

В

ДЛЯ ВУЗОВ

*А.Н.Резников
Л.А.Резников*

ТЕПЛОВЫЕ ПРОЦЕССЫ В ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

*Допущено Государственным комитетом СССР
по народному образованию
в качестве учебника для студентов
машиностроительных специальностей вузов*



Москва
• Машиностроение •
1990

ББК 34.63я73
Р34
УДК 621.9.06-533.6 (075.8)

Рецензенты: кафедра двигателей Тульского политехнического института, д-р техн. наук, проф. В. И. Островский

Резников А. Н., Резников Л. А.

Р34 Тепловые процессы в технологических системах: Учебник для вузов по специальностям «Технология машиностроения» и «Металлорежущие станки и инструменты». — М.: Машиностроение, 1990. — 288 с.: ил.
ISBN 5-217-01013-4

Изложены методы расчета и экспериментального изучения тепловых процессов в технологических системах. Описаны способы интенсификации механической обработки, основанные на управлении тепловыми процессами. Даны задачи для индивидуальной работы студентов.

Р $\frac{2704040000-242}{038(01)-90}$ 242—90

ББК 34.63я73

УЧЕБНОЕ ИЗДАНИЕ

Резников Арон Наумович,
Резников Лев Аронович

ТЕПЛОВЫЕ ПРОЦЕССЫ В ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

Редактор Гурвич Н. П.
Художественный редактор А. С. Вершинкин
Технический редактор И. Н. Раченкова
Корректоры: Л. Л. Георгиевская, А. П. Сизова

ИБ № 6300

Сдано в набор 10.10.89. Подписано в печать 17.01.90. Т-02109. Формат 60×90⁴/₁₆.
Бумага офсетная № 2. Гарнитура литературная. Печать офсетная. Усл. печ. л. 18,00.
Усл. кр.-отт. 18,00. Уч.-изд. л. 20,78. Тираж 13900 экз. Заказ 865. Цена 1 р.

Ордена Трудового Красного Знамени издательство «Машиностроение»,
107076, Москва, Стромьинский пер., 4

Типография № 6 ордена Трудового Красного Знамени издательства «Машиностроение»
при Государственном комитете СССР по печати.
193144, Ленинград, ул. Моисеенко, 10.

ISBN 5-217-01013-4 © А. Н. Резников, Л. А. Резников, 1990

Эффективность производства и уровень качества изделий в значительной мере определяются совершенством технологических систем, применяемых при изготовлении тех или иных машин.

Технологическая система в соответствии с ГОСТ 27.004—85 — это совокупность функционально взаимосвязанных средств оснащения, предметов производства и исполнителей, предназначенная для выполнения в регламентированных условиях производства заданных технологических процессов или операций.

Вид технологической системы определяется прежде всего предметом производства. Система одного вида необходима для того, чтобы изготовить, например, автомобиль, и совсем другого вида, если нужно сделать, например, штангенциркуль. Однако независимо от того, что является предметом производства (автомобиль, штангенциркуль или какой-либо другой объект), технологические системы обладают определенными общими признаками, два из которых, имеющих непосредственное отношение к описанию тепловых процессов, рассмотрим ниже.

Во-первых, каждая из систем функционирует только тогда, когда к ней подведен один или несколько видов энергии. Во-вторых, технологическая система может быть разделена на подсистемы, функционирующие параллельно или последовательно. При анализе тепловых явлений в процессах обработки целесообразно систему разделить на подсистемы трех уровней.

Технологическая подсистема первого уровня ТП₁ (рис. В.1) имеет целью получение на заготовке (детали) отдельных поверхностей или изменение свойств обрабатываемого материала. Она содержит в качестве компонентов обрабатываемый материал, оборудование, инструмент, технологическую среду, средства контроля и управления, объединяемые рабочим процессом. Например, ТП₁ при механической обработке может быть предназначена для получения наружной поверхности полуфабриката или детали, отверстия в них и т. д. При термической обработке целью ТП₁ могут быть повышение твердости (цементация, закалка), улучшение структуры (нормализация) и другие изменения свойств материала.

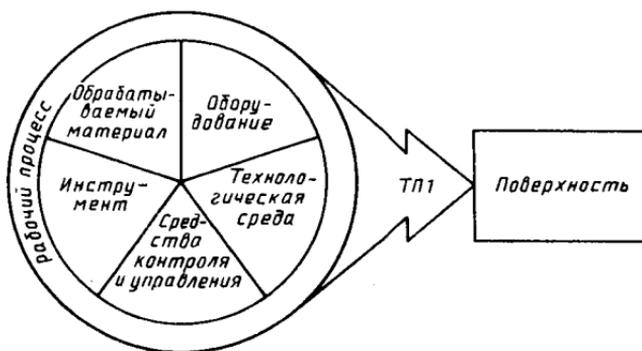


Рис. В.1. Структурная схема технологической подсистемы первого уровня

В результате функционирования каждой из подсистем первого уровня мы, как правило, не получаем готовую деталь. Только тогда, когда ряд ТП1 объединим в одну или несколько операций (технологическую линию), получим подсистему второго уровня ТП2 (рис. В.2), результатом функционирования которой будет деталь машины. Например, деталь получается в результате объединения в подсистему второго уровня технологических подсистем ТП1.1—ТП1.5. При этом предусмотрено, что другой обработки, кроме осуществляемой с помощью ТП1.1—ТП1.5, для получения готовой детали не требуется.

Объединение нескольких подсистем второго уровня при той или иной организации процессов сборки, сварки или других способов соединения деталей создает подсистему третьего уровня ТП3, результатом функционирования которой является узел машины. Наконец, объединяя несколько ТП3 с помощью тех или иных процессов и устройств при соответствующих организации, контроле и управлении, получаем технологическую систему, результатом функционирования которой является интересующий нас объект — изделие или машина.

Мы уже отмечали, что технологическая система (как и подсистема любого уровня) функционирует только тогда, когда к ней подведена энергия. С развитием науки и техники уровень энерговооруженности технологических систем и эффективность использования энергии в них непрерывно повышаются. Качественно меняется и соотношение между различными видами энергии, подводимой к технологическим системам. По подсчетам академика А. И. Берга, из всей энергии, потреблявшейся производством в начале XIX в., 94% приходилось на мускульную энергию человека и животных, а в наше время доля мускульной энергии составляет только около 1%. Важно отметить также, что в последние годы в дополнение к традиционно используемым видам энергии (механической, электрической, тепловой, химической) в технологических системах все большее применение находят энергия плазмы, лазера, заряженных частиц.

Естественным следствием роста энерговооруженности производства и применения высококонцентрированных источников энергии является интенсификация тепловых процессов, происходящих в технологических системах. К этому приводит также повышение прочности, вязкости и других свойств конструкционных материалов, характерных для современных машин.

Немаловажную роль играет и повышение требований к производительности операций, вызывающее ужесточение режимов обработки. В этих условиях тепловые процессы, происходящие в технологических системах, часто попадают в первую шеренгу факторов, ограничивающих эффективность производства и качество продукции. Чтобы управлять тепловыми процессами, следует знать, где возникает и какими путями распространяется теплота в конкретной технологической системе, как происходит теплообмен между ее компонентами. В связи с этим отметим, что основная часть тепловых процессов происходит в подсистемах первого и второго уровней, в которых осуществляется изменение формы и свойств заготовки с целью превращения ее в деталь (обработка давлением и резанием, сварка, термическая и термохимическая обработка и т. д.).

В подсистемах третьего уровня, где готовые детали собираются в узлы, также возможно тепловыделение (например, при соединении деталей с натягом, сварке или пайке), но тепловые процессы в ТПЗ, как правило, играют значительно меньшую роль, чем в ТП1 и ТП2.

Источники теплоты по отношению к технологической подсистеме могут быть внутренними или внешними. Первые, как следует из их наименования, возникают в самой подсистеме. Как правило, внутренние источники являются результатом рабочего процесса или процессов, происходящих в оборудовании. Такова, например, теплота, выделяющаяся при деформировании обрабатываемого материала, при трении между ним и инструментом, при трении в зубчатых передачах станков и т. д. Внешние источники или стоки теплоты подводятся в подсистему независимо от внутренних. Примерами могут служить дополнительный подогрев обрабатываемого материала (источник теплоты), охлаждение материала или инструмента (стоки теплоты), система охлаждения узлов станка и т. д.

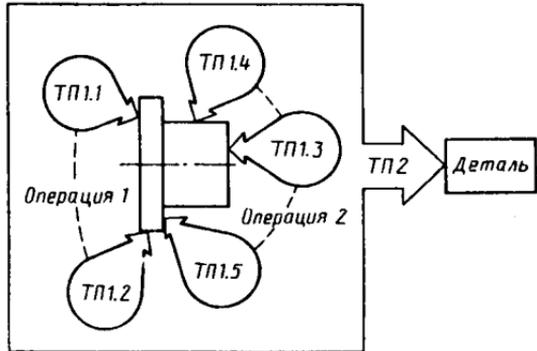


Рис. В.2. Структурная схема технологической подсистемы второго уровня

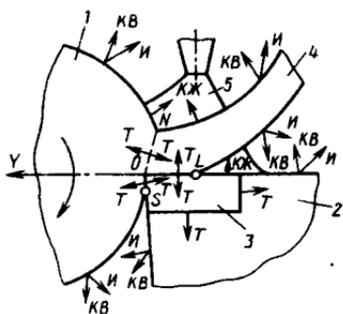


Рис. В.3. Виды теплообмена в зоне резания

Теплота, внесенная внешними или внутренними источниками, распределяется между всеми компонентами технологической подсистемы, поскольку все они участвуют в едином процессе теплообмена. При этом теплообмен между компонентами подсистемы может осуществляться одним из трех способов: теплопроводностью, конвекцией или тепловым излучением. Возможна также та или иная комбинация этих способов.

Теплопроводность представляет собой процесс передачи тепловой энергии микрочастицами вещества. Микрочастицы (молекулы, атомы, электроны и др.), двигаясь со скоростями, пропорциональными их температурам, переносят энергию из более нагретой в менее нагретую область тела. Распространение тепловой энергии в металлах происходит главным образом путем диффузии электронов и в меньшей мере за счет колебаний кристаллической решетки. При описании тепловых явлений в технологических системах изучение процесса распространения тепловой энергии в твердых телах (заготовках, деталях оборудования и оснастки и т. д.) играет важнейшую роль.

Конвекция возможна только в жидкой или газообразной среде, где перенос тепловой энергии происходит путем перемещения некоторых объемов жидкости (газа) из области с одной температурой в область с другой температурой. Если в процессе теплопроводности для передачи энергии не обязательно перемещение нагреваемого тела в пространстве, то при конвекции перенос теплоты неразрывно связан с переносом самой среды. Конвекция всегда сопровождается теплопроводностью, так как при движении жидкости и газа неизбежно соприкосновение их частиц, имеющих различные температуры. Совместный процесс конвекции и теплопроводности называется *конвективным теплообменом*. В технологических системах процесс обмена тепловой энергией между потоком жидкости (газа) и твердым телом может протекать в двух направлениях: теплота передается от твердого тела в жидкость или газ (например, от инструмента в охлаждающую среду) или, наоборот, от жидкости (газа) к твердому телу (например, при нагреве металла газовой горелкой или струей ионизированного газа).

Тепловое излучение — это процесс распространения теплоты электромагнитными волнами, который содержит двойное превращение энергии: тепловая энергия излучающего тела переходит в лучистую, а затем лучистая энергия, поглощаемая другим телом, превращается в тепловую.

В технологических подсистемах, как правило, происходят одновременно все три вида теплопередачи, однако в зависимости от конкретных условий каждый из них может играть большую или меньшую роль. Рассмотрим, например, теплообмен в зоне резания при точении (рис. В.3). Выделение теплоты при резании происходит главным образом на участках *ON* (теплота, эквивалентная работе деформирования), *OL* и *OS* (теплота, эквивалентная работе сил трения соответственно на передней и задней поверхностях инструмента). Энергия этих внутренних

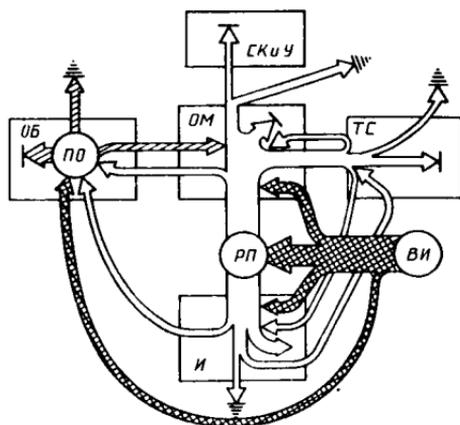


Рис. В.4. Схема движения тепловых потоков в технологической подсистеме первого уровня

для подсистемы источников расходуется на нагревание твердых тел, участвующих в процессе (заготовки 1, резца 2 с пластиной 3, стружки 4), и теплообмен с окружающей (воздух) и технологической (охлаждающая жидкость 5) средами. Поверхности, на которых происходит передача энергии теплопроводностью, на рис. В.3 обозначены буквой *T*. Буквами *И* и *К* обозначены поверхности, где происходит теплообмен излучением и конвекцией, причем *КЖ* — конвективный теплообмен с жидкостью, а *КВ* — с воздухом. Рассмотренный пример иллюстрирует теплообмен, происходящий в отдельной зоне технологической подсистемы первого уровня. В более общем виде схема движения тепловых потоков во взаимосвязанных компонентах ТП1 показана на рис. В.4. Источниками теплообразования в ТП1, как уже отмечалось, являются рабочий процесс *РП*, процессы, происходящие в оборудовании *ПО*, и внешние источники энергии *ВИ*. Тепловые потоки, возникающие под действием этих источников, показаны на рис. В.4 стрелками. Условно рассеяние теплоты внутри того или иного компонента подсистемы обозначено короткой линией в конце стрелки, изображающей соответствующий поток, а рассеяние в окружающей среде — несколькими короткими линиями различной длины.

Теплота, возникающая при выполнении рабочего процесса, поступая в обрабатываемый материал *ОМ*, под которым понимается заготовка и стружка (разумеется, если последняя образуется), частично рассеивается в нем. Некоторая доля теплоты передается обрабатываемым материалом в окружающую среду и там рассеивается. Остальная часть теплоты, поступившей в *ОМ*, транспортируется дальше в оборудование *ОБ*, технологическую

среду *ТС*, в средства контроля и управления *СКиУ*, если эти средства связаны с заготовкой (например, при автоматическом контроле размеров). На этом распространение теплоты не заканчивается. Например, теплота, которая через обрабатываемый материал попала в технологическую среду, частично рассеивается в ней, частично в окружающей среде, а частично вследствие повышения температуры *ТС* и конвективного теплообмена возвращается в обрабатываемый предмет и инструмент *И*. Теплота *РП* передается также и инструменту. Здесь она рассеивается, частично переходит в окружающую среду, а частично движется дальше в технологическую среду и оборудование.

Теплота, возникающая в оборудовании в результате трения в подшипниках, зубчатых передачах или иных узлах, рассеивается в массе этого компонента подсистемы и в окружающей среде, а частично транспортируется в обрабатываемый предмет.

При наличии внешнего источника (плазменная дуга, луч лазера, электрический ток и т. д.) дополнительная теплота комбинируется с теплотой, возникающей в рабочем процессе, а далее распространяется так же, как теплота *РП*. Но тепловая энергия *ВИ* может и непосредственно передаваться оборудованию, заготовке и инструменту, например излучением плазменной дуги.

Не все теплофизические связи между компонентами подсистем равноценны — одни более важны, другие — менее, третьи и вовсе незначительны. Роль того или иного потока и его влияние на работоспособность технологической системы оценивается на основе теплофизических расчетов и экспериментов.

Процессы возникновения и распространения теплоты в различных системах исследуют ученые-физики начиная с XVIII в. Основы учения о теплоте были заложены М. В. Ломоносовым. Он создал механическую теорию теплоты и первым установил законы сохранения материи и энергии. Французский математик и физик Жан-Батист Фурье сформулировал основной закон теплопроводности. Немецкий ученый Людвиг Прандтль разработал ряд вопросов, относящихся к теплопередаче в жидкостях. Уильям Томсон, более известный как лорд Кельвин, который был с 1877 г. почетным членом Петербургской академии наук, дал фундаментальное решение дифференциального уравнения теплопроводности, широко используемое в технологических и других расчетах.

Из отечественных ученых отметим академика М. В. Кирпичева, который являлся создателем советской школы физической теплотехники. Им, в частности, разработана теория моделирования физических процессов, в том числе и тепловых.

В теплофизике имеется хорошая традиция называть именами ученых некоторые величины, введенные ими в теорию процесса. Мы встретимся в дальнейшем с критериями, названными по имени Фурье (*Fo*), Прандтля (*Pr*), Кирпичева (*Ki*) и др.

Большой вклад в развитие учения о теплообмене сделан советскими учеными М. А. Михеевым, А. А. Гухманом, Г. Н. Кру-

жилиным, А. В. Лыковым. Благодаря работам этих и других отечественных ученых оказалось возможным получить важнейшие соотношения, используемые ныне в энергетике, теплоснабжении, атомной технике, космонавтике.

Тепловые процессы в технологических системах давно привлекали внимание ученых в нашей стране. Еще в 1905 г. Н. Н. Саввин, изучая калориметрическим путем количество теплоты, образующейся при механической обработке материалов, показал, что практически вся затрачиваемая на этот процесс работа преобразуется в теплоту. Этот вывод, подтвержденный более поздними исследованиями, используется в теплофизических расчетах и в наше время.

Я. Г. Усачев в 1915 г., изучая явления, происходящие при резании материалов, выполнил ряд калориметрических экспериментов по определению теплосодержания отдельных компонентов технологических подсистем. Он предложил использовать искусственную и полусинтетическую термоду для измерения температур в инструменте. В том или ином виде эти два типа термоду используются и до настоящего времени.

Труды Н. Н. Саввина и Я. Г. Усачева положили начало некоторым исследованиям в области теплофизики процессов механической обработки, в том числе и исследованиям, проведенным советскими учеными. Работы, выполненные в нашей стране до 1940 г., относятся главным образом к экспериментальному изучению тепловых явлений в технологических подсистемах. В этот период времени фундаментальные работы по экспериментальному определению температуры резания выполнены Н. И. Резниковым, М. Ф. Семко, А. М. Даниеляном и другими советскими учеными.

Н. И. Резников, обобщив результаты экспериментов, впервые построил схему температурного поля в зоне резания. М. Ф. Семко, применяя метод естественной термоду, получил ряд закономерностей, отображающих влияние параметров процесса механической обработки на температуру контактных поверхностей инструмента. А. М. Даниелян экспериментальным путем изучил температурное поле в рабочей части резца, а также получил закономерности, относящиеся к описанию тепловых процессов при сверлении и фрезеровании металлов, при обработке зубчатых колес.

Однако чисто экспериментальных исследований было недостаточно для обобщенного решения задачи о распространении теплоты в технологических подсистемах. Развитие машиностроения и связанная с этим необходимость совершенствования методов обработки требовали создания теории тепловых процессов. Теоретическое исследование закономерностей теплообмена при механической обработке материалов начал в 1940 г. М. П. Левицкий. Применяя метод непосредственного интегрирования дифференциального уравнения теплопроводности при ряде допущений и упрощений, он попытался решить задачу о температуре на

поверхности контакта инструмента со стружкой при резании металлов. Вслед за работами М. П. Левицкого появились исследования, авторы которых (Т. Н. Лоладзе, М. И. Клушин, М. В. Касьян, А. Я. Малкин и др.), используя основную идею М. П. Левицкого, уточняли и развивали отдельные этапы решения теплофизической задачи.

При всей принципиальной значимости упомянутых выше работ, положивших начало созданию теории тепловых процессов при механической обработке материалов, нельзя не отметить, что полученные в них решения вследствие большого количества допущений и упрощающих предположений, вызванных математическими трудностями, лишь в самом первом приближении отражали реальную физику процесса. Научно-технический прогресс и связанное с ним бурное развитие машиностроения настойчиво требовали создания общей теории тепловых процессов в технологических системах. Классические труды по теплотехнике не содержали (и в значительной мере пока не содержат) решений задач, непосредственно относящихся к технологическим системам машиностроительного производства.

Первый выдающийся шаг в этом направлении сделал академик Н. Н. Рыкалин. В 1945—50 гг. он на примере процесса сварки показал, сколь эффективным может быть теплофизический анализ при управлении технологическим процессом. Н. Н. Рыкалин разработал систему математических методов, пригодных для анализа любых процессов, в которых действуют различные по форме и характеристикам источники теплоты.

На основе трудов Н. Н. Рыкалина и целой группы отечественных ученых, ставших его последователями в различных областях технологии, сложилось новое ответвление науки о тепловых явлениях, получившее название теплофизики технологических процессов. В течение последних 20—30 лет это научное направление разрабатывали ученые городов Куйбышева и Тольятти (А. Н. Резников, А. В. Темников, Б. Ф. Трахтенберг, Н. В. Дилигенский), Рыбинска (С. С. Силин), Киева (В. Л. Остафьев), Москвы (Д. Г. Евсеев, А. В. Подзей), Минска (П. И. Ящерицын), Волгограда (Н. В. Талантов), Тбилиси (Т. Н. Лоладзе, В. В. Цоцхадзе, Г. В. Бокучава), Одессы (А. В. Якимов), Ижевска (В. А. Сипайлов) и других. Они изучали проблемы, относящиеся к тепловым явлениям в технологических системах механической обработки. Известны также труды ученых, исследовавших тепловые явления при ковке и штамповке, сварке, электроискровой обработке и других технологических процессах. Благодаря этим работам и практике управления тепловыми процессами в технологических системах, новое научное направление окрепло и теперь служит основой для решения многих инженерных задач.

Знания в области анализа тепловых процессов и умение управлять этими процессами необходимы квалифицированному инженеру-механику независимо от того, в какой области машинострои-

тельного производства он работает. Конструктор по станкам, например, должен уметь оценивать тепловой режим работы зубчатых колес, винтовых пар, муфт, шпинделей станков, тепловые процессы в гидравлических системах, температурные поля и деформации деталей станков, влияющие на точность изделий. Важно выяснить, как в технологической системе можно достигнуть минимума смещений деталей и узлов, вызванных тепловыми процессами. Эти задачи становятся еще актуальнее при проектировании оборудования для комбинированных методов обработки (например, резание с плазменным подогревом, лазерно-механическая обработка и т. д.).

Конструктор-инструментальщик должен уметь оценивать тепловой режим рабочих поверхностей инструмента и знать, какие факторы на него влияют. Дело в том, что от теплового режима сильно зависят изнашивание и работоспособность инструмента. Особо стоит вопрос об охлаждении инструментов, что тоже является теплофизической задачей.

Умение проводить широкий круг теплофизических расчетов и экспериментов служит важной квалификационной характеристикой инженера-технолога машиностроителя. Это прежде всего определение температур в поверхностных слоях металла при обработке заготовок, поскольку температура влияет на структуру и напряженное состояние этих слоев, а значит, и качество готовой продукции (как часто говорят, на технологическую наследственность в изделиях). Немаловажную роль играет также умение определять температурные деформации в технологических системах, поскольку они влияют на точность изготовленной продукции и на ее взаимозаменяемость.

Даже сравнительно краткое и неполное перечисление задач, с которыми может встретиться на практике инженер-механик, показывает, что изучение основ анализа тепловых процессов в технологических системах играет важную роль в подготовке инженеров для машиностроительного производства. Задачей дисциплины, изложенной в данном учебнике, является обучение студентов умению выполнять тепловые расчеты и эксперименты, относящиеся к объектам производства и компонентам технологических систем. Учебник состоит из трех взаимосвязанных частей. В первой из них (гл. 1—3) рассмотрены основы теории тепловых процессов. Во второй части (гл. 4) изложен материал, относящийся к современным методам измерения температур в технологических системах. Наконец, в третьей части (гл. 5) приведены решения технологических задач методами, основанными на применении теоретических и экспериментальных способов, изложенных в первых двух частях учебника.

ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ УЧЕНИЯ О ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ

1.1. ТЕМПЕРАТУРНОЕ ПОЛЕ В ТВЕРДОМ ТЕЛЕ

Температурные поля различной формы. В процессе распространения теплоты в разных точках твердого тела, имеющих координаты x, y, z , в разные моменты времени τ от начала процесса возникают различные температуры:

$$\theta = f_{\theta}(x, y, z, \tau). \quad (1.1)$$

Выражение (1.1) является обобщенным математическим описанием пространственного (трехмерного) температурного поля. Температурное поле представляет собой совокупность значений температур в различных точках тела в данный момент времени. Конкретизация функции $f_{\theta}(x, y, z, \tau)$ с учетом формы тела, его физических свойств и условий нагревания или охлаждения зачастую является самостоятельной целью теплофизического анализа. Она позволяет решать отдельные практические задачи, например устанавливать распределение температур на рабочих поверхностях деталей машин или на контактных поверхностях инструмента. При решении некоторых других практических задач описание температурного поля в твердом теле служит промежуточным этапом. Например, при определении напряжений в нагретом теле необходимо вначале описать температурное поле в нем, а затем решать задачу о температурных напряжениях.

Частным случаем трехмерного является осесимметричное поле. Представим себе, например, цилиндрическую втулку, внутреннюю поверхность которой обрабатывают дорном (рис. 1.1). Кольцевые ленточки зубьев инструмента при перемещении дорна под действием силы P упругопластически деформируют поверхностные слои металла в отверстия втулки. Работа деформирования и трения преобразуется в теплоту, причем источники тепловыделения имеют форму колец, расположенных концентрично продольной оси Z . Естественно, что в любом сечении $I-I$, проведенном перпендикулярно к этой оси на расстоянии z от верхнего торца втулки, температура во всех точках металла, лежащих на любой окружности диаметром $2r$ ($D \geq 2r \geq d_{\text{в}}$), будет одинаковой. Следовательно, выражение

$$\theta = f_{\theta}(r, z, \tau) \quad (1.2)$$

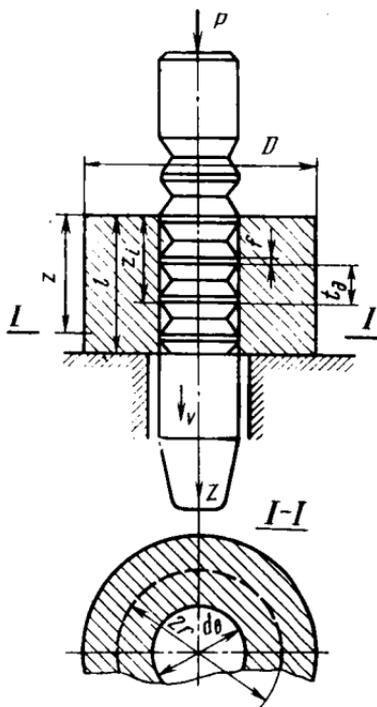
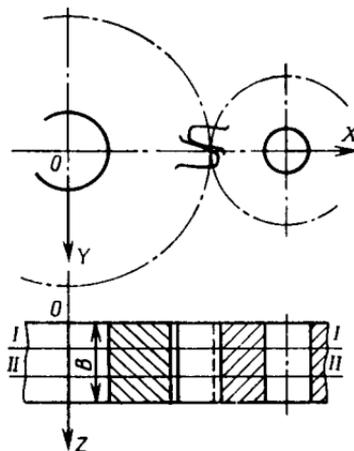


Рис. 1.1. Дорнование отверстия (осесимметричная задача теплообмена)

Рис. 1.2. Зацепление цилиндрических прямозубых колес (двумерное температурное поле)



описывает закономерности осесимметричного температурного поля.

Формула (1.1) описывает трехмерное температурное поле, поскольку температура здесь является функцией от трех координат. Однако на практике встречаются случаи, когда изменение температуры по одной из осей координат, например по оси Z , столь незначительно, что им можно пренебречь, положив $\frac{\partial \theta}{\partial z} = 0$. Тогда комплекс выражений

$$\theta = f_2(x, y, \tau); \quad (1.3)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial z} = 0$$

описывает двумерное температурное поле (иногда его называют плоским).

Рассмотрим, например, зацепление двух цилиндрических прямозубых колес (рис. 1.2). При их вращении на поверхности контакта зубьев совершается работа трения, которая трансформируется в теплоту, нагревающую оба колеса. Возникает температурное поле. Пусть оба колеса имеют одинаковую ширину B , зубья одинаково хорошо прилегают друг к другу по всей этой ширине, а влияние теплоотдачи в торцов колес пренебрежимо

мало. Тогда нет оснований ожидать, что температура разных точек по ширине зуба (или, что то же, по оси OZ) будет различной. Поэтому температурное поле в плоскости $I—I$ будет таким же, как в плоскости $II—II$ или в любой другой, перпендикулярной к оси OZ . В связи с этим при расчете температур можно вместо трехмерного поля анализировать плоское, двумерное.

При описании совокупности температур в твердом теле иногда встречается такая ситуация, когда можно пренебречь изменением температуры вдоль двух осей координат (например, OZ и OY) по сравнению с изменением температуры по третьей координатной оси. Тогда мы получаем одномерное температурное поле

$$\theta = f_1(x, \tau); \quad (1.4)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial z} = 0; \quad \frac{\partial \theta}{\partial y} = 0.$$

Представим себе, например, тонкий стержень (проволоку), нагреваемый с одного торца. Естественно, что наибольшее изменение температуры здесь будет иметь место в направлении продольной оси стержня, а в двух других направлениях (перпендикулярно к оси) температура в различных точках металла будет практически одинаковой.

Нестационарное, стационарное и квазистационарное поля. Выражения (1.1)—(1.4) описывают температурные поля при неустановившемся теплообмене, поскольку они отражают тот факт, что температура любой точки нагреваемого тела меняется во времени. Поле температур при неустановившемся тепловом режиме часто называют *нестационарным*. В принципе, как известно, в природе нет застывших процессов, материя движется, что является ее основным свойством. Поэтому любой процесс, в том числе и процесс распространения теплоты, постоянно меняется во времени. Однако в ряде случаев температура различных точек или участков твердого тела в течение некоторого достаточно большого промежутка времени меняется столь незначительно, что этим изменением в практических целях можно пренебречь, положив

$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} = 0$. Выражения

$$\theta = \varphi_3(x, y, z); \quad (1.5)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} = 0$$

представляют собой описание стационарного трехмерного температурного поля, т. е. поля при установившемся теплообмене. Аналогичные выражения можно написать для стационарного двумерного или одномерного полей.

Все тепловые процессы в технологических подсистемах начинаются с нестационарного теплообмена. Однако значительная

часть из них через некоторый промежуток времени приобретает признаки *стационарного* состояния. Длительность периода нестационарного теплообмена зависит от конкретных условий нагрева и охлаждения компонентов технологической подсистемы. Например, стационарный теплообмен на контактных поверхностях режущего инструмента устанавливается, как правило, через несколько секунд (а иногда и десятые доли секунды) после начала резания. Температура в подшипниковых узлах металло-режущих станков стабилизируется в среднем через несколько минут после начала работы. Стабилизация теплового режима станка в целом происходит в течение десятков минут, а в некоторых случаях и через несколько часов.

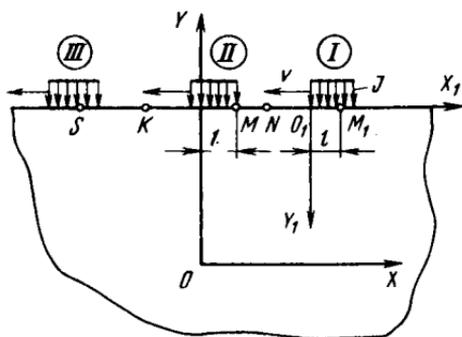


Рис. 1.3. Иллюстрация понятия квазистационарного поля

Достижение и поддержание стационарного теплообмена имеет большое практическое значение, поскольку в технологических системах (подсистемах) при стационарном теплообмене стабилизируются погрешности, зависящие от температур, при этом повышаются точность и качество продукции. Не случайно в цехах, где происходит сборка особо точных станков (координатно-расточных, шлифовальных) или изготовление измерительных приборов, с помощью специальных термokonстантирующих систем поддерживается постоянная температура воздуха, что содействует стабилизации тепловой обстановки на отдельных рабочих местах.

При анализе процесса распространения теплоты в твердых телах от движущихся источников часто пользуются так называемым *квазистационарным температурным полем*. Приставка «квази» означает «как бы». Следовательно, мы имеем дело с как бы стационарными полями, хотя по сути они таковыми не являются. Понятие «квазистационарное температурное поле» поясним, пользуясь конкретным примером. Пусть по поверхности массивного тела (рис. 1.3) со скоростью v движется источник теплоты J . Рассмотрим температуру θ_M в точке M , которая в неподвижной системе координат XOY , связанной с нагреваемым телом, имеет абсциссу $x = l$. По мере того как источник J , двигаясь справа налево из исходного положения I , будет приближаться к точке M , ее температура будет возрастать. Затем во время движения источника J над точкой M ее температура, продолжая возрастать, в положении II достигнет некоторого максимума. В дальнейшем по мере удаления источника влево, например в положение III , температура θ_M будет уменьшаться. Таким образом, в неподвижной системе координат XOY температура в точке, имеющей аб-

сиссу $x = l$, является функцией времени (положения источника), следовательно, процесс является нестационарным, т. е. $\frac{\partial \theta}{\partial \tau} \neq 0$.

Теперь свяжем систему координат $X_1 O_1 Y_1$ с движущимся источником и вновь рассмотрим температуру θ_{M_1} в точке M_1 , имеющей абсциссу $x_1 = l$, но уже в подвижной системе координат. По мере движения источника абсциссу $x_1 = l$ в подвижной системе координат будут иметь различные точки тела, например точки N , M , K , S и др. Каждая из них, придя в положение $x_1 = l$, будет иметь одну и ту же температуру θ_{M_1} . Следовательно, в подвижной системе координат температура точки, имеющей абсциссу $x_1 = l$, не меняется во времени, т. е. $\frac{\partial \theta_{M_1}}{\partial \tau} = 0$. Выходит, что темпера-

турное поле в движущейся системе координат, связанной с источником теплоты, оказывается якобы стационарным, квазистационарным; оно, не меняясь, перемещается вместе с источником.

Применяя понятие о квазистационарных полях, удачно выбрав при этом систему координат, можно существенно облегчить анализ и математическое описание тепловых процессов в подсистемах, содержащих движущиеся источники или стоки теплоты.

Изотермические поверхности, градиент температуры. В любом нагреваемом (охлаждаемом) теле всегда есть точки, имеющие одинаковую температуру. Соединив их, получим семейство изотермических поверхностей, т. е. семейство поверхностей равных температур. Эти поверхности, естественно, не могут пересекаться. Сечение изотермических поверхностей плоскостью позволяет получить семейство линий равных температур (изотерм). Изотермы используют обычно для изображения температурных полей в различных твердых телах. В качестве примера приведем температурное поле корпуса координатно-расточного станка (рис. 1.4). Оно построено на основании экспериментов [33] по измерению температур на холостом ходу станка. Источниками теплообразования являлись механизмы шпиндельной бабки и двигатель привода главного движения, размещенный внутри стойки (он показан на рис. 1.4 штриховыми линиями). Несмотря на то, что температуры, обозначенные на изотермах, мало отличаются от температуры окружающей среды (20°C), они вызывают термоупругие перемещения, в частности смещение оси шпинделя относительно того, которое она занимает в неработающей станке. Заметим, что линейное смещение оси шпинделя (а значит, и расточного инструмента) в горизонтальной плоскости в рассматриваемом примере достигало $0,02$ мм, что вносило погрешности, сопоставимые с допусками на точные изделия, обрабатываемые на этом станке. Приведенный выше пример не только показывает, какую сложную форму могут иметь температурные поля в компонентах технологических подсистем, но и подчеркивает значение анализа и учета влияния этих полей в машиностроительном производстве.

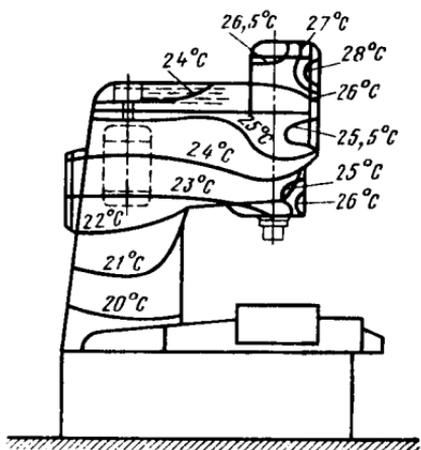
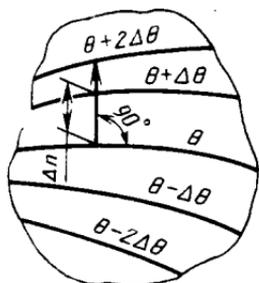


Рис. 1.4. Температурное поле в корпусе координатно-расточного станка

Рис. 1.5. Семейство изотерм на плоскости (к понятию градиента температуры)



Цифры у изотерм на рис. 1.4 показывают фактическую температуру. В технологической теплофизике, однако, для удобства расчетов оперируют *избыточными* температурами, отсчитываемыми от некоторого условного нуля. Часто за начало отсчета принимают температуру окружающей среды $\theta_0 = 20^\circ\text{C}$. Поэтому если бы мы хотели перейти к избыточным температурам, то на изотермах следовало бы поставить значения от 0 до 8°C .

В дальнейшем, если специально не оговорено, следует понимать, что речь идет об избыточных температурах, и для определения фактического значения температуры к результатам расчета надо добавлять 20°C .

Во многих случаях важно не только описать температурное поле, но и оценить изменение температур по тому или иному направлению (по длине инструмента, в глубь заготовки и т. д.). Эта оценка выполняется с помощью градиента температуры. *Градиентом температуры* называют вектор, направленный по нормали к изотермической поверхности в сторону возрастания температуры и численно равный изменению температуры на единице длины этой нормали.

Рассмотрим семейство изотерм, отличающихся друг от друга значениями температур на величину $\Delta\theta$ (рис. 1.5). Предел

$$\lim_{\Delta n \rightarrow 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta n} = \frac{\partial\theta}{\partial n},$$

где Δn — расстояние, измеренное по нормали в данной точке к изотерме с меньшим значением температуры, представляет собой численное значение градиента. Обозначая $\mathbf{1}_n$ единичный вектор, перпендикулярный к изотермической поверхности, запишем

$$\text{grad } \theta = \mathbf{1}_n \frac{\partial\theta}{\partial n}.$$

Как всякий вектор, градиент может быть спроектирован на оси координат. Тогда численные значения этих проекций будут соответственно $\frac{\partial \theta}{\partial x}$, $\frac{\partial \theta}{\partial y}$ и $\frac{\partial \theta}{\partial z}$, если температурное поле описывается выражением (1.1). Когда требуется определить изменение, например, температуры $\Delta \theta_x$ на каком-либо участке длиной Δx , то его рассчитывают по формуле

$$\Delta \theta_x = \Delta x \frac{\partial \theta}{\partial x}, \quad (1.6)$$

поскольку $\frac{\partial \theta}{\partial x}$ представляет собой изменение температуры на единице длины.

1.2. ОСНОВНОЙ ЗАКОН ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ

Закон Фурье. Рассмотрим элемент изотермической поверхности площадью dF (рис. 1.6). По направлению нормали n покажем вектор $\text{grad } \theta$. Он, как уже отмечалось, направлен в сторону повышения температуры. Следовательно, поток теплоты, который представим в виде вектора dQ , направлен в противоположную сторону, поскольку теплота переносится от более нагретых участков тела к менее нагретым.

В 1822 г. Ж.-Б. Фурье высказал гипотезу о том, что количество теплоты dQ , проходящее через элемент поверхности dF за время $d\tau$, пропорционально градиенту температуры, т. е.

$$dQ = -\lambda \text{grad } \theta dF d\tau. \quad (1.7)$$

Знак «минус» в формуле (1.7) показывает, что вектор теплового потока направлен в сторону, обратную направлению вектора $\text{grad } \theta$. Гипотеза Фурье была подтверждена в дальнейшем большим количеством экспериментов, причем отмечено, что коэффициент пропорциональности λ является одной из физических характеристик вещества, по которому распространяется теплота. Эту характеристику называют *коэффициентом теплопроводности материала*.

Установим размерность коэффициента теплопроводности. Для этого представим выражение (1.7) в скалярной форме и проставим в нем размерности величин: dQ , Дж; $\text{grad } \theta$, $^{\circ}\text{C}/\text{м}$; dF , м^2 ; $d\tau$, с. Тогда получим λ в Дж/(м·с· $^{\circ}\text{C}$) или Вт/(м· $^{\circ}\text{C}$).

Отношение

$$q = \frac{dQ}{dF d\tau}, \quad (1.8)$$

представляющее собой количество теплоты, проходящее в единицу времени через единицу площади изотермической поверхности,

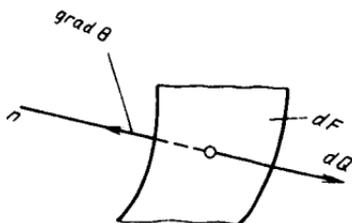


Рис. 1.6. Векторы теплового потока и градиента температуры

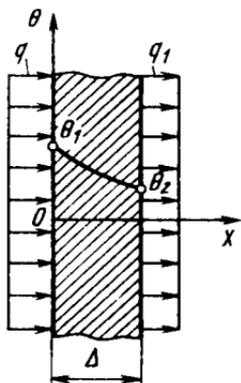


Рис. 1.7. Плоская пластина (стенка) с равномерно распределенным стационарным тепловым потоком

принято называть *плотностью теплового потока*. Подставляя выражение (1.8) в формулу (1.7), получим

$$q = -\lambda \text{ grad } \theta, \quad (1.9)$$

где q — вектор плотности теплового потока.

Формулой (1.9) представляют обычно основной закон теплопроводности (закон Фурье), гласящий, что плотность теплового потока прямо пропорциональна градиенту температуры.

Если требуется рассчитать количество теплоты, прошедшей через изотермическую поверхность площадью F за время τ , то, интегрируя выражение (1.7), получаем

$$Q = - \int_0^{\tau} dt \int_F \lambda \text{ grad } \theta dF. \quad (1.10)$$

В формуле (1.10) мы не выносим коэффициент теплопроводности за знаки интегралов, потому что λ , как об этом будет сказано ниже, не является для данного материала величиной постоянной, а зависит от температуры.

Передача теплоты через плоскую и цилиндрическую стенки. Основываясь на законе Фурье, можно решать задачи, возникающие при описании тепловых процессов в твердых телах различной формы. Распространенной является задача о передаче теплоты через плоскую стенку, на одной поверхности которой действует равномерно распределенный источник теплоты плотностью q , а на другой — сток плотностью q_1 . Примером такой задачи является расчет температур или плотности теплового потока в крышке передней бабки станка, которая изнутри нагревается теплотой, возникающей в результате работы механизмов, расположенных в бабке, а снаружи соприкасается с окружающей средой.

Если процесс теплообмена не установился, то $q_1 \neq q$, а температуры поверхностей стенки θ_1 и θ_2 непрерывно меняются. При установившемся теплообмене (рис. 1.7) $q_1 = q$, а θ_1 и θ_2 сохраняют свои значения во времени. Условия задачи, показан-

ной на рис. 1.7, позволяют полагать температурное поле в пластине стационарным одномерным, и поэтому закон Фурье можно представить в виде

$$q = -\lambda \frac{d\theta}{dx}. \quad (1.11)$$

Предположим далее, что коэффициент теплопроводности зависит от температуры, причем зависимость $\lambda = \lambda(\theta)$ известна. Введем новую переменную

$$\varphi = \int_0^{\theta} \lambda(\theta) d\theta. \quad (1.12)$$

Тогда $d\varphi = \lambda(\theta) d\theta$, что позволяет вместо выражения (1.11) написать $q = -\frac{d\varphi}{dx}$. Разделяя переменные, получаем $d\varphi = -q dx$. Интегрирование последнего выражения дает

$$\varphi = -qx + C. \quad (1.13)$$

Постоянную C определяем с помощью одного из граничных условий (при $x = 0$ $\theta = \theta_1$). Изменив в соответствии с этим условием верхний предел интегрирования в выражении (1.12) и подставляя в (1.13), получаем

$$C = \int_0^{\theta_1} \lambda(\theta) d\theta.$$

Действуя аналогичным образом, с учетом второго граничного условия (при $x = \Delta$ $\theta = \theta_2$), запишем выражение (1.13) в виде

$$\int_0^{\theta_2} \lambda(\theta) d\theta = -q\Delta + \int_0^{\theta_1} \lambda(\theta) d\theta,$$

откуда

$$q = \frac{1}{\Delta} \int_{\theta_2}^{\theta_1} \lambda(\theta) d\theta. \quad (1.14)$$

Формула (1.14) позволяет рассчитать любую из трех величин q , θ_1 или θ_2 по заданным значениям двух других и известному закону $\lambda(\theta)$. Пусть, например, зависимость коэффициента теплопроводности от температуры описывается линейным законом $\lambda(\theta) = \lambda_0 + m\theta$. Тогда

$$\int_{\theta_2}^{\theta_1} \lambda(\theta) d\theta = \lambda_0\theta + \frac{m}{2}\theta^2 \Big|_{\theta_2}^{\theta_1} = (\theta_1 - \theta_2) \left[\lambda_0 + \frac{m}{2}(\theta_1 + \theta_2) \right].$$

Следовательно, в данном случае

$$q = \frac{\theta_1 - \theta_2}{\Delta} \left[\lambda_0 + \frac{m}{2}(\theta_1 + \theta_2) \right]. \quad (1.15)$$

Если при заданном q необходимо рассчитать значение температуры θ_1 или θ_2 , выражение (1.15) надо привести к виду

$$0,5m\theta_1^2 + \lambda_0\theta_1 - 0,5m\theta_2^2 - \lambda_0\theta_2 - q\Delta = 0$$

и решать квадратное уравнение относительно искомой величины.

Возвращаясь к формуле (1.14), отметим, что в соответствии с известным из математики правилом

$$\int_a^b f(u) du = (b - a) \bar{f},$$

где \bar{f} — среднее значение монотонной функции $f(u)$ в интервале $a \leq u \leq b$, можем написать

$$q = \frac{\lambda}{\Delta} (\theta_1 - \theta_2). \quad (1.16)$$

Это позволяет сделать важный вывод о том, что, используя закон Фурье, можно вместо переменного значения $\lambda(\theta)$ применить среднее в интервале действующих температур постоянное значение коэффициента теплопроводности λ и этим существенно упростить расчетные формулы без потери точности расчета.

Переходим к рассмотрению вопроса о теплопередаче через цилиндрическую стенку (штулку). Пусть на ее наружной поверхности радиусом r_n (рис. 1.8) действует источник теплоты, создающий равномерно распределенный поток плотностью q , Вт/м². Поскольку процесс теплообмена установился, то температура в любой точке наружной θ_n и внутренней θ_b поверхности во времени не меняется. Изотермические поверхности будут иметь форму цилиндров, коаксиальных оси Z . При установившемся тепловом режиме через любую изотермическую поверхность радиусом r в единицу времени протекает одно и то же количество теплоты. Следовательно, плотность теплового потока $q(r)$ меняется в зависимости от r , увеличиваясь при переходе от наружной к внутренней поверхности обратно пропорционально текущему значению r . Имея это в виду, а также положив начало координат на поверхности цилиндра в точке O , закон Фурье представим в виде

$$q(r) = q \frac{r_n}{r} = -\lambda \frac{d\theta}{dx}.$$

Так как $x = r_n - r$, то $dx = -dr$ и $q \frac{r_n}{r} = \lambda \frac{d\theta}{dr}$.

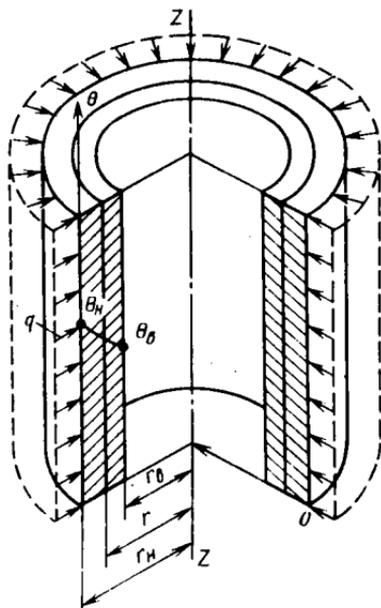


Рис. 1.8. Передача теплоты через цилиндрическую стенку

Разделяя переменные и интегрируя, получаем

$$\theta = \frac{qr_n}{\lambda} \ln r + C. \quad (1.17)$$

Применяя выражение (1.17) поочередно к граничным условиям на наружной и внутренней поверхности цилиндра, запишем

$$\theta_n = \frac{qr_n}{\lambda} \ln r_n + C$$

и

$$\theta_b = \frac{qr_n}{\lambda} \ln r_b + C.$$

Вычитая из первого выражения второе, получаем

$$\theta_n - \theta_b = \frac{qr_n}{\lambda} \ln \frac{r_n}{r_b}, \text{ откуда}$$

$$q = \frac{\lambda}{r_n} \frac{\theta_n - \theta_b}{\ln(r_n/r_b)}. \quad (1.18)$$

Сопоставим между собой перепады температур на поверхностях плоской и цилиндрической стенок при условии, что плотность теплового потока q , подведенного к каждой из них, одинакова. Приравнявая выражения (1.16) и (1.18) друг другу, получаем

$$\frac{\theta_n - \theta_b}{\theta_1 - \theta_2} = \frac{r_n}{\Delta} \ln \frac{r_n}{r_b}.$$

Введем безразмерную величину $\varepsilon = \Delta/r_n$, представляющую собой отношение толщины стенки втулки к радиусу ее наружной поверхности. Тогда, имея в виду, что $\varepsilon \ll 1$, запишем

$$\frac{\theta_n - \theta_b}{\theta_1 - \theta_2} = \frac{1}{\varepsilon} |\ln(1 - \varepsilon)| = L. \quad (1.19)$$

Отношение L назовем коэффициентом формы втулки относительно плоской стенки. Зависимость L от ε приведена ниже.

ε	0,01	0,05	0,1	0,15	0,25	0,5	0,7	0,9
L	1,005	1,026	1,054	1,083	1,151	1,386	1,720	2,558

При $\varepsilon \leq 0,1$ перепады температур в цилиндрической и в плоской стенках отличаются друг от друга не более чем на 5,4 %. Это позволяет при решении практических задач, описывая теплообмен в тонких втулках, пренебречь кривизной их поверхности и применять для расчета более простые формулы, относящиеся к плоским пластинам. Такие формулы можно применять и при оценке тепловых процессов в толстых втулках ($\varepsilon > 0,1$), но тогда в расчетные выражения следует вводить в качестве множителя коэффициент формы L .

Вопросы для самопроверки к пп. 1.1 и 1.2

1. Чем отличаются друг от друга трех-, двух- и одномерные температурные поля?
2. Приведите математические выражения, описывающие двумерное стационарное температурное поле.
3. Чем отличается квазистационарное температурное поле от стационарного и нестационарного?
4. Как расположены по отношению друг к другу векторы градиента температуры и плотности теплового потока?
5. Каким законом связаны между собой эти векторы?
6. На внутренней поверхности цилиндрической втулки и на одной из плоскостей пластины, изготовленных из одного и того же материала, поддерживается температура, равная температуре окружающей среды. Противоположные поверхности втулки и пластины нагреваются тепловыми потоками, имеющими одну и ту же плотность. Толщина стенки втулки равна толщине пластины. Где возникает более высокая температура — на наружной поверхности втулки или на поверхности пластины?

Задачи к пп. 1.1 и 1.2

1. При калибровании отверстия диаметром $d_b = 19,6$ мм (см. рис. 1.1) к инструменту, после того как он полностью войдет в заготовку, приложена сила $P = 18 \cdot 10^3$ Н, под действием которой дорн перемещается со скоростью $v = 10$ м/мин. Длина заготовки $l = 24$ мм, осевой шаг между зубьями дорна $t_0 = 6$ мм, ширина ленточек на зубьях $f = 1$ мм. Определить среднюю плотность теплового потока на поверхностях соприкосновения зубьев инструмента с обрабатываемым материалом.

Ответ: $q = 12,2 \cdot 10^6$ Вт/м².

2. Эффективная мощность, затрачиваемая на процесс точения стальной заготовки резцом с пластиной из твердого сплава при некотором режиме резания, $W = 2560$ Вт, 5 % этой общей энергии, практически полностью преобразующейся в тепло, передается через контактную площадку OL (см. рис. В.3) в резец, а из него 1 % общей энергии возвращается в заготовку через площадку OS . Определить плотность q_1 теплового потока источника через площадку контакта между стружкой и передней поверхностью резца, а также стока q_2 через площадку контакта на задней поверхности инструмента, если $OL = 1,3$ мм, $OS = 0,1$ мм, а ширина обеих площадок контакта (размер, перпендикулярный к плоскости чертежа) $b = 4$ мм. Тепловые потоки полагать равномерно распределенными по контактными площадкам.

Ответ: $q_1 = 24,2 \cdot 10^6$ Вт/м²; $q_2 = 64 \cdot 10^6$ Вт/м².

3. Верхняя крышка шпиндельной коробки токарного станка имеет размеры $880 \times 650 \times 12$ мм³. Материал крышки — чугун с коэффициентом теплопроводности $\lambda = 40$ Вт/(м·°С). При длительной работе станка крышка имеет фактическую температуру на внутренней стороне $\theta_1 = 33$ °С, а на наружной $\theta_2 = 32,7$ °С. Определить, какое количество теплоты Q верхняя крышка коробки станка отдает в окружающую среду в течение каждой минуты работы станка при установившемся теплообмене, а также рассчитать среднее значение градиента температуры между сторонами крышки.

Ответ: $Q = 3,43 \cdot 10^4$ Дж/мин; $\text{grad } \theta = 25$ °С/м.

4. На внутришлифовальном станке производится врезное шлифование отверстия $d_b = 50$ мм во втулке из стали ШХ15, $\lambda = 34$ Вт/(м·°С) (рис. 1.9). Охлаждающую жидкость в процессе шлифования не применяют. Измерения показали, что избыточные температуры при установившемся теплообмене составляют в среднем $\theta_b = 128$ °С и $\theta_n = 40$ °С соответственно на внутренней и наружной поверхностях заготовки. Эффективная мощность, подведенная к шлифовальному кругу, $W = 2,5$ кВт. Требуется определить, какая доля теплоты попадает в заготовку.

Алгоритм решения и комментарии к нему:

а) из-за высокой окружной скорости вращения втулки следует принять, что плотность теплового потока по внутренней поверхности распределена равномерно;

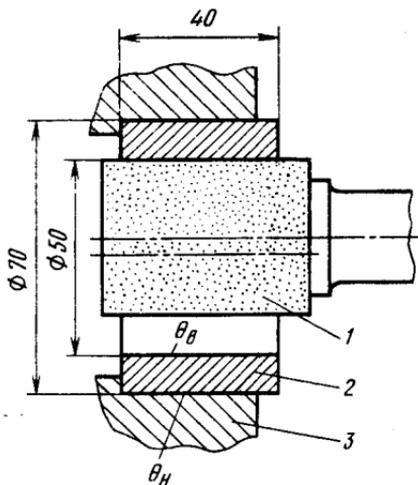


Рис. 1.9. Врезное шлифование втулки (к задаче 4):

1 — шлифовальный круг; 2 — заготовка; 3 — патрон станка

вильшемся теплообмене работает при температуре $\theta_{\text{в}} = 100^\circ\text{C}$. Определить температуру $\theta_{\text{п}}$ поверхности втулки, расположенной под покрытием при установившемся теплообмене.

Алгоритм решения:

а) применить формулу (1.18) к условиям теплопроводности в покрытии $[q = (149,944 - 0,49980_{\text{п}}) 10^6 \text{ Вт/м}^2]$;

б) применить формулу (1.18) к условиям теплопроводности в металле втулки $[q = (0,00720_{\text{п}} - 0,72) 10^6 \text{ Вт/м}^2]$;

в) сопоставив результаты расчета по пп. а и б, рассчитать температуру под покрытием.

Ответ: $\theta_{\text{п}} \approx 294,3^\circ\text{C}$.

1.3. КОЭФФИЦИЕНТ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ. ТЕРМИЧЕСКОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ ТВЕРДЫХ ТЕЛ

Коэффициент теплопроводности однородных тел. Выше было отмечено, что коэффициент теплопроводности λ является одной из физических характеристик вещества. Его значения определяют преимущественно экспериментальным путем. Эксперименты показывают, что коэффициенты теплопроводности твердых тел зависят от их химического состава и температуры. На рис. 1.10 приведены зависимости $\lambda(\theta)$ для некоторых конструкционных и инструментальных материалов. Из рисунка видно, что температурные зависимости коэффициента теплопроводности имеют достаточно сложный вид. В одних случаях с увеличением θ коэффициент λ снижается, а в других возрастает, причем темп изменения λ в различных диапазонах температур может быть разным.

Значения коэффициентов теплопроводности приводят обычно в таблицах (см., например, в [34], а также прил. 1) либо рас-

б) вывести формулу, аналогичную (1.18), но при источнике, расположенном на внутренней поверхности цилиндрической стенки $(q = \frac{\lambda_{\text{с}}(\theta_{\text{в}} - \theta_{\text{н}})}{r_{\text{в}}(\ln r_{\text{н}} - \ln r_{\text{в}})})$;

в) пренебрегая изменением $r_{\text{в}}$ в процессе шлифования, рассчитать плотность теплового потока на внутренней поверхности втулки $(q = 35,6 \cdot 10^4 \text{ Вт/м}^2)$;

г) определить мощность источника теплоты, возникающего на внутренней поверхности втулки $(W_{\text{в}} = 2236 \text{ Вт})$;

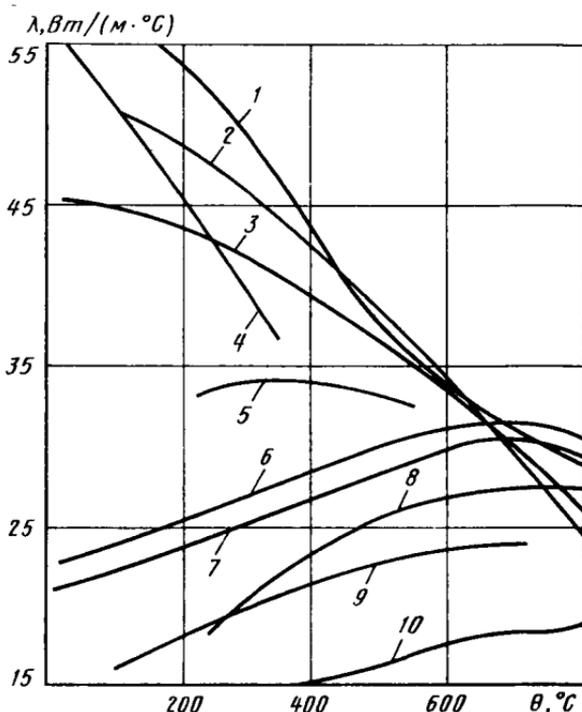
д) определить, какая доля общей тепловой энергии процесса шлифования попадает в заготовку.

Ответ: $(W_{\text{в}}/W) 100\% = 89,4\%$.

5. Цилиндрическая втулка, имеющая наружный $d_{\text{н}} = 50$ мм и внутренний $d_{\text{в}} = 40$ мм диаметры, изготовлена из стали и для повышения износостойкости по наружной поверхности покрыта слоем нитрида титана толщиной $\delta = 0,02$ мм. Коэффициенты теплопроводности стали и покрытия соответственно $\lambda_1 = 40 \text{ Вт/(м}\cdot^\circ\text{C)}$ и $\lambda_2 = 10 \text{ Вт/(м}\cdot^\circ\text{C)}$. Наружная поверхность втулки при установившемся теплообмене работает при температуре $\theta_{\text{н}} = 300^\circ\text{C}$, внутренняя при $\theta_{\text{в}} = 100^\circ\text{C}$. Определить температуру $\theta_{\text{п}}$ поверхности втулки, расположенной под покрытием при установившемся теплообмене.

Рис. 1.10. Зависимость коэффициентов теплопроводности от температуры:

1 — твердый сплав ВК8; 2 — сталь 40; 3 — сталь 30Х; 4 — алмаз синтетический (значения по осям умножить на 10); 5 — олово; 6, 7, 8 — быстрорежущие стали Р9К5; Р19К5Ф5; Р18 соответственно; 9 — коррозионно-стойкая сталь 1Х18Н9Т; 10 — жаропрочный титановый сплав ОТ4



считывают по формулам, аппроксимирующим результаты экспериментов. Например, Б. Е. Неймарком предложены формулы для расчета коэффициентов теплопроводности углеродистых сталей

$$\lambda = m_1 - m_2 \Sigma + m_3 \Sigma^2 \quad (1.20)$$

и хромоникелевых аустенитных сталей

$$\lambda = 21,3 - 11,6\sigma + (0,61 + 1,34\sigma) 10^{-2}\theta, \quad (1.21)$$

где Σ — суммарное содержание всех добавок к железу, включая углерод, %; m_i (при $i = 1, 2, 3$) — коэффициенты, зависящие от температуры:

$$m_i = a_i + b_i \theta + c_i \theta^2, \quad (1.22)$$

значения a_i , b_i и c_i приведены в прил. 2.

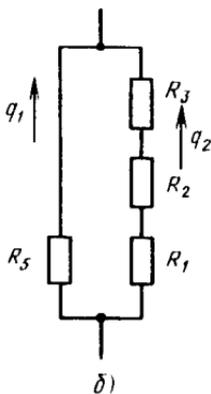
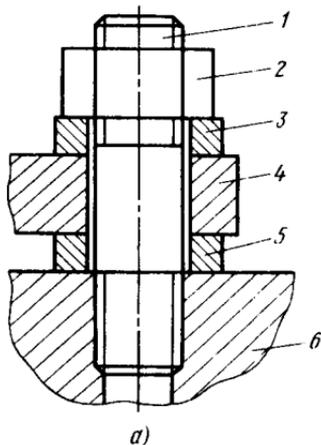
Формула (1.20) применима при $0,1 \leq \Sigma \leq 2,0$. Величина σ в формуле (1.21) представляет собой сумму

$$\sigma = \sum_{j=1}^k M_j/A_j, \quad (1.23)$$

где M_j — процентное содержание добавки к железу; A_j — атомный вес элемента, образующего добавку; k — общее количество добавок по рецептуре стали.

Термическое сопротивление. Тепловые цепи. Формулу (1.16) для плоской стенки можно представить в виде

$$\frac{W\Delta}{F\lambda} = \theta_1 - \theta_2 = WR, \quad (1.24)$$



где W — мощность теплового потока, Вт; F — площадь поверхности, через которую передается теплота, м²;

$$R = \Delta/F\lambda \quad (1.25)$$

термическое сопротивление стенки, °С/Вт; оно аналогично электрическому сопротивлению $R_0 = l/\gamma S$; здесь l — длина проводника; S — площадь поперечного сечения проводника, материал которого имеет коэффициент электропроводности γ . Идентичность формул для R

Рис. 1.11. Узел крепления (а) и соответствующая ему тепловая цепь (б)

и R_0 не является случайной, поскольку между процессами распространения тепловой и электрической энергий имеется аналогия. Это позволяет при решении задач, относящихся к теплообмену в системе твердых тел, рассматривать такую систему как тепловую цепь, аналогичную электрической цепи. Тепловые цепи содержат источники и стоки теплоты, а также тепловые связи между твердыми телами, представляемыми в виде термических сопротивлений или емкостей.

Рассмотрим, например, процесс распространения теплоты в узле крепления, показанном на рис. 1.11, а. Пластина 4 шпилькой 1, гайкой 2 и шайбами 3 и 5 прикреплена к корпусу 6. Корпус в процессе работы машины нагревается до температуры θ_1 , и часть теплоты передается в пластину 4. При этом теплота передается по двум маршрутам: от корпуса через шайбу 5 и от корпуса через шпильку 1, гайку 2 и шайбу 3. Изобразим процесс стационарного теплообмена в узле в виде тепловой цепи (рис. 1.11, б). Через R_1 — R_5 обозначены термические сопротивления деталей узла тепловым потокам q_1 и q_2 , идущим по двум упомянутым выше маршрутам. На основании закона Кирхгофа, который может быть применен как к электрической, так и к тепловой цепи, запишем

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R'} + \frac{1}{R''},$$

где R — общее сопротивление цепи; R' и R'' — термические сопротивления левой и правой ветвей цепи.

При $R' = R_5$, а $R'' = R_1 + R_2 + R_3$

$$R = \frac{R_5 (R_1 + R_2 + R_3)}{R_1 + R_2 + R_3 + R_5}.$$

Далее по формуле (1.24) можно определить теплоотвод в пластину W , если известна ее средняя температура θ_2 . Меняя терми-

ческие сопротивления элементов цепи (толщину шайб или их материал), можем регулировать теплоотвод в пластину. Это важно, например, когда пластина представляет собой панель для приборов, чувствительных к нагреву.

При составлении тепловых цепей может возникнуть необходимость определить термические сопротивления тел, форма которых отличается от плоской стенки. Таковы, например, для узла, приведенного на рис. 1.11, *а*, термические сопротивления шпильки 1 и гайки 2. Термические сопротивления тел сложной формы определяют методами моделирования (см. гл. 2) или с помощью расчетов, методика которых приведена в [11].

Обратим внимание также на тот факт, что в реальных системах всегда имеются те или иные термические сопротивления в местах контакта твердых тел, что подобно электрическим сопротивлениям контактов. Контактное термическое сопротивление зависит от шероховатости поверхностей тел, прижатых друг к другу, их материала и давления на контактной площадке. Во многих технологических подсистемах давления в местах соприкосновения твердых тел столь велики, что контакт можно полагать идеальным и термическим сопротивлением контактной площадки по сравнению с термическими сопротивлениями самих тел можно пренебречь.

Эквивалентные коэффициенты теплопроводности. Выше мы рассмотрели вопрос о коэффициентах теплопроводности однородных тел. Однако в технологических системах часто встречаются тела, представляющие собой ту или иную композицию из материалов с различными физико-механическими свойствами. Эти композиции могут состоять из элементов, расположенных в заданном порядке (например, слоями) или стохастически, т. е. по законам случайного распределения. Примерами тел первого типа являются биметаллические втулки, инструменты с износостойкими покрытиями и т. д. Ко второму типу тел относятся, например, шлифовальные круги, режущие зерна которых располагаются в связке стохастически.

При описании тепловых процессов в твердых неоднородных телах используют эквивалентные коэффициенты теплопроводности. Их рассчитывают по известным значениям коэффициентов теплопроводности компонентов, входящих в состав неоднородного тела. Рассмотрим, например, плоскую стенку, состоящую из m слоев различной толщины Δ_i , каждый из слоев имеет коэффициент теплопроводности λ_i . Определим эквивалентный коэффициент теплопроводности такой стенки, заменив ее тепловой цепью из нескольких последовательно соединенных термических сопротивлений. Для такой цепи термическое сопротивление всей стенки

$$R = \sum_{i=1}^m R_i, \quad (1.26)$$

где R_i — термическое сопротивление отдельного слоя.

Поскольку для каждого из слоев площадь F в сечении, перпендикулярном к тепловому потоку, одинакова, можем вместо выражения (1.26) написать

$$\sum_{i=1}^m \Delta_i / \lambda_{\text{ЭКВ}} = \sum_{i=1}^m \Delta_i / \lambda_i,$$

откуда

$$\lambda_{\text{ЭКВ}} = \sum_{i=1}^m \Delta_i \left/ \sum_{i=1}^m \frac{\Delta_i}{\lambda_i} \right. . \quad (1.27)$$

Аналогичную формулу можно получить для расчета эквивалентного коэффициента теплопроводности многослойного цилиндра:

$$\lambda_{\text{ЭКВ}} = \frac{\ln(r_{\text{Н}}/r_{\text{В}})}{\sum_{i=1}^m \frac{1}{\lambda_i} |\ln(1 - \varepsilon_i)|}, \quad (1.28)$$

где $r_{\text{Н}}$ и $r_{\text{В}}$ — соответственно радиусы наружной и внутренней поверхностей цилиндра; $\varepsilon_i = \Delta_i / r_i$ — безразмерный коэффициент, представляющий собою отношение толщины каждого слоя к радиусу его наружной поверхности.

Эквивалентный коэффициент теплопроводности тел, содержащих частицы или участки с различными теплофизическими характеристиками, расположенные в случайном порядке, определяют экспериментальным путем. Для ориентировочной оценки $\lambda_{\text{ЭКВ}}$ можно применять формулу

$$\lambda_{\text{ЭКВ}} \approx \lambda_1^{p_1} \lambda_2^{p_2} \dots \lambda_m^{p_m} = \prod_{i=1}^m \lambda_i^{p_i}, \quad (1.29)$$

где λ_i — коэффициент теплопроводности отдельного элемента; p_i — относительная объемная концентрация элемента $\left(\sum_{i=1}^m p_i = 1 \right)$.

1.4. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ УРАВНЕНИЕ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ

Математическое описание температурных полей в компонентах технологических систем, как, впрочем, и в любых других твердых телах, выполняется с помощью дифференциального уравнения теплопроводности. Выведем это уравнение при следующих допущениях: 1) твердое тело однородно и изотропно; 2) в процессе теплопередачи не происходят фазовые превращения; 3) деформация, вызванная изменением температуры, пренебрежимо мала по сравнению с размерами тела. Выделим из нагрет-

ваемого тела элементарный объем $\Delta V = \Delta x \Delta y \Delta z$ (рис. 1.12). На основании закона сохранения энергии

$$dQ = dQ_1 + dQ_2, \quad (1.30)$$

где dQ — общее изменение внутренней энергии вещества в объеме ΔV за время Δt ; dQ_1 — количество теплоты, поступившей в этот объем путем теплопроводности; dQ_2 — количество теплоты, возникшее в объеме в связи с функционированием в нем внутренних источников.

К внутренним относятся источники, тепловыделение которых связано с процессами, происходящими в материале твердого тела, например с объемными химическими реакциями, действием электрического тока и т. д.

Пусть за время $d\tau$ к площадке $A_1B_1C_1D_1$ подведено $dQ_x = q_x \Delta y \Delta z d\tau$ теплоты, где q_x — плотность теплового потока. Через противоположную площадку $A_2B_2C_2D_2$ за это же время отводится $dQ_{x+\Delta x}$ теплоты, причем $dQ_{x+\Delta x} = q_{x+\Delta x} \Delta y \Delta z d\tau$. Разность

$$dQ_{1x} = dQ_x - dQ_{x+\Delta x} = (q_x - q_{x+\Delta x}) \Delta y \Delta z d\tau \quad (1.31)$$

представляет собой количество теплоты, поступившей в объем ΔV за счет теплопередачи в направлении OX . Функция $q_{x+\Delta x}$ непрерывна в интервале Δx , поэтому она может быть разложена в ряд Тейлора:

$$q_{x+\Delta x} = q_x + \frac{\partial q_x}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial^2 q_x}{\partial x^2} \frac{\Delta x^2}{2} + \dots$$

Ограничимся первыми двумя членами ряда, поскольку остальные содержат малые величины высоких порядков. Тогда в соответствии с формулой (1.31) получаем

$$dQ_{1x} = -\frac{\partial q_x}{\partial x} \Delta x \Delta y \Delta z d\tau = -\frac{\partial q_x}{\partial x} \Delta V d\tau.$$

Аналогичные выражения можно получить для определения количества теплоты, поступившей в объем ΔV по направлениям OY и OZ . Суммируя величины dQ_{1x} , dQ_{1y} и dQ_{1z} , получаем

$$dQ_1 = -\left(\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z}\right) \Delta V d\tau. \quad (1.32)$$

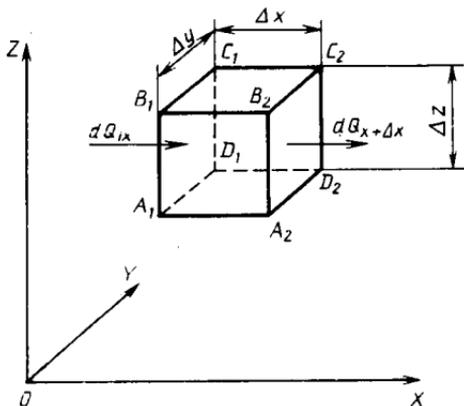


Рис. 1.12. Схема к выводу дифференциального уравнения теплопроводности

Теперь определим величину dQ_2 . Если объемную плотность тепловыделения внутренних источников обозначим q_B , Вт/м³, то за время $d\tau$ в объеме ΔV накопится теплота

$$dQ_2 = q_B \Delta V d\tau. \quad (1.33)$$

Величина dQ , стоящая в левой части уравнения (1.30), может быть найдена из выражения

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} = \frac{1}{c_v} \frac{dQ}{\Delta V} \frac{d\tau}{d\tau}, \quad (1.34)$$

где c_v — объемная теплоемкость вещества, Дж/(м³·°С), которая связывает изменение температуры элементарного объема ΔV с изменением его теплосодержания.

Подставляя значения dQ_1 , dQ_2 и dQ из формул (1.32)—(1.34) в уравнение баланса энергии (1.30), получаем

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} = -\frac{1}{c_v} \left(\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z} \right) + \frac{q_B}{c_v}.$$

По закону Фурье

$$q_x = -\lambda \frac{\partial \theta}{\partial x}; \quad q_y = -\lambda \frac{\partial \theta}{\partial y}; \quad q_z = -\lambda \frac{\partial \theta}{\partial z}.$$

Тогда

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} = \frac{1}{c\rho} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial \theta}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial \theta}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial \theta}{\partial z} \right) \right] + \frac{q_B}{c\rho}, \quad (1.35)$$

где c — массовая теплоемкость, Дж/(кг·°С); ρ — плотность вещества, кг/м³; $c\rho = c_v$.

В последнем выражении мы не выносим величину λ за скобки, поскольку в общем случае коэффициент теплопроводности вещества зависит от температуры.

Выражение (1.35) представляет собой дифференциальное уравнение теплопроводности, которое описывает в самом общем виде температурное поле, возникающее в твердом теле под действием внешних и внутренних источников теплоты. Рассмотрим некоторые частные случаи. Если нагрев твердого тела осуществляется только внешними источниками теплоты, то $q_B = 0$ и уравнение (1.35) упрощается. Дальнейшее упрощение можно получить, если положить, что коэффициент теплопроводности не зависит от температуры. В этом случае

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} = \frac{\lambda}{c\rho} \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} \right), \quad (1.36)$$

где $\lambda/c\rho = \omega$ — коэффициент температуропроводности данного вещества, м²/с.

Коэффициент температуропроводности ω , как и коэффициент теплопроводности λ , является физической характеристикой ма-

териала. Из формулы (1.36) видно, что с увеличением ω возрастает скорость изменения температуры в данной точке твердого тела. Это значит, что в материале с более высоким коэффициентом температуропроводности выравнивание температур при прочих одинаковых условиях будет происходить быстрее, чем в материале с более низким ω .

Значения ω определяют экспериментальным путем. При аппроксимации экспериментальных данных для углеродистых сталей получают выражение

$$\omega = n_1 - n_2 \sum + n_3 \sum^2, \quad (1.37)$$

по которому ω достаточной для практики точностью можно рассчитывать ω в том или ином диапазоне температур. Коэффициенты n_i (при $i = 1, 2, 3$) зависят от температуры:

$$n_i = a_i + b_i\theta + c_i\theta^2, \quad (1.38)$$

значения a_i, b_i, c_i приведены в прил. 2.

Возвратимся к дифференциальному уравнению теплопроводности. Заменяя $\omega = \lambda/(c\rho)$, представим формулу (1.36) в виде

$$\frac{\partial\theta}{\partial\tau} = \omega\nabla^2\theta, \quad (1.39)$$

где $\nabla^2\theta$ — оператор Лапласа.

Выражение (1.39), как и аналогичное ему (1.36), представляет собой линейное дифференциальное уравнение в частных производных второго порядка. Формула (1.35) в отличие от выражений (1.36) и (1.39) является нелинейным дифференциальным уравнением, поскольку здесь учтена зависимость коэффициента теплопроводности от температуры. Аналитическое решение нелинейных дифференциальных уравнений целесообразно лишь в простейших случаях теплообмена. Применительно к более или менее сложным случаям описания тепловых процессов в технологических подсистемах оно достаточно сложно и, как правило, нецелесообразно.

Намного легче решаются линейные дифференциальные уравнения, поскольку они обладают важной особенностью, известной из математики. Эта особенность состоит в том, что сумма нескольких независимых друг от друга решений линейного дифференциального уравнения также является решением такого уравнения. Или, наоборот, общее решение линейного дифференциального уравнения можно рассматривать как алгебраическую сумму ряда его частных, независимых друг от друга решений. Это свойство позволяет в случае, когда на твердое тело действует система из нескольких независимых источников или стоков теплоты, описать общее их воздействие, рассмотрев влияние каждого из источников или стоков отдельно, независимо от других. Написав для каждого источника или стока дифференциальное уравнение теплопроводности и решив его для тех или иных конкретных условий,

получим математическое описание температурного поля, которое именно этот источник или сток создает в твердом теле. Затем, наложив друг на друга (алгебраически суммируя) отдельные температурные поля, получим новое поле, соответствующее общему воздействию всей системы источников и стоков теплоты на интересующий нас объект. Такое наложение носит название *суперпозиции решений*. Суперпозицию широко применяют при решении задач технологической теплофизики.

До сих пор мы рассматривали дифференциальные уравнения теплопроводности, относящиеся к трехмерным температурным полям. Когда по условиям задачи температурное поле является двух- или одномерным (см. п. 1.1), уравнение (1.36) приобретает вид

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} = \omega \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} \right) \quad (1.40)$$

или

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} = \omega \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2}. \quad (1.41)$$

Аналогичные выражения можно получить и для нелинейных дифференциальных уравнений, положив в формуле (1.35) или $\partial \theta / \partial z = 0$ или $\partial \theta / \partial y = \partial \theta / \partial z = 0$.

Дифференциальное уравнение теплопроводности можно применить к условиям стационарного теплообмена. Тогда во всех предыдущих формулах, относящихся к этому уравнению, следует принять $\partial \theta / \partial \tau = 0$. Например, для трехмерной задачи вместо формулы (1.36) получим

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} = 0, \quad (1.42)$$

а для двух- и одномерной задач

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} = 0 \quad (1.43)$$

и

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} = 0. \quad (1.44)$$

Если необходимо учесть зависимость коэффициента теплопроводности от температуры, для одномерного температурного поля вместо (1.35) при $q_n = 0$ получаем

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[\lambda \frac{\partial \theta}{\partial x} \right] = 0. \quad (1.45)$$

Вопросы для самопроверки к пп. 1.3 и 1.4

1. Объясните физический смысл коэффициентов теплопроводности и температуропроводности материала.

2. Равен ли коэффициент теплопроводности тела с внутренними пустотами коэффициенту теплопроводности материала, из которого изготовлено это тело? Как учесть влияние пустот?

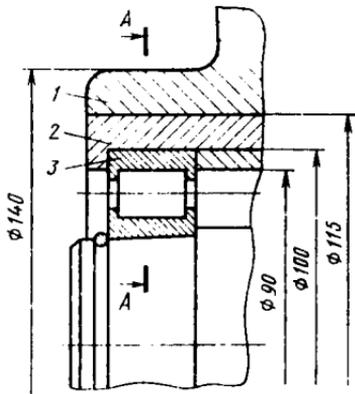
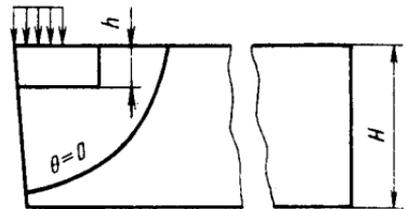


Рис. 1.13. Подшипниковый узел (к задаче 9)

Рис. 1.14. Составной резец (к задаче 10)



3. Сопоставьте между собой термические сопротивления двух стержней квадратного сечения, изготовленных из одного и того же материала, если стержень № 1 имеет в 2 раза большую длину и в 2 раза большую площадь поперечного сечения, чем стержень № 2. Рассмотрите два варианта: а) тепловой поток направлен через торец вдоль оси стержня; б) тепловой поток направлен через боковую поверхность перпендикулярно к оси стержня.

4. Напишите дифференциальные уравнения теплопроводности: а) для двумерного поля при установившемся теплообмене, если коэффициент λ зависит от температуры; б) для одномерного нестационарного поля при $\lambda = \text{const}$.

Задачи к пп. 1.3 и 1.4

6. Рассчитать коэффициент теплопроводности углеродистой стали У12 ($C = 1,2\%$; $Mn = 0,2\%$; $Si = 0,3\%$; $Cr = 0,2\%$; $S = 0,02\%$; $P = 0,03\%$) при температуре 400°C .

Ответ: $\lambda \approx 36 \text{ Вт}/(\text{м}\cdot^\circ\text{C})$.

7. Рассчитать коэффициент теплопроводности хромоникелевой аустенитной стали 45X14H14B2M при температуре 500°C , имея в виду, что атомные веса углерода, хрома, никеля, вольфрама и молибдена соответственно равны 12; 52; 59; 184 и 96.

8. Рассчитать коэффициент температуропроводности стали 40 ($C = 0,35 \dots 0,45\%$; $Si = 0,17 \dots 0,37\%$; $Mn = 0,5 \dots 0,8\%$; $Ni = 0,3\%$; $Cr = 0,3\%$; $S = 0,04\%$; $P = 0,04\%$) при температуре 300°C .

Ответ: $\omega \approx 0,09 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2/\text{с}$.

9. Для оценки количества теплоты, отводимой от дорожки качения роликов, рассчитать в сечении А—А (рис. 1.13) эквивалентный коэффициент теплопроводности узла, состоящего из наружного кольца 3 подшипника (сталь ШХ15), стакана 2 (сталь 40X) и ступицы 1 (чугун).

Ответ: $\lambda_{\text{экв}} \approx 36 \text{ Вт}/(\text{м}\cdot^\circ\text{C})$.

10. Заготовку обрабатывали резцом с пластиной из сплава Т14К8 [$\lambda_1 = 34 \text{ Вт}/(\text{м}\cdot^\circ\text{C})$]. По производственной необходимости в тех же условиях резания решено перейти к инструменту, оснастному пластиной из сплава Т15К6 [$\lambda_2 = 27 \text{ Вт}/(\text{м}\cdot^\circ\text{C})$]. Материал державки в обоих случаях один и тот же [$\lambda_3 = 40 \text{ Вт}/(\text{м}\cdot^\circ\text{C})$]. Как следует изменить толщину пластины h (рис. 1.14), чтобы при переходе к новому режущему материалу при $H = \text{const}$ эквивалентный коэффициент теплопроводности не изменился?

Ответ: $\frac{h'}{h} = \frac{\lambda_2 \lambda_3 - \lambda_1}{\lambda_1 \lambda_3 - \lambda_2} \approx 0,37$.

11. Рассчитать эквивалентный коэффициент теплопроводности круга, если в его объеме зерна из синтетического алмаза занимают 25%, зерна карбида бора (наполнителя) 25%, воздушные поры 2% и бакелитовая связка 48%. Коэффициенты теплопроводности алмаза, карбида бора, воздуха и бакелита соответ-

ственно $\lambda_1 = 520$ Вт/(м·°С); $\lambda_2 = 16$ Вт/(м·°С); $\lambda_3 = 0,03$ Вт/(м·°С) и $\lambda_4 = 0,2$ Вт/(м·°С).

Ответ: $\lambda_{\text{ЭКВ}} = 4,1$ Вт/(м·°С).

12. Проводник, материал которого не известен, имеет длину $l = 100$ мм и диаметр $d = 2$ мм. Он подсоединен к источнику электрической энергии, имеющему мощность $W = 50$ Вт, и за время $\tau = 5$ с нагревается равномерно по объему до температуры 180°C . Термическое сопротивление проводника известно, оно составляет $R = 880^\circ\text{C}/\text{Вт}$. Определить коэффициенты тепло- и температуропроводности материала проводника, если теплоотводом в окружающую среду можно пренебречь.

Алгоритм решения и комментарии к нему:

а) применить формулу (1.25) и рассчитать коэффициент теплопроводности $[\lambda \approx 36 \text{ Вт}/(\text{м}\cdot^\circ\text{C})]$;

б) написать формулу (1.35) при условии, что внешних источников теплоты нет и прогревание стержня равномерное ($\text{ср } \partial\theta = q_{\text{в}} d\tau$ или $\lambda \partial\theta = \omega q_{\text{в}} d\tau$);

в) выполнить интегрирование выражения, полученного в п. б, подставив пределы $0 \leq \theta \leq 160$ и $0 \leq \tau \leq 5$ ($\omega q_{\text{в}} = 11,5$);

г) рассчитать объемную плотность тепловыделения, полагая, что мощность источника расходуется только на нагревание проводника ($q_{\text{в}} \approx 159 \cdot 10^6$ Вт/м³);

д) рассчитать коэффициент температуропроводности материала ($\omega = 0,072 \cdot 10^{-4}$ м²/с).

Ответ: $\omega = 0,072 \cdot 10^{-4}$ м²/с; $\lambda = 36$ Вт/(м·°С).

1.5. СХЕМАТИЗАЦИЯ КОМПОНЕНТОВ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПОДСИСТЕМ ПРИ ОПИСАНИИ ПРОЦЕССОВ ТЕПЛООБМЕНА

Условия однозначности. При выводе дифференциального уравнения (1.35) мы не накладывали никаких ограничений ни на форму тела, из которого выделен элементарный объем, ни на условия взаимодействия поверхностей этого тела с окружающей средой. Поэтому уравнение (1.35) и все последующие, вытекающие из него, справедливы для тел любой формы (резец, заготовка или деталь станка) при нагревании в любых условиях (в процессе резания, в печи, плазменной дугой и т. д.) или при охлаждении в той или иной среде. Следовательно, дифференциальное уравнение (1.35) в общем виде имеет бесчисленное количество разнообразных решений.

Практически нас интересует не описание процесса теплопроводности вообще, а описание закономерностей распространения теплоты в конкретных случаях, применительно к конкретному телу или системе тел, при заданных условиях взаимодействия этих тел с окружающей средой или друг с другом. Чтобы из бесчисленного количества вариантов температурных полей, описываемых уравнением (1.35) и ему подобными, выделить поле, интересующее нас в конкретном случае, необходимо оговорить и математически описать те частные особенности, которые характеризуют именно этот вариант процесса теплопроводности. Частные особенности, дающие совместно с дифференциальным уравнением теплопроводности полное математическое описание процесса теплообмена в конкретной задаче, называют *условиями однозначности*. В этих условиях должны быть оговорены:

1) форма, размеры и теплофизические характеристики тела (системы тел), в котором происходит процесс передачи теплоты;

2) форма, распределение плотности теплового потока и другие характеристики источников или стоков, действующих в рассматриваемом процессе;

3) распределение температур в рассматриваемой системе тел до того, как начался изучаемый процесс (так называемые начальные условия);

4) условия теплообмена на поверхностях тела, соприкасающихся с окружающей средой или с другими телами, входящими в систему (так называемые граничные условия).

Выполняя математическое описание условий однозначности при решении конкретных практических задач, в том числе и задач, относящихся к технологическим подсистемам, обычно прибегают к той или иной схематизации процесса теплообмена. Это значит, что фактические тела и источники, действующие в реальном процессе, заменяют телами и источниками более простой формы, приближенно описывающими оригиналы. Фактические условия взаимодействия тел с окружающей средой и начальные условия также схематизируют, заменяя сложные ситуации, имеющие место в действительности, более простыми, идеализированными.

Схематизация делается с целью облегчения математического описания процесса теплообмена в конкретных задачах. Это описание не может полностью отобразить все стороны изучаемого явления. Однако для исследования основных закономерностей при решении практических задач не всегда необходимо учитывать все стороны и детали явления, тем более что погрешности, вызванные усложнением математического аппарата, могут свести на нет уточнения, достигнутые детализацией процесса. С усложнением условий однозначности чисто математические трудности решения нарастают очень быстро, иногда настолько, что само аналитическое описание интересующего нас процесса оказывается невозможным.

Разумная схематизация формы тел, источников, начальных и граничных условий, учитывающая, с одной стороны, необходимую степень детализации процесса, а с другой — интересы его описания доступными математическими средствами, является важнейшим этапом теплофизического анализа.

Схематизация формы нагреваемых тел. Реальную конфигурацию тел, участвующих в технологических подсистемах, при схематизации приводят к одной из упрощенных форм, показанных на рис. 1.15.

Допустимость той или иной идеализации формы реальных тел при теплофизических расчетах определяется в основном: 1) соотношением между размерами площадок, занимаемых источниками теплоты, и размерами нагреваемого тела; 2) промежутком времени от начала процесса теплообмена до момента, для которого

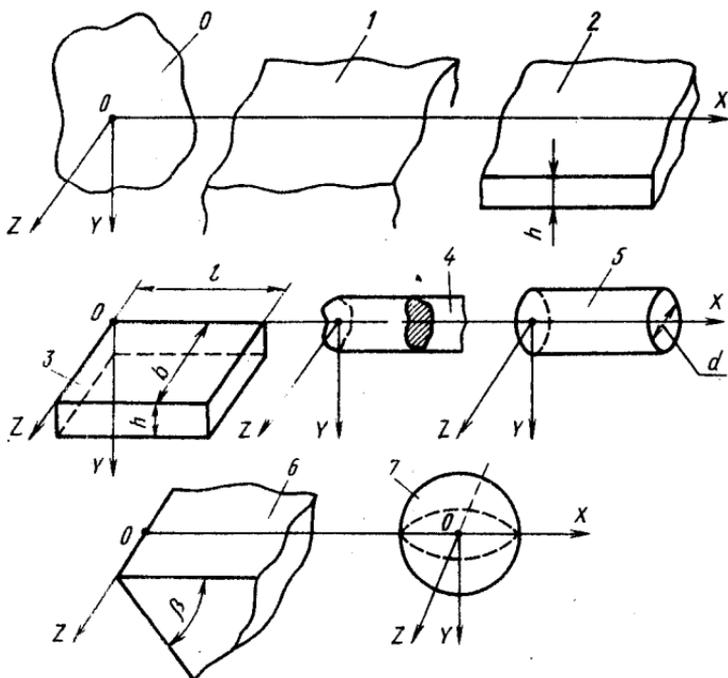


Рис. 1.15. Идеализированные формы твердых тел:

0 — неограниченное пространство; 1 — полупространство; 2 — пластина; 3 — параллелепипед; 4 — неограниченный стержень; 5 — стержень (цилиндр) конечной длины; 6 — неограниченный клин с углом β ; 7 — шар

рассчитывают температуры; 3) наличием пассивных граничных поверхностей; 4) требуемой точностью расчета.

Чем меньше размеры источника по отношению к размерам нагреваемого тела, тем меньше влияние конкретной формы тела на температурное поле в области, прилежащей к источнику и представляющей, как правило, наибольший интерес. В некоторых случаях, однако, упрощение формы возможно и при источниках, занимающих большие участки на поверхности тела. Примером может служить замена цилиндрической втулки плоской бесконечной пластиной, о чем мы упоминали выше (см. п. 1.2).

Влияние конкретной формы тела на температуру областей, прилежащих к источнику (в дальнейшем будем называть эти области приконтактными), тем меньше, чем короче период тепловыделения. Поэтому, рассчитывая температуру приконтактных областей, можем допускать тем большую схематизацию формы тела, чем меньше время отделяет начало процесса нагревания от момента, для которого рассчитывается температура.

Схематизируя форму реальных тел, следует учитывать, имеет ли нагреваемый объект так называемые пассивные граничные поверхности. Пассивными называют такие поверхности, температура

которых и ее градиент в течение всего теплового процесса меняются столь незначительно по сравнению с начальными, что практически не влияет на температуру интересующей нас области тела. Рассмотрим процесс шлифования (рис. 1.16) торцом круга 1 пластины 2, закрепленной на магнитном столе 3. Если пластина имеет малую толщину h , то граница A является активной, так как она оказывает существенное влияние на температуру шлифуемой поверхности. Если же толщина h намного превышает длину контакта l , то граница A является пассивной, теплообмен на ней практически не влияет на температуру обрабатываемой поверхности. Пассивная граничная поверхность может быть при схематизации формы тела отодвинута на любое расстояние или придвинута к области тела, для которой рассчитывается температура (конечно, не настолько, чтобы стать активной). Ей можно условно, если это удобно для расчета, придавать любую форму, отличающуюся от фактической. Например, если шлифуется толстая пластина, то при математическом описании закономерностей распределения температур на обрабатываемой поверхности можно принять, что граница A отодвинута на бесконечность, т. е. шлифованию подвергается полубесконечное тело (полупространство). Другой пример приведен на рис. 1.14. Опыт показывает, что при сравнительно краткосрочном резании инструмент прогревается не целиком, а только в некотором объеме, ограниченном изотермой $\theta = 0^\circ\text{C}$. Это позволяет при теплофизическом анализе рассматривать резец как бесконечный клин.

