ или } \mathrm{d}Q = T \,\mathrm{d}S. \tag{5.9}$$

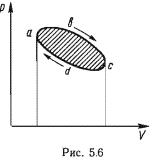
Это соотношение представляет собой математическое выражение второго закона термодинамики для обратимых процессов. Энтропия представляет собой параметр, определяющий состояние газа и являющийся функцией состояния. На рис. 5.6 представлен обратимый цикл, для которого на основании предыдущего можно написать  $\oint \frac{dQ}{T} = 0$ , или, представляя этот интеграл в виде суммы двух интегралов,

$$\oint \frac{dQ}{T} = \int_{ab-c} \frac{dQ}{T} + \int_{c-d-a} \frac{dQ}{T} = 0.$$

Из этого выражения получаем, меняя пределы интегрирования у второго интеграла:

$$\int_{a \cdot b \cdot c} \frac{\mathrm{d}Q}{T} - \int_{a \cdot d \cdot c} \frac{\mathrm{d}Q}{T} = \int_{a}^{c} \mathrm{d}S = S_{c} - S_{a}. \tag{5.10}$$

Таким образом, независимо от пути перехода из точки a в точку c интеграл дает одно и то же изменение энтропии газа; дру-



гими словами, при изменении состояния газа, определяемом начальной точкой а и конечной с, изменение энтропии одинаково независимо от вида кривой, по которой происходит изменение состояния. Это изменение одинаково и для обратимых, и для необратимых процессов, но для обратимых процессов это изменение энтропии может быть оценено значением интеграла (5.9), а для необратимых значение интеграла всегда меньше, чем изменение энтропии. Из всего вышесказанного ясно,

что энтропия представляет собой функцию рабочего тела.

Можно объединить математические выражения первого и второго законов термодинамики в одном уравнении:

первый закон dQ = dU + dL; второй закон dQ = TdS, откуда

$$T dS = dU + dL. (5.11)$$

Это соотношение, охватывающее первый и второй законы термодинамики, называют термодинамическим тождеством. Все выведенные уравнения применимы для обратимых процессов и циклов.

Для необратимых циклов имеется выражение

$$\oint \frac{\mathrm{d}Q}{T} < 0.$$

Применим это выражение для цикла, представленного на рис. 5.6-

Предположим, что цикл состоит из необратимого процесса a-b-c и обратимого c-d-a. Так как часть цикла протекает необратимо, т. е. c потерями, то и для всего цикла должно быть:

$$\oint \frac{dQ}{T} = \int_{a - b - c} \frac{dQ}{T} + \int_{c - d - a} \frac{dQ}{T} < 0,$$

нли

$$\int_{a\cdot b\cdot c} \frac{\mathrm{d}Q}{T} < \int_{a\cdot d\cdot c} \frac{\mathrm{d}Q}{T} .$$

Но для обратимого процесса а-d-с имеем

$$\int_{a-d-c} \frac{\mathrm{d}Q}{T} = S_c - S_a,$$

следовательно, для необратимого процесса а-b-с

$$\int_{a-b-c} \frac{\mathrm{d}Q}{T} < S_c - S_a,$$

т. е. в необратимом процессе значение интеграла всегда меньше, чем изменение энтропии; в дифференциальной форме это выражение имеет вид

$$\frac{\mathrm{d}Q}{T} < \mathrm{d}S$$
.

Обобщая это выражение для обратимых и необратимых процессов, получим

$$\frac{\mathrm{d}Q}{r} \leqslant \mathrm{d}S. \tag{5.12}$$

Для замкнутых систем (т. е. предоставленных самим себе) и адиабатно изолированных от внешнего пространства (dQ=0)

$$dS \geqslant 0$$
.

Следовательно, для обратимых процессов dS=0 и  $S_2=S_1$ , а для необратимых dS>0 и  $S_2>S_1$ .

Энтропия адиабатно замкнутой системы в обратимых процессах остается без изменения, а в необратимых увеличивается. Таким образом, энтропия такой системы никогда не может уменьшаться.

Следует иметь в виду, что энтропия отдельных тел в системе может и уменьшаться, и увеличиваться, и оставаться без изменения под влиянием процессов, происходящих в системе, но общая энтропия замкнутой системы в необратимых процессах может только увеличиваться. Если в изолированной системе имеется два тела с температурами  $T_1$  и  $T_2$ , причем  $T_1 > T_2$ , то теплота бу-

дет передаваться от первого тела второму. Если запасы энергии в обоих телах весьма велики, то можно пренебречь изменением их температуры при протекании некоторого количества теплоты Q. При этом энтропия первого тела уменьшится на величину  $Q/T_1$ , а энтропия второго тела увеличится на  $Q/T_2$ . Изменение энтропии всей системы равно  $Q/T_2 - Q/T_1$ , но эта величина положительна, так как  $Q/T_2 > Q/T_1$ ; следовательно, энтропия всей этой системы увеличилась. Для уменьшения энтропии этой системы необходимо передать теплоту от более холодного тела более теплому, что возможно только при затрате извне энергии, например при затрате механической энергии, как это делается в холодильных машинах.

#### § 5.7. ЭНТРОПИЯ И ТЕРМОДИНАМИЧЕСКАЯ ВЕРОЯТНОСТЬ

Формулировки второго закона, которые были приведены выше, — это то, что дает нам опыт, и второй закон следует считать в такой же степени эмпирически доказанным, как и первый.

Введение новой функции состояния — энтропии — дало возможность получить для адиабатно замкнутой системы такую математическую формулировку второго закона:

$$\mathrm{d}S \geqslant 0. \tag{5.13}$$

Свойство энтропии возрастать в необратимых процессах, да и сама необратимость находятся в противоречии с обратимостью всех механических движений, поэтому физический смысл энтропии не столь очевиден, как, например, физический смысл внутренней энергии. Максимальное значение энтропии замкнутой системы достигается тогда, когда система приходит в состояние термодинамического равновесия. Такая количественная формулировка второго закона термодинамики дана Клаузиусом, а ее молекулярнокинетическое истолкование Больцманом, который ввел в теорию теплоты статистические представления, основанные на том, что необратимость тепловых процессов имеет вероятностный характер.

Переход из неравновесного состояния в равновесное представляет собой переход из состояния, которое может осуществляться меньшим числом способов, в состояние, осуществляемое значительно большим числом способов. Наиболее вероятным для замкнутой системы будет то состояние, которое осуществляется наибольшим числом способов, т. е. состояние теплового равновесия.

В то же время маловероятным был бы самопроизвольный выход системы из состояния равновесия. Число способов, которыми может быть осуществлено данное равновесное состояние, называется термодинамической вероятностью и обозначается  $\omega$ .

Число способов  $\omega$ , которыми может осуществляться данное состояние системы, состоящее, например, из двух тел, равно произведению чисел способов  $\omega_1$  и  $\omega_2$ , которыми могут быть осуществ-

$$\omega_{\text{cucr}} = \omega_1 \omega_2. \tag{5.14}$$

Но термодинамическая вероятность не связана с тепловыми характеристиками системы, а лишь с механическими, такими, как положение молекул в пространстве и их скорости. Кроме того, в отличие от ранее рассмотренных функций состояния (U, H) величина  $\omega$  не аддитивна — увеличение количества вещества в системе не приводит к такому же увеличению функции  $\omega$ .

Больцман предположил существование функциональной зависимости между S и  $\omega$ . Для системы, состоящей из двух частей,

$$S_{\text{CMCT}} = S_1 + S_2,$$
 (5.15)

а термодинамическая вероятность осуществления результирующего состояния может быть определена по (5.4):

$$S_{c_{RCT}}(\omega_1\omega_2) = S(\omega_1) + S(\omega_2).$$
 (5.16)

Такому функциональному уравнению удовлетворяет логарифмическая функция, тогда энтропия системы

$$S_{\text{encr}} = k \ln \omega. \tag{5.17}$$

Из (5.17) следует, что при возрастании вероятности состояния системы увеличивается и энтропия системы, значение которой при равновесии должно быть максимальным, как и значение  $\omega$ . В уравнении (5.17) k — постоянная величина, называемая постоянной Больцмана, связывающая энтропию с термическими величинами. Определим ее значение.

При изотермическом расширении 1 моль идеального газа от объема  $V_1$  до объема  $V_2$  вся сообщаемая газу теплота полностью превращается в работу ( $\Delta U$ =0):

$$Q = L = \mu RT \ln(V_2/V_1); (5.18)$$

по формуле Больцмана (5.17) имеем

$$\Delta S = S_2 - S_1 = k \ln(\omega_2/\omega_1).$$
 (5.19)

Предположим, что объем  $V_1$  является x-й частью объема  $V_2$ . Пусть в объеме  $V_2$  находится одна молекула. Эту молекулу с вероятностью  $\omega_2 = 1/1$  можно найти в объеме  $V_2$  и только с вероятностью  $\omega_1 = 1/x$  ее можно обнаружить в объеме  $V_1$ .

Для двух молекул вероятность найти обе молекулы одновременно в объемах  $V_2$  и  $V_1$ :

$$\omega_2 = 1/1$$
;  $\omega_1 = (1/x)^2$ ;

для трех молекул:

$$\omega_2 = 1/1; \quad \omega_1 = (1/x)^3;$$

для  $N_A$  молекул ( $N_A$  — число Авогадро):

$$\omega_2 = 1/1; \quad \omega_1 = (1/x)^N A.$$

Отношение термодинамических вероятностей дает возможность узнать, во сколько раз вероятнее найти все молекулы в объеме  $V_2$ , чем в  $V_1$ :

$$\omega_2/\omega_1 = x^N A = (V_2/V_1)^N A$$
, или  $\ln(\omega_2/\omega_1) = N_A \ln(V_2/V_1)$ .

Из сопоставления выражений (5.18) и (5.19) найдем, учитывая соотношение  $\omega_2/\omega_1$ ,

$$\Delta S = \frac{kN_A}{\mu R} \frac{Q}{T} \,. \tag{5.20}$$

Выберем такие значения, что  $kN_A = \mu R$ , тогда константа Больцмана

$$k = \frac{\mu R}{N_A} = \frac{8,314}{6,02 \cdot 10^{23}} = 1,38 \cdot 10^{-23}$$
 Дж/К.

Следует отметить, что изменение энтропии  $\Delta S = Q/T$ , полученное для частного случая изотермического процесса расширения, такое же, какое раньше было получено из анализа цикла Карно. Таким образом, статистическая физика обосновывает существование функции состояния — энтропии, приращение которой в обратимых процессах равно приведенной теплоте, и положение о том, что энтропия замкнутой системы стремится к максимуму. Эта функция состояния позволяет с помощью измерений термических величин выяснить направление процессов и условия равновесия.

С принципом возрастания энтропии в замкнутых системах связаны представления о «тепловой смерти Вселенной», выдвинутые Клаузиусом, который утверждал: «Энергия мира постоянна, энтропия мира стремится к максимуму». Отсюда — вывод о достижении в результате односторонних процессов, протекающих природе, конечного состояния равновесия, в котором мира максимальна и Вселенная погибает от тепловой смерти. Ошибочность концепций Клаузиуса, Томсона, Тэта была раскрыта Ф. Энгельсом и В. И. Лениным, полагающими, что Вселенную нельзя рассматривать как конечную изолированную систему. В космосе могут протекать и протекают такие процессы, которые непосредственно не подчиняются законам термодинамики конечных систем. В связи со статистической трактовкой второго закона термодинамики следует отметить прямую связь между энтропией и степенью беспорядка (хаоса), ибо всякий естественный процесс протекает так, что система переходит в состояние с большим беспорядком; температуры тел в системе сами собой выравниваются, газы между собой перемешиваются и т. п. Состояние рактеризуется большей термодинамической вероятностью, чем упорядоченное состояние.

Необратимые процессы протекают так, что система переходит из менее вероятного состояния в более вероятное, причем беспорядок в системе увеличивается. Следовательно, энтропия является

мерой беспорядка в системе. Рост энтропии в необратимых прощессах приводит к тому, что энергия, которой обладает система, становится менее доступной для преобразования в работу, а в состоянии равновесия такое преобразование вообще невозможно. Состояние равновесия относительно окружающей среды удачно обозначено в английской литературе как «dead state» (мертвое состояние системы). Таким образом, мы пришли к первоначальной формулировке второго закона термодинамики, данной в § 5.1: «Невозможно получить работу за счет энергии тел, находящихся в термодинамическом равновесии».

#### § 5.8. АКСИОМАТИКА ВТОРОГО ЗАКОНА ТЕРМОДИНАМИКИ

Положения второго закона (начала) термодинамики в формулировках Карно, Клаузиуса, Планка, Томсона определили принципы работы тепловых машин и их эффективность. Вопрос с точки зрения теории — частный. А результатом всех рассуждений явился вывод очень широкого, хотя и не всеобъемлющего закона природы, состоящего из двух принципов: 1) принципа существования энтропии; 2) принципа возрастания энтропии при самопроизвольных необратимых процессах.

Неудовлетворенность обоснованием построения второго начала привела к принципиально новому учению об энтропии в работах Каратеодори, Т. Афанасьевой-Эренфест, М. Борна, Ланде. В основу физических оснований доказательства существования энтропии Каратеодори положил аксиому, которая полагает, что если при равновесном изменении состояния системы между ней и окружающей средой произошел обмен некоторым количеством теплоты, то никаким адиабатическим квазистатическим процессом вернуть ее в начальное состояние невозможно. Невозможность перехода системы из одного заданного состояния в другое посредством адиабатного процесса характеризуется как принцип адиабатической недостижимости. На основе этого постулата доказывается, что элементарное количество теплоты dQ при умножении на интегрирующий множитель 1/Т превращается в полный дифференциал. В этом аспекте подход Каратеодори выглядит более последовательным, так как понятия теплоты и температуры не являются исходными, как в формулировках Клаузиуса и Кельвина, а строятся на основе базисных понятий. При формальных достоинствах общности такой подход невыгодно отличается от классического оторванностью от реальных природных процессов.

А. А. Гухман в своих работах непосредственно постулирует принцип существования энтропии как физической величины, являющейся специфической мерой тех изменений, которыми система реагирует в квазистатических условиях на тепловое воздействие, считая в уравнении dQ = TdS энтропию Tennobou координатой. Принцип возрастания энтропии, принцип ее одностороннего изменения при неравновесном взаимодействии никак не связан с принципом ее существования и, таким образом, существует отдельно

как ограничение, накладываемое на второй закон термодинамики. Второй закон дает возможность охарактеризовать энергии. Величиной, определяющей качество энергии, эксергия. В процессе преобразования энергии в термомеханических системах удобно эксергию понимать как часть энергии, которая может быть преобразована в другую форму энергии при определенных условиях, накладываемых окружающей средой. Эксергия связана с максимальной работой системы (см. гл. 16). Термодинамически идеальным является обратимое преобразование энергии без потерь эксергии. Энергия, которая не может превращена в эксергию, называется *анергией*. В обратимых процессах эксергия остается постоянной, в необратимых - эксергия переходит в анергию. В качестве примера можно показать, что внутреннюю энергию системы в любом количестве нельзя превратить в работу. Так, в обратимом адиабатном процессе расширения работа  $L = U_1 - U_2$ , но из состояния 1 нельзя достичь состояния 2 с внутренней энергией, меньшей  $U_2$ . Второй закон накладывает здесь ограничение:  $S_2 > S_1$ . Это ограничение дает определенный нижний предел для давления  $p_2$ , равный давлению окружающей среды  $p_0$ , и температуру  $T_2$ , равную температуре окружающей среды  $T_0$ .

Преобразование же работы во внутреннюю энергию возможно в любом количестве без каких-либо дополнительных условий. Введение понятия «эксергия» отражает конкретные ограничения, накладываемые вторым законом термодинамики на процессы преобразования энергии. Это ограничение не является единственным.

Второй закон термодинамики применим: 1) к макросистемам, состоящим из большого числа частиц; 2) к конечным термодинамическим системам.

Принцип возрастания энтропии в необратимых процессах справедлив только для изолированных макроскопических систем. Распространение принципа возрастания энтропии  $(S_2-S_1)_{ag}>0$  за пределы изолированных макроскопических систем не оправдано. Причем выводы второго закона термодинамики справедливы только для закрытых систем.

В открытых термодинамических системах, далеких от состояния равновесия,— самоорганизующихся (процессы в топливных элементах, лазерах, автокаталитические реакции, автоколебательные процессы, конвективная неустойчивость Бернара и т. д.) происходит обмен энергией и массой между системой и окружающей средой. Это позволяет поддерживать в системе состояние текущего равновесия, когда потери на диссипацию восполняются притоком энергии извне. За самоорганизацию нужно платить энергией. Но это не область феноменологической термодинамики, а совместные разработки термодинамики необратимых процессов, теории информации, теории устойчивости, которые плодотворно развиваются в настоящее время.

Самоорганизующиеся системы стремятся к менее вероятному состоянию, связанному с уменьшением энтропии системы, и в таких процессах система уходит все дальше от термодинамического и текущего равновесия за счет энергетических и материальных поступлений.

#### ГЛАВА 6

# **ИЗМЕНЕНИЕ ЭНТРОПИИ В ПРОЦЕССАХ. ЭНТРОПИЙНЫЕ ДИАГРАММЫ**

В главе даются методы вычисления изменения энтропии в равновесных термодинамических процессах и их изображение на тепловой диаграмме; рассматривается изменение энтропии в необратимых процессах в изолированной системе. Для практического использования приводится диаграмма энтальпия-энтропия для воздуха и продуктов сгорания.

#### § 6.1. ИЗМЕНЕНИЕ ЭНТРОПИИ В ПРОЦЕССАХ

В большинстве термодинамических процессов энтропия рабочего тела межет свое значение.

Воспользуемся термодинамическим тождеством (5.11). Для реального газа при переменных V и T это уравнение можно представить в виде

$$T dS = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V dT + \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T dV + p dV,$$

или

$$T dS = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_{V} dT + \left[\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_{T} + p\right] dV.$$

Используя вторую форму уравнения первого закона термодинамики и выражая dQ через TdS, находим

$$T dS = dH - V dp$$
.

Для реального газа при переменных p и T это уравнение можно записать в виде

$$T dS = \left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_{p} dT + \left(\frac{\partial H}{\partial p}\right)_{r} dp - V dp$$

ИЛИ

$$T dS = \left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_{p} dT + \left[\left(\frac{\partial H}{\partial p}\right)_{T} - V\right] dp.$$

Найдем из полученных уравнений значение dS:

$$dS = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_{V} \frac{\partial T}{T} + \left[\frac{1}{T} \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_{T} + \frac{p}{T}\right] dV; \tag{6.1}$$

$$dS = \left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_{p} \frac{\partial T}{T} + \left[\frac{1}{T} \left(\frac{\partial H}{\partial p}\right)_{T} - \frac{V}{T}\right] dp. \tag{6.2}$$

Изменение энтропии реального газа в процессах может быть вычислено путем интегрирования, если известны величины

$$\left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_{V},\ \left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_{\rho},\ \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_{T},\ \left(\frac{\partial H}{\partial \rho}\right)_{T}.$$

Значительно проще получаются вычисления для идеального газа, так как

$$\left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_{V} = \frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}T} = c_{V}; \quad \left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_{p} = \frac{\mathrm{d}H}{\mathrm{d}T} = c_{p}.$$

Кроме того, вследствие отсутствия сил взаимодействия между молекулами идеального газа

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = 0; \quad \left(\frac{\partial H}{\partial p}\right)_T = 0.$$

С учетом сказанного уравнения (6.1) и (6.2) для 1 кг идеального газа имеют вид

$$ds = c_v \frac{dT}{T} + \frac{p \, dv}{T};$$

$$ds = c_p \frac{dT}{T} - \frac{v \, dp}{T}.$$
(6.3)

Но из уравнения состояния идеального газа имеем p/T = R/v, v/T = R/p, тогда уравнение (6.3) можно записать так:

$$ds = c_{v} \frac{dT}{T} + R \frac{dv}{v};$$

$$ds = c_{p} \frac{dT}{T} - R \frac{dp}{p}.$$
(6.4)

Теплоемкости идеального газа не зависят от температуры, поэтому эти уравнения легко интегрируются и можно получить две формулы, определяющие изменение энтропии в процессах:

$$s_2 - s_1 = c_v \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{v_2}{v_1} = c_v \ln \frac{T_2}{T_1} + (c_\rho - c_v) \ln \frac{v_2}{v_1};$$
 (6.5)

$$s_2 - s_1 = c_p \ln \frac{T_2}{T_1} - R \ln \frac{p_2}{p_1} = c_p \ln \frac{T_2}{T_1} - (c_p - c_v) \ln \frac{p_2}{p_1}.$$
 (6.6)

Эти два уравнения дают возможность определить изменение энтропии в основных процессах идеального газа.

Для политропного процесса с показателем политропы n используем зависимость между температурой и объемом и, подставив ее в уравнение (6.5), получим

$$s_{2} - s_{1} = c_{v} \ln \left( \frac{v_{1}}{v_{2}} \right)^{n-1} + (c_{\rho} - c_{v}) \ln \frac{v_{2}}{v_{1}} = c_{v} \ln \left( \frac{v_{1}}{v_{2}} \right)^{n-1} - (c_{\rho} - c_{v}) \ln \frac{v_{1}}{v_{2}}.$$

Несложные преобразования приводят уравнение к виду

$$s_2 - s_1 = c_v(n - k) \ln \frac{v_1}{v_2} = c_v(k - n) \ln \frac{v_2}{v_1}$$
 (6.7)

Используя уравнение (4.12), можно написать зависимость между температурой и давлением в политропном процессе:  $T_2/T_1 = (p_2/p_1)^{(n-1)/n}$ . Подставив эту зависимость в уравнение (6.6), имеем

$$s_2 - s_1 = c_p \ln \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{(n-1)/n} - (c_p - c_v) \ln \frac{p_2}{p_1}$$
.

После несложных преобразований уравнение приводится к виду

$$s_2 - s_1 = c_v \frac{n-k}{n} \ln \frac{p_2}{p_1} = c_v \frac{k-n}{n} \ln \frac{p_1}{p_2}$$
 (6.8)

Можно изменение энтропии выразить также через изменение температуры, если, например, в уравнении (6.7) отношение объемов заменить отношением температур  $v_2/v_1 = (T_1/T_2)^{1/(n-1)}$ , тогда

$$s_2 - s_1 = c_v(k - n) \ln \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{1/(n-1)} = c_v \frac{k - n}{n - 1} \ln \frac{T_1}{T_2}$$
 (6.9)

Для основных термодинамических процессов можно получить следующие формулы:

для изохорного процесса ( $n=\pm\infty$  1/n=0) из уравнений (6.8) и (6.9)

$$s_2 - s_1 = c_v \ln \frac{\rho_2}{\rho_1} = c_v \ln \frac{T_2}{T_1};$$
 (6.10)

для изобарного процесса ( $n\!=\!0$ ) из уравнений (6.7) и (6.9)

$$s_2 - s_1 = c_p \ln \frac{v_2}{v_1} = c_p \ln \frac{T_2}{T_1};$$
 (6.11)

для изотермического процесса (n=1) из уравнений (6.7) и (6.8)

$$s_{v} - s_{1} = (c_{p} - c_{v}) \ln \frac{v_{2}}{v_{1}} = (c_{p} - c_{v}) \ln \frac{p_{1}}{p_{2}};$$
 (6.12)

для адиабатного процесса (n=k) из любого (из трех) уравнения

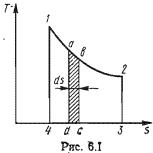
 $s_2 - s_1 = 0$ ;  $s_2 = s_1$ ; s = const.

Таким образом, обратимый адиабатный процесс протекает без изменения энтропии, поэтому обратимый адиабатный процесс называется изоэнтропным.

#### § 6.2. Тs-ДИАГРАММА

Рассмотренная раньше pv-диаграмма иногда называется рабочей диаграммой, так как работа газа в процессе на этой диаграмме представляется площадью, ограниченной кривой процесса, крайними ординатами и осью абсцисс. Большое значение имеет при изучении процессов и циклов изображение их на Ts-диаграмме.

На этой диаграмме по оси ординат откладывается температура, а по оси абсцисс — энтропия. На Ts-диаграмме (рис. 6.1) каж-



дая точка характеризует определенное равновесное состояние газа, каждая кривая — термодинамический процесс; выделим на кривой две бесконечно близкие точки a и b и опустим на ось s перпендикуляры ad и bc. Бесконечно малая площадь abcda равна Tds, но Tds = dq. Интегрируя это уравнение по всему пути процесса от точки 1 до точки 2, находим

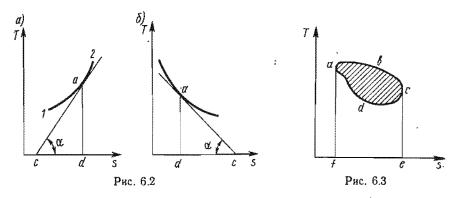
$$q = \int_{0}^{2} T \, \mathrm{d}s = \pi \pi$$
. 12341.

Таким образом, на *Тs*-диаграмме площадь, ограниченная кривой процесса, осью абсцисс и крайними ординатами, численно равна количеству теплоты, подводимому (отводимому) в процессе, поэтому *Ts*-диаграмму иногда называют *тепловой диаграммой*. Так как величны dq и ds имеют одинаковые знаки, то увеличение энтропии указывает на то, что в процессе теплота подводится к рабочему телу извне (процесс совершается от точки *I* к точке 2) и, наоборот, уменьшение энтропии характеризует процесс с отводом теплоты от рабочего тела в окружающую среду (движение процесса от точки 2 к точке *I*).

На рис. 6.2, a, b проведена касательная ac к кривой процесса в точке a; угол a, составляемый касательной с осью абсцисс, принадлежит прямоугольному треугольнику adc, в котором катет ad определяет температуру рабочего тела в процессе в момент a; угловой коэффициент равен

$$tg \alpha = \frac{dr}{ds} . (6.13)$$

А для любого политропного процесса можно написать две зависимости: dq = Tds;  $dq = c_{\phi}dT$ . Приравнивая правые части этих зависимостей и определяя теплоемкость политропного процесса, получаем  $c_{\phi} = Tds/dT$  или, учитывая (6.13),  $c_{\phi} = T/tg$   $\alpha$ . Но из рис. 6.2,  $\alpha$  видно, что  $c_{\phi} = cd$  и представляет собой подкасательную кривой процесса в точке  $\alpha$ ; эта подкасательная определяет истинную теплоемкость процесса при температуре T. Положительному значению tg  $\alpha$  будет соответствовать положительное значение теплоемкости, отрицательному — отрицательное (рис. 6.2,  $\delta$ ).



Цикл на Ts-диаграмме изображается замкнутой кривой (рис. 6.3). Если направление процессов в цикле по ходу движения часовой стрелки, т. е. по пути a-b-c-d-a, то пл. abcefa представляет собой количество теплоты  $q_1$ , подведенное к рабочему телу извне, а отведенное количество теплоты  $q_2$  изображается пл. adcefa. Следовательно, теплота, эквивалентная работе, совершаемой рабочим телом в цикле, изображается площадью

$$l_{\mathbf{u}} = q_1 - q_2 = \mathbf{n} \mathbf{n}$$
.  $abcefa - \mathbf{n} \mathbf{n}$ .  $adcefa = \mathbf{n} \mathbf{n}$ .  $abc_da$ .

Отсюда следует, что термический кпд определяется отношением плошалей:

$$\eta_{i} = \frac{q_{1} - q_{2}}{q_{1}} = \frac{\Pi \pi. \ abcda}{\Pi \pi. \ abcefa}$$
 .

Термический кпд обратимого цикла, представленного на *Ts*диаграмме, определяется отношением площади цикла к площади, определяющей подводимое количество теплоты.

#### § 6.3. ИЗОБРАЖЕНИЕ НА Тs-ДИАГРАММЕ ОСНОВНЫХ ПРОЦЕССОВ

На *Тs*-днаграмме (рис. 6.4) представлены основные термодинамические прочессы в газах. За начало принята точка 0 и через нее проведены кривые исследуемых процессов. Наиболее просто на *Ts*-днаграмме представляются изотермический и аднабатный процессы, Так как в обратимом адиабатном процессе s—const, этот процесс на Ts-диаграмме изобразится прямой линией 2-0-1, перпенди кулярной оси энтропий. В процессе 0-1 температура газа умень шается, следовательно, уменьшается его внутренняя энтропия и газ совершает работу расширения; в процессе 0-2, наоборот, внутренняя энергия газа увеличивается за счет работы, затраченной на сжатие газа.

Изотермический процесс на Ts-диаграмме представляется  $r_0$ -ризонтальной прямой 4-0-3, параллельной оси энтропий. В процессе 0-3 энтропия увеличивается, следовательно, к газу подводится теплота, но при подводе теплоты в изотермическом процессе  $r_{33}$ 

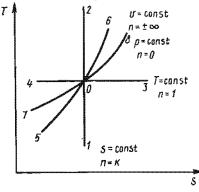


Рис. 6.4

совершает работу расширения, эквивалентную этой теплоте; в процессе  $\theta$ -4 газ сжимается, и теплота, эквивалентная этой работе, должна быть отведена от газа, вследствие чего энтропия газа уменьшается.

Изохорный и изобарный процессы представляются на Ts-диаграмме кривыми, как это видно из уравнений (6.5) и (6.6). При постоянных значениях теплоемкостей построение дает логарифмические кривые; при значениях c=f(T) эти кривые несколько изменяют свой вид. Так как теплоемкости  $c_p$  и  $c_p$ 

положительны, то кривые расположены, как показано на рис. 6.2, а, т. е. при увеличении энтропии в процессе кривые переходят все к более высоким температурам.

Сравнивая уравнения изохоры и изобары

$$\Delta s_{\nu} = c_{\nu} \ln (T_2/T_1); \quad \Delta s_{\rho} = c_{\rho} \ln (T_2/T_1),$$

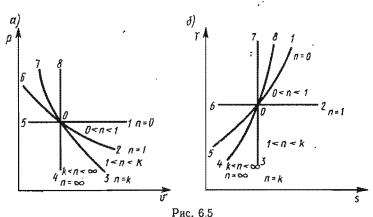
находим следующее: так как  $c_p > c_v$ , то при одинаковом повышении температуры, т. е. при  $\ln (T_2/T_1) = \text{iden}$ , энтропия в изобарном процессе увеличивается больше, чем в изохорном:  $\Delta s_p > \Delta s_v$ . Следовательно, кривая изобарного процесса идет в диаграмме более полого, чем кривая изохорного процесса, как это показано на рис. 6.4, где кривая 5-0-6 представляет изохору, а 7-0-8 — изобару-

Сравним расположение кривых, представляющих процессы, на ро- и Ts-диаграммах (рис. 6.5, а, б), причем одинаковые процессы обозначены на обеих диаграммах одинаковыми цифрами.

0-1— из обарное расширение. Температура газа при расширении повышается, так как  $v_2/v_1=T_2/T_1$ ; показатель политропы n=0. Работа газа положительна. Внутренняя энергия газа увеличивается; йзвне подводится количество теплоты, равное сумме изменения впутренней энергии и теплоты, эквивалентной работе расширения.

, 0-2 — изотермическое расширение. Работа газа положительна. Внутренняя энергия идеального газа остается в процессе без изменения; извне подводится количество теплоты, эквивалентное работе расширения. Показатель политропы n=1.

Политропные процессы расширения при показателе политропы 0 < n < 1 располагаются между изобарой и изотермой на участке диаграммы 102. В этих процессах работа положительна; температура газа повышается, т. е. внутренняя энергия газа увеличивается, но по мере приближения значения показателя к единице температура повышается все меньше и меньше, и расход теплоты на увеличение энергии приближается к нулю.



0-3 — адиабатное расширение. Работа расширения положительна, но теплообмена с окружающим пространством нет, поэтому работа совершается за счет эквивалентного уменьшения внутренней энергии; температура газа понижается. Показатель политропы n=k.

Политропные процессы расширения при показателе политропы 1 < n < k расположены между изотермой и адиабатой, на участке днаграммы 203. В этих процессах работа газа положительна. Температура газа понижается и внутренняя энергия его уменьшается; в то же время из окружающей среды подводится к газу теплота; это видно из pv-диаграммы, где эти процессы идут выше адиабаты, и из Ts-диаграммы, где эти процессы идут с увеличением энтропии. Следовательно, в этих процессах работа газа совершается за счет теплоты, подводимой извне, и убыли внутренней энергии газа. Теплоемкость этих процессов отрицательна.

0-4 — изохорное охлаждение. Газ работы не совершает, часть его внутренней энергии отводится в окружающую среду в виде теплоты; показатель политропы  $n=\infty$ .

Политропные процессы расширения при показателе политропы  $k < n < \infty$  расположены между адиабатой и изохорой на участке

диаграммы 304. Работа газа в этих процессах положительна, а внутренняя энергия уменьшается. Так как температура газа понижается, теплота отводится от газа в окружающую среду (на pv-диаграмме кривая этих процессов расположена ниже адиабаты, а на Ts-диаграмме видно, что в этих процессах энтропия уменьшается). Таким образом, в этих процессах внутренняя энергия газа уменьшается, причем часть ее отводится в окружающую среду в виде теплоты, а другая часть расходуется на работу расширения.

Аналогичную картину процессов можно представить и для процессов сжатия, расположенных на участке диаграммы 508.

## § 6.4. Тs-ДИАГРАММА ДЛЯ ИДЕАЛЬНОГО ГАЗА

Ts-диаграмма, предназначенная для изучения процессов и циклов, которые совершаются рабочими телами, состоит из основной сетки изотерм и адиабат, представляющих собой горизонтальные и вертикальные прямые линии, и нанесенных на эту основную сетку изобар и нзохор, представляющих собой кривые линии, как это показано в § 6.3.

Для построения изобар основным уравнением служит уравнение (6.11)

$$\Delta s_{\rho} = c_{\rho} \ln (T_2/T_1).$$

Если известна зависимость теплоемкости от температуры  $c_p = f(T)$  и заданы начальные условия  $(T_0, p_0, s_0 = 0)$ , то, задаваясь

Рис. 6.6

различными температурами T, можно определить соответствующее значение энтропии:

$$s - s_0 = s = c_n \ln (T/T_0)$$
.

Таким образом по точкам можно построить основную изобару  $p_1 = 1 \cdot 10^5 \, \Pi a = 0.00$  солот. Построение остальных изобар ведется очень просто исходя из условия, что изобары идеального газа представляют собой эквидистантные кривые. Расстояния между изобарами в горизонтальном направлении определяются как изменение энтропии в изотермическом про-

цессе (рис. 6.6). Из формулы (6.12) видно

$$s_1 - s_2 = a_2 a_1 = R \ln(p_2/p_1),$$
 (6.14)

но для изобар  $p_1$  и  $p_2$  это расстояние одинаково для любых изотерм

$$a_2a_1 = R \ln(p_2/p_1) = a_1a_0.$$

Для построения ряда изобар принимаем  $p_2/p_1$  — idem, тогда и расстояния между изобарами по горизонтали будут одинаковыми,

т. е.  $a_2a_1=a_3a_2=a_1a_0=\Delta s$ . Следовательно, если построена изобара  $p_1=1\cdot 10^5$  Па, то весьма просто, как эквидистантные кривые, строятся изобары для  $2\cdot 10^5$  Па,  $3\cdot 10^5$  Па и т. д.

Из уравнения (6.14) видно, что если  $s_1 > s_2$ , т. е. если энтропия увеличивается, то давление  $p_2$  должно быть больше  $p_1$ , откуда следует, что чем левее расположены на Ts-диаграмме изобары, тем большему давлению они соответствуют. Так наносится сетка

изобар.

Сетка изохор строится аналогично, причем, как было указано раньше, изохоры представляют собой более круго расположенные логарифмические кривые. Из уравнения (6.10) видно, что изохоры также эквидистантны между собой, но располагаются они на диаграмме тем дальше от начала координат, чем для большего удельного объема они построены.

### § 6.5. ЦИКЛ КАРНО НА ТS-ДИАГРАММЕ. ОБОБЩЕННЫЙ ЦИКЛ КАРНО

Тепловая диаграмма в силу своей наглядности широко нспользуется для авализа циклов, ибо площади на диаграмме представляют собой количество теплоты, подведенной, отведенной в цикле, а их соотношение в уравнении (5.1) — термический коэффициент полезного действия.

На рис. 6.7, а, б представлен обратимый цикл Карно на рон Тs-диаграммах; на Тs-диаграмме цикл Карно имеет вид прямоугольника 12341. Из сказанного в предыдущих параграфах ясно,

что количество теплоты, подведенное к рабочему телу, равно пл. 12561, или

$$q_1 =$$
 пл.  $12561 = T_1(s_2 - s_1)$ ,

а количество теплоты, отведенное в охладитель, — пл. 43564, или

$$q_2 =$$
 пл.  $43564 = T_2(s_2 - s_1)$ .

Количество теплоты, эквивалентное работе цикла, равно площади цикла, т. е.

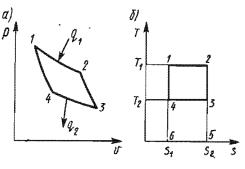


Рис. 6.7

$$l_{u} = q_{1} - q_{2} = (T_{1} - T_{2})(s_{2} - s_{1}).$$

Следовательно, термический кпд

$$\eta_i = \frac{(T_1 - T_2)(s_2 - s_1)}{T_1(s_2 - s_1)} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}.$$

При исследовании обратимых циклов степень совершенства произвольного обратимого цикла определяется тем, насколько термический кпд этого цикла близок к термическому кпд обратимого

цикла Карно, осуществляемого между крайними температура $_{MR}$  рассматриваемого цикла.

 $\hat{}$  Это сравнение можно вести по средним температурам подвода или отвода теплоты в цикле a-b-c-d (рис. 6.8), причем

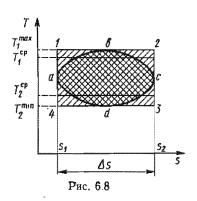
$$q_1 = T_1^{cp} \Delta s$$
, a  $q_2 = T_2^{cp} \Delta s$ ,

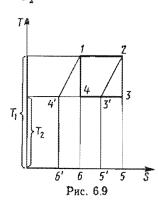
где

$$T_1^{cp} = \int_{abc} T \, \mathrm{d}s/\Delta s$$
, a  $T_2^{cp} = \int_{cda} T \, \mathrm{d}s/\Delta s$ ,

тогда

$$\eta_{\rm r}^{\rm odp} = 1 - \frac{q_2}{q_1} = 1 - \frac{T_1^{\rm cp}}{T_2^{\rm cp}}.$$





Так как максимальная температура подвода теплоты в цикле Карно больше средней  $(T_1^{\max} > T_1^{\text{cp}})$ , а минимальная температура отвода теплоты меньше средней  $(T_2^{\min} < T_2^{\text{cp}})$ , то естественно, что термический кпд обратимого цикла между источниками температур  $T_1^{\text{cp}}$  и  $T_2^{\text{cp}}$  меньше, чем термический кпд цикла Карно в этом интервале температур.

Способ сравнения циклов на *Тs*-диаграмме обладает большой наглядностью. Если сравнить произвольный цикл, вписанный в цикл Карно, то площадь вписанного цикла меньше, чем площадь цикла Карно. Отношение этих площадей называют коэффициентом заполнения цикла. Чем больше коэффициент заполнения, тем ближе приближаются к наиболее эффективному преобразованию теплоты в работу.

Этот процесс совершенствования циклов машин называют карнотизацией. Повышение средней температуры подвода теплоты  $T_1^{\rm cp}$  и понижение средней температуры отвода теплоты  $T_2^{\rm cp}$  эквивалентно увеличению коэффициента заполнения цикла.

Цикл Карно имеет максимальный кпд в эаданном интервале температур, но в то же время можно подобрать сколько угодно

циклов, имеющих такой же термический кпд. Пусть имеется цикл Карно (рис. 6.9), совершаемый газом в пределах температур  $T_1$  и  $T_2$ . Из точек 1 и 2 изотермы проведем любые две эквидистантные кривые (например, две изохоры), которые пересекут изотерму  $T_2$  = const в точках 3' и 4'. Рассмотрим полученный цикл 1-2-3'-4'-1, состоящий из двух изотерм и двух изохор.

Рабочее тело цикла расширяется вначале изотермически в пропессе I-2, получая от теплоисточника количество теплоты  $q_1$  при температуре  $T_1$ . В процессе 2-3' энтропия уменьшается и рабочее тело должно отдавать теплоту, но температура в процессе уменьшается до  $T_2$  и для обратимости процесса 2'-3' необходимо множество источников теплоты со значениями температур от  $T_1$  до  $T_2$ . В изотермическом процессе сжатия 3-4' количество теплоты  $q_2$  при температуре  $T_2$  будет отдаваться холодильнику. В процессе 4'-1 энтропия увеличивается и, следовательно, рабочее тело цикла должно получать теплоту. Эта теплота может быть воспринята от источников, которые были установлены на линии 2-3'.

Для этого цикла затраченное количество теплоты  $q_1$  = = 1.23'5'6'4'1, а количество теплоты, превращенное в работу,  $l_{\pi} = q_1 - q_2 =$   $\pi$  л. 123'4'1. Следовательно, термический кпд этого нового цикла

## $\eta_t = \pi \pi$ . 123'4'1/пл. 123'5'6'4'1.

Вследствие эквидистантности проведенных кривых находим, что пл. 144'1= пл. 233'2, а пл. 4'466'4'= пл. 3'355'3', поэтому пл. 123'5'6'4'1= пл. 12561, а пл. 4'3'5'6'= пл. 4356, т. е. подведенное и отведенное количество теплоты в цикле 1-2-3'-4'-1 то же, что и в цикле Карно 1-2-3-4. Поэтому термический кпд нового цикла равен термическому кпд цикла Карно, осуществляемого в тех же пределах температур:  $\eta_1=\eta_{1x}$ .

Так как можно провести сколько угодно эквидистантных линий, подобных линиям 1-4' и 2-3', то, следовательно, можно найти сколько угодно циклов, которые в пределах температур  $T_1 \dots T_2$  дадут термический кпд, равный термическому кпд цикла Карно.

Циклы, осуществляемые указанным способом, называются обощенными циклами Карно. Вследствие эквидистантности проведенных линий пл. 255'3'2 получается равной пл. 166'4'1; но первая площадь представляет теплоту, отводимую от газа в процессе его расширения, а вторая — теплоту, которую необходимо сообщить сжимаемому газу.

Практически возможно отнимаемую от газа теплоту не отволить, а передавать газу; таким образом, эта теплота будет постоянно циркулировать в газе. Такой способ использования теплоты носит название регенерации теплоты, а циклы, в которых регенерация теплоты осуществляется, называются регенеративмыми. Регенеративные циклы осуществимы только при наличии аккумулятора теплоты, который воспринимает теплоту от охлаждаемого газа и отдает ее нагреваемому. Таким образом, в отличие от цикла Карно, для которого достаточно двух источников теплоты, для регенеративных циклов необходим промежуточный источник, аккумулирующий теплоту.

Регенеративные циклы будут рассмотрены в гл. 12, 13, посвя-

щенных изучению циклов двигателей.

#### § 6.6. HS-ДИАГРАММА ДЛЯ ГАЗОВ И ПРОДУКТОВ СГОРАНИЯ

Рассмотренная нами *TS*-диаграмма представляет собой весьма удобное н наглядное средство для изучения процессов и циклов, осуществляемых в тепловых машинах и аппаратах, но применение ее для расчетов затруднено тем, что количество теплоты по диаграмме определяется измерением площадей.

Для расчетов чаще применяется энтропийная диаграмма, в которой координата температур заменена координатой энтальпий по формуле

$$H = \mu c_{\rho} T$$
.

Так как теплоемкость газа зависит от температуры [см. уравнение (2.35)], то разбивка оси координат неравномерна; расстояния между изотермами при одном и том же повышении температуры делаются больше вследствие увеличения теплоемкости газа при повышении температуры.

Изобары и изохоры идеального газа, оставаясь эквидистантными кривыми, несколько меняют свой вид вследствие увеличения расстояния между изотермами для более высоких температур; они легко могут быть построены по точкам, перенесенным из TS-диаграммы. Адиабаты в этой диаграмме остаются вертикальными линиями.

Использование HS-диаграммы основано на следующем. Из уравнения (3.17) для адиабатного процесса (dQ=0) находим

$$dH = V dp$$

или после интегрирования в пределах от начального состояния газа в точке 1 до конечного (после расширения) в точке 2

$$H_2 - H_1 = \int_1^2 V \, \mathrm{d}p;$$

меняя знаки, получаем

$$H_1 - H_2 = \int_1^1 V \, \mathrm{d} p.$$

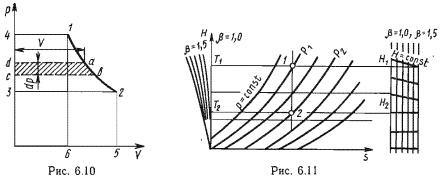
Но интеграл  $\int\limits_{2}^{1}V\,\mathrm{d}p$  представляет собой техническую работу, по-

лучаемую в машине (турбине) (пл. 12341 на рис. 6.10). Следовательно, можно написать равенство

$$H_1 - H_2 = L_{\text{rex}}.$$
 (6.15)

Отсюда можно заключить, что техническая работа газа при адиабатном расширении определяется изменением его энтальпии в процессе расширения, причем  $H_1$ — начальная энтальпия газа на входе его в машину (турбину), а  $H_2$ — конечная энтальпия газа на выходе после адиабатного расширения.

На рис. 6.11 представлена *HS*-диаграмма, построенная для 1 моль воздуха. Для расчетов эта диаграмма используется сле-



дующим образом. Пусть известно, что в турбину поступает воздух с давлением  $p_1$  и температурой  $T_1$ ; на диаграмме на пересечении изобары  $p_1$  и изотермы  $T_1$  находим начальное состояние газа (точка I), а на ординате — начальную энтальпию 1 моль воздуха  $H_1$ . В турбине происходит, теоретически, адиабатное расширение до заданного конечного давления  $p_2$ , которое представится на диаграмме вертикальной линией, проведенной до пересечения с изобарой  $p_2$ ; на ординате находим соответствующую энтальпию газа  $H_2$  и температуру газа после расширения  $T_2$ . Следовательно, можем определить убыль энтальпии, которая была превращена в работу 1 моль воздуха:

$$H_0 = H_1 - H_2$$

Величину  $H_0$  принято называть располагаемым теплоперепадом. Эта же диаграмма может быть использована для расчета продуктов сгорания топлива с воздухом.

Энтальпия и энтропия смеси воздуха и продуктов сгорания могут быть вычислены на основании следующих уравнений. Полагая, что энтальпия и энтропия величины аддитивные:

$$H = H_{\rm B} y_{\rm B} + H_{\rm n,c} y_{\rm n,c} = H_{\rm B} y_{\rm B} + (1 - y_{\rm B}) H_{\rm n,c}; \tag{6.16}$$

$$S = S_{B}y_{B} + S_{H,C}y_{H,C} = S_{B}y_{B} + (1 - y_{B})S_{H,C}, \tag{6.17}$$

где  $y_{\mathtt{B}}$  и  $y_{\mathtt{n.c}}$  — молярные доли воздуха и продуктов сгорания  $_{\mathtt{B}}$  смеси.

При расчетах тепловых машии состав продуктов сгорания определяется коэффициентом избытка воздуха  $\alpha$ , равным отношению количества воздуха  $L_{\mu}$ , поступившего на сгорание 1 кг топлива, к теоретически необходимому для полного сгорания 1 кг топлива иоличеству воздуха  $L_0$ :

$$\alpha = L_{\pi}/L_0. \tag{6.18}$$

Величина  $L_0$  может быть вычислена для углеводородных топлив на основании следующих соображений. При полном горении углерода образуется углекислота:

$$C+O_2=CO_2$$

В этом процессе на 1 моль, т. е. на 12 кг углерода (относительная атомная масса углерода равна 12), требуется 1 моль, т. е. 32 кг кислорода (относительная молекулярная масса кислорода равна 32), тогда на 1 кг углерода требуется 32/13=8/3 кг кислорода и образуется 44/12=11/3 кг углекислоты. Водород, сгорая, образует водяной пар. Процесс горения протекает по уравнению

$$2H_2+O_2=2H_2O$$

Для сжигания і кг водорода требуется  $32/2 \cdot 2 = 8$  кг кислорода и образуется  $2 \cdot 18 : 2 \cdot 2 = 9$  кг водяного пара. Если топливо содержит С кг углерода и Н кг водорода, то для полного его сгорания необходимое количество кислорода (кг/кг) равно

$$\left(\frac{8}{3}C+8H-O_{\tau}\right)$$
,

где  $O_{\tau}$  — количество кислорода, содержащегося в 1 кг топлива, кг.

Так как в воздухе содержится приблизительно 23,2% (по массе) кислорода, то теоретически необходимое количество воздуха  $L_0$  (кг/кг) для полного сгорания топлива определится по формуле

$$L_0 = \frac{100}{23,2} \left( \frac{8}{3} C + 8 H - O_{\tau} \right).$$

Продукты сгорания 1 кг топлива состоят из воздуха  $(\alpha-1)L_0$  и чистых продуктов сгорания  $1+L_0$ . Молярная доля воздуха в смеси

$$y_{B} = \frac{(\alpha - 1) L_{0}/\mu_{B}}{\frac{(\alpha - 1) L_{0}}{\mu_{B}} + \frac{1 + L_{0}}{\mu_{H,c}}} = \frac{1}{1 + \frac{1 + L_{0}}{L_{0}(\alpha - 1)} \frac{\mu_{B}}{\mu_{B,c}}} = \frac{1}{1 + \frac{g}{\alpha - 1}}, \quad (6.19)$$

. где  $g = \frac{1 + L_0}{L_0} \frac{\mu_{\rm B}}{\mu_{\rm H,c}}$ ;  $\mu_{\rm B}$  и  $\mu_{\rm H,c}$  — молярные массы воздуха и про-

дуктов сгорания. Для жидких и твердых топлив  $g \approx 1$ , поэтому молярная доля воздуха в смеси продуктов сгорания

$$y_{\rm B} \approx 1 - \frac{1}{\alpha} \,. \tag{6.20}$$

Из формул (6.16), (6.17) и (6.20) следует

$$H = H_{\rm B} + \frac{H_{\rm n.c} - H_{\rm B}}{a};$$
 (6.21)

$$S = S_{\rm B} + \frac{S_{\rm n.c} - S_{\rm B}}{\alpha} \,. \tag{6.22}$$

Для чистых и разбавленных продуктов сгорания (смесь продуктов сгорания с воздухом) удобно при построении HS-диаграммы вместо коэффициента избытка воздуха ввести масштабную величину  $\beta$ , так как значение  $\alpha$  для широкого класса двигателей лежит в пределах от 0,7 до 6. Так, в двигателях внутреннего сгорания  $\alpha$ =0,7 ... 1,8, в камерах сгорания газотурбинных установок  $\alpha$  доходит до 4 ... 6. Для чистых продуктов сгорания топлива (состав 85% С и 15% H) коэффициент принимается равным  $\beta_{\text{п.с}}$ =1,5; для чистого воздуха  $\beta_{\text{в}}$ =1.

Связь между а и в дается соотношением

$$\beta = 1 + \frac{1}{2a} \,. \tag{6.23}$$

Для определения на диаграмме положения луча  $\beta = 1.5$  воспользуемся линейной зависимостью теплоемкости от температуры  $\mu c_p = a + bT$  и, считая  $ds = \mu c_p dT/T$ , получим

$$\Delta S = S_{\text{n.c}} - S_{\text{B}} = (a_{\text{n.c}} - a_{\text{B}}) \ln [(273 + t)/273] + (b_{\text{n.c}} - b_{\text{B}}) t, \quad (6.24)$$

где  $a_{\rm B}$ ,  $b_{\rm B}$ ,  $a_{\rm n.c}$ ,  $b_{\rm n.c}$  — постоянные коэффициенты соответственно для воздуха и чистых продуктов сгорания;  $S_{\rm n.c0} = S_{\rm B0} = 0$  — энтропия при температуре T = 273 К в начале отсчета. Вычислив значение  $\Delta S$  по формуле (6.24) для разных температур и откладывая эти разности энтропии от оси ординат HS-диаграммы, построенной для воздуха, найдем положение луча  $\beta = 1,5$ , являющегося осью ординат для чистых продуктов сгорания. Для значений  $\beta$ , лежащих между  $1 \dots 1,5$ , лучи строятся по формуле

$$S - S_{B} = \frac{S_{n,c} - S_{B}}{\alpha} = \frac{\beta - 1}{\beta_{n,c} - 1} (S_{n,c} - S_{B}).$$
 (6.25)

Энтальпия газа с учетом линейной зависимости теплоемкости от температуры определяется по формуле

$$H = a't + \frac{b'}{2}t^2, (6.26)$$

где  $a' = a_{\text{п.с}} - a_{\text{в}}, b' = b_{\text{п.с}} - b_{\text{в}}, a H_0 = 0$  при T = 273 К.

На луче β=1,5 строится масштаб энтальпий по формуле

$$\Delta H = H_{\text{n.c}} - H_{\text{B}} = (a_{\text{n.c}} - a_{\text{B}}) t + \frac{b_{\text{n.c}} - b_{\text{B}}}{2} t^{2}$$
 (6.27)

при  $H_{\text{п.c0}} = H_{\text{в0}} = 0$ .

На диаграмме в правой части дается масштаб энтальпий для значений  $\beta$  от 1,0 до 1,5, построенный с помощью интерполяционной формулы

$$H - H_{\rm B} = \frac{\beta - 1}{\beta_{\rm m,c} - 1} (H_{\rm n,c} - H_{\rm B}). \tag{6.28}$$

Энтальпия продуктов сгорания берется на вертикалях с соответствующим значением  $\beta$ . На вертикали  $\beta=1$  нанесен неискаженный масштаб энтальпии для воздуха.

Для продуктов сгорания можно пользоваться той же сеткой изохор, изобар и изотерм на HS-диаграмме, что и для воздуха, но адиабату надо проводить не вертикально, а эквидистантно лучу  $\beta$  для определенного состава смеси.

#### § 6.7. НЕОБРАТИМЫЕ ПРОЦЕССЫ В ИЗОЛИРОВАННОЙ СИСТЕМЕ

К необратимым процессам в изолированной системе, сопровождающимся увеличением энтропии, относятся процессы с трением, адиабатным расширением рабочего тела в пустоту, смешения газов, дросселирования газов и паров.

Рассмотрим увеличение энтропии в процессах с трением. В качестве примера вычислим приращение энтропии в приборе Джоуля, в котором вся затрачиваемая внешняя работа переходит в теплоту трения, вызывая нагревание жидкости от температуры  $T_1$  до  $T_2$ . Так как процесс идет при постоянном объеме, то конечное состояние достигается изохорным нагревом и, следовательно, для m кг жидкости при постоянной теплоемкости

$$\Delta S = S_2 - S_1 = m \int_{T_1}^{T_2} \frac{c_{v \times}}{T} dT = m c_{v \times} \ln \frac{T_2}{T_1}.$$
 (6.29)

Так как разность температур связана с внешней работой соотношением

$$L = Q_{\tau p} = m c_{v \cdot \kappa} (T_2 - T_1), \tag{6.30}$$

теплота трения, выделившаяся в жидкости и не рассеиваемая в окружающую среду, эквивалентна количеству теплоты, полученному от внешнего источника, и поэтому вызывает увеличение энтропии рабочего тела ( $\Delta S > 0$ ).

Возрастание энтропии при аднабатном расширении рабочего тела в пустоту является типично необратимым процессом. Предположим, что расширяющимся телом является газ, заключенный в одной части теплоизолированного сосуда с

жесткими стенками и имеющий параметры  $p_1$ ,  $T_1$  и объем  $V_1$ , аругая часть сосуда отделена от первой адиабатной перегородкой в в ней создано разрежение (рис. 6.12). Если открыть перегородку, то газ придет в равновесное состояние, его объем будет  $V_2 > V_1$ , а внутренняя энергия не изменится  $U_2 = U_1 = \text{const}$ , так как работа расширения равна нулю. К этому состоянию  $U = \text{const}(\mathrm{d}U = 0)$  можно прийти путем обратимого расширения при подведении теплоты  $\mathrm{d}Q = p\mathrm{d}V$ . Приращение энтропии идеального газа в этом случае будет

$$\Delta S = S_2 - S_1 = \int_{V_1}^{V_2} \frac{p}{T} dV = mR \ln \frac{V_2}{V_1}, \qquad (6.31)$$

где интеграл берется при U=const. Так как dV>0, то и  $\Delta S>0$ . Рассмотрим увеличение энтропии при адиабатном сме-

шении (диффузии). Так как энтропия — величина аддитивная, она равна сумме энтропий газов, входящих в смесь:  $S_{cm} = \Sigma S_i$ . Выразим на основании термодинамического тождества (6.6) энтропию  $S_i$  какого-либо газа, входящего в смесь, через энтропию 1 кмоль этого газа, количество вещества газа  $M_i$ , парциальное давле-

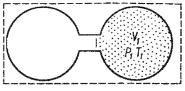


Рис. 6.12

ние  $p_i$  и температуру смеси T. Учитывая, что  $\Sigma M_i = M$ ,  $p_i = py_i$ , получим

$$S_{t} = (\mu c_{pt} \ln T - \mu R \ln p + S_{t0}) M y_{t} - M \mu R y_{t} \ln y_{t}.$$
 (6.32)

Энтропия смеси газов

$$S_{c_M} = M\Sigma \left(\mu c_{pt} \ln T - \mu R \ln p + S_{t0}\right) y_t - M\mu R\Sigma y_t \ln y_t. \quad (6.33)$$

Последний член этого уравнения  $\Delta S_{\rm cm} -$  энтропия. смешения. Поскольку  $y_i < 1$ , то  $\Delta S_{\rm cm} > 0$  и  $S_{\rm cm}$  всегда будет увеличиваться. При смешении однородных газов  $\Delta S_{\rm cm} = 0$ , а при смешении идеальных газов энтропия возрастает на одну и ту же величину (парадокс Гиббса). Дросселирование газов и паров изложено в § 9.7.

#### ГЛАВА 7

# Дифференциальные уравнения термодинамики

Так как дифференциалы термодинамических функций U, H, S являются полными дифференциалами, следовательно, сами термодинамические функции являются функциями состояния. Если взять

аналитическое выражение любой из термодинамических функций, то, воспользовавшись математическими тождествами

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial z}{\partial y} \right) = \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial z}{\partial x} \right);$$

$$\left( \frac{\partial x}{\partial y} \right)_{z} = -\left( \frac{\partial z}{\partial y} \right)_{x} / \left( \frac{\partial z}{\partial x} \right)_{y} = -\left( \frac{\partial x}{\partial z} \right)_{y} / \left( \frac{\partial y}{\partial z} \right)_{x};$$

$$\left( \frac{\partial f}{\partial x} \right)_{y} = \left( \frac{\partial f}{\partial z} \right)_{y} \left( \frac{\partial z}{\partial x} \right)_{y},$$

можно составить уравнения из производных термодинамических функций. Такие уравнения называются дифференциальными уравнениями термодинамики в частных производных. При наличии таких уравнений по параметрам, определяемым экспериментально, можно получить остальные параметры интегрированием соответствующих дифференциальных уравнений.

В практике из всех возможных параметров наиболее часто в качестве независимых переменных применяют параметры p, v, T, которые могут быть непосредственно определены опытным путем. Для однородных веществ или смесей постоянного состава все количественные вычисления могут вестись на базе термодинамического тождества

$$dU = T dS - p dV. (7.1)$$

Рассмотрим основные дифференциальные уравнения в независимых переменных V, T и p, T.

#### § 7.1. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ ВНУТРЕННЕЙ ЭНЕРГИИ, ЭНТАЛЬПИИ, ЭНТРОПИИ

Дифференциальные уравнения термодинамики представляют рабочий (математический) аппарат термодинамики, так как дают возможность связать термические и калорические свойства веществ.

Так на основании термического уравнения состояния можно рассчитать такие калорические свойства вещества, как внутренняя энергия, энтальпия, энтропия, теплоемкость, скорость звука, или использовать экспериментальные значения последних для уточнения термического уравнения состояния.

Дифференциальное уравнение внутренней энергии. Полный дифференциал внутренней энергии при независимых переменных V и T

$$dU = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V dT + \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T dV. \tag{7.2}$$

Первая из частных производных в (7.2), как известно, теплоем-кость при постоянном объеме:

$$\left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_{V} = c_{V}.\tag{7.3}$$

другая частная производная может быть вычислена по формуле (7.1) при делении ее на  $\mathrm{d}V$ ; принимая T = const, получим

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_{T} = T\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_{T} - p. \tag{7.4}$$

При делении формулы (7.1) на dT и при V = const имеем

$$\left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_{V} = T\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_{V} = c_{V}.$$
 (7.5)

Возьмем вторые смешанные производные от (7.4) и (7.5):

$$\frac{\partial^2 U}{\partial V \partial T} = T \frac{\partial^2 S}{\partial V \partial T} + \left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T - \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V; \tag{7.6}$$

$$\frac{\partial^2 U}{\partial T \partial V} = T \frac{\partial^2 S}{\partial T \partial V} \,. \tag{7.7}$$

Из равенства вторых смешанных производных найдем

$$\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T = \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V. \tag{7.8}$$

Но из уравнения (7.1)

$$\left(\frac{\partial U}{\partial S}\right)_{V} = T; \quad \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_{S} = -p.$$
 (7.9)

Следовательно, беря смешанные производные (7.9), найдем, что

$$\left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_{S} = -\left(\frac{\partial p}{\partial S}\right)_{V},\tag{7.10}$$

и подставив (7.8) в (7.4), получим

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_{T} = T \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_{V} - p. \tag{7.11}$$

. Окончательное общее изменение  $U = f(p, V, T, c_V)$  получим, подставив уравнения (7.3) и  $\cdot$ (7.11) в уравнение (7.2):

$$dU = c_{\bar{V}} dT + \left[ T \left( \frac{\partial p}{\partial T} \right)_{V} - p \right] dV. \tag{7.12}$$

Для идеального газа  $(\partial p/\partial T)_V = R/V$ , следовательно,

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_{T} = T\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_{V} - p = T\frac{R}{V} - p = 0. \tag{7.13}$$

Это уравнение выражает закон Джоуля.

Дифференциальное уравнение энтальпии. При чезависимых р и Т полный дифференциал

$$dH = \left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_{p} dT + \left(\frac{\partial H}{\partial p}\right)_{T} dp, \tag{7.14}$$

4-761

$$\left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_{p} = c_{p}.\tag{7.15}$$

Так как H = U + pV, то

$$dH = dU + pdV + Vdp. \tag{7.16}$$

Подставив выражение (7.16) в уравнение (7.1), получим

$$dH = TdS + Vdp. (7.17)$$

Из уравнения (7.17) следует

$$\left(\frac{\partial H}{\partial p}\right)_{p} = T \left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_{p} = c_{p}. \tag{7.18}$$

Разделив уравнение (7.17) на dp и принимая T = const, получим

$$\left(\frac{\partial H}{\partial p}\right)_{T} = T\left(\frac{\partial S}{\partial p}\right)_{T} + V.$$
 (7.19)

Вторые смешанные производные от уравнений (7.18) и (7.19) равны:

$$\frac{\partial^2 H}{\partial T \partial p} = T \frac{\partial^2 S}{\partial T \partial p} \,, \tag{7.20}$$

$$\frac{\partial^2 H}{\partial \rho \partial T} = T \left( \frac{\partial^2 S}{\partial \rho \partial T} \right) + \left( \frac{\partial S}{\partial \rho} \right)_T + \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_p. \tag{7.21}$$

Из равенства смешанных производных найдем

$$\left(\frac{\partial S}{\partial p}\right)_{T} = -\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_{p},\tag{7.22}$$

но из уравнения (7.17) следует

$$\left(\frac{\partial H}{\partial S}\right)_{p} = T; \left(\frac{\partial H}{\partial p}\right)_{S} = V. \tag{7.23}$$

Следовательно, взяв смешанные производные от (7.23), найдем

$$\left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_{S} = \left(\frac{\partial V}{\partial S}\right)_{p}.$$
 (7.24)

Подстановка уравнения (7.22) в (7.19) приведет к равенству

$$\left(\frac{\partial H}{\partial p}\right)_{r} = -T\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_{\rho} + V. \tag{7.25}$$

И, окончательно, подстановка уравнений (7.15) и (7.25) в уравнение (7.14) приведет к зависимости  $H = f(p, V, T, c_p)$ :

$$dH = c_{p}dT - \left[T\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_{p} - \overline{V}\right]dp. \tag{7.26}$$

Дифференциальное уравнение энтропии. Полный дифференциал энтропии при независимых переменных V и T равен

$$dS = \left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_{V} dT + \left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_{T} dV. \tag{7.27}$$

Возьмем  $(dS/\partial T)_V$  из уравнения (7.5), а  $(dS/\partial V)_T$  из (7.8), тогда

$$dS = c_V - \frac{dT}{T} + \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V dV. \tag{7.28}$$

Полный дифференциал энтропии в функции температуры и давления

$$dS = \left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_{p} dT + \left(\frac{\partial S}{\partial p}\right)_{T} dp. \tag{7.29}$$

Возьмем частные производные в уравнении (7.29), из уравнений (7.18) и (7.22) получим

$$dS = c_p \frac{dT}{T} - \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p dp. \tag{7.30}$$

Решение дифференциальных уравнений термодинамики ведется графоаналитическими или аналитическими методами с применением  $\Theta BM$  для нахождения точных соотношений между термическими  $(p,\ V,\ T)$  и калорическими  $(U,\ H,\ S,\ c_p,\ c_V)$  параметрами.

Дифференциальные уравнения термодинамики позволяют рассмотреть согласование полученных в эксперименте термических и калорических данных и найти недостающие. Полученные выше дифференциальные уравнения являются расчетной базой термодинамики.

Особо важную роль в термодинамических расчетах играют уравнения (7.8), (7.10), (7.22), (7.24), тем более, что они допускают широкое обобщение на случай, если тело подвергается не механическому, а электрическому, магнитному или какому-либо другому воздействию. В этом случае обобщение уравнений достигается заменой величин p и V на соответствующую обобщенную силу X и обобщенную координату y.

Уравнения (7.9), (7.10), (7.22) и (7.24) записываются тогда в

следующем виде:

1. 
$$\left(\frac{\partial S}{\partial X}\right)_T = \left(\frac{\partial y}{\partial T}\right)_X;$$
 3.  $\left(\frac{\partial S}{\partial y}\right)_T = -\left(\frac{\partial X}{\partial T}\right)_y;$ 

$$2. \left( \frac{\partial T}{\partial X} \right)_{S} = -\left( \frac{\partial y}{\partial S} \right)_{X}; \quad 4. \left( \frac{\partial T}{\partial y} \right)_{S} = \left( \frac{\partial X}{\partial S} \right)_{y}.$$

Этн дифференциальные соотношения называют иногда уравнениями Максвелла.

#### § 7.2. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ СООТНОШЕНИЯ ДЛЯ ТЕПЛОЕМКОСТЕР

Найдем зависимость теплоемкости от объема и давления.

Теплоемкость при постоянном объеме

$$c_V = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V$$
.

Дифференцируя это уравнение по V при T=const, получим

$$\left(\frac{\partial c_{V}}{\partial V}\right)_{T} = \left(\frac{\partial^{2}U}{\partial T\partial V}\right). \tag{7.31}$$

Дифференцируя уравнение (7.11) по T при V = const, имеем

$$\frac{\partial^2 U}{\partial V \partial T} = T \left( \frac{\partial^2 p}{\partial T^2} \right)_V. \tag{7.32}$$

Из уравнений (7.31) и (7.32) найдем

$$\left(\frac{\partial c_{V}}{\partial V}\right)_{T} = T\left(\frac{\partial^{2} p}{\partial T^{2}}\right)_{V}.$$
 (7.33)

Теплоемкость при постоянном давлении

$$c_p = \left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_p$$

Дифференцируем это уравнение по p при T=const

$$\left(\frac{\partial c_p}{\partial \rho}\right)_T = \frac{\partial^2 H}{\partial T \partial \rho}.\tag{7.34}$$

Дифференцируя (7.25) по T при p = const, найдем

$$\frac{\partial^2 H}{\partial p \partial T} = -T \left( \frac{\partial^2 V}{\partial T^2} \right)_p. \tag{7.35}$$

Из выражений (7.34) и (7.35) находим

$$\left(\frac{\partial c_{p}}{\partial p}\right)_{T} = -T\left(\frac{\partial^{2}V}{\partial T^{2}}\right)_{p}.$$
 (7.36)

Связь между  $c_p$  и  $c_V$ , используя уравнения (7.28) и (7.30), можно привести к виду:

$$c_{p} - c_{V} = T \left( \frac{\partial p}{\partial T} \right)_{V} \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_{p} = -T \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_{p}^{2} / \left( \frac{\partial V}{\partial p} \right)_{T} =$$

$$= -T \left( \frac{\partial p}{\partial T} \right)_{V}^{2} / \left( \frac{\partial p}{\partial V} \right)_{T}. \tag{7.37}$$

Для идеального газа  $(\partial V/\partial T)_p = R/p$  и  $(\partial p/\partial T)_V = R/V$ , тогда

$$c_p - c_V = T \left( \frac{\partial p}{\partial T} \right)_V \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_p = T \frac{R}{p} \frac{R}{V} = R.$$

Теплоемкость реальных газов при высоких давлениях зависит от давления, в большей мере это относится к теплоемкости  $c_p$ . Можно рассчитать теплоемкость  $c_p$ , пользуясь данными p, v, T, используя соотношение (7.36), по которому

$$c_{p} = c_{p}^{MR} - T \int_{p_{\bullet}}^{p} \left( \frac{\partial^{2} v}{\partial T^{2}} \right)_{p} dp,$$

$$c_{p} = c_{p}^{MR} + \Delta c_{p}. \tag{7.38}$$

или

Таким образом, теплоемкость может быть структурно представлена как теплоемкость идеального газа (при бесконечно малом давлении)  $c_p^{\text{ид}}$  и некоторой поправки (поправка на реальность)  $\Delta c_p$  [см. (3.34)].

#### § 7.3. ТЕРМИЧЕСКИЕ КОЭФФИЦИЕНТЫ

В дифференциальные уравнения термодинамики входят частные производные одних параметров по другим. Между частными производными термических параметров существует определенное соотношение, которое можно найтн из уравнения состояния вида  $\rho = f(V, T)$ .

Полный дифференциал давления

$$\mathrm{d}p = \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_{V} \mathrm{d}T + \left(\frac{\partial p}{\partial V}\right)_{T} \mathrm{d}V. \tag{7.39}$$

Для изобарного процесса p=const dp=0

$$\left(\frac{\partial p}{\partial V}\right)_{T}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_{p} + \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_{V} = 0. \tag{7.40}$$

Разделив это уравнение на  $(\partial p/\partial T)_V$ , получим

$$\left(\frac{\partial p}{\partial V}\right)_{T}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_{p}\left(\frac{\partial T}{\partial \rho}\right)_{V} = -1. \tag{7.41}$$

В уравнении (7.41) частная производная  $(\partial p/\partial V)_T$  характеризует способность тел к сжатию. Отношение этой величины к объему  $V_0$  называют изотермическим коэффициентом сжимаемости и обозначают через

$$\mu_T = -\frac{1}{V_0} \left( \frac{\partial V}{\partial \rho} \right)_T. \tag{7.42}$$

Частная производная  $(\partial V/\partial T)_p$  характеризует способность тел к расширению, а зависимость

$$\alpha = \frac{1}{V_0} \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_p \tag{7.43}$$

называют термическим коэффициентом расширения.

Частная производная  $(\partial p/\partial T)_V$  определяет интенсивность изменения давления при нагревании тела при постоянном объеме, а зависимость

$$\beta = \frac{1}{p_0} \left( \frac{\partial p}{\partial T} \right)_V \tag{7.44}$$

называют коэффициентом упругости.

Рассмотренные выше свойства тел связаны между собой зависимостью

$$\beta = \frac{\alpha}{\mu_{\rm T} \rho_0},\tag{7.45}$$

которая получается, если подставить значения из выражений (7.44), (7.43) и (7.42) в уравнение (7.41). Таким образом, коэффициент упругости, который трудно определить в эксперименте, может быть найден расчетным путем,

Для обратимого адиабатного (изоэнтропного) процесса сжатия вводится понятие адиабатного коэффициента сжимаемости

$$\mu_{S} = -\frac{1}{V_{0}} \left( \frac{\partial V}{\partial p} \right)_{S}. \tag{7.46}$$

Связь между адиабатной и изотермической сжимаемостью можно найти следующим путем. Так как

$$\left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_{S} = \left(\frac{\partial S}{\partial p}\right)_{V} / \left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_{p}, \text{ TO}$$

$$\mu_{S} = -\frac{1}{V_{0}} \left(\frac{\partial S}{\partial p}\right)_{V} / \left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_{p}.$$
(7.47)

Найдем каждую из этих частных производных. Если S функция от T и V, т. е.  $S(T,V)=S[T(\rho,V),V]$ , то

$$\left(\frac{\partial S}{\partial \rho}\right)_{V} = \left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_{V} \left(\frac{\partial T}{\partial \rho}\right)_{V} = \frac{c_{V}}{T} \left(\frac{\partial T}{\partial \rho}\right)_{V}.$$
 (7.48)

Если S функция от T и p, т. е. S(T, p) = S[T(p, V), p], то

$$\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_{p} = \left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_{p} \left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_{p} = \frac{c_{p}}{T} \left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_{p}.$$
 (7.49)

Учитывая, что 
$$\left(\frac{\partial T}{\partial \rho}\right)_V / \left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_p = \left(\frac{\partial V}{\partial \rho}\right)_T$$
, находим
$$\mu_S = -\frac{1}{V_0} \frac{c_V}{c_R} \left(\frac{\partial V}{\partial \rho}\right)_T = \frac{c_V}{c_R} \mu_T. \tag{7.50}$$

Так как  $c_p/c_V = k$ , где k — показатель аднабаты, то

$$\mu_S = \mu_T/k. \tag{7.51}$$

· Значение адиабатного коэффициента сжимаемости широко используется для определения равновесной скорости звука по формуле Лапласа [см. (9.14)].

#### ГЛАВА 8

#### РЕАЛЬНЫЕ ГАЗЫ И ПАРЫ

В главе излагаются современные положения об уравнениях состояния реальных газов, принципы термодинамического подобия, фазовые переходы первого рода и фазовые диаграммы, краткие сведения о парогазовых смесях.

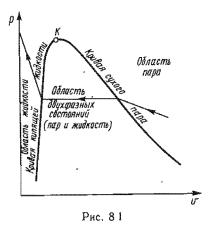
#### § 8.1. УРАВНЕНИЯ СОСТОЯНИЯ РЕАЛЬНЫХ ГАЗОВ

Все реальные газы являются парами тех или иных жидкостей, причем чем ближе газ к переходу в жидкое состояние, тем больше его свойства отклоняются от свойств идеального газа, состояние которого описывается уравнением Клапейрона. Для качественной оценки особенностей реальных газов рассмотрим область, где будут значительные отступления от уравнения, описывающего поведение идеальных газов.

Уравнения состояния реальных газов выводятся или чисто теоретически на основе гипотетических представлений о структуре газа, или на основании обработки экспериментальных зависимостей между параметрами  $p,\ v,\ T.$ 

Если сжимать газ при постоянной температуре, то можно достигнуть состояния насыщения (сжижения газа), соответствующего этой температуре и некоторому определенному давлению. При дальнейшем сжатии пар будет конденсироваться и в определен-

ный момент полностью превратится в жидкость. Процесс перехода пара в жидкость проходит при постоянных температуре и давлении, так как давление насыщенного пара однозначно определяется температурой. На ру-диаграмме (рис. 8.1) область двухфазных состояний (пар и жидкость) лежит между кривыми кинящей жидкости и сухого насыщенного пара. При увеличении давления эти кривые сближаются. Сближение происходит потому, что объем пара уменьшается, а объем жидкости увеличивается. При некотором определенном для данной жидкости (пара) давлении кривые



кипящей жидкости и пара встречаются в так называемой критической точке K, которой соответствуют критические параметры: давление  $\rho_{\rm kp}$ , температура  $T_{\rm kp}$ , удельный объем  $\upsilon_{\rm kp}$ , характеризующие критическое состояние вещества. При критическом состоянии исчезают различия между жидкостью и паром. Оно является предельным физическим состоянием как для однородного, так и для распавшегося на две фазы вещества. При температуре более

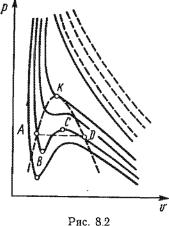
высокой, чем критическая, газ ни при каком давлении не может сконденсироваться, т. е. превратиться в жидкость.

В общем случае все газы в области, близкой к состоянию сжи. жения, приближенно воспроизводят связь между параметрами состояния по уравнению Клапейрона. Во всех газах с более или менее значительной плотностью нельзя пренебрегать силами сцепления между молекулами, объемом, занимаемым ими, а также ассоциацией молекул в группы.

Под ассоциацией понимается механическое соединение двух или нескольких молекул в одну сложную. Уменьшение числа самостоятельных частиц, из которых состоит газ, должно привести к возрастанию средней массы молекул газа и уменьшению его давления. Ассоциация значительно усложняет математическое описание состояния реальных газов.

При уменьшении давления и возрастания температуры можно пользоваться уравнением состояния идеального газа, за исключением тех случаев, когда в газе под влиянием больших температур наступает изменение химической структуры (например, распад сложных молекул — диссоциация).

Широкое распространение в научных исследованиях получило уравнение Ван-дер-Ваальса, выведенное путем пересмотра некото-



рых допущений, лежащих в уравнения состояния идеального газа. Уравнение состояния реального газа с учетом сил, действующих между молекулами, и их объема для 1 кг газа имеет вид

$$\left(p + \frac{a}{v^2}\right)(v - b) = RT. \tag{8.1}$$

Это уравнение отличается от уравнения Клапейрона двумя поправками: поправкой на объем самих молекул в и поправкой на так называемое внутреннее давление  $a/v^2$ , обусловленное взаимным притяжением молекул газа. Это давление может рассматриваться как сила, действующая со стороны пе-

риферийных молекул и направленная внутрь сосуда.

Рассмотрим, какие изменения, обусловленные поправками а и b, претерпевают изотермы. При температуре выше критической изотермы, построенные по уравнению Ван-дер-Ваальса, представляют собой плавные кривые (рис. 8.2), отличные от равнобоких гипербол, построенных по уравнению состояния идеального газа (последние показаны пунктиром). При температуре ниже критической имеется область объемов, где поправка  $a/v^2$  (уменьшающая давление) играет определяющую роль и давление проходит через максимум в точке C. Для меньших объемов давление падает, проходит через минимум — точку B, а затем резко увеличи-

вается, когда значение v стремится к значению b.

При критической температуре максимум и минимум на изотермах сливаются в точке перегиба K, а так как касательная к изотерме в критической точке идет горизонтально, то для критической точки должны выполняться условия

$$\left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_{r_{\text{KP}}} = 0; \left(\frac{\partial^2 p}{\partial v^2}\right)_{r_{\text{KP}}} = 0.$$
 (8.2)

Отсюда получаем уравнения

$$\left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_T = -\frac{RT}{(v-b)^2} + \frac{2a}{v^3} = 0; \tag{8.3}$$

$$\left(\frac{\partial^2 p}{\partial v^2}\right)_T = \frac{2RT}{(v-b)^3} - \frac{ba}{v^4} = 0. \tag{8.4}$$

Температуру  $T_{\kappa p}$  и объем  $v_{\kappa p}$  можно определить из уравнений (8.3) и (8.4), а давление  $p_{\kappa p}$  находится затем из уравнения (8.1). В результате получаем

олучаем 
$$T_{\text{кр}} = \frac{8a}{27Rb}; \quad v_{\text{кр}} = 3b; \ p_{\text{кр}} = \frac{a}{27b^2}.$$
 (8.5)

Из последних соотношений можно определить индивидуальные константы a и b, зависящие от физических свойств данного газа:

$$a = \frac{27}{64} \frac{R^2 T_{KP}^2}{p_{KP}}; \quad b = \frac{v_{KP}}{3}.$$
 (8.6)

Так как процесс перехода от жидкого состояния к газообразному идет при постоянных T и p, то на рис. 8.2 этому процессу соответствует линия AD.

Однако участки AB и CD на изотермах можно воспроизвести экспериментально только при использовании чистых жидкостей и газов. Вещество на этих участках находится в виде перегретой жидкости и перенасыщенного (переохлажденного) пара. Такие состояния, когда вещество остается в однофазном состоянии и не распадается на фазы, называются метастабильными. Главная ценность уравнения Ван-дер-Ваальса состоит в том, что оно качественно правильно описывает непрерывность перехода из жидкого состояния в газообразное; дальнейшее развитие уравнения состояния пошло по пути уточнения расчетов и усовершенствования его теории.

Предпринимались попытки усовершенствования его за счет того, что коэффициенты a и b принимались не постоянными, а зависящими от температуры и объема. Но эти попытки не привели к созданию уравнения состояния, описывающего свойства газа в широком диапазоне изменения параметров.

Неудача создания общего уравнения состояния привела к появлению целого ряда эмпирических уравнений, которые могли бы с достаточной точностью предсказывать поведение реальных газов в широком диапазоне условий. Наиболее известны из них: уравнение Битти-Бриджмена с пятью эмпирически определяемыми постоянными и уравнение Бенедикта-Вебб-Рубина, содержащее восемь эмпирических постоянных.

Уравнение Битти-Бриджмена, применяемое до давлений порядка 250 бар и плотностей газа, не превышающих 0,5 плотности в критической точке, имеет вид

$$pv^{2} = RT \left[ v + B_{0} \left( 1 - \frac{b}{v} \right) \right] \left( 1 - \frac{c}{v} T^{3} \right) - A_{0} \left( 1 - \frac{a}{v} \right), \tag{8.7}$$

а уравнение состояния Бенедикта-Вебб-Рубина

$$p = RTd + \left(RTB_0 - A_0 - \frac{c}{T^2}\right)d^2 + (RTb - a) d^3 +$$

$$+ a\alpha d^6 + cd^3 \frac{(1 + \nu d^2)}{T^2 e^{\nu d^2}}.$$
(8.8)

Эти уравнения могут предсказать p, v, T-свойства газа с ошибкой в пределах нескольких десятых процента, и несмотря на их сложность, развитие вычислительной техники стимулирует использование таких уравнений состояния в обычных технических расчетах.

Хорошо согласуется с опытными данными одно из современных уравнений состояния газа — уравнение Вукаловича — Новикова, учитывающее ассоциацию молекул. При учете столкновений двойных молекул это уравнение имеет вид

$$\left(p + \frac{a}{v^2}\right)(v - b) = R_1 T$$
, (8.9)

где  $R_1 = R(1-cp/T^{(5+2m)/2}); c$  и m — опытные константы.

В настоящее время теоретически обосновано уравнение состояния, представляющее собой разложение фактора сжимаемости 2 в бесконечный ряд по степеням 1/v:

$$z = \frac{pv}{RT} = 1 + \frac{B_2(T)}{v} + \frac{B_3(T)}{v^2} + \frac{B_4(T)}{v^3} + \dots, \tag{8.10}$$

где  $B_2$ ,  $B_3$  и  $B_4$  и т. д. — вириальные коэффициенты, учитывающие взаимодействие соответственно двух, трех, четырех и т. д. молекул. Вириальные коэффициенты зависят лишь от температуры и определяются, если известна зависимость потенциальной энергии взаимодействия молекул  $U_{\pi}$  от расстояния между ними. Характер парного взаимодействия молекул приведен на рис. 8.3.

Вириальные коэффициенты определяются следующим образом.

Перепишем уравнение (8.10) в виде

$$\left(\frac{p\mathbf{v}}{RT}-1\right)\mathbf{v}=B_2(T)+\frac{B_3T}{\mathbf{v}}.$$

 $\mu_3$  этого соотношения видно, что при данной температуре второй вириальный коэффициент можно найти, если знать предельное значение величины  $\left(\frac{pv}{RT}-1\right)$  при  $p{\to}0$ . Тогда

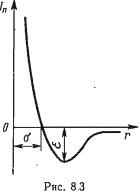
$$B_2(T) = \lim \left( \frac{pv}{RT} - 1 \right) v = \lim A.$$

Третий вириальный коэффициент находится из условия

$$B_3(T) = \frac{\partial A}{\partial v}$$
, или  $B_3(T) = \lim [A - B_2(T)]_{\rho \to 0}$ .

Описанный метод позволяет находить коэффициенты  $B_2(T)$  и  $B_3(T)$  даже тогда, когда уравнение представлено бесконечным рядом, но трудность состоит в выделении  $U_n$  метинных вириальных коэффициентов.

Используя уравнение состояния в вириальной форме, можно вычислить вириальные коэффициенты на основе положений статистической физики, решая вопрос о групповом взаимодействии молекул. Причем вместо точных аналитических зависимостей  $U_n = f(r)$  применяют приближенные выражения, которые называются потенциал леннарда — Джонса для неполярных молекул, по которому энергия отталкивания пропорциональна расстоянию между молекулами в 12-й степени, а энергия притяжения — в 6-й:



$$U_{n} = 4\varepsilon \left[ \left( \frac{\sigma}{r} \right)^{12} - \left( \frac{\sigma}{r} \right)^{6} \right], \tag{8.11}$$

где r — расстояние между молекулами;  $\sigma$  — значение r, при котором  $U_n$  = 0;  $\epsilon$  — максимальная энергия притяжения (глубина потенциальной ямы). Значения  $\sigma$  и  $\epsilon$  для каждого газа могут быть определены по экспериментальным данным.

Кроме потенциала Леннарда — Джонса применяются другие потенциалы, которые могут быть использованы для определенных групп сходственных веществ.

При решении целого ряда технических задач рабочими телами могут быть не широко используемые в технике вещества (водяной пар, углекислый газ, азот и др.), а вещества, термические свойства которых неизвестны. В этом случае можно воспользоваться для предсказания свойств малоизученных веществ положением о термодинамическом подобии веществ. Если значения индивидуальных констант а и в подставить в уравнение (8.1), то получим уравнение Ван-дер-Ваальса в функции приведенных параметров  $\pi$ ,  $\tau$ ,  $\phi$ :

$$\left(\pi + \frac{3}{\varphi^2}\right) (3\varphi - 1) = 8\tau,$$
 (8.12)

где  $\pi = p/p_{\kappa p}$ ;  $\tau = T/T_{\kappa p}$ ;  $\varphi = v/v_{\kappa p}$ .

Эти отношения называются приведенными давлением, температурой и объемом. Уравнение (8.12) можно записать в форме

$$f(\pi, \tau, \varphi) = 0.$$
 (8.13)

В этой форме приведенное уравнение состояния будет одинаково для всех веществ. Состояния двух или нескольких веществ, в которых они имеют одинаковые приведенные параметры  $\pi$ ,  $\tau$   $\phi$ , называются соответственными состояниями, т. е. эти вещества находятся в состояниях, пропорционально удаленных от своего критического состояния. Если вещества подчиняются одному и тому же приведенному уравнению состояния и имеют два одинаковых приведенных параметра, то у них одинаков и третий приведенный параметр, т. е. вещества будут находиться в соответственных состояниях. Это положение носит название закона соответственных состояний. Вещества, подчиняющиеся закону соответственных состояний, называют термодинамически подобными.

Практически закон соответственных состояний наиболее удобно применять в виде зависимости  $z=f(\mathfrak{n},\,\mathfrak{t})$ , причем для расчетов—в виде  $z\mathfrak{n}$ -диаграммы (рис. 8.4). Эта диаграмма строится по экспериментальным данным для различных веществ и может быть использована для расчета термодинамических свойств малоизученных веществ методом термодинамического подобия. Для этого, зная критические параметры вещества, находят  $\mathfrak{n}=p/p_{\rm kp}$  и  $\mathfrak{t}=T/T_{\rm kp}$ , и по  $z\mathfrak{n}$ -диаграмме определяют фактор сжимаемости. Удельный объем можно вычислить по формуле v=zRT/p.

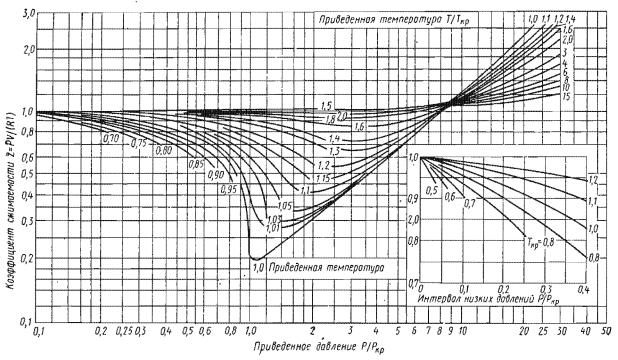
Точность расчета по этому методу не превышает 15%, так как закон соответственных состояний выполняется лишь приближенно. Так, при одинаковых  $\pi$  и  $\tau$  факторы сжимаемости должны быть равны, причем должны быть равны и факторы сжимаемости в критической точке  $z_{\rm кp} = p_{\rm kp} v_{\rm kp}/(RT_{\rm kp})$ . Но для реальных веществ  $z_{\rm kp} = 0.23 \dots 0.33$ , следовательно, строго говорить о выполнении закона соответственных состояний можно лишь для узких групп сходственных между собой веществ.

# § 8.2. ПАРЫ. ПАРООБРАЗОВАНИЕ ПРИ ПОСТОЯННОМ ДАВЛЕНИИ

Рассмотрим изменение состояния пара (реального газа), имеющего сравнительно высокую критическую температуру.

Изменение параметров состояния пара удобно проследить на ру-диаграмме (рис. 8.5).

Положим, что 1 кг жидкости при температуре  $t_0$  заключен в цилиндре, закрытом свободно движущимся невесомым поршнем, на который действует постоянное внешнее давление. Объем жид-



Рис, 8.4

кости при указанных условиях обозначим  $v_0$ . Если считать жидкость несжимаемой при любых давлениях, то прямая, соединяющая точки l', l, l'' и параллельная оси ординат, будет определять все возможные состояния жидкости при  $t_0$ . Следует отметить, что для несжимаемой жидкости эта изохора совпадает с изотермой.

Если (при постоянном давлении) подводить к жидкости теплоту, то при достижении температуры кипения  $t_{\rm H}$  начнется пре-

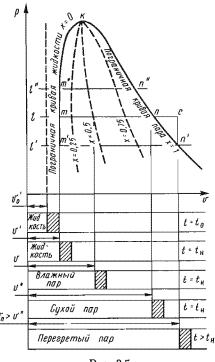


Рис. 85

вращение жидкости в пар точка m. Удельный объем жидкости вследствие нагрева увеличивается от  $v_0$  до v. При более высоком давлении процесс парообразования начнется при более высокой температуре  $t_{\rm H}$ , следовательно, объем жидкости при достижении точки кипения будет больше, чем раньше (точка m").

На ру-диаграмме геометрическое место точек, определяющих состояние жидкости, нагретой до температуры кипения, изображается кривой т'm-m''. Эту кривую называют пограничной кривой жидкости. При дальнейшем подведении начинается теплоты процесс парообразования. При условии постоянства давления, как показывает опыт, для всех жидкостей имеет место характерное явление: температура смеси жидкости и пара остается неизменной и равной температуре кипения  $t_{\rm H}$ .

Процесс парообразования прекратится в точке *п*, когда вся жидкость превратится в пар. Между точками *т* и *п* система двухфазная, пар в этой области — влажный насыщенный. Влажный насыщенный пар представляет собой смесь пара с жидкостью, причем жидкость может быть сосредоточена в нижней части цилиндра или равномерно распределена в виде мельчайших капель по всему объему.

Пар, полученный при испарении всей жидкости (точка n),— сухой насыщенный. Удельный объем пара в этой точке обозначим через v''. При проведении процесса парообразования при другом давлении соответственно получим точки n', n''. Кривая n'-n-n'' представляет собой пограничную кривую пара. Пересечение погра-

ничных кривых жидкости и пара определяет положение критической точки *K*. На рис. 8.5 в области влажного насыщенного пара пунктирными линиями показаны линии постоянной сухости.

Степень сухости пара х представляет собой массовую долю

сухого насыщенного пара во влажном:

$$x = m_{\rm c.n}/m_{\rm s.n}.$$
 (8.14)

Для точек, лежащих на пограничной кривой жидкости, x=0, для точек, лежащих на пограничной кривой пара,  $\dot{x}=1$ . Если к сухому насыщенному пару продолжать подводить теплоту при постоянном давлении, то удельный объем и температура увеличиваются  $(v_n>v'',\ t>t_n)$ . Пар в этом состоянии называют перегретым. Начиная с точки n вправо — система однофазная.

## § 8.3. ИЗМЕНЕНИЕ АГРЕГАТНОГО СОСТОЯНИЯ ВЕЩЕСТВА

В § 8.2 рассматривался процесс парообразования, т. е. переход из жидкого состояния в парообразное, осуществляемый при постоянном давлении. Аналогичный переход из твердого состояния в газообразное называют возгонкой или сублимацией, а из твердого состояния к жидкому — плавлением. Состояния вещества при этих превращениях считают устойчнвыми, стабильными. При этом всякие изменения состояния считаются квазистатическими, как это обычно принято в термодинамике.

Переход из одного агрегатного состояния в другое удобно рассматривать на фазовой pt-диаграмме (рис. 8.6). На диаграмме

кривая AK представляет собой зависимость между давлением сухого насыщенного пара и температурой кипения, т. е.  $p = f(t_{\rm H})$  (кривая парообразования). Кривая равновесия жидкой и газообразной фаз заканчивается в критической точке K.

Если от жидкости отбирать теплоту при постоянном давлении, то при определенной температуре жидкость переходит в твердое состояние. Температура, при которой осуществляется этот переход, называется температурой затвердевания или плавления  $t_{\rm nn}$ , а количество теплоты, отбираемое в этом процессе, называется теплотой плавления.

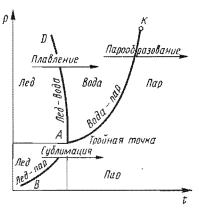


Рис. 8.6

При плавлени, так же как и при парообразовании, вещество находится в двух фазах. Аналогично кривой AK можно построить кривую плавления AD, которая однозначно определяется зависимостью  $p = f(t_{n\pi})$ .

Кривая сублимации AB представляет собой зависимость  $\rho = f(t_c)$  для перехода твердого тела в газообразное. Этот переход

при температуре сублимации  $t_{\rm c}$  происходит вследствие подведения некоторого количества теплоты, носящего название теплоты сублимации. Точки этой кривой соответствуют двухфазной системе твердое тело—газ (например, водяной пар над поверхностью льда).

Все три кривые равновесия (парообразования, плавления и сублимации) пересекаются в некоторой характерной для каждого вещества точке. Эта точка (A) называется тройной точкой, а изображаемое ею состояние — фундаментальным. В этой точке находятся в термодинамическом равновесии три фазы вещества: твердая, жидкая и газообразная.

Рассмотрение описанных процессов показывает, что в состояниях, находящихся между кривыми AB, AK и AD, тело будет находиться целиком в одной фазе: правее AB и AK — область газообразного состояния; левее линий AD и AB располагается область вещества в твердом состоянии; между линиями AD и AK находится область жидкости.

В состояниях на линии AK, AD и AB вещество может существовать в двух фазах, причем на линии AK в жидкой и газообразной, на AD — твердой и жидкой; а на линии AB вещество может быть в твердом и газообразном состояниях. Расположение и вид этих трех кривых

$$AK - p = f(t_n); AD - p = f(t_{nn}); AB - p = f(t_c)$$

зависят от природы вещества и устанавливаются опытным путем.

# § 8.4. ПАРАМЕТРЫ СОСТОЯНИЯ ЖИДКОСТИ И ПАРА

Начало отсчета параметров жидкости берется в произвольной точке существования жидкости, например, в тройной. Температуре этой точки  $T_0$  соответствует определенное давление насыщения  $p_{\rm H0}$  и плотность  $\rho'_0$ . При этих параметрах внутренняя энергия, энтальпия, энтропия жидкости берутся условно равными нулю ( $u'_0$ =0,  $h'_0$ =0,  $s'_0$ =0).

В процессе подогрева жидкости происходит нагревание ее до температуры кипения  $T_{\rm H}$ . Удельный объем жидкости при температуре кипения v' будет больше объема  $v_0'$ . Соответствующие значения v' для жидкости в функции температуры и давления для состояний, лежащих или на пограничной кривой жидкости, или левее ее, даются в справочной литературе.

Количество теплоты, которое нужно сообщить жидкости, чтобы нагреть ее от температуры  $T_0$  до температуры кипения в процессе p = const, определяется по формуле

$$q' = c_{px}(T_x - T_0), \tag{8.15}$$

или, если  $T_0 = 0$  °C, как иногда бывает принято, например для воды,

$$q' = c_{px}T_{x}, \tag{8.16}$$

где  $c_{pm}$  — средняя теплоемкость жидкости в интервале температур от  $T_0$  до  $T_{\rm H}$ . При низких по сравнению с  $T_{\rm kp}$  температурах можно слитать  $c_{pm}$  — const.

Для определения количества теплоты в изобарном процессе подогрева жидкости воспользуемся первым законом термодинамики, по которому

 $q' = u' - u'_0 + l',$  (8.17)

 $r_{AB}e$  u' — внутренняя энергия жидкости при температуре кипения  $T_{\rm H}$ . Так как при температуре  $T_0$  внутренняя энергия жидкости равна нулю  $(u_0'=0)$ , а работа расширения жидкости

$$l' = p(v' - v_0') \tag{8.18}$$

практически заметна только при больших значениях давления, то

$$q'\approx u'$$
. (8.19)

Энтальпия жидкости при температуре кипения определяется по общей формуле

$$h' = h_0' + q'. \tag{8.20}$$

Полагая, что  $h_0' = u_0' + pv_0' = 0$ , получим

$$h' = u' = q'.$$
 (8.21)

В процессе нагревания жидкости от температуры  $T_0$  до температуры кипения происходит увеличение ее энтропии, которое может быть найдено по формуле

$$\Delta s = s' - s'_0 = \int_{T_0}^{T_H} \frac{dq}{T} = \int_{T_0}^{T_H} c_{p_{\mathcal{M}}} \frac{dT}{T};$$
 (8.22)

при  $s_0'=0$ ,  $c_{pm}=$ const

$$s' = c_{px} \ln(T_{y}/T_{0}).$$
 (8.23)

Как уже было сказано, опытами установлено, что в процессе парообразования жидкость, нагретая до температуры кипения, при этой температуре и определенном постоянном давлении обращается в пар. Количество теплоты, затрачиваемое в процессе при p const на превращение 1 кг жидкости при температуре кипения в сухой насыщенный пар той же температуры, называется r е п л отой пар ообразования и обозначается r. По первому закону термодинамики

$$r = u'' - u' + l'', \tag{8.24}$$

где u'' — внутренняя энергия сухого насыщенного пара; l'' — работа расширения в процессе парообразования.

 $\mathbf{p}_{\mathbf{a}\mathbf{3}\mathbf{H}\mathbf{0}\mathbf{c}\mathbf{T}\mathbf{b}}$  внутренних энергий u''-u', затрачиваемая на работу  $\mathbf{n}_{\mathbf{p}\mathbf{0}\mathbf{T}\mathbf{H}\mathbf{B}}$  внутренних сил, называется внутренней теплотой парооб-

разования и обозначается буквой  $\psi_1$ . Теплота, затрачиваемая  $\mu_2$  работу против внешних сил,

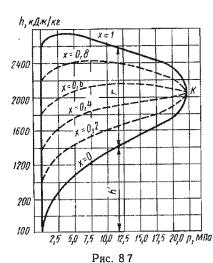
$$l'' = p(v'' - v') \tag{8.25}$$

и называется внешней теплотой парообразования; обозначим ее через  $\psi_2$ . Таким образом,

$$r = \psi_1 + \psi_2. \tag{8.26}$$

Вследствие того что процесс парообразования идет при постоянном давлении,

$$r = h'' - h'. \tag{8.27}$$



Значения величин r и h'' даются в таблицах насыщенного пара, а значения  $\psi_1$ ,  $\psi_2$ , u'' легко определяются по приведенным выше формулам.

С возрастанием давления, как видно из рис. 8.7, энтальпия жидкости увеличивается и достигает максимального значения при критическом давлении. Теплота парообразования уменьшается с ростом давления и равна нулю при критическом давлении (и температуре), потому что в этих условиях различия между жидкостью и ее паром исчезают и процесс парообразования как таковой отсутствует.

Изменение энтропии в процессе парообразования при подведении к

кипящей жидкости теплоты (кДж/кг)

$$\Delta s = s'' - s' = (h'' - h')/T_{v} = r/T_{v}, \tag{8.28}$$

откуда

$$s'' = s' + r/T_y$$
 (8.29)

или, используя значение з' из выражения (8.23),

$$s'' = c_{px} \ln(T_{x}/T_{0}) + r/T_{x}.$$
 (8.30)

При полном испарении жидкости состояние сухого насыщенного пара определяется одним параметром: давлением или температурой. Поэтому объем, внутренняя энергия и энтальпия определяются по таблицам насыщенного пара по давлению или температуре.

Связь между удельными объемами жидкости и пара на линии насыщения v' и v'', давлением насыщенного пара  $p_{\rm H}$ , температурой

 $T_{\rm B}$  и теплотой парообразования может быть получена следующим образом. При превращении жидкости в пар давление насыщенного пара от объема системы не зависит, следовательно, в выражении (7.8)  $(\partial p/\partial T)_V = \mathrm{d} p_{\rm H}/\mathrm{d} T_{\rm H}$ , но так как равновесное превращение жидкости в пар происходит при постоянной температуре  $(T_{\rm H} = {\rm const})$ , то  $(\partial s/\partial V)_T = {\rm d} s/\mathrm{d} V$ , где величина  $\mathrm{d} V$  представляет собой изменение объема системы при переходе жидкости в пар. Таким образом,

$$\frac{\mathrm{d}p_{\mathrm{H}}}{\mathrm{d}T_{\mathrm{H}}} = \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}V}.$$
 (8.31)

Изменение объема системы, если испарилась жидкость массой dm,

$$\mathrm{d}V = (v'' - v') \, \mathrm{d}m,$$

а приращение энтропии в квазистатическом процессе испарения жидкости массой  $\mathrm{d}m$  по (8.28)

$$ds = rdm/T_n$$

Подставив эти значения в уравнение (8.31), получим

$$\frac{\mathrm{d}p_{\mathrm{H}}}{\mathrm{d}T_{\mathrm{H}}} = \frac{r}{T_{\mathrm{H}}(v'' - v')},\tag{8.32}$$

где  $\mathrm{d} p_{\mathrm{H}}/\mathrm{d} T_{\mathrm{H}}$  — производная от давления по температуре на кривой фазового равновесия  $p_{\mathrm{H}} = f(T_{\mathrm{H}})$ .

Уравнение (8.32) называют уравнением Клапейрона — Клаузиуса и применяют при исследованиях изменения агрегатного состояния вещества в процессе перехода его из жидкого состояния в парообразное. Аналогичные уравнения можно применять и к процессам перехода вещества из твердого состояния в жидкое или газообразное.

Параметры влажного насыщенного пара при заданной сухости могут быть определены из следующих соотношений.

Удельный объем влажного насыщенного пара

$$v = (1 - x) v' + xv''. \tag{8.33}$$

Так как объем жидкости (1-x)v'' мал по сравнению с объемом пара, то при невысоких давлениях

$$v = xv''. \tag{8.34}$$

Энтальпия влажного насыщенного пара с учетом того, что на превращение в пар x кг жидкости необходимо затратить xr кДж/кг теплоты, равна

$$h = h' + rx. \tag{8.35}$$

$$s = s' + rx/T_{H}$$
 (8.36)

Свойства перегретого пара резко отличаются от свойств насыщенного пара и приближаются к свойствам газов. Перегретый пар характеризуется тем, что его температура выше температуры парообразования  $T_{\rm H}$  при том же давлении и удельный объем его больше, чем объем сухого насыщенного пара при том же давлении.

Количество теплоты, необходимое для перевода 1 кг сухого насыщенного пара при  $p={\rm const}$  в перегретый с температурой T, называют  ${\it Tennoroй перегрева}$   $q_{\pi}$  и определяют по формуле

$$q_{\pi} = \int_{T_{\pi}}^{T} c_{pm}(\mathrm{d}T). \tag{8.37}$$

Если  $c_{pm}$  — средняя удельная теплоемкость перегретого пара при постоянном давлении, то

$$q_{\pi} = c_{pm}(T - T_{\pi}).$$
 (8.38)

Значение  $c_{pm}$  берется для перегретого пара по формуле  $c_{pm} = f(T, p)$ .

Энтальпия перегретого пара

$$h_{\Pi} = h'' + q_{\Pi} = h' + r + c_{\rho m} (T - T_{H})$$
 (8.39)

называется полной теплотой перегретого пара.

По первому закону термодинамики

$$q_{n} = u_{n} - u'' + l, \qquad (8.40)$$

где  $l=p(v_n-v'')$ — работа расширения в изобарном процессе перегрева пара;  $(u_n-u'')$ — изменение внутренней энергии в процессе перегрева.

Изменение энтропии в равновесном изобарном процессе перегрева

$$s_n - s'' = \int_{T_n}^{T} \frac{dq_n}{T} = \int_{T_n}^{T} \frac{c_{\rho m} dT}{T} = c_{\rho m} \ln \frac{T}{T_n},$$
 (8.41)

или

$$s_n = s'' + c_{pm} \ln \frac{T}{T_H} = c_{pm} \ln \frac{T_H}{T_0} + \frac{r}{T_H} + c_{pm} \ln \frac{T}{T_H}$$
. (8.42)

Свойства перегретых паров будут тем ближе к свойствам идеального газа, чем больше температура перегрева.

#### § 8.5. Тs-ДИАГРАММА ПАРА

Для графического изображения процессов, происходящих в паре, удобно пользоваться Ts-диаграммой, ибо в ней площадь под кривой обратимого пронесса дает количество теплоты, сообщаемое телу или отнимаемое от него.

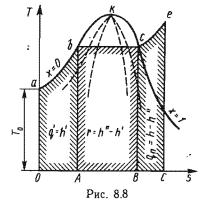
Так как в координатах pv и Ts любая точка изображает определенное состояние тела, то точкам pv-диаграммы должны соответствовать определенные точки Ts-диаграммы (рис. 8.8).

Если было принято условно, что энтропия начального состояния жидкости  $s_0 = 0$ , то эта точка на Ts-диаграмме лежит на оси орди-

нат на значение  $T_0$  выше абсолютного нуля.

Перенося по точкам пограничную кривую жидкости (x=0) из pv- в Ts диаграмму, получим соответствующую ей кривую, абсциссами которой являются значения s'. Аналогично наносится пограничная кривая пара (x=1), абсциссами которой будут значения энтропии сухого насыщенного пара s''.

В точке b диаграммы начинается кипение при  $T_{\rm H}$ —const и энтропия в процессе парообразования повышается:



$$\Delta s = (r/T_{\rm H}) x$$
.

Процесс парообразования заканчивается в точке c, где

$$\Delta s = r/T_{\rm H}$$

Так как процесс парообразования идет при  $T_{\rm H}$ —const и p—const, изотерма b-c является одновременно и изобарой. Дальней-ший подвод теплоты снова сопровождается увеличением температуры и энтропии. В процессе перегрева пара (кривая c-e)

$$\Delta s = c_{\mu m} \ln (T/T_{\rm H}).$$

Вследствие того что площади на Ts-диаграмме изображают подведенное (отведенное) количество теплоты, площадь abAO численно равна количеству теплоты, подводимому в процессе нагрева жидкости от  $T_0$  до температуры кипения; площадь bcBA— количеству теплоты, подводимому к жидкости в процессе парообразования; площадь ceCB— количеству теплоты, затраченному на перегрев пара.

Учитывая, что количество теплоты в процессе p—const равно разности энтальпий q'=h', r=h''h',  $q_{\pi}=h_{\pi}-h''$ , площадь, ограниченная ординатами, осью абсцисс и изобарой, проходящей через точку, определяет энтальпию в данной точке. Точка пересечения

пограничных кривых жидкости и пара является критической точ-кой K.

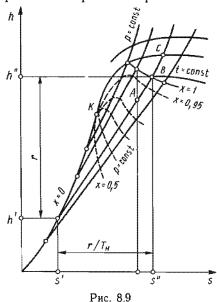
Область, лежащая между кривыми aK и cK,— это область влажного насыщенного пара. Область, лежащая правее пограничной кривой пара,— область перегретого пара.

Исследования паровых процессов и расчеты существенно облегчаются при наличии подробной Ts-диаграммы, в которой нанесены обе пограничные кривые, сетка изобар и изохор, а также кривые постоянной сухости x—const, которые на рис. 8.8 показаны пунктирными линиями.

## § 8.6. hs-ДИАГРАММА ПАРА

Для изучения и расчетов различных термодинамических процессов, в которых рабочим телом является насыщенный и перегретый пар, особо удобна hs-диаграмма.

В координатах hs (рис. 8.9) наносят пограничные кривые, изобары и изотермы. Пограничная кривая жидкости и пограничная



кривая пара строятся по из- $\dot{b}$ естным значениям h', s', h'', s" и сливаются в критической точке К. В области влажного насыщенного пара наносятся постоянной сухости линии (пунктирные кривые). На этой диаграмме количества теплоты, затрачиваемые на нагрев жидкости, парообразование и перегрев, изображаются нейными отрезками, а не площадями. Теплота парообразования по данной изобаре r==h''-h' равна разности ординат точек пересечения изобары с пограничными кривыми жидкости и пара.

Для процесса парообразования, происходящего при p = = const,

$$\mathrm{d}s = \frac{\mathrm{d}q}{T_{\mathrm{H}}} = \frac{\mathrm{d}h}{T_{\mathrm{H}}}$$
,  $\mathrm{r.~e.}\left(\frac{\partial h}{\partial s}\right)_{p} = T_{\mathrm{H}}.$ 

Следовательно, в области влажного насыщенного пара изобары, являясь одновременно и изотермами, представляют собой прямые линии с угловым коэффициентом, равным  $T_{\rm H}$ ; из диаграммы видночто изобары пересекают пограничные кривые без излома. Изохоры, изобары и изотермы в области перегретого пара строятся по

точкам. Изобары и изохоры в области перегрева — слабо вогнутые логарифмические кривые; изотермы в области перегретого пара выпуклые кривые, поднимающиеся слева вверх направо. Вид изотерм определяется температурой, которой они соответствуют. Чем больше температура, тем выше располагается изотерма. Чем дальине от пограничной кривой (x=1) проходит изотерма, тем больше она приближается к горизонтали h = const, так как в области илеального газа энтальпия однозначно определяется температурой. На рис. 8.9 точки А, В С изображают соответственно состояние влажного, сухого и перегретого пара. Причем точка А лежит на пересечении изобары (изотермы) и линии постоянной сухости, точка В — на пересечении изобары и пограничной кривой пара, точка С — на пересечении изобары и изотермы. По положению точки, соответствующей некоторому состоянию пара, можно определить на hs-диаграмме числовые значения всех параметров в этой точке.

#### § 8.7. ПАРОГАЗОВЫЕ СМЕСИ

Большинство газов, применяемых в технике, содержит пары тех или иных жидкостей. Наиболее распространенными являются смесь воздуха или какоголнбо другого газа с водяным паром, смесь воздуха с парами бензина, керосина и т. п.

Характер изменения параметров парогазовой смеси имеет важное значение в расчетах процессов сушки, кондиционирования воздуха, обледенения самолетов, испарения топлива в двигателях и при форсировании их впрыском жидкостей, а также расчетах сверхзвуковых аэродинамических труб и т. д.

Смесь, состоящая из сухого газа и перегретого пара, называется ненасыщенным влажным газом, а смесь из сухого газа и насыщенного пара — насыщенным влажным газом.

При охлаждении влажного газа до определенной температуры (температуры точки росы) пар становится насыщенным, а в дальнейшем может и сконденсироваться.

Состояние парогазовой смеси определяется сравнительно узким диапазоном температуры и давления. Значительное повышение температуры или понижение давления приводит к тому, что влажный газ превращается в простую газовую смесь (см. § 1.4).

Полагая, что перегретый пар любой жидкости, входящей в состав влажного газа, приближается по своим свойствам к газам, можно рассматривать влажный газ как газовую смесь.

По закону Дальтона давление смеси идеальных газов p равно сумме парциальных давлений

$$p = p_{\rm r} + p_{\rm m},$$
 (8.43)

где  $p_{\rm r}$  — парциальное давление сухого газа;  $p_{\rm m}$  — парциальное давление пара.

Равным образом можно записать

$$\rho = \rho_r + \rho_n. \tag{8.44}$$

Равенство (8.44) показывает, что плотность влажного газа выше плотности сухого тогда, когда давление влажного газа по урав. нению (8.43) выше сухого.

Основными характеристиками состояния влажного газа являются:

относительная влажность  $\phi$ , которая определяет степень насыщения газа паром:

$$\varphi = \frac{\rho_n}{\rho_n} = \frac{p_n}{p_n}, \qquad (8.45)$$

где  $\rho_{\pi}$  и  $\rho_{H}$  — плотности перегретого и насыщенного пара;  $\rho_{\pi}$  и  $\rho_{H}$  — соответствующие парциальные давления.

. Соотношение (8.45) справедливо только тогда, когда можно считать; что пар жидкости является идеальным газом вплоть до состояния насыщения. При этом

$$\rho_n = \frac{p_n}{R_A T}; \quad \rho_n = \frac{p_n}{R_B T},$$

где  $R_{\rm m} = R_{\rm m}$  — газовая постоянная пара;

абсолютная влажность  $\hat{D}$ , кг/м³, определяющая массу пара, содержащегося в 1 м³ газа,  $D=\rho_{\rm m}$ ;

влагосодержание d— это масса пара, содержащегося в 1 кг сухого газа,

$$d = \frac{\rho_n}{\rho_r} = \frac{D}{\rho_r},$$

или, определяя  $ho_\pi$  и  $ho_r$  из уравнения состояния, получим

$$d = \frac{R_{\rm r}}{R_{\rm n}} \frac{p_{\rm n}}{p_{\rm r}} . \tag{8.46}$$

Рассматривая влажный газ как газовую смесь, выведем соотношения, связывающие параметры влажного газа. Пусть состояние влажного газа определяется его давлением p, температурой t, плотностью  $\rho$  и относительной влажностью  $\phi$ . По таблицам сухого насыщенного пара определяем для данной температуры значения  $p_{\rm H}$  и  $\rho_{\rm H}$ .

Плотность пара в смеси по уравнению (8.45)

$$\rho_n = \rho_u \varphi$$
,

а плотность сухого газа

$$\rho_r = \rho - \rho_n = \rho - \varphi \rho_n. \tag{8.47}$$

Парциальное давление сухого газа можно определить из урав нения состояния

$$p_r = \rho_r R_r T = (\rho - \varphi \rho_H) R_r T$$
.

Парциальное давление пара в смеси

$$p_{\pi} = p - p_{r}$$

Если заданы для влажного газа величины  $\rho$ , t,  $\phi$ , а плотность его неизвестна, то, найдя по таблицам насыщенного пара значения  $\rho_{\rm B}$  и  $\rho_{\rm B}$  для данной температуры, определим

$$\rho_n = \varphi \rho_n$$

Парциальные давления пара и сухого газа вычислим по формулам

$$p_{\pi} = \varphi p_{\pi}; p_{\Gamma} = p - \varphi p_{\pi}.$$

Плотность сухого газа найдем из уравнения состояния

$$\rho_{\rm r} = \frac{p - \varphi \rho_{\rm R}}{R_{\rm r} T} \,, \tag{8.48}$$

а плотность влажного газа вычислим по формуле (8.44). Влаго-содержание на  $1\,$  м $^3\,$  и на  $1\,$  кг сухого газа определяют по формулам:

$$D = \varphi \rho_{\text{H}}; \quad d = \frac{\varphi \rho_{\text{H}} R_{\text{r}} T}{p - \varphi \rho_{\text{H}}}. \tag{8.49}$$

Если газ насыщен паром, то  $\phi = 1$  и

$$D = \rho_{\text{H}}, \text{ a } d = \frac{R_{\text{r}}}{R_{\text{H}}} \frac{\rho_{\text{H}}}{(p - p_{\text{H}})}.$$
 (8.50)

Массовые доли сухого газа и пара во влажном газе соответственно равны:

$$g_r = \frac{1}{1+d}; \quad g_n = \frac{d}{1+d}.$$
 (8.51)

Используя обычное выражение газовой постоянной для смеси газов (см. § 1.4), получим

$$R = g_{r}R_{r} + g_{n}R_{n} = \frac{1}{1+d}(R_{r} + dR_{n}). \tag{8.52}$$

Теплоемкость влажного газа можно определить, зная массовый состав его и теплоемкости сухого газа и пара,

$$c = g_r c_r + g_u c_u = \frac{1}{1+d} (c_r + dc_u).$$
 (8.53)

Так же, как и теплоемкость, энтальпия влажного газа равна сумме энтальпий сухого газа и пара. Следовательно,

$$h = g_{\rm r} h_{\rm r} + g_{\rm n} h_{\rm n} = \frac{1}{1+d} (h_{\rm r} + dh_{\rm n}).$$
 (8.54)

$$h_{\rm r} = c_{p\,\rm r} t$$
.

Энтальпия пара, который находится в перегретом состоянии, определяется по формуле

$$h_{\rm n} = h_0 + ct_{\rm H} + c_{pm}(t - t_{\rm H}),$$
 (8.55)

где  $h_0 + ct_{\rm H}$  — энтальпия сухого насыщенного пара в газе ( $t_{\rm H}$  — температура кипения при определенном парциальном давлении);  $c_{pm}$  — средняя теплоемкость перегретого пара.

Для пара значение  $h_{\pi}$  может быть взято из таблиц. Таким образом, энтальпия влажного насыщенного газа

$$h_{\rm H} = \frac{1}{1+d} \left\{ c_{p\,\rm c} t + d \left[ h_0 + (c + c_{pm}) t_{\rm H} + c_{pm} t \right] \right\}. \tag{8.56}$$

Тепловые процессы парогазовой смеси имеют ряд особенностей, их можно разделить на:

процессы, идущие без фазовых превращений, в этом случае относительная влажность  $\phi < 1$ , пар в смеси находится в перегретом состоянии и только в крайнем случае достигает состояния насыщения  $\phi = 1$ ;

процессы, идущие с фазовыми превращениями; насыщенный пар при дальнейшем протекании процесса начинает конденсироваться, при этом значение ф остается равным единице.

Процессы, идущие при наличии фазового перехода, сильно усложняют математическое описание этих процессов и требуют специальной методики расчета.

## § 8.8. hs-Диаграмма влажного воздуха

Для проведения расчетов, связанных с влажным воздухом, пользуются hd-диаграммой, предложенной Л. К. Рамзиным. На диаграмме по оси ординат откладываются значения энтальпии влажного воздуха из расчета на 1 кг сухого газа, а по оси абсцисс — влагосодержание в граммах на 1 кг сухого воздуха. Диаграмма построена только для давления 745 мм рт. ст. В основном диаграмма служит для определения параметров процесса во время сушки.

Рассмотрим *hs*-диаграмму для влажного воздуха. С помощью этой диаграммы можно определить состояние как влажного насыщенного, так и ненасыщенного воздуха, т. е. рассчитать процессы, идущие с любыми значениями относительной влажности.

На этой диаграмме (рис. 8.10) по оси ординат откладывается энтальпия насыщенного воздуха

$$h = c_{PB}t + dh'', \tag{8.57}$$

где  $c_{p_B}$  — теплоемкость сухого воздуха; h'' — энтальпия сухого насыщенного пара при температуре t, а по оси абсцисс — энтропия паровоздушной смеси:

$$s = c_{p_{B}} \ln \frac{T}{273} - R \ln \frac{p_{B}}{p_{0}} + s_{0B} + d \left( c_{p_{\Pi}} \ln \frac{T}{273} - R_{\Pi} \ln \frac{p_{\Pi}}{p_{0\Pi}} + s_{0\Pi} \right),$$
(8.58)

где  $c_{\rm pn}$  — теплоемкость сухого насыщенного пара;  $p_{\rm B}$  и  $p_{\rm n}$  — соответственно парциальные давления сухого воздуха и пара;  $p_{\rm 0B}$  и  $p_{\rm 0m}$  — начальные давления сухого воздуха и пара;  $s_{\rm 0B}$  и  $s_{\rm 0m}$  — начальные энтальпии сухого воздуха и пара.

На диаграмме наносятся изобары  $(p_1>p_2>p_3$  и т. д.), изохоры  $(v_1>v_2>v_3$  и т. д.), изотермы  $(t_1< t_2< t_3$  и т. д.) и линии постоянного влагосодержания  $(d_1< t_1< t_2< t_3$  и т. д.) и линии постоянного

 $< d_2 < d_3$  и т. д.).

Несмотря на то что диаграмма построена для насыщенного влажного воздуха, по ней можно определить и параметры ненасыщенного влажного воздуха. Для этого отношение  $\varphi = p_n/p_n$  должно быть заменено отношением

$$p/p' = \varphi, \tag{8.59}$$

где p — действительное давление влажного воздуха; p' — условное давление, при котором влажный воздух заданного влагосодержания (d = const) становится насыщенным в изотермическом процессе сжатия.

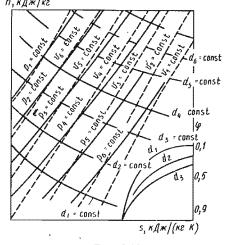


Рис. 8.10

При такой замене  $\phi$  давление p' определяется изобарой, проходящей через данную точку диаграммы, для которой известно действительное значение давления p. Зная действительное давление влажного воздуха, можно определить значение  $\phi$  по формуле (8.59).

Объем влажного воздуха может быть определен из следующих соотношений:

$$pV = p'V' = \frac{p}{\varphi} V',$$

откуда

$$V = V'/\varphi. \tag{8.60}$$

На hs-диаграмме в связи с тем, что изобары насыщенного возхуха в данной точке не соответствуют действительному давлению, знтропия в этой точке не будет соответствовать действительному значению энтропии. Для определения энтропии насыщенного воздуха на hs-диаграмме проведены кривые  $\Delta s = f(\varphi)$ . Действитель, ное значение энтропии влажного воздуха

$$s = s' + \Delta s, \tag{8.61}$$

где s' — значение энтропии в данной точке;  $\Delta s$  — поправка к дей, ствительному значению энтропии. Погрешность расчетов для не. насыщенного воздуха не превышает 4...5%.

hs-Диаграмма позволяет рассчитывать процессы, связанные с расширением и сжатием влажного воздуха, увлажнением его, впрыском в камеру сгорания или компрессор двигателя и т. п.

# Техническая термодинамика

В разделе рассматриваются течение газа через сопла и диффузоры, рабочие процессы в компрессорах и детандерах как составных частях энергетических установок, циклы тепловых машин, включая циклы поршневых двигателей, газотурбинных и паросиловых установок, холодильных машин и тепловых насосов, принципы и анализ эффективного и оптимального преобразования энергии в циклах.

#### ГЛАВА 9

## ТЕЧЕНИЕ ГАЗОВ

Процессы, совершающиеся в турбинах, центробежных и осевых компрессорах, реактивных двигателях и т. п., сопровождаются различными преобразованиями энергии, которые происходят в движущемся газе. Теория и расчеты этих машин строятся на общих данных и положениях теории газового потока. Эта теория не только дает возможность изучения отдельных процессов в движущемся газе, но и устанавливает условия, которые влияют на протекание этих процессов и их эффективность.

Изменение состояния газообразного тела в потоке базируется на основных законах термодинамики и ряде допущений (см. § 3.5). Исходя из этих допущений, газ при движении проходит ряд последовательных равновесных состояний. При отсутствии трения процесс изменения состояния будет обратимым, несмотря на то, что он не происходит бесконечно медленно (квазистатически).

На основе принятых допущений стационарное течение газа описывается системой уравнений, в которую входят уравнения неразрывности, энергии (первого закона термодинамики) и состояния газа, движение которого изучается.

Если при теплоизолированном течении газа отсутствуют силы трения, то течение будет изоэнтропным и состояние движущегося газа меняется по закону адиабаты. Адиабатное течение газа име-

ет важное значение в теории турбин, компрессоров, реактивных двигателей, и поэтому настоящая глава посвящена изучению этого течения.

#### § 9.1. РАСПОЛАГАЕМАЯ РАБОТА ГАЗА В ПОТОКЕ

Рассматривая работу, газа в потоке, следует учитывать, что как и в неподвижной среде, она является функцией процесса.

Располагаемая работа газа по (3.60)

$$dl_0 = dw^2/2 = w dw = -v dp$$
,

а при адиабатном течении, без подвода теплоты извне

$$dl_0 = dw^2/2 = -v dp = -dh. (9.1)$$

ıs,

Рис. 9.1

Равенство (9.1) устанавливает основные особенности истечения газов. Из этого равенства видно, что величины dw и dp имеют обратные знаки, т. е. при обратимом процессе увеличение скорости всегда связано с понижением давления, и наоборот, уменьшение скорости сопровождается повышением давления. Если при течении процесса давление будет постоянным dp = 0, то располагаемая работа  $l_0 = 0$ ,  $w_1 = w_2$ .

Каналы, в которых происходит расширение газа с уменьшением давления  $(\mathrm{d} p < 0)$  и увеличением скорости  $(\mathrm{d} w > 0)$ , называются соплами.

Каналы, в которых происходит сжатие газа с увеличением давления (dp>0) и уменьшением скорости (dw<0), называются  $\partial u\phi - \phi y$  дарми.

Из уравнений (3.58) и (9.1) следует, что приращение кинетической работе, которая была бы совершена в аналогичном статическом процессе, уравнение которого совпадает с уравнением процесса движущегося элемента потока. Это и является основанием для изображения процессов течения в термодинамических диаграммах (pv, Ts, hs).

Если процесс изменения состояния газа при его течении без трения изобразить линией на *pv*днаграмме (рис. 9.1), то для процесса истечения *A-B* располагаемая работа, равная

$$l_0 = -\int_{0}^{p_1} v \,\mathrm{d}p,$$

изобразится в виде площади, ограниченной кривой процесса, линиями  $p = p_1$  и  $p = p_2$  и осью ординат.

Работа расширения газа

$$l = \int_{a}^{b_1} \rho \, \mathrm{d}v$$

по-прежнему изображается площадью под кривой процесса, кото, рая ограничена крайними ординатами и осью абсцисс.

В зависимости от вида процесса значение располагаемой работы может быть подсчитано на основе общих термодинамических положений. Располагаемая работа в адиабатном процессе, в котором изменение состояния подчиняется уравнению  $pv^k$ —const, после подстановки в уравнение (3.59) значения текущего объема  $v = p_1^{1/k}v_1/p^{1/k}$  определится по формуле

$$l_0 = \int_{p_2}^{p_1} p_1^{1/k} v_1 \frac{\mathrm{d}p}{p^{1/k}} = \frac{k}{k-1} (p_1 v_1 - p_2 v_2) = \frac{k}{k-1} p_1 v_1 \left[ 1 - \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{(k-1)/k} \right]. \tag{9.2}$$

Работа расширения для адиабатного процесса определяется по формуле

$$l = \frac{1}{k-1} p_1 v_1 \left[ 1 - \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{(k-1)/k} \right].$$

Сравнение с располагаемой работой приводит к равенству  $l_0 = kl$ .

Для адиабатного течения газа располагаемая работа может быть определена и через энтальпию газа. Используя уравнение  $^{n+}$  (9.1), видим, что  $\mathrm{d}l_0 = -\mathrm{d}h$ . Интегрируя

это выражение, получим

inst

Рис. 9.2

$$l_0 = -\int_{h}^{h_1} dh = (h_1 - h_2). \tag{9.3}$$

Следовательно, располагаемая работа газа при адиабатном течении равна разности энтальпий в начальном и конечном состояниях. На рис. 9.2 показан располагаемый теплоперепад  $h_0 = h_1 - h_2$  (располагаемая

работа) на hs-диаграмме.

# § 9.2. СКОРОСТЬ ИСТЕЧЕНИЯ И РАСХОД ГАЗА

Скорость истечения газа через сопло при условии, что параметры газа на входе равны  $p_1$ ,  $v_1$ ,  $T_1$ , а на выходе —  $p_2$ ,  $v_2$ ,  $T_2$ , может быть найдена в общем случае путем интегрирования уравнения (9.1).

Располагаемая работа газа

$$l_0 = (w_2^2 - w_1^2)/2, \tag{9.4}$$

где  $w_1$  и  $w_2$  — скорость газа в начале и конце процесса.

Если пренебречь начальной скоростью газа (в ряде практических случаев это можно сделать), то скорость в конце истечения w=w определяется по формуле

$$w = \sqrt{2l_0}. (9.5)$$

Подставляя в эту формулу значение располагаемой работы при адиабатном течении газа, получим формулу для определения скорости при обратимом адиабатном расширении

$$w = \sqrt{2 \frac{k}{k-1} p_1 v_1 \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{(k-1)/k}\right]}, \tag{9.6}$$

или

$$w = \sqrt{2(h_1 - h_2)} = \sqrt{2h_0}. \tag{9.7}$$

Как видно из формул (9.6) и (9.7), скорость истечения определяется состоянием газа на входе в сопло и его конечным давлением на выходе или разностью энтальпий на входе и выходе из сопла  $h_0$ .

При истечении газа в вакуум ( $p_2$ =0) скорость истечения должна быть максимальной

$$w_{\text{max}} = \sqrt{2 \frac{k}{k-1} p_1 v_1}. \tag{9.8}$$

Массовый расход газа через сопло может быть подсчитан по уравнению неразрывности

$$G = F_2 w/v_2$$

где  $F_2$  — площадь выходного сечения сопла;  $v_2$  — удельный объем газа в этом сечении. Из уравнения адиабаты  $p_2v_2^k = p_1v_1^k$  имеем

$$v_2 = v_1 (p_1/p_2)^{1/k}$$
.

Массовый расход газа через сопло после подстановки в него скорости истечения [формула (9.6)] и удельного объема

$$G = F_{2} \frac{1}{v_{1}} \left(\frac{p_{2}}{p_{1}}\right)^{1/k} \sqrt{2 \frac{k}{k-1} p_{1} v_{1} \left[1 - \left(\frac{p_{2}}{p_{1}}\right)^{(k-1)/k}\right]} =$$

$$= F_{2} \sqrt{2 \frac{k}{k-1} \frac{p_{1}}{v_{1}} \left[\left(\frac{p_{2}}{p_{1}}\right)^{2/k} - \left(\frac{p_{2}}{p_{1}}\right)^{(k+1)/k}\right]} =$$

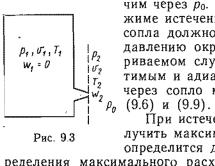
$$= F_{2} \frac{p_{1}}{\sqrt{RT_{1}}} \sqrt{2 \frac{k}{k-1} \left[\left(\frac{p_{2}}{p_{1}}\right)^{2/k} - \left(\frac{p_{2}}{p_{1}}\right)^{(k+1)/k}\right]}. \tag{9.9}$$

Как видно из уравнения (9.9), расход газа зависит от площади выходного сечения сопла, параметров газа на входе  $p_1$ ,  $v_1$ ,  $T_1$  и давления в выходном сечении.

## § 9.3. ИСТЕЧЕНИЕ ГАЗА ИЗ СУЖИВАЮЩИХСЯ СОПЛ

Рассмотрим истечение газа из резервуара бесконечно через суживающееся сопло и проанализируем скоростные и расходные харак. теристики потока.

Пусть в резервуаре, размеры которого достаточно большие, находится газ, вытекающий через суживающееся сопло (рис. 9.3) Обозначим параметры газа в резервуаре через  $p_1, v_1, T_1$ . Значения этих параметров из-за размеров резервуара не должны меняться с течением времени. Начальную скорость газа в резервуаре примем равной нулю ( $w_1 = 0$ ). Температуру, удельный объем, давление и скорость на выходе (срезе) сопла обозначим через  $T_2$ ,  $v_2$ ,  $p_2$ , w. Давление внешней среды, куда происходит истечение, обозна-



чим через ро. При так называемом расчетном режиме истечения  $p_0 = p_2$ , т. е. давление на срезе сопла должно в процессе истечения равняться давлению окружающей среды. Если в рассматриваемом случае истечение газа является обратимым и адиабатным, то скорость и расход газа через сопло можно определить

При истечении газа из резервуара можно получить максимальный расход газа. Его значение определится давлением на срезе сопла. Для оп-

ределения максимального расхода возьмем первую производную от выражения, стоящего в квадратных скобках уравнения (9.9), и приравняем ее нулю. В результате соответствующих преобразований получим

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{2}{k+1}\right)^{k/(k-1)}.$$

Отношение давлений  $p_2/p_1$  называется *критическим* и обозначается через вир; оно соответствует критическому давлению на срезе сопла  $p_{\rm kp}$  и удельному объему  $v_{\rm kp}$ :

$$\beta_{\rm kp} = \frac{p_{\rm kp}}{p_1} = \left(\frac{2}{k+1}\right)^{k/(k-1)}.$$
 (9.10)

Критическое отношение давлений зависит только от физических свойств газа, точнее от его показателя адиабаты. Для двухатомных газов при k=1,4  $\beta_{KD}=0,528$ .

Подставляя в общую формулу массового расхода значение вкр при котором расход будет максимальным, получим

$$G_{\text{max}} = F \sqrt{2 \frac{k}{k+1} \left(\frac{2}{k+1}\right)^{2/(k-1)} \frac{p_1}{v_1}}$$
 (9.11)

Максимальному расходу соответствует критическая скорость шкр

Критическая скорость наступает только тогда, когда перепад давлений

$$\Delta p = p_1 - p_{\kappa p} = p_1 (1 - \beta_{\kappa p}).$$

Подставляя в формулу для скорости потока (9.6) значение  $\beta_{\kappa p}$  из формулы (9.10), получим

$$w_{\rm kp} = \sqrt{2 \frac{k}{k+1} p_1 v_1}. \tag{9.12}$$

Таким образом, значение критической скорости для определенного рабочего тела зависит от параметров в начальном состоянии. Критическая скорость истечения представляет собой максимальную скорость истечения газа через суживающееся сопло при определенном начальном состоянии газа.

Так как для критического сечения справедливы соотношения

$$p_{1} = p_{\kappa p} \left(\frac{2}{k+1}\right)^{k(k-1)};$$

$$v_{1} = v_{\kappa p} \left(\frac{p_{\kappa p}}{p_{1}}\right)^{1/k} = v_{\kappa p} \left(\frac{2}{k+1}\right)^{1/(k-1)},$$

то, подставляя эти значения в формулу (9.12), получим после преобразований

$$w_{\kappa p} = V \overline{k p_{\kappa p} v_{\kappa p}}. \tag{9.13}$$

Критическая скорость истечения равна скорости звука в выходном сечении сопла, т. е. местной скорости звука.

Скорость звука представляет собой скорость распространения бесконечно малых возмущений в сплошной среде и зависит от упругих свойств и плотности среды. Так как в звуковой волне практически нет теплообмена между той частью, через которую проходит звуковая волна, и другими частями газа, то изменение состояния его осуществляется без подвода или отвода теплоты—адиабатно. Вследствие малости изменений состояния газа в волнах разрежения и сжатия действие внутреннего трения очень мало, и распространение звука можно рассматривать как обратимый адиабатный (изоэнтропный) процесс (s—const).

Скорость распространения звука определяется по формуле Лапласа

$$a = \sqrt{\left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_s} = \sqrt{-v^2\left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_s}.$$

Для идеального газа отношение  $(\partial p/\partial v)_s$  можно найти из дифференциального уравнения адиабаты k dv/v + dp/p = 0. В итоге получим

$$a = \sqrt{kp/\rho} = \sqrt{kpv} = \sqrt{kRT}. \tag{9.14}$$

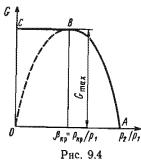
5-761

Поскольку  $a=\sqrt{k\rho v}$ , то каждому сечению сопла должна соответствовать своя местная скорость звука, определяемая величинами p и v в данном сечении. Для выходного сечения сопла, когда  $w=w_{\rm KP}=a$ , давление на срезе сопла должно быть равно критическому. В рассматриваемом случае скорость не может превысить критическую, и скорость газа, равная скорости звука, может иметь место только в минимальном (выходном) сечении сопла.

Используя формулу (9.11), получим

$$F_{\min} = G_{\max} / \left[ \left( \frac{2}{k+1} \right)^{1/(k-1)} \sqrt{2 \frac{k}{k+1} \frac{p_1}{v_1}} \right]. \tag{9.15}$$

Становится понятным и характер изменения расхода через суживающиеся сопла. По формуле (9.9) зависимость G = f(p) имеет



параболический характер (кривая A-B-0 на рис. 9.4). Расход газа, равный нулю, получается при  $p_2 = p_1$ . При понижении давления расход газа растет до какой-то максимальной величины  $G_{\max}$  при  $p = p_{\text{кр}}$  и  $w = w_{\text{кр}} = a$ . Насколько естественио увеличение расхода газа по правой ветви параболы A-B, настолько невероятно уменьшение его по левой ветви параболы B-0 при  $p_2 < p_{\text{кр}}$ . Причем в точке O, согласно формуле (9.9), при  $p_2 = 0$  расход должен быть равным нулю.

Опытами установлено, что расход газа через суживающееся сопло имеет максимум при  $p_2 = p_{\rm KP}$ , но при дальнейшем понижении давления  $p_2 < p_{\rm KP}$  расход остается постоянным, равным максимальному (участок B-C на рис. 9.4).

Постоянство расхода  $G = G_{\text{max}}$  при  $p_2 < p_{\text{кр}}$  может быть объяснено тем, что при понижении давления среды не происходит понижения давления на срезе сопла. Установившееся на срезе сопла давление  $p_{\text{кр}}$  соответствует наличию критической скорости, равной скорости звука, причем это максимальная скорость, которую может иметь газ при истечении через суживающиеся сопла. При этой скорости никакое уменьшение внешнего давления внутрь сопла не передается; оно как бы сносится потоком газа, движущимся с той же скоростью, с какой распространяются возмущения, т. е. уменьшается давление.

Поэтому перераспределения давления внутри сопла не происходит, так как не происходит изменения давления на срезе. Скорость истечения остается постоянной независимо от внешнего давления  $p_0$ .

## § 9.4. ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССА ИСТЕЧЕНИЯ

Рассмотрим условия перехода через критическую скорость. До сих пор мы не касались вопроса о связи между изменением состояния потока и профилем канала. При анализе процесса истечения будем исходить из уравнений неразрывности, энергии, аднабаты. Все уравнения будем рассматривать в дифференциальной форме.

Уравнение неразрывности

$$Fw = Gv$$

после дифференцирования имеет вид

$$F dw + w dF = G dv$$
.

Поделив обе части на Fw, получим

$$\frac{\mathrm{d}w}{w} + \frac{\mathrm{d}F}{F} = \frac{G\,\mathrm{d}v}{Fw} = \frac{\mathrm{d}v}{v},$$

или

$$\frac{\mathrm{d}F}{F} = \frac{\mathrm{d}v}{v} - \frac{\mathrm{d}w}{w} \,. \tag{9.16}$$

Уравнение адиабаты

$$\frac{\mathrm{d}p}{p} + k \frac{\mathrm{d}v}{v} = 0,$$

откуда

$$\frac{\mathrm{d}v}{v} = -\frac{1}{k} \frac{\mathrm{d}p}{p} \,. \tag{9.17}$$

Из уравнения (9.1)

$$d\left(\frac{w^2}{2}\right) = -v dp; \quad w dw = -v dp,$$

нли после деления на w<sup>2</sup>

$$\frac{\mathrm{d}w}{w} = -\frac{v\,\mathrm{d}p}{w^2} \ . \tag{9.18}$$

Подставив значение dv/v и dw/w в уравнение (9.16), имеем

$$\frac{\mathrm{d}F}{F} = \left(\frac{v}{w^2} - \frac{1}{kp}\right) \mathrm{d}p = \frac{kpv - w^2}{kpw^2} \mathrm{d}p.$$

В этом уравнении  $kpv=a^2$ , где a — скорость звука в газе, следовательно.

$$\frac{\mathrm{d}F}{F} = \left(\frac{a^2 - w^2}{kpw^2}\right) \mathrm{d}p. \tag{9.19}$$

Так как для сопл dp<0, dw>0 и, если скорость истечения меньше скорости звука,  $a^2-w^2>0$ , то сопло должно быть суживающимся в направлении движения газа (dF<0).

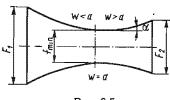
Если скорость истечения больше скорости звука  $a^2-w^2<0$ , то сопло должно быть расширяющимся в направлении движения  $r_a$ . за (dF>0).

Место перехода суживающейся части в расширяющуюся— самое узкое сечение, в котором  $w=w_{\rm KD}=a$ .

#### § 9.5. КОМБИНИРОВАННЫЕ СОПЛА

Проведенный в предыдущем параграфе анализ показывает, что скорость газа w>a может быть получена в комбинированном сопле, состоящем из суживающейся и расширяющейся частей. Такое сопло называется по имени изобретателя соплом Лаваля.

Суживающаяся конфузорная часть сопла Лаваля (рис. 9.5) работает при дозвуковой скорости (w < a), а расширяющаяся диф-



Prc. 9.5

фузорная — при сверхзвуковой скорости (w > a). В наименьшем сечении сопла скорость потока равна местной скорости звука.

Рассмотрим изменение скорости и площади поперечного сечения в зависимости от изменения давления по длине сопла. Для удобства такого анализа воспользуемся формулами (9.6),

(9.9) и представим их в безразмерном виде. Для этого скорость потока

$$w = \sqrt{2 \frac{k}{k-1} RT_1 \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{(k-1)/k}\right]}$$

поделим на величину  $\sqrt{RT_1}$ . Безразмерное отношение

$$w/\sqrt{RT_1} \tag{9.20}$$

назовем параметром скорости.

Расход газа через сопло

$$G = \frac{Fw}{v} = \frac{Fwp_2}{RT_2}.$$

Умножим и поделим правую часть равенства на  $p_1/T_1$ , тогда

$$G = \frac{Fwp_1}{RT_1} \frac{p_2}{p_1} \frac{T_1}{T_2} .$$

Так как связь между давлением и температурой может быть определена по уравнению адиабаты для изоэнтропного течения газа, то

$$G = \frac{Fwp_1}{\sqrt{RT_1}} \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{1/k}.$$

После подстановки значения скорости потока в последнее уравнение получим

$$G = \frac{F p_1}{\sqrt{RT_1}} \sqrt{2 \frac{k}{k-1} \left[ \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{2/k} - \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{(k+1)/k} \right]}.$$

Безразмерное отнощение

$$\frac{F}{(G/p_1)\sqrt{RT_1}} = \frac{F}{G\sqrt{v_1/p_1}}$$
 (9.21)

назовем параметром площади.

На рис. 9.6 представлены зависимости параметров скорости и площади в функции отношения давлений  $p_2/p_1$ . Как видно из гра-

фика, параметр площади поперечного сечения вначале уменьшается. Это объясняется тем, что скорость растет быстрее, чем удельный объем. Так продолжается до сечения, в котором  $p_2/p_1 = \beta_{\rm Kp}$ . В этом сечении устанавливается критическое давление и скорость принимает значение скорости звука. При дальнейшем построении этой кривой по формуле (9.21) параметр площади, а следовательно, и площадь поперечного сечения будут расти; увеличивается и параметр скорости [формула (9.20)].

Расширяющаяся часть сопла Лаваля создает условия для получения сверхзвукового потока, которые не могут быть соз-

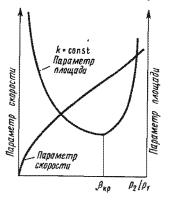


Рис. 9.6

даны только понижением давления в среде, куда происходит истечение. Расчет комбинированного сопла сводится к определению проходных сечений сопла  $f_{\min}$  и  $F_2$  при заданном расходе G и угле расширения сопла  $\alpha$ , обеспечивающем безотрывное течение газа (рис. 9.5).

Профилированием проточной части сопла достигается лишь различное распределение давлений внутри сопла, но расход при этом в выходном оечении всегда остается постоянным.

Таким образом, для того чтобы полностью расширить газ до давления окружающей среды (расчетный режим работы сопла), нужно при  $p_2 \ge p_{\text{ND}}$  сопло делать суживающимся.

Если в суживающемся сопле давление  $p_2 < p_{\rm KP}$ , то газ расширяется до давления в окружающей среде, но его расширение от давления  $p_{\rm KP}$  до  $p_2$  будет происходить за соплом и кинетическая энергия газа полностью не может быть использована. Для полного преобразования энергии давления в кинетическую энергию при  $p_2 < p_{\rm KP}$  должно применяться сопло Лаваля.

### § 9.6. ИСТЕЧЕНИЕ ПРИ НАЛИЧИИ ТРЕНИЯ

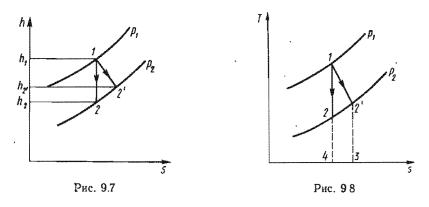
Течение газов при налични трения не будет изоэнтропным, так как из-за действия сил трения происходит диссипация (рассеяние) механической энергии превращение части ее в теплоту, в результате чего внутренняя внергия, эн. тальпия и энтропия движущегося газа возрастают.

При наличии трения в потоке, разделив в (3.55) dq на  $dq_{\rm BH}$  количество теплоты, подводимое к газу извне, и на  $dq_{\rm Tp}$  — количество теплоты, выделившееся в результате трения, и при условин, что  $dq_{\rm BH}\!=\!0$ ,  $dl_{\rm rex}\!=\!0$ ,  $dl_{\rm Tp}\!=\!dq_{\rm Tp}$ , закон сохранения энергии можно записать в виде

$$-v dp + d\left(\frac{w^2}{2}\right) = dI_{rp};$$

$$dq_{rp} = dh - v dp.$$
(9.22)

K этим двум уравнениям необходимо добавить неравенство ds>0, так как реальное адиабатное изменение состояния всегда сопровождается возрастанием энтропии.



Адиабатный процесс течения с трением является необратимым процессом. Изобразить его на диаграммах можно, если предположить, что работа трения при течении весьма быстро превращается в изменение энтальпии, вызывая изменение других параметров. Можно представить такой процесс, полагая, что теплота трения подводится как бы извне, например, на hs-диаграмме (рис. 9.7) линией 1-2'. Теплота трения при отсутствии теплообмена с окружающей средой усваивается потоком газа, при этом часть теплоты трения идет на работу расширения и преобразуется в энергию движения газа (пл. 122') (рис. 9.8). Остальная часть представляет собой потерю работы (кинетической энергии) и изображается пл. 2'243. Вся теплота трения, выделившаяся в потоке, равна пл. 12'341.

Из рис. 9.7 видно, что тепловой перепад  $h_0 = h_1 - h_2$  при наличии трения меньше, а следовательно, и скорость истечения, определяемая по формуле (9.7), будет меньше, чем в случае течения без сопротивления. Потеря энергии, вызываемая внутренним сопротивлением, определяется по формуле

$$h_2 - h_{2'} = \frac{\Delta w_2^2}{2} = \frac{w_2^2}{2} - \frac{w_2^2}{2} = \xi \frac{w_2^2}{2},$$
 (9.23)

где § — коэффициент потери энергии.

Если обозначить  $w_{2'}/w_{2} = \varphi$  (где  $\varphi$  — коэффициент скорости), то формула (9.23) будет иметь вид

$$\frac{\Delta w_2^2}{2} = (1 - \varphi^2) \frac{w_2^2}{2};$$

$$w_2 = \varphi \sqrt{2(h_1 - h_2) + w_1^2}.$$
(9.24)

Коэффициент скорости для сопл современных турбин  $\phi = 0.95 ...$  0.98.

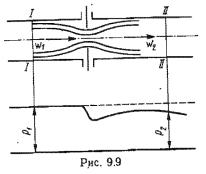
## § 9.7. ДРОССЕЛИРОВАНИЕ ГАЗА

Под дросселированием понимаем падение давления в струе рабочего тела, вротекающего через суживающийся участок канала. Для осуществления такого процесса на пути движения газа (пара) устанавливается какое-либо гидравлическое сопротивление: дроссельный вентиль, заслонка и т. п. Падение давления в местном сопротивлении можио объяснить диссипацией эчергии потока (тречем), расходуемой на преодоление этого сопротивления.

Проходя через местное сужение канала (рис. 9.9), давление  $p_2$  газа за местом сужения всегда меньше давления  $p_1$  перед сужени-

ем. Но работа расширения газа (пара) при разности давлений  $p_1 - p_2$  во вне не передается, т. е. процесс дросселирования — это существенно необратимый процесс. Дросселирование, протекающее без теплообмена с окружающей средой, называется адиабатным.

Полагая, что изменение состояния газа от сечения I - I к сечению I - II происходит адиабатно, воспользуемся уравнением (3.55):



$$h_1 + \frac{w_1^2}{2} = h_2 + \frac{w_2^2}{2}$$
.

Если сечения канала до и после сужения одинаковы, то можпренебречь изменением кинетической энергии потока  $\Delta w^2/2$ , тогда  $h_1 = h_2$ , т. е. в результате дросселирования энтальпия газа (пара) не меняется.

Так как в сделанных предпосылках не говорилось о свойствах газа, то полученный результат справедлив как для идеальных, так и реальных газов.

Внутренняя энергия идеального газа не зависит от объема, а в процессе дросселирования газа не совершает работы и не участвует в теплообмене с внешней средой, т. е. внутренняя энергия должна оставаться постоянной.

В случае дросселирования идеального газа

$$du = 0$$
;  $dT = 0$ ;  $dh = 0$ ;  $h = const.$ 

Внутренняя энергия реального газа зависит от объема, поэтому в процессе дросселирования внутренняя энергия и температура меняются:  $du \neq 0$ ;  $dT \neq 0$ ; dh = 0; h = const.

Процесс дросселирования идеального газа полностью необратим, так как невозможно создать первоначальное давление без затраты работы. Процесс дросселирования реального газа частично обратим, так как изменение температуры по сравнению с окружающей средой можно использовать для получения работы, которую можно направить на возвращение газа в исходное состояние.

Изменение температуры реального газа при адиабатном дросселировании определяют, задавшись уравнением состояния реального газа и зависимостью  $c_p = f(T, p)$ . Так как h = f(T, p), то

$$\mathrm{d}h = \left(\frac{\partial h}{\partial T}\right)_p \mathrm{d}T + \left(\frac{\partial h}{\partial p}\right)_T^{\mathsf{Y}} \mathrm{d}p;$$

при h=const dh=0. Разделив обе части этого уравнения на dp, получим после преобразований

$$\left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_{h} = -\frac{1}{(\partial h/\partial T)_{p}(\partial p/\partial h)_{T}} = -\frac{(\partial h/\partial p)_{T}}{(\partial h/\partial T)_{p}}.$$
 (9.25)

Значение частной производной  $(\partial h/\partial T)_p = c_p$ , а по формуле (7.25) для I кг газа

$$\left(\frac{\partial h}{\partial p}\right)_{p} = -\left[T\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_{p} - v\right].$$

Следовательно,

$$\left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_{h} = -\left[T\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_{p} - v\right] / c_{p}. \tag{9.26}$$

Для газа, подчиняющегося уравнению Ван-дер-Ваальса (8.1),

$$\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_{p} = R \left/ \left(p - \frac{a}{v^{2}} + \frac{2ab}{v^{3}}\right). \tag{9.27}$$

подставив это значение частной производной в уравнение (9.26), находим приближенно

$$dT = \frac{2a/(RT) - b}{c_p} dp. \tag{9.28}$$

Отношение бесконечно малого изменения температуры к. бесконечно малому изменению давления при дросселировании называется дифференциальным температурным эффектом дросселирования и обозначается через  $\alpha_i$ :

$$\alpha_l = \left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_l.$$

Если давление при дросселировании изменяется незначительно, то изменение температуры

$$T_2 - T_1 = \alpha_l (p_2 - p_1).$$

При значительном понижении давления разность температур равна

$$T_2 - T_1 = \int_{p_1}^{p_2} \alpha_l \, \mathrm{d}p.$$

Так как при дросселировании dp < 0, (поскольку  $p_2$  всегда меньше  $p_i$ , а  $c_p$  величина всегда положительная), знак dT будет зависеть от того, какие значения получит числитель в формуле (9.28). Возможны три случая:

1) 
$$dT < 0$$
  $T < 2a/(bR)$ ;

2) 
$$dT > 0$$
  $T > 2a/(bR)$ ;

3) 
$$T = 0$$
,  $T = 2a/(bR)$ .

Из рассмотрения этих соотношений видно, что в зависимости от природы газа и начальной температуры в результате дросселирования его температура понижается, повышается или остается постоянной. Изменение знака дроссель-эффекта называется инверсией.

В точке инверсии  $(\partial T/\partial p)_h = 0$ , а начальная температура по уравнению (9.28) равна 2a/(bR).

Такую температуру называют температурой инверсии  $T_{\text{инв}}$  и определяют обычно, используя значения критических температур. Так как  $T_{\text{инв}} = 2a/(bR)$ , а согласно уравнению (8.5)  $T_{\text{кp}} = 8a/(27Rb)$ , найдем, что  $T_{\text{инв}} = 6.75T_{\text{кp}}$ . Таким образом, температура инверсии реальных газов по Ван-дер-Ваальсу в 6.75 раз больше их критической температуры.

Температура при дросселировании возрастает, если  $T>T_{\rm ива}$ , а понижается, если подвергшийся этому процессу газ находится при  $T< T_{\rm weak}$ 

Температуры инверсии большинства газов, за исключением водорода и гелия, достаточно велики, и процессы дросселирования обычно идут с понижением температуры. Это понижение температуры впервые было исследовано Джоулем и Томсоном и получило название эффекта Джоуля—Томсона. Этот эффект дросселирования используется на практике для получения низких температур.

#### ГЛАВА 10

# МАШИНЫ ДЛЯ СЖАТИЯ И РАСШИРЕНИЯ ГАЗА

Компрессоры и детандеры (турбины) являются важнейшими частями энергетических установок и от степени их совершенства зависит и кпд установки в целом. В главе излагаются основы теории компрессоров и детандеров различных типов с учетом тех термодинамических процессов, которые в них происходят.

# § 10.1. КОМПРЕССОР. ОСНОВНЫЕ ПРОЦЕССЫ В ОДНОСТУПЕНЧАТОМ КОМПРЕССОРЕ

Назначение компрессора состоит в сжатии газа и непрерывной подаче его потребителю. Сжатый газ находит широкое применение в технике, в частности в авиации.

Компрессор является одним из основных агрегатов газотурбинных, поршневых и комбинированных авиационных двигателей. В поршневых двигателях сжатие воздуха происходит в цилиндрах. Если двигатель комбинированный, то сжатие воздуха или топливовоздушной смеси (наддув двигателя) предварительно осуществляется в компрессоре. Применение наддува было вызвано стремлением увеличить высотность двигателя, так как с увеличением высоты мощность простого двигателя падает, вследствие понижения плотности атмосферного воздуха.

В газотурбинных двигателях во время полета сжатие воздуха происходит как в струе набегающего потока на входе в двигатель (динамическое сжатие), так и в компрессоре. Компрессор газотурбинного двигателя является одним из основных агрегатов установки и предназиачается для сжатия воздуха перед поступленнем его в камеры сгорания. Компрессор обеспечивает получение больших мощностей двигателя, а также силы тяги при работе двигателя на земле.

По способу сжатия воздуха или газа компрессоры можно разделить на две группы. К первой относятся объемные компрессоры (поршневые, шестеренчатые, ротационные). Давление в них повышается при непосредственном уменьшении объема газа, поступившего в рабочее пространство компрессора.

Ко второй группе относятся центробежные, осевые и диагональные. Последние являются промежуточным типом между центробежными и осевыми. Во всех этих компрессорах сжатие осуществляется как бы в два этапа. На первом этапе газ получает некоторую скорость, приобретает кинетическую энергию. На втором происходит преобразование кинетической энергии в потенциальную энергию давления.

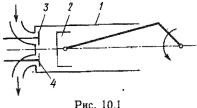
Несмотря на конструктивные различия компрессоров, с термодинамической точки зрения процессы сжатия, происходящие в них. одинаковы. Поэтому термодинамические основы процессов сжатия газа или воздуха рассмотрим применительно к поршневому компрессору как наиболее простому.

Одноцилиндровый поршневой компрессор (рис. 10.1) состоит из тилиндра 1 с поршнем 2, который движется возвратно-поступа-

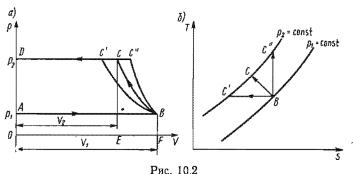
тельно, и двух клапанов: всасывающего 3 и нагнетающего 4.

При ходе поршня вправо открывается всасывающий клапан и в цилиндр поступает при неизменном давлении газ. При обратном

ходе поршня и закрытых клапанах этот газ сжимается. После того как в результате сжатия будет достигнуто заданное давление, открывается нагнетательный клапан и при движении поршня справа налево происходит выталкивание сжатого газа (при постоянном давлении), к потребителю. В поршневом компрессоре



не весь объем, описываемый за один ход поршня, может быть использован для всасывания новой порции газа за счет так называемого вредного пространства, которое остается между поршнем головкой цилиндра, когда поршень находится в крайнем (ближнем к головке) положении. Для идеального поршневого компрессора вредным пространством и, как следствие наличия его, расширением газа перед процессом всасывания пренебрегаем.



На рабочей диаграмме компрессора в координатах р, V (рис.  $10.2,a)^{\circ}A$ -B — линия всасывания газа в цилиндр, B-C — линия сжатия, С-D — линия выталкивания.

Так как процессы А-В и С-D не являются термодинамическими и идут с неизменными параметрами, то совокупность процессов, изображенных на рис. 10.2, а, не является замкнутым термо-Динамическим процессом — циклом. Линия сжатия в зависимости от количества теплоты, отбираемого от газа при его сжатии (интенсивности охлаждения компрессора), может быть изотермой B-C', адиабатой B-C'' и политропой B-C. Указанные термодинами-ческие процессы изображены Ts-диаграмме (рис. 10.2,  $\delta$ ). Работа, затраченная на получение 1 кг сжатого газа в одноступенчатом компрессоре, графически изображается пл. ABCD (рис. 10.2, a) и является алгебраической суммой площадей:

пл. 
$$ABCD =$$
 пл.  $CDOE +$  пл.  $BCEF -$  пл.  $ABFO$ ,

где пл.  $CDOE = l_{\text{вып}} = p_2 v_2$  — работа выталкивания;

пл. 
$$BCEF = l_{CH} = \int_{v}^{v_s} p dv$$
 — работа сжатия;

пл.  $ABFO = l_{BC} = p_1v_1$  — работа всасывания.

Значение работы, затрачиваемой на сжатие, всегда отрицательно  $(v_1>v_2,\ dv<0)$ . Отрицательна и работа выталкивания, так как в процессе выталкивания работа производится над газом. Наконец, работа в процессе всасывания положительна, так как в этом случае поступающий газ совершает (отдает) работу.

Следовательно, суммарная работа

$$l_{\mathbf{x}} = l_{\mathbf{a}c} + l_{\mathbf{c}\mathbf{x}} - l_{\mathbf{a}\mathbf{b}\mathbf{n}} = p_1 v_1 + \int_{\mathbf{v}_1}^{v_2} p \, dv - p_2 v_2 = -\int_{\mathbf{i}}^{2} v \, dp. \quad (10.1)$$

Эта работа является технической работой процесса сжатия [см. (3.58)].

# § 10.2. РАБОТА И МОЩНОСТЬ НА ПРИВОД КОМПРЕССОРА

Основная цель термодинамического расчета компрессора — это определение работы (мощности), которую следует затратить, чтобы получить некоторое количество газа при заданных параметрах начала и конца сжатия.

Работу определяют по уравнению (10.1).

1. Когда процесс сжатия идет по изотерме pv = const, а

$$\int_{v_1}^{v_2} p \, \mathrm{d}v = RT_1 \ln(v_2/v_1) = -RT_1 \ln(p_2/p_1),$$

работа идеального «изотермического» компрессора, отнесенная к 1 кг газа, с учетом, что  $p_1v_1 = p_2v_2$ ,

$$l_{\kappa_{R3}} = -RT_1 \ln(p_2/p_1).$$
 (10.2)

2. При адиабатном сжатии

$$\int_{v_1}^{v_2} p \, dv = -\frac{1}{k-1} (p_2 v_2 - p_1 v_1) = -\frac{1}{k-1} p_1 v_1 \left[ \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{(k-1)/k} - 1 \right] = -(u_2 - u_1).$$

работа «адиабатного» компрессора

$$I_{\text{Kall}} = p_1 v_1 - \frac{1}{k-1} (p_2 v_2 - p_1 v_1) - p_2 v_2 = -\frac{k}{k-1} (p_2 v_2 - p_1 v_1) =$$

$$= -\frac{k}{k-1} p_1 v_1 \left[ \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{(k-1)/k} - 1 \right] = -\frac{k}{k-1} R T_1 \left[ \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{(k-1)/k} - 1 \right],$$
(10.3)

или

$$l_{\text{Kag}} = p_1 v_1 - (u_2 - u_1) - p_2 v_2 = (u_1 + p_1 v_1) - (u_2 + p_2 v_2) = -(h_2 - h_1).$$
(10.4)

Пользуясь выражением (10.4), работу компрессора удобно рассчитывать с помощью hs-диаграммы.

Как адиабатный, так и изотермический процессы сжатия газа могут рассматриваться только как теоретические. В действительности процессы сжатия идут по политропе, имеющей переменный показатель. Показатель политропы зависит от интенсивности теплообмена в процессе сжатия газа в компрессоре:

для охлаждаемого компрессора k > n > 1;

для неохлаждаемого компрессора (центробежные, осевые) n > k.

"3. Для политропного процесса сжатия

$$\int_{v_1}^{v_2} p \, \mathrm{d}v = -\frac{1}{n-1} (p_2 v_2 - p_1 v_1)$$

и работа

$$l_{R n o x} = p_1 v_1 - \frac{1}{n-1} (p_2 v_2 - p_1 v_1) - p_2 v_2 =$$

$$= -\frac{n}{n-1} p_1 v_1 \left[ \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{(n-1)/n} - 1 \right] = -\frac{n}{n-1} R T_1 \left[ \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{(n-1)/n} - 1 \right].$$
(10.5)

Среднее значение показателя политропы, как правило, определяется по параметрам газа в начале и конце сжатия.

Как видно из рис. 10.2, а, в случае охлаждаемого компрессора

$$l_{\text{из}} < l_{\text{пол}} < l_{\text{ад}}$$
 иди пл.  $ABC'D <$  пл.  $ABCD <$  пл.  $ABC''D$ ,

т. е. с точки зрения затраты наименьшей работы изотермический процесс сжатия является наиболее выгодным.

Мощность (кВт), затрачиваемая на получение сжатого газа

$$N_{\rm K} = G l_{\rm K} / 1000.$$
 (10.6)

$$\eta_{\kappa} = N_{\kappa}/N_{e}, \qquad (10.7)$$

где  $N_e$  — мощность, потребляемая реальным компрессором при изотермическом и адиабатном сжатии в компрессоре;  $\eta_{\rm KBB} = 0.6...$  0.76;  $\eta_{\rm KBB} = 0.75...$  0.85.

## § 10.3. МНОГОСТУПЕНЧАТЫЙ КОМПРЕССОР

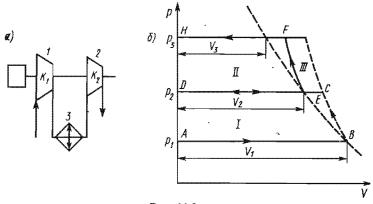
Многоступенчатый компрессор применяется для получения сжатого газа высокого давления. Сжатие газа в нем осуществляется в нескольких ступенях с промежуточным охлаждением сжимаемого газа между ступенями. Охлаждение газа после каждой ступени производится при постоянном давлении.

Многоступенчатое сжатие газа позволяет:

 а) снизить температуру газа в конце сжатия, применяя промежуточное охлаждение, и обеспечить надежную эксплуатацию компрессора;

б) понизить мощность, идущую на привод компрессора, за счет работы,

сэкономленной при охлаждении газа в холодильнике.



Рнс. 10.3

На рис. 10.3, a дана схема двухступенчатого компрессора, а на рис. 10.3, b-pV-диаграмма процесса сжатия газа в обеих ступенях такого компрессора. На этой диаграмме: A-B — всасывание газа в 1-ю ступень; B-C — политропное сжатие в 1-й ступени; C-D — процесс выталкивания газа из 1-й ступени; D-C — процесс поступления газа в холодильник; C-E — процесс охлаждения в холодильнике; E-D — процесс выталкивания газа из холодильника; D-E — процесс всасывания газа во 2-ю ступень; E-F — политропное сжатие газа во 2-й ступени; F-H — процесс нагнетания газа из 2-й ступени к потребителю; пл. I — работа сжатия газа в 1-й ступени; пл. III — работа сжатия газа в 2-й ступени; пл. III — работа, сэкономленная при охлаждении газа в холодильнике.

При расчете многоступенчатого компрессора важно решить вопрос о распределении общего перепада давлений между ступенями. В качестве критерия целесообразно выбрать минимальную работу, затрачиваемую на привод компрессора. Если предположить, что при политропном процессе сжатия газа в каждой ступени показатель политропы будет одинаковым и температура газа в начале каждого сжатия равна первоначальной  $(T_1 = T_2)$ , то работа двухступенчатого компрессора определяется по формуле

$$l_{\kappa} = l_{\kappa 1} + l_{\kappa 11} = \frac{n}{n-1} R T_{1} \left[ \left( \frac{p_{2}}{p_{1}} \right)^{(n-1)/n} - 1 \right] + \frac{n}{n-1} R T_{1} \left[ \left( \frac{p_{3}}{p_{2}} \right)^{(n-1)/n} - 1 \right] = -\frac{n}{n-1} R T_{1} \left[ \left( \frac{p_{2}}{p_{1}} \right)^{(n-1)/n} + \left( \frac{p_{3}}{p_{2}} \right)^{(n-1)/n} - 2 \right],$$

$$(10.8)$$

где  $l_{\text{кI}}$  и  $l_{\text{кII}}$  — работа сжатия в 1-й и 2-й ступенях. Для m ступеней сжатия

$$l_{\kappa} = \frac{n}{n-1} RT_1 \left[ \sum_{l=1}^{l-m} \pi_l^{(n-1)/n} - m \right], \qquad (10.9)$$

где  $\pi_i = p_{i+1}/p_i$  — степень повышения давления в *i*-й ступени.

 $^*$  Оптимальное значение  $\pi_i$  для ступени компрессора находим по методу Лагранжа из системы уравнений

$$\frac{\partial}{\partial \pi_1} \sum \pi_l^{(n-1)/n} = 0; \quad \frac{\partial}{\partial \pi_2} \sum \pi_l^{(n-1)/n} = 0; \dots; \quad \frac{\partial}{\partial \pi_m} \sum \pi_l^{(n-1)/n} = 0$$
(10.10)

при условии

$$\pi_1 \pi_2 \pi_3 \dots \pi_m = \pi = \text{const.}$$

Из решения системы этих уравнений находим

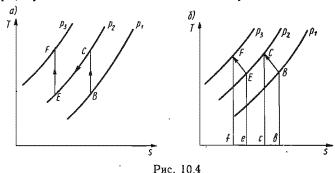
$$\pi_1 = \pi_2 = \pi_3 = \dots = \sqrt[m]{\pi}.$$
(10.11)

Минимальная работа *т*-ступенчатого компрессора, соответствующая оптимальным степеням повышения давления,

$$l_{\kappa} = m \, \frac{n}{n-1} \, RT_1 \left[ \sqrt[m]{\pi^{(n-1)/n} - 1} \right]. \tag{10.12}$$

На рис. 10.4, a, b изображены Ts-диаграммы процессов адиабатного и политролного сжатия газа в двухступенчатом компрессоре. Линии B-C и E-F изображают процессы сжатия, линия C-E соответствует изобарному отводу теплоты в холодильник. Площади BCcbB и EFjeE на рис. 10.4, b изображают теплоту, отведенную от газа при политропном сжатии в отдельных цилиндрах

компрессора. Так как политропы эквидистантны  $(\partial s/\partial T)_p$  = idem при  $\hat{T}$  = const), то площади BCcbB и EFfeE равны между собой. Следовательно, количество теплоты, отводимое от газа в каждом цилиндре, будет одинаковым для обеих ступеней.

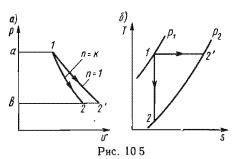


#### § 10.4. ДЕТАНДЕРЫ

Машины, в которых происходит расширение рабочих тел, для получения работы или охлаждения газов в холодильных установках называются детандерами. К таким машинам относятся также пневмодвигатели, паровые машины, паровые и газовые турбины (осевые или центростремительные).

Рабочие усилия в турбине возникают в связи с изменением кинетической энергии. Преобразование кинетической энергии в турбине происходит в каналах неподвижного соплового аппарата и на рабочих лопатках, расположенных на вращающемся диске турбины. (В поршневой машине рабочее усилие создается давлением неподвижной массы газа или пара.)

Термодинамические основы расчета всех детандеров одни и те же, а цель расчета — определить работу, которая может быть по-



лучена от некоторого количества газа при заданных начальных и конечных параметрах рабочего тела.

Работа детандера зависит, как видно из рис. 10.5, от процесса расширения газа. На рис. 10.5, а: a-1— процесс наполнения; 1-2'— процесс расширения газа; 2-b— процесс выталкивания. Совокупность рабочих процессов в детандере, как и в компрессоре, не

представляет собой замкнутый термодинамический процесс — цикл. Наиболее выгодным с точки зрения получения работы будет изотермический процесс 1-2'. Однако изотермический процесс расширения трудно осуществить, и процессы в детандерах близки к адиабатным.

Определяя работу детандера (техническую работу машины), вак это было сделано для случая адиабатного расширения (3.59), вайдем для случая адиабатного расширения 1 кг газа (рис. 10.5, a)

$$l_{A \text{ aA}} = -\int_{p_1}^{p_2} v \, \mathrm{d}p = h_1 - h_2 = c_p (T_1 - T_2). \tag{10.13}$$

в то же время, полагая, что в адиабатном процессе  $pv^k = p_1v_1^k$ , и считая, что в детандере dp < 0, найдем

$$l_{\text{gag}} = -\int_{\rho_1}^{\rho_2} v \, \mathrm{d}\rho = -\rho_1 v_1^k \int_{\rho_1}^{\rho_2} \frac{\mathrm{d}\rho}{\rho^{1/k}} = -\rho_1 u_1^k \frac{\rho_2^{1-k} - \rho_1^{1-k}}{(k-1)/k} =$$

$$= \frac{k}{k-1} \rho_1 v_1 \left[ 1 - \left( \frac{\rho_2}{\rho_1} \right)^{(k-1)/k} \right]. \tag{10.14}$$

Работа детандера при изотермическом процессе расширения,

$$l_{AH3} = -\int_{p_1}^{p_2} v \, \mathrm{d}p = -RT \int_{1}^{2} \frac{\mathrm{d}p}{p} = RT_1 \ln \frac{p_1}{p_2}. \tag{10.15}$$

Реализовать изотермический процесс расширения в детандере трудно, но можно приблизиться к нему, если в процессе многоступенчатого расширения от  $p_1$  до  $p_2$  подавать теплоту между ступенями (перегрев пара в пароперегревателе, установка промежуточной камеры сгорания между ступенями газовой турбины).

Мощность детандера (кВт), т. е. количество работы, снимаемой с вала детандера в единицу времени,

$$N_x = Gl_x/1000,$$
 (10.16)

где G — расход газа через детандер, кг/с.

Мощность детандера зависит от конструктивных особенностей детандера, выбора рабочего тела, расхода через него. Наибольшие расходы допускают турбины; они способны развивать большие мощности при малых размерах. Совершенство работы детандера может быть оценено значением относительного кпд:

$$\eta_{\rm g} = N_e/N_{\rm g}, \tag{10.17}$$

где  $N_e$  — действительная мощность, снимаемая с вала детандера. Для современных детандеров (турбин)  $\eta_{\pi}$  = 0,82 ... 0,85.

И компрессоры, и детандеры являются основными агрегатами современных газовых теплосиловых установок.

# циклы поршневых двигателей

Назначение всякого теплового двигателя состоит в преобразовании теплоты в работу. Необходимая для перевода в работу теплота получается при сгорании жидких, твердых или газообразных топлив. Топливо может сжигаться вне тепловой машины — это так называемые двигатели внешнего сгорания. Двигатели, в которы процесс сгорания осуществляется в рабочем пространстве машины, называют двигателями внутреннего сгорания (ДВС).

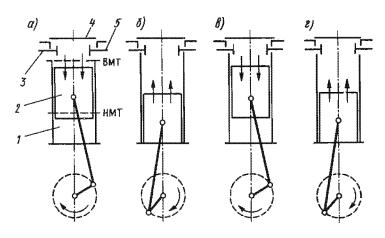
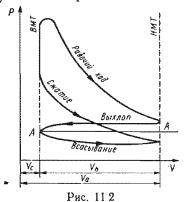


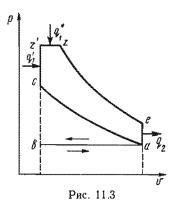
Рис. 11.1

Рабочий процесс поршневого двигателя внутреннего сгорания заключается в следующем (рис. 11.1). Горючая смесь (смесь топлива с воздухом) сгорает в цилиндре I с повышением температуры и давления. Продукты сгорания, воздействуя на поршень 2, перемещают его из крайнего верхнего положения (верхняя мертвая точка — ВМТ) в крайнее нижнее (нижняя мертвая точка — НМТ) (рис. 11.1, a).

НМТ) (рис. 11.1, а). Процессы сгорания и расширения дают в совокупности рабочий ход (такт поршня). Чтобы можно было повторить эти основные процессы в двигателе, отработавшие продукты сгорания нужно удалить из цилиндра и наполнить его свежей порцией горючей смеси. Это происходит за два (такта) хода поршня: прямой ход выталкивание продуктов сгорания (рис. 11.1, б) и обратный ход всасывание воздуха или горючей смеси (рис. 11.1, в). Процессы выталкивания и всасывания осуществляются при соответствующем открытии выхлопного 5 и всасывающего 3 клапанов, помещенных в головке цилиндра 4.

Во время четвертого хода поршня производится сжатие воздуха или горючей смеси (рис. 11.1, г), и затем все процессы повторяются. Таким образом, рабочий процесс периодичен и каждый период складывается из четырех ходов поршня, производимых за два полных оборота коленчатого вала двигателя. Двигатели, работающие таким образом, называют четырехтактными. Двигатели, у которых процесс совершается за два хода поршня (один оборот коленчатого вала), называются двухтактными. У них ход выталкивания и всасывания заменяется продувкой цилиндра, во время которой удаляются продукты сгорания и цилиндр заполняется воздухом или горючей смесью.





Рабочие процессы в двигателях исследуются с помощью особых приборов — и н д и к а т о р о в. Они позволяют получить и н д и к а т о р н ы е д и а г р а м м ы, отображающие изменение давления в цилиндре двигателя. На индикаторных диаграммах по оси ординат откладываются абсолютные давления внутри цилиндра, а по оси абсцисс — соответствующие этому давлению изменения объема или перемещения поршня (рис. 11.2). На рисунке А-А — линия атмосферного давления.

Индикаторная диаграмма дает возможность исследовать совершенство рабочих процессов в двигателе и определить индикаторные параметры двигателя: работу, кпд, мощность, удельный раскод топлива. На рис. 11.3 представлена теоретическая индикаторная диаграмма, на которой линией b-a изображен процесс всасывания, линией a-c— процесс сжатия; c-z— процесс горения при постоянном объеме z'-z— процесс горения при постоянном давлении, z-e— процесс расширения продуктов сгорания, линией e-a-b— процесс выхлопа продуктов сгорания в атмосферу. На теоретической индикаторной диаграмме процессы сжатия и расширения— это политропные процессы с показателями политроп  $n_1$ =1,3...1,38 и  $n_2$ =1,2...1,32, зависящими от теплообмена между рабочим телом и стенками двигателя. Процессы всасыва-

ния b-a и выталкивания a-b не являются термодинамическими, так как параметры рабочего тела при этом не изменяются.

Площадь под линией всасывания представляет собой работу всасывания  $L_{\rm Bc}$ , а площадь под линией a-b— работу выталкивания  $L_{\rm Bbit}$ . Эти процессы направлены в разные стороны и сумма работ ( $L_{\rm Bc}+L_{\rm Bbit}$ ) равна нулю. Однако индикаторная диаграмма не является круговым обратимым термодинамическим процессом— циклом и не дает возможности сравнительно просто определить изменение состояния рабочего тела в отдельных термодинамических процессах, из которых состоит цикл.

В основе работы двигателей внутреннего сгорания лежат идеальные круговые процессы преобразования теплоты в механическую работу, т. е. идеальные циклы. Изучение их необходимо для оценки совершенства действительных тепловых процессов, происходящих в двигателях, а также факторов, влияющих на экономичность двигателя и развиваемую им работу.

При термодинамическом исследовании циклов полагают, что: циклы замкнуты (в действительности же продукты сгорания удаляются в атмосферу, а на их место поступает новое рабочеетело):

рабочее тело в цикле — идеальный газ с постоянной теплоем-костью;

 $\cdot$  процесс сгорания, связанный с химическими изменениями состава газа,— обратимый процесс подвода теплоты  $q_1$  извне;

процесс уноса теплоты, содержащейся в продуктах сгорания,— обратимый процесс отвода теплоты  $q_2$  от рабочего тела;

механические потери, т. е. потери на трение и потери теплоты в окружающую среду (передача теплоты от стенок и унос теплоты охлаждающей водой), отсутствуют.

При таких предпосылках можно считать, что двигатели внугреннего сгорания работают по обратимым термодинамическим циклам. Термодинамическое исследование дает возможность определить принципы работы двигателей, параметры газа в характерных точках цикла, термический кпд и работу цикла. Термодинамические исследования циклов, как правило, сопровождаются графическим изображением их на pv- и Ts-диаграммах.

## § 11.1. ИДЕАЛЬНЫЕ ЦИКЛЫ ДВИГАТЕЛЕЙ ВНУТРЕННЕГО СГОРАНИЯ

В двигателях внутреннего сгорания могут быть использованы следующие циклы:

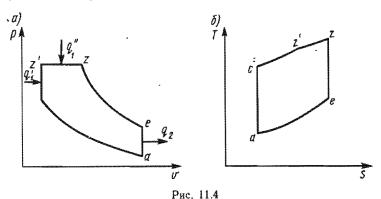
а) цикл со смешанным подводом теплоты как при постоянном объеме,  $\tau a^{\mathbf{K}}$  и при постоянном давлении;

б) цикл с подводом теплоты при постоянном объеме (v=const); в) цикл с подводом теплоты при постоянном давлении (p=const).

Во всех перечисленных циклах отвод теплоты в цикле производится при постоянном объеме в силу того, что расширение газа происходит не полностью и степень возможного расширения в двигателе определяется положением поршня в нижней мертвой точке.

. Цикл со смешанным подводом теплоты (цикл тринклера) осуществляется в бескомпрессорных дизелях. В цилиндрах дизеля сжимается чистый воздух и происходит сановоспламенение топлива, распыление которого осуществляется механическим путем с помощью насоса или насос-форсунки под павлением 100... 150 МПа.

Топливо впрыскивается в камеру сгорания или специальные предкамеры. Процесс сгорания идет вначале с повышением давления, а затем при постоянном давлении. Осуществление такого



подвода теплоты характерно для двигателей, работающих по сме-

Параметры рабочего тела в узловых точках цикла, определяемые при рассмотрении отдельных процессов, находят по формулам, вывод которых дан в гл. 5:

в точке с

$$\frac{p_c}{p_a} = \left(\frac{v_a}{v_c}\right)^k = \varepsilon^k; \quad p_c = p_a \varepsilon^k;$$

$$\frac{T_c}{T_a} = \left(\frac{v_a}{v_c}\right)^{k-1} = \varepsilon^{k-1}; \quad T_c = T_a \varepsilon^{k-1};$$

 $V_a$  к объему камеры сгорания  $V_c$ . Разность между полным объемом и объемом камеры сгорания  $V_c$ . Разность между полным объемом и объемом камеры сгорания дает так называемый рабочий объем цилиндра  $V_h$ .

в точке г

$$\frac{p_{z'}}{p_c} = \lambda; \ p_{z'} = p_c \lambda = p_a \varepsilon^k \lambda;$$

$$\frac{T_{z'}}{T_c} = \frac{p_{z'}}{p_c}; \quad T_{z'} = T_c \lambda = T_a \epsilon^{k-1} \lambda;$$

в точке 2

$$p_z = p_{z'}; \quad p_z = p_a \varepsilon^k \lambda;$$

$$\frac{T_z}{T_{z'}} = \frac{v_z}{v_{z''}} = \rho; \quad T_z = T_{z'} \rho = T_a \varepsilon^{k-1} \lambda \rho;$$

в точке е

$$\frac{p_e}{p_z} = \left(\frac{v_z}{v_e}\right)^k = \left(\frac{v_z}{v_c} \frac{v_c}{v_a}\right)^k = \frac{\rho^k}{\epsilon^k}; \quad p_e = p_a \lambda \rho^k;$$

$$\frac{T_e}{T_z} = \left(\frac{v_z}{v_e}\right)^{k-1} = \left(\frac{v_z}{v_c} \frac{v_c}{v_a}\right)^{k-1} = \frac{\rho^{k-1}}{\epsilon^{k-1}}; \quad T_e = T_a \lambda \rho^k.$$

Термический кпд смешанного цикла

$$\eta_{icm} = 1 - \frac{q_2}{q_1} = 1 - \frac{q_2}{q_1' + q_1'}$$

где  $q_1 = q_1' + q_1'';$   $q_1' = (u_z - u_c) = c_v(T_z - T_c);$   $q_1'' = (h_z - h_{z'}) = c_v(T_z - T_{z'});$   $q_2 = (u_e - u_a) = c_v(T_e - T_a).$ 

Подставляя значения соответствующих температур и полагая, что теплоемкости идеального газа величины постоянные, получим

$$\eta_{ICM} = 1 - \frac{\lambda \rho^k - 1}{\epsilon^{k-1} [(\lambda - 1) + k\lambda (\rho - 1)]}. \tag{11.1}$$

Как видно из формулы (11.1), термический кпд цикла растет с увеличением  $\varepsilon$  и k и уменьшается с увеличением  $\rho$ . Степень изохорного повышения давления  $\lambda$  связана с величиной  $\rho$ . Чем больше  $\lambda$ , тем меньше  $\rho$  (при тех же значениях  $\varepsilon$  и  $q_2$ ). Тогда с ростом  $\lambda$  термический кпд смешанного цикла увеличивается.

Работа теоретического цикла определяется по формуле  $l_{\rm q} = q_1 \eta_t$ . Отношение работы цикла к рабочему объему  $v_h$  характе-

ризует среднее давление цикла

$$p_{\mathbf{u}} = \frac{l_{\mathbf{u}}}{v_h} = \frac{l_{\mathbf{u}}}{v_a - v_c} = \frac{l_{\mathbf{u}}^{\mathbf{z}}}{v_a(\varepsilon - 1)}.$$

Среднее давление смешанного цикла

$$p_{\mathbf{n}} = \frac{p_a \varepsilon^k}{(k-1)(\varepsilon-1)} \left[ (\lambda-1) + k\lambda(\rho-1) \right] \eta_{i \in \mathbf{n}}. \tag{11.2}$$

Наиболее эффективным способом увеличения среднего давления цикла является повышение начального давления— наддув двигателя.

Рассмотренный идеальный цикл лежит в основе работы всех

современных дизелей.

Цикл с подводом теплоты при постоянном объеме (цикл Отто) является частным случаем рассмотренного выше, когда степень изобарного расширения  $\rho=1$ .

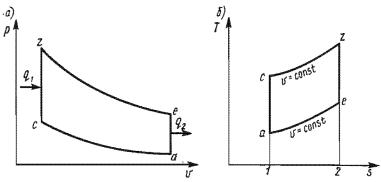


Рис. 11.5

•По этому циклу работают двигатели, в цилиндрах которых сжимается топливно-воздушная смесь до давления 1,0...1,5 МПа и поджигается в конце сжатия от электрической искры. Идеальный цикл Отто (рис. 11.5, a, b) состоит из процессов адиабатного сжатия a-c, подвода к рабочему телу теплоты при v—const — c-c-aдиабатного расширения c-e и отдачи рабочим телом теплоты при v=const — e-a. Параметры в узловых точках цикла определяются аналогично циклу со смешанным подводом теплоты. Формулы для определения t0 и t1 в этом цикле получаются из соответствующих формул для смешанного цикла при t1:

$$\eta_{tv} = 1 - \frac{1}{s^{k-1}}; \tag{11.3}$$

$$p_{ii} = \frac{p_a \varepsilon^k}{(k-1)(\varepsilon-1)} (\lambda - 1) \eta_{lv}. \tag{11.4}$$

Из выражения (11.3) видно, что термический кпд цикла с подводом теплоты при v—const зависит от степени сжатия и показателя аднабаты k рабочего тела, совершающего цикл. Несмотря на то что с увеличением степени сжатия растут термический кпд и полезная работа цикла при больших степенях сжатия ( $\epsilon$ >10), в результате значительного повышения температуры в конце процесса сжатия может наступить самовоспламенение смеси. Еще бонее существенным является то обстоятельство, что с увеличением степени сжатия, а следовательно, и с увеличением температуры в конце сжатия появляется детонация свежей рабочей смеси, которая приводит к взрывному характеру сгорания. В результате детонации процесс сгорания нарушается, мощность двигателя падает, расход топлива растет. По этой причине двигатели, работающие по циклу v—const, имеют вполне определеные предельные значения степени сжатия ( $\varepsilon$ =5,5 ... 9,0).

Явление детонации в значительной степени зависит от сорта применяемого топлива, от его антидетонационных качеств. Поэтому сорт применяемого топлива определяет выбор предельного значения степени сжатия для двигателей легкого топлива.

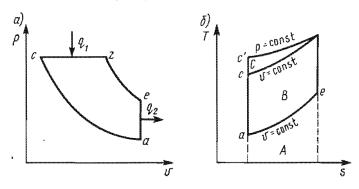


Рис. 11.6

Цикл с подводом теплоты при постоянном давлении (цикл Дизеля) является также частным случаем обобщающего цикла при  $\lambda=1$ . В двигателях дизеля раздельно сжимается воздух до давления 4,0 ... 5,0 МПа и смесь топлива с воздухом, сжатым во вспомогательном компрессоре. Подача топлива осуществляется так, чтобы давление в процессе сгорания оставалось постоянным.

Идеальный цикл дизеля состоит из двух адиабат сжатия и расширения, изобары подвода теплоты и изохоры отвода теплоты (рис. 11.6, a,  $\delta$ ). Термический кпд и среднее давление цикла из (11.1) и (11.2) при  $\lambda = 1$  равны:

$$\eta_{t\rho} = 1 - \frac{\rho^k - 1}{k\epsilon^{k-1}(\rho - 1)};$$
(11.5)

$$p_{ii} = \frac{p_a k \varepsilon^k}{(k-1)(\varepsilon-1)} (\rho-1) \eta_{Ip}. \tag{11.6}$$

Влияние  $\epsilon$  на  $\eta_{tp}$  такое же, как и в предыдущих циклах, т. е. с уведичением степени сжатия увеличивается и термический кпд цикла. При увеличении степени предварительного расширения  $\rho_t$ 

как видно из формулы (11.5), термический кпд цикла должен падать. При постоянной степени сжатия увеличение  $\rho$  вызовет увеличение объема  $v_z$ , который зависит от подводимого количества теплоты  $q_1$ . При увеличении  $q_1$  увеличивается объем  $v_z$ , а вместе с ним увеличивается и работа цикла. Таким образом, возрастание  $\rho$  приводит к увеличению работы и уменьшению термического кпд.

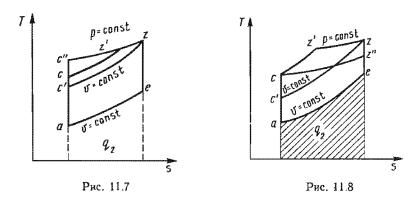
Сопоставляя значения термических клд циклов с подводом теллоты при v—const и p—const, видим, что они различаются мно-

жителем

$$\frac{p^k-1}{k(p-1)} > 1.$$

Отсюда следует, что при одинаковых степенях сжатия  $\eta_{tv} > \eta_{tp}$ .

Термодинамическая эффективность каждого из рассмотренных циклов зависит от конкретных условий его осуществления. Целесообразнее сравнивать циклы при различных степенях сжатия ( $\epsilon$ ), но при одинаковых максимальных давлениях и температурах и одинаковом отведенном количестве теплоты  $q_2$ .



Из Ts-диаграммы (рис. 11.7) следует, что наибольший термический клд будет у цикла с подводом теплоты при p=const:  $\eta_{lp} > \gamma_{lcm} > \eta_{lp}$ ; клд смешанного цикла имеет промежуточное значение по сравнению с циклами с подводом теплоты при p=const и v==const.

При оптимальных степенях сжатия (цикл Отто —  $\varepsilon$ <10, цикл Дизеля и смешанный —  $\varepsilon$ =16 и 22 соответственно)  $\lambda_v$ =3,2 ... 4,2,  $\lambda_{\text{cm}}$ =1,6 ... 2,0,  $\rho_{\text{cm}}$ =1,3 ... 1,7,

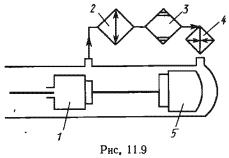
$$\eta_{t\,\mathrm{cm}} > \eta_{t\,p} > \eta_{t\,\nu}$$

что видно из рис. 11.8. Поэтому все выпускаемые сейчас дизели работают по смешанному циклу.

#### § 11.2. ЦИКЛ СТИРЛИНГА

Двигатель Стирлинга — газовый двигатель поршневого типа с внешним подводом теплоты, которая получается в результате сгорания твердых, жидких газообразных топлив. Внешний подвод теплоты осуществляется через теплопроводящую стенку. Рабочее тело (водород, гелий, аргон, углекислый газ) находится в замкнутом пространстве и во время работы не заменяется.

Одна из возможных конструктивных схем двигателя Стирлин-



га, когда рабочий 5, и вытеснительный 1 поршни находятся в одном цилиндре, дана на рис. 11.9.

В процесе перекачки в горячую полость (над рабочим поршнем) рабочее тело в регенераторе 3 и нагревателе 4 получает теплоту, а в процессе перекачки в холодную полость (под рабочим поршнем) отдает теплоту в регенераторе 3 и ох

ладителе 2. Для осуществления этих процессов движение вытеснительного поршня 1 сдвинуто по фазе по отношению к движению рабочего поршня 5.

Идеальный цикл Стирлинга состоит из четырех процессов (рис. 11.10, a,  $\delta$ ). В процессе a-c холодное рабочее тело сжимается в изо-

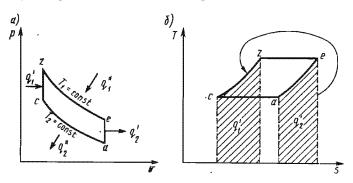


Рис. 11.10

термическом процессе  $T_a = T_c = T_2$  при интенсивном отводе теплоты  $q_2''$ . В процессе c-z поршень-вытеснитель перемещает рабочее тело из холодной полости в горячую, так что  $v_c = v_z$  (изохорный процесс), а температура увеличивается от  $T_c = T_2$  до  $T_z = T_1$  при подводе теплоты  $q_1'$ . В изотермическом процессе расширения  $T_z = T_e = T_1$  к рабочему телу подводится теплота  $q_1''$ . Затем поршень вытеснитель, перемещаясь в обратном направлении, выталкивает рабочее тело из горячей полости в холодную  $v_e = v_a = \text{const}$  с от-

водом теплоты  $q_2'$ . Отличительной особенностью цикла Стирлинга является то, что рабочее тело, перемещаясь из холодной полости в горячую и обратно через регенератор, то воспринимает теплоту от рабочего тела, то, охлаждаясь, отдает теплоту рабочему телу.

Работа в цикле Стирлинга представляет собой разность работы, полученной в процессе изотермического расширения (подвод теплоты  $q_1''$ , и работы, затраченной в процессе изотермического сжатия (отвод теплоты  $q_2''$ ):

$$l_{u} = RT_{1} \ln(v_{e}/v_{z}) - RT_{2} \ln(v_{e}/v_{c}) = q_{1}^{2} - q_{2}^{2}.$$
 (11.7)

При полной регенерации  $q_1' = q_2'$ , так как

$$q_1' = (u_z - u_c) = c_v(T_z - T_c) = (u_1 - u_2) = c_v(T_1 - T_2);$$

$$q_2' = (u_a - u_c) = c_v(T_a - T_e) = (u_2 - u_1) = c_v(T_2 - T_1).$$

Термический кпд цикла при идеальном регенераторе

$$\eta_{tc} = \frac{(q_1' + q_1'') - (q_2' + q_2')}{q_1''} = \frac{q_1'' - q_2''}{q_1''} = \frac{l_a}{q_1''}. \tag{11.8}$$

Подставив значения  $q_1{''}$  и  $q_2{''}$  в (11.8), получим

$$\eta_{tc} = 1 - \frac{T_2 \ln (v_a/v_c)}{T_1 \ln (v_e/v_z)}. \tag{11.9}$$

Так как изохоры идеального газа на Ts-диаграмме эквидистантны (см. § 7.5), то  $\ln(v_a/v_c) = \ln(v_e/v_z)$  и

$$\eta_{tc} = 1 - \frac{T_2}{T_1} \,. \tag{11.10}$$

Таким образом, термический кпд цикла Стирлинга с полной регенерацией теплоты равен термическому кпд цикла Карно.

Если ввести параметры цикла:  $\varepsilon = v_a/v_c$  — степень сжатия и  $\tau = T_1/T_2$  — степень повышения температуры, то термический клд цикла может быть преобразован к виду

$$\eta_{tc} = 1 - \frac{\tau [1 - (k-1) \ln \varepsilon]}{\tau [1 + (k+1) \ln \varepsilon] - 1}.$$
 (11.11)

Среднее давление цикла  $ho_{
m q} = rac{l_{
m q}}{v_a - v_{
m C}}$  или

$$p_{\pi} = p_{\alpha}(\tau - 1) \frac{\varepsilon}{\varepsilon - 1} \ln \varepsilon. \tag{11.12}$$

Двигатели Стирлинга завоевали право на широкое применение. Они достигли уровня современных дизелей, а по некоторым показателям превзошли их: менее токсичны, меньше уровень шума и могут работать с практически любыми источниками теплоты. Так,

был создан и испытан в космическом пространстве для привода регенератора двигатель Стирлинга, в котором в качестве источ. ника теплоты использовалась энергия солнечных лучей.

#### ГЛАВА 12

## циклы газотурбинных установок

Газотурбинные установки (ГТУ) относятся к числу двигателей внутреннего сгорания. Газ, получившийся в результате сгорания топлива в камере сгорания, направляется в турбину. Продукты сгорания, расширяясь в сопловом аппарате и частично на рабочих лопатках турбины, производят на колесе турбины механическую работу.

Газотурбинные установки по сравнению с поршневыми двигателями обладают целым рядом технико-экономических преимуществ:

- 1) простотой силовой установки;
- 2) отсутствием поступательно движущихся частей;
- 3) получением больших чисел оборотов, что позволяет существенно снизить вес и габариты установки;
  - 4) получением больших мощностей в одном агрегате;
- 5) осуществлением цикла с полным расширением и тем самым с большим термическим кпд;
  - 6) применением дешевых сортов топлива (керосин).

Эти преимущества ГТУ способствовали ее распространению во многих областях техники и особенно в авиации.

В основе работы ГТУ лежат идеальные циклы, состоящие из простейших термодинамических процессов. Термодинамическое изучение этих циклов базируется на посылках, аналогичных тем, которые были сделаны в гл. 11, а именно: циклы обратимы, подвод теплоты происходит без изменения химического состава рабочего тела цикла, отвод теплоты предполагается обратимым, гидравлические и тепловые потери отсутствуют, рабочее тело представляет собой идеальный газ с постоянной теплоемкостью.

К числу возможных идеальных циклов ГТУ относят:

- 1) цикл с подводом теплоты при постоянном давлении p= = const:
  - 2) цикл с подводом теплоты при постоянном объеме v = const;
  - 3) циклы с регенерацией теплоты.

Во всех циклах ГТУ теплота при наличии полного расширения в турбине отводится при постоянном давлении.

# § 12.1. ЦИКЛ ГТУ С ПОДВОДОМ ТЕПЛОТЫ ПРИ $p={ m const}$ (ЦИКЛ БРАЙТОНА)

Из перечисленных циклов наибольшее практическое применение получил цикл с подводом теплоты при p = const,

Схема простейшей ГТУ со сгоранием топлива при постоянном давлении дана на рис. 12.1. Компрессор 1, приводимый в движение газовой турбиной 4, подает сжатый воздух в камеру сгорания 3, в которую через форсунку впрыскивается жидкое топливо, подаваемое насосом 2, находящимся на валу турбины. Продукты сгорания расширяются в сопловом аппарате и частично на рабочих лопатках турбины и выбрасываются в атмосферу. При сде-

ланных в начале главы допущениях термодинамический цикл ГТУ со сгоранием при p=const изобразится на pv- и Ts-диаграммах (рис. 12.2, a, б) в виде площади acze. Работа цикла на pv-диаграмме представляет собой разность площадей 1ez2 и 1ac2, соответственно равных работе турбины и компрессора.

На этих диаграммах: a-c — процесс адиабатного сжатия воздуха в компрессоре; c-z — процесс подвода теплоты в камеру сгорания при p = const; z-e — адиабатный

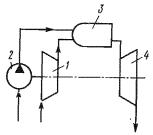
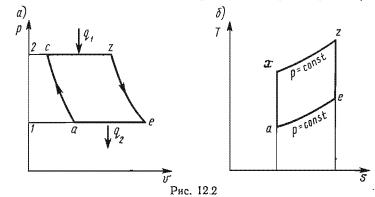


Рис. 12.1

процесс расширения газа в турбине; e-a — изобарный процесс отдачи газом теплоты окружающему воздуху.

Параметрами цикла являются степень повышения давления воздуха  $\pi = p_c/p_a$  и степень предварительного расширения  $\rho = v_z/v_c$ .



Термический кпд цикла определяют из общего выражения

$$\eta_{tp} = 1 - \frac{q_2}{q_1}$$
,

 $^{\mathsf{T}}\mathsf{A}\mathsf{e} \, q_1 = h_z - h_c = c_p \, (T_z - T_c) \, ; \, q_2 = h_e - h_a = c_p \, (T_e - T_a) \, .$ 

Параметры газа в узловых точках цикла находят по формулам, связывающим параметры газа в адиабатном и изобарном процессах:

в точке c  $T_c = T_a \pi^{(k-1)/k}$ ;

в точке  $z T_z = T_a \pi^{(h-1)/h} \rho$ ;

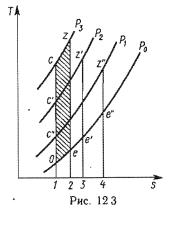
в точке е  $T_e = T_a \rho$ .

Найдем выражение для термического кпд цикла:

$$\eta_t = 1 - \frac{1}{\pi^{(k-1)/k}} \,. \tag{12.1}$$

Выражение (12.1) показывает, что термический кпд ГТУ при данном рабочем теле и постоянном значении показателя адиабаты к зависит только от степени повышения давления в компрессоре,

причем с ростом л термический клд цикла увеличивается.



На рис. 12.3 изображен рассматриваемый цикл при различных степенях повышения давления п и одинаковом подводимом количестве теплоты. Из графика следует, что при  $q_1 = \text{idem } и$  повышении  $\pi$ уменьшается количество теплоты, отдаваемое газом в окружающую среду, а это приводит к увеличению термического кпд цикла. Вместе с тем с возрастанием п работа идеального цикла проходит через максимум. При адиабатных процессах расширения в турбине и сжатия в компрессоре работа турбины и компрессора соответственно равна:

$$l_{\tau} = \frac{k}{k-1} R T_{z} \left[ 1 - \left( \frac{p_{z}}{p_{e}} \right)^{(k-1)/k} \right] = c_{p} T_{z} \left[ 1 - \frac{1}{\pi^{(k-1)/k}} \right];$$

$$l_{\kappa} = \frac{k}{k-1} R T_{a} \left[ \left( \frac{p_{c}}{p_{a}} \right)^{(k-1)/k} - 1 \right] = c_{p} T_{a} \left[ \pi^{(k-1)/k} - 1 \right].$$

Теоретическая работа цикла ГТУ

$$l_{\mathbf{u}} = l_{\tau} - l_{\mathbf{x}} = c_p T_z \left[ 1 - \pi^{-(k-1)/k} - \tau (\pi^{(k-1)/k} - 1) \right], \tag{12.2}$$

где  $\tau = T_a/T_z$ .

Взяв производную  $l_{\pi}$  по au, найдем такое оптимальное значение п, при котором работа цикла будет максимальной, но не будет обеспечен максимум термического кид:

$$\pi_{\text{ont}} = 1/\sqrt{2k-1} \sqrt{k} \tau.$$
(12.3)

Несмотря на то что увеличение π благоприятно сказывается на экономичности газотурбинной установки, повышение этой величины приводит к росту температуры газов перед рабочими лопатками турбины. Но температура лимитируется жаропрочностью сплавов, из которых изготовлены лопатки. В настоящее время максимально допустимая температура газов перед турбиной составляет 1100 ... 1200°С и дальнейшее повышение температуры момет быть достигнуто только при применении новых жаропрочных изтериалов и внедрении конструкций турбин с охлаждаемыми лопатками. При расчете высокотемпературных ГТУ необходимо учитывать переменные значения теплоемкости  $c_p = f(T)$ , энтальпии h = f(T), показателя адиабаты k = f(T) как в процессе расширения в турбине, так и в процессе сжатия, особенно в многоступенчатых компрессорах.

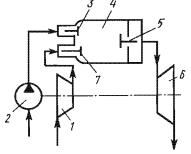
# § 12.2. ЦИКЛ ГТУ С ПОДВОДОМ ТЕПЛОТЫ ПРИ $v\!=\!{\sf const}$ (ЦИКЛ ГЕМФРИ)

В газотурбинной установке, работающей по этому циклу, процесс сгорания в замкнутом объеме камеры.

Схема ГТУ со сгоранием при v = const изображена на рис. 12.4. Компрессор I, приводимый во вращение турбиной 6, подает сжа-

тый воздух в камеру сгорания 4 через управляемый клапан 7. Второй клапан 5 находится в конце камеры сгорания и предназначен для выхода продуктов сгорания на турбину. Топливо в камеру сгорания подается насосом 2, находящимся на валу турбины, через форсунку. Подача топлива должна осуществляться периодически топливны клапаном 3.

В камере сгорания при закрытых клапанах 7 и 5 происходит процесс горения топлива в постоянном объеме.



Puc. 12.4

При увеличении давления клапан 5 открывается и продукты сгорания поступают в сопловой аппарат и на лопатки турбины 6. При прохождении через лопатки турбины газ совершает работу и выбрасывается в окружающую среду.

На рис. 12.5, a, b приведен цикл этой установки на pv- и Ts- диаграммах. На этих диаграммах: a-c — адиабатное сжатие в ком-

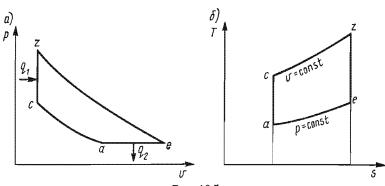
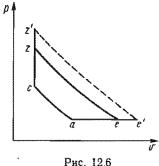


Рис. 12.5

прессоре; c-z — подвод теплоты при v = const; z-e — адиабатнов расширение газа в турбине; е-а — изобарная отдача газом теплоты окружающему воздуху. Основными параметрами цикла явля. ются степень повышения давления  $\pi = p_c/p_a$  и степень изохорного повышения давления  $\lambda = p_z/p_c$ .



Для определения термического кпл. равного

$$\eta_{tv} = 1 - \frac{q_2}{q_1} = 1 - \frac{c_p(T_e - T_a)}{c_v(T_z - T_c)}$$

найдем температуру газа в узловых точках цикла:

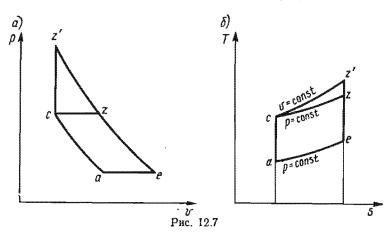
в точке  $c T_c = T_a \pi^{(k-1)/k}$ ;

в точке  $z T_z = T_a \pi^{(k-1)/k} \lambda;$ в точке  $e T_e = T_a \lambda^{1/k}.$ 

Подставляя значения этих температур в формулу термического кпд, получим

$$\eta_{tv} = 1 - \frac{k(\lambda^{1/k} - 1)}{\pi^{(k-1)/k}(\lambda - 1)}.$$
 (12.4)

Формула (12.4) показывает, что термический кпд цикла зависит от степени повышения давления п, определяемой повышением давления воздуха в компрессоре, и от степени изохорного повышения давления д, характеризующей подведенное количество теплоты в цикле (рис. 12.6). Изменение  $\eta_t = f(\pi)$  аналогично изменению этой величины в цикле с подводом теплоты при p = const.



Из сравнения между собой циклов с подводом теплоты пря p=const и v=const на pv- и Ts-диаграммах (рис. 12.7, a, b) вид но, что при одной и той же степени повышения давления и одинаковом отводимом количестве теплоты цикл при v = const выгоднее пикла при p = const.

Это объясняется большей степенью расширения в цикле v = = const, а следовательно, и большими значениями термического кпд. Несмотря на это преимущество, цикл с подводом теплоты при v = соnst широкого применения в практике не нашел в связи с усложнением конструкции камеры сгорания и ухудшением работы турбины в пульсирующем потоке газа, хотя работы по совершенствованию этого цикла продолжаются.

#### § 12.3. РЕГЕНЕРАТИВНЫЕ ЦИКЛЫ

Одной из мер повышения степени совершенства перехода теплоты в работу в ГТУ является применение регенерации теплоты. Регенерация теплоты заключается в использовании теплоты отработавших газов для подогрева воздуха, поступающего в камеру сгорания. Экономичность ГТУ при применении регенерации повышается.

Схема установки с регенерацией представлена на рис. 12.8. Воздух из компрессора 1 направляется в теплообменник 3, где

он получает теплоту от газов, вышедших из турбины 5. После подогрева воздух направляется в камеру сгорания 4, в которую через форсунку от насоса 2 подводится топливо. Воздух, уже нагретый отработавшими газами турбины, получает в камере сгорания меньшее количество теплоты для достижения определенной температуры газа перед турбиной. На рv- и Ts-диаграммах

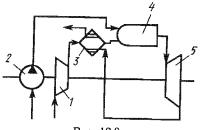
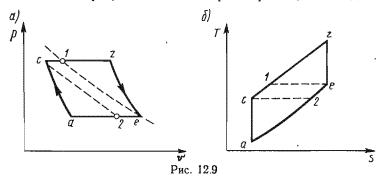


Рис. 12.8

цикла (рис. 12.9, a, b): a-c— адиабатное сжатие воздуха в компрессоре; c-l— изобарный подогрев воздуха в регенераторе; l-z—подвод теплоты при p=const в камере сгорания; z-e— адиабатное



Расширение газа в турбине; e-2 — отдача теплоты при p= const в Регенераторе; 2-a — отдача теплоты при p= const в окружающую среду.

Если предположить, что охлаждение газов в регенераторе происходит до температуры воздуха, поступающего в него с темпера. турой  $T_2 = T_c$ , то регенерация будет полной.

Термический клд цикла при полной регенерации, когда  $T_e$ — $T_2 = T_1 - T_c$ , определится по формуле

$$\eta_i = 1 - q_2/q_1,$$

где  $q_1 = c_p(T_z - T_1) = c_p(T_z - T_e);$   $q_2 = c_p(T_2 - T_1) = c_p(T_c - T_a),$  тогда

$$\eta_t = 1 - \frac{T_c - T_a}{T_z - T_e}.$$

При принятых параметрах цикла ГТУ с подводом теплоты при p = const

$$T_e = T_a \pi^{(k-1)/k}; \ T_z = T_a \pi^{(k-1)/k} \rho; \ T_e = T_a \rho$$
 и 
$$\eta_t = 1 - \frac{T_a}{T_e} = 1 - \frac{1}{\rho}.$$
 (12.5)

Эта формула показывает, что термический кпд цикла при полной регенерации зависит как от начальной температуры, так и от температуры в конце адиабатного расширения. Обычно двигатели работают не при полной регенерации, поэтому  $T_2 > T_c$ . При этом термический кпд цикла должен учитывать с т е п е н ь р е г е н е р ации, определяемую как отношение количества теплоты, переданного воздуху, к тому количеству теплоты, которое могло бы быть передано при охлаждении газов до температуры сжатого воздуха.

При наличии регенерации теплоты термический кпд

$$\eta_t = \frac{(\rho - 1)(\pi^{(k-1)/k} - 1)}{(\rho - 1)\pi^{(k-1)/k} - \sigma(\rho - \pi^{(k-1)/k})},$$
(12.6)

где  $\sigma = (T_1 - T_c)/(T_e - T_2)$  — степень регенерации.

При полной регенерации:  $T_2 = T_c$ ;  $T_1 = T_e$ ;  $\sigma = 1$ . При отсутствии регенерации:  $T_c = T_1$ ;  $\sigma = 0$ . Степень регенерации определяется качеством и площадью рабочих поверхностей теплообменника (реге-

нератора).

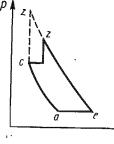


Рис. 12.10

Принципиально регенерацию теплоты можно осуществить и в ГТУ, работающей по циклу v = const. При этом характер цикла, как видно из рис. 12.10, изменяется. Подвод теплоты осуществляется как по изохоре, так и по изобаре.

В настоящее время регенерация теплоты находит практическое применение в основном в стационарных и реже в транспортных уста-

новках из-за большого веса и габаритов регенератора.

#### ГЛАВА 13

## ЦИКЛЫ РЕАКТИВНЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ

Законы истечения газов, описывающие превращение энергии давления в количество движения, находят в настоящее время важное применение в проектировании реактивных двигателей. В таких двигателях теплота, полученная от сгорания топлива, преобразуется в кинетическую энергию продуктов сгорания и используется для получения тяги. Сила тяги газов, вытекающих из сопла,

$$P = G(w - V), \tag{13.1}$$

где G — расход газов, кг/с; w — скорость истечения газов из сопла, м/с; V — скорость летательного аппарата, м/с. Тяга, отнесенная к расходу, называется у дельной.

Реактивные двигатели могут быть подразделены на две основ-

ные группы: .

воздушно-реактивные двигатели (ВРД) — бескомпрессорные и компрессорные;

ракетные двигатели (РД) — жидкостные и работающие на

твердом топливе.

Все типы реактивных двигателей применяют в современной авиации; развитие этих двигателей позволило создать космические аппараты, которые преодолели притяжение Земли, достигли Луны, Венеры, Марса и вышли на эллиптические орбиты вокруг Солниа.

# § 13.1. БЕСКОМПРЕССОРНЫЕ ВОЗДУШНО-РЕАКТИВНЫЕ ДВИГАТЕЛИ

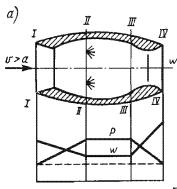
Бескомпрессорные ВРД делятся на прямоточные, в которых процесс сгоравия топлива происходит при p—const, и пульсирующие, в них сгорание топлива осуществляется при v—const.

В прямоточных двигателях (ПВРД) процессы протекают непрерывно. Сжатие воздуха в прямоточном двигателе осуществляется за счет скоростного напора. При этом входная часть двигателя при дозвуковых скоростях полета должна быть спрофилирована так, чтобы в зоне горения скорость потока была порядка 150 м/с. Это необходимо для обеспечения безотрывного процесса горения топлива, впрыскиваемого через форсунки в камеру сгорания. Постоянство давления в камере сгорания достигается подбором поперечных сечений камеры.

На рис. 13.1, а дана простейшая схема ПВРД для сверхзвуковых скоростей полета. На схеме показаны между сечениями *I—I* и *II—III*— входной диффузор, *II—II* и *III—III*— камера сгорания, *III—III* и *IV—IV*— сопло. В нижней части рис. 13.1, а дан график изменения давления и скорости газа по тракту двигателя. На ир-диаграмме теоретического цикла ПВРД (рис. 13.1, б) линия а-с соответствует процессу аднабатного сжатия воздуха в диффу-

воре, c-z — процессу изобарного подвода теплоты, z-e — адиабат. ному расширению продуктов сгорания в сопле, линия е-а ... охлаждению продуктов сгорания (отвода теплоты в окружающую среду). Как видно, цикл ПВРД со сгоранием при p = const ана. логичен циклу ГТУ со сгоранием при p = const. Поэтому термический кид цикла может быть определен по формуле (12.1)

$$\eta_t = 1 - \frac{1}{\pi_x^{(k-1)/k}}, \tag{13.2}$$



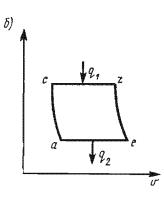


Рис. 13.1

где  $\pi_a = p_c/p_a$  — представляет собой степень повышения давления воздуха в диффузоре.

для адиабатного процесса сжатия  $T_c/T_a =$ Так как  $=(p_c/p_a)^{(k-1)/k}$ , то, составляя баланс энергии для диффузора по (9.1)

$$h_c - h_a = c_p (T_c - T_a) = (w_c^2 - w_a^2)/2$$
,

получим термический кпд ПВРД 
$$\eta_t = \frac{1}{1 + 2c_\rho T_a/(w_a^2 - w_c^2)}. \tag{13.3}$$

Как  $\pi_{n}$ , так и  $\eta_{t}$  возрастают с увеличением скорости полета, но с уменьшением скорости экономичность двигателя и тяга резко падают, а при нулевой скорости тяга будет равна нулю. Поэтому для запуска аппаратов с ПВРД требуются дополнительные стартовые двигатели. Области скоростей полета, целесообразных для применения прямоточного двигателя, лежат в диапазоне стей, в 2 ... 3 раза превышающих скорость звука.

В пульсирующих двигателях (ПуВРД) для осуществления процесса горения топлива при постоянном объеме необходимо в сечениях II-II и III-III (рис. 13.1, a) поставить паны, которые при горении топлива разобщают камеру сгорания, входной диффузор и реактивное сопло. Впрыск топлива осущест вляется периодически, когда эти клапаны закрыты.

Цикл ПуВРД аналогичен циклу ГТУ с подводом теплоты при v=const (см. рис. 12.5), где процесс a-c соответствует сжатию воздуха во входном диффузоре, c-z— подводу теплоты при сгорании топлива, z-e— расширению газа в сопле, процесс e-a— условному процессу выброса в атмосферу и охлаждению в ней (при p=const) продуктов сгорания.

Термический кпд пульсирующего двигателя можно определить

по формуле (12.4), полагая, что  $\pi = \pi_A$ .

Пульсирующий двигатель можно применять при меньших скоростях полета, чем прямоточный, но ненадежная работа клапанов в условиях высоких температур ограничивает возможности его применения.

#### § 13.2. КОМПРЕССОРНЫЕ ТУРБОРЕАКТИВНЫЕ ДВИГАТЕЛИ

Этот класс двигателей в настоящее время широко применяется в авиации. В турбореактивных двигателях (ТРД) сжатие воздуха осуществляется в диффузоре вследствие скоростного напора и в компрессоре (осевом или центробежном), имеющем высокую степень повышения давления. Из компрессора воздух подается в камеру сгорания, а затем продукты сгорания поступают на газовую турбину, где, расширяясь, совершают работу, идущую на привод компрессора. Окончательно расширение газа до атмосферного давления происходит в реактивном сопле.

На рис. 13.2, а представлена схема одноконтурного ТРД и график изменения параметров по тракту двигателя. Идеальный цикл этого двигателя по сравнению с прямоточным двигателем

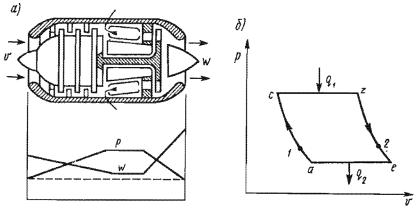


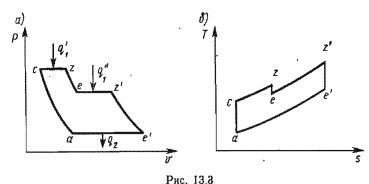
Рис. 13.2

Дополняется процессами, идущими в компрессоре и турбине (рис. 13.2, б). На pv-диаграмме линией a-1 изображен процесс сжатия в диффузоре, 1-c — сжатия в компрессоре, z-2 — расширения в Турбине, линией 2-e — расширения в реактивном сопле. Общая степень повышения давления  $n = \pi_{\mu} \pi_{\kappa} = p_{c}/p_{a}$ . Термический клд

ТРД может быть определен по формуле (12.1), из которой видно, что эффективность этого двигателя будет определяться степенью

повышения давления в диффузоре и компрессоре.

Турбореактивный двигатель с форсажной камерой (ТРДФ) отличается от рассмотренного выше ТРД наличием форсажной камеры между турбиной и реактивным соплом. В эту камеру подается дополнительное количество топлива через специальные форсунки, и процесс горения идет в потоке, содержащем кислород, не использованный при горении топлива в основной камере. Подвод теплоты носит ступенчатый характер (рис.



13.3, a, b). Повышение температуры в форсажной камере увеличивает располагаемый теплоперепад в реактивном сопле, а следовательно, скорость истечения и тягу двигателя. ТРДФ обычно предназначаются для сверхзвуковых скоростей полета.

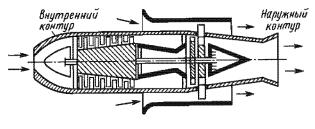
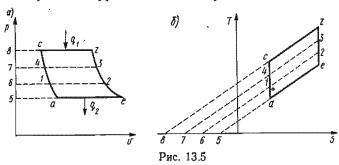


Рис. 13.4

Двухконтурные турбореактивные двигатели (ТРДД) становятся доминирующими силовыми установками в дозвуковой и сверхзвуковой авиации. По сравнению с однокон турными ТРД и турбовинтовыми двигателями ТРДД имеют ряд преимуществ и, в частности, возможность увеличения термического кпд путем реализации более высоких степеней повышения давления и температуры газов перед турбиной.

Принципиальная схема ТРДД с раздельными потоками приведена на рис. 13.4, теоретический цикл— на рис. 13.5. Термодинамический цикл с подводом теплоты при p—const реализуется во внутреннем контуре, часть работы расширения (участок 3-2 адиабаты) идет на сжатие вентилятором воздуха второго (наружного) контура. Второй контур выступает в ТРДД в роли дополнительного движителя.

На рис. 13.5, а работа компрессора численно равна пл. ас85, работа вентилятора — пл. 1476, работа турбины — пл. 2378, располагаемая работа внутреннего контура — пл. 2е56, располагаемая работа наружного контура — пл. 3267. На рис. 13.5 б: работа сжатия в компрессоре — пл. ас85; работа сжатия в вентиляторе — пл. 1476; работа расширения в турбине — пл. 2378; работа расширения в реактивном сопле внутреннего контура — пл. 2е56; работа расширения в турбине вентилятора — пл. 3267.



В этой схеме ТРДД турбина вентилятора приводит вентилятор, поэтому

$$l_{7.8} = ml_8$$
, или  $h_3 - h_2 = m(h_4 - h_1)$ .

Работа цикла ТРДД с раздельными контурами  $l_{
m u} \! = \! q_1 \! - \! q_2 \! = \! l_{
m r} \! - \! l_{
m r_s}$  вли

$$l_{u} = (h_{z} - h_{c}) - (h_{e} - h_{a}) = (h_{z} - h_{2}) + m(h_{3} - h_{2}) - (h_{c} - h_{a}) = m(h_{3} - h_{2}) - (h_{2} - h_{e}),$$

$$(13.4)$$

где  $m = G_{\text{в.в}}/G_{\text{в.д}}$  — степень двухконтурности (отношение расходов воздуха через вентилятор и основной двигатель).

Термический кпд имеет вид

$$\eta_t = \frac{q_1 - q_2}{q_1} = 1 - \frac{h_e - h_a}{h_z - h_c} = \frac{l_{\pi}}{q_1}.$$
 (13.5)

Требованиям высокой экономичности удовлетворяет цикл ТрДД при оптимальном выборе  $\pi$  и  $\pi_s$  ( $\pi_s$ — степень повышения давления в вентиляторе), m и температуры газа перед турбиной.

 ${
m Y}$ меньшение скоростей истечения в реактивных соплах внут. реннего и наружного контуров позволяет повысить полетный кпл и вместе с тем снизить удельные расходы топлива.

#### **§ 13.3. ЦИКЛ ЖИДКОСТНО-РЕАКТИВНОГО ДВИГАТЕЛЯ**

Жидкостно-реактивным двигателем (ЖРД) называется двигатель, создающий силу тяги вследствие вытекания из сопла продуктов сгорания жидкого топлива. ЖРД получили в настоящее время широкое распространение как силовые установки самолетов, баллистических снарядов, ракет. Они применяются также для бурения скважин в твердых породах.

Жидкостно-реактивный двигатель (рис. 13.6) состоит из каме-

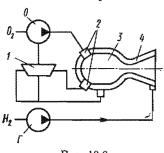


Рис. 13.6

ры сгорания 3 с соплом 4, окруженных охлаждающей рубашкой, системы подачи топлива 1, в которую входят баки, насосы, агрегаты управления. Рабочие компоненты топлива подаются в камеру сгорания через форсунки 2, перемешиваются там и сгорают. Продукты сгорания расширяются в сопловом канале. При этом часть теплоты, которой они обладают, превращается в кинетическую энергию. Скорость истечения газов увеличивается, а давление падает от давления в камере

сгорания до давления окружающей среды (при полном расширении).

Равнодействующая от сил давления, приложенных камеры сгорания и сопла, создает силу, направленную в сторону, противоположную истечению, -- силу тяги двигателя.

Сила тяги получается непосредственно без каких-либо промежуточных устройств. Она равна

$$P = Gw, \tag{13.6}$$

где G — расход топлива, кг/с; w — скорость в выходном сечении сопла. м/с.

Рассмотрим цикл ЖРД с газогенерацией, когда рабочее тело турбины, связанной с насосом горючего  $\Gamma$  и окислителя O(ТНА), получается в жидкостных газогенераторах. В схеме ЖРД (рис. 13.6) роль газогенератора играет охлаждающая рубашка, в которой жидкий водород превращается в газообразный. Генераторный газ после турбины направляется в камеру сгорания.

Работа турбины ТНА  $l_{\rm T} = {\rm пл.} \ 3562$  (рис. 13.7, a) равна работе насосов  $l_{\rm H} =$  пл. 1ac2. Пл. 2c43 — работа, затраченная на преодоление сопротивления в тракте горючего. Количество теплоты, подводимой к основной камере, складывается из теплоты генераторного газа  $q_1'$  и теплоты дожигания  $q_1''$ , так что  $q_1 = q_1' + q_1''$ .

Процесс горения топлива идет при постоянном давлении и непрерывном увеличении объема продуктов сгорания. Следовательно, процесс горения в основной камере можно представить изобарой c-z (рис. 13.7). После этого продукты сгорания поступают в реактивное сопло и расширяются до конечного давления (процесс z-e). Отработавшие газы выбрасываются из сопла в окружающую среду, унося с собой заключенную в них теплоту.

При изучении идеального цикла считают, что  $l_{\tau} = l_{\text{н}}$ . Циклы считают обратимыми, так как процесс горения отождествляется с подводом эквивалентного количества теплоты при p = const, а процесс выброса газов в окружающую среду — с отводом эквива-

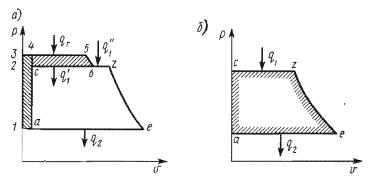


Рис. 13.7

ментного количества теплоты от рабочего тела также при  $p = -\cos t$ . Рабочее тело, участвующее в цикле, рассматривается как идеальный газ с постоянной теплоемкостью. Диаграмма идеального цикла в координатах p,v имеет вид, показанный на рис. 13.7, б. Площадь acze представляет собой работу цикла.

Параметром цикла является степень расширения газа  $\delta = p_e/p_z$ .

Термический кпд цикла

$$\eta_i = 1 - \frac{q_2}{q_1} \,,$$

где  $q_1 = c_\rho (T_z - T_c)$ ;  $q_2 = c_\rho (T_e - T_a)$ . Так как в идеальном цикле  $T_a$  и  $T_c$  малы по сравнению с  $T_z$  и  $T_e$ , то  $q_1 = c_\rho T_z$ ,  $q_2 = c_\rho T_e$  и

$$\eta_t = 1 - \frac{T_e}{T_z} = 1 - \frac{1}{T_z/T_e}.$$

Если расширение газа в идеальном цикле осуществляется по адиабате, то, произведя замену

$$\frac{T_e}{T_z} = \left(\frac{p_e}{p_z}\right)^{(k-1)/k} = \left(\frac{p_e}{p_z}\right)^{(k-1)/k},$$

найдем

$$\eta_t = 1 - \delta^{(k-1)/k}. \tag{13.7}$$

Таким образом, термический кпд цикла определяется при пол. ном расширении только степенью расширения и при увеличении последней увеличивается. По мере увеличения степени расширения рост термического кпд замедляется и применение высоких давлений в камере сгорания нецелесообразно, так как необходимо будет делать ее с более толстыми стенками, а следовательно, и утяжелять двигатель.

Большие значения показателя адиабаты k дают больший термический кпд. Повышения k можно достигнуть, увеличив в продуктах сгорания наличие одноатомных или легких газов.

С другой стороны, термический клд цикла равен отношению теоретической работы цикла  $l_{\rm q} = w^2/2$  к подведенному количеству теплоты  $q_1 = h_z - h_c$  и тогда

$$\eta_t = \frac{w^2}{2(h_z - h_c)} \ . \tag{13.8}$$

Таким образом, термический кпд можно связать непосредственно со скоростью в выходном сечении сопла, а следовательно, и с тягой ЖРД при единичном расходе топлива.

#### ГЛАВА 14

## циклы паросиловых установок

Паросиловые установки занимают ведущее место в общей энергетике страны. Рассмотрению циклов паросиловых установок и установлению их термодинамических особенностей посвящена настоящая глава.

### § 14.1. ЦИКЛ РАНКИНА

Так как для обеспечения замкнутого парового цикла Карно необходимо сжимать насыщенный пар, а не воду (причем парокомпрессор будет потреблять значительную часть работы, производимую установкой), то за идеальный цикл паросиловой установки принят не цикл Карно, а другой, называемый циклом Ранкина.

Этот цикл может быть осуществлен в паросиловой установке (рис. 14.1). В паровом котле 1 за счет теплоты сгорающего в топке топлива происходит процесс парообразования; пар необходимых параметров получается в пароперегревателе 2. Из пароперегревателя 2 пар поступает в паровую машину или турбину 3, где происходит преобразование теплоты в работу. Отработанный пар направляется в конденсатор 4 (холодильник), где отдает часть теплоты охлаждающей воде и конденсируется. Полученный конденсат насосом 5 подается обратно в котел.

На рис. 14.2, а, б изображен цикл Ранкина для перегретого пара на pv- и Ts-диаграммах. В паровом котле при давлении pi

происходит подогрев и испарение воды (при  $p_1$ —const) — процесс a-b, а в пароперегревателе идет изобарный перегрев пара до температуры  $T_1$  — процесс b-e. Таким образом, из котла и пароперегревателя пар выходит с параметрами  $p_1$ ,  $T_1$ ,  $h_1$ . Предполагается, что от котла до турбины  $p_1$ —const.

Далее в машине (турбине) происходит адиабатное расширение

дара до давления  $p_2$  (процесс e- $\hat{f}$ ). После расширения температура пара равна  $T_2$ , а энтальния отработавшего пара  $h_2$ . При этих параметрах начнется изобарный процесс конденсации пара (процесс f-d), в результате которого получится вода при температуре  $T_2$  с энтальпией  $h_2$ . Конденсат после адиабатного сжатия от давления  $p_2$  до давления  $p_1$  в питательном насосе поступает в котел.

Если пренебречь работой, которая затрачена на питательный насос,  $l_{\text{nac}} = \text{пл. } madn \ (pv-$ диаграмма) или  $l_{\text{nac}} = \text{пл. } da'a \ (Ts-$ диаграмма),

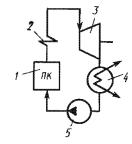
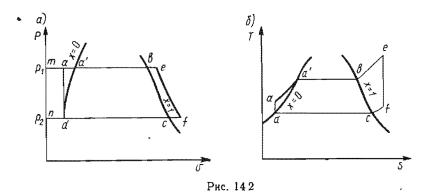


Рис. 14.1

т. е. считать, что изобары жидкостей совпадают с левой пограничной кривой, то работа, получаемая от машины (турбины),

$$l_{\tau} = h_1 - h_2. \tag{14.1}$$



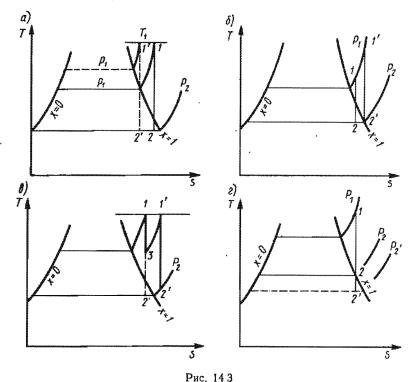
Теплота, эквивалентная этой работе, изображается на *Ts-*диаграмме пл. a'befda'.

Термический кпд цикла Ранкина

$$\eta_t = \frac{l_r}{q_1} = \frac{h_1 - h_2}{h_1 - h_2}. \tag{14.2}$$

В числителе формулы (14.2) стоит количество теплоты, превращенной в полезную работу цикла, а в знаменателе — все подводимое к рабочему телу количество теплоты.

Из Ts-диаграммы видно, что увеличение начального давления пара при неизменных значениях  $T_1$  и  $T_2$  приводит к повышению температуры насыщения. Следовательно, средняя температура подвода теплоты возрастает и должен возрасти термический кид цикла (рис. 14.3, a).



Термический кпд цикла должен возрасти, если при других неизменных параметрах цикла увеличить перегрев пара, а следовательно, увеличить среднюю температуру подвода теплоты (рис. 14.3, 6). В настоящее время температура перегрева доходит до 840...920 K, существенно увеличивая термический кпд цикла.

Перегрев пара одновременно уменьшает конечную влажность. Влага в турбинах приводит к дополнительным потерям при расширении, а кроме того, вызывает эрозию лопаток турбин, поэтому при больших начальных давлениях перегрев пара необходим. В некоторых случаях прибегают к промежуточному перегреву пара (после расширения пара в начальной ступени турбины) (рис. 14.3, в). При неизменных  $p_1$  и  $T_1$  в цикле уменьшение конечного давления приводит к повышению кпд цикла, так как в этом случае возрастает располагаемый теплоперепад на турбине  $(h_1-h_2)$ 

трис. 14.3, г). Для уменьшения конечного давления р2 на выходе пара из турбины создают разрежение с помощью конденсатора.

Средством повышения термического кид являются reнерация теплоты в цикле, применение бинарных циклов и т. д.

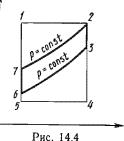
#### § 14.2. ЦИКЛ ПАРОГАЗОВОЙ УСТАНОВКИ

Парогазовый цикл представляет собой бинарный цикл, в котором испольмуются два рабочих тела — продукты сгорания и водяной пар. В газовом цикле температура газов на входе в турбину 900 ... 1000°С, а на выходе 350°С и более. В паросиловых установках температура перегретого пара достигает 600 ... "650°С, но зато температура воды в конденсаторе будет всего лишь 25 ... 30°С. Таким образом, в бинарном цикле можно осуществить перепад температур знаинтельно больший, чем в каждом из отдельных циклов, и тем самым увеличить термический клд цикла.

Идеальный цикл парогазовой установки показан на рис. 14.4, где 1-2 — изотермический подвод теплоты к газу ст горячего источника; 2-3 — адиабатное расширение газа: 3-6 — изобарный отвод теплоты от газа; 6-1 — 1

сжатие газа; 3-4 — адиабатное расширение пара; 4-5 — изотермический отвод теплоты в холодный источник от водяного пара: 5-6 — адиабатное сжатие воды; 6-3 — изобарный подвод теплоты к пару.

Практическая реализация изотермического подвода теплоты в газовом цикле 1-2-3-6-1 может быть осуществлена в результате многоступенчатого подвода теплоты, а изотермический отвод теплоты в паровом цикле 3-4-5-6-3



может быть осуществлен в процессе конденсации водяного пара (процесс 4-5). Передача теплоты от продуктов сгорания к водяному пару осуществляется в теплообменнике. Газовый цикл в такой схеме является открытым (продукты сгорания удаляются в атмосферу), а паровой — закрытым.

Рабочим телом в закрытом цикле может быть не только вода, но и углекислота или другие вещества, утилизирующие газового цикла.

Газовый цикл осуществляется и в виде цикла газотурбинной установки с подводом теплоты при p=const. На рис. 14.4 этот цикл изображен пл. 72367.

Газовый и паровой циклы могут быть объединены в газопаровом цикле (рабочим телом такого цикла является парогазовая смесь, состоящая из продуктов сгорания и водяного пара). В парогазовых установках впрыск воды перед турбиной приводит к снижению температуры газов и одновременно к увеличению энтальпии рабочего тела, так как удельная энтальпия воды больше, чем у продуктов сгорания. Такой цикл был предложен академиком С. А. Христиановичем.

#### ГЛАВА 15

## ЦИКЛЫ ХОЛОДИЛЬНЫХ МАШИН. ТЕПЛОВОЙ НАСОС

В холодильных установках происходит процесс передачи теплоты от охлаждающего тела к окружающей среде. Этот процесс осуществляется рабочим телом холодильной машины — так называемым холодильным агентом (хладоагентом). Эффективность цикла холодильной машины определяется холодильным коэффициентом  $\varepsilon$ , равным отношению количества теплоты  $q_2$ , отведенного от охлаждаемого тела, к затраченной работе  $l_{\rm u}$ . В обратных циклах затрата внешней работы представляет собой компенсационный процесс (см. § 5.1), необходимый для осуществления такого цикла.

Холодильный коэффициент для 1 кг хладоагента, участвующего в цикле,

$$\varepsilon = q_2/l_{\text{u}}.\tag{15.1}$$

Если осуществляется обратный цикл Карно в интервале температур  $T_1$ — $T_2$ , в ходе которого отбирается от холодильного источника теплота  $q_2$  и передается источнику (окружающей среде) теплота  $q_1$ , то на основании (15.1) и (5.3) имеем

$$\varepsilon_{\kappa} = \frac{q_2}{q_1 - q_2} = \frac{T_2}{T_1 - T_2} \,. \tag{15.2}$$

Формула (15.2) показывает, что  $\varepsilon_{\kappa}$  зависит от температуры  $T_2$  и температуры окружающей среды  $T_1$ . Можно доказать, как и ранее, что холодильный коэффициент цикла Карно не будет зависеть от выбора рабочего тела цикла.

Для определения работы и мощности, необходимой для осуществления обратного цикла, надо знать холодопроизводительность Q — количество теплоты, которое отводится от охлаждаемого тела в единицу времени, Дж/с:

$$L = Q/\epsilon;$$
 (15.3)

$$N = L/1000.$$
 (15.4)

Единица работы — Дж/с, единица мощности — кВт.

## § 15.1. ЦИКЛ ВОЗДУШНОЙ ХОЛОДИЛЬНОЙ МАШИНЫ

Особенность воздушных холодильных машин состоит в том, что воздухимея малую теплоемкость, обеспечивает сравнительно небольшую холодильную мощность, а поэтому для нормальной работы установки требуются большие массовые расходы воздуха.

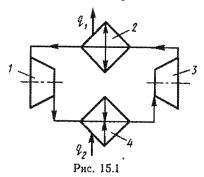
Основными элементами установки для получения холода (рис. 15.1) являются компрессор 3 и детандер 1. Кроме них имеются

два теплообменных аппарата, в одном из них — рефрижераторе 4 воздух воспринимает теплоту от охлаждаемой емкости, а во втором — холодильнике 2 отдает теплоту окружающей среде или воде холодильника.

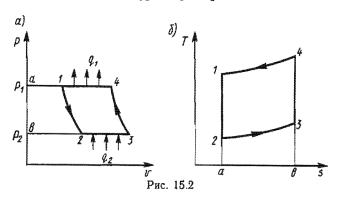
Процессы в холодильнике и рефрижераторе идут при постоянном давлении, если пренебречь гидравлическими сопротивления-

ми. В компрессоре давление повышается от  $p_1$  до  $p_2$ , в детандере падает от  $p_2$  до  $p_1$ , причем процессы сжатия и расширения считают адиабатными. Таким образом, идеализированный цикл холодильной машины состоит из двух изобар и двух адиабат (рис. 15.2, a, b). Этот цикл называется циклом Лоренца.

Расчет цикла проводится следующим образом. Количество теплоты, отбираемое воздухом от охлаждаемой емкости (холодного источника) в изобарном процессе 2-3,



 $q_2 = (h_3 - h_2). (15.5)$ 



Количество теплоты, отдаваемое воздухом в окружающую среду (охлаждающей воде) в изобарном процессе 4-1,

$$q_1 = (h_4 - h_1). (15.6)$$

Считая воздух идеальным газом с постоянной теплоемкостью, найдем

$$q_2 = c_p(T_3 - T_2); \quad q_1 = c_p(T_4 - T_1),$$
 (15.7)

а работа, необходимая для осуществления цикла,

$$l_{a} = c_{p} [(T_{4} - T_{1}) - (T_{3} - T_{3})], \tag{15.8}$$

Подставляя значения  $q_2$  и  $l_{\rm u}$  в формулу (15.1), получим

$$\varepsilon = \frac{T_3 - T_2}{(T_4 - T_1) - (T_3 - T_2)},\tag{15.9}$$

или

$$\varepsilon = \frac{1}{(T_4 - T_1)/(T_3 - T_2) - 1} \,. \tag{15.10}$$

Для адиабатного процесса 3-4 можно записать

$$\frac{T_4}{T_3} = \left(\frac{p_4}{p_3}\right)^{(k-1)/k} \tag{15.11}$$

и аналогично для адиабатного процесса 1-2

$$\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{(k-1)/k}.$$
 (15.12)

Так как для изобарных процессов 4-1 и 2-3  $p_1$ = $p_4$  и  $p_2$ = $p_3$ , то из (15.11) и (15.12) имеем

$$\frac{T_4}{T_3} = \frac{T_1}{T_2}; \quad \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_1} = \frac{T_1}{T_2}.$$

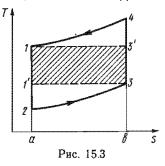
Тогда уравнение (15.10) можно переписать в виде

$$\varepsilon = \frac{1}{T_1/T_2 - 1} \,, \tag{15.13}$$

или

$$\varepsilon = \frac{1}{(p_1/p_2)^{(k-1)/k} - 1} . \tag{15.14}$$

Таким образом холодильный коэффициент цикла зависит только от отношения давлений  $p_1/p_2$ . При постоянных температурах



окружающей среды и охлаждаемой емкости рассматриваемый цикл является внешне необратимым. Это вызвано тем, что изобарные процессы теплообмена протекают при конечной разности температур, поэтому холодильный коэффициент этого цикла по сравнению с холодильным коэффициентом цикла Карно меньше.

Из рис. 15.3 видно, что в обратном цикле Карно отбирается теплоты больше, чем в цикле Лоренца: пл. 1'3ba1' > лл. 23ba2, а работа, затрачиваемая в

цикле воздушной холодильной установки, больше, чем в обратном цикле Карно: пл. 12341>пл. 11'33'1.

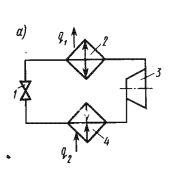
В настоящее время воздушные холодильные установки не применяют на практике для получения холода при умеренных температурах. Они уступили здесь ведущую роль парокомпрессорным холодильным машинам.

## § 15.2. ЦИКЛ ПАРОКОМПРЕССОРНОЙ ХОЛОДИЛЬНОЙ МАШИНЫ

В парокомпрессорных холодильных установках в основном осуществляются же процессы, что и в воздушной холодильной машине. Но благодаря тому, что рабочее тело цикла — низкокипящая жидкость, можно холодильный цикл расположить в двухфазной области состояний, в которой изобарные процессы теплообмена будут прометкать изотермически. Кроме того, понижение давления в цикле можно осуществить ле в детандере, а в дроссельном вентиле, в котором процесс дросселирования влажного пара сопровождается понижением температуры.

На рис. 15.4, *а, б* даны схема паровой холодильной установки и ее цикл на *Ts*-диаграмме.

Процесс работы установки осуществляется следующим образом (рис. 15.4, a). В компрессоре 3 происходит адиабатное сжатие пара (процесс 3-4 на рис. 15.4,  $\delta$ ), а затем пар направляется



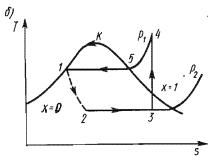


Рис. 15.4

в конденсатор 2, в котором вначале происходит охлаждение при p—const перегретого пара (процесс 4-5), а затем полная конденсация пара (процесс 5-1). Жидкость при температуре  $T_1$  и соответствующем давлении насыщения направляется к дроссельному вентилю 1, где происходит процесс дросселирования (процесс 1-2). Из дроссельного вентиля выходит влажный пар. Поступая затем в испаритель 4, влажный пар воспринимает теплоту, а содержащаяся в нем жидкость испаряется (процесс 2-3). Из испарителя пар направляется снова в компрессор.

Холодильный коэффициент этой установки

$$\varepsilon = q_2/l_{\rm u}. \tag{15.15}$$

Количество теплоты  $q_2$ , воспринимаемое паром в испарителе (процесс 2-3),

$$q_2 = h_3 - h_2. (15.16)$$

Работа, затрачиваемая в цикле, равна работе компрессора (расширение в дросселе идет без отдачи внешней работы и  $h_1 = h_2$ ):

$$l_{u} = h_{4} - h_{3}. \tag{15.17}$$

Подставляя значения  $q_2$  и  $l_{\rm q}$  в уравнение (15.15), получим

$$\varepsilon = (h_3 - h_2)/(h_4 - h_3).$$
 (15.18)

Значение этого холодильного коэффициента отличается на 15 ... 20% от холодильного коэффициента  $\epsilon_{\kappa}$  цикла Карно и значительно выше, чем у воздушных холодильных машин.

Таким образом, парокомпрессорная холодильная машина по сравнению с воздушной холодильной установкой имеет более вы-

сокое значение є, а также холодопроизводительность.

В качестве хладоагентов применяют аммиак  $NH_3$ , диоксид углерода  $CO_2$ , хлористый метил  $CH_3Cl$  и так называемые фреоны — фторхлорпроизводные простейших предельных углеводородов ( $CF_4$ ,  $CClF_3$ ,  $CCl_3F_2$  и т. п.).

### § 15.3. ЦИКЛ ТЕПЛОВОГО НАСОСА

В процессе работы холодильной установки теплота перекачивается к горячему источнику, повышая его температуру. Таким образом, холодильный цикл можно использовать в целях отопления. Работающая таким образом холодильная установка представляет собой тепловой насос. Тепловой насос забирает теплоту не из охлаждаемой емкости, а из окружающей среды. За счет затраты работы в обратном цикле температура теплоносителя повышается.

Эффективность теплового насоса оценивается отопительным коэффициентом

$$\varphi = q_1/l_{\rm u},\tag{15.19}$$

где  $q_1$  — количество теплоты, сообщаемое нагреваемому объекту;  $l_n$  — работа, подводимая в цикле.

Если в целях отопления используют определенную холодильную машину с холодильным коэффициентом  $\varepsilon$ , то  $q_1 = q_2 + l_{\mathrm{u}}$ ,  $\varepsilon = -q_2/l_{\mathrm{u}}$ . Тогда

$$\varphi = \varepsilon + 1. \tag{15.20}$$

Следовательно, чем выше холодильный коэффициент, тем выше и отопительный коэффициент.

Так как в тепловом насосе  $q_1 > l_{\text{ц}}$ , то и  $\phi > 1$ . Значение отопительного коэффициента в реальных тепловых насосах равно 3 ... 5.

Если бы тепловой насос работал по циклу Карно, то с учетом формул (15.2) и (15.20)

$$\varphi = T_1/(T_1 - T_2). \tag{15.21}$$

При постоянной температуре нижнего источника теплоты  $T_2$  эффективность теплового насоса будет зависеть от температуры, при которой рабочее тело отдает теплоту в отопительную систему. Этой температурой и нужно руководствоваться при выборе теплоносителя.

#### ГЛАВА 16

# МАКСИМАЛЬНАЯ РАБОТА. ЭКСЕРГЕТИЧЕСКИЙ МЕТОД ИССЛЕДОВАНИЯ

Если рабочее тело не находится в термодинамическом равновесни с окружающей средой, то максимальная работа будет получена при обратимом равновесном процессе перехода в состояние равновесия с окружающей средой.

Для определения максимальной работы рассмотрим расширенную изолированную систему, состоящую из рабочего тела (источника работы) и окружающей среды. Для того чтобы рабочее тело (система) пришло в равновесие со средой, необходимо изменить внутреннюю энергию за счет отвода или подвода теплоты или же за счет совершения работы, так как, по первому закону термодинамики,

$$dU = dQ - dL$$
.

Подвод теплоты внешней среде (или отвод) происходит при постоянной температуре, равной температуре окружающей среды  $T_0$ . Если процесс обратим, то рабочее тело получит и отдаст теплоту при этой же температуре. Тогда, по второму закону термодинамики,

$$dQ = T_0 dS$$
.

Определим максимальную работу, которая складывается из той работы, которую совершит замкнутая термодинамическая система, и работы  $p_0 \operatorname{d} V$ , пошедшей на преодоление давления  $p_0$  окружающей среды.

Элементарная максимальная работа

$$dL_{\max} = T_0 dS - dU - p_0 dV \qquad (16.1)$$

или после интегрирования

$$L_{\text{max}} = (U_1 - U_2) - p_0(V_2 - V_1) - T_0(S_{o_1} - S_{o_2}), \tag{16.2}$$

где индексы 1 и 2 характеризуют состояние рабочего тела (системы) вначале и после приведения его в состояние равновесия с окружающей средой; разность  $U_1 - U_2$  представляет собой работу системы в адиабатном процессе изменения состояния;  $p_0(V_1 - V_2)$  — работу системы над окружающей средой;  $T_0(S_{0_2} - S_{0_1})$  — теплоту, переданную от источника работы окружающей среде и пошедшую на приращение энтропии среды.