В некоторых случаях, схематизируя нагреваемое тело, целесообразно мысленно деформировать его контуры с целью упрощения расчета. Например, стружку, сходящую при резании в виде спирали, при расчете часто заменяют прямым стержнем, т. е. мысленно выпрямляют ее. Преобразуя сложную форму тела в простую, необходимо следить за тем, чтобы основные параметры теплофизической обстановки сохранились неизменными. Положим, что, исследуя температурное поле в процессе шлифования кулачка эллипсоидной формы, мы трансформируем последний в цилиндр (рис. 1.17).

Для сохранения объема тела следует считать, что радиус цилиндра $r = \sqrt{ab}$. Если в процессе шлифования плотность стока теплоты в окружающую среду (охлаждающую жидкость) с поверхности кулачка равна q_0 , Вт/м², то в расчетной схеме должно

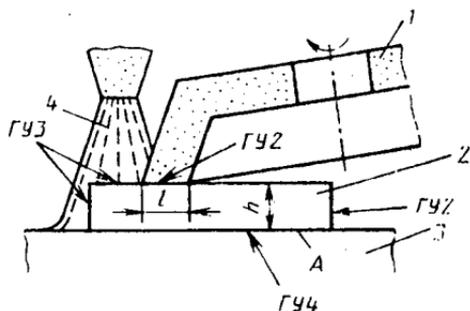


Рис. 1.16. Плоское шлифование торцом круга:

1 — круг; 2 — заготовка; 3 — магнитный стол; 4 — струя жидкости

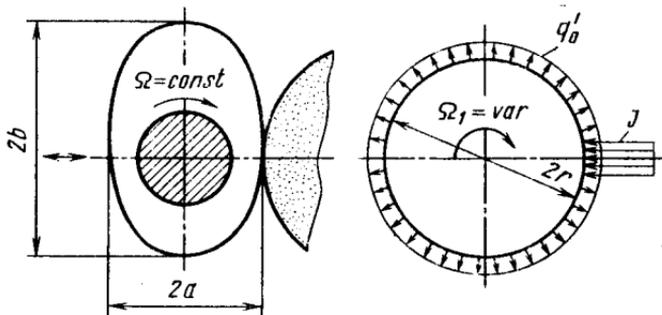


Рис. 1.17. Пример преобразования сложной формы тела в более простую при схематизации процесса шлифования кулачка

фигурировать скорректированное значение $q_0' = Pq_0/(2\pi r)$, где P — периметр эллипса.

В процессе шлифования эллипсоидного кулачка при равномерном вращении заготовки с угловой скоростью Ω окружная скорость точек наружной поверхности в момент шлифования различна. Заменяя кулачок цилиндром, следует скорость перемещения источника J , теплота которого эквивалентна теплоте шлифования, считать переменной. Для этого угловую скорость Ω_1 цилиндра следует принять переменной во времени.

Схематизация источников и стоков теплоты. Большое разнообразие технологических систем и подсистем в современном машиностроении приводит к многообразию источников (стоков) теплоты, возникающих в реальных процессах. Однако несмотря на это, все источники и стоки могут быть классифицированы по некоторым основным признакам, что позволяет систематизировать и в известной мере унифицировать решение задач технологической теплофизики. К основным признакам, по которым будем классифицировать источники (стоки) теплоты, относятся: форма и размеры; закон распределения плотности тепловыделения; скорость перемещения; длительность функционирования.

В реальных технологических системах источники и стоки теплоты имеют форму и размеры, которые не всегда точно можно описать математически. При анализе тепловых процессов реальные источники заменяют идеализированными, форма которых в той или иной степени приближена к фактической. При этом характеристиками формы источника полагают: мерность, ограниченность и конфигурацию зоны тепловыделения.

Идеализированные источники могут быть трехмерными, двумерными, одномерными и точечными. Трехмерными (объемными) источниками называют такие, тепловыделение которых распределено по некоторому объему. Вообще говоря, все источники теплоты трехмерны, так как в любом процессе (трение, деформирование и т. д.) выделение энергии происходит в некотором объеме. Од-

нако если размер объемного источника в направлении одной из осей координат намного меньше размеров в других направлениях, источник можно полагать двумерным. Одномерными называют источники, один из размеров которых настолько превышает другие, что значением последних можно пренебречь. Наконец, если все размеры источника весьма малы по сравнению с размерами области твердого тела, в которой он действует, источник можно полагать точечным. Такой источник используют в качестве некоторой математической абстракции, с помощью которой удобно конструировать формулы для описания процесса распространения теплоты от источников другой формы.

Зона тепловыделения реального источника всегда имеет ограниченные размеры. Однако, как будет показано в дальнейшем, чем больше ограничений налагают на размеры зоны тепловыделения, тем сложнее математическое описание температурных полей. Поэтому при схематизации в тех случаях, когда это возможно, пренебрегают ограничением зоны тепловыделения в направлении одной или двух осей координат.

Непосредственно с мерностью и ограниченностью источников связано описание конфигурации зоны тепловыделения. Трехмерный, ограниченный в трех направлениях источник может иметь форму параллелепипеда, цилиндра, шара или какой-либо другой объемной геометрической фигуры. Двумерный источник, ограниченный в двух направлениях, может иметь форму прямоугольника, круга или другой плоской фигуры. Если двумерный источник ограничен только в одном направлении, он имеет вид бесконечной полосы. Ограниченность источника не может превышать его мерность. Поэтому, например, одномерный источник может быть ограничен только в одном направлении. В этом случае конфигурация зоны тепловыделения имеет форму отрезка прямой, дуги окружности или участка какой-либо другой линии.

Закон распределения плотности тепловыделения. Рассмотрим область J твердого тела, в которой происходит выделение теплоты. Положим, что от начала процесса тепловыделения прошло время τ . В окрестности точки M с координатами x_n, y_n, z_n выделим элементарный объем dV . Пусть за время $d\tau$ в объеме dV выделилось элементарное количество теплоты dQ . Отношение

$$q(x_n, y_n, z_n, \tau) = dQ/(d\tau dV) \quad (1.46)$$

называют плотностью тепловыделения в точке M в момент времени τ . Чтобы определить количество теплоты Q , выделившееся во всей области J за время τ , интегрируем выражение (1.46) и получаем

$$Q = \int_0^{\tau} d\tau \int_V q(x_n, y_n, z_n, \tau) dV. \quad (1.47)$$

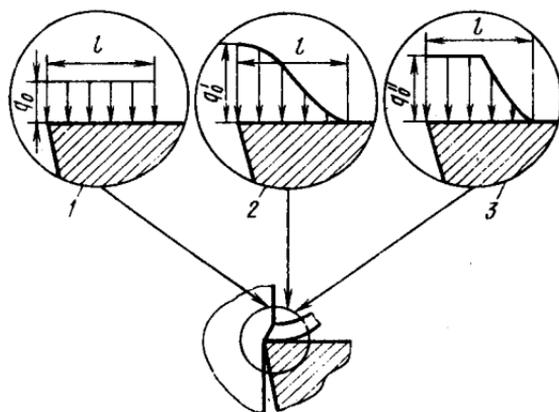
Положим

$$q(x_n, y_n, z_n, \tau) = q_0 f(x_n, y_n, z_n, \tau), \quad (1.48)$$

где q_0 — максимальная плотность тепловыделения, Вт/м³.

Рис. 1.18. Распределение теплоты трения на площадке контакта между стружкой и резцом:

1 — равномерное; 2 — по несимметричному нормальному закону; 3 — по комбинированному закону



Безразмерная функция $f(x_{и}, y_{и}, z_{и}, \tau)$ описывает закон распределения плотности тепловыделения во времени и в объеме области J . Для источни-

ков и стоков, действующих в технологических подсистемах, вид зависимости $f(x_{и}, y_{и}, z_{и}, \tau)$ достаточно сложен и, как правило, заранее неизвестен. В связи с этим при схематизации теплообмена на основе анализа физических явлений и величин, определяющих тепловыделение (силы, коэффициенты трения, скорости и т. д.), или с помощью специальных экспериментов составляют представление о возможном виде закона распре-

1.1. Аналитическое описание законов распределения плотности одномерных теплообразующих потоков

Код источника (см. рис. 1.19)	Закон	Функция
1	Равномерно распределенный	$f(x_{и}) = 1$
2	Линейный	$f(x_{и}) = 1 - \psi_{и}$
3		$f(x_{и}) = \psi_{и}$
4	Экспоненциальный	$f(x_{и}) = \exp[-kx_{и}]$
5	Нормально распределенный	$f(x_{и}) = \exp[-k_0x_{и}^2];$ $x_{и} \geq 0$
6		$f(x_{и}) = \exp[-k_0(l - x_{и})^2];$ $x_{и} \leq l$
7	Нормально распределенный симметричный	$f(x_{и}) = \exp[-k_0x_{и}^2]$
8	Комбинированный	$f(x_{и}) = 1$ при $0 \leq \psi_{и} \leq 0,5;$ $f(x_{и}) = \exp[-k(\psi_{и} - 0,5)]$ при $0,5 \leq \psi_{и} \leq 1$

деления $f(x_n, y_n, z_n, \tau)$ и аппроксимируют его той или иной идеализированной функцией. По мере совершенствования техники эксперимента и развития теории контактных процессов при взаимодействии твердых тел в системах, формы идеализированных законов $f(x_n, y_n, z_n, \tau)$ все с большей точностью отражают реальные физические явления.

Покажем это на примере эволюции идеализированного закона распределения плотности тепловыделения, вызванного трением на площадке контакта между стружкой и передней поверхностью резца. В ранних работах по теплофизике резания тепловыделение на этой площадке полагалось равномерным (вариант 1, рис. 1.18). В дальнейшем экспериментальным путем было установлено, что силы трения на площадке контакта распределены неравномерно по закону, близкому к нормальному. В связи с этим и тепловыделение стали описывать несимметричным законом нормального распределения (вариант 2). Впоследствии было установлено, что на площадке контакта имеют место два вида трения. Вблизи режущей кромки, в зоне высоких давлений, возникает внутреннее трение в прирезцовых слоях стружки, а далее, в зоне более низких давлений — внешнее трение между стружкой и резцом. В соответствии с этим был вторично скорректирован закон изменения плотности тепловыделения. Он представлен в виде комбинации двух законов распределения — равномерного и экспоненциального (вариант 3).

На рис. 1.19 приведены законы распределения плотности тепловыделения, часто используемые при теплофизическом анализе технологических подсистем. Для простоты изображения эти законы даны для одномерных источников, поскольку из одномерных всегда можно сконструировать двух- или трехмерные законы. Математическое описание функций $f(x_n)$ приведено в табл. 1.1.

Приняв тот или иной вид функции $f(x_n, y_n, z_n, \tau)$ и зная q_0 , можем рассчитать количество теплоты по формуле (1.47). На практике, однако, при анализе тепловых процессов в технологических подсистемах приходится, как правило, решать обратную задачу. Обычно известны количество теплоты Q или средняя мощность тепловыделения W за время τ и требуется при заданном законе распределения определить наибольшую плотность q_0 . Полагая,

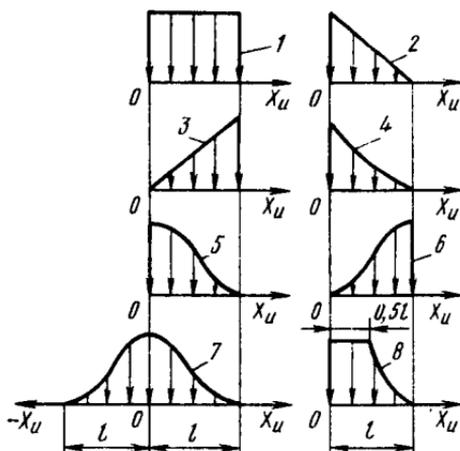


Рис. 1.19. Графическая интерпретация законов распределения плотности тепловыделения (см. табл. 1.1)

что закон распределения не зависит от времени, и подставляя выражение (1.48) в уравнение (1.47), получаем

$$q_0 = \frac{Q}{\tau I} = \frac{W}{I}, \quad (1.49)$$

где

$$I = \iiint_V f(x_n, y_n, z_n) dx_n dy_n dz_n. \quad (1.50)$$

Формула (1.49) справедлива для трех-, двух- и одномерных источников. Различие будет лишь в интеграле I , который для двумерного источника примет вид

$$I_2 = \iint_F f(x_n, y_n) dx_n dy_n, \quad (1.51)$$

а для одномерного

$$I_1 = \int_l f(x_n) dx_n. \quad (1.52)$$

Для двумерного равномерно распределенного источника (рис. 1.19) $f(x_n) = f(y_n) = 1$; $I_2 = \int_0^b dy_n \int_0^a dx_n = ab$ и $q_0 = \frac{W}{ab}$.

Если двумерный источник распределен по нормальному несимметричному закону в направлении оси x_n и равномерно — вдоль оси y_n , то $f(x_n) = \exp[-k_0 x_n^2]$ и $f(y_n) = 1$. Тогда

$$I_2 = \int_0^b dy_n \int_0^l \exp[-k_0 x_n^2] dx_n = b \int_0^l \exp[-k_0 x_n^2] dx_n.$$

Известно, что

$$\int_{u_1}^{u_2} \exp[-\rho^2 u^2] du = \frac{\sqrt{\pi}}{2\rho} (\operatorname{erf}[\rho u_2] - \operatorname{erf}[\rho u_1]), \quad (1.53)$$

где $\operatorname{erf}[\chi]$ — функция, называемая интегралом вероятностей или интегралом ошибок (от французского *erreur fonction* — функция ошибок). Функция $\operatorname{erf}[\chi]$, значения которой в зависимости от аргумента χ табулированы [4], имеет следующие свойства: $\operatorname{erf}[0] = 0$; $\operatorname{erf}[\infty] = 1$; $\operatorname{erf}[-\chi] = -\operatorname{erf}[\chi]$. С учетом свойств функции получаем

$$I_2 = \frac{b \sqrt{\pi}}{2 \sqrt{k_0}} \operatorname{erf}[l \sqrt{k_0}]$$

и далее

$$q_0 = \frac{2W \sqrt{k_0}}{b \sqrt{\pi} \operatorname{erf}[l \sqrt{k_0}]}. \quad (1.54)$$

Обратим внимание на то, что коэффициент k_0 имеет размерность m^{-2} .

С точностью, достаточной для инженерных расчетов, функция $\operatorname{erf}[\chi]$ может быть аппроксимирована выражением

$$\operatorname{erf}[\chi] \approx \sqrt{1 - \exp[-1,26\chi^2]}. \quad (1.55)$$

Для осесимметричных источников закон распределения плотности тепловыделения удобно задавать в полярной, цилиндрической или сферической системах координат. Рассмотрим, например, двумерный круговой источник с нормальным законом распределения (рис. 1.20). Для него $f(r) = \exp[-k_0 r^2]$. Выделим на пятне контакта диаметром $2R$ элементарный участок площадью $r d\varphi dr$. Тогда

$$W = q_0 \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^R r \exp[-k_0 r^2] dr.$$

Положив $k_0 r^2 = u$, после интегрирования получаем

$$q_0 = \frac{W k_0}{\pi (1 - \exp[-k_0 R^2])}.$$

Функция $\exp[-k_0 R^2]$, описывающая закон распределения тепловых потоков, обращается в нуль при $R \rightarrow \infty$. Следовательно, теоретически пятно контакта нормально-кругового источника имеет бесконечные размеры. Однако уже при $k_0 R^2 \geq 3$ $\exp[-k_0 R^2] \leq 0,05$, т. е. ордината кривой, описывающей закон распределения, на окружности радиусом $R = \sqrt{3/k_0}$ составляет только 5% ординаты в центре источника. Полагая $k_0 R^2 \approx 3$, получаем

$$q_0 \approx W/R^2. \quad (1.56)$$

Аналогично рассчитывают величину q_0 для источников с другими законами распределения.

Скорость перемещения и длительность функционирования источников. По скорости перемещения источники разделяются на неподвижные ($v = 0$), движущиеся ($v \neq 0$) и быстродвижущиеся ($v > V$). Быстродвижущиеся — это источники, скорость v перемещения которых превышает скорость V распространения теплоты в данном теле. Чтоб определить, является ли данный источник быстродвижущимся, следует рассчитать безразмерный критерий Пекле

$$Pe = vl/\omega, \quad (1.57)$$

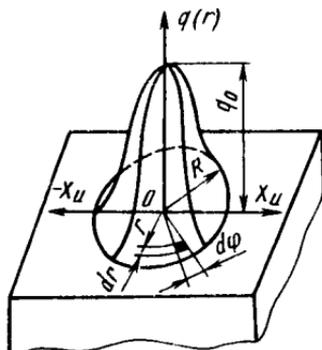


Рис. 1.20. Источник теплоты с нормально-круговым законом распределения плотности тепловыделения

где l — длина источника в направлении перемещения, м; v — скорость перемещения источника, м/с; ω — коэффициент теплопроводности материала, в котором (или по которому) перемещается источник, м²/с.

Если окажется, что $Pe \geq 10$, то источник можно отнести к быстродвижущимся. Поскольку скорость перемещения быстродвижущегося источника превышает скорость распространения теплоты, то теплота впереди него не распространяется, а только под источником и позади. Многие из источников и стоков теплоты, действующие в технологических подсистемах, оказываются быстродвижущимися.

На примере числа Пекле мы впервые встретились с одним из критериев (инвариантов) подобия, широко используемых в расчетах по теплотехнике, гидравлике, аэродинамике и др. Критерии подобия, представляющие собой безразмерные комплексы, позволяют при теплофизическом анализе сокращать число переменных и обобщать результаты анализа целого класса подобных явлений.

Длительность функционирования источника характеризуют безразмерным критерием

$$Fo = \omega\tau/l^2, \quad (1.58)$$

где τ — время, в течение которого действует источник.

Безразмерный комплекс Fo носит название критерия Фурье или безразмерного времени. По длительности функционирования источники можно разделить на мгновенные ($Fo \rightarrow 0$), действующие в течение конечного промежутка времени ($Fo > 0$) и действующие столь длительное время, что процесс теплообмена под влиянием источника можно полагать установившимся ($Fo \rightarrow \infty$). Предельные значения критерия Fo , соответствующие переходу от одной разновидности источника к другой, зависят от конкретной теплофизической обстановки в технологической подсистеме или теле.

Мгновенных источников на практике не существует, но в некоторых процессах тепловыделение происходит столь коротковременно, что длительностью этого импульса можно пренебречь. Мгновенный источник используют также как некоторую абстракцию, позволяющую конструировать математические выражения для описания процесса распространения теплоты в сложных случаях.

Начальные и граничные условия. Начальные условия отвечают на вопрос о том, каково было температурное поле в момент времени, принятый за начало отсчета. Они описываются выражением $\theta|_{\tau=0} = f_0(x, y, z)$. Очень часто температура компонентов технологических подсистем в начальный момент времени может быть принята равной температуре θ_0 окружающей среды, т. е. $f_0(x, y, z) = \theta_0$. В этом случае удобно, как отмечалось выше, вести расчет в так называемых избыточных температурах, условно считая, что $f_0(x, y, z) = 0$, а затем по окончании расчета к результату прибавляя θ_0 .

Граничными называются условия взаимодействия поверхностей тел с окружающей средой или другими телами. Различают несколько разновидностей граничных условий. При граничных условиях первого рода (ГУ1) предполагают, что известен закон распределения температур на граничных поверхностях тела $\theta_s = f_s(x, y, z, \tau)$. Пусть, например, требуется определить температурное поле внутри какой-либо детали или инструмента. Сделать это экспериментальным путем, не разрушая объект измерения, довольно трудно, измерить же температуру на поверхности детали, инструмента или другого твердого тела экспериментальным путем значительно проще, это может быть выполнено без повреждения объекта. Если мы знаем ГУ1 в виде закона распределения температур на поверхностях тела, то, решая дифференциальное уравнение теплопроводности, можем рассчитать поле температур внутри детали, инструмента и т. д. Частным случаем ГУ1 является условие изотермичности поверхностей тела, т. е. $\theta_s = \theta_1 = \text{const}$.

Граничные условия второго рода (ГУ2) предусматривают, что известен закон распределения плотности тепловых потоков $q_s = \varphi(x, y, z, \tau)$, следующих через граничные поверхности. В частном случае $q_s = 0$. Это означает, что рассматриваемая поверхность не обменивается теплотой с окружающей средой, т. е. является адиабатической. Выполняя тепловые расчеты, относящиеся к технологическим подсистемам, во многих случаях с достаточной для практики точностью можно пренебречь теплообменом той или иной поверхности (или ее участка) с окружающей средой, т. е. принять $q_s = 0$, что упрощает расчет.

Граничные условия третьего рода (ГУ3) используют в том случае, когда теплообменом поверхности с окружающей средой пренебречь нельзя. В этом случае должны быть заданы температура θ_0 среды, с которой соприкасается данное тело, и так называемый коэффициент теплоотдачи α , Вт/(м²·°С), характеризующий теплообмен между средой и поверхностью (см. гл. 3).

Согласно закону Ньютона—Рихмана плотность теплового потока пропорциональна разности температур поверхности θ_s и окружающей ее среды θ_0 , т. е.

$$q_s = \alpha (s - \theta_0). \quad (1.59)$$

Формула (1.59) дает возможность определить количество теплоты q_s , Вт/м², которое в единицу времени с единицы поверхности отводится в окружающую среду. Как следует из закона Фурье [см. (1.9)], к поверхности тела подводится поток

$$q_s = -\lambda \text{grad } \theta_s = -\lambda \frac{\partial \theta_s}{\partial n}.$$

Следовательно,

$$\alpha (\theta_s - \theta_0) = -\lambda \frac{\partial \theta_s}{\partial n} \quad \text{или} \quad \frac{\partial \theta_s}{\partial n} = -\frac{\alpha}{\lambda} (\theta_s - \theta_0). \quad (1.60)$$

Выражение (1.60) представляет собой математическое описание граничных условий третьего рода.

Граничные условия четвертого рода (ГУ4) возникают тогда, когда рассматриваемое твердое тело находится в безазорном контакте с другим твердым телом и между ними происходит теплообмен. Этот вариант граничных условий весьма часто встречается в теплофизике технологических процессов. Например, при обработке давлением детали штампа практически безазорно соприкасаются с обрабатываемой заготовкой; при резании металла поверхности инструмента на определенных участках соприкасаются со стружкой и заготовкой. При граничных условиях четвертого рода, когда контакт между телами идеален, температура в любой точке поверхности соприкосновения как со стороны одного, так и со стороны другого тела одна и та же, т. е.

$$\theta_{s1} = \theta_{s2}. \quad (1.61)$$

С целью упрощения расчетов часто вместо равенства температур в каждой точке контакта в качестве ГУ4 принимают равенство средних температур на поверхности контакта, т. е. вместо формулы (1.61) полагают

$$\bar{\theta}_{s1} = \bar{\theta}_{s2}. \quad (1.62)$$

Граничные условия четвертого рода, как будет показано в гл. 2, используют при решении балансовых задач, т. е. при анализе распределения теплоты между телами, находящимися в контакте. Распределив между соприкасающимися телами теплоту, образующуюся на контактной поверхности, и рассчитав плотность теплового потока в каждом из тел, далее пользуются граничными условиями второго рода.

Заканчивая рассмотрение вопроса о граничных условиях, отметим, что на разных участках реальных тел могут иметь место различные граничные условия. Рассмотрим, например, процесс плоского шлифования заготовки торцом чашечного круга (см. рис. 1.16). Если решена задача о распределении теплоты шлифования между кругом и заготовкой, то по отношению к заготовке имеем следующие граничные условия: ГУ3 — на поверхности соприкосновения с жидкостью; ГУ2 — на контактной поверхности с кругом, где известна плотность теплового потока, и на торце заготовки, который можно считать адиабатическим, если пренебречь его теплоотдачей в воздух; ГУ4 — на поверхности, где заготовка соприкасается с магнитным столом станка.

1.6. КОДИРОВАНИЕ ТЕПЛОВЫХ ЗАДАЧ

Решая задачи, относящиеся к тепловым процессам (тепловые задачи) в технологических подсистемах, мы сталкиваемся с значительным количеством вариантов условий однозначности. При этом полная запись особенностей этих условий

оказывается довольно громоздкой, например: двумерный источник, плоская площадка которого ограничена в двух направлениях, симметрично нормально распределенный по направлению оси x_n , равномерно распределенный по оси y_n , движется с заданной скоростью в течение длительного времени по поверхности полупространства с граничными условиями третьего рода. Сокращение записи может быть достигнуто путем кодирования отдельных признаков источника и нагреваемого тела, а также с помощью кода, описывающего условия тепловой задачи в целом. Кодирование имеет смысл не только для упрощения нотации, но и (что не менее важно) для подготовки программ машинного счета.

Кодированная запись тепловой задачи для каждого из источников или стоков теплоты состоит из трех групп символов и имеет вид

$\frac{MKO}{P. CD} TU$

Первая группа символов содержит информацию о мерности (**М**), конфигурации зоны тепловыделения (**К**) и ограниченности (**О**) источника. Вторая группа информирует о законах распределения плотности тепловыделения по осям координат (**Р**), скорости движения источника (**С**) и длительности его функционирования (**Д**). Третья группа, состоящая из двух символов, фиксирует форму тела (**Т**), на котором действует источник, и род граничных условий (**У**).

Каждому из символов в конкретных условиях соответствует одна цифра (табл. 1.2). Исключение составляет символ **Р**, который при постановке в код тепловой задачи должен содержать три цифры, поскольку должно быть указано распределение плотности теплообразующих потоков по всем трем осям координат. Если мерность источника такова, что плотность потоков распределяется по двум или только по одному направлению, то на соответствующих местах в символе **Р** должны быть поставлены нули.

Проиллюстрируем кодирование на примере условий задачи, с которой мы начали этот параграф. Примем **М**=2 (источник двумерный); **К**=1 (площадка плоская прямоугольная); **О**=2 (источник ограничен по двум направлениям), **Р**=710 (по оси x_n распределение симметричное нормальное, по оси y_n — равномерное, по оси z_n — нет, так как источник двумерный). Далее **С**=1 (источник движется); **Д**=2 (действует длительно); **Т**=1 (на полупространстве) и **У**=3 (при ГУЗ). Итак, полный код рассматриваемой задачи имеет вид

$$+ \frac{212}{710.12} 13.$$

1.2. Кодирование тепловых задач. Структура кода $\frac{МКО}{Р. СД}$ ТУ

Символ	Признак источника и тела	Коды
М К	Точечный; одно-, двух- и трехмерный	0; 1; 2; 3
	Прямой, плоский (полосовой, прямоугольный), призматический	1
	Кольцевой, круговой, цилиндрический	2
	Шаровой	3
О	Неограниченный; ограниченный по направлению одной, двух или трех осей координат	0; 1 2; 3
Р (см. рис. 1.19, табл. 1.1)	Распределенный равномерно	1
	Распределенный линейно	2; 3
	Распределенный по экспоненте	4
	Нормально распределенный несимметричный	5; 6
	Нормально распределенный симметричный	7
	Комбинированный	8
С	Неподвижный; движущийся; быстро движущийся	0; 1; 2
Д	Мгновенный, действующий некоторое время; действующий длительно (процесс установился)	0; 1; 2
Т (рис. 1.15)	Неограниченное тело; полупространство; пластина; параллелепипед	0; 1; 2; 3
	Стержень неограниченный	4
	Стержень, ограниченный с одной стороны	5
	Стержень конечной длины	6
	Цилиндр	7
	Клин	8
	Шар	9
У	Граничные условия 1, 2, 3, 4 рода	1; 2; 3; 4

Знак «плюс» означает, что в данном случае действует источник, а не сток теплоты, для которого в записи был бы знак «минус». При описании закона распределения плотности теплового потока принято (как это будем делать и в дальнейшем для движущихся источников), что ось координат x_n направлена вдоль вектора скорости движения.

Если твердое тело подвергается воздействию нескольких источников и стоков теплоты, то код задачи содержит несколько членов. Например, для условий, показанных на рис. В.3, при описании установившегося процесса теплообмена в режущем инструменте, полагая, что последний имеет форму клина, запишем код в виде

$$+ \frac{212}{810.02} 83 - \frac{212}{110.02} 82.$$

Первая часть кода соответствует условиям подвода теплоты со стороны передней поверхности инструмента в предположении, что плоский источник теплоты распределен по направлению схода стружки неравномерно, а передняя поверхность омывается охлаждающей жидкостью. Вторая часть кода описывает распределенный равномерно сток теплоты в заготовку с площадки контакта OS , причем принято, что задняя поверхность резца за пределами контактной площадки не отдает теплоту в окружающий воздух.

Система кодов используется в дальнейшем при описании тепловых процессов в твердых телах, являющихся компонентами технологических подсистем.

Вопросы для самопроверки к пп. 1.5 и 1.6

1. Для чего выполняется схематизация компонентов технологических подсистем при описании процессов теплообмена? Какими общими соображениями следует руководствоваться, принимая большую или меньшую степень детализации подсистемы при схематизации?

2. Перечислите основные условия однозначности, дополняющие дифференциальное уравнение теплопроводности при решении конкретных задач.

3. Чем отличаются пассивные граничные поверхности от активных? Какие манипуляции можно выполнять с пассивными граничными поверхностями при схематизации формы тел?

4. Как определить количество теплоты, выделенной источником за некоторое время, если известны максимальная плотность тепловыделения и закон распределения потоков на площадке контакта между источником и нагреваемым телом?

5. Перечислите основные свойства функции, называемой интегралом вероятности.

6. Каковы особенности быстродвижущихся источников теплоты?

7. Назовите различные виды граничных условий и дайте каждому из них краткую характеристику.

8. Из каких групп символов состоит код, описывающий особенности тепловых задач?

Задачи к пп. 1.5 и 1.6

13. При изготовлении отверстия $D = 20$ мм в стальной заготовке (рис. 1.21) к сверлу, вращающемуся с частотой $n = 300$ мин⁻¹, приложен момент $M = 66$ Н·м. Работа сверления полностью переходит в теплоту. В первом приближении можно принять, что теплота выделяется непосредственно на режущих кромках инструмента. Рассчитать плотность потока в точке O на наружном диаметре сверла при следующих вариантах законов тепловыделения: 1) равномерно вдоль режущих кромок (длиной поперечной кромки Δ пренебречь); 2) пропорционально скорости резания в каждой точке кромки; 3) по экспоненциальному закону.

Алгоритм решения и комментарии к нему:

а) рассчитать тепловую мощность процесса, приходящуюся на одну кромку ($W = 1036$ Вт);

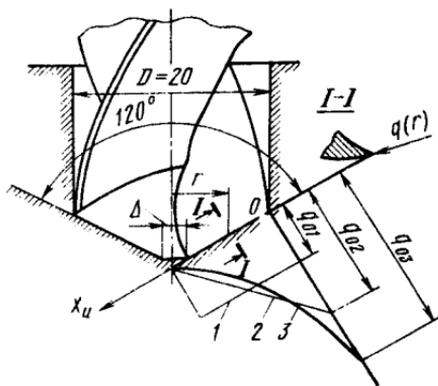


Рис. 1.21. Распределение плотности тепловыделения на кромке сверла: 1 — равномерное; 2 — по линейному закону; 3 — по экспоненциальному закону

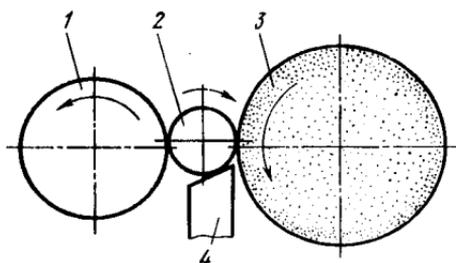


Рис. 1.22. Схема процесса бесцентрового шлифования:

1 — ведущий круг; 2 — заготовка; 3 — режущий круг; 4 — опорный нож

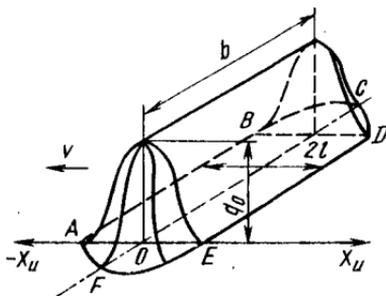


Рис. 1.23. Закон распределения плотности источника тепловыделения при нагревании поверхности заготовки широкой газовой горелкой

б) положить начало координат в точке O , ось X_H направить вдоль режущей кромки (см. рис. 1.21);

в) рассчитать плотность тепловыделения по варианту 1 ($q_{01} \approx 8,98 \cdot 10^4$ Вт/м);

г) полагая, что тепловыделение в центре сверла близко к нулю, написать линейный закон распределения в пределах $0 \leq x_H \leq R/\cos 30^\circ$ [$f(x_H) = 1 - x_H \cos 30^\circ/R$];

д) по формуле (1.52) при известном законе $f(x_H)$ рассчитать значение I_1 для второго варианта и далее по формуле (1.49) — плотность потока q_{02} ($q_{02} \approx 18 \times 10^4$ Вт/м);

е) имея в виду, что значения $\exp[-3] \approx 0$, написать, пользуясь табл. 1.1, экспоненциальный закон распределения плотности потоков [$f(x_H)] = \exp[-3x_H \cos 30^\circ/R]$];

ж) по формуле (1.52) рассчитать значения I_1 для третьего варианта ($I_1 \approx 0,385$) и по формуле (1.49) — плотность потока q_{03} ($q_{03} \approx 26,9 \cdot 10^4$ Вт/м).

14. При врезном бесцентровом шлифовании (рис. 1.22) 11,8 % мощности $W = 5$ кВт расходуется на трение в механизмах станка, а 1,5 % — на преодоление трения между заготовкой и опорным ножом. Окружная скорость вращения заготовки $v_1 = 24$ м/мин, сила трения между заготовкой и ведущим кругом $P_T = 215$ Н. Полагая все источники тепловыделения одномерными, равномерно распределенными по ширине $b = 80$ мм обрабатываемой поверхности (размер, перпендикулярный к плоскости чертежа), выполнить кодирование тепловой задачи для заготовки и определить плотность теплообразующих потоков в местах ее соприкосновения с кругами и ножом.

Ответ: $q_{01} \approx 5,31 \cdot 10^6$ Вт/м²; $q_{02} \approx 0,11 \cdot 10^6$ Вт/м²;
 $q_{03} \approx 0,094 \cdot 10^6$ Вт/м².

15. При нагревании массивной заготовки пламенем широкой газовой горелки плотность тепловыделения по поверхности пятна нагрева распределена по закону, показанному на рис. 1.23. Кривые нормального распределения имеют коэффициент сосредоточенности $k_0 = 3/l^2$ (см. табл. 1.1). Пятно нагрева медленно движется в направлении v ; за пределами этого пятна теплоотдача заготовки в окружающую среду пренебрежимо мала. Представляя источник теплоты в виде трех самостоятельных частей, написать код тепловой задачи для заготовки. Определить наибольшую плотность q_0 потока, если известно, что за τ секунд источник выделил Q джоулей теплоты.

Ответ: $q_0 \approx \frac{1,95 \cdot 10^4 Q}{\tau l (b + 0,98l)}$, Вт/м².

МЕТОДЫ ОПИСАНИЯ ПРОЦЕССОВ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ В ТВЕРДЫХ ТЕЛАХ, УЧАСТВУЮЩИХ В ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

2.1. МЕТОД НЕПОСРЕДСТВЕННОГО ИНТЕГРИРОВАНИЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ

Предположим, что сделана необходимая схематизация тел и источников, участвующих в теплообмене. Теперь для каждого компонента технологической системы или подсистемы должно быть написано и с учетом конкретных условий однозначности решено дифференциальное уравнение теплопроводности. Существуют три основные группы методов решения дифференциального уравнения теплопроводности: аналитические, численные и методы математического моделирования.

К аналитическим относятся классический метод непосредственного интегрирования, метод интегральных преобразований и метод источников. При методе непосредственного интегрирования дифференциального уравнения решение выполняют одним из известных способов, например разделением переменных. Покажем применение этого метода при решении одномерной стационарной задачи. Примером, иллюстрирующим такую задачу, является определение температурного поля в инструменте при иглофрезеровании.

В современном машиностроении используют процесс обработки деталей инструментом, поверхность которого (например, торец) снабжена большим количеством жестких металлических проволочек (игл). Такой инструмент позволяет повышать чистоту поверхности заготовки, придавать ей некоторое упрочнение. При назначении режима работы, в частности частоты вращения металлической щетки, важно рассчитать температуру иголки на рабочем торце, так как от нее зависит изнашивание инструмента и качество обработанной поверхности.

Схематизируя процесс, представим иголку как стержень, на торце которого действует источник теплоты, возникающий в результате преобразования механической энергии трения в тепловую (рис. 2.1). Граничные условия: а) на нижнем торце иголки задана плотность теплового потока, т. е. $\Gamma \dot{Q}_2$:

$$x = 0; \quad q_0 = -\lambda \frac{\partial \theta}{\partial x}; \quad (2.1)$$

б) поскольку конец проволочки заделан в массивный корпус инструмента и не успевает прогреваться, можно предположить,

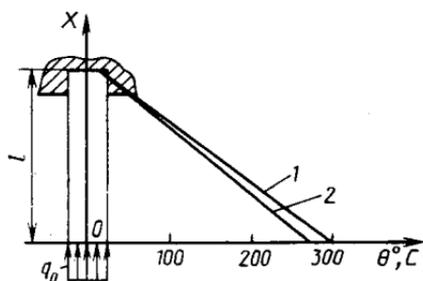


Рис. 2.1. Распределение температур в стержне:

1 — при $\lambda = \text{const}$; 2 — при $\lambda = \lambda(\theta)$

что на верхнем (нерабочем) торце температура равна температуре окружающей среды

$$x = l; \quad \theta(l) = \theta_0, \quad (2.2)$$

т. е. имеем типичный случай пассивной границы с ГУ1;

в) теплоотдачей с боковой поверхности проволоочки в первом приближении можем пренебречь, т. е. считать эту поверхность адиабатической, значит, $\partial\theta/\partial z = 0$; $\partial\theta/\partial y = 0$. В первом приближении можем также считать, что $\partial\theta/\partial \tau = 0$, так как опыт пока-

зывает, что температура иголки при обработке достаточно широких поверхностей быстро устанавливается. Тогда дифференциальное уравнение теплопроводности приводится к виду (1.44): $\partial^2\theta/\partial x^2 = 0$. Интегрируя это уравнение первый раз, получаем $\partial\theta/\partial x = C_1$. Далее, разделив переменные $d\theta = C_1 dx$ и интегрируя второй раз, имеем $\theta(x) = C_1 x + C_2$.

Для определения постоянных интегрирования используем граничные условия (2.1) и (2.2). Тогда

$$\theta(x) = \frac{q_0}{\lambda}(l-x) + \theta_0. \quad (2.3)$$

Выражение (2.3) представляет собой решение дифференциального уравнения теплопроводности для одномерной задачи. Оно показывает, что при принятых условиях однозначности изменение температуры по длине стержня подчинено линейному закону.

Обратим внимание на то, что, решая задачу о распространении теплоты в стержне, мы не учитывали зависимость коэффициента теплопроводности от температуры. Если бы было необходимо учесть зависимость $\lambda(\theta)$, то вместо формулы (1.44) мы должны были воспользоваться выражением (1.45) и интегрировать его с помощью функции φ [формула (1.12)]. При линейной зависимости $\lambda(\theta) = \lambda_0 + m\theta$ интегрирование приводит к выражению

$$\theta(x) = -\frac{\lambda_0}{m} + \sqrt{\frac{\lambda_0^2}{m^2} + \frac{2q_0}{m}(l-x)} + \theta_0. \quad (2.4)$$

На рис. 2.1 сопоставлены законы изменения температур по длине иголки, изготовленной из стали, для которой $\lambda = 42-0,02\theta$ при $q_0 = 400$ Вт/м, $l = 0,03$ м, $\theta_0 = 20$ °С. Как видно, распределение температур здесь мало отличается от линейного закона, причем наибольшее различие между температурами, рассчитанными по формулам (2.3) и (2.4), не выходит за пределы 6 %.

Применяя метод непосредственного интегрирования для решения сравнительно несложной задачи о температуре стержня, мы сделали целый ряд упрощающих допущений. В частности, исключили из рассмотрения период нестационарного процесса нагревания, положив $\partial\theta/\partial\tau = 0$. Если бы мы не сделали этого, то решение существенно усложнилось бы. В том случае, когда периодом нестационарного теплообмена пренебречь нельзя, решение соответствующего дифференциального уравнения теплопроводности находят в виде произведения двух функций, одна из которых зависит только от времени, а вторая — от координат. Для одномерной задачи эта функция имеет вид

$$\theta(x, \tau) = \mu(x) \psi(\tau). \quad (2.5)$$

Подставляя (2.5) в выражение (1.4), получаем

$$\frac{\partial\psi(\tau)}{\partial\tau} \mu(x) = \omega \frac{\partial^2\mu(x)}{\partial x^2} \psi(\tau).$$

Разделив переменные

$$\frac{1}{\psi(\tau)} \frac{\partial\psi(\tau)}{\partial\tau} = \frac{\omega}{\mu(x)} \frac{\partial^2\mu(x)}{\partial x^2},$$

после интегрирования можем получить

$$\theta(x, \tau) = C_1 [C_2 \sin(\rho x) + C_3 \cos(\rho x)] \exp[-\omega\rho^2\tau],$$

где ρ , C_1 , C_2 и C_3 — коэффициенты, которые определяются с помощью граничных и начальных условий.

Еще более сложным окажется решение для двух- и трехмерных задач при более сложной форме тел и источников. Сложность, а иногда и невозможность непосредственного интегрирования дифференциального уравнения теплопроводности при условиях однозначности, соответствующих тепловым процессам в технологических системах, приводит к тому, что этот метод решения в технологической теплофизике применяют сравнительно редко, главным образом для простых одномерных задач.

Методы интегральных преобразований (операционные), в частности метод Лапласа, используют при решении отдельных задач теплофизики технологических процессов. Согласно методу Лапласа отыскивается не сама интересующая нас функция, так называемый оригинал, а ее видоизмененное изображение, что облегчает интегрирование дифференциального уравнения. После решения задачи в изображениях производится переход от изображения к оригиналу — искомой функции распределения температур.

2.2. ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ МЕТОДА ИСТОЧНИКОВ ТЕПЛОТЫ

В технологической теплофизике значительно чаще, чем методы непосредственного интегрирования и интегральных преобразований, применяют метод источников теплоты. Он пред-

ставляет собой гибкий, удобный в инженерных приложениях математический аппарат, позволяющий описывать тепловые явления в различных технологических системах. С помощью метода источников сравнительно просто можно написать интеграл, удовлетворяющий дифференциальному уравнению теплопроводности и условиям однозначности; дальнейшей задачей является лишь вычисление интеграла. В этом одно из преимуществ метода источников по сравнению с другими аналитическими методами, где отыскание вида интеграла, удовлетворяющего дифференциальному уравнению теплопроводности и условиям однозначности, представляет для более или менее сложных технологических условий значительные трудности.

Основные положения метода источников состоят в следующем.

1. Источник или сток любой формы, движущийся или неподвижный, действующий временно или непрерывно, может быть представлен как система точечных мгновенных источников (стоков) теплоты. Назовем это положение *принципом конструирования решений*.

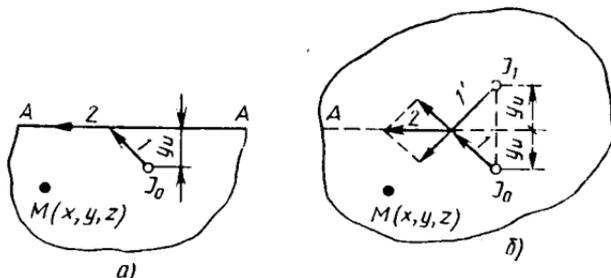
2. Процесс распространения теплоты в теле ограниченных размеров может быть представлен как процесс распространения теплоты в неограниченном теле, если фактически действующие источники дополнить некоторой системой фиктивных источников или стоков теплоты. Это положение назовем *принципом отражения источников*.

Рассмотрим методику применения принципа конструирования решений. В соответствии с этим принципом одномерный источник в виде линии представляют как бесконечное множество точечных источников, поставленных рядом и действующих одновременно. Двумерный источник представляют как совокупность бесконечного множества точечных, занимающих часть поверхности, очерченную контурами источника. Аналогично можно представить источник любой формы как ту или иную конструкцию, состоящую из точечных источников теплоты.

Теперь рассмотрим интерпретацию времени функционирования источника. Если источник действует в течение времени τ , то его можно представить в виде системы мгновенных точечных источников, вспыхивающих и гаснущих с весьма большой частотой, когда период времени между вспышками $\Delta t \rightarrow 0$. В этом случае импульсы следуют друг за другом с бесконечно малым промежутком времени и в пределе образуют непрерывно функционирующий источник. Движение источника имитируют также рядом последовательных вспышек и гашений мгновенных импульсов, последовательно возникающих в различных точках траектории перемещения источника. Это легко уяснить, если вспомнить, что ряд последовательно зажигающихся и гаснущих лампочек создает иллюзию движения светового пятна.

Как следует из изложенного, принцип конструирования решений применяют для описания особенностей источников теплоты,

Рис. 2.2. Распределение теплоты в полупространстве с адиабатической поверхностью (к объяснению принципа отражения источников)



действующих в неограниченном теле, описание же особенностей формы нагреваемых тел и граничных условий на их поверхностях выполняют на основе принципа отражения источников. Покажем применение последнего при описании процесса распространения теплоты в полупространстве с адиабатической поверхностью (граничное условие второго рода $q_s = 0$). Пусть в полупространстве действует источник J_0 (рис. 2.2, а). Тепловой поток, движущийся от источника в каком-либо направлении 1 в сторону граничной поверхности, достигнув последней, в силу условия нетеплопроводности границы должен повернуть и далее двигаться в направлении 2. Если такой же источник действует в неограниченном теле (рис. 2.2, б), то тепловой поток пересечет плоскость AA, находящуюся внутри неограниченного тела, но не являющуюся граничной и адиабатической, и будет продолжать двигаться в направлении 1.

Теперь поместим в неограниченном теле симметрично источнику J_0 источник J_1 . Встречный тепловой поток, идущий в направлении $1'$, складываясь с тепловым потоком 1, создает равнодействующую, имеющую направление 2, т. е. то же направление, что и в полупространстве с адиабатической граничной поверхностью. Следовательно, процесс распространения теплоты в полупространстве можно представить как часть процесса в неограниченном теле, но с дополнительным источником J_1 . Поэтому температура $\theta_n(J_0)$ в любой точке $M(x, y, z)$ полупространства равна температуре аналогичной точки неограниченного тела $\theta_n(J_0) + \theta_n(J_1)$, где $\theta_n(J_0)$ и $\theta_n(J_1)$ — температуры, возникающие в неограниченном теле от источников J_0 и J_1 соответственно. Итак, при ГУ2 ($q_s = 0$)

$$\theta_n(J_0) = \theta_n(J_0) + \theta_n(J_1).$$

Если $y_n = 0$, то

$$\theta_n(J_0) = 2\theta_n(J_0). \quad (2.6)$$

Следовательно, источник, расположенный на адиабатической поверхности полупространства, вызывает в последнем температуру в 2 раза большую, чем такой же источник в неограниченном теле.

Теперь допустим, что на поверхности полупространства задано ГУ1 в виде постоянной температуры, условно принятой за

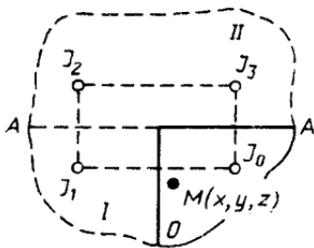


Рис. 2.3. Отражение источников для клина с углом 90°

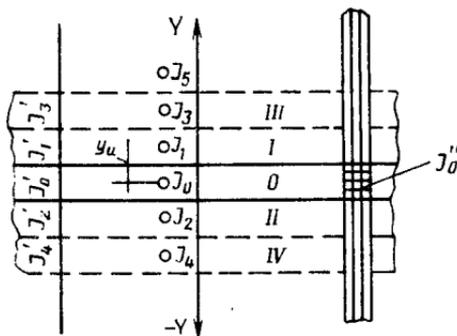


Рис. 2.4. Отражение источников для пластины с нетеплопроводными граничными поверхностями

начало отсчета, $\theta_S = 0$. Для того чтобы получить на поверхности AA в неограниченном теле температуру $\theta = 0$, надо нагрев источником J_0 компенсировать стоком теплоты (охлаждением) J_1 . Значит, при изотермической граничной поверхности $\theta_{II}(J_0) = \theta_{II}(J_0) - \theta_{II}(J_1)$. В этом случае, следовательно, надо мысленно создать систему из зеркально расположенных реального источника J_0 и фиктивного стока J_1 .

Рассмотрим еще один пример: бесконечный клин с углом $\beta = 90^\circ$ (рис. 2.3) при ГУ2 ($q_S = 0$). Чтобы перейти к неограниченному телу, нужно: вначале дополнить мысленно клин O отраженным клином I с фиктивным источником J_1 и получить полупространство; затем дополнить полупространство с источниками J_0 и J_1 полупространством II с фиктивными источниками J_2 и J_3 , расположенными симметрично источникам J_1 и J_0 относительно плоскости AA . Температура в точке M основного клина

$$\theta_{II}(J_0)|_{\beta=90^\circ} = \sum_{n=0}^3 \theta_{II}(J_n).$$

Итак, для того чтобы учесть ограниченность твердых тел и условия типа ГУ1 и ГУ2, надо выполнить отражение источников и стоков теплоты, мысленно прикладывая к основному (реальному) телу ряд подобных ему тел с фиктивными источниками или стоками теплоты, причем каждое из последующих тел должно являться зеркальным отражением предыдущего тела относительно плоскости их соприкосновения.

Проиллюстрируем сформулированное правило на примере плоской неограниченной пластины (рис. 2.4). К основной пластине O с источником J_0 прикладываем зеркально отраженные пластины I, II, III, \dots с источниками J_1, J_2, J_3, \dots . Поскольку этот процесс не имеет окончания, то $\theta_{II}(J_0) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \theta_{II}(J_n)$, где $\theta_{II}(J_0)$ — температура в пластине.

Предположим, что источник J_0 находится на одной из поверхностей пластины толщиной Δ . Тогда в результате отражения получим бесконечный ряд двойных источников $(J_0 + J_1) = (J_2 + J_4) = \dots = 2J_0$, а температурное поле будет представлено формулой

$$\theta_{\text{пл}}(J_0) = 2 \sum_{n=0}^{\infty} \theta_{\text{н}}(J_0, 2n\Delta), \quad (2.7)$$

где $\theta_{\text{н}}(J_0, 2n\Delta)$ читается так: температура, вызванная источником, характеристики которого (мощность, форма и т. д.) такие же, как источника J_0 , а положение определяется ординатой $y_{\text{н}} = 2n\Delta$.

Для решения задач, связанных с описанием процесса в технологических подсистемах, представляет интерес частный случай (рис. 2.4, слева), когда источник J_0 имеет вид линии, перпендикулярной к боковым сторонам пластины. Тогда, дополняя его отраженными источниками J'_1, J'_2, \dots , приходим к одномерному прямому неограниченному источнику. Пусть, например, источник J_0 неподвижен, действует некоторое время и плотность его тепловыделения равномерно распределена по ширине Δ . Тогда код тепловой задачи примет вид $\frac{111}{100.11} 22$. Однако в соответствии с изложенным выше, можем написать

$$\frac{111}{100.11} 22 \equiv \frac{110}{100.11} 01,$$

поскольку ограниченный источник в пластине с адиабатическими граничными поверхностями тождественен неограниченному источнику в неограниченном теле, а для последнего естественным граничным условием является температура $\theta_s = 0$ на бесконечном удалении от источника (ГУ1). Аналогично для двумерного быстро движущегося источника J''_0 (рис. 2.4, справа) запишем

$$\frac{212}{110.22} 22 \equiv \frac{211}{110.22} 01,$$

заменяя прямоугольный источник в пластине неограниченным полосовым источником в неограниченном теле.

Рассмотрев основные принципы метода источников, покажем, как эти принципы применяют на практике.

2.3. МГНОВЕННЫЕ ИСТОЧНИКИ В НЕОГРАНИЧЕННЫХ ТЕЛАХ

В соответствии с принципом конструирования решений сложные источники представляют в виде той или иной системы, состоящей из мгновенных точечных источников теплоты. Поэтому и температурное поле, возникающее под действием источника

сложной формы, получают методом суперпозиции (наложения) полей, возникающих под действием каждого из мгновенных точечных источников. Математическое выражение, описывающее температурное поле, которое возникает под действием мгновенного точечного источника, имеет вид

$$\theta(x, y, z, t) = \frac{Q}{\lambda \sqrt{\omega} (4\pi t)^{3/2}} \exp\left[-\frac{R^2}{4\omega t}\right], \quad (2.8)$$

где Q — количество теплоты, внесенной в тело источником; t — время, прошедшее от момента теплового импульса; λ и ω — теплофизические характеристики материала;

$$R = \sqrt{(x - x_n)^2 + (y - y_n)^2 + (z - z_n)^2}$$

— расстояние от места вспышки $J(x_n, y_n, z_n)$ до какой-либо точки тела $M(x, y, z)$.

Тепловая задача имеет код $\frac{000}{000.00} 01$, поскольку точечный источник не может иметь конфигурации, ограничения, закона распределения плотности по любой из осей, а решение (2.8) получено в предположении, что источник неподвижный, действует весьма короткое время и при $R \rightarrow \infty$ температура $\theta_s \rightarrow 0$ (граничное условие первого рода). Выражение (2.8) является так называемым фундаментальным решением дифференциального уравнения теплопроводности (1.36).

Чтобы описать с помощью формулы (2.8) температурные поля, возникающие под действием различных источников теплоты, в зависимости от поставленной задачи совершают один или два из следующих трех интегральных переходов: 1) от точечного источника к одно-, двух- или трехмерному; 2) от мгновенного источника к действующему непрерывно; 3) от мгновенного источника к движущемуся. Рассмотрим методику этих переходов. Перепишем выражение (2.8) в виде

$$\theta(x, y, z, t) = QF(R, t). \quad (2.9)$$

Представим одномерный источник, расположенный параллельно оси Z , в виде множества одновременно действующих элементарных точечных источников. Каждый из элементарных источников вносит в нагреваемое тело теплоту $dQ = Q(z_n) dz_n$, Дж, где $Q(z_n)$ — тепловыделение по длине одномерного источника, Дж/м. Элементарный источник, в соответствии с формулой (2.9), вызовет в нагреваемом теле повышение температуры $d\theta = Q(z_n) F(R, t) \times dz_n$. Полное повышение температуры тела под действием всех точечных источников, образующих одномерный, получим, совершая интегральный переход первого типа:

$$\theta(x, y, z, t) = \int_{z_{n1}}^{z_{n2}} Q(z_n) F(R, t) dz_n. \quad (2.10)$$

Интегрирование отражает суперпозицию элементарных температур. В соответствии с изложенным в п. 1.4, суперпозиция возможна только тогда, когда теплофизические характеристики материала приняты не зависящими от температуры. Заметим также, что $Q(z_n) = Q_1 f(z_n)$, где $f(z_n)$ — закон тепловыделения по длине источника.

В соответствии с формулами (2.8) и (2.9) запишем

$$\theta(x, y, z, t) = \frac{Q_1}{\lambda \sqrt{\omega} (4\pi t)^{3/2}} \exp\left[-\frac{(x-x_n)^2 + (y-y_n)^2}{4\omega t}\right] \times \\ \times \int_{z_{n1}}^{z_{n2}} f(z_n) \exp\left[-\frac{(z-z_n)^2}{4\omega t}\right] dz_n. \quad (2.11)$$

Применим выражение (2.11) к расчету температурного поля в задаче $\frac{110}{001.00}$ 01, т. е. при источнике одномерном, неограниченном, распределенном равномерно вдоль оси Z . Для него $f(z_n) = 1$, $z_{n1} = -\infty$, $z_{n2} = +\infty$. Используя подстановку $u = \frac{z-z_n}{\sqrt{4\omega t}}$, интеграл в выражении приводим к виду (1.53) и получаем

$$\theta(x, y, t) = \frac{Q_1}{4\pi\lambda t} \exp\left[-\frac{(x-x_n)^2 + (y-y_n)^2}{4\omega t}\right]. \quad (2.12)$$

Как видно из формулы (2.12), температурное поле для одномерного неограниченного источника не зависит от координаты z , т. е. оказывается плоским. Это соответствует физике процесса, поскольку при неограниченной длине равномерно распределенного источника отсутствует переток теплоты вдоль оси Z .

По аналогии с формулой (2.11) для двумерного источника получаем

$$\theta(x, y, z, t) = \frac{Q_2}{\lambda \sqrt{\omega} (4\pi t)^{3/2}} \exp\left[-\frac{(y-y_n)^2}{4\omega t}\right] \times \\ \times \int_{x_{n1}}^{x_{n2}} \exp\left[-\frac{(x-x_n)^2}{4\omega t}\right] dx_n \int_{z_{n1}}^{z_{n2}} f(x_n, z_n) \exp\left[-\frac{(z-z_n)^2}{4\omega t}\right] dz_n, \quad (2.13)$$

причем Q_2 имеет единицу измерения Дж/м². Применяя формулу (2.13) к задаче $\frac{210}{101.00}$ 01 (источник двумерный, неограниченный вдоль осей X и Z и равномерно распределенный в этих направлениях), получаем

$$\theta(y, t) = \frac{Q_2 \sqrt{\omega}}{2\lambda \sqrt{\pi t}} \exp\left[-\frac{(y-y_n)^2}{4\omega t}\right]. \quad (2.14)$$

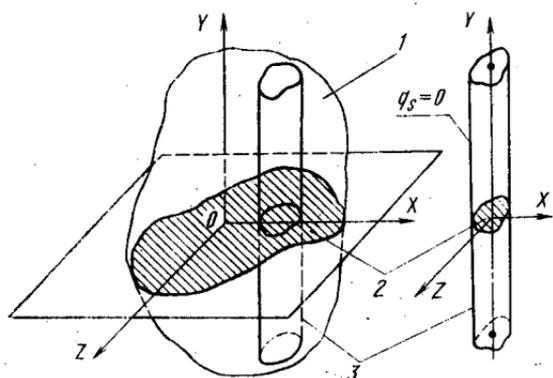


Рис. 2.5. Плоский равномерно распределенный источник теплоты в неограниченном теле и в стержне с адиабатическими граничными поверхностями

источника 2 может рассчитываться по формуле (2.14). В равной мере формула справедлива для расчета температур в отдельном стержне с любой конфигурацией поперечного сечения при условии, что его боковые поверхности не обмениваются теплотой с окружающей средой ($q_s = 0$). Следовательно,

$$\frac{212}{101.00} 42 \equiv \frac{210}{101.00} 01.$$

2.4. НЕПРЕРЫВНО ДЕЙСТВУЮЩИЕ ИСТОЧНИКИ

Рассмотрим интегральный переход второго типа, с помощью которого конструируются выражения для описания температурных полей, возникающих в неограниченных телах под действием неподвижных, непрерывно действующих источников теплоты. Непрерывное действие источника имитируем серией мгновенных тепловых импульсов, следующих друг за другом. Предположим, что первый из этих импульсов произошел в момент времени $t = 0$, принятый за начало отсчета. Второй, третий, i -й импульсы происходили соответственно в моменты времени t_1 ,

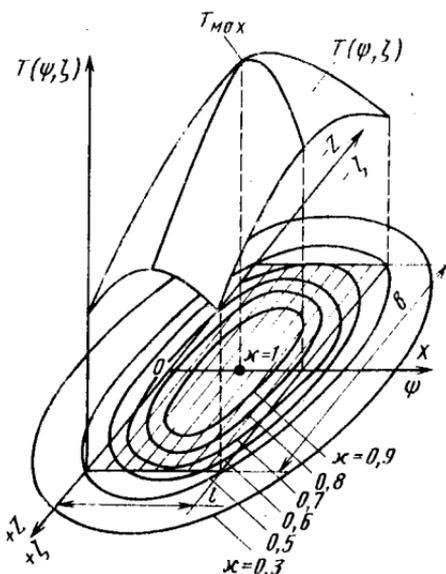


Рис. 2.6. Распределение температуры $T(\psi, \zeta)$ для двумерного неподвижного источника теплоты размерами $b \times l$

t_2, \dots, t_i . Нас интересует результат действия всех этих импульсов к моменту времени τ , который будем называть *моментом наблюдения*. Порция теплоты, внесенная в момент времени t_i , распространяясь по твердому телу в течение времени $\tau - t_i$, вызывает, как это следует из формулы (2.9), повышением температуры $d\theta = qF(R, \tau - t_i) dt_i$, где q — количество теплоты, выделяемой источником в единицу времени, Вт.

Все мгновенные точечные источники, следовавшие друг за другом с интервалом времени dt_i , вызовут в точке $M(x, y, z)$ к моменту наблюдения τ повышение температуры

$$\theta(x, y, z, \tau) = q \int_0^{\tau} F(R, \tau - t_i) dt_i. \quad (2.15)$$

Подставляя в формулу (2.15) значение функции $F(R, t)$ из (2.8) и (2.9), запишем

$$\theta(x, y, z, \tau) = \frac{q}{\lambda \sqrt{\omega} (4\pi)^{3/2}} \int_0^{\tau} \frac{dt_i}{(\tau - t_i)^{3/2}} \exp \left[-\frac{R^2}{4\omega(\tau - t_i)} \right].$$

Положив $p^2 = R^2/4\omega$, $u = 1/\sqrt{\tau - t_i}$ и используя формулу (1.53), получаем

$$\theta(x, y, z, \tau) = \frac{q}{4\pi\lambda R} \left(1 - \operatorname{erf} \left[\frac{R}{\sqrt{4\omega\tau}} \right] \right). \quad (2.16)$$

Формула (2.16) представляет собой решение тепловой задачи, код которой $\frac{000}{000.01} 01$. Если процесс нагревания тела непрерывно действующим точечным источником теплоты установился $\left(\frac{000}{000.02} 01 \right)$, то

$$\theta(x, y, z) = \frac{q}{4\pi\lambda R}. \quad (2.17)$$

Выражения (2.16) и (2.17) позволяют составлять формулы для расчета температурных полей в неограниченном теле, возникающих под действием одно-, двух- и трехмерных источников с различными законами теплообразования. Рассмотрим, например, двумерный прямоугольный источник теплоты, равномерно распределенный по площадке $b \times l$ (рис. 2.6). Для него при установившемся теплообмене в соответствии с уравнением (2.17)

$$\theta(x, y, z) = \frac{q_2}{4\pi\lambda} \int_0^l dx_n \int_{-0,5b}^{+0,5b} \frac{dz_n}{\sqrt{(x - x_n)^2 + y^2 + (z - z_n)^2}}.$$

Рассчитываем температурное поле в плоскости XOZ , считая $y = 0$. Обозначим

$$\psi = x/l; \quad \psi_n = x_n/l; \quad \zeta = z/l; \quad \zeta_n = z_n/l; \quad \eta = 0,5b/l,$$

т. е. перейдем, как это часто делают при теплофизическом анализе, к безразмерным величинам. Тогда

$$\theta(x, z) = \frac{q_2 l}{4\pi\lambda} \int_0^1 d\psi_{\text{н}} \int_{-\eta}^{+\eta} \frac{d\zeta_{\text{н}}}{V(\psi - \psi_{\text{н}})^2 + (\zeta - \zeta_{\text{н}})^2}$$

или $\theta(x, z) = \frac{q_2 l}{4\pi\lambda} T(\psi, \zeta),$ (2.18)

где q_2 — плотность теплообразования, Вт/м²;

$$T(\psi, \zeta) = \int_0^1 d\psi_{\text{н}} \int_{-\eta}^{+\eta} \frac{d\zeta_{\text{н}}}{V(\psi - \psi_{\text{н}})^2 + (\zeta - \zeta_{\text{н}})^2}$$

— закон распределения температур в безразмерном виде. Беря внутренний интеграл, получаем

$$T(\psi, \zeta) = \int_0^1 \ln |\zeta + \eta + V(\psi - \psi_{\text{н}})^2 + (\zeta + \eta)^2| d\psi_{\text{н}} -$$

$$- \int_0^1 \ln |\zeta - \eta + V(\psi - \psi_{\text{н}})^2 + (\zeta - \eta)^2| d\psi_{\text{н}}. \quad (2.19)$$

Обозначив $s = \psi - \psi_{\text{н}}$ и $a = \zeta \pm \eta$, рассмотрим интеграл $I = \int \ln |a + V s^2 + a^2| ds$. Интегрирование по частям при $u = \ln |a + V s^2 + a^2|$ и $dv = ds$ приводит к выражению

$$I = s \ln |a + V s^2 + a^2| - \int \frac{s^2 ds}{|a + V s^2 + a^2| V s^2 + a^2}.$$

Второе слагаемое в последнем выражении можно привести [9] к виду

$$I_1 = s - a \ln |s + V s^2 + a^2|.$$

Возвращаясь к переменной $\psi_{\text{н}}$, запишем

$$I = (\psi - \psi_{\text{н}}) \ln |\zeta \pm \eta + V(\psi - \psi_{\text{н}})^2 + (\zeta \pm \eta)^2| -$$

$$- (\psi - \psi_{\text{н}}) + (\zeta \pm \eta) \ln |\psi - \psi_{\text{н}} + V(\psi - \psi_{\text{н}})^2 + (\zeta \pm \eta)^2|. \quad (2.20)$$

Используя далее решение (2.20), подставляя пределы и приводя подобные, получаем

$$T(\psi, \zeta) = \psi \ln \left| \frac{\zeta + \eta + V\psi^2 + (\zeta + \eta)^2}{\zeta - \eta + V\psi^2 + (\zeta - \eta)^2} \right| -$$

$$- (\psi - 1) \ln \left| \frac{\zeta + \eta + V(\psi - 1)^2 + (\zeta + \eta)^2}{\zeta - \eta + V(\psi - 1)^2 + (\zeta - \eta)^2} \right| +$$

$$\begin{aligned}
 & + (\zeta + \eta) \ln \left| \frac{\psi + \sqrt{\psi^2 + (\zeta + \eta)^2}}{\psi - 1 + \sqrt{(\psi - 1)^2 + (\zeta + \eta)^2}} \right| - \\
 & - (\zeta - \eta) \ln \left| \frac{\psi + \sqrt{\psi^2 + (\zeta - \eta)^2}}{\psi - 1 + \sqrt{(\psi - 1)^2 + (\zeta - \eta)^2}} \right|. \quad (2.21)
 \end{aligned}$$

Формула (2.21) описывает безразмерное температурное поле в плоскости XOZ для тепловой задачи $\frac{212}{110.02}$ 01. Функция $T(\psi, \zeta)$ показана на рис. 2.6 в виде поверхности, построенной при $\eta = 1$, т. е. для источника, ширина которого b вдвое больше длины l . Здесь же приведены изотермы $\kappa = T(\psi, \zeta)/T_{\max}$, представляющие собой отношение температуры $T(\psi, \zeta)$ к ее наибольшему значению T_{\max} . Наибольшее значение температура имеет в точке $\psi = 0,5$; $\zeta = 0$.

Вопросы для самопроверки к пп. 2.1—2.4

1. Перечислите и коротко охарактеризуйте аналитические методы решения дифференциального уравнения теплопроводности.
2. В чем состоит принцип конструирования решений в методе источников? Приведите примеры.
3. Почему способ учета ограниченности тел в методе источников назван принципом отражения?
4. Напишите код тепловой задачи, если внутри неограниченной пластины с адиабатическими боковыми плоскостями вспыхнул и погас мгновенный двумерный источник теплоты, расположенный перпендикулярно к этим боковым сторонам. Коду какой другой тепловой задачи аналогичен написанный Вами код?
5. Охарактеризуйте типы интегральных переходов от фундаментального решения дифференциального уравнения теплопроводности к решениям для одно-, двух- и трехмерных источников и источников, действующих заданное время. Напишите обобщенные формулы для этих переходов.

Задачи к пп. 2.1—2.4

16. Медный проводник полунскусственной термопары диаметром 0,3 мм и длиной 30 мм, покрытый низкотеплопроводной изоляционной пленкой, зажат между двумя половинками пластины. Торец пластины, к которому подведен проводник, шлифуют. Каков закон изменения температур по длине проводника x , мм, если избыточная температура его шлифуемого торца составляет 400 °С, а температура другого торца равна температуре окружающей среды (20 °С)? Сколько теплоты отводится через проводник в единицу времени?

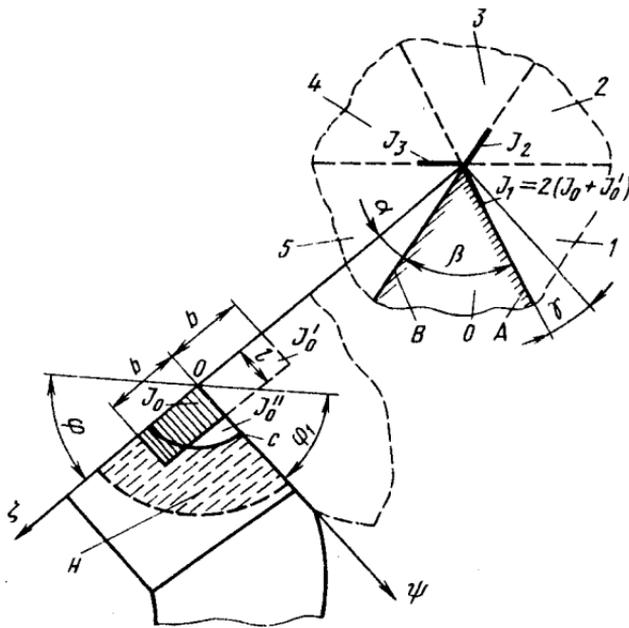
Ответ: $\theta(x) \approx 13,3(30 - x) + 20$; $W \approx 0,34$ Вт.

17. Лучом лазера пробивают неглубокое отверстие на поверхности пластины из твердого сплава Т15К6. Одноточный импульс, длящийся 0,003 с, вносит в пластину 0,08 Дж теплоты. Рассчитать избыточную температуру пластины в точках, отстоящих от центра пятна нагрева на расстоянии 0,1 мм: а) через 0,01 с после одиночного импульса, полагая его мгновенным; б) через 5 с, если луч лазера работает непрерывно.

Ответ: $\theta|_{\tau=0,01} \approx 42$ °С; $\theta|_{\tau=5} \approx 1570$ °С.

18. При изготовлении инструмента с целью экономии быстрорежущей стали заготовку получают сваркой трением стержня из стали Р18 и хвостовика из стали 45. Диаметр свариваемых частей в месте стыка $d = 10$ мм. Одна часть заготовки, зажатая в патрон станка, вращается с частотой $n = 3000$ мин⁻¹, другая — неподвижная — прижата торцом к вращающейся части осевой силой P . Рассчитать силу P , при которой место стыка через $\tau = 5$ с разогревается до тем-

Рис. 2.7. Токарный резец с источником теплоты на передней поверхности (к задаче 19)



температуры $\theta = 1500^\circ\text{C}$, если коэффициент трения между частями заготовки $f = 0,4$.

Алгоритм решения:

а) заготовку представить в виде двух соприкасающихся торцами полубесконечных стержней, теплоотдачей их боковых поверхностей в окружающую среду пренебречь;

б) источник тепловыделения полагать в первом приближении равномерно распределенным по соприкасающимся торцам;

в) выполнить интегрирование по времени выражения (2.14) при $y = y_{\text{н}} = 0$

для полубесконечного стержня, получить формулу для тепловой задачи

$$\frac{212}{110,01} 52 \left[\theta(y, \tau) = \frac{2q_2 \sqrt{\omega}}{\lambda \sqrt{\pi}} \sqrt{\tau} \right];$$

г) полагая $\theta = 1500^\circ\text{C}$ и $\tau = 5$ с, рассчитать плотность теплового потока q_2' на торце части стержня, изготовленной из стали Р18 ($q_2' = 6,77 \cdot 10^6$ Вт/м²);

д) аналогично рассчитать плотность теплового потока на торце хвостовика ($q_2'' = 8,4 \cdot 10^6$ Вт/м²);

е) определить суммарную плотность тепловыделения ($q = 15,17 \cdot 10^6$ Вт/м²);

ж) определить требуемую мощность тепловыделения ($W = 1190$ Вт);

з) полагая, что скорость трения на торце равна окружной скорости точек на поверхности вращающегося стержня, определить работу трения, а затем силу прижатия.

Ответ: $P = 1894$ Н.

19. Рассчитать температуру на вершине резца из сплава ВК8 (точка О, рис. 2.7), имеющего углы в плане $\varphi = \varphi_1 = 45^\circ$, передний угол $\gamma = 15^\circ$, задний угол $\alpha = 15^\circ$, если в процессе точения через площадку контакта $b \times l = 4 \times 2$ мм² со стружкой в инструмент передается равномерно распределенный тепловой поток плотностью $q = 8 \cdot 10^6$ Вт/м². Переднюю А и задние В, С поверхности считать адиабатическими. Остальные граничные поверхности инструмента считать пассивными.

Алгоритм решения и комментарии к нему:

а) выполнить отражение источника J_0 в виде J_0' , для того чтобы учесть адиабатичность поверхности С;

б) с помощью отраженных клиньев 1—5 ввести систему дополнительных источников, учитывающих, что поверхности основного клина 0 с углом заострения $\beta = 60^\circ$ адиабатичны;

в) по формуле (2.21) определить значение функции $T(0; 0)$ при $\eta = 2$ ($T = 4,81$);

г) по формуле (2.18) рассчитать температуру на вершине резца, учитывая наличие в системе $J_1 = J_2 = J_3 = 2(J_0 + J_0')$ источников теплоты, полученных

в соответствии с правилами отражения, в том числе в соответствии с формулой (2.6).

Ответ: $\theta = 682^\circ\text{C}$.

2.5. ДВИЖУЩИЕСЯ ИСТОЧНИКИ

Для того чтобы получить формулу, описывающую процесс распространения теплоты движущегося источника, необходимо выполнить третий интегральный переход.

По сути он является разновидностью второго, осуществляемого по формуле (2.15). Следует лишь учесть, что расстояние R для движущегося источника является переменной величиной, поскольку координаты источника непрерывно меняются во времени. Например, если источник движется вдоль оси X со скоростью v , то

$$R_i = \sqrt{[x - v(\tau - t_i)]^2 + (y - y_n)^2 + (z - z_n)^2}$$

$$\text{и } \theta(x, y, z, \tau) = q \int_0^\tau F(R_i, \tau - t_i) dt_i.$$

Рассмотрим одномерный источник J_1 с равномерно распределенной мощностью тепловыделения q_1 , Вт/м, движущийся из точки O' (рис. 2.8) по направлению стрелки со скоростью v , м/с. Источник попадает последовательно в положения 1, 2, ..., i , ..., каждый раз внося в тело элементарную порцию теплоты dQ_1 на единице длины. Каждый из таких импульсов, например i -й, можем рассматривать как мгновенный одномерный источник, вспыхнувший и погасший на расстоянии R_i от точки $M(x, y)$ (от координаты z температура не зависит, так как задача плоская). Этот импульс в соответствии с формулой (2.12) вызовет в точке M элементарное повышение температуры

$$d\theta = \frac{dQ_1}{4\pi\lambda t} \exp\left[-\frac{(x - x_n)^2 + y^2}{4\omega t}\right],$$

так как $y_n = 0$ (источник лежит в плоскости XOZ). Свяжем систему координат с движущимся источником. Пусть в момент наблюдения τ система с источником находится в точке O . Тогда время распространения теплоты импульса t_i равно $\tau - t_i$, а абсцисса этого импульса $x_n = v(\tau - t_i)$.

Далее заметим, что $dQ_1 = q_1 dt_i$ и

$$d\theta = \frac{q_1}{4\pi\lambda} \frac{dt_i}{\tau - t_i} \exp\left[-\frac{\{x - v(\tau - t_i)\}^2 + y^2}{4\omega(\tau - t_i)}\right].$$

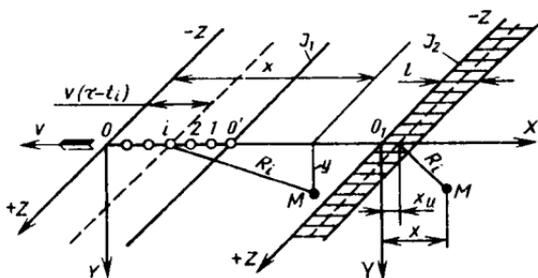


Рис. 2.8. Движущиеся одномерный J_1 и двумерный (полосовой) J_2 источники теплоты

Все импульсы, которыми мы имитируем движение источника, дадут в точке $M(x, y)$ общее повышение температуры

$$\theta(x, y, \tau) = \frac{q_1}{4\pi\lambda} \exp\left[\frac{vx}{2\omega}\right] \int_0^\tau \frac{dt_i}{\tau - t_i} \exp\left[-\frac{v^2(\tau - t_i)^2 + x^2 + y^2}{4\omega(\tau - t_i)}\right]. \quad (2.22)$$

Формула (2.22) описывает температурное поле в тепловой задаче $\frac{110}{001.11}$ 01. Интеграл в этом выражении приводится к изученным функциям только при $\tau \rightarrow \infty$, т. е. для задачи, код которой $\frac{110}{001.12}$ 01. В этом случае, полагая $W = \frac{v^2(\tau - t_i)}{4\omega}$ и $u = \frac{v\sqrt{x^2 + y^2}}{2\omega}$, представляем формулу (2.22) в виде

$$\theta(x, y) = \frac{q_1}{2\pi\lambda} \exp\left[\frac{vx}{2\omega}\right] K_0\left[\frac{v(x^2 + y^2)}{2\omega}\right], \quad (2.23)$$

поскольку

$$\int_0^\infty \frac{dw}{w} \exp\left[-w + \frac{u^2}{w}\right] = 2K_0[u],$$

где $K_0[u]$ — модифицированная функция Бесселя от мнимого аргумента второго рода нулевого порядка [4]. С погрешностью, не выходящей за пределы 5 %, можно полагать, что

$$K_0[u] \approx \left(\frac{\pi}{2u}\right)^m \exp[-u], \quad (2.24)$$

причем $m = 0,342 + 0,053u$ при $0 \leq u \leq 3$ и $m = 0,5$ при $u > 3$.

От выражения (2.23) можем перейти к формуле для описания температурного поля в задаче $\frac{211}{101.12}$ 01 для полосового источника J_2 , движущегося с любой скоростью по оси O_1X (см. рис. 2.8). Если какой-либо из одномерных источников, образующих полосовой, имеет абсциссу x_n , то расстояние от него до точки $M(x, y)$ тела равно $\sqrt{(x - x_n)^2 + y^2}$. Поэтому, переходя от одномерного источника к полосовому с равномерным тепловыделением q_2 , вместо выражения (2.23) запишем

$$\begin{aligned} \theta(x, y) &= \frac{q_2}{2\pi\lambda} \int_0^l \exp\left[\frac{v(x - x_n)}{2\omega}\right] \times \\ &\times K_0\left[\frac{v\sqrt{(x - x_n)^2 + y^2}}{2\omega}\right] dx_n. \end{aligned} \quad (2.25)$$

Используем далее безразмерные координаты ψ, ψ_n (см. стр. 61), а также $v = y/l$, где l — длина источника в направлении дви-

жения. Положим также, что $Pe = vl/\omega$. Тогда выражение (2.25) примет вид

$$\theta(x, y) = \frac{q_1 l}{2\pi\lambda} T(\psi, \nu), \quad (2.26)$$

где $T(\psi, \nu) =$

$$= \int_0^1 \exp\left[\frac{Pe}{2}(\psi - \psi_n)\right] \times \\ \times K_0\left[\frac{Pe}{2}\sqrt{(\psi - \psi_n)^2 + \nu^2}\right] d\psi_n.$$

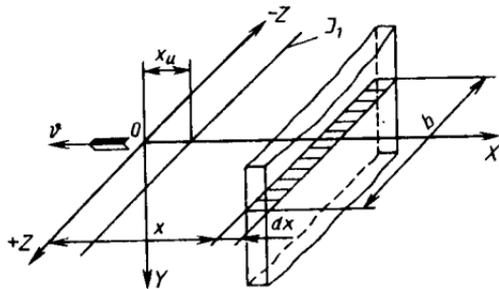


Рис. 2.9. Одномерный быстродвижущийся источник теплоты J_1

Значения $T(\psi, \nu)$ при конкретных значениях Pe , ψ и ν определяют каким-либо из способов приближенного вычисления интегралов. Для решения вопроса о температуре точек тела, лежащих в плоскости X_1OZ ($\nu = 0$), можно в качестве первого приближения воспользоваться зависимостью (2.24). Например, наибольшее значение функции $T(\psi, \nu) = T(1, 0) = T_{\max}$ можем получить, положив $u = 0,5Pe$ ($\psi - \psi_n$) и приняв некоторое среднее значение показателя m в формуле (2.24). Интегрирование в этом случае дает следующее выражение:

$$T_{\max} = \frac{\pi^m}{1-m} Pe^m. \quad (2.27)$$

Быстродвижущиеся источники. Методику получения формул для быстродвижущихся источников теплоты покажем на примере тепловой задачи $\frac{110}{001.22} 01$. Пусть одномерный источник J_1 с равномерно распределенной плотностью тепловыделения q_1 движется с высокой скоростью v в направлении, показанном стрелкой на рис. 2.9. Система координат XYZ движется вместе с источником. Выделим из неограниченного тела элемент в виде стержня шириной b и толщиной dx . Вследствие высокой скорости движения время «проскакивания» источника через этот элемент $dt = dx/v$ столь мало, что на участке $b dx$ температуру можно считать одинаковой во всех точках, а сам источник в этом элементе полагать двумерным мгновенным. Для такой задачи мы уже получили формулу (2.12). Чтобы применить ее к данному случаю, отметим, что $y_n = 0$, а время, прошедшее с того момента, когда источник «проскочил» элемент dx , до момента наблюдения, $\tau = (x - x_n)/v$. Что касается тепловыделения Q_2 двумерного источника, то оно связано с плотностью q_1 тепловыделения одномерного источника уравнением теплового баланса для площадки $b dx$, а именно $bq_1 dt = bQ_2 dx$, откуда $Q_2 = q_1 (dx/dt)^{-1} = q_1/v$. Подставляя значения y_n , t и Q_2 в формулу (2.12), получаем для быстродвижущегося одномерного источника

$$\theta(x, y) = \frac{q_1 \sqrt{\omega}}{2\lambda \sqrt{\pi v} (x - x_n)} \exp\left[-\frac{vy^2}{4\omega (x - x_n)}\right].$$

Возвратимся к полосовому источнику J_2 , показанному на рис. 2.8, и предположим, что он быстродвижущийся. Тогда для этого источника

$$\theta(x, y) = \frac{q_2 \sqrt{\omega}}{2\lambda \sqrt{\pi\omega}} \int_0^p \frac{dx_{\text{и}}}{\sqrt{x-x_{\text{и}}}} \exp\left[-\frac{vy^2}{4\omega(x-x_{\text{и}})}\right]. \quad (2.29)$$

Верхний предел интегрирования p зависит от абсциссы x точки, для которой рассчитывается температура. Если $x \geq l$, то $p = l$, так как на температуру тела в точке M влияют все одномерные источники, образующие плоский. Если же $x < l$, то $p = x$, так как в этом случае на температуру влияют только те одномерные источники, которые имеют абсциссу $0 \leq x_{\text{и}} \leq x$. Остальные источники, у которых $x < x_{\text{и}} \leq l$, влияния не оказывают. Дело в том, что теплота, выделяемая быстродвижущимся источником, как отмечалось в п. 1.5, впереди источника не распространяется. Следовательно, все быстродвижущиеся одномерные источники, имеющие абсциссу $x_{\text{и}} > x$, не могут повышать температуру тела в точке с абсциссой x .

Перейдем к безразмерным величинам ψ , $\psi_{\text{и}}$ и v . Тогда вместо выражения (2.29) запишем

$$\theta(x, y) = \frac{q_2 \sqrt{\omega l}}{2\lambda \sqrt{\pi\omega}} \int_0^{\Delta} \frac{d\psi_{\text{и}}}{\sqrt{\psi-\psi_{\text{и}}}} \exp\left[-\frac{\text{Pe}}{4} \frac{v^2}{\psi-\psi_{\text{и}}}\right]$$

или

$$\theta(x, y) = \frac{q_2 l}{\lambda \sqrt{\pi}} \frac{1}{\sqrt{\text{Pe}}} T_1(\psi, v), \quad (2.30)$$

где

$$T_1(\psi, v) = \frac{1}{2} \int_0^{\Delta} \frac{d\psi_{\text{и}}}{\sqrt{\psi-\psi_{\text{и}}}} \exp\left[-\frac{\text{Pe}}{4} \frac{v^2}{\psi-\psi_{\text{и}}}\right].$$

Верхний предел интеграла $\Delta = \psi$ при $0 \leq \psi \leq 1$ и $\Delta = 1$ при $\psi > 1$. Для точек, лежащих в плоскости движения источника ($v = 0$), выполняя интегрирование, получаем

$$\text{при } 0 \leq \psi \leq 1 \quad T_1 = \sqrt{\psi};$$

$$\text{при } \psi > 1 \quad T_1 = \sqrt{\psi} - \sqrt{\psi-1}. \quad (2.31)$$

Относительная температура $T_1(\psi, v)$ при $\psi = 1$ и $v = 0$ имеет наибольшее значение $T_{1\text{max}} = 1$.

До сих пор мы рассматривали источники, тепловыделение которых равномерно распределено по пятну нагрева. Если плотность тепловыделения распределена на пятне нагрева по какому-либо другому закону, то методика интегральных переходов остается прежней, но под соответствующие интегралы дополнительно вводится функция, описывающая закон распределения плотности тепловых потоков. Например, если тепловыделение

быстродвижущегося полосового источника описывается формулой $q_2(\psi_n) = q_0 f(\psi_n)$, то вместо выражения (2.29) получаем

$$\theta(x, y) = \frac{q_0 \sqrt{\omega l}}{2\lambda \sqrt{\pi v}} \int_0^{\Delta} \frac{f(\psi_n) d\psi_n}{\sqrt{\psi - \psi_n}} \exp\left[-\frac{Pe}{4} \frac{v^2}{\psi - \psi_n}\right]. \quad (2.32)$$

Соответственно видоизменяется и функция $T_1(\psi, v)$ в формуле (2.30), значения которой для некоторых законов $f(\psi_n)$, приведенных в табл. 1.1, приходится определять методами приближенного интегрирования.

На рис. 2.10 показаны графики функции $T_1(\psi)$ для тепловых задач $\frac{211}{***.22}01$ с различными законами распределения плотности теплообразующих потоков. В коде задачи эти законы распределения заменены знаками * * *, а конкретные цифровые их обозначения для тех или иных распределений показаны возле линий, приведенных на рисунке. Безразмерные температуры $T_1(\psi)$ даны для точек, лежащих как внутри пятна нагрева ($0 \leq \psi \leq 1$), так и за его пределами ($\psi > 1$). Подставляя в формулу (2.30) значения $T_1(\psi)$, взятые из рис. 2.10, можно построить законы изменения температур по направлению перемещения источника, имеющего тот или иной закон тепловыделения. Видно, что наибольшие значения температур для источников с распределением 101, 301 и 601 возникают в конце, вернее на задней (считая по ходу источника) границе пятна нагрева. Для источников, закон распределения которых описывается кодами 201, 501 и 801, максимум температуры приходится на среднюю часть пятна нагрева, а для нормально распределенного источника 701 — примерно в середине второй половины этого пятна.

Термический цикл и скорость изменения температуры. До сих пор, используя подвижную систему координат, задачи о нагревании тел движущимися источниками теплоты мы приводили к описанию квазистационарных температурных полей. Как отмечалось в п. 1.1, каждая точка в квазистационарном поле соответствует семейству точек нагреваемого тела, обладающих общим признаком — в разные моменты времени они одинаково расположены относительно движущегося источника. Именно поэтому среди переменных величин в формулах

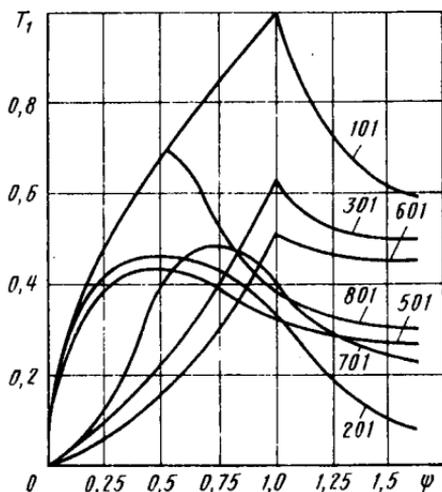


Рис. 2.10. Законы распределения относительных температур для быстродвижущихся источников

(2.26), (2.28), (2.30) и аналогичных им время отсутствует. Квazистационарное поле и подвижную систему координат удобно применять, как это было сделано выше, для описания закона распределения температур на пятне нагрева. Это пятно расположено всегда одинаково относительно движущегося источника, несмотря на то, что в процессе теплообмена на поверхность пятна нагрева попадают разные точки нагреваемого тела. Однако в ряде технологических задач возникает необходимость выяснить изменение во времени температуры фиксированной точки тела в неподвижной относительно него системе координат. Такая необходимость может возникнуть, например, при желании оценить влияние закономерностей и скорости изменения температур во времени на процесс структурных превращений в поверхностных слоях обрабатываемого материала на картину остаточных напряжений, возникающих в обработанном предмете по окончании технологической операции, и при решении других важных задач. В такой постановке возникает задача уже не о квазистационарном, а о нестационарном поле, поскольку температура фиксированной точки тела не остается постоянной во времени.

Закономерность изменения во времени температуры точки тела в неподвижной системе координат носит название *термического цикла* для этой точки. В случае, когда твердое тело находится под воздействием движущегося источника теплоты, термический цикл состоит из трех периодов: периода, когда пятно нагрева приближается к данной точке; периода, в течение которого точка находится внутри пятна нагрева или под ним; периода, начавшегося после того, как пятно нагрева прошло над данной точкой тела и удаляется от нее. Если мы имеем дело с быстро движущимся источником, то теплота впереди такого источника не распространяется, температура точки в первый период термического цикла не повышается.

Чтобы описать различные периоды термического цикла, необходимо из подвижной системы координат перейти в неподвижную, т. е. от абсциссы x точки в квазистационарном поле, перейти ко времени. Возвратимся к формуле (2.30) и с учетом решения (2.31) напишем закон изменения температуры точек, расположенных на пятне нагрева, в квазистационарном поле:

$$\theta(x, 0) = \frac{q_2 l}{2\lambda \sqrt{\pi}} \frac{1}{\sqrt{Pe}} \sqrt{\psi} = \frac{q_2 \sqrt{l}}{2\lambda \sqrt{\pi}} \frac{1}{\sqrt{Pe}} \sqrt{x}. \quad (2.33)$$

Переходя к описанию термического цикла, заменяем $x = vt$, где τ — время, отсчитываемое от момента, когда пятно нагрева своей передней (считая по направлению движения) границей подошло к фиксированной точке тела. Следовательно, при $0 < \tau \leq l/v$ второй период термического цикла описывается выражением

$$\theta(\tau) = \frac{q_2 \sqrt{\omega}}{2\lambda \sqrt{\pi}} \sqrt{\tau}, \quad (2.34)$$

полученным из формулы (2.33) при $x = vt$ и $Re = vl/\omega$. Аналогично для третьего периода термического цикла, используя значение функции $T_1(\psi)$ при $\psi > 1$, получаем

$$\theta(\tau) = \frac{q_2 \sqrt{\omega}}{2\lambda \sqrt{\pi}} (\sqrt{\tau} - \sqrt{\tau - \tau_1}), \quad (2.35)$$

где $\tau_1 = l/v$ — время, в течение которого движущееся пятно нагрева находится непосредственно над данной точкой поверхности.