При обратимом изменении состояния расширенной системы изменение энтропии равно нулю:

$$(S_{o_2} - S_{o_1})_{o6p} + (S_2 - S_1) = 0 (16.3)$$

H

$$\Delta S_{\text{nfp}} = (S_{0_2} - S_{0_1})_{\text{nfp}} = S_1 - S_2 = 0, \tag{16.4}$$

где  $S_{0_2}$ — $S_{0_1}$ — изменение энтропии окружающей среды;  $S_1$ — $S_2$ — изменение энтропии рабочего тела (системы).

Тогда максимальная полезная работа, произведенная изолированной системой, т. е. работоспособность

$$L_{\text{max}} = (U_1 - U_2) - p_0(V_2 - V_1) - T_0(S_1 - S_2). \tag{16.5}$$

Из уравнения (16.5) следует, что максимальная работа, которую можно получить от рассматриваемой системы (рабочего тела), будет определяться начальным состоянием рабочего тела в процессе производства работы, но не будет зависеть от характера процесса изменения состояния рабочего тела. Следовательно, максимальная работа представляет собой функцию состояния системы.

При необратимом изменении состояния расширенной системы, когда

$$(S_{o_1} - S_{o_1}) + (S_2 - S_1) > 0;$$
 (16.6)

$$\Delta S_{\text{Heof}} = (S_{0} - S_{0}) - (S_{1} - S_{2}), \tag{16.7}$$

где  $\Delta S_{\text{neod}}$  — увеличение энтропии системы в результате протекающих в ней необратимых процессов.

Работа системы в случае необратимости протекающих в ней процессов — полезная работа:

$$L = L_{\text{max}} - T_0 \Delta S_{\text{Heof}}, \qquad (16.8)$$

где  $T_0\Delta S_{\text{neo}5}$  — потеря работоспособности системы. Уравнение

$$\Delta L = T_0 \Delta S_{\text{Heof}} \tag{16.9}$$

называют уравнением Гюи — Стодолы. Задача определения  $\Delta S_{\text{необ}}$  должна решаться отдельно для каждого реального процесса.

Метод исследований, основанный на анализе потерь работоспособности в процессах, называют эксергетическим.

#### § 16.1. ПОТЕРИ РАБОТОСПОСОБНОСТИ В ЦИКЛАХ

Свойство увеличения энтропии системы может быть использовано для определения потерь, возникающих вследствие необратимых явлений в процессах, и в частности в процессах преобразования теплоты и работы, т. е. в циклах.

Работа в необратимом цикле будет меньше, чем в обратимом, и уменьшение работы, совершаемой в цикле, так же как и увеличение энтропии, может служить мерой необратимости процессов, происходящих с рабочим телом цикла. Максимальное количество полезной работы в цикле при данных источниках теплоты называется работоспособностью, или эксергией, теплоты.

Очевидно, максимальную работу в цикле Карно можно получить за счет теплоты, отводимой от горячего источника с температурой T, и используя окружающую среду в качестве холодного

источника с температурой  $T_0$ . Пусть источник выделил бесконечно малое количество теплоты dQ, при этом в работу превратится лишь часть теплоты  $(1-T_0/T)dQ$ , остальная часть  $(T_0/T)dQ$  будет передана окружающей среде. Таким образом, максимальное количество работы от теплоты dQ с температурой T

$$dL_{\text{max}} = (1 - T_0/T) dQ.$$
 (16.10)

Следовательно, при постоянной температуре горячего источника

$$L_{\text{max}} = Q (1 - T_0/T).$$
 (16.11)

Таким образом, качество теплоты, т. е. ее ценность, зависит от температуры и определяется коэффициентом качества теплоты, равным  $(1-T_0/T)$ . Коэффициент качества теплоты определяет, какая часть ее может быть превращена в работу. Эксергия (работоспособность) теплоты при температуре окружающей среды равна нулю.

В случае переменной температуры горячего источника

$$L_{\text{max}} = Q - T_0 \int_{A}^{B} \frac{dQ}{T} = Q - T_0 \Delta S,$$
 (16.12)

где  $\Delta S$  — уменьшение энтропии горячего источника;  $T_0 \Delta S$  — теплота, не превращенная в работу.

В отличие от цикла Карно A-B-C-D (рис. 16.1) в произвольмом необратимом цикле a-b-c-d будут происходить потери теплоты вследствие того, что:

температура горячего источника больше температуры рабочего тела; т.

температура рабочего тела больше температуры холодного источника;

в рабочем теле протекают необратимые процессы, связанные с увели- $T_0 = T_2$  чением энтропии (трение в рабочем теле в процессах сжатия d-a и расширения b-c).

Первые два вида потерь связаны с процессом теплообмена при конечной разности температур. При этом в рабочем теле не будет равновесного со-

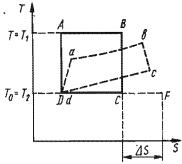


Рис. 16.1

стояния во всей его массе и цикл будет внешне необратимым. (При внешне необратимых процессах состояние рабочего тела в каждой точке мало отличается от равновесного и характеризуется определенными значениями термодинамических параметров так же, как в равновесных процессах.)

Изменение энтропии в неравновесных процессах теплообмена вследствие подвода (отвода) теплоты к рабочему телу может быть определено по формуле (16.7). Изменение энтропии вследст-

вие трения может быть определено по количеству теплоты, выделившейся в процессе с трением.

Приращение энтропии системы за цикл равно приращению энтропии от каждого из составляющих процессов  $\Delta S^* = \Sigma \Delta S$ . Потеря работоспособности вследствие необратимости подсчитывается как произведение температуры окружающей среды на изменение энтропии системы:

$$\Delta L = T_0 \Delta S^*. \tag{16.13}$$

Полезная работа в необратимом цикле а-b-c-d

$$L = L_{\text{max}} - T_0 \Delta S^*, \tag{16.14}$$

причем  $L_{\max} = Q_1 - Q_2$  представляет собой работу в обратимом цикле, а  $T_0 \Delta S^*$  — потерю работоспособности.

Таким образом, полезная работа необратимого цикла меньше работы обратимого цикла на величину, равную произведению абсолютной температуры теплоприемника (т. е. окружающей среды) на приращение энтропии всей системы. Относительный эффективный кпд необратимого цикла

$$\eta_{o_e} = \frac{L}{L_{\text{max}}} = 1 - \frac{T_0 \Delta S^*}{L_{\text{max}}}.$$
(16.15)

Если считать, что максимальная работа в цикле Карно А-В-С-D

$$L_{\max} = Q_1 \eta_t = Q_1 \left( 1 - \frac{T_2}{T_1} \right)$$
,

где  $Q_1$  — количество теплоты, переданное рабочему телу от горячего источника;  $T_1$  — температура горячего источника;  $T_2$  — температура окружающей среды, то

$$\eta_{o_e} = 1 - \frac{T_2}{T_1} - \frac{T_2 \Delta S^*}{Q_1}. \tag{16.16}$$

При анализе потерь полезной работы необходимо помнить, что изменение энтропии рабочего тела за цикл равно нулю (цикл замкнут). И общая потеря равна сумме потерь работоспособности (эксергии), а не работы. Это имеет принципиальное значение для оценки совершенства действительных процессов в отдельных частях двигателя.

## § 16.2. ПОТЕРИ РАБОТОСПОСОБНОСТИ (ЭКСЕРГИИ) ПОТОКА

К оценке потерь в потоке может быть применен эксергетический метод, для этого необходимо лишь иметь значения эксергии в двух сечениях дотока.

Рассмотрим установившийся поток рабочего тела. Источник работы (поток) имеет на входе в канал параметры  $u_1$ ,  $v_1$ ,  $s_1$ ,  $T_1$ ,  $p_1$  и на выходе из канала параметры  $u_2$ ,  $v_2$ ,  $s_2$ ,  $T_2$ ,  $p_2$ . Параметры внешней среды обозначим через  $u_0$ ,  $v_0$ ,  $s_0$ ,  $T_0$ ,  $p_0$ .

Максимальная работа, которую может совершить поток при отсутствии равновесия с окружающей средой, должна увеличиться на величину, потраченную на преодоление давления окружающей среды  $p_1v_1 - p_0v_1 = v_1(p_1 - p_0)$ . Величина  $v_1(p_1 - p_0)$  представляет собой работу проталкивания в окружающую среду.

Таким образом, учитывая выражение (16.5), удельная работа установившегося потока в результате обратимого перехода из со-

стояния 1 в состояние 0

$$l_{\text{max}} = (u_1 - u_0) - p_0(v_0 - v_1) - T_0(s_1 - s_0) + v_1(p_1 - p_0) =$$

$$= (u_1 + p_1v_1) - (u_0 + p_0v_0) - T_0(s_1 - s_0) = (h_1 - h_0) - T_0(s_1 - s_0). (16.17)$$

Если кинетическая энергия потока  $w_1^2/2$  имеет значение, которым пренебречь нельзя, то при  $w_0 = 0$ 

$$l_{\max} = h_1 - h_0 + (w_1^2/2) - T_0(s_1 - s_0). \tag{16.18}$$

Из формул (16.17), (16.18) видно, что максимальная работа представляет однозначную функцию состояния системы, зависящую от начальных параметров и параметров окружающей среды. Снижение работоспособности между состояниями 1 и 2 вдоль пути установившегося потока

$$\Delta I_{1-2} = \left(h_1 - T_0 s_1 + \frac{w_1^2}{2}\right) - \left(h_2 - T_0 s_2 + \frac{w_2^2}{2}\right). \tag{16.19}$$

Величина, на которую это снижение превышает работу, производимую над окружающей средой вне потока, является мерой необратимости любого адиабатного термодинамического процесса

между состояниями 1 и 2. При этом h должны быть известны значения энтальпии и энтропии для начального и конечного состояний.

Диаграмма состояния в координатах h, s (рис. 16.2) позволяет наглядно представить потери эксергии потока. Пренебрегая изменением скорости, можно вычислить потери удельной эксергии потока между состояниями 1 и 2 по формуле

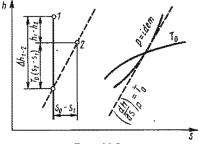


Рис. 16.2

$$-\Delta e_{1\cdot 2} = \Delta l_{1\cdot 2} = h_1 - h_2 - T_0(s_1 - s_2). \tag{16.20}$$

Для определения этой величины воспользуемся следующим построением (рис. 16.2). Пусть точкой 1 изображено начальное состояние, а точкой 2— конечное. В точке пересечения изобары p idem с изотермой  $T_0$  проведем касательную. Наклон этой касательной к оси абсцисс пропорционален температуре окружающей среды. Через точку 2 проведем прямую, параллельную касательной до пересечения с изоэнтропой, проведенной через точку 1.

Отрезок этой изоэнтропы между найденной точкой пересечения и точкой I представляет собой снижение эксергии рабочего тела между состояниями 1 и 2.

При вычислении удельной эксергии потока для различных рабочих тел можно воспользоваться *ећ*-диаграммами для единицы массы (рис. 16.3). Значение эксергии определим по формуле

$$e = h - h_0 - T_0(s - s_0).$$
 (16.21)

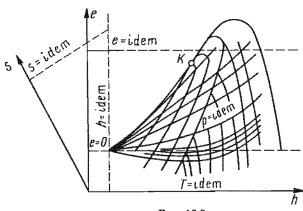


Рис. 16.3

Значения параметров окружающей среды  $(h_0, s_0, T_0)$  примем постоянными. eh-диаграмма (рис. 16.3) строится как разновидность косоугольной hs-диаграммы, в которой ось энтальпий расположена горизонтально, а ось энтропий выбирается так, чтобы угол наклона оси s в процессе s—idem был взят при  $\Delta e$ — $\Delta h$ . При одинаковом масштабе шкал по осям e и h этому условию соответствует угол наклона, равный 135°. Следовательно, ось энтропий наклонена к оси энтальпий под косым углом. Линии h—idem в такой диаграмме располагаются вертикально, а e—idem — горизонтально. Линии s—idem перпендикулярны оси s.

На eh-диаграмму наносится сетка изобар, изотерм, а также верхняя и нижняя пограничные кривые данного вещества. Характер eh-диаграммы определяется физическими свойствами вещества, для которого она построена. Вид диаграммы, показанной на рис. 16.3, характерен для воды, у которой  $T_{\rm KP} > T_0$ .

Эксергетический метод анализа использует как первый, так и второй законы термодинамики с учетом роли окружающей среды. Такой метод исследования теплотехнических процессов получает все более широкое распространение, так как позволяет:

оценить более широко термодинамическую эффективность раз-

личных процессов;

количественно определить степень необратимости процессов, при этом учесть качество теплоты;

учесть влияние изменений в окружающей среде на показатели установки;

наметить пути термодинамического совершенствования процессов (для уменьшения необратимости процесса горения необходимо подогревать воздух; для уменьшения потерь от необратимости, теплообмена нужно осуществлять теплообмен с минимальным перепадом температур и т. п.).

### Химическая термодинамика

Химическая термодинамика занимается изучением химических процессов с термодинамической точки зрения и в отличие от технической рассматривает явления, в которых происходят внутримолекулярные изменения рабочего тела при сохранении атомами молекул своей индивидуальности. Образование новых веществ (рабочего тела) или разложение веществ осуществляется в результате химической реакции. Для химического процесса характерно изменение числа и расположения атомов в молекуле реагирующих веществ. В ходе реакции разрушаются старые и возникают новые связи между атомами. В результате действия сил связей происходит выделение или поглощение энергии. Энергия, которая может проявляться только в результате химической реакции, называется химической. Химическая энергия представляет собой часть внутренней энергии системы, рассматриваемой момент химического превращения, ибо в запас внутренней энер-Гии входит не только кинетическая и потенциальная энергия молекул, но и энергия электронов, энергия, содержащаяся в атомных ядрах, лучистая энергия. Отличительным признаком химической реакции является изменение состава системы в результате перераспределения массы между реагирующими веществами в изолированной системе. Если же система не изолирована от окружающей среды, то свойства ее должны зависеть также от количества вещества, введенного в систему или выведенного из нее. Если, например, в калориметрическую бомбу поместить смесь объемов водорода и одного объема кислорода (гремучий газ), то, несмотря на отсутствие теплообмена, происходит реакция с образованием водяного пара

$$2H_2 + O_2 \rightarrow 2H_2O$$

Реакция протекает с заметной скоростью при температуре  $600^{\circ}$ С нли в присутствии катализатора (платины) при комнатной температуре. Эти условия представляют собой внешние воздействия, но сама реакция протекает в условиях полной изоляции. В результате реакции происходит перераспределение массы. Масса  $H_2$  и  $O_2$  уменьшается, а масса  $H_2$ О увеличивается.

В реакции разложения

$$2H_2O \rightarrow 2H_2 + O_2$$

масса  $H_2O$  уменьшается, а масса  $H_2$  и  $O_2$  увеличивается. Таким образом, в химических реакциях масса является величиной, характеризующей состояние системы, т. е. для химических превращений масса является дополнительной координатой состояния. Процесс перераспределения массы в изолированной системе может произойти только в результате внутренней неравновесности, и возникновение процесса в такой системе возможно лишь при существовании неравновесного поля потенциала, который был назван химическим. Неравновесное поле химического потенциала и является движущей силой химических реакций. В процессе перераспределения массы системы происходит изменение внутренней энергии, энтальпии, энтропии и ряда других функций состояния.

Изменение внутренней энергии в ходе химической реакции может проявляться только в виде теплоты или в виде работы. Так, результатом реакции гремучего газа после выравнивания температур будет отдача теплоты окружающей среде. Это термодинамический процесс. Если же эту реакцию осуществить в цилиндре двигателя, то водяной пар совершит, воздействуя на поршень, определенную работу. Взяв состояние смеси до сгорания за начальное и состояние водяного пара после расширения в цилиндре за конечное, будем иметь дело с чисто термодинамическим процессом взаимодействия с окружающей средой. Таким образом, химическая реакция может рассматриваться как термодинамический процесс.

В химической термодинамике основные законы термодинамики и общие методы исследования применяются для изучения химических процессов. При этом может быть установлен энергетический баланс химической реакции, направление ее возможного развития, скорость реакции и т. п.

Из химических процессов для авиационных специалистов наибольший интерес представляют реакции горения (процесс окисления топлив), ибо выделившаяся в процессе горения теплота в двигателях может быть преобразована в механическую работу.

#### ГЛАВА 17

## ПЕРВЫЙ ЗАКОН ТЕРМОДИНАМИКИ И ЕГО ПРИМЕНЕНИЕ К ХИМИЧЕСКИМ ПРОЦЕССАМ

Химические реакции сопровождаются обычно выделением или поглощением теплоты. Теплота реакции, зависящая от особенностей реакции и условий ее протекания, определяется на основе уравнения первого закона термодинамики. В главе дается анализ первого закона термодинамики применительно к химическим реакциям и следствия из этого закона, предлагается энергетика процессов горения.

#### § 17.1. АНАЛИТИЧЕСКОЕ ВЫРАЖЕНИЕ ПЕРВОГО ЗАКОНА ТЕРМОДИНАМИКИ

Как известно из гл. 4, количество теплоты, которое подводится к рабочему телу, идет на изменение внутренней энергии и на совершение работы против внешних сил. Это положение первого закона термодинамики для закрытой

системы записывается в виде равенства dQ = dU + dL.

При преобразовании теплоты в работу с помощью простых веществ считалось, что они не претерпевали химических превращений. Для того чтобы применить это уравнение к химическим процессам, следуег учесть, что протекание химических реакций связано с изменением состояния атомов и электронов в молекулах реагирующих веществ. При этом происходит изменение внутренней энергии, которое может проявиться в виде теплоты или работы. Уменьшение внутренней энергии в результате реакции будет соответствовать определенному количеству выделившейся теплоты и работе, совершенной системой.

При написании первого закона термодинамики применительно к химическим процессам следует учесть, что:

а) в отличие от технической термодинамики все уравнения, как правило, записываются не для 1 кг, а для 1 кмоль вещества;

б) в значение работы входит не только работа расширения или сжатия газа, но и работа в результате действия электрических, световых и других сил, которые могут проявляться в ходе химической реакции; работа в химической термодинамике обозначается буквой A.

При принятых замечаниях уравнение первого закона термодинамики применительно к химическим реакциям имеет вид

$$\Delta U = Q + A,\tag{17.1}$$

где  $\Delta U$  — убыль внутренней энергии системы; Q — теплота реакции; A — работа реакции.

Таким образом, выделение теплоты в реакции и совершение работы осуществляются за счет изменения внутренней энергии системы. В химической термодинамике принято считать, что:

уменьшение внутренней энергии системы положительно, а увеличение внутренней энергии отрицательно;

теплота, выделившаяся в результате экзотермической реакции, положительна, а поглощенная в результате эндотермической реакции, отрицательна.

Таким образом, в соответствии с принятым выше

$$-\Delta U = -(U_2 - U_1) = Q + A$$

ИЛИ

$$-dU = dQ + dA$$
.

Работа реакции складывается из работы расширения или сжатия L, отнесенной к 1 моль, и работы электрических, магнитных, световых и других сил, обозначенной через  $A_x$ . Следовательно, работа реакции

$$A = L + A_r. \tag{17.2}$$

Так как 
$$L = \int_{1}^{2} p \, dV$$
, то

$$A = \int_{1}^{2} p \, \mathrm{d}V + A_{x}. \tag{17.3}$$

Изменение внутренней энергии может распределяться между теплотой и работой различно и возможны крайние случаи, когда:

а) максимум внутренней энергии превращается в работу

$$\Delta U = Q_{\min} + A_{\max}, \tag{17.4}$$

где  $A_{\text{max}}$  — максимальная работа реакции; при этом в реакции выделяется минимум теплоты, не превращенной в работу;

б) в реакциях, кроме работы расширения и сжатия, другой работы не производится  $A_{\min} = L$ ; в этом случае имеем наибольшее количество теплоты и минимум работы:

$$\Delta U = Q_{\text{max}} + A_{\text{min}}. \tag{17.5}$$

В первом случае реакция протекает в условиях полной обратимости, а во втором — она необратима.

#### § 17.2. ТЕПЛОТЫ РЕАКЦИЙ

Раздел химической термодинамики, занимающийся изучением теплот реакций и базирующийся на основных положениях первого закона, называется термохимией.

В химических процессах изменение состояния системы может характеризоваться не двумя, как в технической термодинамике, а тремя или более параметрами (например, давление, удельный объем, концентрация). При этом в процессе изменения состояния могут оставаться постоянными два параметра. Так как химические реакции рассматриваются идущими при постоянной температуре, то реакция, идущая при постоянном объеме, называется изохорно-изотермической (V, T=const), а реакция, идущая при постоянном давлении, называется изобарно-изотермической (P, T=const).

Для реакции между твердыми и жидкими телами или для гавовых реакций, идущих в постоянном объеме dV=0,  $A_x=0$ ,

$$A = L = \int_{V_1}^{V_2} p \, dV = 0;$$

$$\Delta U = -(U_2 - U_1) = Q_{V_2}$$
(17.6)

где  $Q_V$  — теплота изохорно-изотермической реакции, соответствую- щая изменению внутренней энергии системы.

Для химической реакции, протекающей при постоянном давлении, dp = 0,  $A_x = 0$ , тогда

$$A = L = \int_{V_1}^{V_3} p \, dV = p(V_2 - V_1),$$

$$\Delta U = Q_p + p(V_2 - V_1)$$
(17.7)

где  $Q_p$  — теплота реакции при постоянном давлении \*. Тепловой эффект реакции при p — const

$$Q_{p} = U_{1} - U_{2} - pV_{2} + pV_{1} = (U_{1} + p_{1}V_{1}) - (U_{2} + p_{2}V_{2}) = -(H_{2} - H_{1}),$$
(17.8)

гле  $H_1 = U_1 + p_1 V_1$  и  $H_2 = U_2 + p_2 V_2$  — начальная и конечная энтальпии системы.

В зависимости от вида реакции (р, T=const или V, T=const)

получаются различные теплоты реакций.

Связь между ними может быть получена из соотношений (17:7) и (17.8). Подставив значение  $\Delta U = Q_V$  в формулу (17.8), имеем

$$Q_{V} = Q_{p} + p(V_{2} - V_{1}). \tag{17.9}$$

Если в реакции участвуют газообразные вещества, то из уравнения состояния идеального газа

$$pV = nRT$$
,

где n — количество вещества газа в объеме V, моль; R — \*=8,314 кДж/(моль·К) — универсальная газовая постоянная, следует, что для изобарно-изотермической реакции (р. T=const)

$$p(V_2 - V_1) = (n_2 - n_1)RT = \Delta nRT. \tag{17.10}$$

Подставляя выражение (17.10) в (17.9), получим

$$Q_V = Q_p + 8.314 \Delta nT. \tag{17.11}$$

Таким образом, связь между теплотами реакций p, T=const и V, T = const зависит как от температуры, при которой идет реакция, так и от изменения в ней количеств веществ газообразных реагентов.

Если  $\Delta n > 0$ , то, например, в реакции \*\*

$$CO^{(r)} + \frac{1}{2}O_2^{(r)} = CO_2^{(r)} + 283,30 \text{ кДж/моль}$$

получим  $Q_{V} > Q_{\rho}$ . В этом случае система совершает работу расширения.

\*\* Верхние индексы означают: т — твердое, ж — жидкое и г — газообразное

состояние,

Теплота химической реакции при p=const и отсутствии всех видов работы, кроме работы расширения, сжатия, называется тепловым эффектом реакчии, как это принято в физической химии.

Если  $\Delta n < 0$ , примером может служить реакция

$$C_6H_6^{(\pi)}+7\frac{1}{2}O_2^{(r)}=6CO_2^{(r)}+3H_2O^{(r)}+3259000$$
 кДж/моль,

то  $Q_V < Q_p$ . При этом система воспринимает работу, совершаемую внешней средой (работу сжатия).

Если количества веществ в реакции остаются постоянными  $(\Delta n = 0)$ , например в реакции

$$C^{(r)} + O_2^{(r)} = CO_2^{(r)} + 393,7$$
 кДж/моль,

TO  $Q_V = Q_p$ .

При составлении термохимических уравнений важно знать, в каком состоянии находятся реагирующие вещества, так как значение теплоты реакции зависит от их агрегатного состояния. Обычно в термохимических уравнениях, если это специально не оговорено, фигурируют теплоты реакций при постоянном давлении  $Q_p = -\Delta H$ .

При вычислении изменения энтальпии  $\Delta H$  не имеет значения, какое состояние берется за начало отсчета. В термохимии за стандартное принято состояние элементов при T=298 К и  $p=1,01325\cdot 10^5$  Па. Причем для элементов в стандартном состоянии значение  $\Delta H^\circ_{298}$  равно нулю. (Нижний иднекс в этой величине указывает на стандартную абсолютную температуру, верхний— на стандартное давление.) Теплота образования вещества из элементов, определенная при стандартных условиях, называется стандартной теплотой образования и обозначается  $\Delta H^\circ_{298}$ .

Большинство соединений образуется из элементов с выделением теплоты и соответственно табличные значения стандартных теплот образования отрицательны и лишь немногих эндотермических соединений, например NO ( $\Delta H^{\circ}_{298}$ ), положительны. Стандартная теплота сгорания представляет собой изменение при реакции данного вещества с элементарным кислородом, причем исходные вещества и продукты реакции должны быть взяты при стандартных условиях. Стандартная теплота какой-либо реакции может быть определена с помощью ряда таких реакций образования и сгорания, которые бы в сумме составили изучаемую реакцию. Стандартные эффекты реакций представляют собой изменение энтальпии реагентов в результате химической реакции до продуктов реакции в стандартных условиях. Обычно теплоты образования известны для неорганических соединений, а теплоты сгорания — для органических. При расчете двигателей внутреннего сгорания и воздушно-реактивных двигателей используют теплотворность топлива.

Теплотворностью топлива называют удельное количество теплоты, выделенное при полном сгорании топлива. Теплотворвость определяется опытным путем в бомбе при постоянном объеме  $H_V$  или в калориметре при постоянном давлении  $H_\rho$ :

$$H_V = H_p + p(V_2 - V_1).$$

разница между  $H_V$  и  $H_\rho$  не превышает 0,5 ... 1,5%, поэтому принимают  $H_\rho = H_V = H$ .

#### § 17.3. 3AKOH FECCA

Первое начало термодинамики позволяет получить закон Гесса (или закон постоянства тепловых сумм), который указывает, что теплота реакции не зависит от пути реакции, а определяется лишь начальным и конечным состояниями реагирующих веществ.

Действительно, при V, T = const

$$Q_V = -(U_2 - U_1) = U_1 - U_2$$

т. е. количество теплоты реакции не зависит от пути перехода системы из первого состояния во второе.

Если же реакция происходит при p, T=const, то

$$Q_p = -(H_2 - H_1) = H_1 - H_2.$$

Закон Гесса позволяет вычислить теплоты таких реакций, для которых они непосредственно не могут быть измерены. В таких случаях составляют термохимические уравнения, решая которые определяют теплоту искомой реакции. Например, при сгорании твердого углерода, который никогда не сгорает целиком до образования оксида углерода, а всегда образует некоторое количество диоксида углерода  $\mathrm{CO}_2$ , имеем уравнения:

$$C^{(r)} + O_2^{(r)} = CO_2^{(r)} + 393,700$$
 кДж/моль;

$$CO^{(r)} + \frac{1}{2}O_2^{(r)} = CO_2^{(r)} + 283,300$$
 кДж/моль.

Вычислим из первого уравнения второе, получим

$$C^{(r)} + \frac{1}{2} O_2^{(r)} = CO^{(r)} + 110,400$$
 кДж/моль,

т. е. при неполном сгорании углерода выделяется 110,400 кДж на 1 моль СО, в то время как при полном сгорании углерода выделяется 393,720 кДж, а при сгорании оксида углерода 283,300 кДж на 1 моль СО<sub>2</sub>.

#### § 17.4. ЗАКОН КИРХГОФА

Характер температурной зависимости теплоты реакции определяется уравнением Кирхгофа, которое легко получить на основании первого закона термоканамики. Продифференцируем по температуре выражение для Q, определяемое первым законом термодинамики.

Для реакции V, T = const

$$\left(\frac{\partial Q}{\partial T}\right)_{V} = \left(\frac{\partial U_{1}}{\partial T}\right)_{V} - \left(\frac{\partial U_{2}}{\partial T}\right)_{V} = C_{V_{1}} - C_{V_{2}}, \tag{17.12}$$

где  $C_{V_1}$  и  $C_{V_2}$ — суммарные изохорные теплоемкости исходных и полученных веществ.

При изобарно-изотермических процессах p, T=const

$$\left(\frac{\partial Q}{\partial T}\right)_{\rho} = \left(\frac{\partial H_1}{\partial T}\right)_{\rho} - \left(\frac{\partial H_2}{\partial T}\right)_{\rho} = C_{\rho_1} - C_{\rho_2},\tag{17.13}$$

где  $C_{p_1}$  и  $C_{p_2}$ — суммарные теплоемкости при постоянном давлении исходных и полученных веществ.

Суммарные теплоемкости системы перед реакцией и после реакции могут быть подсчитаны по формулам (см. § 3.4):

$$C_1 = \sum_{l=1}^{l=m_1} n_1 c_1; \quad C_2 = \sum_{l=1}^{l=m_2} n_2 c_2,$$

где  $n_1$  и  $c_1$  — количества веществ и теплоемкости исходных веществ;  $n_2$  и  $c_2$  — количества веществ и теплоемкости полученных веществ;  $m_1$  и  $m_2$  — число компонентов исходных и полученных в реакции веществ соответственно.

Обобщение формул (17.12) и (17.13) приводит к зависимости

$$\frac{dQ}{dT} = C_1 - C_2 = \sum_{l=1}^{I-m_1} n_1 c_1 - \sum_{l=1}^{I-m_2} n_2 c_2.$$
 (17.14)

Полученное выражение представляет собой математическое выражение закона Кирхгофа, по которому температурный коэффициент теплоты реакции  $\mathrm{d}Q/\mathrm{d}T$  равен разности сумм теплоемкостей исходных и полученных в реакции веществ.

Для определения теплоты реакции при любой температуре нужно знать зависимость Q = f(T). Если допустить, что истинные теплоемкости определяются эмпирическим степенным рядом

$$c = c_0 + aT + bT^2 + ...,$$

то, подставляя их значение в формулу (17.14), получим, пропустив пределы у сумм

$$\frac{dQ}{dT} = \sum n_1 c_{0_1} - \sum n_2 c_{0_2} + \left[\sum (n_1 a_1) - \sum (n_2 a_2)\right] T + \left[\sum (n_1 b_1) - \sum (n_2 b_2)\right] T^2 + \dots$$
(17.15)

интегрируя это уравнение, найдем

$$Q = \left[\sum (n_1 c_{0_1}) - \sum (n_2 c_{0_2})\right] T + \left[\sum (n_1 a_1) - \sum (n_2 a_2)\right] T^2 / 2 + \left[\sum (n_1 b_1) - \sum (n_2 b_2)\right] T^3 / 3 + \dots + C,$$
(17.16)

где C — константа интегрирования. Введем для сокращения записи следующие обозначения:

$$\sum (n_1 c_{0_1}) - \sum (n_2 c_{0_2}) = \alpha;$$

$$\left[ \sum (n_1 a_1) - \sum (n_2 a_2) \right] / 2 = \beta;$$

$$\left[ \sum (n_1 b_1) - \sum (n_2 b_2) \right] / 3 = \gamma.$$

Подставляя эти обозначения в (17.16), находим

$$Q = \alpha T + \beta T^2 + \gamma T^3 + \dots + C. \tag{17.17}$$

При T = 0 K и  $C = Q_0$  уравнение теплоты реакции примет вид

$$Q = Q_0 + \alpha T + \beta T^2 + \gamma T^3 \dots$$
 (17.18)

Постоянный член  $Q_0$  не представляет собой теплоту реакции при абсолютном нуле, так как использованные для составления уравнения (17.18) эмпирические уравнения теплоемкости не применимы при низких температурах. Таким образом,  $Q_0$  — просто свободный член эмпирического уравнения, применяемого лишь в области, далекой от абсолютного нуля. Значение  $Q_0$  может быть определено по известной теплоте реакции для какой-либо температуры.

Уравнение (17.18) одинаково справедливо как для условий  $Q = Q_V = -\Delta U$ , так и для условий  $Q = Q_V = -\Delta U$ , так и для условий  $Q = Q_V = -\Delta U$ 

 $=Q_{p}=-\Delta H.$ 

Если речь идет о стандартных условиях, то всем символам ( $\Delta U$  или  $\Delta H$ ,  $c_V$  и  $c_p$ ) следует приписывать верхний индекс—нуль, например:

$$\Delta H_T^{\circ} = \alpha^{\circ} T + \beta^{\circ} T^2 + \gamma^{\circ} T^3 + \dots + \Delta H_{298}^{\circ}, \qquad (17.19)$$

где постоянная  $\Delta H^{\circ}_{298}$  определяется при стандартных условиях, а человые значения коэффициентов  $\alpha^{\circ}$ ,  $\beta^{\circ}$ ,  $\gamma^{\circ}$  должны характеризовать константу C (17.17) в стандартных условиях.

### § 17.5. ЭНЕРГЕТИКА ПРОЦЕССОВ ГОРЕНИЯ

Ранее рассматривались тепловые эффекты при изотермических условиях (тесопят). Тепловые эффекты в сложных системах должны учитывать теплообмен с окружающей средой, фазовые превращения, наличие инертных газов, с. в. все составляющие тепловых эффектов в сложной системе,

В процессе горения тепловой эффект получают в условиях, когда реакция не является изотермической. Процессы горения представляют собой реакции различных веществ (большей частью С и  $H_2$ ) с кислородом. В большинстве случаев в качестве носителя кислорода используется атмосферный воздух, в котором молярная доля кислорода  $y_{0_2}$ =0,21. Азот и остальные компоненты не реагируют с горючим, и поэтому во многих расчетах их можно не учитывать. В процессах термической диссоциации азот  $N_2$  может дать оксид азота  $N_2$ , а при больших температурах в продуктах сгорания может содержаться и атомарный азот, кислород,



водород и гидроксильная группа ОН.

Сгорание называется полным, если все сгораемые компоненты окислились до  $CO_2$  и  $H_2O$ . Серой в топливе пренебергают. При полном сгорании коэффициент избытка воздуха  $\alpha = L_{\pi}/L_0 = 1$ 

[см. (6.18)], где  $L_{\rm A}$  — действительное количество воздуха, поступившего в камеру сгорания, моль;  $L_{\rm 0}$  — количество воздуха, теоретически необходимое для полного сгорания 1 моль топлива.

При неполном сгорании ( $\alpha$ <1) в продуктах сгорания остаются горючие вещества, например оксид углерода СО. Неполного сгорания стараются избежать, так как в этом случае химическая энергия топлива и горючих компонентов продуктов сгорания СО остается неиспользованной.

Если коэффициент избытка воздуха  $\alpha > 1$ , в продуктах сгорания останется неиспользованная часть кислорода воздуха.

Рассмотрим процесс горения в камере сгорания (рис. 17.1). При этом будем предполагать, что поток стационарный, причем его кинетической и потенциальной энергиями можно пренебречь; техническая работа не совершается; сгорание полное. В соответствии с первым законом термодинамики баланс энергии, отнесенный к молярному расходу топлива  $n_{\rm T}$ , может быть записан так:

$$-Q = H_1(T_B, T_T) - H_2(T_{\pi,c}), \tag{17.20}$$

где  $H_1$  — молярная энтальпия воздуха и топлива;  $H_2$  — молярная энтальпия продуктов сгорания;  $T_{\rm B}$ ,  $T_{\rm T}$ ,  $T_{\rm n.c}$  — температуры воздуха, топлива и продуктов сгорания.

Для энтальпии исходных веществ (воздух и топливо) действительно соотношение

$$H_{1}(T_{B}, T_{T}) = \Delta H_{\mu}(T_{0}) + [H_{T}(T_{T}) - H_{T}(T_{0})] + + \alpha L_{0}[H_{B}(T_{B}) - H_{B}(T_{0})] + \text{const.}$$
(17.21)

молярная энтальпия продуктов сгорания

$$H_2(T_{\text{n,c}}) = \sum \lambda_i [H_i(T_{\text{n,c}}) - H_i(T_0)] + \text{const},$$
 (17.22)

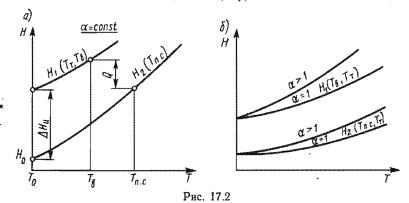
гле  $\lambda_i = n_{\rm n.c}/n_{\rm r}$  — отношение количества вещества компонентов пролуктов сгорания CO2, H2O, CO и т. д. к количеству вещества топ-

. Энтальпии реагентов и продуктов сгорания согласуются между тобой с помощью молярной теплоты сгорания (низшей теплотворности топлива):

$$\Delta H_{\mu}(T_0) = H_{\tau}(T_0) + \alpha L_0 H_{B}(T_0) - \sum_{i} \lambda_i H_i(T_0). \tag{17.23}$$

Молярные энтальпии топлива  $(H_{\tau})$ , воздуха  $(H_{B})$  и составляюших продуктов сгорания  $CO_2$ ,  $H_2O$ , CO и т. д.  $(H_i)$  можно либо найти непосредственно из таблиц, либо вычислить по средним молярным теплоемкостям:

$$H_{I}(T) - H_{I}(T_{0}) = |\mu c_{\rho}|_{T_{0}}^{T} (T - T_{0}). \tag{17.24}$$



: Уравнение теплового баланса (17.20) можно наглядно изобразить с помощью НТ-диаграммы (рис. 17.2, а). Обе  $H_1(T_{n}, T_{T})$  и  $H_2(T_{n,c})$  справедливы для определенного чиента избытка воздуха a = const. При изменении коэффициента  $\mathfrak{q}$  кривые  $H_1$  и  $H_2$  изменяются (рис. 17.2, б).

При Q = 0 уравнение теплового баланса (17.20) можно записать в виде равенства

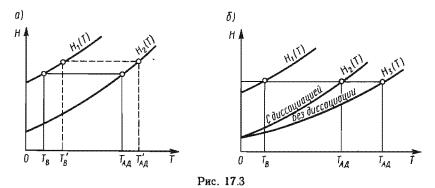
$$H_2(T_{ax}) = H_1(T_r, T_a),$$
 (17.25)

<sup>где</sup>  $T_{an}$  — адиабатная температура продуктов сгорания. На HT-диаграмме (рис. 17.3, a) адиабатная температура определится как конечная температура реакции сгорания, если изменение энтальпии системы равно нулю. Действительная темпера-Typa продуктов сгорания  $(T_{
m n.c})$  меньше адиабатной. Это обуслов-70

195

лено тем, что реакция не полностью протекает в адиабатных условиях: часть теплоты отдается в окружающую среду. При избытке воздуха  $\alpha > 1$  часть теплоты, выделяющейся при реакции сгорания, расходуется на нагревание избыточного воздуха. Возможно и неполное сгорание топлива  $\alpha < 1$ .

Максимальная температура будет иметь место при теоретически необходимом количестве кислорода, присутствие азота в воздухе снижает температуру горения чуть ли не в 2 раза. Кроме того, термическая диссоциация  $H_2O$  на  $H_2$ ,  $O_2$ , OH и  $CO_2$  на CO и  $O_2$  сопровождается поглощением значительного количества теплоты (рис. 17.3,  $\delta$ ).



Теоретические температуры сгорания различных газов при  $\alpha=1$  существенно не отличаются друг от друга, несмотря на большую разницу в теплотворности. Это объясняется тем, что газы с большей теплотворностью требуют для сгорания соответственно больше воздуха.

Адиабатная температура сгорания может быть повышена либо за счет обогащения воздуха кислородом, либо за счет его подогрева (см. рис. 17.3). В тепловом расчете ДВС, ВРД адиабатная температура сгорания определяется без учета диссоциации из уравнения (17.25), а так как в уравнение в неявном виде входят значения удельных теплоемкостей, то решать это уравнение нужно методом последовательных приближений.

#### ГЛАВА 18

## ВТОРОЙ ЗАКОН ТЕРМОДИНАМИКИ И ЕГО ПРИМЕНЕНИЕ К ХИМИЧЕСКИМ ПРОЦЕССАМ

Основные положения второго закона термодинамики и его подробное толкование были приведены в гл. 5. В общем виде аналитическое выражение второго закона термодинамики для закрытой изолированной системы записывалось в виде уравнения

$$dS \gg \frac{dQ}{T}$$
,

где знак равенства характеризует обратимые, а знак неравенства необратимые процессы. Так как для аднабатически издлированной системы  $dS \gg 0$ , откуда следует, что энтропия такой системы может только возрастать или оставаться постоянной.

В состоянии равновесия энтропия системы принимает макси-

$$S = S_{\text{max}}; dS = 0; d^2S < 0.$$

Таким образом, энтропия является наиболее общей функцией, с помощью которой можно определять направление процессов и найти условия их равновесия. Однако для целого ряда конкретных и часто встречающихся в практике процессов удобно пользоваться вместо энтропии другими величинами, также являющимися критериями необратимости процессов и равновесия как в гомогенной, так и гетерогенной системе.

## § 18.1. ИЗОХОРНО-ИЗОТЕРМИЧЕСКИЙ И ИЗОБАРНО-ИЗОТЕРМИЧЕСКИЙ ПОТЕНЦИАЛЫ

Рассмотрим критерии равновесия изолированных систем в некоторых частных случаях.

Первый и второй законы термодинамики с учетом знаков, принятых в термохимии (убыль внутренней энергии положительна, а теплота, сообщенная системе, отрицательна), можно записать в следующем виде:

$$-dU = dQ + dA;$$
$$dS \geqslant -\frac{dQ}{T}.$$

Объединяя эти уравнения, получим

$$T dS \geqslant dU + dA$$
. (18.1)

При отсутствии немеханической работы  $A_x = 0$ ,

$$A = L = \int p \, dV;$$

$$T \, dS \geqslant dU + p \, dV,$$
(18.2)

Lih

$$T dS \geqslant dH - V dp.$$
 (18.3)

Преобразуем уравнение (18.2)

$$dU - T dS \leq -p dV$$
;

$$dU - T dS - S dT \leqslant -p dV - S dT;$$
  
$$dU - d(TS) \leqslant -p dV - S dT,$$

откуда

$$d(U - TS) \leqslant -p \, dV - S \, dT. \tag{18.4}$$

. Функция U - TS = F является некоторой функцией состояния. Ее называют изохорно-изотермическим потенциалом.

С учетом вышеизложенного уравнение (18.3) можно записать в виде

 $\mathrm{d}F + p\,\mathrm{d}V + S\,\mathrm{d}T \leqslant 0. \tag{18.5}$ 

Как и раньше, знак равенства относится к обратимым процессам, а неравенства — к необратимым.

Для изохорно-изотермического процесса (V, T=const; dV=0

и dT=0)

$$\mathrm{d}F \leqslant 0. \tag{18.6}$$

Следовательно, в изолированных системах, находящихся при постоянных температуре и объеме, самопроизвольно могут протекать только те процессы, которые идут с уменьшением потенциала F, причем пределом их протекания (условием равновесия) является достижение минимального, для определенных условий, значения функции F,  $\tau$ . e.

$$F = F_{\min}$$
;  $dF = 0$ ;  $d^2F > 0$ . (18.7)

Рассматривая F как функцию независимых параметров T и V, полный дифференциал ее представим в виде

$$\mathrm{d}F = \left(\frac{\partial F}{\partial T}\right)_{V} \mathrm{d}T + \left(\frac{\partial F}{\partial V}\right)_{T} \mathrm{d}V.$$

Сопоставление этого выражения с уравнением (18.5) приводит к выводу, что

$$\left(\frac{\partial F}{\partial T}\right)_{V} = -S; \quad \left(\frac{\partial F}{\partial V}\right)_{T} = -p.$$
 (18.8)

Соотношения (18.8) показывают, что изменение изохорно-изотермического потенциала по температуре при V—const определятся энтропией, а изменение его по объему при постоянной температуре определяется давлением.

Следовательно, изохорно-изотермический потенциал представляет собой характеристическую функцию, так как частные производные позволяют выразить термодинамические свойства системы.

Подставляя значение энтропии из уравнения (18.8) в выражение F = U - TS, получим связь между изохорно-изотермическим потенциалом и внутренней энергией:

$$F = U + T \left( \frac{\partial F}{\partial T} \right)_{V}. \tag{18.9}$$

Если в уравнении (18.2) прибавить к обеим частям выражение Vdp—SdT, то после преобразования получим:

$$dU - T dS - S dT + p dV + V dp \leq V dp - S dT;$$

$$dU - d(TS) + d(pV) \leq V dp - S dT.$$

откуда

• :

$$d(U-TS+pV) \leqslant V dp - S dT.$$
 (18.10)

Обозначим

$$U - TS + pV = Z. \tag{18.11}$$

Так как U-TS=F, то Z=F+pV или Z=H-TS вследствие того, что U+pV=H. Величина U-TS+pV=Z является некоторой функцией состояния и называется изобарно-изотермическим потенциалом.

Тогда согласно уравнению (18.10)

$$dZ + S dT - V dp \leqslant 0. (18.12)$$

Для изобарно-изотермических процессов, в которых изменения температуры и давления равны нулю (dT=0; dp=0),

$$dZ \leqslant 0. \tag{18.13}$$

Следовательно, в изолированной системе при постоянном давжении и температуре самопроизвольно могут протекать только такие процессы, которые идут с уменьшением Z, причем пределом ях протекания (условием равновесия) служит достижение некоторого минимального для данных условий значения функции Z, т. е.

$$Z = Z_{\text{min}}; dZ = 0; d^2Z > 0.$$
 (18.14)

Как следует из уравнения (17.11), функция Z является характеристической при независимых параметрах p и T, при этом

$$dZ = \left(\frac{\partial Z}{\partial p}\right)_T dp + \left(\frac{\partial Z}{\partial T}\right)_p dT,$$

последнее уравнение и (18.11) тождественны, а поэтому имеем

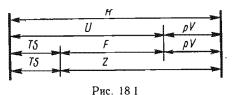
$$\left(\frac{\partial Z}{\partial T}\right)_{p} = -S; \quad \left(\frac{\partial Z}{\partial p}\right)_{T} = V.$$
 (18.15)

Если подставить найденное значение энтропии в выражение наобарно-изотермического потенциала, то получим связь между этим потенциалом и энтальпией:

$$Z = H + T \left( \frac{\partial Z}{\partial T} \right)_{p}. \tag{18.16}$$

Таким образом, кроме такого критерия равновесия системы, как энтропия (которая принимает при равновесии максимальное значение), в частных случаях можно пользоваться значениями изохорно- и изобарно-изотермических потенциалов. Условием равновесия процессов (V,T)—const и (p,T)—const является минимум этих потенциалов. Обе новые функции F и Z характеризуют часть внутренней энергии или энтальпии системы, которая может переходить в полезную работу.

Итак, для термодинамической системы четыре функции U, H,



F, Z связаны сежду собой определенными соотношениями (рис. 18.1).

Определим значения изохорно- и изобарно-изотермических потенциалов для идеального газа. Из термодинамических тождеств (18.2), (18.3),

учитывая, что  $(\partial U/\partial T)_V = c_V$ , а  $(\partial H/\partial T)_p = c_p$ , следует

$$S = c_V \ln T + R \ln V = S_0 + R \ln V, \tag{18.17}$$

или

$$S = c_p \ln T - R \ln p = S_0' - R \ln p.$$
 (18.18)

Эти уравнения выражают зависимость энтропии 1 моль идеального газа от его объема и давления, причем  $S_0$  и  $S_0$  представляют собой сумму членов, которые при постоянной температуре сохраняют постоянное значение. Вводя значение энтропии из выражений (18.17) и (18.18) в формулы F = U - TS и Z = H - TS, получим

$$F = F_0 - RT \ln V; \tag{18.19}$$

$$Z = Z_0 + RT \ln p, \qquad (18.20)$$

где  $F_0$  и  $Z_0$  — суммы членов, не изменяющихся при постоянной температуре.

Числовые значения  $S_0$  и  $F_0$  соответствуют энтропии и изохорно-изотермическому потенциалу 1 моль вещества при V=1 м³, а значения  $S_0$ ′ и  $Z_0$ ′— энтропии и изобарно-изотермическому потенциалу 1 моль при  $p=1,01325\cdot 10^5$  Па.

#### § 18.2. МАКСИМАЛЬНАЯ РАБОТА РЕАКЦИИ

Максимальная работа реакции представляет собой ту работу, которую можно получить при химических реакциях в предположении, что все процессы идущие в ней, обратимы. Величина  $A_{\max}$  в уравнении (17.4) характеризует стремление различных тел вступать в реакцию и является мерой химического сродства,

Воспользуемся для определения работы понятиями об изохорно- и изобарно-изотермическом потенциалах применительно к изохорно- и изобарно-изотермической реакциям. Для реакции V, T = const (dL = pdV = 0 и  $dA = dA_x = dA_V)$  на основании уравнения (18.2) следует

$$dA_V \leqslant T dS - dU. \tag{18.21}$$

Интегрируя это выражение применительно к изохорно-изотермической реакции, получим

$$A_V \leqslant T(S_2 - S_1) + (U_2 - U_1);$$
 (18.22)

так как U-TS=F, то

$$A_V = F_1 - F_2$$
;  $A_V < F_1 - F_2$ . (18.23)

Следовательно, если в изотермической системе процессы при V=const осуществляются обратимо, то максимальная работа определяется разностью изохорно-изотермических потенциалов.

Для необратимых процессов в той же системе получаемая работа меньше, чем для обратимых, а затрачиваемая работа больше, в то время как убыль изохорно-изотермического потенциала или его увеличение остаются при одних и тех же (начальном и конечном) состояниях неизменными.

Для реакции p, T = const  $dA_p = = dA_x = dA - dL$ , но согласно выражению (18.2)

$$dA_n \leqslant T dS - dU - dL, \tag{18.24}$$

где dL = pdV представляет собой работу расширения.

T Интегрируя уравнение (18.24) при p = const и T = const, получим

$$A_p \leqslant T(S_2 - S_1) - (U_2 - U_1) - p(V_2 - V_1),$$

или

$$A_p \leq (U_1 + pV_1 - TS_1) - (U_2 + pV_2 - TS_2)$$

H

$$A_{p} \leqslant (H_{1} - TS_{1}) - (H_{2} - TS_{2}).$$
 (18.25)

Принимая во внимание, что H-TS=Z,

$$A_p = Z_1 - Z_2; A_p < Z_1 - Z_2.$$
 (18.26)

Таким образом, в изобарно-изотермической системе максимальная работа при обратимых процессах равна разности изобарно-изотермических потенциалов. Следует отметить, что максимальная работа в данном случае подсчитывается как разность общей работы системы и работы расширения при постоянном давлении. Если в этой же системе процессы осуществляются необратимо, то развиваемая работа меньше разности изобарно-изотермических потенциалов.

#### § 18.3. УРАВНЕНИЕ МАКСИМАЛЬНОЙ РАБОТЫ

Уравиение максимальной работы связывает теплоту реакции и характер изменения термодинамических потенциалов в зависимости от температуры.

В реакциях V, T = const максимальная работа равна уменьще. нию изохорно-изотермического потенциала:

$$A_V = F_1 - F_2$$

Полагая на оснований уравнения (18.9), что в начальном состоянии

$$F_1 = U_1 + T \left( \frac{\partial F_1}{\partial T} \right)_V$$
, а в конечном  $F_2 = U_2 + T \left( \frac{\partial F_2}{\partial T} \right)_V$ ,

находим, что работа реакции

$$A_V = \dot{U}_1 - U_2 + T \left[ \frac{\partial (F_1 - F_2)}{\partial T} \right]_V.$$

Но ввиду того, что  $U_1 - U_2 = Q_V$ , а  $F_1 - F_2 = A_V$ ,

$$A_{V} = Q_{V} + T \left[ \frac{\partial (\Delta F)}{\partial T} \right]_{V} = Q_{V} + T \left( \frac{\partial A_{V}}{\partial T} \right)_{V}. \tag{18.27}$$

Для реакции p, T = const максимальная работа

$$A_p = Z_1 - Z_2$$

При изотермическом переходе из одного состояния в другое для двух состояний системы из уравнения (18.16) имеем

$$Z_1 = H_1 + T \left( \frac{\partial Z_1}{\partial T} \right)_p$$

$$Z_2 = H_2 + \left(\frac{\partial Z_2}{\partial T}\right)_p$$

а максимальная работа реакции

$$A_{p} = H_{1} - H_{2} + T \left[ \frac{\partial (Z_{1} - Z_{2})}{\partial T} \right]_{p}. \tag{18.28}$$

С учетом того, что для реакции p,  $T = \text{const } H_1 - H_2 = Q_p$ , а  $Z_1 - Z_2 = A_p$ ,

$$A_{p} = Q_{p} + T \left[ \frac{\partial (\Delta Z)}{\partial T} \right]_{p} = Q_{p} + T \left( \frac{\partial A_{p}}{\partial T} \right)_{p}. \tag{18.29}$$

Уравнения (18.27) и (18.29) носят названия уравнений максимальной работы или уравнений Гиббса— Гельмгольца. Объединяя их, получим уравнение максимальной работы в общем виде

$$A_{\text{max}} = Q + T - \frac{dA_{\text{max}}}{dT} . \tag{18.30}$$

Хотя уравнения (18.27) и (18.29) объединены в (18.30) и имеют одинаковый внешний вид, но они относятся к химическим системам, применяющимся при различных условиях.

#### § 18.4. ХИМИЧЕСКИЙ ПОТЕНЦИАЛ

При рассмотрении термодинамических процессов количество вещества в системе считалось неизменным. В химических реакциях, когда из одних веществ образуются другие, изменяются и массы отдельных компонентов.

При переменном составе системы любое из свойств системы может быть представлено в виде функции количества вещества m и любых из двух переменных  $p,\ V,\ T,\ U,\ S,\ F$  и т. п. Так, дифференцируя уравнение

$$U = mu$$

(где и — удельная внутренняя энергия), получим

$$dU = m du + u dm = m (T dS - p dv) + u dm.$$

Так как

$$m dS = d(mS) - S dm = dS - S dm;$$
  
 $m dv = dV - v dm,$ 

TO

$$dU = T dS - p dV + (u - ST + pv) dm.$$
 (18.31)

Величина u - ST + pv = h - ST называется химическим потенциалом и обозначается через  $\mu$ .

Таким образом, уравнение (18.31) можно записать в следующем виде:

$$dU = T dS - p dV + \mu dm \qquad (18.32)$$

и по аналогии

$$dH = T dS + V dp + \mu dm; \qquad (18.33)$$

$$dF = -S dT - p dV + \mu dm; \qquad (18.34)$$

$$dZ = -S dT + V dp + \mu dm. \qquad (18.35)$$

Взяв соответствующие производные по уравнениям (18.32) ... (18.35), получим

$$\mu = \left(\frac{\partial U}{\partial m}\right)_{V,S} = \left(\frac{\partial H}{\partial m}\right)_{p,S} = \left(\frac{\partial F}{\partial m}\right)_{V,T} = \left(\frac{\partial Z}{\partial m}\right)_{p,T}.$$
 (18.36)

Следовательно, химический потенциал есть частная производная одной из термодинамических функций по массе при постоянных вкачениях соответствующих независимых переменных. Если тер-

модинамические процессы идут при p = const и T = const, то равнения (18.35) следует

$$\mu = Z/m = u + pv - Ts = h - Ts.$$
 (18.37)

Так как все рассмотренные термодинамические функции (U, H, S, F, Z и т. п.) выражаются в единицах энергии, то согласно формуле (18.36) химический потенциал характеризует изменение энергии при изменении массы данного вещества на единицу.

Химический потенциал был впервые введен Гиббсом и отнесен им к единице массы. Он играет большую роль в термодинамике фазовых превращений и химической термодинамике, так как в этих разделах рассматриваются процессы, идущие с перераспределением массы системы.

## § 18.5. УСЛОВИЯ РАВНОВЕСИЯ В ИЗОЛИРОВАННОЙ ОДНОРОДНОЙ СИСТЕМЕ

Рассмотрим изолированную систему, которая состоит из двух подсистем, я выясиим условия, при которых между этими подсистемами будет равновесное состояние.

В качестве критерия равновесия возьмем условие

$$dS_{c_{HCT}} = 0. (18.38)$$

Поскольку энтропия является аддитивной величиной, то применительно к нашему случаю

$$S_{\text{сист}} = S_1 + S_2, \tag{18.39}$$

где  $S_1$  и  $S_2$  — энтропия соответственно 1-й и 2-й подсистем.

В соответствии с равенством (18.38)

$$dS_{c_{HCT}} = dS_1 + dS_2 = 0. (18.40)$$

Из термодинамического тождества (18.2) имеем

$$\mathrm{d}S = \frac{1}{T} \, \mathrm{d}U + \frac{p}{T} \, \mathrm{d}V.$$

Следовательно, для 1-й подсистемы можно записать

$$dS_1 = \frac{1}{T_1} dU_1 + \frac{p_1}{T_1} dV_1, \qquad (18.41)$$

а для 2-й

$$dS_2 = \frac{1}{T_2} dU_2 + \frac{p_2}{T_2} dV_2. \tag{18.42}$$

Подставив значения  $dS_1$  и  $dS_2$  из выражений (18.41) и (18.42) <sup>в</sup> уравнение (18.40), найдем

$$\left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}\right) dU_1 + \left(\frac{p_1}{T_1} - \frac{p_2}{T_2}\right) dV_1 = 0.$$
 (18.43)

 ${f B}$ нутренняя энергия  ${f U}$  и объем  ${f V}$  могут быть независимы другот друга, причем для рассматриваемой системы

$$U_{\text{cMCT}} = U_1 + U_2 = \text{const}; V_{\text{cMCT}} = V_1 + V_2 = \text{const}.$$

Если внутренняя энергия и объем системы независимы друг от друга, следовательно, для подсистем дифференциалы  $\mathrm{d}U_1$  и  $\mathrm{d}V_1$ ,  $\mathrm{d}U_2$  и  $\mathrm{d}V_2$  также независимы. Тогда, для того чтобы левая часть уравнения (18.43) была тождественно равна нулю, нужно чтобы порознь множители при дифференциалах  $\mathrm{d}U_1$  и  $\mathrm{d}V_1$  также были равны нулю, т. е.

$$\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} = 0; (18.44)$$

$$\frac{\rho_1}{T_1} - \frac{\rho_2}{T_2} = 0. {(18.45)}$$

Из выражения (18.44) следует, что

$$T_1 = T_2,$$
 (18.46)

а из выражения (18.45) с учетом (18.44) получаем

$$p_1 = p_2.$$
 (18.47)

Таким образом, в изолированной системе в состоянии равновесия температура и давление во всех частях системы одинаковы.

## § 18.6. УСЛОВИЯ РАВНОВЕСИЯ В ГЕТЕРОГЕННЫХ СИСТЕМАХ И ХИМИЧЕСКИХ РЕАКЦИЯХ

Рассмотрим изолированную термодинамическую систему, состоящую из авух подсистем, в которых вещество находится в двух фазах.

Количество веществ в подсистемах меняется, а общее количество вещества m в системе остается постоянным:

$$m = m_1 + m_2 = \text{const.}$$
 (18.48)

Предположим, что давления и температуры системы постоянны, так что температуры и давления фаз одинаковы:

$$T_1 = T_2 = T; \quad p_1 = p_2 = p.$$
 (18.49)

При постоянных p и T изобарно-изотермический потенциал системы в условиях равновесия должен иметь минимум, т. е.

$$dZ = 0, (18.50)$$

 $^{2}$  так как потенциал — величина аддитивная  $Z_{\text{сист}} = Z_1 + Z_2$ , то  $\mathrm{d}Z_{\text{сист}} = \mathrm{d}Z_1 + \mathrm{d}Z_2$ . (18.51)

На основании формулы (18.35) при постоянных давлении и

Температуре для 1-й подсистемы

$$dZ_1 = \mu_1 dm_1, \tag{18.52}$$

$$dZ_2 = \mu_2 dm_2. \tag{18.53}$$

Подставив выражения (18.52) и (18.53) в формулу (18.51) и уча, тывая, что в состоянии равновесия  $dZ_{\text{сист}} = 0$ , получим

$$\mu_1 d m_1 + \mu_2 d m_2 = 0$$
,

так как по формуле (18.48)  $dm_1 = -dm_2$ , то

$$\mu_1 = \mu_2.$$
 (18.54)

Следовательно, в условиях равновесия фаз нужно иметь равные температуры, давления и химические потенциалы фаз. Равенство химических потенциалов означает, что в условиях равновесия удельные энергии в фазах равны.

Для фаз, количество которых больше двух, результаты будут аналогичны, и в условиях равновесия

$$\mu_1 dm_1 + \mu_2 dm_2 + \mu_3 dm_3 + \dots = 0.$$
 (18.55)

Таким образом, в условиях равновесия гетерогенных систем при p, T = const

$$\sum \mu_l \, \mathrm{d} m_l = 0. \tag{18.56}$$

При равновесии в химических реакциях, рассматривая, например, изобарно-изотермический потенциал, необходимо учитывать, что введение некоторого количества вещества  $\mathrm{d}n_i$  *i*-го компонента при сохранении постоянного количества всех других компонентов и при постоянных T и p будет изменять значение изобарного потенциала на величину  $(\mathrm{d}Z/\mathrm{d}n_i)\,\mathrm{d}n_i = \mu_i\mathrm{d}n_i$ . Соответственно изменения изобарного потенциала вызваны и изменением содержания других компонентов реагирующей смеси газов. Тогда уравнение (18.35) можно записать в следующем виде:

$$dZ = -S dT + V dp + \mu_1 dn_1 + \mu_2 dn_2 + ... + \mu_k dn_k, \quad (18.57)$$

или

$$dZ = -S dT + V dp + \sum \mu_I dn_I. \tag{18.58}$$

Так как в условиях равновесия  $\mathrm{d}Z{=}0$ , то для химически реагирующих газов при p,  $T{=}\mathrm{const}$ 

$$dZ = \sum \mu_I dn_I = 0.$$
 (18.59)

Значение химического потенциала компонента, полагая, что он является идеальным газом, можно представить по аналогии с выражением (18.20)

$$\mu_{l} = Z_{l}/m_{l} = \mu_{l0} + RT \ln p_{l}, \qquad (18.60)$$

где  $Z_i$  — парциальное значение изобарно-изотермического потенциала для компонента в смеси;  $\mu_{i0}$  — значение химического потенциала компонента, не меняющегося при постоянной температуре.

#### ГЛАВА 19

# РАВНОВЕСИЕ ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ И ДИССОЦИАЦИЯ

В главе даются основы теории химического равновесия, позволяющие понять сущность химических процессов, установить факторы, на них влияющие и дающие возможность качественной и количественной их оценки. Здесь же приводятся сведения по определению констант равновесия и излагаются положения третьего закона термодинамики.

#### § 19.1. РАВНОВЕСИЕ В ХИМИЧЕСКИХ РЕАКЦИЯХ

Химическая реакция возможна только при условии соударения молекул реагирующих веществ между собой; при этом столкновении происходит перераспределение атомов в молекулах и из исходных веществ получаются конечные.

Рассмотрим простую реакцию, называемую иногда реакцией водяного газа:

$$CO + H_2O = CO_2 + H_2$$
 (19.1)

В этой реакции при столкновении молекулы оксида углерода с молекулой водяного пара атом кислорода отрывается от молекулы пара и присоединяется к молекуле оксида углерода, образуя молекулу углекислоты. По мере протекания реакции количества исходных веществ уменьшаются, следовательно, столкновений молекул исходных веществ делается все меньше и скорость реакции уменьшается. Но с другой стороны, увеличивается количество полученной углекислоты и водорода, увеличивается количество столкновений молекул этих веществ и усиливается образование исходных веществ — оксида углерода и водяного пара, так как один атом кислорода опять передается от молекулы углекислоты молекуле водорода. Таким образом, всякая химическая реакция обратима и может идти в обоих направлениях, что обычно в химических уравнениях обозначается стрелками, т. е. уравнение (19.1) должно быть написано так:

$$CO + H_2O \stackrel{\longrightarrow}{\leftarrow} CO_2 + H_2 \tag{19.2}$$

В действительности наблюдают только результат протекания двух противоположно направленных реакций. Если в реакции количество реагирующих между собой молекул СО и H<sub>2</sub>O превышает количество реагирующих молекул СО<sub>2</sub> и H<sub>2</sub>, то наблюдаем, что

реакция идет слева направо, т. е. исходные вещества превращаются в конечные. Но если количество молекул  $CO_2$  и  $H_2$  превышает количество молекул CO и  $H_2O$ , то реакция идет справа налево, т. е. конечные вещества превращаются в исходные. Таким образом, направление реакции определяется в основном числом столкновений реагирующих молекул. Но вполне понятно, что число столкновений зависит от концентрации молекул этих веществ. Чем больше молекул исходных веществ прореагировало между собой, тем меньше остается непрореагировавших молекул, тем меньше концентрация исходных веществ, тем меньше скорость реакции.

Молярная концентрация вещества в термохимии выражается в моль/м<sup>3</sup>:

$$C_i = n_i/V. \tag{19.3}$$

При протекании реакции концентрация исходных веществ уменьшается и скорость реакции можно оценить по уменьшению концентрации того или иного исходного вещества в единицу времени:

$$W = dC/d\tau, \tag{19.4}$$

где W — скорость химической реакции, моль/(м $^3 \cdot c$ ).

Концентрация газообразных продуктов реакции может быть выражена через их парциальные давления. Для этого воспользуемся уравнением состояния идеального газа, по которому

$$C_l = p_l/(RT). \tag{19.5}$$

Формула устанавливает, что концентрация газа пропорциональна его парциальному давлению.

#### § 19.2. ЗАКОН ДЕЙСТВУЮЩИХ МАСС. КОНСТАНТЫ РАВНОВЕСИЯ

Химические реакции не протекают до полного исчезновения исходных веществ и останавливаются при достижении определенного состояния химического равновесия. С практической точки зрения важно знать, в какую сторону сдвинуто равновесие, какой будет состав продуктов реакции и т. д. Для решения подобных задач необходимо научиться характеризовать равновесие и найтя параметры, от которых оно зависит.

Общие соотношения (18.7), (18.14), (18.59), вытекающие из второго закона термодинамики, дают возможность установления условий химического равновесия. Пусть имеется гомогенная газовая химическая реакция

$$aA + bB \rightleftarrows cC + dD$$
,

где a, b, c, d — количества веществ A, B, C, D (стехиометрические коэффициенты).

Обозначим через  $\mu_A$ ,  $\mu_B$ ,  $\mu_C$ ,  $\mu_D$  химические потенциалы этих веществ при равновесии. Условия равновесия для этой реакции между газами по (18.59) выполняются тогда, когда

$$dZ = \sum \mu_i dn_i = c\mu_C + d\mu_D - a\mu_A - b\mu_B = 0.$$
 (19.6)

Если к исходным веществам и продуктам реакции применимы законы идеальных газов, то значение химического потенциала компонентов можно взять по (18.60). Тогда

$$(c\mu_{0C} + d\mu_{0D} - a\mu_{0A} - b\mu_{0B}) + RT(c \ln p_C + d \ln p_D - a \ln p_A - b \ln p_B) = 0,$$

нли

$$\ln \frac{p_A^a p_B^b}{p_C^c p_D^d} = \frac{1}{RT} (c \mu_{0C} + d \mu_{0D} - a \mu_{0A} - b \mu_{0B}). \tag{19.7}$$

Так как правая часть уравнения (19.7) постоянна при определенной температуре, то и левая часть также должна быть постоянна. Если обозначить

$$\ln \frac{p_A^a p_B^b}{p_C^c p_D^d} = \ln K_p,$$

TO

$$\frac{p_A^a p_B^b}{p_C^c p_D^d} = K_p. {19.8}$$

Таким образом, парциальные давления газов при равновесии связаны между собой определенным соотношением. Это соотношение и является выражением закона действующих масс, по которому отношение произведений парциальных давлений исходных веществ и продуктов реакции, взятых в степенях, равных их стехиометрическим коэффициентам в уравнении реакции, при постоянной температуре, есть величина постоянная. Оно называется константой равновесия химической реакции по парциальным давлениям и обозначается  $K_p$ .

Константы равновесия можно выразить и через концентрации. Подставив уравнение (19.5) в (19.8), получим

$$\frac{c_A^a c_B^b}{c_C^c c_D^d} (RT)^{-(c+d-a-b)} = K_p$$

ИЛИ

$$K_p(RT)^{\Delta n} = \frac{c_A^a c_B^b}{c_C^c c_D^d} = K_c, \tag{19.9}$$

где.  $K_c$  — константа равновесия химической реакции по концентра, циям.

Численно  $K_c$  совпадает с  $K_p$  только для тех газообразных реакций, в которых не происходит изменения количеств веществ:

$$\Delta n = (c+d) - (a+b) = 0.$$

Но в предыдущем параграфе было выяснено, что при определенных внешних условиях скорость химической реакции определяется концентрациями реагирующих веществ. Пусть имеется реакция

$$A+B \rightleftarrows C+D$$
,

в которой скорость прямой реакции, т. е. реакция превращения веществ A и B в вещества C и D равна  $W_1$ , а скорость обратной реакции  $W_2$ . На основании закона действующих масс можно написать:

$$W_1 = k_1 c_A c_B; W_2 = k_2 c_C c_D,$$

где  $k_1$ ,  $k_2$  — константы скорости прямой и обратной реакций;  $c_A$ ,  $c_B$ ,  $c_C$ ,  $c_D$  — концентрации веществ в данный момент.

Если реакция выражается более сложным уравнением, в которое входит равное количество веществ компонентов, например

$$aA + bB \rightleftarrows cC + dD$$
,

то скорости реакций, аналогично предыдущему, будут выражаться следующими формулами:

$$W_1 = k_1 \underbrace{c_A c_A c_A}_{a \text{ pas}} \dots \underbrace{c_B c_B}_{b \text{ pas}} = k_1 c_A^a c_B^b;$$

$$W_2 = k_2 c_C^c c_D^d.$$

На основании этого для реакции водяного газа по уравнению (19.1) можно написать:

$$W_1 = k_1 c_{\text{CO}} c_{\text{H}_2\text{O}}; W_2 = k_2 c_{\text{CO}_2} c_{\text{H}_2}.$$

При протекании реакции слева направо скорость прямой реакции уменьшается вследствие уменьшения концентраций исходных веществ, а скорость обратной реакции соответственно увеличивается. Вполне естественно, что наступает момент, когда скорости прямой и обратной реакций сделаются равными:

$$W_1 = W_2.$$
 (19.10)

На основании вышесказанного можно заключить, что в реакции наступило химическое равновесие и количество получаемых в единицу времени конечных веществ равно количеству веществ, разлагающихся обратно в вещества A и B; таким образом, при наступлении равновесия обе реакции продолжают идти с одина-

ковой скоростью, т. е. химическое равновесие является динамическим.

Подставляя в равенство (19.10) значения скоростей реакций, находим

$$k_1 c_A^a c_B^b = k_2 c_C^c c_D^d$$

или

$$\frac{k_2}{k_1} = \frac{c_A^a c_B^b}{c_C^c c_D^d} = K_c. \tag{19.11}$$

Константы скорости  $k_1$  и  $k_2$  представляют собой коэффициенты пропорциональности, учитывающие полноту столкновения молекул и их взаимную ориентацию в момент соударения.

В гетерогенных реакциях, т. е. в реакциях, где кроме газов участвуют конденсированные вещества (твердые тела и жидкости), в общее давление смеси кроме парциальных давлений реагирующих газообразных веществ входит давление паров этих конденсированных веществ. Например, для реакции горения твердого углерода

$$C+O_2 \rightleftarrows CO_2$$

давление газовой смеси

$$p = p_{\rm C}^{(r)} + p_{\rm Oa}^{(r)} + p_{\rm aCO_a}^{(r)}$$

Но давления  $p_{\text{O}}$ , и  $p_{\text{CO}}$ , меняются по ходу реакции, а давление  $p_{\text{C}}^{(\tau)}$  остается постоянным, так как реакция происходит при постоянной температуре.

На этом основании при вычислении константы равновесия гетерогенных реакций давления паров твердых и жидких тел как величины постоянные относят к значению константы равновесия, и, следовательно, для реакции горения углерода константа равновесия выразится уравнением  $K_p = p_{\rm O_3}/p_{\rm CO_4}$ .

Закон действующих масс [уравнения (19.8), (19.9)], полученный для смеси идеальных газов, применим и к процессам диссоциации и рекомбинации молекул, которые имеют место в камерах сгорания и соплах ракетных двигателей.

### § 19.3. ТЕРМИЧЕСКАЯ ДИССОЦИАЦИЯ В ГАЗАХ. СТЕПЕНЬ ДИССОЦИАЦИИ

Среди реакций, возникающих при столкновении молекул различных всществ, особо следует выделить реакции термической диссоциации.

Разложение более сложных веществ на более простые под влиянием высокой температуры называется термической диссоциацией. Обратное направление процесса сопровожда-

ется рекомбинацией молекул. Например, для водяного пара имеем:

$$2H_2O \rightleftharpoons 2H_2 + O_2$$
;  $2H_2O \rightleftharpoons 2OH + H_2$ ,

для углекислоты

$$2CO_2 \rightleftarrows 2CO + O_z$$

При высоких температурах (2500°C и более) двухатомные газы разлагаются на одноатомные:

$$O_2 \rightleftarrows 2O$$
;  $H_2 \rightleftarrows 2H$ ;  $N_2 \rightleftarrows 2N$ 

Диссоциация — реакция противоположного направления реакции горения и поэтому она требует затраты энергии извне и идет с поглощением теплоты, т. е. это реакция эндотермическая. Энергия эта расходуется на разрыв связей и на сообщение кинетической энергии вновь освобождающимся частицам. Диссоциация конечных продуктов сгорания указывает на неполноту реакции, на неполноту выделения теплоты и, следовательно, приводит к снижению кпд камеры сгорания.

Степенью диссоциации а называется молярная доля конечного количества вещества реакции, разложившегося к моменту равновесия на исходные. Например, горение водорода выражается формулой

$$H_2 + 0.50_2 \rightleftarrows H_2O$$

Из формулы видно, что при полном сгорании 1 моль водорода в количестве вещества кислорода 1/2 моль получается 1 моль водяного пара. Но вследствие диссоциации не происходит полного окисления, и при степени диссоциации, равной  $\alpha$ , к моменту равновесия в смеси будет не 1 моль водяного пара, а только  $(1-\alpha)$  моль, но зато в смеси останутся продукты диссоциации, а именно водород и кислород, причем количество вещества водорода будет вдвое больше, чем кислорода, так как при разложении одной молекулы водяного пара получается одна молекула водорода и половина молекулы кислорода. Следовательно, в смеси будет  $\alpha$  моль водорода и  $0.5\alpha$  моль кислорода. По этим данным можно определить состав диссоциированных продуктов сгорания.

По степени диссоциации можно определить состав смеси реагирующих веществ в момент равновесия, а так как константа равновесия также позволяет определить этот состав, то обе эти величины должны быть связаны между собой, т. е.  $K_c = f(\alpha)$  или  $K_p = f(\alpha)$ .

### § 19.4. СВЯЗЬ МЕЖДУ КОНСТАНТОЙ РАВНОВЕСИЯ И СТЕПЕНЬЮ ДИССОЦИАЦИИ

Зависимость между константой равновесия и степенью диссоциации имеет разную форму для разных реакций,

Рассмотрим основные виды реакций, встречающихся в процессах горения.

1. Реакции горения, происходящие с уменьшением числа молей. К ним относятся однотипные реакции горения водорода и оксида углерода:

$$2H_2+O_2 \rightleftarrows 2H_2O$$
,  $2CO+O_2 \rightleftarrows 2CO_2$ 

Рассмотрим реакцию горения водорода. Пусть при определенной температуре реакции, для которой известна константа равновесия  $K_p$ , к моменту равновесия не прореагировала некоторая часть, например  $\alpha$ , от 1 моль смеси, тогда в продуктах горения вместо 2 моль водяного пара будет только  $2(1-\alpha)$  моль, но вместо  $2\alpha$  моль пара останутся в смеси непрореагировавшие водород и кислород в количестве: водорода  $2\alpha$  моль, а кислорода  $\alpha$  моль. Таким образом, состав продуктов сгорания к моменту равновесия будет следующий:

| Водяного  | па | ра |   |      |   |   |   | ٠ | 2(1—а) моль |
|-----------|----|----|---|------|---|---|---|---|-------------|
| Водорода  |    | ٠. |   |      |   |   |   |   | 2а моль     |
| Кислорода |    |    | • |      | • | • | ٠ |   | а моль      |
| Bcero     |    |    |   | <br> |   |   |   |   | (2+a) моль  |

Используя формулы (1.32) и (1.33) для газовых смесей, на-ходим парциальные давления компонентов в виде:

$$p_{\rm H_2O} = p \frac{2(1-\alpha)}{2+\alpha}; p_{\rm H_2} = p \frac{2\alpha}{2+\alpha}; p_{\rm O_2} = p \frac{\alpha}{2+\alpha}.$$

Зная парциальные давления, по формуле (19.8) находим константу равновесия:

$$K_{p} = \frac{p_{\text{H}_{2}}^{2} p_{\text{O}_{2}}}{p_{\text{H}_{2}\text{O}}^{2}} = \frac{p^{24} \alpha^{2} \alpha p (2 + \alpha)^{2}}{(2 + \alpha)^{2} (2 + \alpha) p^{24} (1 - \alpha)^{2}} = p \frac{\alpha^{3}}{(2 + \alpha) (1 - \alpha)^{2}}.$$
(19.12)

Это уравнение дает зависимость между константой равновесия и степенью диссоциации. Так как константа равновесия для определенной температуры имеет вполне определенное значение, то степень диссоциации определяется давлением, при котором происходит диссоциация. Для выяснения этого влияния в правой части уравнения (19.12) числитель и знаменатель разделим на  $\alpha^3$ :

$$K_p = p \frac{1}{(2/\alpha + 1)(1/\alpha - 1)^2}$$
.

Находим, что при T—const и повышении давления степень диссоциации уменьшается, т. е. полнота горения увеличивается, увеличивается количество получаемого водяного пара, а количество водорода и кислорода уменьшается; в этом случае говорят, что равновесие сдвигается вправо.

2. Реакции, происходящие без изменения количества веществ газообразных компонентов реакции. К ним можно отнести реакцию

$$CO + H_2O \rightleftarrows CO_2 + H_2$$

Константа равновесия этой реакции определяется из выражения

$$K_{p} = \frac{p_{\text{CO}}p_{\text{H}_{\bullet}\text{O}}}{p_{\text{CO}_{\bullet}}p_{\text{H}_{\bullet}}}.$$

Рассматривая эту реакцию, находим следующее. Если степень диссоциации равна  $\alpha$ , то к моменту равновесия в смеси будет не по 1 моль количеств веществ  $CO_2$  и  $H_2$ , а только по  $(1-\alpha)$  моль, но зато остается по  $\alpha$  моль CO и  $H_2O$ , которые не могли прореагировать вследствие диссоциации. Следовательно, состав смеси и парциальные давления компонентов к моменту равновесия будут следующие:

| $CO_2$  |   |   |      |   |      | ٠ |   |   |      |   | (1—a) моль |
|---------|---|---|------|---|------|---|---|---|------|---|------------|
| $H_2$ . |   |   |      |   |      |   |   |   |      | * | (1-α) моль |
| co .    |   |   |      |   |      |   |   |   |      |   | а моль     |
| $H_2O$  | • | • | •    | ٠ |      |   | • | • |      | * | α моль     |
| Bcerc   | • |   | <br> |   | <br> |   |   |   | <br> |   | 2 моль     |

Находим константу равновесия:

$$K_c = K_p = \frac{\alpha p \alpha p \cdot 2 \cdot 2}{2 \cdot 2 (1 - \alpha) p (1 - \alpha) p} = \frac{\alpha^2}{(1 - \alpha)^2}.$$
 (19.13)

В эту зависимость давление, при котором происходит реакция, не входит, следовательно, степень диссоциации в реакциях этого вида не зависит от давления.

Изучение зависимостей между константой равновесия и степенью диссоциации приводит к выводу, что константа равновесия представляет гораздо более удобную расчетную величину, чем степень диссоциации, поэтому за основу расчета состава продуктов сгорания принимают именно константу равновесия и для нее даются таблицы значений  $K_p$  в зависимости от температур для разных реакций. В случае необходимости пользуются формулой (19.9), связывающей константы равновесия  $K_p$  и  $K_c$ .

## § 19.5. СВЯЗЬ МЕЖДУ МАКСИМАЛЬНОЙ РАБОТОЙ И КОНСТАНТОЙ РАВНОВЕСИЯ

Как было указано в гл. 18, скорость и полнота химической реакции определяются химическим сродством реагирующих элементов. Степень химического сродства элементов определяется максимальной работой, причем для изохорно-изотермической реакции максимальная работа определяется уменьшением изохорного потенциала F, а для изобарно-изотермической — уменьшением изобарного потенциала Z. Чем большее значение имеет максимальная работа реакции, тем больше химическое сродство элементов, тем полнее происходит реакция, т. е. тем меньше к моменту равновесия исходных веществ и больше конечных.

Из формулы (19.8) видно, что чем полнее происходит реакция, тем меньше значение константы равновесия. Можно заключить, что максимальная работа реакции связана определенными зависимостями с константой равновесия. Уравнение, связывающее эти две величины, называется изотермой химической реакции. Для вывода этого уравнения предположим, что в смеси обратимо происходит реакция по уравнению

$$aA+bB \rightleftarrows cC+dD$$
.

Состояние смеси в начальный момент характеризуется неравновесными парциальными давлениями  $P_A$ ,  $P_B$ ,  $P_C$ ,  $P_D$ , причем реакция идет слева направо, т. е. с преобразованием веществ A и B в вещества C и D, при этом парциальные давления  $P_A$  и  $P_B$  уменьшаются, а  $P_C$  и  $P_D$  увеличиваются. При достижении равновесия все парциальные давления делаются равновесными и равными определенным значениям  $p_A$ ,  $p_B$ ,  $p_C$ ,  $p_D$ . Так как по условию реакция протекала обратимо, а T = const, то работа, произведенная всей системой, максимальна. Изменение изобарно-изотермического потенциала системы в ходе этой реакции определяется равенством

$$\Delta Z = \sum \mu_i \Delta n_i = c \mu_C + d \mu_D - a \mu_A - b \mu_B.$$

Подставив значение химического потенциала идеального газа из уравнения (18.60) в приведенное выше соотношение, получим для начального состояния

$$\Delta Z = (c\mu_{OC} + d\mu_{OD} - a\mu_{OA} - b\mu_{OB}) +$$

$$+RT(c\ln P_C + d\ln P_D - a\ln P_A - b\ln P_B).$$

Сумма в первых скобках, согласно выражению (19.7), равна -RT In  $K_p$ . Следовательно,

$$\Delta Z = RT (c \ln P_C + d \ln P_D - a \ln P_A + b \ln P_B) + RT \ln K_p,$$

или, так как по уравнению (18.26)  $A_{\max} = \Delta Z = Z_1 - Z_2$ ,

$$A_{\text{max}} = RT \left[ \ln \frac{P_A^a P_B^b}{P_C^c P_D^d} - \ln K_p \right]. \tag{19.14}$$

Этот вывод одинаков как для изобарно-, так и изохорно-изотермических реакций. Анализ этого уравнения приводит к следующим выводам:

1) если  $A_{\text{max}} > 0$ , то

$$\ln \frac{P_A^a P_B^b}{P_C^c P_D^d} > \ln K_p,$$

следовательно,  $P_A > p_A$ ,  $P_B > p_B$ ,  $P_C < p_C$ ,  $P_D < p_D$ . При этих условиях реакция может идти только слева направо, т. е. с образованием веществ C и D;

- 2) если  $A_{\max} < 0$ , то, естественно, реакция может идти только справа налево, т. е. с разложением веществ C и D на вещества A и B:
  - 3) если  $A_{\text{max}} = 0$ , то система находится в равновесии.

Так как значение максимальной работы реакции зависит от начальных концентраций (парциальных давлений) веществ в смеси, то для оценки химического сродства за начальные парциальные давления веществ принимают такие отношения, произведения которых равны единице, т. е.

$$\frac{P_A^a P_B^b}{P_C^c P_D^d} = 1,$$

а логарифм этого произведения равен нулю.

При таких условиях уравнение максимальной работы имеет вид

$$A_{\text{max}} = -RT \ln K_p. \tag{19.15}$$

Очевидно, уравнение (19.15) может быть применено для вычисления уменьшения свободной энергии (18.23) или термодинамического потенциала (18.26).

## § 19.6. ВЛИЯНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ РЕАКЦИИ НА ХИМИЧЕСКОЕ РАВНОВЕСИЕ

Положение химического равновесия зависит от температуры реакции. Следовательно, температура реакции влияет на все величины, связанные с химическим равновесием.

Выведем уравнение, определяющее зависимость константы равновесия от температуры. Для этого используем уравнения максимальной работы (18.30) и (19.14):

$$A_{\max} = Q + T \frac{dA_{\max}}{dT};$$
 (a)

$$A_{\text{max}} = RT \left[ \ln \frac{P_A^a P_B^b}{P_C^c P_D^d} - \ln K_p \right]. \tag{6}$$

Определим из уравнения (б)  $dA_{max}/dT$ , принимая произведение начальных парциальных давлений величиной постоянной:

$$\frac{\mathrm{d}A_{\max}}{\mathrm{d}T} = R \left[ \ln \frac{P_A^a P_B^b}{P_C^c P_D^d} - \ln K_p \right] - RT \frac{\mathrm{d} \ln K_p}{\mathrm{d}T}.$$

Полученное значение подставляем в уравнение (а):

$$A_{\text{max}} = Q + RT \left[ \ln \frac{P_A^a P_B^b}{P_C^c P_D^d} - \ln K_p \right] - RT^2 \frac{\dim K_p}{dT} ,$$

или

$$A_{\max} = Q + A_{\max} - RT^2 \frac{\mathrm{d} \ln K_p}{\mathrm{d} T}.$$

Следовательно,

$$\frac{\mathrm{d}\ln K_{\rho}}{\mathrm{d}T} = \frac{Q}{RT^2} \,. \tag{19.16}$$

Это уравнение одинаково и для изохорной, и для изобарной реакции.

Полученная зависимость позволяет обнаружить влияние температуры реакции на химическое равновесие. Для экзотермических реакций тепловой эффект положителен, следовательно, левая часть полученного уравнения также положительна, т. е.  $\frac{\text{d I } \mathcal{H}}{\text{d}T} > 0$  и

 $\operatorname{dig} K$  и  $\operatorname{d} T$  имеют одинаковые знаки. Если температура реакции повышается, то увеличивается константа равновесия. Отсюда следует, что к моменту равновесия давления исходных веществ увеличиваются и реакция происходит менее полно: равновесие сдвигается влево и степень диссоциации растет. Для более полного протекания экзотермической реакции необходимы более низкие температуры.

Аналогичные рассуждения для эндотермических реакций приводят к выводу, что полнота такой реакции увеличивается при повышении температуры, а степень диссоциации уменьшается.

Согласно принципу Ле-Шателье изменение внешних условий, определяющих равновесие химической системы, приводит к химической реакции прямой или обратной, равновесие которой уменьшает влияние произведенного воздействия.

Если система получила теплоту извне, то в ходе реакции, согласно этому принципу, теплота должна поглощаться. Если изменение внешних условий связано с увеличением давления (уменьшение объема), то в ходе реакции объем системы уменьшается. При наличии внешних воздействий нарушается равенство скоростей прямой и обратной реакций — условия, характеризующего состояние равновесия в системе. Новое состояние равновесия устанавливается в зависимости от развития прямой или обратной реакции.

### § 19.7. ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОНСТАНТ РАВНОВЕСИЯ. ТЕПЛОВАЯ ТЕОРЕМА НЕРНСТА

Формула (19.16) дает возможность определить значения констант равновесия для любых температур,

В интегральном виде эта формула имеет вид

$$\ln K = \int \frac{Q}{RT^2} \, \mathrm{d}T + C.$$

Для использования в вычислениях этой формулы необходимо определить значение константы C. Это значение может быть получено, если экспериментально определены для какой-нибудь температуры значения K и теплового эффекта Q. Подсчитанное значение C подставляется в формулу, после чего она может быть использована для вычисления K при любых температурах.

Имеется другой путь нахождения значения K, путь чисто аналитический, основанный на тепловой теореме Нернста, называемой третьим законом термодинамики.

Нернст, используя большой экспериментальный материал, накопленный при изучении поведения конденсированных (твердых и жидких) веществ при низких температурах, установил, что разность  $A_{\max} - Q$  мала и с понижением температуры до абсолютного нуля уменьшается быстрее, чем по линейному закону. Из выражения (18.30) при  $T \rightarrow 0$   $A_{\max} \rightarrow Q$ , но

$$A_{\text{max}} - Q = T \frac{dA_{\text{max}}}{dT} \rightarrow 0$$

поэтому

$$\lim_{T \to 0} \left( \frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}T} \right) \to \lim_{T \to 0} \left( \frac{\mathrm{d}A_{\mathrm{max}}}{\mathrm{d}T} \right) \to 0. \tag{19.17}$$

Эти уравнения дают возможность исключить константу интегрирования и получить зависимость  $A_{\max} = f(T)$  аналитическим путем. Уравнение (19.17) математически выражает тепловую теорему Нернста. На основе этой теоремы можно утверждать, что в уравнении Кирхгофа (17.15) при температуре, равной 0 K, разность теплоемкостей в правой части стремится к нулю, следовательно, и сами теплоемкости конденсированных систем также стремятся к нулю.

Планк, основываясь на теореме Нернста, пришел к дополнительным выводам относительно энтропии. Из уравнения (18.26) можно записать

$$\frac{dA_{\text{max}}}{dT} = \frac{d(\Delta Z)}{dT}.$$

В соответствии с уравнением (18.15)

$$\left(\frac{\partial Z}{\partial T}\right)_{n} = -S$$
,

следовательно,

$$\left[\frac{\partial (\Delta Z)}{\partial T}\right]_{\rho} = -\Delta S \quad \text{if} \quad \frac{\mathrm{d}A_{\mathrm{max}}}{\mathrm{d}T} = -\Delta S \to 0. \tag{19.18}$$

На основании зависимостей (19.18) следует, что вблизи 0 K все реакции происходят без изменения энтропии, а при 0 K сама энтропия конденсированных систем равна нулю, т. е.

$$\lim S_{T\to 0} = 0$$
 и в начале отсчета  $S_0 = 0$ . (19.19)

Из уравнения (19.19) следует, что при  $T\!=\!0$  К, когда отсутствует тепловое движение, энтропия конденсированной системы равна нулю. Это происходит вследствие того, что при приближении к абсолютному нулю значительно уменьшается термодинамическая вероятность и одновременно упорядочивается взаимное расположение молекул. Образуется периодическая пространственная решетка, в которой каждая молекула неподвижна. Таким образом, при абсолютном нуле равновесная система находится в состоянии, когда термодинамическая вероятность такого состояния  $\omega\!=\!1$ .

Поэтому по формуле Больцмана (5.17)  $S = k \ln \omega$  получаем, что

при T=0 K энтропия S=0.

Следовательно, при приближении к абсолютному нулю энтропия каждого однородного кристаллического тела неограничено стремится к нулю. Это положение представляет собой третий закон термодинамики в формулировке Планка.

Положения третьего закона термодинамики позволяют определить константу интегрирования для вычисления абсолютного значения энтропии. Используя дифференциальные уравнения термодинамики, можно также определить абсолютные значения основных термодинамических функций F, Z и др.

#### ГЛАВА 20

## КРАТКИЕ СВЕДЕНИЯ О РАСТВОРАХ

Раствором называется смесь нескольких веществ или компонентов. Понятие раствора распространяется на любые агрегатные состояния вещества, поэтому можно рассматривать газовые (смеси газов), жидкие и твердые растворы. Часто компоненты жидких растворов делятся на растворитель (избыток компонента) и растворенные вещества. Термодинамическое состояние растворов принято характеризовать давлением, температурой и составом. Состав раствора определяется концентрацией (массовой или молярной), т. е. соотношением между компонентами.

Растворимости разных веществ различны. Газы при невысоких давлениях обладают неограниченной растворимостью, т. е. смешиваются в любых отношениях. Жидкости растворяются одна в другой чаще всего в любых соотношениях, но существуют жидкости, например керосин и вода, которые практически совершенно не растворяются друг в друге. Твердые тела ограниченно растворимы в жидкостях. Величина, характеризующая способность данного

вещества образовывать с другим веществом однородную систему, называется растворимостью. Количественно величину растворимости различных веществ в жидкостях принято характеризовать концентрацией их в жидком растворе, находящемся в равновесии с избытком нерастворяемых веществ. Раствор с максимально возможной в данных условиях концентрацией растворенного вещества называется насыщенным раствором. Растворимость одного вещества в другом, а следовательно, и концентрация насыщенного раствора зависят от температуры и давления раствора.

Растворение сопровождается выделением или поглощением некоторого количества теплоты. Наиболее часто при растворении наблюдается поглощение теплоты. Между тепловым эффектом растворения и растворимостью одного вещества в другом существует следующая зависимость. При положительном тепловом эффекте растворения (выделение теплоты при растворении) растворимость при повышении температуры уменьшается; при отрицательном тепловом эффекте растворимость с повышением температуры увеличивается. Энтропия системы, в которой протекает процесс растворения, увеличивается вследствие необратимости процесса растворения (смешения).

## § 20.1. РАВНОВЕСИЕ СИСТЕМЫ «ЖИДКИЙ РАСТВОР — НАСЫЩЕННЫЙ ПАР»

Термодинамическое изучение жидких растворов строится на нахождении зависимости между составом и их свойствами, давлением и температурой. Как правило, эти зависимости сложны. Исключение составляют простейшие идеальные растворы.

Рассмотрим жидкий бинарный раствор, к насыщенному пару которого применимы законы идеальных газов. Состояние двойного раствора определяется тремя независимыми переменными — давлением раствора p, температурой T и концентрацией C. Из общих условий равновесия следует, что в состоянии равновесия значения температуры и химических потенциалов растворенного вещества в соприкасающихся фазах должны быть равны. Так как состояние раствора характеризуется тремя независимыми параметрами, количественная зависимость p = f(T) при наличии растворенного вещества будет иной, чем для чистого растворителя. В частности, при растворении нелетучего вещества давление пара растворителя над раствором уменьшается, температура кипения раствора повышается.

В слабых (разбавленных) бинарных растворах давление насыщенного пара растворителя над раствором  $p_A$  меньше давления насыщенного пара над чистым растворителем  $p^0_A$  на величину  $y_B p^0_A$ , где  $y_B$  — молярная концентрация раствора.

Таким образом,

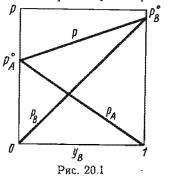
$$p_A^0 - p_A = y_B p_A^0. (20.1)$$

уравнение (20.1) выражает закон Рауля, согласно которому относительное понижение давления насыщенного пара при растворении равно молярной доле растворенного вещества в растворе. Общее давление насыщенного пара над жидким раствором при-

нимают равным сумме парциальных давлений пара отдельных компонентов. При рассмотрении бинарного раствора, состоящего из компонентов A и B, по закону Дальтона  $p=p_A+p_B$ . Учитывая, что  $p_A=p_A{}^0y_A$ ,  $p_B=p_B{}^0y_B$ , а  $y_A+y_B=1$ , получим

$$p = y_B (p_B^0 - p_A^0) + p_A^0. \tag{20.2}$$

На диаграмме (рис. 20.1) приведены зависимости общего и парциального давлений пара от состава— им отвечают прямые линии.



## § 20.2. РАВНОВЕСИЕ ЖИДКИХ РАСТВОРОВ С ГАЗАМИ

Рассмотрим термодинамическую систему, состоящую из двух соприкасающихся фаз, одна из которых является газом, а другая — жидкостью.

Пусть в начальный момент обе фазы состоят из чистых компонентов, причем газ обладает свойствами идеального газа. Предположим также, что в процессе растворения не образуется прочных химических соединений и раствор является разбавленным. В состоянии равновесия, согласно равенству (18.54), будем иметь

$$\mu_{\rm r} = \mu_{\rm w}. \tag{20.3}$$

С учетом уравнения (18.60) последнее равенство можно представить в виде

$$\mu_{0r} + RT \ln p_r = \mu_{0x} + RT \ln y_r$$

где  $\mu_{0r}$  и  $\mu_{0m}$  — химические потенциалы чистого газа и жидкости при одинаковой температуре.

Из последнего уравнения имеем

$$\frac{\mu_{0r} - \mu_{0w}}{RT} = \ln y_{r} - \ln p_{r}. \tag{20.4}$$

Левая часть уравнения (20.4) является функцией температуры. Для данного газа при T == const это выражение величина постоянная. Введя обозначение

$$\frac{\mu_{0r} - \mu_{0\kappa}}{RT} = \ln K,$$

из (20.4) получим

$$\ln K = \ln y_{\rm r} - \ln p_{\rm r}.$$

т. е. растворимость данного газа в данном растворителе прямо пропорциональна давлению газа над этим растворителем. Уравнение (20.5) является математическим выражением закона Генри.

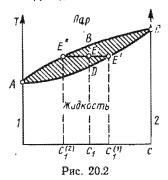
Приведенные формулировки и аналитические выражения законов Рауля и Генри справедливы только в том случае, когда парциальные давления веществ в паровой фазе существенно меньше критических давлений и концентрации газа в жидкости достаточно малы.

Большинство газов ограниченно растворимо в жидкости и концентрация их в растворах сравнительно невелика. В тех случаях, когда растворение газа сопровождается химическим взаимодействием с растворителем, растворимость газа увеличивается.

## § 20.3. СОСТАВ ПАРОВОЙ ФАЗЫ НАД РАСТВОРОМ

Определение состава растворов требует знания состава компонентов как в жидкой, так и паровой фазе.

При кипении раствора двух жидкостей, смешивающихся друг с другом, диаграмма состояния имеет вид, показанный на рис. 20.2. Заштрихованная область, ограниченная кривыми ABC и ADC, представляет собой область двухфазных состояний, в которой вещество находится в виде жидкого раствора и насыщенного пара, находящегося с ним в равновесии. Область выше кривой ABC



(кривая конденсации) — область пара; под кривой ADC (кривая кипения) — область жидкости. Составы паровой и жидкой фаз — точки на кривых ABC и ADC. Горизонтальные линии, пересекающие эти кривые, ограничивают область равновесного существования двух фаз и определяют состав фаз, на которые раствор распадается при данных давлении и температуре.

На Tc-диаграмме (рис. 20.2) в точке E с концентрацией растворенного вещества  $c_1$  последнее состоит из n молей

жидкой фазы, состояние которой определяется точкой E с концентрацией  $c_1^{(1)}$  и  $n^{(2)}$  молей насыщенного пара, состояние которого характеризуется точкой E'' с концентрацией  $c_1^{(2)}$ . При этом соотношение между количествами обеих фаз, так же как и при равновесии чистой жидкости со своим насыщенным паром, равно

$$n^{(1)}/n^{(2)} = \overline{E''E}/\overline{E'E}$$
.

В насыщенном паре (точка E'') концентрация  $c_2^{(2)}$  вещества 2, имеющего более высокую температуру кипения при данном дав-

мении (менее летучего, чем вещество I), имеет меньшую величину, чем его концентрация  $c_2^{(1)}$  в жидкой фазе, находящейся в равновесии с паром (точка E'). Отсюда следует, что в жидких растворах пар относительно богаче тем компонентом, прибавление которого к смеси увеличивает общее давление пара. Это положение носит название первого правила Коновалова.

Если кипение жидкого раствора происходит в открытом сосуде с отбором пара, то по мере кипения жидкость будет обогащаться растворенным веществом, так как пар беднее растворенным веществом, чем жидкость. Этот эффект может быть использован для разделения жидких смесей. Комбинируя последовательность процессов испарения и конденсации, можно добиться полного разделения смеси жидкостей. Процесс такого разделения жидких смесей называется ректификацией.

#### ГЛАВА 21

## ЭЛЕМЕНТЫ КИНЕТИКИ ХИМИЧЕСКИХ РЕАКЦИИ

Кинетикой химических реакций называется учение о скоростях химических реакций. Скорости химических реакций зависят от условий, в которых они протекают, от концентрации реагирующих веществ, температуры, влияния катализаторов и т. п.

## § 21.1. ВЛИЯНИЕ КОНЦЕНТРАЦИИ НА СКОРОСТЬ ХИМИЧЕСКОЙ РЕАКЦИИ

Как известно из предыдущих глав, скорость реакции, как прямой, так и обратной, определяется изменением концентрации реагирующих веществ в едивицу времени.

Так, для реакции вида

$$aA+bB \rightleftarrows cC+dD$$

скорость прямой реакции

$$W_1 = k_1 c_A^a c_B^b,$$

а скорость обратной

$$W_2 = k_2 c_C^c c_D^d$$

Концентрации исходных веществ в реакции будут уменьшаться, а полученных — возрастать. По мере израсходования исходных веществ скорость процесса уменьшается, следовательно, числовые значения скорости будут различными в различные промежутки времени.

Средняя скорость реакции обычно относится к конечному промежутку времени  $\tau = \tau_2 - \tau_1$ :

$$\overline{W} = -\frac{c_2 - c_1}{\tau_2 - \tau_1} \,. \tag{21.1}$$

Истинную скорость можно определить как производную от концентрации по времени

$$W = -\frac{\mathrm{d}c}{\mathrm{d}\tau}.\tag{21 2}$$

Знак минус в выражениях (21.1) и (21.2) соответствует уменьшению концентрации исходных веществ со временем.

Для обратимых реакций, когда  $W = W_1 - \hat{W}_2 \neq W_1$ , реакции идут не с полным исчезновением исходных веществ. Скорость убывания концентрации исходного вещества B в бимолекулярной реакции вида

$$A+B \rightleftarrows C+D$$

равна

$$W_1 = -\frac{dc_A}{d\tau} = k_1 c_A c_B, \tag{21.3}$$

а скорость возрастания концентрации того же вещества A в результате обратной реакции

$$W_2 = -\frac{\mathrm{d}c_A}{\mathrm{d}\tau} = k_2 c_C c_D. \tag{21.4}$$

Уравнение скорости реакции при  $W_1{>}W_2$  может быть записано в виде

$$-\frac{\mathrm{d}c}{\mathrm{d}\tau} = W_1 - W_2 = k_1 c_A c_B - k_2 c_C c_D.$$

Состояние динамического равновесия наступает в результате равенства скоростей  $W_1$  и  $W_2$ , при этом общая скорость реакции будет равна нулю. Следовательно, при равновесии  $k_1c_Ac_B = k_2c_Cc_D$ 

$$\frac{k_2}{k_1} = \frac{c_A c_B}{c_C c_D} \,. \tag{21.5}$$

Правая часть этого равенства представляет собой константу равновесия  $K_C$  данной реакции и, следовательно,  $K_C = k_2/k_1$  представляет собой отношение констант скоростей двух противоположных реакций, составляющих данную обратимую реакцию.

Если предположить, что в заданном объеме количества веществ, участвующих в бимолекулярной реакции, равны a, b, c, d и в определенный момент времени  $\tau$  их количество равно a-x, b-x, c-x, d-x, то

$$\frac{dx}{dx} = k_1(a-x)(b-x) - k_2(c+x)(d+x).$$

Допуская для простоты выводов, что a=b и c=d=0, предыдущее уравнение перепишем в виде

$$\frac{dx}{dx} = k_1 (a - x)^2 - k_2 x^2. \tag{21.6}$$

интегрируя уравнение (21.6), получим

$$k_1 - k_2 = \frac{1}{\tau (m_2 - m_1)} \ln \frac{(m_2 - x) m_1}{(m_1 - x) m_2},$$
THE  $m_1 = a \left( 1 + V \overline{K_C} \right) / (1 - K_C); m_2 = a \left( 1 - V \overline{K_C} \right) / (1 - K_C);$ 

$$K_C = \frac{k_2}{k_1} = \left( \frac{a - x_\infty}{x_\infty} \right)^2.$$

Здесь  $x_{\infty}$  — количество прореагировавшего вещества -к моменту равновесия.

## § 21.2. ВЛИЯНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ на скорость химической реакции

Экспериментальные исследования химических реакций показывают, что при новышении температуры скорость реакции увеличивается. Так, например, скорость реакции соединения водорода с кислородом при температуре 300°C неизмеримо мала, а при 700°C эта реакция идет с громадной (взрывной) скоростью.

Количественная оценка влияния температуры на скорость реакции, а следовательно, и на константу скорости оценивается температурным коэффициентом скорости реакции т'. Температурный коэффициент скорости равен отношению констант скоростей  $\tau'$  $=k_{T+10}/k_T$  и показывает, во сколько раз увеличилась скорость реакции при увеличении температуры на 10°.

Опытными исследованиями установлено, что при повышении температуры на 10° скорость гомогенных реакций увеличивается в

Уравнение вида k=f(T) можно вывести из уравнения изохоры химической реакции (19.16):

$$\frac{\mathrm{d}\ln K}{\mathrm{d}T} = -\frac{Q}{RT^2} ,$$

которая выражает температурный коэффициент константы равновесия через тепловой эффект реакции. Но так как константа равновесия  $K = k_2/k_1$ , то

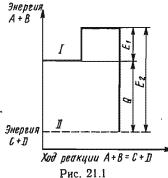
$$\frac{\mathrm{d}\ln k_2}{\mathrm{d}T} - \frac{\mathrm{d}\ln k_1}{\mathrm{d}T} = \frac{Q}{RT^2}.$$
 (21.7)

Рассмотрим тепловой эффект реакции как разность двух энергетических величин:

$$Q = E_1 - E_2$$

где  $E_1$  и  $E_2$  — энергия прямой и обратной реакции. По вертикальной оси (рис. 21.1) отложена энергия рассматриваемой системы молекул, по горизонтальной — ход реакции. Если вдет прямая экзотермическая реакция, т. е. из вещества А и В по- $^{n}$ учаются вещества C и D, то общий запас энергии продуктов ре-

акции меньше, чем исходных, и система в результате переходит на более низкий энергетический уровень. Разность этих уровней равна теплоте реакции Q. Верхний уровень определяет тот наименьший запас энергии, которым должны обладать чтобы их столкновения могли привести к химическому взаимодей. ствию. Разность между этим верхним уровнем и уровнем І пред.



ставляет собой энергию активации прямой реакции  $E_1$ , а разность между максимальным уровнем и уровнем II — энергию активации обратной реакции  $E_2$ . Таким образом, в ходе реакции система должна перейти через энергетический барьер.

. Уравнение (21.7) можно разложить на два, относящихся к прямой и обратной реакциям, и оно будет удов-

летворено, если:

$$\frac{\frac{d \ln k_1}{dT} = \frac{E_1}{RT^2} + H_1;}{\frac{d \ln k_2}{dT} = \frac{E_2}{RT^2} + H_2.$$

В общем случае

$$\frac{\mathrm{d} \ln k}{\mathrm{d}T} = \frac{E}{RT^2} + H. \tag{21.8}$$

Это уравнение было выведено Вант-Гоффом и носит его имя. На основании опытных данных можно принять H=0, тогда уравнение (21.8) примет вид

$$\frac{\mathrm{d} \ln k}{\mathrm{d}T} = \frac{E}{RT^2}.\tag{21.9}$$

Интегрируя это уравнение при постоянной величине Е, получим

$$\ln k = -\frac{E}{RT} + C, \tag{21.10}$$

где С — константа интегрирования. Откуда

$$k = e^{-E/RT + C}$$
. (21.11)

Это уравнение позволяет выразить зависимость константы скорости химической реакции от температуры в виде прямой в координатах  $ln_h$ , 1/T.

Пользуясь уравнением (21.10), можно определить зависимость температурного коэффициента скорости реакции от температуры. 
$$\ln k_1 = -\frac{E}{RT_1} + C; \quad \ln k_2 = -\frac{E}{RT_2} + C,$$

яЛИ

$$\ln \frac{k_2}{k_1} = \frac{E}{R} \left( \frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right) = \frac{E}{R} \frac{(T_2 - T_1)}{T_1 T_2} .$$

Принимая  $T_2 = T_1 + 10$ ;  $T_1 T_2 = T^2_{\rm cp}$  и R = 8,314 кДж/(моль-К), получим

$$\lg \frac{k_2}{k_1} = \frac{E}{19.15} \frac{10}{T_{\rm cp}^2}; \tag{21.12}$$

$$\lg \tau' = \lg \frac{k_{T+10}}{k_T} = B \frac{10}{T_{cp}^2}$$
 (21.13)

Откуда

$$\tau' = k_{T+10}/k_T = 10^{10B/T_{\rm cp}^2}. (21.14)$$

Полученная зависимость показывает, что температурный коэффициент скорости с повышением температуры уменьшается, а следовательно, уменьшается и рост скорости реакции. Скорость реакции при низких температурах возрастает более интенсивно, чем при высоких.

#### § 21.3. АКТИВАЦИЯ

Химические реакции осуществляются в результате взаимных столкновений молекул. Скорость реакции на основании закона действующих могс зависит от концентрации реагирующих молекул, а следовательно, и числа столкновений, причем чем больше концентрация, тем больше будет столкновений. Однако в реакциях, протекающих с конечной скоростью, не все столкновения молекул приводят к химическому взаимодействию.

Эффективными будут только те столкновения между молекулами, которые в момент столкновения обладают некоторым избытком внутренней энергии и при встрече их может выделиться энергия, необходимая для разрушения химических связей. Этот избыток энергии, необходимый для проведения данной реакции, называется энергией активации. Причина того, что топливо (бензин, керосин и т. п.) не загорается само собой, заключается в значительной энергии активации соответствующих окислительных реакций. Повышение температуры приводит к тому, что все чаще и чаще молекулы окислителя и горючего в момент столкновения меют необходимый избыток энергии, и в конце концов скорость реакции достигает такого значения, что начинается горение. По теории активации к реакции могут привести только столкновения

между активными молекулами, энергия которых будет боль<sub>ще</sub>

энергии активации.

Когда число активных молекул N' составляет относительно  $_{\rm Ma}$  лую долю от их общего числа N, то (на основании уравнения  $_{\rm pac}$  пределения Больцмана) отношение их равно

$$N'/N = e^{-E_{\alpha}/(RT)},$$
 (21.15)

где  $E_a$  — некоторый минимум энергии молекул при столкновении. В силу этого активное число столкновений, энергия которых превышает энергию активации  $E_a$ ,

$$z = z_0 e^{-E_a (RT)}, (21.16)$$

где  $z_0$  — полное число столкновений.

На основании уравнения (21.16) скорость химической реакции

$$W = W_0 e^{-E_{a}/(RT)} (21.17)$$

зависит как от температуры, так и от энергии активации.

Для бимолекулярной реакции скорость, соответствующая полному числу столкновений молекул,

$$W_0 = k_0 c_1 c_2$$
,

где  $k_0$  — константа скорости по столкновению;  $c_1$ ,  $c_2$  — концентрации реагентов.

Действительная скорость реакции на основании теории активации определяется по формуле

$$W = W_0 e^{-E_{a'}(RT)} = k_0 c_1 c_2 e^{-E_{a'}(RT)}.$$
 (21.18)

Обозначая величину  $k_0 e^{-E_{\alpha}/(RT)}$  через k, получим

$$W = kc_1c_2, (21.19)$$

где k — действительная константа скорости химической реакции, которая учитывает фактор активации.

Выражение для действительной скорости реакции (21.19) имеет тот же вид, что и закон действующих масс, но учитывает фактор активации  $-E_a/(RT)$ .

## § 21.4. ҚАТАЛИЗ

Катализом называют явление, при котором происходит изменение скоростя реакции под действием некоторых веществ (катализаторов), остающихся в результате реакции химически неизмененными. Под действием катализаторов реакции могут ускоряться (положительный катализ) или замедляться (отрицательный катализ).

Отрицательный катализ играет важную роль в процессе горения. Добавление в бензин тетраэтилсвинца не способствует образованию углеводородов и подавляет детонацию.

Катализатор не влияет на химическое равновесие в системе и не может перемещать равновесие в ту или другую сторону. В задачу катализаторов входит только увеличение скорости реакции, т. е. скорейшее достижение состояния равновесия. Катализаторы всегда изменяют энергию активации, причем при положительном катализе она уменьшается. Катализатор в реакции может находиться в одной фазе с реагентом (гомогенный катализ), в разных фазах (гетерогенный катализ) или являться одним из конечных продуктов реакции (автокатализ).

Катализаторы, значительно изменяя скорости реакции и возбуждая заторможенные реакции, существенно влияют на кинети-

ку химических реакций.

## Новые направления в развитии термодинамики

Современная термодинамика не является застывшей наукой. С одной стороны, расширяются области, где применяются термодинамические методы исследования: области высоких и низких температур, области очень малых и больших давлений. С другой стороны, новые открытия рождают и новые области применения термодинамики: термодинамика термодинамика, термодинамика отрицательных абсолютных температур и т. д. И наконец, не остаются неизменными и сами методы термодинамического исследования: эксергетический метод, методы термодинамики необратимых процессов и др.

#### ГЛАВА 22

## ОСНОВЫ ТЕРМОДИНАМИКИ ПЛАЗМЫ И НЕОБРАТИМЫХ ПРОЦЕССОВ

В главе рассматриваются два аспекта развития термодинамики, не связанные общностью подходов: исследование термодинамических свойств плазмы, необходимое для решения некоторых технических задач, связанных с космической и лазерной техникой, управляемыми термоядерными реакциями, плазменной химией т. д., а также термодинамический анализ неравновесных процессов, составляющих главную задачу и содержание термодинамики неравновесных процессов.

## § 22.1. ТЕРМОДИНАМИКА ПЛАЗМЫ. СОСТОЯНИЕ ПЛАЗМЫ

Электрические двигатели являются в настоящее время наиболее перспективными для осуществления длительных полетов в пределах Солнечной системы. Они могут применяться для корректировки орбиты спутников Земли и в ряде

других случаев. Среди электрических двигателей на первое место могут быть поставлены плазменные двигатели, в которых реактивная тяга создается пото, ком плазмы.

Энергия сообщается плазме нагреванием (за счет джоулевой температуры нагрева плазмы протекающим через нее током) или ускорением плазмы магнитным полем. Магнитное поле в плазменных магнитогидродинамических двигателях (МГД) не только служит для ускорения плазмы, но и предотвращает ее соприкосновение со стенками камеры и выходного сопла. Так как длительное удержание плазмы магнитным полем осуществить трудно, то плазменные двигатели работают в импульсном режиме.

Плазмой называется ионизированный газ. При ионизации электроны отрываются от атомов. Потеряв электроны, атомы и молекулы приобретают положительный электрический заряд и становятся ионами. Плазма состоит из ионов и электронов. Количество положительно и отрицательно заряженных частиц в плазме таково, что их суммарный заряд равен нулю — это квазинейтральная плазма.

Однако плазма не только полностью ионизированный газ. Если ионизацию в газе создают легко ионизирующиеся щелочные присадки, то газ почти не ионизирован, ионизирована лишь некоторая доля атомов присадки. В этом случае плазма частично ионизирована.

Между плазмой и газом нет резкой границы. Плазма подчиняется газовым законам и во многих отношениях ведет себя как газ. Но свободно движущиеся электроны в плазме могут переносить электрический ток, и поэтому плазма обнаруживает ряд свойств, которыми обладают электролиты и твердые проводники (металлы, полупроводники).

Специфические свойства проявляются в плазме, если на нее действует сильное магнитное поле. Эти особенности плазмы определяются дальнодействующим характером электрических сил взаимодействия между составляющими ее частицами. Так, если в газе в случае сил притяжения потенциал межмолекулярных сил  $\varphi(r)$  пропорционален величине  $1/r^6$  (где r — расстояние между молекулами), то в плазме потенциал взаимодействия между частицами подчиняется закону Кулона  $\psi(r) \sim 1/r$ , что приводит к длительному взаимодействию на больших расстояниях.

В газах благодаря большому числу столкновений между молекулами быстро устанавливается равновесное состояние. В разряженной плазме столкновения редки и вероятность установления равновесного состояния меньше, причем она падает с увеличением температуры. Плотная и, в частности, слабо ионизированная плазма должна находиться в состоянии термического равновесия. Разреженная, полностью ионизированная плазма может находиться длительное время в неравновесном состоянии, для этой плазмы термодинамическое описание состояния непригодно.

В состоянии термического равновесия распределение энергии в газах подчиняется закону Максвелла. По этому закону средняя кинетическая энергия поступательного движения молекулы не зависит от ее природы и пропорциональна абсолютной температуре газа T:

$$E_{\text{\tiny KHR}} = \frac{3}{2} kT, \qquad (22.1)$$

гле k — константа Больцмана.

В случае одноатомного газа, имеющего три степени свободы в поступательном движении, среднее значение энергии, приходящееся на одну степень свободы, равно kT/2.

Аналогичное соотношение справедливо для полностью ионизированной плазмы, в которой электроны и ионы могут совершать только поступательное движение. При температурах до 2500 К газ нельзя считать плазмой. В диапазоне температур 2500 ... 6000 К свойства плазмы проявляются в газах с легкоионизирующимися присадками — натрием, калием, цезием и др. В такой частично ионизированной плазме концентрация электронов достаточна для того, чтобы на движение газа заметное влияние оказывали электрическое и магнитное поля. В температурном интервале 6000 ... 25 000 К в газе наблюдается заметная концентрация электронов и при температурах до 1 000 000 К возможен отрыв атомных ядер и свободных электронов. Для получения полностью ионизированной плазмы нужно нагреть газ до такой температуры, чтобы средняя энергия теплового движения атома была равна или больше его потенциала ионизации I:

$$kT \geqslant J.$$
 (22.2)

Для водорода или дейтерия J = 13,54 эВ, поэтому полностью вонизированная плазма получается при температурах

$$T > 13.54 \cdot 1.6 \cdot 10^{-12} / (1.37 \cdot 10^{-16}) = 160000 \text{ K}.$$

Вследствие ряда специфических свойств плазмы понятие «температура» имеет множество определений и их многообразие не позволяет остановиться на одном и считать его в настоящее время единственно правильным. Для плазмы, находящейся в состоянии частичного термодинамического равновесия, можно выделить электронную  $T_e$  и ионную  $T_i$  температуры. В этом случае плазма может рассматриваться как смесь электронного и ионного газов, причем распределение скоростей частиц в каждом из газов максвелювское (хотя оба газа — электронный и ионный не находятся в равновесии). При достаточно высоких плотностях плазма будет находиться в состоянии термического равновесия и  $T_e = T_i$ . Такая плазма называется изотермической. При очень низких плотностях плазма не может находиться в термическом равновесии и понятие температуры к ней неприемлемо.

Для плазмы, находящейся в магнитном поле, вводят две тем. пературы, соответствующие движению плазмы вдоль и поперек магнитного поля, продольную и поперечную.

Одним из важнейших параметров ионизированного газа явля-ется давление. Если давление выше  $10~\rm k\Pi a~(10^{-1}~\rm fap)$ , то среда считается сплошной. В области, где  $p=(10^{-3}...10)~\rm k\Pi a~[(10^{-5}...10^{-1})~\rm fap]$ , газ— не сплошная среда, не простая совокупность независимых частиц, так как в этой области средняя длина свободного пробега частиц соизмерима или превосходит размер области, где идет изучаемый процесс. При более низких давлениях газ можно считать совокупностью движущихся независимо друг от друга частиц. Если энергия взаимодействия между частицами мала по сравнению с кинетической энергией частиц, то давление (бар) в плазме можно определить из уравнения состояния идеального газа

$$p = (n_e + n_i)kT = 1,6(n_e + n_i)T \cdot 10^{-12},$$
 (22.3)

где  $n_e$  и  $n_i$  — концентрация электронов и ионов (число этих частиц в объеме 1 см³).

При значительном повышении плотности плазма перестает вести себя как идеальный газ. Отступление от законов идеальных газов связано с электростатическим взаимодействием частиц плазмы и явлением вырождения плазмы. Электростатическое взаимодействие может быть учтено следующим образом. Внутренняя энергия плазмы в этом случае складывается из внутренней кинетической энергии, равной внутренней энергии идеального газа,  $E_{\text{кин}} = U_{\text{ил}}$  и средней энергии электрического взаимодействия  $U_3$ :

$$U = U_{\text{MM}} + U_{\text{s}}, \tag{22.4}$$

где

$$U_{\text{MR}} = \frac{3}{2} (n_e T_e + n_i T_i). \tag{22.5}$$

Энергия электростатического взаимодействия находится по формулам электростатики для двух видов противоположно заряженных частиц и равна

$$U_{\mathfrak{g}} = -\frac{e^2}{r} N, \tag{22.6}$$

где e — заряд частицы; N — число частиц данного вида в объеме V; r — дебаевский радиус, определяющий глубину проникновения внешнего электрического поля в плазму.

Для однократно полностью или частично ионизированной плазмы  $(n_e = n_i = n)$ 

$$r = \sqrt{\frac{kT_iT_e}{4\pi ne^2(T_i + T_e)}} = \sqrt{\frac{kTV}{8\pi Ne^2}}.$$
 (22.7)

таким образом, внутренняя энергия плазмы определяется выражением

 $U = U_{\text{H}} - Ne^2 \sqrt{\frac{8\pi Ne^2}{kTV}}.$  (22.8)

По значению внутренней энергии, используя дифференциальные уравнения термодинамики, можно определить изохорно-изотермический потенциал, энтропию, теплоемкость и другие параметры плазмы.

Из уравнения (18.9) получим

$$U = F - T \left( \frac{\partial F}{\partial T} \right)_T = -T^2 \frac{\partial}{\partial T} \left( \frac{F}{T} \right), \qquad (22.9)$$

откуда

$$F = -T \int \frac{U}{T^2} \, \mathrm{d}T + CT.$$

Из теоремы Нернста можно доказать, что C=0, и тогда

$$F = -T \int \frac{U_{NR}}{T^2} dT + T \int \frac{Ne^2}{T^2} \sqrt{\frac{8\pi Ne^2}{kTV}} dT,$$

или

$$F = F_{\text{HR}} - \frac{3}{2} N e^2 \sqrt{\frac{8\pi N e^2}{kTV}}.$$
 (22.10)

 Термическое уравнение состояния плазмы, ее энтропия могут быть определены из соотношения (18.8):

$$p = -\left(\frac{\partial F}{\partial V}\right)_{T} = \frac{RT}{V} - \frac{1}{3}Ne^{2} \sqrt{\frac{8\pi Ne^{2}}{kTV^{3}}}; \qquad (22.11)$$

$$S = -\left(\frac{\partial F}{\partial T}\right)_{V} = c_{V \text{ MR}} \ln T + R \ln V - \frac{1}{3} N e^{2} \sqrt{\frac{8\pi N e^{2}}{kT^{3}V}}. \quad (22.12)$$

Так как изохорная теплоемкость  $c_{\mathbf{V}} = -T \left( \partial^2 F / \partial T^2 \right)_{\mathbf{V}}$ , то теплоемкость плазмы

$$c_V = c_{V_{\text{MA}}} + \frac{1}{2} N e^2 \sqrt{\frac{2\pi N e^2}{kT^3 V}}$$
 (22.13)

Энтальпию плазмы можно определить, используя зависимость H = U + pV, тогда

$$H = H_{\text{HA}} - \frac{4}{3} \sqrt{\frac{8\pi N e^2}{kT^{3V}}}.$$
 (22.14)

Давление и энтропия в плазме меньше, чем в идеальном газе, из-за преобладающего влияния сил притяжения. Теплоемкость плазмы получается больше теплоемкости идеального газа, так как энергия расходуется в двух направлениях: на изменение кинетической энергии частиц и на изменение средней потенциальной энергии взаимодействия между противоположно заряженными частицами. Такой учет электрического взаимодействия дает возможность сделать лишь приближенные расчеты, так как определение коллективного взаимодействия многих частиц между собой представляет огромные трудности.