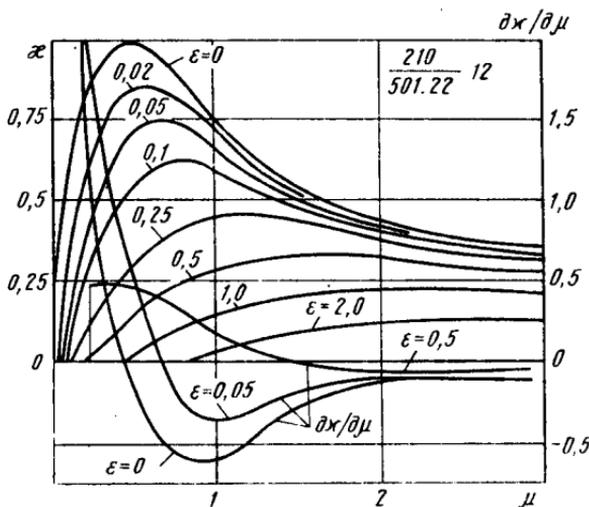
Первый период термического цикла отсутствует, поскольку источник быстро движущийся. Наибольшая температура точки, лежащей в плоскости движения источника, как следует из выражения (2.34) при $\tau = \tau_1$, $\theta_{\max} = q_2 \sqrt{\omega l} / 2\lambda \sqrt{\pi v}$.

Перейдем к относительным температуре $\kappa = \theta(\tau) / \theta_{\max}$ и времени $\mu = \tau / \tau_1$. Тогда термический цикл в рассматриваемой задаче будет описываться системой выражений $\kappa|_{\mu=0} = 0$; $\kappa|_{0 < \mu \leq 1} = \sqrt{\mu}$; $\kappa|_{\mu > 1} = \sqrt{\mu} - \sqrt{\mu - 1}$. Для других тепловых задач в общем виде $\kappa = f(\mu)$. Скорость изменения температуры в данной точке тела в данный момент времени $\partial\theta(\tau) / \partial\tau$ зависит от вида функции $\kappa = f(\mu)$:

$$\frac{\partial\theta(\tau)}{\partial\tau} = \frac{\theta_{\max}}{\tau_1} \frac{\partial\kappa}{\partial\mu} = \frac{v\theta_{\max}}{l} \frac{\partial\kappa}{\partial\mu}. \quad (2.36)$$

В этой формуле два множителя. Первый из них относится к конкретному источнику со скоростью перемещения v , размером пятна нагрева l по направлению движения источника и наибольшей температурой на пятне нагрева θ_{\max} . Второй множитель описывает класс источников, для которых безразмерная скорость изменения температуры, зависящая главным образом от закона распределения плотности тепловыделения на пятне нагрева, описывается той или иной функцией $\partial\kappa / \partial\mu$.

В качестве примера на рис. 2.11 приведены термические циклы и безразмерные скорости изменения температур для тепловой задачи $\frac{210}{501.22} 12$ с несимметричным нормальным законом тепловыделения на пятне нагрева. Эта задача часто встречается при описании тепловых процессов в технологических подсистемах. Термические циклы κ и скорости изменения температуры $\partial\kappa / \partial\mu$ приведены для различных значений безразмерных комплексов $\varepsilon = v^2 Re / 4$, где $v = y/l$ — безразмерная ордината точки. Структура комплекса вытекает из вида аргумента экспоненциальной функции в формуле (2.32). Применение комплекса ε вместо двух независимых переменных v и Re позволяет вместо построения функции $\kappa = f(\mu, v, Re)$ в пространственной системе координат выполнить построение $\kappa = f(\mu, \varepsilon)$ на плоскости. Кроме того, с помощью комплекса ε описывается подобие различных вариантов нагрева. В самом деле, кривая $\varepsilon = 0, 1$, например, справед-



лива для расчета термического цикла как точки $\nu = 0,1$ при $Re = 40$, так и точки $\nu = 0,2$ при $Re = 10$, а также множества других вариантов, для которых термические циклы κ одинаковы. Чем глубже расположена рассматриваемая точка тела по отношению к поверхности, по которой движется источник, тем более плавный вид имеет кривая, описывающая термический цикл. Температура некоторых точек в глубине тела начинает повышаться не сразу, а лишь по прошествии

Рис. 2.11. Термические циклы и скорости изменения температур для быстродвижущегося источника с несимметричным нормальным законом распределения плотности тепловыделения

некоторого времени (например, при $\epsilon = 2$, $\mu \geq 0,85$). Скорость изменения температуры может иметь в различные промежутки времени значения $\frac{dx}{d\mu} > 0$, $\frac{dx}{d\mu} = 0$ или $\frac{dx}{d\mu} < 0$. В первом случае температура рассматриваемой точки в данный момент времени повышается, во втором — остается неизменной, в третьем — уменьшается. Рассмотрим, например, точку, лежащую на поверхности полупространства ($\nu = 0$). Ей соответствуют линии $\epsilon = 0$. Видно, что при $\mu < 0,5$ (над точкой проходит первая половина пятна нагрева) температура интересующей нас точки непрерывно повышается, $\frac{dx}{d\mu} > 0$. Термический цикл отражает динамику процессов подвода теплоты к данной точке тела и рассеяния (отвода) ее в массу материала. Следовательно, при $\mu < 0,5$ подвод теплоты источником превышает отток ее в массу тела.

В момент, когда над рассматриваемой точкой поверхности проходит центр пятна нагрева ($\mu = 0,5$), устанавливается равновесие между подводом и отводом теплоты, температура точки тела достигает максимума, $\frac{dx}{d\mu} = 0$. Далее над интересующей нас точкой проходит вторая половина пятна нагрева. На этом участке источника с законом распределения 501 тепловыделение весьма быстро снижается. Поэтому отвод теплоты в массу тела превышает подвод теплоты от источника. Следствием такого соотношения между подводом и отводом теплоты является снижение температуры точки, расположенной на поверхности полупространства, при $0,5 < \mu \leq 1$ и изменение знака производной ($\frac{dx}{d\mu} < 0$). Темп этого снижения температуры в третьем периоде

термического цикла ($\mu > 1$) в удалении источника от данной точки постоянно уменьшается, производная $dx/d\mu$, продолжая находиться в области $dx/d\mu < 0$, по абсолютной величине уменьшается, стремясь к $dx/d\mu = 0$. Это отражает процесс выравнивания температуры точек нагреваемого тела.

Несколько другой характер имеет зависимость скорости изменения температуры от времени для точек, расположенных в глубине тела. Рассмотрим, например, кривую $\epsilon = 0,5$. В момент времени $\mu = 0,22$ теплота, проникая в нагреваемое тело, достигает глубины $\nu = \sqrt{2/Re}$. Температура точки нарастает вначале быстро, затем медленнее, достигая максимума при $\mu \approx 1,5$. В этот момент $dx/d\mu$ меняет знак, начинается снижение температуры и достаточно быстрое ее выравнивание.

Вопросы для самопроверки к п. 2.5

1. Изложите в общем виде методику третьего интегрального перехода при описании температур, вызванных движущимися источниками теплоты.

2. Какие допущения принимаются при описании температурного поля, возникающего как результат нагревания тела быстродвижущимся источником теплоты?

3. Почему на рис. 2.10 безразмерные температуры, представляемые кривыми $T_1(\psi)$, для одних источников начинают снижаться только за пределами пятна нагрева ($\psi > 1$), а для других — внутри этого пятна?

4. Что такое термический цикл и для каких целей его описывают математически?

Задачи к п. 2.5

20. Шлифуют пластину, поверхности которой можно считать адиабатическими (рис. 2.12), а пятно нагрева за малостью глубины резания l плоским длиной l с равномерно распределенной по площадке $b \times l$ плотностью тепловыделения q_2 . Длина пятна нагрева l намного меньше высоты пластины H . Определите, при каких значениях критерия Re можно для расчета наибольшей температуры на пятне нагрева вместо формулы для источника, движущегося с любой скоростью, применять формулу для быстродвижущегося источника теплоты. Различие в результатах расчета не должно выходить за 2 %.

Алгоритм расчета и комментарии к нему:

а) написать код тепловой задачи;

б) используя правила отражения источников, преобразовать код задачи, приведя его к полосовому источнику на поверхности полупространства (нижнюю граничную поверхность пластины полагать пассивной);

в) применить для расчета наибольшей температуры формулы (2.26) и (2.27)

$$\left(\theta_{\max} = \frac{q_2 l}{2\pi\lambda} \frac{\pi^m}{1-m} Re^{-m} \right);$$

г) рассчитать средние значения показателя m при различных числах Re , имея в виду, что для точек с безразмерной абсциссой $\psi = 1$ значения $u = 0,5Re$ ($\psi - \psi_H$) при $0 \leq \psi_H \leq 1$ колеблются в пределах $0 \leq u \leq 0,5Re$;

д) применить для расчета наибольшей температуры формулы (2.6), (2.30) и (2.31)

$$(\theta'_{\max} = 2q_2 l / \lambda \sqrt{\pi});$$

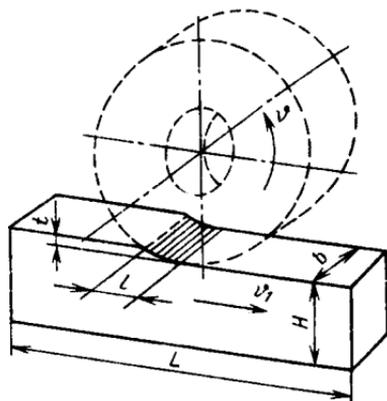


Рис. 2.12. Плоское шлифование пластины (к задаче 20)

е) найти отношение $\delta = \theta_{\max}/\theta'_{\max}$;

ж) установить значение Pe , при котором $\delta \leq 0,02$ ($Pe \geq 10$).

21. В условиях задачи 20 определить скорости v_1 подачи стола, при которых для расчета температур можно применить формулы для быстродвижущихся источников теплоты.

$$\text{Ответ: } v_1 \geq \frac{10\omega}{l}.$$

22. В условиях задачи 20, пользуясь рис. 2.10, определить наибольшую температуру на пятне нагрева, если плотность тепловыделения распределена по несимметричному нормальному закону 501. Какую абсциссу ψ_{\max} имеют точки с наибольшей температурой?

$$\text{Ответ: } \theta'_{\max} \approx \frac{0,87q_2 l}{\lambda \sqrt{\pi}}; \quad \psi_{\max} = 0,5.$$

23. В условиях задачи 1 рассчитать температуру точек отверстия у верхнего торца втулки, если ее наружный диаметр $D = 26$ мм, а смазочная жидкость при дорновании подается в малом количестве (что позволяет пренебречь конвективным теплообменом жидкости с заготовкой). Материал втулки — сталь 14X17H2 ($\lambda = 25$; $\omega = 0,06 \cdot 10^{-2}$). В инструмент уходит 18 % теплоты, образующейся при дорновании.

Алгоритм расчета и комментарии к нему:

а) рассчитать число Пекле ($Pe = 27,8$);

б) рассчитать относительную толщину стенки втулки и установить (см. стр. 22) коэффициент формы втулки по отношению к пластине ($\varepsilon = 0,25$; $L = 1,151$);

в) по формулам (2.6) и (2.30) с учетом значения L и доли теплоты, уходящей в заготовку, написать выражение для расчета температуры на внутренней поверхности втулки при любом положении зуба дорна [$\theta(\psi) = 49,2T_1(\psi)$];

г) принять, что на температуру поверхности втулки влияют только те зубья, которые участвуют в работе в данный момент времени; для точек, лежащих вблизи верхнего торца втулки, число таких зубьев $z_p = l/t_0 = 4$;

д) по формуле (2.31) рассчитать значения функции $T_1(\psi)$ для каждого из зубьев, участвующих в работе, имея в виду, что $\psi_i = z_i/f = (i-1)(t_0/f) + 1 = 6(i-1) + 1$, где i — порядковый номер зуба, отсчитываемый от верхнего торца втулки [$T_1(\psi_1) = 1$; $T_1(\psi_2) = 0,196$; $T_1(\psi_3) = 0,141$; $T_1(\psi_4) = 0,116$];

е) пользуясь методом суперпозиции температурных полей, рассчитать

$$\sum_{i=1}^4 T_1(\psi_i) = 1,453;$$

ж) рассчитать наибольшую температуру точек отверстия, расположенных у верхнего торца втулки ($\theta_{\max} = 49,2 \cdot 1,453 = 71,5$ °C).

$$\text{Ответ: } \theta_{\max} \approx 72$$
 °C.

24. При обработке заготовки из стали 12X18H9T ($\omega = 0,05 \cdot 10^{-4}$) от трения задней поверхности реза об обрабатываемый материал на участке OS (см. рис. В.3) возникает наибольшая температура $\theta_{\max} = 150$ °C. Скорость резания $v = 60$ м/мин, площадка OS имеет длину $l = 0,1$ мм. Определить температуру в точках, расположенных под поверхностью резания на глубине $y = 0,01$ мм, через $\tau = 1,5 \cdot 10^{-4}$ с после того, как над этим участком прошла режущая кромка инструмента, полагая, что тепловыделение на контактной площадке подчинено несимметричному закону нормального распределения.

Алгоритм расчета:

а) рассчитать число Pe ($Pe = 20$);

б) рассчитать безразмерную ординату точек ($\nu = 0,1$);

в) рассчитать значение безразмерного комплекса ε ($\varepsilon = 0,05$);

г) рассчитать время контакта точки поверхности резания с задней поверхностью реза ($\tau_1 = l/v = 10^{-4}$ с);

д) рассчитать безразмерное время μ ($\mu = 1,5$);

е) по рис. 2.11 при $\varepsilon = 0,05$ и $\mu = 1,5$ установить значение относительной температуры ($\kappa \approx 0,51$);

ж) рассчитать искомую температуру.

$$\text{Ответ: } \theta = 150 \cdot 0,51 = 76,5 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

25. В условиях задачи 24 определить скорость изменения температуры точек, расположенных на глубине $y = 0,01$ мм от поверхности резания.

$$\text{Ответ: } \partial\theta/\partial\tau = -1,2 \cdot 10^5 \text{ } ^\circ\text{C/с}.$$

2.8. ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ

В связи с развитием вычислительной техники все более широкое применение при описании тепловых процессов в технологических системах находят численные методы решения дифференциального уравнения теплопроводности. Они в своей основе являются приближенными методами интегрирования дифференциальных уравнений. Как всякие приближенные вычислительные методы, они позволяют учесть больше особенностей конкретного процесса, чем при аналитическом подходе, поскольку не связаны с чисто математическими трудностями, возникающими при аналитических способах решения.

Вместе с тем конкретность условий, для которых получен результат вычисления, делает численный анализ справедливым только для этих условий (конкретный режим, конкретный вид зависимости $\lambda(\theta)$, конкретная конфигурация твердого тела и т. д.). Поэтому единичный результат численного счета не позволяет непосредственно выявить обобщенные закономерности, характеризующие влияние того или иного параметра процесса на температурное поле и теплообмен в технологической подсистеме, как это можно сделать на основании формул, полученных аналитическим путем. Для того чтобы установить эти закономерности, необходимо выполнить численное решение несколько раз при различных значениях интересующего нас параметра, а затем каким-либо способом аппроксимировать результаты машинного счета.

При решении задач технологической теплофизики применяют: метод конечных разностей, метод конечных элементов и метод граничных элементов. Не углубляясь в технику вычислений и методику их осуществления на ЭВМ, поскольку это выходит за рамки данного учебника, рассмотрим принципиальные особенности каждого из упомянутых выше методов на примере решения сравнительно простых задач технологической теплофизики.

Метод конечных разностей. Этот метод основан на замене истинных значений производных, входящих в уравнения (1.35), (1.36) и аналогичные им, приближенными значениями в некоторых точках, называемых *узлами*. Узлы являются центрами элементов конечной длины, на которые разбивается твердое тело, участвующее в теплообмене. Возвратимся к задаче об иглофризеровании (см. п. 1). Код этой задачи $\frac{212}{011.01}$ 52, а соответствующее ей дифференциальное уравнение представлено формулой

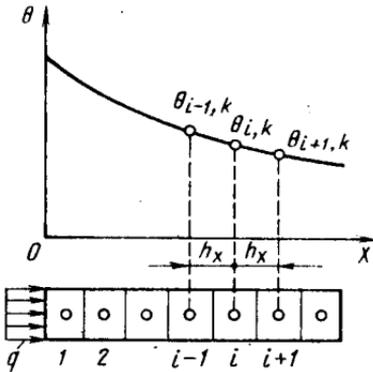


Рис. 2.13. Использование метода конечных разностей для расчета температурного поля в стержне

(1.41). Разделим стержень на малые объемы длиной h_x (рис. 2.13) и пронумеруем эти объемы цифрами 1, 2, ..., $i-1$, i , $i+1$, ... Время, в течение которого происходит теплообмен, разобьем на конечные малые промежутки $\Delta\tau$, которые также пронумеруем цифрами 1, 2, ..., $k-1$, k , $k+1$, ... Предположим, что закон изменения температуры по длине стержня во времени нам известен. Для k -го промежутка времени представим его в виде линии $\theta = \varphi(x)$. Рассмотрим точку i на этой кривой. Первую производную θ по x

в окрестности точки i можем приближенно заменить выражением

$$\frac{\partial\theta}{\partial x} \approx \frac{\theta_{i,k} - \theta_{i-1,k}}{h_x} \quad (2.37a)$$

или выражением

$$\frac{\partial\theta}{\partial x} \approx \frac{\theta_{i+1,k} - \theta_{i,k}}{h_x}. \quad (2.37b)$$

Две эти формулы принято кратко записывать в виде $(\Delta\theta/h_x)_-$ и $(\Delta\theta/h_x)_+$ и называть *разностными выражениями назад* (—) и *вперед* (+).

Вторая производная представляет собой изменение первой производной на длине h_x . Пользуясь разностными выражениями, запишем

$$\frac{\partial^2\theta}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial\theta}{\partial x} \right) \approx \frac{1}{h_x} \left[\left(\frac{\Delta\theta}{h_x} \right)_+ - \left(\frac{\Delta\theta}{h_x} \right)_- \right].$$

Подставляя в эту формулу значения разностных выражений (2.37a и 2.37b), получаем

$$\frac{\partial^2\theta}{\partial x^2} \approx \frac{1}{h_x^2} (\theta_{i+1,k} + \theta_{i-1,k} - 2\theta_{i,k}). \quad (2.38)$$

Теперь рассмотрим производную $\partial\theta/\partial\tau$. Изменение θ по времени в точке i можно приближенно описать отношением

$$\frac{\partial\theta}{\partial\tau} \approx \frac{\theta_{i,k+1} - \theta_{i,k}}{\Delta\tau}. \quad (2.39)$$

Подставляя значения производных из формул (2.38) и (2.39) в уравнение (1.41), получаем

$$\theta_{i,k+1} - \theta_{i,k} = \frac{\omega \Delta\tau}{h_x^2} (\theta_{i+1,k} + \theta_{i-1,k} - 2\theta_{i,k})$$

или

$$\theta_{i,k+1} = \frac{\omega \Delta\tau}{h_x^2} (\theta_{i+1,k} + \theta_{i-1,k}) + \left(1 - \frac{2\omega \Delta\tau}{h_x^2} \right) \theta_{i,k}. \quad (2.40)$$

Выражение (2.40) — это дифференциальное уравнение теплопроводности (1.41), представленное в конечно-разностной форме.

Поскольку при разбиении стержня на малые участки длиной h_x , а времени — на короткие промежутки $\Delta\tau$, мы не налагали на величины h_x и $\Delta\tau$ никаких ограничений, их значения можем выбирать произвольно. Выберем их так, чтобы $Fo_x = \omega \Delta\tau/h_x^2 = 0,5$. Тогда вместо уравнения (2.40) получаем

$$\theta_{i, k+1} = 0,5 (\theta_{i+1, k} + \theta_{i-1, k}). \quad (2.41)$$

Формулу (2.41) можем интерпретировать так: чтобы определить температуру в любой точке тела в данный момент времени, достаточно знать температуру соседних точек в предыдущий момент времени.

Пусть стержень в рассматриваемой задаче разбит по длине на m равных элементов, а время, в течение которого происходит теплообмен, на n равных промежутков. Тогда для каждого из m узлов, включая узлы, расположенные у граничных поверхностей, может быть написано n уравнений типа (2.41), в том числе и для начальных промежутков времени. Имея в виду, что граничные и начальные условия заданы, получаем систему из связанных друг с другом mn уравнений типа (2.41) с таким же числом неизвестных.

Решая эту систему с помощью ЭВМ, рассчитываем значения θ в каждом узле твердого тела в данный момент времени, т. е. получаем численно описание нестационарного температурного поля в стержне при заданных условиях теплообмена. Результат расчета будет тем точнее, чем меньшими (в пределах $Fo_x \leq 0,5$) будут приняты значения интервалов h_x и $\Delta\tau$. Однако при этом следует учесть, что объем вычислительной работы с уменьшением h_x возрастает, так как возрастает число элементов m при заданной длине стержня, а с ним число уравнений, подлежащих решению, и число неизвестных, входящих в эти уравнения. Аналогично влияет на объем работы и уменьшение промежутка времени $\Delta\tau$.

Заметим, что при $Fo_x > 0,5$ устойчивость решения уравнений типа (2.40) теряется и расчет может дать неверные результаты. Формула (2.40), описывающая одномерный процесс распространения теплоты в твердом теле, является частным случаем выражения

$$\begin{aligned} \theta_{i, j, p, k+1} = & Fo_x (\theta_{i+1, j, p, k} + \theta_{i-1, j, p, k}) + Fo_y (\theta_{i, j+1, p, k} + \theta_{i, j-1, p, k}) + \\ & + Fo_z (\theta_{i, j, p+1, k} + \theta_{i, j, p-1, k}) + [1 - 2(Fo_x + Fo_y + Fo_z)] \theta_{i, j, p, k}, \end{aligned} \quad (2.42)$$

описывающего трехмерный нестационарный процесс теплопроводности, причем критерии $Fo_y = \omega \Delta\tau/h_y^2$ и $Fo_z = \omega \Delta\tau/h_z^2$ учитывают размеры h_y и h_z элементарных объемов. Для обеспечения устойчивости решения уравнения (2.42) следует принимать $Fo_x + Fo_y + Fo_z \leq 0,5$.

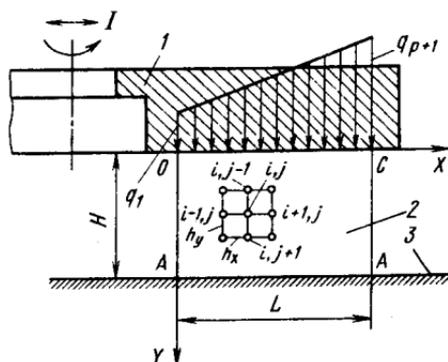


Рис. 2.14. Схема процесса полирования пластины

Покажем применение метода конечных разностей к решению конкретной технологической задачи. Полировальником 1 (рис. 2.14) обрабатывают верхнюю плоскость плитки 2, укрепленной на неподвижном магнитном столе 3. Полировальник вращается вокруг своей оси и совершает осциллирующее движение с небольшой амплитудой в направлении I так, что контакт между рабочей поверхностью инструмента и заготовкой непрерывно сохраняется по всей длине L .

Процесс полирования происходит достаточно долго, в связи с чем теплообмен в системе можно полагать установившимся. Вследствие разницы между скоростями точек, расположенных на различных окружностях торца инструмента, тепловыделение на площадке контакта $L \times B$ (B — размер плитки, перпендикулярный к плоскости чертежа) можно полагать распределенным по линейному закону вдоль оси OX и равномерно по толщине B . Все поверхности плитки, исключая обрабатываемую и противоположную ей поверхность, можно считать адиабатическими. Плоскость AA , соприкасающаяся с массивным магнитным столом, имеет избыточную температуру, равную температуре стола $\theta = 0$. Пользуясь методом конечных разностей, опишем температурное поле в полируемой пластине.

Процесс теплопроводности в условиях рассматриваемой задачи описывается дифференциальным уравнением

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} = 0, \quad (2.43)$$

поскольку вследствие адиабатичности плоскостей $H \times L$ по правилам отражения источников (см. п. 2.2) трехмерная задача преобразуется в двумерную. Представим уравнение (2.43) в конечно-разностной форме. Для этого поверхность пластины ($0 \leq x \leq L$; $0 \leq y \leq H$) разобьем на площадки размером $h_x \times h_y$, присвоив узловым точкам номера 1, 2, ..., $i-1, i, i+1, \dots$ по оси OX и номера 1, 2, ..., $j-1, j, j+1, \dots$ по оси OY (несколько условных точек показано на рис. 2.14). По аналогии с формулой (2.38), заменив индекс k на j , запишем вместо уравнения (2.43) выражение

$$\frac{1}{h_x^2} (\theta_{i+1, j} + \theta_{i-1, j} - 2\theta_{i, j}) + \frac{1}{h_y^2} (\theta_{i, j+1} + \theta_{i, j-1} - 2\theta_{i, j}) = 0.$$

Если принять $h_x = h_y = h$, то

$$\theta_{i+1, j} + \theta_{i-1, j} + \theta_{i, j+1} + \theta_{i, j-1} - 4\theta_{i, j} = 0. \quad (2.44)$$

Формула (2.44) представляет собой уравнение теплопроводности, записанное в конечно-разностной форме. Оно должно быть дополнено граничными условиями, которые также следует представить в конечно-разностной форме. Проще всего описать граничное условие первого рода на плоскости AA , поскольку здесь для всех точек $\theta = 0$, т. е.

$$\theta_{1, m+1} = \dots = \theta_{i-1, m+1} = \theta_{i, m+1} = \theta_{i+1, m+1} = \dots = \theta_{p+1, m+1} = 0, \quad (2.45)$$

где $p = L/h$ и $m = H/h$ — число элементов, на которые разбиты соответственно размеры L и H .

Переходим к описанию граничных условий на верхней плоскости ($y = 0$). По условиям задачи, плотность тепловыделения на участке $0 \leq x \leq L$ описывается линейной функцией

$$q(x) = q_1 + \frac{q_{p+1} - q_1}{L} x$$

или

$$q(i) = q_1 + \frac{q_{p+1} - q_1}{p} (i - 1). \quad (2.46)$$

Граничные условия второго рода представим выражением $q(x) = -\lambda \left. \frac{\partial \theta}{\partial y} \right|_{y=0}$.

По аналогии с формулой (2.37, б) запишем $\partial \theta / \partial y \approx (\theta_{i, j+1} - \theta_{i, j})/h$.

В данном случае на верхней границе $j = 1$. Тогда

$\left. \frac{\partial \theta}{\partial y} \right|_{y=0} \approx \frac{\theta_{i, 2} - \theta_{i, 1}}{h}$, откуда

$$\theta_{i, 1} = \theta_{i, 2} + \frac{h}{\lambda} \left[q_1 + \frac{q_{p+1} - q_1}{p} (i - 1) \right]. \quad (2.47)$$

Выражение (2.47) описывает в конечно-разностной форме граничные условия второго рода на плоскости OC . Для боковой грани OA граничное условие имеет вид $\left. \frac{\partial \theta}{\partial x} \right|_{x=0} = 0$. Вновь используя формулу (2.37 б), запишем

$$\theta_{1, j} = \theta_{2, j}. \quad (2.48)$$

Аналогично для грани CA , применив выражение (2.37 а), получим

$$\theta_{p+1, j} = \theta_{p, j}. \quad (2.49)$$

В соответствии с методом конечных разностей далее следует написать уравнения, содержащие значения температур для всех

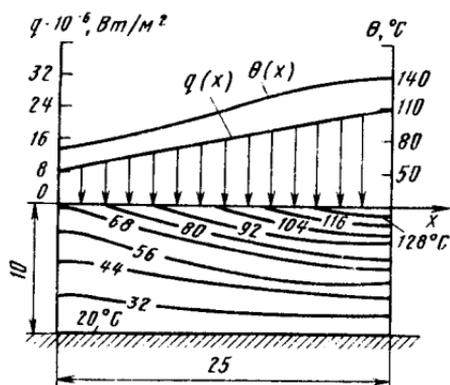


Рис. 2.15. Температурное поле в пластине, рассчитанное методом конечных разностей

узловых точек тела. Для точек, расположенных на верхней граничной поверхности, это будут уравнения типа (2.47) при $1 \leq i \leq p + 1$. Для точек, лежащих на плоскости AA , следует написать уравнения типа (2.45) при тех же значениях i . Уравнения типа (2.48) и (2.49), будучи написаны для $1 \leq j \leq m + 1$, соответствуют точкам плоскостей OA и CA . Для всех остальных точек, расположенных внутри контура, т. е. при $2 \leq i \leq p$ и $2 \leq j \leq m$, должны быть составлены уравнения по типу (2.44).

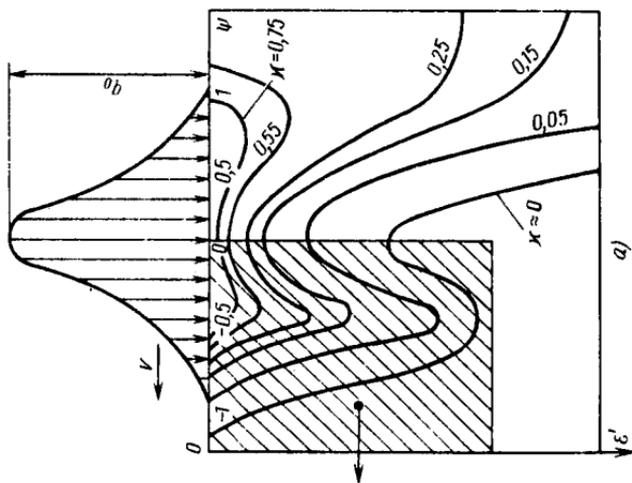
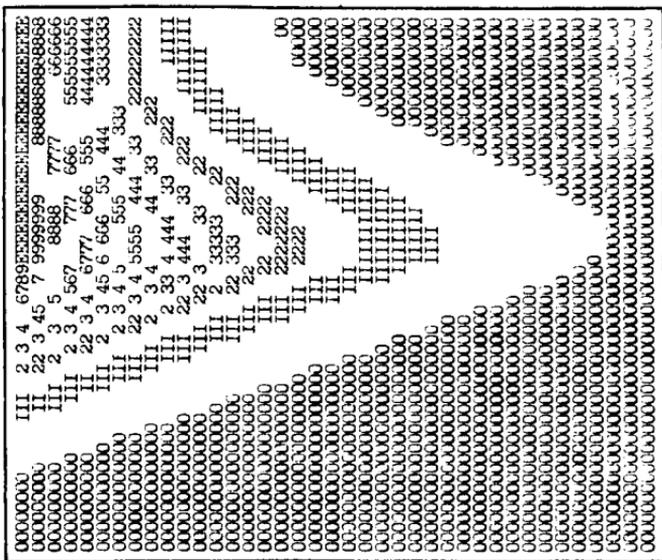
Таким образом будет получена система из $(m + 1)(p + 1)$ алгебраических уравнений, в которые войдут искомые значения $\theta_{1,1}, \dots, \theta_{p+1, m+1}$, описывающие температурное поле в пластине.

Решение системы из $(m + 1)(p + 1)$ уравнений осуществляется с помощью ЭВМ. На рис. 2.15 показано температурное поле в пластине из стали 20Х23Н18, рассчитанное на ЭВМ ЕС-1035 при числе узловых точек $(m + 1)(p + 1) = 20 \cdot 50 = 1000$ и $q_{p+1} = 3q_1$; $q_1 = 8 \cdot 10^6$ Вт/м². Коэффициент теплопроводности стали $\lambda = 21,5$ Вт/(м·°С), шаг сетки $h = 0,51$ мм.

На рис. 2.16 показан результат расчета с помощью метода конечных разностей температурного поля для более сложной задачи: нагревания и частичного расплавления поверхности заготовки лучом лазера, движущимся со скоростью v [35]. Предположим, что источник теплоты распределен по нормальному закону, а жидкий металл немедленно удаляется из лунки проплавления. Скрытая теплота плавления единицы объема материала в условиях задачи в 5 раз меньше, чем теплота, необходимая для того, чтобы нагреть этот объем до температуры плавления.

Распечатка (рис. 2.16, б) относится к части поля, заштрихованной на рис. 2.16, а. Места, где металл оплавляется, обозначены на распечатке буквой E , а цифры представляют собой значения $x = 10\theta/\theta_{пл}$, где $\theta_{пл}$ — температура плавления. На рис. 2.16, а по оси абсцисс отложены безразмерные величины $\psi = x/l$, где l — половина длины источника (см. рис. 1.19), а по оси ординат — безразмерный комплекс $v' = (y'/l) \sqrt{Pe}$, где y' — расстояние от какой-либо точки полупространства до поверхности, являющейся границей между расплавом и твердым металлом.

Вблизи центра источника ($\psi \approx 0$) ординаты v' имеют наименьшее значение. Это свидетельствует о том, что скорость расплавления



б)

Рис. 2.16. Безразмерное температурное поле при нагревании и проплавлении поверхности заготовки лучом лазера

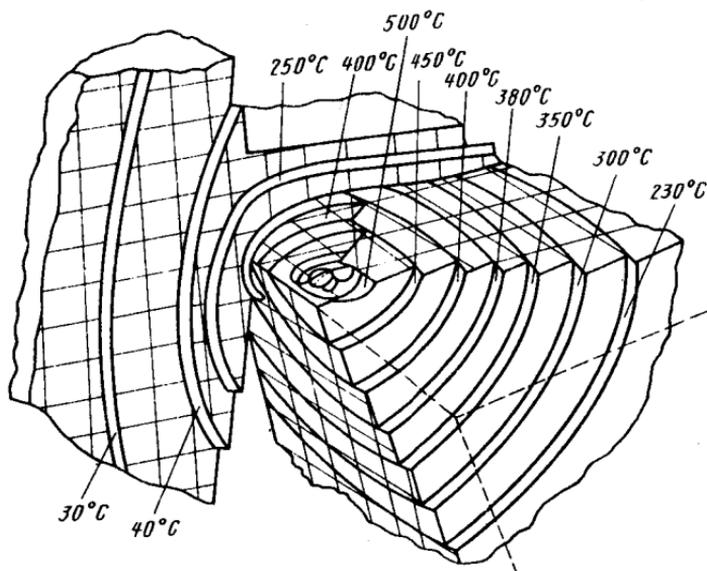


Рис. 2.17. Распределение температур в зоне резания, рассчитанное методом конечных разностей

ния поверхности заготовки в этой области больше, чем скорость распространения теплоты в металле, в связи с чем расстояние от соответствующих изотерм до дна лунки проплавления сокращается.

На рис. 2.17 показан еще один пример применения метода конечных разностей к расчету температурного поля в технологической подсистеме [21]. Он относится к точению заготовки из стали 60 резцом из быстрорежущей стали P18 при скорости резания $v = 65$ м/мин, подаче $S = 0,08$ мм/об и глубине резания $t = 2$ мм. Зона резания, включающая резец, стружку и часть заготовки, представлена в виде трехмерной модели, разбитой на участки конечных размеров. Учтена зависимость коэффициента теплопроводности материала заготовки и инструментального материала от температуры, а также наличие нароста между стружкой и передней поверхностью инструмента. Результаты расчета, выполненного на мощной ЭВМ, показаны в виде ряда изотермических поверхностей, расположенных в компонентах процесса.

Метод конечных элементов. Разбиение твердых тел на одинаковые по размеру элементарные объемы, а времени — на одинаковые промежутки, как это делается в методе конечных разностей, вызывает для более или менее сложных случаев теплообмена в технологических подсистемах столь большой объем вычислительной работы, что процесс счета оказывается очень длительным и дорогостоящим, а подчас с ним не справляются даже мощные ЭВМ. Желание существенно уменьшить объем вычислений привело к разработке метода конечных элементов (МКЭ).

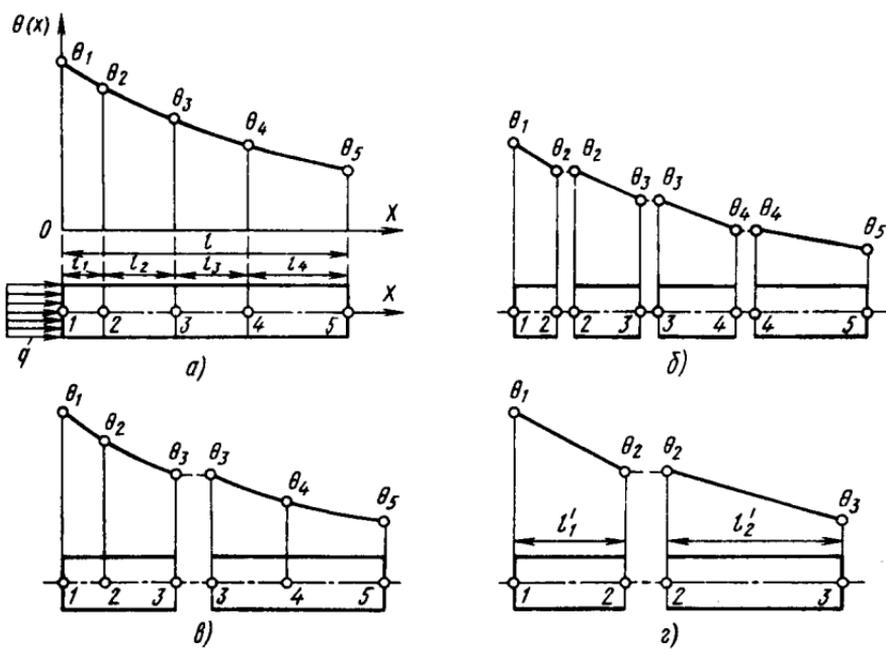


Рис. 2.18. Разбиение стержня при использовании метода конечных элементов

Метод конечных элементов учитывает тот факт, что в любой конкретной задаче, в том числе технологической, разные участки системы твердых тел представляют для теории и практики различный интерес. Например, сведения о температуре контактных поверхностей и прилежащих к ним участков инструмента, обрабатываемой заготовки или соприкасающихся деталей машин, как правило, представляют больший интерес, чем температура участков и поверхностей, удаленных от зоны контакта. Следовательно, приконтактные объемы твердых тел в технологической подсистеме должны быть изучены с большей степенью детализации, чем удаленные, они должны быть при численном методе решения дифференциального уравнения теплопроводности разбиты на конечные элементы более мелкие, чем удаленные участки технологической зоны. Метод конечных элементов позволяет осуществлять различную детализацию решения в разных областях изучаемого объекта, причем могут быть использованы элементарные объемы, различные не только по величине, но и по конфигурации.

Основную идею МКЭ изложим на примере решения той же задачи о распространении теплоты в стержне ($\frac{212}{011.11} 52$), которую мы рассматривали при описании метода конечных разностей. Дифференциальное уравнение теплопроводности для этой задачи при условии, что теплофизические характеристики материала

зависят от температуры, описывается формулой (1.45), а граничное условие на левом торце стержня ($x = 0$, рис. 2.18) — выражением (1.11). Пусть на другом торце стержня ($x = l$) имеет место конвективный теплообмен со средой, температура которой θ_0 . Тогда граничное условие на этой поверхности описывается формулой (1.60).

В вариационном исчислении [30] показано, что существует функционал

$$\chi = \frac{1}{2} \int_V \lambda \left(\frac{\partial \theta}{\partial x} \right)^2 dv \pm \int_{S_1} q \theta dS + \int_{S_2} \frac{\alpha}{2} (\theta - \theta_0)^2 dS, \quad (2.50)$$

имеющий минимум в случае, когда выполняются условия (1.11), (1.45) и (1.60) или, наоборот, этим условиям можно удовлетворить, если отыскать минимум функционала (2.50). Но удовлетворить условиям (1.45), (1.11) и (1.60) — это значит решить для одномерной задачи дифференциальное уравнение теплопроводности с заданными граничными условиями. В этом состоит одна из главных идей МКЭ — отыскать минимум того или иного функционала (а формулы, аналогичные (2.50), могут быть написаны и для других случаев теплообмена) и таким образом решить дифференциальное уравнение при заданных условиях однозначности, т. е. отыскать функцию $\theta(x)$ для одномерной задачи и аналогичные ей функции $\theta(x, y)$ и $\theta(x, y, z)$ — для задач другой мерности.

Однако минимизация выражения (2.50) чисто аналитическим путем для сложных задач теплообмена оказывается невозможной. Поэтому вторая главная идея МКЭ состоит в том, что непрерывная функция $\theta(x)$ и аналогичные ей функции аппроксимируются кусочно-непрерывными функциями, причем каждая из последних определяется для подобласти (элемента) нагреваемого тела. При аппроксимации применяют полиномы первой или второй степени.

Рассмотрим стержень длиной l (рис. 2.18, а). Вдоль оси X наметим в нем несколько узловых точек, например пять, располагая их на любом расстоянии друг от друга. Разбиение области l на элементы может быть выполнено несколькими способами. Можно, во-первых, ограничить каждый элемент двумя соседними узловыми точками, образовав четыре подобласти неодинаковой длины l_1, \dots, l_4 (рис. 2.18, б). Можно сделать и по-другому: разбить всю область на два элемента длиной $l_1 + l_2$ и $l_3 + l_4$, каждый из которых содержит по три узла (рис. 2.18, в). В первом случае кусочно-непрерывная функция для каждого элемента линейна по X (две точки определяют уравнение прямой), а окончательная аппроксимация $\theta(x)$ будет состоять из четырех (в условиях примера) полиномов первой степени. Другой способ разбиения приводит к аппроксимации $\theta(x)$ совокупностью из двух кусочно-непрерывных функций в виде полиномов второго порядка.

Рассмотрим первый вариант аппроксимации. Присвоим узлам, расположенным на левом торце каждого из k элементов ($k = 1, 2, 3, 4$), индекс i , а на правом — индекс j . Используя известное уравнение для прямой, проходящей через две точки, для каждого элемента запишем $(\theta - \theta_i)/(\theta_j - \theta_i) = (x - x_i)/(x_j - x_i)$, откуда

$$\theta = \frac{x_j - x}{l_k} \theta_i + \frac{x - x_i}{l_k} \theta_j,$$

где $l_k = x_j - x_i$ — длина элемента; θ_i и θ_j — температуры в его узловых точках. Так как $i = k$, а $j = k + 1$, то

$$\theta = \frac{x_{k+1} - x}{l_k} \theta_k + \frac{x - x_k}{l_k} \theta_{k+1}. \quad (2.51)$$

Дифференцируя выражение (2.51) по x , получаем

$$\frac{\partial \theta}{\partial x} = \frac{1}{l_k} (\theta_{k+1} - \theta_k). \quad (2.52)$$

Теперь возвратимся к функционалу (2.50). Если площадь поперечного сечения стержня равна F , то интеграл по объему V можно заменить интегралом $F \int \lambda (d\theta/\partial x)^2 dx$. Имея в виду формулу (2.52), положим приближенно

$$\int \lambda \left(\frac{\partial \theta}{\partial x} \right)^2 dx \approx \sum_{k=1}^m \frac{\lambda_k}{l_k} (\theta_{k+1} - \theta_k)^2, \quad (2.53)$$

где λ_k — средний коэффициент теплопроводности для каждого из элементов длиной l_k ; m — число этих элементов.

Второй интеграл в функционале (2.50) относится к граничным условиям на левом торце стержня. Перед этим интегралом берется знак «минус», если теплота поступает через граничную поверхность внутрь тела, и знак «плюс» при противоположном направлении теплового потока. Для рассматриваемого примера (рис. 2.18) температура на торце $x = 0$ равна θ_1 , а $q = \text{const}$. Следовательно, в формуле (2.50)

$$\int_{S_1} q \theta dS = qF\theta_1. \quad (2.54)$$

Для второго торца $\theta = \theta_{m+1}$ и $\alpha = \text{const}$, следовательно,

$$\int_{S_2} \frac{\alpha}{2} (\theta - \theta_0)^2 dS = \frac{\alpha F}{2} (\theta_{m+1} - \theta_0)^2. \quad (2.55)$$

Объединяя выражения (2.53)—(2.55), получаем

$$\chi = \frac{F}{2} \sum_{k=1}^m \frac{\lambda_k}{l_k} (\theta_{k+1} - \theta_k)^2 - qF\theta_1 + \frac{\alpha F}{2} (\theta_{m+1} - \theta_0)^2. \quad (2.56)$$

Как видно из формулы (2.56), значение функционала χ зависит от значений независимых переменных $\theta_1, \dots, \theta_{m+1}$, которые необходимо подобрать так, чтобы получить $\chi \rightarrow \min$. Это значит, что

$$\frac{\partial \chi}{\partial \theta_1} = 0; \dots; \frac{\partial \chi}{\partial \theta_k} = 0; \dots; \frac{\partial \chi}{\partial \theta_{m+1}} = 0.$$

Получаем систему из $m + 1$ уравнений с таким же числом неизвестных, разрешая которую с помощью ЭВМ, определяем искомые значения $\theta_{i,j}$ в узловых точках, а с ними — и интересующую нас функцию $\theta(x)$. Последнюю можем описать приближенно, аппроксимируя результаты машинного счета тем или иным способом.

Рассмотрим с чисто методической целью простой пример, иллюстрирующий порядок расчета при использовании метода конечных элементов. Пусть стержень, показанный на рис. 2.18, разбивают на две неравные части, каждая из которых имеет свой коэффициент теплопроводности $\lambda_{1,2}$ (рис. 2.18, з). В соответствии с формулой (2.48) в этом случае

$$\chi = \frac{F\lambda_1}{2l'_1} (\theta_2 - \theta_1)^2 + \frac{F\lambda_2}{2l'_2} (\theta_3 - \theta_2)^2 - qF\theta_1 + \frac{\alpha F}{2} (\theta_3 - \theta_0)^2. \quad (2.57)$$

Обозначим $C_1 = F\lambda_1/l'_1$; $C_2 = F\lambda_2/l'_2$. С целью минимизации функционала χ продифференцируем выражение (2.57) и результат приравняем к нулю:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \chi}{\partial \theta_1} &= C_1\theta_1 - C_1\theta_2 - qF = 0; \\ \frac{\partial \chi}{\partial \theta_2} &= -C_1\theta_1 + (C_1 + C_2)\theta_2 - C_2\theta_3 = 0; \\ \frac{\partial \chi}{\partial \theta_3} &= -C_2\theta_2 + (C_2 + \alpha F)\theta_3 - \alpha F\theta_0 = 0. \end{aligned}$$

Эти уравнения могут быть представлены в матричной форме:

$$\begin{bmatrix} C_1 & -C_1 & 0 \\ -C_1 & (C_1 + C_2) & -C_2 \\ 0 & -C_2 & (C_2 + \alpha F) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} qF \\ 0 \\ \alpha F\theta_0 \end{pmatrix}. \quad (2.58)$$

Решая систему уравнений (2.58), получаем искомые значения температур:

$$\begin{aligned} \theta_1 &= q \left(\frac{1}{\alpha} + \frac{l'_1}{\lambda_1} + \frac{l'_2}{\lambda_2} \right) - \theta_0; \\ \theta_2 &= q \left(\frac{1}{\alpha} + \frac{l'_2}{\lambda_2} \right) - \theta_0; \\ \theta_3 &= \frac{q}{\alpha} - \theta_0. \end{aligned} \quad (2.59)$$

При матрицах коэффициентов (их называют матрицами жесткости) более высокого ранга, соответствующих решению более сложных задач, используют стандартные программы для ЭВМ.

Таким образом, общий алгоритм описания тепловых процессов в твердых телах методом конечных элементов состоит из следующих основных этапов: 1) схематизация формы тела, источников тепловыделения и граничных условий; 2) разбиение схематизированного тела на элементы; 3) конкретизация вида функционала, соответствующего дифференциальному уравнению теплопроводности и граничным условиям; 4) составление системы уравнений для минимизации функционала; 5) определение численных значений температур в узловых точках тела путем решения этой системы уравнений с помощью ЭВМ.

Как видно из приведенных рассуждений, пользуясь методом конечных элементов, мы, как и в методе конечных разностей (МКР), приходим к системе уравнений. Однако при МКЭ число этих уравнений (и соответственно число неизвестных) может быть значительно меньшим, чем при МКР, поскольку элементам, на которые разбивается твердое тело, можно придавать различные размеры (меньшие в одной области, большие — в другой), что сокращает общее их число. В этом одно из важных преимуществ МКЭ перед МКР. Замена по формуле (2.53) интеграла по объему суммой членов, каждый из которых вычисляется для отдельного элемента, позволяет учитывать различные свойства материала для разных элементов (в том числе и для составных тел), что является вторым важным преимуществом МКЭ.

Наконец, немаловажным преимуществом МКЭ является возможность разбиения твердого тела на элементы не только различного размера, но и различной конфигурации. Для двумерных задач это могут быть треугольники, прямоугольники, многоугольники, для трехмерных задач — тетраэдры, параллелепипеды, призмы. Набор универсальных конечных элементов позволяет описывать форму тел с большой степенью приближения к реальной их конфигурации. В качестве примера на рис. 2.19 показано разбиение на элементы зоны резания при свободном точении заготовки из конструкционной стали твердосплавным резцом [3] и температурное поле, рассчитанное методом конечных элементов. Видно, что конечные элементы имеют более мелкие размеры вблизи контактных площадок инструмента и у поверхности сдвига. Размеры и конфигурация элементов меняются по мере удаления от наиболее важных участков зоны резания.

Метод граничных элементов. Для решения дифференциального уравнения теплопроводности в последние годы применяют метод граничных элементов (МГЭ). Существенное отличие МГЭ от МКР и МКЭ состоит в том, что на конечные подобласти разбивают только граничные поверхности тела, а не весь его объем, что сильно сокращает количество вычислений. Заметим, однако, что при использовании МГЭ теплофизические характеристики твер-

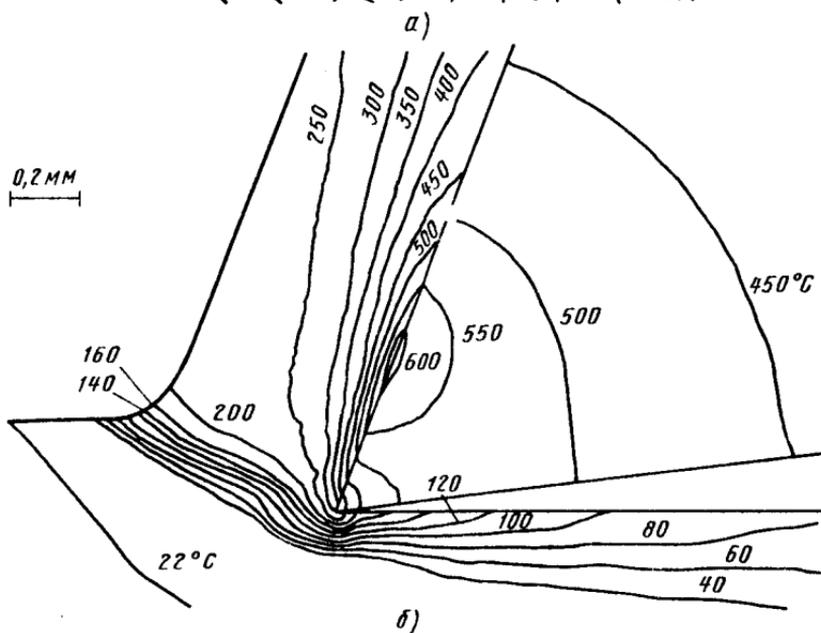
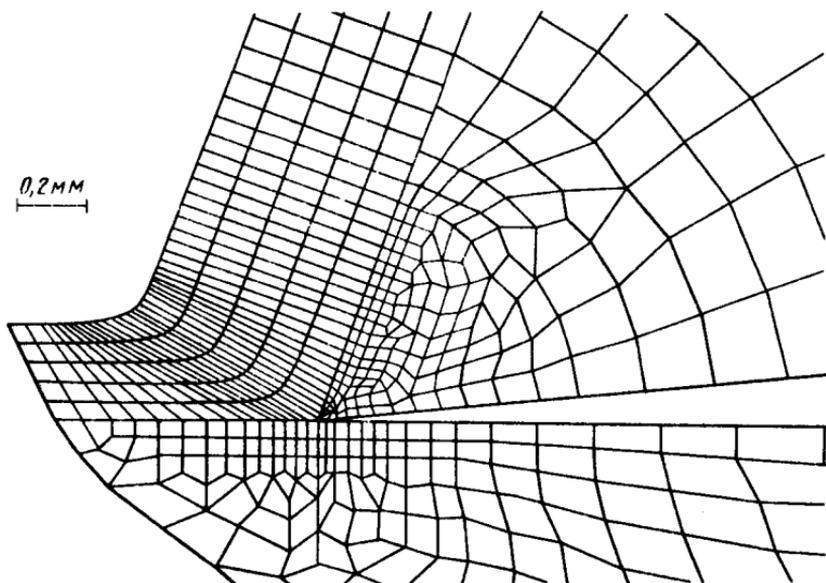


Рис. 2.19. Разбиение зоны резания на элементы (а) и результат численного расчета температурных полей (б) в инструменте, стружке и заготовке методом конечных элементов ($v = 1,3$ м/с; толщина среза $a = 0,27 \cdot 10^{-3}$ м; без охлаждения)

дого тела принимают не зависящими от температуры, а реализация этого метода часто приводит к значительным математическим трудностям. При анализе тепловых процессов в технологических системах метод граничных элементов пока применяют сравнительно редко.

Вопросы для самопроверки к п. 2.6

1. В чем преимущества и недостатки численных методов расчета по сравнению с аналитическими методами?
2. Чем отличается разбиение твердого тела на подобласти при методе конечных элементов от разбиения его при методе конечных разностей?
3. Чем отличается система уравнений, которую решают на ЭВМ при использовании метода конечных разностей, от системы уравнений, решаемой при методе конечных элементов?
4. Как зависит степень полинома, представляющего кусочно-непрерывную функцию, от числа узловых точек в каждой из подобластей твердого тела, если дифференциальное уравнение теплопроводности решается методом конечных элементов?
5. Кратко перечислите этапы решения дифференциального уравнения теплопроводности методами конечных разностей и конечных элементов.

Задачи к п. 2.6

26. Цилиндрическое сверло диаметром 5 мм состоит из двух частей — твердого сплава ВК8 ($\lambda_1 = 54,4$) и стали 45 ($\lambda_2 = 40,2$). Режущая часть припаяна встык к хвостовой части, причем температура плавления припоя равна 900°C . Длина режущей части инструмента 30 мм, хвостовой 40 мм. Хвостовая часть сверла зажата в массивный патрон, при этом верхний торец сверла имеет температуру окружающей среды $\theta_0 = 20^\circ\text{C}$. Площадь поперечного сечения сверла с учетом наличия канавок $F = 9,8 \text{ мм}^2$. При обработке заготовки из жаропрочной стали и некотором режиме резания эффективная мощность процесса сверления $W = 190 \text{ Вт}$, причем 2 % этой мощности создает тепловой поток, поступающий в инструмент. Сверление производится без охлаждения технологической жидкостью; теплообменом инструмента со стружкой и стенками отверстия за пределами зоны резания можно пренебречь. Процесс теплообмена установился. Рассчитать: 1) температуру на рабочем торце сверла; 2) запас прочности припоя по температуре в месте соединения режущей части инструмента с хвостовиком.

Алгоритм решения и комментарии к нему:

а) рассчитать среднюю по сечению плотность теплового потока, поступающего в сверло $\left(q = \frac{0,02 \cdot 190}{9,8 \cdot 10^{-4}} = 38,7 \cdot 10^4 \text{ Вт/м}^2 \right)$;

б) имея в виду, что $\theta_3 = \theta_0$, с помощью формул (2.59) рассчитать θ_1 и θ_2 ($\theta_1 \approx 618^\circ\text{C}$; $\theta_2 \approx 405^\circ\text{C}$);

в) рассчитать запас прочности припоя по температуре ($900/405 \approx 2,22$).

2.7. МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ

При описании тепловых процессов в технологических системах применяют два метода моделирования: изучение теплообмена в реальном твердом теле (или системе тел) на основе анализа сходного процесса распространения теплоты в модели; изучение теплообмена в реальном теле (или системе тел) на основе анализа другого физического явления, имеющего с процессом распространения теплоты формально аналогичное математическое описание. Первый метод назовем физическим моделированием процесса, а второй — математическим.

Физическое моделирование. Этот вид моделирования можно выполнять на устройствах, подвергаемых нагреванию и представляющих собой уменьшенную или увеличенную копию реального тела. При этом источники тепловыделения на модели могут быть иными, чем в реальном процессе. Примером является модель для изучения теплового взаимодействия между зерном шлифовального круга и поверхностью заготовки. Поскольку контактная площадка между отдельным зерном и обрабатываемой заготовкой очень мала, зерна в круге располагаются стохастически (т. е. по законам случайных величин), а взаимодействие каждого зерна с обрабатываемым материалом весьма краткосрочно, непосредственное изучение влияния параметров процесса шлифования на термический цикл, скорость изменения температуры и связанные с ними параметры качества изделия является достаточно трудной задачей.

Эти трудности возникают не только при экспериментальном измерении температур, но и при аналитических методах расчета, когда приходится принимать много упрощающих предположений и допущений. Возникло предложение [12] создать физическую модель, в которой одиночный тепловой импульс, создаваемый режущим зерном, заменен тепловым импульсом луча лазера. Управление плотностью тепловыделения, размерами контактной площадки и длительностью воздействия лазера на заготовку позволило изучить структурные изменения в поверхностных слоях заготовки, температуры и другие показатели процесса при различных условиях нагрева и этим путем выяснить некоторые закономерности, имеющие место при шлифовании.

Создавая физическую модель, следует обеспечить подобие между нею и реальным процессом. Условия подобия процессов в реальном объекте и модели состоят в следующем: 1) модель должна быть геометрически подобна реальному объекту; 2) должно быть обеспечено равенство безразмерных координат точек модели и реального объекта; 3) должно иметь место равенство критериев (инвариантов) подобия для модели и оригинала. Что касается первого условия, то оно не требует особых разъяснений.

Все размеры реального тела (или системы тел) и модели, существенные для процесса теплообмена, должны быть связаны между собой соотношением $l = \beta l_M$, где l — размер какого-либо элемента или участка на оригинале; l_M — соответствующий размер на модели. Коэффициент пропорциональности β , именуемый константой подобия, остается одним и тем же для всех размеров модели, он может иметь значения $\beta \leq 1$. Второе условие подобия вытекает из первого. Если координаты точки $A(x, y, z)$ реального тела представлены в безразмерной системе так, что $\psi = x/l$; $v = y/l$; $\zeta = z/l$, где l — какой-либо определяющий размер (например, длина пятна нагрева), то координаты сходственной точки $A_1(x_M, y_M, z_M)$ на модели нужно определять из условия $x_M = \psi l_M$; $y_M = v l_M$ и $z_M = \zeta l_M$, где $l_M = l/\beta$.

Критерии (инварианты), о которых шла речь в третьем условии подобия модели и оригинала, являются безразмерными комплексами, характеризующими процесс теплообмена и условия на граничных поверхностях тела. К ним относятся, прежде всего, критерии Пекле и Фурье. Первый из них описывает в безразмерном виде скорость перемещения движущегося источника теплоты. Для оригинала $Pe = vl/\omega$, а для модели $Pe_M = v_M l_M/\omega_M$, где ω и ω_M — соответственно коэффициенты температуропроводности материалов изучаемого тела и модели.

Условие равенства $Pe = Pe_M$ приводит к соотношению

$$v_M = v \frac{l}{l_M} \frac{\omega_M}{\omega}, \quad (2.60)$$

по которому нужно рассчитывать скорость перемещения источника на модели. Критерий Фурье описывает безразмерное время. Для процесса, протекающего в реальном теле, $Fo = \omega t/l^2$, а для процесса теплообмена в физической модели $Fo_M = \omega_M \tau_M/l_M^2$. При $Fo = Fo_M$ получаем

$$\tau_M = \tau \frac{\omega}{\omega_M} \left(\frac{l_M}{l} \right)^2. \quad (2.61)$$

Если нас в реальном процессе теплообмена интересует какая-либо величина, например температура, возникающая через τ секунд после начала процесса, то на модели соответствующие измерения должны быть сделаны через τ_M секунд. Кстати, заметим, что температуры на реальном объекте и модели также целесообразно сопоставлять с помощью безразмерных величин $\kappa = \theta/\theta^*$; $\kappa_M = \theta_M/\theta_M^*$, где θ^* и θ_M^* — соответственно некоторые значения температур, принятые за масштаб в реальном объекте и модели. Из равенства $\kappa = \kappa_M$ вытекает соотношение

$$\theta = \theta_M \theta^*/\theta_M^*. \quad (2.62)$$

Формулу (2.62) применяют для описания на модели граничных условий первого рода. Если на каком-либо участке нагреваемого тела заданы граничные условия второго рода, то подобие моделируемого объекта и модели требует определения критериев Кирпичева

$$Ki = ql/\lambda\theta^*, \quad (2.63)$$

где q — плотность теплового потока; λ — коэффициент теплопроводности нагреваемого тела.

Написав значения Ki для модели

$$Ki = q_M l_M / \lambda_M \theta_M^* \quad (2.64)$$

и приравняв выражения (2.63) и (2.64), можем получить формулу для расчета соотношения между масштабными температурами на реальном объекте и модели в виде

$$\theta^*/\theta_M^* = \beta q \lambda_M / q_M \lambda, \quad (2.65)$$

где β — константа подобия.

Формула (2.65) в комбинации с выражением (2.62) позволяет рассчитать температуру θ в заданной точке реального тела по температуре θ_m сходственной точки на модели, если известна плотность теплового потока q_m , подведенного к пятну нагрева на модели.

Подобие граничных условий третьего рода на поверхностях изучаемого объекта и модели определяется равенством критериев Био

$$Bi = \alpha l / \lambda, \quad (2.66)$$

где α — коэффициент теплоотдачи на граничной поверхности тела.

Равенство критериев $Bi = Bi_m$ позволяет рассчитать коэффициент теплоотдачи на поверхности модели, при котором обеспечивается подобие условий теплообмена.

Математическое моделирование. Математическое моделирование отличается от физического тем, что рассматривают не два сходных физических процесса (телопередача в реальном теле и модели), а два разных по своей физической природе явления (например, процессы распространения теплоты и электрического тока), имеющие одинаковое математическое описание. Применение этих методов моделирования основано на формальной одинаковости аналитического описания различных процессов, которая оказывается следствием далеко идущей связи между различными явлениями в природе. «Единство природы, — писал В. И. Ленин, — обнаруживается в «поразительной аналогичности» дифференциальных уравнений, относящихся к разным областям явлений»*. Действительно, напишем дифференциальное уравнение теплопроводности (1.36) для твердого тела, в котором отсутствуют внутренние источники теплоты,

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} = \frac{\lambda}{c\rho} \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} \right)$$

и дифференциальное уравнение, описывающее процесс распространения электрического тока в твердом теле:

$$\frac{\partial U}{\partial \tau_1} = \frac{\gamma}{c_0} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y_1^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z_1^2} \right), \quad (2.67)$$

где U — потенциал в точке твердого тела с координатами x_1 , y_1 , z_1 ; γ — электропроводность; c_0 — удельная электрическая емкость этого тела.

Аналогичность уравнений (1.36) и (2.67) очевидна. Следовательно, если при определенных условиях изучать на модели процесс распространения электрического тока, то таким путем можно судить о процессе распространения теплоты в интересующем нас объекте.

* Ленин В. И. Полн. собр. соч. изд. V. Т. XVIII. С. 306.

Уравнения типа (2.67) могут быть написаны для процесса движения жидкости в невихревом потоке, для распространения звука и т. д. Соответственно и модели будут представлять собой устройства с жидкостью, источниками звуковых колебаний и т. д. При анализе тепловых процессов в технологических системах наибольшее распространение получили модели, в которых используется так называемая электротепловая аналогия, т. е. аналогия между математическим описанием процессов распространения теплоты и электрического тока. На этом варианте моделирования мы и сосредоточим свое внимание.

Метод электрической аналогии предусматривает применение моделей двух типов: 1) со сплошной электропроводящей средой и 2) с сеткой, состоящей из активных сопротивлений (резисторов) и емкости. В качестве сплошной среды чаще всего применяют графитизированную электропроводную бумагу. Такие модели, выпускаемые отечественной промышленностью, служат для решения двумерных или осесимметричных задач при стационарном теплообмене и неподвижных источниках или стоках теплоты. На моделях из электропроводной бумаги можно исследовать и нестационарные или трехмерные задачи теплопроводности, однако конструкция модели в этих случаях неоправданно усложняется.

Условия подобия процессов распространения теплоты в твердом теле и электрического тока в модели аналогичны тем, которые мы перечислили выше при рассмотрении физических методов моделирования. Однако поскольку на модели мы имеем не тепловой, а электрический процесс, формулы (2.62) и (2.64) должны быть представлены в виде

$$\theta = U\theta^*/U^*, \quad (2.68)$$

$$K_{i_m} = \delta I_m / \gamma U^*, \quad (2.69)$$

где U — потенциал в сходственной точке модели; U^* — значение потенциала, принятое за масштаб; δ — плотность тока, А/м; γ — электропроводность материала модели, Ом⁻¹.

Приравнивая друг к другу значения K_i и K_{i_m} , рассчитанные по формулам (2.63) и (2.69), имеем возможность при известной электропроводности графитизированной бумаги определить плотность тока, которую следует задать на модели:

$$\delta = \beta \frac{\gamma}{\lambda} \frac{U^*}{\theta^*} q. \quad (2.70)$$

На рис. 2.20 показана схема интегратора для моделирования на электропроводной бумаге. Блок питания 1 содержит выпрямитель, включенный через трансформатор в сеть 220 В. На выходные контакты a, b блока 1 подано рабочее напряжение, питающее цепь, в которую входят резисторы 11, контакты 12, модель 13 и нулевая шина 15. Резисторы 11, именуемые истоками, служат для подвода к контактной поверхности модели тока задан-

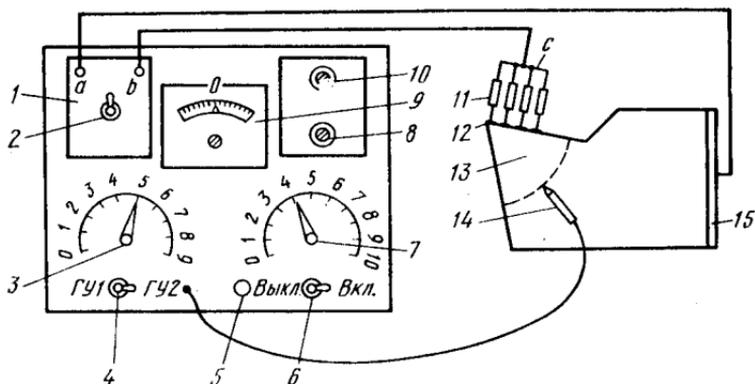


Рис. 2.20. Устройство для моделирования на электропроводной бумаге

ной плотности, имитирующего тепловой поток. В данном случае истоки имитируют тепловой поток, направленный со стороны стружки в резец и принятый равномерно распределенным по длине контакта. Если требуется моделировать другой закон распределения плотности тепловых потоков, то рабочее напряжение от контакта *b* на блоке питания 1 должно подводиться не на общую шину *c*, обслуживающую все истоки 11, а через потенциометрический делитель напряжения к каждому истоку в отдельности.

Нулевую шину 15 устанавливают на участке модели, соответствующем участку твердого тела в том месте, где граничная поверхность может быть признана пассивной. При ГУ2 внешние участки модели изолируются от стола устройства, что имитирует отсутствие теплообмена нагреваемого тела с окружающей средой.

Блок питания на рабочий режим включают кнопкой 2, а всю установку — кнопкой 6. Лампочка 5 сигнализирует о готовности интегратора к работе.

Вначале измерительное устройство 9 настраивают на нуль по потенциалу U^* . С этой целью переключатели декад 3 и реохорда 7 устанавливают так, чтобы суммарная отметка на их шкалах составляла 100 % (на рис. 2.20 указатели 3 и 7 поставлены в положение, когда суммарная отметка составляет 54 %). Кнопку 4 включения граничных условий ставят в положение, заданное условиями эксперимента. Измерительной иглой 14 прикасаются к точке на модели, потенциал которой принят за U^* . Обычно в качестве нее выбирают точку, где ожидают $U = U_{\max}$ (например, на модели резца у вершины режущего клина). Далее, регулируя сопротивления резисторов грубой 10 и точной 8 настройки, добиваются установки на нуль стрелки прибора 9.

Дальнейшие работы можно выполнять в двух вариантах. Первый состоит в том, что, касаясь иглой 14 какой-либо точки на модели 13, путем нескольких проб устанавливают переключателя

тели 3 и 7 в положение, при котором стрелка прибора 9 покажет нуль. Отсчет по шкалам декад и реохорда позволяет в этом положении иглы определить безразмерный потенциал $\kappa = U/U^*$ и далее по формуле (2.68) температуру сходственной точки на нагреваемом объекте.

Второй вариант имеет целью построение на модели эквипотенциалей, которые в известном масштабе представляют собой изотермы на нагреваемом теле. Для этого переключатели 3 и 7 ставят в определенное положение, установив на соответствующих шкалах искомую величину κ (например, $\kappa = 54\%$, как показано на рис. 2.20). Перемещая иглу по поверхности модели, отыскивают точки, соответствующие нулю на приборе 9. Эти точки принадлежат эквипотенциалу κ и, следовательно, в соответствующем масштабе, определяемом константой подобия β , — изотерме $\theta = \kappa\theta^*$ на оригинале. Последовательно устанавливая на шкалах переключателей различные значения κ , можно построить поле эквипотенциалей на модели, а затем температурное поле на нагреваемом объекте, т. е. методом аналогового моделирования решить дифференциальное уравнение теплопроводности

$$\partial^2\theta/\partial x^2 + \partial^2\theta/\partial y^2 = 0.$$

Покажем конкретный результат моделирования, выполненного по второму варианту. Изучали температурное поле планшайбы крупного карусельного станка, используемого для точения заготовок с плазменным нагревом. Плазменный нагрев временно снижает прочность обрабатываемого материала, что, в свою очередь, позволяет в несколько раз повысить режимы резания и производительность процесса [20].

В связи с высокой производительностью на горизонтальную поверхность планшайбы попадает большое количество стружки (при обработке крупных заготовок в течение 1 ч масса стружки может составлять 500 кг). Поскольку стружка нагрета до высокой температуры, планшайба станка также нагревается. Предположив, что стружка равномерно распределена по поверхности планшайбы, не занятой заготовкой, приходим к осесимметричной задаче о нагреве тела сложной формы. Аналитические методы расчета температурного поля здесь применять бессмысленно. Моделирование же на электропроводной бумаге исходных данных, взятых из практики, позволяет в первом приближении получить

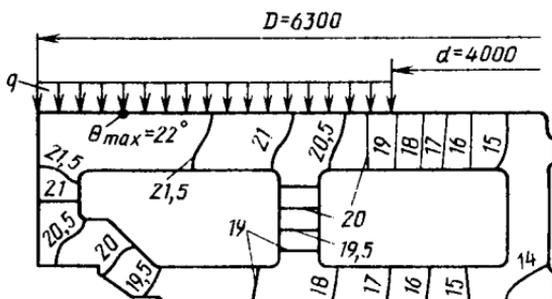


Рис. 2.21. Температурное поле в планшайбе карусельного станка при плазменно-механической обработке заготовки (D — диаметр планшайбы; d — диаметр заготовки)

температурное поле в диаметральном сечении планшайбы (рис. 2.21).

Видно, что даже на сравнительно удаленных участках этой важной детали карусельного станка возможно повышение избыточных температур, показанных на изотермах, до уровня, небезопасного с точки зрения работоспособности опорных поверхностей планшайбы и ее термических деформаций. Это вызывает необходимость разработки дополнительных устройств для активного удаления стружки, а также для охлаждения опорных поверхностей планшайбы.

Сеточные аналоговые модели. Для решения задач теплопроводности в твердом теле используют модели в виде электрических сеток, состоящих из резисторов и конденсаторов, так называемые *RC*-сетки. В основе моделирования на *RC*-сетках лежит принцип построения тепловых цепей и их замены электрическими. Как показано в п. 1.3, термическое сопротивление тела $R = \Delta/(\lambda F)$ [формула (1.25)] может быть имитировано электрическим сопротивлением $R_0 = l/(\gamma S)$. Продолжая аналогию, разбиваем твердое тело любой формы на элементарные объемы, в каждом из которых термическое сопротивление заменяем резистором соответствующего сопротивления. Если, например, элементарный объем представляет собой параллелепипед со сторонами $\Delta_x, \Delta_y, \Delta_z$, а коэффициенты теплопроводности тела по направлению осей координат соответственно $\lambda_x, \lambda_y, \lambda_z$, то термические сопротивления этого объема

$$R_x = \frac{\Delta_x}{\lambda_x \Delta_y \Delta_z}; \quad R_y = \frac{\Delta_y}{\lambda_y \Delta_x \Delta_z}; \quad R_z = \frac{\Delta_z}{\lambda_z \Delta_x \Delta_y}$$

могут быть заменены в известном масштабе электрическими сопротивлениями

$$R_{0x} = \frac{h_x}{\gamma_x h_y h_z}; \quad R_{0y} = \frac{h_y}{\gamma_y h_x h_z}; \quad R_{0z} = \frac{h_z}{\gamma_z h_x h_y},$$

где h_x, h_y, h_z — шаги сетки по направлениям осей X, Y, Z ; γ_x, γ_y и γ_z — соответствующие удельные электрические сопротивления.

При моделировании нестационарных процессов теплообмена, кроме термического сопротивления тел, необходимо учитывать и их теплоемкость. Теплоемкость элементарных объемов, на которые разбито твердое тело, в сеточной модели имитируется электрическими конденсаторами, подключаемыми к узлам сетки. Заменяв нагреваемое тело *RC*-сеткой, к узлам последней на участке, соответствующем пятну нагрева, подключаются истоки, аналогичные истокам, подключенным к плоской модели на рис. 2.20. Затем, как и там, определяют потенциал U^* , принятый за масштаб, и измеряют потенциалы U в отдельных узлах сетки. Распределение безразмерных потенциалов x и последующий рас-

чет температур $\theta = \kappa\theta^*$ являются решением дифференциального уравнения теплопроводности, например уравнения (1.36), если моделирование выполнено с учетом правил подобия $K_i = K_{iM}$; $F_0 = F_{0M}$. Для задания граничных условий третьего рода ($B_i = B_{iM}$) соответствующие узлы сетки через резисторы, имитирующие сток теплоты, подключают к нулевой шине модели.

Моделирование задач теплопроводности при наличии в твердом теле источника теплоты, движущегося в направлении одной из осей координат, например оси X , требует решения дифференциального уравнения теплопроводности

$$\frac{\partial\theta}{\partial\tau} = \omega \nabla^2\theta + v \frac{\partial\theta}{\partial x}, \quad (2.71)$$

отличающегося от выражения (1.39) дополнительным членом, содержащим скорость v перемещения источника. Для решения таких задач на практике применяют два способа: 1) моделирование с применением устройств, подключающих узлы RC -сетки к истокам по определенной программе; 2) квазианалоговое моделирование.

Первый способ состоит в том, что с помощью ЭВМ или специального устройства, работающего по заданной программе, узлы сетки подключают к истокам поочередно в порядке, соответствующем перемещению источника по нагреваемому телу. Рассмотрим, например, процесс плоского шлифования заготовки торцом круга (см. рис. 1.16), предположив для простоты задачи, что охлаждающую жидкость не применяют. Круг вращается с большой скоростью. Это позволяет рассматривать задачу о распространении теплоты в нем как осесимметричную, а в любом диаметральном сечении — как двумерную. Распространение в заготовке теплоты, возникающей на поверхности контакта между нею и кругом, также можем представить в виде двумерной задачи, если полагать, что боковые поверхности заготовки адиабатичны. Таким образом, для круга и для заготовки при моделировании должны быть созданы две RC -сетки, каждая из которых имеет свои резисторы и конденсаторы, поскольку теплофизические характеристики заготовки и круга различны. На рис. 2.22 условно показаны эти сетки, обозначенные для заготовки $CЗ$ и для круга $СК$.

Чтобы смоделировать процесс теплообмена, необходимо последовательно подключать узлы $CЗ$ (1, 2, 3, ..., m) к узлам $СК$ (a, b, c, \dots, k) в порядке, соответствующем ходу процесса шлифования. Надо вначале соединить узлы 1 и a . Затем по мере движения заготовки надо соединить одновременно узлы 1 и b , 2 и a и т. д. После того как точка k на торце круга пройдет над последней точкой m на поверхности заготовки, узлы сеток $CЗ$ и $СК$ надо после некоторого перерыва, имитирующего перебеги шлифовального круга, соединять в обратном порядке, чтобы имитировать движение заготовки в обратном направлении.

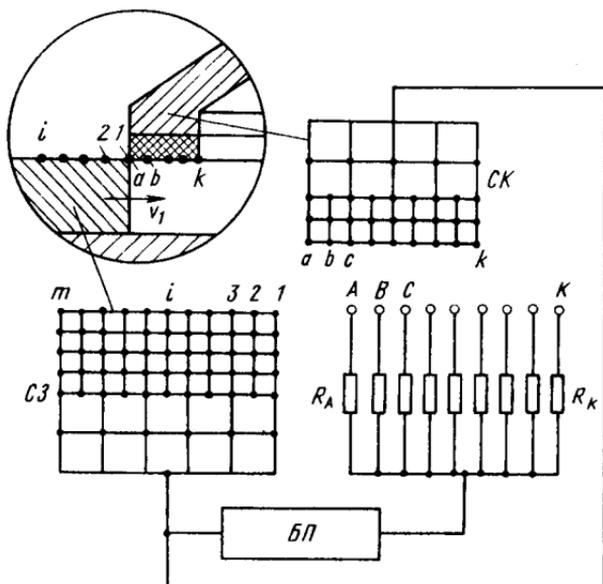


Рис. 2.22. Схема устройства для моделирования на RC -сетке процесса плоского шлифования заготовки торцом круга

Соединяя каждую пару узлов, необходимо подключить их к соответствующему истоку A, B, \dots, K , число которых равно числу узлов в нижнем ряду $СК$. Если плотность теплообразования на поверхности контакта между кругом и заготовкой распределена неравномерно, то сопротивления R_A, \dots, R_K истоков должны иметь различные значения, обеспечивающие различные токи на контактах A, B, \dots, K . В этом случае и подключение истоков при моделировании прямого и обратного ходов заготовки должно осуществляться в различном порядке. Так, в начале прямого хода исток A должен подключаться к узлам 1 и a . При обратном ходе этот же исток должен подключаться к узлу m сетки заготовки и узлу k сетки круга.

Блок питания $БП$ обеспечивает создание на узлах моделей $СК$ и $СЗ$ потенциалов U , измеряя которые с помощью осциллографа, получают безразмерные величины χ . Далее по правилам подобия решают уравнения типа (2.71) для заготовки и круга.

При моделировании процессов нестационарного теплообмена в моделирующей установке должны быть предусмотрены специальные устройства, называемые *периодизаторами* [27]. Их назначение состоит в том, чтобы предоставить возможность наблюдать во времени процесс зарядки конденсаторов в узлах сетки, поскольку этот процесс отображает постепенный нагрев различных участков твердого тела при нестационарном теплообмене.

Квазианалоговое моделирование представляет собой другой способ решения дифференциального уравнения (2.71) при нали-

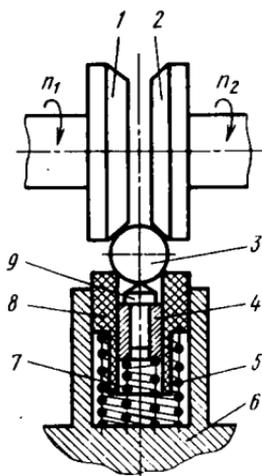


Рис. 2.23. Устройство для алмазного выглаживания шаров

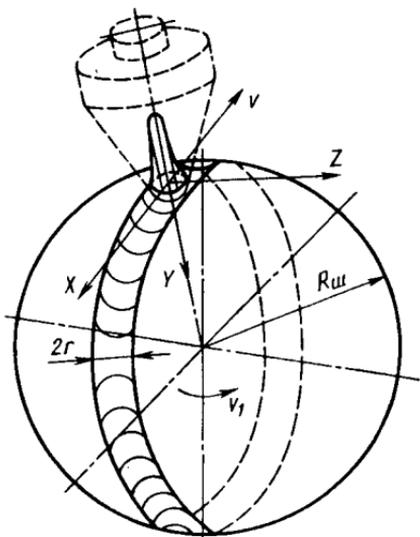


Рис. 2.24. Замена движущегося источника теплоты при алмазном выглаживании шара полосовым источником

чи в системе движущегося источника теплоты. Его идея состоит в том, что к узлам обычной RC -сетки подключают от отдельного источника питания дополнительные резисторы и уравнивающие устройства типа катодных повторителей, позволяющие имитировать на модели перенос теплоты движущимся источником. Более подробные сведения о квазианалоговом методе моделирования можно получить в работах [3, 27].

В некоторых случаях моделирование теплообмена в твердом теле при наличии движущегося источника теплоты можно упростить (особенно если источник быстро движущийся), заменяя непрерывный процесс тепловыделения рядом последовательных тепловых импульсов.

Рассмотрим, например, моделирование процесса алмазного выглаживания шара. Алмазное выглаживание позволяет упрочнить поверхность и этим повысить износостойкость тел качения при эксплуатации их в подшипниках или других узлах машин. Один из вариантов устройства, применяемого для выглаживания шаров [А. с. 1240577 (СССР)], показан на рис. 2.23. Шар 3 соприкасается с приводными роликами 1 и 2 и опирается на индентор 9. Сила, необходимая для поверхностного пластического деформирования шара, создается пружиной 7, действующей на держатель 4 индентора. Шар относительно индентора 9 и приводных роликов ориентируется сепаратором 8, изготовленным из материала с низким коэффициентом трения по стали, например фторопласта. Сепаратор находится под воздействием пружины 5 и

может перемещаться в осевом направлении относительно корпуса 6.

Ролики 1 и 2 вращаются с различной частотой n_1 и n_2 , что позволяет выгладить всю поверхность шара. В зависимости от соотношения частот n_1 и n_2 на поверхности шара могут быть получены различные сетки следов обработки. Эти сетки могут быть неравномерными или равномерными, с одинаковым или разным количеством пересечений на единице поверхности шара. Для обеспечения высоких эксплуатационных свойств выглаженной поверхности важно не только создать равномерную сетку следов, но и обеспечить заданный температурный режим обработки, поскольку от него зависит твердость тонкого, пластически деформированного слоя металла в приповерхностных слоях изделия.

Исследования показывают, что при алмазном выглаживании индентором со сферической рабочей поверхностью в контактной зоне возникает трехмерный источник теплоты, распределенный по нормально-круговому закону по пятну диаметром $2r$ на поверхности шара и по несимметричному нормальному закону по направлению в глубь металла (по оси Y , рис. 2.24). Таким образом интересующая нас задача описывается кодом $\frac{333}{757.21} 92$.

Источник можно полагать быстродвижущимся, поскольку выглаживание производится с высокими скоростями.

Имея в виду, что скорость выглаживания v намного превышает скорость v_1 поворота шара, можем источник тепловыделения представить в виде кольца шириной $2r$, охватывающего шар. Плотность тепловыделения на кольце распределена равномерно по окружности шара, по симметричному нормальному закону вдоль оси Z и несимметричному нормальному закону вдоль оси Y . Кольцевой источник действует в течение времени, равного длительности одного оборота шара $\tau = 2\pi R_{\text{ш}}/v$.

При такой схематизации процесса упомянутый выше код тепловой задачи можно заменить кодом $\frac{313}{157.01} 92$ и для этих условий строить RC-сетку и модель. В такой модели нет необходимости иметь устройства, имитирующие движение источника, необходим лишь блок, подающий к резисторам (истокам) электрические импульсы, длительность которых соответствует (в масштабе модели) времени τ . Модель позволяет изучить влияние на температуру выглаживания скорости v , числа i последовательных следов обработки, проходящих через данный участок поверхности шара, и других параметров процесса.

На рис. 2.25 приведены результаты моделирования процесса выглаживания шара диаметром $2R_{\text{ш}} = 12,7$ мм из стали ШХ15 алмазным индентором с радиусом сферической рабочей поверхности кристалла 1,5 мм. Сила прижатия индентора к обрабатываемой поверхности кристалла 1,5 мм. Сила прижатия инденто-

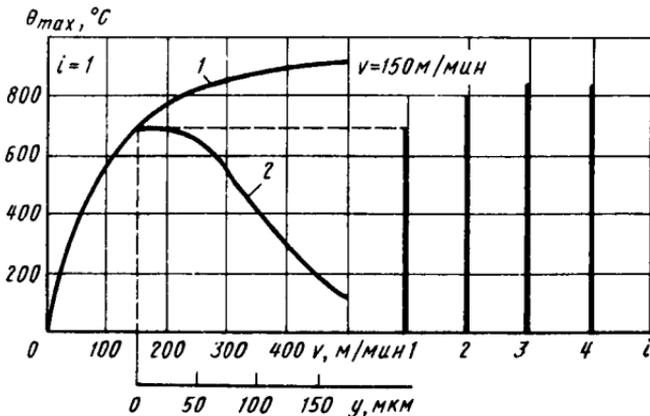


Рис. 2.25. Результаты определения температуры при алмазном выглаживании шаров методом моделирования:

1 — зависимость $\theta_{max}(v)$; 2 — распределение температур по глубине поверхностного слоя при $i = 1$

ра к обрабатываемой поверхности составляла 175 Н, скорость вращения шара вокруг своей оси $v_1 \approx 6 \cdot 10^{-4}v$, м/мин.

Наибольшая температура θ_{max} (в центре пятна контакта между индентором и шаром) при высоких скоростях выглаживания может достигать значений, опасных с точки зрения структурных превращений в поверхностных слоях закаленной заготовки, а также нежелательных с точки зрения изнашивания алмаза. По мере увеличения числа i следов обработки, проходящих через данную точку поверхности шара, температура вначале значительно возрастет (примерно на 12 % при $i = 2$), а далее (при $i = 3, 4, 5, \dots$) незначительно. Кривая 2 иллюстрирует распределение температур в приповерхностных слоях металла после первого прохода индентора. Видно, что на глубине $y \leq 50$ мкм температура оказывается примерно такой же, как на поверхности заготовки, а далее резко уменьшается вследствие рассеяния теплоты в массе заготовки. Результаты моделирования могут быть использованы при решении вопроса о рациональных режимах выглаживания и определении оптимального числа пересечений следов на обработанной поверхности.

2.8. ВЫБОР МЕТОДА РЕШЕНИЯ ТЕПЛОВЫХ ЗАДАЧ

Сделаем несколько общих замечаний о выборе того или иного метода описания процессов теплопроводности в твердых телах при решении конкретных задач. К сожалению, выбор метода и программы его реализации пока основан больше на интуиции и искусстве инженера-исследователя, чем на объективных технико-экономических показателях. Это объясняется, с одной стороны, большим разнообразием задач технологической теплофизики и недостаточным еще опытом их решения в технологиче-

2.1. Оценка основных характеристик задач технологической теплофизики

Характеристика	Вариант задачи	Балл
Цель расчета	Ориентировочный анализ	1
	Определение температуры на контактных поверхностях	3—5
Мерность задачи	Описание температурных полей	8—10
	Одномерная	1
	Двумерная	3
Число компонентов (твердых тел)	Трехмерная	5
	Одно тело	1
Конфигурация тел	Система тел	3—5
	Простая	1—2
Теплофизические характеристики тел	Сложная	3—6
	Постоянные	1
Движение компонентов системы или источников	Зависящие от температуры	10
	Неподвижные	2
Вид процесса теплообмена	Движущиеся	3—5
	Стационарный	1
Требуемый результат	Нестационарный	7
	Аналитические закономерности для расчета температур и тепловых потоков	1
Потребность в решении однотипных задач	Численные значения температур	5
	Один раз	1
	Периодически	5
	Систематически	7

ских службах предприятий и исследовательских учреждений. С другой стороны, еще мало сведений об оценке технико-экономических результатов теплофизических расчетов, выполненных тем или иным методом.

По мере накопления опыта каждый исследователь может составить для конкретной области технологии, в которой он работает, таблицу для предварительной оценки применимости того или иного метода решения. В качестве примера рассмотрим таблицу, составленную для оценки применимости методов решения теплофизических задач при механической обработке материалов.

В табл. 2.1 приведены некоторые характеристики теплофизических задач, каждой из которых присвоен условный балл или диапазон баллов. Обзор технических возможностей методов решения и анализ различных случаев их применения на практике позволил получить диапазоны суммарных баллов, приведенные в табл. 2.2.

При оценке технических возможностей и целесообразности применения каждого из методов учитывались: степень сложности решаемых задач; диапазон задач, охватываемых данным методом; гибкость метода, т. е. возможность быстрого перехода от одного класса задач к другому; уровень общности результатов решения; трудоемкость подготовительных работ; трудоемкость решения;

2.2. Оценка методов решения теплофизических задач

Метод решения	Суммарный балл
Непосредственное интегрирование дифференциального уравнения теплопроводности	10—12
Метод источников	12—30
Моделирование на электропроводной бумаге	30—33
Моделирование на RC -сетках	30—40
Метод конечных элементов	41—45
Метод конечных разностей	41—60

сложность и стоимость устройств, необходимых для реализации данного метода.

Суммируя баллы по табл. 2.1, характеризующие задачу, поставленную перед исследователем, с помощью табл. 2.2 ориентировочно оценивают целесообразность применения того или иного метода решения. Например, пусть требуется получить формулы для расчета температуры на контактных поверхностях режущего инструмента при свободном резании металла без учета зависимости $\lambda(\theta)$, при установившемся теплообмене, причем такие задачи в условиях данного производства (лаборатории, института) приходится решать периодически. По табл. 2.1 оцениваем баллы: 4 (температура на контактных поверхностях); 3 (двумерная задача); 3 (несложная система тел); 2 (несложная конфигурация тел); 1 (теплофизические характеристики не зависят от температуры); 4 (в системе имеются движущиеся источники теплоты); 1 (процесс установился); 1 (требуется формула); 5 (задача решается периодически). Сумма баллов 21 по табл. 2.2 приводит к выбору метода источников теплоты.

Если в тех же условиях потребовалось бы получить температурное поле в зоне резания с учетом закона $\lambda(\theta)$, то сумма возросла бы на 17—19 баллов и составила 38—40. Это свидетельствует о целесообразности применения модели на RC -сетке или метода конечных элементов. Поскольку RC -сетка в этом случае получается достаточно сложной, целесообразно применить метод конечных элементов.

Наличие диапазонов значений суммарных баллов для различных методов не следует понимать так, что варианты решения теплофизических задач жестко разграничены. При решении вопроса о выборе варианта, особенно если суммарный балл находится вблизи нижней или верхней границы диапазона, следует проанализировать целесообразность применения методов, располагающихся в соседних строках табл. 2.2. Следует также учитывать, какие устройства и ЭВМ имеются в распоряжении исследователя, как скоро они могут быть изготовлены или приобретены.

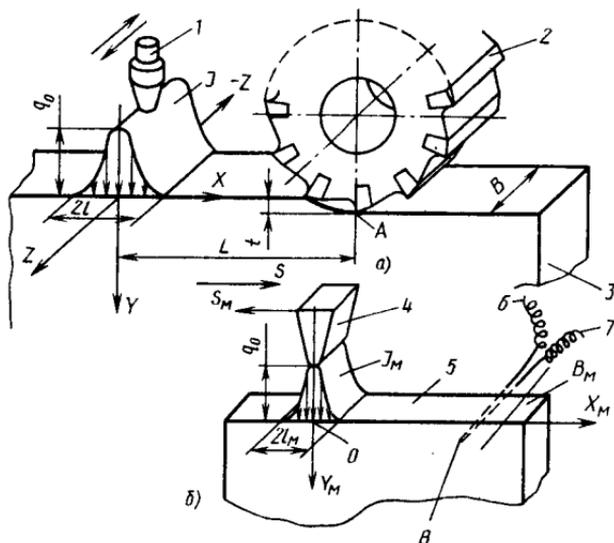


Рис. 2.26. Плазменно-механическое фрезерование торца листа (а) и модель процесса нагревания обрабатываемого материала (б) (к задаче 27)

Вопросы для самопроверки к п. 2.7

1. Перечислите методы моделирования тепловых процессов в технологических системах и коротко охарактеризуйте их особенности.