Применение законов термодинамики ограничено высокими плотностями, где энергия плазмы и ее давление определяются не электрическим взаимодействием, а явлением вырождения. При этом если энергия вырождения (энергия Ферми) велика по сравнению с тепловой и электростатической энергиями, то энергия и давление плазмы будут определяться энергией и давлением вырожденного электронного газа. Энергия и давление вырожденного электронного газа находятся методами статистической физики.

При расчете свойств плазмы в области высоких температур необходимо учитывать излучение. При малых температурах лучистая энергия мала по сравнению с кинетической энергией частиц. При больших температурах лучистая энергия становится соизмеримой с полной внутренней энергией, и нарушение лучистого равновесия приводит к отклонению от равновесного распределения частиц по энергиям. Исследуя термодинамические свойства газов до температуры 1000 К, мы не учитываем имеющееся в них излучение. Температуру, при которой необходимо учитывать излучение частиц, можно найти следующим образом.

Полная плотность энергии равновесного излучения определяется по закону Стефана — Больцмана

$$E_{\text{\tiny H3A}} = \sigma T^4, \tag{22.15}$$

где  $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8}$  Вт/(м<sup>2</sup> · K<sup>4</sup>) — постоянная Стефана — Больцмана, определяемая или опытным, или статистическим путем.

Если плотность энергии равновесного излучения становится равной плотности энергии теплового движения частиц  $^3/_2kTn$ , то  $\sigma T^4 = ^3/_2kTn$  и

$$T = \sqrt[3]{\frac{3}{2} \frac{kn}{\sigma}}.$$
 (22.16)

Таким образом, при температурах полной ионизации плазмы  $T=100\,000$  K плотность энергин излучения в ней становится преобладающей. Это приводит к трудностям адиабатной изоляции плазмы при температурах термоядерных реакций ( $T\approx 1\,000\,000$  K). Если интенсивность излучения абсолютно черного тела определяется однозначно его температурой (закон Стефана — Больцмана), то плазма термически равновесна. Но плазма в редких случаях

взлучает как черное тело и лучистое равновесие нарушается из-за наличия «холодных» стенок. Стенки не только поглощают лучистую энергию, но и оказывают каталитическое и электрическое воздействие на процессы в плазме. Наличие градиента температуры у стенок вызывает концентрационную диффузию, и местное равновесие может восстановиться лишь тогда, когда скорость реакции велика по сравнению со скоростью диффузии. И наконец, неравновесность может быть вызвана и наличием магнитно-гидродинамических эффектов, обусловленных наличием заряженных частиц.

В полностью ионизированной плазме скорость процессов ионизации равна скорости процессов рекомбинации. Такое стационарное состояние совпадает с состоянием термодинамического равновесия в закрытой системе. В открытой системе, энергетически неизолированной (энергия может как подводиться, так и отводиться), стационарное состояние ионизации не всегда совпадает с состоянием термодинамического равновесия. Поэтому при термодинамическом расчете плазмы должно учитываться как излучение плазмы, так и степень ее ионизации. Несмотря на многообразие явлений, сопутствующих плазме, состояние ее в настоящее время определяется из статистических зависимостей. Такие средние статистические параметры, как температура, давление, плотность, наряду с данными по химическому составу определяют границы и состояние равновесной плазмы.

## § 22.2. ТЕРМОДИНАМИКА НЕОБРАТИМЫХ ПРОЦЕССОВ

Классическая термодинамика является мощным средством исследования обратимых процессов. И метод циклов, и метод термодинамических потенциалов позволяют получить основные закономерности термодинамических процессов, не вскрывая их молекулярного механизма. В настоящее время создан аналогичный метод для необратимых процессов, которые для современной техники представляют большой интерес.

Неравновесные процессы возникают при наличии между различными частями системы конечных разностей значений таких параметров, как давление, температура, концентрация, электрический потенциал и др. С течением времени система возвращается в состояние термодинамического равновесия (dS=0). Но классическая термодинамика не ответит на вопрос, как быстро термодинамическая система вернется в состояние равновесия. Для того чтобы термодинамика могла определить скорость процессов, необходимо расширить круг понятий и постулатов и ввести время в качестве независимой переменной.

Неравновесное распределение параметров по объему, занимаемому системой, может быть постоянно по времени, следовательно, будут постоянны в каждой точке градиенты этих параметров. При этом перемещение количества теплоты, массы вещества, электричества вдоль линии градиента происходит с постоянной по времени скоростью. Такие процессы называются стационарными.

Количество теплоты, вещества, электричества, переходящего через известную площадь в единицу времени, называется потоком. Обозначим поток буквой I с нижним индексом, указывающим на природу потока. Движущей силой процесса являются градиенты факторов интенсивности, называемые обобщенными силами. Поток пропорционален соответствующей обобщенной силе  $X_i$ .

Например, поток теплоты вдоль градиента температуры опре-

деляется уравнением (законом Фурье)

$$q = \frac{dQ}{d\tau} = -\lambda \operatorname{grad} T \quad (\lambda > 0), \tag{22.17}$$

где \( \lambda -- теплопроводность вещества. \)

При диффузии поток компонента смеси пропорционален градиенту концентрации C (закон Фика):

$$j = -D \operatorname{grad} C \quad (D > 0),$$
 (22.18)

где D — коэффициент диффузии.

Сила, или плотность, тока пропорциональна градиенту электрического потенциала ф, т. е. напряжению электрического поля вдоль проводника (закон Ома):

$$i = -\sigma \operatorname{grad} \psi \quad (\sigma > 0),$$
 (22.19)

где о — коэффициент электропроводности проводника.

Одно из положений термодинамики необратимых процессов утверждает, что вблизи от равновесия поток  $I_i$  пропорционален обобщенной силе  $X_i$ 

$$J_i = L_{tt} X_i, \qquad (22.20)$$

где  $L_{ii}$  — коэффициент пропорциональности, называемый феноменологическим коэффициентом. В случае потока теплоты обобщенная сила  $X_i$  равна минус градиенту температуры, в случае потока электричества — минус градиенту электрического потенциала.

При одновременном протекании двух явлений они, налагаясь друг на друга, вызовут появление новых эффектов. При наложении теплопроводности и электропроводности появляется термоэлектричество, при наложении диффузии и теплопроводности появляется термодиффузия и т. д. Если одновременно имеют место два потока, то

$$J_{i} = L_{ii}X_{i} + L_{ik}X_{k}; (22.21)$$

$$J_{k} = L_{kl} X_{l} + L_{kk} X_{k}. \tag{22.22}$$

Уравнения (22.21) и (22.22) показывают, что оба потока взаимно влияют друг на друга и наличие одного градиента приводит к появлению другого. При протекании потоков энтропия системы возрастает. Причем поток энтропии (скорость изменения энтропии по времени) также будет функцией обобщенной силы:

$$\frac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d}v} = \sum J_i X_i. \tag{22.23}$$

Это уравнение, называемое уравнением возникновения энтропии, может быть установлено следующим образом.

Энтропию системы при неравновесных процессах можно определить, полагая, что энтропия является функцией состояния. В любой момент времени, зафиксировав состояние с определенной энтропией в ходе неравновесного процесса, можно определить энтропию системы, если привести систему к этому состоянию равновесным путем. Если неравновесное состояние связано с перемещением вещества (поток жидкости, газа) и передачей теплоты от одних частей системы к другим, то параметры системы (р, Т, р, С) будут меняться в каждой части системы с течением времени.

В таких случаях систему нужно разделить на части, внутри которых в данный момент параметры имеют определенное значение

Изменение энтропии в неравновесном процессе  $dS_{\text{перавн}}$  равно сумме изменений энтропии системы  $dS_{\text{сист}} = dS_{\text{равн}}$  и энтропии окружающей среды  $\Sigma dQ/T$ :

$$dS_{\text{нерави}} = dS_{\text{рави}} + \sum \frac{dQ}{T}. \qquad (22.24)$$

\* Рассмотрим скорость возникновения энтропии для частного случая перехода теплоты от одного тела к другому. Если одно тело при температуре T поглощает количество теплоты Q, а второе тело отдает эту теплоту при температуре  $T+\Delta T$ , то суммарное изменение энтропии при условии, что  $\Delta T$  мало, составит

$$\Delta S = -\frac{Q}{T} - \frac{Q}{T + \Lambda T} = -\frac{Q\Delta T}{T^2}.$$

Скорость возникновения энтропии в объеме V

$$\left(\frac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d}\tau}\right)_{\mathrm{H^2DABH}} = -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\tau}\left(\frac{Q\Delta T}{T^2}\right) = -\frac{\Delta T}{T^2} \frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}\tau}.$$
 (22.25)

Скорость возникновения энтропии в единице объема

$$\theta = \frac{1}{V} \frac{dS}{d\tau} \,. \tag{22.26}$$

Но так как  $V = F\Delta x$  (F — площадь сечения), то  $\frac{1}{F} \frac{dQ}{dz} = q$ — составляющая по оси x вектора теплового потока, а  $\Delta T/\Delta x =$  = grad T. Таким образом,

$$\theta T = -q \frac{\operatorname{grad} T}{r} . \tag{22.27}$$

Найдем скорость изменения энтропии в процессе передачи теплоты через стержень от нагретого конца к холодному в стационарном процессе с градиентом температуры grad T = dT/dx = const

Возрастание энтропии по формуле (22.24), когда тепловой поток направлен только вдоль стержня,

$$\left(\frac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d}\mathfrak{r}}\right)_{\mathrm{перави}} = \frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}\mathfrak{r}} \frac{1}{T_1} - \frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}\mathfrak{r}} \frac{1}{T_2} = \frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}\mathfrak{r}} \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}\right) =$$

$$= q \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}\right). \tag{22.28}$$

Здесь  $T_2$  и  $T_1$  — температуры горячего и холодного концов стержня, причем

$$T_2 - T_1 = \Delta T = -\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}x} x.$$

При небольшой разности температур  $\Delta T$  и стационарном процессе

$$\frac{dS}{d\tau} = q \frac{\Delta T}{T_1 T_2} = q \frac{\Delta T}{T^2} = -\frac{q}{T^2} \frac{dT}{dx} x.$$
 (22.29)

Скорость возникновения энтропии на единицу длины стержня

$$\theta' = \frac{1}{x} \frac{dS}{d\tau} = -\frac{q}{T^2} \frac{dT}{\partial x}$$

И

$$T\theta' = -\frac{q \operatorname{grad} T}{T} . (22.30)$$

Так как поток теплоты направлен всегда против направления  ${f c}$  положительным градиентом  ${\cal T}$ , то

$$q \frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}x} = -\lambda \left(\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}x}\right)^2$$

И

$$\theta' = \frac{\lambda}{T^2} (\operatorname{grad} T)^2 \geqslant 0. \tag{22.31}$$

Из выражений (22.20), (22.27) и (22.30) «тепловая сила»  $X_i = -\operatorname{grad} T/T$ . Л. Онсагер обобщил этот результат и показал, что если при выборе сил пользоваться правилом

$$\sum_{1}^{n} J_{i} X_{i} = T\theta, \qquad (22.32)$$

то должно выполняться соотношение взаимности

$$L_{ik} = L_{ki}. \tag{22.33}$$

Это соотношение взаимности Онсагера показывает, что если на поток  $J_i$  действует обобщенная сила  $X_k$  потока  $J_k$ , то на поток  $J_k$  действует обобщенная сила  $X_i$  потока  $J_i$  и коэффициенты пропорциональности в обоих случаях одинаковы:  $L_{ik} = L_{ki}$ .

В рассмотренном частном примере поток вещества равен нулю,

тогда из выражения (22.22) при  $J_k = 0$  будет

$$L_{ki}X_i + L_{kk}X_k = 0$$

И

$$\frac{X_k}{X_l} = -\frac{L_{kl}}{L_{kk}} = -\frac{L_{ik}}{L_{kk}}.$$
 (22.34)

Таким образом, в основе термодинамики необратимых процессов лежат три следующих положения:

линейность термодинамических уравнений движения;

зависимость потока i-го свойства от всех сил, действующих в системе;

соотношения взаимности.

Последние устанавливают связь между различными процессами в системе. Исходными положениями для получения этих соотношений являются молекулярные свойства — свойства микроскопической обратимости. Принцип микроскопической обратимости может быть строго выведен из законов механики. Причем макропроцессы подчиняются законам механики и не могут быть необратимыми.

Таким образом, и соотношения взаимности, и предположение о линейной связи между потоками и силами, и, наконец, характер взаимодействия потоков и сил в системе выводятся с позиций механики, решающей задачу отыскания равновесий механических систем.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Базаров И. П. Термодинамика. М., 1983. — 344 с.

2. Бэр Г. Д. Техническая термодинамика. М., 1977. — 513 с.

3. Вукалович М. П., Новиков И. И. Техническая термодинамика. М., 1968.—496 с.

4. Исаев В. И. Курс химической термодинамики. М., 1975. — 256 с.

5. Киреев В. А. Краткий курс физической химин. М., 1969. — 638 с.

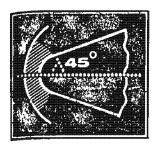
6. Кириллин В. А., Сычев В. В., Шейндлин А. Е. Техническая термодинамижа. М., 1983. — 407 с.

7. Кричевский И. Р. Понятия и основы термодинамики. М., 1970. — 439 с.

8. Путилов К. А. Термодинамика. М., 1971. — 375 с.

9. Франк-Каменецкий Д. А. Лекции по физике плазмы. М., 1975.—159 с. 10. Хаазе Р. Термодинамика необратимых процессов. М., 1967.—544 с.

10. *даазе Р.* Термодинамика неооратимых процессов. М., 1967. — 544 с. 11. *Шаргут Я., Петела Р.* Эксергия. М., 1968. — 379 с.



# Теория теплообмена

#### **ВВЕДЕНИЕ**

Теория теплообмена — это наука о процессах переноса теплоты в пространстве с неоднородным распределением температур.

Процессы теплообмена широко распространены в природе и технике. Теплообмен между Солнцем и Землей, между человеческим телом и окружающей средой, между воздухом и земной поверхностью — примеры природных процессов теплообмена. Для того чтобы получить водяной пар для паровой турбины, необходимо передать теплоту от продуктов сгорания топлива к кипящей воде: чтобы тепловой двигатель не разрушился во время работы, необходимо отводить теплоту от его частей, соприкасающихся с горячим газом, в систему охлаждения.

При разработке машин и аппаратов, в которых теплообмен играет важную роль, необходимо не только дать количественную оценку этим процессам, но, при необходимости, изменить их, т. е. усилить или ослабить их интенсивность. Поэтому в теории теплообмена рассматриваются не только закономерности, определяющие количественные характеристики различных процессов теплообмена, но и способы управления этими процессами.

Наука о теплообмене возникла и совершенствовалась под влиянием требований, выдвигаемых развитием различных отраслей техники.

После создания тепловых двигателей теория теплоты стала развиваться вначале

как наука о превращении теплоты в механическую энергию, т. е. в форме термодинамики. Но термодинамика выясняла только теоретические возможности рабочего процесса двигателя, тогда как совершенство реального двигателя зависит от ряда физических и химических процессов, среди которых одним из главных является теплообмен. Таким образом, теория теплообмена стала совершенно необходимой для правильного понимания и совершенствования рабочего процесса тепловых двигателей.

Учение о теплообмене является частью общего учения о теплоте. Его основы заложены в XVIII—XIX вв. В настоящее время наука о теплообмене используется практически во всех областях инженерной деятельности. На ее основе решаются многие вопросы в энергетике, в машиностроении, в химической и других отраслях промышленности. Особенно важную роль наука о теплообмене играет в развитии авиационной и ракетно-космической техники, где совершенствование летательных аппаратов связано с повышёнием температуры продуктов сгорания в двигателях, а увеличение скорости полета сопровождается увеличением температуры обтекающего аппарат воздуха.

К настоящему времени для расчета теплообмена разработан математический аппарат, основанный на результатах теоретического и экспериментального исследования, который реализуется обычно с помощью вычислительных и аналоговых машин. Однако развитие техники сопровождается возникновением новых задач теплообмена, и для их решения в области теории теплообмена продолжаются интенсивные научные исследования. Поэтому современный инженер должен не только владеть расчетным аппаратом теории теплообмена, но и быть готовым к решению новых проблем, которые возникнут в процессе развития техники.

#### ГЛАВА 1

## основные понятия и законы

В главе рассмотрены простейшие и сложные способы переноса теплоты, основные понятия теории теплообмена и законы молекулярного и конвективного теплообмена. Основные понятия и законы теплообмена излучением рассмотрены в гл. 14.

## § 1.1. ВИДЫ ТЕПЛООБМЕНА

Перенос теплоты наблюдается в телах или системах тел с неодинаковой температурой. Любой процесс переноса теплоты в пространстве называется теплообменом \*. Наблюдения за процессами распространения теплоты показали, что

<sup>\*</sup> В теории теплообмена под процессом переноса теплоты понимается процесс обмена внутренней энергией между элементами системы в форме теплоты. В литературе термин «теплообмен» часто отождествляется с термином «теплопередача».

теплообмен — сложное явление, которое можно расчленить на ряд простых. Теплота может передаваться тремя простейшими принципиально отличными друг от друга способамн: теплопроводностью, конвекцией и излучением. Этим способам соответствуют молекулярный, конвективный и радиационный способы переноса теплоты.

Явление теплопроводности состоит в переносе теплоты структурными частицами вещества (молекулами, атомами, электронами) в процессе их теплового движения. Такой теплообмен может происходить в любых телах с неоднородным распределением температуры, но механизм переноса теплоты зависит от агрегатного состояния тела. В жидкостях и твердых телах — диэлектриках — перенос теплоты осуществляется путем непосредственной передачи теплового движения молекул и атомов соседним частицам вещества. В газообразных телах распространение теплоты теплопроводностью происходит вследствие обмена энергией при соударении молекул, имеющих различную скорость теплового движения. В металлах теплопроводность осуществляется главным образом вследствие движения свободных электронов.

Примером теплопроводности может служить распространение теплоты в колесе турбины. Во время работы газотурбинного двигателя лопатки турбины имеют температуру порядка 800°С. Лопатки крепятся к диску турбины и путем теплопроводности передают ему теплоту, полученную от газов. Поэтому диск, который не соприкасается с горячими газами и даже обычно обдувается холодным воздухом, имеет на наружном диаметре температуру 500 ... 600°С, а в центре — свыше 100°С.

Явление конвекции наблюдается лишь в жидкостях и газах. Конвективный перенос — это распространение теплоты, обусловленное перемещением макроскопических элементов среды. Объемы жидкости или газа, перемещаясь из области с большей температурой в область с меньшей температурой, переносят с собой теплоту. Конвекция обычно сопровождается теплопроводностью.

Конвективный перенос может осуществляться в результате свободного или вынужденного движения теплоносителя. Свободное движение возникает тогда, когда частицы жидкости в различных участках системы находятся под воздействием неоднородного поля массовых сил. Если неизотермическая система находится под действием гравитационных сил, то неоднородность поля обусловлена изменением плотности, которое и вызывает свободное движение. Например, отопительная батарея подогревает соприкасающийся с ней воздух. Вес, а следовательно, и давление столба подогретого воздуха меньше, чем холодного. Под разностью этих давлений холодный воздух будет перемещаться в зону подогрева, вытесняя подогревшийся воздух. Таким образом теплота вместе с воздухом передается от батареи в другие части помещения.

Вынужденное движение в каналах происходит под действием внешних поверхностных сил. Разность давлений, под действием

которой перемещается теплоноситель, создается с помощью насосов, эжекторов и других устройств.

Теплообмен излучением (или радиационный теплообмен) представляет собой перенос теплоты посредством электромагнитного поля. При этом внутренняя энергия вещества превращается в энергию излучения (энергия фотонов или энергия электромагнитных волн), которая распространяется в пространстве, и попадая на тела, способные ее поглощать, снова превращается во внутреннюю энергию. Например, при полете космического корабля в межпланетном пространстве его поверхность излучает энергию и поглощает излучение Солнца и других космических тел. От интенсивности этого теплообмена зависит температурное состояние обшивки корабля.

Наблюдаемые в природе и технике явления теплообмена включают в себя обычно все элементарные способы переноса теплоты. Иногда интенсивность некоторых способов переноса теплоты невелика и ею можно пренебречь.

Рассмотрим некоторые сложные явления теплообмена, часто встречающиеся на практике.

Теплообмен между движущейся средой и поверхностью какоголибо тела (твердого, жидкого и газообразного) называется теплоот дачей (конвективным теплообменом). В технике наиболее часто это явление протекает в форме теплообмена жидкого или газообразного теплоносителя с поверхностью твердого тела. Через поверхность соприкосновения жидкости или газа с твердым телом теплота передается теплопроводностью. Поэтому теплооотдача включает в себя конвекцию и теплопроводность.

Теплоотдача — широко распространенное явление. Теплообмен между горячей стенкой камеры сгорания ракетного двигателя и охлаждающей жидкостью, между турбинной лопаткой и продуктами сгорания — все это примеры теплоотдачи.

Теплообмен между стенкой и окружающей средой может происходить одновременно путем соприкосновения (теплоотдачи) и излучения. Это явление называется радиационно-конвективным теплообменом. Оно включает все три элементарных способа переноса теплоты. Явление радиационно-конвективного теплообмена наблюдается, например, в камере сгорания ракетного двигателя, где горячие газы — продукты сгорания — передают теплоту поверхности камеры сгорания одновременно путем соприкосновения и излучения.

Теплообмен между двумя жидкими или газообразными средами, разделенными твердой стенкой, или через поверхность раздела между ними называется теплопередачей. Перенос теплоты от теплоносителя к стенке и от стенки к теплоносителю может иметь характер теплоотдачи или радиационно-конвективного теплообмена. Перенос теплоты через стенку осуществляется теплопроводностью.

Явление теплопередачи можно наблюдать в теплообменных аппаратах, в двигателях и т. п.

#### § 1.2. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ

Интенсивность процессов теплообмена можно охарактеризовать тепловым потоком или его плотностью, а температурное состояние тела или системы тел — температурным полем. .

Обозначим через Q количество теплоты, передаваемое через площадь F за время  $\tau$ . В СИ единица количества теплоты — джоуль (Дж). Количество теплоты, передаваемое в единицу времени через произвольную поверхность, оценивается тепловым потоком Q: единица теплового потока — ватт (Вт). Тепловой поток, отнесенный к площади поверхности, называется плотностью теплового потока или тепловой нагрузкой q; единицей q является ватт на квадратный метр (Вт/м²).

Тепловые потоки возникают в телах и между телами только при наличии разности температур.

Под температурным полем понимают совокупность мгновенных значений температур во всех точках изучаемого пространства. Температура различных точек тела t определяется координатами x, y, z и временем  $\tau$ . Поэтому в общем случае

$$t = f(x, y, z, \tau). \tag{1.1}$$

Температурное поле, которое изменяется во времени, называется нестационарным или неустановившимся. Такому полю отвечают нестационарный, или неустановившийся, тепловой режим и тепловой поток. Если температура не изменяется во времени, температурное поле называется стационарным или установившимся. В этом случае тепловой режим и тепловой поток будут также стационарными.

Температурное состояние стенок камеры и сопла ракетного двигателя твердого топлива во время его работы является примером нестационарного температурного поля.

Стационарное температурное поле можно охарактеризовать зависимостью

$$t = f(x, y, z).$$
 (1.2)

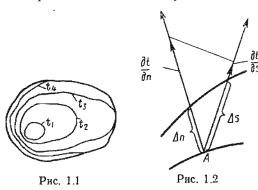
Температура изменяется по направлению одной, двух или трех координат. В соответствии с этим различают одномерные, двумерные и трехмерные поля. Стационарное одномерное температурное поле можно описать уравнением

$$t = f(x). \tag{1.3}$$

Температурное поле тела можно охарактеризовать с помощью серии изотермических поверхностей. Под изотермической поверхностью понимается геометрическое место точек с

одинаковой температурой. Такие поверхности могут быть замкнуты или выходить на границы тела. Изотермические поверхности, соответствующие разным температурам, не могут пересекаться друг с другом. Если тело рассечь плоскостью, то изотермические поверхности на этой плоскости изобразятся в виде их следов—изотермических линий, которые называются изотермами (рис. 1.1).

По расположению изотерм оценивают интенсивность изменения



температуры в различных направлениях: чем гуще расположены изотермы, тем интенсивнее изменяется температура.

Выделим вблизи точки A две изотермы с разностью температур  $\Delta t$  и расстоянием по нормали  $\Delta n$  между ними (рис. 1.2). Отношение  $\Delta t/\Delta n$  характеризует среднюю интенсивность изменения температуры между изотер

мами. Предел этого отношения при  $\Delta n \rightarrow 0$  позволяет оценить интенсивность температуры вблизи точки A и представляет собой температурный градиент

$$\lim_{\Delta n \to 0} \frac{\Delta t}{\Delta n} = \vec{n}_0 \frac{\partial t}{\partial n} = \operatorname{grad} t. \tag{1.4}$$

Здесь  $n_0$  — единичный вектор, направленный в сторону возрастания температуры нормально к изотермической поверхности.

Температурный градиент — векторная величина, направленная по нормали к изотерме в сторону увеличения температуры, но и скалярную величину  $\partial t/\partial n$  также принято называть температурным градиентом.

Интенсивность изменения температуры в направлении s (рис. 1.2) определяется пределом отношения  $\Delta t/\Delta s$  при  $\Delta s \rightarrow 0$ , т. е. проекцией температурного градиента на это направление, так как

$$\lim_{\Delta s \to 0} \frac{\Delta t}{\Delta s} = \frac{\partial t}{\partial s} = \lim_{\Delta n \to 0} \frac{\Delta t}{\Delta n} \cos(n, s) = \frac{\partial t}{\partial n} \cos(n, s).$$

Поэтому интенсивность изменения температуры вдоль осей координат определится проекциями температурного градиента на эти оси, т. е. производными  $\partial t/\partial x$ ;  $\partial t/\partial y$ ;  $\partial t/\partial z$ .

В процессах теплоотдачи и теплопередачи тепловой поток зависит от разности температур участвующих в теплообмене тел, или температурного напора  $\Delta t = t_1 - t_2$ . В общем случае температурный напор изменяется по поверхности теплообмена, поэтому его средняя величина определяется выражением

$$\overline{\Delta t} = \frac{1}{F} \int_{P} \Delta t \, \mathrm{d}F. \tag{1.5}$$

Если температурный напор изменяется вдоль одной из координат (например, в канале), то его среднее значение определяется формулой (см. вывод в § 16.2 ч. II)

$$\overline{\Delta t} = \frac{\Delta t' - \Delta t''}{\ln\left(\Delta t'/\Delta t''\right)},\tag{1.6}$$

где  $\Delta t'$  и  $\Delta t''$  — температурные напоры в начале и конце поверхности теплообмена.

Если  $\Delta t''/\Delta t' = 0.6 ... 1.67$ , то величину  $\overline{\Delta t}$  можно подсчитать по формуле

$$\overline{\Delta t} = (\Delta t' + \Delta t'')/2. \tag{1.7}$$

Погрешность расчета  $\Delta t$  по формуле (1.7) по сравнению с (1.6) в этом случае не превышает 3%.

## § 1.3. ЗАКОНЫ МОЛЕКУЛЯРНОГО И КОНВЕКТИВНОГО ТЕПЛООБМЕНА

При математическом описании явлений теплообмена используются физические законы. Для молекулярного и конвективного теплообмена - это законы сохранения массы и сохранения энергии, а также законы, связывающие тепловой поток с интенсивностью изменения температуры и массовый поток с интенсивностью изменения концентрации.

Рассмотрим явление теплопроводности. Выделим изотермической поверхности вблизи точки A площадку  $\mathrm{d}F$  (рис.

1.3) и построим вектор температурного градиента. В соответствии с гипотезой Био — grad t Фурье количество теплоты dQ, которое пройдет через эту площадку за время dt, будет пропорционально температурному градиенту

$$\overrightarrow{d^2Q} = -\lambda \overrightarrow{n_0} \frac{\partial t}{\partial n} dF d\tau, \qquad (1.8)$$

где  $\lambda$  — физическая величина, называемая теплопроводностью вещества, Вт/(м·К).

Разделив правую и левую части уравнения (1.8) на  $dFd\tau$ , получим

Рис., 1.3

$$\vec{q} = -\lambda \vec{n}_0 \frac{\partial t}{\partial n} \,. \tag{1.9}$$

Плотность теплового потока q — векторная величина. Вектор  $\overline{q}$  направлен в сторону уменьшения температуры (рис. 1.3). Знак минус в уравнении (1.9) отражает противоположность направлений векторов плотности теплового потока и температурного градиента.

Формулы (1.8) и (1.9) являются математическим выражением закона Фурье.

Для расчета теплоотдачи удобно пользоваться формулой Ньютона, в которой тепловой поток считается пропорциональным разности температур между теплоносителем и стенкой:

$$q = \alpha (t_f - t_w), \tag{1.10}$$

где  $t_f$  — температура тенлоносителя;  $t_w$  — температура поверхности стенки;  $\alpha$  — коэффициент теплоотдачи. Как видно из формулы (1.10), коэффициент теплоотдачи представляет собой плотность теплового потока между теплоносителем и стенкой при разности температур 1 К. Единица коэффициента теплоотдачи —  $B\tau/(M^2 \cdot K)$ .

Формула Ньютона является формальным выражением теплового потока и не отражает в явном виде влияния всего многообразия факторов на интенсивность теплоотдачи: все эти факторы должны учитываться коэффициентом теплоотдачи.

Интенсивность теплообмена неодинакова по всей площади соприкосновения теплоносителя со стенкой. Поэтому для разных участков поверхности коэффициент теплоотдачи имеет различные числовые значения. Коэффициент теплоотдачи, характеризующий интенсивность теплообмена на элементе площади dF, называют местным коэффициентом теплоотдачи. В соответствии с формулой Ньютона местный коэффициент теплоотдачи имеет вид

$$\alpha = \frac{\mathrm{d}\vec{Q}}{(t_f - t_w)\,\mathrm{d}F}\,,\tag{1.11}$$

где F — площадь соприкосновения теплоносителя с поверхностью стенки.

В практических расчетах часто используется среднее значение коэффициента теплоотдачи, который определяется выражением

$$\overline{\alpha} = \frac{\dot{Q}}{(t_f - t_w)F} \,. \tag{1.12}$$

В этой формуле  $t_f - t_w = \overline{\Delta t}$  — средний температурный напор между теплоносителем и поверхностью теплообмена.

Формулу Ньютона удобно также использовать для записи теплового потока при радиационно-конвективном теплообмене. Если газ обменивается со стенкой теплотой одновременно путем соприкосновения и излучения, то при независимости другот друга радиационного и конвективного потоков общий поток теплоты равен

$$q = q_{\rm c} + q_{\rm H3A}, \tag{1.13}$$

где  $q_{\rm c}$ ,  $q_{\rm изл}$  — плотности теплового потока, обусловленные соприкосновением и излучением, которые можно записать с помощью формулы Ньютона:

$$q_{c} = \alpha_{c} (t_{f} - t_{w}); \tag{1.14}$$

$$q_{H3h} = \alpha_{H3h}(t_f - t_w).$$
 (1.15)

Просуммировав правые и левые части этих формул, с учетом равенства (1.13) получим

$$q = \alpha (t_f - t_w), \tag{1.16}$$

где  $\alpha = \alpha_c + \alpha_{изл}$  — коэффициент радиационно-конвективного теплообмена, который для краткости можно называть коэффициентом теплообмена;  $\alpha_c$  — коэффициент теплоотдачи;  $\alpha_{изл}$  — поправка на теплообмен излучением.

Явление теплообмена обычно сопровождается процессами переноса вещества — массообменом. В ряде практически важных случаев перенос вещества оказывает существенное влияние на теплообмен, расчет которого становится невозможным без количественной оценки этого явления. Теплообмен испаряющейся стенки с газом, теплоотдача с участием химически реагирующего газового потока — все это примеры таких процессов.

Молекулярная диффузия, обусловленная неоднородностью состава газового или парогазового потока, представляет собой процесс массопереноса, имеющий важное значение в теории теплообмена. В этих условиях плотность потока массы  $\dot{g}$  кг/(м²-с) для бинарной смеси определяется законом Фика:

$$\dot{\vec{g}} = -D_C \vec{n}_0 \frac{\partial C}{\partial n} \,, \tag{1.17}$$

где  $D_{c}$  — коэффициент молекулярной диффузии бинарной смеси, определяемый по изменению концентрации \*  $M^{2}/C$ ;  $\partial C/\partial n$  — градиент концентрации диффундирующего вещества.

Плотность потока массы от стенки в теплоноситель или в обратном направлении можно определить также по формуле, аналогичной формуле Ньютона:

$$\dot{g} = \beta_C (C_w - C_f), \tag{1.18}$$

где  $\beta_C$  — коэффициент массоотдачи, м/с;  $C_w$  и  $C_f$  — концентрации диффундирующего вещества около стенки и в потоке, кг/м³.

#### § 1.4. ТУРБУЛЕНТНОСТЬ

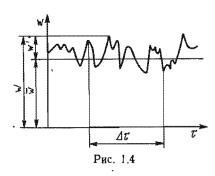
Конвективный перенос теплоты в значительной мере определяется характером течения жидкости, которое может быть ламинарным или турбулентным. При турбулентном течении кроме поступательного движения жидкости имеются нерегулярные перемещения «комков» жидкости. Основная особенность турбулентного потока состоит в том, что в каждой его точке основные параметры потока (скорость, температура и др.) изменяются во времени. Эти изменения параметров называются пульсациями.

Коэффициент диффузии может определяться также по изменению парциального давления диффундирующего вещества,

Параметры потока изменяются во времени неравномерно и описать их аналитически не представляется возможным. Поэтому для удобства исследования турбулентного течения его параметры представляют как сумму осредненных во времени параметров и их пульсационных составляющих (рис. 1.4). Интервал времени для осреднения  $\Delta \tau$  выбирается такой, чтобы результат осреднения не зависел от этого интервала. Связь актуальных (действительных) величин параметров с осредненными и пульсационными составляющими выражается формулами

$$w_x = \overline{w_x} + w_x'; \quad w_y = \overline{w_y} + w_y'; \quad w_z = \overline{w_z} + w_z';$$
 (1.19)

$$p = \overline{p} + p'. \tag{1.20}$$



Здесь  $w_x$ ,  $w_y$ ,  $w_z$  — проекции актуальной скорости потока на оси координат;  $\overline{w}_x$ ,  $\overline{w}_y$ ,  $\overline{w}_z$  — осредненные во времени значения проекций скорости;  $w_x'$ ,  $w_y'$ ,  $w_z'$  — пульсационные составляющие проекций скорости; p — давление;  $\overline{p}$  и p' — осредненное давление и его пульсационная составляющая.

Для неизотермических течений дополнительно изменяется во времени температура, для сжимаемых

течений — плотность, а для теплопосителей, состоящих из нескольких компонентов, — концентрация компонентов. Для таких течений

$$t = \bar{t} + t'; \quad \rho = \bar{\rho} + \rho'; \quad C_l = \bar{C_l} + C_l', \quad (1.21)$$

где́ t, t, t' — актуальная температура, ее осредненная и пульсационная составляющие;  $\rho$ ,  $\bar{\rho}$ ,  $\rho'$  — актуальная плотность, ее осредненная и пульсационная составляющие;  $C_i$ ,  $C_i$ ,  $C_i'$  — актуальная концентрация i-го компонента, ее осредненная и пульсационная составляющие.

Осредненное значение параметров определяется изменением актуальных параметров во времени. Так, для скорости  $\overline{w}_x$ 

$$\overline{w}_x = \frac{1}{\Delta \tau} \int_{\tau}^{\tau + \Delta \tau} w_x \, d\tau. \tag{1.22}$$

Осредненные значения пульсационных составляющих параметров равны нулю ( $\overline{w}_x'=0$ ,  $\overline{t}'=0$  и т. д.), но среднее значение произведений пульсаций может быть не равно нулю (например,  $\overline{w}_x'w_y'\neq 0$ ;  $\overline{w}_x'^2\neq 0$ ). В этом случае между пульсациями существуют корреляции (зависимости), которые имеют важное значение

для анализа характеристик потока. Так, произведение  $\overline{w_x'w_y'}$  определяет турбулентные касательные напряжения,  $\overline{w_y't'}$ — плотность теплового потока, обусловленную турбулентным переносом теплоты.

Для количественной оценки пульсационных составляющих скорости движения используется параметр, называемый *степенью* турбулентности Ти. В общем случае неизотропной турбулентности

Tu=
$$\sqrt{\frac{1}{3}(\overline{w_x'}^2 + \overline{w_y'}^2 + \overline{w_z'}^2)}/\overline{w}$$
, (1.23)

где  $\overline{w}$  — осредненная скорость потока (или скорость потока за пределами пограничного слоя).

Для изотропной турбулентности  $\overline{w'}^{^3} = \overline{w'_y}^{^2} = \overline{w'_z}^{^2} = \overline{w'}^{^2}$  и, следовательно,

$$Tu = \sqrt{\overline{w''}}/\overline{w}. \tag{1.24}$$

В аэродинамических трубах  $Tu \sim 0.01$ , но с помощью спрямляющих решеток ее можно довести до  $\sim 0.0002$ . В каналах значение Tu обычно составляет несколько сотых долей.

Турбулентность возникает в так называемых течениях со сдвизом, т. е. в течениях с неоднородным полем скоростей. Неоднородность скоростного поля может быть обусловлена диссипативными потерями при взаимодействии потока со стенкой; в этом случае турбулентность называют пристенной. Неоднородность скоростного поля может быть вызвана и другими причинами — закруткой потока, струйным вдувом и т. д., в этом случае турбулентность называют свободной.

Поток может быть турбулентным и до начала взаимодействия его с рассматриваемой поверхностью. Такую турбулентность называют внешней.

Несмотря на то что пульсации скорости составляют обычно всего несколько процентов от скорости потока, они вносят весьма существенные изменения в поток, так как их влияние проявляется не в том, что они изменяют основные параметры потока, отклоняя их от средних значений, а в том, что молекулярные механизмы переноса заменяются на конвективные. Поэтому возникновение турбулентности сопровождается усилением обменных процессов, что приводит к увеличению интенсивности тепло- и массообмена и к увеличению трения. Кроме того, турбулентность препятствует отрыву потока от стенки и в этом смысле делает его более устойчивым.

На образование пульсаций расходуется часть кинетической энергии основного потока, которая в итоге трансформируется в теплоту. Поэтому возникновение турбулентности сопровождается увеличением потерь энергии.

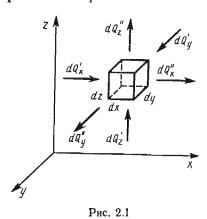
# МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФОРМУЛИРОВКА ЗАДАЧ МОЛЕКУЛЯРНОГО И КОНВЕКТИВНОГО ТЕПЛООБМЕНА И ПОДОБИЕ ФИЗИЧЕСКИХ ЯВЛЕНИИ

Математическая формулировка задачи, включающая дифференциальные уравнения и краевые условия, является надежной основой изучения физического явления. Обобщение результатов численного и экспериментального исследований, а также компактное представление результатов теоретического исследования осуществляются на основе теории подобия физических явлений.

#### § 2.1. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ УРАВНЕНИЕ ЭНЕРГИИ

Дифференциальное уравнение энергии отражает связь температуры тела с координатами и временем. Оно выводится на основе законов сохранения энергии, сохранения массы и закона Фурье.

Получим уравнение для движущейся среды с внутренними источниками теплоты. Предполагается, что теплоноситель представляет собой изотропное однородное тело с теплопроводностью  $\lambda$ , теплоемкостью  $c_p$  и плотностью  $\rho$ , не зависящими от температуры. Рассмотрим только такие системы, в которых изменением ки-



нетической энергии по сравнению с изменением энтальпии можно пренебречь (т. е. небольшие скорости потока).

Выделим неподвижный элементарный параллелепипед с гранями dx, dy и dz и обозначим входящие в него за время  $d\tau$  количества теплоты через  $dQ_x'$ ,  $dQ_y'$ ,  $dQ_z'$ , а выходящие — через  $dQ_x''$ ,  $dQ_y''$ ,  $dQ_z''$  (рис. 2.1), составляющие скорости движения среды обозначим через  $w_x$ ,  $w_y$ ,  $w_z$ , мощность внутренних источников теплоты —  $q_V$  (Вт/м<sup>3</sup>).

На основе закона сохранения энергии баланс теплоты для рас-

сматриваемого параллелепипеда имеет вид

$$dQ_1 + dQ_2 = dQ_3, \tag{2.1}$$

где  $dQ_1$  — разность между входящим и выходящим из параллелепипеда количеством теплоты;  $dQ_2$  — внутреннее тепловыделение;  $dQ_3$  — изменение энтальпии в элементарном объеме.

Количество теплоты, входящее в параллелепипед вдоль оси х и выходящее из него, можно определить по формулам:

$$dQ'_x = q'_x dy dz d\tau; (2.2)$$

$$dQ_x'' = q_x' dy dz d\tau. (2.3)$$

Здесь  $q_x'$  и  $q_x''$  — плотности теплового потока, отвечающие координатам x и  $x+\mathrm{d}x$  соответственно.

Разложим величину  $q_x''$  в ряд Тейлора, ограничившись двумя первыми членами ряда:

$$q_x = q_x' + \frac{\partial q_x}{\partial x} \, \mathrm{d}x. \tag{2.4}$$

ightharpoonup Разница между вошедшим и вышедшим из параллелепипеда количеством теплоты вдоль оси x с учетом выражения (2.4) запишется формулой

$$dQ_x = dQ'_x - dQ'_x = (q'_x - q'_x) dy dz d\tau = -\frac{\partial q_x}{\partial x} dx dy dz d\tau,$$

нли

$$\mathrm{d}Q_x = -\frac{\partial q_x}{\partial x} \,\mathrm{d}V \,\mathrm{d}\tau.$$

Аналогично

$$\mathrm{d}Q_y = -\frac{\partial q_y}{\partial y}\,\mathrm{d}V\,\mathrm{d}\tau$$
 и  $\mathrm{d}Q_z = -\frac{\partial q_z}{\partial z}\,\mathrm{d}V\,\mathrm{d}\tau$ .

Следовательно,  $dQ_1$  можно записать выражением

$$dQ_1 = dQ_x + dQ_y + dQ_z = -\left(\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z}\right) dV d\tau.$$
 (2.5)

Внутреннее тепловыделение определим по формуле

$$dQ_2 = q_V dV d\tau. \tag{2.6}$$

Изменение температуры неподвижного элементарного параллелепипеда за время  $d\tau$  составит  $dt=\frac{\partial t}{\partial \tau}\,d\tau$ . Следовательно,

$$dQ_3 = c_\rho \rho \, dV \, \frac{\partial t}{\partial \tau} \, d\tau. \tag{2.7}$$

Подстановка выражений (2.5) ... (2.7) в формулу (2.1) позволяет получить уравнение

$$c_{p}\rho \frac{\partial t}{\partial \tau} = -\left(\frac{\partial q_{x}}{\partial x} + \frac{\partial q_{y}}{\partial y} + \frac{\partial q_{z}}{\partial z}\right) + q_{V}. \tag{2.8}$$

Рассмотрим более подробно составляющие плотности теплового потока, входящие в уравнение (2.8). Величина  $q_x$  запишется выражением

$$q_x = q_{x \text{ MOA}} + q_{x \text{ KOHB}}$$

где  $q_{x_{\text{МОЛ}}}$  и  $q_{x_{\text{КОНВ}}}$  — плотности теплового потока, входящего в параллеленинед путем теплопроводности и конвекции вдоль оси x.

На основе закона Фурье  $q_{xмол} = -\lambda \partial t/\partial x$  конвективная составляющая  $q_{xконв} = \rho c_p w_x t$ . Следовательно,

$$q_x = \rho c_p w_x t - \lambda \frac{\partial t}{\partial x}.$$

При λ=const из этого равенства получается

$$\frac{\partial q_x}{\partial x} = \rho c_p \left( w_x \frac{\partial t}{\partial x} + t \frac{\partial w_x}{\partial x} \right) - \lambda \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} . \tag{2.9}$$

Аналогично для других осей координат:

$$\frac{\partial q_y}{\partial y} = \rho c_p \left( w_y \frac{\partial t}{\partial y} + t \frac{\partial w_y}{\partial y} \right) - \lambda \frac{\partial^2 t}{\partial y^2}; \qquad (2.10)$$

$$\frac{\partial q_z}{\partial z} = \rho c_\rho \left( w_z \frac{\partial t}{\partial z} + t \frac{\partial w_z}{\partial z} \right) - \lambda \frac{\partial^2 t}{\partial z^2}. \tag{2.11}$$

Подставив эти равенства в уравнение (2.8), получим

$$\rho c_{\rho} \frac{\partial t}{\partial x} = \lambda \left( \frac{\partial^{2} t}{\partial x^{2}} + \frac{\partial^{2} t}{\partial y^{2}} + \frac{\partial^{2} t}{\partial z^{2}} \right) - \rho c_{\rho} \left( w_{x} \frac{\partial t}{\partial x} + \frac{\partial t}{\partial x} + w_{y} \frac{\partial t}{\partial y} + w_{z} \frac{\partial t}{\partial z} \right) - \rho c_{\rho} t \left( \frac{\partial w_{x}}{\partial x} + \frac{\partial w_{y}}{\partial y} + \frac{\partial w_{z}}{\partial z} \right) + q_{V}.$$
 (2.12)

Дифференциальное уравнение сплошности для несжимаемых жидкостей имеет вид\*

$$\frac{\partial w_x}{\partial x} + \frac{\partial w_y}{\partial y} + \frac{\partial w_z}{\partial z} = 0.$$

С учетом этого уравнения (2.12) приводится к виду

$$\frac{\partial t}{\partial z} + w_x \frac{\partial t}{\partial x} + w_y \frac{\partial t}{\partial y} + w_z \frac{\partial t}{\partial z} = a \nabla^2 t + \frac{q_V}{\rho c_\rho}, \qquad (2.13)$$

где  $\nabla^2 t = \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2}$ ;  $a = \frac{\lambda}{c_{\rho} \rho}$  — температуропроводность вещества.

В общем случае  $t = f(x, y, z, \tau)$ . Поэтому, используя понятие полной производной, можно записать

$$\frac{\mathrm{d}t}{\mathrm{d}\tau} = \frac{\partial t}{\partial \tau} + \frac{\partial t}{\partial x} \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}\tau} + \frac{\partial t}{\partial y} \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}\tau} + \frac{\partial t}{\partial z} \frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}\tau}.$$

Это уравнение рассмотрено в § 2.4 настоящей главы. При его выводе используется закон сохранения массы,

Эту производную называют *субстанциальной* и обозначают особым символом  $\frac{\mathrm{D}t}{d\tau}$ ;

$$\frac{\mathrm{D}t}{\mathrm{d}\tau} = \frac{\partial t}{\partial \tau} + w_x \frac{\partial t}{\partial x} + w_y \frac{\partial t}{\partial y} + w_z \frac{\partial t}{\partial z} \,. \tag{2.14}$$

С учетом этого обозначения из уравнения (2.13) получим диф-ференциальное уравнение энергии

$$\frac{\mathrm{D}t}{\mathrm{d}\tau} = a\nabla^2 t + \frac{q_V}{\rho c_p} \,. \tag{2.15}$$

В цилиндрической системе координат в дифференциальном уравнении (2.15) величина  $\nabla^2 t$  имеет следующее значение:

$$\nabla^2 t = \frac{\partial^2 t}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial t}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 t}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2}.$$
 (2.16)

При значительном изменении температуры в системе и существенной зависимости теплопроводности  $\lambda$  от температуры упрощающая предпосылка о постоянстве теплопроводности может привести к существенной погрешности. При  $\lambda = f(t)$  выражение (2.9) имеет вид

$$\frac{\partial q_x}{\partial x} = \rho c_p \left( w_x \frac{\partial t}{\partial x} + t \frac{\partial w_x}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda \frac{\partial t}{\partial x} \right). \tag{2.17}$$

Аналогичную форму будут иметь выражения (2.10) и (2.11). В этом случае дифференциальное уравнение (2.15) запишется так:

$$\rho c_p \frac{\mathrm{D}t}{\mathrm{d}\tau} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda \frac{\partial t}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \lambda \frac{\partial t}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \lambda \frac{\partial t}{\partial z} \right) + q_V. \tag{2.18}$$

Рассмотренные выше виды дифференциального уравнения энергии пригодны как для ламинарного, так и турбулентного потока. В последнем случае в уравнения входят актуальные значения температур и скоростей, изменение которых во времени носит пульсационный характер.

Для практического использования дифференциального уравнения энергии при описании турбулентного течения жидкости его удобно записать через осредненные значения скоростей и температур. Если в уравнении (2.18) актуальные значения скоростей и температур заменить выражениями (1.19) и (1.21), то для изотропной турбулентности после преобразования получится дифференциальное уравнение, записанное с использованием осредненных параметров:

$$c_{p}\rho \frac{\overline{Dt}}{dv} = \frac{\partial}{\partial x} \left[ (\lambda + \lambda_{t}) \frac{\partial \overline{t}}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ (\lambda + \lambda_{t}) \frac{\partial \overline{t}}{\partial y} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[ (\lambda + \lambda_{t}) \frac{\partial \overline{t}}{\partial z} \right] + q_{V}.$$
(2.19)

Здесь  $\lambda_{\tau}$  — коэффициент турбулентного переноса теплоты, отражающий вклад турбулентных пульсаций в процесс переноса теплоты. Поэтому  $\lambda_{\tau}$  не является параметром, отражающим физические свойства теплоносителя.

Величина  $\lambda_{\tau}$  зависит от расстояния до стенки: вблизи от стенки  $\lambda_{\tau} \rightarrow 0$ , а вдали —  $\lambda_{\tau}$  может во много раз превышать  $\lambda$ .

#### § 2.2. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ УРАВНЕНИЕ ТЕПЛООТДАЧИ

Дифференциальное уравнение теплоотдачи выводится на основе анализа явления теплообмена в месте соприкосновения теплоносителя со стенкой.

Тепловой поток через элементарную площадку поверхности твердой стенки  $\mathrm{d}F$  можно выразить по закону Фурье через температурный градиент в пристеночном слое жидкости и теплопроводность жидкости  $\lambda$ :

$$\mathrm{d}\dot{Q} = -\lambda \left(\frac{\partial t}{\partial n}\right)_{n=0} \mathrm{d}F. \tag{2.20}$$

Этот же тепловой поток можно определить формулой Ньютона

$$\mathrm{d}\dot{Q} = \alpha (t_t - t_w) \,\mathrm{d}F = \alpha \Delta t \,\mathrm{d}F. \tag{2.21}$$

Приравнивая правые части равенства (2.20) и (2.21), после перестановки членов уравнения получим

$$\alpha = -\frac{\lambda}{\Delta t} \left( \frac{\partial t}{\partial n} \right)_{n=0}. \tag{2.22}$$

Это и есть дифференциальное уравнение теплоотдачи.

#### § 2.3. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ УРАВНЕНИЕ МАССООБМЕНА

Дифференциальное уравнение массообмена отражает связь концентрации компонентов, из которых состоит теплоноситель, с координатами и временем. Оно получается на основе закона сохранения вещества для каждого компонента газовой смеси и закона Фика.

Для неподвижного элементарного параллелепипеда баланс массы *i*-го компонента газовой смеси позволяет записать

$$dG_1 + dG_2 = dG_3, \tag{2.23}$$

где  $dG_1$ — разность между массой компонента, вошедшей и вышедшей из элементарного объема за время  $d\tau$ ;  $dG_2$ — масса компонента, появившаяся или исчезнувшая в этом объеме за время  $d\tau$  в результате действия источников или стоков массы;  $dG_3$ — изменение массы компонента за время  $d\tau$  в том же объеме.

Для определения  $dG_1$  используется такая же методика, как и для определения  $dQ_1$  в § 2.1 настоящей главы, в результате получаем выражение, аналогичное формуле (2.5):

$$dG_1 = -\left(\frac{\partial \dot{g}_x}{\partial x} + \frac{\partial \dot{g}_y}{\partial y} + \frac{\partial \dot{g}_z}{\partial z}\right) dV d\tau, \qquad (2.24)$$

где  $\dot{g}_x$ ,  $\dot{g}_y$  и  $\dot{g}_z$  — составляющие плотности потока массы по осям координат.

Величина  $\mathrm{d}G_2$  определяется мощностью внутренних источни-

ков вещества  $g_{Vi}$ , выражаемой в кг/(м<sup>3</sup>·с):

$$dG_2 = g_{VI} dV d\tau. (2.25)$$

Изменение массы i-го вещества в единице объема за время  $\mathrm{d}\tau$  составит  $\frac{\partial C_l}{\partial \tau}$   $\mathrm{d}\tau$ . Поэтому

$$dG_3 = dV \frac{\partial C_l}{\partial \tau} d\tau. \tag{2.26}$$

Подстановка выражений (2.24) ... (2.26) в уравнение баланса массы (2.23) приводит к уравнению

$$\frac{\partial C_{l}}{\partial \tau} = -\left(\frac{\partial \dot{g}_{x}}{\partial x} + \frac{\partial \dot{g}_{y}}{\partial y} + \frac{\partial \dot{g}_{z}}{\partial z}\right) + g_{Vi}. \tag{2.27}$$

Массовые потоки вещества обусловлены концентрационной диффузией и вынужденным движением смеси. Так, для  $\dot{g}_x$  можно записать

$$\dot{g}_x = \dot{g}_{x \text{ мол}} + \dot{g}_{x \text{ конв}}.$$

Использовав закон Фика для диффузионной составляющей массового потока  $\dot{g}_{xmon}$ , перепишем это равенство в виде

$$\dot{g}_x = w_x C_i - D_C \frac{\partial C_i}{\partial x}$$
.

Дифференцирование этого уравнения при  $D_c$ =const позволяет получить

$$\frac{\partial \dot{g}_x}{\partial x} = w_x \frac{\partial C_i}{\partial x} + C_i \frac{\partial w_x}{\partial x} - D_C \frac{\partial^2 C_i}{\partial x^2}. \tag{2.28}$$

Аналогичные формулы получаются для  $\partial \dot{g}_{y}/\partial y$  и  $\partial \dot{g}_{z}/\partial z$ . Полстановка их в уравнение (2.27) после несложных преобразований приводит к дифференциальному уравнению массообмена

$$\frac{\partial C_{l}}{\partial \tau} + w_{x} \frac{\partial C_{l}}{\partial x} + w_{y} \frac{\partial C_{l}}{\partial y} + w_{z} \frac{\partial C_{l}}{\partial z} = D_{C} \nabla^{2} C_{l} + g_{Vi}. \tag{2.29}$$

Воспользовавшись понятием субстанциальной производной

$$\frac{\mathrm{D}C_{l}}{\mathrm{d}\tau} = \frac{\partial C_{l}}{\partial \tau} + w_{x} \frac{\partial C_{l}}{\partial x} + w_{y} \frac{\partial C_{l}}{\partial y} + w_{z} \frac{\partial C_{l}}{\partial z},$$

приведем дифференциальное уравнение массообмена к окончательной форме

$$\frac{DC_l}{d\tau} = D_C \nabla^2 C_l + g_{Vl}. \tag{2.30}$$

Для турбулентного потока дифференциальное уравнение массообмена, записанное с использованием осредненных параметров, имеет вид (турбулентность предполагается изотропной)

$$\frac{\overline{DC_l}}{d\tau} = \frac{\partial}{\partial x} \left[ (D_C + D_{C\tau}) \frac{\partial \overline{C}_l}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ (D_C + D_{C\tau}) \frac{\partial \overline{C}_l}{\partial y} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[ (D_C + D_{C\tau}) \frac{\partial \overline{C}_l}{\partial z} \right] + g_{Vl}.$$
(2.31)

Здесь  $D_{C\tau}$  — коэффициент турбулентного переноса вещества, значение которого зависит от координат.

#### § 2.4. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ И СПЛОШНОСТИ

В дифференциальные уравнения энергии и массообмена входит скорость среды, участвующей в теплообмене. Поэтому при математическом описании явлений теплообмена приходится использовать гидродинамические уравнения. В классической гидродинамике уравнение движения вязкой несжимаемой жидкости записывается в форме дифференциального уравнения Навье — Стокса, которое получается на основе второго закона Ньютона.

Для изотермического движения несжимаемой жидкости при постоянной динамической вязкости ( $\mu$  = const) проекции у равнения движения на оси координат можно записать в виде:

a) 
$$\rho \frac{Dw_x}{d\tau} = F_x - \frac{\partial \rho}{\partial x} + \mu \nabla^2 w_x;$$
  
6)  $\rho \frac{Dw_y}{d\tau} = F_y - \frac{\partial \rho}{\partial y} + \mu \nabla^2 w_y;$   
B)  $\rho \frac{Dw_z}{d\tau} = F_z - \frac{\partial \rho}{\partial z} + \mu \nabla^2 w_z.$  (2.32)

Здесь  $F_x$ ,  $F_y$ ,  $F_z$  — проекции массовой силы  $F = j\rho$ , которая отнесена к единице объема; j — ускорение, определяющее массовую силу.

Ограничимся случаем, когда массовая сила обусловлена ускорением свободного падения g и направлена вдоль оси z. Тогда  $F_z = g\rho$ . При отсутствии вынужденного движения  $\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial p}{\partial y} = 0$ ,

а градиент давления вдоль оси z определяется плотностью основной массы жидкости  $\rho_0$ :

$$\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}z} = g\rho_0.$$

Поэтому при свободном движении два первых члена правой части уравнения (2.32в) запишутся так:

$$g\rho - \frac{\mathrm{d}\rho}{\mathrm{d}z} = g\rho - g\rho_0 = -g\rho\beta\Delta t. \tag{2.33}$$

3десь  $\Delta t$  — разность температур, определяющая подъемную силу, а коэффициент объемного расширения  $\beta = (\rho_0 - \rho)/(\rho \Delta t)$ .

Для турбулентного течения несжимаемой жидкости проекции уравнения движения на оси координат можно записать через параметры осредненного движения. Замена  $w_x$ ,  $w_y$ ,  $w_z$  и p в уравнении (2.32a) на суммы осредненных и пульсационных составляющих после преобразования позволяет получить (для изотропной турбулентности)

$$\rho \frac{D\overline{w}_{x}}{d\tau} = F_{x} - \frac{\partial\overline{\rho}}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left[ (\mu + \mu_{\tau}) \frac{\partial\overline{w}_{x}}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ (\mu + \mu_{\tau}) \frac{\partial\overline{w}_{x}}{\partial y} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[ (\mu + \mu_{\tau}) \frac{\partial\overline{w}_{x}}{\partial z} \right], \qquad (2.34)$$

где  $\mu_{\tau}$  — коэффициент турбулентного переноса количества движения;

$$\underline{\frac{\mathrm{D}\overline{w}_x}{\mathrm{d}\mathbf{r}}} = \frac{\partial\overline{w}_x}{\partial\mathbf{r}} + \overline{w}_x \frac{\partial\overline{w}_x}{\partial x} + \overline{w}_y \frac{\partial\overline{w}_y}{\partial y} + \overline{w}_z \frac{\partial\overline{w}_x}{\partial z}.$$

Аналогичные уравнения получаются для координат *у* и *г*. Эти уравнения были получены О. Рейнольдсом и носят его имя.

Закон сохранения массы позволяет получить дифференциальное уравнение сплошности

$$\frac{\partial w_x}{\partial x} + \frac{\partial w_y}{\partial y} + \frac{\partial w_z}{\partial z} = 0, \tag{2.35}$$

которое в такой форме пригодно только для несжимаемой жид-кости.

## § 2.5. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФОРМУЛИРОВКА ЗАДАЧ МОЛЕКУЛЯРНОГО И КОНВЕКТИВНОГО ТЕПЛООБМЕНА И ВИДЫ КРАЕВЫХ УСЛОВИЯ

Дифференциальные уравнения описывают целый класс физических явлений одинаковой природы. Чтобы выделить из этого класса конкретный вид явления, веобходимо задать его частные особенности, которые называют краевыми условиями или условиями однозначности. Краевые условия, заданные в виде числовых значений, определяют конкретное явление.

Различают геометрические, физические, динамические, граничные и временные условия однозначности. Геометрические условия отражают форму и размеры тел или их поверхностей, участвующих в теплообмене. Физические условия характеризуют физические свойства участвующих в теплообмене тел. Динамические условия содержат информацию о полях массовых сил. Граничные условия определяют особенности протекания явлений на границах изучаемой системы. Временные условия определяют начальное состояние системы. Временные условия задаются только при нестационарном режиме теплообмена.

Математическая формулировка задачи теплопроводности включает в себя дифференциальное уравнение энергии для неподвижного тела ( $w_x = w_y = w_z = 0$ ). В этом случае геометрические условия однозначности определяют форму и размеры тела, участвующего в процессе, а физические условия— его теплопроводность и температуропроводность.

Граничные условия для этой задачи могут быть заданы в четырех различных вариантах.

Граничные условия первого рода состоят в задании температуры на поверхностях тела, участвующего в теплообмене, и ее изменения во времени. Граничные условия второго рода состоят в задании распределения плотности теплового потока на поверхностях тела и ее изменения во времени. Граничные условия третьего рода состоят в задании температуры сред, омывающих поверхности тела, и условий теплообмена между средами и поверхностями (коэффициенты теплообмена), а также изменения этих параметров во времени. Граничные условия четвертого рода отражают равенство тепловых потоков, проходящих через поверхность соприкосновения двух тел.

Система уравнений, описывающая явление теплоотдачи, включает дифференциальные уравнения энергии (для теплоносителя), теплоотдачи, массообмена, движения и сплошности. Для процессов, в которых перенос вещества имеет второстепенное значение, уравнение массообмена не рассматривается.

Геометрические условия однозначности для процесса теплоотдачи отражают форму и размеры поверхности соприкосновения теплоносителя с телом, физические условия— свойства теплоносителя (теплопроводность, вязкость и др.). Динамические условия содержат сведения об ускорении, определяющем массовую силу, или связь этого ускорения с характеристиками движения всей системы или жидкости в ней. Граничные условия описывают распределение скоростей, температур и концентраций на границах изучаемой системы и их изменения во времени.

#### § 2.6. ОСНОВЫ ТЕОРИИ ПОДОБИЯ ФИЗИЧЕСКИХ ЯВЛЕНИЙ

Теория подобия— это учение о подобных явлениях. В приложении к физическим явлениям теория подобия применяется в двух направлениях: как средство обобщения результатов натурального и математического эксперимента и как теоретическая основа для моделирования технических устройств. Таким образом, теория подобня позволяет на основании отдельных опытов или расчетов получить обобщенную зависимость и открывает возможность изучения рабочих процессов технических устройств, на моделях.

В геометрии изучается подобие геометрических фигур. У подобных фигур пропорциональны сходственные линейные элементы (длины сторон треугольника, граней призмы и т. п.). Так, из условия подобия двух геометрических фигур, изображенных на рис. 2.2. можно записать

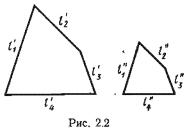
$$\frac{l_1''}{l_1'} = \frac{l_2'}{l_2'} = \frac{l_3''}{l_3'} = \frac{l_4''}{l_4'} = C_l,$$

где C<sub>I</sub> — константа геометрического подобия.

Для реализации подобия физических явлений необходима пропорциональность не только геометрических элементов систем, в которых протекают явления, но и других физических характеристик, определяющих эти явления (скоростей, температур, плотностей и т. п.).

Введем понятия одноименных величин, сходственных точек и сходственных моментов времени, которые используются при изу-

чении подобных явлений. Одноименными называются величины, имеющие одинаковый физический смысл и одинаковую размерность. Сходственными изываются такие точки систем, координаты которых удовлетворяют геометрическому подобию. Сходственные моменты времени наступают по истечении периодов времени т' и т", имеющих общее начало отсчета и связан-



ных между собой константой подобия по времени Ст:

$$\frac{\tau''}{\tau'} = C_{\tau}.$$

Подобными называются физические явления одинаковой природы, протекающие в геометрически подобных системах, если у них во всех сходственных точках в сходственные моменты времени отношения одноименных величин есть постоянные числа. Эти постоянные числа называются константами подобия.

Так, явление теплоотдачи определяется распределением температур в системе, скоростью движения теплоносителя, его физическими свойствами, формой и размерами поверхности теплообмена и т. д. Следовательно, для подобия двух явлений теплоотдачи необходимо выполнить условия:

$$\frac{t''}{t'} = C_t; \quad \frac{w''}{w'} = C_w; \quad \frac{\lambda''}{\lambda'} = C_{\lambda}; \quad \frac{\mu''}{\mu'} = C_{\mu}; \quad \frac{l''}{l'} = C_l$$
 и т. п.

Следует заметить, что подобными могут быть только явления одинаковой природы, описывающиеся одинаковыми аналитическими зависимостями. Так, формулы для плотности теплового потока при теплопроводности (закон Фурье) и для плотности массового потока при молекулярной диффузии (закон Фика) имеют одинаковую структуру. Но явления теплопроводности и диффузии качественно различны и потому не могут быть подобными. Явления, описываемые одинаковыми уравнениями (или системой уравне-

ний), но имеющие различную физическую природу, называются аналогичными.

Параметры, определяющие физическое явление, связаны между собой, поэтому и константы подобия также взаимосвязаны. Связь между параметрами, определяющими физическое явление, выражается одним или несколькими уравнениями, отражающими закономерности протекания процесса. Эти уравнения могут быть использованы для выявления связи между константами подобия.

Воспользуемся дифференциальным уравнением теплоотдачи (2.22) для выявления связи между константами подобия. Запишем это уравнение для сходственных точек двух подобных между собой явлений:

для первого явления

$$\alpha' = -\frac{\lambda'}{\Delta t'} \left( \frac{\partial t^n}{\partial n'} \right)_{n'=0}; \tag{2.36}$$

для второго явления

$$\alpha'' = -\frac{\lambda''}{\Delta t''} \left( \frac{\partial t''}{\partial n''} \right)_{n''=0}. \tag{2.37}$$

Константы подобия имеют одинаковое значение для параметров и их приращений. С учетом этого обозначим:

$$C_{\alpha} = \frac{\alpha''}{\alpha'}; \quad C_{\lambda} = \frac{\lambda''}{\lambda'}; \quad C_{t} = \frac{\Delta t''}{\Delta t'} = \frac{t''}{t'}; \quad C_{t} = \frac{n''}{n'} = \frac{l''}{l'}.$$
 (2.38)

Здесь 1 — характерный размер системы.

Из определения констант подобия следует, что

$$\alpha'' = C_{\alpha}\alpha'; \quad \lambda'' = C_{\lambda}\lambda'; \quad \Delta t'' = C_{t}\Delta t'; \quad t'' = C_{t}t'; \quad n'' = C_{t}n'.$$

Подставив эти выражения в равенство (2.37), переставив члены и сократив на  $C_t$ , получим

$$\alpha' = -\frac{C_{\lambda}}{C_{n}C_{1}} \frac{\lambda'}{\Delta t'} \left(\frac{\partial t'}{\partial n'}\right)_{n'=0}.$$
 (2.39)

Уравнения (2.36) и (2.39) тождественны, так как они выражают связь между параметрами процесса, обусловленную дифференциальным уравнением теплоотдачи, для одной и той же точки первой системы. Из условия тождественности уравнения следует, что

$$\frac{C_{\lambda}}{C_{\mu}C_{I}} = 1. \tag{2.40}$$

Это и есть связь между константами подобия, обусловленная уравнением (2.22).

Заменим константы подобия в уравнении (2.40) из (2.38). Тогда уравнение (2.40) можно переписать в виде

$$\frac{\alpha'l'}{\lambda'} = \frac{\alpha''l''}{\lambda''}.$$
 (2.41)

Следовательно, существуют такие безразмерные соотношения параметров, характеризующих процесс, которые у подобных явлений в сходственных точках имеют одинаковые числовые значения. Эти безразмерные соотношения называются числами подобия. Число подобия, записанное уравнением (2.41), называется числом Нуссельта\* и обозначается Nu. Следовательно, равенство (2.41) можно переписать в виде

$$Nu = \frac{\alpha l}{\lambda} = idem^{**}$$
.

Число Нуссельта получено из дифференциального уравнения теплоотдачи методом констант подобия. Числа подобия можно также получить путем приведения уравнения к безразмерному виду.

Числа подобия получаются из уравнений связи между величинами, характеризующими явление. Если для исследуемого явления таких уравнений нет, то числа подобия можно получить на основе анализа размерностей. Этот метод дает менее надежные результаты.

Число подобия может представлять собой отношение двух величин одинаковой природы (например, отношение длины трубы к ее диаметру). В этом случае оно называется параметрическим.

Произведение чисел подобия и частное от их деления также представляют собой числа подобия.

Таким образом, для характеристики подобия явлений можно использовать константы подобия и числа подобия. Константы подобия сохраняют числовое значение только для двух подобных явлений, но они остаются одинаковыми для всех сходственных точек рассматриваемых систем. Числа подобия сохраняют свое значение в сходственных точках всех подобных между собой систем, сколько бы их ни было, но в различных точках одной и той же системы числа имеют разные значения. Поэтому константами подобия удобно пользоваться при моделировании технических устройств, когда необходимо получить подобие только между двумя явлениями, а числами подобия — при обработке опытных данных или численных расчетов, когда на основании изучения единичных явлений необходимо получить обобщенную зависимость, пригодную для всех подобных между собой явлений.

Числа подобия могут включать местные, усредненные или характерные значения параметров, так как у подобных явлений со-

\*\* idem заменяет слова «одно и то же значение»,

<sup>\*</sup> Числа подобия принято называть именами крупных ученых,

отношения местных и усредненных величин одинаковы, как одинаковы соотношения местных и характерных величин (например, соотношения координат в сходственных точках и соотношения характерных размеров). При исследовании физических явлений в числа подобия удобно включать параметры, входящие в краевые условия задачи или ими определяемые (например, физические свойства жидкости, которые определяются ее температурой). В числа подобия входят также величины, являющиеся предметом исследования. Числа подобия, составленные только из величин, входящих в краевые условия, называются критериями подобия.

Искомая величина всегда определяется краевыми условиями задачи. Поэтому число подобия K, включающее неизвестную величину, можно выразить через критерии подобия  $K_1$ ,  $K_2$ , ..., составленные из краевых условий

$$K = f(K_1, K_2,...).$$
 (2.42)

Эта функциональная зависимость называется уравнением подобия. Если задача имеет аналитическое решение, то вид функции 
f выявляется однозначно. Если исследование задачи выполняется 
экспериментальным или численным путем, то вид функции выбирается исследователем, а числовые коэффициенты функции определяются путем согласования ее с полученными результатами.

Из определения числа подобия следует, что результаты одного опыта из расчета, представленные в виде чисел подобия, позволяют судить не только об исследованном явлении, но и обо всех явлениях, подобных исследованному. Поэтому, обрабатывая результаты экспериментов в виде уравнения подобия, получаем формулы, характеризующие не только исследованные явления, но и все явления, подобные исследованным.

Конкретная совокупность значений чисел подобия, полученная обработкой одного опыта или расчета, характеризует группу подобных между собой явлений, а уравнение подобия в целом — большое число неподобных между собой групп. Поэтому каждое уравнение подобия может применяться только в диапазоне критериев подобия, который наблюдался в опытах или использовался в расчетах, послуживших основанием для получения этого уравнения.

В силу зависимости (2.42) достаточным условием подобия физических явлений будет одинаковость критериев подобия, а одинаковость чисел подобия, содержащих зависимую переменную, будет следствием функциональной зависимости (2.42).

Этот вывод имеет глубокую физическую природу. Он свидетельствует о том, что для обеспечения подобия явлений достаточно обеспечить подобие краевых условий. При этом подобное распределение параметров (скорости, температуры и др.) во всей системе будет следствием подобного распределения их на границах системы.

Условия, достаточные для существования подобия физических явлений, были впервые сформулированы в 1930 г. советскими учеными М. В. Кирпичевым и А. А. Гухманом. Эти условия необходимы при моделировании технических устройств и при использовании на практике уравнений подобия, обобщающих результаты исследований. В последнем случае расчетчик по краевым условиям задачи определяет критерии подобия и по их значению выбирает уравнение подобия, которое включает в себя результаты исследования явления, подобного рассчитываемому.

#### ГЛАВА 3

#### ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ И ТЕПЛОПЕРЕДАЧА ПРИ СТАЦИОНАРНОМ РЕЖИМЕ

Количественные соотношения для теплопередачи получаются в результате рассмотрения явления теплопроводности при граничных условиях третьего рода. Поэтому количественную оценку теплопроводности и теплопередачи удобно рассмотреть в одной главе.

#### § 3.1. ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ ВЕЩЕСТВ

. Теплопроводность зависит от природы вещества, его структуры, температуры и других факторов.

Наибольшей теплопроводностью обладают металлы, наименьшей—газы. Теплопроводность металлов и сплавов имеет значения от 429 до 7 Вт/(м К). С увеличением температуры теплопроводность большинства металлов уменьшается.

При t=0°С теплопроводность некоторых металлов равна,  $Bt/(M\cdot K)$ : меди — 403; алюминия — 236; железа — 84. При уменьшении температуры теплопроводность существенно увеличивается. Так, медь, алюминий и железо при температуре 40 K имеют теплопроводность 2170, 2400 и 625  $Bt/(M\cdot K)$  соответственно.

Теплопроводность смеси веществ обычно не изменяется пропорционально количеству входящих в смесь компонентов. Для сплавов она зависит от вида термической и механической обработки. Все это затрудняет оценку теплопроводности сплавов. Надежным способом оценки теплопроводности металлов и их сплавов является непосредственный эксперимент.

Неметаллические материалы имеют значительно меньшую теплопроводность  $\lambda = 0.023 \dots 2.9$  Вт/(м·К) \*. Среди них наибольший интерес представляют теплоизоляционные, керамические и строительные материалы. Большинство этих материалов имеет пори-

<sup>\*</sup> Исключением является графит, который в зависимости от плотности име-  $\tau$   $\lambda$  от 75 до 350 Bt/(м·K).

стое строение, поэтому их теплопроводность включает в себя не только способность вещества проводить теплоту соприкосновением структурных частиц, но и радиационно-конвективный теплообмен в порах.

Структура вещества и вид газа или жидкости, заполняющих поры, существенно влияют на теплопроводность, поэтому при ее оценке необходимо учитывать плотность и влажность материала. С увеличением пористости вещества его теплопроводность уменьшается.

Материалы, имеющие  $\lambda$  при t = 50 ... 100°С меньше 0,25 Вт/(м $\times$   $\times$  K), называют теплоизоляторами. Некоторые теплоизолирующие материалы используются в их естественном состоянии, другие получают искусственно. Из естественных теплоизоляторов широко применяются асбест, слюда, дерево, пробка, опилки и др., из искусственных — минеральная вата, стеклянная вата и др.

Хорошие теплоизоляторы получаются при добавлении пенообразующих веществ к различным химикатам. Такие материалы называют пенопластами. Например, пенопласты K-40 и ПУ-101 имеют теплопроводность 0,046 и 0,057 Вт/(м·К) соответственно.

Перечисленные выше теплоизоляторы пористой структуры используются при температурах, не превышающих  $150^{\circ}$ C. В ракетно-космической технике при создании систем тепловой защиты используются жаростойкие керамические пористые материалы. Так, оксид циркония с пористостью 40% при температуре 1700 K имеет  $\lambda = 1$  BT/(м·K).

У теплоизоляционных и строительных материалов теплопроводность с ростом температуры увеличивается.

Некоторые неметаллические материалы обладают анизотропией. Так, дуб проводит теплоту вдоль волокон примерно в 2 раза лучше, чем поперек волокон. Теплопроводность ориентированного пирографита вдоль пластины примерно в сто раз больше, чем в перпендикулярном направлении.

Обнаружено также, что теплопроводность неметаллических материалов существенно изменяется под воздействием облучения нейтронами и у-квантами.

Жидкости (кроме расплавленных металлов) имеют небольшую теплопроводность:  $\lambda = 0.093 \dots 0.7$  Вт/(м·К). У большинства жидкостей (кроме воды и глицерина) теплопроводность уменьшается с увеличением температуры.

Жидкие металлы и сплавы обладают значительно большей теплопроводностью [ $\lambda = 7 \dots 86 \text{ Bt/}(\text{M} \cdot \text{K})$ ].

Газы и пары плохо проводят теплоту теплопроводностью [ $\lambda = 0,006...0,58$  Вт/(м·К)]. Теплопроводность газов увеличивается с ростом температуры.

Представление о теплопроводности газов, как о переносе энергии при соударении газов молекул, позволяет установить связь между теплопроводностью, средней арифметической скоростью

движения молекул  $w_{\rm M}$ , средней длиной свободного пробега молекул  $\Delta$ , изохорной теплоемкостью  $c_v$ , плотностью газа  $\rho$  и показателем адиабаты k.

В кинетической теории газов доказывается, что

$$\lambda = \frac{9k - 5}{8} w_{\mathsf{M}} \Delta c_{\mathsf{v}} \rho. \tag{3.1}$$

Эта формула позволяет объяснить зависимость теплопроводности от температуры и плотности газов.

При увеличении температуры возрастает средняя скорость движения молекул, а в результате увеличивается теплопроводность.

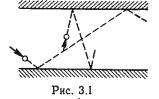
Рассмотрим влияние плотности на теплопроводность газа. При изменении плотности изменяются величины  $\Delta$  и  $\rho$ , входящие в правую часть формулы (3.1), но пока газ подчиняется уравнению состояния идеальных газов, произведение этих величин остается постоянным.

При очень высоких давлениях (свыше 200 МПа) проявляются силы межмолекулярного притяжения, и как показали опыты, с ростом давления теплопроводность заметно возрастает. Зависимость теплопроводности паров от давления более существенна. Эту зависимость необходимо учитывать при любом давлении.

При понижении давления способность газа проводить теплоту теплопроводностью изменяется только в случае, когда теплота передается через ограниченный газовый слой. При глубоком разрежении газа, когда длина свободного пробега молекул превышает расстояние между стенками, ограничивающими газовый слой, соударение молекул перестает определять процесс теплообмена. Каждая молекула поочередно ударяется о горячую и холодную стенки и переносит теплоту (рис. 3.1). При таком механизме теп-

лообмена число молекул в газовом слое определяет перенос теплоты и, следовательно, при уменьшении давления теплопроводность газового слоя уменьшается.

Теплопроводность газов определяется опытным и теоретическим путем. Теоретический расчет основан на кинетической теории газов. Особенно широко этот метод



применяется для высокотемпературных газов и газовых смесей.

Анализ зависимости теплопроводности от температуры показывает, что для большинства твердых тел, жидкостей и газов при умеренных температурах эта зависимость приближенно является линейной

$$\lambda = \lambda_0 (1 + bt), \tag{3.2}$$

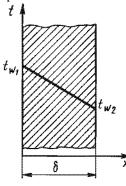
где  $\lambda_0$  — теплопроводность материала при  $t=0^{\circ}\mathrm{C};\ b$  — экспериментальная константа.

В практических расчетах теплопроводность часто считают одинаковой для всего тела и определяют ее по среднеарифметической из крайних значений температур тела. При выборе теплопроводности следует пользоваться справочной литературой [2], [11], [19].

#### § 3.2. ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ И ТЕПЛОПЕРЕДАЧА ЧЕРЕЗ ПЛОСКУЮ СТЕНКУ

Рассмотрим температурное поле и тепловой поток при стационарной теплопроводности через однородную плоскую стенку и многослойную стенку, а также при теплопередаче через плоскую стенку.

Если боковые поверхности плоской стенки изотермические, а площадь боковой поверхности настолько велика, что теплообменом через торцы ее можно пренебречь, то температурное поле стенки



будет одномерным. Участок такой стенки изображен на рис. 3.2. Стенка имеет толщину  $\delta$  и одинаковую для всей стенки теплопроводность  $\lambda$ . Температуры на границах стенки  $t_{w1}$  и  $t_{w2}$ , а изотермические поверхности имеют форму плоскостей, параллельных поверхностям стенки.

При рассматриваемых условиях температура вдоль осей y и z не изменяется, следовательно,

$$\frac{\partial^2 t}{\partial u^2} = \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} = 0.$$

Pac. 3.2

Дифференциальное уравнение энергии (2.15) для стационарной одномерной задачи о т и плоской стенки без внутренних источни-

теплопроводности плоской стенки без внутренних источни-ков теплоты приводится к виду

$$\frac{\mathrm{d}^2t}{\mathrm{d}x^2} = 0.$$

Проинтегрировав это уравнение дважды, найдем:

$$\frac{\mathrm{d}t}{\mathrm{d}x} = C_1; \tag{3.3}$$

$$t = C_1 x + C_2. \tag{3.4}$$

Следовательно, температурное поле однородной плоской стенки при постоянной теплопроводности выражается линейной зависимостью температуры от координаты (рис. 3.2).

Определим константы интегрирования в уравнении температурного поля. Граничные условия первого рода для рассматриваемой задачи запишутся равенствами:

при 
$$x=0$$
  $t=t_{w1}$ ; при  $x=\delta$   $t=t_{w2}$ .

Подстановка этих условий в формулу (3.4) дает

$$C_2 = t_{w1}; \ C_1 = (t_{w2} - t_{w1})/\delta.$$

Заменив константы интегрирования в формуле (3.4) найденными выражениями, получим уравнение температурного поля

$$t = t_{w1} - \frac{t_{w1} - t_{w2}}{\hbar} x. \tag{3.5}$$

Определим плотность теплового потока через плоскую стенку. В соответствии с законом Фурье с учетом зависимости t=f(x), выраженной формулой (3.5), найдем

$$q = -\lambda \frac{\mathrm{d}t}{\mathrm{d}x} = \lambda \frac{t_{w1} - t_{w2}}{\hbar}$$
.

Следовательно,

$$q = \frac{\lambda}{\delta} (t_{w1} - t_{w2}). \tag{3.6}$$

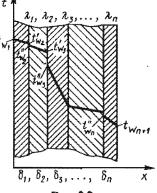
Соотношение  $\lambda/\delta$  называется тепловой проводимостью плоской стенки, а обратная величина  $\delta/\lambda$ — внутренним термическим сопротивлением.

Рассмотрим теперь теплопроводность плоской многослойной стенки, состоящей из *п* слоев. На границе раздела соседних слоев

возникает контактное термическое сопротивление, обусловленное неплотным соприкосновением поверхностей. Термическое сопротивление контакта в отдельных случаях может быть пренебрежимо малым, но иногда общее тепловое сопротивление многослойной стенки благодаря сопротивлению в местах контакта увеличивается в несколько раз.

Тепловой поток через поверхность контакта можно выразить формулой

$$q = \frac{1}{R_{\kappa}} (t' - t''), \qquad (3.7)$$



Pwc. 3.3

где  $R_{\kappa}$  — контактное термическое сопротивление\*; t' и t'' — температуры контактирующих поверхностей.

Оценим температурное поле и тепловой поток теплопроводностью через многослойную стенку с учетом контактных сопротивлений. Каждый слой имеет заданную толщину  $\delta_i$  и теплопроводность  $\lambda_i$  (рис. 3.3).

<sup>\*</sup> Более подробно вопрос о контактном термическом сопротивлении рассмотрен в § 3.4 этой главы,

При стационарном тепловом режиме тепловые потоки через каждый из слоев, а также через зоны контактов будут одинаковыми, так как только при этом условии температурное поле не изменяется с течением времени.

Запишем плотности тепловых потоков через i-й слой стенки и i-ю поверхность контакта с помощью формул (3.6) и (3.7):

$$q = \frac{\lambda_l}{\mathfrak{d}_l} \left( t_{w_l}^* - t_{w_{l+1}}^* \right); \tag{3.8}$$

$$q = \frac{1}{R_{\kappa_l}} (t'_{w_l} - t'_{w_l}). \tag{3.9}$$

Выразив с помощью этих формул в явном виде разности температур для каждого из n слоев стенки и n-1 поверхностей контакта и просуммировав правые и левые части этих равенств, получим

$$t_{w_1}-t_{w_{n+1}}=q\left(\frac{\delta_1}{\lambda_1}+R_{\kappa_1}+\frac{\delta_2}{\lambda_2}+\ldots+\frac{\delta_n}{\lambda_n}\right),$$

откуда

$$q = \frac{t_{w_1} - t_{w_{n+1}}}{\sum_{l=1}^{n} \frac{\delta_l}{\lambda_l} + \sum_{l=1}^{n-1} R_{\kappa_l}}.$$
 (3.10)

Формулы для расчета температуры отдельных поверхностей получаются из выражения (3.10), записанного для части многослойной стенки. Так, записав это выражение для двух слоев стенки, получим формулу для определения температуры  $t'_{w_3}$ :

$$t'_{w_1} = t_{w_1} - q \left( \frac{\delta_1}{\lambda_1} + R_{\kappa_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} \right). \tag{3.11}$$

Температурное поле многослойной стенки изображено на рис. 3.3. Наклон температурной линии в отдельных слоях различен. Это объясняется тем, что для всех слоев  $q = -\lambda \mathrm{d}t/\mathrm{d}x = \mathrm{const.}$  Поэтому слои с меньшей теплопроводностью имеют больший температурный градиент и, следовательно, больший наклон температурной линии. Этим же обусловлено и то, что при существенной зависимости теплопроводности от температуры температурное поле плоской однородной стенки будет криволинейным.

Для получения расчетной формулы теплового потока при тепло передаче рассмотрим теплопроводность многослойной плоской стенки при граничных условиях третьего рода. Стенка состоит из *п* слоев с известными толщинами и теплопроводностями (рис. 3.4). Известны также контактные термические сопротивления между отдельными слоями. Теплоносители имеют темпера-

туры  $t_{f_1}$  и  $t_{f_2}$ , а интенсивность их теплообмена с поверхностями стенки определяется коэффициентами  $a_1$  и  $a_2$ .

Плотность теплового потока от первого теплоносителя к стенке и от стенки ко второму теплоносителю определяется с помощью выражения (1.16):

$$q = a_1(t_{f_1} - t_{w_1}); (3.12)$$

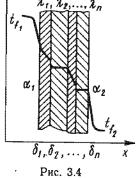
$$q = \alpha_2 (t_{w_{n+1}} - t_{f_n}). \tag{3.13}$$

Плотность теплового потока через стенку определяется формулой (3.10). При стационарном режиме теплообмена все эти плотности теплового потока одинаковы. Поэтому, выразив из уравнения (3.10), (3.12) и (3.13) разности t температур в явном виде и просуммировав t левые и правые части полученных равенств, t

$$q = k(t_{f_1} - t_{f_2}),$$
 (3.14)

где k — коэффициент теплопередачи, который выражается равенством

$$k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \sum_{l=1}^{n} \frac{b_l}{\lambda_l} + \sum_{l=1}^{n-1} R_{\kappa_l} + \frac{1}{\alpha_2}} . \quad (3.15)$$



Величина, обратная коэффициенту теплопередачи, называется общим термическим сопротивлением:

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{\alpha_1} + \sum_{l=1}^{n} \frac{\delta_l}{\lambda_l} + \sum_{l=1}^{n-1} R_{\kappa_l} + \frac{1}{\alpha_2}.$$
 (3.16)

Из формулы (3.16) видно, что общее термическое сопротивление складывается из внешних термических сопротивлений  $1/\alpha_1$  и  $1/\alpha_2$ , внутренних термических сопротивлений отдель-

ных слоев  $\sum_{l=1}^{n} \frac{s_{l}}{\lambda_{l}}$  и контактных термических сопротивлений меж-

ду ними 
$$\sum_{l=1}^{n-1} R_{\kappa_l}$$
.

Температуры крайних поверхностей стенки определяются из равенств (3.12) и (3.13). Температурное поле при теплопередаче через плоскую стенку показано на рис. 3.4.

#### § 3.3. ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ И ТЕПЛОПЕРЕДАЧА ЧЕРЕЗ ЦИЛИНДРИЧЕСКУЮ СТЕНКУ

Рассмотрим теплопроводность и теплопередачу однородной цилиндрической стенки большой длины так, чтобы передачей теплоты с торцов трубы можно было пренебречь.

Если внутренняя и внешняя поверхности цилиндрической стенки (рис. 3.5) поддерживаются при постоянных температурах  $t_{w1}$  и  $t_{w2}$ , то тепловой поток имеет радиальное направление, а изо-

л*и* t = и од

термические поверхности имеют форму цилиндров. В этих условиях температурное поле t=f(r) будет одномерным.

Размеры стенки оценим радиусами  $r_1$ ,  $r_2$  и длиной l, а теплопроводность будем считать одинаковой для всей стенки.

Для стационарной одномерной задачи о теплопроводности цилиндрической стенки без внутренних источников теплоты дифференциальное уравнение энергии (2.15) с учетом (2.16) приводится к виду

$$\frac{\mathrm{d}^2 t}{\mathrm{d}r^2} + \frac{1}{r} \frac{\mathrm{d}t'}{\mathrm{d}r} = 0. \tag{3.17}$$

Рис. 3.5

11

Введение новой переменной

$$u = \frac{\mathrm{d}t}{\mathrm{d}r} \tag{3.18}$$

позволяет привести уравнение (3.17) к виду

$$\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}r} + \frac{u}{r} = 0. \tag{3.19}$$

После разделения переменных и интегрирования получим

$$ln u + ln r = ln C_1.$$
(3.20)

Потенцирование этого выражения, переход к первоначальным переменным и интегрирование дают

$$t = C_1 \ln r + C_2$$
 (3.21)

Следовательно, зависимость t=f(r) носит логарифмический характер (рис. 3.5). Искривление линии температурного поля в цилиндрической стенке обусловлено изменением плотности теплового потока при изменении радиуса цилиндра: при уменьшении радиуса площадь поверхности, через которую проходит теплота, также уменьшается. Поэтому на малых радиусах температурная линия проходит более круто. Это правило остается в силе и при обратном направлении теплового потока (пунктир на рис. 3.5).

Граничные условия первого рода записываются равенствами:

при 
$$r=r_1$$
  $t=t_{w1}$ ;  
при  $r=r_2$   $t=t_{m2}$ .

Подставив эти выражения в уравнение (3.21), получим:

$$C_1 = \frac{t_{w1} - t_{w2}}{\ln(r_1/r_2)}; \quad C_2 = t_{w1} - (t_{w1} - t_{w2}) \frac{\ln r_1}{\ln(r_1/r_2)}. \quad (3.22)$$

Заменив в уравнении (3.21) константы интегрирования выражениями (3.22), получим формулу температурного поля

$$t = t_{w1} - \frac{t_{w1} - t_{w2}}{\ln(d_2/d_1)} \ln(d/d_1), \tag{3.23}$$

где  $d_1$  и  $d_2$  — внутренний и наружный диаметры цилиндра; d — переменный диаметр.

По формуле (3.23) легко определить температурный градиент

$$\frac{\mathrm{d}t}{\mathrm{d}r} = \frac{t_{w1} - t_{w2}}{\ln(d_2/d_1)} \frac{2}{d},\tag{3.24}$$

который определяет тепловой поток через стенку

$$\dot{Q} = -\lambda \frac{dt}{dr} 2\pi r l = \frac{\pi l (t_{w1} - t_{w2})}{[1/(2\lambda)] \ln (d_2/d_1)}.$$
 (3.25)

Поделив левую и правую части этого равенства на l, найдем

$$q_{1} = \frac{\pi (t_{w1} - t_{w2})}{[1/(2\lambda)] \ln (d_{2}/d_{1})}. \tag{3.26}$$

Величину  $[1/(2\lambda)]$  іп  $(d_2/d_1)$  называют внутренним термическим сопротивлением цилиндрической стенки.

Обозначим плотности теплового потока на внутренней и внешней поверхностях через  $q_1$  и  $q_2$ . Так как

$$\dot{Q} = q_1 l = q_1 \pi d_1 l = q_2 \pi d_2 l,$$

TO

$$q_1 = \pi d_1 q_1 - \pi d_2 q_2.$$

Это выражение можно использовать для подсчета  $q_1$  или  $q_2$  по величине  $q_l$ .

Если  $d_2/d_1 < 2$ , т. е. труба тонкостенная, то кривизна стенки слабо влияет на значение теплового потока. В этом случае (с точностью до 4%) для определения теплового потока вместо выражения (3.26) можно использовать формулу плоской стенки

$$q_{l} = \frac{2\lambda}{d_{2} - d_{1}} \pi d_{cp} (t_{w1} - t_{w2}), \tag{3.27}$$

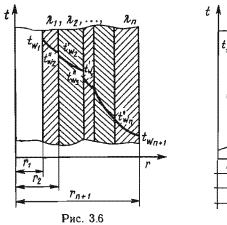
где  $d_{cp}$  — средний диаметр цилиндрической стенки.

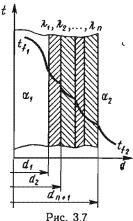
Выведем формулу для определения теплового потока через многослойную цилиндрическую стенку, состоящую из n слоев (рис. 3.6), с учетом контактного термического сопротивления.

Величина q<sub>t</sub> для i-го слоя цилиндрической стенки и для i-й поверхности контакта записывается формулами

$$q_{l} = \frac{\pi(t'_{w_{l}} - t'_{w_{l+1}})}{[1/(2\lambda_{l})] \ln(d_{l+1})/d_{l})};$$
(3.28)-

$$q_{l} = \frac{1}{R_{\kappa_{l}}} \left( t'_{w_{l}} - t'_{w_{l}} \right) \pi d_{l}. \tag{3.29}$$





Записав эти выражения для каждого из n слоев и n-1 поверхностей контакта, после исключения промежуточных температур получим

$$q_{l} = \pi \left( t_{w1} - t_{w_{n+1}} \right) \left[ \left( \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{2\lambda_{i}} \ln \frac{d_{l+1}}{d_{l}} + \sum_{i=1}^{n-1} \frac{R_{\kappa_{l}}}{d_{i+1}} \right). \quad (3.30)$$

Температуры на поверхностях отдельных слоев определяются по формулам, которые выводятся так же, как и для плоской стенки. Так, для определения температуры  $t'_{w3}$  формула имеет вид

$$t'_{w3} = t_{w1} - \frac{q_1}{\pi} \left( \frac{1}{2\lambda_1} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{R_{\kappa 1}}{d_2} + \frac{1}{2\lambda_2} \ln \frac{d_3}{d_2} \right). \quad (3.31)$$

Температурное поле многослойной цилиндрической стенки показано на рис. 3.6.

Для расчета теплового потока при теплопередаче через многослойную цилиндрическую стенку (рис. 3.7) необходимо задать диаметры каждого слоя, теплопроводности стенок, контактные термические сопротивления между ними, а также граничные

условия третьего рода — температуры теплоносителей и коэффициенты теплообмена с обеих сторон стенки.

Тепловой поток от внутреннего теплоносителя к стенке и от стенки к внешнему теплоносителю определяется формулами:

$$q_{l} = \alpha_{1} \pi d_{1} (t_{f1} - t_{w1}); \tag{3.32}$$

$$q_{l} = \alpha_{2} \pi d_{n+1} (t_{w_{n+1}} - t_{f2}),$$
 (3.33)

а через стенку — формулой (3.30). В силу стационарности режима теплообмена величина  $q_t$  в формулах (3.30), (3.32) и (3.33) одинакова. Исключив из этих формул температуры стенки, получим

$$q_1 = \pi k_1 (t_{f1} - t_{f2}), \tag{3.34}$$

где  $k_l$  — линейный коэффициент теплопередачи, который определяется выражением

$$k_{l} = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_{1}d_{1}} + \sum_{l=1}^{n} \frac{1}{2\lambda_{l}} \ln \frac{d_{l+1}}{d_{l}} + \sum_{l=1}^{n-1} \frac{R_{\kappa_{l}}}{d_{l+1}} + \frac{1}{\alpha_{2}d_{n+1}}}.$$
 (3.35)

Величина 1/k<sub>l</sub>, обратная линейному коэффициенту теплопередачи, называется общим линейным термическим сопротивлением.

Температура поверхностей, соприкасающихся с теплоносителем, определяется из формул (3.32) и (3.33).

Температурное поле при теплопередаче через многослойную цилиндрическую стенку показано на рис. 3.7.

#### § 3.4. КОНТАКТНОЕ ТЕРМИЧЕСКОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ

При любом способе обработки материала на его поверхности всегда имеются микроскопические выступы и впадины, поэтому в местах соприкосновения поверхностей касание происходит только в отдельных точках, а остальные участки поверхности разделены слоем воздуха или другого газа либо жидкости. Опыты показывают, что при небольших сжимающих усилиях площадь фактического контакта составляет 1 ... 5% от общей поверхности.

Повышение сопротивления тепловому потоку в местах контакта двух поверхностей обусловлено меньшей теплопроводностью газовой прослойки по сравнению с твердым телом, отклонением направления теплового потока от нормали к поверхности контакта, повышенным термическим сопротивлением поверхностного слоя из-за оксидной пленки и загрязнения.

Если пренебречь радиационным теплообменом между поверхностями, разделенными газовой прослойкой, которым передается не больше  $1\dots 2\%$  теплоты, то можно считать, что тепловая проводимость контакта равна сумме тепловых проводимостей фактического контакта  $(1/R_{\Phi})$  и газовой прослойки  $(1/R_{r})$ :

$$\frac{1}{R_{\kappa}} = \frac{1}{R_{\Phi}} + \frac{1}{R_{r}}.$$
 (3.36)

Опыты показывают, что составляющие контактного термического сопротивления соизмеримы. Если соприкасающиеся твердые тела обладают высокой теплопроводностью, то большая часть теплоты передается через точки соприкосновения. Если зазор между контактирующими поверхностями заполнен хорошо проводящим газом (например, гелием) или жидкостью, то основное количество передаваемой теплоты пойдет через прослойку.

При увеличении сжимающего усилия термическое сопротивление фактического контакта существенно уменьшается, тогда как термическое сопротивление газовой прослойки изменяется не больше чем на 20%.

Значение контактного термического сопротивления зависит от силы сжатия, чистоты и твердости соприкасающихся поверхностей, температуры и природы газа или жидкости, заполняющих пространство между поверхностями контакта.

Температура в зоне контакта также влияет на его термическое сопротивление: с увеличением температуры контактное термическое сопротивление уменьшается.

Контактное термическое сопротивление существенно уменьшается при покрытии соприкасающихся поверхностей мягкими металлами (медь, олово и др.) или при прокладках из мягких материалов.

Контактное термическое сопротивление приводит к резкому изменению температуры на поверхности раздела двух слоев, которое схематично можно рассматривать как скачок температур. Из формулы (3.7) следует, что этот скачок пропорционален тепловой нагрузке и контактному термическому сопротивлению.

#### § 3.5. ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ ТЕЛ С ВНУТРЕННИМИ ИСТОЧНИКАМИ ТЕПЛОТЫ

Рассмотрим температурное поле в теле при равномерном распределении внутренних источников теплоты по всему объему. Задачи такого вида приходится решать при расчете тепловыделяющих элементов атомных реакторов, при нагреве тел токами высокой час-

тоты и в других случаях.

Рассмотрим для примера сплошной круглый стержень радиуса  $r_0$  (рис. 3.8) неограниченной длины при одномерном температурном поле, объемное тепловыделение в котором определяется мощностью внутренних источников теплоты  $q_v$ . Будем считать  $\lambda$ —const.

Согласно закону Фурье через изотермическую поверхность радиуса r пройдет тепловой поток

$$q_t = -\lambda \frac{\mathrm{d}t}{\mathrm{d}r} 2\pi r. \tag{3.37}$$

Значение этого теплового потока определится мощностью внутренних источников

$$q_l = q_V \pi r^2. \tag{3.38}$$

Подставив выражение (3.38) в (3.37) и разделив переменные, получим

$$\mathrm{d}t = -\frac{q_V}{2\lambda} r \mathrm{d}r.$$

После интегрирования этого равенства найдем

$$t = -\frac{q_V}{4\lambda} r^2 + C. \tag{3.39}$$

При граничных условиях первого рода  $r=r_0$ ,  $t=t_w$ , поэтому из выражения (3.39) получается

$$C = t_w + \frac{q_V}{4\lambda} r_0^2. \tag{3.40}$$

Подстановка формулы (3.40) в выражение (3.39) дает

$$t = t_w + \frac{q_V r_0^2}{4\lambda} \left( 1 - \frac{r^2}{r_0^2} \right). \tag{3.41}$$

Для перехода к граничным условиям третьего рода температуру  $t_w$  выразим через  $t_f$  из баланса теплоты:

$$q_V \pi r_0^2 = \alpha (t_w - t_f) 2\pi r_0.$$
 (3.42)

Подставив из этого выражения  $t_w$  в (3.41), найдем

$$t = t_f + \frac{q_V r_0^2}{4\lambda} \left( 1 - \frac{r^2}{r_0^2} \right) + \frac{r_0 q_V}{2\alpha} . \tag{3.43}$$

Из этого равенства следует

$$t_{\text{max}} = t_f + \frac{q_V r_0^2}{4\lambda} + \frac{r_0 q_V}{2\alpha};$$
 (3.44)

$$t_{w} = t_{f} + \frac{r_{0}q_{V}}{2a}$$
 (3.45)

Тепловой поток через боковую поверхность стержня

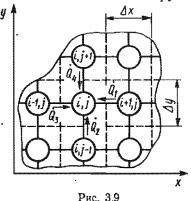
$$q_1 = \pi r_0^2 q_V. \tag{3.46}$$

Форма температурного поля в тепловыделяющем круглом стержне показана на рис. 3.8.

#### § 3.6. ЧИСЛЕННЫЙ МЕТОД РАСЧЕТА СТАЦИОНАРНОЙ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ

Возможности аналитических методов расчета температурного состояния тел и тепловых потоков при стационарной теплопроводности ограничены одно- и двумерными температурными полями для тел простой геометрической формы (пластина, цилиндр, шар). На практике часто встречается необходимость ретения таких задач для тел сложной формы, составных тел, для тел с существенной зависимостью теплофизических свойств от температуры, при наличии внутренних источников теплоты и сложных граничных условиях. Такие задачи решаются с помощью численных методов расчета.

При численном методе расчета температурного поля тело разделяется на небольшие объемы прямоугольной, цилиндрической или какой-либо другой формы. Центральные точки этих



объемов — узлы — образуют пространственную сетку. При составлении расчетных соотношений принимается, что теплообмен между соседними элементарными объемами можно рассматривать как явление одномерной теплопроводности между узлами сетки. Эти соотношения могут быть получены на основе баланса теплоты для элементарного объема или путем замены дифференциального уравнения теплопроводности конечно-разностным аналогом.

Рассмотрим для примера двумерное температурное поле однородной пластины толщиной l, боковые поверхности (торцы) которой теплоизолированы. Расчетные соотношения составим на основе баланса теплоты. Номера узлов вдоль оси x обозначим через i, вдоль оси y — через i (на рис. 3.9 показан небольшой участок этой пластины). Границы элементарных объемов отмечены пунктиром, а сетка узлов — сплошными линиями. Примем  $\Delta x = \Delta y$ .

При стационарном режиме теплообмена баланс теплоты для узловой точки с номером і имеет вид (обозначения на рис. 3.9)

$$\dot{Q}_1 + \dot{Q}_2 + \dot{Q}_3 + \dot{Q}_4 = 0. \tag{3.47}$$

С помощью формулы для теплового потока через плоскую стенку при одномерном температурном поле найдем:

$$\begin{split} \dot{Q}_1 &= \frac{\lambda}{\Delta x} (t_{l+1, j} - t_{l, j}) \, \Delta y \cdot l; \ \dot{Q}_2 = \frac{\lambda}{\Delta y} (t_{l, j-1} - t_{l, j}) \Delta x \cdot l; \\ \dot{Q}_3 &= \frac{\lambda}{\Delta x} (t_{l-1, j} + t_{l, j}) \Delta y \cdot l; \ \dot{Q}_4 = \frac{\lambda}{\Delta y} (t_{l, j+1} - t_{l, j}) \Delta x \cdot l. \end{split}$$

Подстановка этих формул в уравнение (3.47) дает

$$t_{l+1,j} + t_{l,j-1} + t_{l-1,j} + t_{l,j+1} - 4t_{l,j} = 0. (3.48)$$

Это уравнение описывает связь между температурой соседних элементов для всех внутренних узлов. Для узлов, выходящих на границы пластины, температура известна, если заданы граничные условия первого рода. В других случаях температура в граничных узлах определяется уравнениями, отражающими вид граничных условий.

Таким образом для n неизвестных температур для внутренних узлов сетки составляется n линейных алгебраических уравнений. Эта система решается на ЭВМ с помощью метода прогонки или какого-либо другого метода, а результаты решения получаются в виде совокупности цифровых значений температуры во всех узловых точках.

Тепловой поток в любом сечении пластины можно определить по закону Фурье с вычислением температурного градиента по температурам в соседних узлах или путем дифференцирования зависимости, которая получается аппроксимацией температур в узлах, прилегающих к рассматриваемому сечению.

Погрешности численного решения по сравнению с точным уменьшаются при уменьшении размеров элемента, поэтому приемлемую точность решения можно обеспечить выбором этих размеров.

#### ГЛАВА 4

#### теплопроводность при нестационарном режиме

Нестационарные режимы теплообмена так же широко распространены в технике, как и стационарные. Основная задача их расчета — выявление зависимости температурного поля тела от времени. Эта задача решается на основе аналитических и численных методов, которые рассмотрены в настоящей главе.

#### § 4.1. УСЛОВИЯ ПОДОБИЯ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ТЕМПЕРАТУРНЫХ ПОЛЕЙ

При оценке нестационарного режима теплообмена цель расчета состоит в определении температурного состояния тела и количества полученной или отданной телом теплоты по истечении определенного пернода времени.

Зависимость температуры не только от координат, но и от времени затрудняет графическое изображение температурного поля. На рис. 4.1 изображено изменение температуры для двух точек нагреваемого тела, которое перед нагревом имело однородное температурное поле.

Дифференциальное уравнение энергии (2.15) в твердом теле без внутренних источников теплоты имеет вид

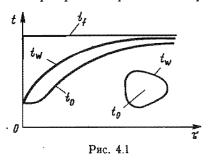
$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \left( \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right). \tag{4.1}$$

Характер взаимодействия тела с окружающей средой опишем граничными условиями третьего рода

$$\alpha(t_{w}-t_{f}) = -\lambda_{cr} \left(\frac{\partial t}{\partial n}\right)_{n=0}, \tag{4.2}$$

где  $\lambda_{\rm cr}$  — теплопроводность стенки;  $\partial t/\partial n$  — температурный градиент в твердом теле.

ент в твердом теле. При равномерном температурном поле в начальный момент



процесса теплообмена временные условия имеют простой вид: при  $\tau = 0$  t = t'.

Обозначим избыточную температуру в любой точке тела в произвольный момент времени через  $\theta$ :

$$\theta = t - t_f. \tag{4.3}$$

Для точек, расположенных на поверхности и в центре стенки,

$$\theta_w = t_w - t_f; \ \theta_0 = t_0 - t_f.$$
 (4.4)

Для начального момента времени

$$\theta' = t' - t_f. \tag{4.5}$$

Безразмерная избыточная температура

$$\tilde{\theta} = \theta/\theta'. \tag{4.6}$$

Обозначим безразмерные координаты:  $x/l = \tilde{x}; \ y/l = \tilde{y}; \ z/l = \tilde{z}, \ \text{где}$  l — характерный размер тела.

Приведем уравнение (4.1) к безразмерному виду. Так как

$$\frac{\partial^{2}t}{\partial x^{2}} = \frac{\theta'}{t^{2}} \frac{\partial^{2}\tilde{\theta}}{\partial \tilde{x}^{2}}; \quad \frac{\partial^{2}t}{\partial y^{2}} = \frac{\theta'}{t^{2}} \frac{\partial^{2}\tilde{\theta}}{\partial \tilde{y}^{2}}; \quad \frac{\partial^{2}t}{\partial z^{2}} = \frac{\theta'}{t^{2}} \frac{\partial^{2}\tilde{\theta}}{\partial \tilde{z}^{2}}; \quad \frac{\partial^{2}t}{\partial z^{2}} = \frac{\theta'}{t^{2}} \frac{\partial^{2}\tilde{\theta}}{\partial z^{2}}; \quad \frac{\partial^{2}t}{\partial z^{2}} = \frac{\theta'}{t^{2}} \frac{\partial^{2}t}{\partial z^{2}}; \quad \frac{\partial^{2}t}{\partial z^{2}} = \frac{\theta$$

то уравнение (4.1) приводится к виду

$$\frac{\partial \tilde{\theta}}{\partial (\alpha \tau / l^2)} = \frac{\partial^2 \tilde{\theta}}{\partial \tilde{x}^2} + \frac{\partial^2 \tilde{\theta}}{\partial \tilde{y}^2} + \frac{\partial^2 \tilde{\theta}}{\partial \tilde{z}^2}.$$
 (4.7)

Следовательно, для сходственных точек, у которых  $ar x={
m idem}$ ,  $ar y={
m idem}$  и  $ar z={
m idem}$ , безразмерная температура  $ar \theta$  зависит от чис-

ла  $\Phi$  у рье  $F_0 = a\tau/l^2$ . Однако связь величин  $\tilde{\theta}$  и  $F_0$  неоднозначна, так как конкретная форма этой связи зависит от краевых условий.

Анализ уравнения (4.2), определяющего условия теплообмена на границах, методами теории подобия показывает, что подобие процессов теплообмена на границе тела определяется числом Био:

$$Bi = \alpha l / \lambda_{c\tau}. \tag{4.8}$$

Следовательно, для конкретной формы тела температурные поля  $\theta = f(x, y, z)$  будут подобны, а безразмерные избыточные температуры  $\widetilde{\theta}$  в сходственных точках будут одинаковы при условии:

Поэтому температурное поле при нестационарной теплопроводности определяется обобщенным выражением

$$\tilde{\theta} = f(\text{Fo, Bi, } \tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{z}),$$
 (4.9)

вид функции в котором зависит от формы тела. Для одномерных задач вид этой функции в телах простейшей формы выявлен аналитическим путем.

### § 4.2. АНАЛИТИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ НЕСТАЦИОНАРНОЙ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ

Для тел простой формы температурное поле при нестационарном режиме теплообмена можно найти на основе аналитического решения задачи.

Рассмотрим расчетные зависимости, полученные аналитическим методом, на примере плоской стенки, размеры которой вдоль

осей y и z настолько велики, что теплообменом с торцов можно пренебречь. Будем считать условия теплообмена с обеих поверхностей одинаковыми ( $t_j$ =const и  $\alpha$ =const), а температуру — зависящей только от одной координаты x. Тогда температурное поле будет симметричным относительно середины стенки, поэтому ее толщину удобно обозначить через 28 (рис. 4.2).

В приложении к одномерной задаче о плоской стенке с учетом принятых ранее обозначений для избыточных темперагур дифференциальное уравнение (4.1) сводится к виду

$$\frac{\partial \theta}{\partial x} = a \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2}.$$
 (4.10)

Рис. 4.2

Граничные условия для обеих поверхностей при  $x=\pm\delta$ 

$$\mp \lambda_{c_1} \left( \frac{\partial \theta}{\partial x} \right)_{x = \pm \delta} = \alpha \theta_{w}. \tag{4.11}$$

Начальное условие: при  $\tau = 0$   $\theta = \theta'$ .

Решим задачу методом разделения переменных. Представим искомую функцию  $\theta$  в виде произведения переменных  $T(\tau)$  и X(x), из которых первая зависит только от времени, а вторая — только от координаты:

$$\theta = TX. \tag{4.12}$$

Дифференцированием этого выражения найдем:

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} = X \frac{\partial T}{\partial \tau}; \frac{\partial \theta}{\partial x} = T \frac{\partial X}{\partial x}; \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} = T \frac{\partial^2 X}{\partial x^2}.$$

· Подставив эти выражения в уравнение (4.10), получим

$$X \frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}\tau} = aT \frac{\mathrm{d}^2X}{\mathrm{d}x^2}$$
,

или

$$\frac{1}{a} \frac{1}{T} \frac{dT}{d\tau} = \frac{1}{X} \frac{d^2X}{dx^2} = -\beta^2, \tag{4.13}$$

где β<sup>2</sup> — постоянная разделения переменных. Из выражения (4.13) получается два дифференциальных уравнения:

$$\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}\tau} + a\beta^2 T = 0; \tag{4.14}$$

$$\frac{\mathrm{d}^2X}{\mathrm{d}x^2} + \beta^2X = 0, \tag{4.15}$$

решения которых известны:

$$T = Ae^{-a\beta^{**}}; \tag{4.16}$$

$$X = B \cos \beta x + C \sin \beta x. \tag{4.17}$$

Эти формулы с учетом (4.12) позволяют записать

$$\theta = (C_1 \cos \beta x + C_2 \sin \beta x) e^{-a\beta^{*\tau}}. \tag{4.18}$$

В силу симметрии температурного поля замена х на -х не должна отражаться на значении в. Это условие выполняется при  $C_2 = 0$  и потому решение уравнения (4.18) приводится к виду

$$\theta = Ce^{-a\beta^{a}\tau}\cos\beta x \tag{4.19}$$

Значение постоянной разделения переменных найдем из граничного условия. Из выражения (4.19) легко найти

$$\left(\frac{\partial \theta}{\partial x}\right)_{x=\pm \delta} = \mp C\beta e^{-a\beta^{2}\tau} \sin \beta \delta; \qquad (4.20)$$

$$\theta_w = Ce^{-a\beta^2\tau} \cos \beta \delta. \tag{4.21}$$

Подставив эти выражения в условие (4.11), получим

 $\beta \sin \beta \delta = \frac{\alpha}{\lambda_{c\tau}} \cos \beta \delta$ ,

или

$$\operatorname{ctg} \mu = \mu/\operatorname{Bi}, \qquad (4.22)$$

где  $\mu = \beta \delta$ ; Bi =  $\alpha \delta / \lambda_{cr}$ .

Каждому значению числа Ві отвечает бесчисленное множество кор- 0 ней ( $\mu_1$ ,  $\mu_2$ ,  $\mu_3$ ,...) трансцендентного уравнения (4.22). Это уравнение решается обычно графическим путем (рис. 4.3) и значения и при различных Ві сводятся в таблицу.

Каждому значению и соответствует частное решение уравнения (4.10) в форме (4.19). Следова-

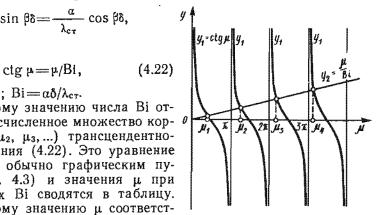


Рис. 4.3

тельно, общее решение этого уравнения имеет вид

$$\theta = \sum_{n=1}^{\infty} C_n e^{-\mu_n^2 F_0} \cos \frac{\mu_n x}{\delta}. \tag{4.23}$$

При записи этого уравнения сделана замена

$$a\beta^2\tau = a - \frac{\mu^2}{\delta^2} \tau = \mu^2 - \frac{a\tau}{\delta^2} = \mu^2$$
Fo.

Коэффициенты ряда  $C_n$  определяются из начального условия

$$C_n = 2\theta' \frac{\sin \mu_n}{\mu_n + \sin \mu_n \cos \mu_n}. \tag{4.24}$$

С учетом этого выражения формула (4.23), отражающая распределение температуры в пластине, приводится к виду

$$\theta = 2\theta' \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \mu_n \cos \mu_n \tilde{x}}{\mu_n + \sin \mu_n \cos \mu_n} e^{-\mu_n^2 F_0}$$
 (4.25)

или

$$\tilde{\theta} = 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \mu_n \cos \mu_n \tilde{\kappa}}{\mu_n + \sin \mu_n \cos \mu_n} e^{-\mu_n^2 P_p}, \qquad (4.26)$$

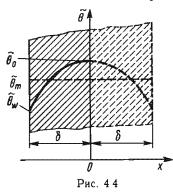
где  $\tilde{x} = x/\delta$ .

Форма температурного поля, соответствующая уравнению (4.26), показана на рис. 4.2. Использование полученного уравнения на практике связано с необходимостью выполнения трудоемких расчетов, поэтому с помощью этой формулы построены графики

 $\tilde{\theta} = f$  (Fo, Bi,  $\tilde{x}$ ,) (4.27)

применение которых сводит расчеты к весьма простым операциям. Каждый график построен для  $\tilde{x}$ —const. Наиболее широко в справочной литературе распространены графики при  $\tilde{x}$ —0 и  $\tilde{x}$ =1, которые соответственно характеризуют температуру плоскости симметрии и боковых поверхностей стенки.

При Ві ≥ 100 температура стенки перестает зависеть от условий теплообмена на границах тела. Это объясняется тем, что при



этом тепловое сопротивление внешнего теплообмена становится несоизмеримо малым по сравнению с внутренним сопротивлением и потому температурное поле определяется условиями распространения теплоты внутри тела.

Расчетные соотношения для теплопроводности плоской стенки могут быть использованы для одного часто встречающегося случая несимметричных условий теплообмена, когда одна из поверхностей стенки теплоизолирована, а другая — участвует в тепло-

обмене. В этом случае рассчитываемая стенка толщиной  $\delta$  заменяется фиктивной стенкой толщиной  $2\delta$  (рис. 4.4) и к ней применяются все полученные выше соотношения. Температура в плоскости симметрии фиктивной стенки равна температуре теплоизолированной поверхности реальной стенки.

Полученное или отданное стенкой количество теплоты также определяется числами Fo и Bi. Обозначим через Q' количество потерянной (или полученной) теплоты при  $\tau \to \infty$  (когда температуры тела и среды выравниваются), а через  $Q_{\tau}$  — количество теплоты, отданное по истечении времени  $\tau$ . Тогда для стенки с плотностью материала  $\rho$  и теплоемкостью c можно записать:

$$Q' = 2\delta\rho c (t' - t_f) = 2\delta\rho c\theta'; \tag{4.28}$$

$$Q_{\tau} = 2\delta\rho c \ (t' - t_m) = 2\delta\rho c \ (\theta' - \theta_m), \tag{4.29}$$

где  $t_m$  — средняя температура стенки по истечении периода времени au.

Поделив почленно второе равенство на первое, получим

$$\frac{Q_{\tau}}{Q'} = 1 - \frac{\theta_m}{\theta'} = 1 - \tilde{\theta}_m. \tag{4.30}$$

В каждый момент времени температурное поле стенки определяется числами Fo и Bi, поэтому и средняя температура стенки будет зависеть только от этих чисел. Следовательно,

$$\frac{Q_{\tau}}{Q'} = f \text{ (Fo, Bi)}. \tag{4.31}$$

График этой функции имеется в справочной литературе. Иногда вместо этой функции приводится зависимость для средней безразмерной температуры

$$\tilde{\theta}_m = f$$
 (Fo, Bi). (4.32)

стенки

Аналогичные решения задач о температурном поле и количестве переданной теплоты в нестационарных условиях теплообмена, а также графики, облегчающие их использование, имеются для бесконечно длин-

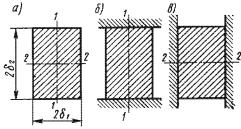


Рис. 4.5

ного цилиндра и для шара. В качестве характерного размера для этих тел выбран радиус.

Результаты решения задач нестационарной теплопроводности для одномерного температурного поля могут быть применены при расчете температуры тел с двумерным и трехмерным температурными полями.

В качестве примера рассмотрим охлаждение бруса бесконечной длины с прямоугольным сечением (рис. 4.5, a). Теплота передается брусом в окружающую среду через вертикальные и горизонтальные грани. Предположим, что горизонтальные грани бруса теплоизолированы (рис. 4.5,  $\delta$ ). Тогда безразмерную температуру  $\tilde{\theta}_1$  любой плоскости, параллельной плоскости 1-1, можно определить по формуле (4.26). При этом в качестве характерного следует взять размер  $\delta_1$ .

Если предположить, что теплоизолированы вертикальные грани (рис. 4.5,  $\theta$ ), то аналогично определится безразмерная температура  $\tilde{\theta}_2$  плоскости, параллельной сечению 2—2. В этом случае характерным размером будем  $\delta_2$ .

Величина  $\tilde{\theta}_1$  характеризует уменьшение избыточной температуры рассматриваемой вертикальной плоскости к заданному моменту времени по сравнению с начальной избыточной температурой  $\theta'$  благодаря теплообмену вертикальных поверхностей, Аналогично величина  $\tilde{\theta}_2$  характеризует уменьшение избыточной температуры рассматриваемой горизонтальной плоскости благодаря теплообмену горизонтальных поверхностей.

Когда в теплообмене участвуют все боковые поверхности бруса, снижение температуры на линии пересечения рассматриваемых плоскостей определяется одновременным влиянием теплообмена вертикальных и горизонтальных поверхностей. Поэтому безразмерная температура на этой линии равна произведению безразмерных температур, определенных отдельно для теплообмена вертикальных и горизонтальных граней:

$$\widetilde{\theta} = \widetilde{\theta_1} \, \widetilde{\theta_2} \,. \tag{4.33}$$

Таким путем может быть определена температура в любой точке параллелепипеда (на пересечении трех плоскостей). При этом необходимо определить три безразмерные температуры, пользуясь методикой для бесконечной плоской стенки, а безразмерная температура в рассматриваемой точке будет равна их произведению.

При оценке температуры внутри цилиндра ограниченной длины определяется безразмерная температура на цилиндрической поверхности заданного радиуса по закономерностям для бесконечно длинного цилиндра и для плоскости, параллельной основаниям цилиндра, по формуле температурного поля пластины, толщина которой равна длине цилиндра. Безразмерная температура на пересечении цилиндрической поверхности и плоскости равна произведению безразмерных температур для каждой из этих поверхностей.

Рассмотренный выше метод основан на теореме о перемножении решений, с доказательством которой можно ознакомиться в [13].

#### § 4.3. МЕТОД РЕГУЛЯРНОГО РЕЖИМА

В процессе нестационарной теплопроводности можно выделить стадию регулярного режима, при котором изменение температуры во времени для всех точек тела подчиняется единому закону, а начальное распределение температуры в теле не оказывает влияния на форму этого закона. Закономерности изменения температуры в стадии регулярного режима являются более простыми, поэтому они широко используются в практических расчетах.

Выявим закон изменения температуры в теле сначала для наиболее простого случая, когда внутренним тепловым сопротивлением тела по сравнению с внешним сопротивлением можно пренебречь и потому в каждый момент времени температуру всего тела можно считать одинаковой. Равномерность температурного поля увеличивается с ростом теплопроводности тела и с уменьшением коэффициента его теплообмена с окружающей средой. При Bi<0,1 с достаточной для практики точностью температурное поле тела можно считать равномерным.

Запишем для тела, имеющего объем V, поверхность соприкосновения с окружающей средой F и равномерное температурное поле, тепловой баланс за время  $d\tau$ . Избыточная температура,

определяемая формулой (4.3), будет одинаковой для всех точек тела, причем при  $d\tau>0$  и  $t_f$ —const всегда  $d\theta<0$ . При отсутствии внутренних источников теплоты изменение энтальпии равно рассеянной поверхностью теплоте

$$-V\rho c d\theta = \alpha\theta F d\tau. \tag{4.34}$$

Этому равенству можно придать вид

$$\frac{\mathrm{d}\theta}{\theta} = -m_{\mathrm{p}}\mathrm{d}\tau,\tag{4.35}$$

где  $m_{\rm p}$  — коэффициент пропорциональности, называемый *темпом* охлаждения (или нагревания) и определяемый формулой

$$m_{\rm p} = \frac{F}{V} - \frac{\alpha}{c\rho} \,. \tag{4.36}$$

Считая теплофизические характеристики тела независящими от температуры и  $\alpha$ —const, после интегрирования уравнения (4.35) получим

$$\ln \theta = -m_{\rm p}\tau + C. \tag{4.37}$$

Это и есть основная закономерность регулярного режима. При теплообмене в регулярном режиме натуральный логарифм избыточной температуры связан со временем линейной зависимостью. Коэффициент пропорциональности [формула (4.36)] определяет темп охлаждения только для тел с равномерным температурным полем.