2. Каким условиям подобия должна удовлетворять модель по отношению к реальному процессу при физическом моделировании? Предложите варианты (схемы) устройств для физического моделирования двух-трех технологических задач.

3. При электрическом моделировании какие величины служат аналогами температуры, теплового потока, градиента температур, коэффициента теплопроводности, объемной теплоемкости тела, количества теплоты?

4. Какие линии на модели являются аналогами изотерм?

5. Для каких способов моделирования обязательно подобие внешней формы модели и оригинала: а) физическая модель; б) модель из электропроводной бумаги; в) RC-сетка?

6. Как имитируется движение источника теплоты (или твердого тела) при физическом и при аналоговом моделировании?

Задачи к п. 2.7

27. Для повышения производительности процесса цилиндрического фрезерования кромок листов из стали 20Х23Н18 ($\lambda = 21,5$; $\omega = 0,05 \cdot 10^{-4}$) применяют плазменный нагрев обрабатываемой заготовки (рис. 2.26). Чтобы обеспечить равномерный прогрев металла по толщине листа 3 , плазматрону 1 сообщают возвратно-поступательное перемещение по оси Z . Код задачи $\frac{212}{701.22}$ 22. Поскольку

непосредственное измерение температуры, вызванной дополнительным нагревом, затруднено, сделана модель, состоящая из пластины 5 (сталь 45, $\lambda = 40,2$; $\omega = 0,08 \cdot 10^{-4}$) и широкой газовой горелки 4 . Горелка перемещается в направлении S_M . В пластину заложена термопара 8 , концы 6 и 7 которой подключены к осциллографу. Эффективная мощность плазматрона $W = 18 \cdot 10^3$ Вт, горелки $W' = 0,72 \cdot 10^3$ Вт. Коэффициенты сосредоточенности тепловыделения источников J и J_M соответственно $k_0 = 5,5 \cdot 10^{-4} \text{ м}^{-2}$ и $k'_0 = 30 \cdot 10^{-4} \text{ м}^{-2}$ (см. п. 1.5).

Толщина листа $B = 40$ мм, расстояние от плазмотрона до фрезы $2L = 200$ мм, глубина резания $t = 8$ мм, скорость движения заготовки $S = 240$ мм/мин.

Рассчитать: а) с какой скоростью подачи S_M должна перемещаться горелка; б) на какую глубину Δ следует заделать головку термопары, если необходимо измерять температуру точек заготовки, расположенных на глубине t от обрабатываемой поверхности; в) через какое время после прохода центра пятна нагрева горелки (точка O) над головкой термопары следует измерить температуру θ_M на модели для того, чтобы определить температуру нагрева θ_A в месте входа зуба фрезы в заготовку; г) рассчитать температуру точки A , если измерение на модели дает значение $\theta_M = 30,4$ °С. При расчете иметь в виду, что для нормально распределенных источников между коэффициентом сосредоточенности k_0 теплового потока и размером l (см. рис. 2.26) существует зависимость $k_0 = 3l^{-2}$.

Алгоритм решения и комментарии к нему:

а) определить длину пятна нагрева для плазмотрона и для горелки ($2l = 14,8$ мм; $2l_M \approx 6,3$ мм);

б) определить константу подобия ($\beta = 2,35$);

в) определить толщину модели ($B_M \approx 17$ мм);

г) определить глубину заделки термопары ($\Delta = 3,4$ мм);

д) по формуле (2.60) рассчитать скорость подачи горелки ($S_M = 1054$ мм/мин);

е) определить время, через которое точка A заготовки, пройдя под центром пятна нагрева, подойдет к месту встречи с зубом фрезы ($\tau \approx 50$ с);

ж) по формуле (2.61) определить момент времени, когда следует измерять температуру θ_M на модели ($\tau_M = 4,84$ с);

з) применить формулу (1.54) к расчету наибольшей плотности теплообразующего потока нормально распределенного симметричного источника теплоты, опустив коэффициент 2 в числителе этой формулы, и рассчитать q_0 для источника J ($q_0 \approx 61,6 \cdot 10^8$ Вт/м²);

и) рассчитать наибольшую плотность теплового потока на модели ($q_M \approx 13,2 \cdot 10^8$ Вт/м²);

к) по формулам (2.62) и (2.65) определить соотношение между температурами θ и θ_M ($\theta \approx 20,4\theta_M$);

л) рассчитать температуру точки A обрабатываемой заготовки ($\theta_A \approx 620$ °С).

28. При моделировании на электропроводной бумаге (см. рис. 2.20) потенциал у вершины клина, измеренный при плотности тока $\delta = 1,0$ А/м и удельной электропроводности бумаги $\gamma = 0,01$ Ом⁻¹, составил 2,5 В. Рассчитать температуру у режущей кромки резца из быстрорежущей стали Р18 ($\lambda = 27$), если модель представляет собой сечение инструмента, увеличенное в 20 раз, а к резу со стороны стружки подведен тепловой поток плотностью $q = 6 \cdot 10^8$ Вт/м².

Ответ: $\theta \approx 278$ °С.

29. Предложить методы теплофизического анализа операции по дорнованию отверстия (см. рис. 1.1) в следующих вариантах: 1) расчет выполняется только для заготовки; требуется формула для определения температуры контактной поверхности отверстия; коэффициенты теплопроводности обрабатываемого материала не зависят от времени; процесс теплообмена считать установившимся; задача периодически повторяется; 2) расчет выполняется с учетом взаимодействия дорна и заготовки; требуется построить температурное поле в дорне; коэффициенты теплопроводности приняты не зависящими от температуры; учитывается нестационарность теплообмена; задача периодически повторяется.

Ответ: 1) $3 + 3 + 1 + 1 + 1 + 4 + 1 + 1 + 5 = 20$, метод источников.

2) $8 + 3 + 3 + 4 + 1 + 4 + 7 + 5 + 5 = 40$, моделирование на RC-сетке (возможно также применение МКР).

30. Показать, что для решения задачи о температурном поле, вызванном воздействием луча лазера (см. рис. 2.16), имело смысл применить метод конечных разностей, если расчеты выполняли систематически.

Ответ: $10 + 3 + 1 + 3 + 1 + 4 + 7 + 5 + 7 = 41$, поскольку процесс нестационарный, применен МКР.

КОНВЕКТИВНЫЙ ТЕПЛОБМЕН И ТЕПЛОБМЕН ИЗЛУЧЕНИЕМ

3.1. ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ УЧЕНИЯ О КОНВЕКТИВНОМ ТЕПЛОБМЕНЕ

Все тела, входящие в технологическую систему или подсистему, соприкасаются и обмениваются теплотой с окружающей средой. Это может быть теплообмен при *естественной конвекции*, когда узлы оборудования, заготовка или инструмент отдают теплоту в спокойный воздух, окружающий рабочие места. Теплообмен может происходить при *вынужденной конвекции*, когда твердое тело обменивается теплотой с жидкостью или газом, которые принудительно движутся от насоса, вентилятора или других устройств. Вынужденная конвекция происходит и в том случае, когда само тело перемещается в окружающей среде. На практике оба вида конвекции происходят одновременно, так как часть поверхностей твердого тела (например, резца) может отдавать теплоту в движущуюся среду (смазочно-охлаждающую жидкость), а другая часть — в условно неподвижную (окружающий воздух).

Ранее был приведен [формула (1.59)] основной закон Ньютона—Рихмана, описывающий процесс конвективного теплообмена. В соответствии с этим законом количество теплоты, передаваемой в твердое тело или уходящей из него при соприкосновении с жидкостью или газообразной средой,

$$Q = \alpha S (\theta_s - \theta_0) \tau, \quad (3.1)$$

где α — коэффициент теплоотдачи, Вт/(м²·°С); S — площадь поверхности, на которой происходит теплообмен; θ_s и θ_0 — соответственно температуры этой поверхности и среды; τ — время.

Коэффициент теплоотдачи α имеет важное значение для теплофизического анализа технологических систем, так как характеризует процесс и условия теплообмена между твердым телом и жидкой или газообразной средой. Он может быть определен в результате решения дифференциального уравнения

$$\alpha (\theta_s - \theta_0) = -\lambda_0 \left(\frac{\partial \theta}{\partial x} \right)_{x=0}, \quad (3.2)$$

где λ_0 — коэффициент теплопроводности среды; x — ось системы координат с началом на поверхности теплообмена, направленная в глубь жидкости. Это уравнение аналогично уравнению

(1.60), но описывает условия теплообмена на границе между твердым телом и средой со стороны последней.

Для определения коэффициента α необходимо знать градиент температуры в слое жидкости, а значит, и температурное поле в ней. Распределение температур внутри движущейся несжимаемой жидкости в случае нестационарного трехмерного температурного поля описывается дифференциальным уравнением

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + \omega_x \frac{\partial \theta}{\partial x} + \omega_y \frac{\partial \theta}{\partial y} + \omega_z \frac{\partial \theta}{\partial z} = \omega \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} \right), \quad (3.3)$$

где $\partial \theta / \partial \tau$ характеризует изменение температуры какой-либо точки жидкости во времени; остальные члены левой части формулы (3.3) — изменение температуры при переходе от одной точки к другой; ω_x , ω_y , ω_z — проекции вектора скорости движения потока жидкости на оси координат.

Как следует из уравнения (3.3), распределение температур в движущейся жидкости связано с величинами ω_x , ω_y и ω_z . Для их определения используют дифференциальные уравнения движения, устанавливающие закон изменения скорости во времени и пространстве:

$$\left. \begin{aligned} \rho \frac{Dw_x}{d\tau} &= \rho g_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 w_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w_x}{\partial z^2} \right); \\ \rho \frac{Dw_y}{d\tau} &= \rho g_y - \frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 w_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w_y}{\partial z^2} \right); \\ \rho \frac{Dw_z}{d\tau} &= \rho g_z - \frac{\partial p}{\partial z} + \mu \left(\frac{\partial^2 w_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w_z}{\partial z^2} \right), \end{aligned} \right\} \quad (3.4)$$

где ρ — плотность; $Dw_x/d\tau$, $Dw_y/d\tau$, $Dw_z/d\tau$ — соответственно полные производные от скорости по времени, соответственно для осей X , Y , Z ; μ — динамический коэффициент вязкости жидкости; g_x , g_y , g_z — соответственно проекции на оси X , Y , Z ускорения силы тяжести; p — давление в данной точке потока. Например, для оси X

$$\frac{Dw_x}{d\tau} = \frac{\partial w_x}{\partial \tau} + \frac{\partial w_x}{\partial x} \omega_x + \frac{\partial w_x}{\partial y} \omega_y + \frac{\partial w_x}{\partial z} \omega_z.$$

Для решения интересующей нас задачи к уравнениям (3.2)—(3.4) должно быть добавлено дифференциальное уравнение неразрывности потока жидкости

$$\frac{\partial w_x}{\partial x} + \frac{\partial w_y}{\partial y} + \frac{\partial w_z}{\partial z} = 0. \quad (3.5)$$

Таким образом, конвективный теплообмен в несжимаемой жидкости описывается системой дифференциальных уравнений (3.2)—(3.5) и конкретными условиями однозначности (например, распределением температур на поверхности тела, начальными условиями и т. д.). Аналитическое решение системы (3.2)—(3.5) может

быть получено только для простых случаев, как правило, далеких от реальных условий теплообмена в технологических системах. Поэтому для определения коэффициента α и описания закономерностей процесса конвективного теплообмена в условиях, близких к реальным, решают систему уравнений (3.2)—(3.5) численными методами на ЭВМ или используют обобщенные результаты экспериментов.

Экспериментальные данные обобщают с помощью системы критериев подобия. Для этого результаты экспериментов по определению коэффициентов теплоотдачи α представляют в виде критериального уравнения

$$Nu = CRe^m Pr^n Gr^p, \quad (3.6)$$

$$\text{где } Nu = \alpha l / \lambda \quad (3.7)$$

— безразмерный комплекс, называемый критерием Нуссельта; здесь α — среднее по омываемой поверхности значение коэффициента теплоотдачи; l — характерный размер; λ — коэффициент теплопроводности среды. Характерным размером считают: для плит и пластин — размер по направлению течения жидкости или газа; для цилиндров при обтекании поперек оси — диаметр; для некруглых тел — эквивалентный диаметр

$$d_{\text{эKB}} = 4F/P, \quad (3.8)$$

где F — площадь поперечного сечения тела (канала, трубы); P — полный смоченный периметр этого сечения.

Как видно из формулы (3.7), значения критерия Nu зависят от коэффициента теплопроводности среды. В свою очередь, значение λ , как и другие физические характеристики среды, зависит от температуры, причем этой зависимостью для жидкостей и газов пренебречь нельзя. Поэтому важно выбрать температуру, при которой устанавливают значения физических характеристик среды, используемые в расчете. Эту температуру называют определяющей. Часто в качестве определяющей принимают среднюю температуру пограничного слоя жидкости или газа $\theta = 0,5(\theta_s + \theta_0)$. В других случаях в качестве определяющей принимают температуру поверхности тела θ_s или температуру набегающего потока жидкости (газа) θ_0 . Используя те или иные формулы типа (3.6), следует знать, какая температура принималась в качестве определяющей при их построении. В дальнейшем будем оговаривать определяющую температуру путем присвоения переменным величинам индексов 0 или S . Например, λ_0 означает коэффициент теплопроводности среды при температуре набегающего потока θ_0 , а λ_s — той же среды, но при температуре θ_s омываемой поверхности. Соответствующие индексы (Nu_0 или Nu_s) присваиваются и безразмерным критериям. Если индекс отсутствует, это означает, что расчет ведется по средней температуре пограничного слоя.

В правую часть уравнения (3.6) входит критерий Рейнольдса, который характеризует скорость движения среды относительно твердого тела:

$$Re = \omega l / \nu, \quad (3.9)$$

где ω — скорость потока, м/с; ν — кинематический коэффициент вязкости среды, м²/с.

Определенным диапазонам чисел Re соответствуют определенные режимы движения жидкости (газа) — ламинарный или турбулентный. Например, течению жидкости в трубе при ламинарном режиме соответствуют значения $Re \leq 2300$, а при турбулентном $Re > 2300$. При продольном обтекании тел критическое значение Re , при котором начинается заметная турбулизация потока, составляет примерно $5 \cdot 10^5$.

Режим движения определяет механизм переноса теплоты внутри среды и на омываемой поверхности. Условия переноса теплоты в потоке жидкости или газа характеризуют критерием Пекле $Pe = \omega l / \omega$. Если числитель и знаменатель умножить на ν , то можно записать

$$Pe = \frac{\omega l}{\nu} \frac{\nu}{\omega} = Re \cdot Pr,$$

где

$$Pr = \nu / \omega \quad (3.10)$$

— критерий Прандтля, характеризующий способность теплоты распространяться в данной среде.

В правую часть обобщенного уравнения (3.6) входит критерий Грасгофа

$$Gr = \beta \frac{g l^3}{\nu^2} (\theta_s - \theta_0), \quad (3.11)$$

учитывающий влияние естественной конвекции внутри среды. Значения Gr зависят от коэффициента объемного расширения среды β , 1/°С, ускорения свободного падения $g = 9,81$ м/с², а также от l , ν , θ_s и θ_0 . Расшифровав значения безразмерных критериев, поставим их в уравнение (3.6) и после приведения подобных получим

$$\alpha = C' \frac{\lambda \omega^m \beta^p (\theta_s - \theta_0)^p}{l^x \omega^y \nu^z}. \quad (3.12)$$

Из формулы (3.12) следует, что коэффициент теплоотдачи возрастает с увеличением теплопроводности и уменьшением температуропроводности среды. Сопоставляя между собой значения λ и ω для воды и воздуха (охлаждающих сред, наиболее часто используемых в технологических системах), приведенные в прил. 4, можно сделать (вернее, подтвердить известный из практики) вывод, что теплоотдача в воду и водные растворы намного превышает

шает теплоотдачу в воздух. Теплоотдача в масляные среды, вязкость которых на один-два порядка выше, чем вязкость воды, намного ниже, чем теплоотдача в воду.

Увеличение перепада температур (температурного напора) между нагретой поверхностью и охлаждающей средой приводит к увеличению коэффициента теплоотдачи; он возрастает с увеличением скорости движения среды. Увеличение характерного размера омываемой поверхности в условиях вынужденной конвекции вызывает снижение среднего коэффициента теплоотдачи α . Наоборот, при естественной конвекции и установившемся теплообмене увеличение l несколько повышает среднее значение α , так как показатель x в формуле (3.12) принимает значения $x < 0$ (см. ниже).

Сопоставим между собой безразмерное критериальное уравнение (3.6) и формулу (3.12), в которой коэффициент теплоотдачи α представлен в размерном виде. Преимуществом выражения (3.6) является меньшее число переменных — вместо девяти переменных, входящих в правую часть формулы (3.12), в правой части выражения (3.6) содержится всего три комплекса. Еще более важное преимущество критериальных уравнений состоит в том, что они описывают целый класс подобных процессов (в данном случае теплообмен между твердым телом и средой) и позволяют обобщить результаты экспериментов, проведенных в различных условиях и для различных омывающих сред. Достоинством формулы (3.12), в свою очередь, является наглядность, позволяющая быстро оценить направление влияния того или иного параметра процесса на интенсивность теплопередачи. В безразмерных выражениях типа (3.6) это, как правило, сделать труднее.

Теплоотдача при естественной конвекции. Формула (3.6) упрощается, если коэффициент теплоотдачи рассчитывают применительно к условиям естественной конвекции в большом объеме среды, омывающей твердое тело. В этом случае $m = 0$ и $n \approx p$, т. е.

$$Nu = C_1 (Gr \cdot Pr)^n. \quad (3.13)$$

Значения коэффициента C_1 и показателя степени n в зависимости от произведения $Gr \cdot Pr$ приведены в табл. 3.1 [5]. Они даны в предположении, что определяющей является средняя температура пограничного слоя среды, причем C_1 относится к теплоотдаче вертикальных и горизонтальных валов (характерный размер соответственно длина и диаметр вала), шаров и вертикальных плит (характерным размером является высота плиты). Коэффициент C_2 относится к горизонтальным плитам при теплоотдаче, направленной вверх, а C_3 — при теплоотдаче, направленной вниз (в обоих случаях характерным является наименьший размер плиты).

Различие в интенсивности процессов теплообмена при разной форме и положениях в пространстве твердого тела, что учиты-

3.1. Данные для расчета коэффициента теплоотдачи при естественной конвекции

Gr · Pr	C_1	C_2	C_3	n
$10^{-8}—10^2$	1,18	1,53	0,83	0,125
$5 \cdot 10^2—2 \cdot 10^7$	0,54	0,70	0,34	0,25
Более $2 \cdot 10^7$	0,135	0,176	0,09	0,33

вается коэффициентами C_i , объясняется изменением условий обтекания тела средой. Дело в том, что при естественной конвекции существенную роль играет размер l омываемой поверхности, измеренный по вертикали. От него зависит толщина пограничного слоя и возможность изменения режима движения от ламинарного к турбулентному на различных участках поверхности твердого тела. Это влияет на среднее значение коэффициента теплоотдачи, с увеличением l значение α возрастает. Естественная конвекция происходит более интенсивно при теплоотдаче вверх, чем при теплоотдаче вниз, так как в последнем случае само тело стоит на пути нагретых частиц жидкости или газа при их движении вверх.

Если естественная конвекция происходит в воздушной среде, то в формулу (3.13) могут быть внесены дальнейшие упрощения, так как для газов значение Pr мало меняется с изменением температуры (см. прил. 4). Возрастание температуры воздуха от 20 до 300 °C вызывает изменение значения Pr на 4 %, что даже при $n = 0,33$ меняет значение Nu в формуле (3.13) всего на 1,3 %.

Примером критериальной формулы типа (3.13) при условии, что $Pr^n \approx 1$, является выражение для определения коэффициента теплоотдачи от поверхностей деталей станков при естественной конвекции воздуха, полученное ЭНИМС [8]:

$$Nu_0 = 0,2KGr_0^{0,33}, \quad (3.14)$$

где K — коэффициент, зависящий от формы и расположения деталей металлорежущего оборудования:

Вертикальные и горизонтальные валы и плиты при теплоотдаче, направленной вверх; горизонтальные плиты шириной менее 120 мм при теплоотдаче, направленной вниз	$K = 1,0$
Горизонтальные плиты шириной $b = 120 \dots 400$ мм при теплоотдаче, направленной вниз	$K = 120/b$
Горизонтальные и вертикальные винты наружным диаметром d и внутренним d_i	$K = d_i/d$

Теплоотдача при вынужденном движении жидкости или газа. В технологических системах твердые тела могут обмениваться теплотой с жидкостью или газом, движущимися принудительно. Теплообмен такого вида возникает на поверхностях заготовки и

3.2. Коэффициент C и показатели степени в формуле (3.15)

Условия теплообмена	Re_0	C	m	n	p
Продольное обтекание плит и пластин; течение среды в цилиндрических каналах и каналах некруглой формы	$< 2 \cdot 10^3$	0,15	0,33	0,43	0,1
	$> 2 \cdot 10^3$	0,021	0,8	0,43	0
Поперечное обтекание цилиндрических поверхностей и стержней некруглой формы	$< 10^3$	0,56	0,5	0,36	0
	$> 10^3$	0,28	0,6	0,36	0
Течение воздуха через слой частиц произвольной формы	2—200	0,106	1,0	0	0
	200—1700	0,61	0,67	0	0

инструмента, подвергающихся воздействию смазочно-охлаждающих технологических сред (водных растворов, эмульсий, масел или струй сжатого воздуха). Теплоотдача при вынужденной конвекции происходит в узлах технологического оборудования, принудительно смазываемых и охлаждаемых маслами или сжатым воздухом (например, в аэродинамических подшипниках).

Для расчета коэффициентов теплоотдачи при вынужденной конвекции среды критериальное уравнение обычно представляют в виде

$$Nu_0 = C Re_0^m Pr_0^n Gr_0^p (Pr_0/Pr_s)^{0,25}. \quad (3.15)$$

Поправка $(Pr_0/Pr_s)^{0,25}$ учитывает направление потока теплоты в охлаждающей среде (жидкости). Опыт показывает, что при тепловом потоке, направленном от твердого тела в жидкость, интенсивность теплоотдачи выше, чем если жидкость нагревает омываемую поверхность и поток теплоты идет от нее к твердому телу. В технологических системах, как правило, имеет место случай $\theta_0 < \theta_s$ (охлаждение тела жидкостью), в связи с чем поправка $(Pr_0/Pr_s)^{0,25} > 1$.

На основании обзора экспериментальных данных [2, 5] в табл. 3.2 приведены значения коэффициента C и показатели степени в формуле (3.15) для условий, встречающихся в задачах технологической теплофизики. При использовании значений, приведенных в табл. 3.2, следует иметь в виду два обстоятельства. Первое относится к выбору характерного размера. Данные, приведенные в табл. 3.2, предусматривают, что при обтекании плит, пластин и стержней в качестве характерного принят размер омываемой поверхности по направлению движения среды. При протекании воздуха через слой частиц произвольной формы (например, через абразивный круг) характерным размером является $d = \sqrt[3]{6V/\pi}$, где V — средний объем частицы (зерна).

Второе замечание относится к случаю, когда рассчитывают коэффициент теплоотдачи при поперечном обтекании цилиндрических поверхностей и стержней. В реальных производственных условиях поток жидкости или газа может быть направлен не перпендикулярно к продольной оси цилиндра (стержня), а под некоторым углом φ к ней. В этом случае в формулу (3.15) следует вводить поправку $\varepsilon \approx \exp[-4 \cdot 10^6 (90^\circ - \varphi)^3]$, учитывающую изменение коэффициента теплоотдачи при наклоне струи.

Регулярный режим охлаждения твердых тел. При решении некоторых технологических задач возникает необходимость описать период охлаждения тела, получившего в процессе обработки тот или иной запас тепловой энергии. Процесс охлаждения твердого тела в условиях, когда температура окружающей среды θ_0 и коэффициент теплоотдачи α остаются во времени постоянными, состоит из периода неупорядоченного теплообмена, периода регулярного режима и периода теплового равновесия. Первый период, соответствующий началу процесса охлаждения, носит неустойчивый характер, зависящий от начального распределения температур в теле, условий взаимодействия его с окружающей средой и других факторов. Продолжительность этого периода, как правило, невелика. С некоторого момента времени влияние начального распределения температур в твердом теле практически не сказывается на ходе процесса охлаждения. Этот процесс определяется только условиями теплообмена на граничных поверхностях, физическими свойствами и геометрической формой охлаждаемого предмета. Наступает так называемый регулярный режим охлаждения. В заключительной стадии процесса охлаждения температура всех точек тела стабилизируется и становится равной температуре окружающей среды, т. е. наступает период теплового равновесия.

Для периода регулярного режима охлаждения характерным является то, что температура любой точки тела $\theta(x, y, z, \tau)$ меняется во времени по экспоненциальному закону:

$$\theta(x, y, z, \tau) = \theta(x, y, z, 0) \exp[-m_0 \tau], \quad (3.16)$$

где $\theta(x, y, z, 0)$ — температура точки с координатами x, y, z в момент, соответствующий началу регулярного режима ($\tau = 0$); m_0 — темп охлаждения, с^{-1} .

Поскольку период неупорядоченного теплообмена, как уже отмечалось, невелик, можно полагать, что температура $\theta(x, y, z, 0)$ относится к началу процесса охлаждения. Как показывают исследования, проведенные Г. М. Кондратьевым, разработавшим теорию регулярного режима,

$$m_0 = \psi \alpha S / c_p V, \quad (3.17)$$

где ψ — коэффициент неравномерности температурного поля; S и V — соответственно площадь поверхности и объем охлаждаемого тела.

Коэффициент ψ представляет собой отношение средней температуры θ_s по поверхности тела к средней температуре θ_v по объему. Если распределение температур в теле равномерное ($\theta_s = \theta_v$), то $\psi = 1$. В других случаях $\psi < 1$. Если значения ψ заранее неизвестны, то темп охлаждения m_0 определяют экспериментально путем измерения температуры данной точки тела в два момента времени τ_1 и τ_2 и рассчитывают по формуле

$$m_0 = \frac{\ln \theta(x, y, z, \tau_1) - \ln \theta(x, y, z, \tau_2)}{\tau_2 - \tau_1}.$$

Заметим, что формулы (3.16) и (3.17) справедливы и для регулярного режима нагревания тела, погруженного в среду, температура которой θ_0 превышает его начальную температуру, если значения α и θ_0 остаются постоянными в течение всего периода нагревания.

Вопросы для самопроверки к п. 3.1

1. Перечислите основные уравнения, входящие в систему, решение которой позволяет определить коэффициент теплоотдачи α аналитическим путем.

2. Напишите критериальное уравнение, используемое для расчета коэффициента теплоотдачи α по результатам экспериментов, обобщенных методами подобия; объясните структуру каждого из критериев, входящих в это уравнение. В чем преимущество таких уравнений по сравнению с формулами, содержащими размерные величины?

3. Что такое характерный размер твердого тела и как его выбирают?

4. Что такое определяющая температура? Почему при расчете коэффициента α по критериальным уравнениям следует знать, для какой определяющей температуры написано это уравнение?

5. В чем различие процессов теплообмена при естественной и вынужденной конвекции среды? Какие из критериев подобия можно не учитывать, если рассматривают теплообмен между твердым телом и спокойным воздухом?

6. В каком случае коэффициент теплоотдачи от поверхностей нагретой плиты в спокойный воздух больше: если она поставлена на короткое ребро или на длинное?

7. Опыт обработки стальных заготовок, нагретых с помощью плазменной дуги, показал, что напряжения в зубьях фрез снижаются, если на инструмент вместо струи холодного сжатого воздуха, подавать воздух, нагретый до определенной температуры. Что изменится в критериальном уравнении (3.15), составленном для расчета коэффициента теплообмена инструмента с холодным воздухом, если потребуется перейти к расчету коэффициента теплообмена фрезы с горячим воздухом?

Задачи к п. 3.1

31. Заготовка из стали 40X после подрезки одного из торцов на токарном станке приобрела форму диска диаметром $D = 200$ мм и толщиной $h = 10$ мм. В процессе обработки частоту вращения шпинделя станка сохраняли постоянной и равной n , мин^{-1} . Подача резца $S = 0,4$ мм/об, сила резания $P_Z = 600$ Н. Из теплоты, возникшей в процессе резания, 26 % попало в заготовку и рассеялось в ней. К моменту окончания операции средняя по объему диска температура составила θ_1 , °С.

Размер h согласно техническим требованиям можно контролировать только при условии, что температура заготовки равна (20 ± 10) °С.

Определить, через какое время после окончания операции можно выполнять измерение, если заготовка остывает в спокойном воздухе.

Алгоритм расчета и комментарии к нему:

а) написать формулу для расчета количества теплоты, поступающей в заготовку за время $d\tau$ ($dQ = \eta P_Z v d\tau = 1,047 \cdot 10^{-4} \eta n P_Z r d\tau$, Дж, где $\eta = 0,26$ —

доля теплоты резания, попадающая в заготовку; r — текущий радиус, мм; τ — время, с);

б) установить связь между r и временем от начала операции τ в предположении, что резец перемещается от периферии заготовки к центру ($r = R - nS\tau/60$);

в) рассчитать машинное время операции [$\tau_m = 60R/(nS)$, с];

г) рассчитать общее количество теплоты, поступившей в заготовку за время τ_m [$Q =$

$$= 1,047 \cdot 10^{-4} \eta n P_Z \int_0^{\tau_m} (R - nS\tau/60) d\tau = 0,00314 \eta \times \\ \times P_Z R^2 / S, \text{ Дж}];$$

д) полагая, что теплота Q равномерно распределена по объему заготовки, рассчитать температуру θ'_1 ($\theta'_1 \approx 76^\circ\text{C}$; с учетом температуры окружающей среды $\theta_0 = 20^\circ\text{C}$ получаем $\theta'_1 \approx 96^\circ\text{C}$);

е) предполагая, что диск остывает в вертикальном положении, выбрать характерный размер ($l = D = 2R$);

ж) рассчитать определяющую температуру ($\theta = 58^\circ\text{C}$);

з) установить по прил. 4 значения β , ν и ω для воздуха при определяющей температуре ($\beta \approx 30,2 \cdot 10^{-4} \text{ l}^\circ\text{C}$; $\nu = 18,8 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$; $\omega = 27 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$);

и) по формулам (3.10) и (3.11) рассчитать значения Pr и Gr ($Pr = 0,696$; $Gr \approx 5,1 \cdot 10^7$; $Pr \cdot Gr = 3,55 \cdot 10^7$);

к) по формуле (3.13) рассчитать значение Nu , а далее коэффициент теплоотдачи α [$Nu \approx 310$; $\alpha \approx 44,8 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot ^\circ\text{C})$];

л) полагая, что в каждый момент времени в процессе охлаждения температура диска по объему выравнивается, а коэффициент α остается неизменным, рассчитать по формуле (3.17) темп охлаждения ($m_0 = 18,6 \cdot 10^{-4} \text{ с}^{-1}$);

м) определить избыточную температуру, при которой можно начинать измерения ($\theta = 10^\circ\text{C}$);

н) по формуле (3.16) рассчитать время от начала охлаждения до момента, когда можно контролировать размер изделия.

Ответ: $\tau \approx 18 \text{ мин}$.

32. Насколько сократится время до проведения контроля размеров, если в условиях предыдущей задачи заготовка будет остывать в вертикальном положении в баке с охлаждающей жидкостью, физические свойства которой мало отличаются от свойств воды?

Ответ: До $\tau \approx 36 \text{ с}$.

33. Шпиндельная бабка станка имеет размеры, показанные на рис. 3.1. В процессе работы средняя температура ее поверхностей достигает значения $\theta_S = 32^\circ\text{C}$. Температура окружающего воздуха $\theta_0 = 20^\circ\text{C}$. Пользуясь данными ЭНИМС [8], определить суммарную мощность теплоотдачи с поверхностей шпиндельной бабки в атмосферу (без нижней плиты).

Ответ: $W \approx 101 \text{ Вт}$.

34. Головка токарного резца сечением $16 \times 25 \text{ мм}^2$ имеет среднюю температуру 100°C . На верхнюю поверхность резца направлена струя жидкости (водного раствора) под углом 60° к оси стержня. Жидкость подается через сопло диаметром 15 мм . Расход жидкости 8 л/мин , ее температура 20°C . Рассчитать средний по омываемой поверхности коэффициент теплоотдачи от резца в охлаждающую среду.

Алгоритм расчета и комментарии к нему:

а) рассчитать скорость истечения жидкости из сопла ($w = 0,75 \text{ м/с}$);

б) по формуле (3.8) рассчитать эквивалентный диаметр стержня ($d_{\text{ЭКВ}} \approx 0,0195 \text{ м}$);

в) по формуле (3.9) рассчитать значения Re_0 ($Re_0 = 1,45 \cdot 10^4$);

г) по формуле (3.10) рассчитать значения Pr_0 и Pr_S ($Pr_0 = 7,03$; $Pr_S = 1,75$);

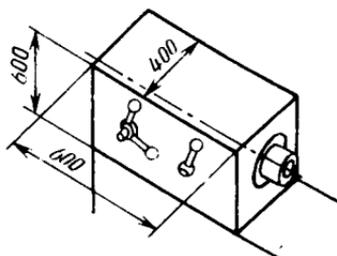


Рис. 3.1. Эскиз шпиндельной бабки токарного станка (к задаче 33)

д) по формуле (3.15) рассчитать значение Nu_0 с учетом поправки на наклон струи ($\epsilon \approx 0,9$; $Nu_0 = 226$);

е) по формуле (3.7) рассчитать коэффициент теплоотдачи.

Ответ: $\alpha \approx 7000 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot ^\circ\text{С})$.

35. Заготовку из стали 30Х диаметром 150 мм обрабатывают на токарном станке со скоростью резания $v = 120 \text{ м}/\text{мин}$. Искусственное охлаждение не применяют. По расчету, при котором наружная поверхность заготовки полагалась адиабатической, избыточная температура этой поверхности $\theta_S = 80^\circ\text{С}$. Можно ли пренебречь теплоотдачей вращающейся заготовки в окружающий воздух, температура которого $\theta_0 = 20^\circ\text{С}$? Длительность операции $\tau = 2 \text{ мин}$.

Алгоритм расчета и комментарии к нему:

а) считать, что скорость обдувания заготовки воздухом равна скорости резания ($\omega = 2 \text{ м}/\text{с}$);

б) в первом приближении рассматривать заготовку как полупространство длиной $l = \pi d = 0,47 \text{ м}$, полагая этот размер характерным;

в) по формуле (3.15) рассчитать коэффициент теплоотдачи в воздух [$\alpha \approx 6,8 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot ^\circ\text{С})$];

г) определить плотность теплового потока, отводимого с поверхности заготовки в воздух ($q_B = \alpha \theta_S = 544 \text{ Вт}/\text{м}^2$);

д) для расчета снижения температуры поверхности, вызванного теплоотдачей в воздух, воспользоваться формулой

$$\theta = 2q \sqrt{\omega \tau} / (\lambda \sqrt{\pi}) \quad (3.18)$$

(см. задачу 18, п. в), положив $q = q_B$ ($\theta \approx 0,5^\circ\text{С}$);

е) рассчитать изменение температуры поверхности заготовки [$(\theta/\theta_S)100\% \approx 0,6\%$].

Ответ: Поскольку изменение температуры незначительно, теплоотдачей в окружающий воздух можно пренебречь.

36. Сопоставить среднюю температуру верхней поверхности пластины при плоском шлифовании заготовки периферией круга (см. рис. 2.12) без СОЖ и с поливом жидкостью на водной основе. Жидкость течет по шлифуемой поверхности со скоростью $\omega = 1 \text{ м}/\text{с}$. Ширина заготовки $b = 20 \text{ мм}$, длина $L = 50 \text{ мм}$, материал заготовки — сталь 45. Скорость движения стола $v = 5 \text{ м}/\text{мин}$, длина контакта между кругом и заготовкой $l = 2,5 \text{ мм}$, эффективная мощность шлифования $W = 3 \text{ кВт}$. Нижнюю граничную поверхность пластины полагать пассивной.

Алгоритм расчета и комментарии к нему:

а) полагая, что при работе без СОЖ вся теплота, образующаяся в зоне контакта круга с заготовкой, попадает в обрабатываемый материал, рассчитать плотность теплового потока для равномерно распределенного двумерного движущегося источника ($q_2 = 6 \cdot 10^7 \text{ Вт}/\text{м}^2$);

б) рассчитать критерий Pe ($Pe \approx 26$; источник быстро движущийся);

в) пользуясь формулой (2.30), написать выражение для закона распределения температуры на верхней плоскости пластины [$\theta(x, 0) \approx 414T_1(\psi, 0)$];

г) пользуясь формулой (2.31), определить среднее значение функции $T_1(\psi, 0)$ в момент, когда в конце рабочего хода круг выйдет из контакта с заготовкой

$$\left[\bar{T}_1 = \frac{1}{\psi} \int_1^\psi (\sqrt{\psi} - \sqrt{\psi-1}) d\psi = \frac{2}{3\psi} (\psi^{3/2} - 1) - \frac{2}{3\psi} (\psi - 1)^{3/2} \right];$$

д) рассчитать значение \bar{T}_1 при $\psi = L/l = 20$ ($\bar{T}_1 = 0,1875$);

е) определить среднее значение избыточной температуры на верхней поверхности пластины в конце рабочего хода ($\bar{\theta} \approx 78^\circ\text{С}$);

ж) рассчитать значения $Re_0 Pr_0$ ($\theta_S = 98^\circ\text{С}$) для водного раствора ($Re_0 = 5 \cdot 10^4$; $Pr_0 = 7,03$; $Pr_S = 1,75$);

з) по формуле (3.15) рассчитать значение α [$\alpha \approx 5 \cdot 10^8 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot ^\circ\text{С})$];

и) представив влияние охлаждающей среды как равномерно распределенный неподвижный сток теплоты, действующий в течение времени, равного длительности рабочего хода ($\tau = 0,6$ с), рассчитать плотность стока $q_{ж} = \alpha \theta$ и далее по формуле (3.18) определить снижение температуры, вызванное охлаждением ($\Delta \theta \approx 12^\circ \text{C}$);

к) определить среднюю температуру верхней поверхности пластины к концу рабочего хода при наличии охлаждающей среды ($\theta' = 98 - 12 = 86^\circ \text{C}$).

Ответ: 98 и 86°C , снижение на 12%.

37. Рассчитать по формуле (3.15) расход жидкости на водной основе при внутреннем охлаждении резака (рис. 3.2). В процессе точения сила резания $P_Z = 15 \cdot 10^3$ Н, скорость $v = 42$ м/мин. В резец уходит 1 % теплоты, образующейся при резании; половину этого количества теплоты необходимо отвести в охлаждающую среду. Диаметр $d_n = 20$ мм, температура стенок $\theta_S \approx 100^\circ \text{C}$.

Ответ: $G \approx 0,2$ л/мин.

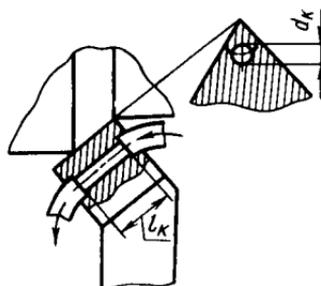


Рис. 3.2. Резец с внутренним охлаждением (к задаче 37)

канала $d_n = 6$ мм, длина

3.2. ТЕПЛОБМЕН ПРИ ИЗМЕНЕНИИ АГРЕГАТНОГО СОСТОЯНИЯ ЖИДКОСТИ

В технологических системах могут происходить явления, связанные с изменением агрегатного состояния среды (кипение жидкостей или конденсация паров). Эти явления чаще всего возникают в зонах технологических подсистем, где применяют охлаждение инструментов, заготовок или деталей оборудования.

Теплообмен поверхности твердого тела с кипящей жидкостью. Особенностью процесса кипения является зарождение, рост и отрыв пузырьков пара. Пузырьки зарождаются у нагретой поверхности твердого тела, причем их форма, размеры и частота появления зависят от ряда факторов, главными из которых являются: свойства жидкости, температурный напор, внешнее давление и циркуляция жидкости. При естественной циркуляции, когда движение жидкости не определено внешним воздействием, процесс образования пузырьков пара протекает в следующем порядке. Зародившись, пузырьки быстро растут. Температура пара в них равна температуре насыщения θ_n . Эта температура, зависящая от свойств жидкости и давления (прил. 3), остается неизменной в течение всего времени кипения. Для водяного пара при атмосферном давлении $\theta_n \approx 100^\circ \text{C}$.

Температура кипящей жидкости за пределами пузырька у нагретой поверхности тела равна температуре θ_S этой поверхности. Далее в приграничном слое температура жидкости быстро снижается до значения, ненамного превышающего θ_n . Давление пара внутри пузырька несколько выше, чем давление окружающей его среды. В связи с этим пузырек растет до известных пределов, а затем отрывается от поверхности твердого тела. Диаметр пузырьков в момент отрыва от поверхности

$$d_0 = 0,2\Psi \sqrt{\sigma/(\rho_0 - \rho_n)}$$

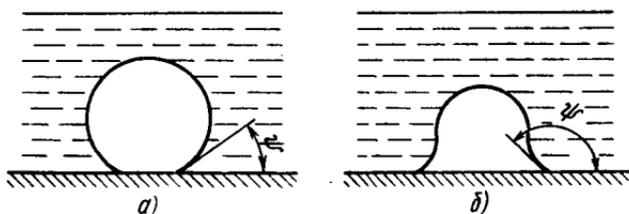


Рис. 3.3. Форма паровых пузырьков при кипении жидкости

зависит от поверхностного натяжения жидкости σ , кг/м; плотности, кг/м³, ρ_0 жидкости и ρ_n пара. В формулу для расчета входит также угол смачивания Ψ между касательной к поверхности пузырька в месте отрыва и поверхностью твердого тела (рис. 3.3). Значение Ψ зависит от того, насколько активно жидкость смачивает поверхность металла. Например, для керосина $\Psi = 26^\circ$, для воды $\Psi = 50^\circ$, а для ртути $\Psi = 137^\circ$.

Форма пузырька зависит от условий смачивания. Если кипящая жидкость хорошо смачивает твердые тела, то паровые пузырьки имеют форму шара (рис. 3.3, а) и легко отрываются от поверхности. При плохом смачивании пузырьки имеют форму колокола (рис. 3.3, б), они растягиваются по поверхности, сливаются друг с другом, могут образовывать паровую пленку. Чем легче и чаще отрываются пузырьки пара от поверхности твердого тела, тем выше коэффициент теплоотдачи α_n . Частота отрыва пузырьков и их количество зависит от температурного напора $\Delta\theta = \theta_s - \theta_n$. Поэтому коэффициент теплоотдачи от нагретой поверхности в кипящую жидкость также зависит от $\Delta\theta$.

На рис. 3.4 показана в логарифмической системе координат зависимость α_n от $\Delta\theta$ для воды при атмосферном давлении $p = 0,1$ МПа. Если температурный напор невелик (участок 1), то теплоотдача определяется обычными условиями конвективного теплообмена. С увеличением $\Delta\theta$ (участок 2) коэффициент α_n быстро возрастает, так как растут частота отрыва и количество пузырьков. Режим кипения, соответствующий участку 2 кривой $\alpha_n = f(\Delta\theta)$, называют *пузырьковым*.

Достигнув некоторого максимума (для воды) $\alpha_n^{\max} \approx 4,65 \times 10^4$ Вт/(м²·°С) при критическом значении $\Delta\theta_{кр} = 20 \dots 25$ °С, коэффициент теплоотдачи с дальнейшим повышением $\Delta\theta$ начинает снижаться. Дело в том, что количество пузырьков и частота их отрыва становятся столь большими, что пузырьки сливаются между собой, образуя паровые полости. Из-за этого доступ жидкости к поверхности затруднен, в отдельных местах возникают «сухие» пятна, их количество и размеры по мере увеличения $\Delta\theta$ непрерывно растут. Пузырьковый режим кипения переходит в *пленочный* (участок 3). Пленка пара увеличивает термическое сопротивление теплоотдаче, коэффициент α_n снижается. Участок 4

соответствует устойчивому пленочному кипению, когда коэффициент α_K мало зависит от $\Delta\theta$.

Желая обеспечить наибольший эффект от применения охлаждающей жидкости в режиме кипения, следует создавать условия для получения температурного напора, близкого к $\Delta\theta_{кр}$.

Между плотностью потока q теплоотдачи в кипящую жидкость, коэффициентом α_K и температурным напором $\Delta\theta$ существует связь, вытекающая из закона Ньютона—Рихмана, а именно $q = \alpha_K \Delta\theta$.

Наибольшее значение α_K^{max} соответствует критическому напору $\Delta\theta_{кр}$. Поэтому предельное, так называемое критическое значение плотности теплосъема определяется выражением $q_{кр} = \alpha_K^{max} \Delta\theta_{кр}$. Поскольку α_K^{max} и $\Delta\theta_{кр}$ зависят от физических свойств жидкости, то и значение $q_{кр}$ также различно для разных кипящих жидкостей. Так, для воды при естественной циркуляции $q_{кр} \approx 1,16 \cdot 10^8$ Вт/м², что соответствует наибольшему значению $\alpha_K^{max} \approx 4,65 \cdot 10^4$ Вт/(м²·°C) при пузырьковом кипении (рис. 3.4).

Для расчета других значений коэффициентов теплоотдачи при естественной циркуляции жидкости применяют критериальное уравнение

$$Nu_* = C Re_*^m Pr_*^{0,33}, \quad (3.19)$$

причем в качестве характерного размера принимают величину l_* , пропорциональную критическому диаметру d_0 пузырька, а в качестве определяющей температуры — температуру насыщения θ_n . В формуле (3.19)

$$Nu_* = \alpha_K l_* / \lambda_{ж}; \quad Re_* = w_K l_* / \nu_{ж}; \quad Pr_* = \nu_{ж} / \omega_{ж}, \quad (3.20)$$

где $\lambda_{ж}$, $\nu_{ж}$, $\omega_{ж}$ — физические параметры жидкости, взятые при температуре θ_n ; w_K — условная скорость кипения пара, м/с: $w_K = q / r \rho_n = \alpha_K \Delta\theta / r \rho_n$; здесь q — плотность потока теплоотдачи в жидкость, Вт/м²; r — теплота парообразования, Дж/кг; ρ_n — плотность пара, кг/м³, при температуре θ_n .

Подставляя значения Nu_* , Re_* и Pr_* из формул (3.20) в выражение (3.19), получаем

$$\alpha_K = C_1 \frac{\lambda_{ж}^{n_1}}{l_*} \left(\frac{\Delta\theta}{r \rho_n \nu_{ж}} \right)^{m_1} Pr_*^{p_1}. \quad (3.21)$$

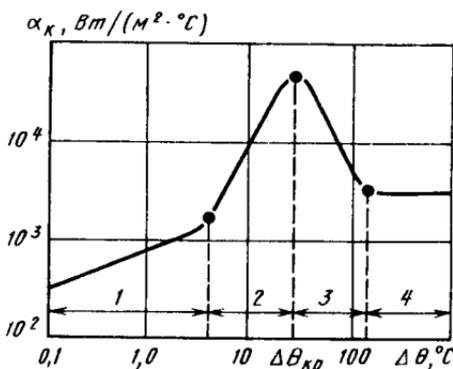


Рис. 3.4. Зависимость коэффициента теплоотдачи при кипении воды от температурного напора при естественной циркуляции жидкости

3.3. Коэффициент C_1 и показатели степени n_1 , m_1 и p_1 в формуле (3.21)

Значения Re_*	C_1	n_1	m_1	p_1
$\leq 0,01$	0,0039	2,0	1,0	0,66
$> 0,01$	0,00263	2,86	1,86	0,95

В табл. 3.3 приведены значения C_1 , n_1 , m_1 , p_1 , рассчитанные по данным, приведенным в литературе [2].

Для расчета коэффициента теплообмена с жидкостями на водной основе при атмосферном давлении, что отвечает условиям, часто встречающимся в технологических системах, выражение (3.21) можно упростить, если воспользоваться данными, приведенными в прил. 3 и 4, и иметь в виду, что в интересующих нас задачах, как правило, $Re_* > 0,01$. Подставив в уравнение (3.21) соответствующие значения θ_H , $\lambda_{ж}$, $\nu_{ж}$, l_* , r , ρ_H и Rg , получаем

$$\alpha_K \approx 170 (\theta_S - 100)^{1,86}. \quad (3.22)$$

Формулы (3.22) и (3.21) справедливы только для температурных напоров $\Delta\theta$, соответствующих режиму пузырькового кипения. Для воды и водных растворов этот диапазон соответствует $105 \leq \theta_S \leq 120$ °С. Обработка данных, приведенных на рис. 3.4, с учетом значений α_K по формуле (3.22), позволяет получить

$$\left. \begin{array}{l} \text{при } 120 \leq \theta_S \leq 235 \quad \alpha_K = 3,33 \cdot 10^6 (\theta_S - 100)^{-1,43}; \\ \text{при } \theta_S > 235 \quad \alpha_K \approx 3 \cdot 10^3. \end{array} \right\} \quad (3.23)$$

Формулы (3.22) и (3.23) справедливы при расчете значений α_K в условиях, когда вода кипит при атмосферном давлении. Исследования показывают, что с уменьшением давления критические значения температурного напора возрастают (например, при $p = 0,01$ МПа $\Delta\theta_{кр} \approx 28$ °С), а значения α_K^{\max} , соответствующие $\Delta\theta_{кр}$, снижаются.

В реальных технологических подсистемах процессы кипения происходят не только при естественной циркуляции жидкости, но и при вынужденном движении среды по отношению к нагретому телу (например, при охлаждении инструмента или заготовки струей жидкости). Движение жидкости по отношению к нагретой поверхности вносит изменения в процесс кипения. Во-первых, искажается естественное значение угла смачивания Ψ . Во-вторых, движущаяся жидкость срывает паровые пузырьки с поверхности тела, прежде чем их диаметр достигнет значения d_0 , характерного для естественной конвекции. Поэтому движение жидкости может ослабить процесс пузырькового кипения и соответственно уменьшить теплоотдачу от нагретого тела в жидкость. При высоких скоростях движения жидкости вместо теплообмена в условиях

пузырькового кипения может иметь место обычный конвективный теплообмен между нагретой поверхностью и омывающей ее средой.

Если при температурных напорах, соответствующих режиму пузырькового кипения, вынужденная циркуляция жидкости может снизить коэффициент теплоотдачи по сравнению со значением α_k в условиях, когда жидкость циркулирует естественно, то при пленочном кипении результат может быть другим. Движение среды, систематически разрушая паровую пленку, облегчает доступ жидкости к нагретой поверхности и этим содействует улучшению условий теплоотдачи. В связи с этим коэффициент α_k при температурных напорах, соответствующих режиму пленочного кипения, может оказаться бóльшим для системы с вынужденной циркуляцией жидкости, чем для системы с естественной циркуляцией.

Таким образом, движение жидкости может вызвать смещение участков 2, 3 и 4 кривой $\alpha_k = f(\Delta\theta)$ в сторону больших значений температурных напоров, причем это смещение может оказаться тем бóльшим, чем выше скорость движения жидкости. В первом приближении приведенный коэффициент теплоотдачи, учитывающий совместное влияние кипения и конвективного теплообмена с движущейся жидкостью, можно рассчитывать с помощью следующих соотношений:

$$\left. \begin{array}{ll} \alpha_k < 0,5\alpha & \alpha^* \approx \alpha; \\ 0,5 \leq \alpha_k \leq 2\alpha & \alpha^* = \frac{4\alpha + \alpha_k}{5\alpha - \alpha_k} \alpha; \\ \alpha_k > 2\alpha & \alpha^* = \alpha_k, \end{array} \right\} \quad (3.24)$$

где α_k и α — соответственно независимо рассчитанные коэффициенты теплоотдачи при кипении и при конвективном теплообмене; α^* — приведенный коэффициент теплоотдачи.

Теплообмен твердого тела с распыленной жидкостью. До сих пор были рассмотрены вопросы теплоотдачи в жидкость и газ, подаваемые на нагретую поверхность тела непрерывным сплошным потоком. Однако в технологической практике используется метод охлаждения, при котором жидкость подается не сплошным потоком, а в виде отдельных частиц, движущихся в воздушной струе. Таковы, например, способы охлаждения инструментов и заготовок распыленной жидкостью, эффективно используемые в производстве.

Рассмотрим некоторые соотношения, связанные с описанием теплообмена нагретой поверхности с двухфазной воздушно-жидкостной средой. Схематизируя процесс, предположим, что капли жидкости диаметром d (рис. 3.5) имеют форму шара и движутся вместе с потоком воздуха со скоростью w , м/с. Концентрация жидкости, т. е. относительный объем, занимаемый каплями в единице объема двухфазной среды, распределена по потоку равномерно. Температура охлаждаемой поверхности равна θ_s , а воз-

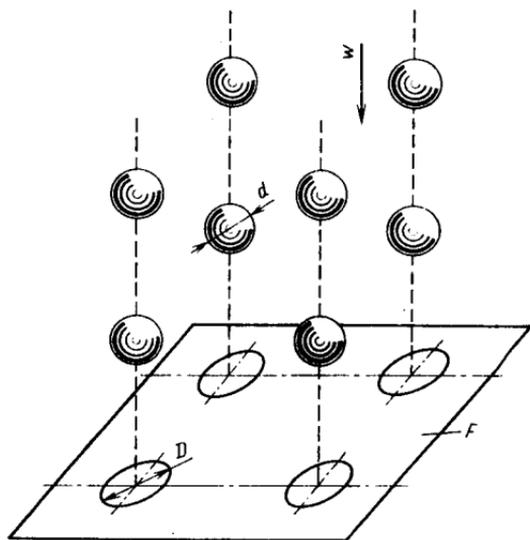


Рис. 3.5. Схематизация потока распыленной жидкости

душно-жидкостной смеси θ_0 . Капля жидкости, встречаясь с твердым телом, деформируется так, что диаметр пятна контакта между нею и поверхностью тела $D = md$, причем $m \gg 1$.

Теплота, поступающая в каплю, вначале нагревает ее до температуры насыщения θ_n , а затем испаряет. Для первой части этого процесса уравнение баланса теплоты имеет вид

$$\frac{\pi D^2}{4} (\theta_n - \theta_0) t_1 \alpha = \\ = c\rho \frac{\pi d^3}{6} (\theta_n - \theta_0),$$

где t_1 — время нагревания; α — коэффициент теплоотдачи при конвективном теплообмене; $c\rho$ — объемная теплоемкость жидкости.

Из последней формулы получаем

$$t_1 = \frac{2}{3} \frac{c\rho d}{\alpha m^2}. \quad (3.25)$$

Для процесса кипения капли

$$\frac{\pi D^2}{4} (\theta_s - \theta_n) t_2 \alpha_k = \frac{\pi d^3}{6} \rho r,$$

где α_k — коэффициент теплоотдачи при кипении; r — теплота парообразования, Дж/кг. Отсюда

$$t_2 = \frac{2}{3} \frac{\rho r d}{\alpha_k m^2 (\theta_s - \theta_n)}. \quad (3.26)$$

Средний по времени коэффициент теплоотдачи в процессе нагревания и испарения капли

$$\bar{\alpha} = \frac{\alpha t_1 + \alpha_k t_2}{t_1 + t_2}.$$

Подставляя в последнее выражение значения t_1 и t_2 из формул (3.25) и (3.26), получаем

$$\bar{\alpha} = \frac{\alpha \alpha_k [c(\theta_s - \theta_n) + r]}{r\alpha + c\alpha_k (\theta_s - \theta_n)}, \quad (3.27)$$

где c — массовая теплоемкость жидкости, Дж/(кг·°С).

Количество капель, одновременно попадающих на поверхность площадью F , зависит от концентрации K жидкости в двухфазном потоке. В соответствии с принятой нами схематизацией процесса количество капель в одном кубическом метре смеси, m^{-3} , $n_V = 6K/\pi d^3$, а на единице поверхности, m^{-2} , $n_S = (\sqrt[3]{n_V})^2 = \frac{1}{d^2} \times \left(\frac{6K}{\pi}\right)^{2/3}$.

Так как площадь, занимаемая одной каплей на поверхности контакта, составляет $0,25\pi m^2 d^2$, то общая площадь, m^2 , всех капель, находящихся в каждый момент времени на охлаждаемой поверхности площадью F , составляет

$$F_1 = 0,25\pi m^2 d^2 n_S F = 1,2K^{2/3} m^2 F. \quad (3.28)$$

На площади F_1 происходит процесс теплообмена с жидкостью при среднем коэффициенте теплоотдачи, рассчитываемом по формуле (3.27). На остальной части поверхности, площадь которой равна $F - F_1$, происходит теплообмен с воздухом, содержащимся в двухфазной струе. Коэффициент теплоотдачи в воздух обозначим α_B . Приведенный коэффициент теплоотдачи, учитывающий все процессы, происходящие на поверхности контакта струи распыленной жидкости с нагретой поверхностью,

$$\alpha^* = \frac{\bar{\alpha}F_1 - \alpha_B(F - F_1)}{F}$$

или

$$\alpha^* = 1,2K^{2/3} m^2 (\bar{\alpha} - \alpha_B) + \alpha_B. \quad (3.29)$$

Значения α_B , α и α_K , входящие в формулы (3.29) и (3.27), рассчитывают в соответствии с методикой определения коэффициентов теплоотдачи в условиях конвекции и при кипении жидкости, как это показано выше (см. пп. 3.1, 3.2). При этом следует иметь в виду, что значения α_K при кипении тонких слоев жидкости, толщина δ которых соизмерима с диаметром d_0 парового пузырька, зависят от δ . Обработка экспериментальных данных, приведенных в литературе, позволяет для слоев толщиной $\delta \leq \leq 5 \cdot 10^{-3}$ м в первом приближении применять формулу для поправки

$$k_\delta = 1,25 \exp[-40\delta]. \quad (3.30)$$

Формулу (3.30) следует использовать в качестве дополнительного множителя к формулам (3.22) и (3.23) и аналогичных им выражениям при определении значений α_K для тонких слоев кипящей жидкости.

Толщина слоя жидкости на водной основе при правильно организованном процессе охлаждения заготовок и инструментов двухфазным потоком $\delta = (0,5 \dots 1) 10^{-3}$ м. Следовательно, поправки на толщину слоя практически имеют значения $k_\delta = 1,20 \dots 1,23$.

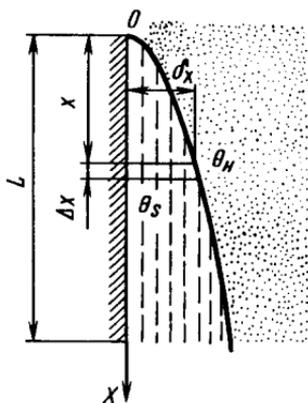


Рис. 3.6. Пленочная конденсация жидкости на вертикальной поверхности твердого тела

носит пленочный характер. Вся теплота, выделившаяся при конденсации пара, должна пройти к поверхности твердого тела, температура которой θ_s ниже, чем температура пара θ_n , через пленку конденсата. Поскольку движение жидкостной пленки, как правило, ламинарное, то можно положить, что перенос теплоты через нее осуществляется путем теплопроводности. Рассмотрим элемент Δx пленки, конденсирующейся на вертикальной поверхности твердого тела (рис. 3.6). Так как толщина пленки δ_x мала, градиент температуры в ней можно считать равным $(\theta_n - \theta_s)/\delta_x$ и в соответствии с законом Фурье написать

$$q_x = \lambda (\theta_n - \theta_s) / \delta_x,$$

где λ — коэффициент теплопроводности жидкости, соответствующий средней температуре $0,5 (\theta_n + \theta_s)$.

По закону Ньютона—Рихмана $q_x = \alpha_x (\theta_n - \theta_s)$, следовательно,

$$\alpha_x = \lambda / \delta_x. \quad (3.31)$$

Как видно из формулы (3.31), определение коэффициента теплоотдачи сводится к определению толщины δ_x слоя конденсата. На основе изучения процессов образования и движения пленки конденсата Нуссельт получил выражение

$$\delta_x = \left[\frac{4\lambda\mu (\theta_n - \theta_s)}{\rho^2 r g} x \right]^{1/4},$$

где μ — динамическая вязкость жидкости, Па·с; x — абсцисса, м. Подставляя значение δ_x в формулу (3.31), запишем

$$\alpha_x \approx 1,25 \left[\frac{\rho^2 r \lambda^3}{\mu (\theta_n - \theta_s) x} \right]^{1/4}. \quad (3.32)$$

Теплообмен при конденсации паров жидкости. При анализе тепловых процессов в технологических системах машиностроительного производства сравнительно редко приходится описывать закономерности теплообмена твердых тел с конденсирующими парами жидкости. Поэтому вопрос о теплообмене при конденсации паров рассмотрим коротко.

Различают два вида конденсации — капельную и пленочную. Если конденсат хорошо смачивает поверхность теплообмена, то возникает пленочная конденсация, если плохо — капельная. В машиностроении в подавляющем большинстве случаев используют жидкости, хорошо смачивающие поверхности твердых тел, поэтому, как правило, конденсация

Для практических расчетов необходимо определить среднее значение α по длине h участка, омываемого конденсатом. Интегрируя выражение (3.32) и усредняя по h , имеем

$$\bar{\alpha} = \frac{1}{h} \int_0^h \alpha_x dx \approx 1,67 \left[\frac{\rho^2 r \lambda^3}{\mu h (\theta_n - \theta_s)} \right]^{1/4}. \quad (3.33)$$

Значения ρ , λ и μ подставляют в выражение (3.33) при температуре, равной $0,5 (\theta_n + \theta_s)$.

Формула (3.33) получена для вертикальной поверхности твердого тела. Если пар конденсируется на поверхности, расположенной под углом φ к горизонту, то

$$\bar{\alpha}_\varphi = 1,67 \left[\frac{\rho^2 r \lambda^3 \sin \varphi}{\mu h (\theta_n - \theta_s)} \right]^{1/4}. \quad (3.34)$$

Поверхность горизонтальной трубы диаметром d_T представим в виде совокупности плоских элементов, расположенных под различными углами φ . Интегрируя выражение (3.34) по φ в пределах $0 \leq \varphi \leq \pi$, получим

$$\bar{\alpha}_T = 1,28 \left[\frac{\rho^2 r \lambda^3}{\mu d_T (\theta_n - \theta_s)} \right]^{1/4}.$$

Циклическое изменение агрегатного состояния жидкостей. В некоторых устройствах, применяемых в технологических системах, используется замкнутый цикл изменения агрегатного состояния жидкости. Характерным примером являются тепловые трубы. Это устройства, в которых используются два фазовых перехода — от жидкости к пару и от пара к жидкости. Тепловая труба (рис. 3.7) представляет собой герметичный тонкостенный сосуд 3 из высоко-теплопроводного материала. В сосуде в условиях вакуума находится некоторое количество легкоиспаряющейся жидкости (воды, ацетона). Один конец трубы заделывают в тело 1 , от которого требуется отвести теплоту, второй охлаждают тем или иным способом, например с помощью радиатора 2 .

Теплота, поступающая через стенки трубы, вызывает кипение и испарение жидкости. Пар поднимается к охлаждаемому концу трубы и конденсируется. Образовавшаяся при этом жидкость самотеком или по капиллярам в материале, которым выложены стенки трубы, возвращается в зону нагревания. Поскольку жидкость циркулирует в замкнутом пространстве, процесс теплообмена по циклу нагревание—испарение—охлаждение—конденсация происходит непрерывно, обеспечивая непрерывный отвод теплоты от нагретого тела.

Рассмотрим в первом приближении процесс теплообмена в трубе. Составим баланс теплоты для внутренней поверхности трубы при установившемся теплообмене, принимая в расчет средние по омываемым участкам коэффициенты теплоотдачи:

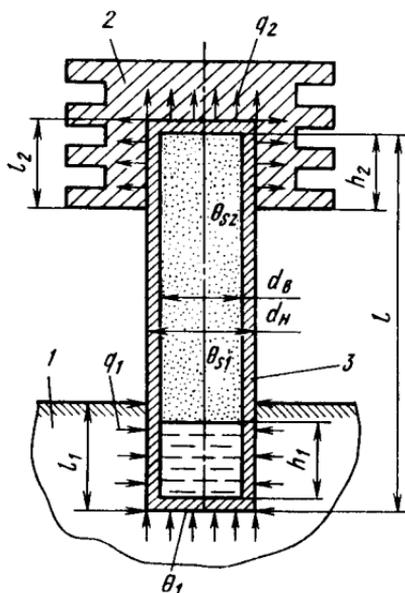


Рис. 3.7. Вертикальная тепловая труба

$= \pi d_b h_1 + 0,25\pi d_b^2$; $S_2 = \pi d_b h_2 + 0,25\pi d_b^2$. При составлении баланса принято, что потерей теплоты в окружающую среду на незаделанном участке трубы можно пренебречь.

Для определения коэффициента теплоотдачи при кипении жидкости воспользуемся формулой (3.21), представив ее в виде

$$\alpha_1 = A (\theta_{S1} - \theta_n)^{m_1},$$

где

$$A = C_1 \frac{\lambda_1^{n_1}}{l_*} \frac{Pr^{p_1}}{(r_1 \rho_n \nu_1)^{m_1}}. \quad (3.36)$$

Значения физических характеристик воды (λ_1 , ν_1 , Pr) и пара (l_* , r_1 , ρ_n) в формуле (3.36) взяты при температуре насыщения θ_n , которая принята определяющей для процесса кипения.

Коэффициент теплоотдачи при конденсации пара рассчитаем по формуле (3.34):

$$\alpha_2 = B (\theta_n - \theta_{S2})^{-0,25},$$

где

$$B = 1,67 \left(\frac{\rho_2^2 r_2 \lambda_2^3 \sin \varphi}{\mu_2 h_2} \right)^{0,25}. \quad (3.37)$$

В выражении (3.37) значения физических характеристик конденсирующейся жидкости (ρ_2 , λ_2 , μ_2) взяты при температуре $0,5 (\theta_n + \theta_{S2})$, принятой в качестве определяющей при расчете

α_1 — в зоне кипения и α_2 — в зоне конденсации. Уравнение баланса имеет вид

$$\alpha_1 S_1 (\theta_{S1} - \theta_n) = \alpha_2 S_2 (\theta_n - \theta_{S2}), \quad (3.35)$$

где θ_{S1} и θ_{S2} — средние температуры внутренней поверхности трубы соответственно на участке кипения жидкости площадью S_1 и на участке конденсации пара площадью S_2 ; θ_n — температура насыщения.

Левая часть уравнения представляет собой количество теплоты, отдаваемое в единицу времени стенками трубы в кипящую жидкость в «горячей» зоне, а правая часть — количество теплоты, поступающее в стенки трубы при конденсации пара в «холодной» зоне. Для вертикальной трубы, показанной на рис. 3.7, $S_1 =$

процессов конденсации. Ось трубы по отношению к горизонту наклонена под углом φ , длина участка, на котором происходит конденсация, равна h_2 . Сведения о значениях физических характеристик для воды и водяного пара приведены в прил. 4 и 3.

Подставляя выражения для α_1 и α_2 в формулу (3.35), получаем

$$\theta_{S1} = \left(\frac{B}{A} \frac{S_2}{S_1} \right)^{\frac{1}{m_1+1}} (\theta_H - \theta_{S2})^{\frac{0,75}{m_1+1}} + \theta_H, \quad (3.38)$$

где отношение B/A зависит от вида испаряющейся жидкости, температуры насыщения и температуры θ_{S2} на внутренней поверхности трубы в зоне конденсации. Поскольку для данного вида жидкости температура θ_H полностью определяется давлением p внутри трубы, то $B/A = f(p, \theta_{S2})$. Следовательно, эффективность тепловой трубы зависит от степени вакуума в ее полости, вида жидкости и интенсивности охлаждения трубы в месте конденсации пара.

Формулой (3.38) следует пользоваться только для ориентировочных расчетов, поскольку процессы теплообмена в тепловых трубах более сложные, чем предполагалось при выводе этой формулы. Следует также иметь в виду, что при выводе формулы (3.38) предусмотрено, что в трубе происходит процесс пузырькового кипения, для которого справедлива формула (3.21). Анализ экспериментальных данных, приведенных в литературе, показывает, что критическое значение температурного напора $\Delta\theta_{кр}$ зависит от давления в зоне парообразования и со снижением давления оно возрастает. Аппроксимация экспериментов позволяет получить зависимость $\theta_{S1} - \theta_H \leq 14,2p^{-0,15}$, где p — давление внутри трубы, МПа.

В настоящее время тепловые трубы мало применяют в технологическом оборудовании и инструментах, хотя их широко применяют в других областях техники. По-видимому, в ближайшие годы использование тепловых труб возрастет и в технологических системах. Это прежде всего относится к созданию автономных охлаждаемых инструментов для станков, где инструменты меняются автоматически. Такой инструмент [28] показан на рис. 3.8. Державка 2 резца имеет полость, в которую вставлена тепловая труба 4. Теплота, поступающая в инструмент через пластину 1 и головку резца, передается «горячему» концу трубы, парами жидкости переносится в «холодный» участок, где рассеивается с помощью радиатора 3. Резцы такого типа не требуют внешнего охлаждения или подключения к системе, в которой циркулирует

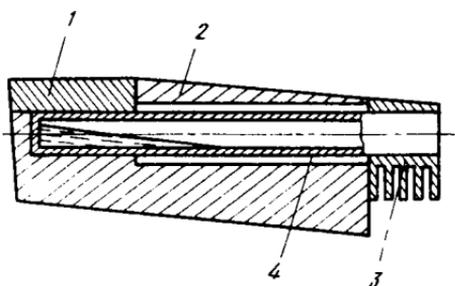


Рис. 3.8. Резец с автономной системой охлаждения в виде тепловой трубы

охлаждающая среда. Это делает их удобными и надежными в эксплуатации на станках с программным управлением и многоцелевых станках, где замена инструмента в процессе изготовления деталей выполняется автоматически.

Вопросы для самопроверки к п. 3.2

1. В чем различие между пузырьковым и пленочным режимами кипения? При каких условиях возникает пузырьковый режим кипения и когда он переходит в пленочный?

2. Что такое критический температурный напор и критическая плотность теплосъема при кипении жидкости?

3. Как влияет скорость движения жидкости на приведенный коэффициент теплоотдачи, если конвективный теплообмен с потоком жидкости и кипение в пограничном слое происходят одновременно?

4. Как можно схематизировать процесс теплообмена нагретой поверхности с потоком расплавленной жидкости? От каких факторов зависит приведенный коэффициент теплообмена при охлаждении твердого тела двухфазным потоком?

5. Какие виды теплообмена происходят одновременно при конденсации жидкости на поверхности твердого тела?

6. Ранжируйте физические характеристики жидкости по степени их влияния на коэффициент теплоотдачи при пленочной конденсации.

7. В чем преимущества тепловых труб как устройств для отвода теплоты из технологических подсистем? В каких деталях станков и инструментах, на Ваш взгляд, можно применить тепловые трубы?

Задачи к п. 3.2

38. В условиях задачи 34 рассчитать приведенный коэффициент теплоотдачи, если средняя температура головки резака равна 200°C ?

Алгоритм расчета и комментарии к нему:

а) по формуле (3.23) определить коэффициент теплоотдачи при кипении $[\alpha_{\text{к}} \approx 0,46 \cdot 10^4 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot ^\circ\text{C})]$;

б) по формуле (3.15) рассчитать значение Nu_0 , принимая предельное для воды при атмосферном давлении значение $Pr_S = 1,75$;

в) рассчитать значение α для условий конвективного теплообмена $[\alpha = 0,7 \cdot 10^4 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot ^\circ\text{C})]$;

г) сопоставить значения $\alpha_{\text{к}}$ и α ($\alpha_{\text{к}} \approx 0,6\alpha$);

д) по формуле (3.24) рассчитать приведенный коэффициент теплоотдачи.

Ответ: $\alpha^* \approx 1,07 \cdot 10^4 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot ^\circ\text{C})$.

39. Вдоль задней поверхности резака, имеющей в процессе резания среднюю температуру $\theta_S = 180^\circ\text{C}$, направлена высоконапорная струя охлаждающей жидкости (рис. 3.9), вытекающая из насадка, диаметр отверстия которого 1,8 мм. Высота резака $H = 20$ мм. Расход жидкости 3 л/мин. Рассчитать коэффициент теплоотдачи от инструмента в жидкость.

Ответ: $\alpha^* \approx 6,1 \cdot 10^4 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot ^\circ\text{C})$.

40. Как изменится в условиях предыдущей задачи коэффициент теплоотдачи, если вместо высоконапорной струи жидкости на заднюю поверхность резака направить струю распыленной двухфазной водно-воздушной смеси при расходе воздуха $2 \text{ м}^3/\text{ч}$, а жидкости $0,5 \text{ кг}/\text{ч}$. Отношение диаметра следа капли на поверхности инструмента к диаметру капли $D/d = 6$.

Алгоритм расчета и комментарии к нему:

а) рассчитать концентрацию жидкости в двухфазной смеси ($K = 2,5 \cdot 10^{-4}$);

б) рассчитать скорость истечения воздушно-жидкостной среды ($\omega = 220 \text{ м}/\text{с}$);

в) полагая, что воздушный поток обтекает резец со скоростью ω , рассчитать по формуле (3.15) для воздуха Nu_0 и далее $\alpha_{\text{в}}$ [$Nu_0 = 429$; $\alpha_{\text{в}} \approx 550 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot ^\circ\text{C})]$;

г) по формуле (3.13) рассчитать значение α в процессе нагревания жидкости до температуры кипения, рассматривая заднюю поверхность резака как вертикальную плиту длиной $H = 0,02 \text{ м}$ со средней температурой пограничного слоя жидкости $0,5(180 + 20) = 100^\circ\text{C}$ [$\alpha \approx 1,91 \cdot 10^4 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot ^\circ\text{C})]$;

д) по формуле (3.23) с учетом поправки k_0 рассчитать значение α_k для жидкости [$\alpha_k \approx 0,78 \cdot 10^4$ Вт/(м²·°C)];

е) по формуле (3.27) определить среднее значение \bar{a} в процессе нагревания и испарения капли [$\bar{a} \approx 0,64 \cdot 10^4$ Вт/(м²·°C)];

ж) по формуле (3.29) рассчитать приведенный коэффициент теплоотдачи α^* , имея в виду, что $K = 2,5 \cdot 10^{-4}$; $m = 6$.

Ответ: $\bar{a}^* = 0,155 \cdot 10^4$ Вт/(м²·°C).

41. Рассчитать средний коэффициент теплоотдачи при пленочной конденсации водяного пара на поверхность плиты, наклоненной под углом 45° к горизонту, если длина плиты $L = 0,03$ м, а $\theta_S = 20$ °C.

Ответ: $\bar{a} \approx 0,42 \cdot 10^4$ Вт/(м²·°C).

42. Рассчитать средний коэффициент теплоотдачи при конденсации водяного пара на горизонтальном валу диаметром $d = 0,1$ м, если $\theta_S = 25$ °C.

Ответ: $\bar{a} \approx 0,84 \cdot 10^4$ Вт/(м²·°C).

43. Тепловая труба (см. рис. 3.7), изготовленная из меди, имеет размеры $d_H = 10$ мм; $d_B = 8$ мм. Высота уровня жидкости (воды) $h_1 = 10$ мм, давление внутри трубы $p = 0,01$ МПа. Глубина заделки нижнего конца трубы $l_1 = 15$ мм. Длина участка конденсации $h_2 = 20$ мм, температура стенок $\theta_{S2} = 20$ °C. Рассчитать: 1) какое количество теплоты в единицу времени отводит труба от нагретого тела; 2) какова температура на наружной цилиндрической поверхности трубы в зоне нагрева; 3) какова средняя плотность теплового потока q_1 на нагреваемом конце трубы.

Алгоритм расчета и комментарии к нему:

а) по прил. 3 определить температуру насыщения при давлении $p = 0,01$ МПа ($\theta_H = 45,8$ °C);

б) по прил. 4 определить коэффициент теплопроводности λ , вязкость ν и критерий Pg для воды, плотность пара ρ_n , теплоту парообразования r и характерный размер l_* при температуре насыщения [$\lambda_1 = 64,2 \cdot 10^{-2}$ Вт/(м·°C); $\nu_1 = 0,6 \cdot 10^{-6}$ м²/с; $Pg = 3,86$; $\rho_n = 0,07$ кг/м³; $r = 2392 \cdot 10^3$ Дж/кг; $l_* = 3836 \times 10^{-6}$ м];

в) по формуле (3.36), считая $Re_* > 0,01$, рассчитать коэффициент A ($A = 49,7$);

г) рассчитать определяющую температуру для процесса конденсации в верхней части трубы [$\bar{\theta} = 0,5 (45,8 + 20) \approx 33$ °C];

д) по прил. 4 и 3 определить λ , μ и r при температуре $\bar{\theta}$ [$\lambda_2 = 63,3 \cdot 10^{-2}$ Вт/(м·°C); $\mu_2 = 5,1 \cdot 10^{-1}$ Па·с; $r_2 \approx 2,4 \cdot 10^6$ Дж/кг];

е) имея в виду, что плотность воды $\rho \approx 1000$ кг/м³, $\varphi = 90^\circ$ и $h_2 = 0,02$ м, по формуле (3.37) рассчитать коэффициент B ($B = 2,58 \cdot 10^4$);

ж) определить площадь стенок трубы, омываемых кипящей жидкостью [$S_1 = \pi d_H (h_1 + 0,25 d_H) = 3 \cdot 10^{-4}$ м²] и конденсатом ($S_2 = 5,53 \cdot 10^{-4}$ м²);

з) по формуле (3.38) рассчитать среднюю температуру стенок трубы в зоне кипения жидкости ($\theta_{S1} = 71,5$ °C);

и) рассчитать температурный напор ($\theta_{S1} - \theta_H = 25,7$ °C), критический температурный напор ($\Delta\theta_{кр} = 14,2 \cdot p^{-0,15} = 28,3$ °C), проверить допустимость применения формулы (3.21) для расчета коэффициентов теплоотдачи в зоне кипения ($25,7 < 28,3$);

к) по формуле (3.36) рассчитать коэффициент теплоотдачи в зоне кипения [$\alpha_1 = 2,08 \cdot 10^4$ Вт/(м²·°C)];

л) по формуле (3.20) рассчитать значение Re_* ($Re_* = 0,012$), проверить, что принятое в п. в расчетах условие $Re_* \geq 0,01$ реализуется; если это условие не выполняется, расчет, начиная с п. в и далее, следует вести при других значениях C_1 , m_1 , n_1 , ρ_1 (см. табл. 3.3);

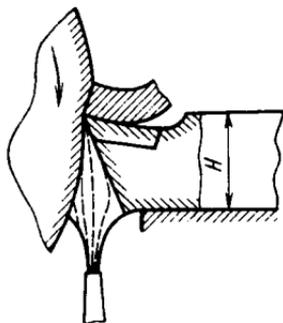


Рис. 3.9. Высоконапорное струйное охлаждение реза (к задаче 39)

м) рассчитать количество теплоты, отдаваемое трубой в кипящую жидкость в единицу времени [$Q = \alpha_1 S_1 (\theta_{S1} - \theta_{н}) = 160,4 \text{ Вт}$];

н) рассчитать среднюю плотность теплового потока на нагреваемом участке наружной поверхности трубы, имея в виду, что теплообмен установился ($q_1 = = 31,4 \cdot 10^4 \text{ Вт/м}^2$);

о) рассчитать коэффициент ε (см. стр. 22) и коэффициент формы L для трубы ($\varepsilon = 0,2$; $L \approx 1,12$);

п) по формуле (1.16) с учетом поправки L рассчитать температуру наружной поверхности медной трубы в «горячей» зоне ($\theta \approx 72,2 \text{ }^\circ\text{C}$).

Ответ: $Q = 160,4 \text{ Вт}$; $\theta \approx 72,2 \text{ }^\circ\text{C}$; $q_1 = 31,4 \cdot 10^4 \text{ Вт/м}^2$.

44. В условиях предыдущей задачи, полагая, что тепловая труба имеет длину $l = 150 \text{ мм}$ (см. рис. 3.7), рассчитать ее условный коэффициент теплопроводности и сравнить его с коэффициентом теплопроводности сплошного медного стержня.

Алгоритм расчета и комментарии к нему:

а) полагая, что труба представляет собой сплошной стержень, определить средний градиент температуры между ее торцами [$\text{grad } \theta \approx (72 - 20)/0,15 = = 347 \text{ }^\circ\text{C/м}$];

б) по формуле (1.9) рассчитать условный коэффициент теплопроводности трубы [$\lambda_T \approx 905 \text{ Вт/(м} \cdot \text{ }^\circ\text{C)}$];

в) определить, во сколько раз условный коэффициент теплопроводности тепловой трубы превышает коэффициент теплопроводности сплошного медного стержня.

Ответ: примерно в 2,5 раза.

3.3. ТЕПЛОБМЕН ИЗЛУЧЕНИЕМ

Излучение твердых тел. Любое из тел, входящих в технологическую систему, непрерывно излучает и поглощает тепловую энергию, обмениваясь ею с другими телами, с которыми оно не находится в непосредственном контакте. Тепловое излучение является результатом превращения внутренней энергии тел в энергию электромагнитных колебаний. Электромагнитные волны, излучаемые твердым телом, попадая на другие тела, частично поглощаются ими, энергия электромагнитных колебаний вновь преобразуется в тепловую. В результате этого процесса температура системы тел при длительном лучистом теплообмене постепенно выравнивается, расход и поступление энергии излучения для каждого из тел уравниваются.

В общем случае, когда на поверхность тела падает поток энергии Q (рис. 3.10), часть этой энергии Q_A поглощается телом, часть энергии Q_B отражается от его поверхности и часть Q_C проходит сквозь него. Баланс $Q = Q_A + Q_B + Q_C$ можно представить в виде $Q_A/Q + Q_B/Q + Q_C/Q = 1$ или $A + B + C = 1$, где A , B и C — безразмерные доли соответственно поглощенной, отраженной и пропущенной энергии в общем ее потоке. При $A = 1$, $B = 0$, $C = 0$ мы имеем дело с так называемым абсолютно черным телом, полностью поглощающим всю тепловую энергию, которая падает извне на его поверхность. При $B = 1$, $A = 0$ и $C = 0$ тело зеркальное (абсолютно белое), полностью отражающее весь поток энергии Q . При $C = 1$, $A = 0$ и $B = 0$ тело называют абсолютно прозрачным (проницаемым) для тепловых лучей.

В действительности абсолютно черных, белых и прозрачных тел не существует, эти понятия условны. Реальные тела и среды в зависимости от их свойств характеризуются теми или иными значениями коэффициентов A , B и C , отличными от нуля и единицы. Например, чистый воздух близок к абсолютно прозрачной среде, для него C около единицы. Для хорошо полированных металлов $B \approx 0,96 \dots 0,98$.

К абсолютно черному телу близка нефтяная сажа, для которой коэффициент A около единицы. Твердые тела, которые входят в технологические системы, как правило, мало прозрачны для тепловых лучей. Поэтому для них $A + B \approx 1$. Величина A , характеризующая способность твердого тела поглощать энергию теплового излучения, зависит от физических свойств тела, шероховатости его поверхностей и температуры. Между поглощательной способностью тела A и плотностью потока E его собственного излучения существует связь, установленная Кирхгофом: $E/A = E_0$, где E_0 — плотность потока излучения абсолютно черного тела. Заметим, что под *плотностью потока* E понимают отношение энергии излучения к площади поверхности, излучающей теплоту. Эта величина, имеющая единицу измерения Вт/м^2 , аналогична величине q , с которой мы неоднократно встречались выше при описании других разновидностей теплообмена. Тепловое излучение имеет, однако, свои особенности. Дело в том, что большинство твердых тел одновременно излучают энергию в широком спектре длин волн, причем эта энергия распределяется по спектру неравномерно. При температурах, которые обычно встречаются в технике, основное количество энергии излучается в виде волн длиной от 0,8 до 80 мкм, т. е. в инфракрасном диапазоне.

Каждой длине волны λ в спектре соответствует своя интенсивность излучения $J(\lambda)$, называемая также *спектральной плотностью потока излучения*. Для абсолютно черного тела ($0 \leq \lambda \leq \infty$) М. Планк получил теоретическим путем распределение интенсивности излучения по длине волн в виде

$$J(\lambda) = \frac{C'}{\lambda^5 (\exp [C''/(\lambda T)] - 1)}, \quad (3.39)$$

где T — температура, K .

С помощью выражения (3.39) можно рассчитать суммарную (интегральную) плотность потока теплового излучения для абсолютно черного тела

$$E_0 = \int_0^{\infty} J(\lambda) d\lambda. \quad (3.40)$$

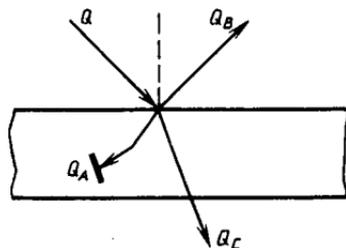


Рис. 3.10. Распределение потока энергии, падающего на поверхность твердого тела

Подставив в выражение (3.40) функцию $J(\lambda)$ из (3.39) и выполнив интегрирование, получим

$$E_0 = C_0 (T/100)^4. \quad (3.41)$$

Формула (3.41) представляет собой закон Стефана—Больцмана. В соответствии с этим законом плотность излучения абсолютно черного тела прямо пропорциональна его абсолютной температуре, взятой в четвертой степени.

Отношение плотности излучения E любого тела к плотности излучения E_0 абсолютно черного тела называют *степенью черноты* $\varepsilon = E/E_0$. По закону Кирхгофа $E/E_0 = A$. Следовательно, степень черноты $\varepsilon = A$ характеризует не только способность тела поглощать лучистую энергию, но и его излучательную способность. Пользуясь формулой (3.41), запишем

$$E = \varepsilon E_0 = \varepsilon C_0 (T/100)^4 = \varepsilon C_0 \left(\frac{\theta_S + 273}{100} \right)^4, \quad (3.42)$$

где θ_S — температура поверхности тела, излучающего и поглощающего теплоту, °С; коэффициент $C_0 = 5,7$ Вт/(м²·°С).

Степень черноты реальных тел находится в диапазоне $0 < \varepsilon < 1$ и зависит от материала тела, его температуры, способа обработки и состояния его поверхностей. В прил. 5 даны ориентировочные значения ε для металлических тел при температурах, характерных для технологических систем механической обработки. Ими можно пользоваться, оценивая излучение, поглощение и отражение тепловой энергии. Если нас интересует количество теплоты $Q_{\text{изл}}$, Дж, которое излучает твердое тело, то достаточно знать площадь S его поверхности, ее температуру θ_S , степень черноты ε и время излучения τ . Тогда

$$Q_{\text{изл}} = \varepsilon C_0 \left(\frac{\theta_S + 273}{100} \right)^4 S \tau. \quad (3.43)$$

Количество теплоты, которое способно поглотить данное тело в процессе лучистого теплообмена, $Q_A = Q_{\text{изл}}$, поскольку $A = \varepsilon$. Если тело практически непрозрачно для тепловых лучей, то оно отражает количество теплоты

$$Q_B = (1 - \varepsilon) C_0 \left(\frac{\theta_S + 273}{100} \right)^4 S \tau, \quad (3.44)$$

поскольку $B = 1 - A = 1 - \varepsilon$.

Лучистый теплообмен между телами. Зная законы излучения, поглощения и отражения теплоты твердым телом, можно получить расчетные формулы для описания лучистого теплообмена между телами. В технологических расчетах чаще всего требуется определить количество теплоты, которое приходится на долю каждого из компонентов системы, состоящей из тел, разделенных воздушной средой. При этом размеры и качество поверхностей тел, а также их взаимное расположение известны.

Рассмотрим вначале простой случай, когда теплотой обмениваются два плоских твердых тела, размеры которых существенно

превышают расстояние между ними (рис. 3.11). Степень черноты тела 1 равна ε_1 , а температура поверхности θ_{S1} . Соответственно для тела 2 имеем ε_2 и θ_{S2} . Тело 1 излучает поток энергии, плотность E_1 которого может быть рассчитана по формуле (3.42). В процессе лучистого теплообмена между телами 1 и 2 этот поток частично поглощается телом 2, а частично, вследствие отражения от его поверхности, возвращается в тело 1. Кроме того, телом 1 воспринимается часть потока E_2 , излучаемого телом 2. Таким образом, итоговый поток, передаваемый телом 1 телу 2,

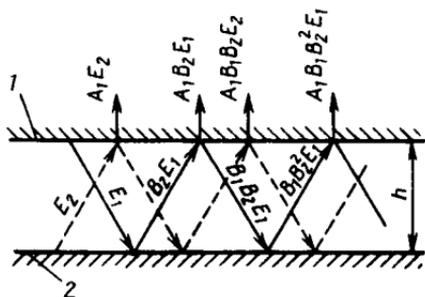


Рис. 3.11. Потoki энергии при лучистом теплообмене между поверхностями двух тел

$$q_{12} = E_1 - E_{11} - E_{21}, \quad (3.45)$$

где E_{11} — часть потока E_1 , возвращающаяся в тело 1; E_{21} — часть потока E_2 , передаваемая телу 1.

Определим величины E_{11} и E_{21} в формуле (3.45). Для этого рассмотрим схему последовательного отражения тепловых лучей между поверхностями тел. Из энергии E_1 часть A_2E_1 поглощается телом 2, а часть B_2E_1 отражается от него. Отраженный поток B_2E_1 возвращается к телу 1. Здесь из него поглощается часть $A_1B_2E_1$, а отражается часть $B_1B_2E_1$. При последующем отражении от поверхности тела 2 в тело 1 попадает энергия $A_1B_1B_2^2E_1$ и т. д. Суммируя все порции теплоты, возвратившиеся в тело 1 в процессе отражения, получим

$$\begin{aligned} E_{11} &= A_1B_2E_1 + A_1B_1B_2^2E_1 + A_1B_1^2B_2^3E_1 + \dots = \\ &= A_1B_2E_1(1 + B_1B_2 + B_1^2B_2^2 + \dots). \end{aligned}$$

Выражение в скобках представляет собой убывающую геометрическую прогрессию со знаменателем $\rho = B_1B_2 < 1$. Сумма членов этой прогрессии равна $1/(1 - \rho)$. Тогда

$$E_{11} = \frac{A_1B_2E_1}{1 - B_1B_2} = \frac{A_1(1 - A_2)E_1}{1 - (1 - A_1)(1 - A_2)}. \quad (3.46)$$

Для определения величины E_{21} рассмотрим отражение потока E_2 . Рассуждая аналогично, запишем

$$\begin{aligned} E_{21} &= A_1E_2 + A_1B_1B_2E_2 + A_1B_1^2B_2^2E_2 + \dots = \\ &= A_1E_2(1 + B_1B_2 + B_1^2B_2^2 + \dots) \quad \text{или} \\ E_{21} &= \frac{A_1E_2}{1 - B_1B_2} = \frac{A_1E_2}{1 - (1 - A_1)(1 - A_2)}. \end{aligned} \quad (3.47)$$

Подставляя значения E_{11} и E_{21} из формул (3.46) и (3.47) в выражение (3.45), после нескольких преобразований получаем

$$q_{12} = \frac{A_2 E_1 - A_1 E_2}{A_1 + A_2 - A_1 A_2}.$$

Заменяя $A_1 = \varepsilon_1$, $A_2 = \varepsilon_2$ и рассчитывая E_1 и E_2 по формуле (3.42), получим

$$q_{12} = \varepsilon_{\pi} C_0 M, \quad (3.48)$$

где

$$\varepsilon_{\pi} = \frac{\varepsilon_1 \varepsilon_2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2 - \varepsilon_1 \varepsilon_2} = \frac{1}{1/\varepsilon_1 + 1/\varepsilon_2 - 1} \quad (3.49)$$

— приведенная степень черноты системы, состоящей из тел 1 и 2;

$$M = \left(\frac{\theta_{S_1} + 273}{100} \right)^4 - \left(\frac{\theta_{S_2} + 273}{100} \right)^4. \quad (3.50)$$

Количество теплоты, передаваемой телом 1 телу 2 за время τ с площади S_1

$$Q_{12} = \varepsilon_{\pi} C_0 S_1 \tau M. \quad (3.51)$$

Формулы (3.49) и (3.51) являются частным случаем более общих выражений

$$Q_{12} = \varepsilon_{\pi} C_0 S_1 \varphi_{12} \tau M; \quad (3.52)$$

$$\varepsilon_{\pi} = \frac{1}{1 + \varphi_{12} (1/\varepsilon_1 - 1) + \varphi_{21} (1/\varepsilon_2 - 1)}, \quad (3.53)$$

где φ_{12} и φ_{21} — коэффициенты облученности соответственно тел 1 и 2. Эти коэффициенты, которые называют также угловыми коэффициентами излучения, показывают, какая в среднем по поверхности часть энергии, излучаемой одним телом, попадает на поверхность другого.