Подставив в уравнение (4.37) начальное условие ( $\theta = \theta'$  при  $\tau = 0$ ), найдем, что  $C = \ln \theta'$ , и, следовательно, уравнению (4.37) можно придать вид

Эта формула может использоваться в практических расчетах для тел любой формы при  $\mathrm{Bi} < 0.1$ . Безразмерная избыточная температура определяется формулой (4.6).

Рассмотрим теперь общий случай, когда неравномерностью распределения температуры в теле пренебречь нельзя.

Анализ формулы (4.26) показывает, что безразмерную избыточную температуру б можно выразить суммой произведений трех величин:

$$\tilde{\theta} = \sum_{n=1}^{\infty} A_n U_n e^{-m_n \tau}, \tag{4.39}$$

где  $A_n$  — величина, не зависящая ни от координат, ни от времени;  $U_n$  — функция координат;  $m_n$  — ряд положительных чисел, которые быстро возрастают с увеличением номера члена ряда.

Такая форма записи безразмерной температуры пригодна не только для простейших тел правильной формы, но и для любых других тел, форма которых отражается на виде множителей  $A_n$  и  $U_n$ .

При небольшой продолжительности процесса теплообмена температурное поле определяется не только первым, но и последующими членами ряда. Это так называемая неупорядоченная стадия процесса охлаждения или нагревания, в течение которой температура в некоторых точках тела и скорость ее изменения зависят от начального распределения температур в теле.

Благодаря неравенству

$$m_1 < m_2 < m_3 ...$$

увеличение времени  $\tau$  приводит к тому, что каждый последующий член ряда (4.39) убывает скорее, чем предыдущий. После некоторого значения  $\tau > \tau^*$  все члены ряда становятся пренебрежимо малыми по сравнению с первым. Тогда из (4.39) с достаточной точностью можно записать (индексы опущены)

$$\tilde{\theta} = AUe^{-m\tau}. (4.40)$$

С учетом равенства  $\tilde{\theta} = \theta/\theta'$  после логарифмирования выражения (4.40) получается

$$\ln \theta = -m\tau + C, \tag{4.41}$$

где  $C = \ln \theta' A U - \phi$ ункция от координат.

Следовательно, при  $\tau > \tau^*$  наступает регулярный режим теплообмена, при котором изменение температуры во времени для всех точек тела подчиняется единому закону (линейная зависимость  $\ln \theta$  от  $\tau$ ), а начальное распределение температур в теле не оказывает влияния на форму этого закона.

Из сопоставления формулы (4.40) с выражением (4.26) сле

дует, что

$$m = a - \frac{\mu^2}{l^2} \; ; \tag{4.42}$$

величина µ представляет собой наименьший положительный корень уравнения (4.22). Из формулы (4.42) видно, что темп охлаждения (нагревания) т не зависит ни от координат, ни от времени и определяется числом Ві, физическими свойствами, формой и размерами тела.

### § 4.4. ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ РАСЧЕТА НЕСТАЦИОНАРНЫХ ТЕМПЕРАТУРНЫХ ПОЛЕЙ

Сложная форма тела, неоднородность его теплофизических характеристик, сложный характер граничных и временных условий однозначности часто не позволяют рассчитать температурные поля рассмотренными выше методами. Для таких задач можно использовать численные методы расчета температурных полей. Рассмотрим одномерное нестационарное температурное поле плоской стенки (рис. 4.6). Расчетные соотношения численного метода получим аппроксимированием членов дифференциального уравнения теплопроводности

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} \tag{4.43}$$

отношениями конечных разностей:

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} \approx \frac{t_i^{k+1} - t_i^k}{\Delta \tau}; \quad \frac{\partial t}{\partial x} \approx \frac{t_{i+1}^k - t_i^k}{\Delta x}, \quad \text{или } \frac{\partial t}{\partial x} \approx \frac{t_i^k - t_{i-1}^k}{\Delta x};$$

$$\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} \approx \frac{1}{\Delta x} \left( \frac{t_{i+1}^k - t_i^k}{\Delta x} - \frac{t_i^k - t_{i-1}^k}{\Delta x} \right) = \frac{t_{i+1}^k - 2t_i^k + t_{i-1}^k}{(\Delta x)^2}.$$

$$(4.44)$$

Здесь i — номер узла вдоль координаты x;  $\Delta x$  — шаг сетки (расстояние между узлами); индекс k соответствует температуре в момент временн  $\tau$ , а  $\Delta x$  —  $\Delta x$   $\Delta x$  k+1 — в момент времени  $\tau + \Delta \tau$ , где  $\Delta \tau$  —

 $\kappa+1$  — в момент времени  $t+\Delta 1$  шаг по времени.

Подстановка соотношений (4.44) в (4.45) позволяет получить

$$\frac{t_i^{k+1} - t_i^k}{\Delta \tau} = a \frac{t_{i+1}^k - 2t_i^k + t_{i-1}^k}{(\Delta x)^2}.$$
 (4.45)

Из этого уравнения следует простая формула для определения температуры в каждом узле сетки в момент времени  $\tau + \Delta \tau$  при известном распределении температур в момент времени  $\tau$ :

$$t_{i}^{k+1} = \text{Fo}\left[t_{i+1}^{k} + t_{i-1}^{k} + t_{i}^{k}\left(\frac{1}{\text{Fo}} - 2\right)\right],$$
 (4.46)

где  $F_0 = a\Delta \tau/(\Delta x)^2$  — число Фурье.

Уравнение (4.46) — это пример явного конечно-разностного уравнения. Такие уравнения решаются просто, так как каждое уравнение содержит одну неизвестную величину. Вместе с тем эти уравнения обладают существенным недостатком: решение получается устойчивым только при ограниченном значении  $\Delta \tau$ . Так, анализ показывает, что решение уравнения (4.46) будет устойчивым при

Fo
$$\leq$$
0,5 или  $\Delta \tau \leq$ 0,5 ( $\Delta x$ )<sup>2</sup>/ $a$ . (4.47)

При Fo>0,5 уравнение (4.46) становится физически неверным, так как в этом случае величина  $t_i^h$  войдет в него с отрицательным знаком и потому росту  $t_i^h$  будет соответствовать уменьшение  $t_i^{k+1}$ .

Для граничных узлов при граничных условиях третьего рода условие устойчивого решения уравнения (4.46) становится более жестким:

Fo 
$$(1+Bi) \le 0.5$$
, (4.48)

где  $Bi = \alpha \Delta x / \lambda_{c\tau}$  — число Био;  $\alpha$  — коэффициент теплообмена на поверхности тела;  $\lambda_{c\tau}$  — теплопроводность тела.

Для многомерных температурных полей условие (4.47) также ужесточается: для двумерного температурного поля необходимо

 $Fo \ll 1/4$ , для трехмерного —  $Fo \ll 1/6$ .

Желание уменьшить погрешность расчета температурного поля, обусловленную конечно-разностной аппроксимацией дифференциального уравнения теплопроводности, ведет к необходимости уменьшения шага сетки, а в соответствии с выражениями (4.47) — и к уменьшению допустимой величины  $\Delta \tau$ . Все это приводит к увеличению объема вычислительных работ и часто ограничивает возможность использования этого метода расчета.

Ограничений по выбору величины  $\Delta \tau$ , связанных с устойчивостью решения уравнений, можно избежать, если воспользоваться неявными конечно-разностными уравнениями. При получении уравнения (4.46) температура  $t_i^{k+1}$  определялась на основе температур в узловых точках в момент времени  $\tau$ . Если температуру  $t_i^{k+1}$  определить по температурам в узловых точках в момент времени  $\tau + \Delta \tau$ , то после аппроксимации членов дифференциального уравнения отношениями конечных разностей получается

$$\frac{t_i^{k+1} - t_i^k}{\Delta \tau} = a \quad \frac{t_{i+1}^{k+1} - 2t_i^{k+1} + t_{i-1}^{k+1}}{(\mathbf{A}\mathbf{x})^2}.$$
 (4.49)

Это неявное конечно-разностное уравнение. Такое уравнение, записанное для каждой узловой точки, содержит несколько неизвестных, поэтому система уравнений для всех узлов сетки должна решаться совместно.

Система неявных конечно-разностных уравнений абсолютно устойчива, поэтому выбор шага сетки и величины  $\Delta \tau$  делается из условия допустимой погрешности, обусловленной аппроксимацией членов дифференциального уравнения отношениями конечных разностей.

#### ГЛАВА 5

### ТЕПЛООТДАЧА И МЕТОДЫ ЕЕ ИССЛЕДОВАНИЯ

Интенсивность теплоотдачи зависит от гидродинамических характеристик процесса обтекания теплоносителем поверхности тела, формы и геометрии тела, физических свойств теплоносителя и других факторов. Поэтому известно много разновидностей этого процесса и способов его исследования.

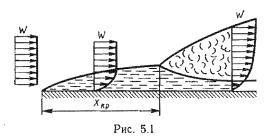
### § 5.1. ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЯВЛЕНИЯ ТЕПЛООТДАЧИ И МЕТОДЫ ПОЛУЧЕНИЯ ФОРМУЛ ДЛЯ ЕЕ РАСЧЕТА

Механизм процесса теплообмена между поверхностью тела и движущимся около нее теплоносителем (механизм теплоотдачи) определяется гидродинамическим взаимодействием среды с поверхностью и свойствами среды.

На поверхности, омываемой теплоносителем, можно выделить пристенную область, в пределах которой наблюдается существенное изменение продольной скорости,— это динамический пограничный слой. За пределами динамического пограничного слоя изменением продольной скорости можно пренебречь.

На начальном участке поверхности образуется ламинарный пограничный слой, толщина которого увеличивается по мере удаления от места начала его формирования (рис. 5.1). В ламинар-

ном пограничном слое теплота передается в основном теплопроводностью, но благодаря перестроению профиля продольной составляющей скорости по дли-



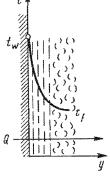


Рис. 52

не омываемой стенки в потоке возникает нормальная составляющая скорости, а следовательно, и конвективный перенос теплоты.

Жидкости и газы имеют небольшую теплопроводность, поэтому ламинарная часть потока теплоносителя создает большое термическое сопротивление потоку теплоты.

. Увеличение толщины ламинарного слоя приводит к уменьшению его устойчивости и на расстоянии от входа  $x_{\rm кр}$  ламинарный пограничный слой переходит в турбулентный. При этом у поверхности стенки образуется вязкий nodcnod.

Переход ламинарного пограничного слоя в турбулентный сопровождается изменением интенсивности теплоотдачи. Вязкий подслой значительно тоньше ламинарного пограничного слоя, а в турбулентной части пограничного слоя решающую роль играет конвективный перенос теплоты. Поэтому интенсивность теплоотдачи при турбулентном пограничном слое значительно выше, чем при ламинарном. На рис. 5.2 изображено температурное поле в жидкости при теплоотдаче, когда пограничный слой имеет турбулентный характер. Резкое изменение температуры в вязком под-

слое свидетельствует о большом термическом сопротивлении этой части потока. В турбулентной части потока наблюдается слабое изменение температуры по толщине слоя жидкости.

Толщина пограничного слоя и его структура зависят от скорости потока относительно поверхности теплообмена, поэтому от этой скорости существенно зависит интенсивность теплоотдачи. При прочих равных условиях увеличение скорости за пределами динамического пограничного слоя или средней скорости движения теплоносителя в канале ведет к уменьшению толщины пограничного слоя, создает более благоприятные условия для возникновения турбулентности и тем самым способствует повышению интенсивности теплоотдачи.

Интенсивность теплоотдачи зависит также от физических свойств теплоносителя.

Теплопроводность жидкости влияет на термическое сопротивление ламинарной части потока жидкости.

Вязкость жидкости оказывает влияние на толщину пограничного слоя и на условия перемешивания жидкости. При прочих равных условиях в более вязкой жидкости образуется более толстый пограничный слой, а условия перемешивания становятся менее благоприятными. Поэтому в вязких жидкостях теплоотдача протекает менее интенсивно.

Плотность теплоносителя также влияет на условия формирования пограничного слоя. Уменьшение плотности газа (например, воздуха с увеличением высоты полета) ведет к увеличению коэффициента кинематической вязкости, благодаря чему увеличивается толщина пограничного слоя. Поэтому уменьшение плотности газа ведет к уменьшению интенсивности теплоотдачи.

Теплоемкость жидкости влияет на интенсивность конвективного переноса теплоты. При одинаковых условиях перемешивания жидкость с большей теплоемкостью переносит больше теплоты, поэтому интенсивность теплоотдачи также возрастает.

Движение теплоносителя относительно стенки может быть вызвано внешними силами давления или неоднородным полем массовых сил—гравитационных, инерционных, магнитных и др. Поля массовых сил вызывают образование в потоке вихревых структур, изменяют условия возникновения турбулентности, изменяют уровень турбулентности и потому влияют на интенсивность теплоотдачи. Степень влияния массовых сил на характеристики движения теплоносителя и его теплообмена с поверхностью зависит от ускорения, определяющего массовую силу, и характера его изменения в системе, а также от коэффициента объемного расширения и температурного поля, которые определяют диапазон изменения плотности.

Важную роль в процессе теплоотдачи играет форма обтекаемой поверхности. Так, при внешнем обтекании форма продольного сечения тела в значительной мере определяет условия форми-

рования пограничного слоя. Удобообтекаемые тела имеют значительную поверхность, покрытую ламинарным пограничным слоем, и, следовательно, неблагоприятные условия для теплообмена. Плавный вход в канал способствует увеличению длины участка с ламинарным пограничным слоем и уменьшению интенсивности теплоотдачи на начальном участке. Уменьшением толщины газовой прослойки можно уменьшить интенсивность свободной конвекции или вообще исключить возможность ее возникновения.

Расчетные методы интенсивности теплоотдачи разрабатываются в основном для стационарных условий. Расчет интенсивности теплоотдачи в медленно изменяющихся процессах также может выполняться на основе закономерностей стационарной теплоотдачи: в каждый момент времени теплоотдача рассчитывается с учетом фактического состояния системы (квазистационарное состояние системы). В быстро протекающих процессах резкое изменение тепловой нагрузки, расхода или начальной температуры теплоносителя приводит к изменению интенсивности теплообмена, обусловленному нестационарностью процесса, так как в этом случае скоростные и температурные поля не успевают прийти в соответствие с основными характеристиками системы и отличаются от квазистационарных полей, а изменение градиента скорости во времени приводит к изменению уровня турбулентности.

Заметное влияние на интенсивность теплоотдачи может оказать внешняя турбулентность, так как от уровня внешней турбулентности зависят условия перехода ламинарного течения в турбулентное и уровень турбулентности в турбулентном пограничном слое.

Дополнительные факторы, усложняющие явление теплоотдачи и изменяющие его интенсивность, появляются при использовании теплоносителей, в которых имеют место химические реакции или фазовые переходы и другие специфические условия.

Тепловой поток при теплоотдаче определяется формулой Ньютона (1.10), но эта формула не отражает в явном виде влияние всего многообразия факторов на интенсивность теплоотдачи: все эти факторы должны учитываться коэффициентом теплоотдачи.

Температуры потока и стенки входят в формулу Ньютона в явном виде, но они влияют и на коэффициенты теплоотдачи, так как от них зависят физические свойства теплоносителя и диапазон их изменения.

Таким образом, коэффициент теплоотдачи зависит от скорости потока, теплопроводности, вязкости и объемного расширения, плотности, удельной теплоемкости, ускорения, определяющего массовую силу, формы и размеров тела, нестационарности, внешней турбулентности, неизотермичности и других факторов.

Большое число факторов, влияющих на коэффициент теплоотдачи, затрудняет получение расчетных соотношений для его определения. Для облегчения понимания методов получения расчетных соотношений они рассматриваются сначала для наиболее простых явлений теплоотдачи, а затем вводятся дополнительные факторы, изменяющие интенсивность теплоотдачи.

Система дифференциальных уравнений, описывающая процесс теплоотдачи (см. § 2.5, часть II), решена аналитическим путем для ряда простейших задач, несколько более широкий круг задач решен численными методами. Однако рассмотренная выше система дифференциальных уравнений для теплоотдачи оказывается замкнутой только для ламинарного течения. При турбулентном течении для замыкания системы дифференциальных уравнений необходимо сформулировать дополнительные уравнения, отражающие связь пульсационных и осредненных характеристик потока.

Уравнения движения значительно упростятся, если предположить, что силы вязкости (трения) имеют существенное значение только в пределах пограничного слоя, а в остальной части потока ими можно пренебречь. Эта гипотеза была выдвинута в 1904 г. Л. Прандтлем и в большом числе практически важных случаев (при малой вязкости и большой скорости движения потока) хорошо согласуется с опытом.

Гипотеза Прандтля позволила преодолеть математические трудности при решении уравнений движения и энергии. Она послужила основанием для создания теории пограничного слоя, которая используется для аналитического определения напряжения трения на поверхности стенки и теплоотдачи. Для сложных задач используются численные методы решения уравнений пограничного слоя.

Во многих случаях натуральный эксперимент остается единственным способом получения закономерностей, определяющих теплоотдачу.

Расчетные соотношения теплоотдачи, полученные на основании аналитического метода, обладают наибольшей общностью. Натуральный и математический эксперименты позволяют определять коэффициенты теплоотдачи только для конкретных (заданных цифрами) краевых условий. Для того чтобы результаты экспериментов можно было использовать для расчетов не только исследованных явлений, но и всех явлений, подобных исследованным, их представляют в форме уравнений подобия.

### § 5.2. ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРИИ ПОДОБИЯ К ЯВЛЕНИЮ ТЕПЛООТДАЧИ

При постановке натурального или математического эксперимента по теплоотдаче и обработке его результатов на основе теории подобия необходимо знать числа подобия, которые войдут в уравнения подобия. Система дифференциальных уравнений, описывающих явление теплоотдачи (2.15), (2.22), (2.32) и (2.35), позволяет выявить структуру этих чисел.

· Из дифференциального уравнения теплоотдачи в § 2.6 было получено число Нуссельта, Получим числа подобия из остальных

уравнений, описывающих теплоотдачу при стационарных условиях.

Для двух сходственных точек подобных между собой систем уравнение (2.15) при  $q_V = 0$  и  $\partial t/\partial \tau = 0$  запишется в виде

$$w'_{x} \frac{\partial t'}{\partial x'} + w'_{y} \frac{\partial t'}{\partial y'} + w'_{z} \frac{\partial t'}{\partial z'} = a' \left( \frac{\partial^{2} t'}{\partial x'^{2}} + \frac{\partial^{2} t'}{\partial y'^{2}} + \frac{\partial^{2} t'}{\partial z'^{2}} \right);$$

$$(5.1)$$

$$w_{x''}\frac{\partial t''}{\partial x''}+w_{y}'\frac{\partial t''}{\partial y''}+w_{y}'\frac{\partial t''}{\partial z''}=a''\left(\frac{\partial^{2}t''}{\partial x''^{2}}+\frac{\partial^{2}t''}{\partial y''^{2}}+\frac{\partial^{2}t''}{\partial z''^{2}}\right). \tag{5.2}$$

Обозначим константы подобия:

$$C_{w} = \frac{w''}{w'} = \frac{w_{x}^{*}}{w_{x}^{'}} = \frac{w_{y}^{*}}{w_{y}^{'}} = \frac{w_{z}^{*}}{w_{z}^{'}}; \quad C_{t} = \frac{t''}{t'};$$

$$C_{t} = \frac{t''}{t'} = \frac{x''}{x'} = \frac{y''}{y'} = \frac{z''}{z'}; \quad C_{a} = \frac{a''}{a'}; \quad (5.3)$$

Заменим параметры второй системы, входящие в уравнение (5.2), параметрами первой системы с помощью равенств (5.3).

Преобразование вторых производных выполняется так:

$$\frac{\partial^2 t''}{\partial x''^2} = \frac{\partial}{\partial x''} \frac{\partial t''}{\partial x''} = \frac{\partial}{\partial C_l x'} \frac{\partial C_l t'}{\partial C_l x'} = \frac{C_t}{C_l^2} \frac{\partial}{\partial x'} \frac{\partial t'}{\partial x'} = \frac{C_t}{\partial x'}$$

$$= \frac{C_t}{C_s^2} \frac{\partial^2 t'}{\partial x'^2}.$$

После преобразования уравнение (5.2) получает вид

$$\frac{C_w C_l}{C_a} \left( w_x' \frac{\partial t'}{\partial x'} + w_y' \frac{\partial t'}{\partial y'} + w_z' \frac{\partial t'}{\partial z'} \right) = 
= a' \left( \frac{\partial^2 t'}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 t'}{\partial y'^2} + \frac{\partial^2 t'}{\partial z'^2} \right).$$
(5.4)

Тождественность уравнений (5.1) и (5.4) позволяет заключить, что  $C_wC_l/C_a=1$ . Следовательно,

$$\frac{w'l'}{a'} = \frac{w''l''}{a''}$$
 или  $Pe = \frac{wl}{a} = idem$ ,

где Ре-число Пекле.

Анализ уравнения движения для стационарных условий позволяет получить еще ряд чисел подобия:

$$Eu = \frac{p}{\rho w^2}$$
;  $Re = \frac{wl}{v}$ ;  $Gr = \frac{gl^3}{v^2} \beta \Delta t$ ,

где Eu—число Эйлера; Re—число Рейнольдса; Gr—число Грасгофа; v— коэффициент кинематической вязкости; g—ускорение свободного падения;  $\beta$ — коэффициент объемного расширения;  $\Delta t = t_I - t_w$ .

Число Грасгофа получается из уравнения движения, которое при отсутствии вынужденного перемещения жидкости преобразу-

ется с помощью выражения (2.33).

Число Эйлера обычно представляют в форме  $Eu = \Delta \rho/(\rho w^2)$ , где  $\Delta \rho$  — перепад давления на участке канала. Величина  $\Delta \rho$  определяет скорость движения, влияние которой на коэффициент теплоотдачи учитывается числом Re. Поэтому число Eu не входит в уравнение подобия для определения числа Nu.

Из уравнения сплошности чисел подобия не получается.

Анализ краевых условий позволяет выявить параметрические числа подобия, представляющие собой отношения двух величин одинаковой природы:  $K_i$  (i=1, 2, ...).

При исследовании теплоотдачи вместо числа Пекле часто используют число Прандтля, равное отношению чисел Пекле и Рейнольдса:

$$Pr = \frac{Pe}{Re} = \frac{v}{a} = \frac{vc\rho}{\lambda} = \frac{\mu c}{\lambda}.$$

Удобство использования этого числа состоит в том, что оно определяется только физическими свойствами теплоносителя.

Вместо числа Nu иногда используют число Стантона

$$St = \frac{Nu}{RePr} = \frac{\alpha}{cpw}$$
.

Для турбулентных потоков числа подобия должны включать осредненные по времени характеристики процесса. Поэтому для получения чисел подобия необходимо использовать уравнения движения и энергии, записанные через осредненные и пульсационные составляющие параметров. Так, из уравнения движения кроме рассмотренных выше чисел подобия появляются безразмерные комплексы

$$\overline{w_x^{\prime *}/\overline{w}^2}; \ \overline{w_x^{\prime} w_y^{\prime}/\overline{w}^2}, \tag{5.5}$$

где  $\overline{w_x'^2}$ ,  $\overline{w_x'w_y'}$  — осредненные по времени произведения пульсационных составляющих скорости, зависящие от координат.

Появление дополнительных безразмерных комплексов, не содержащихся в краевых условиях, вносит неопределенность в задачу о турбулентных течениях. Поэтому, следуя Карману, предполагают, что при изменении осредненных скоростей пульсационные скорости изменяются подобным образом, т. е. в подобных явлениях комплексы типа (5.5) остаются неизменными, а в уравнениях подобия изменяются пропорционально комплексам, составленным из осредненных по времени величин. Это позволяет не вводить их в уравнения подобия, предполагая, что их количественные характеристики отразятся на числовых коэффициентах этого уравнения. Таким образом, уравнения подобия для турбулентных потоков содержат те же числа подобия, что и уравнения для ламинарных потоков, только эти числа включают осредненные параметры потока. Опыт использования такой концепции при анализе подобия в условиях турбулентного течения подтверждает ее справедливость.

При исследовании простейших явлений теплоотдачи, для которы: выше был проведен анализ подобия, уравнение подобия име-

ет вид Nu = f (Re, Gr, Pr,  $K_i$ ).

Числа подобия, входящие в правую часть уравнения подобия, учитывают влияние различных факторов на коэффициент теплоотдачи и являются критериями подобия. Критерий Рейнольдса отражает влияние вынужденного движения, критерий Грасгофа—влияние свободного движения и критерий Прандтля—влияние физических свойств жидкости на коэффициент теплоотдачи.

Параметрические критерии представляются в виде соотношения линейных размеров системы или соотношения физических ко-

эффициентов при температурах жидкости и стенки.

При развитом турбулентном течении влиянием свободной конвекции на теплоотдачу часто можно пренебречь, и тогда число Грасгофа из уравнения подобия исключается. При отсутствии вынужденного движения число Рейнольдса не входит в уравнение подобия.

Критерий Прандтля для газов изменяется не существенно в значительном диапазоне изменения температуры. Поэтому уравнение подобия для конкретных газов может не включать критерия Pr, его среднее значение войдет в постоянную уравнения.

Для удобства обработки результатов экспериментов уравнение

подобия принято представлять в виде степенной функции

$$Nu = cRe^kGr^mp_I^nK_I^{s_I}$$

где c, k, m, n,  $s_i$  — цифровые коэффициенты.

Размер *l*, входящий в числа подобия, называется *определяющим*. При обобщении результатов эксперимента по средней теплоотдаче в качестве определяющего выбирается характерный размер системы, например для теплоотдачи в трубах в качестве определяющего размера часто выбирают диаметр. При исследовании местных коэффициентов теплоотдачи в качестве определяющего размера выбирается координата, характеризующая местоположение участка, где исследуется местный коэффициент теплоотдачи. Поэтому относительные координаты в явном виде в уравнение подобия не включаются.

Температура не входит в числа подобия, но от ее величины зависят физические свойства теплоносителя. В системе, где проис-

ходит теплоотдача, температура жидкости изменяется как вдоль омываемой поверхности, так и в поперечном направлении. В соответствии с температурой изменяются и физические свойства жидкости. При определении значений чисел подобия в процессе обработки опытных данных невозможно учесть всю совокупность возможных значений физических параметров жидкости в системе. Поэтому условно эти физические параметры выбираются по какой-либо одной температуре, а влияние этих параметров в соответствии с температурным полем всей системы учитывается в уравнении подобия параметрическими критериями подобия.

Температура, по которой выбираются физические параметры теплоносителя, входящие в числа подобия, называется определяющей. В качестве определяющей можно выбрать среднюю температуру жидкости  $t_i$ , среднюю температуру стенки  $t_w$  или среднюю

температуру пограничного слоя  $t_m = (t_w + t_f)/2$ .

Наиболее часто средняя температура теплоносителя принимается как определяющая.

При использовании уравнений подобия в качестве определяющих должны быть выбраны та же температура и тот же размер, которые использовались при обработке опытных данных. Числа подобия в уравнении снабжаются индексами, указывающими вид определяющей температуры. Например, если за определяющую выбрана температура  $t_f$ , числа подобия имеют индекс f. Иногда индекс вводится также для обозначения определяющего размера.

Числа подобия, подсчитанные по определяющей температуре, не могут учитывать влияния полей физических параметров на процесс, поэтому составленные из них уравнения подобия правильно описывают явление теплоотдачи только при небольших температурных напорах. То же можно сказать о теоретических формулах для коэффициентов теплоотдачи, полученных в предположении о независимости теплофизических свойств от температуры.

Влияние неизотермичности на коэффициент теплоотдачи можно учесть введением в уравнение подобия параметрических критериев, отражающих изменение физических свойств в системе  $K_{\mu} = \mu_f/\mu_w$ ,  $K_{\lambda} = \lambda_f/\lambda_w$  и т. д.

В ограниченном диапазоне температур соотношение физических свойств при температурах жидкости и стенки можно выразить через соотношение температур в некоторой степени. Поэтому влияние неизотермичности на теплоотдачу в уравнении подобия можно учесть множителем  $\varepsilon_{\rm T} = (T_{\rm f}/T_{\rm w})^{\rm p}$ . М. А. Михеев предложил использовать для этих целей вместо соотношения температур соотношение чисел Прандтля при температурах жидкости и стенки. Предложенная им на основе опытных исследований формула  $\varepsilon_{\rm T} = ({\rm Pr}_{\rm f}/{\rm Pr}_{\rm w})^{\rm 0,25}$  удовлетворительно отражает влияние неизотермичности на теплоотдачу капельных неметаллических жидкостей, но неприемлема для газообразных теплоносителей.

#### § 5.3. СВЯЗЬ МЕЖДУ ТЕПЛООТДАЧЕЙ И ТРЕНИЕМ

Взаимодействие потока жидкости с поверхностью твердого тела сопровождается молекулярным и конвективным переносом импульса и теплоты по нормальному к стенке направлению. Эти процессы переноса осуществляются одвими и теми же материальными частицами. Поэтому трение на поверхности теплообмена и перенос теплоты через эту поверхность оказываются связанными между собой.

Рассмотрим стационарное безнапорное ламинарное течение жидкости с физическими свойствами, не зависящими от температуры, при отсутствии массовых сил в системе. Если ось х совместить с поверхностью, с которой взаимодействует поток, то проекцию уравнения движения (2.32а) на эту ось с учетом указанных упрощений можно привести к следующей форме:

$$w_{x} \frac{\partial \widetilde{w}_{x}}{\partial \widetilde{x}} + w_{y} \frac{\partial \widetilde{w}_{x}}{\partial \widetilde{y}} + w_{z} \frac{\partial \widetilde{w}_{x}}{\partial \widetilde{z}} = \frac{\vee}{l} \times \left( \frac{\partial^{2} \widetilde{w}_{x}}{\partial \widetilde{x}^{2}} + \frac{\partial^{2} \widetilde{w}_{x}}{\partial \widetilde{y}^{2}} + \frac{\partial^{2} \widetilde{w}_{x}}{\partial \widetilde{z}^{2}} \right).$$
 (5.6)

Здесь  $\tilde{w}_x = w_x/w_\infty$ ;  $\tilde{x} = x/l$ ;  $\tilde{y} = y/l$ ;  $\tilde{z} = z/l$ ;  $w_\infty$  — скорость потока вдали от стенки; l — характерный размер системы.

При стационарном процессе теплоотдачи в ламинарнотекущей жидкости без внутренних источников теплоты с теплофизическими свойствами, не зависящими от температуры, распределение температуры около поверхности теплообмена определяется дифференциальным уравнением энергии (2.15), которое можно привести к виду

$$w_{x} \frac{\partial \tilde{t}}{\partial \tilde{x}} + w_{y} \frac{\partial \tilde{t}}{\partial \tilde{y}} + w_{z} \frac{\partial \tilde{t}}{\partial \tilde{z}} = \frac{a}{l} \times \left( \frac{\partial \tilde{z}\tilde{t}}{\partial \tilde{x}^{2}} + \frac{\partial^{2}\tilde{t}}{\partial \tilde{y}^{2}} + \frac{\partial^{2}\tilde{t}}{\partial \tilde{z}^{2}} \right). \tag{5.7}$$

Здесь  $\tilde{t} = (t - t_w)/(t_f - t_w)$ .

При v=a, или, что то же самое, Pr=1, уравнения (5.6) и (5.7) тождественны относительно величин  $\tilde{w}_x$  и  $\tilde{t}$ , а граничные значения этих величин численно одинаковы: на поверхности теплообмена  $\tilde{t}=\tilde{w}_x=0$ , а вдали от этой поверхности  $\tilde{t}=\tilde{w}_x=1$ .

Следовательно,

$$\frac{w_x}{w_\infty} = \frac{t - t_w}{t_f - t_w}. ag{5.8}$$

Из этого равенства следует, что при рассмотренных выше условиях распределения величин  $w_x = f(n)$  и  $t - t_w = \varphi(n)$  в одной и той же системе подобны.

Если для анализа связи между теплоотдачей и трением использовать дифференциальные уравнения энергии и движения, записанные для турбулентного течения, то при тех же упрощающих предпосылках уравнения, записанные в безразмерной форме, оказываются тождественными, а распределения скоростей и избыточных температур подобными при условии

$$c_p(\mu + \mu_r) = \lambda + \lambda_r$$

Для выполнения этого условия необходимо, чтобы Pr=1 и  $Pr_{\tau}=c\mu_{\tau}/\lambda_{\tau}=1$  ( $Pr_{\tau}-\tau$  урбулентное число Прандтля). Теоретическое исследование двумерного потока жидкости, выполненное с использованием длины пути перемешивания, предложенной Прандтлем, показало, что всегда  $Pr_{\tau}\approx 1$ . Экспериментальное измерение этой величины подтверждает, что она близка к единце. Следовательно, выражение (5.8) может применяться для турбулентных потоков без каких-либо дополнительных ограничений.

Используем подобие скоростных и температурных полей для получения количественной связи между интенсивностью теплоот-

дачи и трением.

В непосредственной близости от стенки теплота передается через жидкость теплопроводностью и потому плотность теплового потока может быть оценена законом Фурье

$$q_w = \lambda \left( \frac{\partial t}{\partial n} \right)_{n=0}. \tag{5.9}$$

Напряжение трения на поверхности выражается через градиент скорости у поверхности стенки и динамическую вязкость по закону Ньютона

$$\tau_w = \mu \left(\frac{\partial w_x}{\partial n}\right)_{n=0}.$$
 (5.10)

Почленное деление уравнений (5.9) и (5.10) дает

$$\frac{q_w}{\tau_w} = \frac{\lambda}{\mu} \frac{(\partial t/\partial n)_{n=0}}{(\partial w_x/\partial n)_{n=0}}.$$
 (5.11)

Дифференцированием выражения (5.8) легко получить

$$\frac{(\partial t/\partial n)_{n=0}}{(\partial w_x/\partial n)_{n=0}} = \frac{t_f - t_w}{w_\infty}.$$

С учетом этого равенства из уравнения (5.11) найдем

$$q_{w} = r_{w} - \frac{\lambda}{\mu} - \frac{t_{f} - t_{w}}{w_{\infty}}. \tag{5.12}$$

Из этого выражения могут быть получены конкретные формулы связи коэффициента теплоотдачи с коэффициентом сопротивления трения при внешнем обтекании тел  $c_i$  или при течении жидкости в канале  $\xi$ .

При внешнем обтекании тел напряжение трения определяется через коэффициент сопротивления трения выражением

$$\tau_w = c_f \frac{\rho w_\infty^2}{2} \,, \tag{5.13}$$

а плотность теплового потока  $q_w$  — из формулы Ньютона (1.10). Подстановка этих значений  $\tau_w$  и  $q_w$  в формулу (5.12) дает

$$\alpha = \frac{c_f}{2} - \frac{\lambda}{v} w_{\infty}$$
 или  $Nu_x = \frac{c_f}{2} Re_x$ , (5.14)

где  $Nu_x = \alpha x/\lambda$ ;  $Re_x = w_\infty x/v$ .

Влияние физических свойств жидкости при  $Pr \neq 1$  можно учесть в этом уравнении множителем  $Pr^n$ . Окончательно для внешнего обтекания тел получается

$$Nu_x = \frac{c_f}{2} Re_x Pr^n. (5.15)$$

При течении жидкости в трубах и каналах температура  $t_i$  и скорость  $w_\infty$  в формуле (5.12) заменяются на средние значения (возможность этой замены обусловлена подобным распределением скоростей и избыточных температур). Для этого случая  $\tau_w$  и  $q_w$  выражаются формулами

$$\tau_{w} = \frac{\xi}{8} \rho \bar{w}^{2}; \qquad (5.16)$$

$$q_{\boldsymbol{w}} = \alpha \left( \overline{t}_{f} - t_{\boldsymbol{w}} \right). \tag{5.17}$$

Подстановка этих выражений в (5.12) позволяет получить

$$\alpha = \frac{\xi}{8} - \frac{\lambda}{v} \overline{w}$$
 или  $N_{U} = \frac{\xi}{8}$  Re,

где Nu= $ad/\lambda$ ; Re= $\bar{w}d/v$ .

Распространяя полученное решение на случай Рг≠1, окончательно получим

$$Nu = \frac{\xi}{8} \operatorname{RePr}^{n}. \tag{5.18}$$

Теоретические и опытные исследования показывают, что в формулах (5.15) и (5.18) n = 0.33...0,43.

### § 5.4. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ ЛАМИНАРНОГО ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ

При изучении теплового взаимодействия потока с поверхностью стенки различают динамический и тепловой пограничные слои\*. Первый из них пред-

<sup>\*</sup> При изучении некоторых явлений теплоотдачи используется также понятие диффузионного пограничного слоя, который представляет собой пристенную область с существенным изменением концентрации какого-либо вещества.

ставляет собой пристенную область с существенным изменением продольной скорости, второй — с существенным изменением температуры. Внешняя граница пограничного слоя условна. Толщиной пограничного слоя условились считать расстояние от поверхности твердого тела до поверхности, где продольная скорость (избыточная температура) составляет 99% от скорости (избыточной температуры) невозмущенного потока. Толщина динамического пограничного слоя обозначается через  $\delta_{\tau}$ .

Теоретический анализ показывает, что при ламинарном пограничном слое \*

$$\delta/\delta_r = Pr^{1/s}. \tag{5.19}$$

Следовательно, при Pr=1 толщина теплового и динамического пограничных слоев одинакова. При Pr<1 (такое значение числа Pr характерно для газов) тепловой пограничный слой толще динамического, а при Pr>1 — наоборот.

Как будет показано ниже, при больших значениях числа Рейнольдса толщины динамического и теплового пограничных слоев будут небольшими. При малой толщине динамического пограничного слоя давление по всей его толщине можно считать постоянным  $(\partial p/\partial y = 0)$ .

Расчетные формулы для определения коэффициента теплоотдачи могут быть получены на основе теории динамического и теплового пограничных слоев.

Дифференциальные уравнения динамического пограничного слоя получаются на основе дифференциальных уравнений движения и сплошности. Получим дифференциальные уравнения ламинарного пограничного слоя.

Для двумерного стационарного несжимаемого потока жидкости, в котором можно пренебречь влиянием гравитационных массовых сил на распределение скоростей в системе, уравнение движения в проекции на ось x, как это следует из (2.32), запишется в виде

$$\rho w_x \frac{\partial w_x}{\partial x} + \rho w_y \frac{\partial w_x}{\partial y} = -\frac{\partial \rho}{\partial x} + \mu \left( \frac{\partial^2 w_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_x}{\partial y^2} \right). \quad (5.20)$$

Скорость  $w_x$  изменяется в пределах пограничного слоя от 0 до  $w_\infty$ . Поэтому значение производных можно записать в виде

$$\frac{\partial w_x}{\partial y} \sim \frac{w_\infty}{\mathfrak{d}} \; ; \; \frac{\partial^2 w_x}{\partial y^2} = \frac{\partial}{\partial y} \; \frac{\partial w_x}{\partial y} \sim \frac{w_\infty}{\mathfrak{d}^2} \; . \tag{5.21}$$

Аналогично по оси x изменение скорости от 0 до  $w_{\infty}$  может произойти на длине, равной характерному размеру l. Поэтому

$$\frac{\partial w_x}{\partial x} \sim \frac{w_\infty}{l} \quad \text{if} \quad \frac{\partial^2 w_x}{\partial x^2} \sim \frac{w_\infty}{l^2}. \tag{5.22}$$

<sup>\*</sup> Само выражение (5.19) будет получено в следующей главе,

Из предпосылки о малой толщине пограничного слоя следует, что  $\delta \! \ll \! l$ , поэтому

$$\frac{\partial^2 w_x}{\partial x^2} \ll \frac{\partial^2 w_x}{\partial y^2} \,. \tag{5.23}$$

Анализ порядков величин, которые входят в уравнение движения, записанное для оси y, позволяет привести это уравнение к виду

$$\frac{\partial p}{\partial y} = 0. ag{5.24}$$

Таким образом, для двумерного пограничного слоя давление зависит только от координаты x. С учетом этого вывода и неравенства (5.23) уравнение (5.20) можно записать в форме

$$\rho w_x \frac{\partial w_x}{\partial x} + \rho w_x \frac{\partial w_x}{\partial y} = -\frac{\mathrm{d}\rho}{\mathrm{d}x} + \mu \frac{\partial^2 w_x}{\partial y^2}. \tag{5.25}$$

Уравнение сплошности для двумерного несжимаемого пограничного слоя записывается в виде

$$\frac{\partial w_x}{\partial x} + \frac{\partial w_y}{\partial y} = 0. ag{5.26}$$

Аналогично получается дифференциальное уравнение ламинарного теплового пограничного слоя.

При двумерной постановке задачи и стационарных условиях теплообмена без внутренних источников теплоты дифференциальное уравнение энергии (2.15) можно представить так:

$$w_x \frac{\partial t}{\partial x} + w_y \frac{\partial t}{\partial y} = \frac{\lambda}{c_0 \rho} \left( \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} \right). \tag{5.27}$$

Анализ порядков величин для производных температуры по координатам позволяет заключить, что при небольшой толщине теплового пограничного слоя

$$\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} \ll \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} \,. \tag{5.28}$$

С учетом этого уравнение (5.27) можно переписать в виде

$$c_{p}\rho w_{x} - \frac{\partial t}{\partial x} + c_{p}\rho w_{y} - \frac{\partial t}{\partial y} = \lambda - \frac{\partial^{2}t}{\partial y^{2}}.$$
 (5.29)

Это уравнение включает составляющие скорости потока. Поэтому тепловой пограничный слой описывается системой дифференциальных уравнений, в которую кроме уравнения (5.29) входят уравнения (5.25) и (5.26).

Уравнения динамического пограничного слоя используются для определения напряжения трения на поверхности теплообмена, по

которому на основе зависимости между теплоотдачей и трением находится коэффициент теплоотдачи.

Уравнение теплового пограничного слоя используется для оценки распределения температур с последующим определением теплового потока и коэффициента теплоотдачи.

### § 5.5. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ ТУРБУЛЕНТНОГО ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ

Ламинарный пограничный слой теряет усгойчивость и начинает переходить в турбулентный на расстоянии  $x_{\kappa p}$  от начала его образования (см. рис. 51). Величина  $x_{\kappa p}$  определяется по значению  $\text{Re}_{\kappa \kappa p} = w_{\infty} x_{\kappa p} / v$ . Величина  $\text{Re}_{\kappa \kappa p}$  определяется экспериментальным путем. Хотя имеющиеся опытные данные не дают всеобъемлющей информации для выбора этой величины, но позволяют выявить факторы, ее определяющие.

На плоской поверхности обычно считается  $\mathrm{Re_{xkp}}{=}5\cdot10^5$ . Эта величина реализуется при степени турбулентности в набегающем потоке  $\mathrm{Tu}\approx0,01$ . При изменении  $\mathrm{Tu}$  от 0,03 до 0 величина  $\mathrm{Re_{xkp}}$  изменяется от  $\sim10^5$  до  $3\cdot10^6$ .

Шероховатость стенки возмущает поток и способствует уменьшению  $\text{Re}_{x\kappa p}$ .

Многочисленные опыты показывают, что продольный градиент давления в потоке оказывает существенное влияние на величину  $Re_{xxp}$ : уменьшение давления по потоку (отрицательный градиент давления) способствует стабилизации пограничного слоя и увеличению  $Re_{xxp}$ , тогда как положительные градиенты давления дестабилизируют пограничный слой и способствуют более раннему переходу ламинарного пограничного слоя в турбулентный.

Неизотермичность также влияет на величину  $Re_{x\kappa p}$ : увеличение  $T_{w}/T_{I}$  ведет к снижению  $Re_{x\kappa p}$ .

Получим дифференциальные уравнения турбулентного пограничного слоя. Дифференциальное уравнение движения ламинарного пограничного слоя (движение безотрывное, стационарное, несжимаемое и двумерное, массовые силы отсутствуют) при переменной вязкости имеет вид

$$\rho w_x \frac{\partial w_x}{\partial x} + \rho w_y \frac{\partial w_x}{\partial y} = -\frac{\mathrm{d}\rho}{\mathrm{d}x} + \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu \frac{\partial w_x}{\partial y} \right). \quad (5.30)$$

После замены актуальных значений парамегров на сумму осредненных и пульсационных значений это уравнение приводится к виду

$$\overline{\rho w}_{x} \frac{\partial \overline{w}_{x}}{\partial x} + \rho \overline{w}_{y} \frac{\partial \overline{w}_{x}}{\partial y} = -\frac{d\overline{\rho}}{dx} + \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu \frac{\partial \overline{w}_{x}}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( -\rho \overline{w}_{x}' \overline{w}_{y}' \right).$$
(5.31)

Следуя Рейнольдсу, предположим

$$-\rho \overline{w_x' w_y'} = \mu_r \frac{\partial \overline{w_x}}{\partial y} = \tau_r, \qquad (5.32)$$

где  $\mu_{\text{T}}$  — коэффициент турбулентного переноса количества движения;  $\tau_{\text{T}}$  — турбулентное касательное напряжение.

Подстановка (5.32) в (5.31) позволяет получить дифференциальное уравнение движения турбулентного пограничного слоя

$$\bar{\rho w}_x \frac{\partial \bar{w}_x}{\partial x} + \bar{\rho w}_y \frac{\partial \bar{w}_x}{\partial y} = -\frac{d\bar{p}}{dx} + \frac{\partial}{\partial y} \left[ (\mu + \mu_\tau) \frac{\partial \bar{w}_x}{\partial y} \right]. \quad (5.33)$$

Величина  $\mu_{\text{т}}$  может превышать  $\mu$  в  $10^4 \dots 10^5$  раз. Дифференциальное уравнение сплошности для турбулентного пограничного слоя имеет такой же вид, как и для ламинарного:

$$\frac{\partial \overline{w}_x}{\partial x} + \frac{\partial \overline{w}_y}{\partial y} = 0. {(5.34)}$$

Дифференциальное уравнение энергии для турбулентного двумерного теплового пограничного слоя в несжимаемой жидкости (без учета диссипативных потерь) приводится к виду

$$\rho c_{p}\overline{w}_{x} \frac{\partial \overline{t}}{\partial x} + \rho c_{p}\overline{w}_{y} \frac{\partial \overline{t}}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left( \lambda \frac{\partial \overline{t}}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( -\rho c_{p}\overline{w'_{y}}t' \right). \tag{5.35}$$

Полагая

$$\rho c_{p} \overline{w'_{y} t'} = -\lambda_{\tau} \frac{\partial \overline{t}}{\partial y} = q_{\tau}, \qquad (5.36)$$

уравнение (5.35) перепишем в виде

$$\rho c_{p} \overline{w}_{x} \frac{\partial \overline{t}}{\partial x} + \rho c_{p} \overline{w}_{y} \frac{\partial \overline{t}}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left[ (\lambda + \lambda_{t}) \frac{\partial \overline{t}}{\partial y} \right], \quad (5.37)$$

где  $\lambda_{\rm T}$  — коэффициент турбулентного переноса теплоты;  $q_{\rm T}$  — плотность теплового потока, обусловленная турбулентным переносом теплоты.

По значениям  $\mu_{\rm T}$  и  $\lambda_{\rm T}$  можно вычислить турбулентное число Прандтля  $\Pr_{\rm T} = c_p \mu_{\rm T}/\lambda_{\rm T}$ . Эти вычисления показывают, что  $\Pr_{\rm T} = 0.8...1.5$ .

### § 5.6. ИНТЕГРАЛЬНЫЕ СООТНОШЕНИЯ ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ

Дифференциальные уравнения пограничного слоя включают частные производные, что ограничивает возможности их решения. Поэтому для построения приближенных методов расчета теплоотдачи используются также интегральные соотношения импульсов и энергии , которые не содержат частных производных и имеют одинаковую форму для ламинарного и турбулентного пограничных слоев.

Уравнения движения и энергии в интегральной форме принято называть интегральными соотношениями импульсов и энергии,

Получим интегральное соотношение импульсов для несжимаемого пограничного слоя с постоянными физическими свойствами. Перепишем уравнение движения (5.33) в виде (знаки осреднения параметров опущены)

$$\rho w_x \frac{\partial w_x}{\partial x} + \rho w_y \frac{\partial w_x}{\partial y} = -\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}x} + \frac{\partial \tau}{\partial y}, \qquad (5.38)$$

где  $\tau = (\mu + \mu_{\tau}) \partial w_x / \partial y$ ; для ламинарного пограничного слоя  $\mu_{\tau} = 0$ .

За пределами динамического пограничного слоя, толщина которого  $\delta$ ,  $\partial w_x/\partial y=0$  и потому  $\partial \tau/\partial y=0$ . Для этой области с учетом постоянства статического давления по толщине пограничного слоя уравнение (5.38) приводится к виду

$$\rho w_{\infty} \frac{\mathrm{d}w_{\infty}}{\mathrm{d}x} = -\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}x} , \qquad (5.39)$$

где  $w_{\infty} = f(x)$  — продольная скорость за пределами пограничного слоя.

После подстановки (5.39) в (5.38) получается

$$\rho w_x \frac{\partial w_x}{\partial x} + \rho w_y \frac{\partial w_x}{\partial y} = \rho w_\infty \frac{\mathrm{d} w_\infty}{\mathrm{d} x} + \frac{\partial \tau}{\partial y}. \tag{5.40}$$

Умножим все члены уравнения на  $\mathrm{d}y$  и проинтегрируем его в произвольном сечении от поверхности стенки до внешней границы пограничного слоя

$$\int_{0}^{\delta} \rho w_{x} \frac{\partial w_{x}}{\partial x} dy + \int_{0}^{\delta} \rho w_{y} \frac{\partial w_{x}}{\partial y} dy = \int_{0}^{\delta} \rho w_{\infty} \frac{dw_{\infty}}{dx} dy + \int_{0}^{\delta} \frac{\partial \tau}{\partial y} dy.$$
(5.41)

После преобразования этого выражения с использованием дифференциального уравнения сплошности получается

$$\rho \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} \left[ w_{\infty}^{2} \int_{0}^{\delta} \frac{w_{x}}{w_{\infty}} \left( 1 - \frac{w_{x}}{w_{\infty}} \right) \mathrm{d}y \right] + \rho \left[ w_{\infty} \int_{0}^{\delta} \left( 1 - \frac{w_{x}}{w_{\infty}} \right) \mathrm{d}y \right] \times \frac{\mathrm{d}w_{\infty}}{\mathrm{d}x} = \tau_{w}, \tag{5.42}$$

где тт — касательное напряжение на поверхности стенки.

Обозначим условные толщины динамического пограничного слоя: толщину вытеснения — через  $\delta^*$  и толщину потери импульса — через  $\delta^{**}$ :

$$\delta^* = \int_0^{\delta} \left( 1 - \frac{w_x}{w_\infty} \right) \mathrm{d}y; \tag{5.43}$$

$$\delta^{**} = \int_{0}^{\delta} \frac{w_x}{w_\infty} \left( 1 - \frac{w_x}{w_\infty} \right) \mathrm{d}y. \tag{5.44}$$

После замены  $\tau_w$  из (5.13) уравнение (5.42) с использованием условных толщин приобретает вид

$$\frac{\mathrm{d}\delta^{**}}{\mathrm{d}x} + \frac{2\delta^{**} + \delta^{*}}{w_{\infty}} \frac{\mathrm{d}w_{\infty}}{\mathrm{d}x} = \frac{c_{f}}{2}, \tag{5.45}$$

где  $c_i$  — коэффициент сопротивления трения.

Окончательно интегральное соотношение импульсов можно представить в следующей форме:

$$\frac{dRe^{**}}{d\tilde{x}} Re_L (2+H) f = \frac{c_f}{2} Re_L.$$
 (5.46)

Здесь  $\text{Re}^{**} = \rho w_\infty \delta^{**}/\mu$  — число Рейнольдса, построенное по толщине потери импульса  $\delta^{**}$ ;  $\tilde{x} = x/L$ ; L — характерный геометрический размер поверхности;  $H = \delta^*/\delta^{**}$  — формпараметр пограничного слоя;  $f = \frac{\delta^{**}}{w_\infty} \frac{\mathrm{d} w_\infty}{\mathrm{d} x}$  — параметр продольного градиента давления;  $\mathrm{Re}_L = \rho w_\infty L/\mu$  — число Рейнольдса, построенное по характерному размеру поверхности L.

Для безнапорного течения, когда  $dw_{\infty}/dx=0$ , интегральное со-

отношение импульсов (5.45) приводится к простому виду

$$\frac{\mathrm{d}\delta^{**}}{\mathrm{d}x} = \frac{\tau_w}{\rho w_m^2}.\tag{5.47}$$

Интегральное соотношение энергии для теплового пограничного слоя получается на основе дифференциального уравнения энергии. Для несжимаемого теплоносителя с постоянными физическими свойствами интегральное соотношение энергии имеет вид

$$\frac{\mathrm{d}\delta_{\mathrm{T}}^{**}}{\mathrm{d}x} + \frac{\delta_{\mathrm{T}}^{**}}{w_{\infty}} \frac{\mathrm{d}w_{\infty}}{\mathrm{d}x} + \frac{\delta_{\mathrm{T}}^{**}}{\Delta t} \frac{\mathrm{d}(\Delta t)}{\mathrm{d}x} = \mathrm{St.}$$
 (5.48)

Здесь  $St = q_w/(\rho c_p w_\infty \Delta t)$  — число Стантона;  $q_w$  — плотность теплового потока на поверхности;  $\Delta t = t_f - t_w = f(x)$ ;  $\delta_r^{**}$  — толщина потери энергии:

$$\delta_{\mathbf{r}}^{**} = \int_{\mathbf{r}}^{\delta_{\mathbf{r}}} \frac{w_{x}}{w_{\infty}} \left( 1 - \frac{t - t_{w}}{t_{f} - t_{w}} \right) dy, \tag{5.49}$$

где t — температура теплоносителя на расстоянии  $y{<}\delta_{\tau}$  от поверхности стенки;  $t_{t}$  — температура за пределами пограничного слоя.

Уравнение (5.48) можно представить в виде

$$\frac{dRe_{\tau}^{**}}{d\tilde{x}} + \frac{Re_{\tau}^{**}}{\Delta t} \frac{d(\Delta t)}{d\tilde{x}} = St Re_{L}, \qquad (5.50)$$

где  $\mathrm{Re}_{\mathtt{T}}^{**} = \rho w_{\infty} \delta_{\mathtt{T}}^{**} / \mu$  — число Рейнольдса, построенное по толщине потери энергии.

При безнапорном течении  $(\mathrm{d}w_\infty/\mathrm{d}x=0)$  и неизменяющихся по длине поверхности температурах  $t_{\rm f}$  и  $t_{\rm w}$   $[\mathrm{d}(\Delta t)/\mathrm{d}x=0]$  уравнение (5.48) приводится к виду

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} \int_{0}^{\delta_{f}} (t_{f} - t) w_{x} \mathrm{d}y = \frac{q_{w}}{\rho c_{\rho}} = a \left( \frac{\partial t}{\partial y} \right)_{y=0}, \tag{5.51}$$

где a — температуропроводность, а градиент температуры взят по абсолютной величине.

#### ГЛАВА 6

## ПОЛУЧЕНИЕ РАСЧЕТНЫХ СООТНОШЕНИЙ ТЕПЛООТДАЧИ НА ОСНОВЕ ТЕОРИИ ЛАМИНАРНОГО ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ

Возможно точное или приближенное решение задач теплоотдачи на основе теории ламинарного пограничного слоя. Здесь будут рассмотрены простейшие примеры приближенного решения таких задач.

# § 6.1. ТЕПЛООТДАЧА ПЛАСТИНЫ ПРИ ЛАМИНАРНОМ ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ. РЕШЕНИЕ НА ОСНОВЕ ТЕОРИИ ДИНАМИЧЕСКОГО ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ

Теплоотдачу пластины, омываемой несжимаемым безнапорным потоком жидкости (градиент давления вдоль пластины равен нулю), при ламинарном пограничном слое можно рассчитать на основе теории динамического пограничного слоя с использованием интегрального соотношения импульсов.

Схема пластины показана на рис. 6.1. Все теплофизические свойства теплоносителя считаются неза-

висящими от температуры.

Предполагая профиль скоростей в пограничном слое автомодельным относисельно х, зададим его форму степенным многочленом

$$\frac{w_x}{w_\infty} = a_0 + a_1 - \frac{y}{\delta} + a_2 \left( -\frac{y}{\delta} \right)^2 + a_3 \left( -\frac{y}{\delta} \right)^3. \tag{6.1}$$

Для определения коэффициентов используем граничные условия: при y=0  $w_x=0$  и  $\partial^2 w_x/\partial y^2=0$ \*; при  $y=\delta$   $w_x=w_\infty$  и  $\partial w_x/\partial y=0$  (плавность сопряжения профилей скорости на внешней границе пограничного слоя).

Рис. 61

<sup>\*</sup> Это условие получается из уравнения (5.25), при y=0  $w_x=w_y=0$  и dp/dx=0.

Подстановка этих условий в формулу (6.1) дает:  $a_0 = 0$ ;  $a_1 = 3/2$ ;  $a_2 = 0$ ;  $a_3 = -1/2$ . Следовательно, многочлен (6.1) перепишется так:

$$\frac{w_x}{w_\infty} = \frac{3}{2} \frac{y}{\delta} - \frac{1}{2} \left( -\frac{y}{\delta} \right)^3. \tag{6.2}$$

Подставив выражение (6.2) в формулу (5.44), вычислим толщину потери импульса. Для несжимаемой жидкости получается

$$\delta^{**} = \frac{39}{280} \delta. \tag{6.3}$$

По закону Ньютона напряжение трения на поверхности пластины

$$\tau_w = \mu \left( \frac{\partial w_x}{\partial y} \right)_{y=0}.$$

Из выражения (6.2)

$$\left(\frac{\partial w_x}{\partial y}\right)_{y=0} = \frac{3}{2} \frac{w_\infty}{\delta}.$$

Следовательно,

$$\tau_{w} = \frac{3}{2} \mu \frac{\psi_{\infty}}{\delta}. \tag{6.4}$$

Заменив  $\tau_{w}$  и  $\delta^{**}$  в уравнении (5.47) формулами (6.3) и (6.4) и разделив переменные, получим

$$\frac{3}{2} \mu \frac{w_{\infty}}{\rho w_{\infty}^2} \frac{280}{39} dx = \delta d\delta.$$

После интегрирования от нуля до x найдем

$$\delta = 4,64 \sqrt{\frac{\mu x}{\rho w_{\infty}}}$$
 или  $\frac{\delta}{x} = \frac{4,64}{\sqrt{w_{\infty} ox/\mu}} = \frac{4,64}{\sqrt{\text{Re}_r}}$ . (6.5)

Эта формула с учетом выражения (5.19) показывает, что при x—idem с увеличением числа  $Re_x$  толщина теплового и динамического пограничных слоев уменьшается.

Подстановка в формулу (6.4) приводит к выражению

$$\tau_w = 0.33 \rho w^2 / \sqrt{Re_r}$$

или в соответствии с формулой (5.13)

$$c_f/2 = 0.33/\sqrt{\text{Re}_x}$$
 (6.6)

Примем в соответствии с [20] показатель степени при числе Прандтля в уравнении (5.15) n=1/3. Тогда подстановка равенства (6.6) в (5.15) позволяет получить уравнение подобия для местного коэффициента теплоотдачи

$$Nu_r = 0.33 \text{ Re}^{\frac{1}{2}} Pr^{\frac{1}{2}}.$$
 (6.7)

Средний коэффициент теплоотдачи на участке пластины длиной l находится следующим образом:

$$\bar{\alpha} = \frac{1}{l} \int_{0}^{l} \alpha dx = \frac{1}{l} \int_{0}^{l} 0.33 \frac{\alpha}{x} \operatorname{Re}_{x}^{1/2} \operatorname{Pr}^{1/2} dx = \frac{1}{l} \int_{0}^{l} 0.33 \lambda \left( \frac{w_{\infty}}{v_{x}} \right)^{1/2} \times \operatorname{Pr}^{1/2} dx = 0.66 \frac{\lambda}{l} \operatorname{Re}_{l}^{1/2} \operatorname{Pr}^{1/2}.$$

Следовательно,

$$\overline{Nu}_{l} = 0.66 Pr_{l}^{1/2} Pr^{1/3}.$$
 (6.8)

Местный коэффициент теплоотдачи в начале поверхности теплообмена больше, чем на последующих участках. Поэтому средний коэффициент теплоотдачи больше местного.

# § 6.2. ТЕПЛООТДАЧА ПЛАСТИНЫ ПРИ ЛАМИНАРНОМ ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ. РЕШЕНИЕ НА ОСНОВЕ ТЕОРИИ ТЕПЛОВОГО ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ

Как и в предыдущей задаче, теплофизические свойства теплоносителя будем считать независящими от температуры. Кроме того, введем предположение о постоянстве температуры поверхности теплообмена  $(t_{\alpha} = \text{const})$ .

Введем обозначения  $\theta = t - t_w$  и  $\theta_\infty = t_f - t_w$ , а связь между безразмерной избыточной температурой и безразмерной координатой запишем в форме степенного многочлена третьей степени аналогично уравнению (6.1) в предположении об автомодельности этой связи относительно координаты x:

$$\frac{\theta}{\theta_{\infty}} = b_0 + b_1 - \frac{y}{b_r} + b_2 \left( -\frac{y}{b_r} \right)^2 + b_3 \left( -\frac{y}{b_r} \right)^3, \tag{6.9}$$

где  $\delta_{\tau}$  — толщина теплового пограничного слоя.

Из уравнения (5.29) следует, что на поверхности теплообмена, где  $w_x = w_y = 0$ ,  $\partial^2 t/\partial y^2 = 0$ . Поэтому граничные условия, которые определяют коэффициенты уравнения (6.9), можно сформулировать так:

при 
$$y=0$$
  $\theta=0$ ,  $\frac{\partial^2 \theta}{\partial u^2}=0$ ; при  $y=\delta_t$   $\theta=\theta_\infty$ ,  $\frac{\partial \theta}{\partial u}=0$ .

Одинаковая форма многочлена (6.1), (6.9) и граничных условий, определяющих их коэффициенты, по аналогии с (6.2) позволяет записать

$$\frac{\theta}{\theta_{\infty}} = \frac{3}{2} \frac{y}{\delta_{\infty}} - \frac{1}{2} \left( \frac{y}{\delta_{\infty}} \right)^3. \tag{6.10}$$

Из этой формулы следует, что

$$\left(\frac{\partial \theta}{\partial y}\right)_{y=0} = \frac{3}{2} \frac{\theta_{\infty}}{\delta_{\tau}}.$$
 (6.11)

Применяя к поверхности теплообмена формулу Ньютона и закон Фурье с учетом того, что при  $\partial\theta/\partial y>0$  q<0, получим

$$-\alpha\theta_{\infty} = -\lambda \left(\frac{\partial\theta}{\partial y}\right)_{y=0}.$$

Эта формула с учетом выражения (6.11) приводится к виду

$$\alpha = \frac{3}{2} - \frac{\lambda}{\delta_{\pi}} \,. \tag{6.12}$$

Дальнейшее решение задачи связано с определением величины  $\delta_{\tau}$ , которую можно найти с помощью интегрального соотношения для теплового пограничного слоя. Преобразуем интеграл, входящий в левую часть уравнения (5.51):

$$\int_{0}^{\delta_{T}} (t_{f} - t) w_{x} dy = \int_{0}^{\delta_{T}} (\theta_{\infty} - \theta) w_{x} dy = \theta_{\infty} w_{\infty} \int_{0}^{\delta_{T}} \left(1 - \frac{\theta}{\theta_{\infty}}\right) \frac{w_{x}}{w_{\infty}} dy.$$
(6.13)

При  $\delta_{\tau} \ll \delta$  безразмерные величины, входящие в подынтегральное выражение, определяются уравнениями (6.2) и (6.10). При  $\delta_{\tau} > \delta$  на части интервала интегрирования скорость потока не изменяется  $(w/w_{\infty} = 1)$ .

Ограничимся пока случаем, когда  $\delta_{\tau} \ll \delta$ . Подстановка уравнений (6.2) и (6.10) в (6.13) позволяет получить

$$\int_{0}^{\delta_{\tau}} (t_{f} - t) w_{x} dy = \theta_{\infty} w_{\infty} \int_{0}^{\delta_{\tau}} \left[ 1 - \frac{3}{2} \frac{y}{\delta_{\tau}} + \frac{1}{2} \left( \frac{y}{\delta_{\tau}} \right)^{3} \right] \times \left[ \frac{3}{2} \frac{y}{\delta} - \frac{1}{2} \left( \frac{y}{\delta} \right)^{3} \right] dy = \theta_{\infty} w_{\infty} \delta \left[ \frac{3}{20} \left( \frac{\delta_{\tau}}{\delta} \right)^{2} - \frac{3}{280} \left( \frac{\delta_{\tau}}{\delta} \right)^{4} \right].$$
(6.14)

При  $\delta_{\rm r} \ll \delta$  вторым членом полученного выражения можно пренебречь по сравнению с первым. С учетом этого подстановка уравнений (6.14) и (6.11) в (5.51) приводит к равенству

$$\frac{1}{10} w_{\infty} \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} \left[ \delta \left( \frac{\delta_{\tau}}{\delta} \right)^{2} \right] = \frac{a}{\delta_{\tau}}. \tag{6.15}$$

После выполнения операции дифференцирования в левой части уравнения получается

$$\frac{w_{\infty}}{10} \left[ 2\delta_{r} \frac{d}{dx} \left( \frac{\delta_{\tau}}{\delta} \right) + \left( \frac{\delta_{\tau}}{\delta} \right)^{2} \frac{d\delta}{dx} \right] = \frac{a}{\delta_{\tau}}. \quad (6.16)$$

Предположим, что соотношение толщин  $\delta_{\tau}/\delta$  не зависит от координаты x. Тогда первый член левой части уравнения (6.16) будет равен нулю. Следовательно,

$$\frac{w_{\infty}}{10} \left(\frac{\delta_{\tau}}{\delta}\right)^{2} \frac{d\delta}{dx} = \frac{a}{\delta_{t}} \text{ или } \frac{w_{\infty}}{10} \left(\frac{\delta_{t}}{\delta}\right)^{3} \delta \frac{d\delta}{dx} = a. \quad (6.17)$$

Из формулы (6.5) дифференцированием получим

$$\frac{\mathrm{d}\delta}{\mathrm{d}x} = 2.32 \sqrt{\frac{\mathrm{v}}{w_{\infty}x}}.$$
 (6.18)

Перемножив правые и левые части равенств (6.5) и (6.18), найдем

$$\delta \frac{\mathrm{d}\delta}{\mathrm{d}x} = 10.7 \frac{v}{w_{\infty}}.\tag{6.19}$$

Подставив (6.19) в (6.17) и приняв  $\sqrt[3]{1,07} \approx 1,0$ , получим

$$\frac{\delta_{r}}{\delta} = \sqrt[3]{\frac{a}{\sqrt{p_{f}}}} = \frac{1}{\sqrt[3]{p_{f}}}.$$
 (6.20)

Подставив значение  $\delta_{\tau}$  из (6.20) в (6.12) с учетом (6.5), получим формулу

$$\alpha = \frac{3}{2} \frac{\lambda}{4.64 x} \text{Re}_{x}^{1/3} \text{Pr}^{1/3},$$

или

$$Nu_x = \alpha x/\lambda = 0.33 \text{ Re}_x^{1/2} Pr^{1/3}.$$
 (6.21)

Из уравнения (6.20) следует, что условие  $\delta_{\tau} \ll \delta$ , для которого получена формула (6.21), соответствует  $Pr \gg 1$ , т. е. выполняется для капельных жидкостей. Для газов Pr = 0,6...1. При Pr = 0,6  $\delta_{\tau}/\delta = 1,18$ . Опыт показывает, что такое отличие  $\delta_{\tau}/\delta$  от 1 практически не отражается на количественных соотношениях для коэффициента теплоотдачи. Поэтому формулу (6.21) можно применять и для газов.

Сопоставление формул (6.21) и (6.7) показывает, что теория теплового и динамического пограничных слоев приводит к одинаковым результатам. Экспериментальное исследование этой задачи также дает аналогичные результаты. При ламинарном пограничном слое результаты исследования средних коэффициентов теплоотдачи на пластине для  $t_{\varpi}$ —const обобщены формулой

$$\overline{\text{Nu}}_{lf} = 0.66 \text{Re}_{lf}^{0.5} \text{Pr}_{f}^{0.43} (\text{Pr}_{f}/\text{Pr}_{w})^{0.25}$$
 (6.22)

При  $q_w = \text{const}$ 

$$\overline{Nu}_{If} = 0.5 \text{Re}_{If}^{0.5} \text{Pr}_{f}^{0.48} (\text{Pr}_{f}/\text{Pr}_{w})^{0.25}$$
 (6.23)

Формула (6.21) получена при  $t_{w}$ —const. Для среднего коэффициента теплоотдачи она приводится к выражению (6.8). Сопоставление теоретической формулы (6.8) с формулой (6.22), полученной на основе экспериментов, свидетельствует об их удовлетворительном согласовании.

### § 6.3. ТЕПЛООТДАЧА ВБЛИЗИ ПЕРЕДНЕЙ КРИТИЧЕСКОЙ ТОЧКИ

При поперечном обтекании на поверхности тела имеется точка (или линия), где происходит разделение линий тока, и поток резко изменяет направление движения. Эту точку называют передней критической точкой. Вблизи этой точки наблюдается повышенная интенсивность теплоотдачи.

Поток, обтекающий тело, может быть плоским или осесимметричным. Рассмотрим простейшую задачу — обтекание пластины плоским потоком, направление движения которого перпендикулярно пластине (рис. 6.2).

На некотором расстоянии от пластины, где последняя еще не возмущает

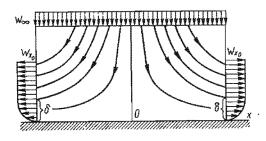


Рис. 6.2

поток, наблюдается равномерное распределение скорости  $w_{\infty}$ . В сечениях x = const скорость потока также имеет постоянное значение, равное  $w_{x0}$ , за исключением области пограничного слоя.

При натекании на преграду поток тормозится, поэтому давление его увеличивается. Наибольшее торможение и соответственно наибольшее давление будут в точке 0. Поэтому поверхность 0x обтекается потоком с отрицательным градиентом давления. Следовательно, скорость за пределами пограничного слоя  $w_{x0} = f(x)$ ,

Вблизи передней критической точки пограничный слой имеет обычно ламинарный характер и для его исследования может быть использована теория ламинарного пограничного слоя. Для теплоносителя с неизменными физическими свойствами плоская задача обтекания стенки 0x и теплоотдачи между потоком и стенкой при ламинарном пограничном слое описывается уравнениями (5.25), (5.26) и (5.29).

При напорном обтекании тел изменение скорости за пределами пограничного слоя принято описывать зависимостью ( $\beta$ =const)

$$w_{x0} = \beta x^m, \tag{6.24}$$

которая для рассматриваемого случая удовлетворяется при m=1. За пределами пограничного слоя  $\frac{\partial w_{x0}}{\partial y} = \frac{\partial^2 w_{x0}}{\partial y^2} = 0$ . Поэтому

из (5.25) следует, что  $\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}x} = -pw_{x0} \frac{\partial w_{x0}}{\partial x}$ . Из (6.24) получа-

ется  $w_{x0} \frac{\partial w_{x0}}{\partial x} = \beta^2 x$ . Окончательно  $\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}x} = -\rho \beta^2 x$ . Подстановка этого выражения в (5.25) приводит его к виду

$$\rho w_x \frac{\partial w_x}{\partial x} + \rho w_y \frac{\partial w_x}{\partial y} = \rho \beta^2 x + \mu \frac{\partial^2 w_x}{\partial y^2}. \tag{6.25}$$

Путем выбора новых переменных уравнения (6.25), (5.26), (5.29) приводятся к уравнениям в полных производных, в результате решения которых для рассматриваемой задачи получается уравнение подобия

$$Nu_x = 0.57 Re_x^{0.5} Pr^{0.4}$$
, (6.26)

где  $Nu_x = \alpha x/\lambda$ ;  $Re_x = w_{x0}x/v$ .

Сопоставление формул (6.26) и (6.21) показывает, что отрицательный градиент давления при ламинарном пограничном слое приводит к существенному увеличению интенсивности теплоотдачи.

Заменив в уравнении (6.26) скорость потока выражением (6.24), получим

$$Nu_x = 0.57 Re_{\beta}^{0.5} Pr^{0.4},$$
 (6.27)

где  $Re_{\beta} = \beta x^2/\nu$ .

При взаимодействии пластины с потоком, ось которого перпендикулярна поверхности пластины, и осесимметричном растекании формула для теплоотдачи имеет вид

$$Nu_x = 0.763 Re_{\theta}^{0.5} Pr^{0.4}$$
. (6.28)

Для пластины  $\beta = \frac{\pi}{2} \frac{w_{\infty}}{2L}$ , где 2L - ширина пластины.

Формула (6.27) описывает также теплоотдачу вблизи передней критической точки цилиндра при обтекании его плоским потоком, только в этом случае  $\mathrm{Re}_{\mathfrak{g}} = \beta d^2/v$  (d — диаметр цилиндра) и  $\mathrm{Nu} = \alpha d/\lambda$ , а

$$\delta = 4w_{\infty}/d. \tag{6.29}$$

При осесимметричном обтекании сферы теплоотдача вблизи передней критической точки описывается формулой (6.28), причем  $\text{Re}_b = \beta d^2/v$  (d — диаметр сферы) и  $\text{Nu} = \alpha d/\lambda$ , а

$$\beta = 3w_{\infty}/d. \tag{6.30}$$

Формулы для величин в получены аналитическим путем.

## ПОЛУЧЕНИЕ РАСЧЕТНЫХ СООТНОШЕНИЙ ТЕПЛООТДАЧИ НА ОСНОВЕ ТЕОРИИ ТУРБУЛЕНТНОГО ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ

Незамкнутость дифференциальных уравнений турбулентного пограничного слоя из-за наличия в них пульсационных составдяющих параметров или отражающих их воздействие на поток коэффициентов турбулентного переноса делает невозможным использование чисто аналитического пути решения задачи. Существующие теории турбулентности не позволяют рассчитывать профиль осредненных скоростей и температур или уровень турбулентности в потоке без привлечения опытных данных. Поэтому в настоящее время решение уравнений турбулентного пограничного слоя может быть выполнено только на полуэмпирической основе.

### § 7.1. ПОЛУЭМПИРИЧЕСКИЕ ТЕОРИИ ТУРБУЛЕНТНОГО ПЕРЕНОСА

Турбулентность по своей природе носит статистический характер. Неупорядоченное движение «комков» жидкости в турбулентном потоке аналогично хаотическому движению молекул в газовом потоке. Л. Прандгль воспользовался этой аналогией для построения полуэмпирической теории турбулентности.

В 1925 г. Л. Прандтль предложил теорию пути смешения, на основе которой характеристики турбулентного переноса удалось связать с распределением осредненной скорости потока. Содержание этой теории рассмотрим на примере плоского движе-

ния, осредненная скорость которого  $\bar{w}_x$  изменяется только по координате y (рис. 7.1). В соответствии с гипотезой Прандтля комок жидкости, перемещающийся под действием пульсации вдоль оси y, сохранит свою индивидуальность (не перемешивается с остальной жидкостью) на расстоянии l, после чего рассеивается. Величина l названа длиной пути смешения.

 $y_{j}$   $y_{j}$   $y_{j}$   $y_{k}$   $y_{k$ 

Выделим два слоя жидкости с координатами  $y_1$  и  $y_2$ , отстоящие друг от друга на расстоянии  $\Delta y = l$  (рис. 7.1). Предположим, что в слое 1, имеющем скорость движения  $\overline{w}_{x_1}$ ,

возник комок жидкости и, сохраняя x-составляющую своего импульса, в результате пульсации скорости  $w_y$  переместился в слой 2, где жидкость имеет скорость  $\overline{w}_{x2}$ .

В слое 2 разность между скоростью потока  $\overline{w}_{x2}$  и сохранившейся скоростью турбулентного образования  $\overline{w}_{x1}$  можно рассматривать как пульсацию скорости  $w_{x}'$ , т. е.

$$\Delta \overline{w}_{x} = \overline{w}_{x2} - \overline{w}_{x1} = w'_{x}. \tag{7.1}$$

Величину  $\overline{w}_{x2}$  найдем разложением ее в ряд Тейлора с сохранением двух членов ряда в предположении о малости величины  $\Delta y = l$ :

$$\overline{w}_{x2} = \overline{w}_{x1} + \frac{d\overline{w}_x}{dy} \Delta y = \overline{w}_{x1} + \frac{d\overline{w}_x}{dy} l. \tag{7.2}$$

Из (7.1) и (7.2) следует, что

$$w_x' = l \frac{\mathrm{d}\overline{w}_x}{\mathrm{d}y}. \tag{7.3}$$

В слой, соответствующий  $y_2$ , из нижележащих слоев попадают комки жидкости со скоростью, меньшей чем  $\overline{w}_{x2}$ , а из вышележащих слоев — со скоростью, превышающей  $\overline{w}_{x2}$ . Их столкновение (или расхождение) приводит к возникновению поперечной пульсации скорости  $w_y'$ , которая пропорциональна  $w_x'$ . Включая коэффициент пропорциональности в l, найдем

$$-w_x'w_y' = l^2 \left(\frac{d\tilde{\boldsymbol{w}}_x}{dy}\right)^2. \tag{7.4}$$

Знак минус отражает противоположность знаков  $w_x'$  и  $w_y'$ . В самом деле, перемещение комка жидкости из слоя, соответствующего координате  $y_1$ , в слой, соответствующий  $y_2$ , осуществляется благодаря положительной пульсации  $w_y'$  и приводит к возникновению отрицательной пульсации  $w_x'$ .

Величина l изменяется во времени. Если под l понимать осредненную во времени величину, то равенство (7.4) перепишется так:

$$-\overline{w_x'w_y'} = l^2 \left(\frac{\mathrm{d}\overline{w}_x}{\mathrm{d}y}\right)^2. \tag{7.5}$$

С учетом формулы (5.32)

$$\tau_{\rm r} = \rho l^2 \left( \frac{\mathrm{d}\overline{w}_x}{\mathrm{d}y} \right)^2; \tag{7.6}$$

$$\mu_{\tau} = \rho l^2 \left| \frac{\overline{\mathrm{d}w}_x}{\mathrm{d}y} \right|. \tag{7.7}$$

Аналогичные рассуждения относительно переноса теплоты за счет турбулентных пульсаций приводят к формулам:

$$-\overline{w'_y t'} = l_{\tau}^2 \left| \frac{\mathrm{d}\overline{w}_x}{\mathrm{d}y} \right| \frac{\mathrm{d}\overline{t}}{\mathrm{d}y}; \tag{7.8}$$

$$\mathbf{q}_{\tau} = \rho \overline{c_{p} w_{y}' t'} = -\rho c_{p} l_{\tau}^{2} \left| \frac{\overline{\mathrm{d} w_{x}}}{\mathrm{d} y} \right| \frac{\overline{\mathrm{d} t}}{\mathrm{d} y}; \tag{7.9}$$

$$\lambda_r = \rho c_p l_r^2 \left| \frac{\mathrm{d}\overline{w}_x}{\mathrm{d}y} \right| . \tag{7.10}$$

Величины l и  $l_{\tau}$  могут иметь различные значения. Они не относятся к категории физических характеристик среды, но могут рассматриваться как функции координат точки. Во многих случаях на основе анализа результатов эксперимента удается выявить связь длины пути смешения с характерными длинами в изучаемом течении. Поэтому решения, получаемые на основе теории пути смешения, являются полуэмпирическими.

Возможен различный подход к определению длины пути смешения. Для потока вблизи гладкой плоской стенки можно предположить линейную зависимость (гипотеза Прандтля)

$$l = xy, \tag{7.11}$$

где ж — опытная константа.

Т. Карман на основе гипотезы о подобни полей пульсационных скоростей в различных точках течения получил для длины пути смешения следующее выражение:

$$l = \chi \left| \frac{\mathrm{d}\overline{w}_x}{\mathrm{d}y} \middle/ \frac{\mathrm{d}^2\overline{w}_x}{\mathrm{d}y^2} \right|, \tag{7.12}$$

где у — константа, определяемая из опыта.

В настоящее время развиваются и другие более сложные полуэмпирические теории турбулентного переноса. Среди них заметное место занимают многопараметрические теории турбулентности. В одной из них используется модель  $e-\varepsilon$ , в которой коэффициент турбулентного переноса количества движения выражается через кинетическую энергию пульсационного движения  $e=0.5(\overline{w_x^2+w_y^2}+\overline{w_z^{\prime 2}})$  и скорость диссипации энергии турбулентности  $\varepsilon$ . Для замыкания системы уравнений турбулентного движения в этой модели используются различные гипотезы. Одна из таких гипотез — гипотеза Джонса — Лаундера имеет вид

$$-\overline{w}_{x}'\overline{w}_{y}' = a - \frac{e^{2}}{\mathbf{z}} \frac{\overline{\partial w}_{x}}{\partial y}, \qquad (7.13)$$

где а — эмпирическая константа.

С учетом (7.13) из (5.32) получается

$$\mu_{\tau} = a \rho e^2 / \varepsilon. \tag{7.14}$$

Заметим, что теория пути смешения и модель  $e-\epsilon$  основаны на использовании усредненных по спектру пульсаций. Вместе с тем в модели  $e-\epsilon$  можно учесть изменение усредненных характеристик потока по длине омываемой им поверхности и, следовательно, можно выявить, например, влияние градиента давления на трение и теплоотдачу.

### § 7.2. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ СКОРОСТЕЙ И ТЕМПЕРАТУР В ТУРБУЛЕНТНОМ ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ

Изучение профилей скоростей и температур в турбулентном пограничном слое базируется на результатах экспериментального исследования структур течения.

При изучении структуры турбулентного пограничного слоя ис пользуется понятие динамической скорости (которую иногда на зывают скоростью сдвига или скоростью трения) \*

$$w_* = \sqrt{\tau_w/\rho} \quad , \tag{7.15}$$

на основе которой записываются безразмерная скорость

$$\varphi = w_x/w_* = w_x/\sqrt{\tau_w/\rho} \tag{7.16}$$

и безразмерная координата

$$\eta = \frac{y}{v/w_{*}} = \frac{y}{v} \sqrt{\frac{\tau_{w}}{\rho}}. \tag{7.17}$$

Здесь ты — напряжение трения на поверхности.

Безразмерный профиль скоростей

$$\varphi = f(\eta) \tag{7.18}$$

пригоден для любого числа Re, так как влияние этого числа за ложено в нем через напряжение трения  $\tau_w$ . Поэтому зависимості (7.18) называют универсальным законом распределения скорости или законом стенки. Конкретная форма этого закона зависит от соотношения интенсивностей процессов моле кулярного и турбулентного переноса.

В вязком подслое турбулентным переносом можно пренебречь Принимая линейное распределение скоростей  $w_x$  по толщине подслоя, а на поверхности стенки  $w_x = 0$ , из закона Ньютона найдем

$$\tau_{w} = \mu \frac{w_{x}}{y} . \tag{7.19}$$

Это выражение легко приводится к виду

$$\varphi = \eta. \tag{7.20}$$

Закон стенки для турбулентной части пограничного слоя получим на основе упрощенных предпосылок, предложенных Прандтлем: пренебрежем молекулярным трением в пределах турбулентной части пограничного слоя, т. е. примем  $\tau = \tau_{\tau}$ ; примем, что  $\tau_{\tau} = \tau_{w}$ ; для длины смешения используем формулу (7.11).

В дальнейшем будут использоваться только осредненные во времени значения скоростей, поэтому знак осреднения опускается,

С учетом этих упрощений формула (7.6) перепишется в виде

$$\tau_{w} = \rho \kappa^{2} y^{2} \left( \frac{\mathrm{d}w_{x}}{\mathrm{d}y} \right)^{2} \tag{7.21}$$

или

$$\frac{\mathrm{d}w_x}{\mathrm{d}y} = \frac{\sqrt{\tau_w/\rho}}{\kappa y} = \frac{w_*}{\kappa y} \,. \tag{7.22}$$

После разделения переменных и интегрирования получается

$$\varphi = \frac{1}{\varkappa} \ln y + c = \frac{1}{\varkappa} \ln \frac{yw_*}{v} - \frac{1}{\varkappa} \ln \frac{w_*}{v} + c = \frac{1}{\varkappa} \ln \eta + c_1.$$
(7.23)

Формула (7.23) хорошо совпадает с опытно найденным распределением скоростей около плоской пластины и в гладких круглых грубах при определенных значениях коэффициентов, а именно

$$\varphi = 5.5 + 2.5 \ln \eta$$
 (7.24)

И

$$\varphi = 5.5 + 5.75 \lg \eta.$$
 (7.25)

На рис. 7.2 показаны зависимости, построенные по формулам (7.20) и (7.25) в полулогарифмических координатах. Сплошные линии соответствуют тем участкам пограничного слоя, где опытные данные хорошо совпадают с формулами (7.20) и (7.25). На участке  $\eta = 5^{\circ} ... 30$  ни одна из этих зависимостей не совпадает с опытным распределением скоростей. Это переходная зона, в которой распределение скоростей формируется при

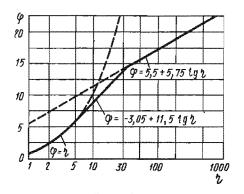


Рис. 7.2

щественной роли как молекулярного, так и турбулентного трения. На этом участке опытные данные удовлетворительно описываются эмпирическим уравнением

$$\varphi = -3.05 + 11.5 \lg \eta.$$
 (7.26)

Таким образом, по толщине турбулентного пограничного слоя можно выделить три области: вязкий подслой ( $\eta$ =0...5), переходную зону ( $\eta$ =5...30) и турбулентное ядро ( $\eta$ >30) \*.

Некоторые авторы за нижнюю границу развитой турбулентпости в трехслойной модели пограничного слоя принимают п=70.

При использовании информации о структуре турбулентного пограничного слоя для исследования трения и теплообмена часто используется упрощенная модель, в которой пограничный слой подразделяется на две зоны: вязкий подслой ( $\eta = 0...11,5$ ) и турбулентное ядро ( $\eta > 11,5$ ).

При получении закона стенки (7.25) предполагалось, что профиль скоростей формируется только под воздействием турбулентного трения. Эта предпосылка реализуется только при больших числах Re. Поэтому закон (7.25) имеет асимптотический характер и тем лучше отражает действительность, чем больше число Re.

Опытное изучение структуры турбулентного пограничного слоя показывает, что при умеренных числах Re распределение скоростей в турбулентном ядре лучше описывается степенным законом  $\varphi = c\eta^n$ , который чаще используют в форме

$$\frac{w_x}{w_\infty} = \left(\frac{y}{\delta}\right)^n,\tag{7.27}$$

где δ — толщина динамического пограничного слоя.

Показатель степени n хоть и слабо, но зависит от числа Re. При Re= $5\cdot 10^5 \dots 10^7$  для пластин n=1/7.

Аналогичным путем может быть выявлено распределение тем ператур по толщине пограничного слоя. Для турбулентной части пограничного слоя при  $Pr_{\tau}=1$  с привлечением экспериментальных данных для определения числовых коэффициентов уравнения получается ( $\eta_{\tau}>30$ )

$$\varphi_r = 5.9 \text{ lg } \eta_r + 3.2,$$
 (7.28)

где  $\phi_{\rm T} = \theta/\theta_{\star}$ ;  $\theta = t - t_w$ ;  $\theta_{\star} = \sqrt{\frac{q_w\theta_{\infty}/(\rho c_p w_{\infty})}{q_w\theta_{\infty}/(\rho c_p w_{\infty})}}$  — тепловой аналог скорости трения;  $\theta_{\infty} = t_{\rm f} - t_w$ ;  $\eta_{\rm T} = q_w y/(\lambda \, {\rm Pr} \, \theta_{\star})$  — безразмерная координата.

На основе аналогии процессов переноса теплоты и импульса [см. формулу (5.8)] могут быть построены степенные профили температур, аналогичные выражению (7.27).

### § 7.3. ЗАКОНЫ ТРЕНИЯ И ТЕПЛООБМЕНА

Интегральные соотношения импульсов (5.46) и энергии (5.50) могут быть использованы для получения расчетных соотношений, ио они не позволяют однозначно определить зависимость коэффициента трения и коэффициента теплоотдачи от тепловых и гидродинамических карактеристик системы. Для решения этих задач необходимы дополнительные связи коэффициентов трения и теплоотдачи с параметрами, входящими в левые части соотношений импульсов и энергии. Эти связи устанавливаются в форме законов треиия и теплообмена.

Для турбулентного пограничного слоя законы трения и теплообмена получают на основе обобщения опытных данных или с привлечением полуэмпирических теорий турбулентности. Эти законы обладают свойством консервативности по отношению к граничным

условиям на поверхности теплообмена и на внешней границе пограничного слоя, т. е. для различных зависимостей  $w_\infty = f(x)$  и  $\Delta t = t_f - t_w = \varphi(x)$  [или  $t_w = F(x)$ ] законы трения и теплообмена в достаточно широком диапазоне изменения параметров остаются неизменными, а влияние этих зависимостей на коэффициенты трения и теплоотдачи учитывается при решении интегральных соотношений. Свойство консервативности законов трения и теплообмена было установлено В. М. Иевлевым в 1952 г.

Основываясь на степенных законах распределения скоростей и температур по толщине турбулентного пограничного слоя и опытных данных по теплоотдаче, С. С. Кутателадзе и А. И. Леонтьев получили законы трения и теплообмена для безнапорного обтекания плоской пластины в квазиизотермических условиях (слабая неизотермичность, при которой физические свойства теплоносителя считаются независящими от температуры):

$$c_{f0} = A \operatorname{Re}^{**^{-m}};$$
 (7.29)

$$St_0 = \frac{A}{2} Re^{**-m} Pr^{-0.75}$$
. (7.30)

Условия, при которых получены эти законы, называются стандартными, а величины  $c_f$  и St для стандартных условий обозначаются индексом 0. Формула (7.30) удовлетворительно согласуется с опытными данными при  $Pr = 0.5 \dots 10$ .

Величины A и m зависят от показателя n в степенном законе распределения скоростей [12]. При n=1/7 (Re\*\* $<10^4$  и Re\*\* $<10^4$ ) A=0.0256; m=0.25.

Для сложных условий течения и теплообмена С. С. Кутателадзе и А. И\ Леонтьев предложили использовать принцип суперпозиции, который хоть и не является строгим, но дает удовлетворительное согласие с экспериментом в некотором ограниченном диапазоне изменения режимных параметров. С учетом этого принципа законы трения и теплообмена записываются в виде

$$\left(\frac{c_f}{c_{f0}}\right)_{\text{Re**}} = \Psi^*; \tag{7.31}$$

$$\left(\frac{St}{St_0}\right)_{Re_{\tau}^{**}} = \Psi, \tag{7.32}$$

где  $\Psi^* = \Psi^*_{\mathsf{T}} \Psi^*_{\mathsf{M}} \dots$ ;  $\Psi = \Psi_{\mathsf{T}} \Psi_{\mathsf{M}} \dots$ ;  $\Psi^*_{\mathsf{T}}$ ,  $\Psi^*_{\mathsf{M}}$ ,  $\Psi_{\mathsf{T}}$ ,  $\Psi_{\mathsf{M}}$  — относительные функции, отражающие влияние возмущающих факторов — неизотермичности, сжимаемости и др.

Для ряда возмущающих воздействий расчетные соотношения для относительных функций найдены С. С. Кутателадзе и А. И. Леонтьевым на основе теории турбулентного пограничного слоя с исчезающей вязкостью. Так, при дозвуковых потоках для учета

11 - 761

влияния неизотермичности на теплоотдачу ими предложена формула

 $\Psi_{\tau}^{\bullet} = \Psi_{\tau} = \left(\frac{2}{\sqrt{T_w/T_f} + 1}\right)^2. \tag{7.33}$ 

Формулы для относительных функций, характеризующих влияние некоторых других возмущающих факторов, будут рассмотрены в гл. 11.

### § 7.4. ПОЛУЧЕНИЕ РАСЧЕТНЫХ СООТНОШЕНИЙ ДЛЯ КОЭФФИЦИЕНТОВ ТЕПЛООТДАЧИ ПРИ ТУРБУЛЕНТНОМ ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ЗАКОНОВ ТРЕНИЯ И ТЕПЛООБМЕНА

Законы трения и теплообмена связывают коэффициенты трения и теплоотдачи с условными толщинами пограничного слоя и потому непосредственно не могут использоваться в инженерных расчетах. Они используются для замыкания интегральных соотношений импульсов и энергии.

Рассмотрим методику получения расчетных формул для теплоотдачи на основе интегральных соотношений имплульсов и энергии с привлечением законов трения и теплообмена на примере безнапорного обтекания плоской пластины несжимаемым неизотермичным потоком при турбулентном пограничном слое. Для этих условий интегральное соотношение импульсов (5.46) приводится к виду

$$\frac{\mathrm{dRe}^{**}}{\mathrm{d\tilde{x}}} = \frac{c_f}{2} \mathrm{Re}_L. \tag{7.34}$$

Закон трения (7.31) с учетом (7.29) для рассматриваемых условий имеет вид

$$c_f = A \operatorname{Re}^{**^{-m}} \Psi_{\tau}^*. \tag{7.35}$$

Подстановка (7.35) в (7.34) приводит к уравнению

$$\frac{\mathrm{dRe}^{**}}{\mathrm{d\tilde{x}}} = \frac{A}{2} \operatorname{Re}_{L} \operatorname{Re}^{**-m} \Psi_{\tau}^{*}. \tag{7.36}$$

После интегрирования получается (предполагается, что турбулентный пограничный слой начинает формироваться с начала пластины)

$$Re^{**} = \left[ \frac{A}{2} (1+m) Re_L \int_0^x \Psi_{\tau}^* d\tilde{x} \right]^{1/(1+m)}. \tag{7.37}$$

Подстановка (7.37) в (7.35) приводит к расчетной формуле

$$c_{f} = A \left[ \frac{A}{2} (m+1) \operatorname{Re}_{L} \int_{K}^{\widetilde{x}} \Psi_{\tau}^{*} d\widetilde{x} \right]^{-m/(m+1)} \Psi_{\tau}^{*}. \tag{7.38}$$

В частном случае  $t_w$ =const ( $\Psi^*_{\tau}$ =const) при  $Re^{**}<10^4$  (A= =0.0256 и m=0.25) получается

$$c_I = 0.0578 \text{Re}_x^{-0.2} \Psi_x^{0.8},$$
 (7.39)

где  $\text{Re}_{x} = \rho_{\infty} w_{\infty} x/\mu$ ;  $\mu$  — коэффициент динамической вязкости вне пограничного слоя (обычно выбирается по температуре стенки). Подстановка (7.39) в (5.15) при n=0,4 позволяет получить

$$Nu_x = 0.0289 Re_x^{0.8} Pr^{0.4} \Psi_r^{*0.8}$$
 (7.40)

Решим ту же задачу на основе интегрального соотношения энергии

$$\frac{dRe_{r}^{**}}{d\tilde{x}} + \frac{Re_{r}^{**}}{\Delta t} \frac{d(\Delta t)}{d\tilde{x}} = St Re_{L}$$
 (7.41)

и закона теплообмена

$$St = \frac{A}{2} \operatorname{Re}^{**_{\tau}^{-m}} \operatorname{Pr}^{-0.75} \Psi_{\tau}. \tag{7.42}$$

Подстановка (7.42) в (7.41) с последующим интегрированием полученного уравнения от 0 до  $\tilde{x}$  в предположении, что турбулентный пограничный слой начинает формироваться с начала пластины, позволяет найти зависимость  $\operatorname{Re}^{**}_{\mathbf{T}} = f(\widetilde{x})$ , подстановка которой в закон теплообмена приводит к расчетной формуле

$$St = \left(\frac{A}{2}\right)^{1/(1+m)} (1+m)^{-m/(1+m)} Re_{L}^{-m/(1+m)} \times \times Pr^{-0.75/(1+m)} \Psi_{\tau} \Delta t^{m} \left[\int_{0}^{\widetilde{x}} \Psi_{\tau} \Delta t^{1+m} d\widetilde{x}\right]^{-m/(1+m)} .$$
 (7.43)

В частном случае  $t_w = \text{const}$  ( $\Psi_T = \text{const}$ ). Re<sub>x</sub>\*\*<104 получается

$$St = 0.0289 Re_x^{-0.2} Pr^{-0.6} \Psi_r^{0.8}$$
 (7.44)

Этому выражению можно придать вид

$$Nu_x = 0.0289 Re_{\tau}^{0.8} Pr^{0.4} \Psi_{\tau}^{0.8}$$
 (7.45)

После осреднения коэффициента теплоотдачи по поверхности пластины получается

$$\overline{\text{Nu}}_{l} = 0.0361 \text{Re}_{l}^{0.8} \text{Pr}^{0.4} \Psi_{r}^{0.8}$$
 (7.46)

Экспериментальное исследование местных коэффициентов теплоотдачи при  $Re = 10^5 \dots 2 \cdot 10^8$  позволило получить результаты, близкие к формуле (7.45):

$$Nu_{xf} = 0.0296 Re_{xf}^{0.8} Pr_f^{0.43} (Pr_f/Pr_w)^{0.25}$$
. (7.47)

Имеется также решение задачи о теплоотдаче пластины при 110

турбулентном пограничном слое, основанное на использовании экспериментального закона Блазиуса для движения жидкости в трубе. Это решение приводит к уравнению подобия, практически совпадающему с формулой (7.45).

#### ГЛАВА 8

## ТЕПЛООТДАЧА ПРИ ВЫНУЖДЕННОМ ТЕЧЕНИИ ТЕПЛОНОСИТЕЛЯ

В гл. 5 ... 7 рассмотрены методы получения расчетных соотношений для теплоотдачи. Гл. 8 ... 13 посвящены рассмотрению результатов исследования теплоотдачи для различных условий.

#### § 8.1. ТЕПЛООТДАЧА ПРИ ВНЕШНЕМ ОБТЕКАНИИ ТЕЛ

Расчетные соотношения для теплоотдачи при обтекании пластин были рассмотрены в § 6.1, 6.2 и 7.4. Среди других задач внешнего обтекания наибольший интерес представляет теплоотдача поперечно обтекаемого цилиндра (трубы).

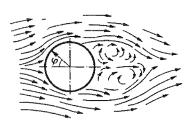
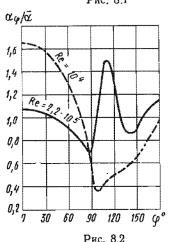


Рис. 8.1



Возможны различные режимы обтекания цилиндрической поверхности. Вблизи передней критической точки (линии) образуется ламинарный пограничный слой, толщина которого увеличивается мере увеличения угла ф (рис. 8.1). При  $Re = w_{\infty}d/v < 5$  имеет безотрывное обтекание При Re>5 наблюдается отрыв послоя. обусловленный граничного диффузорным характером течения теплоносителя в кормовой части цилиндра. Отрыв потока приводит к двух симметричных образованию вихрей около кормовой части цилиндра. При ламинарном пограничном слое отрыв потока наблюдается при  $\phi \approx 82^\circ$ , а для турбулентного пограничного слоя при  $\varphi = 110...$ 140°. Турбулентный пограничный слой возникает при  $Re = 10^5 ... 4 \times$  $\times 10^5$ .

Изменение коэффициента теплоотдачи по поверхности зависит от режима обтекания цилиндра. При даминарном пограничном слое местный коэффициент теплоотдачи  $\alpha_{\bullet}$  изменяется при изменении  $\alpha$  по кривой с минимумом (пунктирная линия на рис. 8.2; здесь  $\alpha$  — средний по окружности коэффициент теплоотдачи). Уменьшение коэффициента теплоотдачи на лобовой части цилиндра обусловлено увеличением толщины ламинарного пограничного слоя, а последующее нарастание  $\alpha_{\phi}$  — разрушением пограничного слоя из-за отрыва потока.

При турбулентном пограничном слое (сплошная линия на рис. 8.2) первое увеличение коэффициента теплоотдачи обусловлено переходом ламинарного пограничного слоя в турбулентный,

а второе — отрывом потока.

Расчетные соотношения теплоотдачи для передней критической точки и всей лобовой поверхности до точки отрыва получены на основе теории пограничного слоя. Удовлетворительных подходов для аналитического расчета теплоотдачи в зоне отрыва потока пока не найдено. Поэтому средний коэффициент теплоотдачи цилиндра при внешнем обтекании рассчитывается по формулам, полученным обобщением опытных данных. Расчетная формула имеет вид

$$\overline{Nu}_{f} = c \operatorname{Re}_{f}^{m} \operatorname{Pr}_{f}^{n} (\operatorname{Pr}_{f} / \operatorname{Pr}_{w})^{0,25}, \qquad (8.1)$$

где  $\text{Re} = w_{\infty}d/v$ ;  $\text{Nu} = \alpha d/\lambda$ . По данным А. А. Жукаускаса и других при  $\text{Re} = 5 \dots 10^3 \ c = 0.5$ ; m = 0.5; n = 0.38; при  $\text{Re} = 10^3 \dots 2 \cdot 10^5 \ c = 0.25$ ; m = 0.6; n = 0.43.

Если направление движения потока составляет с осью трубы угол  $\psi$ , отличный от 90°, то коэффициент теплоотдачи, определенный по формуле (8.1), надо умножить на поправку  $\varepsilon_{\psi}$ , значение которой приводится в справочниках. При  $\psi$ <90° величина  $\varepsilon_{\psi}$ <1.

Теплоотдача труб, составляющих трубный пучок, зависит от расположения труб в пучке, а также от номера ряда, в котором труба находится. При шахматном расположении труб теплоноситель перемешивается лучше и теплообмен протекает более интенсивно.

Первый ряд труб омывается невозмущенным потоком жидкости и потому этот ряд имеет наименьший коэффициент теплоотдачи. В последующих рядах труб теплоотдача протекает более интенсивно, но с достаточной для практики точностью можно считать, что третий и последующий ряды труб имеют одинаковый средний коэффициент теплоотдачи.

Ёсли в качестве определяющего размера выбрать диаметр трубы, а число Re подсчитывать по скорости в наиболее узком сечении пучка (в сечении, где расположены трубы), то независимо от расстояния между трубами коэффициент теплоотдачи третьего и последующего рядов труб можно определять по уравнению (8.1), коэффициенты которого приводятся в справочной литературе. Коэффициенты теплоотдачи первого и второго рядов подсчитываются по величинам α, найденным по формуле (8.1), с введением попра-

вок. При ф≠90° осредненный по рядам коэффициент теплоотдачи

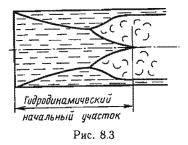
корректируется с помощью поправки еф.

Форма поперечного сечения обтекаемого тела существенно влияет на закономерности теплоотдачи. Уравнения подобия для расчета среднего коэффициента теплоотдачи при поперечном обтекании призматических тел некруглого сечения приводятся в справочной литературе [11].

# § 8.2. ТЕПЛООТДАЧА ПРИ ТЕЧЕНИИ ЖИДКОСТИ В ТРУБАХ И КАНАЛАХ

На внутренней поверхности трубы, через которую течет жидкость, образуется динамический пограничный слой, который может иметь ламинарный или турбулентный характер.

На рис. 8.3 показана картина формирования турбулентного пограничного слоя. На некотором расстоянии от входа пограничные слои смыкаются и после этого в поперечном сечении устанавливается стабильное распределение скоростей, которое при ламинарном потоке имеет параболический характер; при турбулентном потоке распределение скоростей зависит от критерия Re.



Расстояние от входа в трубу или канал до сечения, в котором динамические пограничные слои смыкаются, называется гидродинамическим начальным участком или участком гидродинамической стабилизации.

Аналогично развивается тепловой пограничный слой. Участок от начала трубы до смыкания тепловых пограничных слоев называется

тепловым начальным участком.

Режим течения жидкости в трубе зависит от критерия  $Re = \overline{w}d/v$ , где  $\overline{w}$  — средняя по сечению трубы скорость жидкости;

d — диаметр трубы.

При  $Re \le 2 \cdot 10^3$  наблюдается ламинарное течение жидкости. Однако при большом температурном напоре в поперечном сечении ламинарного потока может возникнуть свободное движение, обусловленное гравитационными силами. Поэтому среди неизотермических ламинарных потоков различают вязкостный и вязкостно-гравитационный режимы течения. В первом случае силы вязкости превалируют над силами гравитации и свободное движение не возникает. Во втором случае свободное движение искажает структуру вынужденного потока.

При Re≥104 поток становится турбулентным, но в начале трубы по-прежнему сохраняется участок с ламинарным пограничным

слоем. При Re>1,5·105 турбулентный пограничный слой нает формироваться практически с начала трубы.

При Re=2·103 ... 104 наблюдается переходный режим течения

и теплообмена.

Изменение толщины и структуры пограничного слоя определяет изменение коэффициента теплоотдачи по длине трубы. На рис. 8.4. а показано изменение местного а и среднего а коэффициентов теплоотдачи при одинаковой по всей

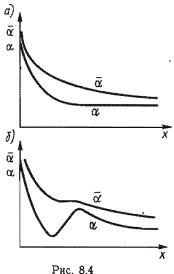
ллине структуре пограничного слоя.

На рис. 8.4, б показано изменение коэффициентов среднего и местного теплоотдачи по длине трубы, в начале которой наблюдается ламинарный пограничный слой, переходящий затем в турбулентный.

При, получении расчетных соотношений для теплоотдачи в трубах используется теоретический и экспери-

ментальный методы.

Теплоотдачу на начальном участке с достаточной точностью можно рассчитывать по формулам для обтекания пластины с учетом изменения скорости потока на внешней границе пограничного слоя. Благодаря ограничению потока стенками трубы уменьшение скорости движения жидкости в пограничном слое приводит к увели-



чению скорости жидкости за пределами пограничного слоя. Из условия постоянства расхода несжимаемой жидкости следует, что

$$w_0 = \frac{2}{r_0^2} \int_0^{r_0} w_x r dr, \qquad (8.2)$$

где  $w_0$  — скорость жидкости на входе в трубу (одинаковая для всего сечения);  $w_x = f(x, r)$ ; r и  $r_0$  — текущий радиус и радиус внутренней поверхности трубы.

Из (8.2) следует, что

$$\frac{w_{\infty}}{w_0} = \frac{1}{1 - 2b^*/r_0}.$$
 (8.3)

Толщина вытеснения для круглой трубы определяется формулой

$$\delta^* = \int_{\delta}^{\delta} \left( 1 - \frac{w_x}{w_{\infty}} \right) \left( 1 - \frac{y}{r_0} \right) dy, \tag{8.4}$$

Длина теплового начального участка  $l_{\rm H.T}$  при ламинарном течении жидкости зависит от граничных условий теплообмена на поверхности трубы. Аналитическое исследование развития потока показывает, что при  $t_w$  const

$$l_{\rm H,T}/d = 0.055 \text{Pe},$$
 (8.5)

при  $q_w = \text{const}$ 

$$l_{\rm H,T}/d = 0.07 \text{Re},$$
 (8.6)

где  $Pe = Re Pr - число Пекле, а <math>Re = \overline{w}d/v$ .

Для капельных жидкостей (Pr>1) тепловой начальный участок может иметь значительную длину и часто превышает длину трубы, для которой выполняется расчет.

Для теплоотдачи на начальном участке трубы при вязкостном режиме течения расчетные формулы получены аналитическим путем. Результаты точного аналитического решения для местного коэффициента теплоотдачи при  $t_w = \text{const}$  и  $\frac{1}{\text{Pe}} - \frac{x}{d} \leqslant 0,01$  аппроксимируются формулой

Nu = 1,03 
$$\left(\frac{1}{Pe} - \frac{x}{d}\right)^{-1/s}$$
. (8.7)

Для средних коэффициентов теплоотдачи, вычисляемых по среднему логарифмическому температурному напору, формула, аппроксимирующая аналитическое решение при  $\frac{1}{\text{Pe}} - \frac{l}{d} \ll 0,05$ , имеет вид

$$\overline{Nu} = 1,55 \left( \frac{1}{Pe} - \frac{l}{d} \right)^{-1/4}$$
 (8.8)

За пределами теплового начального участка местные коэффициенты теплоотдачи определяются теоретическими формулами: при  $t_w$ =const Nu=3,66, при  $q_w$ =const Nu=4,36.

Аналитические решения получены для квазиизотермических условий. Экспериментальное исследование теплоотдачи капельных жидкостей при вязкостном режиме в неизотермических условиях показало, что формулы (8.7) и (8.8) могут быть использованы и при значительной неизотермичности, если в правую часть этих формул ввести поправку  $\varepsilon_{\rm T} = (\mu_{\rm f}/\mu_{\rm w})^{0.14}$ . В качестве определяющей в этом случае используется температура  $t_m$ .

Имеются также решения для теплоотдачи при вязкостном течении при  $q_w$ =const и  $q_w$ =var [16].

Ламинарное неизотермическое течение не нарушается гравитационной конвекцией при  $Ra = \frac{gd^3}{\sqrt{2}} \beta \Delta t \Pr \leqslant 8 \cdot 10^5$  [здесь  $\Delta t = t_0 - t_w$ ;  $t_0$  — температура жидкости на входе в трубу; определяющая

температура  $t = (t_0 + t_w)/2$ ]. При больших значениях числа Ra течение становится вязкостно-гравитационным.

При вязкостно-гравитационном течении влияние массовых сил на теплоотдачу зависит от положения трубы в пространстве. При горизонтальном положении трубы в ее поперечном сечении под действием массовых сил возникает парный вихрь, интенсифицирующий теплоотдачу. Расчетные формулы для этого режима получены на основании опытных исследований. Для стабилизированного квазиизотермического течения  $\left(\frac{1}{\text{Pe}} - \frac{x}{d}\right)$ 

>1,7 $\cdot$ 10 $^{-3}$ ) Б. С. Петухов и А. Ф. Поляков предложили формулу

$$\overline{Nu}_{f} = 4.36 \left[ 1 + \left( \frac{Ra_{f}}{1.8 \cdot 10^{1}} \right)^{4} \right]^{0.045},$$
 (8.9)

где Ra= $gd^4q_w\beta/(va\lambda)$ .

М. А. Михеев обработал опытные данные по средней теплоот-даче при вязкостно-гравитационном течении с учетом неизотермичности:

$$\overline{Nu}_{f} = 0.15 \text{Re}_{f}^{0.33} \text{Pr}_{f}^{0.33} (\text{Gr}_{f} \text{Pr}_{f})^{0.1} (\text{Pr}_{f} / \text{Pr}_{w})^{0.25} \epsilon_{l},$$
 (8.10)

где  $\varepsilon_l$  — поправка на длину трубы; при  $l/d < 50 \ \varepsilon_l > 1$  (значение приводится в справочной литературе); при  $l/d \geqslant 50 \ \varepsilon_l = 1$ .

Для приближенных расчетов формулу (8.10) можно использовать и для каналов некруглого сечения. При этом в качестве определяющего размера выбирается эквивалентный диаметр канала  $d_3 = 4f/u$ , где f— площадь поперечного сечения канала; u— его периметр.

При ламинарном течении шероховатость стенки не оказывает существенного влияния на интенсивность теплоотдачи.

Для турбулентного течения (Re> $10^4$ ) длина теплового начального участка, на котором изменяется местный коэффициент тепло стдачи, составляет ( $10 \dots 15$ ) d, а средний коэффициент теплоотдачи изменяется на длине  $\sim 50 d$ .

Расчетные соотношения для теплоотдачи в трубе при турбулентном течении жидкости получены на основе полуэмпирической теории турбулентного пограничного слоя и на основе экспериментальных исследований.

Экспериментальное исследование структуры стабилизированного (за пределами начального участка) турбулентного потока показывает, что при Pr < 20 распределение скоростей в поперечном сечении трубы удовлетворительно описывается уравнениями (7.20), (7.25), (7.26), полученными для плоской пластины и больших чисел Re.

При больших числах Pr используются более сложные уравнения распределения скоростей, например формула Рейхардта. Эта формула и определенные предпосылки об изменении напряжения трения по радиусу трубы позволили Б. С. Петухову и В. В. Ки-

риллову предложить для теплоотдачи квазиизотермического ста. билизированного турбулентного потока в трубе формулу

$$Nu = \frac{0.023 Re^{0.8} Pr}{1 + 2.14 Re^{-0.1} (Pr^{3/s} - 1)},$$
 (8.11)

которая удовлетворительно описывает опытные данные при  $P_r = 0.5 \dots 200$ .

Формула (8.11) может быть использована и для расчета теплоотдачи капельной жидкости при существенной неизотермичности, если в нее ввести поправку  $\varepsilon_{\tau} = (\mu_{I}/\mu_{w})^{n}$ , где n = 0,11 при нагревании и n = 0,25 при охлаждении жидкости. В качестве определяющей при этом надо использовать температуру  $t_{I}$ .

Для расчета средних коэффициентов теплоотдачи при турбулентном течении М. А. Михеев предложил формулу, полученную обобщением опытных данных при  $Re_f = 10^4 \dots 5 \cdot 10^6$  и  $Pr_f = 0.6 \dots 2500$ :

$$\overline{Nu}_{f} = 0.021 \text{Re}_{f}^{0.8} \text{Pr}_{f}^{0.43} (\text{Pr}_{f}/\text{Pr}_{w})^{0.25} \epsilon_{I},$$
 (8.12)

где  $\varepsilon_l$  — поправка на длину трубы. При  $l/d \geqslant 50$   $\varepsilon_l = 1$ , а при l/d < < 50  $\varepsilon_l > 1$ ; числовое значение поправки, зависящее от  $\text{Re}_f$ , приводится в справочной литературе.

Форма поперечного сечения канала влияет на закономерность теплоотдачи при турбулентном течении. Однако для приближенных расчетов этим влиянием можно пренебречь и определять коэффициент теплоотдачи по формуле (8.12) с использованием в качестве определяющего размера эквивалентного диаметра. Для кольцевого канала эта формула дает удовлетворительные результаты при  $d/d_1 = 1 \dots 5.6$ , для щелевого — при  $a/b = 1 \dots 40$ .

Для газов в широком диапазоне изменения температур  $P_r \approx \text{const.}$  Поэтому для конкретных газов формулу (8.12) можно упростить. Например, для воздуха она приводится к виду

$$\overline{Nu}_f = 0.018 \text{Re}_f^{0.8}$$
 (8.13)

Шероховатость поверхности труб и каналов способствует увеличению коэффициента теплоотдачи, но этот фактор проявляется только тогда, когда высота бугорков больше толщины вязкого подслоя.

Расплавленные металлы и сильно ионизированные газы имеют число  $\Pr \ll 1$ . В этом случае молекулярная теплопроводность становится сопоставимой с коэффициентом турбулентного переноса теплоты.

При переходном режиме течения ( $Re=2\cdot 10^3 \dots 10^4$ ) поток весьма неустойчив и его состояние в сильной мере зависит от возмущений, которым он подвергается до входа в канал. Поэтому на переходном режиме надежно можно рассчитать только возможные пределы изменения коэффициента теплоотдачи: верхний предел

определяется закономерностью теплоотдачи при турбулентном течении, нижний — при вязкостном ламинарном течении.

#### 8 8.3. ВЛИЯНИЕ ВНЕШНЕЙ ТУРБУЛЕНТНОСТИ НА ТЕПЛООТДАЧУ

Естественная турбулентность потока, которой он обладает до начала взаимодействия с поверхностью теплообмена, характеризуется обычно значением  $Tu_{\infty} < 0.01$ ; такой уровень внешней турбулентности не оказывает заметного влияния на интенсивность теплоотдачи. Однако в некоторых технических устройствах наблюдается более высокий уровень турбулентности. Например, за камерой сгорания газовой турбины возможно значение Tu = 0.2. Иногда этот уровень искусственио увеличивают с целью интенсификации процессов теплоимассобмена. С помощью турбулизирующих решеток можно получить  $Tu_{\infty} = 0.3 \dots 0.4$  и больше.

Внешняя турбулентность влияет на характер развития и структуру пограничного слоя. Проникновение внешних возмущений в пограничный слой приводит к более ранней потере устойчивости ламинарным пограничным слоем и формированию турбулентного пограничного слоя. Возмущения, проникающие в ламинарный пограничный слой, гасятся ламинарным потоком. При безнапорном течении эти возмущения не оказывают заметного влияния на теплоотдачу, но при наличии продольного градиента давления это влияние может быть существенным. В переходной части пограничного слоя внешняя турбулентность приводит к интенсификации теплоотдачи, а в турбулентной части этого влияния не обнаружено вплоть до степени турбулентности на входе в канал  $Tu_0 = 0.37$ .

При натекании осесимметричной струи на пластину увеличение интенсивности теплоотдачи, обусловленное повышенной турбулентностью потока, можно рассчитать по формуле, полученной Е. П. Дыбаном и А. И. Мазуром с помощью опытов на воздухе при  $Re=(2...9)\,10^4$  (подсчитывается по параметрам сопла) и  $Tu_\infty=0.09...0.2$  (подсчитывается по продольным скоростям на оси струи):

 $\varepsilon_{\text{Tu}} = 1 + 3,06 \cdot 10^{-2} (\text{Tu}_{\infty} \text{Re}^{0.5}) - 3,71 \cdot 10^{-4} (\text{Tu}_{\infty} \text{Re}^{0.5})^2, \quad (8.14)$ 

где  $\epsilon_{Tu}$  — соотношение коэффициентов теплоотдачи при наличии внешней турбулентности и без нее.

Аналогичная формула предложена Кестином и Вудом для теплоотдачи вблизи передней критической точки при обтекании цилиндра воздухом:

$$\varepsilon_{Tu} = 1 + 3.68 \cdot 10^{-2} (Tu_{\infty} Re^{0.5}) - 4.22 \cdot 10^{-4} (Tu_{\infty} Re^{0.5})^{2}$$
. (8.15)

Число Re определяется здесь по диаметру цилиндра.

Внешняя турбулентность влияет на положение точки отрыва потока от поверхности обтекаемого цилиндра. При увеличении Ти от 0,005 до 0,23 наблюдалось увеличение угла отрыва потока от 81 до 88°. Увеличение средней теплоотдачи по данным Е. П. Ды-

бана и других исследователей (Re Tu≤104, Tu≤0,14) определя. ется формулой

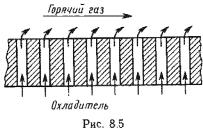
$$\varepsilon_{\text{Tu}} = 1 + 0.09 \, (\text{ReTu}_{\infty})^{0.2} \,.$$
 (8.16)

Здесь число Re определяется по диаметру цилиндра.

#### § 8.4. ТЕПЛООТДАЧА ПРИ ПОДВОДЕ ИНОРОДНОГО ГАЗА В ПОГРАНИЧНЫЙ СЛОЙ

В системе пористого охлаждения в газ-охладитель продувается через пористую стенку и выходит на поверхность, омываемую горячим потоком газа.

Поперечный поток охладителя на поверхности соприкосновения горячего газа со стенкой (рис. 8.5) изменяет условия течения в пограничном слое. Вытекающий из пор охладитель уменьшает скорость движения горячего газа вблизи стенки и оттесняет от стенки пограничный слой. Поэтому увеличивается толщина дина-

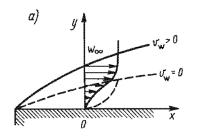


мического пограничного (рис. 8.6, а). Уменьшение градискорости у поверхности стенки приводит к уменьшению напряжения трения.

Экспериментальное исследотурбулентной структуры пограничного слоя показывает, что в непосредственной близости от стенки вдувание газа приводит к гашению турбулентности,

при этом с увеличением расхода вдуваемого газа максимум Ти сдвигается к внешней границе пограничного слоя, а по значению превышает Титах для непроницаемой поверхности.

Подвод инородного газа к поверхности теплообмена ведет к уменьшению устойчивости ламинарного слоя и потому переход К



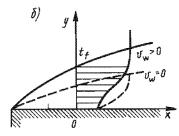


Рис. 8.6

<sup>\*</sup> Система пористого охлаждения будет рассмотрена в гл. 17.

турбулентному пограничному слою происходит при меньших значениях числа Re.

При подводе охладителя к поверхности теплообмена увеличивается также толщина теплового пограничного слоя и температурное поле приобретает вид, показанный на рис. 8.6, б. Температурный градиент около поверхности стенки уменьшается, соответственно уменьшается и интенсивность теплоотдачи.

Изменение интенсивности теплообмена при подводе инородного газа в пограничный слой зависит от плотности потока массы этого газа  $[g_w, \kappa r/(M^2 \cdot c)]$ . С увеличением плотности потока массы охладителя интенсивность теплообмена уменьшается. При большой плотности возможна практически полная тепловая изоляция горячего потока от поверхности теплообмена.

Явление теплоотдачи при подводе инородного газа в пограничный слой описывается системой дифференциальных уравнений, в которую кроме уравнений движения, сплошности, теплоотдачи и энергии входит уравнение массообмена.

Граничные условия для этой задачи также имеют особенности. При вдувании газа в пограничный слой скорость  $w_y$  (по нормали к стенке) отличается от нуля. Она равна скорости охладителя  $v_w$ , подсчитанной в предположении равномерного распределения массового потока охлаждающего газа по поверхности теплообмена.

Уравнения, описывающие теплоотдачу при вдувании газа в пограничный слой, решаются численными методами, а после приведения их к интегральной форме — полуэмпирическими методами. Это явление исследуется также экспериментальным путем.

Анализ системы дифференциальных уравнений и граничных условий методами теории подобия позволяет заключить, что для вынужденного движения газа влияние поперечного потока вещества отражается в уравнении подобия следующими безразмерными комплексами:

$$/ K = \frac{\dot{g}_{wl}}{\gamma \rho}; \frac{m_f}{m_a}; \frac{c_{pf}}{c_{pa}},$$

где l — определяющий размер;  $m_{\rm B}$  и  $m_f$  — молярные массы охладителя и горячего газа;  $c_{p_{\rm B}}$  и  $c_{p_f}$  — удельные теплоемкости охладителя и горячего газа.

Параметрические числа подобия  $m_f/m_B$  и  $c_{pB}/c_{pf}$  отражают разницу в свойствах основного и вдуваемого потоков газа. Учитывая, что теплоемкость газа зависит от его молярной массы, при обобщении опытных данных по теплообмену для различных пар компонентов иногда используется только первое из этих чисел подобия.

Для ламинарного пограничного слоя вместо числа K часто используется число K/V  $Re_x$ . Так как

$$\dot{g}_{\mathbf{w}} = \rho_{\mathbf{w}} v_{\mathbf{w}}, \tag{8.17}$$

$$\frac{K}{V - Re_{x}} = \frac{K}{Re_{x}} V - \frac{Re_{x}}{Re_{x}} = \frac{\rho_{w} v_{w}}{\rho_{w}} V - \frac{Re_{x}}{Re_{x}}$$
(8.18)

Для турбулентного пограничного слоя вместо числа K используется число K/Re<sub>x</sub>:

$$B' = \frac{K}{Re_x} = \frac{\rho_w v_w}{\rho w_w}$$
 (8.19)

Кроме того, используются числа  $B_0$  и B, которые часто называют параметрами проницаемости:

$$B_0 = \frac{1}{St_0} \frac{\rho_w v_w}{\rho w_\infty}; B = \frac{1}{St} \frac{\rho_w v_w}{\rho w_\infty}. \tag{8.20}$$

Число St включает в себя коэффициент теплоотдачи при вдувании газа в пограничный слой, а число  $St_0$  — коэффициент теплоотдачи без вдувания.