Рассмотрим две системы тел, показанные на рис. 3.12. В замкнутой системе (рис. 3.12, а) тепловой поток, излучаемый поверхностью S_2 внутреннего тела 2, полностью воспринимается поверхностью S_1 . Иначе обстоит дело с тепловым излучением поверхности S_1 . Энергия, излучаемая элементом dS_1 поверхности тела 1, может быть воспринята поверхностью S_2 лишь частично в пределах участка, соответствующего углу μ ; остальная часть излучения проходит мимо тела 2 и снова попадает на поверхность тела 1. В разомкнутой системе, состоящей из двух полос ограниченной ширины b_1 и b_2 (рис. 3.12, б), теплота, излучаемая каждой из них, например, с участка dS_2 тела 2, попадает на противоположное тело частично, а остальная часть уходит в окружающую среду.

Соотношение между теплотой E' , попадающей на противоположное тело, и теплотой E'' , не попадающей на него, зависит при данной конфигурации, размерах и взаимном расположении тел от

положения элементарного участка dS , для которого рассматривают соотношение. Среднее по всей поверхности отношение E'/E'' для каждого тела представляет соответствующее значение коэффициентов облученности φ_{12} и φ_{21} . При этом

$$\varphi_{12}S_1 = \varphi_{21}S_2. \quad (3.54)$$

Коэффициенты облученности определяют аналитически (на основании геометрических соображений) или экспериментально. Например, для замкнутых систем (рис. 3.12, а) независимо от формы тел (важно только, чтобы тело 2 не имело вогнутостей) и их взаимного расположения (концентрично, неконцентрично) коэффициент $\varphi_{21} = 1$, следовательно, по формуле (3.54) $\varphi_{12} = S_2/S_1$. Для концентричных поверхностей, разделенных малым зазором ($S_2 \approx S_1$), значения $\varphi_{12} = \varphi_{21} = 1$. Такие же значения имеют коэффициенты облученности для двух параллельных плоскостей (см. рис. 3.11). Если система не замкнута, то для случая, показанного на рис. 3.12, б,

$$\varphi_{12} = \frac{1}{2b_1} \left[\sqrt{(b_2 + b_1)^2 + 4h^2} - \sqrt{(b_2 - b_1)^2 + 4h^2} \right];$$

$$\varphi_{21} = \frac{b_1}{b_2} \varphi_{12}. \quad (3.55)$$

Формулы (3.55) можно использовать для расчета теплообмена излучением между торцами двух соосных дисков, считая $b_1 = d_1$ и $b_2 = d_2$, где d_1 и d_2 — диаметры дисков. В первом приближении они могут быть применены также вместо точной формулы для расчета теплообмена излучением между двумя параллельными валами. В этом случае $b_1 = d_1$; $b_2 = d_2$, h — межцентровое расстояние.

Вопросы для самопроверки к п. 3.3

1. Какие физические явления сопровождают процесс лучистого теплообмена между твердыми телами?
2. Что такое степень черноты реального тела? Какова степень черноты у тел, практически полностью поглощающих или отражающих лучистую энергию? От чего зависит степень черноты тела?
3. Сформулируйте законы Кирхгофа и Стефана—Больцмана, относящиеся к процессам излучения.
4. Что такое приведенная степень черноты системы тел, от чего она зависит?
5. Как связаны коэффициенты облученности двух тел в системе? В каких случаях коэффициенты облученности обоих тел равны между собой?

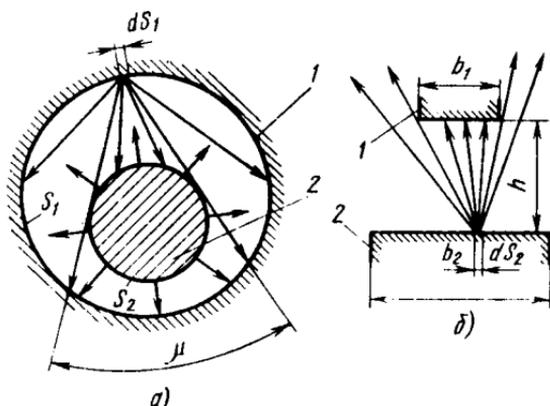


Рис. 3.12. Лучистый теплообмен в замкнутой (а) и разомкнутой (б) системах тел

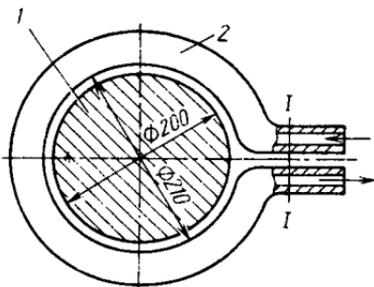


Рис. 3.13. Нагревание заготовки индуктором ТВЧ (к задаче 45)

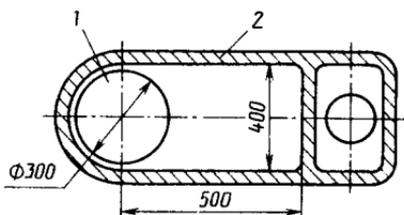
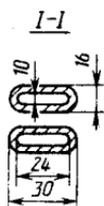


Рис. 3.14. Расположение электродвигателя в стойке станка (к задаче 47)

Задачи к п. 3.3

45. Поверхность стальной заготовки 1 (рис. 3.13) нагревается токами высокой частоты с помощью петлевого медного индуктора 2 до температуры 800 °С. Для того чтобы индуктор, поверхность которого нагревается главным образом вследствие лучистого теплообмена с заготовкой, был достаточно долговечен, температура его нагрева не должна превышать 70 °С. Какое количество воды следует прокачивать в единицу времени через полость индуктора, чтобы его поверхность, обращенная к заготовке, не нагревалась выше 70 °С? Заготовку перед нагреванием обрабатывали лезвийным инструментом, индуктор — медь в состоянии поставки (прокат). Температура воды на входе в индуктор 20 °С.

Алгоритм решения и комментарии к нему:

а) по прил. 5 установить ориентировочные значения степени черноты для заготовки и индуктора ($\epsilon_1 = 0,7$; $\epsilon_2 = 0,6$);

б) установить значения коэффициентов облучения заготовки по отношению к индуктору и индуктора по отношению к заготовке ($\varphi_{12} = 1$; $\varphi_{21} = S_1/S_2 = d_1/d_2 \approx 0,95$);

в) по формуле (3.53) рассчитать приведенную степень черноты ($\epsilon_{\Pi} = 0,485$);

г) по формуле (3.48) рассчитать плотность потока излучения теплоты от заготовки к индуктору, считая, что температура последнего $\theta_{S2} = 70$ °С ($q_{12} \approx 3,63 \cdot 10^4$ Вт/м²);

д) полагая, что теплообмен через стенку индуктора установился, по формуле (1.16) рассчитать необходимую температуру внутренней поверхности стенки индуктора ($\theta_2 = 69,7$ °С);

е) рассчитать требуемый коэффициент теплоотдачи от внутренней поверхности стенки индуктора к воде [$\alpha = q_{12}/\theta_2 = 521$ Вт/(м²·°С)];

ж) по формуле (3.8) рассчитать эквивалентный диаметр внутреннего отверстия индуктора ($d_{\text{экр}} = 0,014$ м);

з) приняв предварительно по табл. 3.3 критерий $Re < 2 \cdot 10^3$, по формуле (3.15) и прил. 4 написать критериальное уравнение для конвективного теплообмена в отверстии индуктора и рассчитать фактическое значение Re ($Nu_0 = 12,2$; $Pr_0 = 7,02$; $Pr_0/Pr_S = 2,75$; $Gr \approx 4,8 \cdot 10^4$; $Re_0 = 804$; поскольку $Re_0 < 2 \cdot 10^3$, расчет значения Re_0 прекращаем);

и) по формуле (3.9) и значению $Re_0 = 804$ рассчитать скорость потока воды внутри индуктора ($\omega \approx 0,06$ м/с) и расход жидкости.

Ответ: $G \approx 0,84$ л/мин.

46. Алюминиевая заготовка имеет после полирования температуру поверхности 100 °С. Определить плотность теплового потока, который эта заготовка излучает в окружающую среду.

Ответ: $E = 55$ Вт/м².

47. Встроенный электродвигатель 1 мощностью 3 кВт размещен в стойке станка 2 (рис. 3.14, см. также рис. 1.4). Внутренняя часть стойки и поверхность двигателя окрашены масляной краской темного цвета. Коэффициент полезного

действия двигателя $\eta = 0,86$, причем 30 % потерь составляет тепловое излучение наружной поверхности двигателя, которая в процессе эксплуатации нагревается до 70°C . Диаметр корпуса двигателя и размеры полости в стойке станка показаны на рис. 3.14, поверхности, обменивающиеся теплотой, имеют размер, перпендикулярный к плоскости чертежа, равный 480 мм.

Рассчитать температуру, до которой нагреваются внутренние поверхности полости в стойке станка в связи с тепловым излучением двигателя.

Алгоритм решения и комментарии к нему:

а) определить мощность теплового потока, излучаемого электродвигателем [$W = 3000(1 - 0,86)0,3 = 126$ Вт];

б) рассчитать площади поверхностей двигателя и стойки, участвующих в процессе лучистого теплообмена ($S_1 \approx 0,45$ м²; $S_2 = 0,97$ м²);

в) определить коэффициенты облученности ($\varphi_{12} = 1$; $\varphi_{21} = 0,45/0,97 = 0,462$);

г) по формуле (3.53) рассчитать приведенную степень черноты, приняв по прил. 5 значения $\epsilon_1 = \epsilon_2 = 0,9$ ($\epsilon_{\text{п}} \approx 0,86$);

д) по формуле (3.52) рассчитать значение M , имея в виду, что $Q_{12}/\tau = W = 126$ Вт ($M = 57,1$);

е) по формуле (3.50) при $\theta_{S_1} = 70^\circ\text{C}$ рассчитать значение θ_{S_2} ($\theta_{S_2} \approx 27^\circ\text{C}$).

Ответ: Температура $\theta_{S_2} \approx 27^\circ\text{C}$. Порядок температур согласуется с цифрами, приведенными на рис. 1.4.

МЕТОДЫ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО ОПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕПЛОВЫХ ПОТОКОВ И ТЕМПЕРАТУР В ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

4.1. КЛАССИФИКАЦИЯ МЕТОДОВ

Исследование тепловых процессов в технологических системах тесно связано с проведением экспериментов по измерению температур на различных участках инструмента, заготовки или оборудования, а также с определением мощности и плотности тепловых потоков. Такие эксперименты необходимы, с одной стороны, для решения тех или иных задач опытным путем, а с другой — для проверки правильности и корректирования результатов теоретических построений, предназначенных для определения расчетным путем температур или характеристик источников и стоков теплоты.

Методы теплофизических измерений зависят от цели, поставленной перед экспериментом. При изучении тепловых процессов в технологических системах в процессе эксперимента решают следующие задачи (рис. 4.1): 1) определяют мощность источников тепловыделения, законы распределения плотности тепловых потоков или общее количество теплоты; 2) измеряют локальную температуру, т. е. температуру на небольшом участке твердого тела (условно в точке); 3) определяют среднюю температуру на поверхности твердого тела, в том числе и на участках, где происходит его соприкосновение с другими телами или жидкостью; 4) изучают закон распределения температур на той или иной части поверхности твердого тела, в том числе и на контактных площадках; 5) определяют температурное поле внутри твердого тела.

Для определения мощности и плотности распределения тепловых потоков экспериментальным путем служат калориметры. На рис. 4.2 показан калориметр для определения плотности теплового потока при нагревании заготовки плазменной дугой [25]. Калориметр состоит из двух жестко соединенных между собой медных цилиндрических водоохлаждаемых секций 1 и 4, разделенных тонкой электронизоляционной прокладкой 9. Электрод 3 плазмотрона и секции калориметра через щетки 8 включены в цепь электрического тока. Между электродом и калориметром возникает электрическая дуга, понизирующий газ (воздух, аргон), который подают в зазор между электродом 3 и корпусом 2 плазмотрона.

Цель эксперимента — определение эффективной мощности и закона распределения плотности теплового потока на анодном

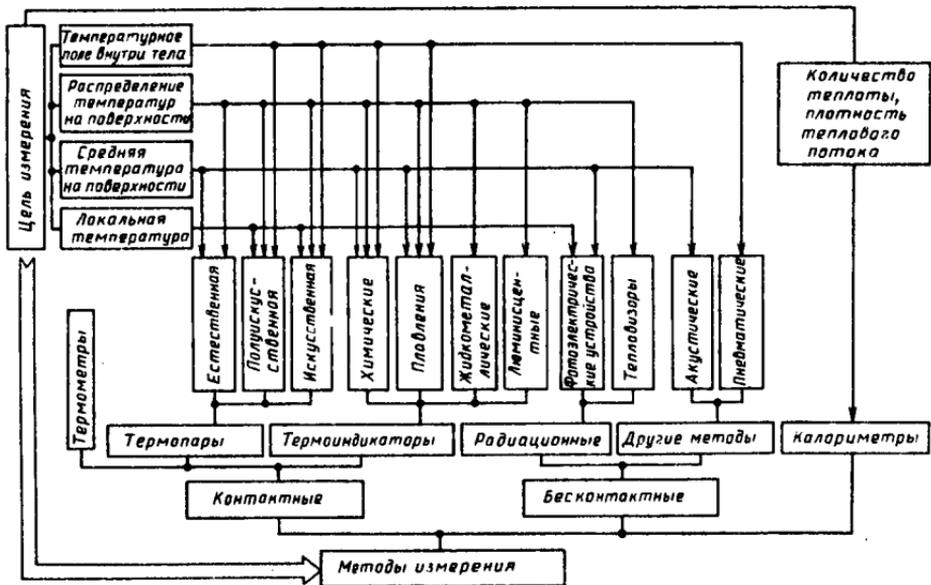


Рис. 4.1. Классификация методов экспериментального исследования тепловых потоков и температур в технологических системах

пятне, т. е. на поверхности контакта между плазменной дугой J и нагреваемым предметом, который имитируют калориметром. Плазмотрон перемещают в направлении стрелки S , а калориметр вращают вокруг оси. В процессе перемещения плазмотрона анодное пятно постепенно пересекает границу раздела секций 1 и 4,

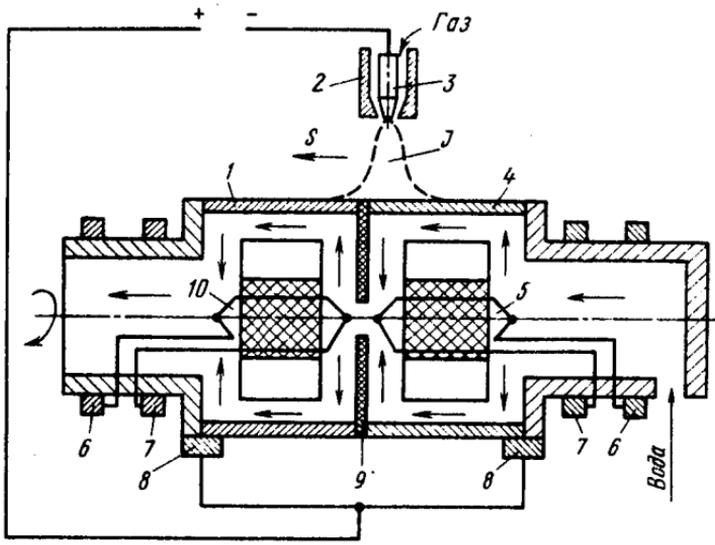


Рис. 4.2. Калориметр для определения плотности теплового потока при нагревании заготовки плазменной дугой

по-разному нагревая содержащуюся в них жидкость (воду). Температуру воды в секциях калориметра измеряют с помощью дифференциальных термопар 5 и 10, заделанных во внутреннюю часть корпуса калориметра. Сигнал термопар через контактные кольца 6 и 7 передается измерительным приборам. Обработка результатов измерений позволила определить эффективную мощность плазменной дуги, а также установить, что распределение плотности теплового потока на пятне нагрева близко к нормально-круговому закону [20].

Мощность тепловых потоков в технологических подсистемах часто определяют косвенным путем с помощью динамометрических экспериментов. Например, для определения общей тепловой мощности процесса резания выполняют два измерения: динамометром определяют главную составляющую P_z силы резания, а тахометром — скорость резания v . Затем, имея в виду, что практически вся работа резания преобразуется в теплоту, общую тепловую мощность процесса рассчитывают по формуле $W \approx P_z v$. Аналогично поступают и в других случаях, в частности, когда требуется определить мощность тепловыделения на трущихся поверхностях.

Калориметрические измерения составляют сравнительно малую часть экспериментов, связанных с изучением теплофизики технологических процессов. Значительно большую часть экспериментальных исследований составляет измерение температур. Заметим, кстати, что около 40 % всех измерений в промышленности и научных исследованиях составляет определение температуры. Применительно к технологическим системам доля измерений температуры в общем балансе экспериментов, по-видимому, еще более высока.

В принципе, все методы измерения температуры можно разделить на две большие группы: контактные и бесконтактные. К первой группе относятся методы и устройства, в которых между датчиком температуры и объектом измерения имеется непосредственный контакт. Вторая группа содержит методы, при которых датчики измерительных устройств находятся на некотором удалении от объекта, температура которого подлежит определению. Контактные методы измерения, в свою очередь, могут быть разделены на три группы в соответствии с основными особенностями устройств, с помощью которых их осуществляют: термометры, термопары, термоиндикаторы. Бесконтактные измерения, используемые в технологической практике, осуществляют либо с помощью радиационных устройств, в основе которых лежит регистрация инфракрасного излучения нагретых тел, либо с помощью других устройств, использующих оптические, акустические или пневматические датчики.

После общего обзора и классификации методов проведения экспериментов по измерению температур перейдем к их более детальному рассмотрению и характеристике. Предварительно за-

метим, что на рис. 4.1 стрелками показано, каким из основных целей эксперимента соответствуют те или иные методы измерения или устройства, нашедшие наибольшее применение в технологической практике.

4.2. КОНТАКТНЫЕ МЕТОДЫ ИЗМЕРЕНИЯ ТЕМПЕРАТУР

Термометры. Среди приборов, предназначенных для измерения температур в технологических системах, термометры занимают несколько особое место, поскольку их используют преимущественно для определения температуры жидкостей (технологических или смазочных), газов (воздуха и воздушных смесей) или расплавов (например, при тарировании термопар в жидкометаллических средах). Кроме обычных термометров, в которых для определения температуры используют тепловое расширение ртути или специальных жидкостей, применяют манометрические и механические термометры. В манометрических термометрах в небольшом резервуаре (термоприемнике) содержится жидкость или газ. Расширение жидкости или газа в замкнутом объеме создает давление, которое воспринимается чувствительным элементом (манометрической пружиной) и вызывает перемещение указателя по шкале прибора. Определение температуры механическими термометрами основано на измерении термической деформации биметаллического элемента, состоящего из двух примерно одинаковых по толщине слоев металлов или сплавов с различными коэффициентами теплового расширения.

Обычные термометры позволяют наблюдать изменение температуры объекта (жидкости, газа) только вблизи места измерения, поскольку отсчетная шкала расположена на самом приборе. В манометрических термометрах термоприемник, как правило, соединен с измерительным устройством длинным капилляром, что позволяет наблюдать результаты измерений на некотором удалении от объекта, температуру которого определяют. Механические термометры в процессе измерения могут развивать достаточно большие усилия, что позволяет использовать их в качестве устройств, автоматизирующих процесс, например, дозирующих подачу смазочной жидкости в узлы станка.

Искусственные термопары. В термопарах или, как их еще называют, термоэлектрических термометрах используют явление, открытое в 1821 г. Т. Зеебеком. Это явление состоит в том, что в замкнутой цепи из двух разнородных металлических проводников A и B (рис. 4.3, a), температура спаев которых поддерживается различной (θ_1 и θ_2), возникает электрический ток. Электродвижущую силу в такой цепи называют термоэлектродвижущей силой или сокращенно термоЭДС. Многочисленные экспериментальные исследования свойств термоэлектрических цепей позволили сформулировать следующие эмпирические законы [29].

1. В замкнутой цепи, состоящей из одного проводника, термоЭДС не генерируется даже при наличии перепада температур.

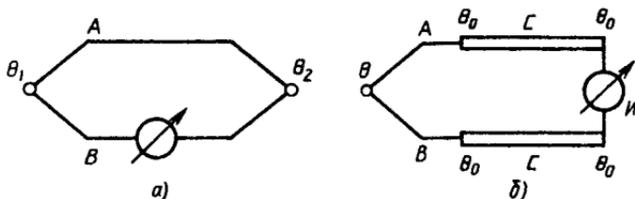


Рис. 4.3. Принципиальные схемы термопар

Следствием этого закона является тот факт, что термоЭДС в цепи термопары не зависит от распределения температуры вдоль проводников, а зависит только от температуры спаев. С первым законом связано применение наиболее распространенной схемы измерения, при которой температура θ_0 свободных концов проводников A и B (рис. 4.3, б) поддерживается одинаковой и постоянной (часто комнатной), а спай AB находится при измеряемой температуре θ . При этом сигнал термопары является только функцией измеряемой температуры.

2. Алгебраическая сумма термоЭДС в цепи, состоящей из любого числа проводников из различных металлов, равна нулю, если вся цепь находится при одной температуре. Из этого закона следует, что при введении в контур, содержащий два разнородных проводника A и B с температурами спаев θ и θ_0 , третьего проводника C , находящегося при одинаковой по всей его длине температуре θ_0 , ЭДС термопары не меняется. Следовательно, в цепь термопары можно вводить измерительный прибор I или дополнительные удлиняющие провода C , если их температура сохраняется постоянной.

В технологических экспериментах применяют три вида термопар: искусственные, полуискусственные и естественные. Искусственная термопара состоит из двух проводников, не имеющих непосредственного отношения к инструменту, заготовке или детали оборудования, температуру которых измеряют; проводники и спай термопары служат только для измерения температуры интересующего объекта. В полуискусственной термопаре только один из проводников не принадлежит компонентам технологической подсистемы, а второй присутствует в ней естественно, выполняя какую-либо функцию в процессе обработки. Это может быть материал инструмента, заготовки или детали оборудования, включенный в цепь термопары и находящийся в надежном контакте с первым из проводников.

В естественной термопаре оба проводника, образующие спай, естественно присутствуют в технологической подсистеме, участвуя в ней в качестве необходимых компонентов. Таковы, например, металлические инструмент и обрабатываемая заготовка, которые в зоне контакта между ними прижаты друг к другу настолько плотно, что место их соприкосновения мало отличается от спая.

Все важнейшие характеристики искусственной термопары как инструмента для измерения температур (величина сигнала, чувствительность, диапазон измеряемых температур, стабильность показаний и др.), зависят в основном от свойств материалов проводников, образующих спай термопары. В принципе, для изготовления термопары может быть применена любая пара различных металлов, однако целесообразно использовать лишь определенные из них, так называемые термоэлектродные сплавы, удовлетворяющие следующим требованиям.

1. ТермоЭДС сплава должна быть достаточно большой, для того чтобы ее можно было измерить с нужной точностью; она должна быть непрерывной и однозначной (желательно линейной) функцией температуры.

2. Температура плавления или размягчения сплава должна быть выше, чем температура поверхности, которую измеряет термопара.

3. Термоэлектродные сплавы, особенно для длительно работающих термопар, должны быть коррозионно-стойкими.

4. Сплавы для термопар в процессе эксплуатации и градуировки должны сохранять свои характеристики неизменными. Термопары, имеющие одинаковые размеры, должны обеспечивать воспроизводимость свойств при серийном изготовлении и эксплуатации в одинаковых условиях.

5. Материалы, из которых изготавливают термопары, должны быть достаточно прочными и пластичными.

В технологических экспериментах применяют искусственные термопары, изготовленные, как правило, из следующих пар материалов: медь—константан, медь—копель, железо—константан, хромель—копель, хромель—константан, хромель—алюмель. Термопары из этих материалов позволяют измерять температуры в пределах, характерных для практики технологических исследований (в среднем $0 \dots 1000^\circ\text{C}$), обеспечивая достаточно высокую термоЭДС.

Величину термоЭДС искусственной, как и всякой другой термопары, определяют по результатам градуирования, т. е. установления конкретной функциональной связи $E = f(\theta)$ между термоЭДС E и температурой θ . Для термопар, состоящих из стандартных пар материалов, градуировочные таблицы и графики приведены в [29]. Результаты градуирования часто представляют в виде полиномов первой, реже второй степени. Например, для медно-константановой термопары в пределах температур $0 \leq \theta \leq 400^\circ\text{C}$ $E \approx 3,84 \cdot 10^{-2}\theta + 3,32 \cdot 10^{-5}\theta^2$ мВ, а для термопары железо—константан $E = 5,04 \cdot 10^{-2}\theta + 3,04 \cdot 10^{-5}\theta^2$ мВ при $0 \leq \theta \leq 760^\circ\text{C}$.

Градуирование представляет собой важный этап подготовки термопары к работе. Его выполняют с помощью специальных устройств, в которых нагревают спай термопары при фиксированных температурах и одновременно измеряют термоЭДС.

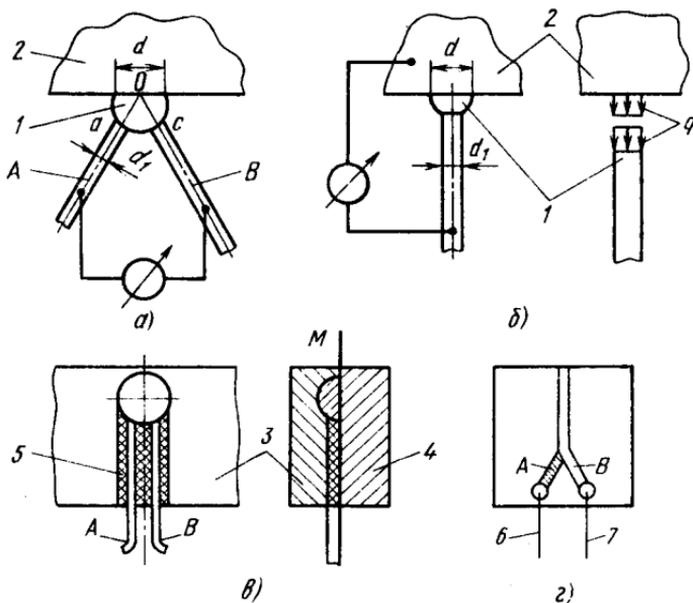


Рис. 4.4. Разновидности термопар:

a — искусственная; *б* — полуюскусственная; *в* — вкладная; *г* — напыленная

Искусственные термопары, применяемые для измерения температур в компонентах технологических подсистем, могут быть разделены на прижимные, закладные и перерезаемые. С помощью прижимных (приваренных) термопар, спай которых надежно прикреплен к поверхности твердого тела (рис. 4.4, *a*), измеряют температуру малого участка нагретой поверхности. Обычно диаметр пятна контакта d между спаем термопары *1* и твердым телом *2* невелик, что позволяет в первом приближении результатом измерения считать локальную температуру в точке O .

Достаточно широкое распространение получили закладные искусственные термопары. Их применяют как для измерения локальной температуры одной точки (малой области) внутри твердого тела, так и для одновременного измерения температуры нескольких точек с целью получения ориентировочных данных о температурном поле внутри тела. Применение закладных термопар в большинстве случаев связано с созданием разрезных моделей (образцов), изготовленных из такого же материала, что и твердое тело (заготовка, инструмент, деталь станка), температуру которого измеряют.

Части образца *3* и *4* (рис. 4.4, *в*) подгоняют тщательно друг к другу по поверхности разъема M . Затем подготавливают термопару, состоящую из двух проводников *A* и *B*, покрытых тонким слоем изоляции (лаком, эмалью). В одной из половинок образца электроискровым способом в заранее намеченной точке

вырабатывают ложе под спай термопары, по диаметру и глубине несколько меньшее, чем диаметр спаю. Электроискровым же путем изготавливают канавку под проводники термопары. Термопару укладывают в ложе и канавку и обе половинки образца сдавливают до полного соприкосновения. При этом спай термопары деформируется и плотно заполняет отведенное ему пространство. Проводники термопары дополнительно изолируют тонким слоем диэлектрика 5 или прикрепляют к стенкам канавки клеем, смешанным с порошком из материала образца для того, чтобы не сильно менять термическое сопротивление материала за спаем термопары.

Закладные термопары могут иметь вид пленок, напыленных на поверхность разреза образца. На эту поверхность с помощью графарета последовательно напыляют: тонкий слой диэлектрика, тонкий слой одного из металлов, образующих термопару, вновь слой диэлектрика, слой второго металла термопары и слой диэлектрика. На небольшом участке, расположенном у поверхности, температуру которой измеряют, слой изоляции между пленками из металлов не наносят, что позволяет получить замыкание, необходимое для создания спаю термопары. К концам напыленных частей термопары А и В (рис. 4.4, з) припаивают проводники 6 и 7, входящие в цепь измерительного устройства.

Применение пленочных термопар позволяет существенно снизить погрешности измерения. Малое сечение термоэлектродов и малые размеры спаю сокращают отток теплоты по проводникам и уменьшают искажение теплофизической обстановки в зоне измерения в целом. Поскольку в пленочных термопарах применяют, как правило, чистые металлы, теплопроводность которых мало зависит от температуры, повышается стабильность измерений. Надежное закрепление проводников термопары в образце делает невозможным их отжатие или нарушение изоляции, как это часто бывает при работе проволочными закладными термопарами. Некоторые трудности представляет градуирование пленочных термопар, которое вследствие их миниатюрности нельзя проводить обычными способами. Однако применение в пленочных термопарах элементов из чистых металлов позволяет с достаточной надежностью использовать для оценки температур стандартные градуировочные кривые или полиномы.

Разновидностью искусственных термопар являются перерезаемые термопары. Их можно применять для непосредственной записи законов распределения температур на поверхностях, образующихся в процессе обработки. В качестве примера рассмотрим закладные перерезаемые термопары (иногда называемые бегущими), которые позволяют осуществить непосредственную и практически одновременную запись распределения температур на поверхностях контакта между резцом и стружкой, а также между резцом и заготовкой при точении [3].

На рис. 4.5 показана принципиальная схема бегущей термопары и несколько осциллограмм, полученных с ее помощью при

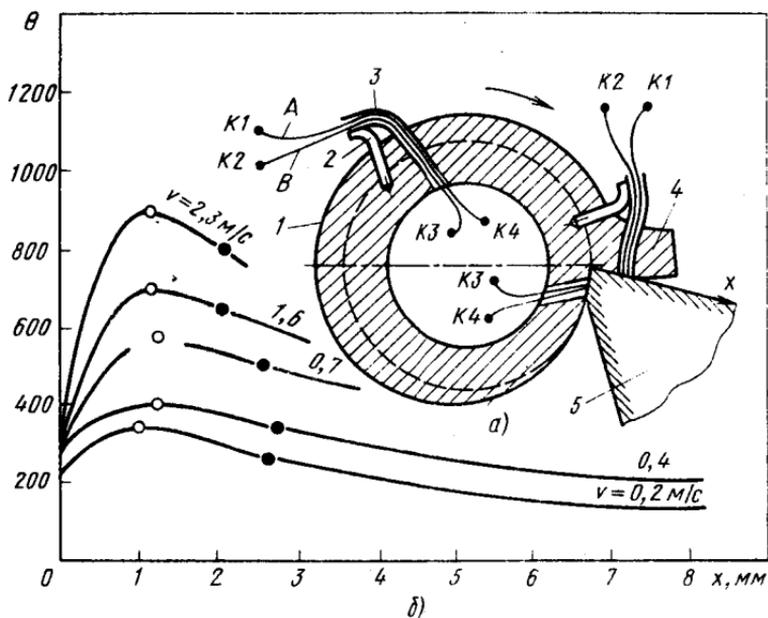


Рис. 4.5. Перерезаемая (бегущая) искусственная термопара (а) и полученные с ее помощью законы распределения температур (б) на прирезцовой поверхности стружки при точении заготовки из стали 45 (резец ВК8, сечение среза $6 \times 0,5$ мм²)

различных режимах резания. Для создания термопары в поверхностных слоях заготовки 1 сверлят небольшое (диаметром 0,8—1,5 мм) отверстие, в которое устанавливают защитную трубочку 3 с двумя изолированными проводниками А и В, которые в дальнейшем образуют искусственную термопару. До начала резания проводники не замкнуты, их концы через передающую систему подведены к контактам К1—К2 и К3—К4 осциллографа.

Трубочка 3, изготовленная из обрабатываемого или близкого к нему по свойствам материала, защищает проводники термопары от преждевременного замыкания. При перерезании этой трубочки резцом 5 проводники А и В замыкаются в тонком слое надрезцовой стороны стружки 4 и на поверхности резания. Часть трубки с проводниками продолжает двигаться вместе со стружкой, и искусственная термопара, образовавшаяся при замыкании проводников, через контакты К1—К2 фиксирует на ленте или экране осциллографа температуры площадки контакта между стружкой и резцом. Другая термопара, образовавшаяся от замыкания проводников в поверхностном слое заготовки, двигаясь вместе с последней, через контакты К3—К4 фиксирует температуру площадки, по которой соприкасаются инструмент и поверхность резания на заготовке.

Для повышения надежности удержания трубки 3 в заданном положении имеется штифт 2, к которому трубку припаивают или

привязывают тонкой проволокой. После перерезания проводников сигналы термопар подаются короткое время, а затем проводники, как правило, обрываются. Однако и этого времени достаточно, чтобы зафиксировать закон распределения температур, что видно из нескольких осциллограмм, показанных на рис. 4.5. По оси абсцисс отложены расстояния x от режущей кромки, измеренные вдоль передней поверхности инструмента. Светлыми кружками обозначены максимумы температур, темными — температуры в

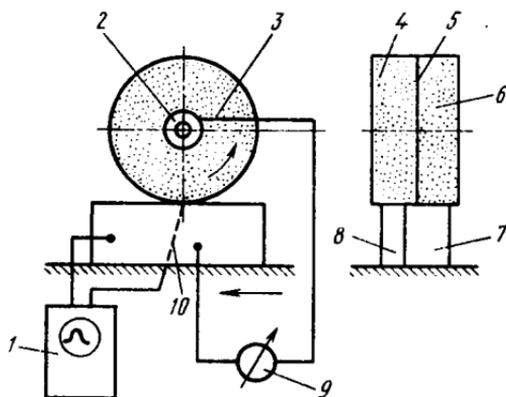


Рис. 4.6. Закладная полусинтетическая термопара

в конце контактной площадки в момент отрыва стружки от передней поверхности инструмента. За пределами контактной площадки термопара фиксирует температуру остывающей стружки.

Полусинтетические термопары. При технологических экспериментах применяют полусинтетические термопары, одним из электродов которых является материал (металл) детали станка, заготовки или инструмента, а вторым — проводник из какого-либо другого металла. Конструкция полусинтетической термопары (см. рис. 4.4, б) проще, чем искусственной. Как правило, место спая проводника полусинтетической термопары с объектом измерения имеет меньший диаметр d , чем у искусственной термопары. Это позволяет измерять температуру на меньшем участке, т. е. точнее определять ее локальное значение и уменьшить погрешности эксперимента, связанные с оттоком теплоты в термопару. Следует также иметь в виду, что полусинтетическая термопара регистрирует температуру непосредственно на площадке контакта между проводником 1 и объектом измерения 2, а не на участке ac (см. рис. 4.4, а), как это имеет место при использовании искусственной термопары.

Недостатком полусинтетических термопар является необходимость их тарирования при изменении материала объекта, температуру которого измеряют, поскольку данные о градуировании стандартных термопар здесь не применимы.

Полусинтетические термопары, так же как и искусственные, могут быть прижимными (приваренными), закладными и перерезаемыми. В качестве примера на рис. 4.6 приведена схема устройства для измерения температуры в процессе плоского шлифования. Измерение производится с помощью двух полусинтетических термопар, заложенных в заготовку и шлифовальный круг. В заготовку, состоящую из двух плотно притертых частей 7

и 8, заложен проводник 10, который в разъеме между частями 7 и 8 приварен к заготовке, а за пределами сая изолирован от нее. С помощью удлиняющих проводов сигнал этой термопары, соответствующий закону изменения температур на поверхности, передается на осциллограф 1.

Шлифовальный круг также состоит из двух подогнанных друг к другу частей 4 и 6, между которыми проложена тонкая металлическая фольга 5. Фольга образует с заготовкой вторую полую искусственную термопару с достаточно длинным и тонким спаем. Эта термопара регистрирует среднюю температуру на поверхности соприкосновения круга с обрабатываемой заготовкой. Цепь замыкается на измерительный прибор 9 через контакт 3, опирающийся на шпиндель 2 и изготовленный из того же материала, что и шпиндель.

На примере полую искусственной термопары покажем, как можно рассчитать погрешность измерения, вызванную оттоком теплоты в проводник, прикрепленный к объекту измерения. Для этой цели схематизируем тела, участвующие в теплообмене. Представим термопару в виде находящихся в контакте стержня и полупространства, которые условно обозначим 1 и 2 соответственно. Рассмотрим температуру места стыка со стороны тела 2. В любой момент времени она представляет собой разность

$$\theta_1 = \theta - \Delta\theta, \quad (4.1)$$

где θ — температура площадки контакта при условии, что проводник 1 отсутствует; $\Delta\theta$ — снижение температуры, вызванное отводом части теплоты в проводник.

Со стороны проводника 1 место стыка имеет ту же температуру θ_1 . Мы уже приводили в задаче 18 и в гл. 3 формулу (3.18) для расчета температуры на торце стержня с нетеплопроводными поверхностями (или, что одно и то же, при нагревании полупространства плоским неограниченным источником). Воспользуемся этой формулой для расчета температуры на торце проводника 1:

$$\theta_1 = 2q_1 \sqrt{\omega_1 \tau} / (\lambda_1 \sqrt{\pi}), \quad (4.2)$$

где ω_1 и λ_1 — теплофизические характеристики материала проводника; τ — время. Для кругового стока теплоты, действующего на поверхности тела 2, применим формулу

$$\Delta\theta = \frac{1,66q_1 \sqrt{\omega_2 \tau}}{\lambda_2 \sqrt{\pi}} A_0,$$

где ω_2 и λ_2 — теплофизические характеристики нагреваемого тела; A_0 — функция, зависящая от безразмерного времени $Fo = \omega_2 \tau / d^2$ [3].

При малых диаметрах пятна контакта d и практически встречающихся коэффициентах ω_2 значение Fo оказывается достаточно большим. Тогда $A_0 \approx 0,5/\sqrt{Fo}$. Следовательно,

$$\Delta\theta = 0,83q_1 d / (\lambda_2 \sqrt{\pi}). \quad (4.3)$$

Из формул (4.1)—(4.3) получаем

$$q_1 = \frac{\lambda_1 \sqrt{\pi}}{2 \sqrt{\omega_1 \tau}} \theta_1; \quad \Delta\theta = 0,415 \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \frac{d}{\sqrt{\omega_1 \tau}} \theta_1 \quad \text{и} \quad \theta = \beta \theta_1,$$

где

$$\beta \approx 1 + 0,415 \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \frac{d}{\sqrt{\omega_1 \tau}}. \quad (4.4)$$

Как видно из формулы (4.4), погрешность измерения тем больше, чем выше теплопроводность проводника по сравнению с теплопроводностью материала твердого тела, входящего в полуискусственную термопару в качестве второго компонента. Погрешность возрастает с увеличением диаметра проволочки. Особенно высокие значения β имеет при малых промежутках времени; по мере увеличения τ погрешность снижается.

Формула (4.4) позволяет скорректировать осциллограммы, полученные при измерении температуры термопарой. Пусть в результате эксперимента получена осциллограмма в виде кривой $\theta_1(\tau)$, показанной на рис. 4.7. Зная величины, входящие в формулу (4.4), можно построить график изменения коэффициента $\beta(\tau)$ во времени. Умножая значения $\beta(\tau)$ на $\theta_1(\tau)$, получаем (без учета приборных погрешностей) график действительных температур $\theta(\tau)$.

Если теплопроводность проводника термопары выше, чем теплопроводность материала тела, к которому он прикреплен, то кривая $\theta(\tau)$ будет всегда располагаться выше кривой $\theta_1(\tau)$. В связи с этим на восходящих участках осциллограммы будет иметь место запаздывание показаний прибора по сравнению с действительным временем появления того или иного значения температуры, т. е. $\tau_2 > \tau_1$. На нисходящих участках кривой будет иметь место опережение измеренных температур по сравнению с действительными ($\tau_3 < \tau_4$), т. е. термопара покажет значение температуры θ раньше, чем оно в действительности возникнет.

Задача об определении погрешностей β , возникающих при использовании искусственных термопар, в принципе решается так же, как и для полуискусственных.

Естественные термопары. Этот вид термопар широко применяют в технологических экспериментах. Это прежде всего связано с простотой создания термопары. В самом деле, достаточно с помощью тех или иных сравнительно несложных устройств включить в цепь измерительного

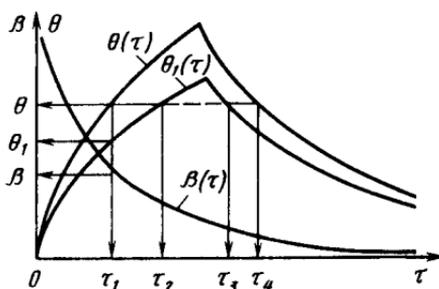


Рис. 4.7. Корректрование осциллограмм, учитывающее погрешность измерения температуры полуискусственной термопарой

прибора два тела из различных металлов, контактная поверхность между которыми нагрета до определенной температуры, чтобы зафиксировать значение термоЭДС. Тела, температуру которых изучают, нет необходимости разрушать с целью установки проводников или заменять моделями (образцами). Измерение, что очень важно с точки зрения управления тепловыми явлениями, можно выполнять непрерывно в процессе обработки заготовок, эксплуатации инструментов или функционирования деталей машины. Естественные термопары используют для определения средней температуры на контактных поверхностях тел, независимо от того, какую форму они имеют или в каких условиях эксплуатации находятся. Известны также попытки применения естественной термопары для определения закона распределения температур на контактирующих поверхностях путем проведения серии экспериментов с составными телами [18].

Наряду с упомянутыми достоинствами, естественные термопары имеют и недостатки. Контакт между телами, образующими термопару, должен быть настолько плотным и надежным, чтобы его можно было считать спаем. Если при механической обработке заготовок это требование удовлетворяется сравнительно легко, поскольку на поверхности контакта между инструментом и обрабатываемым материалом, как правило, возникают высокие давления, то при измерении температуры деталей машин, особенно если они перемещаются относительно друг друга, выполнить это требование значительно сложнее.

Оба тела, выступающие в качестве элементов естественной термопары, должны быть электропроводными. Между тем во многих технологических операциях (обработка диэлектриков, обработка металлов керамическим или алмазным инструментом и т. д.) это требование не удовлетворяется без дополнительных (часто неосуществимых) мероприятий, таких, например, как применение токопроводящих синтетических алмазов. Естественные термопары по самой сути их конструкции нельзя применять для измерения температуры свободных поверхностей нагретых тел.

Наибольшие трудности при использовании естественных термопар связаны с их градуированием. Стандартные градуировочные таблицы и полиномы, как правило, не могут быть применены вследствие отличия материалов термопары от стандартных. Поскольку методика градуирования влияет на зависимость между термоЭДС и температурой, желательно при тарировании естественных термопар создавать условия контакта между их компонентами, близкие к тем, которые будут иметь место при проведении экспериментов по измерению температур в технологической системе или подсистеме. Это, однако, в ряде случаев невозможно.

В связи с изложенными обстоятельствами в практике технологических экспериментов непрерывно ищут пути совершенствования градуирования естественных термопар. Приведем один

пример. В установке, показанной на рис. 4.8 (патент 105662 ГДР), используется принцип двухрезцовой естественной термопары, предложенный советскими учеными в конце тридцатых годов. Идея создания двухрезцовой термопары основана на упомянутом выше (см. п. 4.2) законе, согласно которому введение промежуточного проводника между основными компонентами термопары не меняет термоЭДС при условии, что места стыка этих компонентов с промежуточным телом нагреты до одинаковых температур. В данном случае роль промежуточного проводника играет материал заготовки, а роль компонентов термопары—два резца, изготовленных из различных материалов и одновременно работающих с одинаковыми режимами резания. Если принять, что материал инструмента незначительно влияет на температуру контактных поверхностей, то можно полагать, что оба инструмента работают при одинаковой температуре резания, что удовлетворяет поставленному выше условию.

В устройстве применены геометрически подобные резцы 1 (основной) и 4 (вспомогательный), изготовленные из различных материалов. В схему входит также токосъемник 6, двухпозиционный переключатель 7, измерительный прибор 9 и вычислительное устройство 8. Градуирование производят в несколько этапов. Вначале в патроне токарного станка закрепляют образец 2 из легкообрабатываемого материала, например алюминия, температура θ_1 плавления которого известна и введена в память вычислительного устройства 8. Переключатель 7 установлен в положение *a*. Скорость резания интенсивно форсируют, непрерывно повышая частоту вращения шпинделя станка до тех пор, пока в зоне резания материал обрабатываемого образца не начнет плавиться. ТермоЭДС E_1 , возникающая в этот момент времени, фиксируется измерительным прибором 9 и вводится в вычислительное устройство 8. Считаем, что градуировочный график двухрезцовой термопары описывается линейным законом типа $f(\theta) = A\theta$. Если эта закономерность введена в память ЭВМ, то по значению E_1 , полученному на первом этапе градуировки, и θ_1 машина определяет величину A и тем самым описывает зависимость $E = f(\theta)$.

Второй этап градуировки состоит в том, что в патрон станка вместо образца 2 устанавливают заготовку 3 из материала, подлежащего обработке. При каком-либо режиме резания, используя двухрезцовую естественную термопару, измеряют термоЭДС E_2 ,

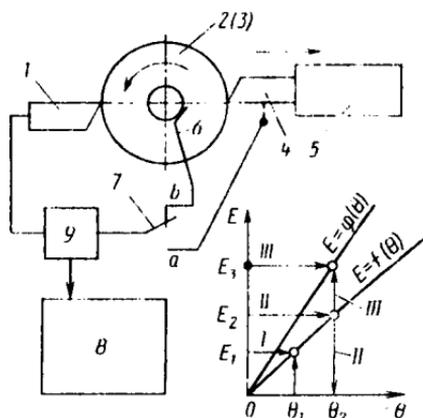


Рис. 4.8. Схема градуирования естественной термопары методом двух резцов

по которой вычислительное устройство определяет температуру θ_2 (номера этапов на рис. 4.8 показаны стрелками и римскими цифрами). Далее с помощью сервоустройства 5 вспомогательный резец 4 быстро отводится, а переключатель 7 ставится в положение *b*. Основной резец 1 продолжает точение на прежнем режиме. Теперь (на третьем этапе) измерительный прибор 9 фиксирует новое значение термоЭДС E_3 . Несмотря на то, что температура резания θ_2 не меняется, величина E_3 не равна E_2 , поскольку измерение производится новой (основной) естественной термопарой «резец 1 — заготовка». Значение E_3 вводится в вычислительное устройство, в памяти которого хранится значение θ_2 , что позволяет полностью определить искомую линейную зависимость $E = \varphi(\theta)$ для основной термопары. Для надежности результатов каждый из этапов повторяют несколько раз, причем ЭВМ рассчитывает функции $f(\theta)$ и $\varphi(\theta)$ с заданным уровнем достоверности.

В общем случае градуировочные кривые $E = \varphi(\theta)$ для естественных термопар могут отличаться от линейной функции. В. В. Цоцхадзе, рассматривая электронные явления, возникающие в естественных термопарах, получил теоретическим путем формулу

$$E = B \exp [-C/(\theta + 273)], \quad (4.5)$$

справедливую для любой пары металлов, находящихся в контакте. При градуировании естественной термопары теоретически достаточно провести два опыта с измерением θ и E (рассмотренным выше методом или каким-либо другим), чтобы определить коэффициенты B и C и конкретизировать уравнение градуировочной кривой.

Естественные термопары очень часто применяют для измерения температуры на поверхности соприкосновения тел, одно из которых неподвижно, а другое перемещается (вращается). В связи с этим возникает задача о замыкании цепи термоЭДС, в которой имеются подвижные детали. Такие задачи возникают, например, при измерении с помощью естественной термопары температур на контактных поверхностях инструмента с заготовкой при обработке металлов резанием, давлением, шлифованием и т. д.

Для передачи термотока от перемещающихся компонентов термопар применяют устройства двух типов: скользящие токо-съемники и жидкотеталлические (ртутные) контакты. Схемы устройства обоих типов показаны на рис. 4.9 применительно к измерению температуры резания при точении. Скользящий токо-съемник 10 устанавливают на одну из поверхностей заготовки 9 и прижимают к ней с силой, достаточной для получения надежного контакта. Провод 11 подключают к контакту *b* переключателя 16, что позволяет через измерительный прибор 15 и проводник 14, прикрепленный к стержню 12, режущую пластину 13 и заготовку замкнуть цепь термотока. Другой вариант цепи начинается от проводника 8, прижатого кулачком 7 патрона 6 к по-

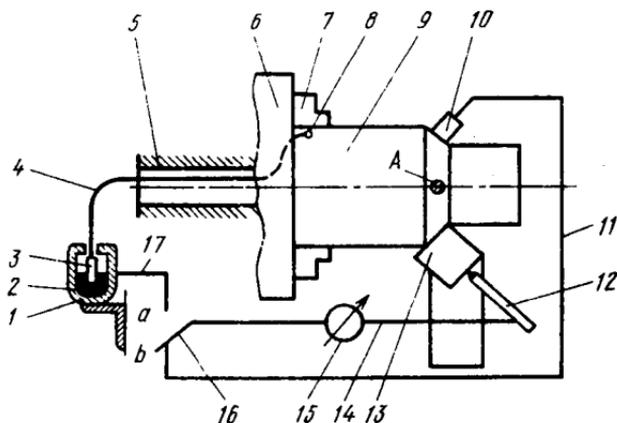


Рис. 4.9. Измерение температуры естественной термопарой

верхности заготовки 9. Проводник 8 соединен с гибким тросиком 4, проходящим через отверстие 5 в шпинделе станка. Тросик 4 припаян к медному стержню 3, который опущен в ртуть 2, налитую в медную ванночку 1. Последняя укреплена неподвижно на корпусе станка. Провод 17, припаянный к ванночке 1, подведен к контакту а. Цепь термотока замыкается при соответствующем положении переключателя 16 через измерительный прибор 15, проводник 14, стержень 12, пластину 13 и заготовку 9.

В связи с наличием в цепи тока, генерируемого естественной термопарой, дополнительных деталей и проводников, важно обеспечить условия, когда в этой цепи не возникают паразитные ЭДС, искажающие результат измерения. Паразитные ЭДС могут быть следствием дополнительных термопар, возникающих в измерительной цепи, или наводок от других токов, циркулирующих в системе. Дополнительные термопары могут, например, возникнуть на поверхности соприкосновения скользящего токосъемника 10 с нагретой заготовкой 9 или между стержнем 12 и пластиной 13. Поэтому контакт токосъемника изготавливают из того же материала, что и заготовка 9, а токосъемный стержень 12 — из материала пластины 13. Для уменьшения влияния паразитных термоЭДС стержень 3 имеет малый диаметр. Тогда скорость его трения о ртуть и температура на поверхности их соприкосновения невелики, а значит, невелика термоЭДС этой термопары.

Примером компенсации погрешностей, возникающих вследствие посторонних наводок, служит устройство для измерения температуры резания при плазменно-механической обработке металлических материалов [А. с. 1312408 (СССР)]. Мы уже отмечали в п. 4.1, что при плазменном нагреве заготовка и плазматрон включены в общую электрическую цепь. Ток в этой цепи, как показывают расчеты и эксперименты [20], интерферирует с током естественной термопары, что приводит к погрешностям,

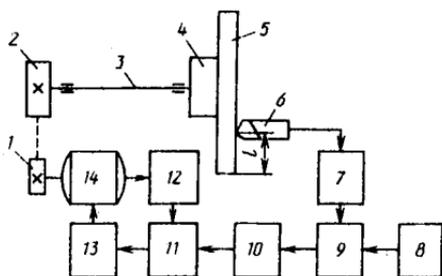


Рис. 4.10. Схема устройства для автоматического поддержания температуры резания при торцевой обточке дисков

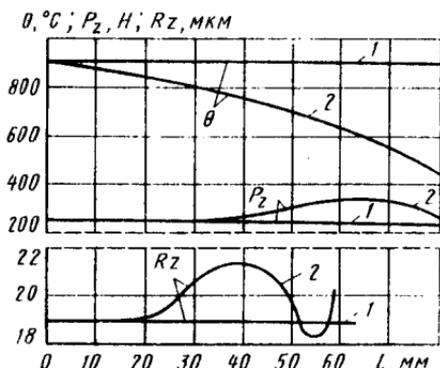


Рис. 4.11. Изменение температуры θ , силы резания P_z и параметра шероховатости R_z в зависимости от положения инструмента при торцовом точении:
1 — с автоматическим регулированием температуры; 2 — без него

значения которых зависят от мощности плазматрона и положения реза относительно заготовки. Паразитная ЭДС компенсируется, если токоємник 10 расположен по отношению к центру анодного пятна A симметрично режущей кромке инструмента.

Устранение паразитных ЭДС является важной задачей, которую следует решать при разработке методики экспериментов по измерению температуры с помощью естественных термопар. Простота и надежность естественных термопар, а также возможность оценки хода рабочего процесса по уровню контактных температур являются основными причинами, благодаря которым такие термопары применяют в устройствах для автоматического регулирования.

В качестве примера на рис. 4.10 показана схема такого устройства, предназначенного для автоматического управления процессом торцевой обработки дисков турбин [7]. Заготовка 5, закрепленная в патроне 4 на шпинделе 3, обтачивается резцом 6. Сигнал в виде ЭДС естественной термопары, зависящий от скорости резания (частоты вращения шпинделя), через фильтр 7, отсеивающий случайные помехи, передается сумматору 9.

В сумматор из задатчика 8 поступает также и заданный уровень оптимальной температуры, которую следует поддерживать в течение всего процесса обработки. Разность между сигналами термопары и задатчика через усилитель 10 поступает во второй сумматор 11. В последний от тахогенератора 12 поступает информация о частоте вращения двигателя постоянного тока 14, который через шкивы 1 и 2 сообщает вращение шпинделю станка. Сумматор 11 в зависимости от различия в сигналах, поступивших от усилителя 10 и тахогенератора 12, выдает необходимую команду электромашинному усилителю 13, который по мере перемещения реза

к центру заготовки увеличивает до необходимого уровня частоту вращения двигателя 14, а с ним и шпинделя станка. Это позволяет поддерживать оптимальную температуру на контактных поверхностях резца в течение всего процесса обработки.

Результаты применения автоматического регулятора, основанного на использовании термоЭДС естественной термопары, при обработке дисков из жаропрочного титанового сплава резцом с пластиной твердого сплава ВК8 показаны на рис. 4.11. Если частота вращения шпинделя не регулировалась (кривая 2), температура резания по мере перемещения резца к центру (на рис. 4.11 L — расстояние, измеренное по торцу диска) уменьшалась. Изменение температуры вызывало немонотонное изменение силы P_z в зоне скоростей резания, где пластическое деформирование материала заготовки затруднено. Появление и исчезновение нароста на передней поверхности резца, также связанное с уровнем температуры на контактных поверхностях инструмента, приводило к различной высоте микронеровностей Rz на различных участках торцевой поверхности диска. Эти негативные явления были устранены при автоматическом поддержании оптимальной температуры (кривые 1).

Термоиндикаторы. Термоиндикаторы — это вещества, реагирующие на температуру поверхностей, на которые они нанесены. По принципу действия термоиндикаторы можно разделить на четыре группы (см. рис. 4.1).

Химические термоиндикаторы под влиянием нагрева до определенной температуры резко меняют свой цвет в связи с химическим взаимодействием веществ, входящих в их состав. Изменение может быть необратимым (после охлаждения индикатора прежний цвет не восстанавливается) либо обратимым. Цветовых переходов может быть один или несколько, т. е. индикатор может менять цвет только один раз по достижении определенной температуры или приобретать различную окраску при разных температурах. Термохимические индикаторы, которые выпускает промышленность в виде красок, лаков или карандашей, наносят тонким слоем на поверхность нагреваемого тела. По ходу или по окончании термического цикла (см. п. 2.5) визуально наблюдают за изменением цвета индикатора или фотографируют окрашенные участки тела. Это дает наглядное представление о температурном поле на поверхности тела; если термоиндикатор нанесен на поверхность разъема пригнанных друг к другу частей образца, то можно судить о температурном поле внутри него.

Современные термохимические индикаторы позволяют судить о температуре поверхности тел в достаточно широком диапазоне с погрешностью до 10 %. При необходимости исследовать температурное поле объекта с большой точностью применяют термоиндикаторы плавления. Последние представляют собой тонкие пленки чистых металлов, температура плавления которых известна. Пленки напыляют на поверхность тела, температуру которого

надо изучить. Пленки толщиной 3—5 мкм наносят в порядке, обратном возрастанию их температуры плавления. Если применяют олово ($\theta_{пл} = 231,9^\circ\text{C}$), цинк ($\theta_{пл} = 419,5^\circ\text{C}$), кадмий ($\theta_{пл} = 320,9^\circ\text{C}$), медь ($\theta_{пл} = 1083^\circ\text{C}$), серебро ($\theta_{пл} = 960,5^\circ\text{C}$), то первой на поверхность твердого тела должна быть напылена пленка из меди, а последней — из олова. По окончании теплового процесса по контурам областей оплавления пленок можно судить об изотермах температурного поля в твердом теле.

Следующую группу термоиндикаторов представляют вещества, которые в определенном интервале температур переходят в жидкокристаллическое состояние. Они обладают свойством при незначительном изменении температуры изменять свою структуру и цвет. В области существования жидкого кристалла индикаторы, состоящие, например, из метилбензола-*n*-аминбензола-*n*-оксibenзоната, в пределах температур 174—177 °C изменяют свой цвет от красного до фиолетового, проходя через ряд оттенков. Вне этой области индикатор бесцветен.

Люминесцентные термоиндикаторы являются разновидностями люминофоров, которые в зависимости от температуры изменяют яркость свечения или цветовой фон.

Преимущества термоиндикаторов следующие. Из-за малой толщины они практически не меняют теплофизическую обстановку в изучаемом объекте, как это имеет место, например, при применении искусственных или полусинтетических термопар. Они не требуют никаких дополнительных устройств и приборов, включаемых в цепь датчика температуры. Результаты измерения не зависят от посторонних электромагнитных полей или других помех, поэтому нет необходимости в особых фильтрах или экранах.

Вместе с тем термоиндикаторы как средство измерения температур в технологических системах ограничены в применении и имеют недостатки. Прежде всего отметим, что термоиндикаторами невозможно измерить температуру на контактных поверхностях тел, т. е. там, где она нас, как правило, больше всего интересует. Определенные трудности в обработке результатов измерений вносит то, что термоиндикаторы фиксируют наибольшую температуру термического цикла на данном участке тела, т. е. изотермы, полученные с их помощью, соответствуют различным моментам времени.

4.3. БЕСКОНТАКТНЫЕ МЕТОДЫ ИЗМЕРЕНИЯ ТЕМПЕРАТУР

В течение ряда лет ведется поиск и усовершенствование средств, позволяющих определить температуру компонентов технологических систем дистанционно, без непосредственного соприкосновения датчика с поверхностью, температура которой контролируется. Успехи техники регистрации инфракрасного излучения создали условия, благодаря которым бесконтактные способы измерения находят все более широкое применение в практике технологических экспериментов.

Из бесконтактных методов, применяемых в технологической практике, выделим большую группу исследований, выполняемых с помощью фотоэлектрических устройств. Схема одного из таких устройств показана на рис. 4.12 [36]. Устройство предназначено для измерения температуры контактной площадки между инструментом и заготовкой при выглаживании поверхностей. Кристалл 2, прозрачный для инфракрасных лучей, укрепленный в державке 3, приводится в соприкосновение с заготовкой 1. Микроскоп 4 для измерения плотности потока инфракрасного излучения имеет объектив 5, окуляр 10 с сеткой 11, подвижное прозрачное зеркало 6 и фоторезистор 7. Микроскоп фокусирует на пятно контакта между инструментом 2 и заготовкой 1, в связи с чем тепловой поток фокусируется на приемник излучения 7.

Сигнал последнего передается через усилитель 8 на регистрирующий прибор 9, отградуированный по температурам. Площадь участка, с которого прибор может принять сигнал, не более $0,04 \times 0,07$ мм². Это дает возможность не только определить наибольшую температуру на контактной площадке между инструментом и материалом заготовки, но и судить о законе распределения температур на этой площадке.

Аналогично устроены приборы для измерения температуры радиационным методом в том случае, если требуется определить температуру тел, непрозрачных для инфракрасного излучения. В этом случае оптическая система прибора фокусируется непосредственно на поверхность, температура которой измеряется. Если деталь вращается, то прибор выдает сведения о средней температуре участка, на который сфокусирован его луч.

В последние годы созданы бесконтактные приборы, так называемые тепловизоры, позволяющие наблюдать температурное поле на поверхности твердого тела. Тепловое изображение объекта в этих приборах проецируется на экран, покрытый тонким слоем вещества, меняющего свои оптические характеристики под воздействием теплового излучения. В качестве температурно-чувствительных веществ используют жидкие кристаллы, люминофоры, полупроводниковые пленки и т. д. Прибор позволяет путем калибровки по телам с заранее известной температурой оценить температуры, которым соответствует тот или иной цвет наблюдаемого поля на телевизионном экране. Отечественная промышленность выпускает тепловизоры «Радуга» и «Янтарь», предназначенные для наблюдения меняющихся во времени температурных по-

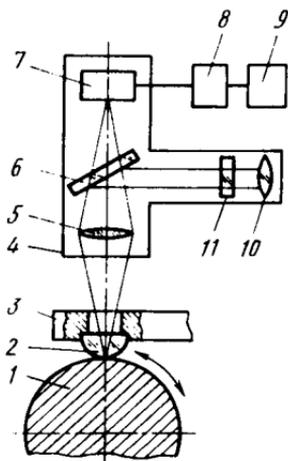


Рис. 4.12. Схема устройства для измерения температуры при выглаживании поверхностей заготовок

лей на поверхностях неподвижных или медленно движущихся тел.

В заключение коротко остановимся на других бесконтактных методах измерения температур. К ним относится, например, акустический. От генератора акустических колебаний импульс звука определенной длины волны Λ_1 направляют на объект, температуру которого измеряют. Исследования показывают, что отраженный импульс имеет длину волны Λ_2 , зависящую от температуры поверхности, от которой он отразился. Направляя отраженную волну через фильтр в анализатор, определяют разность $\Delta = \Lambda_1 - \Lambda_2$ и по ней судят о температуре поверхности твердого тела.

Представляет интерес пневматический метод измерения температур в твердых телах [А. с. 630054 (СССР)]. В основу метода положен эффект изменения динамической вязкости воздуха в пневматическом дросселе в зависимости от температуры его стенок. Для измерения температуры в твердом теле (например, в режущем инструменте) просверливают тонкое сквозное отверстие. К одной стороне отверстия под постоянным давлением подают воздух. При повышении температуры стенок отверстия вязкость воздуха в нем изменяется, что приводит к увеличению перепада давлений воздуха на входе и выходе. Этот перепад измеряют с помощью чувствительной мостовой пневматической схемы и по градуировочной функции (которая, кстати, имеет линейный характер) судят по температуре в данной области твердого тела.

Несмотря на прогрессивность идей, заложенных в современных бесконтактных методах измерения температур, они вследствие технических трудностей осуществления пока не могут конкурировать с контактными способами, в частности с термопарами в технологических экспериментах. Однако эти методы очень быстро совершенствуют и развивают, в связи с чем можно ожидать, что их будут шире применять при экспериментальном изучении тепловых процессов в технологических системах.

Вопросы для самопроверки к пп. 4.1—4.3

1. Какие контактные методы измерения средней температуры на поверхности твердого тела можно применять? Сопоставьте их преимущества и недостатки.
2. Как можно определить общую мощность тепловыделения в процессах механической обработки? Какие измерения при этом необходимо выполнить?
3. Сформулируйте основные законы, относящиеся к ЭДС термотока. Какие практические выводы вытекают из этих законов?
4. Перечислите основные виды термопар, применяемых при измерении температур в технологических системах, и сопоставьте их преимущества и недостатки.
5. Почему проводники закладной термопары следует изолировать за пределами спая от материала образца?
6. Для чего градуируют термопары? Какие требования предъявляют к методике градуирования естественных термопар?
7. От каких величин зависит погрешность измерения температуры с помощью искусственных и полусинтетических термопар? Какие пути снижения этих погрешностей Вы можете предложить?

8. Как снизить погрешности измерения термоЭДС естественной термопары?

9. Сопоставьте между собой преимущества и недостатки термоиндикаторов и термопар. Для каких условий эксперимента Вы рекомендуете использовать различные виды термопар или термоиндикаторов?

10. Как работают приборы для измерения локальных и средних температур бесконтактным методом?

11. Что такое тепловизор, для чего его применяют?

12. В чем состоят идеи акустического и пневматического способов измерения температуры твердых тел?

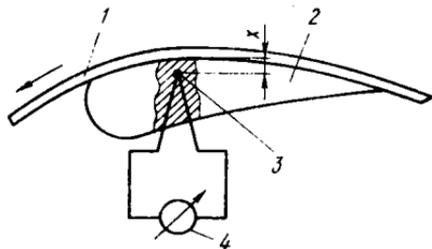


Рис. 4.13. Измерение температуры при полировании лопаток:

1 — абразивная лента; 2 — заготовка (образец); 3 — термопара; 4 — измерительный прибор (к задаче 48)

Задачи к п. 4.2

48. При измерении температуры твердого тела с помощью стандартной термопары медь — константан зарегистрирована термоЭДС $E = 15$ мВ. Пренебрегая погрешностями измерения, определить, какая температура была в месте контакта спая термопары с твердым телом.

Ответ: $\theta = 308$ °С.

49. Для определения температуры на наружной поверхности лопатки из жаропрочного сплава ХН177ТЮР при полировании свободной ветвью абразивной ленты (рис. 4.13) в образец установлена закладная искусственная термопара железо—константан. Спай термопары находится на расстоянии $x = 0,6$ мм от обрабатываемой поверхности лопатки. Через 10 с после начала полирования милливольтметр, включенный в цепь термопары, показал термоЭДС $E = 10$ мВ. Определить температуру на наружной поверхности лопатки в месте, расположенном над спаем термопары.

Алгоритм решения и комментарии к нему:

а) по градуировочной функции для термопары железо—константан (см. стр. 143) при $E = 10$ мВ рассчитать температуру на спая термопары ($\theta = 179$ °С);

б) за малостью размеров участка, температуру которого определяют, схематизировать лопатку в виде полупространства с равномерно распределенным источником теплоты; записать код тепловой задачи $\left(+ \frac{210}{101,01} 12 \right)$;

в) по коду задачи и прил. 7 написать формулу для расчета отношения между температурой θ полупространства в точке с ординатой x и температурой θ_n при $x = 0$

$$\left(\frac{\theta}{\theta_n} = \exp \left[-\frac{x^2}{4\omega\tau} \right] - \frac{x\sqrt{\pi}}{\sqrt{4\omega\tau}} \left\{ 1 - \operatorname{erf} \left[\frac{x}{\sqrt{4\omega\tau}} \right] \right\} \right)$$

и, пользуясь условиями задачи, рассчитать искомую температуру.

Ответ: $\theta_n \approx 199$ °С.

50. Полуискусственная термопара получена приваркой к детали из стали У12 константанового проводника диаметром 0,5 мм. Через какое время от начала измерения погрешность, вызванная оттоком теплоты в проводник термопары, не будет выходить за пределы 2 % от фактически действующей температуры?

Ответ: $\tau = 1,08$ с.

51. Через 0,1 с после того, как место спая медного проводника диаметром 0,2 мм и пластины из твердого сплава ВК8 начало нагреваться, осциллограф зарегистрировал термоЭДС, значение которой соответствует температуре 200 °С.

Каково истинное значение температуры в месте спая полуприскусственной термопары в этот момент?

Ответ: $\theta = 235^\circ\text{C}$.

52. Для тарирования естественной термопары при обработке заготовки из стали ШХ15 инструментом из твердого сплава Т15К6 изготовлены два стержня из материалов заготовки и инструмента. Место стыка стержней (спай) погружали последовательно в плавящееся олово ($\theta_{\text{пл}} = 232^\circ\text{C}$) и алюминий ($\theta_{\text{пл}} = 660^\circ\text{C}$), причем измерительный прибор, подсоединенный к холодным концам стержней, показал соответственно $E_1 = 4,2$ мВ и $E_2 = 9,6$ мВ. Описать градуировочные кривые в двух вариантах: а) полином второй степени и б) по формуле (4.5). Проверить, какая из функций точнее, если известно, что при погружении спая стержней в плавящийся свинец ($\theta_{\text{пл}} = 327^\circ\text{C}$) прибор зарегистрировал $E_3 = 5,6$ мВ.

Ответ: $E = 2 \cdot 10^{-2}\theta - 8,31 \cdot 10^{-6}\theta^2$; $E = 25,5 \exp\left[-\frac{910}{\theta + 273}\right]$;
отклонения соответственно $+0,05$ и $-0,01$ мВ.

ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ КАК СРЕДСТВО ПОВЫШЕНИЯ ЭФФЕКТИВНОСТИ ПРОЦЕССОВ МЕХАНИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКИ И КАЧЕСТВА ИЗДЕЛИЙ

5.1. ОБОБЩЕННЫЙ АЛГОРИТМ И МЕТОДИКА ТЕПЛОФИЗИЧЕСКОГО АНАЛИЗА ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ СИСТЕМ ПРИ МЕХАНИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКЕ

Выше были рассмотрены методы математического описания и экспериментального исследования тепловых процессов в твердых телах, жидкостях и газах. Теперь наша задача состоит в том, чтобы показать, как, опираясь на полученные закономерности, проводить теплофизический анализ конкретных процессов механической обработки с целью повышения эффективности этих процессов и качества изделий.

Всякая технологическая система состоит из твердых тел, соприкасающихся между собой в той или иной последовательности, а также из жидкостей и газов, окружающих эти тела или циркулирующих внутри них. Каждое из твердых тел (деталь оборудования, заготовка, инструмент) имеет одну или несколько контактных поверхностей. Источники и стоки теплоты могут возникать как на этих поверхностях, так и за их пределами. Задача теплофизического анализа состоит в том, чтобы выяснить влияние совокупности источников и стоков, действующих в конкретной технологической системе, на температуру любого из компонентов этой системы.

В зависимости от целей анализа могут быть поставлены задачи определить: 1) законы распределения температур на различных участках технологической системы или подсистемы, в первую очередь в местах соприкосновения тел; 2) средние температуры на поверхности тел; 3) максимальные температуры, которые возникают в технологической системе или подсистеме на наиболее нагруженных или ответственных участках. Располагая частью этих сведений или их полным набором, конструктор и технолог могут намечать пути управления тепловыми явлениями, решать задачу об оптимизации системы, повышении производительности процессов обработки и качества изделий.

Независимо от того, какая из перечисленных выше трех задач составляет цель теплофизического анализа, а также от того, какую систему тел или вид обработки рассматривают, анализ проводят в определенном порядке, который представим в виде обобщенного алгоритма.

Обобщенный алгоритм теплофизического анализа. Алгоритм содержит десять основных операций, которые вначале перечислим, а затем прокомментируем.

1. Выясняют число и местоположение источников и стоков теплоты в системе или подсистеме. Устанавливают мощность и время функционирования каждого из источников и стоков.

2. Определяют размеры и конфигурацию площадок или объемов, внутри которых действуют источники и стоки теплоты. Устанавливают (или принимают) законы распределения плотности потоков для каждого источника и стока.

3. Схематизируют форму и свойства твердых тел, а также форму и другие характерные особенности источников и стоков теплоты, действующих в технологической системе.

4. Принимают вид математического описания граничных условий на поверхностях твердых тел, не занятых источниками и стоками теплоты.

5. Разрабатывают структурную схему теплообмена, в которой в качестве отдельных компонентов фигурируют твердые тела, участвующие в технологической системе или подсистеме. Для каждого компонента схемы показывают источники и стоки теплоты как действующие фактически, так и итоговые, имитирующие теплообмен между соприкасающимися телами.

6. Кодифицируют тепловые задачи для каждого из твердых тел, входящих в структурную схему теплообмена.

7. В соответствии с кодом тепловой задачи устанавливают вид теоретических расчетных формул и поправок к ним, полученных экспериментальным путем. По этим формулам составляют расчетные выражения для определения средней температуры на каждой из контактных площадок каждого из твердых тел.

8. Решают совместно выражения для определения средних температур на контактных площадках соприкасающихся тел и таким путем рассчитывают плотности итоговых потоков теплообмена между твердыми телами, входящими в технологическую систему.

9. Окончательно формулируют математически закономерности, отвечающие целям теплофизического анализа (распределение температур, средняя или наибольшая температура).

10. Разрабатывают предложения по оптимизации процессов и конструкций в технологической системе, вытекающие из теплофизического анализа.

Из перечисленных выше десяти операций обобщенного алгоритма операции 1—4 и 6 не нуждаются в комментариях, поскольку они подробно рассмотрены в предыдущих главах учебника. В пятой операции мы встречаемся с двумя новыми понятиями — структурная схема и итоговые потоки теплообмена. Рассмотрим эти понятия, начиная с последнего.

Итоговые потоки теплообмена. Понятие об итоговых потоках теплообмена поясним на примере произвольной

системы из четырех твердых тел (рис. 5.1, а). Два из них *B* и *C* вращаются, не теряя контакта по площадке *ef* между собой, а два других *A* и *D* неподвижны, они непрерывно соприкасаются с телом *B* по поверхностям *ab* и *cd*. Мощности W_1 , W_2 и W_3 источников теплоты (рис. 5.1, б), действующих соответственно на площадках *ab*, *ef* и *cd*, а также законы распределения плотности тепловых потоков на этих площадках известны.

Проследим маршруты, по которым в системе тел распространяется теплота от источника мощностью W_1 , расположенного на площадке *ab*. Первоначально эта теплота распределяется между телами *A* и *B*. Предположим, что в тело *B* направляется поток мощностью Q_{1B} (индекс расшифровывается так: теплота от источника 1, непосредственно передаваемая телу *B*). Тогда в тело *A* будет поступать поток мощностью $W_1 - Q_{1B}$. Эта теплота рассеивается в массе тела *A*, повышая его температуру, а также через наружные поверхности отдается окружающей среде. Теплота Q_{1B} , поступившая в тело *B*, частично рассеивается в его массе и с его наружной поверхности отдается окружающей среде, а частично в виде потоков Q_{1BC} и Q_{1BD} через площадки *ef* и *cd* передается другим телам системы (расшифровка индекса 1BC: теплота от источника 1, передаваемая через тело *B* телу *C*; аналогично расшифровывается индекс 1BD).

Итак, распределение теплоты источника 1 между телами, входящими в систему, характеризуется величинами $Q_A^{(1)} = W_1 - Q_{1B}$; $Q_B^{(1)} = Q_{1B} - Q_{1BC} - Q_{1BD}$; $Q_C^{(1)} = Q_{1BC}$; $Q_D^{(1)} = Q_{1BD}$. Естественно, что $Q_A^{(1)} + Q_B^{(1)} + Q_C^{(1)} + Q_D^{(1)} = W_1$.

Аналогично рассуждая в отношении потоков теплоты от источников мощностью W_2 и W_3 и суммируя для каждого из тел выражения $Q_A^{(i)} \dots Q_D^{(i)}$, где $i = 1, 2, 3$ — номера источников,

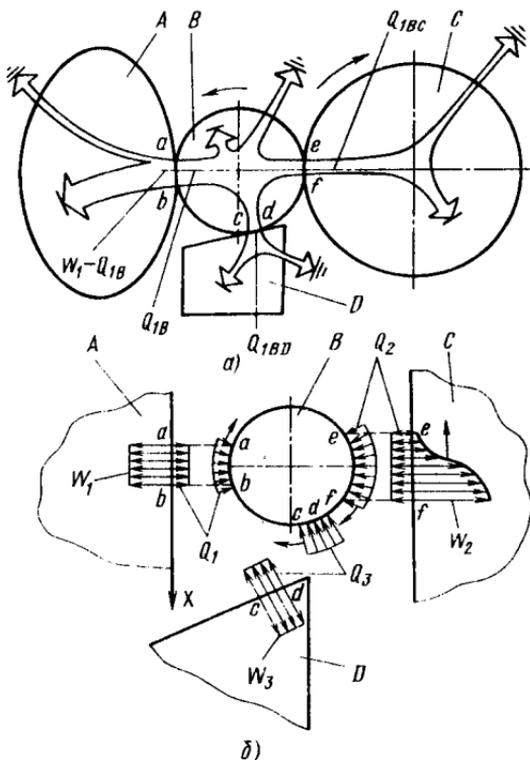


Рис. 5.1. Система твердых тел (а) и структурная схема теплообмена между ними (б)

получим:

$$\begin{aligned}
 Q_A &= W_1 - Q_{1B} + Q_{2BA} + Q_{3BA}; \\
 Q_B &= Q_{1B} - Q_{1BC} - Q_{1BD} + Q_{2B} - Q_{2BA} - Q_{2BD} + Q_{3B} - Q_{3BA} - Q_{3BC}; \\
 Q_C &= Q_{1BC} + W_2 - Q_{2B} + Q_{3BC}; \\
 Q_D &= Q_{1BD} + Q_{2BD} + W_3 - Q_{3B}.
 \end{aligned}
 \tag{5.1}$$

Выражения (5.1) описывают распределение теплоты источников W_1 , W_2 и W_3 между телами, входящими в систему. Обратим внимание на то, что в этих выражениях величины W_1 , W_2 и W_3 известны, тогда как мощность остальных девяти потоков, характеризующих теплообмен между телами A , B и C , нам заранее не известна.

Без потери точности расчетов и отклонения от реальной физики процесса теплопередачи в системе тел, выражения (5.1) можно упростить, а число неизвестных уменьшить, если ввести понятие об итоговых потоках теплообмена на контактных поверхностях тел. Обозначим

$$\begin{aligned}
 Q_1 &= Q_{1B} - Q_{2BA} - Q_{3BA}; \\
 Q_2 &= Q_{2B} - Q_{1BC} - Q_{3BC}; \\
 Q_3 &= Q_{3B} - Q_{1BD} - Q_{2BD}.
 \end{aligned}
 \tag{5.2}$$

Тогда

$$\begin{aligned}
 Q_A &= W_1 - Q_1; \\
 Q_B &= Q_1 + Q_2 + Q_3; \\
 Q_C &= W_2 - Q_2; \\
 Q_D &= W_3 - Q_3.
 \end{aligned}
 \tag{5.3}$$

Нетрудно заметить, что каждая из величин Q_1 , Q_2 и Q_3 в формулах (5.2) и (5.3) представляет собой алгебраическую сумму мощностей тепловых потоков, движущихся через контактную площадку одного из соприкасающихся тел. Например, Q_1 является алгебраической суммой мощностей потоков Q_{1B} , Q_{2BA} и Q_{3BA} , первый из которых направлен в тело B , а два других — из него.

Алгебраическую сумму всех потоков теплопередачи, движущихся через контактную площадку двух тел, будем в дальнейшем называть *итоговым потоком теплообмена* на этой площадке. Если итоговый поток направлен от контактной площадки внутрь тела, будем ему присваивать знак «+», а если из тела — знак «-». Для одного из двух тел, находящихся в контакте, итоговый поток является источником теплоты и, следовательно, имеет знак «+». Для другого тела тот же итоговый поток является стоком теплоты, поэтому ему должен быть присвоен знак «-». В том случае, если направление итогового потока заранее неизвестно, его выбирают произвольно. Действительное направление итоговых потоков, за-

висящее от конкретной теплофизической обстановки в системе тел, выявляется в ходе дальнейшего решения.

Определение мощности и направления итоговых потоков теплообмена является важной частью теплофизического анализа технологических систем и подсистем. Методика расчета мощности итоговых потоков теплообмена будет рассмотрена ниже.

Структурная схема теплообмена в системе тел представляет собой комплект изображений схематизированных тел с относящимися к ним источниками и стоками теплоты; тела условно раздвинуты, тепловые контакты между ними заменены итоговыми потоками теплообмена.

Рассмотрим, например, рис. 5.1, б, на котором приведена структурная схема теплообмена для системы тел, показанной на рис. 5.1, а. Тела A и C схематизированы в виде полупространств, тело B в виде цилиндра, а тело D в виде полубесконечного клина. Основные источники теплоты W_1 , W_2 и W_3 направлены соответственно в тела A , C , и D , причем принято, что их плотности распределены на площадках ab и cd равномерно, а на площадке ef — по несимметричному нормальному закону. Напомним, что законы распределения плотности источников тепловыделения должны быть заданы или приняты на основании анализа физики процессов, приводящих к выделению теплоты (трение, нагрев током, деформирование металла и т. д.). Обратим также внимание на то, что при составлении структурной схемы потоки теплоты от основных источников на каждой из контактных площадок могут быть направлены в сторону любого из двух соприкасающихся тел.

Тепловое взаимодействие между телами $A—D$ имитировано итоговыми потоками Q_1 , Q_2 и Q_3 . Эти потоки представлены по отношению к телу B в виде источников теплоты, а по отношению к остальным телам — в виде стоков. Как видно из рис. 5.1, б, итоговые потоки приняты равномерно распределенными по контактным площадкам тел.

В соответствии с законом Фурье плотность итоговых потоков в различных точках контактных поверхностей должна быть пропорциональна градиентам температур в этих точках. Поскольку в общем случае температуры на контактных площадках распределены неравномерно, то и плотности итоговых потоков следовало бы принимать распределенными неравномерно. При такой постановке задачи, однако, в процессе теплофизического анализа мы попадаем в сложное положение, заключающееся в том, что для описания распределения плотности итоговых потоков теплообмена следует знать закон распределения температур на контактных площадках, а для того чтобы рассчитать закон распределения температур, надо знать распределения плотности итоговых потоков теплообмена.

Это противоречие можно устранить, используя численные методы расчета (см. п. 2.6) или принимая закон распределения априори на основании оценки физических явлений, происходящих на

контактных поверхностях. Опыт анализа тепловых процессов в технологических подсистемах показывает, что распределение итоговых потоков теплообмена в некоторых случаях может быть в первом приближении принято равномерным. Дело в том, что мощность итоговых потоков существенно ниже, чем мощность теплообразующих источников. В этих условиях закон распределения плотности итоговых потоков является фактором второго порядка. Поэтому погрешности, возникающие как результат приближенного описания закона распределения плотности итоговых потоков, относительно невелики.

Движение источников и стоков теплоты относительно поверхностей тел, входящих в структурную схему, показано стрелками. Направления движения источников и стоков противоположны направлениям перемещения тел.

С помощью структурных схем могут быть легко составлены коды тепловых задач для каждого из тел, участвующих в системе. Так, используя табл. 1.2 и правила кодирования тепловых задач (см. п. 1.6), для тела A (рис. 5.1, б) при установившемся теплообмене и граничных условиях второго рода запишем

$$\text{Код } A = + \frac{211}{101.02} 12 - \frac{211}{101.02} 12.$$

Следует иметь в виду, что несмотря на идентичность кодированных записей, входящих в правую часть кода задачи для тела A , они относятся к различным объектам (источнику W_1 и стоку Q_1). Это различие должно быть учтено в дальнейшем, когда с помощью кодированных записей будут конкретизированы формулы для расчета температур, вызванных в теле A источником W_1 и стоком Q_1 . Вид этих формул для W_1 и Q_1 будет одинаковым, поскольку коды одинаковые, однако численные значения величин, подставляемых в формулы, будут различны. Аналогичное замечание относится к коду тепловой задачи для тела B :

$$\text{Код } B = + \frac{221}{101.22} 72 + \frac{221}{101.22} 72 + \frac{221}{101.22} 72,$$

поскольку здесь каждый из членов соответствует своему источнику Q_1 , Q_2 и Q_3 . Для других тел в системе, рассматриваемой в качестве примера, кодированные записи имеют вид:

$$\text{Код } C = + \frac{211}{601.22} 12 - \frac{211}{101.22} 12$$

и

$$\text{Код } D = + \frac{211}{101.02} 82 - \frac{211}{101.02} 82.$$

Плотность итоговых потоков теплообмена определяют путем решения балансовой задачи при граничных условиях четвертого рода. Как было показано в п. 1.5, в этом

случае приравнивают друг другу средние температуры соприкасающихся тел на каждой контактной площадке. Так, для площадки ab

$$\bar{\theta}_{ab}^{(A)} = \bar{\theta}_{ab}^{(B)}, \quad (5.4)$$

где в левой части уравнения — температура площадки контакта, рассчитанная, исходя из закономерностей распространения теплоты в теле A ; в правой — то же в теле B .

Аналогично для площадок cd и ef

$$\bar{\theta}_{cd}^{(B)} = \bar{\theta}_{cd}^{(D)}. \quad (5.5)$$

и

$$\bar{\theta}_{ef}^{(B)} = \bar{\theta}_{ef}^{(C)}. \quad (5.6)$$

Как видно из рассмотренного примера, для решения балансовой задачи в системе тел (или для нахождения плотностей итоговых потоков) следует составить столько уравнений, сколько контактных площадок имеется в системе. В эти уравнения входят средние температуры, значения которых зависят от известных плотностей потоков теплообразующих источников и от неизвестных плотностей итоговых потоков теплообмена. Поскольку число неизвестных равно числу уравнений (итоговых потоков столько, сколько площадок контакта), система уравнений типа (5.4) — (5.6) имеет единственное решение.

Итак, для всех контактных площадок составляют по два выражения, описывающих среднюю температуру на площадке со стороны каждого из соприкасающихся тел. Попарное сопоставление этих выражений позволяет получить число уравнений, равное числу неизвестных плотностей итоговых потоков теплообмена. Решение уравнений позволяет определить плотности потоков и конкретизировать теплофизическую обстановку в системе тел в целом.

Заметим, что в результате решения упомянутых уравнений каждый из итоговых потоков теплообмена может оказаться со знаком «+» или «-». Знак «+» показывает, что итоговый поток идет в том направлении, которое предусматривалось в структурной схеме теплообмена. Знак «-» свидетельствует о том, что направление итогового потока должно быть принято противоположным тому, которое предусматривалось в структурной схеме.

Обратим также внимание на то, что в примере (рис. 5.1, б), на основе которого мы рассматривали задачу определения плотности итоговых потоков, не учитывали теплоотдачу с поверхности тел в окружающую среду. Учет теплоотдачи, в принципе, не меняет хода рассуждений, поскольку на каждом из участков, где происходит потеря теплоты, она может быть представлена в виде стока заранее неизвестной плотности. Это приведет к тому, что число неизвестных в балансовых уравнениях окажется больше числа

уравнений. Выход из положения состоит в том, что принимают некоторое ориентировочное значение коэффициента теплоотдачи, рассчитав его по методике, приведенной в гл. 3. Далее плотность стока теплоты представляют в виде произведения $\alpha\theta'$, где θ' — среднее значение температуры на охлаждаемых участках. Величина θ' связана с искомыми средними температурами на контактных площадках тел. Таким путем сокращают число неизвестных. Уравнения баланса при этом становятся более сложными, но разрешимыми. Методику составления и решения таких уравнений покажем в дальнейшем при решении конкретных задач.

Инженерная методика расчета температур на контактных площадках тел. В уравнения, составляемые при решении балансовых задач, входят выражения для расчета температуры контактных площадок тел. Расчет температур на контактных поверхностях тел представляет интерес и для других задач при описании тепловых явлений в технологических системах. Температуры на контактных площадках тел, возникающие под действием различных источников и стоков теплоты, могут быть рассчитаны путем интегрирования соответствующих выражений (см. пп. 2.1 и 2.2). Однако иногда, особенно при нестационарном теплообмене, сложных формах и законах распределения плотности источников, эти расчеты достаточно трудоемки. Дело в том, что при решении даже сравнительно простых технологических задач интегралы представляют собой сложные выражения, а в ряде случаев вообще невозможно выполнить интегрирование точными методами. Поэтому для практических целей с некоторой долей приближения и погрешностями, допустимыми при теплофизическом анализе технологических систем, можно применять излагаемую ниже инженерную методику конструирования расчетных формул.

Идея инженерной методики состоит в том, что формулы для расчета температур представляют в виде ряда сомножителей, причем структура этих формул соответствует структуре кодов, служащих для описания тепловых задач. Напомним, что код состоит из восьми символов, каждый из которых характеризует признак источника или нагреваемого тела: **М** — мерность источника; **К** — конфигурация площадки, на которой он расположен; **О** — ограниченность источника; **Р** — закон распределения плотности теплового потока; **С** — скорость перемещения источника; **Д** — длительность его функционирования; **Т** — форма нагреваемого тела; **У** — граничные условия. В соответствии с этими символами формула для расчета температур имеет вид

$$\theta = A_M A_C A_P A_D A_K A_O A_T, \quad (5.7)$$

в которой значение каждого из сомножителей A зависит от значения символа в коде тепловой задачи. Порядок символов в формуле (5.7) несколько отличается от их порядка в коде задачи, что не вносит принципиальной разницы. Это сделано с целью удобства изложения алгоритма расчета. Прежде чем перейти к рассмотрению

этой схемы, сделаем два замечания. Первое состоит в том, что формула (5.7) пригодна для расчета как средних $\theta^{ср}$, так и наибольших θ^{max} температур на контактной площадке. Поэтому каждый из сомножителей A может иметь обозначение $A^{ср}$ в том случае, если рассчитывают среднюю температуру, и A^{max} , если определяют максимальное значение температуры контакта.

Второе замечание относится к учету влияния граничных условий. В формулу (5.7) не входит сомножитель A_y , учитывающий граничные условия на поверхностях тел. Это объясняется следующим. В технологических системах и подсистемах чаще всего возможны два варианта граничных условий: второго рода (ГУ2), когда теплоотдачей с

поверхностей, не занятых источниками и стоками теплоты, можно пренебречь, и третьего рода (ГУ3), когда поверхности, не занятые контактом, активно обмениваются теплотой с жидкостью (технологической средой, смазочным материалом) или с окружающей средой (воздухом и другими газами). Представим себе, что формула (5.7) написана для граничных условий второго рода. Тогда она полностью пригодна для расчета температур в первом из двух перечисленных выше вариантов тепловой задачи. Когда на тех или иных участках поверхностей тела действуют ГУ3, теплоотдача в жидкость или газ может быть представлена в виде соответствующих стоков теплоты и таким путем учтена в коде тепловой задачи. Замена ГУ3 стоками теплоты позволяет и для этого случая воспользоваться формулой (5.7). Практику применения формул типа (5.7) для систем (подсистем), содержащих ГУ3, покажем в дальнейшем при решении конкретных задач.

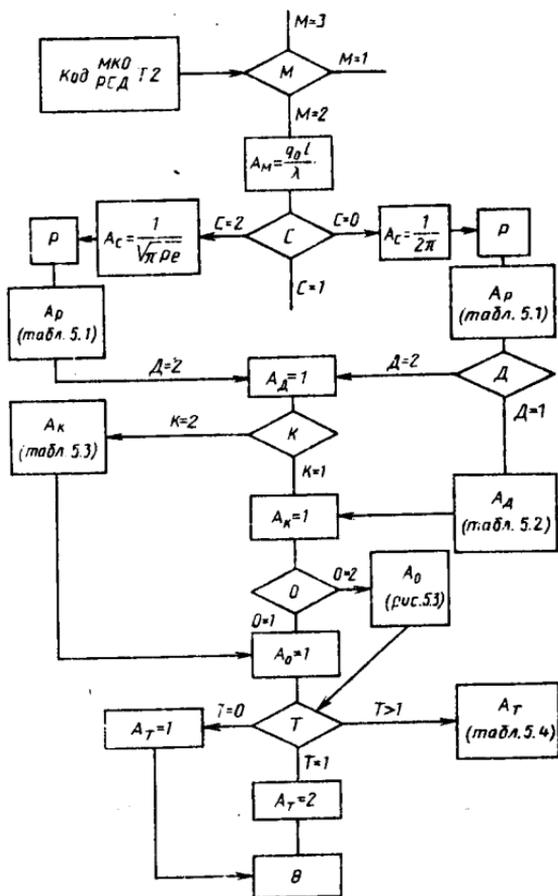


Рис. 5.2. Алгоритм расчета температур на контактных площадках твердых тел

5.1. Коэффициенты A_P в формуле (5.7)

Закон распределения (символ P)	A_P^{CP}	A_P^{max}	A_P^{CP}	A_P^{max}
	C = 0		C = 2	
101	3,06	3,31	0,67	1,00
201	1,53	1,76	0,40	0,47
301	1,53	1,76	0,27	0,67
501	1,49	1,86	0,36	0,44
601	1,49	1,86	0,20	0,54
701	2,70	3,00	0,29	0,49
801	—	—	0,51	0,71

Переходим к описанию алгоритма расчета температур на контактных площадках тел. В общем случае этот алгоритм содержит три ветви, относящиеся к источникам различной мерности ($M = 1; 2; 3$). На рис. 5.2 показана ветвь для двумерных источников ($M = 2$), поскольку они наиболее часто встречаются при теплофизическом анализе технологических систем.

Рассматривая формулы, относящиеся к двумерным источникам, например (2.18), (2.26), (2.30), (2.33) и аналогичные им, нетрудно заметить, что все они содержат размерный множитель $q_0 l / \lambda$, где q_0 — наибольшая плотность теплового потока, Вт/м²; l — характерный размер источника, м; λ — коэффициент теплопроводности тела, Вт/(м·°С). В связи с этим в качестве первого из сомножителей в формуле (5.7) принята величина $A_M = q_0 l / \lambda$. При расчете A_M для движущегося источника характерным считают размер площадки контакта по направлению движения источника. Для неподвижных источников в качестве характерного может быть выбран любой конечный размер источника. Однако если рассматривают контакт между подвижным и неподвижным телами, целесообразно и для неподвижного источника в качестве характерного принимать его размер в направлении перемещения движущегося тела. Для круговых источников характерным размером является их диаметр ($l = d$).

Дальнейший анализ формул для расчета температур показывает, что из них может быть выделен сомножитель, характеризующий скорость перемещения источника. Для быстродвижущихся источников ($C = 2$) это $A_C = 1 / \sqrt{\pi Pe}$, где $Pe = ul / \omega$ — критерий Пекле ($Pe \geq 10$). Для неподвижных ($C = 0$) коэффициент $A_C = 1 / 2\lambda$.

Следующие элементы схемы учитывают законы распределения плотности тепловых потоков (символ P в коде источника, см. табл. 1.2). В зависимости от значений символов P и C в коде источника при расчете температур выбирают коэффициенты по табл. 5.1.

5.2. Коэффициенты A_D в формуле (5.7)

Fo	0,01	0,1	0,5	1,0	5	10	50	100
A_D	0,107	0,315	0,534	0,653	0,857	0,942	0,968	1,000

5.3. Коэффициенты A_K в формуле (5.7) для круговых источников при стационарном теплообмене

Символ P	A_K^{cp}	A_K^{max}	A_K^{cp}	A_K^{max}
	$c = 0$		$c = 2$	
101	0,43	0,47	0,68	0,85
707	0,35	0,47	1,33	1,00

Коэффициенты A_P получены путем интегрирования (в том числе и приближенными методами) функций, учитывающих в формулах для расчета температур законы распределения плотности тепловых потоков и скорость перемещения источников. Например, при $P = 101$ и $C = 2$ величина $A_P^{cp} = 0,67$ представляет собой среднее значение функции $T_1(\psi) = \sqrt{\psi}$, взятой из формул (2.30) и (2.31). В самом деле, $A_P^{cp} = \int_0^1 \sqrt{\psi} d\psi = \frac{2}{3} \approx 0,67$. Аналогично

рассчитаны и другие коэффициенты, входящие в табл. 5.1.

Коэффициент A_D , учитывающий длительность функционирования источника, для установившегося теплообмена ($D = 2$), а также для быстро движущихся источников имеет значение $A_D = 1$. При нестационарном теплообмене ($D = 1$) значения A_D зависят от безразмерного времени $Fo = \omega\tau/l^2$ (табл. 5.2).

Коэффициенты A_K получены путем приближенного интегрирования выражений, соответствующих второму интегральному переходу при описании температурных полей методом источников (см. п. 2.3).

Символ K в коде источника, как упоминалось выше, позволяет судить о конфигурации площадки, на которой расположен источник. Если площадка имеет вид бесконечной полосы или прямоугольника ($K = 1$), то $A_K = 1$. Для источника, имеющего форму круга ($K = 2$), коэффициенты A_K в зависимости от законов распределения имеют значения, приведенные в табл. 5.3. Эти коэффициенты рассчитаны для условий стационарного теплообмена ($D = 2$).

Следующие элементы алгоритма связаны с символом O , характеризующим ограниченность источников. Если источник имеет

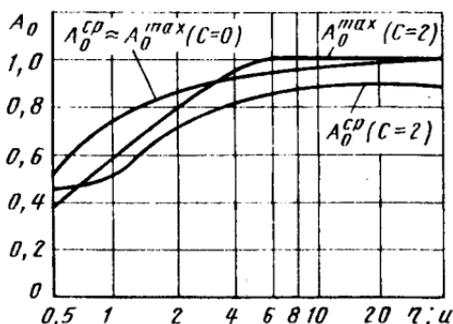


Рис. 5.3. Значения коэффициента A_0 в зависимости от η (для неподвижных источников, $C = 0$) и параметра u (для быстро движущихся источников, $C = 2$)

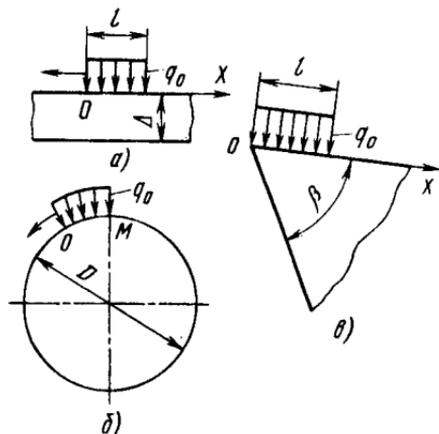


Рис. 5.4. Схематизация твердых тел при определении значений коэффициентов A_T :

а — для пластины; б — для цилиндра; в — для клина

вид неограниченной полосы ($O = 1$), то $A_0 = 1$. Такое же значение имеет коэффициент A_0 для кругового источника, поскольку его ограниченность учтена при расчете значений A_K . Для прямоугольных источников, ограниченных в двух направлениях ($O = 2$), значения A_0 зависят от безразмерного отношения $\eta = b/(2l)$, где b — ширина источника. При $\eta = 0,5$ площадка, занимаемая источником, имеет форму квадрата, при $\eta > 0,5$ — вытянута по направлению ширины источника, а при $\eta < 0,5$ — вытянута по направлению характерного размера l . Значения A_0 приведены на рис. 5.3 для неподвижных ($C = 0$) и для быстро движущихся ($C = 2$) источников. Для неподвижных источников A_0^{cp} и A_0^{max} в первом приближении могут быть приняты одинаковыми, причем при $\eta \geq 30$ эти коэффициенты мало отличаются от единицы. Это значит, что для неподвижных ограниченных источников, ширина которых $b \geq 60l$, расчет можно вести по формулам для полосовых источников теплоты.

Влияние ширины быстро движущихся источников на температурное поле различно при разных скоростях движения. Поэтому коэффициенты A_0 здесь зависят от значений безразмерного комплекса

$$u = 2\eta\sqrt{Pe}. \quad (5.8)$$

При $u > 10$ (источники большой ширины или движущиеся с большой скоростью) значения A_0^{max} близки к единице, а A_0^{cp} , начиная от значения 0,87, весьма медленно возрастают с увеличением u .

Последний элемент алгоритма (символ Т, см. рис. 5.2) учитывает влияние формы нагреваемого тела. Поскольку все предыду-

щие рассуждения и расчеты относились к неограниченному телу ($T = 0$), то для него $A_T = 1$. По правилам отражения источников для полубесконечного тела ($T = 1$) с адиабатической границей коэффициент $A_T = 2$. В других случаях ($T > 1$) коэффициенты A_T выбирают по табл. 5.4. В этой таблице приведены данные для пластин и цилиндров с адиабатическими граничными поверхностями (соответственно $T = 2$ и $T = 7$) при перемещении по ним быстро движущегося источника ($C = 2$). Значения A_T рассчитывают по формулам, приведенным в таблице, в зависимости от

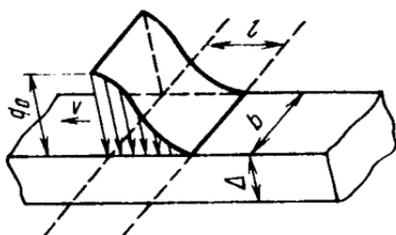


Рис. 5.5. Несимметричный, нормально распределенный источник на поверхности стержня

$$u_1 = (\Delta/l)^2 Re, \quad (5.9)$$

где Δ — толщина пластины; l — характерный размер источника (рис. 5.4, а).

Для цилиндра в формулу (5.9) вместо Δ подставляют диаметр поверхности D , по которой движется источник (рис. 5.4, б). В табл. 5.4 даны также значения коэффициентов A_T для случая, когда неподвижный ($C = 0$) источник расположен на одной из поверхностей полубесконечного клина с адиабатическими поверхностями (рис. 5.4, в).

В заключение приведем пример пользования алгоритмом и относящимися к нему таблицами. Пусть требуется рассчитать среднюю температуру контактной площадки при движении несимметричного, нормально распределенного источника по поверхности стержня прямоугольного сечения (рис. 5.5). Стержень изготовлен из стали 12Х18Н9Т, его толщина $\Delta = 3 \cdot 10^{-3}$ м. Скорость перемещения источника $v = 0,14$ м/с, длина контактной площадки $l = 5 \cdot 10^{-3}$ м. Все поверхности стержня за пределами контактной

5.4. Коэффициент A_T в формуле (5.7)

Символы		Диапазон значений	A_T^{CP}	A_T^{max}
С	T			
2	2	$0,1 \leq u_l \leq 1,6$ $u_l > 1,6$	$2,14u_l^{-0,35}$ 2,0	$2,36u_l^{-0,35}$ 2,0
2	7	$20 \leq u_l \leq 12 \cdot 10^8$ $u > 12 \cdot 10^8$	$2,78u_l^{-0,045}$ 2,0	$3,06u_l^{-0,045}$ 2,0
0	8	$45^\circ \leq \beta \leq 120^\circ$	$A_T^{CP} \approx A_T^{max} = \frac{630 \operatorname{erf} [0,08\eta]}{\beta^{0,85}}$	

площадки $b \times l$ практически не отдают теплоту в окружающую среду.

Рассчитав значение критерия Пекле $Pe \approx 140$, устанавливаем, что источник быстро движущийся. Следовательно, код тепловой задачи $+ \frac{212}{501.22} 42$. Однако вследствие адиабатичности боковых сторон стержня задача может быть упрощена, источник по правилам отражения может быть представлен в виде полосового, движущегося не по стержню, а по бесконечной пластине толщиной Δ . Тогда код задачи примет вид

$$+ \frac{211}{501.22} 22. \quad (5.10)$$

Пользуясь случаем, заметим, что всякий раз перед тем, как приступить к расчету температур по алгоритму, необходимо тщательно проанализировать тепловую задачу и использовать все возможности снижения степени ограниченности источников и упрощения формы тел в коде.

Итак, пусть код задачи имеет вид выражения (5.10). Тогда $A_M = 2,21 \cdot 10^{-4} q_0$. Так как $C = 2$, то $A_C = 4,77 \cdot 10^{-2}$. Далее по табл. 5.1 для источника с законом распределения 501 получаем $A_{CP} = 0,36$. Следуя алгоритму, устанавливаем, что для данного примера $A_D = 1$; $A_K = 1$; $A_O = 1$. Для пластины ($T = 2$), рассчитав $\mu_1 = 50,4 > 1,6$, по табл. 5.4, получаем $A_T^{CP} = 2,0$. Подставляя значения A_M, \dots, A_T^{CP} в формулу (5.7), получаем среднюю температуру контакта $\theta^{CP} \approx 7,6 \cdot 10^{-6} q_0$. Если $q_0 = 4 \cdot 10^7$ Вт/м², то $\theta^{CP} \approx 300$ °C.

В приведенном выше примере температуру рассчитывали при условии, что источник расположен на боковой поверхности стержня. Задачи такого типа при различных законах распределения плотности тепловых потоков можно легко привести к задачам о пластине или полупространстве, поэтому они не нуждаются в дополнительных комментариях. Если источник расположен перпендикулярно к оси стержня или под некоторым углом Φ к ней и перемещается внутри стержня (рис. 5.6), вместо алгоритма, показанного на рис. 5.2, используют алгоритм, приведенный на рис. 5.7. Структура формулы для расчета температур в стержне имеет более простой вид, чем выражение (5.7):

$$\theta = A_M A_C A_D A_U A_T. \quad (5.11)$$

Отметим также, что для равномерно распределенных плоских источников, действующих в стержне, включая и движущиеся под углом $\Phi \leq 30^\circ$, средняя и наибольшая температуры на контактной площадке практически совпадают. Поэтому нет необходимости различать коэффициенты A^{CP} и A^{max} .

В большинстве задач, возникающих при теплофизическом анализе технологических подсистем, в частности процессов механической обработки, возникает необходимость рассчитывать темпе-

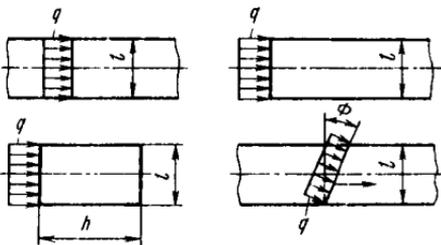


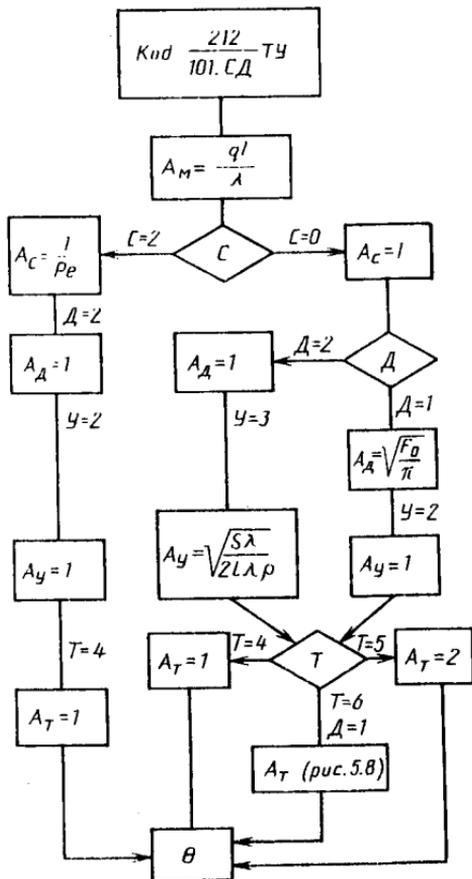
Рис. 5.6. Расположение источников теплоты в стержне

Рис. 5.7. Алгоритм расчета температур на контактных площадках стержней

ратуры либо для неподвижных ($C = 0$), либо для быстро движущихся источников ($C = 2$). При этом, как правило, задачи о неустановившемся теплообмене ($D = 1$) требуется решать для стержней (толкателей, иглонок и т. д.) в условиях, когда теплоотдачей в окружающую среду можно пренебречь или представить теплоотдачу в виде стока той или иной плотности при граничных условиях второго рода (ГУ2). Для установившегося процесса ($D = 2$) передачу теплоты в охлаждающую жидкость учитывают коэффициентом $A_y = \sqrt{S\lambda / (2l\alpha P)}$, где S — площадь; α — коэффициент теплоотдачи с боковой поверхности стержня; P — периметр поперечного сечения стержня.

Длину стержня учитывает коэффициент A_T . Для неограниченного стержня $A_T = 1$, для полубесконечного $A_T = 2$. Для стержня ограниченной длины h значения A_T , полученные методом отражения источников (см. п. 2.2), приведены на рис. 5.8 в зависимости от $Fo_h = \omega\tau/h^2 = (l/h)^2 Fo$. Они справедливы лишь для неустановившегося процесса, поскольку при $Fo \rightarrow \infty$ ($\tau \rightarrow \infty$) температура ограниченного неохлаждаемого стержня теоретически стремится к бесконечности.

Взаимовлияние источников. Вопрос о взаимном влиянии источников возникает каждый раз, когда необходимо установить, как теплота, внесенная одним из источников, влияет на температуру площадки, занятой другим источником или стоком теплоты. Типичным примером является расчет температуры на контактных



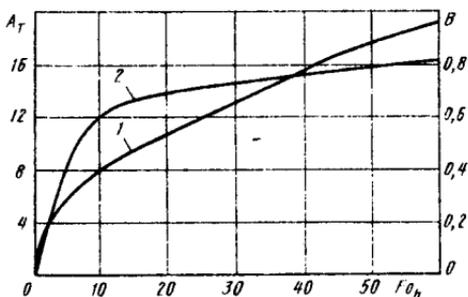


Рис. 5.8. Значения коэффициентов A_T (кривая 1) в формуле (5.11) и передаточная функция B (кривая 2) для стержня ограниченной длины в зависимости от безразмерного времени Fo_D

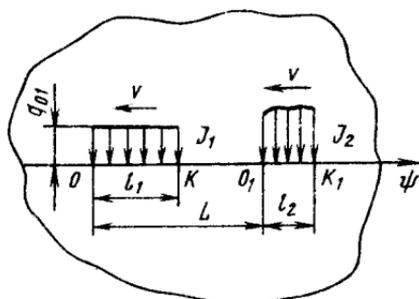


Рис. 5.9. Быстродвижущиеся источники теплоты на поверхности полупространства

площадках тела B (см. рис. 5.1, б). Если источники, перемещающиеся по поверхности этого тела, являются быстродвижущимися, то теплота впереди каждого из них не распространяется. Поэтому, например, теплота, вносимая на участке cd , не влияет на температуру контактной площадки ab . Наоборот, на температуру площадки ef теплота, внесенная на участке cd , оказывает влияние, поскольку она распространяется в сторону, обратную направлению движения источника Q_3 .

Расчеты, связанные с взаимным влиянием источников, рассмотрим на примере часто встречающейся задачи о двух полосовых быстродвижущихся источниках (рис. 5.9). Теплота, вносимая как угодно распределенным источником J_2 через площадку O_1K_1 , не влияет на температуру площадки OK под источником J_1 , поскольку теплота впереди источника J_2 не распространяется. Наоборот, источник J_1 влияет на температуру площадки O_1K_1 . Если плотность тепловыделения источника J_1 распределена равномерно, то, как следует из формулы (2.31), функция, описывающая распределение температур, при $\psi \geq 1$ имеет вид

$$T_1(\psi) = \sqrt{\psi} - \sqrt{\psi - 1},$$

где $\psi = x/l_1$. При расстоянии между источниками, равном L , положение площадки O_1K_1 описывается безразмерными абсциссами

$$\psi_1 = L/l_1 \text{ и } \psi_2 = (L + l_2)/l_1.$$

Среднее значение функции на участке $\psi_1 \leq \psi \leq \psi_2$

$$\begin{aligned} \bar{T}_1(\psi_1 \leq \psi \leq \psi_2) &= \frac{1}{\psi_2 - \psi_1} \int_{\psi_1}^{\psi_2} (\sqrt{\psi} - \sqrt{\psi - 1}) d\psi = \\ &= \frac{2}{3} \frac{\psi_2^{3/2} - \psi_1^{3/2} - (\psi_2 - 1)^{3/2} + (\psi_1 - 1)^{3/2}}{\psi_2 - \psi_1}. \end{aligned}$$

В пределах площадки длиной l_1 функция $T_1(\psi)$ имеет среднее значение $T_1(0 \leq \psi \leq 1) = 2/3$ (см. п. 2.5), что соответствует среднему значению безразмерной температуры.

Отношение $B_{\text{ср}} = \frac{\bar{T}_1(\psi_1 \leq \psi \leq \psi_2)}{\bar{T}_1(0 \leq \psi \leq 1)}$ условно назовем передаточной функцией, поскольку она иллюстрирует то, как температура, возникающая на площадке действия источника, «передается» на площадки, занимаемые другими источниками в том же теле. Расчеты показывают, что с погрешностью, не выходящей за пределы 2—6 %, можно считать, что

$$\bar{T}_1(\psi_1 \leq \psi \leq \psi_2) \approx T_1(\psi_{\text{ср}}),$$

где $\psi_{\text{ср}} = 0,5(\psi_1 + \psi_2)$ — безразмерная координата средней точки на интересующем участке нагреваемого тела. Тогда

$$B_{\text{ср}} \approx \frac{3}{2} (\sqrt{\psi_{\text{ср}}} - \sqrt{\psi_{\text{ср}} - 1}). \quad (5.12)$$

Определив значение $B_{\text{ср}}$, а по формуле (5.7) значение средней температуры $\theta_{\text{ср}}$ на площадке, можем написать, что

$$\Delta\theta(\psi_{\text{ср}}) = \theta_{\text{ср}} B_{\text{ср}}, \quad (5.13)$$

где $\Delta\theta(\psi_{\text{ср}})$ — повышение температуры на площадке действия источника J_2 , вызванное теплотой, выделяемой источником J_1 .

Формула (5.13) справедлива не только для расчета взаимного влияния источников, движущихся друг за другом. Ее можно применять и для других случаев теплообмена. Естественно, что при этом выражения для $B_{\text{ср}}$ будут отличаться от формулы (5.12). Так, для линейно распределенных двумерных быстро движущихся источников $P = 201$ и $P = 301$ можно, пользуясь изложенным методом, получить соответственно

$$B_{\text{ср}} = \frac{5}{2} \left[\sqrt{\psi_{\text{ср}}} - \frac{2}{3} \psi_{\text{ср}} \sqrt{\psi_{\text{ср}}} + \frac{2}{3} (\psi_{\text{ср}} - 1) \sqrt{\psi_{\text{ср}} - 1} \right]$$

и

$$B_{\text{ср}} = \frac{5}{2} \left[\psi_{\text{ср}} \sqrt{\psi_{\text{ср}}} - \frac{1}{2} (2\psi_{\text{ср}} + 1) \sqrt{\psi_{\text{ср}} - 1} \right]. \quad (5.14)$$

Аппроксимация результатов расчета передаточной функции для быстро движущихся источников с несимметричным нормальным законом распределения ($P = 501$) дает

$$B_{\text{ср}} \approx 0,9\psi_{\text{ср}}^{-0,64}. \quad (5.15)$$

На рис. 5.8 приведена кривая 2, характеризующая влияние источника, расположенного на одном из торцов стержня конечной длины (см. рис. 5.6, в), на температуру другого торца.

Вопрос о взаимном влиянии часто возникает при необходимости описать математически результат совместного функционирования источника тепловыделения и стока в охлаждающую среду,

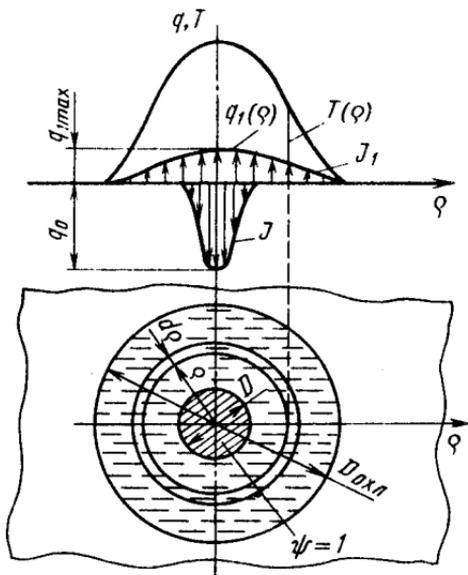


Рис. 5.10. Влияние охлаждающей среды на температуру твердого тела

невелики по сравнению с размерами поверхности, омываемой жидкостью; нельзя полностью отрицать возможность попадания охлаждающей жидкости на контактные площадки между твердыми телами; упомянутое уточнение, как показывает анализ, несущественно влияет на результаты расчета контактных температур. Влияние стока J_1 на температуру площадки диаметром D , расположенной под источником, нельзя рассматривать вне связи с распределением температур на поверхности полупространства под действием самого источника. Дело в том, что в любой точке поверхности, омываемой жидкостью, плотность стока теплоты $q_1(\rho)$ зависит (см. гл. 3) от коэффициента теплоотдачи α и температуры в данной точке. В свою очередь, температура является результатом совместного функционирования источника J и стока J_1 , и чтобы ее рассчитать, надо знать $q_1(\rho)$. Решение задачи возможно, если принять какое-либо дополнительное условие. Такое условие можно выдвинуть, если иметь в виду, что распределение температур на поверхности полупространства, возникающее при установившемся теплообмене под действием кругового источника, с достаточной для практики точностью можно описать нормально-круговым законом

$$\theta_{\text{ж}}(\rho) = \theta_{\text{ж max}} \exp[-k\rho^2], \quad (5.16)$$

где $\theta_{\text{ж}}(\rho)$ и $\theta_{\text{ж max}}$ — соответственно температуры на окружности безразмерного радиуса $\rho = r/R$ (R — радиус площадки, занимаемой источником) и в центре источника ($\rho = 0$).

действующих одновременно на поверхности твердого тела. Рассмотрим типичную схематизированную задачу, показанную на рис. 5.10. На полупространстве действуют одновременно круговой источник теплоты J и круговой сток J_1 в охлаждающую среду. Коэффициент теплоотдачи α при конвективном теплообмене задан. Строго говоря, J_1 представляет собой не круговой, а кольцевой сток теплоты, поскольку на площадку, занятую источником J , жидкость может не попадать. Однако в большинстве операций механической обработки нет смысла учитывать это различие, поскольку: размеры контактных площадок

Среднее значение температуры на любом участке поверхности ($0 \leq \rho \leq \rho_1$) можем получить, рассматривая элементарные кольцевые площадки $d\rho$. Интегрируя выражение $2\pi\rho T(\rho)$, где $T(\rho) = \exp[-k\rho^2]$, и относя результат интегрирования к площади $\pi\rho_1^2$, получаем

$$\begin{aligned} \theta_{н. ср} (0 \leq \rho \leq \rho_1) &= \frac{2\theta_{н. макс}}{\rho_1^2} \int_0^{\rho_1} \rho \exp[-k\rho^2] d\rho = \\ &= \frac{\theta_{н. макс}}{k\rho_1^2} (1 - \exp[-k\rho_1^2]). \end{aligned} \quad (5.17)$$

Для контактной площадки $0 \leq \rho \leq 1$, следовательно,

$$\xi = \frac{\theta_{н. ср}}{\theta_{н. макс}} = \frac{1 - \exp[-k]}{k}. \quad (5.18)$$

Если для конкретного источника известно отношение ξ между средней и наибольшей температурами, то по формуле (5.18) можно рассчитать коэффициент сосредоточенности k кривой распределения температур. При этом заметим, что выражение, стоящее в правой части формулы (5.18), при $0,1 \leq k \leq 1,5$ (что вполне удовлетворяет практике) в погрешность, не выходящей за пределы 6 %, можно заменить линейной функцией $\xi \approx 0,98 - 0,355k$, откуда

$$k \approx 2,8 (1 - \xi). \quad (5.19)$$

Пользуясь выражениями (5.16) и (5.19), можно рассчитать диаметр пятна, на котором происходит теплообмен в жидкостью. Дело в том, что не вся поверхность твердого тела, покрытая охлаждающей средой, активно участвует в теплообмене. На участках, где $\theta_{н}(\rho) \rightarrow 0$ (речь идет об избыточных температурах), даже если они покрыты жидкостью, теплообмен не происходит. Теоретически, как это следует из формулы (5.16), $\theta_{н}(\rho) \rightarrow 0$ при $k\rho^2 \rightarrow \infty$. Однако практически при $k\rho^2 \geq 3$ значения $\theta_{н}(\rho)$ мало отличаются от нуля. Положив $k\rho_{охл}^2 = 3$, определяем $\rho_{охл} = \sqrt{3/k}$ и

$$D_{охл} = \rho_{охл} D = D \sqrt{3/k}, \quad (5.20)$$

где $D_{охл}$ — диаметр пятна, на поверхности которого происходит теплообмен между жидкостью и твердым телом.

Поскольку сток теплоты, как уже упоминалось, имеет плотность $q_1(\rho)$, связанную в температурой, то закон распределения плотности стока на поверхности пятна диаметром $D_{охл}$ при $\alpha = \text{const}$ также является нормально-круговым:

$$q_1(\rho) = q_{1max} \exp[-k\rho^2]. \quad (5.21)$$

Наибольшая плотность $q_{1max} = \alpha\theta_{max}$, где θ_{max} — наибольшая температура, которая является результатом совместного действия

источника J и стока в охлаждающую среду J_1 . Температура θ_{\max} заранее не известна, но известно, что

$$\theta_{\max} = \theta_{\text{и max}} - \theta_{\text{с max}}, \quad (5.22)$$

где $\theta_{\text{и max}}$ — наибольшая температура в точке O , возникающая под действием источника J , если охлаждение не применяют; $\theta_{\text{с max}}$ — снижение температуры тела в точке O за счет стока части теплоты в жидкость.

Для стока J_1 , как и для любого источника, между температурой $\theta_{\text{с max}}$ и наибольшей плотностью $q_{1 \max}$ существует прямая пропорциональная зависимость, описываемая выражением

$$\theta_{\text{с max}} = A_{\max} q_{1 \max}, \quad (5.23)$$

причем величина A_{\max} при заданных параметрах стока может быть рассчитана по схеме (см. рис. 5.2) и относящимся к ней таблицам. Подставляя значение $\theta_{\text{с max}}$ из формулы (5.23) в (5.22), а также имея в виду, что $q_{1 \max} = \alpha \theta_{\max}$, получаем

$$\begin{aligned} \theta_{\max} &= \theta_{\text{и max}} - A_{\max} \alpha \theta_{\max}, \quad \text{откуда} \\ \theta_{\max} &= \theta_{\text{и max}} / (1 + A_{\max} \alpha). \end{aligned} \quad (5.24)$$

Итак, мы получили формулу для расчета наибольшей температуры на контактной площадке диаметром D , учитывающую совместное влияние нагревания и конвективного теплообмена в жидкостью. Но при решении балансовых задач и расчете плотности итоговых потоков теплообмена между телами необходимо знать не максимальное θ_{\max} , а среднее $\theta_{\text{ср}}$ значение температуры на контактной площадке. Рассуждая аналогично тому, как это было сделано при выводе формулы для θ_{\max} , можем получить

$$\theta_{\text{ср}} = \theta_{\text{и ср}} / (1 + A_{\text{ср}} \alpha). \quad (5.25)$$

Значение $\theta_{\text{ср}}$, учитывающее совместное влияние источника теплоты и стока в окружающую среду, можно использовать при решении балансовых задач. При этом заметим, что вид зависимости (5.25) сохраняется, если источник и сток имеют законы распределения, отличные от нормально-кругового, меняются лишь значения $\theta_{\text{и ср}}$ и $A_{\text{ср}}$. С достаточной степенью приближения формулу (5.25) можно применять и при конфигурации контактной площадки, отличающейся от круга. Для этого следует заменить реальную форму площадки равновеликим кругом. Например, при рассмотрении вопроса об охлаждении передней поверхности резца (см. рис. 2.7), источник J'_0 можно заменить источником J''_0 в виде части круга, а поверхность, по которой инструмент соприкасается с охлаждающей жидкостью, — частью кругового стока H .

Завершая рассмотрение алгоритма и методики расчета температур на контактных поверхностях тел, сделаем два замечания. Во-первых, обратим внимание на то, что алгоритмы и относящиеся к ним данные могут быть преобразованы в программы и введены

в ЭВМ. Это позволит существенно ускорить и упростить расчеты, сделать теплофизический анализ более доступным. Во-вторых, отметим, что в процессе рассмотрения методики расчета контактных температур мы не накладывали каких-либо ограничений на вид и количество тел, на характер контакта между ними и причины теплообразования. Поэтому методы кодирования тепловых задач, структурные схемы и формулы, методика определения плотности и направления итоговых потоков теплообмена между телами, в принципе, применимы к любым технологическим системам или подсистемам независимо от того, какие рабочие процессы (обработка без снятия стружки, резание, сварка и т. д.) и какая часть системы (заготовка, инструмент, оборудование) подлежат рассмотрению.

В дальнейших параграфах гл. 5 рассмотрена теплофизика нескольких широко распространенных процессов механической обработки. При этом, вследствие общности алгоритма и методики теплофизического анализа, меньше внимания уделено технике расчетов, а больше — результатам анализа, выводам из него, практическому вкладу в дело повышения эффективности процессов и качества изделий.

Вопросы для самопроверки к п. 5.1

1. Перечислите основные пункты обобщенного алгоритма теплофизического анализа, сопровождая их краткими пояснениями.
2. Что такое итоговые потоки теплообмена в системе твердых тел? Какие потоки они заменяют? Какой смысл имеет введение понятия об итоговых потоках при теплофизическом анализе?
3. Каковы особенности структурной схемы теплообмена в системе тел? Что дает применение структурных схем? Возвратитесь к описанию кода тепловых задач в п. 1.6 и четко сформулируйте значение отдельных символов в коде. Проверьте правильность кодирования Вами различных задач.
4. Как определить плотности итоговых потоков теплообмена на контактных поверхностях тел? Что показывает знак «+» или «—» перед численным значением плотности потока?
5. Изложите основные принципы инженерной методики расчета температур на контактных поверхностях тел.
6. Пользуясь алгоритмом, сделайте несколько примеров расчета средних и максимальных температур на контактных площадках тел, полагая, что размеры источников, теплофизические характеристики тел и наибольшая плотность теплообразующего потока известны.
7. Что мы понимаем под передаточной функцией? Для чего нужна эта функция, когда ее применяют?

Задачи к п. 5.1

53. Эластичным кругом 1 с алмазными зёрнами шлифуют заготовку 2 из закаленной стали 30ХГС (рис. 5.11). Ширина круга $B = 20$ мм, диаметр $D = 300$ мм, эквивалентный коэффициент теплопроводности $\lambda_k = 5$ Вт/(м·°С), коэффициент температуропроводности $\omega_k = 0,01 \cdot 10^{-4}$ м²/с. Скорость движения заготовки $v_1 = 30$ м/мин, скорость на наружной поверхности круга $v = 30$ м/с. Мощность, расходуемая на шлифование, $W = 15$ кВт. Длина контакта между кругом и заготовкой $l = 2$ мм. Смазочно-охлаждающую жидкость не применяют. Рассчитать среднюю температуру на контактной площадке круга с заготовкой, полагая, что плотность тепловыделения распределена по линейному закону с максимумом на линии *тл*.

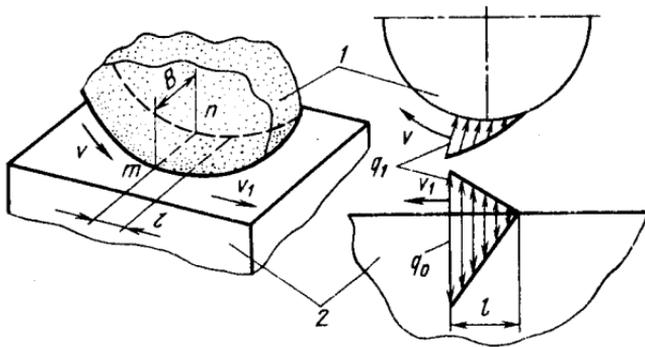


Рис. 5.11. Процесс плоского шлифования и его структурная схема

Алгоритм решения и комментарии к нему:

а) рассчитать наибольшую плотность теплообразующего потока $[q_0 = 2W/(bl) = 7,5 \cdot 10^8 \text{ Вт/м}^2]$;

б) составить структурную схему, заменяя заготовку полупространством с адиабатической поверхностью, а круг — цилиндром с поверхностями, не отдающими теплоту в окружающую среду; итоговый поток теплообмена принять распределенным по закону треугольника с максимальной плотностью q_1 , он направлен в круг;

в) рассчитать значения критерия Пекле для каждого из тел (заготовка $Pe \approx 143$; круг $Pe_K = 6 \cdot 10^4$; источники быстро движущихся);

г) составить коды тепловых задач для заготовки и круга

$$\left(\text{заготовка: } Код = + \frac{212}{201.22} 12 - \frac{212}{201.22} 12; \right.$$

$$\left. \text{круг: } Код = + \frac{212}{201.22} 72 \equiv + \frac{211}{201.22} 72 \right);$$

д) по алгоритму (см. рис. 5.2), табл. 5.1, формуле (5.8) и рис. 5.3 определить значения сомножителей в формуле (5.7) для заготовки (основной источник: $A_M = 4,17 \cdot 10^4$; $A_C = 4,7 \cdot 10^{-2}$; $A_{P_{cp}} = 0,4$; $A_D = 1$; $A_K = 1$; $\eta = 5$; $u = 120$; $A_{O_{cp}} = 0,87$; $A_T = 2$; итоговый поток: $A_M = 5,55 \cdot 10^{-5} q_1$; $A_C = 4,7 \cdot 10^{-2}$; $A_{P_{cp}} = 0,4$; $A_D = 1$; $A_K = 1$; $A_{O_{cp}} = 0,87$; $A_T = 2$);

е) составить формулу для расчета средней температуры контактной площадки со стороны заготовки ($\theta_{cp} = 1349,4 - 1,81 \cdot 10^{-6} q_1$);

ж) определить сомножители в формуле (5.7) для расчета средней температуры контактной площадки со стороны круга ($A_M = 4 \cdot 10^{-4} q_1$; $A_C = 2,3 \cdot 10^{-8}$; $A_{P_{cp}} = 0,4$; $A_D = 1$; $A_K = 1$; $A_O = 1$; $u_1 = 1,35 \cdot 10^8$; $A_T = 2$);

з) составить формулу для расчета средней температуры контактной площадки со стороны круга ($\theta_{cp} = 7,36 \cdot 10^{-7} q_1$);

и) составить уравнение баланса температур и рассчитать плотность итогового потока ($1349,4 - 1,81 \cdot 10^{-6} q_1 = 7,36 \cdot 10^{-7} q_1$; $q_1 \approx 5,3 \cdot 10^8 \text{ Вт/м}^2$);

к) рассчитать среднюю температуру контактной площадки.

Ответ: $\theta_{cp} = 390 \text{ }^\circ\text{C}$.

54. Заимствуя из предыдущего решения значение наибольшей плотности итогового потока теплообмена $q_1 = 5,3 \cdot 10^8 \text{ Вт/м}^2$, рассчитать максимальную температуру на площадке контакта круга с заготовкой в условиях задачи 52.

Ответ: $\theta_{max} = 458 \text{ }^\circ\text{C}$.

55. В условиях задач 1 и 23, заменяя в первом приближении осесимметричную задачу плоской, рассчитать среднюю температуру на контактной площадке каждого из зубьев инструмента при дорновании отверстия (см. рис. 1.1). Дорн изготовлен из стали ХВГ. Охлаждающую жидкость не применяют.

Алгоритм расчета и комментарию к нему:

а) составить структурную схему теплообмена между одновременно работающими зубьями 1—4 дорна 5 и стенкой втулки 6. На рис. 5.12 зубья дорна представлены в виде клиньев с углом $\beta = 120^\circ$, следующих друг за другом на расстоянии t_0 . Стенка втулки представлена в виде пластины толщиной Δ . Распределение плотностей источников теплообразования и итоговых потоков теплообмена принято равномерным. К моменту наблюдения каждый из зубьев дорна прошел в заготовке различное расстояние, поэтому условия теплообмена на контактных площадках зубьев различны, плотности итоговых потоков теплообмена q_1 — q_4 ;

б) рассчитать безразмерную скорость перемещения источников по заготовке из стали 14X17H2 ($Pe \approx 28$) и безразмерное время для зубьев дорна, изготовленного из стали ХВГ ($Fo_1 = 0,78$; $Fo_2 = 0,58$; $Fo_3 = 0,39$; $Fo_4 = 0,19$);

в) составить код тепловой задачи зубьев дорна, полагая, что за краткостью процесса обработки теплообмен между зубьями не происходит

$$\left(Код = + \frac{211}{101.11} 82 \right);$$

г) составить формулу для расчета средней температуры на контактной площадке зуба 1 со стороны дорна ($A_M = 4 \cdot 10^{-6} q_1$; $A_C = 0,159$; $A_{P\text{ ср}} = 3,06$; $A_D \approx 0,6$; $A_K = A_O = 1$; $A_{T\text{ ср}} = 10,76$; $\theta_{1\text{ ср}} = 1,257 \cdot 10^{-4} q_1$);

д) составить аналогичные формулы для других зубьев, учтя различие в Fo ($\theta_{2\text{ ср}} = 1,16 \cdot 10^{-4} q_2$; $\theta_{3\text{ ср}} = 0,99 \cdot 10^{-4} q_3$; $\theta_{4\text{ ср}} = 0,76 \cdot 10^{-4} q_4$);

е) составить код тепловой задачи для заготовки (на каждой из площадок $Код = + \frac{211}{101.22} 22 - \frac{211}{101.22} 22$);

ж) составить формулу для расчета средней температуры на контактной площадке заготовки под зубом 1 [$\theta_{1\text{ ср}} = 5,71 \cdot 10^{-6} (q_0 - q_1)$];

з) по формуле (5.12) рассчитать значение передаточной функции от источников, расположенных на поверхности заготовки под зубом 1, к площадке, расположенной под зубом 2 ($\psi_{\text{ ср}} = 6,5$; $B_{2\text{ ср}} = 0,306$);

и) составить формулу для расчета средней температуры на контактной площадке под зубом 2 с учетом влияния тепловых процессов, происходящих на площадке под зубом 1 [$\theta_{2\text{ ср}} = 5,71 \cdot 10^{-6} (q_0 - q_2) + 0,306 \cdot 5,71 \cdot 10^{-6} (q_0 - q_1) = 10^{-6} (7,46q_0 - 1,75q_1 - 5,71q_2)$];

к) составить формулы для расчета средних температур на контактных площадках под зубьями 3 и 4 с учетом влияния зубьев 1 и 2 [$B_{3\text{ ср}} = 0,216$; $B_{4\text{ ср}} = 0,176$; $\theta_{3\text{ ср}} = 10^{-6} (8,69q_0 - 1,23q_1 - 1,75q_2 - 5,71q_3)$; $\theta_{4\text{ ср}} = 10^{-6} (9,69q_0 - q_1 - 1,23q_2 - 1,75q_3 - 5,71q_4)$];

л) составить уравнения баланса температур на каждой из контактных площадок со стороны дорна и со стороны заготовки; решить эти уравнения, считая $q_0 = 12,2 \cdot 10^6$ Вт/м², рассчитать плотности итоговых потоков теплообмена ($q_1 = 0,53 \cdot 10^6$ Вт/м²; $q_2 = 0,74 \cdot 10^6$ Вт/м²; $q_3 = 0,94 \cdot 10^6$ Вт/м²; $q_4 = 1,41 \cdot 10^6$ Вт/м²);

м) рассчитать средние температуры на контактных площадках зубьев инструмента.

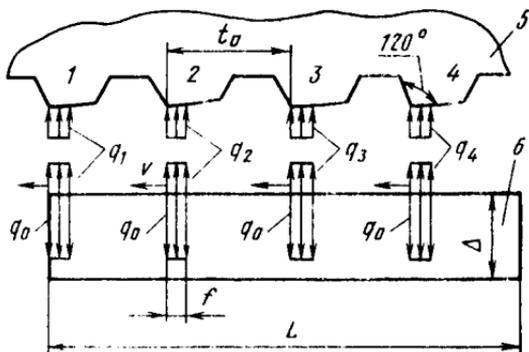


Рис. 5.12. К расчету температуры на контактных поверхностях между заготовкой и дорном (к задаче 55)

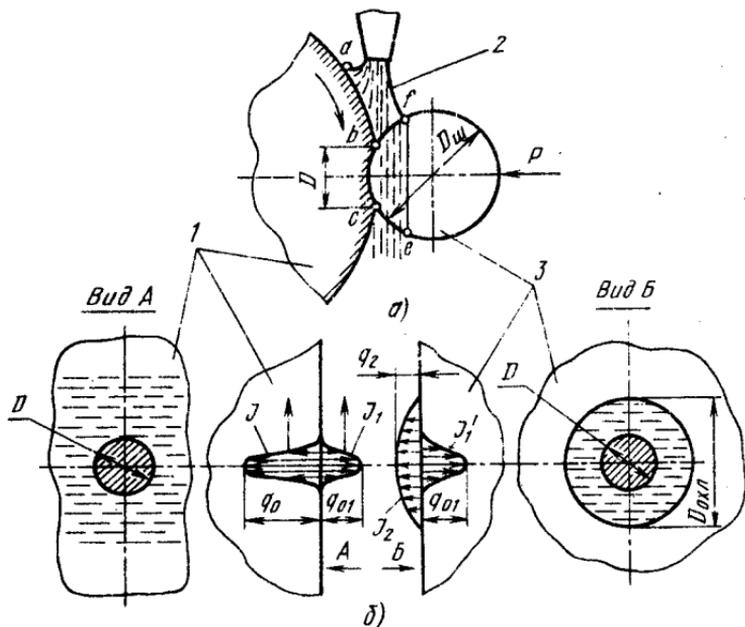


Рис. 5.13. Процесс упрочнения поверхности заготовки шаром при охлаждении струей жидкости (а) и структурная схема теплообмена (б) (к задаче 56)

Ответ: $\theta_{1cp} = 67^\circ\text{C}$; $\theta_{2cp} = 86^\circ\text{C}$; $\theta_{3cp} = 93^\circ\text{C}$; $\theta_{4cp} = 108^\circ\text{C}$.

56. Наружную поверхность заготовки 1 из стали 20ХН3А упрочняют вращающимся шаром 3 из стали ШХ15 диаметром $d_{ш} = 20$ мм (рис. 5.13). Скорость обкатки на поверхности заготовки $v = 1$ м/с, сила прижатия шара $P = 1000$ Н. Коэффициент трения между заготовкой и инструментом $f = 0,12$. Диаметр пятна контакта $D = 1$ мм. В зону обработки подается струя технологической жидкости 2 на водной основе с расходом $G = 2$ л/мин из сопла диаметром $d_c = 5$ мм. Рассчитать среднюю температуру на поверхности контакта между шаром и заготовкой.

Алгоритм расчета и комментарии к нему:

а) составить структурную схему теплообмена между заготовкой, инструментом (шаром) и охлаждающей средой. На рис. 5.13, из-за малых размеров источника тепловыделения относительно размеров соприкасающихся тел, заготовка и инструмент представлены в виде полупространств. Источник тепловыделения J и итоговый поток теплообмена J_1 между заготовкой и шаром приняты распределенными по нормально-круговым законам. Сток теплоты J_2 в жидкость с поверхности инструмента принят распределенным по кругу диаметром $D_{охл}$.

На поверхности заготовки сток теплоты в жидкость в структурной схеме не представлен, поскольку теплообмен с заготовкой ниже точки c не влияет непосредственно на температуру контактной площадки, а на участке ab теплообмен незначителен вследствие малого различия между температурой жидкости и заготовки;

б) по формуле (1.56) рассчитать наибольшую плотность теплового потока ($q_0 = 4,8 \cdot 10^8$ Вт/м²);

в) рассчитать безразмерную скорость перемещения источника тепловыделения ($Pe = 200$, источник быстро движущийся);

г) составить коды тепловых задач для заготовки и инструмента;

д) по схеме (см. рис. 5.2) и относящимся к ней таблицам написать формулы для расчета θ_{1cp} и θ_{1max} для неподвижного нормально-кругового источника J'_1 , расположенного на контактной поверхности инструмента ($A_M A_C = 4,76 \cdot 10^{-9} q_{01}$;

$A_{p\text{ ср}} = 2,7; A_{д} = 1; A_{к\text{ ср}} = 0,35; A_{о} = 1; A_{т} = 2; \theta_{1\text{ ср}} = 9 \cdot 10^{-6} q_{01}; A_{p\text{ max}} = 3,0; A_{к\text{ max}} = 0,47; \theta_{т\text{ max}} = 13,4 \cdot 10^{-6} q_{01};$

е) по формуле (5.18) определить отношение ξ ($\xi = 0,67$);

ж) по формуле (5.19) рассчитать коэффициент сосредоточенности ($k \approx 0,92$);

з) по формуле (5.20) рассчитать диаметр пятна активного контакта инструмента с охлаждающей жидкостью ($D_{охл} = 0,0018$ м);

и) рассчитать скорость потока жидкости, вытекающей из сопла ($w = 1,7$ м/с);

к) приняв диаметр $D_{охл}$ за характерный размер, по формуле (3.9) и прил. 4 рассчитать значение критерия Re_0 ($Re_0 \approx 3040$);

л) по формуле (3.15) и табл. 3.3, положив в первом приближении $(Pr_0/Pr_s)^{0,26} \approx 1,4$, рассчитать значение критерия Nu_0 и коэффициент конвективного теплообмена между жидкостью и инструментом ($Nu_0 = 41,5; \alpha = 1,38 \times 10^4$ Вт/м²);

м) по формуле (5.7), схеме (см. рис. 5.2) и соответствующим таблицам написать расчетные выражения для средней температуры на поверхностях контакта источника J'_1 и стока J_1 ($\theta_{я.\text{ ср}} = 9 \cdot 10^{-6} q_{01}; \theta_{с.\text{ ср}} = A_{ср} q_2 = 1,62 \cdot 10^{-6} q_2$);

н) по формуле (5.25) написать выражение для расчета средней температуры контактной площадки со стороны инструмента ($\theta_{ср} = 7,35 \cdot 10^{-6} q_{01}$);

о) по коду и алгоритму написать выражение для расчета средней температуры контактной площадки со стороны заготовки, имея в виду, что источники J и J_1 — бесподвижные ($A_M A_C = 571,6; A_{p\text{ ср}} = 0,29; A_{д} = 1; A_{к\text{ ср}} = 1,33; A_{о} = 1; A_{т} = 2; \theta_{ср} = 441 - 0,92 \cdot 10^{-6} q_{01}$);

п) написать уравнение баланса температур ($441 - 0,92 \cdot 10^{-6} q_{01} = 7,35 \cdot 10^{-6} q_{01}$) и рассчитать плотность итогового потока теплообмена ($q_{01} = 53,3 \cdot 10^6$ Вт/м²);

р) рассчитать среднюю температуру контактной площадки.

Ответ: $\theta_{ср} \approx 392$ °С.

5.2. ТЕПЛООБМЕН И ТЕМПЕРАТУРЫ, ВОЗНИКАЮЩИЕ В ПРОЦЕССЕ РЕЗАНИЯ

Резание является одним из широко распространенных методов обработки. Его значение в последнее время повышается в связи с применением гибких переналаживаемых технологических систем, для которых необходима универсальность и высокая адаптивность процесса резания. Поэтому теплофизический анализ, имеющий целью совершенствование конструкций и увеличение стойкости режущих инструментов, оптимизацию режимов резания и улучшение качества обработанных поверхностей, играет большую роль.

С точки зрения теплофизического анализа разнообразные операции по обработке резанием можно классифицировать по следующим основным признакам: а) вид инструмента (однолезвийный, многолезвийный, а также со стохастическим расположением режущих элементов); б) режим резания (стабильный, нестабильный); в) наличие или отсутствие внешних источников дополнительной энергии (нагрев лазером, плазмой, наложение колебаний и т. д.); г) наличие или отсутствие активного теплообмена с технологической средой; д) работа инструмента в комплекте с другими инструментами или самостоятельно. Однако независимо от того, к какой из упомянутых групп принадлежит та или иная конкретная операция, анализ теплофизической обстановки начинают с рассмотрения теплообмена в зоне резания при работе простым режущим клином, поскольку инструмент любой формы и сложности состоит из системы простых режущих клиньев.

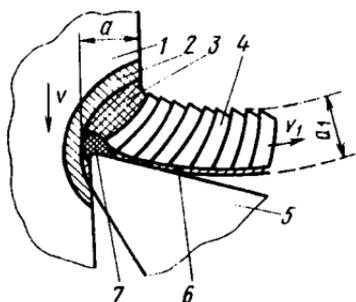


Рис. 5.14. Схема зоны резания

Современное представление о процессе формоизменения материала режущим клином может дать схема, приведенная на рис. 5.14. В зоне 3 материал заготовки подвергается пластическому деформированию, которое возникает не только в этой зоне, но и в тонком слое материала заготовки 1, расположенном под задней поверхностью режущего клина 5. Зона 3 окружена областью 2, в которой возникают упругопластические и упругие деформации.

Стружка 4 перемещается по передней поверхности резца. В прирезцовом слое 6 ее материал испытывает вторичное деформирование вследствие процессов, происходящих на площадке контакта с инструментом. На участке, расположенном вблизи режущей кромки, может возникать нарост 7, как результат застойных явлений в материале заготовки в этой части зоны резания. Наличие или отсутствие нароста, его размеры, твердость и устойчивость зависят в первую очередь от свойств материала заготовки и инструмента, геометрии режущего клина, режима резания, наличия смазочно-охлаждающей жидкости и др. От этих же факторов зависит так называемый коэффициент укорочения стружки k , т. е. отношение между толщиной a_1 стружки и толщиной a срезаемого слоя металла. Коэффициент укорочения определяет скорость перемещения стружки $v_1 \approx v/k$. Как правило $k \gg 1$, следовательно, скорость движения стружки v_1 меньше скорости резания v .

Стружка имеет суставчатую форму, т. е. состоит из отдельных элементов, сильнее или слабее связанных между собой. При высоких скоростях резания и обработке пластичных материалов толщина этих элементов невелика, они тесно связаны друг с другом, стружка имеет вид сплошной ленты. Такую стружку часто называют сливной, при схематизации теплообмена ее представляют в виде бесконечного стержня.

Источники и стоки теплоты. Общую мощность тепловыделения при резании полагают эквивалентной механической работе деформирования материала в зонах 2, 3 и 6 и работе сил трения на контактных площадках инструмента, т. е. $W = P_z v$, где P_z — главная составляющая силы резания, Н; v — скорость резания, м/с. В свою очередь,

$$W = W_d + W_{1т} + W_{2т}, \quad (5.26)$$

где W_d , W_t и $W_{2т}$ — соответственно мощности тепловыделения источников, возникающих как результат перехода в теплоту работы деформирования, работы сил трения на передней и задней поверхностях режущего клина.

Если в технологической подсистеме комбинируется несколько видов энергии, кроме основной (механической) работы резания, то вместо формулы (5.26) запишем

$$W^* = W_d^+ + W_{1r}^+ + W_{2r}^+ + W_b, \quad (5.27)$$

где W_b — мощность дополнительных (внешних) источников; знак «+» при первых трех слагаемых в правой части формулы (5.27) показывает, что рассматривается процесс резания с дополнительной энергией. При этом, если даже режим резания и геометрические параметры инструмента сохраняются такими же, как и при обычном процессе, $W_d^+ \neq W_d$, $W_{1r}^+ \neq W_{1r}$ и $W_{2r}^+ \neq W_{2r}$, поскольку дополнительная энергия (например, нагрев плазмой или лазером) влияет на работу трения и деформирования в зоне резания.

Все источники тепловыделения при резании являются трехмерными. Однако часто при теплофизическом анализе их полагают двумерными (плоскими). Пренебрегая трехмерностью источников тепловыделения, мы, конечно, допускаем погрешности. Знак и величину этих погрешностей пока нет возможности определить в связи с тем, что нет достаточных сведений о фактических объемах зон тепловыделения и законах распределения плотности тепловых потоков по этим объемам. Учет трехмерности источников приводит к существенному усложнению математического аппарата, используемого при теплофизическом анализе процесса резания, которое пока не окупается повышением точности расчетов. Следует также иметь в виду, что при высоких скоростях обработки форма источников тепловыделения стремится к двумерным фигурам. Например, конфигурация зоны деформирования \mathcal{Z} , как показывают эксперименты, стремится к двумерной поверхности, мало отличающейся от плоскости, которую обычно называют *плоскостью сдвига*.

На основании изложенных соображений в дальнейшем источники тепловыделения при резании будем считать двумерными, распределенными по тому или иному участку поверхности резца, стружки или заготовки.

В соответствии с законами механики мощность теплообразующих источников рассчитывают по формулам

$$W_{1r} = F_1 v_1; \quad W_{2r} = F_2 v; \quad (5.28)$$

$$W_d = (P_z - F_2) v - F_1 v_1,$$

где F_1 и F_2 — силы трения на контактных поверхностях инструмента; P_z , F_1 , F_2 — силы, значения которых определяют расчетным или экспериментальным путем, как это принято в науке о резании материалов [3, 10].

Теплота W (или W^+), распространяясь по технологической подсистеме первого уровня, расходуется на нагревание стружки

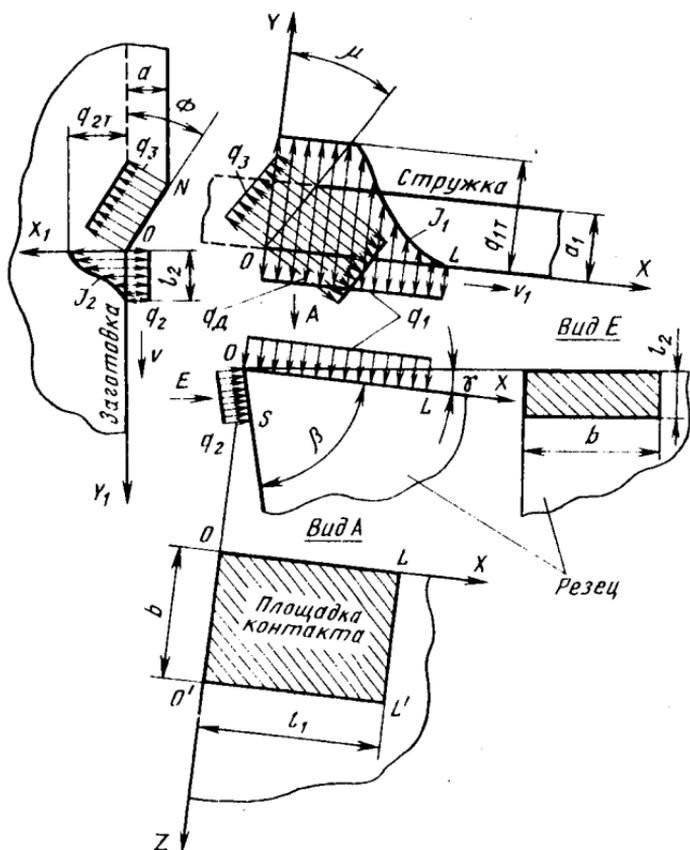


Рис. 5.15. Структурная схема теплообмена в зоне резания

(W_c), инструмента (W_n), заготовки (W_b) и рассеивается в окружающую среду (W_o). Поэтому

$$W = W_c + W_n + W_b + W_o. \quad (5.29)$$

Если мощности тепловыделения W_d , W_{1T} и W_{2T} при резании, как это следует из формул (5.28), известны, то слагаемые, входящие в правую часть формулы (5.29), могут быть рассчитаны только с помощью теплофизического анализа.

Структурная схема теплообмена. На рис. 5.15 приведена структурная схема теплообмена, построенная по правилам, изложенным в п. 5.1. Предположено, что в зоне резания нет искусственного охлаждения, а теплообменом компонентов системы с окружающей средой можно пренебречь.

В структурной схеме теплообмена сливная стружка представлена в виде бесконечного стержня. Правда, за пределами плоскости сдвига ON стержень-стружка не существует, его можно выде-

лить из массы обрабатываемого материала лишь условно. В этой воображаемой части стержня условия теплоотдачи будут совсем иными, чем в реально существующей его части. Но при практически применяемых режимах резания скорости v_1 перемещения стружки таковы, что все источники теплоты, действующие на ее поверхностях и в объеме, можно считать быстро движущимися. Следовательно, теплота, генерируемая ими, впереди источников не распространяется (см. п. 1.5). Поэтому условия теплообмена в воображаемой части стружки безразличны, они не могут влиять на результаты теплофизических расчетов.

Источник плотностью q_d , возникающий на плоскости сдвига ON , принят распределенным равномерно. Он движется внутри стержня стружки, располагаясь наклонно к оси последнего. Угол наклона $\mu = \Phi - \gamma$ (Φ — угол сдвига; γ — передний угол резца) оказывается, как правило, небольшим ($\mu = 10 \dots 15^\circ$).

Плотность тепловыделения на поверхности сдвига

$$q_d = W_d \sin \Phi / (ab), \quad (5.30)$$

где a — толщина среза; b — ширина стружки, которая в основном мало отличается от ширины среза.

Угол сдвига Φ , как это следует из анализа механики процесса резания [3], можно рассчитать по формуле

$$\sin \Phi = \cos \gamma / (\sqrt{k^2 - 2k \sin \gamma + 1}), \quad (5.31)$$

где k — коэффициент укорочения стружки.

Распределение сил трения на поверхности контакта между стружкой и резцом наиболее удачно описывается комбинированным законом (см. рис. 1.18). Поэтому и плотность тепловыделения источника J_1 , действующего на этом участке, принимается распределенной по комбинированному закону с кодом $P = 801$ (см. табл. 1.1 и 1.2). Удовлетворительные результаты дает также описание плотности источника J_1 несимметричным нормальным законом распределения (код $P = 501$). При комбинированном законе распределения наибольшая плотность потока [3]

$$q_{1T} = 3W_{1T} / (2bl_1), \quad (5.32)$$

а при нормально несимметричном законе ее рассчитывают по формуле (1.54).

На температуру стружки оказывают непосредственное влияние два итоговых потока теплообмена: q_1 с резцом и q_3 с заготовкой. Распределение плотности этих стоков принимают, как правило, равномерным (см. п. 5.1).

Рассмотрим схему расположения источников и стоков теплоты относительно заготовки. Кроме упомянутого потока теплообмена q_3 , на температуру заготовки влияют источник J_2 , эквивалентный теплоте трения на задней поверхности резца, и итоговый поток

теплообмена q_2 . Первый полагают обычно распределенным по несимметричному нормальному закону, второй — равномерно. За малостью размеров всех источников, действующих на поверхности заготовки, и в связи с сравнительно небольшими значениями угла сдвига Φ (обычно $10 \leq \Phi \leq 30^\circ$), заготовку заменяют полупространством, по которому быстро движутся источники J_2 и q_3 , а также сток q_2 .

Теперь обратимся к схематизации инструмента. Он на рис. 5.15 представлен в виде неограниченного клина с углом β и углом между кромками OO' и OL , равным 90° . На поверхности режущего клина действуют плоские источники теплоты q_1 и q_2 , длина которых соответственно l_1 и l_2 , а ширина b .

При составлении структурной схемы не учтено влияние нараста на резце, что сделано с целью упрощения изложения. При необходимости структурная схема может быть скорректирована [3]. С помощью структурной схемы теплообмена в зоне резания и в соответствии с правилами, изложенными в п. 1.6, тепловые задачи для заготовки, резца и стружки могут быть закодированы. По коду задач имеется возможность написать формулы для расчета температур на контактных площадках. Так, температура на поверхности сдвига ON со стороны заготовки

$$\theta_3^{cP} = (1 + c) A_1 q_3, \quad (5.33)$$

а со стороны стружки

$$\theta_3^{cP} = (1 + c) A_2 (q_d - q_3). \quad (5.34)$$

При этом учтено, что вследствие высокой скорости движения другие источники, кроме q_d и q_3 , на температуру площадки ON не влияют. Коэффициент c учитывает повышение температуры, вызванное накоплением теплоты в поверхностных слоях материала заготовки при длительном резании. Значение этого коэффициента [3] для обычного точения невелико ($c = 0,05 \dots 0,15$), но он может существенно повышаться при резании с дополнительным нагревом материала заготовки [20].

Выражения для расчета температур контактных площадок OL и OS со стороны стружки и заготовки имеют вид

$$\theta_1^{cP} = A_3 q_{1T} + (1 + c) A_2 (q_d - q_3) - A_4 q_1; \quad (5.35)$$

$$\theta_2^{cP} = A_5 q_{2T} + (1 + c) A_6 q_3 - A_7 q_2. \quad (5.36)$$

Коэффициенты A_1 — A_7 рассчитывают с помощью алгоритмов, показанных на рис. 5.2 и 5.7, и относящихся к ним таблиц (см. п. 5.1). При этом коэффициент A_2 имеет одинаковое значение в формулах (5.34) и (5.35), поскольку температура θ_3^{cP} , вызванная теплотой деформирования, имеет одно и то же значение по всей длине стружки. Дело в том, что каждый из элементов стружки, получив в процессе деформирования у плоскости ON какое-то

количество теплоты, перемещается далее среди других таких же элементов, сколовшихся ранее или позднее. Каждый из этих элементов был нагрет до температуры θ_3^p в тот момент, когда он подвергался деформированию. Поскольку отдачи теплоты в окружающую среду от стружки практически нет, нет притока теплоты от других источников (напоминаем, что рассматривается лишь воздействие теплоты, эквивалентной работе деформирования), то нет и теплообмена между элементами стружки. Следовательно, в любом месте стружки, в том числе и на контактной площадке с резцом, температура θ_3^p , вызванная теплотой деформирования металла, должна быть одной и той же.

По-другому обстоит дело в том случае, когда учитывается влияние теплоты деформирования на температуру θ_2^p на площадке контакта заготовки с резцом. Здесь источник плотностью q_3 воздействует на температуру θ_2^p не непосредственно, а косвенно, только в порядке взаимного влияния источника q_3 на температуру площадки I_2 , расположенной под источником J_2 (рис. 5.15). Поэтому коэффициент A_6 отличается от коэффициента A_1 .

Температуру контактных площадок OL и OS со стороны резца рассчитывают по формулам

$$\theta_1^{cp} = C_{11}q_1 + C_{21}q_2; \quad (5.37)$$

$$\theta_2^{cp} = C_{22}q_2 + C_{12}q_1. \quad (5.38)$$

Каждая из формул (5.37) и (5.38) состоит из двух слагаемых. Первое из них отображает влияние источника теплоты, расположенного на данной поверхности клина, на среднюю температуру контактной площадки на этой же поверхности. Так, коэффициент C_{11} показывает, что имеется в виду влияние источника q_1 на температуру передней поверхности инструмента, которой присвоен индекс 1. Аналогично C_{22} относится к влиянию источника q_2 на температуру контактной площадки по задней поверхности, которой присвоен индекс 2. Однако кроме непосредственного влияния источника теплоты на температуру занимаемой им площадки, он, прогревая режущий клин, влияет на температуру контактной площадки, расположенной на противоположной поверхности инструмента. Это учитывается вторым слагаемым в формулах (5.37) и (5.38). Так, C_{21} — коэффициент, учитывающий влияние источника q_2 на температуру контактной площадки, расположенной на передней поверхности инструмента.

Что касается коэффициентов C_{11} и C_{22} , то их значения определяют по общей методике в соответствии с алгоритмом, показанным на рис. 5.2. Коэффициенты C_{21} и C_{12} , отображающие взаимное влияние источников, для установившегося теплообмена могут быть определены путем интегрирования выражения (2.17), как это показано в п. 2.4, с учетом всей системы отраженных источников

(см. рис. 2.7). Аппроксимация результатов расчета приводит к выражениям

$$C_{12} = l_1 N_1 / \lambda_1 \quad (5.39)$$

$$C_{21} = l_2 N_2 / \lambda_2$$

где λ — коэффициент теплопроводности материала клина; l_1, l_2 — длины контактных площадок. Для определения функций $N_1 = \Phi(\eta_1, \beta, \alpha_2)$ и $N_2 = \Phi(\eta_2, \beta, \alpha_1)$ в прил. 8 приведена номограмма. Функции N_1, N_2 зависят от угла заострения β резца, безразмерной ширины контактных площадок η_1, η_2 (см. п. 2.4), а также соотношений $\alpha_1 = l_1/l_2$ и $\alpha_2 = l_2/l_1$ между длинами контактных площадок.

Порядок пользования номограммой таков. По величине η_1 или η_2 и кривой A определяют точку m на вертикальной линии G . Затем по соответствующему значению α_1 или α_2 и одной из кривых семейства D на вспомогательной линии B определяют точку n . Место пересечения отрезком mn шкалы N дает искомое значение N_1 или N_2 .

Формулы (5.37) и (5.38) справедливы для расчета температур на контактных поверхностях не только при установившемся теплообмене в зоне резания, но и при нестационарном процессе. Однако значения функций N_1 и N_2 для условий неустановившегося теплообмена отличаются от значений, приведенных в прил. 8. Они могут быть получены в результате достаточно сложного интегрирования, выполняемого с помощью ЭВМ.

Тепловые потоки, проходящие через режущий клин. Сопоставляя попарно формулы (5.33) и (5.34), (5.35) и (5.37), (5.36) и (5.38), получим уравнения баланса средних температур на контактных поверхностях инструмента. Решая эти уравнения, можем рассчитать плотности итоговых потоков теплообмена q_1 — q_8 . Остановимся на типичных результатах таких расчетов, поскольку они имеют принципиальное значение и, как показано ниже, могут служить основой для оптимизации конструкции режущих инструментов.

Из итоговых потоков теплообмена наибольшее значение имеет q_8 , его плотность в 2—5 раз больше, чем плотность двух других потоков. Отношение q_8/q_d в среднем (при обработке заготовок из сталей) находится в пределах 0,2—0,5. Меньшие значения соответствуют более напряженным режимам резания и менее температуропроводным обрабатываемым материалам. При высоких скоростях резания и толщинах среза в заготовку поступает относительно меньшая часть теплоты деформирования, чем при низких v и тонких стружках. Относительно меньшее количество теплоты поступает через плоскость сдвига в заготовку при обработке заготовок из малотеплопроводных жаропрочных сплавов и пластмасс, особенно таких, которые дают малую усадку стружки. При резании заготовок из материалов высокой температуропроводности, таких, например, как медь, в заготовку может поступать до 50 % теплоты деформирования.

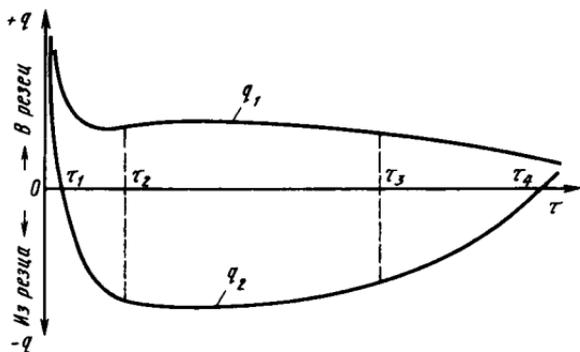


Рис. 5.16. Изменение направления и плотности q_1 и q_2 итоговых потоков теплообмена во времени

На рис. 5.16 показана типичная картина изменения во времени плотности q_1 и q_2 итоговых потоков теплообмена при обработке заготовок из конструкционных материалов быстрорежущими и твердосплавными инструментами. В короткий промежуток времени $0 \leq \tau \leq \tau_1$ от начала резания, исчисляемый, как правило, десятными долями секунды, оба потока направлены в тело инструмента, т. е. так, как показано на структурной схеме (см. рис. 5.15). Это объясняется тем, что холодный резец соприкасается с поверхностью резания и стружкой, температура которых мгновенно повышается с началом резания. В связи с интенсивным теплоотводом в резец температура на его контактных поверхностях, как это следует из формул (5.35) и (5.36), оказывается более низкой, чем в последующий период работы инструмента.

Однако теплота, поступающая в инструмент с обеих контактных площадок ($q_1 > 0$ и $q_2 > 0$), постепенно прогревает режущий клин, и плотности потоков q_1 и q_2 снижаются. К моменту времени τ_1 резец прогревается настолько, что тепловой поток q_2 меняет свое направление ($q_2 < 0$), обращаясь в сторону заготовки. С этого момента материал заготовки оказывается своеобразным (и достаточно активным) охладителем инструмента, оттягивая в свою массу часть теплоты, поступающей в резец со стороны площадки контакта со стружкой.

О том, насколько активно действует этот теплоотвод, можно судить, сопоставив отношение $q_2/\theta_{\text{ср}}$, характеризующее коэффициент теплоотдачи в заготовку, с коэффициентами теплоотдачи в жидкость при самых интенсивных методах охлаждения. Как правило, коэффициент теплоотдачи в заготовку в несколько раз (иногда на порядок) выше, чем коэффициент теплоотдачи в жидкость. Только потому, что размеры площадки контакта между задней поверхностью резца и поверхностью резания при работе острым инструментом невелики, отток теплоты в изделие не играет решающей роли в процессе резания. Но целый ряд явлений, осо-

бенно относящихся к состоянию и процессу затупления кромок инструмента, влияние охлаждающих сред и режимов резания невозможно объяснить или прогнозировать, не анализируя изменения в плотности и направлении теплового потока q_2 .

В течение некоторого времени $\tau_1 < \tau \leq \tau_2$ плотность итогового потока в сторону заготовки непрерывно возрастает по абсолютному значению, сохраняя направление ($q_2 < 0$). Далее наступает период установившегося теплообмена $\tau_2 < \tau \leq \tau_3$, в течение которого плотности q_1 и q_2 мало меняются.

По мере изнашивания задней поверхности инструмента теплота, вызванная трением на этой поверхности, возрастает. Поэтому, хотя направление итогового потока $q_2 < 0$ сохраняется, абсолютное значение его плотности постепенно уменьшается. Снижение плотности потока q_2 вначале мало сказывается на теплоотводе в резец со стороны стружки q_1 . Более того, как показывают расчеты, при малых износах, когда длина площадки l_2 находится в пределах 0,05 ... 0,15 мм, несмотря на некоторое уменьшение q_2 общее количество теплоты, отдаваемой резцом заготовке в единицу времени $q_2 b l_2$, несколько возрастает, так как снижение q_2 происходит медленнее, чем увеличение l_2 . Это несколько усиливает теплоотвод со стороны стружки в резец, поток q_1 немного возрастает.

Дальнейшее увеличение износа и температуры на задней поверхности инструмента, сопровождающееся снижением плотности потока q_2 , приводит к тому, что в режущем клине накапливается все большее количество теплоты. Плотность итогового потока теплообмена q_1 , хотя и медленно, но снижается, в связи с чем, как следует из формулы (5.31), температура $\theta_{ср}$ возрастает. На завершающем этапе периода стойкости инструмента ($\tau_3 < \tau \leq \tau_4$) начинается резкое уменьшение теплоотвода в заготовку, тепловой поток q_2 в момент времени τ_4 становится равным нулю, а затем и меняет знак ($q_2 > 0$). Теплота поступает в инструмент со стороны обеих контактных площадок. Поскольку режущий клин к этому времени уже достаточно насыщен теплотой, дальнейшее ее поступление в рабочую часть инструмента создает условия, в которых ресурс режущих свойств исчерпывается, резец затупляется.

Динамика изменения плотности тепловых потоков q_1 и q_2 , показанная на рис. 5.16, относится к непрерывному процессу резания и сравнительно небольшому различию между коэффициентами теплопроводности λ материала заготовки и λ_1 материала инструмента. Если процесс резания прерывается или если различие между λ и λ_1 достаточно велико, картина изменения плотности и направления тепловых потоков отличается от картины, показанной на рис. 5.16. Например, при алмазном точении, когда, как правило, $\lambda_1 \gg \lambda$, оба потока (и q_1 , и q_2) направлены в режущий кристалл и знак q_2 не меняется.

Анализ типичной картины изменения плотности тепловых потоков q_1 и q_2 , показанной на рис. 5.16, позволяет сделать следую-

щие выводы о путях снижения температуры на поверхностях режущего инструмента.

1. Желательно в течение возможно более длительного времени поддерживать период теплообмена $0 \leq \tau \leq \tau_1$, в течение которого оба тепловых потока направлены в тело инструмента, поскольку при этом температура на контактных поверхностях резца имеет наименьшую величину.

2. Если инструмент изнашивается главным образом по передней поверхности, желательно интенсифицировать тепловой поток q_1 . Если же превалирующим является изнашивание инструмента по задней поверхности, то при $q_2 < 0$ желательно ограничивать или снижать плотность теплового потока q_2 , что вызовет снижение температуры на площадке контакта резца с заготовкой.

3. Поскольку заготовка является активным охладителем инструмента, то, в принципе, целесообразно принимать меры по увеличению количества теплоты, отводимой через контактную площадку bl_2 (см. рис. 5.15). При достаточно массивных заготовках это не может существенно повлиять на температуру обрабатываемого предмета, но может снизить температуру режущего клина.

В свете этих выводов в дальнейшем будут рассмотрены мероприятия по совершенствованию конструкции режущих инструментов и процесса резания.

Температура резания. Законы распределения температур на контактных поверхностях инструмента. Определение плотности и направления итоговых потоков теплообмена позволяет конкретизировать формулы (5.35) и (5.36) для расчета средних температур на контактных поверхностях инструмента. Удобным показателем термической напряженности процесса резания является *температура резания*, под которой понимают среднюю температуру по всей поверхности соприкосновения инструмента с обрабатываемой заготовкой и стружкой:

$$\theta = (\theta_1^{\text{ср}} l_1 + \theta_2^{\text{ср}} l_2) / (l_1 + l_2), \quad (5.40)$$

где $\theta_1^{\text{ср}}$ и $\theta_2^{\text{ср}}$ — величины, рассчитываемые по формулам (5.35) и (5.36).

Для объяснения особенностей контактных процессов при резании материалов и прогнозирования износа режущего инструмента необходимо знать законы распределения температур на передней и задней поверхностях резца. Аналитическое описание этих законов возможно одним из двух способов: 1) с помощью формул, полученных путем соответствующих интегральных переходов или численными методами и 2) приближенно с помощью выражений, аппроксимирующих законы распределения температур. Методика интегральных переходов и численных методов изложена в гл. 2. Некоторые результаты таких переходов в виде формул для различных источников приведены в прил. 7, а также в виде кривых на рис. 2.10.

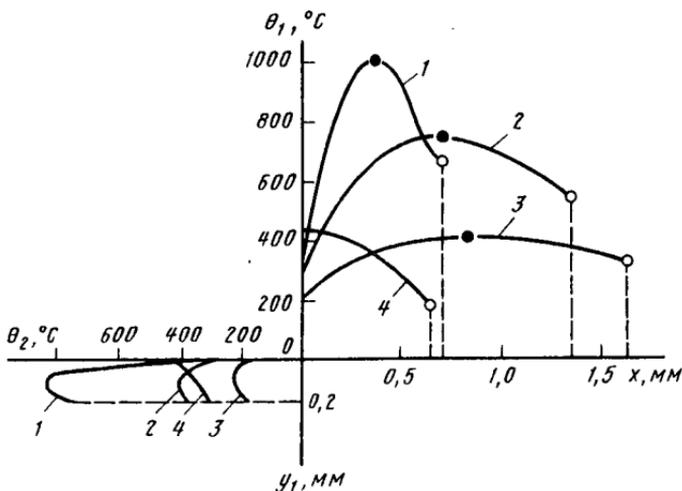


Рис. 5.17. Законы распределения температур на контактных поверхностях инструмента при точении:

1 — заготовка из жаропрочного сплава ВТ2, резец из ВК8; 2 — заготовка из стали ШХ15, резец из Т14К8; 3 — заготовка из стали 45, резец из Т15К6; 4 — заготовка из жаропрочного сплава ОТ4-2, резец алмазный; режимы резания: 1—3 — $v = 0,5$ м/с; $a = 0,15 \times 10^{-3}$ м; $b = 3,7 \cdot 10^{-3}$ м; 4 — $v = 2,5$ м/с; $a = 0,02 \cdot 10^{-3}$ м; $b = 0,06 \cdot 10^{-3}$ м

Не останавливаясь на технике таких расчетов (интересующихся отсылаем к специальной литературе [3, 15]), рассмотрим результаты аналитического описания законов распределения температур для некоторых конкретных условий. На рис. 5.17 в системе координат XOY_1 (см. рис. 5.15) показаны законы распределения температур $\theta_1(x)$ на передней и $\theta_2(y_1)$ на задней поверхностях инструмента при одном и том же режиме обработки заготовок из сталей и жаропрочного малотеплопроводного сплава ВТ2. Светлыми кружками на каждой из кривых $\theta_1(x)$ отмечено место, где заканчивается контакт между стружкой и передней поверхностью резца, а темными — максимум температуры.

Независимо от свойств материала инструмента и заготовки, кривые 1—3 имеют экстремум, расположенный примерно в средней части контактной площадки. Чем ниже теплопроводность материала заготовки, тем выше максимальное значение температуры.

Другой вид имеет кривая 4 распределения температур при алмазном точении заготовки из жаропрочного сплава. Здесь наибольшее значение температуры возникает у режущей кромки. Причиной является отмечавшаяся выше особенность процесса алмазного точения, когда оба потока q_1 и q_2 направлены в режущий клин и сток теплоты из резца в заготовку у кромки инструмента отсутствует.

Температура на площадке контакта между стружкой и резцом является одним из факторов, определяющих изнашивание инстру-

мента. Поэтому можем предположить, что при обработке заготовок из сталей и жаропрочного сплава в условиях, относящихся к кривым 1—3, передняя поверхность резца будет изнашиваться неравномерно, наиболее глубокое место лунки изнашивания будет расположено примерно в средней части контактной площадки. При точении алмазным инструментом появление лунки на передней поверхности кристалла мало вероятно, наибольшее изнашивание, по-видимому, возникает у кромки резца. Отметим, что многочисленные наблюдения за изнашиванием передней поверхности инструментов подтверждают приведенные выше выводы, полученные теоретически.

Несмотря на малую длину контактной площадки $l_2 = 0,2$ мм, для которой выполнен расчет, и здесь наблюдается различие в экстремальном характере кривых распределения температур $\theta_2(y_1)$ при точении твердосплавными инструментами и в монотонном характере этих кривых при точении алмазом. За малостью площадок l_2 различие в законах распределения температур практически не приводит к ощутимой разнице в изнашивании различных участков контактной площадки на задней поверхности резца, тем более что на форму этой площадки изнашивания влияют и другие факторы, в частности пластическая прочность режущего клина [18].

Кривые распределения температур, приведенные на рис. 5.17, построены по формулам, являющимся результатом соответствующих интегральных переходов с учетом заданных плотностей тепловых потоков в зоне резания. Ряд расчетов, выполненных для описания закона распределения температур на передней поверхности резца, показывают, что этот закон вполне удовлетворительно аппроксимируется выражением

$$\theta(\psi) \approx \theta_0 + B(\theta_3^{\text{CP}} - \theta_0)\psi^2 \exp[-m\psi], \quad (5.41)$$

где B и m — эмпирические коэффициенты, при обработке заготовок из конструкционных и жаропрочных материалов быстрорежущими или твердосплавными инструментами в среднем $B \approx 40$ и $m = 4$; θ_0 — температура у режущей кромки инструмента; $\psi = x/l_1$ — абсцисса точки на площадке контакта между стружкой и резцом.

Температуру θ_0 можно рассчитать по формулам (5.33) и (5.34), поскольку температура в точке O (см. рис. 5.15) мало отличается от средней температуры θ_3^{CP} на поверхности сдвига ON . Сопоставляя между собой выражения (5.33) и (5.34), получаем

$$q_3 = A_2 q_{\text{д}} / (A_1 + A_2); \quad (5.42)$$

$$\theta_3^{\text{CP}} = (1 + c) A_2 q_{\text{д}} / (1 + A_2/A_1) \approx \theta_0, \quad (5.43)$$

где $1/(1 + A_2/A_1) = b^*$ — величина, которая характеризует долю теплоты деформирования, которая поступает с поверхности сдвига в стружку.

Формулу (5.41) можно использовать для оценки закона распределения и наибольшей температуры θ_1^{\max} на передней поверхности инструмента по результатам измерения температуры резания естественной термопарой. Дело в том, что при работе острым резцом ($l_2 \rightarrow 0$) различие между θ и θ_1^c , как видно из формулы (5.40), невелико. Что же касается величины θ_0 , то ее можно представить в виде произведения $\theta_0 = (1 + c) \theta_d$, где θ_d — средняя температура деформирования обрабатываемого материала на поверхности сдвига.

Расчеты показывают, что вследствие совместного действия ряда факторов, влияющих в разных направлениях, температура θ_d сравнительно мало зависит от режима резания и геометрических параметров режущего клина, а определяется главным образом свойствами материала заготовки. Так, при практически применяемых режимах резания для обработки заготовок из сталей 45, 12X18H9T и ШХ15 температура деформирования в среднем составляет 210, 200 и 330 °С. Поэтому для оценочных расчетов можно принимать эти (и аналогичные им) значения температуры.

С учетом этих замечаний можем написать формулу для приближенной оценки закона распределения температур на передней поверхности инструмента:

$$\theta(\psi) \approx (1 + c) \theta_d + 40 [\theta - (1 + c) \theta_d] \psi^2 \exp[-4\psi]; \quad (5.44)$$

при $\psi = 0,5$

$$\theta_1^{\max} \approx 1,35\theta - 0,35(1 + c) \theta_d. \quad (5.45)$$

Особенности расчета температур при переменной толщине среза. Выше были рассмотрены основные соотношения, позволяющие рассчитывать плотность тепловых потоков и температур при резании с постоянной толщиной среза. Однако в технологии машиностроительного производства встречаются разновидности процесса механической обработки лезвийными инструментами, при которых толщина среза меняется по тому или иному закону. В одних случаях непостоянство сечения среза используют для кинематического дробления стружки [20], в других — с целью повышения производительности операций и точности изделий. Например, непрерывное изменение толщины среза может быть заложено в программах станков с программным управлением с целью поддержания постоянства сил резания. Непрерывное изменение толщины среза во времени используют для повышения производительности операций и качества изделий при поперечном, в частности фасонном точении, когда вначале инструмент работает с большими толщинами среза, а по мере завершения обработки — с меньшими.

Наиболее ярким представителем процесса резания с переменной толщиной среза является фрезерование, где непрерывное изменение a_z (так будем обозначать толщину среза, приходящуюся

на один зуб инструмента) предопределено самой кинематикой процесса обработки. Поэтому особенности теплофизического анализа процессов, в которых $a_z \neq \text{const}$, рассмотрим на примере фрезерования, тем более что этот метод лезвийной обработки широко распространен на производстве.

В процессе фрезерования (см. рис. 2.26) каждый зуб инструмента, входя в соприкосновение с материалом заготовки в точке A , перемещается по дуге контакта, причем, как известно [10], толщина среза меняется по закону $a_z = S_z \sin \mu$, где S_z — подача на зуб; μ — угол, характеризующий положение зуба относительно вертикали, проведенной через точку A .

Изменение толщины среза вызывает целый ряд изменений в показателях процесса резания. По закону

$$P_z(\mu) = C_{pz} S_z^y \sin^y \mu$$

меняется главная составляющая силы резания, а следовательно, и общая мощность тепловыделения $W_z(\mu) = P_z(\mu) v$ при перемещении данного зуба по дуге контакта с обрабатываемой заготовкой. Поскольку от толщины среза зависят коэффициент укорочения стружки k и длина l_1 контакта между стружкой и передней поверхностью инструмента, они также меняются по некоторым законам $k(\mu)$ и $l_1(\mu)$. Зависимости $P_z(\mu)$, $k(\mu)$ и $l_1(\mu)$ обычно получают экспериментально [27].

Переменность значений P_z , k и l_1 влечет за собой переменность плотности тепловых потоков, эквивалентных работе деформирования, а также работе трения на передней поверхности зуба, которые в каждый момент времени имеют мгновенные значения $q_d(\mu)$ и $q_{1T}(\mu)$ (рис. 5.18). На этом рисунке приведена структурная схема процесса цилиндрического фрезерования для трех положений зуба инструмента, причем для удобства обозрения фреза отодвинута от заготовки и стружки.

Рассмотрение структурной схемы начнем со схематизации источников теплообразования, а также формы стружки и заготовки. В каждом из положений зуба, определяемом углами поворота μ_1 , μ_2 и μ_3 , на схеме показаны источники теплообразования $q_d(\mu_1)$, $q_d(\mu_2)$ и $q_d(\mu_3)$, которые для упрощения записи обозначены q_{d1} , q_{d2} и q_{d3} . Аналогично через q_{1T1} , q_{1T2} и q_{1T3} обозначены плотности тепловых потоков, возникающих в результате трения на передней поверхности инструмента, причем их распределение предусмотрено по закону $P = 801$ (см. табл. 1.2 и 1.1, а также рис. 5.15). Плотность теплового потока q_{2T} принята не зависящей от угла μ , поскольку можно предположить, что сила трения, а с нею и мощность тепловыделения на контактной площадке между заготовкой и задней поверхностью зуба фрезы мало зависят от положения зуба.

В структурной схеме теплообмена, приведенной на рис. 5.18, предусмотрено, что длина контактной площадки стружки с передней поверхностью зуба фрезы зависит от угла поворота μ . Поэтому

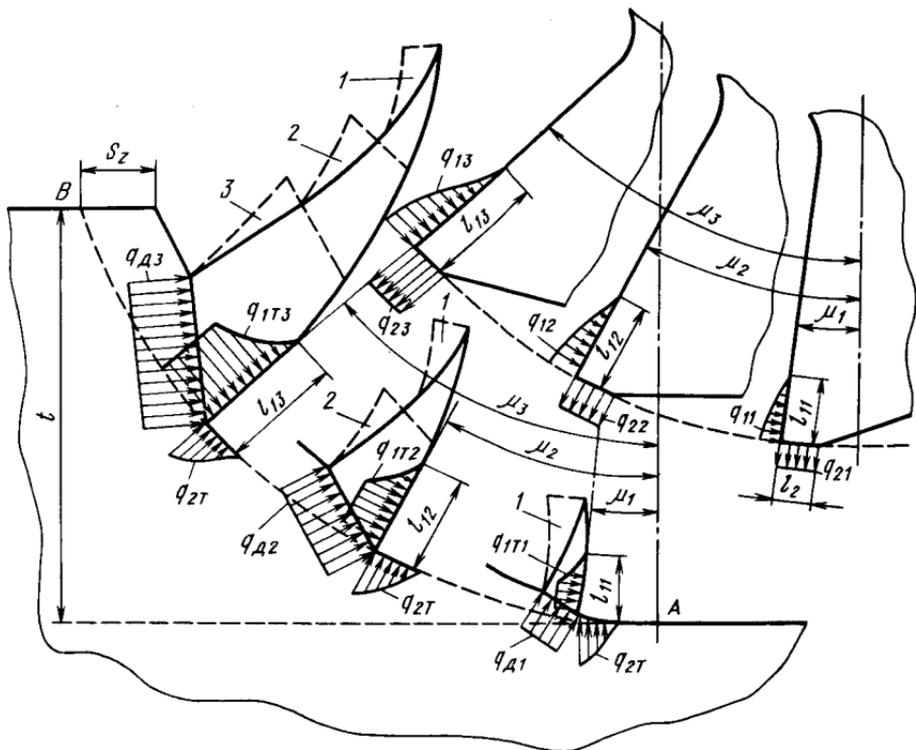


Рис. 5.18. Структурная схема теплообмена при цилиндрическом фрезеровании

длины контакта для рассматриваемых положений зуба обозначены l_{11} , l_{12} и l_{13} . Длина площадки на передней поверхности зуба фрезы при прохождении им дуги контакта непрерывно меняется во времени от некоторого минимального значения (теоретически равного нулю) до максимального (соответствующего моменту выхода зуба из контакта в точке B).