Количественные соотношения для коэффициента теплоотдачи при вдувании газа через поверхность теплообмена зависят прежде всего от структуры пограничного слоя и физических свойств вдуваемого и основного потоков газа.

Обработка результатов численного анализа теплоотдачи плоской пластины в условиях подвода инородного газа в ламинарный пограничный слой, полученных Гроссом, Хартнетом и др. при использовании различных видов газов-охладителей, позволила получить следующую связь коэффициентов теплоотдачи при вдувании охладителя а и для непроницаемой стенки а<sub>0</sub>:

$$\varepsilon_{\rm s} = \frac{\alpha}{\alpha_0} = 1 - 1.82 \left(\frac{m_f}{m_{\rm s}}\right)^{1/s} \frac{\rho_{\rm w} v_{\rm w}}{\rho w_{\infty}} V \overline{\rm Re}_x . \tag{8.21}$$

Здесь  $m_{\rm B}$  и  $m_f$  — молярные массы охладителя и воздуха. Величина  $\rho_w$  определяется по температуре стенки, величины  $\rho$  и  $\nu$ , входящие в число  ${\rm Re}_x$ — по средней температуре пограничного слоя  $t_m$ .

В. Д. Совершенный получил решение рассматриваемой задачи для турбулентного пограничного слоя на пластине при одинаковой природе основного и вдуваемого газа на основе полуэмпирической теории Прандтля и предположения о степенном законе для длины перемешивания. Решение удовлетворительно согласуется с экспериментальными данными. Аппроксимация результатов этого решения позволила получить следующую расчетную формулу:

$$\mathbf{e_s} = \frac{\alpha}{\alpha_0} = B_0 \exp\left(\frac{1 - Pr}{1 + Pr} B_0\right) / \left[1 + \frac{2}{1 + Pr} B_0 \exp\left(\frac{B_0}{1 + Pr}\right) - \exp\left(\frac{1 - Pr}{1 + Pr} B_0\right)\right].$$
(8.22)

Результаты экспериментального исследования теплоотдачи при вдувании в турбулентный пограничный слой воздушного потока

газов различной природы при  $B_0 c_{p_B}/c_{p_f} = 0...30$  и  $m_f/m_B = 0.24...$  14,5 позволили получить следующую формулу:

$$\frac{\langle \alpha' \rangle}{\langle \alpha \rangle} = \exp\left\{0.48B_0 \frac{c_{pf}}{c_{pB}} \left[1 - 1.575\ln\left(\frac{m_f}{m_B} + 0.89\right)\right]\right\}. \quad (8.23)$$

Здесь  $\alpha'$  характеризует интенсивность теплоотдачи при вдувании c учетом отличия физических свойств вдуваемого газа от свойств газа в основном потоке. Величина  $\alpha$  этих отличий не учитывает и подсчитывается по формуле (8.22).

Теоретические и экспериментальные исследования процессов теплоотдачи при подводе инородного газа в пограничный слой позволили выявить основные факторы, определяющие эффективность этого способа уменьшения интенсивности теплообмена.

Интенсивность теплоотдачи существенно зависит от природы газа. Из формул (8.21) и (8.23) видно, что уменьшение молярной массы охладителя при прочих равных условиях ведет к уменьшению коэффициента теплоотдачи. Это положение иллюстрируется графиками (рис. 8.7), построенными по результатам опытного исследования теплоотдачи на пластине при турбулентном пограничном слое. Линия

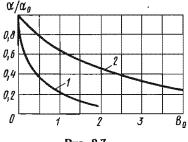


Рис. 8.7

1 соответствует вдуванию гелия в воздух, линия 2—воздуха в воздух. Высокая эффективность использования легких газов для уменьшения интенсивности теплообмена обусловлена, главным образом, большей их теплоемкостью.

Влияние вдувания газа на интенсивность теплообмена зависит от структуры пограничного слоя. При ламинарном пограничном слое благодаря вдуванию интенсивность теплообмена снижается значительнее, чем при турбулентном пограничном слое.

Рассмотренные выше количественные соотношения относятся, главным образом, к теплоотдаче при безнапорном обтекании пластины. Для ламинарного пограничного слоя градиент давления оказывает существенное влияние на интенсивность теплоотдачи при вдувании. Отрицательные градиенты давления при прочих равных условиях увеличивают поток теплоты к стенке, а положительные — уменьшают интенсивность теплообмена. При турбулентном пограничном слое влияние градиента давления на интенсивность теплообмена менее существенно.

#### § 8.5. ВЛИЯНИЕ НЕСТАЦИОНАРНОСТИ НА ТЕПЛООТДАЧУ

Различают тепловую и гидродинамическую нестационарность процесса. Тепловая нестационарность состоит в том, что изменяется во времени температура

стенки, температура теплоносителя на входе в канал или плотность теплового потока на поверхности теплообмена; гидродинамическая нестационариость состоит в изменении во времени расхода теплоносителя через канал или его скорости при внешнем обтекании тела.

При быстром изменении граничных условий температурные и скоростные поля не успевают прийти в соответствие с квазистационарным состоянием системы; для турбулентных течений изменяются также условия формирования турбулентных характеристик.

Все это приводит к изменению интенсивности теплоотдачи. После резкого изменения граничных условий интенсивность теплоотдачи может увеличиваться или уменьшаться, причем отклонение интенсивности теплоотдачи от стационарных закономерностей может иметь место в течение периода времени от десятых долей до десятков секунд. Такие условия теплообмена наблюдаются при запуске ракетных двигателей, при аварийном выключении ядерного реактора и т. д.

Изменение температурных полей во времени зависит не только от процессов, протекающих в жидкостя, но и от теплоемкости и термического соприкосновения стенки, с поверхностью которой взаимодействует поток. Поэтому строго задача о теплообмене в нестационарных условиях должна ставиться как сопряженная, при этом должна решаться система уравнений, состоящая из уравнения теплопроводности для стенки и уравнений энергии, движения и сплошности для теплоносителя; на границе соприкосновения теплоносителя со стенкой температура поверхности и плотность теплового потока для стенки и жидкости одинаковы.

Решение сопряженных задач для нестационарного теплообмена связано с большими математическими трудностями. Поэтому большое распространение получили исследования, в которых температура или плотность теплового потока на границе раздела теплоносителя и стенки считаются заданными, а влияние нестационарности на теплообмен оценивается по изменению коэффициента теплоотдачи.

Влияние нестационарности на теплоотдачу исследуется теоретическим и экспериментальным путем. При теоретическом исследовании часто привлекаются численные методы решения уравнений. При теоретическом исследовании теплоотдачи в турбулентных потоках не учитывается влияние нестационарности на формирование турбулентных характеристик, поэтому результаты теоретического анализа занижают степень влияния нестационарности на теплоотдачу.

Анализ размерностей с привлечением физических представлений о влиянии нестационарности на коэффициент теплоотдачи позволил выявить ряд чисел подобия, отражающих это влияние. Так, при исследовании нестационарной теплоотдачи турбулентных потоков в трубах широко применяется следующая функциональная

$$\varepsilon_{\tau} = f(K_{\Delta t}, K_{Q}, Re, Pr),$$
 (8.24)

где  $\epsilon_{\tau} = \alpha/\alpha_0$ ;  $\alpha$  — коэффициент теплоотдачи с учетом нестационарности;  $\alpha$  — коэффициент теплоотдачи для квазистационарного состояния системы, который рассчитывается по закономерностям стационарной теплоотдачи в каждый текущий момент времени;  $K_{\Delta t} = \frac{1}{\Delta t} \setminus \frac{d(\Delta t)}{d\tau} = \frac{d^2}{a}$  — число подобия, отражающее влияние тепловой нестационарности на коэффициент теплоотдачи;  $\Delta t$  — температуроный напор; d — внутренний диаметр трубы; a — температуро-

проводность;  $K_G = \frac{1}{\overline{w}} \frac{dw}{dr} \frac{d^2}{v}$  — число подобия, отражаю-

щее влияние гидродинамической нестационарности на коэффициент теплоотдачи;  $\overline{w}$  — среднерасходная скорость жидкости; v — кинематическая вязкость.

Следует заметить, что при изменении расхода жидкости через канал (число  $K_G$ ) изменяется и температура поверхности теплообмена (число  $K_{\Delta t}$ ). Значения чисел  $K_{\Delta t}$  и  $K_G$  могут быть положительными и отрицательными.

Числа Re и Pr входят в зависимость (8.24) потому, что они не в одинаковой мере влияют на нестационарную и стационарную теплоотдачу. Влияние неизотермичности на  $\alpha$  и  $\alpha_0$  можно считать одинаковым.

Опыты показывают, что увеличение числа Re сопровождается уменьшением влияния нестационарности на коэффициент теплоотдачи, так как при развитой турбулентности влияние нестационарности на характеристики переноса становится слабым. При увеличении числа Pr влияние нестационарности на теплоотдачу также уменьшается. Например, при  $Re=idem\$ и  $K_{\Delta t}=10$  для воздуха  $\epsilon_{\tau}=1,2...1,3$ , а для воды  $(Pr=3...11)\$  $\epsilon_{\tau}\approx 1,06.$  С увеличением чисел Re и Pr сокращается также продолжительность стабилизации процесса теплоотдачи.

И. С. Коненов и В. Ф. Фалий предложили зависимость (8.24) в форме

$$\varepsilon_{\tau} = 1 + m_1 \mathcal{K}_{\Delta t} + m_2 \mathcal{K}_G, \tag{8.25}$$

где  $m_1$  и  $m_2$  — функции чисел Re и Pr.

Функциональные зависимости  $m_1$  (Re, Pr) и  $m_2$  (Re, Pr) изучены слабо. Для расчета коэффициента теплоотдачи при одновременном воздействии на поток тепловой и гидродинамической нестационарности функции  $m_1$  и  $m_2$  в формуле (8.25) заменяют числовыми коэффициентами, отражающими усредненные значения этих функций в диапазоне изменения чисел Re и Pr, которые наблюдались в опытах. Так, на основе опытов, проведенных при  $Re=1.5\cdot 10^4 \dots 10^5$ ,  $Pr=2.4 \dots 8.5$ ,  $K_{\Delta t}=-450 \dots 450$ ,  $K_G=-360 \dots 360$ , И. С. Коче-

$$\varepsilon_{\tau} = 1 + 0.0012 K_{\Delta t} + 0.00085 K_{G}.$$
 (8.26)

Таким образом, быстрое увеличение тепловой нагрузки, температуры стенки и расхода теплоносителя вызывает увеличение коэффициента теплоотдачи, а уменьшение этих параметров снижает интенсивность теплоотдачи.

#### § 8.6. ТЕПЛООТДАЧА ДИСПЕРСНЫХ ПОТОКОВ

В теплотехнических устройствах широкое распространение получили газовые потоки с распределенными в них твердыми или жидкими частицами. Такие потоки будем называть дисперсными. Дисперсные потоки наблюдаются в топках при сжигании пылевидного твердого топлива, в камерах сгорания ракетных двигателей твердого топлива при горенни смесевых топлив с металлическими присадками, при конденсации пара в паровых турбинах и т. д. Примешивание твердых частиц к газу может использоваться как средство инпенсификации процесса теплообмена в каналах теплообменной аппаратуры.

Важнейшей характеристикой дисперсных потоков является соотношение массовых расходов конденсированных частиц  $G_s$  и газа  $G_r$ :

$$\beta = G_s/G_r. \tag{8.27}$$

Процессы взаимодействия частиц, а также взаимодействия дисперсного потока с поверхностью стенки более строго определяются местной объемной долей конденсированных частиц

$$\kappa = V_s / (V_s + V_r), \tag{8.28}$$

где  $V_s$  и  $V_{\rm r}$  — объемы системы или ее элемента, занятые частицами и газом.

В зависимости от концентрации частиц в потоке различают слабозапыленные потоки ( $\varkappa$ <0,00035), потоки газовзвеси ( $\varkappa$ =0,00035...0,03), флюидные потоки ( $\varkappa$ =0,03...0,3) и потоки в плотной фазе ( $\varkappa$ >0,3). В продуктах сгорания твердых ракетных топлив объемная доля конденсированных частиц  $\varkappa$   $\approx$ 0,001...0,03 ( $\beta$ =0,1...4). Следовательно, в ракетных двигателях имеют место потоки газовзвеси. В потоках газовзвеси наиболее интенсивен рост коэффициента теплоотдачи с увеличением концентрации твердых частиц, и, стало быть, этот вид дисперсных потоков представляет наибольший интерес для использования в качестве рабочих тел теплообменной аппаратуры. Поэтому дальше рассматриваются только потоки газовзвеси при течении их в трубах и каналах.

В зависимости от диаметра частицы  $d_s$  различают высокодисперсные ( $d_s < 1$  мкм), тонкодисперсные ( $1 < d_s < 20$  мкм) и грубодисперсные ( $20 < d_s < 200$  мкм) частицы.

Различают монодисперсные и полидисперсные системы. В первом случае все частицы, входящие в систему, имеют одинаковый размер, во втором случае размеры частиц различны.

Присутствие конденсированных частиц в газовом потоке существенно изменяет процессы гидродинамического и теплового взаимодействия газового потока со стенкой и дополняет их взаимодействием конденсированных частиц между собой и с поверхностью теплообмена. Воздействие конденсированных частиц на газовый поток и на процессы взаимодействия дисперсного потока с поверхностью твердого тела зависит главным образом от характера движения частиц в газе, который, в свою очередь определяется силами, воздействующими на частицы.

Характер движения частиц в потоке определяется совокупностью действующих на них поверхностных и массовых сил.

Одна из основных поверхностных сил — сила аэродинамического сопротивления. Для случая, когда размер частиц значительно больше средней длины пробега молекул газа, сила аэродинамического сопротивления  $\overrightarrow{P}_c$  определяется выражением

$$\overrightarrow{P_c} = \frac{c_f}{2} f \mid \overrightarrow{w} - \overrightarrow{v} \mid (\overrightarrow{w} - \overrightarrow{v}) \rho_r, \qquad (8.29)$$

где  $c_f$  — коэффициент сопротивления частицы; f — площадь миделя частицы; w и v — скорости движения газовой среды и частиц;  $\rho_r$  — плотность газа.

Специфическая запись квадрата относительной скорости в формуле (8.29) позволяет получить правильный знак силы сопротивления. На характер движения частиц могут влиять также гравитационные массовые силы, силы Жуковского, обусловленные изменением скорости потока по радиусу трубы, силы Магнуса, возникающие из-за вращения частиц, и др. В турбулентном дисперсном потоке поперечное перемещение частиц может возникнуть также под влиянием поперечных пульсаций скорости.

Движение частиц относительно газа и особенно их поперечные перемещения ведут к интенсификации процессов теплоотдачи между дисперсным потоком и стенкой. Основной вклад в интенсификацию теплоотдачи вносят процессы взаимодействия частиц с несущим газом в пристенной области.

При  $\beta \gg 5$  увеличение концентрации частиц ведет к увеличению интенсивности теплоотдачи дисперсного потока со стенками прямого канала. При  $\beta = 0...5$  присутствие частиц в газе слабо влияет на теплоотдачу; в этих условиях коэффициент теплоотдачи обычно несколько меньше, чем в незапыленном потоке.

Размер частиц также влияет на интенсивность процесса теплоотдачи дисперсного потока. Чем меньше этот размер, тем интенсивнее поперечные перемещения частиц, обусловленные пульсационным движением газа, и тем выше интенсивность теплоотдачи.

Из физических свойств газа и частиц существенное влияние на интенсивность теплоотдачи оказывает соотношение плотностей вещества частиц и газа и их удельных теплоемкостей. Увеличение

этих соотношений усиливает вклад частиц в интенсификацию теплоотдачи дисперсного потока. Степень влияния этих факторов возрастает с уменьшением размера частиц.

Твердые частицы после соударения со стенкой, как правило, снова попадают в поток газа. Вероятность осаждения жидких частиц на поверхности значительно выше. Жидкие частицы, осевшие на поверхность, при определенных условиях образуют пленку. Пленка жидкости представляет собой дополнительное термическое сопротивление и способствует уменьшению интенсивности теплообмена между дисперсным потоком и стенкой. Однако одновременно возникает и интенсифицирующий теплоотдачу эффект: попавшие в пленку частицы передают ей всю избыточную энтальпию, поэтому роль частиц в непосредственном переносе теплоты к стенке возрастает.

Многогранный характер влияния частиц на теплоотдачу дисперсного потока затрудняет построение аналитического метода расчета теплоотдачи.

При обобщении результатов экспериментального исследования дисперсных потоков в трубах и каналах влияние концентрации частиц на теплоотдачу учитывается с помощью отношения расходов  $\beta$ , влияние физических свойств — отношением теплоемкостей вещества частиц и газа  $c_s/c_{pr}$ ; отношение плотностей вещества частиц и газа обычно не вводится в уравнение подобия из-за малого изменения их при опытном исследовании. Влияние размера частиц и системы на теплоотдачу часто учитывается с помощью параметрического критерия  $d/d_s$  (d — диаметр трубопровода).

Для определения средних коэффициентов теплоотдачи в длинных трубах предложен ряд формул, которые обобщают главным образом результаты экспериментов в потоках, содержащих графитовые частицы. В. С. Носов предложил следующую формулу:

$$\varepsilon_{\kappa} = 1 + 0.512 \text{Re}^{-0.3} \left( \frac{d}{d_s} \right)^{0.427} \beta^{0.76} \frac{c_s}{c_{pr}},$$
 (8.30)

которая обобщает результаты опытов при  $\beta < 45$ ,  $Re = 8 \cdot 10^3$  ...  $5 \cdot 10^4$ ,  $d/d_s = 21.5$  ... 2420,  $d_s = 10$  ... 1160 мкм. Здесь  $\epsilon_\kappa = \alpha/\alpha_0$ , а  $\alpha$  и  $\alpha_0$  — коэффициенты теплоотдачи дисперсного и незапыленного потоков. В опытах наблюдались значения  $\epsilon_\kappa$ , близкие к восьми при  $\beta > 30$ .

#### ГЛАВА 9

# теплоотдача в полях массовых сил

В настоящей главе рассматриваются процессы, в которых инерционные и гравитационные силы (массовые) оказывают существенное влияние на интенсивность теплоотдачи или целиком ее определяют.

#### § 9.1. ОСОБЕННОСТИ ДВИЖЕНИЯ ТЕПЛОНОСИТЕЛЯ В ПОЛЯХ МАССОВЫХ СИЛ

При установившемся течении частицы жидкости или газа находятся под действием сил давления, обусловленных внешним механическим воздействием и создающих вынужденное движение потока, вязкостных сил, возникающих в результате внутреннего трения, и массовых сил, возникающих в результате воздействия силового поля на движущуюся жидкость. Воздействие массовых сил на поток также сопровождается возникновением сил давления. Инерционные массовые силы возникают при криволинейном движении теплоносителя, а также при ускоренном или вращательном движении системы, в которой имеются потоки жидкости. Гравнтационные массовые силы возникают в результате воздействия на жидкость ускорения силы тяжести.

Массовые силы могут оказывать на поток активное или консервативное воздействие. В первом случае массовые силы способствуют развитию случайных возмущений, увеличению составляющих пульсационных скоростей по направлению действия массовой силы и могут привести к образованию вторичных течений. Во втором слу-

чае массовые силы подавляют случайные возмущения и способствуют уменьшению составляющих пульсационных скоростей по направлению действия массовой силы.

Рассмотрим движение жидкости по криволинейной траектории (рис. 9.1). Частица жидкости I перемещается по криволинейной траектории радиуса r в том случае, если массовая центробежная сила F уравновешена силой F', обусловленной градиентом давления. Градиент давления является результатом воздействия стенки на поток.

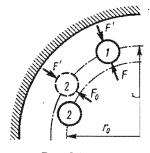


Рис. 9.1

Если частица 2 под действием случайных причин переместилась с траектории радиуса  $r_0$  на траекторию радиуса r, то действующая на нее сила в общем случае не равна F, поэтому  $F_0 \neq F'$ . Обозначим

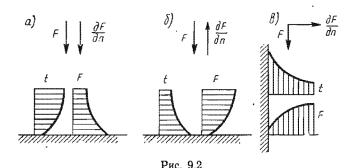
$$\Delta F = F' - F_0. \tag{9.1}$$

При  $\Delta F > 0$   $F' > F_0$  и частица будет стремиться вернуться на первоначальную траекторию, т. е. массовая сила оказывает консервативное воздействие на поток. При  $\Delta F < 0$   $F' < F_0$  и массовые силы способствуют развитию случайного перемещения, т. е. оказывают активное воздействие на поток.

Характер воздействия массовых сил на поток связан с распределением массовых сил в системе. Для выявления этой связи рассмотрим движение жидкости, обусловленное неоднородностью температуры в поле гравитационных массовых сил.

На рис. 9.2, a показано распределение температуры и массовой силы  $F = g\rho$  около горизонтальной стенки, охлаждающей жидкость. В этих условиях массовые силы не вызывают циркуляции жидкости, а если она имеет вынужденное движение вдоль поверхности

теплообмена, то массовые силы способствуют подавлению возмущений, обусловленных вынужденным движением. Поэтому массовые силы имеют здесь консервативный характер. В рассматриваемой системе плотность жидкости и обусловленная ею массовая сила уменьшаются по мере удаления от стенки и, следовательно, векторы F и  $\partial F/\partial n$  совпадают по направлению (в производной сила F берется по модулю).



При нагреве жидкости около горизонтальной стенки, изображенной на рис. 9.2,  $\delta$ , массовые силы способны вызвать циркуляцию, т. е. они имеют активный характер. В этом случае векторы F и  $\partial F/\partial n$  имеют противоположные направления.

При свободном движении около вертикальной стенки (рис. 9.2,  $\theta$ ) массовые силы также вызывают конвективные токи, а векторы F и  $\partial F/\partial n$  взаимно перпендикулярны.

Рассмотренные примеры показывают, что при совпадении направлений векторов F и  $\partial F/\partial n$  массовые силы имеют консервативный характер, при несовпадении — активный. Это правило может быть использовано для оценки характера воздействия массовых сил на потоки в полях инерционных массовых сил.

Воздействие массовых сил на структуру потока не исчерпывается их непосредственным влиянием на характер движения частиц жидкости. Благодаря полю массовых сил существенно изменяется распределение скоростей — изменяется профиль продольной скорости, появляется тангенциальная и радиальная составляющие скорости, а в итоге — изменяется неоднородность скоростного поля, от которой также существенно зависят условия возникновения турбулентности и уровень пульсационного движения.

### § 9.2. ДОПОЛНИТЕЛЬНОЕ УСЛОВИЕ ПОДОБИЯ ПОТОКОВ В ПОЛЯХ МАССОВЫХ СИЛ

Массовые силы влияют на распределение скоростей жидкости в потоке, а от этого распределения зависит интенсивность теплоотдачи. Поэтому дополнительное условие подобия таких потоков можно получить из анализа дифференциального уравнения движения,

Для выявления дополнительного условия подобия потоков, обусловленного влиянием инерционных массовых сил на движение жидкости и ее теплообмен со стенкой, дифференциальное уравнение движения должно быть записано в неинерциальной системе координат. Для этого при рассмотрении явлений во вращающихся или поступательно движущихся с ускорением аппаратах систему координат удобно связать с движущимся аппаратом, а в неподвижных аппаратах (например, при движении жидкости в неподвижной криволинейной трубе)—с движущейся жидкостью. При таком выборе координат массовая сила войдет в уравнение движения в явном виде — она будет внешней по отношению к рассматриваемому движению.

Если вдоль какой-либо оси координат действует массовая сила или ее составляющая, то (рассматривается ось z)

$$\frac{\partial p}{\partial z} = \left(\frac{\partial p}{\partial z}\right)_{M} + \left(\frac{\partial p}{\partial z}\right)_{L}, \tag{9.2}$$

где  $(\partial p/\partial z)_{\rm M}$  и  $(\partial p/\partial z)_{\rm M}$  — градиенты давления, обусловленные массовыми силами и силами давления.

Следовательно, влияние массовых сил на течение жидкости будет связано с появлением в уравнении движения разности  $F = (\partial p/\partial z)_{\rm M}$  (предполагается, что массовая сила параллельна оси z). Как было показано на примере гравитационного поля массовых сил в § 2.4 (часть вторая), эта разность сводится к разности массовых сил в двух точках системы:

$$F - \left(\frac{\partial p}{\partial z}\right)_{M} = F - F_{0} = \Delta F, \tag{9.3}$$

где  $\Delta F$  — избыточная массовая сила.

Таким образом, массовые силы могут вызвать движение жидкости или изменить его форму только при неоднородном поле массовых сил, т. е. при  $\Delta F \neq 0$ .

После подстановки (9.3) в (2.32) анализ уравнения движения методами подобия позволяет получить дополнительное число подобия, характеризующее влияние массовых сил на поток,

$$K = \frac{l\Delta F}{\rho w^2} . \tag{9.4}$$

При отсутствии вынужденного движения скорость потока не входит в условия однозначности. Поэтому умножением числа K на  $Re^2$  можно получить более удобное для практического использования число P:

$$P = KRe^2 = \frac{I^3 \Delta F}{\rho v^2}$$
 (9.5)

При оценке чисел подобия под избыточной силой  $\Delta F$  следует

понимать разность между максимальной и минимальной массовыми силами.

Для системы с постоянным ускорением, определяющим массовую силу, избыточная массовая сила записывается формулой  $\Delta F = j\Delta \rho$ , поэтому число P превращается в обобщенное число A рхимеда

$$Ar = \frac{jl^3}{v^2} - \frac{\Delta \rho}{\rho} , \qquad (9.6)$$

где j — ускорение, определяющее массовую силу, а при отсутствии фазовых превращений — в обобщенное число  $\Gamma$  расгофа

$$Gr = \frac{-jl^3}{\gamma^2} \beta \Delta t. \tag{9.7}$$

При изучении изотермических несжимаемых потоков число Р приводится к ч и с л у S:

$$S = \frac{l^3 \Delta j}{r^2}. \tag{9.8}$$

Для числа S за определяющий размер выбирают расстояние между точками поперечного сечения потока, в которых массовая сила имеет максимальное и минимальное значения.

Число S можно использовать также и в неизотермических системах, где избыточная массовая сила определяется в основном изменением ускорения, характеризующего массовую силу.

Заметим, что число Р и его частные формы определяют не только возможные виды движения жидкости под действием массовых сил, но и уровень турбулентности.

### § 9.3. ТЕПЛООТДАЧА ПРИ СВОБОДНОМ ДВИЖЕНИИ В ГРАВИТАЦИОННОМ ПОЛЕ

В гравитационном поле свободное движение возникает в результате различной плотности холодных и горячих объемов теплоносителя. Нагреваемые от стенки объемы теплоносителя всплывают, а охлаждаемые опускаются.

Характер движения теплоносителя около стенки зависит от формы поверхности, ее положения в пространстве и направления

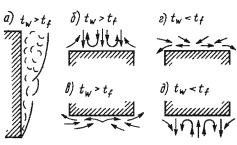


Рис. 9.3

теплового потока. На рис. 9.3 показана картина движения теплоносителя около охлаждаемой вертикальной стенки (a), около охлаждаемых (b, a) и около нагреваемых (a, b) горизонтальных поверхностей.

Движение теплоносителя вдоль охлаждаемой вертикальной стенки в нижней части имеет ламинарный характер, выше — переходный, а затем — турбулентный. В случае нагреваемой стенки теплоноситель перемещается сверху вниз, а характер течения изменяется в той же последовательности. Режим течения определяется главным образом температурным напором, с увеличением которого сокращается длина участка, занятого ламинарным потоком, и увеличивается зона турбулентного движения. На участке ламинарного движения коэффициент теплоотдачи уменьшается в соответствии с увеличением толщины ламинарного слоя теплоносителя, а в переходной области — увеличивается. В зоне турбулентного движения коэффициент теплоотдачи имеет практически одинаковое значение для всей поверхности.

Теплоотдача около плоских горизонтальных поверхностей зависит от их расположения и направления теплового потока. В схемах движения  $\mathfrak s$  и  $\mathfrak s$  поверхность стесняет движение теплоносителя и потому теплообмен протекает менее интенсивно, чем в случаях  $\mathfrak s$  и  $\mathfrak d$ .

Для исследования теплоотдачи при свободном движении используются аналитический, численный и экспериментальный методы. Два первых метода применяются главным образом для ламинарных течений.

Теплоотдача при свободном движении около горизонтальных и вертикальных пластин, около горизонтальных цилиндров и сфер имеет свои особенности. Поэтому, строго говоря, расчетные соотношения для теплоотдачи при различных формах и расположении поверхностей должны быть различными. Однако этот фактор при свободной конвекции играет второстепенное значение. Поэтому М. А. Михеев предложил для расчета теплоотдачи при свободном движении единое уравнение подобия для тел различной конфигурации. Обобщение проведено с использованием числа Рэлея Ra — GrPr, которое оказывает решающее влияние на интенсивность теплоотдачи при определяющей роли термического сопротивления вязкого подслоя. В этом случае при анализе подобия субстанциальной производной скорости в уравнении движения пренебрегают.

Анализ многочисленных экспериментальных исследований теплоотдачи при свободном движении воздуха, воды, масел и других теплоносителей (Pr>0,7) в неограниченном пространстве, выполненный академиком М. А. Михеевым, показал, что для средних коэффициентов теплоотдачи можно записать уравнение подобия, которое справедливо для различных форм поверхности теплообмена:

$$\overline{\mathrm{Nu}}_{m} = c \mathrm{Ra}_{m}^{n} \,. \tag{9.9}$$

Значения величин c и n в этом уравнении зависят от числа Рэлея и приведены ниже:

| Ra. |  |  | $10^{-3} \dots 5 \cdot 10^{2}$ | $5 \cdot 10^2 \dots 2 \cdot 10^7$ | $2 \cdot 10^7 \dots 10^{13}$ |
|-----|--|--|--------------------------------|-----------------------------------|------------------------------|
| с.  |  |  | 1,18                           | 0,54                              | 0,135                        |
| n . |  |  | 1/8                            | 1/4                               | 1/3                          |

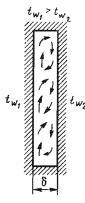


Рис. 94

За определяющую здесь принята средняя температура пограничного слоя. Определяющий размер зависит от формы и расположения поверхности теплообмена: для труб и шаров за определяющий размер следует принимать их диаметр, для вертикальных плит — их высоту, для горизонтальных плоских поверхностей — наименьший горизонтальный размер.

Для горизонтальных плоских поверхностей, движение теплоносителя около которых соответствует схемам, показанным на рис. 9.2,  $\delta$ ,  $\delta$ , полученное из уравнения (9.9) значение коэффициента теплоотдачи надо увеличить на 30%, а для схем, показанных на рис. 9.3,  $\delta$ ,  $\delta$ ,  $\delta$ , — уменьшить на 30%.

Три диапазона изменения числа Рэлея, указанные выше, соответствуют различным режимам теп-

лообмена. При  $Ra=10^{-3}...5\cdot 10^2$  имеет место режим псевдотеплопроводности, при котором движение среды почти не отражается на переносе теплоты. При  $Ra=5\cdot 10^2...2\cdot 10^7$  течение носит ламинарный, а при  $Ra=2\cdot 10^7...10^{13}$ — турбулентный характер.

 Характер свободного движения теплоносителя в ограниченном пространстве зависит ог формы и взаимного расположения поверхностей, образующих прослойку, а также от расстояния между ними.

При теплоотдаче в замкнутом пространстве перенос теплоты осуществляется одним и тем же теплоносителем, который циркулирует между горячей и холодной стенками, образуя замкнутые контуры (рис. 9.4). В этом случае трудно отделить теплоотдачу около охлаждаемой и нагреваемой поверхностей. Поэтому процесс теплообмена в замкнутой прослойке оценивают в целом, определяя плотность теплового потока формулой теплопроводности

$$q = \frac{\lambda_{9KR}}{\delta} (t_{w1} - t_{w2}), \tag{9.10}$$

где  $\lambda_{2KB}$  — эквивалентная теплопроводность;  $\delta$  — толщина прослойки.

Эквивалентная теплопроводность учитывает интенсивность циркуляции в прослойке и определяется через теплопроводность теплоносителя формулой

$$\lambda_{9KB} = \varphi_K \lambda$$
,

где фи — коэффициент конвекции.

Опытное исследование теплоотдачи в замкнутом пространстве показало, что независимо от формы прослойки коэффициент конвекции можно определить из уравнения

$$\varphi_{\kappa} = c \operatorname{Ra}_{f}^{n}, \qquad (9.11)$$

в котором значения c и n зависят от числа Рэлея. При  $\mathrm{Ra}_{f}{=}10^{3}$  ...

...  $10^6$  c = 0.105 и n = 0.3, при  $Ra_i = 10^6$  ...  $10^{10}$  c = 0.4 и n = 0.2. При Ra₁≤103 Фн=1, т. е. циркуляция отсутствует и теплота передается только теплопроводностью.

В уравнении (9.11) за определяющую выбрана средняя температура теплоносителя, равная полусумме температур стенок, а за определяющий размер — толщина прослойки δ.

### § 9.4. ТЕПЛООТДАЧА ПРИ СВОБОДНОМ ДВИЖЕНИИ в инерционном поле

Когда изменение плотности в системе является единственной или основной причиной неоднородности поля массовых сил, механизм взаимодействия потока со стенкой в гравитационном и инерционном силовых полях одинаков, но инерционное силовое поле отличается большим ускорением, характеризующим поле, и соответственно большим числом Рэлея. Во вращающихся системах инерционвое ускорение изменяется по радиусу вращения.

Рассмотрим пример теплоотдачи при свободном движении в инерционных силовых полях: теплообмен в замкнутом пространстве между вращающимися дисками с различной температурой пло-

ских поверхностей. На рис. 9.5 показано направление движения жидкости в пограничных слоях при  $t_1 > t_2$  (пограничные слои не взаимодействуют между собой).

Опытное исследование теплообмена вращающемся замкнутом зазоре, заполненном водой, показало, что при небольших температурных напорах конвективное движение не возникает. При увеличении температурного напора сначала возникает ламинарный пограничный слой, затем турбулентный. С увеличением скорости вращения число Рэлея, соответствующее началу конвективного движения, возрастает. свидетельствует о стабилизирующем влиянии вращения на движение жидкости.

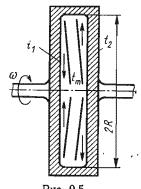


Рис. 9.5

Радиальное перемещение жидкости вдоль поверхности диска приводит к возникновению кориолисовых сил, вызывающих вращательное движение жидкости. Около охлаждаемого и нагреваемого дисков вращение жидкости относительно дисков происходит в противоположных направлениях.

Результаты опытного исследования средних коэффициентов теплоотдачи обобщены уравнениями подобия, которые при Ra<

<4,17 $\cdot$ 10<sup>12</sup> и Ra>4,17 $\cdot$ 10<sup>12</sup> имеют вид

$$\overline{\text{Nu}}_m = 1,07\text{Ra}_m^{0,111};$$
 (9.12)

$$\overline{Nu}_m = 0,00000598 Ra_m^{0,539},$$
 (9.13)

где 
$$\overline{Nu} = \frac{\overline{\alpha}^* R}{\lambda}$$
;  $\overline{\alpha}^* = \frac{q_w}{t_1 - t_2}$ ;  $Ra = \frac{\omega^2 R^4}{v^2}$ .  $\beta \Delta \overline{t} Pr$ ;  $\Delta \overline{t} - \frac{1}{2}$ 

средняя разность температур между поверхностями дисков;  $\omega$  — угловая скорость вращения дисков; в качестве определяющей выбрана температура  $t_m = (t_1 + t_2)/2$ .

#### § 9.5. ТЕПЛООТДАЧА В ЗМЕЕВИКАХ

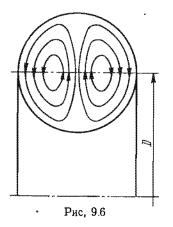
Экспериментальное исследование структуры потока в криволинейных трубах показывает, что под воздействием массовых сил в поперечном сечении потока возникают вторичные течения в форме парного вихря.

Направление вращения жидкости в замкнутых контурах определяется направлением действия массовых сил: благодаря наибольшей скорости осевого движения потока в центральной части трубы здесь возникает наибольшая центробежная сила, которая заставляет перемещаться частицы жидкости от оси изгиба трубы к периферии. При этом вблизи стенок, лежащих в плоскости изгиба, возникают обратные токи (к оси изгиба) (рис. 9.6).

При течении жидкости через криволинейные трубы и каналы возможны ламинарный, ламинарный с макровихрями, турбулентный и турбулентный с макровихрями режимы течения.

В турбулентном потоке под действием массовых сил наблюдается изменение поля характеристик турбулентности: пульсационные скорости генерируются не только в осевом, но и радиальном направлениях; вблизи вогнутой стенки наблюдается генерация радиальной составляющей пульсационной скорости, а вблизи выпуклой — ее гашение.

Воздействие массовых сил на процесс теплообмена можно оценить с помощью числа S [формула (9.8)]; для змеевиков эта формула имеет вид



$$S = \frac{\kappa^2}{4} Re^2 \frac{d}{D}$$
, (9.14)

где  $\varkappa$  — соотношение между максимальной (на оси трубы) и среднерасходной скоростями движения жидкости; d — диаметр трубы; D — средний диаметр ее изгиба.

При исследовании устойчивости потока в змеевиках используется число Дина

$$De = ReV \overline{d/D} . (9.15)$$

Сопоставляя формулы (9.14) и (9.15), получим

$$S = \frac{\kappa^2}{4} De^2$$
. (9.16)

Для ламинарных потоков  $\varkappa=2$  и, следовательно, число Дина однозначно определяет влияние массовых сил на процессы теплообмена. Для турбулентного потока  $\varkappa=f(\mathrm{Re})$ , поэтому число S зависит от числа Re и отношения d/D в отдельности. В качестве дополнительного числа подобия в этих условиях удобно использовать параметрическое число подобия d/D.

Анализ опытных данных по гидравлическому сопротивлению в змеевиках позволил заключить, что граница между ламинарным и ламинарным с макровихрями режимами течения в длинных змеевиках характеризуется условием  $De_{\kappa p} = 11.6$  или

$$Re'_{\kappa\rho} = 11.6 \sqrt{D/d}$$
 (9.17)

Переход ламинарного течения с макровихрями в турбулентное с макровихрями в длинных змеевиках происходит при

$$Re_{\kappa\rho} = 18\,500\,(d/D)^{0.3}$$
. (9.18)

При увеличении кривизны трубы область ламинарного течения с макровихрями (диапазон изменения числа Re) расширяется.

Турбулентное течение без макровихрей может наблюдаться только при слабой кривизне трубы.

Количественные соотношения для расчета теплоотдачи в длинных змеевиках получены путем обобщения опытных данных. В ламинарном потоке массовые силы не влияют на процесс теплообмена. Для ламинарного течения с макровихрями при  $De=26...7\cdot10^3$ , D/d=6,2...62,5 и Pr=6,2...369 уравнение подобия имеет вид

$$\overline{Nu}_f = 0.0575 \text{Re}_f^{0.33} \text{De}_f^{0.42} \text{Pr}_f^{0.43} (\text{Pr}_f/\text{Pr}_w)^{0.25}$$
 (9.19)

Для турбулентного течения с макровихрями при  $Re = Re_{\rm kp} \dots 6,7/10^4$  и  $D/d = 6,2 \dots 104$  обобщение опытных данных, полученных на воде, приводит к уравнению

$$\overline{\text{Nu}}_f = 0.0266 \left[ \text{Re}_f^{0.85} (d/D)^{0.15} + 0.225 (D/d)^{1.55} \right] \text{Pr}_f^{0.4}$$
 (9.20)

За определяющий размер в уравнениях подобия принимается внутренний диаметр трубы.

## § 9.6. ТЕПЛООТДАЧА В ЗАКРУЧЕННЫХ ПОТОКАХ

Закрутка потоков в трубах используется в качестве средства интенсификации теплообмена. Она может осуществляться равномерно по всей трубе или только на ее мачальном участке. В первом случае процесс можно назвать непрерывной закруткой, а во втором — мест-

ной закруткой потока.

Непрерывную закрутку можно создать с помощью закрученной в виде винта ленты или шнековой вставки. Местную закрутку потока можно осуществить с помощью лопаточного завихрителя, короткой ленточной или шнековой вставки, путем подвода всей жидкости или части ее через тангенциальные щели или светления.



Рис. 9.7

При местной закрутке потока наблюдается существенное изменение поля скоростей в поперечном сечении трубы. На рис. 9.7 показано распределение продольных w и вращательных u скоростей на некотором расстоянии от лопаточного завихрителя. Центробежные силы, обусловленные вращательным движением жидкости, оттесняют поток к поверхности трубы. Поэтому продольная скорость имеет максимальное значение вблизи поверхности трубы и минимальное — на ее оси.

Резкое изменение скоростей по радиусу трубы в закрученном потоке приводит к более раннему возникновению турбулентности (при меньших значениях числа Re) и к существенному повышению степени турбулентности: в приосевой области величина Ти достигает 0,3 и более. Увеличение скорости движения жидкости относительно поверхности теплообмена, более раннее возникновение турбулентности и более высокий уровень ее в потоке, возникновение в пристенной области вихрей Тэйлора — Гертлера, которые являются следствием обтекания потоком жидкости вогнутой поверхности, являются причинами увеличения интенсивности теплоотдачи закрученного течения по сравнению с осевым.

Сложный характер зависимости u=f(r) при местной закрутке потока не позволяет использовать число S. Поэтому в качестве числа подобия, характеризующего влияние закрутки на характеристики потока, используется параметр закрутки

$$\Phi_* = \frac{M_X}{K_X R}, \tag{9.21}$$

где  $M_x$  — осевая составляющая потока момента количества движения;  $K_x$  — осевая составляющая потока количества движения; R — радиус внутренней поверхности трубы.

Величины  $M_x$  и  $K_x$  определяются формулами

$$M_x = \int_0^R u r dG; K_x = \int_0^R w dG,$$

где  $dG = 2\pi r w \rho dr$ ; r — текущий радиус.

Параметр закрутки на входе в канал  $\Phi_{*вx}$  можно рассчитывать по формуле (9.21). При расчете принимается равномерное распределение продольных скоростей по поперечному сечению трубы, а окружная составляющая скорости определяется по геометрическому углу выходной кромки лопаток завихрителя. Отличие действительного течения от принятой схемы может привести к существенному отличию действительных значений  $\Phi_{*вx}$  от рассчитанных по формуле (9.21). Для лопаточных завихрителей при углах установки лопаток по отношению к оси трубы 15, 30, 45 и 60° опытно определенные значения  $\Phi_{*вx}$  составляют 0,38; 0,49; 0,83; 1,23 соответственно.

Опытное исследование условий возникновения турбулентности

в закрученном потоке, выполненное при закрутке потока с помощью вращающегося участка трубы, установленного перед входом в неподвижную трубу, позволило найти

$$Re_{\kappa p} = 713\Phi_{*BX}^{-0.78}. \tag{9.22}$$

Форма закономерности  $\varepsilon_{\Phi} = f(\Phi_{\bullet})$  ( $\varepsilon_{\Phi} = \alpha/\alpha_0$ ;  $\alpha$  и  $\alpha_0$  — коэффициенты теплоотдачи для закрученного и осевого потоков) зависит от краевых условий. Так, для коротких труб ( $l/d \leqslant 12$ ) увеличение коэффициента теплоотдачи можно выразить через  $\Phi_{\bullet BX}$ . Для коротких труб с диафрагмированием выходного сечения до 0,5 и 0,75 от внутреннего диаметра трубы результаты опытного исследования теплоотдачи турбулентных потоков воздуха при  $Re=3\cdot 10^4\dots 1,45\cdot 10^5$  и  $\Phi_{\star BX} < 1,2$  обобщены формулами

$$\varepsilon_{\phi} = 1 + 0.86\Phi_{\bullet ax}^{1.3}; \ \varepsilon_{\phi} = 1 + 1.15\Phi_{\bullet ax}^{1.06}.$$
 (9.23)

При расчете теплоотдачи закрученных потоков в длинных трубах необходимо учитывать изменение параметра закрутки по длине трубы.

#### ГЛАВА 10

## ТЕПЛООТДАЧА В ХИМИЧЕСКИ РЕАГИРУЮЩИХ ПОТОКАХ

Теплообмен между стенкой и химически реагирующей газовой смесью характерен, главным образом, для высокотемпературных систем. Здесь будут рассмотрены такие системы, в которых стенка не участвует в химической реакции и не изменяет своего агрегатного состояния, а в газовой среде не проявляются эффекты, обусловленные разреженностью и большими скоростями.

#### § 10.1. ОСОБЕННОСТИ ТЕПЛООТДАЧИ В ХИМИЧЕСКИ РЕАГИРУЮЩЕМ ГАЗЕ

Процесс теплообмена между химически реагирующим газом и стенкой обладает рядом характерных особенностей, которые существенно изменяют условия его протекания.

При распаде молекул и образовании новых веществ освобождается или затрачивается энергия. Поэтому в таких условиях теплообмен сопровождается выделением или поглощением теплоты в процессе химической реакции.

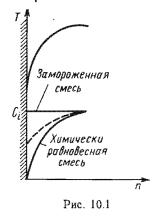
В инертных системах \* физические параметры теплоносителя (вязкость, теплопроводность и др.) изменяются в потоке в соответствии с изменением температуры. В реагирующем газе имеет место неоднородность состава. Поэтому изменение физических

<sup>\*</sup> Инертными называют системы, в которых химических реакций нет.

параметров в потоке определяется не только температурным полем, но и изменением состава газовой смеси в системе.

Важное значение для процессов теплообмена в реагирующем газе имеет диффузия. Различают баро-, термо- и концентрационную диффузию. Два первых вида диффузии возникают как в инертных, так и реагирующих системах, но их влияние на процессы теплообмена невелико и ими обычно пренебрегают. Концентрационная диффузия, т. е. диффузия, обусловленная неоднородностью состава газовой смеси, изменяет условия теплообмена коренным образом. Благодаря концентрационной диффузии перенос теплоты через газовую смесь может существенно измениться.

Поток вещества при концентрационной диффузии определяется градиентом концентрации и коэффициентом диффузии. Поэтому коэффициент диффузии будет дополнительным физическим параметром теплоносителя, влияющим на интенсивность теплоотдачи.



Изменение состава смеси по поперечному сечению газового потока зависит от скорости химических реакций, в результате которых распадаются или образуются ее компоненты. Если химическая реакция образования или распада i-го компонента идет бесконечно медленно, то охлаждение (или разогрев) газовой смеси около стенки не приведет к изменению ее химического состава, и массовая концентрация  $C_i$  этого компонента в поперечном сечении потока изменяться не будет (рис. 10.1). Такую смесь называют крайне неравновесной или замороженной.

Другой крайний случай — бесконечно большая скорость химической реакции.

Когда химическая реакция протекает мгновенно, состав смеси в каждом сечении потока определяется ее параметрами состояния: температурой и давлением (рис. 10.1). В таких условиях имеет место локальное химическое равновесие. Получающаяся при этом газовая смесь называется химически равновесной.

Действительные процессы около поверхности теплообмена характеризуются конечными скоростями химических реакций и потому кривая, определяющая действительное изменение концентрации в потоке, располагается между линиями, определяющими изменение концентрации в равновесном и крайне перавновесном процессах (пунктир на рис. 10.1).

Оценка действительного изменения концентрации реагирующих веществ по поперечному сечению потока с учетом кинетики химических реакций представляет большие трудности. С другой стороны, интересные для практики явления теплообмена при наличин химических реакций протекают обычно в условиях высоких тем-

ператур, когда естественно ожидать большие скорости реакций. Поэтому современные расчеты процессов теплообмена между стенкой и химически реагирующим газом чаще всего основываются на равновесном составе газовой смеси.

В инертном теплоносителе процесс теплоотдачи сопровождается изменением температуры или энтальпии его частиц. В реагирующем потоке теплоотдача сопровождается не только изменением энтальпии частиц теплоносителя, но и тепловыми эффектами реакции. Поэтому изменение температуры и энтальпии не может служить достаточной характеристикой процесса передачи теплоты. В этих условиях удобно пользоваться понятием полной энтальпии газа (Н), под которой понимается сумма энтальпии и химической энергии образования данного вещества из элементов:

$$H_i = c_{pi}T + X_i, \tag{10.1}$$

где  $c_p$ — средняя теплоемкость; X— химическая энергия образования вещества из элементов [индекс i означает, что формула (10.1) записывается для каждого компонента газовой смеси в отдельности].

Химическая энергия  $X_i$  определяется тепловыми эффектами реакции, поэтому ее можно найти из уравнений химических реакций. Следует подчеркнуть, что химическая энергия каждого компонента определяется строением молекул и атомов участвующих в реакции веществ и потому не зависит от условий (температуры, давления), в которых вещество находится.

Формула (10.1) определяет полную энтальпию каждого компонента смеси. Полная энтальпия всей смеси

$$H = \sum_{i=1}^{N} g_i H_i, (10.2)$$

где  $g_i$  — массовая доля компонента; N — число компонентов газовой смеси.

# § 10.2. ФОРМУЛА ТЕПЛОВОГО ПОТОКА

При наличии химических реакций выражения для определения теплового потока принимают вид, отличный от рассмотренного ранее применительно к нереагирующим течениям.

Вблизи поверхности теплообмена течение газа носит ламинарный характер, поэтому перенос теплоты к стенке конвекцией может не приниматься во внимание. В этих условиях теплота передается в направлении стенки путем теплопроводности  $q_{\mathtt{T}}$  и вместе с диффундирующим веществом  $q_{\mathtt{M}}$ :

$$q = q_{\scriptscriptstyle T} + q_{\scriptscriptstyle R}. \tag{10.3}$$

Теплота, передаваемая вместе с диффундирующим веществом,

12 - 761 353

определяется плотностью потока массы каждого компонента  $\dot{g}_i$  и его полной энтальпией  $H_i$ :

$$q_{A} = \sum_{l=1}^{N} \dot{g}_{l} H_{l}. \tag{10.4}$$

Для простоты последующих преобразований реагирующую смесь будем считать двухкомпонентной, однако некоторые из полученных при этом выводов можно использовать при рассмотрении многокомпонентной смеси.

В соответствии с законом Фика \*

$$\dot{g}_i = -D_{ij} \frac{\partial C_i}{\partial n} \,, \tag{10.5}$$

где  $D_{ij}$  — коэффициент диффузии бинарной смеси, характеризующий распространение вещества i в среде j; n — нормаль к поверхности постоянной концентрации. Для бинарной газовой смеси

$$D_{ij} = D_{ji} = D. \tag{10.6}$$

Тогда уравнение (10.3) с учетом закона Фурье, формул (10.4) и (10.5) примет вид \*\*

$$q = -\lambda \frac{\partial T}{\partial n} - D\Sigma H_i \frac{\partial C_i}{\partial n}. \tag{10.7}$$

Выразим градиент температуры  $\partial T/\partial n$  через градиент концентрации. Для этого продифференцируем выражение (10.2) по n:

$$\frac{\partial H}{\partial n} = \sum H_i \frac{\partial g_j}{\partial n} + \sum g_i \frac{\partial H_i}{\partial n} . \tag{10.8}$$

Так как  $H_i = c_{pi}T + X_i$ , а  $X_i$  — фиксированная величина, то принимая теплоемкость  $c_{pi}$  независящей от температуры, получим

$$\frac{\partial H_l}{\partial n} = c_{pl} \frac{\partial T}{\partial n} \,. \tag{10.9}$$

После подстановки выражения (10.9) в (10.8) получаем

$$\frac{\partial H}{\partial n} = \sum H_i \frac{\partial g_i}{\partial n} + \sum g_i c_{pi} \frac{\partial T}{\partial n}. \qquad (10.10)$$

Так как  $g_i = C_i/\rho$  и  $\Sigma g_i c_{pi} = c_p$ , то уравнению (10.10) можно придать вид

$$\frac{\partial H}{\partial n} = \frac{1}{\rho} \sum_{i} H_{i} \frac{\partial C_{i}}{\partial n} + c_{p} \frac{\partial T}{\partial n}. \qquad (10.11)$$

\*\* В последующем изложении пределы суммы не указываются,

<sup>\*</sup> Коэффициенты диффузии определены по изменению концентрации, но индекс C опущен.

Следовательно,

$$\frac{\partial T}{\partial n} = \frac{1}{c_n} \left( \frac{\partial H}{\partial n} - \frac{1}{\rho} \sum_{i} H_i \frac{\partial C_i}{\partial n} \right). \tag{10.12}$$

Подставив формулу (10.12) в (10.7), получим

$$q = -\frac{\lambda}{c_p} \left( \frac{\partial H}{\partial n} - \frac{1}{\rho} \sum_{i} H_i \frac{\partial C_i}{\partial n} \right) - D \sum_{i} H_i \frac{\partial C_i}{\partial n}, \quad (10.13)$$

или окончательно

$$q = -\frac{\lambda}{c_{\rho}} \left[ \frac{\partial H}{\partial n} + \left( \frac{D\rho c_{\rho}}{\lambda} - 1 \right) \frac{1}{\rho} \sum_{l} H_{l} \frac{\partial C_{l}}{\partial n} \right]. \quad (10.14)$$

Безразмерный комплекс, составленный из физических характеристик газовой смеси, представляет собой число Льюиса— Семенова

$$Le = \frac{D_{pcp}}{\lambda} = \frac{D}{a}.$$
 (10.15)

Здесь а — температуропроводность.

Число Льюиса — Семенова является важной характеристикой реагирующей смеси. Для смесей, содержащих атомы углерода, бора, кислорода, азота и их соединения, Le=1 ... 1,5. При наличии в смеси легких газов число Le изменяется в значительно более широких пределах. Например, для смесей, содержащих водород, число Le=0,25 ... 3,5.

Рассмотрим простейший, но практически возможный случай, когда Le=1. Для этих условий формула для плотности теплового потока (10.14) приводится к виду

$$q = -\frac{\lambda}{c_p} \frac{\partial H}{\partial n}.$$
 (10.16)

Если эту формулу использовать для оценки теплообмена между реагирующим газом и твердой стенкой, то получим

$$q_{w} = -\frac{\lambda_{w}}{c_{pw}} \left( \frac{\partial H}{\partial n} \right)_{n=0}. \tag{10.17}$$

На основании формулы (10.17) можно построить формальное выражение для плотности теплового потока при теплоотдаче в реагирующих смесях, выразив его через полные энтальпии

$$q_{w} = \frac{\alpha}{c_{\rho w}} (H_{f} - H_{w}). \tag{10.18}$$

Формула (10.18) отражает одну из особенностей теплообмена химически реагирующей газовой смеси в явном виде. Из формулы видно, что теплота, переданная в процессе теплоотдачи, определяется разностью полных энтальпий. Этот вывод можно истолковать следующим образом. Если частица инертного теплоносителя с тем-

пературой  $T_f$  достигла стенки с температурой  $T_w$ , то переданная стенке теплота определяется разностью энтальпий, которая пропорциональна разности температур. В химически реагирующем газе изменение температуры частицы означает не только изменение ее энтальпии. Из-за изменения условий химического равновесия в частице произойдут химические реакции с поглощением или выделением теплоты. Переданная частицей теплота определяется изменением ее энтальпии и тепловым эффектом химической реакции, т. е. изменением полной энтальпии.

Следует заметить, что учет этой особенности теплоотдачи в условиях химических реакций приводит к существенным количественным изменениям. Например, при горении керосина в кислороде температура газов составляет 3500 К. При температуре стенки камеры сгорания 1000 К получается

$$T_f - T_w = 2500 \text{ K}; (H_f - H_w)/c_{pw} = 3500 \text{ K}.$$

Формула (10.18) является общепринятым выражением для плотности теплового потока при теплоотдаче в условиях химических реакций. При ее использовании для оценки коэффициента теплоотдачи должны учитываться влияние на теплообмен концентрационной диффузии при Le≠1, степени химической равновесности смеси и зависимости ее физических характеристик от состава.

### § 10.3. ФИЗИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА РАВНОВЕСНО ДИССОЦИИРУЮЩЕГО ГАЗА

При оценке теплообмена в реагирующей смеси необходимо учитывать изменение физических параметров газа во всей системе. Поэтому расчету теплообмена должна предшествовать оценка зависимости физических параметров реагирующей смеси от температуры или полной энтальпии.

Физические параметры газа определяются составом смеси, который в свою очередь рассчитывается с помощью констант равно-

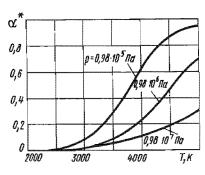


Рис. 10.2

весия химических реакций. Следует подчеркнуть, что в условиях химических реакций состав газовой смеси существенно зависит не только от температуры, но и от давления: при увеличении температуры степень диссоциации увеличивается, а при увеличении давления, как правило, уменьшается.

Для двухкомпонентной смеси наглядное представление о составе дает степень диссоциации а\*-

На рис. 10.2 показана зависимость  $\alpha *=f(T, p)$  для реакции диссоциации водорода \*:

 $H_2 = 2H$ . (10.19)

Из рисунка видно, что при атмосферном давлении диссоциация водорода становится заметной, начиная с температуры ~3000 K, а повышение давления существенно подавляет диссоциацию.

Введем понятие эффективной теплопроводности. Плотность теплового потока при наличии химических реакций определяется формулой (10.3). Если принять форму закона Фурье не только для  $q_{\rm T}$ , но и для  $q_{\rm R}$ , то члены правой части формулы (10.3) запишутся так:

$$q_{c} = -\lambda \frac{\partial T}{\partial n}; q_{x} = -\lambda_{xum} \frac{\partial T}{\partial n},$$

где  $\lambda$  — теплопроводность инертной смеси;  $\lambda_{\text{хим}}$  — теплопроводность, учитывающая влияние диффузии на тепловой поток. Подставив эти формулы в (10.3), получим

$$q = -(\lambda + \lambda_{xHM}) \frac{\partial T}{\partial n} = -\lambda_{s\phi} \frac{\partial T}{\partial n}.$$
 (10.20)

Здесь  $\lambda_{3\varphi} = \lambda + \lambda_{xum}$  — эффективная теплопроводность реагирующей смеси.

На рис. 10.3 показана зависимость  $\lambda_{\partial \Phi} = f(T, p)$  для диссоциирующего водорода при локальном химическом равновесии, полу-

ченная расчетным путем. Из рисунка видно, что зависимость =f(T) имеет максимум. Это обусловлено тем, что с ростом температуры диссоциация приводит сначала к усилению неоднородности состава смеси, что вызывает увеличение массовых потоков диффундирующего вещества и величины  $\lambda_{2\Phi}$ , а затем — к уменьшению неоднородности состава, так как при распаде всех молекул на атомы газ снова будет однородным. Если газовая смесь содержит несколько диссоциирующих веществ, то зависимость  $\lambda_{ad} = f(T)$  имеет несколько максимумов.

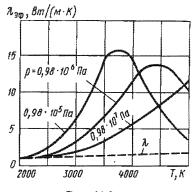
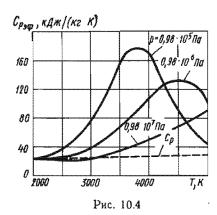


Рис. 103

Состав газа позволяет также рассчитать теплоемкость газовой смеси. Однако кроме обычной теплоемкости, которую в данном

<sup>\*</sup> Графики, иллюстрирующие зависимость состава и физических свойств диссоциирующего водорода от температуры и давления, взяты из статьи Б. С. Петухова, В. Н. Попова (Теплофизика высоких температур, 1964, № 4).



случае называют замороженной, представляет интерес эффективная теплоемкость, которая определяется изменением полной энтальпии единицы массы при изменении ее температуры на 1 К. Выразим связь изменения полной энтальпии в зависимости от изменения температуры формулой

$$H_2 - H_1 = c_{p \to \Phi} (T_2 - T_1)$$
. (10.21)  
Следовательно,

$$c_{p = \Phi} = \frac{H_2 - H_1}{T_2 - T_1} = \frac{\Delta H}{\Delta T}$$
. (10.22)

Зависимость  $c_{p \to \Phi} = f(T, p)$  для диссоциирующего водорода также характеризуется кривыми с максимумом (рис. 10.4).

В соответствии с составом смеси изменяется также ее динамическая вязкость.

## § 10.4. СИСТЕМА ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ, ОПИСЫВАЮЩИХ ТЕПЛООТДАЧУ ПРИ ХИМИЧЕСКИХ РЕАКЦИЯХ

Процесс течения и теплоотдачи химически реагирующего несжимаемого потока описывается дифференциальными уравнениями движения, сплошности, внергии, массообмена и теплоотдачи. Рассмотрим эти уравнения для равновесно диссоциирующего газа.

Уравнения движения и сплошности отличаются от уравнений для инертного теплоносителя только тем, что входящие в них параметры, характеризующие физические свойства газа, зависят не только от температуры и давления, но и от состава смеси. Рассмотрим особенности остальных уравнений.

Для среды с внутренними источниками теплоты дифференциальное уравнение энергии (2.18) можно записать в форме

$$\rho \frac{Dh}{dz} = -\left(\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z}\right) + q_V,$$

или

$$\rho \frac{Dh}{dx} = -\operatorname{div} q + q_{V}. \tag{10.23}$$

Здесь  $h = c_p T$ .

Мощность внутренних источников теплоты при теплообмене в химически реагирующем газе определяется тепловыми эффектами реакции. Поэтому действие внутренних источников теплоты можно

учесть заменой энтальпии на полную энтальпию и уравнению (10.23) придать вид

$$p \frac{DH}{d\pi} = -\operatorname{div} q, \qquad (10.24)$$

или с учетом (10.20)

$$\rho \frac{DH}{d\tau} = \operatorname{div}(\lambda_{9\phi} \operatorname{grad} T). \tag{10.25}$$

Рассмотрим теперь дифференциальное уравнение теплоотдачи. В соответствии с формулой (10.20) плотность теплового потока на поверхности теплообмена можно записать формулой

$$q_{w} = -\lambda_{\Rightarrow \Phi} \sqrt[w]{-\frac{\partial T}{\partial n}}_{n-0}. \tag{10.26}$$

Приравнивая тепловые потоки по формулам (10.26) и (10.18), получим дифференциальное уравнение теплоотдачи

$$a = -\frac{\lambda_{3 \oplus w} c_{pw}}{\Delta H} \left( \frac{\partial T}{\partial n} \right)_{n=0}. \tag{10.27}$$

При локальном химическом равновесии состав газа в различных участках системы определяется только параметрами состояния— температурой и давлением. Поэтому для определения состава газа в различных участках потока решать уравнение массообмена нет необходимости.

# § 10.5. ДОПОЛНИТЕЛЬНОЕ УСЛОВИЕ ПОДОБИЯ ПОТОКОВ ПРИ НАЛИЧИИ РАВНОВЕСНЫХ ХИМИЧЕСКИХ РЕАКЦИЙ

Дополнительные числа подобия могут, очевидно, появигься только из тех уравнений, которые для химически реагирующих смесей записываются иначе, чем в обычных условнях. Эти числа подобия можно выразить через эффективвые параметры химически реагирующего газа или через обычные параметры смеси.

Анализ дифференциальных уравнений энергии и теплоотдачи, записанных с использованием обычных (неэффективных) параметров смеси позволил сформировать дополнительное условие подобия, характеризующее теплоотдачу при наличии химических реакций:

Le = 
$$D^*/a$$
 = idem,

где  $D^*$  — коэффициент диффузии многокомпонентной смеси.

Если дифференциальные уравнения энергии и теплоотдачи записать с использованием эффективной теплопроводности и теплоемкости, то дополнительных чисел подобия из анализа подобия не получается, но числа Прандтля и Нуссельта будут иметь специфическую форму:

$$Pr_{a\phi} = \mu \frac{c_{pa\phi}}{\lambda_{a\phi}}; Nu_{a\phi} = \frac{\alpha l}{\lambda_{a\phi}}.$$

При локальном химическом равновесии число Le однозначно связано с физическими свойствами реагирующего газа. Найдем связь числа Le с физическими свойствами реагирующего газа для бинарной смеси.

Заменив в формуле (10.7) плотность теплового потока выра-

жением (10.20), найдем

$$\Sigma H_l \frac{\partial C_l}{\partial n} = \frac{\lambda_{s\phi} - \lambda}{D} \frac{\partial T}{\partial n}$$
.

Подставим это выражение в формулу (10.14), заменив в ней плотность теплового потока также значением из (10.20):

$$-\lambda_{\partial \Phi} \frac{\partial T}{\partial n} = -\frac{\lambda}{c_p} \left[ \frac{\partial H}{\partial n} + (\text{Le} - 1) \frac{\lambda_{\partial \Phi} - \lambda}{D \rho} \frac{\partial T}{\partial n} \right]. \quad (10.28)$$

Так как при локальном химическом равновесии

$$\frac{\partial H}{\partial n} = \frac{\partial H}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial n} = c_{p = \phi} \frac{\partial T}{\partial n} ,$$

то из уравнения (10.28) получается

$$\frac{\lambda_{3\Phi}}{\lambda} = 1 - \text{Le} + \text{Le} \frac{c_{p_{3\Phi}}}{c_{p}}$$
 (10.29)

При рассмотрении многокомпонентной газовой смеси можно воспользоваться понятием эффективного коэффициента диффузии и, таким образом, обобщить формулу (10.29) на многокомпонентные газовые смеси. При введении понятия эффективного коэффициента диффузии многокомпонентную газовую смесь разделяют на две группы компонентов, в каждой из которых собраны газы с примерно одинаковыми относительными атомными или молекулярными массами и одинаковыми поперечными сечениями столкновений \*. Коэффициент диффузии, определяющий проникновение одной группы компонентов в другую, и будет эффективным. К оценке этого коэффициента можно подойти и с другой стороны. Если эффективную теплопроводность вычислить через

<sup>•</sup> Под поперечным сечением столкновений понимают сечение воображаемой сферы, окружающей молекулы, внутрь которой не может проникнуть центр какой-либо другой молекулы,

коэффициенты диффузии многокомпонентной смеси, то формула (10.29) может служить более строгим основанием для вычисления эффективного коэффициента диффузии смеси и числа Le:

$$Le = \frac{\lambda_{s\phi}/\lambda - 1}{c_{ps\phi}/c_p - 1}; \qquad (10.30)$$

$$D_{\mathsf{s}\Phi} = \mathsf{aLe}.$$
 (10.31)

Выражение (10.30) позволяет построить методику расчета коэффициента теплоотдачи в химически реагирующих теплоносителях при Le≠1.

## § 10.6. КОЭФФИЦИЕНТ ТЕПЛООТДАЧИ В ХИМИЧЕСКИ РАВНОВЕСНЫХ РЕАГИРУЮЩИХ СРЕДАХ

При локальном химическом равновесии система дифференциальных уравнений, описывающих процесс теплоотдачи между стенкой и химически реагнрующим газом, имеет такую же форму, как и для инертного теплоносителя.

Как отмечалось выше, при локальном химическом равновесии дифференциальное уравнение массообмена не определяет изменения концентрации компонентов в потоке и потому может не рассматриваться. Уравнения сплошности и движения имеют такую же форму, как и для инертных теплоносителей. Воспользовавшись понятием эффективной теплоемкости, дифференциальному уравнению (10.25) можно придать такую же форму, как для инертных теплоносителей:

$$c_{p = \phi} \rho = \frac{DT}{d\tau} = \operatorname{div}(\lambda_{s \phi} \operatorname{grad} T).$$
 (10.32)

Дифференциальному уравнению теплоотдачи реагирующего газа (10.27) можно придать такой же вид, как и для инертного газа:

$$\alpha_{s\phi} = -\frac{\lambda_{s\phi w}}{\Delta T} \left( \frac{\partial T}{\partial n} \right)_{n=0}, \tag{10.33}$$

где

$$\alpha_{s\phi} = \frac{\alpha \Delta H}{c_{\rho w} \Delta T} = \alpha \frac{c_{\rho s\phi}}{c_{\rho w}}.$$
 (10.34)

Здесь  $c_{p \circ \Phi}$  — средняя изобарная эффективная теплоемкость газовой смеси в диапазоне температур от  $T_f$  до  $T_w$ .

Таким образом, теплоотдача в реагирующем газе при локальном химическом равновесии и в инертном потоке описывается одинаковыми уравнениями. Этот вывод дает возможность использовать формулы, полученные теоретическим и экспериментальным способами при исследовании теплоотдачи в инертных средах, для химически реагирующих потоков путем простой замены в них х,

 $c_p$  и  $\alpha$  на  $\lambda_{2\Phi}$ ,  $c_{p2\Phi}$  и  $\alpha_{2\Phi}$ . Таким образом, если для инертной среды получено уравнение подобия

$$N\dot{\mathbf{u}} = c \operatorname{Re}^{m} \operatorname{Pr}^{n}, \tag{10.35}$$

то его можно использовать для оценки теплоотдачи в химически реагирующем газе, придав ему форму

$$Nu_{s\phi}^{\bullet} = c \operatorname{Re}^{m} \operatorname{Pr}_{s\phi}^{n}, \qquad (10.36)$$

где  $Nu^*_{\theta\Phi} = \alpha_{\theta\Phi} l/\lambda_{\theta\Phi}$ ;  $Pr_{\theta\Phi} = \mu c_{p\theta\Phi}/\lambda_{\theta\Phi}$ .

Почленное деление уравнения (10.36) на (10.35) позволяет получить

 $\frac{\alpha}{a_{\rm H}} = \left(\frac{\lambda_{\rm sph}}{\lambda} \frac{c_p}{c_{p\rm sph}}\right)^{1-n} \frac{c_{p\rm w}}{c_p}, \qquad (10.37)$ 

где  $\alpha_n$  — коэффициент теплоотдачи в инертной (нереагирующей)

среде.

Теплофизические характеристики реагирующей среды  $\lambda_{3\Phi}/\lambda$  и  $c_{p_3\Phi}/c_p$  могут изменяться в широком диапазоне, а их изменение по температуре может иметь немонотонный характер. Поэтому в формуле (10.37) логично использовать среднеинтегральное значение этих характеристик. Формулу (10.37) можно переписать так:

$$\epsilon_{\rho} = \frac{\alpha^*}{\alpha_n} = \left(\frac{\lambda_{s\phi}}{\lambda} \frac{c_{\rho}}{c_{\rho s\phi}}\right)^{1-n} , \qquad (10.38)$$

где  $\alpha^* = \alpha c_p/c_{pw}$ .

Коэффициент а\* также представляет собой коэффициент теплоотдачи химически реагирующей среды, только при его использовании формулу для плотности теплового потока (10.18) следует записать в виде

$$q_{w} = \frac{\alpha^{*}}{c_{p}} (H_{f} - H_{w}). \tag{10.39}$$

Сопоставление формул (10.30) и (10.38) показывает, что  $\varepsilon_{\sigma}$  определяется теми же параметрами, что и число Le. Поэтому можно записать

$$\varepsilon_{\rho} = c \operatorname{Le}^{*k}. \tag{10.40}$$

Здесь Le\* — интегральное значение числа Льюиса — Семенова в

диапазоне температур  $\Delta T$ .

Коэффициенты зависимости (10.40) можно выявить с помощью формул (10.30) и (10.38), одна из которых определяет величину  $\alpha^*/\alpha_n$ , а вторая — величину Le. Эта зависимость выявлена на основе расчета величин  $\lambda_{20}/\lambda$  и  $c_{p_20}/c_p$  для реакций диссоциации  $H_2$ ,  $N_2O_4$ ,  $Al_2Cl_6$  и продуктов сгорания двух пар ракетных топлив при n=0,33 и n=0,43. Расчет проведен для различных температур при  $\Delta T \rightarrow 0$ .

Оказалось, что в уравнении (10.40) c=1, а величина k зависит от n и диапазона изменения числа Le. Обобщение расчетных точек позволило найти для Le<1 и Le>1 соответственно k=1

=0,582 (1—n) и k=0,717 (1—n). Так, при n=0,33 для Le<1 и

Le>1 получается k=0.39 и k=0.48.

При расчете реальных систем  $\Delta T \neq 0$  и потому в формулу (10.40) следует вводить среднеинтегральное значение числа Льюиса— Семенова, подсчитанное по изменению температур в пределах ламинарного пограничного слоя. При турбулентном пограничном слое следует использовать число Le, определенное по изменению температур в вязком подслое, а в первом приближении—число Le, подсчитанное по температуре стенки.

#### ГЛАВА 11

# ТЕПЛООТДАЧА ПРИ БОЛЬШОЙ СКОРОСТИ ДВИЖЕНИЯ ГАЗА

Необходимость исследования теплоотдачи при большой скорости движения газа диктуется, главным образом, развитием авиационной и ракетной техники.

## § 11.1. ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ УСЛОВИЯ ПОДОБИЯ ПОТОКОВ ПРИ ДВИЖЕНИИ ГАЗА С БОЛЬШОЙ СКОРОСТЬЮ

Когда теплоноситель движется с небольшой скоростью, кинетической энергией по сравнению с его энтальпией можно пренебречь. В этих условиях дифференциальное уравнение энергии выводится на основании равенства

$$dQ = dh, (11.1)$$

где  $\mathrm{d}Q$  — теплота, подведенная к элементарному объему газа;  $\mathrm{d}h$  — изменение его энтальпии.

При записи уравнения энергии в форме (11.1) предполагается, что изменение скорости газа не может привести к заметному изменению его энтальпии.

При большой скорости движения газа изменение энтальпии определяется не только теплообменом, но и изменением кинетической энергии потока \*. Поэтому при большой скорости движения газа баланс энергии имеет вид

$$dQ = dh + d\varphi, \tag{11.2}$$

где ф — кинетическая энергия.

Выявим дополнительные числа подобия, которые появляются при использовании уравнения энергии в такой форме. Запишем уравнение (11.2) для двух сходственных точек подобных между собой систем:

$$dQ' = dh' + d\varphi'; \qquad (11.3)$$

$$dQ'' = dh'' + d\varphi''. \tag{11.4}$$

<sup>\*</sup> Предполагается, что в процессе разогрева газ не изменяет своего состава.

Обозначим константы подобия:  $C_Q = Q''/Q'$ ;  $C_h = h''/h'$ ;  $C_{\phi} = \phi''/\phi'$ . Заменим величины, входящие в уравнение (11.4), через параметры первой системы, используя константы подобия

$$C_{\mathcal{Q}} d\mathcal{Q}' = C_{h} dh' + C_{\varphi} d\varphi'. \tag{11.5}$$

Выражения (11.3) и (11.5) тождественны, следовательно,  $C_Q = C_h$  и  $C_h = C_{\phi}$ . Первое из этих равенств не приведет к появлению новых чисел подобия, так как его можно получить из уравнения (11.1), записанного для небольших скоростей движения газа. Из второго равенства следует, что  $h''/h' = \phi''/\phi'$  или  $\phi/h = idem$ .

Преобразуем соотношение  $\phi/h$ :

$$\frac{\varphi}{h} = \frac{\varphi}{c_p T} = \frac{w^2/2}{kRT/(k-1)} = \frac{k-1}{2} \frac{w^2}{kRT},$$

где k — показатель адиабаты. Произведение kRT равно квадрату местной скорости звука  $a^2$ , а отношение скорости потока к скорости звука представляет собой число M аха: M = w/a. Поэтому \*

$$\frac{\varphi}{h} = \frac{k-1}{2} M^2.$$

Таким образом, подобие явлений теплоотдачи при большой скорости движения газа кроме чисел подобия, рассмотренных в  $\S 5.2$ , будет определяться числом Маха или, точнее, комплексом  $[(k-1)/2]M^2$ . Этот вывод справедлив для газовых потоков, которые не изменяют своего состава в процессе взаимодействия со стенкой. Если разогрев газа приведет к его диссоциации, то для подобия явлений теплоотдачи дополнительными будут условия M=idem, Le=idem.

## § 11.2. ОСОБЕННОСТИ ПРОЦЕССА ТЕПЛООТДАЧИ ПРИ ДВИЖЕНИИ ГАЗА С БОЛЬШОЙ СКОРОСТЬЮ

В поперечном сечении газового потока, омывающего стенку, благодаря силам вязкости скорость газа уменьшается от максимального значения вдали от стенки до нуля на ее поверхности. При большой скорости движения торможение газа ведет к существенному повышению его температуры.

Температура адиабатически заторможенного газового потока  $T_f^{ullet}$  связана с термодинамической температурой  $T_f$  выражением

$$T_f^* = T_f \left( 1 + \frac{k-1}{2} M^2 \right).$$
 (11.6)

$$\frac{\Phi}{h} = \frac{1}{1 - \left[ (k-1)/(k+1) \right] \overline{\lambda}^2} - 1,$$

<sup>\*</sup> Соотношение  $\phi/\hbar$  можно выразить также через коэффициент скорости газа  $\lambda$ :

При обтекании газом теплоизолированной стенки температура ее поверхности равна адиабатной температуре стенки  $T_r$ , которая близка температуре торможения и определяется по формуле

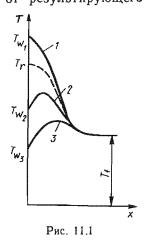
$$T_r = T_f \left( 1 + r \frac{k-1}{2} M^2 \right),$$
 (11.7)

гле r — коэффициент восстановления температуры.

Температурное поле при обтекании теплоизолированной стенки показано на рис. 11.1 (пунктир).

Адиабатная температура стенки зависит от результирующего эффекта двух параллельно протекающих процессов: выделения теплоты, обусловленного торможением газа в пограничном слое, которое вызвано силами вязкости; отвода теплоты в поток, который осуществляется в основном путем теплопроводности благодаря температурному градиенту в пограничном слое. При Pr=1 эти эффекты уравновешиваются и r=1, а  $T_r=\hat{T_t}^*$ . При  $\hat{P}_r<$ <1 коэффициент восстановления температуры также меньше единицы.

Коэффициент восстановления туры зависит, главным образом, от структуры пограничного слоя и числа Прандтля. При ламинарном пограничном слое пластины можно считать



$$r = \sqrt{Pr}$$
. (11.8)

По данным Эккерта при Рг = 0,65 ... 0,75 эта формула дает удовлетворительные результаты вплоть до M=20, если число Прандтля выбирать по так называемой эффективной температуре, определение которой дано в следующем параграфе.

Формула (11.8) может применяться не только для плоских пластин, но и для тел иной конфигурации. Так, опытные данные, полученные при обтекании конусов до M=4.6 и  $Re=5\cdot10^5$ , хорощо совпадают с расчетами по этой формуле.

При турбулентном пограничном слое коэффициент восстановления температуры определяется выражением

$$r = \sqrt[3]{\text{Pr}}.$$
 (11.9)

В качестве определяющей здесь также выбирается эффективная

температура.

Рассмотрим температурные поля при теплоотдаче в условиях большой скорости газа (рис. 11.1). Теплота будет отдаваться от стенки к газу при условии  $T_w > T_r$  (температурное поле 1). Передача теплоты от газа к стенке возможна только при  $T_w < T_r$ . Следовательно, значение и направление теплового потока между газом и стенкой определяются в этих условиях не термодинамической температурой  $T_f$ , а адиабатной температурой стенки  $T_r$ , которая зависит от скорости движения газа.

Для теплоотдачи между охлаждаемой стенкой и быстро движущимся потоком газа характерно температурное поле в виде кривой с максимумом (температурные поля 2, 3). Температура стенки (температурное поле 2) больше термодинамической температуры газа, но газ отдает теплоту стенке, так как  $T_w < T_r$ .

Аналитическое решение задач о форме температурного поля в газе, не изменяющем своего состава с ростом температуры, позволило получить формулу для оценки максимальной температуры в ламинарном пограничном слое при Pr=1:

$$\frac{T_{\text{mex}} - T_{w}}{T_{f}^{*} - T_{w}} = \frac{1}{4} \left( \frac{1 - T_{w}/T_{f}}{(k - 1) M^{2}/2} + 1 \right). \tag{11.10}$$

Например, при движении тела в воздухе с M=20 при  $T_f=300$  K,  $T_w=1200$  K в соответствии с формулой (11.10)  $T_{\rm max}=6700$  K.

Для процессов теплоотдачи при большой скорости движения характерны большие диапазоны изменения температуры газа около стенки, поэтому его физические параметры в пограничном слое могут изменяться в широких пределах.

Явление существенного изменения плотности газа называют сжимаемостью. В пограничном слое существенную роль играет не только сжимаемость газа, но и изменение других свойств: вязкости, теплопроводности, теплоемкости.

Большие температурные градиенты и тепловые потоки от газа к стенке, возникающие при большой скорости движения, способствуют повышению устойчивости ламинарного пограничного слоя. Понижение температуры стенки при прочих равных условиях способствует увеличению критического числа Рейнольдса, отвечающего переходу ламинарного пограничного слоя в турбулентный. В опытах, проведенных на пластинах при сверхзвуковых скоростях до  $M \approx 4$ , переходная область получалась при  $Re = (1,5 \dots 3,5) \cdot 10^6$ .

Сверхзвуковое течение газа сопровождается возникновением скачков уплотнения. Такие скачки могут возникать при течении газа в трубах и каналах, а также при внешнем обтекании тел. Взаимодействие скачков уплотпения с пограничным слоем вызывает изменение его толщины и отражается на интенсивности теплообмена. В области скачка уплотнения наблюдается повышенная интенсивность теплоотдачи.

При обтекании сверхзвуковым потоком тела с тупой передней кромкой перед телом возникает отсоединенная ударная волна, в которой сверхзвуковой поток переходит в дозвуковой. При этом

газ сильно разогревается и турбулизируется, что способствует интенсификации теплообмена.

Когда температура достигает 3000 К и выше, существенное влияние на процесс теплообмена начинает оказывать диссоциация составляющих воздух газов (азота и кислорода), а также реакции окисления азота, оксиды которого затем также диссоциируют. При температуре 5000 ... 6000 К начинается ионизация воздуха: появляются ионы атомарного кислорода и азота, ионы оксида азота и свободные электроны.

Диссоциация и ионизация сопровождаются изменением состава газа и его физических свойств, а также поглощением теплоты. Поэтому температура заторможенного потока при этих явлениях ниже, чем следует из формулы (11.6).

Из предыдущей главы известно, что диссоциация газа приводит к увеличению интенсивности теплоотдачи. Ионизация также улучшает способность газа передавать теплоту.

Особенности теплоотдачи, обусловленные высокой скоростью движения, возникают главным образом из-за разогрева газа в пограничном слое, а степень разогрева определяется числом Маха. Следовательно, по этому числу можно судить о возможности проявления той или иной особенности теплообмена и интенсивности ее влияния на процесс.

Заметное повышение температуры газа в пограничном слое вследствие торможения появляется при дозвуковых скоростях движения. При  $M\!=\!0,2$  абсолютная температура торможения превышает температуру потока на 0,8%, при  $M\!=\!0,5-$  на 5%; при  $M\!=\!-1-$  на 20%.

Допуская погрешность в определении температуры потока 3%, можно не считаться с разогревом газа вследствие торможения до M=0.4 (для воздуха при нормальной температуре это соответствует скорости 130 м/c), допуская погрешность 10% — до M=0.7 (скорость воздуха  $\sim 230 \text{ м/c}$ ).

Остальные особенности теплоотдачи при движении газа с большой скоростью проявляются при сверхзвуковых скоростях. Поля физических параметров газа в пограничном слое начинают заметно влиять на теплоотдачу при числах M>1,6. Существенное влияние процессов диссоциации на теплообмен для воздуха начинается с числа  $M\approx 10$ . Влияние ионизации на процесс теплообмена для воздуха проявляется, начиная с температуры  $\sim 7000$  K, т. е. при M>25. При M=20 ионизируется приблизительно 1% молекул и атомов воздуха, что не приводит еще к существенному изменению условий теплообмена.

## § 11.3. УРАВНЕНИЯ ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ ПРИ БОЛЬШИХ СКОРОСТЯХ ДВИЖЕНИЯ ГАЗА

Рассмотрим дифференциальные и интегральные уравнения пограничного слоя при больших скоростях движения газа, который при разогреве в процессе

торможения не изменяет свой состав. Заметим, что увеличение скорости газа сопровождается уменьшением толщины пограничного слоя, и соответственно уменьшаются погрешности, обусловленные заменой полной системы дифференциальных уравнений, описывающих теплоотдачу, уравнениями пограничного слоя.

Дифференциальные уравнения пограничного слоя при больших скоростях течения газа учитывают изменение плотности в зависимости от температуры и давления, а также зависимость других теплофизических параметров от температуры. Кроме того, они учитывают тепловыделение, обусловленное диссипацией кинетической энергии и работой сил давления. Система дифференциальных уравнений плоского ламинарного пограничного слоя состоит из уравнений движения, сплошности, энергии, состояния и зависимости теплофизических характеристик от температуры:

$$\rho w_x \frac{\partial w_x}{\partial x} + \rho w_y + \frac{\partial w_y}{\partial y} = -\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}x} + \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu \frac{\partial w_x}{\partial y} \right); \quad (11.11)$$

$$\frac{\partial \left(\rho w_x\right)}{\partial x} + \frac{\partial \left(\rho w_y\right)}{\partial y} = 0; \tag{11.12}$$

$$c_{\rho} p w_{x} \frac{\partial T}{\partial x} + c_{\rho} p w_{y} \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) + p \left( \frac{\partial w_{x}}{\partial y} \right)^{2} + w_{x} \frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}x}; \tag{11.13}$$

$$p = pRT$$
;  $\mu = \mu(T)$ ;  $\lambda = \lambda(T)$ .

В уравнении энергии (11.13) предпоследний член правой части отражает тепловыделение, обусловленное работой сил трения при торможении потока, а последний — тепловыделение за счет работы сил давления, которая имеет место при наличии продольного градиента давления. При использовании температуры заторможенного потока уравнение энергии преобразуется к виду

$$c_{\rho}\rho w_{x} \frac{\partial T^{\bullet}}{\partial x} + c_{\rho}\rho w_{y} \frac{\partial T^{*}}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial T^{\bullet}}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu \left(1 - \frac{1}{\Pr}\right) \frac{\partial \left(w_{x}^{2}/2\right)}{\partial y}\right]. \tag{11.14}$$

Это уравнение было предложено М. Ф. Широковым. При Pr = 1 оно имеет форму

$$c_{\rho}\rho w_{x} \frac{\partial T^{*}}{\partial x} + c_{\rho}\rho w_{y} \frac{\partial T^{*}}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial T^{*}}{\partial y}\right).$$
 (11.15)

Дифференциальные уравнения турбулентного пограничного слоя получаются на основе дифференциальных уравнений ламинарного пограничного слоя с использованием методики, рассмотренной в

§ 5.5. Уравнения движения, сплошности и энергии для турбулент- ного пограничного слоя имеют вид

$$\frac{\partial \overline{w}_{x}}{\partial x} + \overline{\rho w}_{y} \frac{\partial \overline{w}_{x}}{\partial y} = -\frac{d\overline{\rho}}{dx} + \frac{\partial}{\partial y} \left[ (\mu + \mu_{x}) \frac{\partial \overline{w}_{x}}{\partial y} \right]; \quad (11.16)$$

$$\frac{\partial (\overline{\rho w}_{x})}{\partial x} + \frac{\partial (\overline{\rho w}_{y})}{\partial y} = 0; \quad (11.17)$$

$$c_{\overline{\rho}} \overline{pw}_{x} \frac{\partial \overline{T}}{\partial x} + c_{\overline{\rho}} \overline{pw}_{y} \frac{\partial \overline{T}}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left[ (\lambda + \lambda_{x}) \frac{\partial \overline{T}}{\partial y} \right] + \dots + (\mu + \mu_{x}) \left( \frac{\partial \overline{w}_{x}}{\partial y} \right)^{2} + \overline{w}_{x} \frac{d\overline{\rho}}{dx}. \quad (11.18)$$

При исследовании теплоотдачи высокоскоростных газовых потоков используются также интегральные соотношения пограничного слоя. Форма интегральных соотношений для сжимаемого и несжимаемого газа одинакова. Изменяется только форма записи условных толщин пограничного слоя, а в законы теплообмена и трения вводятся относительные функции  $\Psi_{\mathbf{M}}$ ,  $\Psi^*_{\mathbf{M}}$ , отражающие влияние сжимаемости на теплоотдачу и трение.

Для осесимметричного сжимаемого потока газа, состав которого не изменяется при разогреве в процессе его торможения, а через стенки канала с изменяющимся по длине радиусом осуществляется вдув инородного газа в поток, интегральное соотношение энергии имеет вид

$$\frac{dRe_{r}^{**}}{d\overline{x}} + Re_{r}^{**} \left[ \frac{1}{\Delta T} \frac{d(\Delta T)}{d\overline{x}} + \frac{1}{R_{x}} \frac{dR_{x}}{d\overline{x}} \right] = St_{0}(\Psi + B_{0}) Re_{L}, (11.19)$$

где  $\mathrm{Re}_{\mathtt{T}^{**}} = \rho_{\infty} w_{\infty} \delta_{\mathtt{T}^{**}} / \mu_{\mathtt{H}\infty}$ ;  $\rho_{\infty}$  и  $w_{\infty} -$  плотность газа и продольная составляющая скорости за пределами пограничного слоя;

$$\delta_{\mathbf{r}}^{**} = \int_{\mathbf{0}}^{\delta_{\mathbf{r}}} \frac{\rho \cdot v_{x}}{\rho_{\infty} w_{\infty}} \left( 1 - \frac{T^{*} - T_{w}}{T_{f}^{*} - T_{w}} \right) \left( 1 - \frac{y}{R_{x}} \right) \mathrm{d}y;$$

y— координата, нормальная к поверхности канала;  $\delta_{\mathtt{T}}$ — толщина теплового пограничного слоя;  $w_{\mathtt{x}}$  и  $T^*$ — продольная скорость газа и температура торможения газа на расстоянии y от поверхности теплообмена;  $T_f^*$ — температура торможения за пределами пограничного слоя;  $T_w$ — температура стенки;  $\mu_{\mathrm{H}\infty}$ — динамическая вязкость, определяемая по температуре торможения невозмущенного потока;  $\overline{x} = x/L$ — относительная продольная координата, совпадающая с образующей сопла;  $\Delta T = T_r - T_w$ ;  $R_x$ — внутренний радиус канала;  $\mathrm{St}_0 = q_w/(c_p \rho_\infty w_\infty \Delta T)$ — число Стантона для стандартных условий;  $\Psi$ — относительная функция, отражающая влияние на

теплоотдачу возмущающих факторов (влияние сжимаемости отражается в этой функции множителем  $\Psi_{\rm M}$ , влияние вдува — мно. жителем  $\Psi_{\rm B}$ );  $B_0 = (1/{\rm St^o}) \rho_w v_w/(\rho_\infty w_\infty)$  — параметр проницаемости;  $\rho_w v_w = g_w$  — плотность массового потока вдуваемого газа;  $Re_L = \rho_\infty w_\infty L/\mu_{\rm H\infty}$ ; L — характерный размер обтекаемой поверхности;  $St^o$  — число Стантона при отсутствии вдувания.

Для химически реагирующего теплоносителя интегральное соотношение энергии удобнее записать с использованием полных энтальпий:

$$\frac{dRe_{r}^{**}}{d\overline{x}} + Re_{r}^{**} \left[ \frac{1}{\Delta H} \frac{d(\Delta H)}{d\overline{x}} + \frac{1}{R_{r}} \frac{dR_{r}}{d\overline{x}} \right] = St_{0}(\Psi + B_{0}) Re_{L}, \quad (11.20)$$

где  $\Delta H = H_f + w^2_{\infty}/2 - H_w$ ;  $H_f$  и  $H_w$  — полные энтальпии газа при температурах  $T_f$  и  $T_w$ ;

$$\delta_{\tau}^{**} = \int_{0}^{\delta_{\tau}} \frac{\rho_{x} w_{x}}{\rho_{\infty} w_{\infty}} \left( 1 - \frac{H + w_{x}^{2}/2 - H_{w}}{H_{f} + w_{\infty}^{2}/2 - H_{w}} \right) \left( 1 - \frac{y}{R_{x}} \right) dy;$$

H — полная энтальпия газа на расстоянии y от поверхности канала;  $\operatorname{St}_0 = q_w/(\rho_\infty w_\infty \Delta H)$ .

## § 11.4. ПОСТРОЕНИЕ МЕТОДОВ РАСЧЕТА ТЕПЛООТДАЧИ

Уравнение энергии (5.29) для небольшой скорости движения теплоносителя и уравнение (1115) для высокоскоростных газовых потоков одинаковы по форме, только при большой скорости движения газа вместо термодинамической температуры фигурирует температура заторможенного потока. Следовательно, при большой скорости движения газа температура заторможенного потока играет такую же роль, как термодинамическая температура в потоках малой скорости.

Этот же вывод можно получить на основе анализа температурных полей при теплоотдаче. При небольшой скорости движения теплоносителя теплообмен потока со стенкой возможен при условии  $T_I \neq T_w$ . При большой скорости течения газа и  $\Pr = 1$  теплообмен возможен при  $T_I \neq T_w$ , а в общем случае при  $T_r \neq T_w$ . Поэтому при скоростях течения, когда разогрев газа в пограничном слое вследствие его торможения становится уже заметным, в формуле Ньютона для теплоотдачи термодинамическую температуру потока следует заменить на адиабатную температуру стенки. Обобщенная формула Ньютона имеет вид

$$q_w = \alpha (T_r - T_w). \tag{11.21}$$

Для газовых потоков, у которых число Прандтля близко к единице, плотность теплового потока можно записать также через температуру торможения

$$q_{w} = \alpha (T_{f}^{*} - T_{w}).$$
 (11.22)

Если теплообмен между газом и стенкой сопровождается химическими реакциями, то количество переданной теплоты будет зависеть от разности полных энтальпий газа. Поэтому при наличии химических реакций формулы плотности теплового потока запишутся так:

$$q_w = \frac{\alpha}{c_{\rho w}} (H_r - H_w); \qquad (11.23)$$

$$q_{w} = \frac{\alpha}{c_{pw}} \left( H_f^* - H_w \right), \tag{11.24}$$

где  $H_r = H_f + rw^2_{\infty}/2$ ;  $H_f^* = H_f + w^2_{\infty}/2$ ;  $H_w$ — полная энтальпия при температуре стенки;  $c_{pw}$ — теплоемкость газа при температуре стенки.

Рассмотренные выше обобщения формулы Ньютона на случай теплоотдачи в условиях движения газа с большой скоростью позволяют при расчете тепловых потоков непосредственно учесть только две особенности этого процесса: разогрев газа в пограничном слое и изменение его полной энтальпии из-за тепловых эффектов химических реакций. Остальные особенности учитываются при расчете коэффициента теплоотдачи.

Для скоростей до M=1,6 коэффициент теплоотдачи можно определять из обычных уравнений подобия, полученных при небольших скоростях движения газа.

При больших скоростях движения газа расчетные формулы для коэффициента теплоотдачи получают на основе решения полной системы уравнений пограничного слоя или путем искусственного сведения задачи о теплоотдаче при больших скоростях к ранее рассмотренной задаче, когда эффект больших скоростей не проявляется. Используется и экспериментальный метод получения расчетных соотношений теплоотдачи.

При получении расчетных формул с помощью теории пограничного слоя используется уравнение связи между коэффициентами теплоотдачи и трения, полученное в § 5.3. Оно сохраняется при больших скоростях движения газа. В самом деле дифференциальное уравнение (11.15), полученное при Pr=1, и уравнение (11.11) при dp/dx=0 имеют одинаковую форму и после перехода к безразмерным температурам и скоростям \* позволяют сделать заключение о тождественном распределении безразмерных параметров

$$\frac{T^*-T_w}{T_f^*-T_w}=\frac{w_x}{w_\infty}.$$

Следовательно, в высокоскоростном потоке при Pr = 1 и dp/dx = 0 имеет место подобие полей скоростей и избыточных тем-

<sup>\*</sup> Для малых скоростей движения теплоносителя такой анализ выполнен **в** § 5.3.

ператур торможения, т. е. сохраняется основа для получения зависимости  $\alpha = f(c_f)$ .

При решении уравнений пограничного слоя зависимости теплофизических параметров от температуры аппроксимируются степенными зависимостями.

Система дифференциальных уравнений сжимаемого турбулентного пограничного слоя замыкается эмпирическими соотношениями, построенными на теории Прандтля и других теориях. Решение уравнений выполняется обычно для безотрывного течения при отсутствии скачков уплотнения вблизи поверхности теплообмена с использованием аналитических и численных методов.

При решении интегрального соотношения энергии используется стандартный закон теплообмена (7.30), а относительная функция  $\Psi_{\mathbf{M}}$ , характеризующая влияние сжимаемости на интенсивность теплоотдачи, найдена на основе теории турбулентного пограничного слоя с исчезающей вязкостью.

Для учета влияния полей физических параметров на коэффициент теплоотдачи при большой скорости движения газа разработан также метод определяющей температуры. При расчете процессов теплоотдачи в соответствии с этим методом физические параметры газа необходимо выбирать по некоторой эффективной температур, определяющих форму температурного поля при большой скорости течения газа: температуры поверхности  $T_w$ , адиабатной температуры стенки  $T_r$  и температуры на внешней границе пограничного слоя  $T_\delta$ . По Эккерту, эффективная температура определяется формулой

$$T_9 = 0.5 (T_w + T_b) + 0.22 (T_r - T_b).$$
 (11.25)

При обтекании тела без скачков уплотнения и отсоединенных ударных волн температура на внешней границе пограничного слоя принимается равной температуре газа в невозмущенном потоке. В противном случае под  $T_{\delta}$  надо понимать температуру газа за ударной волной или за скачком уплотнения.

Подсчет определяющей температуры по выражению (11.25) позволяет использовать для оценки коэффициента теплоотдачи формулы, полученные решением уравнений пограничного слоя без учета изменения физических параметров газа. Сопоставление результатов расчета трения и теплоотдачи по определяющей температуре  $T_3$  и методике, учитывающей поля физических параметров, показало, что при  $M = 0,2 \dots 22$  разница в результатах не превышает 3%.

Следует подчеркнуть, что выбором определяющей температуры нельзя учесть особенности теплоотдачи, обусловленные химическими реакциями. Поэтому для учета этих особенностей в уравнение подобия можно ввести критерий Льюиса — Семенова. Форма этой поправки рассмотрена в § 10.6.

Для учета влияния полей физических параметров на теплообмен при M>1,6 в опытные уравнения подобия теплоотдачи вводится число M и температурный фактор  $T_w/T_r$ . Если при обработке опытных данных в качестве определяющей выбрать температуру  $T_{\rm s}$ , то число M и температурный фактор в уравнение подобия не войдут.

### § 11.5. ТЕПЛООТДАЧА ПРИ ВНЕШНЕМ ОБТЕКАНИИ ТЕЛ

Теплоотдачу при внешнем обтекании тел высокоскоростным потоком удобно рассчитать на основе ранее полученных формул для небольших скоростей потока, если изменение физических свойств в пограничном слое учесть выбором их по эффективной температуре, а наличие химических реакций — поправкой  $\varepsilon_p$ , рассмотреиной в § 10.6.

При большой скорости газа формулы для местного (6.7) и среднего (6.8) коэффициентов теплоотдачи на пластине при ламинарном пограничном слое имеют вид

$$Nu_{x_9} = 0.33 Re_{x_9}^{0.5} Pr_9^{0.33} \epsilon_{\rho};$$
 (11.26)

$$\overline{Nu}_{l_9} = 0,66 \text{Re}_{l_9}^{0.5} \text{Pr}_{s}^{0.33} \varepsilon_p.$$
 (11.27)

При необходимости учесть изменение граничных условий по длине пластины расчет теплоотдачи для высокоскоростного потока можно выполнить на основе интегрального соотношения энергии (5.50), в котором число St определяется формулой (7.32). Решение интегрального соотношения для турбулентного пограничного слоя приводит к расчетному соотношению для числа St, которое имеет такую же форму, как формула (7.44), только вместо  $\Psi_{\tau}$  в него необходимо подставить  $\Psi_{\tau}\Psi_{M}$ . При этом при подсчете  $\Psi_{\tau}$  [формула (7.33)] вместо  $T_{w}/T_{f}$  используется отношение  $T_{w}/T_{r}$ , а выражение для относительной функции  $\Psi_{M}$ , отражающей влияние сжимаемости на теплоотдачу, в соответствии с теоретическим решением Кутателадзе и Леонтьева имеет вид

$$\Psi_{M} = \frac{\arctan M_{\infty} \sqrt{r(k-1)/2}}{M_{\infty} \sqrt{r(k-1)/2}}, \qquad (11.28)$$

где r — коэффициент восстановления температуры; k — показатель адиабаты.

Сопоставление расчетов по формуле (11.28) с опытными данными, полученными при  $M_{\infty}{=}1$ , 2... 10 без химических реакций в потоке, свидетельствует об их удовлетворительном согласовании.

При наличии химических реакций величина  $\Psi_{\mathbf{r}}$  заменяется на  $\Psi_{\mathbf{r}}\Psi_{\mathbf{M}}\Psi_{\mathbf{p}}$ , где  $\Psi_{\mathbf{p}}=\varepsilon_{\mathbf{p}}^{1,25}$ .

Результаты опытного измерения местных коэффициентов теплоотдачи, выполненного Л. В. Козловым при турбулентном погранич-

ном слое на пластине, обтекаемой сверхзвуковым потоком с  $M_{\infty}$  = 1, 7 ... 4, описываются уравнением

$$Nu_{xw} = 0.029 Re_{xw}^{0.8} Pr_{w}^{0.4} \left(\frac{T_{w}}{T_{r}}\right)^{0.39} \left(1 + r \frac{k-1}{2} M_{\infty}^{2}\right)^{0.11}$$
. (11.29)

Здесь в качестве определяющего размера выбрано расстояние от начала пластины до участка, на котором определяется местный коэффициент теплоотдачи. За определяющую взята температура поверхности пластины. При обработке опытных данных коэффициент теплоотдачи определяется по формуле (11.21). При проведении опытов число Рейнольдса изменялось от  $5\cdot 10^5$  до  $2\cdot 10^7$ , а температурный фактор  $T_w/T_r$  — от 0,55 до 0,95.

Сопоставление результатов расчета теплоотдачи по этой формуле с опытными данными других исследователей до  $M_\infty = 9$  дает

удовлетворительное совпадение.

Формула (11.29) позволяет выявить результирующее влияние числа M на коэффициент теплоотдачи. На рис. 11.2 показана зависимость, построенная с помощью этой формулы ( $Nu_0$ — число Нуссельта при M=0). График показывает, что увеличение числа M при Re=idem и прочих равных условиях в исследованном диа-

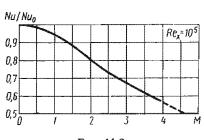


Рис. 11.2

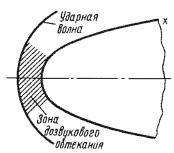


Рис. 11.3

пазоне скоростей сопровождается уменьшением коэффициента теплоотдачи.

Специфические особенности возникают в процессе теплоотдачи вблизи передней критической точки при обтекании тел высокоскоростным потоком газа. Обтекание тела сверхзвуковым потоком газа сопровождается возникновением ударной волны (рис. 11.3), при этом вблизи передней критической точки образуется зона дозвукового течения.

Для определения коэффициента теплоотдачи вблизи передней критической точки при обтекании осесимметричного тела диссоциирующим воздухом Фэй и Ридделл решили дифференциальные уравнения ламинарного пограничного слоя численным методом для условий движения со скоростью 1,77 ... 7 км/с на высоте 7,6 ... 37 км при температуре стенки  $T_{\infty}$  = (300 ... 3000) К. В расчетах

принималось Pr=0,71; Le=1...2. Расчеты выполнены для равновесного состава диссоциирующей смеси с учетом изменения физических параметров по поперечному сечению пограничного слоя. Результаты численных решений аппроксимированы формулой

$$Nu_{xw} = 0.763 Re_{xw}^{0.5} Pr^{0.4} \left( \frac{\rho^* \mu^*}{\rho_{w} \mu_{w}} \right)^{0.4} \left[ 1 + (Le^{0.52} - 1) \frac{h}{H_f^*} \right].$$
(11.30)

Здесь звездочкой отмечены параметры заторможенного потока; h — средняя энергия диссоциации на единицу массы атомов, равная сумме произведений концентрации атомов на химическую энергию их образования;  $Nu_{xw} = \alpha x/\lambda_w$ ;  $Re_{xw} = w_{\delta}x/v_w$ ;  $w_{\delta}$  — скорость потока на внешней границе пограничного слоя.

Роуз и Старк сопоставили результаты опытного исследования коэффициента теплоотдачи, проведенного на цилиндрическом теле с полусферическим носком в ударной трубе со скоростью воздуха до 7,9 км/с, с формулой (11.30). Результаты опытов удовлетворительно согласуются с формулой (11.30) при Le=1,4 и Pr=0,71.

## § 11.6. ТЕПЛООТДАЧА ВЫСОКОСКОРОСТНОГО ПОТОКА ПРИ ПОДВОДЕ ИНОРОДНОГО ГАЗА В ПОГРАНИЧНЫЙ СЛОЙ

При расчете теплоотдачи высокоскоростного потока в условиях подвода инородного газа в пограничный слой широко используются результаты численных исследований, а также экспериментальные результаты, полученные при умеренных скоростях.

Результаты численных расчетов теплоотдачи проницаемой пластины при ламинарном пограничном слое, выполненных при  $M_{\infty}$ = = 1.5 ... 20 и  $T_{w}/T_{f}$ = 0.5 ... 5, обобщены уравнением

$$\frac{\alpha/c_p}{(\alpha/c_p)_0} = 1 - 0.85 Pr^2/3 \left(\frac{m_f}{m_B}\right)^{0.3} \frac{\rho_w v_w}{(\alpha/c_p)_0} , \qquad (11.31)$$

где  $m_f$  и  $m_B$  — молярные массы внешнего потока и вдуваемого газа, а индексом «0» обозначены параметры для непроницаемой стенки. Формула применима при  $(\alpha/c_p)/(\alpha/c_p)_0 > 0,2$ .

Результаты численных расчетов теплоотдачи проницаемой поверхности вблизи передней критической точки при ламинарном пограничном слое и равномерном распределении вдуваемого газа по поверхности теплообмена обобщены уравнениями:

при 
$$\rho_w v_w / (\alpha/c_p)_0 < 1.5$$

$$\frac{\alpha/c_{p}}{(\alpha/c_{p})_{0}} = 1 - 0.67 \left(\frac{m_{f}}{m_{B}}\right)^{0.25} \frac{\rho_{w}v_{w}}{(\alpha/c_{p})_{0}}; \qquad (11.32)$$

при  $\rho_w v_w / (\alpha/c_p)_0 > 1,5$ 

$$\frac{\alpha/c_p}{(\alpha/c_p)_0} = 1 - \left(\frac{m_f}{m_s}\right)^{0.25} \exp\left[0.2303\left(-0.45 + 0.3 + 0.3 + \frac{\rho_w v_w}{(\alpha/c_p)_0}\right)\right]. (11.33)$$

При получении этих формул выбираемые для расчета температуры обтекающего тела газа достигали  $15 \cdot 10^3$  K и, следовательно, газ был частично ионизированным.

Результаты экспериментального исследования теплоотдачи пластины при турбулентном пограничном слое, выполненного при вдувании различных газов, обобщены уравнением

$$\frac{\alpha/c_p}{(\alpha/c_p)_0} = 1 - 0.19 \left(\frac{m_f}{m_p}\right)^{\alpha} \frac{\rho_w v_w}{(\alpha/c_p)_0}, \qquad (11.34)$$

где a=0.35 при  $m_f/m_B=0.2\dots 1$ ; a=0.7 при  $m_f/m_B=1\dots 8$  и a=1 при  $m_f/m_B>8$ . Формула применима при  $(\alpha/c_P)/(\alpha/c_P)_0\geqslant 0.1$ .

При расчете теплоотдачи высокоскоростного потока в осесимметричном канале при вдуве инородного газа в турбулентный пограничный слой через его стенки относительная функция  $\Psi_{\rm B}$ , отражающая влияние вдува на теплоотдачу, определяется формулой, полученной на основе теории турбулентного пограничного слоя с исчезающей вязкостью:

$$\Psi_{\rm g} = \left(1 - \frac{B_0}{B_{0 \text{KB}}}\right)^2, \tag{11.35}$$

где  $B_0 = (1/St_0) \rho_w v_w / (\rho_\infty w_\infty)$  — параметр проницаемости;  $B_{0\kappa p}$  — критическое значение параметра проницаемости, при котором пограничный слой оттесняется от стенки.

Для несжимаемого потока  $B_{0\kappa p} = 4$ , а для сжимаемого

$$B_{0okp} = B_{0kp}^{\bullet} \Psi_{M}, \qquad (11.36)$$

где

$$B_{0мp}^* = \frac{1}{1-\psi} \left( \ln \frac{1+\sqrt{1-\psi}}{1-\sqrt{1-\psi}} \right)^2$$
 при  $\psi < 1;$  (11.37)

$$B_{0xy}^* = \frac{1}{\psi - 1} \left( \arccos \frac{2 - \psi}{\psi} \right)^2$$
 при  $\psi > 1$ . (11.38)

Здесь  $\psi = T_w/T_r$  при использовании уравнения (11.19) или  $\psi = h_w/h_r$  при использовании уравнения (11.20); h—энтальпия газа.

Коэффициент восстановления температуры r, необходимый для вычисления адиабатной температуры стенки по формуле (11.7), зависит от интенсивности вдува. При подводе инородного газа в пограничный слой коэффициент восстановления температуры уменьшается.

## § 11.7. ТЕПЛООТДАЧА В СОПЛАХ

При движении газового потока через сопло давление, температура и плотность газа уменьшаются, а скорость — увеличивается. На выходе из сопла Лаваля имеет место сверхзвуковой поток. В сопла ракетных двигателей поступает высокотемпературная смесь продуктов сгорания, и потому на теплоотдачу влияет не только сжимаемость, но и протекающие в газе химические реакции.

Закономерности изменения скорости и плотности газа по длине сопла определяют изменение интенсивности теплоотдачи. На рис-

11.4 показана типичная зависимость  $\alpha/\alpha_{\rm KP} = f(x)$ , полученная расчетным путем ( $\alpha$  и  $\alpha_{\rm KP}$  — местные коэффициенты теплоотдачи в рассматриваемом и критическом сечениях сопла). Как видно из ри-

сунка, в критическом сечении сопла коэффициент теплоотдачи достигает максимального значения.

Расчетные соотношения, определяющие распределение коэффициентов теплоотдачи по длине сопла, устанавливаются на основе дифференциальных уравнений или интегральных соотношений пограничного слоя. Рассмотрим расчет теплоотдачи нереагирующего газа при турбулентном пограничном слое и при вдувании инородного газа в пограничный слой через стенки сопла. Расчет проведен на основе интесоотношения грального энергии (11.19) с использованием закона теплообмена (7.30) и относительных функций  $\Psi_{\tau}$  [формула (7.33), в которой  $T_f$  заменено на  $T_f$ .  $\Psi_M$  [форму-

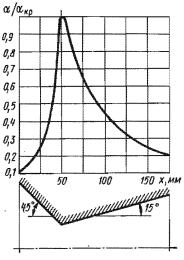


Рис. 11.4

ла (11.28)] и  $\Psi_{\rm B}$  [формула (11.35)]. Интегрирование уравнения (11.19) в предположении, что пограничный слой формируется от входного сечения сопла, с учетом (7.30) позволяет получить формулу

$$\operatorname{Re}_{r}^{**} = \frac{1}{\Delta T \overline{D}} \left\{ \frac{1+m}{2 \operatorname{Pr}^{0.75}} A \operatorname{Re}_{n^{\infty}} \int_{0}^{\overline{x}} \left( \left[ \Psi \left( \frac{\mu_{w}}{\mu_{n^{\infty}}} \right)^{m} + B_{0} \right] \times \right. \right.$$

$$\times f(w) \Delta T^{1+m} \overline{D}^{1+m} d\overline{x} \right\}^{1/(m+1)}, \qquad (11.39)$$

где  $\mathrm{Re}_{\mathrm{H}\infty} = w_{\mathrm{H}\infty} D_{\mathrm{NP}} / v_{\mathrm{H}\infty}$ ;  $w_{\mathrm{H}\infty}$  и  $v_{\mathrm{H}\infty}$  — скорость и кинематическая вязкость газа на входе в сопло;  $D_{\mathrm{NP}}$  — диаметр критического сечения сопла;  $\overline{D} = D/L$  — безразмерный диаметр, зависящий от  $\overline{x}$ ; L — характерный размер системы;  $\overline{x} = x/L$ ; w — осевая скорость движения газа через сопло; функция f(w) определяется выражением

$$f(w) = \left(\frac{k-1}{k+1}\right)^{0.5} \left(\frac{2}{k+1}\right)^{1/(k-1)} \frac{F_{\kappa p}}{F}, \qquad (11.40)$$

где F и  $F_{\rm kp}$  — площади поперечного сечения канала в произвольном и критическом сечениях; k — показатель адиабаты.

При степенном профиле распределения скоростей с n=1/7, который реализуется при  $\text{Re}_{\tau^{\bullet\bullet}} < 10^4$ , A=0,0256 и m=0,25. Для этих условий формула (11.39) приводится к виду

$$\operatorname{Re}_{\tau}^{\bullet\bullet} = \frac{1}{\Delta T \bar{D}} \left\{ 0.016 \frac{\operatorname{Re}_{\pi^{\bullet}}}{\operatorname{Pr}^{0.75}} \int_{0}^{x} \left( \left[ \Psi \left( \frac{\mu_{w}}{\mu_{\pi^{\bullet}}} \right)^{0.25} + B_{0} \right] f(w) \Delta T^{1.25} \times \bar{D}^{1.25} \right) d\bar{x} \right\}^{0.8}. \tag{11.41}$$

Подстановка  $Re_{\tau}^{**}$  из этого выражения в закон теплообмена позволяет получить зависимость числа St от координаты, совпадающей с образующей сопла.

Для оценки теплоотдачи на поверхности сопла в первом приближении можно воспользоваться более простой методикой. При  $B_0 = 0$  уравнение (11.19) приводится к виду

$$\frac{d}{dr} \left( \operatorname{Re}_{r}^{**} R_{x} \Delta T \right) = \operatorname{St} \operatorname{Re}_{L} R_{x} \Delta T. \tag{11.42}$$

После интегрирования этого выражения от 0 до х получим

$$\operatorname{Re}_{x}^{**}R_{x}\Delta T = \int_{0}^{x} \frac{q_{w}R_{x}}{\lambda \operatorname{Pr}} dx. \tag{11.43}$$

В дозвуковой части сопла  $R_x$  уменьшается, а  $q_w$  возрастает; в сверхзвуковой —  $R_x$  увеличивается, а  $q_w$  уменьшается (рис. 11.4). В критическом сечении минимуму  $R_x$  соответствует максимум  $q_w$ . Поэтому примем приближенно  $q_wR_x$ —const. Пренебрежем также изменением  $\lambda$ Pr по длине сопла. Тогда из (11.43) получается

$$Re_r^{\bullet\bullet} = St Re_x, \qquad (11.44)$$

где  $\text{Re}_x = w_\infty \rho_\infty / \mu_{\text{H}\infty}$ .

Подставив в формулу  $St = St_0\Psi$  величину  $St_0$  из выражения (7.30) при A = 0.0256 и m = 0.25, а  $Re_{\tau}^{\bullet \bullet}$  из формулы (11.44), найдем

$$St = 0.0306 Re_{r}^{-0.2} Pr^{-0.6} \Psi^{0.8}$$
 (11.45)

или

$$Nu_x = 0.0306 Re_x^{0.8} Pr^{0.4} \Psi^{0.8}$$
. (11.46)

Формулы (11.45) и (11.46) практически совпадают с формулами для теплоотдачи на пластине при  $q_w$ —const. Следовательно, при принятых выше упрощающих предпосылках распределение коэффициента теплоотдачи по длине сопла можно найти по формуле пластины с учетом изменения скорости  $w_\infty$  в процессе расширения газа.

## § 11.8. ОСОБЕННОСТИ ТЕПЛООТДАЧИ ДИСПЕРСНЫХ ПОТОКОВ В СОПЛАХ

Задача расчета теплоотдачи дисперсных потоков в соплах возникла в связи с использованием в ракетных двигателях металлизированных твердых топлив-Продукты сгорания таких топлив на входе в сопло включают в себя жидкие кондепсированные частицы с размером 1 ... 4 мкм, которые при движении через сопло укрупняются до размера 10 ... 60 мкм, а некоторые из них могут перейти в твердое состояние.

Благодаря быстрому увеличению скорости и снижению температуры газа при движении его через сопло возникает разность скоростей и температур между газом и частицами — наблюдается скоростное и температурное отставание частиц от газа. Скоростное отставание частиц приводит к возникновению силы аэродинамического сопротивления, с которой газ действует на частицу; эта сила в основном определяет характер движения частицы. Температурное отставание определяет интенсивность теплообмена между средой и частицей.

Сила сопротивления зависит от размера частиц, поэтому частицы различных размеров перемещаются с различными скоростями. Это приводит к столкновению частиц с последующим их дроблением или коагуляцией.

Плотность частиц во много раз больше плотности газа, поэтому в сужающейся части сопла наблюдается инерционное выпадение частиц на поверхность; после соударения с поверхностью они могут отскочить или остаться на поверхности. Жидкие частицы, выпавшие на поверхность, могут образовывать отдельные струйки или сплошную пленку. В сверхзвуковой части сопла с большой степенью расширения и криволинейной (вогнутой) образующей также возможно выпадение частиц на стенку в концевой части сопла.

Теплоотдача дисперсного потока к стенкам сопла изменяется по сравнению с однородным газовым потоком за счет возмущений, которые вносят в пристенную область выпадающие на стенку частицы, участия частиц в турбулентном переносе теплоты, изменения турбулентности и физических свойств (теплопроводности, вязкости), обусловленного присутствием частиц, дополнительного термического сопротивления пленки конденсата, если она образуется на поверхности сопла.

Тепловое взаимодействие дисперсного потока с поверхностью сопла сопровождается обычно уносом теплозащитного покрытия (испарение, химическое разложение покрытия и т. д.). Поэтому теплоотдача протекает в условиях вдувания инородного газа в пограничный слой основного потока. Влияние вдувания на интенсивность теплоотдачи дисперсного потока также имеет некоторые особенности. Конденсированные частицы, достигающие поверхности теплообмена, способствуют перемешиванию вдуваемого газа с основным потоком и тем самым ослабляют теплозащитные свойства вдува. С другой стороны, интенсивный вдув препятствует перемещению частиц по направлению к стенке и, следовательно, ослабляет их возмущающее воздействие на поток.

Частицы, достигшие поверхности сопла, имеют более высокую температуру, чем эта поверхность, и передают ей теплоту в про-

цессе контакта. Продолжительность контакта может быть различной. Частицы, которые после соударения со стенкой отлетают от нее, контактируют со стенкой только в период деформационного взаимодействия и передают стенке только часть своей избыточной энтальпии и кинетической энергии. Жидкие частицы, прилипающие к поверхности сопла, передают ей всю избыточную энергию. Вклад кинетической энергии в теплообмен особенно значителен в сверхзвуковой части сопла.

Перенос теплоты от дисперсного потока к твердой поверхности и к поверхности жидкой пленки имеет много общего, но имеются и отличия. Они состоят в разном механизме энергообмена частиц с твердой и жидкой поверхностью, а также в том, что твердые частицы возмущают пристенную часть потока при подходе к ней

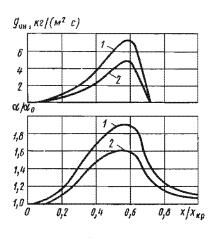


Рис. 11.5

и при отходе от нее, а выпадающие в пленку частицы возмущают поток только при подходе к пленке.

Сложность физической картины процесса теплообмена дисперсного потока с поверхностью сопла и отсутствие количественных характеристик по некоторым элементам этого процесса заставляют при разработке его расчетной схемы вводить ряд упрощающих предпосылок.

Главная предпосылка, на которой основывается расчет теплоотдачи между дисперсным потоком и поверхностью сопла (или пленки), состоит в том, что интенсифицирующее влияние част

тиц на теплоотдачу газового потока однозначно связывается с силой их взаимодействия с несущей средой (или с плотностью массового инерционного потока выпадающих на стенку частиц), при этом размеры частиц влияют только на значение этой силы (или плотности инерционного потока частиц).

На рис. 11.5 сопоставлено изменение по длине сопла плотности потока массы инерционно выпадающих на поверхность сопла частиц  $\dot{g}_{\text{ин}}$  и соотношения коэффициентов теплоотдачи дисперсного и однородного потоков. Изменение коэффициентов теплоотдачи дисперсного и однородного потоков получено экспериментальным путем в модельном сопле, профиль которого образован дугами окружности, а диаметр критического сечения составлял 25 мм, при протекании через сопло воздуха с примесью твердых частиц оксида алюминия с размером 2 ... 30 мкм. Начальная температура рабочего тела 260 ... 300°С, начальное давление 0,35 МПа. Опыты про-

ведены при соотношении массовых расходов  $\beta = 0.18 \dots 0.5$ . На рисунке линии I и 2 соответствуют  $\beta = 0.345$ .

Плотность потока инерционно выпадающих на поверхность сопла частиц определена на основе численного решения дифференциального уравнения движения частицы под влиянием аэродинамической силы сопротивления.

Расчет контактного теплообмена при соударении частиц с поверхностью показал, что в условиях опытов передача теплоты в стенку за счет контакта не превышает 3% от количества теплоты, переданного в стенку газовым потоком. Поэтому интенсификация теплоотдачи при выпадении частиц на стенку обусловлена главным образом возмущениями, которые частицы вносят в пристенную область.

Из рис. 11.5 видно, что наблюдается удовлетворительное соответствие плотности потока инерционно выпадающих на стенку частиц и интенсификации теплоотдачи, обусловленной присутстрием в потоке конденсированных частиц.

Анализ опытных данных по теплоотдаче дисперсных потоков в соплах показывает, что при инерционном выпадении частиц на поверхность теплообмена их интенсифицирующее влияние на теплоотдачу начинается при значительно меньших значениях  $\beta$ , чем в каналах постоянного сечения. Так, в описанных выше опытах при  $\beta$ =0,18 наблюдалось увеличение коэффициента теплоотдачи, обусловленное присутствием частиц, на 30%, а при  $\beta$ =0,5— на 90%, тогда как в трубах интенсификация теплоотдачи наблюдается только при  $\beta$ >5.