В каждом из мгновенных положений зуба фрезы конкретная форма стружки может быть заменена ступенчатым стержнем, состоящим из нескольких участков постоянного сечения. Это не вносит существенных изменений в результаты расчета, поскольку источники q_{1Ti} и q_{Di} быстро движущиеся и, следовательно, теплота впереди них не распространяется. Поэтому теплота, внесенная в объем 1 стружки источниками q_{1T1} и q_{D1} , при дальнейшем движении зуба не переходит в объемы 2 и 3 и не влияет на их температуру. По этой же причине источники q_{1T2} и q_{D2} не влияют на изменение температуры объема 3, а воздействуют лишь на температуру объема 1. Следовательно, при расчете температуры контактной площадки со стороны стружки при любом i -м положении зуба фрезы можно не учитывать конфигурацию предыдущих участков стружки; их форма и размеры безразличны. Каж-

дый раз стружку можно представлять в виде стержня постоянного сечения, толщина которого определяется мгновенными значениями толщины среза a_z (μ) и коэффициента укорочения k (μ).

Заготовку, несмотря на криволинейную форму поверхности резания, целесообразно представлять в виде полуограниченного тела, поскольку обычно $t \ll D$ (t — глубина резания, D — диаметр фрезы), а размеры источников теплоты по сравнению с длиной дуги контакта AB невелики.

На дуге контакта могут работать одновременно несколько зубьев фрезы, если длина AB больше окружного шага между зубьями. Это вызывает необходимость учесть взаимовлияние источников и стоков теплоты, действующих в зоне резания каждого из одновременно работающих зубьев. Методику учета взаимного влияния источников теплоты мы рассматривали выше (см. п. 5.1 и задачу 54). Заметим, однако, что при обычных соотношениях между длиной дуги контакта AB и окружным шагом зубьев цилиндрической фрезы в работе одновременно находится один, реже два зуба. Поэтому при анализе теплофизики процесса цилиндрического фрезерования тепловым взаимовлиянием зубьев, как правило, можно пренебречь.

Переходим к схематизации зуба фрезы. Его, как и обычный резец, заменим бесконечным клином. Однако, в отличие от токарного резца, контактная площадка l_1 которого в процессе резания не меняет своей длины, зуб фрезы работает при непрерывно меняющемся значении l_1 (μ). В связи с этим участки контактной площадки зуба фрезы со стружкой, расположенные ближе к режущей кромке, подвергаются более длительному тепловому воздействию, чем участки, удаленные от кромки. Следовательно, через ближние участки передней поверхности инструмента в зуб фрезы проходит больше теплоты, чем через дальние. Чтобы учесть эту особенность процесса, при теплофизическом анализе фрезерования целесообразно плотность итоговых потоков q_{11} , q_{12} , q_{13} в общем случае q_1 (μ) полагать распределенной не равномерно, как это мы делаем для точения (см. рис. 5.15), а по какому-либо несимметричному закону, например нормальному $P = 501$, экспоненциальному $P = 401$ или линейному $P = 201$ (см. табл. 1.2 и 1.1). При такой схематизации формы источника и его размеров для составления уравнений типа (5.37) и (5.38) следует методом интегральных переходов или каким-либо другим способом получить функции, описывающие распределение температур в клине, на поверхности которого действует источник теплоты с переменными во времени длиной и законом распределения плотности. Следует также иметь в виду, что процесс нагрева режущего клина нестационарный, он продолжается сравнительно короткий промежуток времени, пока зуб участвует в работе, а затем при вспомогательном ходе режущий клин остывает. Один из вариантов получения упомянутых выше функций, учитывающих нестациона-

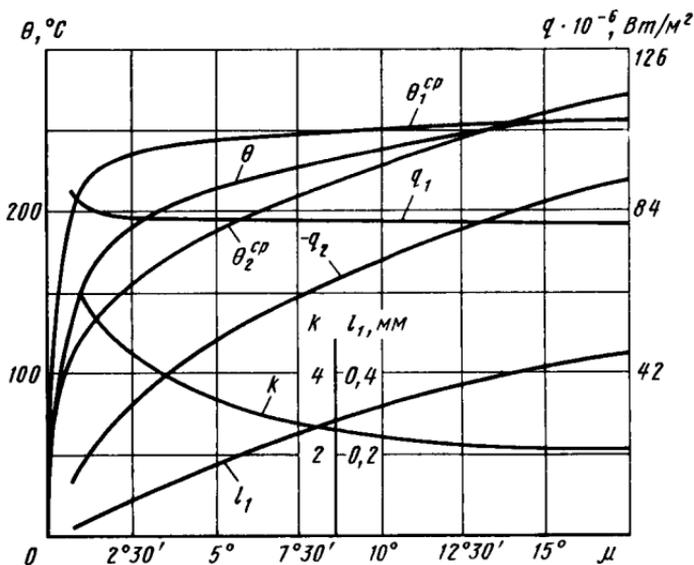


Рис. 5.19. Коэффициент укорочения стружки k , длина площадки контакта l_1 , плотности q_1 и q_2 тепловых потоков, температуры θ_1^{cp} и θ_2^{cp} на контактных поверхностях зуба и температура резания θ при цилиндрическом фрезеровании в зависимости от угла поворота зуба фрезы

нарность процесса теплообмена и переменные во времени параметры источника теплоты, приведен в [27].

Структурная схема процесса теплообмена при фрезеровании вместе со всеми данными, относящимися к ней, позволяет составить расчетные формулы типа (5.33)—(5.38) для каждого из мгновенных положений зуба инструмента. Действуя далее по правилам обобщенного алгоритма теплофизического анализа (см. п. 5.1), можем рассчитать для каждого из мгновенных положений зуба плотность q_1 (μ) и q_2 (μ) итоговых потоков теплообмена, а затем контактные температуры и температуру резания.

На рис. 5.19 приведены результаты таких расчетов для цилиндрического фрезерования заготовки из стали 45 фрезой $D = 130$ мм из быстрорежущей стали при скорости резания $v = 0,77$ м/с, глубине резания $t = 3 \cdot 10^{-3}$ м и подаче на зуб $S_z = 0,3 \cdot 10^{-3}$ м. Коэффициент укорочения стружки k в зависимости от угла μ поворота зуба и длина l_1 контактной площадки получены экспериментально [27].

По мере поворота зуба фрезы плотность q_1 итогового потока в него со стороны стружки меняется незначительно, хотя имеет некоторую тенденцию к снижению. Заметим при этом, что общее количество теплоты $Q_1 = q_1 B l_1$ (B — ширина фрезерования, см. рис. 2.26), отдаваемой зубу стружкой, непрерывно возрастает с увеличением l_1 . Тепловой поток q_2 , как и при точении, направлен из зуба в заготовку ($q_2 < 0$). Абсолютное значение его по мере

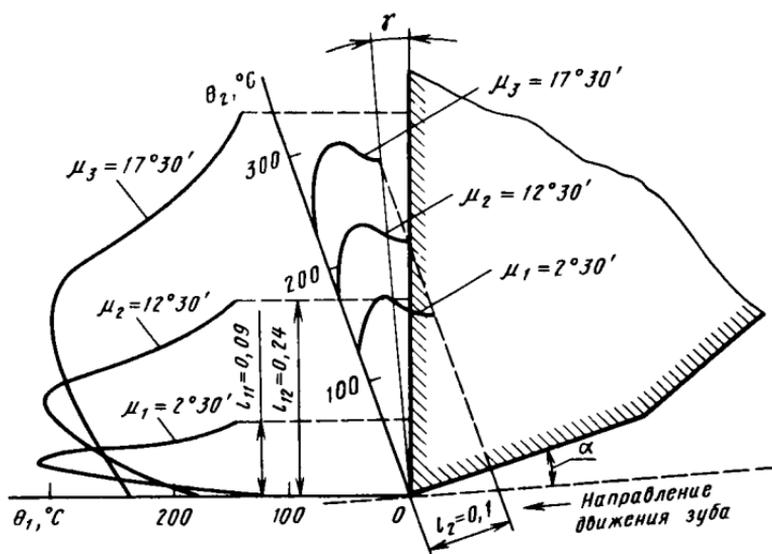


Рис. 5.20. Законы распределения температур на контактных площадках зуба фрезы в зависимости от угла поворота μ

поворота зуба фрезы непрерывно возрастает. Это связано прежде всего с увеличением количества теплоты Q_1 , поступающей в зуб от стружки. Меньшие значения q_2 при врезании зуба ($\mu \rightarrow 0$) объясняются также тем, что зуб после вспомогательного хода подходит к зоне резания охлажденным, способным аккумулировать теплоту, а не передавать ее через режущий клин в заготовку.

Увеличение абсолютного значения q_2 по мере поворота зуба приводит к возрастанию $\theta_2^{\text{ср}}$ на поверхности контакта между задней гранью инструмента и поверхностью резания. В данном примере температура на задней поверхности $\theta_2^{\text{ср}}$ к моменту выхода зуба из контакта с заготовкой ($\mu \approx 17,5^\circ$) даже превышает среднюю температуру $\theta_1^{\text{ср}}$ на рабочем участке передней поверхности инструмента. Температура резания θ по мере поворота зуба возрастает, причем главным образом в связи с ростом $\theta_2^{\text{ср}}$.

На рис. 5.20 показаны законы распределения температур на контактных площадках зуба фрезы в трех его положениях. Максимум температуры на передней поверхности по мере поворота зуба отодвигается от режущей кромки. Наоборот, на задней поверхности инструмента независимо от положения зуба максимум температуры находится в одном и том же месте, причем, как уже отмечалось, температура $\theta_2^{\text{ср}}$ может превосходить температуру на передней поверхности зуба. Это является одной из причин известного из практики такого явления, что цилиндрические фрезы изнашиваются главным образом по задней поверхности инструмента, а лунка изнашивания на передней поверхности зубьев, как правило, не образуется.

Завершая рассмотрение особенностей расчета температур при резании с переменной толщиной среза, отметим, что для этой разновидности процесса теплофизический анализ применяют еще недостаточно широко, здесь требуются дальнейшие разнообразные исследования.

Вопросы для самопроверки к п. 5.2

1. Прокомментируйте структурную схему теплообмена в зоне резания.
2. Назовите источники тепловыделения в зоне резания. Какие сведения необходимы, чтобы рассчитать их мощность и плотность?
3. Взаимовлиянием каких источников и стоков теплоты в зоне резания можно пренебречь и почему?
4. Из каких слагаемых состоят формулы для расчета средних температур на контактных площадках стружки и поверхности резания? В чем физический смысл каждого из слагаемых?
5. Как объяснить физический смысл слагаемых в формулах для расчета температуры контактных площадок режущего клина?
6. Как меняется знак и значение итоговых потоков теплообмена, следующих через контактные поверхности реза, по мере затупления инструмента?
7. Какие практические рекомендации по улучшению процесса резания можно сделать, анализируя картину изменения итоговых потоков теплообмена?
8. Что такое температура резания? Почему при обработке заготовок из конструкционных материалов твердосплавным или быстрорежущим инструментом закон распределения температур на передней поверхности имеет экстремум?
9. Чем объясняется тот факт, что при точении алмазным резцом кривая распределения температур на передней поверхности инструмента может быть монотонной функцией?
10. Что общего и в чем различие между процессами теплообмена при точении с постоянной толщиной среза и при цилиндрическом фрезеровании?

Задачи к п. 5.2

57. Рассчитать температуру резания при точении заготовки из стали 12Х18Н9Т резцом с пластиной из твердого сплава ВК8. Геометрические параметры инструмента: $\varphi = \varphi_1 = 45^\circ$; $\gamma = 15^\circ$; $\alpha = 7^\circ$. Режим резания: $v = 1$ м/с; $b = 4 \cdot 10^{-3}$ м; $a = 0,31 \cdot 10^{-3}$ м/об; без охлаждения. Силы: $P_z = 2560$ Н; $F_1 = 1934$ Н; $F_2 = 55$ Н. Длины контакта $l_1 = 1,32 \cdot 10^{-8}$ м и $l_2 = 0,1 \cdot 10^{-8}$ м. Коэффициент укорочения стружки $k = 1,8$.

Алгоритм расчета и комментарий к нему:

а) по формулам (5.28) рассчитать мощности источников тепловыделения ($W_{1T} = 1074$; $W_{2T} = 55$; $W_D = 1430$ Вт);

б) по формуле (5.31) рассчитать значение угла сдвига ($\Phi \approx 32^\circ$);

в) по формуле (1.54), полагая $k_0 = 3/l_2^2$, а также по формулам (5.30) и (5.32) рассчитать плотности теплообразующих потоков ($q_{2T} = 2,72 \cdot 10^8$ Вт/м²; $q_D = 6,11 \cdot 10^8$ Вт/м²; $q_{1T} = 3,05 \cdot 10^8$ Вт/м²);

г) составить код источника q_3 длиной $l_3 = a/\sin \Phi$, движущегося по полупространству (см. рис. 5.15) и, пользуясь алгоритмом (см. рис. 5.2), рассчитать коэффициент A_1 в формуле (5.33) ($Kod = + \frac{212}{101,22} 12$; $A_1 = 1,573 \cdot 10^{-6}$);

д) составить код источника $q_d - q_3$, движущегося внутри стержня (стружки) и, пользуясь алгоритмом (см. рис. 5.7), рассчитать коэффициент A_2 в формуле (5.34). При расчете полагать длину источника $l_3 = a/\sin \Phi$, за малостью угла $\mu = \Phi - \gamma = 17^\circ$ влияние наклона источника к оси стержня на температуру не учитывать. Иметь в виду, что скорость движения источника $v_1 = v/k$ ($Kod = + \frac{212}{101,22} 42$; $A_2 = 4 \cdot 10^{-7}$);

е) по формуле (5.42) рассчитать плотность итогового потока q_3 ($q_3 = 1,24 \times 10^8$ Вт/м²);

ж) составить коды источника q_{1T} , стока q_1 и по алгоритму (см. рис. 5.2) рассчитать коэффициенты A_3 и A_4 ; по формуле (5.35) написать выражение для θ_1^{cP} со стороны стружки. При составлении кодов иметь в виду, что вследствие адиабатичности боковых сторон стружки последнюю можно представить в виде неограниченной пластины толщиной $a_1 = ak$, а источник q_{1T} и сток q_1 — в виде двумерных полосовых, ограниченных только по длине l_1 . Принять коэффициент $c \approx 0,1$ ($Kod = +\frac{211}{801.22} 22$; $Kod = -\frac{211}{101.22} 22$; $A_3 = 2,775 \cdot 10^{-6}$; $A_4 = 3,646 \cdot 10^{-6}$; $\theta_1^{cP} = 846,4 + (1 + 0,1) 194,8 - 3,646 \cdot 10^{-6} q_1 = 1060,7 - 3,646 \times 10^{-6} q_1$);

з) составить коды источника q_{2T} и стока q_2 и по алгоритму (см. рис. 5.2) рассчитать коэффициенты A_5 и A_7 ($Kod = +\frac{212}{501.22} 12$; $Kod = -\frac{212}{101.22} 12$; $A_5 = 3,495 \cdot 10^{-7}$; $A_7 = 6,504 \cdot 10^{-7}$);

и) рассчитать передаточную функцию, характеризующую влияние источника q_3 на температуру площадки l_3 [$l_3 = 5,85 \cdot 10^{-4}$; $\psi_1 = 1$; $\psi_2 = (l_3 + l_2)/l_3 = 1,17$; $\psi_{cP} = 1,085$; по формуле (5.12) $B_{cP} \approx 1,125$];

к) рассчитать значение коэффициента A_6 в формуле (5.36), имея в виду, что $A_6 = A_1 B_{cP}$ ($A_6 = 1,77 \cdot 10^{-6}$);

л) по формуле (5.36) написать выражение для θ_2^{cP} со стороны заготовки ($\theta_2^{cP} = 95 + 1,1 \cdot 1,77 \cdot 10^{-6} \cdot 1,24 \cdot 10^8 - 6,504 \cdot 10^{-7} q_2 = 336,4 - 6,504 \cdot 10^{-7} q_2$);

м) составить код источника плотностью q_1 на передней поверхности реза и, пользуясь алгоритмом (см. рис. 5.2), рассчитать значение коэффициента C_{11} в формуле (5.37); иметь в виду, что теплообменом задней поверхности реза, прилегающей к вспомогательной кромке OL (см. рис. 5.15), можно пренебречь, в связи с чем расчетная ширина источника $B = 2b$ (см. рис. 2.7) ($Kod = +\frac{212}{101.02} 82$; $C_{11} = 4,681 \cdot 10^{-5}$);

н) аналогично рассчитать значение C_{22} ($C_{22} = 1,562 \cdot 10^{-5}$);

о) по значениям $\eta_2 = 40$; $\beta = 68^\circ$; $\alpha_1 = 13,2$ с помощью номограммы (см. прил. 8) определить значение N_2 и по формуле (5.39) рассчитать функцию C_{21} ($N_2 \approx 2,1$; $C_{21} = 3,86 \cdot 10^{-6}$);

п) аналогично определить значение N_1 и передаточную функцию C_{12} ($N_1 \approx 2,3$; $C_{12} = 5,58 \cdot 10^{-6}$);

р) написать формулы (5.37) и (5.38) для расчета средних температур на контактных площадках со стороны реза ($\theta_1^{cP} = 4,681 \cdot 10^{-5} q_1 + 3,86 \cdot 10^{-6} q_2$; $\theta_2^{cP} = 1,562 \cdot 10^{-5} q_2 + 5,58 \cdot 10^{-6} q_1$);

с) составить уравнения баланса температур на контактных площадках реза и рассчитать плотности итоговых потоков теплообмена ($q_1 = 2635 \cdot 10^4$ Вт/м²; $q_2 \approx 6970 \cdot 10^4$ Вт/м²);

т) по формулам (5.37) и (5.38) рассчитать средние температуры на контактных площадках реза ($\theta_1^{cP} \approx 964$ °С; $\theta_2^{cP} \approx 382$ °С);

у) по формуле (5.40) рассчитать температуру резания.

Ответ: $\theta = 923$ °С.

58. Пользуясь результатами решения задачи 57 и формулами (5.41) и (5.43), описать закон распределения температур на передней поверхности инструмента на участке контакта со стружкой и определить наибольшую температуру на этой площадке.

Ответ: $\theta(\psi) = 214 + 3 \cdot 10^4 \psi^2 \exp[-4\psi]$; $\theta_1^{\max} \approx 1230$ °С.

5.3. ПУТИ УПРАВЛЕНИЯ ТЕПЛОВЫМИ ЯВЛЕНИЯМИ ПРИ РЕЗАНИИ

В зависимости от конкретных обстоятельств целью регулирования термического режима в технологической подсистеме может быть: общее изменение (снижение, повышение) температуры в зоне обработки, в частности температуры резания, и изменение температуры отдельных участков заготовки и инструмента, которое условно назовем *направленным изменением температуры*.

Общее изменение температуры в зоне резания может оказаться необходимым для того, чтобы создать оптимальные условия на поверхностях контакта инструмента с заготовкой, поскольку, как показывают исследования [18, 19], для каждой пары инструмент — заготовка существует оптимальное значение температуры резания. Направленное изменение (снижение) температуры позволяет уменьшить термические деформации тех элементов технологической подсистемы, которые более всего влияют на точность обработки, повысить стойкость инструмента и т. д.

Практически решение первой из упомянутых задач (общее изменение температуры) в той или иной мере решает и вторую задачу (направленное изменение температуры) и наоборот. Однако, как будет показано ниже, внося некоторые специфические элементы в конструкцию инструмента и применяя особые приемы организации процесса охлаждения, можно добиться того, что изменение термического режима на различных участках зоны резания будет различным. Этим обеспечивается направленное регулирование температур.

5.5. Основные способы управления тепловыми явлениями при резании лезвийными инструментами

Цель	Способ управления
Общее изменение температуры	Регулирование мощности теплообразования Регулирование длительности контакта инструмента с обрабатываемым материалом Применение ротационных способов обработки Применение смазочно-охлаждающих технологических сред Комбинирование в технологической подсистеме различных видов энергии
Направленное изменение температуры	Регулирование размеров контактных площадок Применение дополнительных теплоотводящих кромок и фасок Выбор положения и размеров режущих пластин Выбор коэффициентов теплопроводности режущих пластин

Основные способы управления термическим режимом процесса резания при работе лезвийными инструментами перечислены в табл. 5.5. Дадим краткий обзор этих способов.

Регулирование мощности тепловыделения. Естественным способом общего изменения температуры в зоне резания является регулирование мощности тепловыделения. Это может быть достигнуто изменением режима работы, а также варьированием геометрией и конструкцией инструмента.

Общая мощность тепловыделения $W = P_z v$ с учетом эмпирической зависимости P_z от элементов режима резания может быть представлена в виде формулы

$$W = C b^{x_{Pz}} a^{y_{Pz}} v^{z_{Pz} + 1},$$

где b и a — соответственно ширина и толщина среза; C — коэффициент, зависящий от свойств материала заготовки и геометрии режущего инструмента.

При обработке заготовок из конструкционных материалов в режимах резания, применяемых на практике, в среднем $x_{Pz} = 1$; $y_{Pz} = 0,7 \dots 0,8$; $z_{Pz} = -(0,1 \dots 0,2)$. Несмотря на то, что ширина среза сильно влияет на мощность тепловыделения, ее влияние на температуру резания невелико. Дело в том, что с увеличением b возрастает и длина активного участка режущей кромки инструмента. Поэтому мощность тепловыделения на единице длины активного участка режущей кромки $w_{уд} = W/b$, влияющая на температуру резания, практически не зависит от b . Два других элемента режима резания (v и a) существенно влияют на удельную мощность тепловыделения. Управляя с их помощью величиной $w_{уд}$, можно регулировать температуру в зоне резания. Например, управляя скоростью резания, поддерживают заданный уровень температуры контактных площадок инструмента при обработке торцовых и конических поверхностей заготовок на лоботокарных и карусельных станках. На станках с программным управлением при обработке сложных контуров с целью адаптации процесса к меняющимся условиям резания варьируют толщину среза.

Изменение скорости можно применять не только для поддержания постоянной температуры резания, но и для снижения последней при одновременном повышении производительности процесса. Мы имеем в виду идею так называемого сверхскоростного резания, при котором $v = 200 \dots 1000$ м/с, т. е. скорость на 2—3 порядка выше, чем обычно применяемые значения v . Исследования показывают, что зависимость θ (v) в широком диапазоне скоростей резания имеет экстремальный характер. Вначале до некоторого критического значения $v = v_{кр}$ (в этом диапазоне скоростей обычно работают) с увеличением v температура резания θ возрастает. Затем при $v > v_{кр}$ по мере увеличения скорости температура резания снижается. Это объясняется особенностями

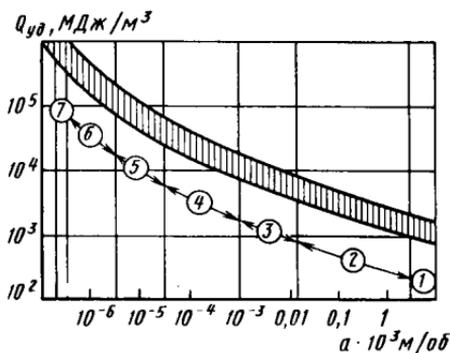


Рис. 5.21. Энергозатраты на удаление 1 мм^3 материала (сталь) заготовки в зависимости от толщины слоя a , приходящейся на один деформирующий элемент инструмента:

1 — пластическое деформирование; 2 — точение, сверление, фрезерование; 3 — протягивание; 4 — шлифование; 5 — доводка; 6 — электрофизические методы обработки; 7 — лучевая обработка

процесса деформирования пластичных металлов при сверхвысоких скоростях. При сверхвысоких v отделение срезаемого слоя

происходит в результате не пластического, а хрупкого разрушения. Известно, что энергия, потребляемая на хрупкое разрушение материала, намного меньше энергии, необходимой для пластического разрушения. Поэтому при сверхвысоких скоростях, несмотря на увеличение v , работа деформирования металла в зоне резания существенно снижается, а с нею снижается и температура. В связи с наличием ряда технических трудностей сверхскоростное резание пока применяют весьма ограниченно. Однако по мере совершенствования оборудования и технологии процессов резания этот резерв снижения температуры, открывающий перспективы обработки материалов, которые обычным способом обрабатывать нельзя, будут, по-видимому, использовать все активнее. Мы упоминали выше, что управление теплообразованием в зоне резания можно осуществлять путем варьирования геометрическими параметрами режущего лезвия. Пока этот способ управления применяют с известной осторожностью, поскольку изменение геометрии режущего лезвия влияет не только на температуру резания, но и на прочность инструмента, его износостойкость и другие важные характеристики процесса. По мере совершенствования качества, особенно прочности инструментальных материалов, и этот резерв снижения температуры в зоне резания следует использовать для повышения эффективности процесса обработки и качества изделий.

Эффективным способом регулирования мощности тепловыделения является распределение работы резания между несколькими инструментами или зубьями, работающими последовательно или одновременно. Наглядным примером является замена расточного резца зенкером с числом зубьев z . При одинаковой подаче на один оборот заготовки (или инструмента) толщина среза a_z , приходящаяся на одно лезвие зенкера, в z раз меньше, чем при работе резцом. Поэтому и тепловыделение W_z в зоне резания каждого зуба зенкера меньше, чем в зоне резания расточного инструмента.

Следует, однако, заметить, что мощность тепловыделения W_z , возникающая в зоне резания каждого из зубьев многолезвийного

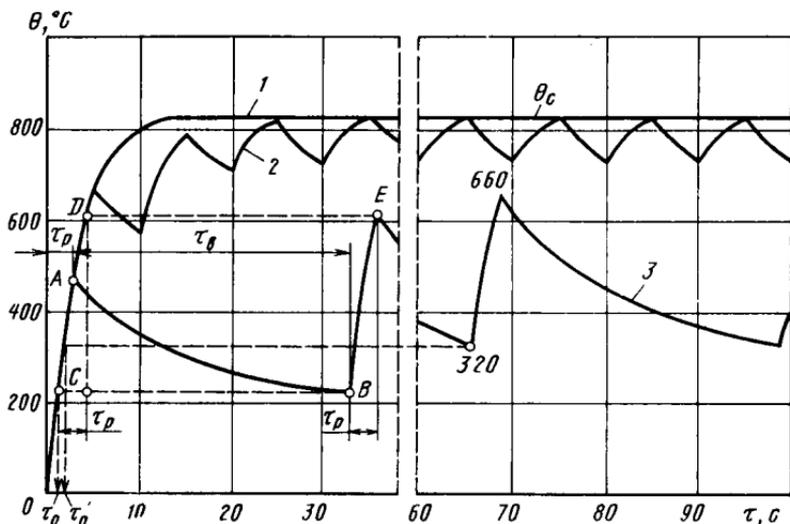


Рис. 5.22. Средняя температура на контактных поверхностях инструмента при точении заготовки из стали ШХ15 резцом с пластиной из твердого сплава Т14К8 ($v = 1,3$ м/с; $t = 4 \cdot 10^{-3}$ м; $S = 0,5 \cdot 10^{-3}$ м/об; без охлаждения):

1 — точение непрерывное; 2 — точение прерывистое при $\tau_{\text{д}} = 10$ с; $\tau_{\text{р}} = \tau_{\text{в}}$; 3 — $\tau_{\text{д}} = 33$ с; $\tau_{\text{в}} = 10\tau_{\text{р}}$

инструмента, не в z раз меньше, чем мощность W_1 при работе однолезвийным инструментом. Дело в том, что вследствие особенностей процесса пластического деформирования удельные энергозатраты $Q_{\text{уд}}$ на удаление 1 мм^3 материала заготовки, а значит, и тепловыделение повышаются с уменьшением a_z . Это видно из средних значений затрат энергии в зависимости от толщины среза a (рис. 5.21). Заштрихованная область показывает изменение $Q_{\text{уд}}$ при различных методах обработки стальных заготовок. Удельное тепловыделение возрастает с уменьшением толщины слоя, приходящегося на один деформирующий элемент (зуб) инструмента. Мощность источника тепловыделения $W_z = Q_{\text{уд}}V$, Вт (V — объем металла, снимаемого одним зубом в единицу времени) снижается при переходе от однолезвийного инструмента к многолезвийному в z раз в связи с уменьшением V за счет уменьшения толщины среза, но одновременно мощность возрастает в z^m раз ($m < 1$) за счет возрастания $Q_{\text{уд}}$. Поэтому значение W_z при работе многолезвийным инструментом по сравнению с мощностью тепловыделения W_1 при работе однолезвийным резцом снижается в z^{1-m} , а не в z раз.

Регулирование длительности контакта инструмента с заготовкой. Рассматривая картину изменения во времени итоговых потоков в зоне резания (см. п. 5.2), мы отмечали, что неустановившемуся теплообмену соответствуют более низкие температуры на поверхностях инструмента, чем стационарному. Поэтому пе-

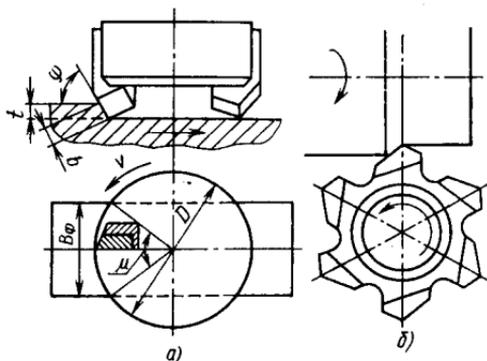


Рис. 5.23. Прерывистое резание:
 а — торцовое фрезерование; б — фрезоточение

новить его после некоторого перерыва, то предельное значение температуры на поверхностях инструмента будет ниже, чем θ_0 . Снижение температуры будет тем большим, чем длительнее цикл $\tau_{\text{ц}} = \tau_{\text{р}} + \tau_{\text{в}}$ и чем больше отношение времени вспомогательного хода $\tau_{\text{в}}$ к времени рабочего хода $\tau_{\text{р}}$ инструмента. Это видно из сопоставления кривых 2 и 3. Кривая 2 соответствует циклу, длительность которого $\tau_{\text{ц}} = 10$ с, причем $\tau_{\text{р}} = \tau_{\text{в}} = 5$ с. Кривая 3 описывает изменение температуры на контактных поверхностях инструмента в цикле длительностью $\tau_{\text{ц}} = 33$ с, причем рабочий ход и соответствующее ему повышение температуры продолжатся 3 с, а вспомогательный ход и остывание резца 30 с. При механической обработке существуют операции, при которых естественно возникают перерывы в работе режущего инструмента. Таков, например, процесс строгания, где средний уровень температур можно регулировать соотношением между скоростями рабочего и вспомогательного ходов. При торцовом фрезеровании (рис. 5.23, а) оптимальное соотношение между $\tau_{\text{в}}$ и $\tau_{\text{р}}$ можно получить, рассчитав диаметр инструмента D по заданной ширине B_{ϕ} фрезерования.

Если перерывы в работе инструмента не предусмотрены обычной технологией операции, то они могут быть запроектированы искусственно. В качестве примера на рис. 5.23, б показана схема процесса «фрезоточения», которым заменяют обычную токарную обработку резцом с целью снижения температуры резания и повышения стойкости инструмента [13].

Нестационарность теплообмена, приводящая к изменению температуры на контактных поверхностях инструмента, может быть достигнута приданием ему низкочастотных колебаний. Как показывают результаты исследований, при сверлении с вибрациями температура резания оказывается на 22—25 % ниже, чем температура при работе невибрирующим инструментом. Этот эффект возникает вследствие нестационарности процесса и лучшего про-

риодически прерывая контакт инструмента с заготовкой, можно управлять температурой резания (рис. 5.22). При непрерывном точении (кривая 1) температура резания вначале быстро возрастает, затем темп роста ее снижается и, наконец, θ , достигнув некоторого значения $\theta = \theta_0$, стабилизируется. Если же процесс обработки остановит в момент времени, когда температура резания еще не достигла своего наибольшего значения, и возоб-

никновения охлаждающей жидкости к кромкам сверла при низкочастотных колебаниях инструмента.

Если инструменту или заготовке придать высокочастотные (ультразвуковые) колебания, то вследствие инерционности тепловых процессов эффект нестационарности практически не сказывается на температуре резания. Однако, как показывают исследования, и в этом случае температура резания оказывается более низкой, чем при отсутствии вибраций. Это объясняется влиянием ультразвуковых колебаний на трение в процессе резания и деформирование материала заготовки, что снижает мощность теплообразующих источников, а значит, и температуру в зоне резания.

Ротационные способы обработки. Выше был рассмотрен способ снижения температуры резания путем разделения процесса обработки на периодически повторяющиеся рабочие и вспомогательные ходы инструмента. Однако если для улучшения термического режима режущих поверхностей искусственно вводить систематические перерывы в процессе обработки, то может оказаться, что потери, связанные со снижением производительности операций, не компенсируются выигрышем в повышении стойкости и снижении расхода инструмента. Это противоречие может быть устранено, если применять ротационные способы обработки. Ротационные способы отличаются от обычных тем, что кроме двух основных движений, необходимых для осуществления процесса резания (главного со скоростью v и подачи со скоростью v_s) предусматривается движение рабочей части инструмента в дополнительном, третьем направлении со скоростью v_p .

Такое перемещение может быть реализовано, например, путем вращения рабочей части круглого резца (рис. 5.24). Если резец вращается вокруг своей оси с частотой n_p , то любая точка A , расположенная на режущей кромке, в течение времени $\tau_p = \mu / (360n_p)$ будет находиться в контакте с заготовкой, а в течение времени $\tau_x = 1/n_p - \tau_p$ не будет соприкасаться с заготовкой. Поскольку $\mu = (360/\pi) \sqrt{t/d_p}$, где t — глубина резания; d_p — диаметр рабочей части инструмента, то $\tau_p = (\pi n_p)^{-1} \sqrt{t/d_p}$. Отношение $\tau_p / (\tau_p + \tau_x) = (1/\pi) \sqrt{t/d_p}$ характеризует степень нестационарности теплового процесса, а следовательно, и уровень температур режущей части инструмента. Чем меньше это отношение тем более низкое значение имеет средняя температура на контактных поверхностях резца.

Ротационное перемещение рабочей части инструмента влияет на снижение температуры не только в связи с нестационарностью теплообмена. При ротационных методах обработки условия тре-

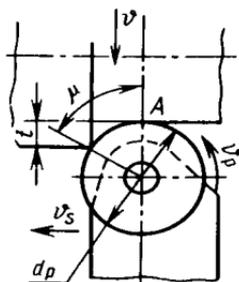


Рис. 5.24. Ротационное точение

ния на контактных поверхностях реза отличаются от условий трения при $v_p = 0$. Трение скольжения между инструментом и заготовкой частично заменяется трением качения, что снижает мощность тепловыделения. Ротационное перемещение кромки приводит к уменьшению работы деформирования материала в зоне резания, а следовательно, и к уменьшению тепловыделения, эквивалентного этой работе. Существенно меняется распределение теплоты резания между заготовкой, стружкой и резцом. Плотность итогового потока q_1 , поступающего во вращающийся резец, в несколько раз превышает плотность потока q_1 , возникающего при работе неподвижным инструментом. Поэтому температура на передней поверхности инструмента, как это следует из формулы (5.35), существенно снижается.

Заметим, однако, что в связи с интенсификацией потока q_1 температура ротационного реза по мере увеличения времени непрерывной работы возрастает. Во избежание перегрева инструмента и снижения эффекта ротационного перемещения рабочую часть круглого реза желательно интенсивно охлаждать потоком жидкости или сжатым воздухом.

Теплофизический анализ показывает, что при хорошо организованном процессе ротационного точения (выборе оптимальной скорости v_p , применении активного охлаждения реза в нерабочей зоне и т. д.) можно получить такое снижение температуры контактных поверхностей инструмента, какого невозможно достигнуть любым методом искусственного охлаждения невращающегося реза. В связи со снижением температуры стойкость вращающегося инструмента существенно выше, чем стойкость невращающегося. Выигрышу в стойкости способствует не только снижение температуры резания, но и удлинение активного участка режущей кромки. При точении вращающимся резцом в работе участвует вся круговая кромка инструмента, а при неподвижном — только часть ее, соответствующая углу μ .

Об эффективности ротационного перемещения кромок можно судить по следующему примеру, взятому из заводской практики. Черновое обтачивание поршней из сплава АЛ10В проводили стандартным проходным резцом с пластиной из твердого сплава ВК8 при глубине резания $t = (5 \dots 7) \cdot 10^{-3}$ м, подаче $S = 0,49 \cdot 10^{-3}$ м и скорости резания $v = 3,4$ м/с. Замена стандартных твердосплавных резцов круглыми вращающимися диаметром $d_p = 35 \cdot 10^{-3}$ м, изготовленными из быстрорежущей стали Р18, позволила не только повысить производительность операций на 12 ... 18 %, но и увеличить размерную стойкость инструмента в среднем в 17 раз. При этом стойкость инструмента возросла в $360/\mu = 7,6$ раза за счет удлинения кромки реза, а в 2,2 раза — в связи со снижением температуры резания.

Ротационный способ можно применять не только при точении заготовок круглыми резцами. На рис. 5.25 показана схема процесса ротационного строгания [18]. Заготовку 2 обрабатывают

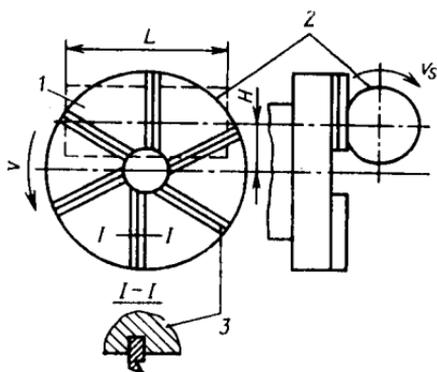


Рис. 5.25. Ротационное строгание

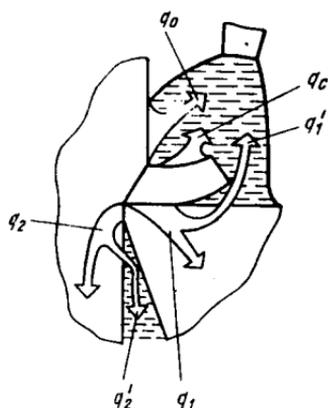


Рис. 5.26. Теплообмен зоны резания с охлаждающей средой

ротационной строгальной головкой 1, на торцевой поверхности которой расположены широкие ножи 3. Головка смещена по отношению к линии центров обрабатываемой заготовки на величину H . Она полностью перекрывает всю длину заготовки, в связи с чем каждый нож срезает припуск по всей длине последней. Обработка производится врезанием ножей на заданную глубину при неподвижной или вращающейся со скоростью подачи v , заготовке.

В процессе вращения головки материал с поверхности заготовки срезают различные участки кромок строгальных ножей. При этом на периферийных участках инструмента скорость резания наибольшая, но длительность контакта ножа с заготовкой минимальна. На участках кромок, расположенных ближе к оси головки, скорость резания меньше, но больше время контакта с обрабатываемой заготовкой. Такое сочетание скоростей и времени контакта способствует выравниванию температуры на различных участках кромки строгального резца. Переменность положения активного участка на кромке ножа, периодический выход резцов из соприкосновения с заготовкой, наряду с отмеченными выше особенностями контакта, позволяют получить сравнительно невысокую температуру резания и большую стойкость инструмента.

За последние годы повысился интерес к ротационным инструментам. Расширился опыт их применения, подтверждающий, что в этих инструментах заложены значительные резервы совершенствования процессов механической обработки. Изучение физики процесса ротационного резания, в том числе и тепловых явлений, позволит создать и эффективно применять новые конструкции этих прогрессивных инструментов.

Основные правила рационального использования смазочно-охлаждающих сред. Смазочно-охлаждающие, или, как их часто

называют, технологические среды, оказывают различное влияние на теплообмен в процессе механической обработки. С одной стороны, они могут смазывать трущиеся поверхности или (если жидкость является поверхностно активной [3, 32]) облегчать процесс разрушения материала заготовки. Этим путем снижается мощность теплообразующих источников и, следовательно, температура в зоне резания. С другой стороны, омывая твердые тела, входящие в технологическую подсистему (заготовку, стружку, инструмент), жидкости или газы, участвуя в конвективном теплообмене, уносят из зоны резания часть теплоты, содействуя снижению температуры процесса.

Рассмотрим влияние охлаждающей жидкости, подаваемой поливом (рис. 5.26), на теплообмен в зоне резания. Жидкость, вытекающая из насадка, отбирает теплоту: от обрабатываемой поверхности заготовки, приближающейся к зоне резания, в виде потока q_0 ; от поверхностей нагретой стружки в виде потока q_c ; от поверхностей резца, не занятых контактом со стружкой и заготовкой, в виде потока q'_1 ; от обработанной поверхности в виде потока q'_2 .

Все эти потоки в той или иной мере влияют на температуру контактных поверхностей инструмента, однако степень их влияния весьма неодинакова. Можно показать расчетом, что поток q_0 практически не влияет на температуру резания. В некоторых работах по резанию металлов большое значение придавалось тепловому потоку q_c , поскольку априорно было принято, что охлажденная стружка уносит из зоны резания больше теплоты, чем неохлажденная, а значит, меньше теплоты остается на долю инструмента, температура последнего должна снижаться. Однако теплофизический анализ не подтверждает этого. Соотношение между скоростью схода стружки и скоростью отвода теплоты при применяемых режимах резания и обрабатываемых материалах таково, что температура контактной площадки резец—стружка не успевает снизиться за счет теплоотдачи от стружки в охлаждающую среду. Только при очень тонких стружках и низких скоростях резания этот фактор может иметь некоторое значение.

Теплофизический анализ показывает, что наибольшую роль играет тепловой поток q'_1 , т. е. отвод теплоты от контактной площадки резец—стружка через инструмент в охлаждающую среду. Чем интенсивнее теплообмен между свободными поверхностями инструмента и жидкостью, тем выше плотность итогового теплового потока q_1 и, как следует из формулы (5.35), тем ниже температура контактной площадки на передней поверхности инструмента.

Следовательно, основное правило рационального применения охлаждающих сред состоит в том, что главным объектом охлаждения должен быть сам инструмент, а не стружка или заготовка. При прочих равных условиях предпочтительнее применять инструментальный материал, имеющий большую теплопроводность,

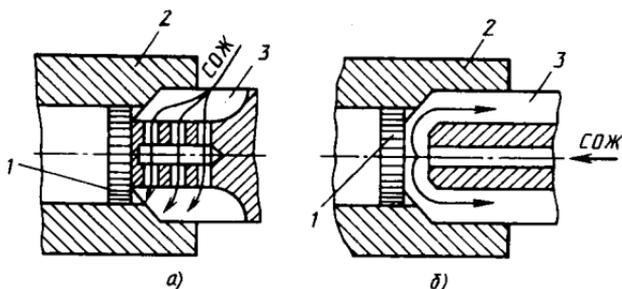


Рис. 5.27. Маршруты охлаждающей жидкости при зенкеровании

поскольку это облегчает перенос теплоты в охлаждающую среду. Маршрут, по которому проводится охлаждающая среда, должен быть построен таким образом, чтобы охлаждающая жидкость прежде всего встречала нагретые поверхности инструмента, а затем уже стружку или заготовку.

Приведем конкретный пример из практики. В условиях подшипникового завода при изготовлении колец из труб на станках-автоматах использовали зенкеры, конструкция которых представлена на рис. 5.27, а. В инструменте выполнены внутренний канал и перпендикулярные к нему отверстия, улучшающие подвод жидкости к режущим частям инструмента при горизонтальном расположении оси зенкера. Для того чтобы охлаждающая жидкость не протекала в трубу и шпиндель станка, в заготовку 2 вставляют деревянную пробку 1, которая перемещается с подачей зенкера 3. Смазочно-охлаждающая жидкость (СОЖ), направляемая по канавкам инструмента, движется навстречу сходящей стружке и в первую очередь охлаждает ее. К режущей части зенкера жидкость подходит уже нагретой, эффект охлаждения снижается. С целью повышения эффективности охлаждения была применена другая конструкция зенкера, схема которой показана на рис. 5.27, б. Маршрут охлаждающей жидкости в этой конструкции другой: она подается во внутренний канал и оттуда через радиальные пазы на торце зенкера к зоне резания. Прежде всего охлаждается сам инструмент, а затем уже стружка, сходящая по его канавкам. Стойкость зенкеров второго типа на 25—30 % выше чем стойкость зенкеров, применявшихся ранее.

Из основного принципа рационального использования технологической жидкости для охлаждения инструмента, а не заготовки или стружки, вытекает перспективность инструментов с внутренним охлаждением, особенно в тех случаях, когда затруднена отдача теплоты в окружающую среду (например, при сверлении) или по технологическим условиям нежелательно применение жидкости (например, при резании с дополнительным нагревом заготовки). Перспективным способом внутреннего охлаждения является применение термосифонов и тепловых труб (см. п. 3.2).

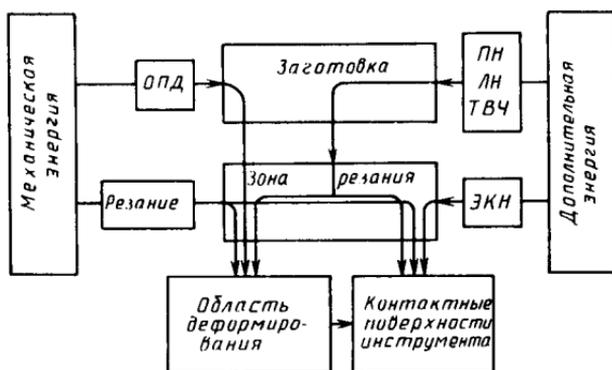


Рис. 5.28. Варианты комбинирования механической и тепловой энергий в зоне резания

Комбинирование различных видов энергии. Одним из современных высокоэффективных методов управления тепловыми процессами является комбинирование в технологической подсистеме различных видов энергии. При комбинировании кроме основной (механической) энергии, расходуемой непосредственно на резание, в технологическую подсистему вводят еще какую-либо энергию (тепловую, электрическую и др.). Дополнительная энергия влияет на свойства материала заготовки, на трение в зоне резания и другие стороны процесса обработки, в связи с чем меняются теплофизическая обстановка в подсистеме и температуры на контактных поверхностях инструмента. Дозируя дополнительную энергию и вводя ее в различные места технологической подсистемы, можно управлять теплофизической обстановкой в зоне резания, добиваясь оптимальных значений температур. Это особенно эффективно при изготовлении деталей из труднообрабатываемых и жаропрочных материалов, когда трудно добиться оптимизации теплового режима (а следовательно, повышения стойкости инструмента и производительности процесса) другими средствами, кроме комбинирования в технологической подсистеме разных видов энергии.

Наибольшее распространение в производстве получило комбинирование в технологической зоне механической и тепловой энергии. Варианты комбинирования этих видов энергии для нескольких практически применяемых процессов показаны на рис. 5.28. Механическая энергия процесса резания расходуется в зоне резания частично в области, где происходит пластическое деформирование материала заготовки, а частично — на контактных поверхностях инструмента. Дополнительная энергия может подводиться либо непосредственно в зону резания, либо в заготовку на некотором удалении от зоны резания.

Примером процесса, в котором тепловая энергия подводится непосредственно в зону резания, является обработка материалов

с электроконтактным нагревом (ЭКН). В этом процессе заготовку и инструмент включают в цепь тока низкого напряжения и большой силы. Заготовка и инструмент имеют достаточно большие размеры, их электрическое сопротивление весьма мало, поэтому нагревания заготовки и инструмента током, циркулирующим в цепи, не происходит. Основное тепловыделение происходит в местах соприкосновения реза со стружкой и поверхностью резания, поскольку здесь возникают контактные сопротивления. В связи с этим в дополнение к основным источникам теплоты J_1 , J_2 и q_d , естественно возникающим в зоне резания (см. рис. 5.15), при ЭКН появляются источники плотностью $q_{1э}$ и $q_{2э}$, расположенные на контактных площадках bl_1 и bl_2 . Поскольку давления на рабочих участках инструмента достаточно велики, можно в первом приближении полагать, что теплота, выделяющаяся при прохождении тока, распределена равномерно по всей контактной поверхности инструмента с заготовкой. Следовательно,

$$q_{1э} = q_{2э} = q_э = \frac{W_э \eta_y}{b(l_1 + l_2)}, \quad (5.46)$$

где $W_э$ и η_y — соответственно электрическая мощность и тепловой КПД установки.

Источники теплоты $q_{1э}$ и $q_{2э}$ оказывают двойное воздействие на температуру в зоне резания. Непосредственное их влияние состоит в повышении температур $\theta_{ср}^*$ и $\theta_{ср}^*$ на контактных поверхностях реза. Косвенное влияние состоит в изменении прочности приконтактных слоев материала заготовки, изменении коэффициентов трения, а с ними и плотности теплообразующих источников J_1 и J_2 . Расчеты показывают, что основную роль при резании с ЭКН играет непосредственное влияние источников $q_{1э}$ и $q_{2э}$ на теплофизическую обстановку у контактных поверхностей реза.

Особенности непосредственного влияния электроконтактного нагрева на изменение температуры зоны резания видны из рис. 5.29. На рисунке показано расчетное температурное поле в стружке, инструменте и заготовке при введении в зону обработки электрического тока, причем температура, возникающая от самого процесса резания, не учитывалась. Площадка контакта на передней поверхности инструмента нагревается сильнее, чем площадка контакта между резцом и заготовкой. Следовательно, основной эффект от введения тока в зону резания состоит в изменении температуры передней поверхности инструмента. Теплота $q_э$ влияет главным образом на температуру прирезцовых слоев стружки и заготовки, не оказывая воздействия на область, в которой происходит основное деформирование материала заготовки.

Этим объясняется тот факт, что при обработке с ЭКН силы резания мало отличаются от сил, возникающих при резании

без нагрева, хотя температуры на контактных поверхностях инструмента меняются довольно существенно.

Чтобы рассчитать температуры, возникающие при резании с ЭКН, следует в формулы (5.35) и (5.36) ввести дополнительные члены, соответственно $A_4 q_2$ и $A_7 q_2$, и далее вести расчет по методике, изложенной в п. 5.2. Иллюстрацией изменений, возникающих в законах распределения температур на передней поверхности реза, служат кривые, приведенные на рис. 5.30. Температура на передней поверхности инструмента при резании с ЭКН возрастает по мере увеличения мощности дополнительного источника теплоты $W_H = W_a \eta_y$ по сравнению с температурой при обычном резании ($W_H = 0$). Вместе с тем максимум температуры с увеличением W_H отодвигается от режущей кромки. В связи с этим наиболее глубокое место лунки изнашивания с увеличением W_H также отодвигается от кромки, что является одной из причин повышения стойкости инструмента при ЭКН.

Теплофизический анализ процесса резания с ЭКН позволяет оценить оптимальное значение $W_{H. опт}$, если задана оптимальная температура резания $\theta_{опт}$ для данной пары инструмент—заготовка [19]. Для острого резца при ориентировочных расчетах можно пренебречь влиянием теплообмена на задней поверхности инструмента, т. е. считать $q_2 \approx 0$. Тогда,

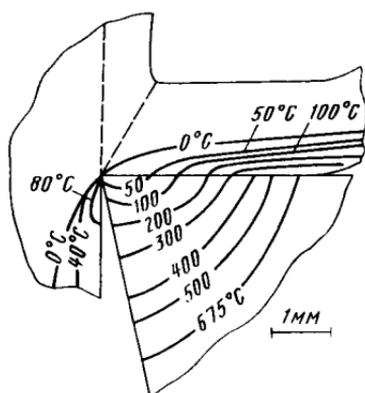


Рис. 5.29. Температурное поле, вызванное электроконтактным нагревом при обработке резанием заготовки из стали 12Х18Н9Т ($t = 7 \cdot 10^{-3}$ м; $S = 1 \cdot 10^{-3}$ м; $v = 0,33$ м/с; резец оснащен пластинами из сплава ВК8; $\varphi = 45^\circ$; $W_a = 2$ кВт)

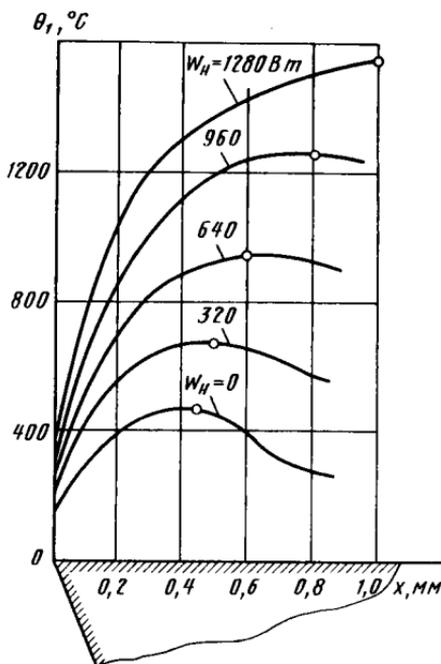


Рис. 5.30. Законы распределения температур на площадке контакта стружки с резцом при точении заготовки из титанового сплава ВТ20 резцом с пластинами из ВК8 в зависимости от эффективной мощности нагрева W_H при ЭКН ($t = 3 \cdot 10^{-3}$ м; $S = 0,4 \cdot 10^{-3}$ м/об; $v = 0,33$ м/с)

пользуясь выражением (5.37), при работе без нагрева получаем

$$q_1 \approx \theta_1^{\text{ср}}/C_{11}$$

и далее по формулам (5.34) и (5.35)

$$\theta_1^{\text{ср}} \approx A_3 q_{1\tau} + \theta_3^{\text{ср}} - A_4 \theta_1^{\text{ср}}/C_{11}.$$

Если принять, что ЭКН незначительно влияет на силы резания и коэффициент укорочения стружки, то при обработке заготовки с нагревом получаем аналогичное выражение

$$\theta_{1\text{н. ср}} \approx A_3 q_{1\tau} + \theta_3^{\text{ср}} - A_4 q_{1\text{н}}/C_{11} + A_4 q_{\theta},$$

где $\theta_{1\text{н. ср}}$ и $q_{1\text{н}}$ — соответственно температура на передней поверхности резца и плотность итогового потока при работе с нагревом. Последнее выражение можно представить в виде

$$\theta_{1\text{н. ср}} = \theta_1^{\text{ср}} (1 + A_4/C_{11}) - A_4 q_{1\text{н}}/C_{11} + A_4 q_{\theta}.$$

Так как $q_{1\text{н}} \approx \theta_{1\text{н. ср}}/C_{11}$, то

$$\theta_{1\text{н. ср}} (1 + A_4/C_{11}) = \theta_1^{\text{ср}} (1 + A_4/C_{11}) + A_4 q_{\theta}.$$

Полагая, что при работе с нагревом температура $\theta_{1\text{н. ср}}$ должна быть равной $\theta_{\text{опт}}$, а при резании без нагрева $\theta_1^{\text{ср}} \approx \theta$, пользуясь формулой (5.46), получаем

$$W_{\text{н. опт}} \approx \frac{b(l_1 + l_2)}{A_4 C_{11}} (A_4 + C_{11}) (\theta_{\text{опт}} - \theta). \quad (5.47)$$

Возвращаясь к рис. 5.28, рассмотрим несколько технологических подсистем первого уровня, в которых используется дополнительная энергия, введенная в заготовку за пределами зоны резания. Прежде всего упомянем способ резания с опережающим пластическим деформированием (ОПД), разработанный в МГТУ им. Баумана. Опережающее пластическое деформирование обрабатываемого материала выполняется роликом 1 (рис. 5.31), который прижат к поверхности резания 2, вращается вокруг своей оси и перемещается в направлении подачи одновременно с резцом 3. В способе ОПД механическая энергия процесса резания комбинируется с механической энергией дополнительного деформирования материала. Часть работы, которая при обычном резании затрачивается на пластическое деформирование металла в зоне резания, при ОПД выполняется роликом еще до того, как начался процесс стружкообразования. Поэтому в зоне резания выполняется не вся работа деформирования, а только часть ее. Это обеспечивает снижение силы и температуры резания, что, в свою очередь, повышает стойкость инструмента и эффективность операции, особенно при обработке заготовок из вязких, коррозионно-стойких и жаропрочных материалов.

Если ОПД имеет целью выполнить часть работы деформирования металла за пределами зоны резания, то введение в заготовку

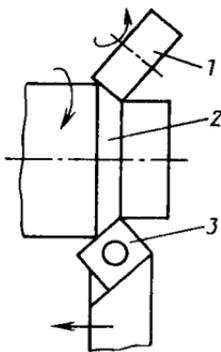


Рис. 5.31. Точение с опережающим пластическим деформированием

дополнительной тепловой энергии имеет целью: временно снизить прочность материала заготовки, с тем чтобы облегчить его деформирование и обеспечить получение оптимальных температур на контактных поверхностях инструмента.

Снижение прочности материала заготовки при дополнительном нагреве позволяет повысить режимы резания и производительность операций, обрабатывать заготовки из таких материалов и сплавов, резание которых в обычных условиях весьма затруднено.

Повышение температуры заготовки при дополнительном нагреве влияет не только на прочность материала, но и на трение между заготовкой и инструментом. Известно, что с увеличением температуры контакта коэффициент трения вначале возрастает, а затем снижается, причем его значение достигает максимального при обработке заготовок из сталей твердосплавными резцами при температуре 400—600 °С. Если при обычном резании температура контактных площадок инструмента (особенно на задней поверхности) часто оказывается близкой к упомянутому выше диапазону, то при дополнительном нагреве температура обеих контактных поверхностей резца, как правило, выше 600 °С. Это приводит к уменьшению коэффициента трения материала заготовки по материалу инструмента, что наряду с другими факторами, благоприятно влияющими на процесс резания при дополнительном нагреве, ведет к повышению стойкости инструмента.

На практике используют в основном два способа дополнительного нагревания заготовки при резании: токами высокой частоты (ТВЧ) и плазменной дугой или струей низкотемпературной плазмы (этот вид нагрева будем в дальнейшем обозначать ПН). В последнее время успешно применен лазерный нагрев (ЛН), который используется при чистовой обработке заготовок из весьма прочных и вязких материалов [17].

Нагревание металла ТВЧ производят с помощью петлевых индукторов, охватывающих обрабатываемую поверхность впереди резца (см. рис. 3.13), или индукторов специальной конструкции, позволяющих повышать температуру срезаемого слоя непосредственно у поверхности резания (рис. 5.32). Источник теплоты, возникающий в процессе нагрева заготовки ТВЧ, можно представить в виде полосового шириной B , равной ширине индуктора. Поскольку нагреваются только поверхностные слои заготовки, осесимметричную задачу можно заменить плоской. Выделение теплоты под действием ТВЧ происходит в некотором объеме. Следовательно, источник тепловыделения является трехмерным.

Однако в первом приближении, имея в виду, что толщина прогреваемого слоя при практически применяемых скоростях резания и подачах намного меньше, чем ширина индуктора B , будем для оценочных расчетов полагать источник двумерным. Тогда мы приходим к задаче, имеющей

$$Kод = + \frac{211}{101.12} 12.$$

Следует обратить внимание на то, что в связи с малыми скоростями v_s перемещения источника по направлению подачи вдоль оси X он не может быть отнесен к быстро движущимся, так как на практике $Pe = v_s B / \omega < 8$.

Для того чтобы рассчитать температуру, которую создает нагрев ТВЧ у режущей кромки инструмента, применим формулу (2.26), внося в нее следующие изменения: 1) числитель выражения, стоящего перед функцией $T(\psi, \nu)$, удвоим, поскольку в данном случае нагревается не бесконечное тело, а полупространство; 2) положим $\psi = 0,5$ и $\nu = a/B$ (где a — толщина среза), т. е. температуру нагрева θ_n будем рассчитывать в центре активного участка режущей кромки, расположив индуктор симметрично этой точке; 3) плотность потока представим выражением

$$q_a = W_a \eta_y / (\pi d_a B),$$

где W_a и η_y — соответственно электрическая мощность и тепловой КПД установки ТВЧ; d_a — диаметр заготовки.

Тогда

$$\theta_n = \frac{W_a \eta_y}{\pi^2 d_a \lambda} T\left(0,5; \frac{a}{B}\right), \quad (5.48)$$

где

$$T\left(0,5; \frac{a}{B}\right) = \int_0^1 \exp\left[\frac{Pe}{4}(1 - 2\psi_n)\right] K_0\left[\frac{Pe}{4} \sqrt{(1 - 2\psi_n)^2 + \left(\frac{a}{B}\right)^2}\right] d\psi_n. \quad (5.49)$$

Весьма эффективным способом комбинирования механической и тепловой энергии является процесс плазменно-механической обработки (ПМО), т. е. резание с нагревом заготовки плазменной дугой. Мы отчасти уже касались некоторых вопросов, относящихся к этому процессу, рассматривая нормально-круговой и нормально-полосовой источники тепловыделения (см. п. 1.5 и п. 2.7). Теплофизика процесса ПМО детально рассмотрена в [20]. Поэтому,

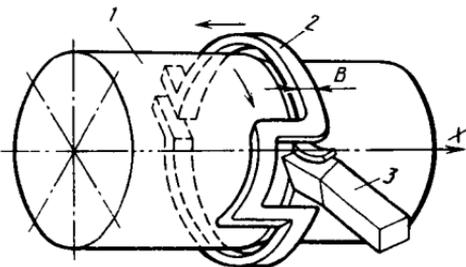


Рис. 5.32. Точение с нагревом обрабатываемого материала ТВЧ:

1 — заготовка; 2 — индуктор; 3 — резец

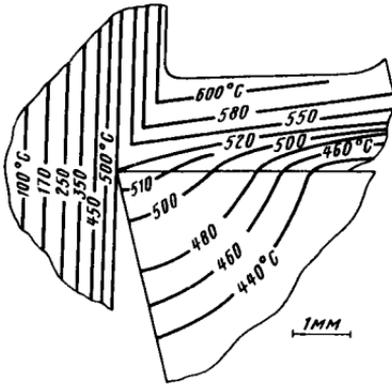


Рис. 5.33. Температурное поле, вызванное плазменным нагревом при обработке резанием заготовки из стали 12Х18Н9Т ($W_0 = 20$ кВт, $\eta = 0,6$; $L = 6 \cdot 10^{-2}$ м; остальные условия см. рис. 5.29)

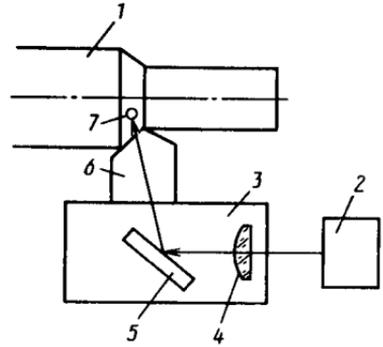


Рис. 5.34. Схема установки для резания с лазерным нагревом заготовки

средней температуры металла у режущей кромки инструмента при плазменном нагреве:

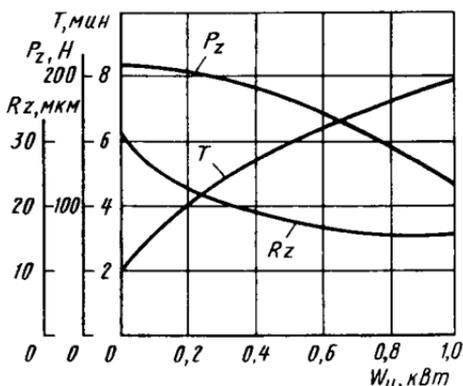
$$\theta_{\text{н}} = \frac{\beta W_0 \eta}{2 \sqrt{\pi b \lambda L} \sqrt{k_1}} \exp[-k_1 a^2] \operatorname{erf} \left[\frac{b}{2} \sqrt{\frac{k_0 k_1}{k_0 + k_1}} \right], \quad (5.50)$$

где W_0 — электрическая мощность, Вт; η — тепловой КПД дуги; β — коэффициент, учитывающий накопление в заготовке части теплоты, внесенной плазмотроном; k_0 — коэффициент сосредоточенности нормально-кругового источника, м^{-2} ; L — расстояние от центра пятна нагрева до кромки инструмента, измеренное по направлению скорости резания v ; $k_1 = v/(4\omega L)$; a и b — элементы сечения среза.

Приведем пример температурного поля, вызванного в зоне резания плазменным нагревом металла без учета температур, возникающих от самого процесса резания. Температурное поле при ПН (рис. 5.33) существенно отличается от поля, возникающего при ЭКН (рис. 5.29). При практически равных средних температурах на контактных поверхностях реза плазменный нагрев обеспечивает значительно более равномерное их распределение, чем ЭКН. Существенным достоинством ПН по сравнению с ЭКН является прогрев зоны деформирования, что вызывает снижение прочности материала заготовки и обеспечивает повышение производительности процесса резания.

Важно заметить, что теплота, внесенная плазмотроном, проникает в массу заготовки на небольшую глубину, концентрируясь в основном в пределах срезаемого слоя. Быстрое снижение температуры по глубине прогретого слоя приводит к тому, что значительная часть теплоты, внесенной плазмотроном, уносится сходя-

Рис. 5.35. Влияние мощности лазера на стойкость T реза, силу резания P_z и высоту неровностей Rz при точении заготовок из молибдено-ниобиевого сплава ($Mo + 3\% Nb$) резцом с пластиной из ВК8 ($v = 1$ м/с; $t = 0,2 \times 10^{-3}$ м; $S = 0,05 \cdot 10^{-3}$ мм/об [17])



щей стружкой, не вызывая резкого повышения температуры основной массы заготовки.

Рассмотрим далее способ комбинирования механической энергии с тепловой энергией лазера. На рис. 5.34 показана схема процесса лазерно-механической обработки при точении [17]. Заготовку 1, закрепленную в патроне станка, обрабатывают резцом 6. Оптический квантовый генератор 2, установленный за пределами станка, направляет луч лазера через фокусирующую линзу 4 и зеркало 5 на поверхность резания, в результате чего возникает высоколокализованное пятно нагрева 7. Линза 4 и зеркало 5 установлены на суппорте 3 и перемещаются вместе с ним. Поскольку луч лазера направляется из генератора 2 параллельно оси вращения заготовки, то система при перемещении суппорта постоянно обеспечивает расположение фокального пятна 7 на заданном расстоянии от кромки реза.

В данном случае обрабатывали заготовку из сплава молибдена с ниобием резцом с пластиной из ВК8. Для нагрева использовали CO_2 -лазер мощностью излучения $W_{л}$ до 2 кВт. Диаметр пятна нагрева составлял $0,5 \cdot 10^{-3}$ м, а его расстояние от режущей кромки инструмента $L = 0,25 \cdot 10^{-3}$ м. Результаты экспериментов показаны на рис. 5.35. Стойкость реза T в условиях лазерного нагрева (ЛН) при $W_{л} = 1$ кВт возросла в 4 раза по сравнению со стойкостью при точении без нагрева, сила резания P_z снизилась примерно на 40 %, а параметр шероховатости Rz обработанной поверхности к моменту затупления инструмента уменьшился главным образом за счет снижения уровня вибрации.

Столь значительный эффект, полученный при точении заготовки из труднообрабатываемого материала, указывает на перспективность применения ЛН в процессах механической обработки резанием.

Этот вывод, полученный в работе [17], подтвержден и другими исследователями, проводившими в последние годы изучение процесса точения заготовок из труднообрабатываемых сталей (40ХН2МА, 18Х11Н2ЗТ3 и др.) твердосплавными резцами при ЛН с различными размерами пятна нагрева, напряжениями накачки, длительностью импульсов и условиями обработки. Во всех случаях оптимальным режимам комбинирования механической и тепловой энергии сопутствовало существенное повышение производитель-

ности операций и стойкости инструмента по сравнению с точением без нагрева.

Нагревание заготовки лучом лазера, несмотря на различие в природе процессов ЛН и ПН, может быть также описано формулой (5.50). Дело в том, что пятно нагрева при ЛН имеет форму круга, а закон распределения плотности теплообразующего потока может быть принят нормально-круговым.

Для всех перечисленных процессов (ТВЧ, ПН и ЛН) методика решения прямой задачи (определение плотности итоговых потоков теплообмена при обработке резанием и средних температур на контактных поверхностях инструмента) в принципе не отличается от изложенной в п. 5.2. Требуется лишь в выражения (5.35) и (5.36) ввести еще одно слагаемое θ_n^{cp} , рассчитанное по формулам (5.48) или (5.50), и учесть изменения, вносимые нагревом в плотности q_d , q_{1r} и q_{2r} потоков, длину l_1 контактной поверхности и коэффициент укорочения стружки k [20].

Более сложным является решение обратной задачи — по заданной оптимальной температуре резания $\theta_{опт}$ рассчитать мощность W_0 дополнительного источника теплоты, что необходимо для управления тепловыми процессами при комбинировании в зоне резания механической и тепловой энергии. Приближенное решение этой задачи может быть выполнено, если воспользоваться формулой, устанавливающей связь между температурами резания нагретого и ненагретого металла для одного и того же режима обработки. Эта связь имеет вид

$$\theta_r^+ \approx \theta (1 - p\theta_n), \quad (5.51)$$

где θ_r^+ и θ — соответственно температуры резания нагретого и ненагретого металла; θ_n — температура нагрева.

На линейную связь между температурами резания нагретого и ненагретого металла впервые указал В. В. Цоцхадзе. Формула (5.51) позволяет определить температуру в зоне резания, возникающую только от самого процесса резания. Для того чтобы рассчитать температуру θ^+ на поверхностях инструмента при дополнительном нагреве, к θ_r^+ следует добавить θ_n , поскольку дополнительный нагрев металла влияет на эту температуру не только через тепловыделение от резания, но и непосредственно. Следовательно,

$$\theta^+ = \theta_r^+ + \theta_n \approx \theta + (1 - p\theta)\theta_n. \quad (5.52)$$

Если далее положим, что температура θ^+ на контактных поверхностях инструмента должна иметь значение $\theta_{опт}$, то по формуле (5.52) получаем

$$\theta_{н. опт} \approx (\theta_{опт} - \theta)/(1 - p\theta). \quad (5.53)$$

Коэффициент p , как показывают исследования [20], зависит от режима резания, однако для приближенных расчетов можно полагать $p \approx 0,001$.

Рассчитав (или измерив) температуру резания θ при работе без нагрева, зная значение $\theta_{\text{опт}}$ [3, 19], по формуле (5.53) можем определить $\theta_{\text{н. опт}}$, а далее по выражениям (5.48) или (5.50) рассчитать мощность $W_{\text{э. опт}}$. Рассчитывая $W_{\text{э. опт}}$ для плазменного нагрева, следует иметь в виду, что коэффициент сосредоточенности теплового потока k_0 зависит от эффективной тепловой мощности дуги. Поэтому расчет $W_{\text{э. опт}}$ по формуле (5.50) должен выполняться методом итераций.

В заключение сопоставим методы комбинирования механической и тепловой энергии при резании, оценив преимущества и недостатки каждого из них.

Метод ЭКП осуществляется наиболее просто, он не требует сложного и дорогостоящего оборудования, практически не влияет на изменение санитарно-гигиенических условий для рабочих. Вместе с тем этот метод не позволяет значительно повысить производительность процесса обработки, хотя и содействует повышению стойкости инструмента.

Более высокую производительность обеспечивает процесс резания с нагревом ТВЧ. Однако оборудование здесь дороже, чем при ЭКП, санитарно-гигиенические условия для персонала несколько ухудшаются (нагревание окружающей среды и др.). В связи с тем, что индукторами ТВЧ нагреваются большие участки поверхности заготовки, тепловая энергия используется менее экономно, чем при ЭКП и особенно ПН.

Преимуществом ПН является весьма интенсивный локальный нагрев заготовки. Нагрев сопровождается и другими явлениями (изменение напряженного состояния поверхностного слоя заготовки, химическое и радиационное воздействие дуги и т. д.). Комплексное влияние на материал заготовки позволяет существенно повысить производительность операций, обрабатывать заготовки из материалов, которые без нагрева плазменной дугой очень трудно поддаются резанию лезвийными инструментами. Вместе с тем для применения ПН требуется сравнительно дорогостоящее оборудование (источники питания дуги, плазмотроны и др.). Процесс ПН сопровождается шумом, интенсивным свечением и радиацией дуги, наличием аэрозолей, пыли и газов, что требует проведения специальных мероприятий по технике безопасности и промышленной санитарии. Поэтому метод плазменно-механической обработки следует применять в основном при сложных экстремальных условиях (большие припуски, труднообрабатываемые материалы и др.), когда обычные способы обработки не позволяют достигнуть необходимой производительности технологических операций.

При ЛН локализация тепловой энергии оказывается еще более высокой, чем при ПН. Кроме того, простота изменения энергетических и пространственных характеристик лазерного луча, возможность подвода излучения в труднодоступные места, бесшумность и высокая стабильность процесса позволяют сделать вывод о том, что обработка с ЛН в ближайшей перспективе окажется одним из

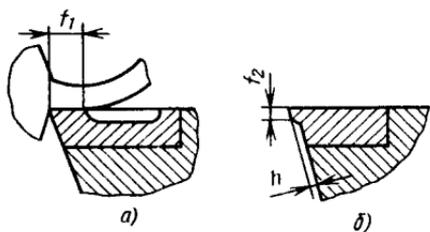
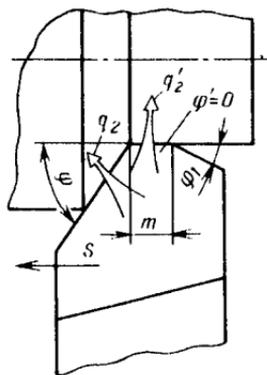


Рис. 5.36. Резцы с укороченными рабочими поверхностями

Рис. 5.37. Инструмент с малонагруженной кромкой



эффективных способов резания особо труднообрабатываемых материалов. Соответственно повышается роль исследования процесса резания с ЛН, в частности роль теплофизического анализа этого метода обработки.

Выбор рациональной конструкции режущей части инструмента. В табл. 5.1 упомянуто несколько способов направленного изменения температуры при резании путем выбора рациональной конструкции режущей части инструмента. Все они вытекают из анализа типичной картины изменения итоговых потоков теплообмена в зоне резания (см. рис. 5.16). С точки зрения теплофизики процесса целесообразно, например, ограничивать длину контактных площадок на передней и задней поверхностях инструмента. Если длина контактной площадки f_1 (рис. 5.36, а) меньше, чем естественная длина l_1 участка соприкосновения резца со стружкой при работе инструментом с гладкой (без канавки) передней гранью, то, как показывают расчеты, плотность q_1 теплового потока возрастает, а температура θ_{1p} снижается на 20—30 °С. В меньшей мере укорочение контактной площадки до размера f_1 влияет на теплообмен и температуру задней поверхности инструмента.

Когда стойкость инструмента определяется в основном износом по задней поверхности, имеет смысл ограничивать длину контактной площадки размером f_2 (рис. 5.36, б). При этом плотность q_2 теплового потока, достигнув некоторого значения, например, соответствующего времени τ_3 (см. рис. 5.16), далее не меняется и не переходит в область $q_2 > 0$, чем задерживается затупление инструмента.

Как уже указывалось, обрабатываемая заготовка служит своеобразным охладителем для инструмента. Одним из методов интенсификации отвода теплоты из резца в заготовку является создание на инструменте малонагруженных теплоотводящих кромок. Такие кромки, снимая небольшой слой материала, незначительно увеличивают общее количество теплоты, образующейся при резании. Вместе с тем, соприкасаясь с заготовкой, они способствуют отводу теплоты из инструмента в массу заготовки. Наиболее известной

иллюстрацией этого являются вспомогательные кромки с углом в плане $\varphi' = 0$, используемые в резцах, фрезах и других инструментах (рис. 5.37). Эти кромки служат для снижения параметров шероховатости обработанной поверхности и повышения стойкости инструмента. Теплофизический анализ показывает, что по мере увеличения отношения длины малонагруженной кромки m к подаче S (особенно при $m \leq 2S$) количество теплоты, передаваемой заготовке через задние поверхности резца, возрастает, так как к тепловому потоку плотностью q_2 добавляется достаточно интенсивный поток плотностью q_2' .

Активизации теплоотвода в заготовку можно добиться, создавая на рабочих поверхностях инструмента малые теплопроводящие фаски с задним углом, близким к 0° . Это не только улучшает теплообмен, но и содействует снижению уровня вибраций при резании.

Из теоретических формул и результатов экспериментов следует, что коэффициент теплопроводности инструментального материала влияет на температуру резания. Общая оценка влияния коэффициента теплопроводности материала инструмента на θ может быть сделана по формуле

$$\theta = [1 + \delta_1^* (1 - \Lambda) / \Lambda]^{-1}, \quad (5.54)$$

где $\theta = \theta_2 / \theta_1$ — относительное изменение температуры резания при переходе от инструментального материала с коэффициентом теплопроводности λ_{p1} к материалу с коэффициентом теплопроводности λ_{p2} ; $\Lambda = \lambda_{p1} / \lambda_{p2}$ — безразмерный критерий; δ_1^* — доля общей теплоты резания, поступающая в инструмент, материал которого имеет коэффициент теплопроводности λ_{p1} . Для инструмента с коэффициентом теплопроводности λ_{p2} материала

$$\delta_2^* = \delta_1^* / [\Lambda + \delta_1^* (1 - \Lambda)]. \quad (5.55)$$

Формулы (5.54) и (5.55) получены путем сопоставления термических сопротивлений (см. п. 1.3) резцов, изготовленных из различных материалов, при несколько упрощенной схеме теплообмена [3].

Аппроксимация результатов некоторых теплофизических расчетов, относящихся к обработке заготовок из сталей и жаропрочных материалов резцами с пластинами из твердых сплавов, позволяет определить долю теплоты в режущем клине

$$\delta^* \approx \frac{4 \cdot 10^{-4} \lambda_p}{\sqrt{va}} \frac{\lambda_p}{\lambda}, \quad (5.56)$$

где v — скорость резания; a — толщина среза; λ и λ_p — соответственно коэффициенты теплопроводности обрабатываемого и инструментального материалов.

Анализ формулы (5.56) позволяет сделать вывод о том, что эффективность применения инструментального материала с тем или иным значением коэффициента теплопроводности зависит не

только от λ_p , но и от соотношения между λ_p и λ . С этой точки зрения увеличение λ_p наиболее выгодно при обработке заготовок из низко-теплопроводных (жаропрочных и титановых) материалов, а также в тех случаях, когда доля теплоты δ^* достаточно велика.

Увеличение коэффициента теплопроводности инструментального материала, как правило, снижает температуру θ_1^p на передней поверхности резца, но повышает температуру θ_2^p на задней его поверхности. Следовательно, применение материалов высокой теплопроводности целесообразно прежде всего для инструментов, активно изнашивающихся по передней поверхности. Если же необходимо снизить тепловую нагрузку на заднюю поверхность резца, то следует применять инструментальные материалы меньшей теплопроводности.

Выбор материала инструмента зависит не только от теплопроводности, но и от всего комплекса его механических, теплофизических и других характеристик. Поэтому удачное совмещение этих характеристик инструментального материала с теплофизическими, выбираемыми по приведенным выше общим рекомендациям, может для тех или иных конкретных условий и не получиться. Тогда преимущество должно быть отдано главным свойствам инструментального материала, таким, как твердость, износостойкость и т. д., в ущерб теплофизическим свойствам. Однако и в этом случае из нескольких близких по твердости и износостойкости материалов предпочтение нужно отдавать тому из них, теплофизические характеристики которого согласуются с рекомендациями по управлению термическим режимом в технологической подсистеме.

Вопросы для самопроверки к п. 5.3

1. Какие цели может преследовать регулирование термического режима в технологической подсистеме?
2. В чем состоит идея сверхскоростного резания?
3. Как можно управлять температурой резания, регулируя длительность контакта инструмента с обрабатываемой заготовкой?
4. В чем преимущество ротационных методов обработки перед обычными?
5. Сформулируйте и поясните основное правило рационального использования охлаждающих жидкостей при обработке резанием.
6. Что дает комбинирование в технологической подсистеме различных видов энергии? Сопоставьте (в принципе) методы ОПД, ЭКП, ТВЧ и ПН по производительности операций, стойкости инструмента, затратам на оборудование и технике безопасности.
7. Каково различие между температурой самого процесса резания и средней температурой контактных поверхностей инструмента при комбинировании в технологической подсистеме механической и тепловой энергий?
8. Что дает укорочение контактных площадок на передней и задней поверхностях инструмента?
9. Какими соображениями следует руководствоваться при выборе инструментального материала той или иной теплопроводности?

Задачи к п. 5.3

59. При обработке отверстия в заготовке из стали ШХ15 расточным резцом с пластиной из твердого сплава с главным углом в плане $\varphi = 45^\circ$ скорость резания $v = 0,67$ м/с, подача $S = 0,6 \cdot 10^{-3}$ м/об, глубина резания $t = 3 \cdot 10^{-3}$ м,

сила резания $P_z = 5200$ Н, средняя температура на контактных поверхностях инструмента $\theta \approx 600$ °С. Как изменится эффективная мощность процесса обработки и средняя температура на контактных поверхностях инструмента, если расточной резец заменить трехперым зенкером с пластинами из того же материала при одинаковых с резцом геометрических параметрах режущего лезвия?

Алгоритм расчета и комментарии к нему:

а) определить толщину среза при расточке, имея в виду, что $a = S \sin \varphi$ ($a \approx 0,42 \cdot 10^{-3}$ м/об);

б) определить толщину среза, приходящуюся на зуб зенкера ($a_z = a/z = 0,14 \cdot 10^{-3}$ м/зуб);

в) по графику на рис. 5.21, ориентируясь на средние значения удельной работы деформирования $Q_{уд}$ при $0,1 \cdot 10^{-3} < a < 1 \cdot 10^{-3}$, установить, как изменится $Q_{уд}$ при переходе от толщины среза $a = 0,42 \cdot 10^{-3}$ м/об к толщине $a_z = 0,14 \cdot 10^{-3}$ м/зуб. (По рис. 5.21 можно получить ориентировочно, что при $0,1 \times 10^{-3} < a < 1 \cdot 10^{-3}$ зависимость между $Q_{уд}$ и a имеет вид $Q_{уд} \approx Ca^{-0,23}$);

г) рассчитать мощность процесса резания при расточке резцом ($W_1 = 3467$ Вт);

д) рассчитать мощность процесса резания для каждого зуба зенкера, имея в виду уменьшение (по сравнению с резцом) толщины среза и увеличение $Q_{уд}$ [$W_z = (W_1/z) (a/a_z)^{0,23} \approx 1488$ Вт];

е) полагая в первом приближении, что средняя температура на контактных поверхностях режущего клина прямо пропорциональна мощности процесса, и пренебрегая взаимным влиянием зубьев зенкера, рассчитать температуру резания при зенкероании ($\theta_z \approx \theta W_z/W_1 \approx 257$ °С);

ж) рассчитать эффективную мощность процесса обработки при расточке отверстия зенкером.

Ответ: $W' = 4464$ Вт; $\theta_z \approx 257$ °С.

60. При обработке заготовки из стали ШХ15 резцом с пластиной из твердого сплава Т14К8 в условиях, указанных на рис. 5.22, изменение температуры резания θ при непрерывном точении (кривая 1) можно аппроксимировать зависимостью $\theta \approx 825 \operatorname{erf} [0,18\tau]$. Если точение происходит с перерывами, то остывание инструмента описывается формулой $\theta = \theta_p \exp [-0,024\tau_1]$, где θ_p — температура резания к концу рабочего хода; τ_1 — время, отсчитываемое от начала вспомогательного хода. Пользуясь приведенными выше формулами, рассчитать среднюю за цикл температуру резания при установившемся процессе, $\tau_p = 3$ с и $\tau_b = 30$ с (кривая 3).

Алгоритм решения и комментарии к нему:

а) рассчитать температуру к концу первого рабочего хода (точка А на рис. 5.22; $\theta_A = 457$ °С);

б) рассчитать температуру к концу первого вспомогательного хода (точка В, $\theta_B = 222$ °С);

в) имея в виду, что второй цикл начинается от точки В, температура которой на кривой 1 соответствует температуре в точке С, а также, что участок ВЕ на кривой 3 соответствует участку СД на кривой 1, рассчитать постоянную времени τ_0 для второго цикла. Для этого, пользуясь формулой $\theta \approx 825 \operatorname{erf} [0,18\tau]$, запишем $222 = 825 \operatorname{erf} [0,18\tau_0]$, откуда $\operatorname{erf} [0,18\tau_0] = 0,269$; по таблицам функции $\operatorname{erf} [\chi]$ определяем $\chi = 0,244$ и далее $\tau_0 = 1,35$ с [расчет можно выполнить также по формуле (1.55)];

г) рассчитать температуру резания к концу второго рабочего хода ($\theta_E = 825 \operatorname{erf} [0,18(\tau_0 + \tau_p)] \approx 605$ °С);

д) рассчитать температуру контактных поверхностей инструмента к концу второго вспомогательного хода ($\theta_F = 605 \exp [-0,024 \cdot 30] \approx 294$ °С);

е) по пп. в—д рассчитать температуры к концу последующих рабочих и вспомогательных ходов; можно убедиться, что значения θ_p и θ_b быстро стабилизируются ($\theta_p \approx 660$ °С; $\theta_b \approx 320$ °С);

ж) рассчитать постоянную времени τ'_0 для кривой 1 при температуре $\theta_b = 320$ °С ($\tau'_0 \approx 2$ с);

а) рассчитать среднюю температуру резания для рабочего хода при установившемся процессе

$$\bar{\theta}_p = \frac{825}{\tau_p} \int_0^{\tau_0 + \tau_p} \text{erf} [0,18\tau] d\tau.$$

(Пользуясь формулой для $\int \text{erf} [pu] du$, приведенной в прил. 6, получаем $\bar{\theta}_p \approx 508^\circ\text{C}$);

и) рассчитать среднюю температуру вспомогательного хода

$$\bar{\theta}_B = \frac{660}{\tau_x} \int_0^{\tau_B} \exp[-0,024\tau] d\tau \quad (\bar{\theta}_B \approx 470^\circ\text{C});$$

к) рассчитать среднюю температуру для цикла

$$\bar{\theta}_ц = (\bar{\theta}_p \tau_p + \bar{\theta}_B \tau_B) / (\tau_p + \tau_B).$$

Ответ: $\bar{\theta}_ц \approx 473^\circ\text{C}$.

61. Заготовку обрабатывают круглым ротационным резцом (см. рис. 5.24), диаметр которого $d_p = 25 \cdot 10^{-3}$ м. Глубина резания $t = 5 \cdot 10^{-3}$ м, частота вращения инструмента $n_p = 2 \text{ с}^{-1}$. При неустановившемся процессе теплообмена можно принять, что температура резания линейно зависит от времени. Рассчитать, во сколько раз снизится эта температура по сравнению с температурой при работе невращающимся резцом. Накопление теплоты в резце не учитывать.

Ответ: $\tau_p \approx 0,071 \text{ с}$; $\tau_p / (\tau_p + \tau_B) = 0,142$. Температура снизится примерно в 7 раз.

62. При торцовом фрезеровании заготовки из литой аустенитной марганцовистой стали 110Г13Л двухзубым инструментом $D = 85 \cdot 10^{-3}$ м с пластинами из твердого сплава ВК8 (см. рис. 5.23) вследствие высокой истирающей способности обрабатываемого материала стойкость инструмента недостаточна. С целью повышения стойкости фрезы применен электроконтактный нагрев рабочих поверхностей инструмента, для чего заготовка и фреза включены в цепь постоянного тока напряжением $U = 3 \text{ В}$. Определить силу тока, которую надо задать в цепи, если тепловой КПД установки $\eta_y = 0,4$. Для решения поставленной задачи в распоряжении технолога имеются следующие данные: 1) при работе без ЭКН температура в зоне резания каждого зуба $\theta = 2500v^{0,45}t^{0,04}S_z^{0,08}$, где v — скорость резания, м/с; S_z — подача на зуб, м/зуб; t — глубина резания, м; 2) оптимальная температура с точки зрения стойкости инструмента для пары 110Г13Л—ВК8 $\theta^{\text{опт}} = 800^\circ\text{C}$; 3) режим резания: $v = 0,3 \text{ м/с}$; $S_z = 0,1 \cdot 10^{-3} \text{ м/зуб}$, $t = 4 \cdot 10^{-3} \text{ м}$, $B_\phi = 35 \cdot 10^{-3} \text{ м}$; 4) длины контактных площадок на зубе фрезы $l_1 = 0,3 \cdot 10^{-3} \text{ м}$ и $l_2 = 0,05 \cdot 10^{-3} \text{ м}$; 5) средний коэффициент укорочения стружки $k = 2,1$; 6) геометрические параметры зубьев: $\phi = 45^\circ$; $\gamma = 0^\circ$; $\alpha = 6^\circ$.

Алгоритм решения и комментарии к нему:

а) рассчитать температуру резания при работе без ЭКН ($\theta = 558^\circ\text{C}$);

б) рассчитать критерий Ре для источников теплоты q_{1T} и q_3 , действующих на стружку, полагая, что скорость ее движения $v_1 = v/k$ ($Pe = 10,2$);

в) по формуле (5.9) рассчитать коэффициент u_1 , учитывающий ограниченность стружки по толщине. При $B_\phi < 0,5D$ изменением толщины стружки при торцовом фрезеровании можно пренебречь ($\Delta \approx kS_z \sin \phi$; $u_1 \approx 2,5$);

г) составить код для стока q_1 , действующего на надрезочной стороне стружки (см. рис. 5.15), и по блок-схеме (см. рис. 5.2) рассчитать значение коэффициента A_4

$$\left(\text{Код} = -\frac{211}{101,22} 22; A_4 = 3,2 \cdot 10^{-6} \right);$$

д) составить код для источника q_1 , действующего на передней поверхности инструмента $\left(\text{Код} = +\frac{212}{101,02} 82 \right);$

е) рассчитать время τ , в течение которого зуб фрезы срезае стружку, проходя по дуге контакта шириной B (см. рис. 5.23), и безразмерное время $Fo = \omega_p \tau / l_1^2$ ($\mu = 2 \arcsin 0,41 \approx 49^\circ$; $\tau = 0,12$ с; для сплава ВК8 $\omega_p = 0,246 \times 10^{-4}$ м²/с; $Fo = 32,8$);

ж) по коду задачи с учетом коэффициента теплопроводности материала инструмента, относительной ширины площадки контакта $\eta = b/l_1$ (см. рис. 2.7 и 5.15) и времени Fo , пользуясь блок-схемой (см. рис. 5.2), рассчитать коэффициент C_{11} ($\eta = 18,8$; $A_d = 0,957$; $A_T = 14,15$; $C_{11} = 3,64 \cdot 10^{-5}$);

з) по формуле (5.47) определить оптимальную мощность электроконтактного нагрева ($W_{н. опт} = 163$ Вт);

и) по формуле $I = W_{н. опт} / (U \eta)$ рассчитать необходимую силу тока.

Ответ: $I \approx 136$ А.

63. Рассчитать температуру дополнительного нагрева металла у режущей кромки инструмента при точении, если индуктор ТВЧ имеет ширину $B = 12 \times 10^{-3}$ м, а эффективная мощность установок $W_n = W_{\text{эф}} \eta = 12 \cdot 10^3$ Вт. Обрабатывают заготовку из стали 12Х18Н9Т диаметром $d = 275 \cdot 10^{-3}$ м. Режим резания: скорость $v = 0,3$ м/с, подача $S = 1 \cdot 10^{-3}$ м/об. Главный угол резца в плане $\varphi = 45^\circ$.

У к а з а н и е: при вычислении интеграла в формуле (5.49) воспользоваться приближенным методом (см. прил. 6).

Ответ: $T(0,5; 0,059) \approx 2,47$; $\theta_n \approx 473$ °С.

64. В условиях предыдущей задачи при той же эффективной мощности по формуле (5.50) рассчитать температуру нагрева металла у кромки инструмента плазменной дугой, коэффициент сосредоточенности которой $k_0 = 6 \cdot 10^4$ м⁻². Расстояние от центра пятна нагрева до кромки резца $L = 60 \cdot 10^{-3}$ м; глубина резания $t = 7 \cdot 10^{-3}$ м; накопление теплоты в заготовке учесть коэффициентом $\beta = 1,3$.