Дифференциальное уравнение движения газовой среды дисперсного потока наряду с внешними силами давления, массовыми силами и силами вязкости включает силу  $F_s$ , с которой конденсированные частицы воздействуют на единицу объема газа. Поэтому из уравнения движения получается дополнительное число подобия, характеризующее влияние частиц на газовый поток:

$$K_s = \frac{F_s l}{\rho_r w_r^2} \,. \tag{11.47}$$

Обобщение описанных выше опытных данных на основе числа подобия  $K_s$  и комплекса  $\beta_{\rm M}c_s/c_{pr}$  ( $c_s$  — удельная теплоемкость вещества частиц;  $c_{pr}$  — удельная теплоемкость газа;  $\beta_{\rm M}$  — местное соотношение массовых расходов частиц и газа), отражающего влияние физических свойств частиц и газа на интенсивность теплоотдачи, позволило получить уравнение подобия

$$\varepsilon_{\kappa} = \frac{\alpha}{\alpha_0} = 1 + 1, 2 \cdot 10^3 \left( \beta_{M} - \frac{c_s}{c_{Pr}} \right)^{0.1} K_s^{0.83}.$$
 (11.48)

Это уравнение обобщает опытные данные при  $K_s = (0.25 \dots 2) 10^{-4}$  и  $\beta_{\rm M} c_s/c_{\rm pp} = 0.1 \dots 0.5$ ; оно не включает число Re в связи

с тем, что опыты выполнены в узком диапазоне его изменениз ( $\text{Re}=\omega_{\text{вx}}/v=10^{5}\dots 1,1\cdot 10^{5}$ ). Опыты проведены с использованием полидисперсных систем, поэтому число  $K_{s}$  и местное соотношение массовых расходов подсчитывались по формулам

$$K_s = \sum_{j=1}^{k} F_{sj} d_{sj} / (\rho_r w_r^2); \ \beta_M = \sum_{j=1}^{k} \rho_{sj} w_{sj} / (\rho_r w_r),$$

где j — номер фракции (все частицы подразделены на несколько фракций, в каждой из которых средний размер частицы характеризуется средним диаметром  $d_{sj}$ );  $\rho_{sj}$  — плотность дисперсного потока с учетом только частиц j-й фракции;  $w_{sj}$  — скорость частиц

ј-й фракции.

Пленка конденсата, которая может образовываться при выпадении жидких частиц, также существенно влияет на теплообмен дисперсного потока с поверхностью сопла. Расчеты показывают, что изменение толщины пленки по длине сопла определяется главным образом распределением плотности потока инерционно осаждающихся частиц на стенку. Пленка существенно снижает теплообмен дисперсного потока со стенками сопла, а результирующая плотность теплового потока может оказаться даже меньше, чем при теплоотдаче газового потока без частиц.

#### ГЛАВА 12

## ТЕПЛООТДАЧА В РАЗРЕЖЕННЫХ ГАЗАХ

Необходимость исследования теплоотдачи в условиях разреженного газа диктуется развитием многих отраслей техники. Значительный интерес эта проблема представляет для ракетной техники, техники эксперимента, металлургии. Здесь будет рассмотрено, главным образом, явление теплоотдачи при внешнем обтекании тел разреженным потоком газа.

### § 12.1. ОСОБЕННОСТИ ТЕЧЕНИЯ И ТЕПЛООБМЕНА В РАЗРЕЖЕННЫХ ГАЗАХ

Взаимодействие поверхности теплообмена с потоками жидкости или достаточно плотного газа рассматривается на основе представлений о теплоносителе как о сплошной среде — континууме. Особенность разреженных потоков газа состоит в том, что механизм их взаимодействия с поверхностями твердых телможно объяснить только с учетом молекулярного строения газа. Поэтому количественные характеристики этого взаимодействия устанавливаются на основе молекулярно-кинетической теории газов.

Расстояние, которое проходит молекула между соударениями, называют длиной свободного пробега. Это расстояние различно у разных молекул и у одной и той же молекулы в разные моменты времени. Важной характеристикой совокупности молекул, составляющих поток, является средняя длина свободного пробега, кото-

рая увеличивается при уменьшении давления и увеличении температуры газа. Когда средняя длина свободного пробега молекулимеет одинаковый порядок с размерами тела, газ называют разреженным.

Движение молекул газа после соударения может иметь различный характер. Возможны две крайние модели отражения молекул — зеркальная и диффузная. При зеркальном отражении угол отражения молекулы определяется углом ее подхода к стенке, при этом энергообмена между молекулами и стенкой не происходит. При диффузном отражении благодаря шероховатости стенки или адсорбированным на ее поверхности газовым молекулам происходят многократные контакты подлетающих молекул с поверхностью стенки, благодаря чему происходит полный энергообмен, и кинетическая энергия молекул приходит в полное соответствие с температурой стенки. При этом отлетающие молекулы симметрично рассеиваются по всем направлениям полусферы.

Кнудсен предложил оценивать полноту обмена энергией газовых молекул со стенкой коэффициентом аккомодации, определив его как отношение энергии, переданной молекулами разреженного газа стенке, к энергии, которую они передали бы при условии, что при соударении со стенкой скорость вынужденного движения стала бы равной нулю, а скорость теплового движения пришла в соответствие с температурой стенки. Коэффициент

аккомодации выражается формулой

$$\sigma = \frac{E_{\text{mag}} - E_{\text{orp}}}{E_{\text{mag}} - E_{\text{cr}}},\tag{12.1}$$

где  $E_{\text{пад}}$  и  $E_{\text{отр}}$  — энергия падающих и отраженных от стенки молекул;  $E_{\text{ст}}$  — энергия молекул при температуре стенки.

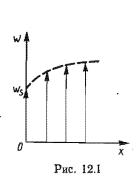
При зеркальном отражении энергия молекулы в процессе соударения не изменяется и потому  $\sigma = 0$ . При полном энергообмене  $\sigma = 1$ . Следовательно, в общем случае  $\sigma = 0 \dots 1$ .

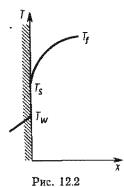
Действительные значения коэффициентов аккомодации зависят в основном от природы газа, материала стенки и состояния ее поверхности. В опытах, проведенных с воздухом при различных видах твердой поверхности, получены значения  $\sigma$  = 0,87 ... 0,97. Но величина  $\sigma$  может иметь значительно меньшие значения. Например, при взаимодействии с вольфрамовой питью водорода получе-

но  $\sigma = 0.2$ , а гелия —  $\sigma = 0.02$ .

При диффузном рассеянии отраженных от стенки молекул средняя тангенциальная составляющая скорости летящих от стенки молекул равна нулю. Так как тангенциальная составляющая скорости подлетающих к поверхности молекул не равна нулю, то и средняя тангенциальная скорость всех молекул, подлетающих к стенке и улетающих от нее, также не равна нулю и представляет собой скорость скольжения газового потока w<sub>3</sub> (рис. 12.1). Еще в большей мере этот эффект проявляется при σ<1.

При взаимодействии со стенкой газа, температура которого отлична от температуры стенки, на поверхности теплообмена воз. никает температурный скачок  $\Delta T = T_s - T_w$  (рис. 12.2). Этот скачок обусловлен тем, что кинетическая энергия подлетающих к стенке молекул отличается от энергии, соответствующей температуре поверхности теплообмена. Поэтому средняя температура находящегося в непосредственной близости от стенки газа не равна температуре стенки.





Следует заметить, что скорость скольжения и температурный скачок наблюдаются в газах любой плотности, однако в плотных газах их значения пренебрежимо малы. По мере увеличения разреженности газа увеличивается средняя длина свободного пробега молекул, увеличивается тангенциальная составляющая скорости подлетающих к поверхности молекул и разность температур между поверхностью и непосредственно прилегающим к ней слоем газа. Поэтому чем больше степень разреженности, тем больше  $w_{\mathfrak{s}}$  и  $\Delta T$ .

На основании молекулярно-кинетической теории газов Дж. К. Максвелл показал, что температурный скачок определяется формулой

$$\Delta T = T_s - T_w = \varphi - \frac{\Delta}{\Pr} \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right)_{x=0}, \qquad (12.2)$$

где А - средняя длина свободного пробега молекул;

$$\varphi = \frac{2 - \sigma}{\sigma} \frac{2k}{k+1} ; \qquad (12.3)$$

k — показатель адиабаты;  $\partial T/\partial x$  — температурный градиент в газе по нормали к поверхности.

Формула (12.2) определяет температурный скачок при свободной конвекции и небольших скоростях течения газа. При больших числах Маха формула температурного скачка усложняется.

**в** этих условиях температурный скачок зависит от скорости скольжения.

При течении газа со скольжением около поверхности тела образуется пограничный слой, толщина которого увеличивается по мере увеличения разрежения, а интенсивность изменения скорости и температуры в нем уменьшается. При очень глубоком разрежении, когда средняя длина свободного пробега молекул во много раз превосходит размеры тела, влиянием межмолекулярных столкновений на распределение скоростей в газовом потоке, омывающем тело, можно пренебречь. В этих условиях пограничного слоя нет, и взаимодействие газового потока с поверхностью можно представить как бомбардировку поверхности отдельными молекулами невозмущенного газового потока. Такой режим течения газа называется свободномолекулярным, а газ — ультраразреженным. В этих условиях скорость скольжения достигает тангенциальной скорости невозмущенного потока, а температурный скачок равен разности температур невозмущенного потока и стенки.

При большой скорости потока по мере увеличения разреженности газа скачки уплотнения становятся более слабыми, а при свободномолекулярном режиме они совсем исчезают.

Степень разреженности газового потока отражается на интенсивности его теплообмена со стенкой.

При внешнем обтекании тел уменьшение плотности газового потока сопровождается увеличением толщины пограничного слоя и соответственно уменьшением интенсивности теплоотдачи. Возникновение температурного скачка приводит к дополнительному ухудшению интенсивности теплообмена, так как сопровождается уменьшением температурного градиента в газе (рис. 12.2).

Переход к свободномолекулярному режиму течения связан с дальнейшим ухудшением интенсивности теплообмена. В этом случае перенос теплоты между газом и стенкой определяется коэффициентом аккомодации и ухудшается с уменьшением числа взаимодействующих с поверхностью молекул.

### § 12.2. ДОПОЛНИТЕЛЬНОЕ УСЛОВИЕ ПОДОБИЯ РАЗРЕЖЕННЫХ ПОТОКОВ

Средняя длина свободного пробега молекул, характеризующая степень разреженности газа, зависит от параметров его состояния— она увеличивается при увеличении температуры и уменьшении давления.

С увеличением высоты над поверхностью Земли плотность воздуха резко Уменьшается, а средняя длина свободного пробега молекул возрастает. На высоте 120 км средняя длина свободного пробега молекул составляет около 130 см, а на высоте 200 км — доходит до 300 м.

Возможность возникновения особенностей течения и теплообмена в разреженных газах зависит не только от средней длины свободного пробега газовых молекул, но и от размеров тела. Поэтому для характеристики условий, в которых могут возникать эффекты, обусловленные разреженностью газа, удобно пользоваться соотношением между средней длиной свободного пробега молекул  $\Delta$  и характерным линейным размером l. Это соотношение получило название числа K нудсена:

$$Kn = \Delta/l. \tag{12.4}$$

При вынужденном движении газа число Кнудсена можно выразить через числа Маха и Рейнольдса. Получим эту связь в предположении, что l — характерный размер тела.

Из молекулярно-кинетической теории газов известно, что

$$\mathbf{v} = a\Delta \sqrt{2/(\pi k)} , \qquad (12.5)$$

где  $a=\sqrt{kRT}$  — местная скорость звука; k — показатель адиабаты. Подставив величину  $\Delta$  из выражения (12.5) в формулу для числа Кнудсена, получим

$$Kn = \frac{v}{al\sqrt{2/(\pi k)}}.$$
 (12.6)

Так как a = w/M и Re = wl/v, то окончательно

$$K_n = 1,26 \sqrt{k} M/Re.$$
 (12.7)

В такой форме число Кнудсена наиболее часто используется для изучения ультраразреженных газов.

Для умеренно разреженных и плотных газов, в которых интенсивность теплоотдачи определяется процессами теплообмена в пограничном слое, степень разреженности можно охарактеризовать соотношением между средней длиной свободного пробега молекул и толщиной пограничного слоя δ. Для этих условий число Кнудсена запишется так:

$$Kn_{\delta} = \Delta/\delta.$$
 (12.8)

Перепишем формулу для числа Кп₀ в виде

$$Kn_{\delta} = \frac{\Delta}{l} \frac{l}{\delta}$$
,

где l—характерный размер тела. После замены первого сомножителя правой части этой формулы из уравнения (12.7), а второго из (6.5) для ламинарного слоя получим

$$Kn_{\delta} = 0.28 \ V \overline{k} \ M/V \overline{Re}$$
. (12.9)

В зависимости от механизма взаимодействия разреженного газа со стенкой можно выделить три области: область континуума или течения с прилипанием газа к стенке, область свободномолекулярного потока и промежуточную область, включающую течение со скольжением.

Вопрос о границах областей течения разреженных потоков до

конца не изучен. Для ориентировочной оценки этих границ можно воспользоваться граничными значениями критерия Кнудсена, которые были предложены Тзяном. Область течения с прилипанием ограничивается условием  $M/\sqrt{Re} < 0.01$ , а область свободномолекулярного течения — M/Re > > 10.

Границы областей течения разреженного газа показаны на рис. 12.3. Эти же границы будут определять области с различным механизмом теплообмена между газом и стенкой.

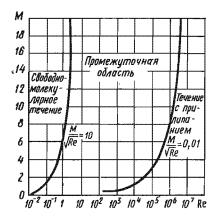


Рис. 12.3

Промежуточная область в основном соответствует течению со скольжением, хотя вблизи ее границ наблюдаются переходные режимы.

### § 12.3. ТЕПЛООТДАЧА В СВОБОДНОМОЛЕКУЛЯРНОМ ПОТОКЕ ГАЗА

Для количественной оценки взаимодействия разреженного потока газа с поверхностью необходимо знать дниамические характеристики каждой молекумы или групп молекул перед соудареннем их со стенкой. Для оценки этих характеристик в молекулярно-кинетической теории используется функция распределения молекул по скоростям, которая описывается уравнением Больцмана. Для случая, когда молекулы взаимодействуют между собой в форме парных столкновений и нет других факторов, возмущающих движение молекул, а газ ваходится в стационарном состоянии, функция распределения найдена и известна под названием функции распределения Максвелла. Она используется при расчетной оценке теплоотдачи поверхности в свободномолекулярном потоке газа.

В этом случае энергия падающих на стенку молекул  $E_{\text{пад}}$  определяется по скоростям вынужденного и теплового движений, а полнота энергообмена при соударении со стенкой оценивается с помощью коэффициента аккомодации. На основе формулы (12.1) можно записать

$$q_w = E_{\text{mag}} - E_{\text{orp}} = \sigma (E_{\text{mag}} - E_{\text{cr}}).$$
 (12.10)

При анализе процесса теплообмена в свободномолекулярном потоке важную роль играет отношение молекулярных скоростей; отношение скорости вынужденного движения w к наиболее вероятной скорости теплового движения молекул  $w^*_{\mathbf{M}}$ . Так как  $w^*_{\mathbf{M}} = \sqrt{2RT}$ , то отношение молекулярных скоростей просто выражается через число Маха:

$$s = \frac{w}{w_{\rm w}} = \sqrt{\frac{k}{2}} M.$$

Результаты аналитического решения задачи о теплоотдаче сво. бодномолекулярного потока, движущегося параллельно пластине, представлены в форме

$$Nu = \frac{\sigma}{\sqrt{\pi}} \frac{k+1}{4k} \frac{\text{Pr Re}}{s}. \tag{12.11}$$

Для двухатомного газа (k=1,4) эта формула принимает вид

$$N_{\rm H} = 0.242 \sigma \frac{\text{Re Pr}}{s} = 0.432 \sigma \frac{\text{Pr}}{\text{Kn}}$$
 (12.12)

Аналогично для поперечно-обтекаемого цилиндра в свободномолекулярном потоке двухатомного газа при s>2 получается следующее уравнение:

$$Nu = 0,273 \text{ pRe Pr} = 0,485 \text{ o} - \frac{Pr}{Kn} s.$$
 (12.13)

При s < 2 уравнение имеет более сложный вид.

При оценке теплопроводности и вязкости по температуре торможения, а плотности — по параметрам невозмущенного потока формула (12.13) хорошо совпадает с опытными данными при  $\sigma = -0.9$ . Опытные данные получены при  $s = 1.6 \dots 2.65$  и  $Re \approx 0.15 \dots 0.8$ .

## § 12.4. ТЕПЛООТДАЧА ПРИ ТЕМПЕРАТУРНОМ СКАЧКЕ НА ПОВЕРХНОСТИ ТЕПЛООБМЕНА

Для режимов течения, при которых возмущающим влиянием поверхности на разреженный поток газа пренебречь нельзя, т. е. когда отлетающие от стенки молекулы соударяются с молекулами, подлетающими к стенке, функция распределения в настоящее время может быть найдена лишь на основе приближенного решения уравнения Больцмана. Это затрудняет решение задачи о теплоотдаче скользящего потока.

Если для аналитического описания теплообмена в условиях движения газа со скольжением использовать обычную систему дифференциальных уравнений, которая получена для плотного газа, а особенности разреженного газа учесть только граничными условиями (температурным скачком и скоростью скольжения), то решение такой системы не может претендовать на высокую точность. Решения задачи о теплообмене пластины и шара в условиях скольжения, полученные этим методом, не дают удовлетворительного совпадения с опытными данными.

Возможен также полуэмпирический подход к решению рассматриваемой задачи, предложенный Л. Л. Каванау. Расчетное соотношение для коэффициента теплоотдачи при температурном скачке на поверхности теплообмена получается на основе предположения о том, что условия теплообмена в разреженном газе по сравнению с плотным (при Re=idem) изменяются только за счет контак-

жого сопротивления на поверхности теплообмена, а несоответствие принятой модели реальным условиям учитывается эмпирическим коэффициентом. Рассмотрим это решение более подробно.

С учетом принятой модели температурные поля для теплоотдаям в плотном и разреженном (с температурным скачком) газах при одинаковом тепловом потоке и одинаковой температуре газа имеют вид, показанный на рис. 12.4. Тепловая нагрузка для плотного газа

$$-q_{w} = \lambda \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right)_{x=0} = \alpha^{o} \left( T_{f} - T_{w}^{o} \right), \tag{12.14}$$

а для разреженного газа

$$-q_{w} = \lambda \left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)_{x=0} = \alpha (T_{f} - T_{w}). \tag{12.15}$$

Из этих формул видно, что при одинаковых тепловых потоках температурные градиенты в плотном и разреженном газах около стенок также будут одинаковы.

Так как  $T_w = T_w^0 - \Delta T$ , то с учетом формул (12.14) и (12.15) равенство тепловых потоков можно записать в виде

$$a^{\circ}(T_f - T^{\circ}_w) = a(T_f - T^{\circ}_w) + \alpha \Delta T$$
,

или

$$1 = \frac{\alpha}{\alpha^{\circ}} + \frac{\alpha}{\alpha^{\circ}} \frac{\Delta T}{T_f - T_w^{\circ}}. \tag{12.16}$$

Подставив в это равенство значение  $T_f - T^o_w$  из формулы (12.14), а значение  $\Delta T$  — из формулы (12.2), получим

$$1 = \frac{\alpha}{\alpha^{\circ}} + \frac{\alpha}{\lambda} - \frac{\varphi \Delta}{Pr}.$$

Это выражение легко преобразуется к виду

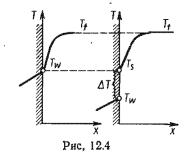
$$Nu = \frac{1}{1/Nu^{\circ} + \varphi Kn/Pr},$$
 (12.17)

где ф выражается формулой (12.3), а Nu° — число Нуссельта, ха-

Рактеризующее теплообмен без температурного скачка. При вынужденном движении газа величина Nuo зависит от чисел Re и Pr, а при свободном движении — от чисел Gr и Рг.

Формула (12.17) была использована при обработке опытных данных по теплоотдаче при вынужденном и свободном движении разреженного газа.

Обработка опытных данных среднему коэффициенту теплоотдачи



389

между воздухом и сферой в условиях вынужденного движения, вы полненная Каванау в соответствии с формулой (12.17), позволила получить  $\phi = 2.63$ . Опыты проводились в потоке газа при M = 0.1... ... 0,69 и Re=1,75 ... 124. При обработке опытных данных теплопро. водность определялась по адиабатной температуре стенки, а остальные физические параметры — по термодинамической температуре потока. Определяющий размер — диаметр сферы.

Опытное исследование теплоотдачи при свободном движении разреженного воздуха, выполненное А. К. Ребровым для цилиндрических образцов из нержавеющей стали и меди, позволило най-

ти  $\phi = 2,45 \dots 2,3$ .

Следует, однако, оговориться, что формулой (12.17) нельзя пользоваться для оценки теплоотдачи при больших числах Маха, так как выражение для температурного скачка (12.2), использованное при ее выводе, для больших скоростей записывается иначе.

Числовые значения ф, полученные в опытах, показывают, что при течении газа со скольжением дополнительное тепловое сопротивление создается не только вследствие температурного скачка. но и вследствие изменения условий теплообмена в пограничном слое. В самом деле, величине ф = 2,3 из формулы (12.3) соответствует коэффициент аккомодации σ=0,573, тогда как непосредственно измеренные для воздуха значения коэффициента аккомодации σ=0,87...0,97. Следовательно, дополнительное тепловое сопротивление при течении газа со скольжением больще теплового сопротивления, обусловленного скачком температур.

Формулы для расчета коэффициента теплоотдачи в условиях температурного скачка получаются также путем непосредственного обобщения результатов эксперимента. Так, опытные данные по теплоотдаче шаров в потоке воздуха со скольжением, полученные при M=2,24...3,56, Re=16...980 и  $M/\sqrt{Re}=0.12...0.56$ , хорошо описываются уравнением подобия

$$\overline{\text{Nu}} = 1,075 \sqrt{\overline{\text{Re}/M}} - 1,22.$$
 (12.18)

Здесь за определяющий размер взят диаметр шарика, а числа М и Re определены по параметрам потока до ударной волны.

## § 12.5. КОЭФФИЦИЕНТ ВОССТАНОВЛЕНИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ В РАЗРЕЖЕННОМ ГАЗОВОМ ПОТОКЕ

При большой скорости течення разреженного газа тепловой поток к стенк<sup>е</sup> или от стенки определяется, как и для плотной среды, по формуле (11.21). Для расчета теплового потока в этих условиях необходимо оценивать коэффициент восстановления температуры г, значение которого зависит от степени разреженности газового потока,

На основе молекулярнокинетической теории газов для свободномолекулярного потока, движущегося параллельно плоской поверхности, найдено что

$$r_{cM} = 2k/(k+1)$$
. (12.19)

Из этой формулы видно, что в свободномолекулярном потоке r > 1 и больше, чем в плотных потоках. Этот вывод получил экспериментальное подтверждение.

На рис. 12.5 показаны результаты обобщения опытных данных по коэффици-

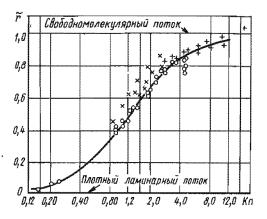


Рис. 12.5

ентам восстановления температуры r для разреженных потоков, выполненного Дьюи. Коэффициенты r измерены при поперечном обтекании цилиндра воздухом при M=1,9...5,8. Здесь

$$\tilde{r} = (r - r_{\Lambda})/(r_{\rm cM} - r_{\Lambda}),$$

где  $r_n$  — коэффициент восстановления в плотном ламинарном потоке, принятый равным 0,94; r — коэффициент восстановления в промежуточной области.

Из рисунка видно, что увеличение степени разреженности газа в промежуточной области течения сопровождается увеличением коэффициента *r*, который в области свободномолекулярного течения достигает наибольшего значения.

#### ГЛАВА 13

## ТЕПЛООТДАЧА ПРИ, ФАЗОВЫХ ПРЕВРАЩЕНИЯХ

Фазовые превращения вещества (конденсация, кипение, испарение) сопровождаются существенным изменением условий теплообмена около поверхности. Переход теплоносителя из одного агрегатного состояния в другое влияет на механизм и интенсивность теплообмена.

## § 13.1. ТЕПЛООТДАЧА ПРИ КОНДЕНСАЦИИ

При соприкосновении пара со стенкой, температура которой ниже температуры насыщения, происходит конденсация. Конденсат выпадает на стенке в виде капель или пленки, т. е. конденсация может иметь капельный или пленочный характер. Возможна и смешанная конденсация, когда часть поверхности покрыта пленкой, а часть — капельками конденсата, Наиболее часто в техни-

ческих устройствах встречается пленочная конденсация. Капельная конденсация наблюдается только в случаях, когда жидкость не смачивает поверхность.

Освобождающаяся при конденсации теплота передается холодной поверхности. При пленочной конденсации пар отделен от стенки слоем конденсата, который создает значительное термическое сопротивление тепловому потоку. При капельной конденсации возможен непосредственный контакт пара со стенкой, и потому теплообмен протекает во много раз более интенсивно, чем при пленочной конденсации.

На рис. 13.1 показано температурное поле при пленочной кон-

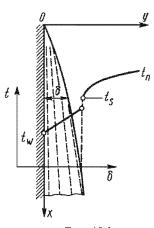


Рис. 13.1

денсации перегретого пара около вертикальной стенки, движение пленки по которой имеет ламинарный характер. Как видно из рисунка, температура поверхности конденсата несколько ниже температуры насыщенного пара из-за термического сопротивления, обусловленного фазовым переходом. Для водяного пара при атмосферном давлении эта разница составляет (0,02...0,05) К, но при понижении давления она может значительно возрасти.

Ламинарное течение пленки наблюдается только в верхней части вертикальной стенки. Затем на поверхности пленки возникают микроволны, благодаря которым средняя толщина пленки и ее тер-

мическое сопротивление уменьшаются. Однако сама пленка на некотором участке поверхности остается ламинарной. При дальнейшем увеличении толщины пленки микроволны приводят к возникновению турбулентных пульсаций и течение в пленке становится турбулентным.

Режим течения пленки можно оценить числом Рейнольдса, выраженным через среднюю скорость жидкости  $\overline{w}$  и среднюю толщину пленки  $\overline{\delta}$ :

$$Re_{\delta} = \overline{w\delta}/v. \tag{13.1}$$

При стационарном режиме теплообмена теплота конденсации равна теплоте, переданной стенке. Поэтому для поверхности высотой x и шириной 1 м для насыщенного пара можно записать

$$\overline{a}(t_s - t_w) x = \overline{w}\delta\rho r, \qquad (13.2)$$

где r — теплота парообразования. Подставив значение  $\delta$  из выражения (13.2) в соотношение (13.1), получим

$$\operatorname{Re}_{\delta} = \overline{\alpha}(t_s - t_w) x / (r\mu). \tag{13.3}$$

Ламинарное течение без волн реализуется при Reo < 10. При

Re₀≥400 течение пленки носит турбулентный характер.

Рассмотрим теплоотдачу при конденсации насыщенного пара и ламинарном течении пленки. Пренебрегая конвективным переносом теплоты в пленке, запишем приближенно плотность теплового потока формулой теплопроводности

$$q = \frac{\lambda}{\lambda} (t_s - t_w).$$

На основе формулы Ньютона

$$q_w = \alpha (t_s - t_w),$$

где  $\delta$  — толщина пленки;  $\lambda$  — теплопроводность конденсата;  $\alpha$  — коэффициент теплоотдачи. Следовательно,

$$\alpha = \lambda/\delta$$
. (13.4)

Из этой формулы видно, что уменьшение толщины пленки конденсата может служить средством интенсификации теплообмена. Например, постановка конденсатоотводных колпачков на вертикальную трубу через каждые 10 см приводит к увеличению коэффициента теплоотдачи в 2 ... 3 раза.

Расчетные формулы для определения коэффициента теплоотдачи при ламинарном движении пленки могут быть получены теоретическим и экспериментальным путем. Теоретическое решение задачи основано на определении толщины пленки из условия равновесия сил трения, тяжести, поверхностного натяжения и инерции для элементарного объема конденсата с последующим определением коэффициента теплоотдачи по формуле (13.4). Впервые такое решение для ламинарной пленки без учета сил инерции и поверхностного натяжения получено Нуссельтом в 1916 г.

Местный и средний коэффициенты теплоотдачи при конденсации неподвижного насыщенного пара, найденные на основе теории Нуссельта для вертикальной стенки, определяются формулами:

$$\alpha = \left[ \frac{g \rho^2 \lambda^3 r}{4\mu (t_s - t_w) x} \right]^{1/4}; \tag{13.5}$$

$$\alpha = 0.943 \left[ \frac{g \rho^2 \lambda^3 r}{\mu (t_s - t_w) h} \right]^{1/4}. \tag{13.6}$$

Здесь g — ускорение свободного падения;  $\rho$ ,  $\lambda$  и  $\mu$  — плотность, теплопроводность и динамическая вязкость конденсата; x — расстояние до рассматриваемого сечения (рис. 13.1); h — высота стенки.

Аналогичная формула получена для среднего коэффициента

теплоотдачи горизонтальной трубы. В этих формулах физические параметры конденсата рекомендуется выбирать по температуре  $t_s$ . Формулу (13.6) можно привести к виду

$$\overline{Nu} = 0.943 \sqrt[4]{Ga Pr K}, \qquad (13.7)$$

где  $\overline{\text{Nu}} = \overline{a}h/\lambda$ ;  $\text{Ga} = gh^3/v^2$  — число Галилея; Pr = v/a;  $\text{K} = r/[c(t_s - t_w)]$  — число фазового перехода.

Г. Н. Кружилин и Д. А. Лабунцов показали, что пренебрежение конвекцией и силами инерции не вносит существенных погрешно-

стей при K < 5 и Pr = 1 ... 100.

П. Л. Капица показал, что средний коэффициент теплоотдачи благодаря волнообразованию увеличивается на 21% по сравнению с его значением, рассчитанным по формуле Нуссельта. С учетом этой поправки теоретические формулы удовлетворительно согласуются с экспериментом.

Переход к турбулентному течению приводит к увеличению интенсивности теплоотдачи. Для теплоотдачи на вертикальной поверхности, на которой имеются участки с ламинарным и турбулентным режимами течения пленки конденсата, Д. А. Лабунцов предложил формулу

$$Re_{\delta} = [89 + 0.024 Pr^{0.4} (Z - 2300)]^{4/\delta},$$
 (13.8)

где  $\text{Re}_{\delta}$  — определяется по формуле (13.3), а  $Z = \text{Ga}^{1/3} \lambda (t_s - t_w)/(r\mu)$ . Свойства конденсата выбираются по температуре  $t_s$ .

Шероховатость поверхности способствует уменьшению скорости пленки и ухудшает интенсивность теплообмена.

Влияние перегрева пара на коэффициент теплоотдачи невелико. Для расчета теплоотдачи в условиях конденсации перегретого пара вместо теплоты испарения r надо подставлять  $r+\Delta h$ , где  $\Delta h$  — теплота перегрева пара ( $\Delta h = h_{\pi} - h''$ ).

Если пар содержит примеси неконденсирующихся газов, то эти газы скапливаются около поверхности охлаждения и резко ухудшают интенсивность теплообмена. Так, 2% содержания воздуха в паре приводят к уменьшению коэффициента теплоотдачи в 3 раза.

Средний коэффициент теплоотдачи поверхности зависит от ее формы и взаимного расположения элементов. Коэффициент теплоотдачи для одной горизонтальной трубы больше, чем для вертикальной, но при многорядном расположении горизонтальных труб нижние ряды будут иметь значительно меньший коэффициент теплоотдачи из-за попадания на них конденсата с верхних рядов.

Вынужденное движение пара также влияет на коэффициент теплоотдачи. Движение пара вдоль вертикальной поверхности вниз увеличивает скорость течения пленки, уменьшает ее толщину и увеличивает коэффициент теплоотдачи. Когда направления движения пара и пленки противоположны, то при небольшой скорости пар

тормозит пленку и ухудшает интенсивность теплообмена, но при дальнейшем увеличении скорости пленка сдувается паром и коэффициент теплоотдачи увеличивается. При увеличении давления влияние скорости пара на коэффициент теплоотдачи при конденсации усиливается.

Значительно более сложный механизм имеет теплоотдача при конденсации пара, движущегося внутри трубы. В этом случае внутри трубы имеют место два потока — поток пара и поток конденсата, взаимное воздействие которых зависит от направлений их движения и скорости пара. При вертикальном положении трубы эти направления могут быть одинаковыми или противоположными. При горизонтальном положении трубы движение конденсата может определяться только взаимодействием его с потоком пара, только силами тяжести или одновременным воздействием этих факторов.

Скорость пара при движении его по трубе уменьшается; при полной конденсации пара его скорость на выходе равна нулю. Режим течения пара может быть ламинарным или турбулентным, причем турбулентное течение из-за уменьшения скорости на некотором расстоянии от входа может превратиться в ламинарное. Пленка также может иметь ламинарный или турбулентный режим течения.

Теплоотдача при конденсации может протекать в условиях уменьшенного ускорения свободного падения (космические корабли, спутники Земли) или в условиях, когда пленка конденсата формируется под действием инерционного ускорения, значительно превышающего ускорение свободного падения (вращающиеся поверхности теплообмена, криволинейные трубы и каналы).

Ослабление гравитационного поля затрудняет отвод конденсата с поверхности теплообмена и ухудшает интенсивность теплоотдачи. При условиях, близких к состоянию невесомости, существенное влияние на теплообмен могут оказать эффекты, обусловленные поверхностным натяжением.

Анализ расчетных соотношений для коэффициентов теплоотдачи при конденсации показывает, что при ламинарном течении пленки уменьшение коэффициента теплоотдачи пропорционально ускорению свободного падения в степени  $^{1}/_{4}$ , а при турбулентном течении пленки — в степени  $^{1}/_{3}$ .

При конденсации пара на вращающихся поверхностях (диск, конус, цилиндр) скорость движения конденсата определяется в основном балансом центробежных сил, вязкостных сил и сил поверхностного натяжения. За счет вращения коэффициент теплоотдачи может увеличиться в 3 ... 5 раз по сравнению с конденсацией на вертикальной стенке.

Коэффициент теплоотдачи при течении копденсирующегося пара в змеевике может быть больше, чем в гроизонтальной трубе, в 2,5 ... 3,5 раза.

#### § 13.2. ТЕПЛООТДАЧА ПРИ КИПЕНИИ В БОЛЬШОМ ОБЪЕМЕ

При кипении процесс теплообмена между жидкостью и поверхностью на, грева сопровождается превращением жидкости в пар.

Изменение температуры по толщине слоя воды, кипящей в большом объеме без вынужденного движения при нормальном давлении, показано на рис.  $13.2 \ (y - paccтояние от поверхности нагрева).$ 

Пар, находящийся над поверхностью кипящей жидкости, имеет температуру насыщения. По толщине слоя кипящей жидкости температура изменяется слабо, за исключением участка, непосредственно прилегающего к стенке. Большая часть жидкости имеет температуру, которая только на 0,4 ... 0,8 К превышает температуру насыщения.

В пристеночном слое жидкость перегревается: ее температура

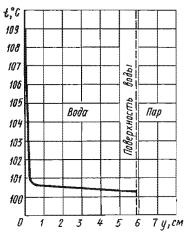


Рис. 13.2

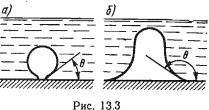
выше температуры насыщенного пара. Перегрев жидкости вблизи стенки оказывается возможным потому, что здесь нет постоянной поверхности раздела жидкости и пара, а процесс парообразования может происходить только после возникновения паровых пузырьков. Такие пузырьки возникают в центрах парообразования.

Вероятность возникновения паровых пузырьков увеличивается с ростом степени перегрева жидкости. Поэтому наиболее благоприятные условия для возникновения пузырьков создаются на поверхности нагрева. При этом центрами парообразования служат шероховатости поверхности нагрева, а также пузырьки воздуха или пара, выделяющиеся из жидкости или

твердой стенки. Пар имеет меньшую теплопроводность, чем жидкость, поэтому вблизи пузырька перегрев жидкости на поверхности нагрева увеличивается. Размеры пузырька быстро растут, я под влиянием подъемной силы и конвективных токов он отрывается от стенки и поднимается к свободной поверхности жидкости. Этот процесс периодически повторяется.

Зародившийся в центре парообразования пузырек находится под действием подъемной силы, обусловленной разностью плотностей жидкости и пара, гидродинамической силы, обусловленной движением жидкости и силы поверхностного натяжения. Две первые силы стремятся оторвать пузырек от поверхности нагрева, а последняя сила препятствует этому.

В процессе роста пузырька соотношение между силами меияется в пользу подъемной и гидродинамической сил. Момент отединичного пузырька большом объеме неподвижной жидкости может быть приближенно установлен из условия равенства подъемной силы силе по-



верхностного натяжения. Для диаметра парового пузырька в момент отрыва  $d_{o}$  получена следующая теоретическая формула:

$$d_{o} = 0.02\theta \sqrt{\sigma/[(\rho' - \rho'')g]}$$
, (13.9)

где  $\sigma$  — поверхностное натяжение;  $\theta$  — краевой угол, характеризующий смачивание поверхности жидкостью (рис. 13.3, a,  $\delta$ );  $\rho' - \rho''$ разность плотностей жидкости и пара; д — ускорение свободного падения.

Наиболее признанной является гипотеза, в силу которой интенсификация теплоотдачи при пузырьковом кипении обусловлена тем, что в процессе роста пузыря перегретая жидкость отбрасывается от поверхности теплообмена, а ее место замещается более холодной жидкостью. Все это приводит к турбулизации пограничного слоя жидкости и усилению обменных процессов.

Наблюдение за процессом кипения воды показывает, что около. 95% пара образуется во время движения пузырей и только 5% во время пребывания их на поверхности нагрева.

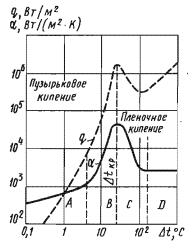


Рис. 13.4

Температурный напор  $\Delta t = t_w$ —  $-t_i \approx t_w - t_s$  (где  $t_s$  — тепература насыщенного пара) определяет мепарообразования и интенханизм сивность теплообмена.

На рис. 13.4 изображена типичная зависимость коэффициента теплоотдачи и плотности теплового потемпературного OT  $\Delta t = t_w - t_s$ . При небольших температурных напорах количество отделяющихся от поверхности нагрева пузырьков невелико, и они не споеще вызвать существенное пограничного слоя. В возмущение этих условиях интенсивность теплоотдачи определяется только свободным движением жидкости и коэффициент теплоотдачи слабо увеличивается с ростом  $\Delta t$ . Такой режим кипения называется конвективным (зона A на рис. 13.4). Для воды при давлении  $p=10^5~\Pi_{\rm a}$  конвективный режим наблюдается до  $\Delta t \approx 5~{\rm K}$ , а плотность теплового потока достигает  $\sim 6000~{\rm Br/m^2}$ .

При увеличении температурного напора растет число действующих центров парообразования, несколько увеличивается частота отрыва пузырьков. Когда пузырьки заметно возмущают пограничный слой жидкости, наступает режим развитого пузырькового кипения, при котором коэффициент теплоотдачи и тепловая нагрузка резко возрастают (зона B).

При некоторой плотности теплового потока благодаря большому числу действующих центров парообразования и оттесняющему воздействию пузырьков на жидкость паровые пузырьки объединяются в пленку, которая покрывает сначала отдельные участки поверхности, а затем полностью отделяет жидкость от поверхности нагрева. Пленка непрерывно разрушается и уходит от поверхности нагрева в виде больших пузырей. Вместо разрушившейся паровой пленки возникает новая. Такое кипение называется пленочным. В этих условиях теплота передается от поверхности нагрева к жидкости путем теплопроводности, конвективного переноса и излучения, а испарение происходит с поверхности пленки. Так как теплопроводность пара значительно меньше теплопроводности жидкости, то появление паровой пленки приводит к резкому уменьшению коэффициента теплоотдачи, Тепловая нагрузка при этом также уменьшается (зона С). Когда пленка покрывает всю поверхность нагрева, условия теплобмена стабилизируются и при дальнейшем увеличении  $\Delta t$  коэффициент теплоотдачи остается практически неизменным, а тепловая нагрузка увеличивается пропорционально  $\Delta t$ (зона D). При этом коэффициент теплоотдачи в  $20 \dots 30$  раз меньше его максимального значения.

В области перехода пузырькового кипения в пленочное зависимость  $q=f(\Delta t)$  имеет максимум. Режим, отвечающий максимальному значению тепловой нагрузки, называют критическим. Критические значения температурного напора, коэффициента теплоотдачи и плотности теплового потока зависят от природы жидкости и давления, под которым жидкость находится. Например, для воды при атмосферном давлении  $\Delta t_{\rm HD} = 25$  K,  $\alpha_{\rm KP} = 4.8 \cdot 10^4$  BT/(м²·K) и  $q_{\rm KP} = 1.2 \cdot 10^6$  BT/м².

При увеличении давления критическая плотность теплового потока сначала увеличивается, затем уменьшается. Например, для воды максимум критической плотности теплового потока достигается при давлении около  $8\cdot 10^6$  Па, а значение его в 3,2 раза больше, чем при атмосферном давлении. Анализ опытных данных показывает, что максимум критической плотности теплового потока получается при  $p = (0,3 \dots 0,4) \ p_{\rm xp}$ , где  $p_{\rm kp}$  — давление, при котором удельные объемы кипящей жидкости и сухого насыщенного пара одинаковы.

Переход от пузырькового кипения к пленочному сопровождается резким увеличением температуры поверхности нагрева и может привести к аварии. Поэтому для получения высокой интенсивности теплообмена на практике реализуют температурные напоры, несколько меньшие критических, но близкие к ним.

Для криогенных жидкостей, имеющих низкую температуру насыщения, пленочное кипение не связано с чрезмерным повышением температуры поверхности теплообмена и опасностью ее разрушения. С другой стороны, низкие коэффициенты теплоотдачи при пленочном кипений способствуют уменьшению потерь жидкости в процессе самопроизвольного кипения. Поэтому для криогенных жидкостей применимы режимы пленочного кипения.

Следует заметить, что значения критической тепловой нагрузки при переходе от пузырькового кипения к пленочному  $q_{\rm kp1}$  и при обратном  $q_{\rm kp2}$  получаются различными. Величина  $q_{\rm kp1}$  значительно больше, чем  $q_{\rm kp2}$ . В дальнейшем рассматривается только критическая тепловая нагрузка, соответствующая переходу от пузырькового кипения к пленочному.

Сложность процесса теплоотдачи при кипении, статистический характер основных параметров, определяющих процесс кипения (число действующих центров парообразования, частота отрыва пузырьков, диаметр пузырька в момент отрыва \*), позволяют описать системой дифференциальных уравнений только наиболее вероятное протекание этого процесса при определенной его схематизации.

Для обобщения опытных данных по теплоотдаче при пузырьковом кипении возможны различные системы чисел подобия. Наиболее широко известны уравнения подобия, предложенные Г. Н. Кружилиным, Д. А. Лабунцовым, С. С. Кутателадзе и др.

Рассмотрим результаты обобщения опытных данных по теплоотдаче при пузырьковом кипении на основе системы чисел подобия, предложенных Д. А. Лабунцовым. Обобщение опытных данных по теплоотдаче при пузырьковом кипении различных жидкостей привело к следующему уравнению:

$$\mathbf{N}\mathbf{u}_{s} = c\mathbf{K}_{s}^{a} \mathbf{P} \mathbf{r}_{s}^{\prime \prime a}, \qquad (13.10)$$

где  $Nu = \alpha l^*/\lambda$ ;  $K = q l^*/(r \rho'' v)$ ; r— теплота испарения жидкости;  $\lambda$ , v— теплопроводность и кинематическая вязкость жидкости;  $l^*$ — характерный размер, пропорциональный диаметру пузырька в момент зарождения,

$$l^* = \sigma T_s \rho' c' / (\rho'' r)^2 \tag{13.11}$$

 $(T_s$  — температура сухого насыщенного пара;  $\rho'$  и c' — плотность и теплоемкость кипящей жидкости).

<sup>\*</sup> При одинаковых условиях процесса эти параметры могут иметь существенно отличные значения в различных участках поверхности нагрева.

Уравнение (13.10) обобщает опытные данные при  $K_s = 10^{-5} \dots 10^4$  и  $\text{Pr}_s = 0.86 \dots 7.6$ . При  $K_s > 10^{-2}$  необходимо принимать c = 0.125, n = 0.65; при  $K_s < 10^{-2}$  c = 0.0625, n = 0.5. Для расчета кипения жидких металлов и при  $K_s > 0.01$  показатель степени при числе Прандтля принимается равным показателю степени при числе K. Все физические параметры жидкости в уравнении (13.10) выбираются по  $T_s$ .

Для конкретных жидкостей расчетные формулы существенно упрощаются. Например, для пузырькового кипения воды при  $p=(1,0...40)\ 10^5\ \Pi a$ 

$$a = 3,14q^{0.7} p^{0.15}$$
. (13.12)

Рассмотренные формулы правильно характеризуют процесс теплообмена только для смачивающих жидкостей. Если жидкость не смачивает поверхность\*, то пузырьки имеют форму, показанную на рис. 13.3, б. В этих условиях кипение всегда сопровождается образованием паровой пленки у поверхности нагрева и поэтому коэффициенты теплоотдачи имеют небольшие значения.

Изучение пузырькового кипения показывает, что при больших давлениях интенсивность теплообмена выше, так как больше число действующих центров парообразования и частота отрыва пузырьков.

Форма и размеры поверхности нагрева практически не влияют на коэффициент теплоотдачи. Высота слоя жидкости также не влияет на интенсивность теплоотдачи, если она больше 20 ... 30 мм.

Материал и состояние поверхности нагрева влияют на интенсивность теплоотдачи только в начальный период. По истечении некоторого времени поверхность приобретает «собственную» шероховатость, которая главным образом зависит от природы жидкости.

Как отмечалось в начале параграфа, высокая интенсивность теплоотдачи при пузырьковом кипении обусловлена в основном динамическим воздействием растущего пузырька пара на жидкость. Это утверждение справедливо при умеренных ускорениях, определяющих массовую силу, в том числе и при  $g=9,81~\text{м/c}^2$ . При больших инерционных ускорениях (например, при вращении поверхности нагрева) возможны режимы, при которых интенсивность теплоотдачи определяется не только динамическими, но и конвективными эффектами. На этих режимах интенсивность теплоотдачи растет при увеличении ускорения. При меньших ускорениях, в том числе и в условиях ослабленной гравитации, интенсивность теплоотдачи при пузырьковом кипении слабо зависит от ускорения.

Критическую плотность теплового потока можно найти с помощью критерия Р, предложенного С. С. Кутателадзе на основе гид-

<sup>\*</sup> Например, ртуть не смачивает стальную поверхность,

родинамической теории кризисов кипения. На основе этой теории кризис кипения возникает при  $P_{\kappa p}$ =0,13 ... 0,16, а

$$P_{\kappa\rho} = q_{\kappa\rho}' / (r \sqrt{\rho''} \sqrt[4]{\sigma g (\rho' - \rho'')}). \tag{13.13}$$

Критическая плотность теплового потока зависит от шероховатости, ориентации поверхности нагрева в пространстве, ускорения, определяющего массовую силу, и других факторов. Шероховатость поверхности повышает критическую тепловую нагрузку; для вертикальной поверхности критическая нагрузка больше, чем для горизонтальной.

Из формулы (13.13) видно, что величина  $q_{\rm Rp}$  пропорциональна ускорению свободного падения в степени  $^{1}/_{4}$ . Как показывают опыты, эта закономерность остается справедливой при уменьшении ускорения до  $0,1\,g$  и инерционных перегрузках  $400\,g$ . В условиях невесомости  $q_{\rm RD}$  имеет конечную величину.

Другие подходы при получении расчетных зависимостей для коэффициентов теплоотдачи при пузырьковом кипении и критической плотности теплового потока рассмотрены в [18]. Там же рассмотрены соотношения для теплоотдачи при пленочном кипении.

# § 13.3. ТЕПЛООТДАЧА ПРИ КИПЕНИИ В УСЛОВИЯХ ДВИЖЕНИЯ ЖИДКОСТИ ПО ТРУБАМ

Теплоотдача при кипении жидкости, движущейся по трубам и каналам, имеет ряд особенностей, которые обусловлены изменением температуры стенки и жидкости вдоль трубы. Температура насыщения по длине трубы уменьшается благодаря уменьшению давления из-за гидравлического сопротивления.

По условиям теплообмена трубу можно подразделить на ряд участков. Во входном участке температура стенки трубы меньше температуры насыщения. Проходя через этот участок, жидкость подогревается, причем теплообмен не сопровождается кипением. На втором участке трубы температура стенки превышает температуру насыщения, но ядро потока не достигло еще этой температуры. Поэтому отделяющиеся от поверхности нагрева пузырьки пара частично или полностью конденсируются в центральной части потока. Такое явление называют кипением недогретой жидкости.

К началу третьего участка центральная часть потока достигает температуры насыщения. На этом участке происходит развитое пузырьковое кипение. Здесь паросодержание может достигать большой величины, и по трубе движется, по существу, двухфазный поток.

Увеличение паросодержания сопровождается ростом скорости потока и градиента давления вдоль трубы. При этом пузырьки пара сначала распределяются по всему поперечному сечению трубы (эмульсионный режим), затем они сливаются в крупные паровые пробки (пробковый режим), затем пробки сливаются в общий па-

ровой поток, а жидкость образует только пленку, текущую по стенке (стержневой режим).

Характер влияния скорости потока на коэффициент теплоотдачи при кипении зависит от плотности теплового потока. При небольшой тепловой нагрузке коэффициент теплоотдачи целиком определяется условиями движения и практически не зависит от величины q. При очень больших тепловых нагрузках влиянием условий движения на интенсивность теплообмена можно пренебречь, так как коэффициент теплоотдачи целиком определяется процессом кипения и подчиняется таким же закономерностям, как и при кипении в большом объеме. Существует также область режимов, где влияние движения жидкости и процесса кипения на теплообмен сопоставимы и коэффициент теплоотдачи зависит от обоих факторов.

Д. А. Лабунцов обработал опытные данные по теплоотдаче кипящих жидкостей, движущихся по трубам, при паросодержании, не превышающем 70%, в виде зависимости

$$\alpha/\alpha_{w} = f(\alpha_{q}/\alpha_{w}), \tag{13.14}$$

где  $\alpha$  — коэффициент теплоотдачи кипящей жидкости с учетом ее движения;  $\alpha_w$  — коэффициент теплоотдачи однофазной жидкости при скорости w;  $\alpha_q$  — коэффициент теплоотдачи при развитом пузырьковом кипении в большом объеме.

Эта зависимость показана на рис. 13.5. Из графика видно, что при  $a_q/a_w < 0.5$  процесс кипения не влияет на теплообмен и потому  $a=a_w$ . При  $a_q/a_w>2$  интенсивность теплоотдачи определяется только кипением и потому  $a=a_q$ . Для области, где коэффициент теплоотдачи зависит от скорости потока и тепловой нагрузки  $(a_q/a_w=0.5\dots 2)$ , рекомендуется следующая интерполяционная формула:

$$a/a_w = (4a_w + a_q)/(5a_w - a_q).$$
 (13.15)

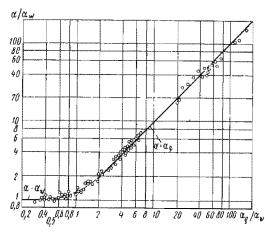


Рис. 13.5

Коэффициент теплоотдачи при кипении зависит от содержания растворенных жидкости газов. Пузырьки служат газа дополнительными центрами парообразования и потому интенсифицируют теплообмен. Рассмотренные выше уравнения относятся к дегазированной жидкости. При содержании газа  $0.06 \dots 0.3$  см<sup>3</sup>/л коэффициент теплоотдачи увеличивается на 20 ... 60 % по сравнению с ки дегазированной жидкости.

Критическая плотность теплового потока также зависит от скорости потока, причем эта зависимость имеет место даже и для таких условий движения, при которых коэффициент теплоотдачи от скорости не зависит.

Вынужденное движение жидкости вдоль поверхности нагрева затрудняет образование паровой пленки, поэтому с увеличением

скорости течения  $q_{\kappa p}$  возрастает.

При кипении недогретой жидкости  $q_{\kappa p}$  больше, чем при кипении жидкости, имеющей температуру насыщения. Это обусловлено тем, что поступление недогретой жидкости из ядра в пристеночный слой способствует разрушению паровой пленки.

При длине трубы меньше 8...10 диаметров увеличение длины сопровождается уменьшением  $q_{\rm kp}$ ; при l > (8...10) d критическая плотность теплового потока не зависит от длины трубы. Пульсации потока увеличивают  $q_{\rm kp}$ .

#### § 13.4. ТЕПЛООТДАЧА ПРИ ИСПАРЕНИИ

Теплообмен между поверхностью пленки и горячим газом сопровождается испарением жидкости. Механизм теплоотдачи при поступлении пара в пограничный слой горячего газа такой же, как и при подводе к поверхности газаохладителя, но фазовый переход на поверхности теплообмена приводит к появлению некоторых особенностей.

При стационарном процессе теплообмена часть поступающей к поверхности пленки теплоты компенсирует теплоту испарения жидкости, а остальная часть расходуется на подогрев пленки и передается в стенку. Если подведенная к поверхности пленки теплота равна теплоте, затраченной на испарение жидкости, то по всей толщине пленка будет иметь постоянную температуру и теплота в стенку передаваться не будет. Такой процесс испарения называют адиабатным.

Аналогично протекает процесс испарения твердого тела. Если температура поверхности меньше температуры в тройной точке фазовой диаграммы, то вещество переходит из твердого состояния в парообразное, минуя жидкую фазу. Такой процесс испарения называют сублимацией.

При вдувании через пористую стенку расход газа-охладителя является независимым параметром системы. При испарении и сублимации увеличение расхода пара с поверхности сопровождается, с одной стороны, увеличением затраты теплоты на превращение жидкого или тведого вещества в пар, с другой — уменьшением интенсивности теплообмена между основным потоком и поверхностью из-за вдувания пара в пограничный слой основного потока. Поэтому стационарный процесс испарения или сублимации при заданных условиях течения внешнего потока наступает при такой ско-

рости испарения, при которой интенсивность теплообмена обеспе-

$$\alpha \Delta t = q_w + \dot{g}_{\pi} \Delta h, \qquad (13.16)$$

где  $q_w$  — плотность теплового потока к стенке;  $\dot{g}_\pi$  — плотность массового потока пара;  $\Delta h = c \Delta t_{\rm под} + r$  — изменение энтальпии вещества при испарении или сублимации; r — теплота испарения жидкости или сублимации тела;  $c \Delta t_{\rm под}$  — теплота, необходимая для подогрева вещества до равновесной температуры испарения или сублимации;  $\alpha = f(\dot{g}_\pi)$  — коэффициент теплоотдачи.

Следовательно, расчет теплообмена при испарении и сублимации не может быть выполнен без оценки массообмена, т. е. без расчета плотности массового потока пара.

Перенос пара в поток осуществляется путем молекулярной и конвективной диффузии.

Плотность молекулярного потока у поверхности испарения можно определить по закону Фика

$$\dot{g}_{nM} = -D_c \left( \frac{\partial C}{\partial n} \right)_{n=0}, \tag{13.17}$$

где  $(\partial C/\partial n)_{n=0}$  — градиент концентрации пара у поверхности испарения;  $D_C$  — коэффициент диффузии.

Так как концентрация горячего газа при приближении к поверхности испарения уменьшается, то по направлению к поверхности возникает молекулярный поток горячего газа, который можно выразить формулой, аналогичной (13.17). Но поверхность непроницаема для горячего газа, и потому этот поток газа должен быть компенсирован конвективным потоком парогазовой смеси. Вместе с этим потоком от стенки уносится пар. Плотность конвективного парового потока определяется формулой

$$\dot{g}_{nk} = vC_{w}, \qquad (13.18)$$

где v — скорость конвективного движения смеси;  $C_w$  — концентрация пара у поверхности испарения.

Конвективный поток пара был обнаружен Стефаном и потому часто называется *стефановым потоком*.

Формулы (13.17) и (13.18) позволяют записать

$$\dot{g}_{n} = -D_{c} \left( \frac{\partial C}{\partial n} \right)_{n=0} + vC_{w}. \tag{13.19}$$

Для практических расчетов величину  $\dot{g}_{\pi}$  удобно выразить через коэффициент массоотдачи  $\beta_{\mathcal{C}}$ :

$$\dot{\mathbf{g}}_{n} = \beta_{c} (C_{\mathbf{w}} - C_{t}). \tag{13.20}$$

При небольшой скорости испарения вторым членом уравнения (13.19) можно пренебречь; для этих условий, сопоставляя уравнения (13.19) и (13.20), найдем

$$\beta_C = -\frac{D_C}{\Delta C} \left( \frac{\partial C}{\partial n} \right)_{n=0}. \tag{13.21}$$

Это уравнение называется дифференциальным уравнением массоотдачи. Ему можно придать безразмерную форму

$$Nu_D = -\left(\frac{\partial C}{\partial \tilde{n}}\right)_{\tilde{n}=0},\tag{13.22}$$

где  $\mathrm{Nu}_D = \beta_C l/D_C$  — диффузионное число Нуссельта;  $\tilde{C} = (C - C_f)/(C_w - C_f)$  — безразмерная концентрация;  $\tilde{n} = n/l$  — безразмерная нормаль.

К такой же форме легко привести дифференциальное уравнение теплоотдачи (2.22):

$$Nu = -\left(\frac{\partial \tilde{t}}{\partial \tilde{n}}\right)_{\tilde{n}=0}, \qquad (13.23)$$

где  $t = (t-t_f)/(t_w-t_f)$  — безразмерная температура.

Распределение концентраций и температур в системе определяется дифференциальными уравнениями массообмена и энергии. Для стационарных условий при ламинарном течении и отсутствии внутренних источников теплоты и вещества, при  $D_C$  = const и  $\lambda$  = const эти уравнения [(2.30) и (2.15)] легко привести к виду:

$$w_{x} \frac{\partial \tilde{C}}{\partial \tilde{x}} + w_{y} \frac{\partial \tilde{C}}{\partial \tilde{y}} + w_{z} \frac{\partial \tilde{C}}{\partial \tilde{z}} = \frac{D_{C}}{l} \left( \frac{\partial^{2} \tilde{C}}{\partial \tilde{x}^{2}} + \frac{\partial^{2} \tilde{C}}{\partial \tilde{y}^{2}} + \frac{\partial^{2} \tilde{C}}{\partial \tilde{z}^{2}} \right);$$
(13.24)

$$w_{x} \frac{\partial \tilde{t}}{\partial \tilde{x}} + w_{y} \frac{\partial \tilde{t}}{\partial \tilde{y}} + w_{z} \frac{\partial \tilde{t}}{\partial \tilde{z}} = \frac{\alpha}{l} \left( \frac{\partial^{2} \tilde{t}}{\partial \tilde{x}^{2}} + \frac{\partial^{2} \tilde{z}}{\partial \tilde{y}^{2}} + \frac{\partial^{2} \tilde{t}}{\partial \tilde{z}^{2}} \right).$$

$$(13.25)$$

Здесь l — характерный размер системы;  $\tilde{x}=x/l;\; \tilde{y}=y/l;\; \tilde{z}=z/l.$ 

Распределение скоростей в системе при тепло- и массоотдаче определяется дифференциальными уравнениями движения и сплошности, которые одинаковы для обоих процессов.

Одинаковая форма уравнений, описывающих процессы тепло- и массоотдачи, позволяет заключить, что эти процессы аналогичны. Следовательно, результаты исследования процессов теплоотдачи можно использовать для количественной оценки процессов массоотдачи.

Уравнения (13.24) и (13.25) будут тождественны относительно

C и t, если  $D_C = a$ , т. е. при условии  $Le = D_C/a = 1$  или  $Pr = Pr_D$ , где  $Pr_D = v/D_C$ .

Предполагается, что тепло- и массообмен протекает в одной и той же системе, и потому определяющий размер l имеет одно и то же значение.

Таким образом, системы уравнений, определяющие  $\mathrm{Nu}_{\mathrm{D}}$  и  $\mathrm{Nu}_{\mathrm{I}}$  тождественны. Кроме того, определяющие их величины  $\mathcal{C}$  и  $\mathcal{T}$  на границах системы численно одинаковы: на поверхности тела  $\mathcal{C}=t=1$ , вдали от стенки  $\mathcal{C}=t=0$ . Следовательно,  $\mathrm{Nu}_{\mathrm{D}}=\mathrm{Nu}$ . Это равенство с учетом того, что  $\mathrm{Pr}=\mathrm{Pr}_{\mathrm{D}}$ , позволяет получить из уравнения подобия для теплоотдачи в какой-либо системе

$$Nu = c \operatorname{Re}^{m} \operatorname{Pr}^{n} \tag{13.26}$$

уравнение подобия для массоотдачи

$$Nu_D = c \operatorname{Re}^m \operatorname{Pr}_D^n. \tag{13.27}$$

Коэффициенты c, m и n в этой формуле будут такими же, как и в (13.26).

Аналогичный анализ уравнений (2.31) и (2.19) позволяет заключить, что для турбулентных потоков аналогия процессов теплои массоотдачи имеет место при условии Le=1 и Le<sub>T</sub>= $c_p\rho D_{\rm CT}/\lambda_T$ =1 (Le<sub>T</sub>— турбулентное число Льюнса— Семенова). По данным ряда исследователей, условие Le<sub>T</sub>  $\approx$  1 выполняется всегда.

В реальных процессах аналогия тепло- и массоотдачи нарушается по ряду причин. Уравнение (13.21), использованное для доказательства существования аналогии, справедливо только при отсутствии конвективных потоков пара. Следовательно, наличие конвективных потоков нарушает аналогию. Аналогия нарушается также вследствие взаимного влияния одновременно протекающих процессов тепло- и массоотдачи. Все это приводит к тому, что расчет массоотдачи, выполненный на основе аналогии, может дать результаты, существенно отличающиеся от действительности.

Анализ уравнения переноса пара с учетом и без учета конвективного потока показывает, что благодаря конвективному потоку соотношение  $Nu_D/Nu \neq 1$  и определяется формулой

$$\frac{\mathrm{Nu}_{D}}{\mathrm{Nu}} = \frac{p}{p_{nw} - p_{nf}} \quad \text{In} \quad \frac{p - p_{nf}}{p - p_{nw}} \approx \frac{p}{p - p_{nw}}, \quad (13.28)$$

где p — давление парогазовой смеси;  $p_{nw}$  и  $p_{nf}$  — парциальные давления пара у поверхности испарения и в потоке.

Процессы массообмена исследуются также экспериментальным путем. Л. Д. Берман обобщил результаты исследования массообмена при адиабатном испарении воды, стекающей в виде пленки по внутренней поверхности трубы, в воздух следующим уравнением:

$$Nu_D = 0.023 Re^{0.8} Pr_D^{0.4} \left(\frac{p}{p - p_{\pi w}}\right)^{0.82}$$
 (13.29)

Опыты проводились при Re=2500...9000 и  $p/(p-p_{\pi w})=1,25...6,65$ . Определяющий размер — диаметр трубопровода, определяющая температура — средняя температура парогазовой смеси. В число Re входила скорость движения парогазовой смеси отвосительно пленки.

При расчетной оценке потока пара необходимо знать температуру поверхности испарения. Значение этой температуры при равновесном состоянии системы находится только после выполнения

всего теплового расчета. Поэтому подсчет парового потока с послелующим определением коэффициента теплоотдачи а приходится выполнять для нескольких температур  $t_w$ , меньших температуры насыщения при заданном давлении газа. При увеличении температуры поверхности поток пара возрастает, а тепловой поток от горячего газа к поверхности уменьшается. Количество поглощаемой процессе фазового перехода теплоты пропорционально потоку пара. Условие теплового баланса на поверхности позволяет выявить рав-

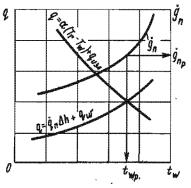


Рис. 13.6

новесное состояние системы и отвечающие ему значения парового потока и температуры поверхности испарения. Графическое определение равновесного состояния системы по результатам расчета тепловых потоков при нескольких значениях температуры  $t_w$  показано на рис. 13.6. На рисунке обозначено:  $q=a(T_r-T_w)+q_{\rm изл}$ —плотность теплового потока, поступающего от внешней среды к поверхности испарения;  $q_{\rm изл}$ — плотность теплового потока к поверхности испарения путем излучения;  $q=\dot{g}_{\rm n}\Delta h+g_w$ — плотность теплового потока, расходуемого на испарение и отводящегося внутрь стенки;  $\dot{g}_{\rm n}$ — плотность массового потока пара;  $t_{\rm wp}$  и  $\dot{g}_{\rm пp}$ —равновесные значения температуры испаряющейся поверхности и плотности массового потока пара.

# глава 14 **Теплообмен излучением**

Все тела при любых температурах излучают и поглощают энергию излучения, но количество теплоты, переносимое путем излучения, становится существенным только при высоких температурах или в условиях, когда перенос теплоты другими способами затруднен (при свободной конвекции, особенно в разреженном газе).

В этой главе теплообмен излучением рассматривается без уче-

та возможности переноса теплоты другими способами и только в последнем параграфе главы рассмотрен радиационно-конвективный теплообмен.

#### § 14.1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ

Количественные характеристики теплообмена излучением построены на представлении об энергии излучения как энергии электромагнитных колебаний, длина волны которых  $\lambda$  в общем случае может изменяться от нуля до бесконечности.

Поток излучения, падающий на поверхность тела, поглощается не полностью; часть энергии отражается, часть — проходит сквозь тело (рис. 14.1). Таким образом,

$$\dot{Q} = \dot{Q}_A + \dot{Q}_R + \dot{Q}_D.$$

или

$$A + R + D = 1, \tag{14.1}$$

где  $A=Q_A/Q$  — поглощательная способность тела;  $R=Q_R/Q$  — отражательная способность тела;  $D=Q_D/Q$  — пропускательная способность тела.

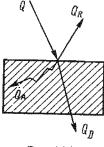


Рис. 14.1

Тело, поглощающее всю падающую на него энергию, называется абсолютно черным. Для такого тела A=1 и R=D=0. Абсолютно черных тел в природе нет и поэтому для реальных тел A<1.

Тело, отражающее всю падающую на него энергию, называется абсолютно белым. В этом случае R=1 и A=D=0. Если отражение имеет правильный характер (угол падения равен углу отражения), то такое тело называется зеркальным. Для реальных тел R<1.

Большинство твердых и жидких тел не пропускает энергию излучения и относится к категории непрозрачных. Поглощение энергии излучения в таких телах происходит в тонком поверхностном слое. Для металлов этот слой имеет толщину порядка 1 мкм, а для неметаллических материалов — около 1 мм. Пля этих тел

$$A + R = 1.$$
 (14.2)

В этом случае все факторы, увеличивающие поглощательную способность, одновременно уменьшают отражательную способность поверхности.

Тела, пропускающие всю падающую на них энергию излучения, называются  $\partial u$ атермичными. Для них D=1 и R=A=0. Наибольшей пропускательной способностью обладают газы. Так, слой воздуха до толщин значительного размера можно считать деатермичным.

Поглощательная, а следовательно, и отражательная способности твердых тел зависят не только от природы тела, состояния поверхности и ее температуры, но и от распределения падающего излучения по длинам волн, т. е. от природы и температуры излучающего тела.

При температурах, близких к нормальной, поглощательная способность большинства неметаллических материалов больше 0,8, но она может значительно уменьшаться с увеличением температуры. Чистые металлические поверхности поглощают значительно меньше энергии излучения, но с увеличением температуры их поглощательная способность увеличивается примерно пропорционально  $\sqrt{T_1T_2}$  ( $T_1$  и  $T_2$  — температуры излучающей и поглощающей поверхностей).

Окисление металлической поверхности увеличивает ее поглощательную способность A, при этом изменяется зависимость A от температуры: поглощательная способность окисленных поверхностей уменьшается с ростом температуры.

Полированные металлические поверхности обладают большой

отражательной способностью.

Следует заметить, что при умеренной температуре источника излучения цвет поверхности не определяет ее поглощательную способность. В этих условиях белые тела так же хорошо поглощают энергию излучения, как и темные. Так, например, у снега поглощательная способность A=0.985.

Для спектрального (монохроматического) излучения (т. е. для излучения с определенной длиной волны) уравнение (14.4) имеет вид

$$A_{\lambda}+R_{\lambda}+D_{\lambda}=1.$$

Для одного и того же тела при различных длинах воли величины  $A_{\lambda}$ ,  $R_{\lambda}$  и  $D_{\lambda}$  могут иметь существенно различные значения. Так, обычное стекло хорошо пропускает световые лучи [ $\lambda$ = (0,4 ... ... 0,8) мкм], но почти не пропускает ультрафиолетовые и инфракрасные лучи.

В полупрозрачных телах (средах) поглощение энергии излучения имеет объемный характер. К полупрозрачным относятся газы, пары, дисперсные системы, состоящие из газообразной среды с распределенными в ней жидкими или твердыми частицами, а также некоторые жидкие и твердые тела (например, стекло).

Процессы излучения также могут иметь поверхностный или объемный характер.

Для непрозрачных тел процесс превращения внутренней энергии в энергию излучения происходит во всем объеме такого тела, но энергия излучения частиц, расположенных далеко от поверхности, поглощается самим телом, а в окружающую среду попадает только энергия, испускаемая тонким поверхностным слоем. Поэтому излучение непрозрачных тел имеет поверхностный характер.

В полупрозрачных телах в создании потока излучения участвует каждая частица вещества, и излучение носит объемный ха-

рактер.

Излучение твердых тел\* оценивается поверхностной плотностью потока излучения Е, которая представляет собой количество энергии излучения, испускаемое единицей площади поверхности в единицу времени. Плотность потока излучения учитывает излучение во всех направлениях и при всех длинах волн ( $\lambda = 0 ... \infty$ ).

В диапазоне длин волн от  $\lambda$  до  $\lambda + d\lambda$  во всех направлениях излучается энергия dE. Отношение

$$E_{\lambda} = \frac{dE}{d\lambda} \tag{14.3}$$

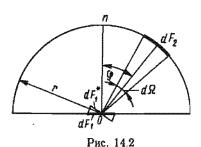
характеризует энергию электромагнитных воли с длиной волны  $\lambda$ и называется спектральной плотностью потока излучения.

В общем случае плотность потока излучения изменяется в зависимости от направления, которое можно охарактеризовать углом ф между этим направлением и нормалью к поверхности излучения (рис. 14.2). Излучение от площадки  $dF_1$  по определенному направлению можно охарактеризовать угловой плотностью потока излучения, которую для интегрального (при всех длинах волн) и спектрального излучения можно записать формулами

$$J_{\varphi} = \frac{\mathrm{d}^2 \dot{Q}_{\varphi}}{\mathrm{d} \Omega \mathrm{d} F_1} \; ; \tag{14.4}$$

$$J_{\varphi\lambda} = \frac{\mathrm{d}^2 \dot{Q}_{\varphi\lambda}}{\mathrm{d}\Omega \mathrm{d}F_1},\tag{14.5}$$

где  $dQ_{o}$  и  $dQ_{o\lambda}$  — элементарные потоки интегрального и спектрального излучения от площадки  $\mathrm{d}F_1$  по направлению, составляющему с нормалью угол  $\phi$ ;  $d\Omega = dF_2/r^2$  — элемент телесного угла (рис. 14.2).



Если потоки интегрального спектрального излучения относить не к элементу поверхности тела  $\mathrm{d}F$ ь

а к элементарной площадке  $dF_1^*$ , нормальной к направлению, по ко-

торому распространяется энергия излучения (рис. 4.2), то излучение по определенному направлению можно охарактеризовать ин-

<sup>\*</sup> В последующем изложении понятие твердых тел отождествляется с понятием тел непрозрачных,

тенсивностью излучения J и спектральной интенсивностью излучения  $J_{\lambda}$ :

$$J = \frac{J_{\varphi}}{\cos \varphi} = \frac{\mathrm{d}^2 \dot{Q}_{\varphi}}{\mathrm{d}\Omega \mathrm{d}F_{i} \cos \varphi}; \tag{14.6}$$

$$J_{\lambda} = \frac{J_{\varphi\lambda}}{\cos \varphi} = \frac{\mathrm{d}^2 \dot{Q}_{\varphi\lambda}}{\mathrm{d}\Omega \mathrm{d}F_1 \cos \varphi}.$$
 (14.7)

Интенсивность излучения J определяется природой тела, его температурой и состоянием поверхности, а спектральная интенсивность  $J_{\lambda}$  — еще и длиной волны  $\lambda$ .

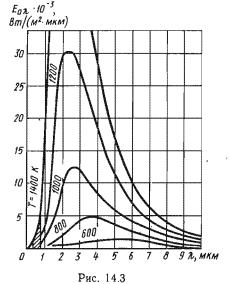
## § 14.2. ЗАКОНЫ ТЕПЛООБМЕНА ИЗЛУЧЕНИЕМ

Наиболее простыми строгими законами описывается излучение абсолютно черного тела. Эти законы с соответствующими поправками используются для получения расчетных формул теплообмена излучением между реальными телами.

Закон Планка устанавливает зависимость спектральной втими плотности потока излучения абсолютно черного тела  $E_{0\lambda}$  от длины волны  $\lambda$  и температуры T. Используя представление о квантах энергии, Планк теоретическим путем получил следующий закон \*:

$$E_{0\lambda} = C_1 \lambda^{-5}/(e^{C_2/(\lambda T)}-1)$$
, (14.8) где  $C_1$  и  $C_2$  — константы;  $e$  — основание натурального логарифма.

Графическое изображение зависимости (14.8) показано на рис. 14.3. Из графиков видно, что  $E_{0x}$  увеличивается с ростом температуры, а по длине волны меняется по кривой с максимумом. На



рисунке штриховкой отмечен диапазон длин волн, отвечающий световым лучам. Как видно, при рассматриваемых температурах плотность потока светового излучения невелика, а основная энергия переносится инфракрасными (тепловыми) лучами. Однако положение максимума спектральной плотности потока излучения за-

<sup>\*</sup> Индексом «0» отмечаются все параметры, относящиеся к абсолютно червому телу,

висит от температуры. В соответствии с законом смещения Вина длина волны  $\lambda_m$ , отвечающая максимуму плотности, связана с температурой излучающего тела уравнением

$$\lambda_m T = 2.9 \text{ mm} \cdot \text{K}. \tag{14.9}$$

Следовательно, с увеличением температуры максимум  $E_{0\lambda}$  сдвигается в сторону более коротких волн. При температуре Солнца  $\sim 6000$  К  $\lambda_m = 0.48$  мкм, т. е. световые лучи обладают наибольшей спектральной плотностью потока излучения.

Абсолютно черное тело имеет *сплошной* спектр излучения, т. е. излучает при всех длинах волн. Реальные тела могут иметь *сплошной* (диэлектрики) или *линейчатый* спектр (газы, пары).

На рис. 14.4 сопоставлены зависимости  $\hat{E}_{0\lambda} = f(\lambda)$  для абсолютно черного и реального тел со сплошным и линейчатым (заштрихованные полосы) спектром.

Способность тела излучать энергию можно охарактеризовать спектральной степенью черноты тела

$$\varepsilon_{\lambda} = E_{\lambda} / E_{0\lambda} \tag{14.10}$$

и степенью черноты тела

$$\varepsilon = E/E_0. \tag{14.11}$$

Если величина ε<sub>λ</sub> имеет одинаковое значение для всех длин волн и температур, то тело называют *серым*.

Из формулы (14.3) следует, что

$$E = \int_{0}^{\infty} E_{\lambda} d\lambda, \qquad (14.12)$$

т. е. поверхностная плотность потока излучения может быть подсчитана как площадь под кривой  $E_{\lambda} = f(\lambda)$ . Поэтому для серого тела

$$\varepsilon_{\lambda} = \varepsilon.$$
 (14.13)

Для реальных тел величина є не остается одинаковой при различных длинах волн, поэтому равенство (14.13) нарушается.

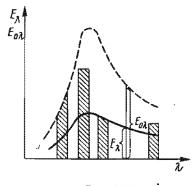


Рис. 14.4

Тела с линейчатым спектром излучения не относятся к категории серых, но степень черноты в, выраженная формулой (14.11), и для них может служить характеристикой способности излучать энергию, так как она показывает, какую часть энергии излучения абсолютно черного тела может испускать реальное тело в тех же условиях.

Для конкретной температуры спектральная плотность потока излучения реальных тел не превышает величины  $E_{0a}$ , поэтому e < 1.

Степень черноты зависит от природы тела, температуры, шероковатости поверхности, а для металлов — еще от окисления поверхности. Степень черноты диэлектриков при комнатной температуре в большинстве случаев больше 0,8 и уменьшается с повышением температуры. У металлов степень черноты значительно ниже, чем у диэлектриков, и увеличивается с ростом температуры. Так, при комнатной температуре чистые стальные и чугунные поверхности имеют степень черноты  $\varepsilon = 0.05 \dots 0.45$ , а при высоких температурах  $\varepsilon = 0.7 \dots 0.8$ .

Оксидная пленка на металлической поверхности оказывает существенное влияние на степень черноты последней. Так, появление оксидов на полированной поверхности алюминия приводит к увеличению ее степени черноты с 0,05 до 0,8.

На степень черноты металлической поверхности существенное влияние оказывает также вид механической и термической обработки.

Способность металлических поверхностей излучать энергию может быть уменьшена с помощью покрытия их слоем золота, сереб-

ра или никеля.

Рассмотрим далее закон Стефана — Больцмана, который определяет связь поверхностной плотности потока излучения абсолютно черного тела  $E_0$  с температурой. Из определения спектральной плотности потока излучения следует, что

$$E_0 = \int_0^\infty E_{0\lambda} d\lambda.$$

Это выражение можно проинтегрировать, если заменить  $E_{0\lambda}$  его значением из формулы закона Планка (14.8). После интегрирования получается

$$E_0 = C_0 (T/100)^4, (14.14)$$

где  $C_0$ — коэффициент излучения абсолютно черного тела;  $C_0$  = 5,67 BT/( $M^2 \cdot K^4$ ).

Для реальных тел из формул (14.11) и (14.14) можно определить

$$E = \varepsilon E_0 = \varepsilon C_0 (T/100)^4 = C (T/100)^4, \tag{14.15}$$

где  $C = \varepsilon C_0 - \kappa o \Rightarrow \phi$ ициент излучения. При  $\varepsilon = 0 \dots 1$  значение  $C = 0 \dots 5,67 \text{ BT/}(\text{M}^2 \cdot \text{K}^4)$ .

Таким образом, поверхностная плотность потока излучения возрастает пропорционально четвертой степени абсолютной температуры тела. Закон четвертой степени подтверждается для реальных тел только приближенно. Наибольшие отклонения от этого закона наблюдаются у металлов и газов. У металлов эта степень больше, а у газов — меньше четырех. Однако для расчетной оценки потоков излучения используется закон четвертой степени, т. е. формула

(14.15), а несоответствие этой формулы действительной зависимости поверхностной плотности потока излучения от температуры учитывается выбором степени черноты тела.

Рассмотрим далее закон Ламберта, на основе которого определяются количественные характеристики излучения по определенному направлению. Этот закон основан на гипотезе, в силу которой угловые плотности потока излучения по направлению, составляющему с нормалью угол  $\varphi$ ,  $J_{\varphi}$  (см. рис. 14.2), и по нормали к поверхности  $J_n$  связаны равенством

$$J_{\varphi} = J_n \cos \varphi. \tag{14.16}$$

Из (14.4) с учетом (14.16) получается

$$d^2 \dot{Q}_{\varphi} = J_n dF_1 d\Omega \cos \varphi. \tag{14.17}$$

Так как  $d\Omega = dF_2/r^2$ , то уравнение (14.17) приводится к виду- $\sqrt{r^2}$ 

$$d^2 \dot{Q}_{\varphi} = \frac{I_n}{r^2} dF_1 dF_2 \cos \varphi.$$
 (14.18)

Это и есть закон Ламберта, который называют также законом косинусов.

Пользуясь законом Ламберта, можно установить связь нормальной плотности потока излучения с поверхностной плотностью потока излучения. При одинаковой по всем направлениям интенсивности излучения

$$J_n = \frac{E}{\pi} = \frac{\varepsilon}{\pi} C_0 \left(\frac{T}{100}\right)^4. \tag{14.19}$$

Закон Ламберта точно удовлетворяется для абсолютно черных тел. Для реальных тел при  $\phi > 60^\circ$  действительные потоки энергии излучения от шероховатых поверхностей несколько меньше, а от полированных металлических поверхностей несколько больше, чем рассчитанные по закону Ламберта.

Законом Кирхгофа устанавливается связь между способностями тела излучать и поглощать энергию излучения. Для тел, находящихся в тепловом равновесии \*, поверхностная плотность потока излучения и поглощательная способность однозначно связаны.

Рассмотрим тепловое равновесие двух параллельных плоскостей, расположенных настолько близко друг к другу, что излучение каждой из них обязательно попадает на другую (рис. 14.5). Пусть одна из пластин — произвольное тело, с поверхностной плотностью потока излучения  $E_1$  и поглощательной способностью  $A_1$ , вторая — абсолютно черное тело ( $A_0 = 1$ ). При одинаковых темпе-

<sup>\*</sup> При тепловом равновесии количество излученной и поглощенной телом энергии одинаково,

ратурах стенки находятся в тепловом равновесии. Первая стенка на каждый квадратный метр поглощает количество энергии  $E_0A_1$ , а ее излучение и отражение полностью поглощаются абсолютно черной стенкой. Условие теплового равновесия стенки позволяет записать  $E_1 = A_1E_0$ , или

$$E_1/A_1 = E_0. (14.20)$$

Выражение (14.20) справедливо не только для рассмотренной, но и для любой другой стенки. Поэтому

$$\frac{E_1}{A_1} = \frac{E_2}{A_2} = \frac{E_3}{A_3} = \dots = E_0 = f(T). \tag{14.21}$$

Отношение поверхностной плотности потока излучения тела к его поглощательной способности одинаково для всех тел, находя-

щихся при одной и той же температуре, и равно поверхностной плотности потока излучения абсолютно черного тела при той же температуре. Это и есть закон Кирхгофа, представленный уравнением (14.21).

Из уравнения (14.21) следует, что чем больше тело поглощает, тем больше оно излучает, поэтому для конкретной температуры абсолютно черное тело имеет наибольшую поверхностную плотность потока излучения.

Если в уравнении (14.21) величины *Е* выразить через степень черноты по закону Стефана — Больцмана, то это уравнение примет вид

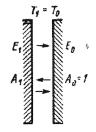


Рис. 14.5

$$\frac{\epsilon_1}{A_1} = \frac{\epsilon_2}{A_2} = \frac{\epsilon_3}{A_3} = \dots = 1.$$

Следовательно,  $\varepsilon = A$ .

Если тело отдает или получает теплоту излучением, то теплового равновесия нет. В этих условиях поглощательная способность зависит как от температуры самого тела, так и от температуры источника излучения. Э. Эккерт нашел, что в этом случае для металлов равенство  $\varepsilon = A$  будет справедливо, если степень черноты тела определять по среднегеометрической температуре  $\sqrt[N]{T_1T_2}$ .

Закон Кирхгофа справедлив и для спектрального излучения.

Для определенной длины волны

$$\frac{E_{\lambda 1}}{A_{\lambda 1}} = \frac{E_{\lambda 2}}{A_{\lambda 2}} = \frac{E_{\lambda 3}}{A_{\lambda 3}} = \dots = E_{0\lambda} = f(\lambda, T).$$
 (14.22)

Рассмотрим далее закон Бугера, которым определяется изменение спектральной интенсивности излучения при прохождении луча через полупрозрачное тело. В соответствии с законом Бугера относительное изменение спектральной интенсивности излучения

при прохождении луча через слой полупрозрачного тела толщиной ds пропорционально длине пути луча в этом слое:

$$\frac{\mathrm{d}I_{\lambda}}{I_{\lambda}} = -K_{\lambda}\mathrm{d}s. \tag{14.23}$$

Здесь  $K_{\lambda}$  — спектральный коэффициент ослабления среды, представляющий собой сумму спектральных коэффициентов поглощения  $\alpha_{\lambda}$  и рассеяния  $\beta_{\lambda}$ .

Интегрирование уравнения (14.23) в пределах слоя толщиной s

позволяет получить

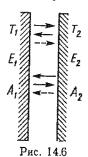
$$J_{\lambda} = J_{\lambda}^{0} \exp\left(-\int_{\delta}^{s} K_{\lambda} \, \mathrm{d}s\right), \tag{14.24}$$

где  $I_{\lambda}{}^{0}$  — спектральная интенсивность излучения на входе в рассматриваемый объем.

## § 14.3. ТЕПЛООБМЕН ИЗЛУЧЕНИЕМ МЕЖДУ ТВЕРДЫМИ ТЕЛАМИ, РАЗДЕЛЕННЫМИ ДИАТЕРМИЧНОЙ СРЕДОЙ

Теплообмен излучением между твердыми телами в общем случае зависит от физических свойств этих тел, их температур, расстояния между ними, их взаимного расположения и свойств разделяющей их среды. Задача значительно упрощается, когда твердые тела разделены диатермичной средой.

Рассмотрим теплообмен излучением при стационарном режиме между двумя параллельными стенками, имеющими большую поверхность и отстоящими друг от друга на небольшом



расстоянии так, что излучение каждой стенки полностью попадает на противоположную (рис. 14.6). Излучение каждой стенки частично поглощается, частично отражается, причем этот процесс многократно повторяется и имеет затухающий характер.

Обозначим через  $q_1$  плотность потока эффективного излучения от первой стенки ко второй, включающую как собственное излучение первой стенки, так и все ее отражения. Аналогично плотность потока эффективного излучения от второй стенки к первой —  $q_2$ .

Из потока излучения  $q_2$ , падающего на первую стенку, будет поглощено  $A_1q_2$  и отражено  $(1-A_1)q_2$  (стенки считаются непрозрачными). Следовательно,

$$q_1 = E_1 + (1 - A_1) q_2.$$
 (14.25)

Аналогично поток излучения от второй стенки

$$q_2 = E_2 + (1 - A_2) q_1. (14.26)$$

Выразим из этих уравнений величины  $q_1$  и  $q_2$  в явном виде. Под-

ставив  $q_2$  из уравнения (14.26) в уравнение (14.25), после несложных преобразований получим

$$q_1 = (E_1 + E_2 - A_1 E_2)/(A_1 + A_2 - A_1 A_2).$$
 (14.27)

 $\mathbf{A}$ налогично для  $q_2$  найдем

$$q_2 = (E_1 + E_2 - A_2 E_1)/(A_1 + A_2 - A_1 A_2).$$
 (14.28)

Результирующий поток q равен разности  $q_1$  и  $q_2$ :

$$q = q_1 - q_2 = (A_2 E_1 - A_1 E_2)/(A_1 + A_2 - A_1 A_2).$$
 (14.29)

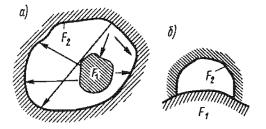
Так как  $E_1 = \varepsilon_1 C_0 (T_1/100)^4$  и  $E_2 = \varepsilon_2 C_0 (T_2/100)^4$ , то, подставив эти выражения в формулу (14.29), при  $\varepsilon = A$  получим

$$q = \varepsilon_{np} C_0 \left[ \left( \frac{T_1}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_2}{100} \right)^4 \right],$$
 (14.30)

где  $\varepsilon_{np}$  — приведенная степень черноты системы,

$$\varepsilon_{np} = 1 / \left( \frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1 \right). \tag{14.31}$$

Если однотело окружено поверхностью другого (рис. 14.7, а), то вся излучаемая центральным телом энергия падает на внешнее тело, но излучение внешней поверхности только частично падает на центральное тело, а остальная часть излучения снова попадает на ту же поверхность. Расчетная формула



Pmc. 14.7

для такой системы тел отражает эту особенность теплообмена излучением

$$\dot{Q} = \varepsilon_{\pi p} C_0 F_1 \left[ \left( \frac{T_1}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_2}{100} \right)^4 \right],$$
 (14.32)

где

$$\varepsilon_{\rm np} = 1 / \left[ \frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{F_1}{F_2} \left( \frac{1}{\varepsilon_2} - 1 \right) \right]. \tag{14.33}$$

Когда центральное тело имеет маленькую поверхность  $(F_1 \rightarrow 0)$ , то  $\varepsilon_{\rm пp} \rightarrow \varepsilon$ , т. е. в этом случае передача энергии осуществляется только за счет излучения центрального тела, так как излучение поверхности  $F_2$  практически не попадает на поверхность  $F_1$ .

Формула (14.32) может применяться для любой формы тел, но меньшая поверхность должна быть обязательно выпуклой. По этой

же формуле рассчитывается теплообмен между поверхностями,

изображенными на рис. 14.7, б.

Расчетная формула для оценки теплообмена излучением между поверхностями, произвольно расположенными в пространстве (рис. 14.8), выводится на основе закона Ламберта. В окончательном виде формула \* записывается так:

$$\dot{Q} = \varepsilon_{np} C_0 F_p \left[ \left( \frac{T_1}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_2}{100} \right)^4 \right], \qquad (14.34)$$

где  $\varepsilon_{\rm np} = \varepsilon_1 \varepsilon_2 \overline{\phi}$ — приведенная степень черноты системы;  $F_{\rm p}$  — расчетная поверхность теплообмена ( $F_1$  или  $F_2$ );  $\overline{\phi}$  — средний угловой коэффициент, или коэффициент облученности, который выражается формулой

$$\overline{\varphi} = \frac{1}{F_p} \int_{F_1} dF_1 \int_{F_2} \frac{\cos \varphi_1 \cos \varphi_2}{\pi r^2} dF_2. \tag{14.35}$$

Коэффициент облученности учитывает форму и взаимное расположение участвующих в теплообмене поверхностей, их размеры и расстояние между ними. Значение углового коэффициента определяется графическим, аналитическим или экспериментальным способом. Для наиболее важных случаев теплообмена излучением значения этих коэффициентов приводятся в справочной литературе.

При теплообмене излучением между произвольно расположенными телами расстояние между поверхностями влияет на коли-

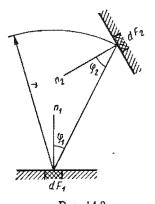


Рис. 14.8

чество передаваемой теплоты, тогда как в предыдущих задачах такого влияния не отмечалось. Это обусловлено тем, что для точечного источника излучения плотность потока излучения уменьшается обратно пропорционально квадрату расстояния от источника.

При увеличении размера источника влияние расстояния на теплообмен уменьшается и при бесконечно больших поверхностях расстояние между телами на теплообмен не влияет. Для замкнутых систем (см. рис. 14.7) это условие удовлетворяется при конечных размерах поверхностей.

Рассмотрим теперь теплообмен излучением при наличии экранов, которые

уменьшают интенсивность теплообмена между телами. Экраны обычно изготовляют из тонких металлических листов.

<sup>\*</sup> Эта формула имеет приближенный характер, так как при ее выводе учтено только первое поглощение, а последующие отражения не приняты во внимание,

Сопоставим теплообмен излучением при стационарном режиме между параллельными стенками без экрана и с экраном (рис. 14.9), воспользовавшись формулой (14.30). Примем  $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_0 = \varepsilon$ .

Если экрана нет, то

$$q = \varepsilon_{12} C_0 \left[ \left( \frac{T_1}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_2}{100} \right)^4 \right]. \tag{14.36}$$

При наличии экрана тепловой поток между первой стенкой и экраном выразится формулой

$$q_{19} = \varepsilon_{19} C_0 \left[ \left( \frac{T_1}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_9}{100} \right)^4 \right].$$
 (14.37)

От экрана ко второй стенке передается теплота

$$q_{29} = \varepsilon_{92} C_0 \left[ \left( \frac{T_9}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_2}{100} \right)^4 \right].$$
 (14.38)

При одинаковой степени черноты стенок и экрана приведенные степени черноты всех систем будут одинаковы:

$$\varepsilon_{12} = \varepsilon_{19} = \varepsilon_2 = \varepsilon_{\pi p} = 1 / \left( \frac{2}{\varepsilon} - 1 \right)$$
.

Из условия стационарности  $q_{19}=q_{29}=q_{9}$ . Приравнивая правые части равенств (14.37) и (14.38), найдем

$$\left(\frac{T_9}{100}\right)^4 = \frac{1}{2} \left[ \left(\frac{T_1}{100}\right)^4 + \left(\frac{T_2}{100}\right)^4 \right].$$

Подставив значение  $(T_9/100)^4$  в уравнение (14.37) или (14.38), получим

$$q_s = \frac{1}{2} s_{np} C_0 \left[ \left( \frac{T_1}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_2}{100} \right)^4 \right].$$
 (14.39)

Сопоставив эту формулу с (14.36), в которой  $\varepsilon_{12} = \varepsilon_{np}$ , находим, что наличие экрана с таким же коэффициентом излучения, как у стенок, приводит к уменьшению теплового потока в 2 раза. Аналогичный анализ показывает, что при двух параллельных экранах тепловой поток уменьшается в 3 раза, а при n экранах — в (n+1) раз. Таким образом, при

одинаковых значениях степени черноты

$$q_{9} = \frac{1}{n+1} q. \tag{14.40}$$

Если степени черноты экрана и стенок неодинаковы ( $\epsilon_1 \neq \epsilon_2 \neq \epsilon_3$ ), то при одном экране

$$q_{9} = \frac{\epsilon_{13}\epsilon_{32}}{\epsilon_{12}} \frac{1}{\epsilon_{13} + \epsilon_{92}} q. \tag{14.41}$$

Здесь ε19≠892≠ε12. Эти коэффициенты опреде-

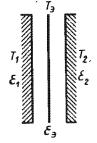


Рис. 14.9

ляются по формуле приведенной степени черноты системы. С помощью формулы (14.41) легко показать, что уменьшение  $\epsilon_3$  повымает эффективность экрана. Так, при  $\epsilon_3 = 0,053$  и  $\epsilon_1 = \epsilon_2 = 0,925$  один экран уменьшает поток теплоты в 32 раза.

Повышение эффективности экрана при уменьшении его степени черноты обусловлено повышением его отражательной способности (так как  $\varepsilon = A$ , а A + R = 1). Но уменьшение потока теплоты обусловлено не только отражением экрана, но и тем, что благодаря экрану уменьшается перепад температур, определяющий тепловой поток. В самом деле,

$$\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_9}{100}\right)^4 < \left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_2}{100}\right)^4.$$
 (14.42)

Поэтому даже в случае, если  $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_3 = 1$ , т. е. когда экран ничего не отражает, благодаря условию (14.42) всегда  $q_3 < q$ .

## § 14.4. ТЕПЛООБМЕН ИЗЛУЧЕНИЕМ В ПОЛУПРОЗРАЧНЫХ СРЕДАХ

Среди полупрозрачных сред для технического приложения наибольший интерес представляют газовые и дисперсные среды, состоящие из газа и распределенных в нем твердых или жидких частиц.

Газы способны излучать и поглощать энергию излучения, но они не способны отражать и рассеивать ее. Способность газа излучать и поглощать зависит от природы газа, параметров его состояния и геометрии объема, в котором он находится.

При температуре меньше 5000 К одно- и двухатомные газы, состоящие из однородных атомов (водород, кислород, азот), обладают небольшой поглощательной способностью, а следовательно, могут излучать небольшое количество энергии. При этих условиях их можно отнести к диатермичным телам. Другие газы способны излучать и поглощать заметные количества энергии. К ним относятся углекислый газ, водяной пар, диоксид серы, аммиак, оксид углерода и др.

Газы обладают линейчатым спектром излучения и поглощения. Поглощение и излучение газов имеет объемный характер.

В отличие от газовых сред дисперсные системы способны отражать и рассеивать падающее на них излучение, и потому перенос энергии излучения оказывается более сложным процессом, чем в газах.

Изменение интенсивности излучения в полупрозрачной среде за счет поглощения, излучения и рассеивания среды описывается уравнением переноса энергии излучения. Рассмотрим это уравнение для простейшего случая стационарного одномерного переноса энергии излучения в газовой среде. В этом случае перенос энергии излучения определяется двумя параллельно протекающими процессами: испусканием энергии излучения молекулами газа и поглощением падающей на них энергии излучения, в процессе ко-

торого энергия электромагнитных колебаний переходит в энергию теплового движения молекул. Результатом наложения этих процессов может быть увеличение или ослабление интенсивности излучения по ходу луча.

Изменение интенсивности излучения  $\mathrm{d} J_\lambda$  при прохождении луча через элементарный объем газа толщиной  $\mathrm{d} s$  определяется разностью между энергиями поглощения и излучения. В соответствии с законом Бугера поглощенная на длине  $\mathrm{d} s$  энергия по абсолютной величине равна  $J_\lambda \alpha_\lambda \mathrm{d} s$  (для газов  $K_\lambda = \alpha_\lambda$ ). Излученную газовым объемом энергию с учетом закона Кирхгофа можно определить по интенсивности излучения абсолютно черного тела как  $J_{0\lambda}\alpha_\lambda \mathrm{d} s$  (здесь  $J_{0\lambda}$ — спектральная интенсивность излучения абсолютно черного тела при температуре газа). Баланс энергии для элементарного слоя газа позволяет записать

$$dJ_{\lambda} = (J_{0\lambda} - J_{\lambda}) \alpha_{\lambda} ds. \qquad (14.43)$$

Это и есть уравнение переноса энергии излучения. Интегрирование по толщине слоя от 0 до s при неизменных параметрах состояния газа и  $\alpha_{\rm A}$ —const приводит к уравнению

$$J_{\lambda} = J_{\lambda}^{0} e^{-a_{\lambda} s} + J_{0\lambda} (1 - e^{-a_{\lambda} s}). \tag{14.44}$$

Для дисперсных сред благодаря рассеиванию энергии излучения конденсированными частицами уравнение переноса энергии излучения усложняется и становится интегродифференциальным.

Практическое использование уравнения переноса энергии излучения для расчета теплообмена излучением в газовых и дисперсных средах предполагает интегрирование уравнения не только по толщине слоя, но и по спектру (т. е. по длинам волн). При этом для газовых сред решение задачи усложняется тем, что они имеют линейчатый спектр излучения, а их радиационные характеристики существенно зависят от температуры. Поэтому на практике для расчета теплообмена излучением с учетом газовых сред чаще применяется методика, основанная на использовании интегральной степени черноты вг, которую определяют на основе экспериментальных данных.

Количество поглощаемой (а следовательно, и излучаемой) газом энергии зависит от толщины газового слоя и концентрации поглощающих (или излучающих) молекул. Концентрацию молекул удобно оценивать парциальным давлением газа p. Так как толщина газового слоя и парциальное давление газа в одинаковой мере влияют на число участвующих в теплообмене молекул, то степень черноты газа и его поглощательную способность можно выбирать в зависимости от параметра pl, где l—средняя длина луча в пределах газового слоя \*. Величина l подсчитана для

<sup>\*</sup> Это правило справедливо не для всех газов, в частности оно нарушается для водяного пара,

различных форм газового объема и приводится в справочниках

Например, для куба с ребром a величина l=0.6a.

Излучаемая газом энергия пропорциональна абсолютной температуре в степени меньше четырех, поэтому при использовании для оценки излученной энергии формулы

$$q = \varepsilon_r C_0 (T/100)^4$$
 (14.45)

величину в необходимо выбирать в зависимости от температуры. Таким образом,

$$e_r = f(T, pl).$$

Форма этой зависимости для конкретных газов выявляется экспериментальным путем.

## § 14.5. ТЕПЛООБМЕН ИЗЛУЧЕНИЕМ МЕЖДУ ГАЗОМ И ОБОЛОЧКОЙ

Интенсивность теплообмена излучением между газом и оболочкой определяется их температурами, природой газа и состоянием поверхности оболочки.

Количество теплоты, которое от излучающего газа передается на каждый квадратный метр поверхности оболочки в единицу времени, определяется по формуле

где  $e'_{w}$  — эффективная степень черноты стенки;  $A_{r}$  — поглоща-

тельная способность газа при температуре стенки.

Наиболее хорошо изучен теплообмен излучением для  $H_2O$  и  $CO_2$ , которые содержатся в продуктах сгорания углеводородных топлив. Для смеси, содержащей эти газы, степень черноты определяется формулой

$$\varepsilon_{r} = \varepsilon_{CO_{s}} + \varepsilon_{H_{s}O} - \varepsilon_{CO_{s}}\varepsilon_{H_{s}O}. \tag{14.47}$$

Последний член в этой формуле отражает эффект взаимопоглощения; полосы излучения и поглощения в спектрах  $CO_2$  и  $H_2O$  частично совпадают, поэтому взаимопоглощение уменьшает излучение газовой смеси.

Значения степени черноты углекислого газа и водяного пара получены экспериментально Хоттелем и Эгбертом при давлении  $p \approx 10^5$  Па и температуре до  $2000^{\circ}$ С. Графики для степени черноты экстраполированы в область повышенных температур, а для водяного пара — еще и в область повышенных давлений.

Парциальное давление водяных паров влияет на степень черноты несколько сильнее, чем средняя длина луча. Поэтому

$$e_{H_{\bullet}O} = 1 - (1 - e'_{H_{\bullet}O})^n$$
, rae  $n = 1 + mp_{H_{\bullet}O}$ .

Здесь т — коэффициент, учитывающий влияние давления водя-

яых паров на  $\varepsilon_{\text{H}_2\text{O}}$ . При  $t=0...2000^{\circ}\text{C}$  степень черноты бесконечно толстого слоя газов составляет  $\varepsilon_{\text{H}_2\text{O}}=0,75...0,4$  и  $\varepsilon_{\text{CO}}=0,32...0,2$ .

Эффективная степень черноты стенки больше действительного ее значения, так как стенка не только излучает, но и отражает часть излучения газа и противоположного участка оболочки. Эффективную степень черноты стенки можно подсчитать по формуле

 $\epsilon_w' = \epsilon_w \left[ 1 + (1 - \epsilon_w) (1 - \epsilon_r) \right].$ 

Поглощательную способность газа  $A_r$  можно принять равной степени черноты газа  $\varepsilon_r$ , которая подсчитывается по формуле (14.47) при температуре стенки.

Для некоторых расчетов формулу (14.46) удобно использо-

вать в виде

$$q = \epsilon_{np} C_0 \left[ \left( \frac{T_f}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_w}{100} \right)^4 \right],$$
 (14.48)

где  $\varepsilon_{np} = \varepsilon'_{\varpi}\varepsilon'_r$  — приведенная степень черноты системы;  $\varepsilon'_r$  — эффективная степень черноты газа. Приравнивая правые части равенств (14.46) и (14.48), получим

$$\varepsilon_{\mathbf{r}}' = \left[ \varepsilon_{\mathbf{r}} - A_{\mathbf{r}} \left( \frac{T_{w}}{T_{f}} \right)^{4} \right] / \left[ 1 - \left( \frac{T_{w}}{T_{f}} \right)^{4} \right]. \tag{14.49}$$

Опытные зависимости  $\varepsilon = f(T, pl)$  имеются также, кроме  $CO_2$  и  $H_2O$ , для газов  $SO_2$ , CO и  $NH_3$ .

В ракетных двигателях наибольший тепловой поток, передаваемый излучением, достигается в камере сгорания и уменьшается по тракту двигателя в соответствии с уменьшением термодинамической температуры газа. Для приближенной оценки распределения потоков теплоты, передаваемых излучением, по длине сопла можно считать, что до сечения сопла, в котором  $d=1,2d_{\rm кp}$ , плотность теплового потока одинакова с плотностью в камере сгорания  $q_{\rm изл}$ , в критическом сечении составляет  $0,5q_{\rm изл}$ , а в закритической части при  $d=1,5d_{\rm kp}$  достигает  $0,1q_{\rm изл}$ .

Химические реакции в потоке влияют на лучистый теплообмен только через состав газа.

Присутствие конденсированных частиц в продуктах сгорания ракетных топлив приводит к существенному повышению степени черноты, которая для дисперсных систем может достигать значений 0.3...0.8.

#### § 14.6. РАДИАЦИОННО-КОНВЕКТИВНЫЙ ТЕПЛООБМЕН

В большинстве случаев радиационный теплообмен протекает одновременно с конвективным. Поверхность может получать или отдавать теплоту соприкосновением с газовой средой, а также путем теплообмена излучением.

Если радиационный и конвективный потоки теплоты считать не зависящими друг от друга, то плотность теплового потока при

радиационно-конвективном теплообмене можно рассчитать по формуле (1.16). Сравнивая плотности теплового потока, переданного к поверхности теплообмена путем излучения [формулы (1.15) и (14.48)], легко получить формулу для величины  $\alpha_{\text{изл}}$ , которая входит в коэффициент радиационно-конвективного теплообмена:

$$a_{\text{max}} = C_0 \cdot 10^{-8} (T_f^3 + T_f^2 T_w + T_f T_w^2 + T_w^3) \varepsilon_{\text{np}}. \tag{14.50}$$

Когда температура тел, определяющих радиационный и конвективный теплообмен, неодинакова, то общий тепловой поток находится как сумма отдельно подсчитанных радиационного и конвективного тепловых потоков. Если в теплообмене участвует капельная жидкость, то  $\alpha_{\text{изл}} = 0$ .

#### ГЛАВА 15

## СПОСОБЫ ИЗМЕНЕНИЯ ИНТЕНСИВНОСТИ ТЕПЛОПЕРЕДАЧИ

При конструировании машин и аппаратов часто возникает необходимость ослабить или усилить передачу теплоты через стенки.

### § 15.1. ТЕПЛОВАЯ ИЗОЛЯЦИЯ

Анализ формулы общего термического сопротивления плоской стенки (3.16) показывает, что дополнительный слой тепловой изоляции любой толщины независимо от его теплопроводности приводит к увеличению общего термического сопротивлечия стенки и уменьшению теплового потока. Это правило не может

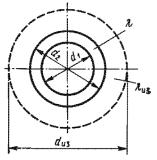


Рис. 15.1

быть распространено на тела, имеющие выпуклые поверхности. При наложении изоляции на выпуклую поверхность внутреннее термическое сопротивление увеличивается, но благодаря увеличению поверхности соприкосновения стеики с внешним теплоносителем уменьшается внешнее термическое сопротивление. Поэтому при использовании материалов с достаточно большой теплопроводностью для изоляции выпуклых поверхностей можно получить не уменьшение, а увеличение теплового потока.

Рассмотрим условие, при котором материал, используемый для изоляции трубы, отвечает своему назначению, т. е. уменьшает тепловой поток. Для однородной трубы,

покрытой слоем изоляции (рис. 15.1), пренебрегая контактным термическим сопротивлением, из формулы (3.35) получим

$$\frac{1}{k_l} = \frac{1}{\alpha_1 d_1} + \frac{1}{2\lambda} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{2\lambda_{H3}} \ln \frac{d_{H3}}{d_2} + \frac{1}{\alpha_2 d_{H3}},$$

где  $k_l$  — линейный коэффициент теплопередачи.

При увеличении толщины изоляции предпоследний член этого

уравнения будет увеличиваться, отражая рост внутреннего термического сопротивления, а последний уменьшаться, характеризуя уменьшение внешнего термического сопротивления. Выявим экстремум функции  $1/k_l = f(d_{n3})$  в предположении, что коэффициент  $a_2$  не зависит от  $d_{n3}$ . Приравняем нулю первую производную по  $d_{n3}$  общего термического сопротивления:

$$\left(\frac{1}{k_l}\right)' = \frac{1}{2\lambda_{\text{H3}}d_{\text{H3}}} - \frac{1}{\alpha_2 d_{\text{H3}}^2} = 0.$$

Отсюда критический диаметр изоляции, отвечающий экстремуму, определяется формулой

$$d_{\kappa p} = 2\lambda_{\kappa 3}/\alpha_{2^n}$$

Вторая производная  $(1/k_l)''$  больше нуля, следовательно, критический диаметр соответствует минимуму общего термического сопротивления и максимуму теплового потока (рис. 15.2).

Пригодность тепловой изоляции удобно определять по параметру

$$A_{\kappa p} = d_{\kappa p}/d_2. \tag{15.1}$$

C учетом выражения для  $d_{\kappa p}$  можно записать

$$A_{\rm Kp} = 2\lambda_{\rm HS}/(\alpha_2 d_2). \tag{15.2}$$

При  $A_{\rm kp}{>}1$  из формулы (15.1) получается  $d_2{<}d_{\rm kp}$ . Как видно из рис. 15.2, в этом случае увеличение диаметра  $d_{\rm kp}$  от  $d_2$  до

Рассмотренный эффект ограничивает выбор тепловой изоляции для труб небольшого диаметра, особенно при малой интенсивности внешнего теплообмена. Например, при  $d_2 = 50$  мм и  $\alpha_2 = 6$  BT/(м²·K) пригодна изоляция с  $\lambda_{\rm H3} \leq 0.15$  BT/(м·K).

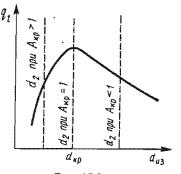


Рис. 15.2

Эффективность тепловой изоляции возрастает с уменьшением ее теплопроводности. Лучшие теплоизоляторы пористой структуры имеют теплопроводность, приближающуюся к теплопроводности воздуха [для воздуха при t=20 °C  $\lambda=0.024$  BT/(м·K)].

Для повышения эффективности изоляции используется эффект ухудшения теплопроводности газового слоя при уменьшении плотности газа. На этой основе создана вакуумно-порошко-

вая и вакуумная многослойная изоляция, которая при давлении 0,133 Па может иметь теплопроводность порядка 10-4 Вт/(м-К)

## § 15.2. ТЕПЛОПЕРЕДАЧА ЧЕРЕЗ РЕБРИСТУЮ СТЕНКУ

Наличие ребер на стенке позволяет увеличить поверхность ее соприкоснове. ния с теплоносителем и тем самым уменьшить внешнее термическое сопротивление. При этом уменьшится общее термическое сопротивление и увеличится тепловой поток, а температура поверхности такой стенки приблизится к температуре омывающей ее среды. Поэтому наличие ребер может использоваться как средство интенсификации процесса теплопередачи или как средство снижения температуры стенки.

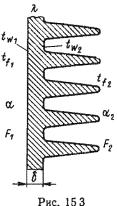


Рис. 153

Рассмотрим теплопередачу через ребристую стенку (рис. 15.3). Температура рабра изменяется по его длине. При  $t_{l1} > t_{l2}$  температура ребра, равная у его основания температуре поверхности между ребрами  $t_{w2}$ , будет уменьшаться к их концу. Температуру среды  $\hat{t}_{t2}$  можно считать неизменной для всей поверхности, и поэтому участки поверхности ребра, удаленные от основания, будут передавать меньше теплоты, чем участки, расположенные вблизи основания ребра. Отношение теплоты, передаваемой поверхностью ребер в окружающую среду  $O_{\mathfrak{p}}$ , к теплоте, которую эта поверхность могла бы передать при постоянной температуре стенки, равной темпе-

ратуре у основания ребер  $O_{\rm p}$ , называется коэффициентом эффективности ребер:

$$\eta_{\rm p} = \dot{Q}_{\rm p} / \dot{Q}_{\rm p}'. \tag{15.3}$$

Все поверхности ребра могут иметь одинаковую температуру только при бесконечной теплопроводности материала, поэтому в реальных условиях  $\eta_p < 1$ . Чем резче меняется температура вдоль ребра, тем меньше коэффициент его эффективности. Для коротких ребер, выполненных из материала с большой теплопроводностью, коэффициент эффективности близок к единице.

Определим тепловой поток через стенку, гладкая поверхность которой имеет площадь  $F_1$ , ребристая поверхность —  $F_2$ . Площадь  $F_2$  складывается из площади боковой поверхности ребер  $F_{
m p}$ площади межреберных участков  $F_{\mathsf{M}}$ . При стационарном режиме передача теплоты от горячей среды к стенке, через стенку и стенки к холодной среде при одинаковом коэффициенте теплообмена для всей поверхности  $F_2$  выразится формулами:

$$\dot{Q} = \alpha_1(t_{f1} - t_{w1}) F_1; \tag{15.4}$$

$$\dot{Q} = \frac{\lambda}{\hbar} (t_{w1} - t_{w2}) F_1; \qquad (15.5)$$

$$\dot{Q} = \dot{Q}_{p} + \dot{Q}_{M}. \tag{15.6}$$

Так как  $Q_p = \eta_p Q_p' = \eta_p \alpha_2 (t_{w_2} - t_{f_2}) F_p$  и  $Q_M = \alpha_2 (t_{w_2} - t_{f_2}) F_M$ , то уравнению (15.6) можно придать вид

$$\dot{Q} = \alpha_2 (t_{w2} - t_{f2}) (F_{M} + \eta_p F_p). \tag{15.7}$$

Исключив из уравнений (15.4), (15.5) и (15.7) температуры  $t_{w1}$  и  $t_{w2}$ , найдем

$$\dot{Q} = (t_{f1} - t_{f2}) / \left[ \frac{1}{\alpha_1 F_1} + \frac{1}{F_1} \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2 (F_M + \eta_0 F_0)} \right]. \tag{15.8}$$

Этому уравнению удобно придать вид

$$\dot{Q} = k_{\rm p} (t_{f1} - t_{f2}) F_1, \tag{15.9}$$

где  $k_{\rm p}$  — коэффициент теплопередачи ребристой стенки, который определяется формулой

$$k_{p}=1/\left(\frac{1}{\alpha_{1}}+\frac{\delta}{\lambda}+\frac{1}{\alpha_{2}}\frac{F_{1}}{F_{M}+\eta_{p}F_{p}}\right). \qquad (15.10)$$

Для удобства анализа влияния ребер на интенсивность теплопередачи упростим формулу (15.8) в предположении, что внутренним термическим сопротивлением стенки можно пренебречь, т. е. принять  $\eta_P = 1$  и  $\delta/\lambda = 0$ . В этих условиях

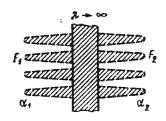
$$\dot{Q} = \Delta t / \left( \frac{1}{\alpha_1 F_1} + \frac{1}{\alpha_2 F_2} \right). \tag{15.11}$$

Сравним теплопередачу через стенку (рис. 15.4), условия теплообмена которой с теплоносителями заданы коэффициентами  $\alpha_1 = 100 \text{ Bt/(M}^2 \cdot \text{K)}$  и  $\alpha_2 = 10 \text{ Bt/(M}^2 \cdot \text{K)}$ , с ребрами и без ребер.

Для стенки без ребер  $F_1 = F_2 = 1$  м², в соответствии с формулой (15.11),  $Q' = 9\Delta t$ . Пусть теперь со стороны, где  $\alpha_1 = 100$  Вт/(м²·К), площадь поверхности из-за ребер увеличена в 10 раз, т. е.  $F_1 =$ 

= 10 м<sup>2</sup>, а вторая поверхность стенки осталась без изменения ( $F_2$ =1 м<sup>2</sup>). Тогда по формуле (15.11) получается Q==9,9 $\Delta t$ , или Q/Q'=1,1.

Если сохранить площадь первой поверхности, а вторую поверхность увеличить в 10 раз за счет ребер (т. е.  $F_1$ = =1 м², а  $F_2$ =10 м²), то по формуле (15.11) найдем, что Q= $50\Delta t$ , т. е. Q/Q'=5,5.



Рис, 15.4

Неодинаковый эффект от постановки ребер на первой и второй поверхностях получился из-за различных величин коэффициентов теплообмена. Если коэффициенты теплообмена с двух сторон стенки неодинаковы, то для интенсификации теплообмена надо стенку сделать ребристой с той стороны, где коэффициент теплообмена имеет наименьшее значение.

Если ребра используются как средство снижения температуры стенки, то независимо от значений  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  их необходимо разместить со стороны холодного теплоносителя. Температуру основания ребра можно определить из формулы (15.7):

$$t_{w2} = t_{f2} - \frac{\dot{Q}}{\alpha_2 (F_{M} + \eta_p F_p)}.$$
 (15.12)

Увеличение поверхности ребристой стенки по сравнению со стенкой без ребер приводит к уменьшению внешнего термического сопротивления, но при этом возникает дополнительное внутреннее термическое сопротивление самого ребра. Поэтому при небольшой теплопроводности материала постановка ребер на поверхности малоэффективна или даже вызовет уменьшение интенсивности теплообмена.

Анализ уравнения распространения теплоты в прямом ребре постоянной толщины показывает, что ребра уменьшат общее термическое сопротивление при условии

$$2\lambda/(\alpha\delta) > 5$$
, (15.13)

где  $\delta$  и  $\lambda$  — толщина ребра и его теплопроводность;  $\alpha$  — коэффициент теплообмена ребра с окружающей средой.

## § 15.3. ТЕМПЕРАТУРНОЕ ПОЛЕ И КОЭФФИЦИЕНТ ЭФФЕКТИВНОСТИ РЕБЕР

Коэффициент эффективности ребер нужен для расчета теплопередачи через ребристую стеику. Значение этого коэффициента выявляется из анализа температурного поля ребер.

Рассмотрим передачу теплоты через тонкое прямое ребро (т. е. выполненное на плоской стенке), для которого изменением температуры по поперечному сечению можно пренебречь и считать, что температура зависит только от координаты  $x^*$  (рис. 15.5). Коэффициент теплообмена  $\alpha$  и температура окружающей среды  $t_f$  считаются одинаковыми для всей поверхности ребра. Поперечное сечение ребра имеет площадь f и периметр u. Теплопроводность материала ребра  $\lambda$ .

При стационарном тепловом режиме тепловой поток  $Q_x$ , кото-

Полученные в этом предположении результаты могут быть распространены на тонкий стержень любого поперечного сечения.

рый путем теплопроводности входит в элемент длиной  $\mathrm{d}x$  ребра, частично передается теплопроводностью вдоль ребра  $Q_{x+\mathrm{d}x}$ , частично рассеивается в окружающую среду  $\mathrm{d}Q$ . Следовательно,

$$\dot{Q}_x = \dot{Q}_{x+dx} + \mathrm{d}\dot{Q}$$
.

По закону Фурье,

$$\dot{Q} = -\lambda \left(\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}x}\right)_{x} f = -\lambda \left(\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}x}\right)_{x} f;$$

$$\dot{Q}_{x+\mathrm{d}x} = -\lambda \left(\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}x}\right)_{x+\mathrm{d}x} f,$$

где  $\theta = t - t_i$  — избыточная температура в рассматриваемом сечении ребра. Теплообмен с окружающей средой определяется по формуле

$$\mathrm{d}\dot{Q} = \alpha\theta u \mathrm{d}x,$$

Таким образом, баланс теплоты можно переписать в виде

$$-\lambda \left(\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}x}\right)_{x} f = -\lambda \left(\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}x}\right)_{x+\mathrm{d}x} f + \alpha \theta u \mathrm{d}x.$$

Этому выражению можно придать вид

$$\frac{\mathrm{d}^2\theta}{\mathrm{d}x^2} = \frac{\alpha u}{\lambda f} - \theta. \qquad (15.14)$$

Интеграл этого линейного дифференциального уравнения второго порядка известен

$$\theta = C_1 e^{mx} + C_2 e^{-mx}, \quad (15.15)$$

где

$$m = \sqrt{\alpha u/(\lambda f)}$$
. (15.16)

Константы интегрирования  $C_1$  и  $C_2$  можно определить из граничных условий:

при 
$$x=0$$
  $\theta=\theta_0$ ;

при 
$$x=l$$
  $-\lambda \left(\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}x}\right)_{x=l} = \alpha_l \theta_l$ .

Здесь  $\alpha_i$  и  $\theta_i$  — коэффициент теплообмена и избыточная температура для торца ребра.

Пренебрежем теплообменом торца ребра с окружающей средой. В этом случае второе граничное условие можно записать в виде: при x=l  $(\mathrm{d}\theta/\mathrm{d}x)_{x=l}=0$ . Определим константы интегрирования, предполагая, что теплообменом торцовых поверхностей можно пренебречь. Подстановка граничных условий в уравнение (15.15) дает

$$\theta_0 = C_1 + C_2;$$

$$\left(\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}x}\right)_{x=1} = mC_1 e^{mt} - mC_2 e^{-mt} = 0.$$

Из совместного решения этих уравнений определяются константы интегрирования:

$$C_1 = \theta_0 e^{-ml}/[2\text{ch}(ml)]; C_2 = \theta_0 e^{ml}/[2\text{ch}(ml)].$$

Гиперболический косинус выражается формулой

$$ch(ml) = (e^{ml} + e^{-ml})/2.$$
 (15.17)

Подстановка констант интегрирования в формулу (15.15) приводит к следующему уравнению температурного поля в ребре:

$$\theta = \theta_0 \operatorname{ch} \left[ m \left( l - x \right) \right] / \operatorname{ch} \left( m l \right). \tag{15.18}$$

Избыточная температура на конце ребра определяется из этой формулы при x = l:

$$\theta_l = \theta_0 / \text{ch}(ml). \tag{15.19}$$

Вся рассеиваемая ребром теплота передается теплопроводностью через сечение основания. Поэтому

$$\dot{Q}_{p} = -\lambda \left(\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}x}\right)_{x=0} f. \tag{15.20}$$

Из уравнения (15.18) получается

$$\left(\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}x}\right)_{x=0} = -m\theta_0 \mathrm{th}(ml), \tag{15.21}$$

где гиперболический тангенс

th 
$$(ml) = (e^{ml} - e^{-ml})/(e^{ml} + e^{-ml}).$$
 (15.22)

Подстановка выражения (15.21) в уравнение (15.20) приводит к следующей формуле для теплового потока:

$$\dot{Q}_{p} = \theta_{0} \sqrt{\alpha u \lambda f} \, th(ml). \tag{15.23}$$

Эта формула не учитывает теплообмена торца ребра с окружающей средой. Если принять, что коэффициенты теплообмена торца и боковой поверхности ребра одинаковы, то теплообмен торца можно учесть удлинением боковой поверхности ребра на

половину его толщины и при расчете теплового потока вместо длины ребра использовать эффективную длину  $l_{=\Phi}=l+\delta/2$ , где  $\delta$ — толщина ребра (рис. 15.5).

Тогда расчетная формула для теплового потока примет вид

$$\dot{Q}_{p} = \theta_{0} \sqrt{\alpha u p \lambda} f \, \text{th} (m l_{s \phi}). \tag{15.24}$$

Полученное выражение позволяет определить коэффициент эффективности прямого ребра постоянной толщины:

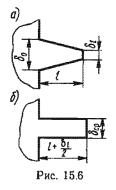
$$\eta_{p} = \frac{\dot{Q}_{p}}{\dot{Q}_{p}'} = \frac{\theta_{0} \sqrt{au\lambda f} \, th \, (ml_{s\phi})}{\alpha \theta_{0} u l_{s\phi}} = \frac{th \, (ml_{s\phi})}{ml_{s\phi}}. \quad (15.25)$$

Величина m подсчитывается по формуле (15.16).

В прямых и кольцевых (цилиндрических) суживающихся ребрах так же, как и в кольцевых ребрах постоянной толщины, площадь сечения ребра, через которую проходит тепловой поток, и

периметр этого сечения изменяются по длине ребра. Поэтому рассмотрение теплового баланса элемента ребра приводит в этих случаях к дифференциальным уравнениям, которые интегрируются в цилиндрических функциях (функции Бесселя), а расчетные формулы для оценки температурного поля и теплового потока даже для длинных ребер имеют довольно сложный вид.

Рассмотрим упрощенный способ расчета ребер с изменяющимся по длине ребра сечением (рис. 15.6, а), основанный на замене такого суживающегося ребра прямым ребром постоянной толщины с учетом несоответствия расчетной схемы действительным условиям



передачи теплоты с помощью поправки. Упрощенный способ дает такую же точность, как и расчет по формулам, полученным непосредственным интегрированием дифференциальных уравнений.

Прямое ребро постоянной толщины, принятое в качестве расчетной схемы (рис. 15.6,  $\delta$ ), имеет такую же ширину, как рассчитываемое ребро, а длина и толщина его определяются равенствами:

$$l_{s\phi} = l + \delta_l/2; \ \delta_{cp} = (\delta_0 + \delta_l)/2.$$

Плотность теплового потока с поверхности ребра постоянного сечения определяется выражением

$$q^* = \dot{Q}_p^* / F_p^*,$$
 (15.26)

где  $Q_p^*$  — тепловой поток от прямого ребра, определяемый уравнением (15.24);  $F_p^*$  — площадь боковой поверхности этого ребра.

Теплота, передаваемая суживающимся ребром, определяется формулой

$$\dot{Q}_{p} = \varepsilon_{c} F_{p} q^{*}, \qquad (15.27)$$

где  $F_{p}$  — площадь боковой поверхности теплообмена суживающегося ребра;  $\varepsilon_c$  — поправка. Значение поправки зависит от степени сужения ребра  $\delta_l/\delta_0$  и от соотношения избыточных температур  $\theta_{\ell}^*/\theta_0$  ребра постоянной толщины, которое определяется формулой (15.19).

Подсчитаем коэффициент эффективности суживающегося ребра с учетом формул (15.26), (15.27) и (15.24):

$$\eta_{\rm p} = \frac{\dot{Q}_{\rm p}}{\dot{Q}_{\rm p}^*} = \frac{\epsilon_{\rm c} F_{\rm p} q^*}{\alpha \theta_0 F_{\rm p}} = \frac{\epsilon_{\rm c} \dot{Q}_{\rm p}^*}{\alpha \theta_0 F_{\rm p}^*} = \frac{\epsilon_{\rm c} \theta_0 \sqrt{\alpha u \lambda f} \ \operatorname{th} (m l_{\rm s} \phi)}{\alpha \theta_0 \mu l_{\rm s} \phi} \,. \label{eq:etappen}$$

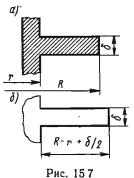
Окончательно получается

$$\eta_{\rm p} = \varepsilon_{\rm c} \frac{\text{th} (m l_{\rm sph})}{m l_{\rm sph}} = \varepsilon_{\rm c} \eta_{\rm p}^*.$$
(15.28)

Боковой профиль суживающегося ребра имеет вид трапеции или треугольника, в последнем случае  $\delta_t = 0$ .

Следует заметить, что используемая в расчете избыточная температура  $\theta_i^*$  несколько отличается от действительной избыточной температуры на конце суживающегося ребра  $\theta_{\ell}$ . Для точной оценки температурного поля и величины  $\theta_t$  надо пользоваться формулами, которые получены путем интегрирования дифференциального уравнения для суживающегося ребра.

Аналогично рассчитывается теплообмен для кольцевого



ребра постоянной толщины (рис. 15.7. а). Расчетная схема такого ребра (рис. 15.7, б) — прямое ребро шириной 1 м, толщиной, равной толщине кольцевого ребра, и длиной

$$l_{\mathrm{so}} = R - r + \delta/2, \qquad (15.29)$$

где R и r — внешний и внутренний радиусы

ребра.

Тепловой поток через кольцевое ребро и коэффициент его эффективности определяются формулами:

$$\dot{Q}_{p} = \varepsilon_{\kappa} F_{p} q^{*}; \qquad (15.30)$$

$$\eta_{p} = \varepsilon_{\kappa} \frac{\text{th} (ml_{9\varphi})}{ml_{9\varphi}} = \varepsilon_{\kappa} \eta_{p}^{*}. \tag{15.31}$$

Поправочный коэффициент вк определяется по соотношению

избыточных температур  $\theta_l$   $\theta_0$  и соотношению радиусов R/r. Для суживающегося кольцевого ребра прибли-

женно можно записать

$$\dot{Q}_{\rm p} = \varepsilon_{\rm k} \varepsilon_{\rm c} F_{\rm p} q^*; \tag{15.32}$$

$$\eta_{\rm p} = \varepsilon_{\rm K} \varepsilon_{\rm c} \frac{{\rm th} (m l_{\rm 9} \phi)}{m l_{\rm 9} \phi} = \varepsilon_{\rm K} \varepsilon_{\rm c} \eta_{\rm p}^{\bullet}.$$
(15.33)

Здесь плотность теплового потока  $q^*$  определяется для плоского ребра шириной 1 м, длиной, подсчитанной по формуле (15.29), и толщиной, равной полусумме толщин кольцевого ребра v основания и на конце.

### § 15.4. ИЗЛУЧАЮЩИЕ РЕБРА

Для интенсификации процессов отводя теплоты за пределы летательного аппарата в верхних слоях атмосферы и в космическом пространстве можно использовать ребра, поверхности которых рассеивают теплоту только путем излучения.

Тепловой баланс элемента тонкого прямого ребра постоянной толщины, работающего в таких условиях, приводит к дифференциальному уравнению, аналогичному (15.14):

$$\frac{\mathrm{d}^2 T}{\mathrm{d}x^2} = n^2 (T^4 - T_f^4),\tag{15.34}$$

где T — температура сечения ребра, отстоящего от корня на расстоянии x (см. рис. 15.5);  $n^2 = \varepsilon_{\rm np} C_0 u \cdot 10^{-8}/(\lambda f)$ ;  $\varepsilon_{\rm np}$  — приведенная степень черноты системы, включающей поверхность ребра и окружающую среду.

Oбозначим dT/dx = p. При использовании новой переменной

уравнение (15.34) приведется к виду

$$p \frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}T} = n^2 (T^4 - T_f^4). \tag{15.35}$$

После интегрирования (15.35) найдем

$$p^2 = 0.4n^2(T^5 - 5TT_f^4 + N),$$
 (15.36)

где N — константа интегрирования.

Определим константу интегрирования в предположении о большой длине ребра, при которой на конце ребра можно считать T =  $=T_f$  и  $q_t=0$ , а следовательно, p=0. Подстановка этих условий в выражение (15.36) дает

$$N = 4T_f^5. (15.37)$$

Выразив температурный градиент р в корневом сечении ребра

через тепловой поток с помощью закона Фурье, с учетом формул (15.36) и (15.37) найдем

$$q = 0.633 \cdot 10^{-4} \sqrt{\frac{\epsilon_{np} C_0}{f} T_0^5 (1 - 5 \widetilde{T}_f^4 + 4 \widetilde{T}_f^5)}, \qquad (15.38)$$

где  $T_0$  — температура корневого сечения ребра;  $T_f = T_f/T_0$ . Теплота, рассеиваемая ребром, определяется по формуле

$$\dot{Q}_{p} = qf = 0.633 \cdot 10^{-4} \sqrt{\epsilon_{np} C_{0} \lambda u f T_{0}^{5} (1 - 5 \tilde{T}_{f}^{4} + 4 \tilde{T}_{f}^{5})}.$$
 (15.39)

Формула (15.39) позволяет найти коэффициент эффективности ребра постоянной толщины

$$\eta_{p} = \frac{\dot{Q}_{p}}{\epsilon_{np}C_{0}\omega t \left(T_{0}^{4} - T_{f}^{4}\right)10^{-8}} =$$

$$= 6330 \sqrt{\frac{\lambda_{f}}{\epsilon_{np}C_{0}\omega t^{2}} \frac{1 - 5\tilde{T}_{f}^{4} + 4\tilde{T}_{f}^{5}}{T_{0}^{3}(1 - \tilde{T}_{f}^{4})^{2}}}, \qquad (15.40)$$

где l — длина ребра.

# § 15.5. РЕБРИСТАЯ СТЕНКА МИНИМАЛЬНОЙ МАССЫ

При создании ребристой стенки важно выбрать такие конструктивные параметры ребер, которые при заданной степени интенсификации теплообмена имели бы минимальную массу.

Масса прямого ребра постоянной толщины  $\delta$  и шириной L выразится формулой

$$m_p = AL\rho$$
,

где  $A = \delta l$  — площадь продольного сечения ребра;  $\rho$  — плотность материала.

При постоянной массе ребра величины  $\delta$  и l могут изменяться при условии, что  $\delta l$ —const. Оптимальными будут такие параметры, которые при  $m_p$ —const обеспечат максимум переданной ребром теплоты.

Для ребра, передающего теплоту в окружающую среду в основном вследствие соприкосновения, при A — const условие максимального теплового потока имеет вид

$$t/\sqrt{\delta} = \sqrt{\lambda/\alpha}. \tag{15.41}$$

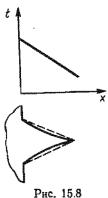
Конструктивные параметры, отвечающие этому условию, характеризуют ребро минимальной массы.

Форма продольного сечения также влияет на массу ребра при заданном тепловом потоке. Э. Шмидт показал, что ребро имеет

минимальную массу, если плотность теплового потока (или температурный градиент) по длине ребра не изменяется. Для прямого ребра это условие выполняется в случае, если конобразованы дугами тұры его окружности (рис. 15.8).

Разница в массе ребер с криволинейными и прямолинейными (пунктир на рис. 15.8) образующими составляет всего около 4%, поэтому из технологических сооружений более целесообразно использовать ребра с треугольным профилем.

Для ребра с треугольным профилем условие минимальной массы имеет вид



$$l/\sqrt{\delta} = 0.925 \sqrt{\lambda/\alpha}, \qquad (15.42)$$

где δ — толщина ребра у основания.

При оптимальном соотношении конструктивных параметров и одинаковом тепловом потоке масса ребра с треугольным профилем в 1,44 раза меньше массы ребра постоянной толщины.

Оптимальные параметры найдены также для излучающих ребер. Так, для прямого ребра постоянной толщины при  $T_t = 0$  минимальная масса ребра обеспечивается при выполнении соотношения

$$\frac{8}{t^2} = 2,486 \cdot 10^{-8} \frac{\epsilon_{np}C_0}{\lambda} T_0^3. \tag{15.43}$$

Существенное влияние на массу ребер оказывает материал. При заданном тепловом потоке масса ребер увеличивается пропорционально отношению о/х. Это соотношение для медного стального ребра больше, чем для алюминиевого, в 1,96 и 11,8 раза соответственно.

Чтобы увеличить поверхность соприкосновения стенки с теплоносителем, надо уменьшить толщину каждого ребра и увеличить число ребер (т. е. уменьшить шаг ребер). Если общая масса не изменяется, то при L=const и l=const общее

поперечное сечение ребер не зависит от их числа.

Увеличение числа ребер, а следовательно, уменьшение их толщины ограничивается условиями теплообмена в межреберном пространстве. Когда при конвективном теплообмене расстояние между ребрами становится меньше двух толщин пограничного слоя, тогда благодаря взаимодействию пограничных слоев уменьшается коэффициент теплоотдачи и эффективность ребер ухудшается. Опыты показывают, что взаимодействие турбулентных пограничных слоев не оказывает существенного влияния на интенсивность теплообмена, поэтому допустимое расстояние между ребрами можно определять по формуле ламинарного пограничного слоя (6.5) при  $Re \leq Re_{\kappa p}$ .

Экспериментально установлено, что уменьшение расстояния между ребрами от  $2\delta_{n.c}$  ( $\delta_{n.c}$  — толщина ламинарного пограничного слоя) до  $1,12\delta_{n.c}$  слабо отражается на интенсивности теплообмена.

Взаимное расположение излучающих ребер выбирается так, чтобы не создавать помех для поступления потоков энергии излучения к поверхности ребер.

#### § 15.6. СПОСОБЫ ИНТЕНСИФИКАЦИИ ТЕПЛООТДАЧИ

Из формулы (15.8) видно, что тепловой поток при теплопередаче можно увеличить не только за счет развития поверхностей теплообмена, но и за счет увеличения коэффициентов теплоотдачи  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$ .

Простейший способ увеличения коэффициента теплоотдачи состоит в увеличении скорости теплоносительно поверхности, но при этом резко (примерно пропорционально квадрату скорости) возрастает гидравлическое сопротивление. Поэтому чаще пользуются другими способами, при которых интенсификация теплоотдачи достигается без изменения продольной скорости теплоносителя за счет турбулизации потока или его пристенной области или за счет возбуждения в потоке макровихревого движения. Высокие коэффициенты теплоотдачи могут быть достигнуты также за счет создания условий, при которых на поверхности теплообмена будет изменяться агрегатное состояние теплоносителя (кипение или конденсация).

Искусственная турбулизация потока может быть достигнута установкой турбулизаторов перед входом в канал или созданием на поверхности теплообмена искусственной шероховатости, периодически повторяющихся выступов или углублений. Турбулизаторы, расположенные на поверхности, более экономичны, так как они возмущают только пристенную часть потока и создают возмущения по всей поверхности, а не только на ее начальном участке.

За выступами при обтекании их теплоносителем возникает отрыв потока с образованием вихрей, энергия которых расходуется на повышение уровня турбулентности. При обтекании углублений также возникают вихревые зоны и повышается уровень турбулентности.

Поверхностные турбулизаторы интенсифицируют теплоотдачу только при  $Re>Re_{\kappa p}$ , т. е. после возникновения в потоке турбулентности. По данным, приведенным в [6], для труб, на внутренней поверхности которых выдавлены плавноочерченные поперечные выступы, наиболее благоприятные условия для интенсификации теплоотдачи возникают при Re=2500...4000. Опытное исследование таких труб показало, что благодаря таким выступам которых выступам выступам которых выступам выступам которых выступам выступам которых выступам выступам выступам которых выступам выступам

эффициент теплоотдачи можно увеличить более чем в 2 раза, причем оптимальная высота выступов составляет (2...10)% от внутреннего диаметра трубы d, оптимальный шаг — (0,25...1)d.

Лопаточный завихритель, установленный перед входом в трубу, интенсифицирует теплоотдачу за счет повышения уровня турбулентности и скорости жидкости относительно поверхности нагрева, а также за счет возникновения макровихрей в пристенной зоне. Непрерывная закрутка потока с помощью закрученной ленты интенсифицирует теплоотдачу за счет возникновения макровихрей в поперечном сечении потока [21]. Уровень интенсификации теплоотдачи при использовании лопаточного завихрителя определяется углом закрутки потока и при турбулентном течении практически не зависит от числа Re. При непрерывной закрутке интенсивность теплоотдачи в основном определяется шагом ленты и числом Re. При ламинарном течении уровень интенсификации с ростом числа Re увеличивается, а при турбулентном — несколько уменьшается.

При использовании лопаточных завихрителей в условиях турбулентного течения в коротких трубах ( $l/d \approx 12$ ) наблюдалось увеличение коэффициента теплоотдачи до 3 раз, а в длинных трубах — до 1,5 раз. При использовании закрученной ленты при турбулентном течении наблюдалось увеличение коэффициента теплоотдачи до 3 раз.

Уровень интенсификации теплоотдачи газообразных теплоносителей можно существенно увеличить за счет добавки в газ твердых частиц (например, частиц графита). Для таких дисперсных потоков в прямых трубах наблюдалось увеличение коэффициента теплоотдачи в 6...8 раз при массовом расходе частиц, в 30...40 раз превышающем расход газа.

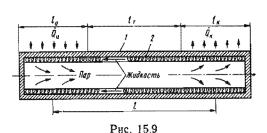
Тепловое и гидродинамическое воздействие частиц на пристенную часть потока с целью интенсификации теплоотдачи можно существенно увеличить с помощью инерционных массовых сил. Например, при закрутке потока лопаточным завихрителем в короткой трубе (l/d=4) восьмикратное увеличение коэффициента теплоотдачи можно получить при массовом расходе частиц, которое превышает массовый расход газа в 1,2 раза.

## § 15.7. ТЕПЛОВЫЕ ТРУБЫ

Термическое сопротивление стенки, разделяющей теплоносители в процессе теплоотдачи, обычно невелико. Если по конструктивным соображениям расстояние между теплоносителями значительно, то теплота от одного теплоносителя к другому передается по тепловоду. Использование в качестве тепловодов металлических тел приводит к тяжелым конструкциям, в которых передача теплоты через твердое тело сопровождается существенным изменением его температуры по тепловому тракту. В этом случае передачу теплоты от одной среды к другой удобно осуществить с помощью тепловых труб, в которых молекулярные процессы переноса теплоты заменены конвективными, благодаря чему термическое сопротивление зоны, расположенной между поверхностями сопритермическое сопротивление зоны, расположенной между поверхностями сопри-

косновения двух обменивающихся теплотой жидкостей, становится небольшим. Поэтому теплота передается при небольшом изменении температуры вдоль трубы.

Схема тепловой трубы показана на рис. 15.9. Герметичный сосуд I (корпус тепловой трубы), из которого тщательно откачан воздух, частично заполнен жидкостью. К испарительной зоне ( $l_{\rm H}$  на рис. 15.9) подводится теплота, расходуемая на испарение теплоносителя, а пар нерез транспортную зону ( $l_{\rm T}$ ) поступает в конденсационную зону ( $l_{\rm K}$ ); освободившаяся при конденсации теплота отводится от конденсатора, а конденсат по капиллярной структуре 2, находящейся на внутренней поверхности трубы, возвращается в испаритель.



Благодаря конвективному способу переноса теплоты тепловая труба обладает небольшим термическим сопротивлением, которое в основном определяется термическими сопротивлениями капиллярной структуры и слоя жидкости при передаче теплоты от наружной поверхности испарительной зо-

ны к свободной поверхности жидкости и от пара — к наружной поверхности конденсационной зоны. Поэтому эффективная тепло проводность тепловой трубы  $\lambda_{3\Phi} = ql/\Delta T$  (q — плотность теплового потока в поперечном сечении трубы,  $\Delta T$  — перепад температур между зонами испарения и конденсации; l — расстояние между средними сечениями зон испарения и конденсации) может в десятки тысяч раз превышать теплопроводность металлов. Тепловоды, выполненные на основе тепловых труб, имеют в сотни раз меньшую массу, чем металлические.

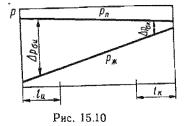
Тепловые трубы обладают и другими ценными качествами: они позволяют трансформировать (концентрировать или рассеивать) тепловые потоки, создавать изотермические поверхности на значительных площадях, могут использоваться в широком диапазоне температур (от криогенных до  $\sim 2500$  K), в гравитационном поле и в невесомости, они не содержат движущихся деталей и имеют большой ресурс работы.

Различают тепловые трубы высокотемпературные (T > 750 K), среднетемпературные (T = 750...550 K), низкотемпературные (T = 550...200 K) и криогенные (T < 200 K).

Во время работы тепловой трубы пар непрерывно перемещается из зоны испарения в зону конденсации, а конденсат — в обратном направлении.

На рис. 15.10 схематично показано распределение давления пара и жидкости по длине тепловой трубы (зона испарения сле-

ва). Благодаря тому, что в зоне конденсации пар превращается в жидкость, создается непрерывный поток пара в эту зону из зоны испарения. Гидравлическое сопротивление парового канала приводит к снижению давления пара в зоне конденсации по сравнению с давлением в зоне испарения.



Перенос жидкости из зоны конденсации в зону испарения в бесфитиль-

ных трубах можно осуществить за счет гравитационных сил, если трубу расположить наклонно к горизонту или вертикально, а зону испарения разместить ниже зоны конденсации. Для перемещения жидкости могут быть использованы и центробежные силы. В горизонтальной трубе (см. рис. 15.9) возврат конденсата в зону испарения осуществляется с помощью капиллярной структуры (сетки, пористой вставки, канавок) за счет сил поверхностного натяжения и капиллярного эффекта.

В ячейках капиллярной структуры смачивающая жидкость образует вогнутый (в сторону жидкости) мениск, благодаря чему давление жидкости меньше давления пара на величину

$$\Delta p_{\sigma} = \frac{2\sigma}{R_{M}} = \frac{2\sigma}{R} \cos \theta, \qquad (15.44)$$

где  $\sigma$ — поверхностное натяжение;  $R_{\scriptscriptstyle M}$ — радиус мениска; R — ра-

диус поры;  $\hat{\theta}$  — краевой угол.

Величина  $\Delta \rho_{\sigma}$  в области испарения существенно больше, чем в области конденсации, так как в конденсационной зоне поверхность капиллярной структуры обычно покрыта слоем жидкости, что увеличивает  $R_{\rm M}$  или вообще препятствует появлению углублений. Благодаря условию  $\Delta \rho_{\rm ok} \ll \Delta \rho_{\rm ou}$  создается перепад давления, обеспечивающий перетекание жидкости из зоны конденсации в зону испарения.

Кривизна поверхности мениска влияет также на величину давления пара над жидкостью, однако в тепловых трубах этим влия-

нием обычно пренебрегают.

Тепловой поток через тепловую трубу определяется расходом пара (или жидкости) G и скрытой теплотой парообразования r:

$$\dot{Q} = Gr. \tag{15.45}$$

Наибольший расход жидкости определяется перепадом давления, который создается благодаря капиллярному эффекту в процессе работы трубы  $\Delta p_{\rm on} - \Delta p_{\rm ok}$  (рис. 15.10). Этот перепад давления должен компенсировать потери напора на перемещение жидкости в капиллярной зоне  $(\Delta p_{\rm m})$ , пара  $(\Delta p_{\rm n})$ , скачки давления при переходе одной фазы в другую  $(\Delta p_{\rm o}, c)$  и перепад давления, обусловленный массовыми силами  $(\Delta p_{\rm m})$ . Массовые силы могут

противодействовать или помогать перемещению жидкости. Таким образом, для обеспечения наибольшего расхода жидкости необходимо, чтобы соблюдалось условие

$$\Delta p_{\sigma_{\mathsf{M}}} - \Delta p_{\sigma_{\mathsf{X}}} \geqslant \Delta p_{\mathsf{M}} + \Delta p_{\mathsf{n}} + \Delta p_{\mathsf{do.c}} \pm \Delta p_{\mathsf{M}}. \tag{15.46}$$

Величина  $R_{\rm M}$ , необходимая для получения  $\Delta p_{\sigma}$ , определяется обычно из экспериментальных данных по капиллярному эффекту для конкретных фитиля и жидкости. Величиной  $\Delta p_{\sigma \kappa}$  обычно пренебрегают по сравнению с  $\Delta p_{\sigma \kappa}$ .

Предполагая течение жидкости и пара в трубе ламинарным, а трубу, работающую в испарительном режиме,— круглой, запишем связь перепадов  $\Delta p_n$  и  $\Delta p_{\infty}$  с расходом G на основе формул Пуазейля и Дарси:

$$\Delta p_{\rm n} = \frac{32v_{\rm n}}{P_{\rm n}d_{\rm n}^2} lG; \qquad (15.47)$$

$$\Delta p_{*} = \frac{\gamma_{*}}{KF_{*}} lG, \qquad (15.48)$$

где v — кинематическая вязкость;  $F_{\rm m}$  и  $F_{\rm n}$  — площади проходного сечения для жидкости и пара;  $d_{\rm n}$  — диаметр парового канала; l — расстояние между испарительной и конденсационной зонами (см. рис. 15.9); K — проницаемость пористой структуры.

Проницаемость K учитывает форму и размеры пор. Например, для сетчатых структур —  $K = d^2 \varepsilon^2 / [122(1-\varepsilon)^2]$ , где d — диаметр проволоки;  $\varepsilon$  — пористость структуры (отношение объема пор к объему пористого тела).

Величина  $\Delta p_{\phi,c}$  обычно невелика и ею можно пренебречь. Величина  $\Delta p_{\rm M}$  определяется положением трубы в пространстве и ускорением свободного падения или инерционным ускорением. Для горизонтальной неподвижной трубы  $\Delta p_{\rm M} = 0$ .

После подстановки (15.44), (15.47) и (15.48) в (15.46) при  $\Delta p_{\sigma\kappa} = 0$  и  $\Delta p_{\Phi,c} = 0$  для горизонтальной тепловой трубы получается

$$G = \frac{2\sigma}{R_{\text{MW}}} / \left[ l \left( \frac{32v_{\text{m}}}{F_{\text{m}}d^2} + \frac{v_{\text{m}}}{KF_{\text{m}}} \right) \right]. \tag{15.49}$$

С учетом (15.45) максимальный тепловой поток определяется формулой

$$Q = \frac{2r\sigma}{R_{\text{MM}}} / \left[ l \left( \frac{32v_{\text{fl}}}{F_{\text{n}}d^2} + \frac{v_{\text{m}}}{KF_{\text{m}}} \right) \right]. \tag{15.50}$$

Из этой формулы видно, что на максимальную теплопроизводительность тепловой трубы влияет вид капиллярной структуры  $(R_{\text{ми}}, K)$ , свойства рабочей жидкости и пара  $(r, \sigma, R_{\text{ми}}, \nu_n, \nu_n)$ , размеры тепловой трубы и ее фитильной структуры  $(l, F_n, F_m)$ .

Увеличение перепада температур пара между испарителем и

конденсатором ( $\Delta T_n = T_{n\varkappa} - T_{n\varkappa}$ ) при прочих равных условиях ведет к увеличению теплопроизводительности тепловой трубы. Величина  $\Delta T_n$  определяется величиной  $\Delta p_n$ , а связь между ними зависит от параметров состояния пара. Эта связь определяется уравнением Клапейрона — Клаузиуса, которое в конечных разностях имеет вид

$$\frac{\Delta \rho_{\rm n}}{\Delta T_{\rm n}} = \frac{r \rho_{\rm n}}{T_{\rm n}} \,. \tag{15.51}$$

Качественная зависимость максимального теплового потока, обусловленного возможностями капиллярного насоса через низкотемпературную тепловую трубу, от средней температуры пара  $T_{\pi}$  показана на рис. 15.11 (линия  $B-\Gamma$ ).

Теплопроизводительность трубы может быть ограничена не только эффективностью капиллярного насоса, но и другими факторами. Так, при значительных скоростях движения пара ухудшение работы тепловой трубы может быть обусловлено срывом капель жидкости с поверхности капиллярной структуры и возвращением их в зону конденсатора. Это ограничение показано на рис. 15.11 (линия E-B).

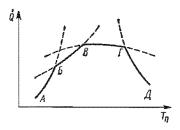


Рис. 15.11

Скорость движения пара ограничена скоростью звука, после достижения которой производительность тепловой трубы не может быть увеличена (рис. 15.11, линия A-B).

Производительность трубы может быть также ограничена запариванием капиллярной структуры, которое приводит к его осушению и перегреву стенок трубы. Запаривание может возникнуть при очень интенсивном пузырьковом, а также пленочном кипении. Граница начала кипения показана на рис. 15.11 (линия  $\Gamma - \mathcal{A}$ ).

Перепад температур в паровом канале  $\Delta T_n$  является частью общего перепада температур между наружными поверхностями испарителя и конденсатора:

$$\Delta T = \Delta T_{\kappa} + \Delta T_{\pi} + \Delta T_{\kappa}, \qquad (15.52)$$

где  $\Delta T_{\rm M} = T_{\rm N} - T_{\rm RM}$ ;  $\Delta T_{\rm K} = T_{\rm RK} - T_{\rm K}$ ; эти перепады температур зависят от термических сопротивлений стенок трубы и капиллярной структуры, заполненной жидкостью.

При разработке тепловых труб кроме выбора основных размеров приходится решать вопросы, связанные с выбором вида теплоносителя и его количества, капиллярной структуры и конструкционных материалов. В высокотемпературных трубах в качестве теплоносителя используются расплавленные металлы, в среднетемпературных — ртуть, сера, кремнийорганические жидкости, в

низкотемпературных — вода, спирты и др., в криогенных — сжиженные газы. Важнейшей характеристикой теплоносителя является теплота испарения.

Материалы корпуса и капиллярной структуры должны быть такими, чтобы они не реагировали между собой и с теплоносителем.

Расчетные методики для тепловых труб имеют особенности, связанные с диапазоном их рабочих температур.

#### ГЛАВА 16

#### ТЕПЛООБМЕННЫЕ АППАРАТЫ

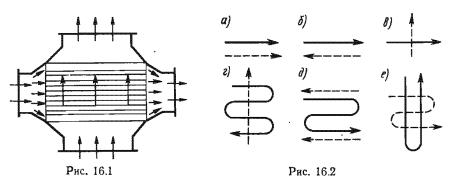
Теплообменными аппаратами (теплообменниками) называются устройства, предназначенные для передачи теплоты от одного теплоносителя к другому.

Широкое распространение теплообменных аппаратов обусловило многообразие их конструктивного оформления.

#### § 16.1. ОСНОВНЫЕ ВИДЫ ТЕПЛООБМЕННЫХ АППАРАТОВ

По принципу действия теплообменники подразделяют на три вида: рекуперативные, регенеративные и смесительные.

В рекуперативных теплообменниках теплоносители омывают стенку с двух сторон и обмениваются при этом теплотой. Процесс теплообмена протекает непрерывно и имеет обычно стационарный характер. На рис. 16.1 показан пример рекупе-



ративного теплообменника, в котором один из теплоносителей протекает внутри труб, а второй омывает их наружные поверхности.

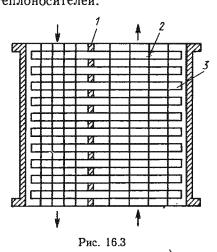
Стенка, которая омывается с обеих сторон теплоносителями, называется рабочей поверхностью теплообменника.

Рекуперативные теплообменники подразделяются в зависимости от направления движения теплоносителей. Если теплоносители движутся параллельно в одинаковом направлении, теплообменник называют прямоточным (рис. 16.2, a), при противоположном направлении движения — противоточным (рис. 16.2, b). В теплообменнике с перекрестным током теплоносители движутся во взаимно перпендикулярных направлениях, при этом возможен однократный (рис. 16.2, b) и многократный (рис. 16.2, b) перекрестный ток. Встречаются и более сложные схемы движения теплоносителей (рис. 16.2, b, b).

Конструктивно рекуперативные теплообменники могут выполняться с трубчатыми и пластинчатыми рабочими поверхностями. Пример трубчатого теплообменника показан на рис. 16.1. В пластинчатом теплообменнике рабочая поверхность образована набором параллельных плоских пластин. Каналы между пластинами объединены через один общими коллекторами и образуют, таким образом, полости для каждого из теплоносителей.

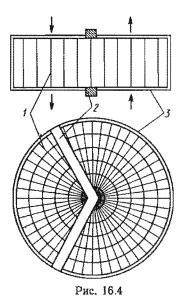
К рекуперативным можно отнести также теплообменники с промежуточным теплоносителем. В теплообменниках с принудительной циркуляцией промежуточного теплоносителя имеется замкнутый контур, через который насосом прокачивается жидкость. Часть этого контура расположена в зоне горячего теплоносителя, часть — в зоне холодного. Эти зоны могут находиться на некотором расстоянии одна от другой.

Другая разновидность теплообменника с промежуточным теплоносителем — теплообменник на тепловых трубах, одна из возможных схем которого показана



на рис. 16.3. Через перегородку *1*, разделяющую холодную и горячую зоны теплообменника, проходит пучок тепловых труб *3*, конденсационные участки которых образуют рабочую поверхность холодного теплоносителя, а испарительные участки — рабочую поверхность горячего теплоносителя. Соотношение этих поверхностей может быть выбрано по усмотрению конструктора. Каждая из поверхностей может иметь ребра *2* с различными для холодного и горячего тракта параметрами.

Рекуперативные теплообменники, предназначенные для утилизации теплоты в газотурбинных установках, называют регенераторами; теплообменники для рассеивания теплоты горячей воды в окружающее пространство (например, в системе охлаждения



автомобильного двигателя) называют радиаторами. Назначением определяются также такие названия теплообменников: воздухоподогреватели, маслоохладители, пароперегреватели и т. п.

В регенеративном теплообменнике одна и та же поверхность поочередно омывается то горячим, то холодным теплоносителем. При соприкосновении с горячим теплоносителем стенка аккумулирует теплоту, а затем отдает ее холодному теплоносителю. Для удовлетворительной работы теплообменника его рабочие стенки должны обладать значительной теплоемкостью.

Характерная особенность регенеративного теплообменника — нестационарный режим теплообмена. Чтобы процесс теплообмена протекал непрерывно при одинаковой продолжительности периода нагрева и охлаждения, такой теплооб-

менник должен иметь две параллельно работающие секции. Конструктивно эти секции могут быть реализованы в виде вращающегося теплообменника или теплообменника с двумя камерами, которые поочередно подключаются то к холодному, то к горячему теплоносителю.

Вращающийся теплообменник (рис. 16.4) имеет насадку 1, вращающуюся в цилиндрическом корпусе 3, который с помощью уплотнений 2 разделен на две камеры для прохода горячего и холодного теплоносителя. Насадка (металлическая или керамическая) поочередно проходит горячий и холодный тракты и переносит теплоту от горячего теплоносителя к холодному. Вращающийся теплообменник отличается высокой компактностью.

В смесительных теплообменниках процесс теплообмена сопровождается перемешиванием теплоносителей, т. е. они непосредственно соприкасаются друг с другом. Поэтому смесительные теплообменники называются также контактными. Процесс теплообмена в таком аппарате имеет стационарный характер и сопровождается испарением жидкости.

Смесительный теплообменник целесообразно использовать для таких теплоносителей, которые легко разделить после теплообменного аппарата, например такой парой является вода и воздух. Характерной особенностью смесительного теплообменника является его простота.

Из трех рассмотренных выше видов теплообменников наиболее широкое и разностороннее применение находят рекуперативные теплообменники. Поэтому в остальных параграфах этой главы

рассматривается расчет и выбор параметров только для рекуперативных теплообменников без промежуточного теплоносителя.

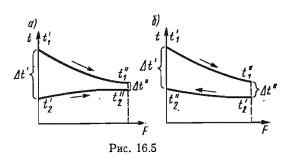
# § 16.2. ТЕПЛОВОЙ РАСЧЕТ РЕКУПЕРАТИВНОГО ТЕПЛООБМЕННИКА

Различают проектировочный и проверочный тепловой расчет теплообменного аппарата. Цель проектировочного расчета состонт в определении площади рабочей поверхности теплообменника, которая является исходным параметром при его проектировании. При этом должно быть известно передаваемое количество теплоты или массовые расходы теплоносителей и изменение их температуры.

Проверочный расчет выполняется для теплообменника с известной площадью поверхности. Цель расчета состоит в определении темперагур теплоиосителя на выходе из теплообменника и передаваемого количества теплоты.

На рис. 16.5 изображены температурные поля прямоточного (рис. 16.5, а) и противоточного (рис. 16.5, б) теплообменников. Индексами «1» и «2» отмечены температуры и другие параметры горячего и холодного теплоносителя соответственно. Одним и двумя штрихами отмечены параметры теплоносителя на входе и выходе из теплообменного аппарата.

Сравнение температурных полей прямоточного и противоточного теплообменников показывает. ОТР противоточной схеме имеется большая возможность изменения температуры теплоносителей в пределах аппарата. Если, напринеобходимо мер, греть холодный тепло-



носитель до максимально возможной температуры при заданной начальной температуре горячего теплоносителя  $t_1$ , то при увеличении поверхности нагрева в прямоточном теплообменнике температура  $t_2$ " будет приближаться к температуре  $t_1$ ", а в противоточном — к  $t_1$ .

Рабочий процесс рекуперативного теплообменника на стационарном режиме работы описывается двумя уравнениями: уравнением теплового баланса и уравнением теплопередачи.

Тепловой баланс теплообменника определяется уравнением

$$\dot{Q} = G_1 c_{p1} (t_1' - t_1') \eta_{\text{not}} = G_2 c_{p2} (t^2 - t_2'), \tag{16.1}$$

где G — массовый расход теплоносителя;  $\eta_{\text{пот}}$  — коэффициент потерь теплоты в окружающую среду, который равен 0,97 ...

... 0,995;  $c_{p1}$  и  $c_{p2}$  — средние удельные теплоемкости теплоносителей. Полная теплоемкость массового расхода

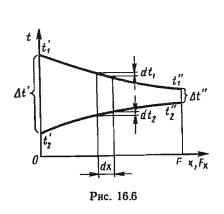
$$W = Gc_p. (16.2)$$

С учетом этого обозначения уравнению теплового баланса можно придать вид

$$\dot{Q} = W_1(t_1' - t_1') \eta_{\text{not}} = W_2(t_2' - t_1'). \tag{16.3}$$

Обозначив изменение температуры теплоносителя в пределах теплообменного аппарата через  $\delta t$ , уравнение (16.3) при  $\eta_{\text{пот}}=1$  можно переписать в виде

$$\delta t_1 / \delta t_2 = W_2 / W_1. \tag{16.4}$$



Следовательно, чем больше параметр W, тем меньше изменяется температура теплоносителя в пределах теплообменного аппарата.

Рассмотрим теперь уравнение теплопередачи. Разность температур между теплоносителями изменяется по длине теплообменного аппарата, поэтому уравнение теплопередачи имеет вид

$$\vec{Q} = \int_{0}^{F} k_{i} \Delta t \, \mathrm{d}F = kF \overline{\Delta t}$$

где k и  $\Delta t$  — средние значения коэффициента теплопередачи и температурного напора всего теплообменного аппарата.

Уравнения теплового баланса и теплопередачи служат основой

проектировочного и проверочного расчетов теплообменника.

При проектировочном расчете площадь рабочей поверхности теплообменника определяется из уравнения теплопередачи

$$F = \dot{Q}/(k\overline{\Delta t}). \tag{16.5}$$

Если тепловой поток Q неизвестен, он определяется из уравнения (16.3).

Получим формулу для подсчета среднего температурного напора. Запишем уравнения теплопередачи и теплового баланса для элемента рабочей поверхности прямоточного теплообменника (рис. 16.6):

$$dQ = k\Delta t dF;$$

$$dQ = -W_1 dt_1 = W_2 dt_2.$$
(16.6)

Из последнего уравнения следует, что  $\mathrm{d}t_1 = -\mathrm{d}Q/W_1$  и  $\mathrm{d}t_2 = \mathrm{d}Q/W_2$ . Вычитая правые и левые части этих равенств, получим

$$\mathrm{d}\Delta t = -\mathrm{d}\dot{Q}\left(\frac{1}{W_1} + \frac{1}{W_2}\right). \tag{16.7}$$

После замены в этом равенстве dQ из уравнения (16.6) и разделения переменных найдем

$$\frac{\mathrm{d}\Delta t}{\Delta t} = -\left(\frac{1}{W_1} + \frac{1}{W_2}\right) k \, \mathrm{d}F.$$

После интегрирования этого уравнения от входного до выходного сечения теплообменника получим

$$\ln \frac{\Delta t''}{\Delta t'} = -\left(\frac{1}{W_1} + \frac{1}{W_2}\right) kF.$$
(16.8)

С помощью уравнения (16.3) при  $\eta_{\text{пот}} = 1$  найдем

$$\frac{1}{W_1} + \frac{1}{W_2} = \frac{t_1' - t_1'}{\dot{Q}} + \frac{t_2' - t_2'}{\dot{Q}} = \frac{\Delta t' - \Delta t''}{\dot{Q}}.$$

Подставив это выражение в формулу (16.8) и заменив в нем величину kF из уравнения (16.5), получим окончательную формулу для определения среднего температурного напора:

$$\overline{\Delta t} = (\Delta t' - \Delta t'')/\ln(\Delta t'/\Delta t''). \tag{16.9}$$

Это выражение называется формулой среднелогарифмического температурного напора. Она одинаково пригодна для прямоточного и противоточного теплообменников (величины  $\Delta t'$  и  $\Delta t''$  обозначены на рис. 16.5).

Аналитическая оценка среднего температурного напора для теплообменников с перекрестным током и другими более сложными схемами движения приводит к громоздким формулам. Поэтому средний температурный напор для таких схем движения теплоносителей определяют по формуле

$$\overline{\Delta t} = \varepsilon_{\Delta t} \overline{\Delta t}_{\text{upor}}, \tag{16.10}$$

где  $\mathbf{\epsilon}_{\Delta t}$ — поправка, которая зависит от двух вспомогательных величин:

$$R = (t_1' - t_1')/(t_2' - t_2'); \quad P = (t_2' - t_2')/(t_1' - t_2'). \quad (16.11)$$

Зависимости  $\varepsilon_{\Delta t} = f(R, P)$  рассчитаны для различных схем движения теплоносителей и приводятся в справочной литературе.

Полученные формулы позволяют сравнить средние температурные напоры при различных схемах движения теплоносителей. Сравнение показывает, что при одинаковых температурах теплоносителей на входе и выходе из теплообменного аппарата в противоточном теплообменнике температурный напор получается наи-

большим, а в прямоточном — наименьшим. При других схемах движения теплоносителя  $\overline{\Delta t}$  имеет значения между  $\overline{\Delta t}_{\text{прям}}$  и  $\overline{\Delta t}_{\text{прот}}$ . Например, при  $t_1'=130^{\circ}\text{C}$ ,  $t_1''=100^{\circ}\text{C}$ ,  $t_2'=67,5^{\circ}\text{C}$  и  $t_2''=92,5^{\circ}\text{C}$  получается  $\overline{\Delta t}_{\text{прям}}=26^{\circ}\text{C}$  и  $\overline{\Delta t}_{\text{прот}}=35^{\circ}\text{C}$ . При однократном перекрестном токе в этих условиях  $\overline{\Delta t}=33,5^{\circ}\text{C}$ .

Благодаря большому значению среднего температурного напора площадь рабочей поверхности в противоточной схеме при прочих равных условиях будет наименьшей. Поэтому, если причины конструктивного характера не ограничивают выбор схемы движения теплоносителей, то предпочтение надо отдать противоточному теплообменнику по сравнению с прямоточным.

Но следует заметить, что противоточная схема движения теплоносителей не всегда имеет существенные преимущества перед прямоточной. Расчеты показывают, что при большом значении одного из параметров  $W(W_1/W_2 < 0.05$  или  $W_1/W_2 > 10)$  и при  $kF/W_1 \rightarrow 0$  обе схемы становятся равноценными. Первое условие равнозначно несущественному изменению температуры одного из теплоносителей (например, при изменении его агрегатного состояния). При  $kF/W_1 \rightarrow 0$  средний температурный напор существенно превышает изменение температуры одной из жидкостей.

При сравнении противоточной и перекрестной схем движения необходимо принять во внимание не только изменение среднего температурного напора, но и изменение условий теплообмена. При одинаковом гидравлическом сопротивлении и условии Nu/Pr<sup>0,4</sup><58 поперечное обтекание позволяет получить больший коэффициент теплоотдачи, чем продольное обтекание труб. Поэтому возможны такие условия, при которых теплообменник с перекрестным током при прочих равных условиях будет иметь меньшую поверхность теплообмена.

Если величины  $\Delta t'$  и  $\Delta t''$  близки по своим значениям, то вместо выражения (16.9) можно воспользоваться формулой среднеарифметического температурного напора:

$$\overline{\Delta t} = (\Delta t' - \Delta t'')/2. \tag{16.12}$$

При  $\Delta t'/\Delta t''=0.6\dots0.67$  разница между среднелогарифмическим и среднеарифметическим температурными напорами не превышает 3%.

Для подсчета площади рабочей поверхности по выражению (16.5) коэффициент теплопередачи определяется обычно по формулам плоской стенки, так как трубки теплообменника имеют небольшую толщину.

Если в пределах аппарата условия теплообмена на отдельных участках рабочей поверхности существенно различны, то коэффициенты теплообмена и теплопередачи подсчитываются для каждого участка отдельно, а затем определяется среднее для всей

поверхности значение коэффициента теплопередачи по формуле

$$k = \sum_{l=1}^{n} k_{l} \frac{F_{l}}{F},$$

где  $k_i$  — коэффициент теплопередачи каждого участка;  $F_i/F$  — относительная площадь этого участка; n — число участков, на кото-

рое разделена рабочая поверхность.

Средние температуры теплоносителей, необходимые для расчета коэффициентов теплообмена, определяются следующим образом. Для теплоносителя с большой величиной параметра W, у которого температура в пределах теплообменника изменяется меньше, средняя температура определяется как полусумма крайних значений температур. Если  $W_1 > W_2$ , то

$$t_1 = (t_1 + t_1)/2.$$

Средняя температура второго теплоносителя определяется по формуле

$$t_2 = t_1 + \overline{\Delta t}$$
,

где  $\Delta t$  подсчитывается по формуле (16.9) или (16.10).

Получим расчетные соотношения для выполнения проверочного расчета прямоточного теплообменника. Если обозначить

$$\frac{1}{W_1} + \frac{1}{W_2} = m,$$

то уравнение (16.8) можно переписать в виде

$$(t_1''-t_2')/(t_1'-t_2')=e^{-mkF}.$$

Вычтем из единицы правую и левую части равенства:

$$1-(t_1''-t_2'')/(t_1'-t_2'')=1-e^{-mkF}$$
.

После приведения к общему знаменателю и перегруппировки членов левой части равенства имеем

$$(t_1'-t_1')+(t_2'-t_2')=(t_1'-t_2')(1-e^{-mkF}).$$
 (16.13)

Из уравнения теплового баланса при  $\eta_{\text{nor}} = 1$ 

$$t_2'' - t_2'' = (t_1' - t_1') \frac{W_1}{W_2}$$

Подставив это равенство в выражение (16.13), после несложных преобразований получим

$$t_1' = t_1' - (t_1' - t_2') \Pi,$$
 (16.14)

где

$$\Pi = \left(1 - e^{-\left(1 + \frac{W_1}{W_n}\right)\frac{kF}{W_1}}\right) / \left(1 + \frac{W_1}{W_2}\right). \tag{16.15}$$

Для конечной температуры холодного теплоносителя в прямоточном теплообменнике расчетная формула имеет вид

$$t_2' = t_2' + (t_1' - t_2') \frac{W_1}{W_2} \Pi.$$
 (16.16)

Аналогично для противоточного теплообменника:

$$t_1' = t_1' - (t_1' - t_2') Z;$$
 (16.17)

$$t_2' = t_2' + (t_1' - t_2') \frac{W_1}{W_2} Z,$$
 (16.18)

где

$$Z = \left(1 - e^{-\left(1 - \frac{W_1}{W_1}\right) \frac{kF}{W_1}\right) / \left(1 - \frac{\dot{W}_1}{W_2} e^{-\left(1 - \frac{\dot{W}_1}{W_2}\right) \frac{kF}{W_1}\right)}. \tag{16.19}$$

Для определения функций  $\Pi\left(\frac{W_1}{W_2}, \frac{kF}{W_1}\right)$  и  $Z\left(\frac{W_1}{W_2}, \frac{kF}{W_1}\right)$  составлены таблицы [11]. Здесь же рассмотрены приближенные формулы для определения конечных температур теплоносителей в аппаратах с перекрестным током и иными схемами движения.

После определения конечных температур тепловой поток подсчитывается по уравнению (16.3).

#### § 16.3. О ГИДРАВЛИЧЕСКОМ РАСЧЕТЕ РЕКУПЕРАТИВНОГО ТЕПЛООБМЕННИКА

Цель гидравлического расчета теплообменника состоит в опрделении затраты механической энергии на перемещение теплносителей в аппарате. Процесс теплообмена, которым сопровождается движение теплоиосителей через теплообменник, вносит некоторую особенность в методику расчетной оценки гидравлического сопротивления.

При гидравлическом расчете теплообменника надо учитывать сопротивление трения, местные сопротивления и тепловое сопротивление.

Для несжимаемой жидкости сопротивление трения определяется по известной формуле

$$\Delta p_{\tau} = \zeta \frac{l}{d} \frac{\rho \overline{w}^2}{2} , \qquad (16.20)$$

где l и d — длина и диаметр канала;  $\zeta$  — коэффициент сопротивления трения.

При неизотермическом течении жидкости значение коэффициента д зависит не только от числа Re, но и от чисел Gr и Pr. Так, при турбулентном режиме течения

$$\zeta = \frac{0.3164}{\text{Re}_f^{0/25}} \left(\frac{\text{Pr}_w}{\text{Pr}_f}\right)^{1/3}.$$
 (16.21)

Местные сопротивления определяются формулой

$$\Delta p_{\rm M} = \xi \frac{\rho \overline{w}^2}{2} \,, \tag{16.22}$$

в которой коэффициент ζ зависит от вида местного сопротивления (внезапное сужение канала, поворот и т. п.).

При течении сжимаемой жидкости в теплообменнике возникает тепловое сопротивление. Подвод теплоты к газу, движущемуся по каналу постоянного сечения, сопровождается уменьшением его давления, а отвод теплоты, наоборот, — повышением давления. Уменьшение давления газа, обусловленное его подогревом, представляет собой тепловое сопротивление. При охлаждении газа тепловое сопротивление отрицательно, т. е. оно уменьшает общее сопротивление теплообменника. Тепловое сопротивление можно подсчитать как удвоенную разность скоростных напоров в конце и в начале канала:

$$\Delta p_{\text{тепл}} = 2 \left( \frac{\rho_2 \overline{w}_2^2}{2} - \frac{\rho_1 \overline{w}_1^2}{2} \right) = \dot{2} \frac{t_2 - t_1}{T_{\text{cp}}} - \frac{\rho_{\text{cp}} \overline{w}_{\text{cp}}^2}{2}. \quad (16.23)$$

Общее сопротивление каждого теплоносителя определяется как сумма всех видов сопротивлений в элементах теплообменника

$$\Delta p = \sum \Delta p_{\tau} + \sum \Delta p_{\omega} + \sum \Delta p_{\tau e u_{\Delta}}.$$

Эта формула приближенная, так как она не учитывает влияния условий движения теплоносителя до поступления в элемент аппарата на сопротивление этого элемента. Поэтому в особо важных случаях сопротивление отдельных трактов теплообменника определяют путем гидравлического испытания модели аппарата.

Мощность (кВт), необходимая для перемещения каждого теплоносителя в теплообменнике, определяется формулой

$$N = \frac{\Delta pG}{1000p\eta}, \qquad (16.24)$$

где G и  $\rho$  — массовый расход и плотность теплоносителя;  $\eta$  — кпд устройства (насоса, вентилятора) для перемещения теплоносителя.

#### § 16.4. ЭФФЕКТИВНОСТЬ ТЕПЛООБМЕННИКА И СПОСОБЫ ЕЕ ПОВЫШЕНИЯ

При проектировании теплообменного аппарата конструктор выбирает форму рабочей поверхности, схему движения теплоносителей и их скорости, конструктивные параметры (диаметр трубок, расстояние между ними, расстояние между пластинами). При этом выполняется тепловой и гидравлический (а иногда и прочностной) расчеты нескольких вариантов аппарата, с тем чтобы выбрать из них наиболее эффективный. Разрабатываются и системы автоматизированного проектирования теплообменных аппаратов (САПР ТА), в которых оптимальные

конструктивные параметры теплообменного аппарата находятся из условия экстремального значения функции цели (критерия эффективности) или оптимального сочетания критериев эффективности (многоцелевая оптимизация).

Эффективность теплообменника можно оценить различными способами. Важным критерием для оценки эффективности теплообменника являются затраты (в руб.), связанные с его изготовлением и эксплуатацией. Наиболее эффективным является теплообменник, для которого сумма годовых эксплуатационных расходов и амортизационных отчислений с капиталовложения (в год) будет наименьшей. Такой способ оценки эффективности теплообменника требует выполнения значительных по объему технико-экономических расчетов.

Затраты на сооружение теплообменника зависят, главным образом, от площади его рабочей поверхности, а затраты на эксплуатацию — от мощности для перемещения теплоносителей. Поэтому различные варианты теплообменников могут сравниваться по значениям F/Q и N/O (Q — тепловой поток). При одинаковом значении одного из этих параметров наибольшей эффективностью обладает тот теплообменник, у которого меньше второй параметр.

Для сравнительной оценки различных схем теплообменных аппаратов академик М. В. Кирпичев предложил использовать критерий

$$E = q/l$$
,

где q — плотность теплового потока через рабочую поверхность теплообменника; l — работа сопротивления обоих теплоносителей на единицу рабочей поверхности в единицу времени.

Наилучшим будет теплообменник, для которого величина E имеет максимальное значение.

Для транспортных теплообменников и особенно авиационных важное значение имеют масса и габариты аппаратов. В этом случае различные варианты теплообменника можно сравнивать по массе аппарата вместе с устройствами для перемещения теплоносителей и их приводами или по массе собственно теплообменника при одинаковой затрате энергии на перемещение теплоносителей.

Компактность теплообменника можно оценить удельной поверхностью нагрева β, которая представляет собой площадь рабочей поверхности, приходящуюся на единицу объема аппарата. При сравнении теплообменников по их компактности величины β должны сопоставляться при одинаковой работе, затрачиваемой на перемещение теплоносителей.

При выборе вида поверхности нагрева следует иметь в виду, что трубчатые поверхности позволяют создать жесткую конструкцию и более удобны в эксплуатации (для очистки). Пластинчатые теплообменники более компактны. Промышленные трубчатые теплообменники имеют  $\beta = 40 \dots 80 \cdot \text{m}^2/\text{m}^3$ , в то время как у пластинчатых эта величина доходит до  $200 \dots 300 \text{ m}^2/\text{m}^3$ .

Выбор скоростей теплоносителей должен обеспечить наибольшую эффективность работы теплообменника. Для получения высокой интенсивности теплообмена желательно, чтобы при течении жидкости в трубах и каналах реализовался турбулентный режим. Для газов и паров скорости движения можно ориентировочно выбирать в диапазоне 15 ... 100 м/с, для жидкостей — 1 ... 3 м/с.

Увеличение скоростей теплоносителей сопровождается уменьшением рабочей поверхности теплообменника (из-за увеличения коэффициента теплопередачи) и ростом гидравлических потерь. Существует оптимальное соотношение скоростей теплоносителей, которое характеризуется максимальным количеством передаваемой теплоты при затрате заданного количества энергии для перемещения теплоносителей.

Если теплоносители имеют резко отличающиеся коэффициенты теплоотдачи, то скорость теплоносителя с большим коэффициентом теплоотдачи слабо влияет на коэффициент теплопередачи и ее значение можно выбрать из условия получения приемлемой температуры на выходе для этого теплоносителя.

Диаметр труб и шаг трубного пучка также существенно влияют на компактность и массу теплообменника. При фиксированном относительном шаге рабочая поверхность пропорциональна диаметру, а объем — квадрату диаметра труб. Поэтому удельная поверхность нагрева обратно пропорциональна диаметру трубы. Например, уменьшение диаметра трубки от 19 до 2,4 мм приводит к уменьшению объема теплообменника в 10 раз, а массы — в 8 раз. Однако использование мелких трубок увеличивает производственные затраты и затрудняет очистку теплообменника в процессе эксплуатации. Поэтому обычно применяются трубки диаметром больше 12 мм.

Уменьшение шага трубного пучка также является средством уменьшения массы и размеров теплообменника. Уменьшение шага пучка ограничено технологическими возможностями. Относительный шаг пучка составляет обычно  $x/d_H = 1,25 \dots 1,6$ .

Для повышения компактности и снижения массы теплообменных аппаратов используются различные средства интенсификации теплообмена (см. § 15.6) и оребрение рабочих поверхностей, которое может использоваться как в пластинчатых, так и трубчатых теплообменных аппаратах.

В трубчатом теплообменнике ребра устанавливаются обычно только с наружной стороны, а в пластинчатом —  $\mathbf{c}$  обеих сторон рабочей поверхности.

Ребра обычно выполняют из медных или алюминиевых тонких листов и надежно припаивают к основной поверхности. Они могут быть гладкими или рифлеными. Ребра могут выполняться в виде отдельных пластинок, которые располагаются в канале пластинчатого теплообменника в шахматном или коридорном порядке, а также в виде цилиндрических или конических шипов, которые припая-

ны к поверхности нагрева. Теплообменники с такими ребрами называются игольчатыми.

Развить ловерхность теплообмена можно также за счет выполнения тракта теплообменного аппарата в виде матрицы из пористого материала. Такие теплообменники называются пористыми.

#### ГЛАВА 17

### ТЕПЛОВАЯ ЗАЩИТА

В авиационной и ракетной технике часто возникает необходимость защиты стенки конструкции от воздействия высокотемпературного газового потока. Они могут быть защищены от перегрева жаростойкими, оплавляющимися или сублимирующими покрытиями или посредством конвективного, пористого, пленочного и ваградительного охлаждения.

#### § 17.1. КОНВЕКТИВНОЕ ОХЛАЖДЕНИЕ

При конвективном охлаждении стенки, соприкасающейся с горячим потоком, обратная ее сторона омывается холодным газом или жидкостью. При заданных температуре горячего газа и условиях теплообмена с поверхностью стенки температурное состояние стенки зависит от температуры охладителя и интенсивности теплообмена охладителя со стенкой. Повышение интенсивности теплообмена между охладителем и стенкой позволяет приблизить температуру стенки к температуре охладителя. Например, при кипении охлаждающей жидкости на поверхности стенки получаются большие коэффициенты теплоотдачи и создаются благоприятные условия охлаждения. Эффективность системы охлаждения повышается также при оребрении стенки со стороны охладителя.

При использовании газообразного охладителя отобранная от стенки теплота расходуется на его нагрев, а при использовании жидкости — на нагрев и испарение.

В зависимости от способа рассеивания теплоты, полученной охладителем, в окружающее пространство системы конвективного охлаждения подразделяют на замкнутые и разомкнутые. Обязательным элементом замкнутой системы охлаждения является теплообменник, в котором охладитель, получивший теплоту от горячей стенки, рассеивает ее в окружающую среду или передает другому теплоносителю. В этом случае масса системы охлаждения не зависит от времени ее эксплуатации.

Одной из разновидностей разомкнутой системы является испарительное охлаждение, где теплота поглощается вследствие испарения жидкости. При такой схеме охлаждения пар отделяется от жидкости в сепараторе и выбрасывается в окружающую среду. Для уменьшения расхода охладителя желательно, чтобы он имел высокую теплоту испарения. Наиболее пригодными

для этих целей жидкостями являются вода (r=2260 кДж/кг), метиловый (r=1120 кДж/кг) и этиловый (r=853 кДж/кг) спирты \*.

При высоких допустимых температурах стенки для охлаждения с испарением могут применяться расплавленные металлы, которые обладают большой теплотой испарения, например литий ( $r=20\,500\,$  кДж/кг; при нормальном атмосферном давлении температура его плавления  $182^{\circ}$ C, температура кипения  $1320^{\circ}$ C).

Оценку температурного состояния охлаждаемой стенки можно сделать по расчетным соотношениям теплопередачи (см. гл. 3), а расчет теплообменника — по методике, рассмотренной в преды-

дущей главе.

Для охлаждения жидкостных ракетных двигателей используется система разомкнутого типа: использованное в качестве охладителя топливо поступает затем в камеру двигателя и там сгорает. Для охлаждения лопаток газотурбинного двигателя используется разомкнутая воздушная система. Для охлаждения радиоаппаратуры можно также применять разомкнутую воздушную систему или конвективное испарительное охлаждение.

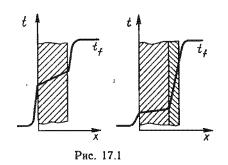
#### § 17.2. ТУГОПЛАВКИЕ ТЕПЛОИЗОЛИРУЮЩИЕ ПОКРЫТИЯ

Слой теплоизоляционного материала, нанесенный на защищаемую стенку со стороны горячего газа, в нестационарных условиях нагрева приводит к снижению температуры стенки. В стационарных условиях теплоизоляция приводит к желаемому эффекту только при наличии системы конвективного охлаждения.

Влияние слоя теплоизолятора на температурное состояние стенки при стационарном режиме теплообмена иллюстрируется рис. 17.1. Введение теплоизоляционного слоя при неизменных температурах сред и коэффициентах теплообмена с обеих сторон стенки увеличивает внутреннее термическое сопротивление и уменьшает тепловой поток. Вследствие этого повышается температура на наружной поверхности теплоизоляции по сравнению с температурой

поверхности незащищенной стенки, уменьшается температурный градиент в защищаемой стенке и понижается температура на ее внутренней поверхности. Рост температуры наружной поверхности увеличивает ее излучение, что приводит к дополнительному уменьшению коэффициента теплопередачи и теплового потока.

Для стационарных тепловых режимов качество изоляции улуч-



<sup>\*</sup> Теплота испарения r дана при нормальном атмосферном давлении и температуре кипения,

шается с уменьшением ее теплопроводности, а для нестационарных—с уменьшением температуропроводности. Важными качествами таких покрытий являются высокая температура плавления, способность противостоять термическим напряжениям, которые возникают при больших температурных градиентах, хорошая сцепляемость (адгезия) с материалом защищаемой стенки.

В качестве материалов для покрытий используются тугоплавкие металлы (молибден, вольфрам и др.), металлокерамика (оксиды, карбиды, нитриды металлов), графит. Температура плавления или разложения этих материалов 2000...3500°C.

Следует заметить, что благодаря химическому взаимодействию материала покрытия с горячей средой его поверхность разрушается, но процесс этот протекает медленно. Так, скорость уноса покрытия, выполненного из вольфрама, при взаимодействии его с атмосферой углекислого газа при температуре 1900 К составляет 10<sup>-4</sup> мм/с.

Температурное состояние стенки с теплоизолирующим покрытием в стационарных условиях определяется расчетными соотношениями теплопередачи. Однако чаще эту задачу приходится решать для нестационарных условий. В этом случае задача расчета состоит в том, чтобы выбрать такую толщину покрытия, которая при известном времени работы конструкции не допустит перегрева рабочей стенки.

Эту задачу можно решать в одномерной постановке, применив дифференциальное уравнение (4.10) к стенке и слою теплоизоляции с учетом того, что в месте соприкосновения в любой момент времени их температуры и плотности теплового потока одинаковы.

Разработана упрощенная методика определения температуры в месте соприкосновения стенки с покрытием  $(t_{\rm cr})$ , основанная на предположении о том, что тепловым сопротивлением стенки по сравнению с тепловым сопротивлением покрытия можно пренебречь (т. е. принять  $\lambda_{\rm cr} \to \infty$ ). Полученное на основе этой предпосылки аналитическое решение оказалось сложным и не приемлемым для практических расчетов. С помощью безразмерного комплекса

$$\mu = \frac{1}{BI} + \frac{1}{K} + \frac{1}{KBI}$$
 (17.1)

это решение удалось заменить приближенным выражением, результаты расчетов по которому аппроксимированы формулой

$$\lg \tilde{\theta} = 0.0212 - \frac{0.45}{\mu + 0.4}$$
 Fo, (17.2)

где  $K = \rho_n c_n \delta_n / (\rho_{c\tau} c_{c\tau} \delta_{c\tau}); \ \tilde{\theta} = (t_f - t_{c\tau}) / (t_f - t_{c\tau 0}), \ a$  числа Fo и Ві подсчитываются по параметрам теплоизолирующего слоя.

При  $\mu$ =0,2...20 погрешность при вычислении  $\theta$ , обусловленная аппроксимацией, не превышает 2%.

Тугоплавкие покрытия применяются для защиты таких элементов конструкции, которые в процессе работы не должны изменять своей формы и размеров. К таким элементам относится, например, горловина сопла ракетного двигателя.

#### § 17.3. АБЛИРУЮЩИЕ ПОКРЫТИЯ

Широкое применение в технике получили теплозащитные материалы, которые разрушаются в процессе их взаимодействия с горячим газовым потоком.

При нагреве поверхность теплозащитного покрытия может оплавляться, сублимировать, разлагаться с образованием газообразных продуктов разложения и твердого обугленного слоя. Внутренние слои теплозащитного покрытия также прогреваются, в них могут образоваться газообразные вещества, способные реагировать с внешним потоком. Продукты разрушения теплозащитного покрытия уносятся с поверхности горячим газовым потоком, поэтому поверхность теплообмена в процессе работы перемещается в глубь покрытия со скоростью и. Совокупность процессов, протекающих в разрушающемся покрытии в процессе его работы, называется абляцией.

Важная особенность работы аблирующих теплозащитных покрытий состоит в том, что основная доля теплоты, которая от газа подводится к поверхности теплообмена, расходуется на фазовые и химические превращения и только часть ее отводится внутрь конструкции. При этом вдувание паров и газообразных продуктов разложения покрытия в пограничный слой горячего газа приводит к уменьшению теплового потока к поверхности теплообмена.

Аблирующие покрытия обладают свойством саморегулируемости — увеличение подвода теплоты сопровождается увеличением скорости разрушения покрытия. Они могут применяться практически при неограниченной мощности теплового потока.

Одной из важных характеристик аблирующего покрытия является теплота абляции  $r_a$ , которая представляет собой теплоту, поглощенную единицей массы унесенного вещества. Если за единицу времени к единице поверхности, находящейся при температуре абляции, от горячего газа конвективным путем подводится теплота q, а отводится за пределы покрытия  $q_{\rm изл}$  излучением  $^*$  и  $q_{\rm вн}$  — теплопроводностью и при этом с поверхности уносится  $g_a[{\rm kr}/({\rm M}^2\cdot {\rm c})]$  теплозащитного вещества, то формула для  $r_a$  имеет вид

$$r_a = (q - q_{\text{M3A}} - q_{\text{BH}})/\dot{g}_a.$$
 (17.3)

Величина  $r_a$  отражает свойство аблирующего покрытия поглощать теплоту, но не учитывает защитного эффекта, обусловленно-

<sup>\*</sup> Результирующий поток энергии пэлучения может иметь и обратное направление,

го вдуванием продуктов разрушения покрытия в пограничный слой горячего газа. Поэтому для сравнительной оценки покрытий удобнее использовать эффективную теплоту абляции \*

$$r_{\rm sob} = (q_0 - q_{\rm M3A} - q_{\rm BH})/g_{\rm a}, \tag{17.4}$$

где  $q_0$  — плотность конвективного теплового потока от горячего газа к поверхности, находящейся при температуре абляции, но в условиях, когда абляции нет.

Если в процессе абляции паро- и газообразных продуктов не получается, то  $r_{ab} = r_a$ .

Следует заметить, что эффективная теплота абляции влияет на скорость уноса материала, но она не определяет однозначно качество аблирующего покрытия. Не менее важной характеристикой такого покрытия является его теплопроводность. При большой теплопроводности покрытия большие потоки теплоты передаются в конструкцию, что приведет к быстрому ее разогреву.

Теплообмен разрушающегося покрытия с горячим газом протекает в нестационарных условиях, но если рассматривать процесс в подвижных координатах, связанных с разрушающейся поверхностью, то при u—const температура покрытия в различных точках не будет изменяться во времени. Такой процесс будем называть  $\kappa \theta a s u c t a q u c t a q t c s v c$ 

Скорость уноса покрытия u и определяемая ею плотность массового потока аблирующего вещества  $\dot{g}_a = \rho_n u$  зависят от изменения температуры по толщине покрытия, которое, в свою очередь, зависит от вида и интенсивности протекающих в веществе покрытия физико-химических процессов и свойств этого вещества. Поэтому расчет скорости уноса покрытия даже в квазистационарных условиях представляет собой сложную задачу.

Задача значительно упрощается, если фазовые и химические превращения происходят на поверхности покрытия в слое пренебрежимо малой толщины, а изменением физических свойств по толщине покрытия можно пренебречь. В этом случае при одномерной постановке задачи температурное поле покрытия определяется уравнением (4.10). Рассмотрим решение этой задачи для с у блимирующего покрытия.

Введем подвижную систему координат, которая перемещается в глубь покрытия со скоростью уноса и. В этой системе нормальная к поверхности координата ξ определяется выражением

$$\xi = x - u\tau. \tag{17.5}$$

Из этого выражения легко найти

$$\frac{\partial \xi}{\partial x} = 1; \quad \frac{\partial \xi}{\partial x} = -u; \quad \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 t}{\partial \xi^2};$$
$$\frac{\partial t}{\partial x} = \frac{\partial t}{\partial \xi} = \frac{\partial \xi}{\partial x} = -u \frac{\partial t}{\partial \xi}.$$

<sup>\*</sup> Предполагается, что абляция не изменяет величину  $q_{\mathtt{x}\mathtt{a}\mathtt{x}}$ .

Подставив эти выражения в (4.10), получим

$$a_{n} \frac{\partial^{2} t}{\partial \xi^{2}} = -u \frac{\partial t}{\partial \xi} . \tag{17.6}$$

В принятой системе координат температура не зависит от времени, поэтому уравнение (17.6) можно записать в полных производных:

$$\frac{\mathrm{d}^2 t}{\mathrm{d}\xi^2} + \frac{u}{a_n} \frac{\mathrm{d}t}{\mathrm{d}\xi} = 0. \tag{17.7}$$

Решение этого уравнения имеет вид

$$t = C_1 + C_2 e^{-u\xi/a_{\Pi}}. (17.8)$$

При  $\xi = \infty$   $t = t_{w0}$ , следовательно,  $C_1 = t_{w0}$ ; при  $\xi = 0$   $t = t_w$  и потому  $C_2 = t_w - t_{w0}$ . Здесь  $t_w$  — температура аблирующей поверхности;  $t_{w0}$  — первоначальная температура стенки.

Подстановка констант интегрирования в выражение (17.8)

дает

$$t - t_{w0} = (t_w - t_{w0}) e^{-\alpha \xi / a_{m}}. \tag{17.9}$$

Температурный градиент на аблирующей поверхности

$$\left(\frac{\partial t}{\partial \xi}\right)_{\xi=0} = -\frac{u}{a_n} (t_w - t_{w0}). \tag{17.10}$$

Тепловой поток, отводящийся внутрь покрытия,

$$q_{\text{BH,n}} = -\lambda_{\text{n}} \left( \frac{\partial t}{\partial \varepsilon} \right)_{\varepsilon = 0} = \rho_{\text{n}} u c_{\text{n}} (t_{w} - t_{w0}). \tag{17.11}$$

Эта теплота расходуется на подогрев материала покрытия до температуры сублимации  $t_w$  (принято  $q_{\rm вн}=0$ ). Если в процессе сублимации поглощается теплота  $r_{\rm c}$ , то баланс теплоты на испаряющейся поверхности покрытия с учетом равенства  $\dot{g}_a = \rho_n u$  запишется в виде

$$\frac{\alpha}{c p_{w}} (H_{r} - H_{w}) - \varepsilon_{np} C_{0} \left[ \left( \frac{T_{w}}{100} \right)^{4} - \left( \frac{T_{f}}{100} \right)^{4} \right] = g_{a} r_{a}, \quad (17.12)$$

где  $r_a = r_c + c_n(t_w - t_{w0}); \alpha = f(\dot{g}_a).$ 

Равновесная температура поверхности определяется графическим решением уравнения (17.12) по методике, рассмотренной в § 13.4. На основе этого решения определяется  $t_w$ , концентрация паров у поверхности  $C_w$  и коэффициент массоотдачи  $\beta_c$ , а следовательно, расход аблирующего вещества  $\dot{g}_a$  по формуле (13.20) и скорость уноса u.

Значительной теплотой сублимации обладают некоторые органические вещества (нафталин, камфора), минеральные соли и др.

Например, хлористый аммоний имеет теплоту сублимации 4159 кДж/кг.

В общем случае газифицируется только часть аблирующего вещества:

$$\dot{g} = \varphi \dot{g}_{a}, \tag{17.13}$$

где  $\phi$  — степень газификации, равная отношению расхода пара или газа к общему расходу вещества покрытия. Для различных механизмов абляцин  $\phi$  = 0...1.

В качестве оплавляющихся покрытий наибольший интерес представляют стекловидные вещества, которые не имеют строго определенной температуры плавления. При повышении температуры эти вещества размягчаются, их вязкость постепенно уменьшается, что ведет к существенному перегреву пленки расплава относительно температуры начала размягчения покрытия. Перегрев пленки способствует увеличению энтальпии уносимого покрытия и ее частичному испарению; все это ведет к увеличению  $r_{s\phi}$ .

Стекловидные материалы имеют хорошие термоупругие характеристики, небольшую теплопроводность в жидком состоянии, большую вязкость и теплоту испарения (скрытой теплоты плавления эти материалы не имеют).

В качестве разрушающихся теплозащитных материалов используются также полимеры (полиэтилен, тефлон и др.). Взаимодействие такого покрытия с горячим газовым потоком приводит к термической деструкции, представляющей собой совокупность химических реакций с поглощением теплоты и выделением газообразных продуктов разложения. Скорость разложения полимера определяется скоростью химических реакций, зависящей от температуры покрытия.

Широкое применение в качестве теплозащитных покрытий нашли композиционные материалы, состоящие из тугоплавкого наполнителя и органического связующего (например, кварцевое стекло и смола). Разложение связующего сопровождается поглощением теплоты и выделением большого количества газообразных веществ.

Защитный эффект может быть также основан на обугливании поверхностного слоя материала покрытия. Обугленный слой выполняет роль теплоизолятора, через который в пограничный слой горячего газа вдуваются газообразные продукты химических реакций, протекающих на внутренней стороне обугленного слоя. Обугленный слой состоит в основном из углерода, который при низких давлениях может сублимировать. Таким образом, кроме теплоизолирующего эффекта самого слоя происходит уменьшение теплоподвода к поверхности вследствие вдувания газа в пограничный слой.

. При высокой температуре на поверхности покрытия может

возникнуть процесс горения. При этом тепловые эффекты окислительных реакций уменьшают теплоту абляции, но при этом уменьшается теплоподвод от внешнего потока как за счет повышения температуры поверхности, так и за счет вдува продуктов сгорания в пограничный слой внешнего потока, а также увеличивается поток теплоты излучением с поверхности, что повышает эффективность работы покрытия.

Тугоплавкие, оплавляющиеся, сублимирующие и газифицируюшиеся покрытия находят широкое применение в ракетной технике для защиты наружных поверхностей ракет от разрушения входе их в плотные слои атмосферы. Эти покрытия применяются также для защиты внутренних поверхностей ракетного двигателя твердого топлива.

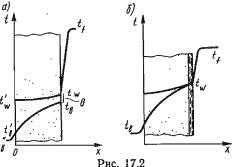
#### § 17.4. СИСТЕМА ПОРИСТОГО ОХЛАЖДЕНИЯ

При использовании системы пористого охлаждения омываемая горячим газом стенка выполняется из пористого материала; через нее в направлении горячего газа продавливается охладитель — газ или жидкость. При использовавии газа в качестве охладителя охлаждение называют эффузионным\*, а при использовании жидкости - конденсатным,

Проходя через поры, газ-охладитель получает теплоту от стенки, а выйдя на поверхность, ухудшает интенсивность теплообмена между горячим газом и стенкой. Таким образом, с одной сторо-

ны, затрудняются условия пе- п рехода теплоты от горячего газа к поверхности стенки, с другой — получаемая стенкой теплота выносится охладителем обратно в поток. Оба эти фактора ведут к снижению температуры стенки.

Температурное поле в пористой стенке показано на рис. t 17.2, a. Перед поступлением в $t_s$ стенку охладитель получает от нее некоторое количество те-



плоты путем теплоотдачи. Проходя через стенку, охладитель соприкасается с ней по большой поверхности и его температура приближается к температуре стенки. Чем больше толщина и коэффициент теплоотдачи внутри пористой стенки, тем меньше разница температур между стенкой и охладителем в выходном сечении.

В общем случае нельзя отождествлять температуру охладителя на выходе и температуру пристеночного слоя газа. Охладитель, выходящий из пор под углом к основному потоку газа, взаи-

Эффузия — процесс течения газа через пористую стенку,

модействует с пограничным слоем этого потока, получая от него теплоту и частично перемешиваясь с ним. Поэтому пристеночный слой газа имеет температуру более высокую, чем температура охладителя в выходном сечении.

Температурный градиент в пограничном слое определяется конвективным тепловым потоком от горячего газа к стенке. Кроме того, теплота подводится к стенке или отводится от нее путем излучения.

При использовании жидкости в качестве охладителя возможны различные режимы охлаждения. Когда расход жидкости небольшой, она будет кипеть в порах, при этом только часть охлаждаемой поверхности покрыта пленкой жидкости, и охлаждение неустойчиво. При чрезмерно больших расходах охладителя часть жидкости уносится газовым потоком без испарения на поверхности.

Большие, чем для газа, коэффициенты теплоотдачи между жидкостью и внутренней поверхностью пористой стенки (особенно, когда жидкость доведена до температуры кипения) способствуют сближению температуры стенки и температуры охладителя на выходе из нее.

При конденсатном охлаждении часть подведенной к стенке теплоты поглощается в процессе испарения.

Пористое охлаждение уменьшает сопротивление трения высокотемпературного газового потока о стенку примерно в такой же мере, как уменьшается коэффициент теплоотдачи.

Наиболее часто в системах пористого охлаждения используются газы, причем чем больше теплоемкость газа и меньше его молярная масса, тем выше его защитные свойства (см. § 8.4). Важную роль могут играть также антикоррозионные качества охладителя. Так, аммиак, выполняя роль охладителя, одновременно связывает кислород, содержащийся в горячем газе, и предотвращает окисление поверхности теплообмена.

При кратковременной работе системы пористого охлаждения в среде высокотемпературного газа охладитель, который при низких температурах находится в твердом состоянии, размещают непосредственно в порах стенки. После достижения высокой температуры охладитель плавится, а затем разлагается или испаряется; при этом охладитель отбирает теплоту от пористой стенки, а пары или продукты разложения уменьшают тепловой поток от горячего газа к стенке. Такая система, например, может быть выполнена из пористого вольфрама с использованием в качестве охладителя цинка или других материалов.

Связь температуры горячей поверхности пористой стенки  $t_w$  с расходом охладителя  $\dot{g}_w$  [кг/(м²·с)] для стационарных условий определяется тепловым балансом\*

<sup>•</sup> Поток теплоты излучением может иметь и противоположное направление,

$$\frac{\alpha}{c_{nw}}(H_r - H_w) - \varepsilon_{np}C_0 \left[ \left( \frac{T_w}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_f}{100} \right)^4 \right] = \mathring{g}_w \Delta h_{\text{a}}, \quad (17.14)$$

где  $\Delta h_b = h_b - h_b'' -$  изменение энтальпии охладителя в системе; H — полная энтальпия горячего газа.

Если пренебречь разницей в температурах  $t_{\rm B}$  и  $t_{\rm w}$ , т. е. положить  $\theta = 0$  (см. рис. 17.2, a), то из этого уравнения получается однозначная зависимость между температурой стенки и плотностью массового потока охладителя  $\dot{g}_{\rm w}$ .

Температуру  $t_w$ , а также изменение температуры по толщине стенки можно рассчитать и без введения упрощающей предпосылки о равенстве температур  $t_{\rm B}$  и  $t_w$ , но при этом необходимо иметь сведения об объемном коэффициенте теплоотдачи внутри пор и эффективной теплопроводности пористой стенки.

При конденсатном охлаждении коэффициенты теплоотдачы внутри стенки имеют большие значения, чем при эффузионном, поэтому температура охладителя может достичь температуры стенки еще до выхода его на поверхность.

Температурное поле стенки при конденсатном охлаждении показано на рис. 17.2, б. Температура горячей поверхности стенки при конденсатном охлаждении ограничена температурой кипения жидкости, т. е.  $t_w \leqslant t_s$ .

Баланс теплоты для конденсатного охлаждения определяется уравнением (17.14). При полном испарении жидкости с поверхности теплообмена  $\Delta h_{\rm B} = c \, (t_{\rm w} - t_{\rm B}) + r$ , где r — теплота испарения жидкости.

По расходу охладителя на каждый квадратный метр защищаемой поверхности пористое охлаждение более эффективно, чем конвективное (разомкнутая система), пленочное или заградительное\*. Но его применение ограничено сложностью изготовления пористых стенок. Кроме того, при эксплуатации такой системы необходимо принимать меры для очистки охладителя, чтобы избежать засорения пор.

Пористое охлаждение можно использовать для защиты отдельных элементов летательных аппаратов или жидкостных ракетных двигателей.

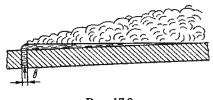
## § 17.5. ПЛЕНОЧНОЕ ОХЛАЖДЕНИЕ

При пленочном охлаждении защищаемая стенка покрывается пленкой жидкости, которая подается через одну или несколько щелей, выполненных на некотором расстоянии друг от друга, и растекается по поверхности. Для подачи жидкости охлаждаемая стенка может иметь пористые вставки.

Схематично пленочное охлаждение стенки с подачей жидкости

<sup>\*</sup> Два последних вида охлаждения рассматриваются в последующих параграфах,

через одну щель показано на рис. 17.3. Растекающаяся пленка жидкости-охладителя испаряется и толщина ее при этом уменьшается. Отделяющийся от поверхности пленки пар поступает в по-



PEC. 17.3

граничный слой горячего газа и уменьшает тепловой поток от газа к поверхности испарения. На некотором расстоянии от щели пленка исчезает. Поэтому при большой длине защищаемой стенки необходимо иметь несколько щелей.

Температура стенки ниже или равна температуре испарения.

Площадь защищаемой пленкой поверхности увеличивается с ростом расхода охладителя. Однако длина пленки за счет расхода жидкости не может увеличиваться беспредельно. Расход ее через щель целесообразно увеличивать только до тех пор, пока пленка движется без отрыва от стенки и пока не начнется унос неиспаренных капель с поверхности пленки.

Опыты показали, что существует критическая выходная скорость, после достижения которой струя отделяется от охлаждаемой поверхности и может вернуться к ней на некотором расстоянии за щелью или совсем не попадает на нее. Критическая скорость увеличивается с ростом скорости горячего газа, с уменьшением ширины щели b и угла между вектором скорости выходящей из щели жидкости и поверхностью. При угле меньше 15° струя вообще не отделяется от стенки.

В результате взаимодействия газового потока с пленкой жидкости на поверхности пленки возникают волны, которые могут привести к потере устойчивости пленки, характеризующейся уносом капель неиспаренной жидкости газовым потоком. Опытное изучение условий движения пленки показало, что ее устойчивость зависит от числа  $\mathrm{Re}_b = u_\mathrm{B}b/v_\mathrm{B}$  и соотношения динамических вязкостей газа и охладителя  $\mu_\mathrm{I}/\mu_\mathrm{B}$  ( $u_\mathrm{B}$ — скорость жидкости на выходе из щели; b— ширина щели). Критическое значение  $\mathrm{Re}_b$  возрастает с увеличением  $\mu_\mathrm{I}/\mu_\mathrm{B}$ . При опытном изучении пленочного охлаждения с использованием воды было найдено, что при  $\mathrm{Re}_b = 300$  пленка еще устойчива. Для гладкой незагрязненной поверхности дополнительные потери жидкости из-за неустойчивости пленки при  $\mathrm{Re}_b = 400$  составили 2%, при  $\mathrm{Re}_b = 600 - 13$ %, при  $\mathrm{Re}_b = 1000 - 24$ %.

Эффективность пленочного охлаждения зависит от числа щелей на единицу поверхности. При увеличении числа щелей температурное поле стенки становится более равномерным.

При устойчивом движении пленки без отрыва от поверхности, ширина которой L и длина l, тепловой баланс определится формулой

$$\frac{\alpha}{c_{pw}}(H_r - H_w)lL = G_a \Delta h_a, \qquad (17.15)$$

где  $G_{\rm B}$  — массовый расход охладителя через щель;  $\Delta h_{\rm B} = c \Delta t + r$  — изменение энтальпии охладителя в системе.

Баланс теплоты (17.15) может служить основой для определения длины поверхности l, которая защищается одной щелью.

Пленочное охлаждение используется как средство защиты камеры сгорания и сопла жидкостного ракетного двигателя.

### § 17.6. ЗАГРАДИТЕЛЬНОЕ И КОМБИНИРОВАННОЕ ОХЛАЖДЕНИЕ

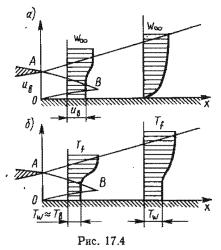
При заградительном охлаждении стенка защищается от горячего потока слоем холодного газа, который подводится к поверхности через щель или через пористую вставку в поверхности теплообмена. Слой холодного газа может быть также создан путем интенсивного охлаждения основного потока на участке стенки, предшествующем защищаемой поверхности. Эту разновидность заградительного охлаждения часто называют тепловой завесой.

Газ-охладитель желательно вдувать по касательной к охлаждаемой поверхности, хотя подвод газа под углом до 30° практически не ухудшает качества заградительной системы охлаждения.

Рассмотрим характер изменения скорости около охлаждаемой стенки на различном расстоянии от места подачи холодного газа через тангенциальную щель (рис. 17.4). В выходном сечении (x=0) охладитель имеет равномерное поле скоростей. Выходя-

щий из щели газ-охладитель взаимодействует со стенкой, на которой образуется гидродинамический пограничный слой, и с потоком горячего газа, скорость которого  $w_{\infty}$  отличается от скорости  $u_{\rm B}$  охладителя на выходе из щели. На границе раздела охладителя и горячего газа возникает область турбулентного перемешивания.

В зависимости от формы скоростного поля можно выделить две характерные области течения: начальный участок, на котором в потоке охладителя сохраняется ядро с постоянной скоростью (зона *OAB*), и основной участок, где распределение скоростей определяется турбулентным смешением



и взаимодействием потока со стенкой (в пристенной области).

Для начального участка значение х₀ зависит от высоты щели

b и соотношения скоростей  $u_{\rm B}/w_{\infty}$ . При одинаковой природе основного и охлаждающего газов  $x_0$  можно определить из теории свободной затопленной струи. При  $u_{\rm B} < w_{\infty}$ 

$$\frac{x_0}{b} = \left(0,107 + 0,037 + \frac{u_B}{w_\infty}\right)^{-1} + \frac{w_\infty + u_B}{w_\infty - u_B}.$$
 (17.16)

Гидродинамические условия течения охладителя около защищаемой стенки определяют характер температурного поля в различных сечениях потока. Для теплоизолированной стенки на начальном участке сохраняется ядро охладителя с постоянной температурой. Так как стенка теплоизолирована, то температура по толщине пристенной области не изменяется. Если пренебречь распространением теплоты теплопроводностью вдоль защищаемой стенки, то на начальном участке температуру стенки можно считать постоянной и равной начальной температуре охладителя. В действительности температура стенки при удалении от щели несколько возрастает. На основном участке температура стенки увеличивается по мере удаления от места подачи охладителя, причем ее значение определяется температурой зоны смешения в пристенной области.

Заградительное охлаждение может использоваться одновременно с конвективным. При этом стенка омывается охлаждаемым газом с обеих сторон. Такое охлаждение называют комбинированным. В этом случае на основном участке смешения температура стенки со стороны горячего газа выше температуры охладителя. Поэтому через охлаждаемую стенку передается теплота и температура стенки ниже, чем в случае использования только заградительного охлаждения.

Разновидностью комбинированного охлаждения является система заградительного охлаждения, выполненная с использованием проницаемых вафельных материалов, в которой газ-охладитель сначала используется для конвективного охлаждения стенки, а затем поступает на поверхность, взаимодействующую с горячим газом. В этом случае защищаемая стенка выполняется из нескольких пластин (обычно двух-трех), в которых до сборки с помощью перфораций, выштамповок или электрохимической обработки создается система каналов и отверстий, обеспечивающая высокую интенсивность теплообмена охладителя со стенкой с последующим выходом его на защищаемую поверхность. При этом легко создать конструкцию, в которой угол выхода газа-охладителя на защищаемую поверхность будет меньше 30°.

Как отмечалось выше, при заградительном охлаждении температура теплоизолированной стенки с небольшой теплопроводностью практически совпадает с температурой пристенного слоя газа. В этом случае объективной характеристикой качества системы заградительного охлаждения является ее эффективность, ко-

$$\overline{\theta} = (T_f^* - T_w)/(T_f^* - T_w^\circ),$$
 (17.17)

где  $T_{w}$  — температура стенки на расстоянии x от выхода охлаждающего газа;  $T_{f}^{*}$  — температура торможения, которая при малых скоростях движения основного потока заменяется термодинамической температурой  $T_{f}$ ;  $T^{o}_{w}$  — температура стенки в начале защищаемого участка, которую обычно принимают равной температуре газа-охладителя.

Эффективность заградительного охлаждения уменьшается с увеличением расстояния от места подачи охладителя и существенно зависит от соотношения скоростей охладителя и основного потока. Чем меньше разница между этими скоростями, тем меньше основной поток возмущает газовую завесу и тем выше эффек-

тивность заградительного охлаждения.

Для расчета эффективности заградительного охлаждения с подачей охлаждающего газа через тангенциальную щель при турбулентном пограничном слое предложен ряд формул. Так, при одинаковых свойствах основного и охлаждающего потоков и  $x > x_0$  С. С. Кутателадзе и А. И. Леонтьевым предложена теоретическая формула

$$\tilde{\theta} = \left[1 + 0.24 \text{ Re}_b^{-0.25} \frac{w_\infty (x - x_0)}{u_a b}\right]^{-0.8},$$
 (17.18)

где  $Re_b = u_B b/v$ .

При  $w_{\infty}x/(u_{\rm B}b)>60$  эта формула удовлетворительно согласуется с опытными данными, а при  $w_{\infty}x/(u_{\rm B}b)<60$  дает несколько заниженные результаты.

Если защищаемая стенка не изолирована в тепловом отношении (например, при комбинированной системе охлаждения), то для оценки ее температурного состояния необходимо знать коэффициент теплоотдачи в процессе взаимодействия стенки с газовой завесой.

При одинаковых скоростях горячего и холодного потоков коэффициент теплоотдачи можно рассчитывать по обычным формулам для плоской стенки.

При отсутствии вынужденного течения горячего газа теоретическое решение задачи с использованием закономерности изменения скорости потока по длине стенки, известной из теории свободной струи, привело к расчетной формуле

$$Nu_x = 0.12 \operatorname{Re}_x^{0.8} (b/x)^{0.6} \operatorname{Pr}^{0.4},$$
 (17.19)

где  $Nu_x = \alpha x/\lambda_B$ ;  $Re_x = u_B x/v_B$ .

Аналогичное решение с использованием опытной закономерности изменения скорости в пристенном слое по длине стенки при

 $\rho_{\rm B}u_{\rm B}/(\rho_{\infty}w_{\infty})=3\dots 9$  позволило получить расчетную формулу  ${\rm Nu}_x=0,113~{\rm Re}_x^{0,8}(b/x)^{0,56}\,{\rm Pr}^{0,4}. \eqno(17.20)$ 

Заградительное и комбинированное охлаждение широко используется для защиты стенок камер сгорания и реактивных сопл воздушно-реактивных двигателей. Эту систему охлаждения можно также использовать в газотурбинных двигателях для защиты лопаток и в ракетных двигателях твердого топлива для защиты внутренних поверхностей реактивного сопла. В последнем случае необходимый для защиты газ получается при горении специального топлива с низкой температурой сгорания, небольшое количество которого размещается перед входом в сопло.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Блох А. Г. Основы теплообмена излучением. М., 1962. 331 с.
- 2. Варгафтик Н. Б. Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей. М., 1972. — 720 с.
- 3. Горбис 3. Р. Теплообмен и гидромеханика дисперсных сквозных потоков. М., 1970. — 423 с.
- 4. Дыбан Е. П., Мазур А. И. Конвективный теплообмен при струйном обтеканин тел. Киев, 1982.— 302 с.
- 5. Исаченко В. П., Осипова В. А., Сукомел А. С. Теплопередача. М.,
- 1981.—417 с. 6. Калинин Э. К., Дрейцер Г. А., Ярхо С. А. Интенсификация теплообмена в каналах. М., 1981.—207 с.
  - 7. *Кирпичев М. В.* Теория подобия. М., 1953. 95 с.
- 8. Кошмаров Ю. А., Рыжов Ю. А. Прикладная динамика разреженных газов. М., 1977. — 184 с.
  - 9. Кутателадзе С. С. Основы теории теплообмена. М., 1979. -- 415 с.
- 10. *Кутателадзе С. С.* Анализ подобия и физические модели. Новосибирск, 1986. 295 с.
  - 11. Кутателадзе С. С., Боришанский В. М. Справочник по теплопередаче.
- Л. М., 1959. 414 с.
- 12. Кутателадзе С. С., Леонтьев А. И. Тепломассообмен и трение в турбулентном пограничном слое. М., 1985. 319 с.
  - 13. Лыков А. В. Теория теплопроводности. М., 1967. 599 c.
  - 14. Нестационарный теплообмен/Кошкин В. К. и др. М., 1973 327 с.
- 15. Основы теплопередачи в авиационной и ракетно-космической технике/ Авдуевский В. С. и др.; Под ред. В. К. Кошкина. М., 1975. 623 с. 16. Петухов Б. С. Теплообмен и сопротивление при ламинарном теченин в
- трубах. М., 1967. 411 с.
- 17. Полежаев Ю. В., Юревич Ф. Б. Тепловая защита. М., 1976.—391 с. 18. Теория тепломассообмена/Исаев С. И. и др.: Под ред. А. И. Леонтьева.
- М., 1979. 495 с. 19. Чиркин В. С. Теплопроводность промышленных материалов. М., 1962. — 247 с.
- 20. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя/Под ред. Л. Г. Лойцянского. М., 1974.—711 с.
- 21. *Щукин В. К.* Теплообмен и гидродинамика внутренних потоков в полях массовых снл. М., 1980. 240 с.
  - 22. Юдаев Б. Н. Теплопередача. М., 1981. 319 с,

## приложения

Приложение I
Термические параметры характерных точек на кривых кипения — конденсации некоторых веществ

|   |  |  | •   |   |   |  |
|---|--|--|---|---|---|--|
| Вещество (формула)  | Малярная<br>масса  | <i>Т</i> <sub>кр</sub> , қ   | <i>р</i> <sub>кр</sub> , МПа  | р <sub>ир</sub> , кг/м³   | <i>Т</i> ин, Қ  | <i>Т</i> <sub>пл</sub> . Қ   |
| Гелий ( <sup>4</sup> He) Водород (н-H <sub>2</sub> ) Неон (Ne) Азот (N <sub>2</sub> ) Оксид углерода (СО) Фтор (F <sub>2</sub> ) Аргон (Аг) Кислород (О <sub>2</sub> ) Метан (СН <sub>4</sub> ) Криптон (Кг) Фреон-14 (СF <sub>4</sub> ) Этилен (С <sub>2</sub> H <sub>4</sub> ) Фреон-23 (СНСІ) Фреон-13 (СF <sub>3</sub> СІ) Диоксид углерода (СО <sub>2</sub> )                                      | 4,0026<br>2,0156<br>20,179<br>28,0134<br>28,0104<br>37,997<br>39,948<br>31,9988<br>16,0426<br>83,80<br>88,005<br>28,0536<br>70,016<br>104,459<br>44,0098 | 5,19<br>33,24<br>44,40<br>126,20<br>132,92<br>144,31<br>150,65<br>154,58<br>190,77<br>209,39<br>227,50<br>282,35<br>299,05<br>301,90<br>304,20 | 0,227 1,298 2,653 3,400 3,498 5,200 4,865 5,043 4,626 5,496 3,745 5,042 4,820 3,868 7,383 | 69,32<br>30,09<br>483,0<br>313,1<br>301,0<br>537,9<br>532,0<br>436,2<br>163,5<br>910,0<br>630,0<br>214,2<br>525,0<br>599,0<br>468,0 | 4,215<br>20,397<br>27,09<br>77,34<br>81,60<br>85,0<br>87,29<br>90,19<br>111,66<br>119,78<br>145,12<br>169,38<br>191,00<br>191,65<br>194,68* | 13,956<br>24,56<br>63,15<br>68,15<br>53,48<br>83,80<br>54,36<br>90,68<br>115,76<br>89,53<br>103,97<br>117,97<br>92,0<br>216,58 |
| Этан (C <sub>2</sub> H <sub>6</sub> )<br>Гексафторид серы<br>(SF <sub>6</sub> )   | 30,069<br>146,066  | 305,33<br>318,70   | 4,871<br>3,758  | <b>204,5</b> 738,0  | 184,57<br>209,4*  | 90,348<br>222,35   |
| Фреон-1.15 (С <sub>2</sub> F <sub>5</sub> Cl)<br>Пропилен (С <sub>3</sub> H <sub>6</sub> )<br>Фреон-22 (СНF <sub>2</sub> Cl)<br>Пропан (С <sub>3</sub> H <sub>8</sub> )<br>Фреон-12 (СF <sub>2</sub> Cl <sub>2</sub> )<br>Аммнак (NH <sub>3</sub> )<br>Хлор (Сl <sub>2</sub> )<br>Дноксид серы (SO <sub>2</sub> )<br>Этанол (С <sub>2</sub> H <sub>5</sub> OH)<br>Вода (H <sub>2</sub> O)<br>Ртуть (Hg) | 154,46<br>42,08<br>86,4723<br>44,0962<br>120,914<br>17,030<br>70,906<br>64,059<br>46,069<br>18,015<br>200,59   | 353,09<br>364,95<br>369,30<br>369,80<br>385,15<br>405,55<br>417,17<br>430,65<br>516,25<br>647,27<br>1763                                       | 3,192<br>4,614<br>4,988<br>4,245<br>4,119<br>11,397<br>7,802<br>7,855<br>6,481<br>22,115  | 667,3<br>238,8<br>514,0<br>219,0<br>579,1<br>235,0<br>639,3<br>493,8<br>285,7<br>317,76<br>550,0                                    | 234,18<br>225,40<br>232,35<br>231,10<br>243,41<br>239,81<br>238,70<br>263,0<br>351,5<br>373,15<br>629,81                                    | 167,15<br>87,95<br>115,74<br>85,45<br>117,20<br>195,48<br>172,22<br>197,70<br>159,1<br>273,16<br>234,314                       |

<sup>\*</sup> Указана иормальная температура сублимации,

## Теплоемкость воздуха

| Температу-<br>ра, К  | , M  | олярная теі<br>кДж/(кмс  |  |  | Удельная<br>совая) те<br>кость, кДя  | плоем-   | теплос  | емная<br>мкость,<br>(м <sup>3</sup> · K)  |
|--|--|--|--|--|--|--|---|---|
| T  | μc <sub>p</sub>  | uc <sub>v</sub>  | μc <sub>pm</sub>   | μ <i>c,,,</i> ,,   | c <sub>pm</sub>  | c <sub>om</sub>  | c* pm   | c* <sub>vm</sub>  |
| 273<br>373<br>473<br>573<br>673<br>773<br>873<br>973<br>1073<br>1173<br>1273<br>1373<br>1473<br>1573<br>1673<br>1773<br>1873<br>1973<br>2073<br>2173<br>2273<br>2373<br>2473<br>2473<br>2673<br>2773 | 29,073<br>29,266<br>29,676<br>30,266<br>30,949<br>31,640<br>32,301<br>32,900<br>33,432<br>33,905<br>34,315<br>34,679<br>35,002<br>35,291<br>35,546<br>35,772<br>35,772<br>35,772<br>35,772<br>36,170<br>36,346<br>36,509<br>36,655<br>36,798<br>36,655<br>36,798<br>36,053<br>37,170 | 20,758<br>20,951<br>21,361<br>21,951<br>22,634<br>23,325<br>23,986<br>24,585<br>25,117<br>25,590<br>26,000<br>26,394<br>26,687<br>26,976<br>27,231<br>27,457<br>27,457<br>27,662<br>27,855<br>28,031<br>28,194<br>28,340<br>28,483<br>28,613<br>28,738<br>28,613<br>28,738<br>28,855 | 29,073<br>29,152<br>29,299<br>29,521<br>29,789<br>30,095<br>30,405<br>30,723<br>31,028<br>31,321<br>31,598<br>31,862<br>32,109<br>32,343<br>32,565<br>32,774<br>32,967<br>33,151<br>33,319<br>33,482<br>33,641<br>33,787<br>33,926<br>34,060<br>34,185 | 20,758<br>20,838<br>20,984<br>21,206<br>21,474<br>21,780<br>22,090<br>22,408<br>22,713<br>23,006<br>23,283<br>23,547<br>23,794<br>24,028<br>24,459<br>24,459<br>24,652<br>24,836<br>25,004<br>25,167<br>25,326<br>25,472<br>25,611<br>25,745<br>25,870 | 1,0036<br>1,0061<br>1,0115<br>1,0191<br>1,0293<br>1,0387<br>1,0496<br>1,0605<br>1,0710<br>1,0815<br>1,0999<br>1,1082<br>1,1166<br>1,1242<br>1,1313<br>1,1380<br>1,1443<br>1,1501<br>1,1664<br>1,1710<br>1,1757<br>1,1803 | 0,7164<br>0,7193<br>0,7243<br>0,7319<br>0,7415<br>0,7519<br>0,7624<br>0,7733<br>0,7842<br>0,8039<br>0,8127<br>0,8215<br>0,8294<br>0,8369<br>0,8508<br>0,8570<br>0,8633<br>0,8688<br>0,8742<br>0,8792<br>0,8813<br>0,8792<br>0,8813<br>0,8792<br>0,8813<br>0,8792 | 1,2971 1,3004 1,3071 1,3172 1,3289 1,3427 1,3565 1,3708 1,3842 1,3976 1,4097 1,4214 1,4327 1,4432 1,4528 1,4620 1,4708 1,4708 1,4788 1,4788 1,4867 1,4939 1,5010 1,5072 1,5135 1,5194 1,5253 1,5303 | 0,9261<br>0,9295<br>0,9362<br>0,9462<br>0,9579<br>0,9718<br>0,9856<br>0,9998<br>1,0312<br>1,0262<br>1,0387<br>1,0505<br>1,0618<br>1,0722<br>1,0819<br>1,0722<br>1,0819<br>1,1078<br>1,1078<br>1,1078<br>1,11296<br>1,1296<br>1,1363<br>1,1426<br>1,1484<br>1,1593 |

Приложение III Теплофизические свойства различных веществ

| A                                  |                 |                      |                      | *                  | - гасшиний фунулогиоонии |
|------------------------------------|-----------------|----------------------|----------------------|--------------------|--------------------------|
| Нанменование материала             | t, °C           | λ, Βτ/(м · Κ)        | р. кг/м <sup>3</sup> | с,<br>кДж/(кг · K) | а·106 м²/с               |
| \.                                 | N               | <b>1еталлы и</b> спл | гавы                 |                    |                          |
| Алюминий                           | 0               | 209,3                | 2700                 | 0,896              | 86,7                     |
| Бронза (95 % Cu, 5 % Al)           | 20              | 83,0                 | 8660                 | 0,410              | 23,3                     |
| Дюралюминий (94 96 % A1, 3 5 % Cu) | 20              | 164,4                | 2800                 | 0,883              | 66,7                     |
| Железо                             | 0               | 74,4                 | 7880                 | 0,440              | 21,5                     |
| Латунь (70 % Cu, 30 % Sn)          | 20              | 110,7                | 8520                 | 0,385              | 33,8                     |
| Медь                               | 0               | 389,6                | 8930                 | 0,388              | 112,5                    |
| Натрий жидкий<br>Никель            | 100<br><b>0</b> | 86,1<br>67,4         | 928<br>8900          | 1,384<br>0,427     | 66,9<br>17,8             |

Приложение III (продолжение)

| ***************************************                                   |        |                  | phaomen                       | a c 111 (nepoc | onmenue j                             |
|---|--------|------------------|-------------------------------|----------------|---------------------------------------|
| Наименование материала  | t, °C  | λ, Βτ/(м · Κ)    | ρ, κ <i>r/</i> м <sup>3</sup> | кДж/(кг · K)   | a · 10 <sup>6</sup> m <sup>2</sup> /c |
|   | _      |                  |                               |                |                                       |
| Олово   | 0      | 66,3             | 7300 .                        | 0,222          | 41,1                                  |
| Ртуть   | 0      | 8,2              | 13600                         | 0,139          | 4,3                                   |
| Серебро   | 0      | 418,7            | 10500                         | 0,234          | 170,0                                 |
| Сталь углеродистая (C=0,5 %)  | 20     | 53,6             | 7830                          | 0,465          | 14,7                                  |
| Сталь нержавеющая<br>1X18H9T  | 20     | 16,0             | 7900                          | 0,502          | 4,04                                  |
| Титан   | 0      | 15,1             | 4540                          | 0,532          | 6.2                                   |
| Чугун (C=4 %)   | 20     | 51,9             | 7270                          | 0,419          | 17,0                                  |
|   | Немет  | аллические м     | атериалы                      |                |                                       |
| Асбест листовой   | 30     | 0.1163           | 770                           | ø,816          | 0,186                                 |
| Асбест (волокно)  | 50     | 0,1105           | 470                           | 0,816          | 0,289                                 |
| Бетон сухой   | 20     | 0,8374           | 1600                          | 0,837          | 0,622                                 |
| Дуб (поперек волокон)   | -      | 0,1977           | 825                           | 2,386          |                                       |
| ,,  | - 1 20 | 0,2093           | 020                           | 2,000          |                                       |
| Карбид титана ТіС   | 100    | 16,85            | 4900                          | 12,250         |                                       |
| Картон обыкновенный   | 20     | 0,1744           | 700                           | 1,507          | 0.168                                 |
| Кирпич силикатный   | ő      | -0.8141          | 1900                          | 0,837          | 0,514                                 |
| Диоксид кремния SiO <sub>2</sub>  | 100    | 6,978            | 2,3 2,6                       | 0,795          |                                       |
| Пробиовая прастика  | 30     | 12,793           | 100                           | 1 004          | 0.117                                 |
| Пробковая пластина  |        | 0,0419           | 190                           | 1,884          | 0,117                                 |
| Резина твердая обыкно-<br>венная  | 0      | 0,1628           | 1200                          | 1,381          | 0,098                                 |
| Слюда (поперек волокон)   | 20     | 0,4652<br>0,5815 | 2600 3200                     | 0,879          |                                       |
| Стекло  | 20     | 0.7443           | 2500                          | 0,670          | 0,444                                 |
| Стеклотекстолит   | 20     | 0,3489           | 2000                          | 0,921          | <u> </u>                              |
| ЭФ-32-201   | 20     | 0,0100           | _                             | 0,0201         |                                       |
| Стеклянная вата   | 0      | 0.0372           | 200                           | 0,670          | 0,,278                                |
| Текстолит   | 20     | 0,2326           | 1300 1400                     | 1,465          | ت د کوران                             |
| 1 01101 011111  | 20     | 0,3373           | 1000 1 100                    | 1.507          |                                       |
| American 2  |        | 0,06024          | 2120                          | .0,921         | 0,031                                 |
| Фторопласт-3  | _      | 0,00024          | 2120                          | A),321         | 0,031                                 |
|   |        | Жидкості         | i                             |                |                                       |
| Азотная кислота (98%)   | 20     | 0,2605           | 1512                          | 1,716          | 0,101                                 |
| Азогная кислога (30 %)  | 20     | 0,1861           | 1037                          | 2,018          | 0.089                                 |
| Беизин высшего качества   | 20     | 0,1861           | 740                           | 2,093          | 0,120                                 |
| Вода  | 20     | 0,5513           | 999.9                         | 4,212          | 0,131                                 |
|   | 0      | 0,2768           | 1267                          | 2,260          | 0.097                                 |
| Плицерин  |        | 0,1372           | 1060                          | 1,591          | 0,082                                 |
| Даутерм (73,5 % С <sub>12</sub> H <sub>10</sub> O;                        | ں سے   | 0,1012           | 1000                          | 1,001          | 0,002                                 |
| 26,5 % C <sub>12</sub> H <sub>10</sub> )<br>Керосин высшего каче-<br>ства | 20     | 0,1161           | 840                           | 2,219          | 0,062                                 |
| масло МС-20   | 0      | 0,1349           | 904                           | 1,980          | 0,076                                 |
|   | 0      | 0,1343           | 809.7                         | 2428           | 0,070                                 |
| Спирт метиловый   | 0      | 6,1884           | 806.2                         | 2,302          | 0,103                                 |
| Спирт этиловый  | 0      | 0,1419           | 884, <b>9</b>                 | 1,632          | 0,101                                 |
| Толуол  | Ö      | 0.0919           | 1394                          | 0,929          | 0,033                                 |
| Фреон-12  | *      | 0,0010           | 100T                          | 0,323          | 0,011                                 |

Приложение III (продолжение)

| Наименование материала | f, °C | λ, Bτ/(m·K) | р, кг/м³ | <i>с,</i><br>кДж/(кг · K) | а · 106 м²/с |
|------------------------|-------|-------------|----------|---------------------------|--------------|
| - 100                  |       | Газы        |          |                           |              |
| Азот                   | 0     | 0,0243      | 1,250    | 1,030                     | 18,9         |
| Аммиак                 | 0     | 0,0210      | 0,771    | 2,043                     | 13,4         |
| Водород                | 0     | 0,1721      | 0,0899   | 14,192                    | 135,0        |
| Водяной пар            | 100   | 0,0240      | 0,598    | 2,135                     | 18,6         |
| Воздух (сухой)         | 0     | 0,0244      | 1,293    | 1,005                     | 18,8         |
| Гелий                  | 0     | 0,1430      | 0,178    | 5,203                     | 154,3        |
| Кислород               | 0     | 0,0247      | 1,429    | 0,915                     | 18,9         |
| Оксид углерода         | . 0   | 0,0233      | 1,250    | 1,039                     | 17,9         |
| Углекислый газ         | 0     | 0,0146      | 1,977    | 0,815                     | 9,1          |

 $\Pi \, \text{риложение} \quad IV$  Теплофизические свойства сухого воздуха при нормальном атмосферном .

давлении

|   | ,<br>E  | кДж/(кг·К)   | , B1/(M·K)  | U   | 6, Ta·c  | , M <sup>2</sup> /c  |   |
|---|---|--|---|---|--|--|---|
| ر, °C   | р, кг/м³  | â  | λ·103,  | a, m²/c   | μ · 106,   | v · 106,   | ۲.<br>۵.  |
| -50 -30 -10 0 10 30 50 70 100 140 180 200 250 300 350 400 500 600 700 800 900 1000 1200 | 1,584 1,453 1,342 1,293 1,247 1,165 1,093 1,029 0,946 0,854 0,779 0,746 0,615 0,566 0,524 0,456 0,404 0,362 0,329 0,301 0,277 0,239 | 1,013<br>1,013<br>1,009<br>1,005<br>1,005<br>1,005<br>1,009<br>1,009<br>1,017<br>1,022<br>1,026<br>1,038<br>1,047<br>1,059<br>1,068<br>1,093<br>1,114<br>1,135<br>1,156<br>1,172<br>1,185<br>1,210 | 2,035<br>2,198<br>2,361<br>2,442<br>2,594<br>2,757<br>2,896<br>3,129<br>3,338<br>3,641<br>3,780<br>3,931<br>4,269<br>4,606<br>4,908<br>5,211<br>5,746<br>5,222<br>6,711<br>7,176<br>7,630<br>8,072<br>9,154 | 1,27<br>1,49<br>1,74<br>1,88<br>2,01<br>2,29<br>2,57<br>2,86<br>3,36<br>4,03<br>4,75<br>5,14<br>6,10<br>7,16<br>8,19<br>9,31<br>11,53<br>13,83<br>16,34<br>18,88<br>21,62<br>24,59<br>31,65 | 14,61<br>15,69<br>16,67<br>17,16<br>17,65<br>18,63<br>19,61<br>20,59<br>21,87<br>23,73<br>25,30<br>25,30<br>25,30<br>27,36<br>29,72<br>31,38<br>33,05<br>36,19<br>39,13<br>41,78<br>44,33<br>46,68<br>49,04<br>53,45 | 9,23<br>10,80<br>12,43<br>13,28<br>14,16<br>16,00<br>17,95<br>20,02<br>23,13<br>27,80<br>32,49<br>34,85<br>40,61<br>48,33<br>56,46<br>63,09<br>79,38<br>96,89<br>115,4<br>134,8<br>155,1<br>177,1<br>223,7 | 0,728<br>0,723<br>0,712<br>0,707<br>0,705<br>0,701<br>0,698<br>0,694<br>0,688<br>0,684<br>0,681<br>0,677<br>0,674<br>0,678<br>0,678<br>0,678<br>0,678<br>0,679<br>0,713<br>0,717<br>0,719 |

## ОГЛАВЛЕНИЕ

| Предисловие  |
|--|
| ЧАСТЬ ПЕРВАЯ<br>ТЕРМОДИНАМИКА  |
| Введение   |
| Основания термодинамики  |
| Глава 1. Термодинамическая система и ее состояние  |
| § 1.1. Основные положения и определения  |
| Глава 2. Энергетические характеристики термодинамических систем 21   |
| § 2.1. Энергия       2         § 2.2. Работа и теплота       25         § 2.3. Энтальпия       25         § 2.4. Понятие о теплоемкости       26         § 2.5. Теплоемкость идеального газа       26         § 2.6. Зависимость теплоемкости от температуры       30         § 2.7. Теплоемкость газовой смеси       33 |
| Глава 3. Первый закон термодинамики  |
| § 3.1. Взаимодействие системы с окружающей средой 34 § 3.2. Уравнение первого закона термодинамики для закрытой системы  |
| § 3.3. Анализ уравнения первого закона термодинамики для закрытой системы  |
| § 3.4. Уравнение первого закона термодинамики для открытой   |
| системы  |
| Глава 4. Основные термодинамические процессы   |
| \$ 4.1. Равновесные термодинамические процессы и их обратимость  |

| <ul> <li>§ 4.5. Исследование политропного процесса</li> <li>§ 4.6. Характеристики политропных процессов в зависимости</li> </ul>  | 53   |
|---|--|
| от значения показателя политропы  | 58   |
| Глава 5. Второй закон термодинамики   | 61   |
| § 5.1. Положения второго закона термодинамики. Циклы пря-   | ~.   |
| мые и обратные \$ 5.2. Цикл Карно \$ 5.3. Теорема Карно \$ 5.4. Интеграл Клаузиуса \$ 5.5. Термодинамическая шкала температур \$ 5.6. Энтропия  | 61<br>64<br>67<br>68<br>70<br>71                     |
| § 5.7. Энтропия и термодинамическая вероятность   | 74<br>77   |
| Глава 6. Изменение энтропии в процессах. Энтропийные диаграммы  | 79   |
| § 6.1. Изменение энтропии в процессах   | 79<br>82<br>83<br>86<br>87<br>90<br>94               |
| Глава 7. Дифференциальные уравнения термодинамики   | 95   |
| <ul> <li>§ 7.1. Дифференциальные уравнения внутренней энергии, энтальпии, энтропии</li> <li>§ 7.2. Дифференциальные соотношения для теплоемкостей</li> <li>§ 7.3. Термические коэффициенты</li> </ul> | 96<br>100<br>101                                     |
| Глава 8. Реальные газы и пары   | 103  |
| § 8.1. Уравнения состояния реальных газов   | 103<br>108<br>111<br>112<br>117<br>118<br>119<br>122 |
| техническая термодинамика   |  |
| Глава 9. Течение газов  | 124  |
| § 9.2. Скорость истечення и расход газа   | 125<br>126<br>128<br>131<br>132<br>134<br>135        |
| Глава 10. Машины для сжатия и расширения газа   | 138  |
|   | 138  |
| •   | 140<br>47 <b>5</b>                                   |

|           | § 10.3. Многоступенчатый компрессор   |
|-----------|---|
| Глава 11. | Циклы поршневых двигателей  |
|           | § 11.1. Идеальные циклы двигателей внутреннего сгорания . 146 § 11.2. Цикл Стирлинга  |
| Глава 12. | Циклы газотурбинных установок   |
|           | § 12.1. Цикл ГТУ с подводом теплоты при $p = { m const}$ (цикл  |
|           | Брайтона)   |
|           | § 12.3. Регенеративные циклы  |
| Глава 13. | Циклы реактивных двигателей   |
|           | § 13.1. Бескомпрессорные воздушно-реактивные двигателя  |
| Глава 14. | Циклы паросиловых установок   |
| •         | § 14.1. Цикл Ранкина  |
| Глава 15. | Циклы холодильных машин. Тепловой насос 17-   |
|           | § 15.1. Цикл воздушной холодильной машины 17. § 15.2. Цикл парокомпрессорной холодильной машины   |
| Глава 16. | Максимальная работа. Эксергетический метод исследования . 179   |
|           | § 16.1, Потери работоспособности в циклах   |
|           | Химическая термодинамика  |
| Глава 17. | Первый закон термодинамики и его применение к химическим процессам  |
|           | § 17.1. Аналитическое выражение первого закона термодина-   |
|           | мики       18         § 17.2. Теплоты реакций       18         § 17.3. Закон Гесса       19         § 17.4. Закон Кирхгофа       19         § 17.5. Энергетика процессов горения       19 |
| Глава 18. | Второй закон термодинамики и его применение к химиче-   |
|           | ским процессам  |
|           | § 18.1. Изохорно-изотермический и изобарно-изотермический потенциалы  |
|           | § 18.2. Максимальная работа реакции   |
| i         | § 18.6. Условия равновесия в гетерогенных системах и хими-<br>ческих реакциях   |
| Глава 19. | Равновесие термодинамических систем и диссоциация 20  |

|             | § 19.2.                                      | Равновесие в химических реакциях   | 203<br>208                             |
|-------------|--|--|--|
|             | § 19.4.                                      | ции .<br>Связь между константой равновесия и степенью дис-                                 | 211                                    |
|             | § 19.5.                                      | социации   | 215                                    |
|             | § 19.6.                                      | равновесия Влияние температуры реакции на жимическое равно-                                | 214<br>216                             |
|             | § 19.7.                                      | весие  | 21                                     |
| Глава 20.   | Кратки                                       | не сведения о растворах  | 219                                    |
|             | § 20.1.                                      | Равновесие системы «жидкий раствор — насыщенный пар»                                       | 220                                    |
|             | § 20.2.<br>§ 20.3.                           | пар» Равновесие жидких растворов с газами  | 221<br>222                             |
| Глава 21.   | Элемен                                       | ты кинетики химических реакций   | 223                                    |
|             | § 21.1.                                      | Влияние концентрации на скорость химической реакции  | 223                                    |
|             | § 21.2.                                      | Влияние температуры на скорость химической реакции   | 225                                    |
|             |  | Активация  | 227<br>228                             |
| Нов         | ые на  | правления в развитии термодинамики   |  |
| Глава 22.   | Основь                                       | термодинамики плазмы и необратимых процессов   | 229                                    |
| Список лите | § 22.2.                                      | Термодинамика плазмы. Состояние плазмы   | 229<br>235<br>240                      |
|             |  | часть вторая   |  |
|             |  | теория теплообмена   |  |
| Введени     | e  |  | 241                                    |
| Глава 1.    | Основнь                                      | ые понятня и законы  | 242                                    |
| •           | § 1.2. C<br>§ 1.3. 3                         | иды теплообмена  | 242<br>245<br>247<br>249               |
|             |  | гическая формулировка задач молекулярного и конвектеплообмена и подобие физических явлений | 252                                    |
|             | § 2.2. Д<br>§ 2.3. Д<br>§ 2.4. Д<br>§ 2.5. М | ифференциальное уравнение энергии  | 252<br>256<br>256<br>258<br>259<br>260 |
|             |  |  |  |

| Глава 3.     | Тепло            | проводность и теплопередача при стационарном режиме   | 265                        |
|--------------|------------------|---|----------------------------|
|              |                  | Теплопроводность веществ  | 265                        |
|              | _                | стенку  | <b>2</b> 68                |
|              |                  | скую стенку   | 27 <b>2</b><br>27 <b>5</b> |
|              | _                | Теплопроводность тел с внутренними источниками теплоты  | 276                        |
|              | 9 3.6.           | Численный метод расчета стационарной теплопроводности   | 278                        |
| Глава 4.     | Тепло            | проводность при нестационариом режиме   | 279                        |
|              |                  | Условия подобия нестационарных температурных полей Аналитическое решение задач нестационарной теплопро- | 279                        |
|              | § 4.3.<br>§ 4.4. | водности  | 281<br>286                 |
|              |                  | ных полей   | 288                        |
| Глава 5.     | Тепло            | отдача и методы ее исследования   | 290                        |
|              | § 5.1.           | Физические основы явления теплоотдачи и методы  |                            |
|              | <b>§</b> 5.2.    | получения формул для ее расчега   | 291<br>294                 |
|              | § 5.3.           | Связь между теплоотдачей и трением  | 299                        |
|              | 9 5.4.           | го слоя   | 301                        |
|              | § 5.5.           | Дифференциальные уравнения турбулентного пограничного слоя  | 304                        |
|              | § 5.6.           | Интегральные соотношения пограннчного слоя  | 305                        |
| Глава 6      |                  | чение расчетных соотношений теплоотдачи на основе тео-  | 308                        |
|              | § 6.1.           | Теплоотдача пластины при ламинарном пограничном слое. Решение на основе теории динамического погра-     |                            |
|              | § 6.2.           | ничного слоя  | 308                        |
|              | § 6.3.           | слоя<br>Теплоотдача вблизи передней критнческой точки   | 310<br>313                 |
| Глава 7      | . Полу           | чение расчетных соотношений теплоотдачи на основе теория турбулентного пограничного слоя                | 315                        |
|              | § 7.1.           | Полуэмпирические теории турбулентного переноса  | 315                        |
|              | § 7.2.           | Распределение скоростей и температур в турбулентном пограничном слое                                    | 318                        |
|              |                  | Законы трения и теплообмена   | 320<br>322                 |
| Гиарая       | Ten »/           | •   | 324                        |
| * 41 a D a O |                  | отдача при вынужденном течении теплоносителя  |                            |
| ٠            | § 8.2.           | Теплоотдача при внешнем обтекании тел   | 324<br>326<br><b>3</b> 31  |

| <ul> <li>§ 8.4. Теплоотдача при подводе инородного газа в пограничный слой</li></ul>   | 332<br>335<br>338  |
|--|--|
| Глава 9. Теплоотдача в полях массовых сил  | 340  |
| \$ 9.1. Особенности движения теплоносителя в полях массовых сил  | 340<br>342<br>344<br>347<br>348<br>349<br>351                      |
| \$ 10.1. Особенности теплоотдачи в химически реагирующем газе \$ 10.2. Формула теплового потока \$ 10.3. Физические свойства равновесно диссоциирующего газа \$ 10.4. Система дифференциальных уравнений, описывающих теплоотдачу при химических реакциях \$ 10.5. Дополнительное условие подобия потоков при наличии равновесных химических реакций \$ 10.6. Коэффициент теплоотдачи в химически равновесных реагирующих средах | 351<br>353<br>356<br>358<br>359<br>361                             |
| Глава 11. Теплоотдача при большой скорости движения газа   | 363  |
| \$ 11.1. Дополнительные условия подобия потоков при движении газа с большой скоростью  | 363<br>364 <sup>13</sup><br>367<br>370<br>373<br>375<br>376<br>378 |
| Глава 12. Теплоотдача в разреженных газах  | 382  |
| § 12.1. Особенности течения и теплообмена в разреженных газах  | 382  |
| § 12.2. Дополнительное условие подобия разреженных потоков   | 385<br>387   |
| § 12.4. Теплоотдача при температурном скачке на поверхно-<br>сти теплообмена   | 388  |
| жениом газовом потоке  | 390  |
|  | 479  |

| Глава 13. Теплоотдача при фазовых превращениях   | 391                        |
|--|----------------------------|
| § 13.1: Теплоотдача при конденсации  | <b>3</b> 91<br><b>3</b> 96 |
| кости по трубам  | 401<br>403                 |
| Глава 14. Теплообмен излучением  | 407                        |
| § 14.1. Основные понятия и определения   | 408<br>411                 |
| деленными диатермичной средой  | 416<br>420                 |
| § 14.5. Теплообмен излучением между газом и оболочкой § 14.6. Раднационно-конвективный теплообмен  | 422<br>423                 |
| Глава 15. Способы изменения интенсивности теплопередачи  | 424                        |
| <ul> <li>§ 15.1. Тепловая изоляция</li> <li>§ 15.2. Теплопередача через ребристую стенку</li> <li>§ 15.3. Температурное поле и коэффициент эффективности</li> </ul>  | 424<br>426                 |
| ребер  | 428<br>433                 |
| § 15.5. Ребристая стенка минимальной массы   | 433<br>434                 |
| § 15.5. Ребристая стенка минимальной массы   | 436<br>437                 |
| Глава 16. Теплообменные аппараты   | 442                        |
| <ul> <li>\$ 16.1. Основные виды теплообменных аппаратов</li> <li>\$ 16.2. Тепловой расчет рекуперативного теплообменника</li> <li>\$ 16.3. О гидравлическом расчете рекуперативного теплообмен-</li> </ul> | 442<br>445                 |
| ника  \$ 16.4. Эффективность теплообменника и способы ее повышения   | 450<br>451                 |
| Глава 17. Тепловая защита  | 454                        |
| § 17.1. Конвективное охлаждение  | 454                        |
| § 17.2. Тугоплавкие теплоизолирующие покрытия  | 455<br>457                 |
| § 17.3. Аблирующие покрытия  | 461                        |
| § 17.5. Пленочное охлаждение   | 463<br>465                 |
| Список литературы  | 469                        |
| Приложения   | 470                        |