Ответ: $\theta_n \approx 510$ °С.

65. При точении заготовки из стали 12Х18Н9Т резцом с пластиной из Т15К6 и главным углом в плане $\varphi = 45^\circ$ без охлаждения измерения, выполненные с помощью естественной термодпары, показали, что при $v = 0,42$ м/с; $t = 12 \cdot 10^{-3}$ м; $S = 1,5 \cdot 10^{-3}$ м/об температура резания составляет $\theta = 820$ °С. Оптимальная температура резания для пары 12Х18Н9Т — Т15К6 $\theta_{\text{опт}} = 900$ °С. Рассчитать эффективную мощность плазменного нагрева материала заготовки, необходимую для получения оптимальной температуры резания, если пятно нагрева расположено на расстоянии $L = 150 \cdot 10^{-3}$ м от кромки резца, $\beta \approx 1,3$, а связь между коэффициентом сосредоточенности плазменной дуги k_0 и эффективной мощностью описывается формулой $k_0 = 8,6 \cdot 10^7 W_n^{-0,75}$.

Алгоритм решения и комментарии к нему:

а) приняв $p = 0,001$, по формуле (5.53) рассчитать оптимальную температуру плазменного нагрева ($\theta_{н. опт} \approx 440$ °С);

б) рассчитать элементы сечения среза ($a = 1,06 \cdot 10^{-3}$ м; $b = 17 \cdot 10^{-3}$ м) и коэффициент k_1 ($k_1 = 14 \cdot 10^4$ м⁻²);

в) при $\theta_{н. опт} = 440$ °С решить формулу (5.50) в отношении $W_n = W_{\text{эф}} \eta$ ($W_{н. опт} = 30\,280 / \operatorname{erf} \left[3,18 \sqrt{\frac{k_0}{14 \cdot 10^4 + k_0}} \right]$);

г) поскольку между W_n и k_0 имеется функциональная связь, разрешить уравнение, полученное в предыдущем пункте расчета, методом итераций и определить значение $W_{н. опт}$.

Ответ: $W_{н. опт} \approx 31,4$ кВт; $k_0 = 3,65 \cdot 10^4$ м⁻².

66. Во сколько раз снизится температура резания за счет увеличения теплопроводности инструментального материала, если при точении заготовки из жаропрочного сплава ХН77ТЮР ($v = 0,83$ м/с; $a = 0,1 \cdot 10^{-3}$ м/об) вместо резца с пластиной из ВК8 применить резец с кристаллом алмаза? Как изменится доля теплоты резания, поступающая в инструмент?

Алгоритм решения и комментарии к нему:

а) по формуле (5.56) рассчитать долю теплоты в инструменте при работе твердосплавным резцом ($\delta_1^* \approx 0,12$);

б) определить безразмерную величину, характеризующую изменение коэффициента теплопроводности режущего материала ($\Lambda = 0,105$);

в) по формуле (5.54) рассчитать изменение температуры при переходе от твердосплавного инструмента к алмазному ($\vartheta \approx 0,5$);

г) по формуле (5.55) рассчитать значение δ_2^* при работе алмазным резцом ($\delta_2^* \approx 0,56$).

Ответ: Температура резания при переходе к алмазному резцу снизится примерно в 2 раза, а доля теплоты в инструменте возрастет в 4,7 раза.

5.4. ТЕПЛОБМЕН ПРИ ФИНИШНЫХ МЕТОДАХ ОБРАБОТКИ

Особенности теплообмена при шлифовании. Теплообмен при финишных методах обработки рассмотрим на примере теплофизического анализа процесса шлифования. Это объясняется двумя соображениями. Во-первых, процесс шлифования занимает большое место в технологических системах современного машиностроительного производства. Во-вторых, большинство инструментов, применяемых для финишных операций, в качестве режущих элементов содержат абразивные зерна или зерна из сверхтвердых материалов, и в этом смысле они подобны шлифовальным кругам, а процесс обработки — процессу шлифования.

С точки зрения теплофизики отметим две главных особенности процесса шлифования. Первая из них состоит в том, что зерна на поверхностях подавляющего большинства абразивных инструментов расположены стохастически, т. е. не упорядоченно, а случайно, по вероятностным законам. В месте соприкосновения каждого из зерен с материалом заготовки выделяется теплота, возникающая в результате процесса срезания отдельной стружки. Расположение этих локальных источников тепловыделения на поверхности контакта между заготовкой и шлифующим инструментом в связи со стохастическим размещением зерен непрерывно меняется во времени. Это содействует выравниванию температур на всей контактной поверхности заготовки. Выравниванию температур содействует также самозатачивание, свойственное большинству абразивных инструментов при правильно организованном процессе обработки. Самозатачивание состоит в том, что зерна, которые в процессе шлифования затупились, покидают рабочую поверхность круга, а вместо них в работу вступают острые режущие элементы, расположенные в более глубоких слоях связки.

Рассмотренная выше особенность процесса шлифования позволяет при описании локальных тепловых явлений ориентироваться на схематизированное зерно с некоторыми осредненными геометрическими параметрами и условиями работы.

Вторая важная особенность процесса шлифования состоит в том, что каждое зерно, вступая в работу, деформирует и срезает не холодный, а нагретый металл. Нагрев возникает в результате работы резания, выполненной предыдущими зернами, а также работы трения в межзерновом пространстве между связкой круга и материалом заготовки. Таким образом, абразивная обработка

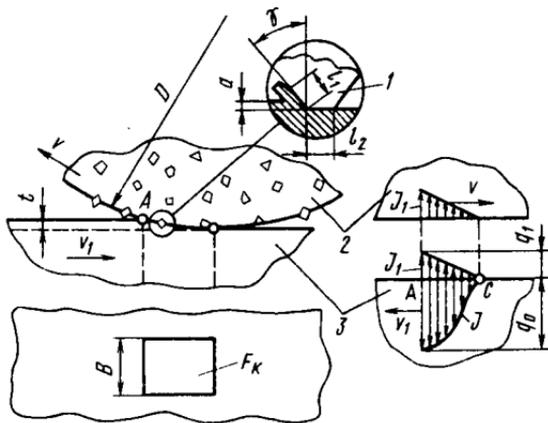


Рис. 5.38. Схема процесса шлифования:
1 — режущее зерно; 2 — круг; 3 — заготовка

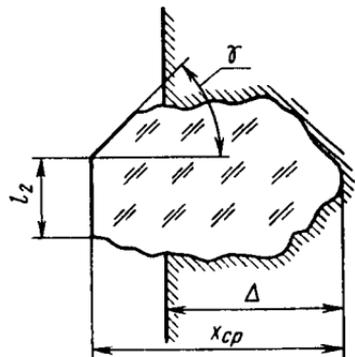


Рис. 5.39. Схематизация режущего зерна

представляет собой по сути процесс резания нагретого металла. Этим отчасти объясняются широкие технологические возможности процесса шлифования, которому могут подвергаться материалы, недоступные обработке резанием лезвийными инструментами.

Изложенные выше соображения позволяют написать выражение для расчета средней температуры на поверхности контакта абразивного инструмента с материалом заготовки:

$$\theta_{cp} = \theta_{п.н} + n_F f \theta / F_K, \quad (5.57)$$

где $\theta_{п.н}$ — среднее по поверхности контакта повышение температуры, которое возникло как результат предварительного нагрева материала заготовки зернами, участвовавшими в работе до рассматриваемого момента времени; n_F — средневероятное количество режущих зерен, активно участвующих в процессе шлифования на поверхности контакта площадью F_K в данный момент времени; f — средневероятная площадь контакта, занимаемая каждым режущим зерном; θ — средневероятная температура на площадке, занимаемой режущим зерном, которую будем называть локальной температурой.

Номинальную площадь контакта между кругом и заготовкой рассчитывают на основании чисто геометрических соображений. Например, при плоском шлифовании торцом круга (см. рис. 1.16) $F_K = Bl$, где B — ширина заготовки (размер, перпендикулярный к плоскости чертежа на рис. 1.16). При обработке заготовки периферией круга (рис. 5.38) $F_K \approx B \sqrt{tD}$, где t — глубина шлифования; D и B — соответственно диаметр и ширина круга. Значение f , как правило, на 5—6 порядков меньше, чем F_K .

Количество зерен, работающих одновременно на площади F_K , обозначенное выше n_F , представляет собой произведение $n_p F_K$,

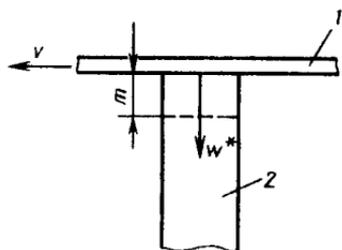


Рис. 5.40. Схема процесса ленточного шлифования торца стержня

где n_p — среднеевероятное число активных зерен, работающих на единице поверхности контакта. Вероятностный анализ процесса шлифования [3] приводит к формуле

$$n_p \approx \frac{0,4}{x_{cp}^2} \sqrt{\frac{\omega^* K^*}{v(1-\varepsilon)}}, \quad (5.58)$$

где x_{cp} — среднеевероятный размер зерен в круге; K^* — концентрация режущего материала в нем, %, $K^* = 400 (V_a/V_k)$, где V_k и V_a — соответственно объем круга и суммарный объем абразивного материала в нем; если суммарный объем алмазных зерен составляет 0,25 объема круга, то концентрация $K^* = 100$ %; v — скорость шлифования; ε — относительная критическая глубина заделки зерен в поверхностном слое круга; ω^* — скорость погружения зерен в обрабатываемый материал.

Относительная критическая глубина заделки $\varepsilon = \Delta/x_{cp}$, где Δ — среднеевероятная глубина заделки зерна в связке в момент, когда вследствие затупления оно выкрашивается и покидает круг (рис. 5.39), значение ε зависит главным образом от свойств связки круга и зерен, в среднем $\varepsilon = 0,7 \dots 0,8$.

Скорость погружения ω^* характеризует удельную производительность процесса обработки. Поясним этот термин на простом примере (рис. 5.40). Пусть стержень 2, имеющий площадь поперечного сечения F_k , обрабатывают абразивной лентой 1. За время τ с торца стержня снимается припуск m . Объем металла, снятого за время τ , составляет $G = mF_k$, а удельная производительность, т. е. съем в единицу времени с единицы поверхности контакта $G/(F_k \tau) = m/\tau$. Величину m/τ можем представить как среднюю скорость погружения ω^* инструмента в обрабатываемый материал. Следовательно, $\omega^* = G/(F_k \tau)$. Это выражение справедливо и для других видов шлифования. Так, для процесса плоского шлифования торцом круга

$$\omega^* = v_1 t / B, \quad (5.59)$$

а для шлифования периферией круга $\omega^* = v_1 \sqrt{tD}$, где v_1 — скорость подачи стола (круга) при плоском шлифовании или окружная скорость заготовки при круглом шлифовании.

В формуле (5.57) положим $n_F = n_p F_k$ и получим выражение для расчета средней температуры при шлифовании

$$\theta^{cp} = \theta_{п.п} + n_p f \theta.$$

Несмотря на довольно высокие локальные температуры θ второе слагаемое в последней формуле оказывается значительно меньшим, чем первое. Поэтому им можно пренебречь и среднюю температуру рассчитывать без учета влияния локальных явлений в зоне

действия каждого из зерен, т. е. $\theta^{\text{CP}} \approx \theta_{\text{п. п.}}$. Из этого, однако, ни в коем случае не следует делать вывод о том, что температуры θ не играют важной роли в процессе шлифования. Наоборот, локальные температуры часто ограничивают режимы шлифования, поскольку именно под воздействием этих температур возникают структурные изменения и прижоги в поверхностных слоях заготовки. Температуры θ влияют на изнашивание и разрушение режущих зерен, а следовательно, на работоспособность и стойкость абразивных инструментов. Поэтому при решении задач, относящихся к выбору материала зерен, оптимизации режимов шлифования с учетом заданных параметров качества изделий, при оценке расходов, связанных с эксплуатацией кругов, следует учитывать значения локальных температур. В других задачах, например при оценке термоустойчивости связки инструмента или термических деформаций заготовки, следует ориентироваться на средние температуры θ^{CP} .

Рассмотрим методику расчета средних и локальных температур при финишной обработке материалов, используя закономерности теплофизики, изложенные выше.

Средние температуры на поверхности контакта инструмента с заготовкой. Поскольку мы условились при расчете средней температуры θ^{CP} не учитывать влияние отдельных зерен, находящихся в данный момент времени на контактной площадке, а принимать во внимание лишь суммарное воздействие всех зерен круга, последний можно рассматривать как сплошное гетерогенное тело с эквивалентным коэффициентом теплопроводности $\lambda_{\text{экр.}}$. Схематизируя тела, принимающие участие в теплообмене, заготовку и круг в подавляющем большинстве случаев можем представить в виде полуограниченных тел. Это можно сделать, потому что размеры контактной площадки, на которой расположен источник тепловыделения, как правило, намного меньше размеров заготовки и круга.

Схема теплообмена, особенно при работе без искусственного охлаждения (см. рис. 5.38), оказывается простой, в нее входят два полубесконечных тела, основной источник J и итоговый поток теплообмена J_1 . Распределение сил резания по поверхности соприкосновения между абразивным инструментом и заготовкой изучено еще недостаточно. Однако отдельные сведения, полученные при исследовании процесса шлифования, показывают, что силы, а с ними и плотность источника J неравномерно распределены по площадке контакта; они меньше на участке входа зерен круга в заготовку (точка C на рис. 5.38) и больше на участке выхода зерен из контакта (точка A). Поэтому в первом приближении можно полагать распределение плотности теплообразующих потоков при абразивной обработке несимметричным нормальным или линейным по направлению скорости перемещения заготовки.

Абразивные инструменты, как это видно из расчета, выполненного в задаче 11, имеют невысокие эквивалентные коэффициенты теплопроводности. Поэтому большая часть теплоты, образующейся

при шлифовании, поступает в заготовку, а значительно меньшая — в инструмент. Поскольку тепловой поток в круг невелик, форма закона распределения его плотности мало отражается на результатах расчета средней температуры θ^{cp} . В связи с этим в большинстве случаев итоговый поток теплообмена при шлифовании можно полагать равномерно распределенным по площадке контакта между кругом и заготовкой. Исключение должно быть сделано для алмазных кругов на металлической связке, эквивалентный коэффициент теплопроводности которых достаточно высок. В этом случае распределение плотности итогового потока теплообмена целесообразно полагать неравномерным, например, по линейному закону (см. рис. 5.38).

Источники и стоки теплоты, действующие в процессе абразивной обработки, при режимах шлифования, применяемых на практике, могут быть отнесены к быстродвижущимся как по отношению к инструменту, так и по отношению к заготовке. Значения критерия Пекле для источников, движущихся по заготовке, меньше, чем для источников, перемещающихся относительно круга, поскольку скорости v_1 намного меньше скоростей шлифования v . На практике при обработке конструкционных материалов минимальное значение $v \approx 0,1$ м/с, а минимальная глубина шлифования $t \approx 0,01 \times 10^{-3}$ м. Имея в виду, что наименьшая длина контакта между кругом и заготовкой получается при шлифовании периферией круга, а также приняв максимальное значение коэффициента температуропроводности для конструкционных материалов $\omega = 0,08 \cdot 10^{-4}$ м²/с, можно рассчитать минимальное значение $Re^{min} = 40 \sqrt{D}$, где D — диаметр круга. Видно, что даже при наименьших режимах резания и работе кругами малого размера ($D = 0,04$ м) критерий Re^{min} находится в пределах значений, характерных для быстродвижущихся источников теплоты. Поэтому при расчете средних температур, возникающих при финишной обработке, в большинстве случаев можно пользоваться более простыми формулами, относящимися к быстродвижущимся источникам теплоты, а не формулами типа (2.25) для источников, движущихся с любой скоростью.

Таковы некоторые особенности схематизации процесса для расчета средних температур при финишной обработке материалов, в частности при шлифовании абразивными и алмазными кругами. В остальном этот расчет выполняется по обобщенному алгоритму и методике, изложенной в п. 5.1.

Локальные температуры. Экспериментальное изучение процесса царапания металлов отдельными зернами и особенно изучение мгновенных поверхностей контакта, полученных при высокоскоростном отрыве круга от заготовки в процессе шлифования [3, 6], позволяют утверждать, что несмотря на некоторые особенности резание зерном происходит в принципе так же, как и резание простым лезвийным инструментом. Следовательно, для определения локальных температур, возникающих при шлифовании, может

быть применена методика расчета температуры резания при работе резцом, изложенная в п. 5.2. Однако в структурную схему теплообмена и расчетные формулы должны быть внесены изменения, учитывающие особенности процесса резания абразивным зерном.

Рассмотрим особенности процесса шлифования, оказывающие влияние на теплообмен в зоне резания единичного зерна при шлифовании. К ним относится прежде всего геометрия режущего элемента. Как уже отмечалось выше, положение зерен на рабочей поверхности круга является случайным. Следовательно, и геометрические параметры режущих выступов также имеют случайные значения. Однако, как показывают наблюдения, передний угол зерна всегда оказывается отрицательным, причем его средневероятное значение составляет $\gamma = -45^\circ$ (см. рис. 5.38 и 5.39). Задний угол на режущих выступах в среднем близок к 0° , а площадка контакта l_2 на задней поверхности зависит от зернистости круга, вернее от средневероятного размера $x_{ср}$ зерна (см. рис. 5.39). Чем больше размер $x_{ср}$ зерна, тем больше глубина Δ его заделки в связке круга. Глубже заделанное зерно дольше сохраняется в связке, и поэтому оно может сильнее изнашиваться по задней поверхности, в связи с чем размер l_2 возрастает.

Далее обратим внимание на то, что средневероятная толщина среза a (см. рис. 5.38), приходящаяся на зерно, также зависит от $x_{ср}$. Вероятностный анализ позволяет получить формулу

$$a \approx 1,65x_{ср} [(1 - \epsilon) \omega^*/(vK^*)]^{0,25}, \quad (5.60)$$

где ϵ — относительная критическая заделка; ω^* — скорость погружения зерна в обрабатываемый материал; K^* — концентрация режущего материала в инструменте.

Вероятная ширина среза также зависит от $x_{ср}$, в среднем $b \approx 2a$. Длина площадки контакта между передней поверхностью зерна и стружкой зависит от толщины среза. Поэтому и средневероятное значение l_1 (см. рис. 5.38) зависит от зернистости круга.

Схематизируя процесс шлифования и конструируя расчетные формулы, следует также учесть, что: размеры зерна невелики, в связи с чем оно не может быть заменено неограниченным клином (как это делается для резца), а должно быть представлено в виде тела конечных размеров; зерно находится в связке круга и отдает в массу последнего часть теплоты, полученной при резании; теплообмен нестационарный, поскольку зерно периодически входит в материал заготовки и выходит из него.

Процесс резания каждым зерном, расположенным на рабочей поверхности круга, изучен значительно меньше, чем процесс резания лезвийными инструментами. Поэтому, чтобы учесть изложенные выше особенности теплообмена, при расчете локальных температур приходится принимать ряд допущений и приближенных значений величин. Изложение этих допущений выходит за рамки нашего учебника. Отсылая интересующихся к литературе [3], где эти вопросы рассмотрены, приведем лишь балансовые уравне-

ния, заменяющие формулы (5.35) — (5.38) при расчете локальных температур на рабочих поверхностях зерна:

$$\theta_1 = \theta_d + A_3 q_{1T} - A_4 q_1 = \frac{0,36bF^*}{\lambda_1 x_{cp}} (q_1 l_1 + c_2 q_2 l_2); \quad (5.61)$$

$$\theta_2 = \theta_d T_n + A_5 q_{2T} - A_7 q_2 = \frac{0,36bF^*}{\lambda_1 x_{cp}} (q_2 l_2 + c_1 q_1 l_1). \quad (5.62)$$

Как видно из формул (5.61) и (5.62), балансовые уравнения при шлифовании имеют ту же структуру, что и уравнения (5.35) — (5.38) для процесса течения. Изменения коснулись лишь отдельных членов этих уравнений. Так, в левую часть входит температура деформирования

$$\theta_d = (\omega b^* q_d) / \lambda v, \quad (5.63)$$

где ω и λ — теплофизические характеристики материала заготовки; q_d — плотность теплового потока, возникающего при деформировании; b^* — коэффициент, учитывающий распределение этого потока между стружкой и заготовкой,

$$b^* = (1 + 1,5k/\sqrt{Pe_d})^{-1} \quad (5.64)$$

зависит от коэффициента укорочения стружки k и критерия Пекле

$$Pe_d = va/(\omega \sin \Phi), \quad (5.65)$$

где Φ — средневероятный угол сдвига.

Заметим, что формулы (5.63) — (5.65) могут быть использованы и в выражениях (5.35) и (5.36) взамен соответствующих членов, содержащих $A_2 (q_d - q_3)$ и $A_6 q_3$. При этом в формуле (5.36), как и в (5.62), должна быть учтена передаточная функция T_d , описывающая влияние источника плотностью q_d на температуру контактной площадки l_2 по задней поверхности инструмента.

Наибольшим изменениям при переходе к теплофизическому анализу процесса шлифования в локальной зоне подверглись формулы (5.37) и (5.38). Это естественно, так как процесс теплообмена режущей части зерна с заготовкой и связкой круга нестационарен, а зерно имеет конечные размеры. Поэтому в правые части выражений (5.61) и (5.62) входят средневероятный размер зерна x_{cp} , средневероятная ширина среза b и функции F^* , зависящая от безразмерного времени $Fo = \omega_1 \tau_p / x_{cp}^2$ и отношения $\Lambda = \lambda_{эКВ} / \lambda_1$, где τ_p — время контакта между зерном и заготовкой (время одного реза); $\lambda_{эКВ}$ — эквивалентный коэффициент теплопроводности абразивного инструмента; λ_1 и ω_1 — теплофизические характеристики материала зерна.

График функции F^* (Λ , Fo_p) приведен на рис. 5.41. По мере уменьшения размеров зерен (возрастания Fo_p) и снижения теплопроводности массы круга по сравнению с теплопроводностью отдельных зерен, содержащихся в нем (уменьшения Λ), значение F^* возрастает. Следовательно, при прочих равных условиях воз-

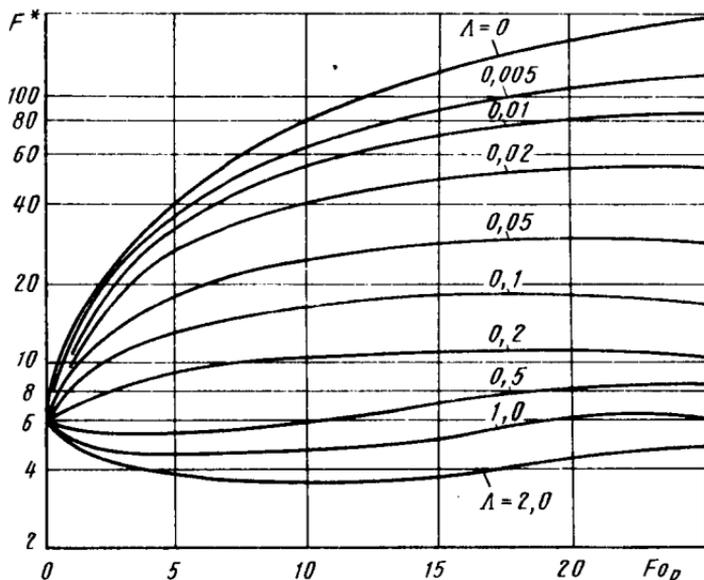


Рис. 5.41. График функции F^* , используемой при расчете температур шлифования

растают температуры на режущих поверхностях зерен, что видно из формул (5.61) и (5.62).

В правую часть выражений (5.61) и (5.62) входят коэффициенты c_1 и c_2 , учитывающие взаимовлияние источников, расположенных на передней и задней поверхностях зерна. Аппроксимация соответствующих расчетов позволила получить

$$\begin{aligned} c_1 &\approx 0,85 (1 - b/l_2); \\ c_2 &\approx 0,3 (1 + b/l_2). \end{aligned} \quad (5.66)$$

Определив с помощью уравнений (5.61) и (5.62) плотности q_1 и q_2 итоговых потоков теплообмена, а затем температуры θ_1^p и θ_2^p , можно рассчитать локальную температуру под зерном

$$\theta = \frac{\theta_1^{cp} l_1 + \theta_2^{cp} l_2}{l_1 + l_2} + \theta^{cp} = \theta_p + \theta^{cp}, \quad (5.67)$$

где θ_p — температура, возникающая как результат процесса резания, а θ^{cp} — уровень предварительного подогрева заготовки (средняя температура шлифования); методика расчета θ^{cp} приведена выше.

Завершая рассмотрение вопроса о локальных температурах, еще раз обратим внимание на то, что вследствие недостаточной изученности процесса удаления металла отдельными зернами при шлифовании, при расчете θ приходится принимать значительное количество допущений, справедливость которых можно будет оценить только тогда, когда этот процесс будет изучен более

детально и полно. Пока же единственным способом интегральной оценки справедливости теоретических построений являются эксперименты, в которых безынерционными методами регистрируется ЭДС, возникающая при соприкосновении зерен круга с термомпарами, заложенными в заготовку. В среднем порядок значений θ , полученных расчетным и экспериментальным путями, оказывается примерно одинаковым, хотя и сами эксперименты не свободны от некоторых погрешностей. Поэтому проблема теоретического и экспериментального определения локальных температур при абразивной обработке остается одной из важных в современной технологической теплофизике.

Вопросы для самопроверки к п. 5.4

1. Охарактеризуйте основные особенности процесса шлифования, которые следует иметь в виду при теплофизическом анализе финишных методов обработки.
2. Что понимается под термином «относительная критическая заделка зерна»?
3. Что имеют общего и чем отличаются друг от друга процессы резания абразивным зерном и лезвийным инструментом?
4. Каковы особенности структурной схемы теплообмена при шлифовании?

Задачи к п. 5.4

67. Рассчитать среднюю температуру на поверхности контакта между алмазным кругом и заготовкой из твердого сплава Т14К8 при плоском шлифовании (см. рис. 5.38). Диаметр круга $D = 0,1$ м, ширина $B = 0,01$ м. Алмазоносный слой круга содержит (по объему): 25 % зерен из синтетического алмаза [$\lambda_3 = 520$ Вт/(м·°C)], 70 % металлической связки [$\lambda_c = 30$ Вт/(м·°C)] и 5 % воздушных пор [$\lambda_B = 0,03$ Вт/(м·°C)]. Эквивалентный коэффициент температуропроводности алмазоносного слоя $\omega_{экр} = 0,3 \cdot 10^{-4}$ м²/с. Режим шлифования: $t = 0,01 \times 10^{-3}$ м; $v = 30$ м/с; $v_1 = 0,1$ м/с. Окружная сила шлифования $P_z = 64$ Н. Охлаждающую жидкость не применяют.

Алгоритм решения и комментарии к нему:

- а) определить эффективную мощность процесса шлифования ($W = 1920$ Вт);
- б) по формуле $l = \sqrt{iD}$ рассчитать длину площадки контакта между кругом и заготовкой ($l = 10^{-3}$ м);
- в) положив $k_0 = 3l^{-2}$, по формуле (1.54) рассчитать наибольшую плотность теплообразующего источника ($q_0 = 3,79 \cdot 10^8$ Вт/м²);
- г) рассчитать значения критерия Пекле для источников, движущихся по заготовке и по шлифовальному кругу ($Pe_1 = 9,1$; $Pe = 1000$);

д) составить код тепловой задачи для заготовки ($Kод = + \frac{212}{501.22} 12 - \frac{212}{201.22} 12$);

е) пользуясь алгоритмом (см. рис. 5.2), написать формулу для расчета средней температуры площадки контакта со стороны заготовки ($\theta^{CP} = 958 - 2,87 \times 10^{-6} q_1$);

ж) составить код тепловой задачи для круга ($Kод = + \frac{211}{201.22} 12$);

з) по формуле (1.29) рассчитать эквивалентный коэффициент теплопроводности круга [$\lambda_{экр} = 43,3$ Вт/(м·°C)];

и) пользуясь алгоритмом (см. рис. 5.2), написать формулу для расчета средней температуры площадки контакта со стороны круга ($\theta^{CP} \approx 2,83 \cdot 10^7 q_1$);

к) рассчитать плотность q_1 потока ($q_1 = 3,04 \cdot 10^8$ Вт/м²);

л) рассчитать среднюю температуру на площадке контакта.

Ответ: $\theta^{CP} = 86$ °C.

68. В условиях задачи 67, сохраняя все исходные данные, рассчитать среднюю температуру на поверхности контакта инструмента с заготовкой, если алмазный круг заменить кругом из зеленого карбида кремния на керамической связке ($\lambda_{\text{экв}} = 2,9 \text{ Вт/м}\cdot\text{°C}$; $\omega_{\text{экв}} = 0,025 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2/\text{с}$).

Ответ: $\theta^{\text{CP}} \approx 285 \text{ °C}$.

69. Рассчитать средневероятную локальную температуру на площадке контакта зерна с заготовкой при плоском шлифовании пластины из закаленной быстрорежущей стали P10K5Ф5 торцом чашечного круга с зёрнами из кубического нитрида бора (эльбора). Ширина пластины $B = 12 \cdot 10^{-3} \text{ м}$ (рис. 5.42), толщина h намного больше, чем длина l площадки контакта между торцом круга и обрабатываемой поверхностью ($l = 8 \cdot 10^{-3} \text{ м}$). Средневероятный размер зёрен в круге $x_{\text{CP}} = 0,09 \cdot 10^{-3} \text{ м}$, их критическая заделка $\varepsilon = 0,8$, концентрация $K^* = 100 \%$. Связка круга — органическая; эквивалентные теплофизические характеристики рабочего слоя: $\lambda_{\text{экв}} = 0,84 \text{ Вт/(м}\cdot\text{°C)}$, $\omega_{\text{экв}} = 0,005 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2/\text{с}$. Теплофизические характеристики материала заготовки: $\lambda = 27 \text{ Вт/(м}\cdot\text{°C)}$; $\omega = 0,057 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2/\text{с}$, а материала зёрен $\lambda_1 = 42 \text{ Вт/м}\cdot\text{°C}$ и $\omega_1 = 0,18 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2/\text{с}$. Режим резания: $t = 0,02 \cdot 10^{-3} \text{ м}$, $v_1 = 0,1 \text{ м/с}$ и $v = 25 \text{ м/с}$. Составляющие силы резания $P_z = 54,5 \text{ Н}$, $P_N = 120 \text{ Н}$.

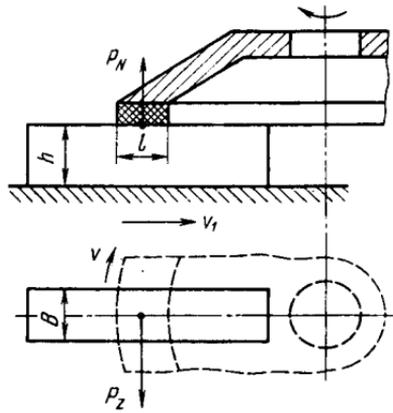


Рис. 5.42. Плоское шлифование пластины торцом чашечного круга (к задаче 69)

Алгоритм решения и комментарии к нему:

а) по формуле (5.59) рассчитать скорость погружения зёрен в материал заготовки ($\omega^* = 1,66 \cdot 10^{-4} \text{ м/с}$);

б) по формуле (5.58) рассчитать средневероятное количество режущих зёрен, а по формуле (5.60) — средневероятную толщину среза ($n_p = 2,84 \cdot 10^6$; $a = 1,6 \cdot 10^{-6} \text{ м}$); положив в первом приближении $b = 2a$, рассчитать ширину среза ($b = 3,2 \cdot 10^{-6} \text{ м}$);

в) полагая в первом приближении $l_1 \approx 10a$ и $l_2 \approx 0,25x_{\text{CP}}$, рассчитать длины контактных площадок ($l_1 \approx 1,6 \cdot 10^{-5} \text{ м}$; $l_2 \approx 2,25 \cdot 10^{-5} \text{ м}$);

г) рассчитать силы, действующие на задней поверхности зерна, имея в виду, что сила трения $F_2 = 0,25 \cdot 10^6 \mu_2 \sigma_{в.с} b l_2$, где μ_2 — коэффициент трения на этой площадке; $\sigma_{в.с}$ — предел прочности на сжатие обрабатываемого материала, МПа; принять $\mu_2 = P_z/P_N \approx 0,45$; $\sigma_{в.с} \approx 1500 \text{ МПа}$ ($F_2 = 0,012 \text{ Н}$, сила нормального давления $N_2 = F_2/\mu_2 = 0,026 \text{ Н}$);

д) рассчитать силы, приходящиеся на одно зерно [$P_z^1 = P_z/(n_p B l) = 0,2 \text{ Н}$; $P_N^1 = 0,44 \text{ Н}$];

е) рассчитать силу трения на передней поверхности зерна, имея в виду [3], что $F_1 = (P_z^1 - F_2) \sin \gamma - (P_N^1 - N_2) \cos \gamma$ (при $\gamma = -45^\circ$ получаем $F_1 = 0,156 \text{ Н}$);

ж) определить общую мощность тепловыделения на зерне и распределить ее между источниками теплоты ($\omega_z = P_z^1 v = 5 \text{ Вт}$; $\omega_2 = F_2 v = 0,3 \text{ Вт}$; считая коэффициент укорочения стружки $k = 2$, получаем $\omega_1 = F_1 v/k = 1,95$; $\omega_{\text{д}} = \omega_z - \omega_1 - \omega_2 = 2,75 \text{ Вт}$);

з) приняв, что источники тепловыделения от сил трения на поверхностях зерна распределены по несимметричным нормальным законам, а на поверхности сдвига — равномерно, рассчитать плотности тепловых потоков [$q_{1\text{т}} = 7,44 \times 10^{10} \text{ Вт/м}^2$; $q_{2\text{т}} = 0,81 \cdot 10^{10} \text{ Вт/м}^2$; $q_{\text{д}} = \omega_{\text{д}} \sin \Phi/(ba) = 13,4 \cdot 10^{10} \text{ Вт/м}^2$];

и) по формулам (5.63) и (5.64) рассчитать температуру деформации ($b^* = 0,64$; $\theta_{\text{д}} = 724 \text{ °C}$);

к) пользуясь алгоритмом (см. рис. 5.2), рассчитать коэффициенты A_3 , A_4 , A_5 и A_7 в формулах (5.61) и (5.62); ($A_3 = 4,07 \cdot 10^{-8}$; $A_4 = 7,57 \cdot 10^{-8}$; $A_5 = 2,56 \times 10^{-8}$; $A_7 = 4,76 \cdot 10^{-8}$);

л) имея в виду, что $T_{\text{н}} \approx \sqrt{\xi} - \sqrt{\xi - 1}$, где $\xi = 0,13l_2/a$, рассчитать значение передаточной функции ($T_{\text{н}} = 0,136$);

м) определить значения τ_p , F_{0p} и Λ , а по рис. 5.36 — значение F^* ($\tau_p = 0,48 \cdot 10^{-3}$ с; $F_{0p} = 1,07$; $F^* \approx 10,3$);

н) по формулам (5.61) и (5.62) составить уравнения баланса температур, определить плотность итоговых потоков теплообмена и температуры θ_1 и θ_2 ($\theta_1 = 3752 - 7,57 \cdot 10^{-8}q_1 = 5,03 \cdot 10^{-8}q_1 + 4,53 \cdot 10^{-8}q_2$; $\theta_2 = 306 - 4,76 \cdot 10^{-8}q_2 = 7,08 \cdot 10^{-8}q_2 + 3,67 \cdot 10^{-8}q_1$; $q_1 = 3,246 \cdot 10^{10}$ Вт/м²; $q_2 = -7,46 \cdot 10^9$ Вт/м²; $\theta_1 = 1294$ °С; $\theta_2 = 661$ °С; $\theta_p = 924$ °С);

о) по алгоритму, приведенному в задаче 66, рассчитать среднюю температуру на поверхности контакта круга с заготовкой ($\theta^{\text{ср}} \approx 120$ °С);

п) по формуле (5.67) рассчитать локальную температуру под зерном.

Ответ: $\theta = 1044$ °С.

5.5. ПУТИ УПРАВЛЕНИЯ ТЕПЛОВЫМИ ЯВЛЕНИЯМИ ПРИ ШЛИФОВАНИИ

Управление тепловыми явлениями при шлифовании имеет целью не столько повышение производительности процесса и стойкости инструмента (хотя и эти задачи не снимаются с повестки дня), сколько обеспечение заданного качества поверхностных слоев изделий. Практика показывает, что вследствие весьма интенсивных тепловых процессов в тонких поверхностных слоях заготовки при шлифовании возможно появление так называемых прижогов. Прижоги представляют собой участки в виде пятен или штрихов с измененной структурой металла. Изменение состоит либо в том, что появляется местный отпуск (прижоги отпуска), либо дополнительная местная закалка (прижоги закалки), когда образуется тонкий аустенитно-карбидный слой повышенной твердости, под которым располагается отпущенный слой, постепенно переходящий в исходную структуру металла. Прижоги в виде штрихов являются результатом высоких локальных температур, возникающих на площадках контакта рабочих зерен круга с заготовкой. Прижоги в виде пятен, как правило, возникают в результате воздействия высоких температур на всей контактной поверхности инструмента с заготовкой. Эти температуры возникают вследствие предварительного нагрева металла зернами, а также от трения между связкой и поверхностью контакта в межзерновом пространстве.

Назначая режимы шлифования, безопасные с точки зрения появления прижогов, следует иметь в виду, что характер структурных превращений в материале заготовки зависит не только от температуры, но и от скорости ее повышения. При шлифовании скорости нагрева поверхности контакта между кругом и заготовкой весьма высоки. Средняя скорость нагревания материала заготовки при прохождении над ним очередного зерна

$$(\partial\theta/\partial\tau)_{\text{ср}} = (\theta - \theta^{\text{ср}})/\tau_p$$

в условиях задачи 69 составляет примерно $2 \cdot 10^6$ °С/с. В других случаях она может быть еще на один-два порядка выше. Высокой

оказывается также скорость охлаждения поверхности контакта после выхода заготовки из зоны резания, особенно если применяют активную технологическую жидкость.

С увеличением скоростей нагрева структурные изменения в тонком поверхностном слое заготовки происходят при более высоких температурах, чем при медленном приложении тепловой нагрузки. Поэтому, несмотря на высокие локальные температуры, прижоги на шлифуемой поверхности иногда могут и не возникать. Однако, как правило, снижение локальных температур оказывается желательным (или необходимым), поскольку дефекты поверхности в виде прижогов существенно уменьшают надежность и долговечность деталей в процессе эксплуатации машин. Например, наличие прижогов на шлифованных боковых поверхностях зубьев шестерен снижает их долговечность в 5—8 раз, а прижоги на беговых дорожках колец подшипников качения снижают долговечность подшипников в 2—3 раза.

Недопустимым дефектом деталей машин является сетка мелких трещин на шлифованных поверхностях. Эти трещины возникают в процессе обработки заготовки или при остывании изделия. Они оказываются результатом напряжений, возникающих в процессе резания, или остаточных напряжений в поверхностном слое заготовки. В свою очередь, технологические остаточные напряжения являются следствием термического и силового нагружения материала в зоне резания, а также резких перепадов температур между нагретым металлом и окружающей средой (воздух, технологическая жидкость) в момент выхода его из контакта со шлифующим инструментом. Таким образом, с точки зрения предотвращения брака изделий по трещинам также желательно регулирование температур и управление тепловыми явлениями при финишных технологических операциях.

Уменьшение мощности тепловыделения. Снижение температуры шлифования может быть достигнуто прежде всего уменьшением общей мощности источников тепловыделения. В свою очередь, это требует: 1) придания режущим выступам зерен оптимальной формы при возможно меньшем разбросе геометрических параметров во всей их совокупности; 2) поддержания режущих свойств круга в течение возможно более длительного периода времени; 3) создания условий, обеспечивающих равномерное распределение работы резания между группами зерен, расположенных на различных участках рабочей поверхности инструмента; 4) введения в зону резания дополнительных видов энергии, способствующих снижению прочности срезаемого материала. Рассмотрим некоторые современные методы и устройства, позволяющие удовлетворить перечисленным выше требованиям и этим путем управлять мощностью тепловыделения при шлифовании.

Мы уже отмечали, что абразивный инструмент является стохастической совокупностью зерен, каждое из которых может занимать любое положение в пространстве. В связи с этим естест-

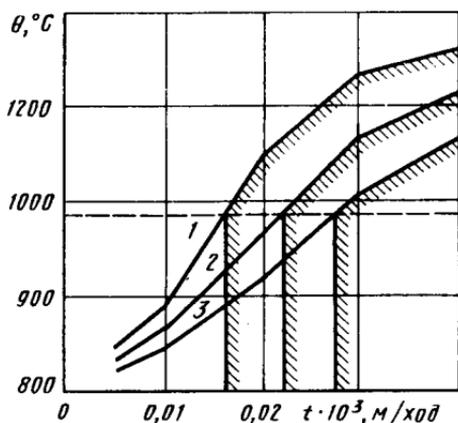


Рис. 5.43. Зависимость температуры шлифования от глубины резания t и вида правящего инструмента:

1 — МААС; 2 — АР; 3 — АО (круглое шлифование заготовки из стали ШХ15, $v = 80$ м/с; $v_1 = 1,3$ м/с; продольная подача $S = 0,016$ м/с)

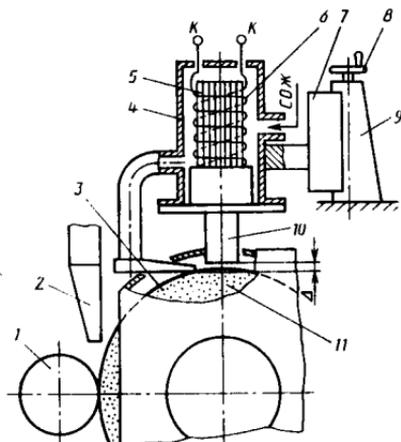


Рис. 5.44. Схема установки для ультразвуковой очистки шлифовального круга

венно, что геометрические параметры режущих выступов колеблются в значительных пределах. Однако в последние годы появились способы отбора и ориентации зерен из сверхтвердых материалов (алмаз, кубический нитрид бора и др.), которые при изготовлении инструментов позволяют уменьшить разброс геометрических параметров режущих выступов в поверхностных слоях кругов, шлифовальных лент и т. д. Для ориентирования зерна предварительно металлизуют, покрывая никелем, затем с помощью магнитного поля устанавливают их в заданном направлении относительно рабочей поверхности инструмента, после чего закрепляют связкой. Придавая зернам положение, наиболее благоприятное с точки зрения процесса микрорезания, можно, как показали исследования, существенно снизить силы и температуру, возникающие в процессе шлифования.

Преимущества инструментов с ориентированными зернами очевидны. Однако чисто технологические трудности и высокая себестоимость не позволяют пока широко использовать метод ориентирования зерен для изготовления массивных шлифовальных кругов, в которых зерна должны располагаться в слое большой толщины и постепенно покидать этот слой в процессе эксплуатации круга, обеспечивая самозатачивание инструмента. Для таких кругов, обычно применяемых на производстве, высокие режущие свойства обеспечивают периодической правкой или чисткой рабочей поверхности инструмента.

Не останавливаясь подробно на методах правки и их применении, покажем, как некоторые из них влияют на температуру шлифования. На рис. 5.43 приведена зависимость температуры в зоне

контакта между шлифовальным кругом, содержащим зерна белого электрокорунда на керамической связке, и заготовкой из стали ШХ15. Поскольку измерение проводили с помощью тонкой закладной термонары, можно предположить, что экспериментально получены температуры, близкие к локальным θ . Исследования показали, что при $\theta > 980^\circ\text{C}$ в поверхностном слое обрабатываемого материала толщиной 3—6 мкм возникают прижоги отпуска. Круг правили инструментами трех видов: кристаллом алмаза в оправе (АО), алмазным роликом (АР) и карандашом МААС. Алмазы в оправе являются универсальным правящим инструментом, широко применяемым в машиностроении. Алмазные ролики в зависимости от геометрической формы обрабатываемого предмета могут быть цилиндрическими или с непрямолинейной (фасонной) образующей. В рабочем слое роликов находятся алмазные зерна, укрепленные в связке. Карандаши МААС, разработанные в Институте сверхтвердых материалов АН УССР, представляют собой правящий инструмент из металлоалмазного адгезионного сплава.

Температура шлифования зависит от метода правки (см. рис. 5.43). Дело в том, что степень обновления рабочей поверхности круга и острота режущих зерен на ней при правке различными методами оказываются различными. Соответственно различными оказываются мощность тепловыделения в зоне резания и температуры при обработке заготовок кругами, подвергшимися правке различными методами. Зона бесприжогового шлифования при правке круга карандашами МААС меньше, чем при правке АР и АО (области режимов глубин резания и температур, при которых возможны прижоги, на рис. 5.43 заштрихованы).

Эффективным способом поддержания режущей способности круга и снижения температур в процессе шлифования является метод непрерывной ультразвуковой очистки рабочей поверхности абразивного инструмента. Схема устройства, применяемого для этой цели, показана на рис. 5.44. Струя смазочно-охлаждающей жидкости (СОЖ) подается через сопло 2 в место соприкосновения заготовки 1 с кругом 11. Кроме этого, СОЖ поступает в герметичный корпус головки 4, в котором находится магнитострикционный преобразователь 5, а далее через дополнительное сопло 3 в зазор Δ между рабочей поверхностью круга и волноводом-концентратором 10. Магнитострикционный преобразователь изготовлен из пакета пластин никеля или пермендюра. Обмотка 6, расположенная на преобразователе 5, через контакты К включена в цепь генератора ультразвуковой частоты. Ультразвуковые электрические колебания, преобразованные в высокочастотные механические, передаются концентратору 10, торец которого припаян к торцу преобразователя 5.

Корпус ультразвуковой головки 4 укреплен в салазках 7, которые маховичком 8 можно перемещать вдоль стойки 9, что необходимо для регулирования зазора Δ . Стойка 9 укреплена на неподвижной части шлифовальной бабки станка.

Под действием колебаний волновода-концентратора 10 в слое жидкости, попавшей в зазор Δ , происходят два процесса. Во-первых, кавитационное перемешивание, в результате которого возникает значительное количество воздушных пузырьков. Во-вторых, растяжение и захлопывание этих пузырьков, в связи с чем образуются ударные сферические волны с мгновенным повышением давления примерно до 10 ГПа.

Высвобождение энергии захлопывающихся пузырьков, плотность которой достигает десятков и сотен ватт на каждом квадратном сантиметре рабочей поверхности круга, приводит к тому, что из пор круга и с поверхности зерен удаляются шлам и другие отходы шлифования, засаливающие инструмент. Рабочая поверхность зерен под действием ударных волн частично разрушается, что ведет к увеличению количества и заострению режущих выступов. В связи с этим процесс резания облегчается, силы шлифования снижаются на 15—20 %, соответственно снижается и мощность теплообразования в зоне резания. Исследования показали, что независимо от свойств материала заготовки температура шлифования снижается на 10—20 %, параметры шероховатости обработанной поверхности уменьшаются в 1,5—3 раза, а стойкость кругов возрастает в 2—3 раза по сравнению с обычными способами шлифования.

Среди факторов, обеспечивающих снижение мощности тепловыделения при шлифовании, выше названо равномерное распределение работы резания между группами зерен, расположенных на различных участках рабочей поверхности инструмента. Неравномерность нагрузки при шлифовании возникает чаще всего в связи с дисбалансом кругов и неравномерным распределением припуска по обрабатываемой поверхности. Обе эти причины вызывают изменение мощности тепловыделения в течение одного оборота круга (при дисбалансе) или одного оборота заготовки (при неравномерном припуске).

Изменение мощности приводит к тому, что при достаточно устойчивом среднем значении \bar{W} она имеет краткосрочные экстремальные значения, неизбежно приводящие к повышению локальных температур. Как видно из формул (5.58) — (5.60), изменение глубины шлифования t влечет за собой изменение скорости погружения зерен ω^* , средневероятного количества режущих выступов n_p и вероятной толщины среза a , приходящейся на каждый из выступов. Естественно, что термический режим на поверхности контакта между кругом и заготовкой также не остается постоянным, поскольку он зависит от θ , а $\theta = f(a, n_p)$. Исследования [23] показывают, например, что при обработке заготовок из стали 40ХГНМ шлифовальным кругом $\theta = c\sigma^{0,19} B^{0,05} j^{0,06}$, где B — дисбаланс круга, г·мм; а j — жесткость технологической системы.

Дисбаланс круга может приводить к появлению циклических прижогов на обработанной поверхности. Поэтому одним из способов повышения качества изделий, основанных на управлении

тепловыми процессами, является снижение дисбаланса кругов путем повышения точности их геометрической формы и однородности, а также тщательного балансирования.

Комбинирование в зоне шлифования различных видов энергии. В процессе шлифования возможно комбинирование различных видов энергии. Наибольшее распространение получило комбинирование механической и электрической энергий, так называемое *электроалмазное шлифование*. Инструмент (круг на металлической связке) и заготовку включают в цепь электрического тока низкого напряжения и высокой плотности. Обработку ведут с технологической жидкостью, подаваемой в зону контакта инструмента с заготовкой, или без нее.

При комбинировании механической и электрической энергий происходят следующие процессы: 1) эрозионное и электрохимическое разрушение металлической связки, содействующее обнажению зерен, устранению засаливания круга и повышению его режущей способности; 2) дополнительное нагревание поверхности заготовки током, вызывающее снижение прочности металла в зоне резания; снижению прочности поверхностных слоев металла содействуют также электроэрозионные и электрохимические явления, происходящие в зоне контакта; 3) деформирование и срезание материала заготовки активными зернами круга, как и при обычном шлифовании.

Упомянутые выше процессы влияют на уровень локальных и средних температур. Зерна алмаза и других сверхтвердых материалов, как правило, неэлектропроводны. Поэтому нагревания металла током на площадках контакта каждого из зерен с заготовкой не происходит. Однако локальная температура в процессе электроалмазного шлифования отличается от локальной температуры при шлифовании без тока, поскольку силы резания, приходящиеся на зерно, в этих процессах различны. Нагревание металла заготовки током происходит в межзерновом пространстве, в связи с чем средние температуры при шлифовании с током и без него также отличаются друг от друга.

На основании изложенных выше соображений в расчетные формулы, используемые для теплофизического анализа процесса шлифования при работе с током, должны быть внесены некоторые изменения.

При расчете средних температур должно учитываться влияние дополнительного источника тепловыделения плотностью $q_3 \approx W_3/F_K$, где W_3 — эффективная мощность электрического тока; F_K — номинальная площадь поверхности соприкосновения круга с заготовкой. Формулы (5.61) и (5.62) при переходе от расчета локальных температур в процессе обычного шлифования к расчету температур при работе с током не меняют. Однако при этом значения θ_d , q_{1T} и q_{2T} должны быть скорректированы с учетом изменения сил резания, возникающего при комбинировании механической и электрической энергий.

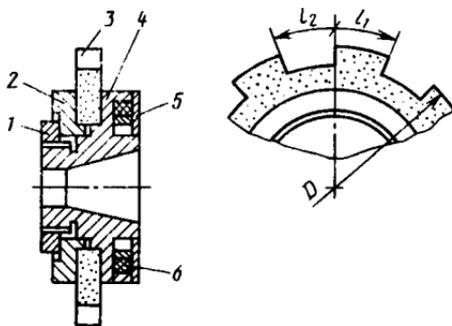


Рис. 5.45. Круг для прерывистого шлифования

В зависимости от конкретных обстоятельств температуры в процессе электроалмазного шлифования могут оказаться более высокими, чем температуры при работе без тока, или более низкими. Если дополнительное тепловыделение, вызванное непосредственным влиянием тока, превалирует над уменьшением теплообразования, связанного со снижением сил резания, то температура шлифования будет возрастать, поскольку второе слагаемое

в формуле (5.67) растет быстрее, чем снижается первое. Так, эксперименты, относящиеся к шлифованию заготовки из стали ШХ15 [22], показали, что с увеличением мощности электрического тока температуры в процессе алмазного контактно-эрозионного шлифования, как правило, возрастают. Следовательно, дополнительное тепловыделение здесь превалирует над уменьшением теплообразования, вызванного снижением сил резания. Однако возможен, по-видимому, и другой результат, если шлифованию подвергается заготовка из более теплопроводного материала, или если прочность материала заготовки сильно реагирует на электрические процессы, происходящие в зоне шлифования. Тогда снижение температур, связанное с уменьшением сил резания, будет опережать повышение $\theta_{ср}$, вызванное непосредственным влиянием тока, суммарная локальная температура θ будет снижаться.

Регулирование длительности контакта инструмента с заготовкой. Выше (в п. 5.3) было отмечено, что, регулируя длительность контакта между режущим инструментом и заготовкой, можно управлять термическим режимом в зоне резания. Большие возможности в этом направлении имеются и в процессе шлифования. Нестационарность и периодичность теплообмена здесь обеспечиваются применением кругов, лент и других инструментов с прерывистой рабочей поверхностью.

На рис. 5.45 показана одна из конструкций кругов для прерывистого шлифования. Рабочая часть инструмента 3 имеет выступы длиной l_1 , чередующиеся со впадинами длиной l_2 . В корпусе планшайбы 4, на которую кольцом 2 и гайкой 1 крепят рабочую часть круга, размещены дополнительный груз (кольцо 5) и упругий элемент 6.

Последний изготовлен из материала, способного поглощать энергию колебаний за счет внутреннего трения (резина, полиуретан и др.). Дополнительный груз 5 вместе с упругим элементом 6 предназначены для гашения низкочастотных колеба-

5.6. Коэффициенты, входящие в формулу (5.68)

κ	A	B	v ₀ при		
			1 < Pe ≤ 15	15 < Pe ≤ 90	90 < Pe ≤ 150
0,8	1,0	0,32	0,25	0,27	0,28
0,7	4,0	0,75	0,44	0,48	0,59
0,6	5,0	1,7	0,68	0,71	0,74

ний, возникающих при шлифовании в связи с прерывистой поверхностью круга.

Рассматривая поверхность контакта между инструментом и заготовкой как равномерно распределенный источник теплоты и аппроксимировав результаты расчетов, А. В. Якимов получил выражение, связывающее безразмерные критерии процесса:

$$Fo = (v - v_0)/(A + BPe),$$

где $v = l_2/l_1$; $Fo = \omega\tau/l^2$ — безразмерное время; $\tau = l_1/v$ — время контакта выступа круга с заготовкой; l — длина контакта между кругом и заготовкой; A , B и v_0 — величины, зависящие от критерия $Pe = v_1 l / \omega$ (здесь v_1 — скорость перемещения заготовки) и соотношения κ между температурами шлифования прерывистым и сплошным кругами (табл. 5.6).

Величина v определяет соотношение между временами нагрева и остывания поверхности контакта за один цикл (см. рис. 5.22), а, следовательно, и коэффициент снижения температуры κ при переходе от обычного шлифования к прерывистому. Практически задача ставится по-другому: при заданном коэффициенте κ и принятом на основе конструктивных соображений значении v определить длину l_1 рабочего круга:

$$l_1 = \frac{v l^2}{\omega} Fo = \frac{v l^2 (v - v_0)}{\omega (A + BPe)}, \quad (5.68)$$

где значения коэффициентов A , B и v_0 см. в табл. 5.6.

Аналогичные расчеты могут быть выполнены, если необходимо определить параметры других инструментов с прерывистой рабочей поверхностью, в том числе применяемых в последние годы кругов и лент с рабочей поверхностью в виде отдельных цилиндрических выступов, содержащих режущие зерна и эластичную связку.

Регулирование температуры с помощью смазочно-охлаждающих технологических сред (СОТС). Теплофизический анализ показывает, что общее тепловыделение, плотность теплообразующих потоков и температуры на контактных поверхностях режущих зерен при шлифовании существенно выше, чем при лезвийной обработке. Поэтому рациональное применение охлаждающе-смазывающих сред при шлифовании имеет особо важное значение. Не оста-

навливаясь на комплексном многостороннем воздействии технологических сред на процесс абразивной обработки, выделим два главных направления влияния СОТС на тепловые процессы и температуру шлифования: смазочное и охлаждающее. На тепловые процессы, происходящие в локальных зонах вблизи режущих зерен, оказывает влияние главным образом смазывающее действие СОТС. Весьма тонкие пленки смазочного материала, попадая на контактные поверхности зерен, снижают трение и теплообразование в локальной зоне. Охлаждающее действие среды здесь, по-видимому, невелико, поскольку площади соприкосновения между свободными (не заделанными в связку) частями зерен и жидкостью весьма малы.

Несколько по-другому обстоит дело в межзерновом пространстве круга. Здесь возможно проявление как смазывающего, так и охлаждающего влияния СОТС. Смазывая поверхность соприкосновения между связкой круга и материалом заготовки, СОТС снижает тепловыделение в межзерновом пространстве. Однако значительно большую роль играет теплоотвод от этих участков контактной площадки между инструментом и заготовкой, возникающий как следствие конвективных процессов теплообмена между жидкостью и материалом. Дело в том, что работа трения на поверхности контакта между связкой круга и заготовкой составляет, как правило, незначительную часть общей работы шлифования. Снижение ее доли за счет смазывания трущихся поверхностей в большинстве случаев не может оказать существенного влияния на теплофизическую обстановку в зоне шлифования.

Приведенные выше соображения позволяют сделать заключение о том, что смазывающее действие СОТС должно сказываться преимущественно на первом слагаемом формулы (5.67), а охлаждающее — на втором. Такая постановка вопроса облегчает аналитическую оценку изменений в значениях температур θ и $\theta_{\text{охл}}$, которые возникают при переходе от шлифования без смазочного материала к шлифованию с применением СОТС. В самом деле, если известны силы P_z и P_N в обоих вариантах операций, то $\theta_p^{\text{охл}}$ рассчитывают по той же методике, что и θ_p (алгоритм решения показан в задаче 68).

Несколько сложнее обстоит дело с расчетом второго слагаемого в формуле (5.67). Для решения этого вопроса рассмотрим одно межзерновое пространство площадью f_m , средневероятная глубина которого $\delta = x_{\text{ср}} - \Delta$ (см. рис. 5.39). Предположим, что весь объем межзернового пространства $f_m \delta$ заполнен охлаждающей средой. Суммарная площадь, которую занимают межзерновые пространства на поверхности контакта F_k между кругом и заготовкой, составляет $f_m N$, где N — количество одновременно работающих зерен. В связи с теплообменом между жидкостью, содержащейся в межзерновых пространствах, и заготовкой с площадки F_k уходит теплота $Q_{\text{охл}} = \alpha (\theta_{\text{охл. ср}} - \theta_0) f_m N \tau_p$, где $\theta_{\text{охл. ср}}$ и θ_0 — соответственно средняя температура поверхности контакта

и исходная температура жидкости;
 τ_p — время резания. Плотность стока теплоты

$$q_{\text{охл}} = \frac{Q_{\text{охл}}}{F_K \tau_p} = \alpha(\theta_{\text{охл. ср}} - \theta_0) \frac{f_M N}{F_K}.$$

Поскольку суммарная площадь fN , занимаемая режущими выступами на поверхности F_K много меньше, чем $F_K = f_M N + fN$, можем считать $F_K \approx f_M N$. Пренебрегая далее величиной θ_0 по сравнению с $\theta_{\text{охл. ср}}$, получаем $q_{\text{охл}} \approx \alpha \theta_{\text{охл. ср}}$.

Теперь составим уравнение баланса температур, используя структурную схему теплообмена, приведенную на рис. 5.46, применительно к процессу, показанному на рис. 5.42, учтя в ней равномерно распределенный сток $q_{\text{охл}}$ от заготовки в окружающую среду. Строго говоря, следовало бы ввести в схему еще один сток, отображающий теплообмен между кругом и охлаждающей средой. Однако этого можно не делать, поскольку коэффициент теплоотдачи от круга в жидкость невелик по двум причинам: 1) температура связки круга близка к температуре окружающей среды; 2) жидкость в межзерновом пространстве практически не перемещается относительно круга.

В соответствии с методикой, изложенной в п. 5.1, и структурной схемой теплообмена для расчета средней температуры $\theta_{\text{охл. ср}}$ со стороны заготовки при наличии охлаждения запишем

$$\theta_{\text{охл. ср}} = A_1 q_0 - A_2 q - A_3 q_{\text{охл}} = A_1 q_0 - A_2 q - A_3 \alpha \theta_{\text{охл. ср}},$$

где q_0 — плотность теплообразующего потока на поверхности контакта между кругом и заготовкой; q — плотность итогового потока теплообмена на этой поверхности; $q_{\text{охл}}$ — плотность потока, представляющего собой сток теплоты в охлаждающую среду.

Из последнего равенства получаем выражение для расчета средней температуры со стороны заготовки $\theta_{\text{охл. ср}} = (A_1 q_0 - A_2 q) / (1 + A_3 \alpha)$. Для той же температуры со стороны круга запишем выражение $\theta_{\text{охл. ср}} = A_4 q$. Последние две формулы будучи разрешены совместно, позволяют получить значение q и далее

$$\theta_{\text{охл. ср}} = A_1 A_4 q_0 / [A_2 + (1 + A_3 \alpha) A_4]. \quad (5.69)$$

Вопрос о значении коэффициента теплоотдачи α в межзерновом пространстве круга является сложным и мало изученным. В связи

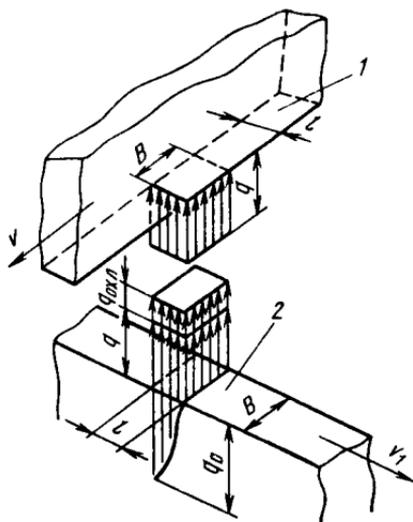


Рис. 5.46. Структурная схема теплообмена при шлифовании торцом круга:

1 — круг; 2 — заготовка

с этим оценку значений α в конкретных условиях следует делать на основании тех или иных предположений.

Регулирование тепловых процессов при шлифовании путем использования смазочных и охлаждающих свойств СОТС технически осуществляется различными способами, описание которых приведено в литературе [32].

Вопросы для самопроверки к п. 5.5

1. Какие главные цели преследуют при управлении тепловыми процессами при шлифовании?
2. Перечислите основные способы уменьшения мощности тепловыделения при шлифовании.
3. Как учитывается в теплофизических расчетах совместное действие абразивных зерен и электрического тока, вводимого в технологическую подсистему?
4. В чем преимущества и недостатки процесса шлифования инструментами с прерывистой рабочей поверхностью?
5. Какое воздействие оказывают технологические среды на процесс теплообмена при шлифовании? В чем проявляется различие между воздействием СОТС на масляной и на водной основах?

Задачи к п. 5.5

70. Рассчитать длины выступов и впадин круга диаметром 250 мм с прерывистой рабочей поверхностью при плоском шлифовании заготовки из жаропрочного сплава ХН77ТЮР, если необходимо понизить температуру на контактной площадке между инструментом и заготовкой на 30%. Режим резания: $v = 30$ м/с; $t = 0,01 \cdot 10^{-3}$ м; $v_1 = 0,16$ м/с.

Алгоритм расчета и комментарии к нему:

- а) определить длину площадки контакта между кругом и заготовкой ($l = \sqrt{iD} = 1,58 \cdot 10^{-3}$ м);
- б) рассчитать значение критерия Пекле ($Pe = 61,7$);
- в) пользоваться табл. 5.6, при $\kappa = 0,7$ и $Pe = 61,7$ получить $A = 4,0$; $B = 0,75$ и $v_0 = 0,48$;
- г) принять значение $\nu = l_2/l_1$, имея в виду, что $\nu > v_0$ ($\nu = 0,6$);
- д) по формуле (5.68) рассчитать значение l_1 ($l_1 = 43,5 \cdot 10^{-3}$ м);
- е) рассчитать длину впадины $l_2 = \nu l_1$ ($l_2 = 26,1 \cdot 10^{-3}$ м);
- ж) рассчитать окружной шаг выступов ($l_0 = l_1 + l_2 = 69,6 \cdot 10^{-3}$ м);
- з) предварительно определить число выступов на рабочей поверхности круга ($z = 11,3$), округлить до ближайшего целого числа ($z = 12$) и пересчитать шаг выступов ($l_0 = 65,4 \cdot 10^{-3}$ м);
- и) уточнить длину выступов и впадин.

Ответ: $l_1 = 40,8 \cdot 10^{-3}$ м; $l_2 = 24,6 \cdot 10^{-3}$ м.

71. В условиях задачи 69 оценить, насколько снизится температура шлифования, если шлифование проводить с охлаждающей жидкостью на водной основе, имеющей сравнительно низкие смазочные свойства.

Алгоритм расчета и комментарии к нему:

а) поскольку смазывающие свойства жидкости невелики, принять, что общая мощность тепловыделения на поверхности контакта $W = 1362$ Вт не меняется, температура собственно резания $\theta_p = 924$ °С сохраняется, а снижение температуры шлифования $\theta = \theta_p + \theta_{ср}$ происходит за счет изменения второго слагаемого формулы (5.67);

б) пользуясь данными, приведенными в задаче 69, структурной схемой теплообмена, показанной на рис. 5.46, и алгоритмом (см. рис. 5.2), рассчитать значения коэффициентов A_1 — A_4 ($A_1 = 1,02 \cdot 10^{-5}$; $A_2 = A_3 = 1,9 \cdot 10^{-5}$; $A_4 = 1,39 \times 10^{-5}$);

в) по формуле (1.54) рассчитать плотность теплообразующего потока q_0 ($q_0 \approx 2,77 \cdot 10^7$ Вт/м²);

г) оценить ориентировочно значение коэффициента теплоотдачи от нагретой поверхности заготовки в жидкость, содержащуюся в межзерновом пространстве.

[Примем, что слой жидкости в межзерновом пространстве за время контакта τ нагревается до температуры $\theta_{\text{охл. ср.}}$. Тогда он отбирает от поверхности контакта теплоту $Q \approx F_k \delta c_p \theta_{\text{охл. ср.}}$, где F_k — площадь поверхности контакта; $\delta = (1 - \epsilon) x_{\text{ср}}$ — средневзвешенная высота межзернового пространства; c_p — теплоемкость жидкости. Коэффициент теплоотдачи $\alpha = Q / (F_k \theta_{\text{охл. ср.}} \tau) = (1 - \epsilon) x_{\text{ср}} c_p / \tau$. В условиях примера $\alpha \approx 1,57 \cdot 10 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{°C})$];

д) по формуле (5.69) рассчитать температуру $\theta_{\text{охл. ср}}$ ($\theta_{\text{охл. ср}} \approx 45 \text{ °C}$);

е) по формуле (5.67) рассчитать локальную температуру в процессе шлифования при охлаждении зоны резания жидкостью на водной основе ($\theta_{\text{охл}} = 924 + 45 = 969 \text{ °C}$);

ж) оценить снижение температуры, вызванное применением СОТС.

Ответ: Снижение температуры шлифования примерно на 7 %.

5.6. ТЕПЛОВЫЕ ПОТОКИ И ТЕМПЕРАТУРЫ ПРИ ПОВЕРХНОСТНОМ ПЛАСТИЧЕСКОМ ДЕФОРМИРОВАНИИ

Поверхностное пластическое деформирование (ППД) без снятия стружки все шире применяют в машиностроении ввиду эффективности этого процесса и высокого качества обработанных деталей. Немаловажным фактором, влияющим на качество поверхностного слоя изделий, точность их размеров и работоспособность инструмента, является температура в зоне контакта между заготовкой и инструментом.

С точки зрения теплофизического анализа (не касаясь технологии формообразования сложных поверхностей) при ППД представляют интерес три типичные задачи, целью которых является расчет тепловых потоков и температур. Первая из них осесимметричная, когда теплота возникает под воздействием источников, имеющих форму замкнутой линии, чаще всего в виде окружности. Мы же рассматривали дорнование отверстий (см. рис. 1.1), которое является примером задач первого типа. Второй тип задач возникает при рассмотрении процессов ППД, в которых источник той или иной формы перемещается по любой поверхности заготовки в любом направлении. Это обкатка, алмазное выглаживание (см. рис. 2.23; 4.12; 5.13) и аналогичные им операции. Задачи третьего типа возникают, если необходимо описать теплообмен при дробеструйном упрочнении, обработке механическими щетками и других операциях, в ходе которых возникает большое количество локальных источников теплоты, оказывающих краткосрочное воздействие на поверхность заготовки.

Во всех операциях ППД, как и при других видах обработки, теплота выделяется в определенном объеме. Поэтому, в принципе, при схематизации процесса следует источники тепловыделения здесь считать трехмерными. Однако не исключена возможность расчетов, где в основу схематизации положено допущение, что источники, действующие в зоне контакта инструмента с заготовкой, относятся к двумерным, поскольку законы распределения плотности тепловых потоков по объему на отдельных участках зоны ППД изучены еще недостаточно.

Составляя структурные схемы теплообмена для процессов ППД, руководствуются общими принципами, изложенными в

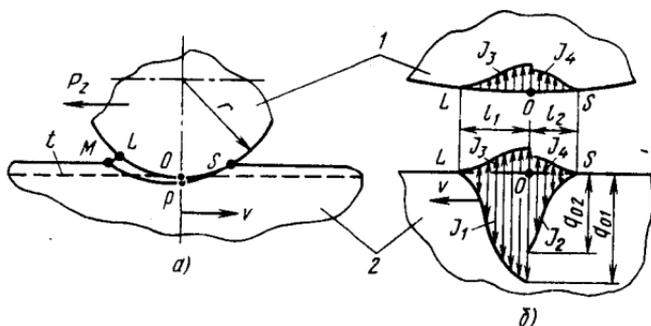


Рис. 5.47. Процесс поверхностного пластического деформирования (а) и структурная схема теплообмена (б):

1 — индентор; 2 — заготовка; l_1 и l_2 — длины контактных площадок на передней и задней поверхностях индентора

п. 5.1. При этом следует иметь в виду, что на поверхности контакта между движущимся индентором и заготовкой, как правило, могут быть выделены два участка, аналогичные площадкам контакта на передней и задней поверхностях лезвийного инструмента. Рассмотрим, например, работу зуба калибрующей протяжки, дорна или выглаживателя, перемещающихся вдоль поверхности заготовки (рис. 5.47). Пусть, как это часто встречается на практике, рабочая поверхность инструмента имеет форму дуги окружности радиусом r . Разделим всю дугу контакта LOS на два участка. Участок OL прилегает к области, в которой осуществляется основная работа по поверхностному пластическому деформированию металла, этот участок аналогичен передней поверхности лезвийного инструмента. На втором участке OS происходит взаимодействие индентора с упруго восстанавливающимся слоем материала заготовки.

Пластическое и упругое деформирование материала происходят в некотором объеме $MLOSPM$. При движении заготовки со скоростью v основному пластическому деформированию подвергается объем $MLOPM$, прилегающий к передней поверхности инструмента. Здесь же возникают и упругие деформации, происходящие вблизи поверхности MP . Что же касается части объема материала, прилежащей к задней поверхности инструмента, то здесь в основном происходит упругое, а в меньшей мере пластическое деформирование поверхностного слоя заготовки. На каждом из участков OL и OS существует трение между поверхностью инструмента и заготовкой.

Суммарная мощность источников тепловыделения описывается выражением $W = P_z v$, где P_z — главная составляющая силы обработки; v — скорость перемещения заготовки.

Общее тепловыделение W распределено внутри объема $MLOPSM$ по тому или иному закону. При небольших глубинах t (финишные методы обработки) можно за малостью объема

MLOPSM представить тепловыделение в виде двумерных источников J_1 и J_2 , расположенных на передней и задней поверхностях инструмента. Распределение плотности этих источников часто считают нормальным несимметричным. Что касается распределения плотности итоговых потоков J_3 и J_4 , то оно может быть принято несимметричным нормальным или равномерным.

На первый взгляд кажется, что в точке O значения плотности тепловых потоков q_{01} и q_{02} должны быть одинаковыми. Однако это не так. Одно и то же значение должна иметь температура этой точки, с какой стороны мы бы к ней ни подходили (со стороны передней или со стороны задней поверхности индентора). Общим должен быть тепловой поток, направленный в сторону, обратную градиенту температур в точке O суммарного температурного поля, возникающего под действием всех источников и стоков теплоты. Тепловые же потоки на разных участках контактной площадки инструмента при разделении в целях анализа общей тепловой мощности на отдельные источники J_1 и J_2 могут иметь различную плотность.

На рис. 5.47, б приведена структурная схема теплообмена при ППД без охлаждающей жидкости. При необходимости учесть влияние охлаждающей среды в структурную схему следует ввести дополнительные стоки теплоты. Разработав структурную схему теплообмена, далее расчет плотности потоков и температур при ППД выполняют по общей методике, изложенной в п. 5.1. Результаты этих расчетов могут быть применены для решения практических задач. Остановимся на некоторых из них.

Термические деформации инструмента. На примере процесса ППД рассмотрим вопрос о расчете погрешностей обработки, возникающих как результат термического деформирования инструмента в технологической системе. При чистовой обработке деталей отклонения, вызванные тепловыми процессами, могут оказаться заметными или даже доминирующими среди многообразных технологических погрешностей.

Пусть какое-либо твердое тело имеет в начальный момент времени во всех точках одну и ту же начальную температуру θ_0 , принимаемую за условный нуль. По прошествии времени τ под воздействием тепловых процессов в этом теле возникло температурное поле, описываемое функцией $\theta(x, y, z, \tau)$. Изменение формы тела, связанное с нагревом до температуры $\theta(x, y, z, \tau)$, является результатом воздействия двух факторов: изменения размеров по закону линейного расширения; изменения размеров под влиянием термоупругих напряжений, вызванных неравномерным нагревом материала в различных точках тела. Таким образом, чтобы определить изменение размеров твердого тела, в самом общем случае необходимо: рассчитать или определить каким-либо другим путем температурное поле $\theta(x, y, z, \tau)$; рассчитать поле деформаций, вызванных расширением тела; рассчитать объемное напряженное состояние в теле, вызванное неравномерным расширением или

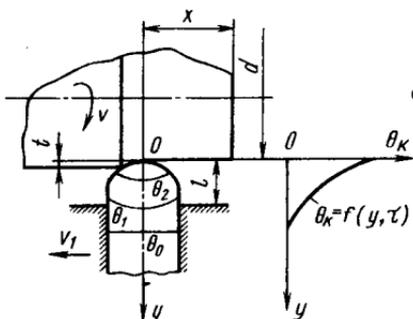


Рис. 5.48. Схема к расчету термической деформации индентора

усадкой материала в различных точках его объема; определить упругие деформации, вызванные этим напряженным состоянием; суммировать алгебраически деформации, вызванные расширением (усадкой) материала и термоупругими напряжениями и таким путем получить общую картину деформирования тела.

В такой общей постановке решение задачи об определении термических деформаций тел даже для простых технологических операций представляет значи-

тельные трудности. Деформации инструмента и заготовки могут быть рассчитаны только численными методами с помощью современных ЭВМ. Однако на практике общая задача может быть в ряде случаев заменена несколькими простыми, позволяющими решить те или иные вопросы, интересующие производство. Во-первых, в конкретных условиях, особенно для более или менее массивных тел и невысокого уровня температур, термоупругие деформации оказываются намного меньшими, чем деформации, вызванные тепловым линейным формоизменением, причем настолько малыми, что их влиянием можно пренебречь. Во-вторых, часто вместо решения объемной (трехмерной) задачи можно ограничиться решением плоской (двумерной), а иногда и одномерной. Рассмотрим, например, процесс поверхностного пластического деформирования заготовки индентором со сферической рабочей поверхностью (рис. 5.48). Пусть при некоторых условиях обработки температурное поле в инденторе описывается семейством изотермических поверхностей $\theta_0, \theta_1, \theta_2, \dots$. Положим, что термоупругие деформации, вызванные нагревом, пренебрежимо малы, а основное изменение формы рабочей части индентора происходит по законам линейного расширения. Если термоупругие напряжения в рабочей части инструмента пренебрежимо малы, то и взаимовлияние термоупругих перемещений материала индентора в разных плоскостях должно быть неощутимым. Непосредственное влияние через изменение размеров инструмента на диаметр обработанной поверхности d оказывает распределение температур по оси OY . Следовательно, для решения интересующей нас задачи нет необходимости описывать математически температурное поле во всем объеме рабочей части инструмента, а достаточно описать закон изменения температур $\theta(y, \tau)$ вдоль его оси.

Предположим, что каким-либо из методов, изложенных в предыдущих главах учебника, получено распределение температур по оси индентора в виде формулы $\theta(y, \tau) = \theta_k f(y, \tau)$, где θ_k — температура на контактной поверхности инструмента; τ — время,

прошедшее с момента начала процесса ППД. Поскольку контактная температура θ_k устанавливается очень быстро, ее можно полагать не зависящей от τ . Безразмерная функция $f(y, \tau)$ характеризует закон распределения температур по длине инструмента в момент времени τ . Удлинение элементарного участка индентора dy описывается выражением $\alpha^* \theta(y, \tau) dy$, где α^* — коэффициент линейного расширения, $1/^\circ\text{C}$ (для простоты рассуждений положим, что вся рабочая часть инструмента изготовлена из одного материала). В момент времени τ общее удлинение рабочей части индентора, жестко закрепленного в державке с вылетом l ,

$$\Delta = \alpha^* \theta_k \int_0^l f(y, \tau) dy.$$

Используя формулу, приведенную в прил. 7 для задачи $\frac{210}{101.01}$ 52, можем получить выражение

$$f(y, \tau) = \exp\left[-\frac{y^2}{4\omega\tau}\right] - \frac{y\sqrt{\pi}}{\sqrt{4\omega\tau}} \left(1 - \operatorname{erf}\left[\frac{y}{\sqrt{4\omega\tau}}\right]\right),$$

описывающее соотношение между температурой $\theta(y, \tau)$ в любой точке на оси стержня и температурой его торца $\theta_k(y_k = 0)$. Обозначим $Fo = \omega\tau/l^2$ и $\psi = y/l$. Тогда

$$f(y, \tau) = f(\psi, Fo) = \exp\left[-\frac{\psi^2}{4Fo}\right] - \frac{\psi\sqrt{\pi}}{2\sqrt{Fo}} \left(1 - \operatorname{erf}\left[\frac{\psi}{2\sqrt{Fo}}\right]\right)$$

и $\Delta = \alpha^* \theta_k l I(Fo)$, (5.70)

где $I(Fo) = \int_0^1 f(\psi, Fo) d\psi$. График функции $I(Fo)$ показан на рис. 5.49.

Поскольку $\tau = x/v_1$, где x — расстояние от торца заготовки; v_1 — скорость перемещения индентора в направлении подачи, то

$$Fo = \omega x / (v_1 l^2). \quad (5.71)$$

Индентор, настроенный в начале прохода ($x = 0$) на размер d , нагреваясь по мере перемещения вдоль оси заготовки, будет избыточно деформировать заготовку. В результате этого диаметр заготовки будет отличаться от налаженного на величину

$$\Delta d = \pm 2\alpha^* \theta_k l I(Fo),$$

где «+» — относится к обработке отверстий, а «-» — к обработке валов. В связи с наличием погрешности Δd изделие по окончании ППД будет иметь форму, отличающуюся от цилиндра с прямолинейной образующей.

Расчеты, аналогичные приведенному выше, позволяют прогнозировать термические погрешности размеров и формы изделий не только при ППД, но и при других видах обработки.

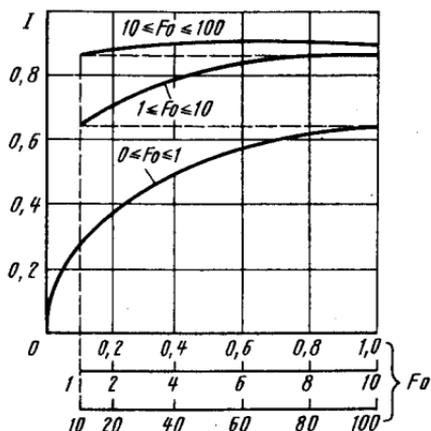


Рис. 5.49. График функции $I(Fo)$, используемой при расчете термических погрешностей

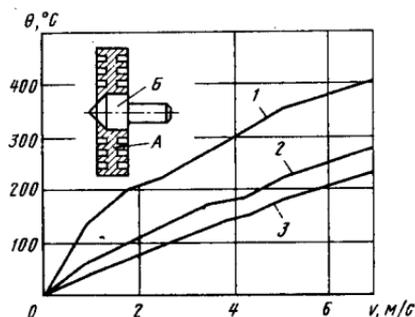


Рис. 5.50. Влияние дополнительного радиатора А, установленного на корпус алмазного индентора Б, на температуру процесса ППД:

1 — без радиатора; 2 — с радиатором при естественном воздушном охлаждении; 3 — с радиатором и принудительным воздушным охлаждением

Тепловыми явлениями при ППД управляют главным образом путем: изменения количества теплоты, возникающей в процессе обработки; охлаждения инструмента; оптимизации формы пятна контакта между индентором и заготовкой; комбинирования в технологической подсистеме различных видов энергии. Тепловая мощность процесса $W = P_z v = \mu P v$ зависит от силы P_z , которую можно рассчитать, зная силу P прижатия индентора к заготовке и средний коэффициент трения μ на поверхности контакта инструмента с заготовкой. Сила P зависит от свойств и толщины деформируемого слоя материала заготовки и поэтому не может быть объектом регулирования с целью изменения тепловой мощности процесса. Что же касается коэффициента трения μ , то эту величину можно регулировать в некоторых пределах, применяя смазочные технологические среды. Эти же среды можно применять как средство охлаждения инструмента при ППД и регулирования таким путем плотности тепловых потоков, которые отводятся в индентор с контактной площадки.

На рис. 5.50 показан способ снижения контактной температуры с помощью дополнительного радиатора на инструменте. Такой радиатор даже при естественном воздушном охлаждении позволяет снизить контактную температуру на 30—45 %. Принудительное воздушное охлаждение увеличивает этот эффект. Результаты применения радиатора служат наглядным подтверждением справедливости основного правила применения охлаждающих сред и устройств — охлаждать инструмент, а не заготовку (см. п. 5.3).

Рассмотрим далее влияние формы контактной площадки между индентором и заготовкой на температуру ППД. Предварительно

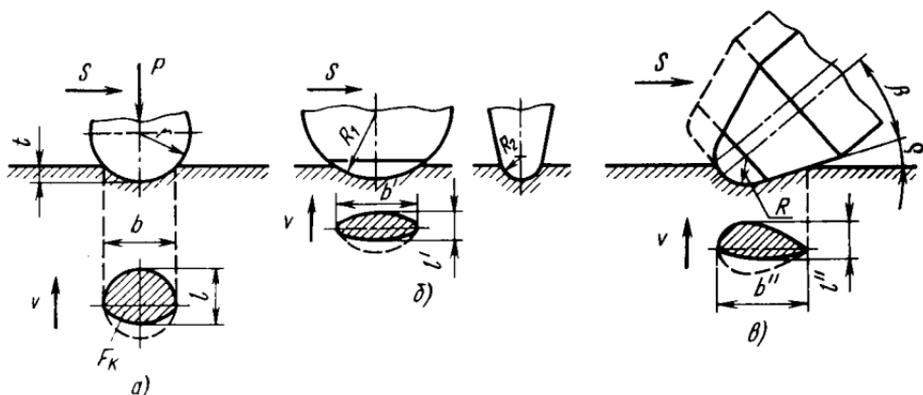


Рис. 5.51. Различные формы рабочей поверхности инденторов, используемые для управления процессом ППД

обратим внимание на то, что в обобщенной формуле (5.7) для расчета температур два сомножителя A_M и A_O зависят от размеров контактной площадки. Первый из них возрастает с увеличением длины l площадки в направлении скорости перемещения источника, а второй — по мере увеличения отношения η между шириной источника t и $2l$. При этом по мере уменьшения l значения A_M снижаются линейно, а значения A_O (см. рис. 5.3) возрастают, но медленнее.

Теперь обратимся к процессу ППД. Пусть к индентору приложена сила P , он перемещается относительно заготовки со скоростью v_1 и подачей S (рис. 5.51, а). В зависимости от свойств материала заготовки и силы P прижатия индентора на поверхности заготовки возникает пятно контакта площадью F_K . Конфигурация этого пятна, в том числе и соотношение между длиной l и шириной b , зависит от формы рабочей поверхности индентора. Пятно должно быть несимметричным, поскольку размер l состоит из упоминавшихся выше длин участков l_1 и l_2 (см. рис. 5.47), причем, как правило, $l_1 > l_2$.

Если, не меняя площадь F_K , изменить конфигурацию этой поверхности, в частности соотношение между длиной l в направлении окружной скорости заготовки v и шириной b , то, как вытекает из изложенных выше соображений, можно управлять температурой контакта.

Изменить соотношение между l и b при постоянстве силы P , глубины деформируемого слоя t и площади F_K можно, например, перейдя от индентора со сферической рабочей поверхностью к инденторам с бицилиндрической поверхностью [А. с. 1050855 (СССР)], сфероконической или тороконической [А. с. 1162575 (СССР)] поверхностями. Бицилиндрическая рабочая поверхность индентора образуется при его заточке по двум цилиндрическим поверхностям различных радиусов R_1 и R_2 (рис. 5.51, б), а сферо-

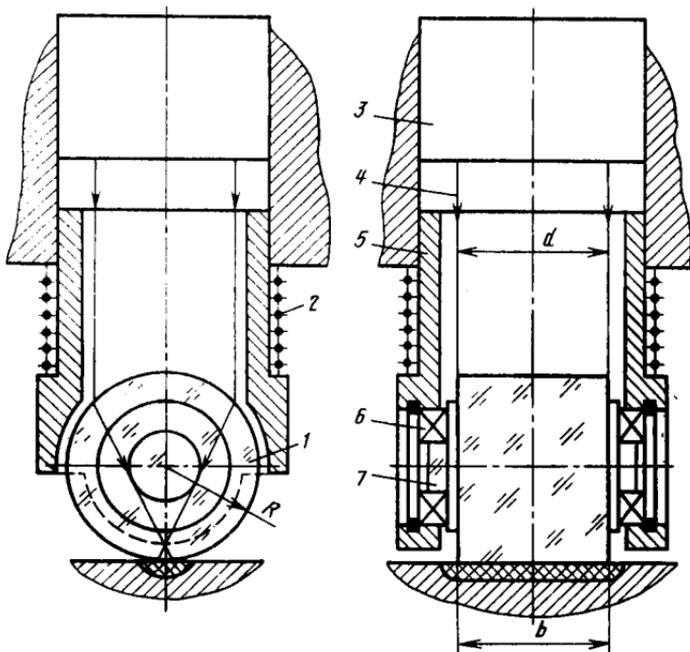


Рис. 5.52. Схема устройства для ЛПД с лазерным нагревом обрабатываемой поверхности

или тороконическая — при заточке по форме, показанной на рис. 5.51, в. В последнем случае ось инструмента устанавливают под углом $\beta + \rho$ к обрабатываемой поверхности, где β — угол конуса рабочей части индентора.

Заметим, что преимуществом бицилиндрических и конических инденторов является не только снижение температуры контакта, но и возможность (при заданных P , t , v и высоте шероховатостей на обработанной поверхности) значительно повысить производительность процесса ЛПД увеличением подачи S .

Интересным примером комбинирования различных видов энергии является поверхностная отделочно-упрочняющая обработка с лазерным нагревом [15]. На рис. 5.52 показана схема устройства, применяемого для этой цели. Материал заготовки деформируется роликом 1 из прозрачного для излучения теплостойкого материала, например из плавленого кварца. Луч 4 импульсного лазера 3 фокусируется телом ролика в пятно вытянутой формы шириной b . Сила, необходимая для деформирования поверхности заготовки, создается пружиной 2, действующей через корпус устройства 5 и подшипники 6 на цапфы 7 ролика 1.

В результате ЛПД с лазерным нагревом материала заготовки снижаются параметры шероховатости поверхности, растет микротвердость, в поверхностных слоях детали формируются благоприятные сжимающие напряжения. Регулируя энергию и дли-

тельность лазерных импульсов, можно управлять плотностью дополнительного источника теплоты и временем его функционирования и таким путем управлять тепловыми процессами, происходящими при ППД.

Вопросы для проверки к п. 5.6

1. Каковы особенности структурной схемы теплообмена при ППД?
2. От каких факторов зависит величина термической деформации индентора при ППД и погрешность формы обработанной детали, связанная с этой деформацией?
3. Охарактеризуйте основные методы управления тепловыми явлениями при ППД.

Задача к п. 5.6

72. Рассчитать отклонения наладочного размера, возникающие при выглаживании втулки длиной $L = 6 \cdot 10^{-2}$ м в связи с термическим расширением индентора из твердого сплава Т15К6. Вылет индентора $l = 10^{-2}$ м, температура на контактной поверхности $\theta_k = 300$ °С. Скорость подачи индентора $v_1 = 0,7 \cdot 10^{-3}$ м/с. Коэффициент линейного расширения твердого сплава $\alpha^* = 6 \cdot 10^{-6}$ 1/°С.

Ответ:

Расстояние от торца втулки x , м	0,001	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06
Отклонения Δd , мкм	11,9	24,1	27,4	28,8	29,9	30,4	31,0

5.7. ТЕПЛОВЫЕ ПРОЦЕССЫ В ТЕХНОЛОГИЧЕСКОМ ОБОРУДОВАНИИ

Точность деталей, изготовленных на том или ином рабочем месте, и эксплуатационная надежность технологических подсистем зависят от температурных полей и вызванных ими тепловых деформаций в узлах и механизмах оборудования. Эти деформации влияют не только на погрешности обработки, но и на долговечность шпиндельных и других узлов оборудования, поскольку вызывают изменения зазоров и натягов в соединениях, изменение условий смазки, повышенное изнашивание и даже заедание трущихся поверхностей. Изучение тепловых процессов в узлах технологического оборудования и отыскание путей управления этими процессами привлекают все большее внимание конструкторов, технологов и исследователей, поскольку требования к точности изделий и надежности работы станочного оборудования непрерывно возрастают.

Анализ тепловых явлений в оборудовании состоит, как правило, из трех этапов: определение мощности источников тепловыделения; расчет или экспериментальное определение температурных полей в узлах и элементах конструкции оборудования; расчет или экспериментальное определение термических деформаций важнейших узлов и определение их влияния на точность взаимного расположения инструмента и заготовки и условия работы механизмов станка.

Первая из упомянутых выше областей анализа относится не столько к дисциплине, излагаемой в данном учебнике, сколько

к деталям машин и механизмов, теории резания, электроприводам и электрооборудованию станков и др. Из результатов, полученных этими науками, берут исходные данные для описания тепловых процессов и температурных полей в технологическом оборудовании. В свою очередь, температурные поля и тепловые потоки в узлах машин являются исходными данными для других наук (теория упругости, расчет и конструирование станков, технология машиностроения и др.), которые изучают термическое деформирование деталей и машин в целом, влияние деформаций на точность изделий и надежность работы станков.

Сосредоточивая свое внимание в основном на определении температур в узлах и элементах оборудования, отметим, что имеется много работ, в которых для решения поставленной задачи используют аналитические и численные методы, моделирование и эксперименты. Отсылая интересующихся к литературе [16, 24, 26, 31, 33], отметим, что в большинстве случаев определение температуры в элементах конструкции станков может быть выполнено с помощью обобщенного алгоритма и инженерной методики анализа тепловых явлений в системе тел, изложенных в п. 5.1. Покажем это на примерах расчета температур в подшипниках скольжения и качения, ходовых винтах и валах технологического оборудования.

Тепловыделение и температура в подшипниках. Источником теплообразования в работающем подшипнике является трение между его деталями. Следовательно,

$$W = 2\pi Mn,$$

где W — суммарная мощность источников тепловыделения, Вт; M — момент трения подшипника, Н·м; n — частота вращения, с⁻¹.

Момент трения зависит от конструкции подшипника, вязкости смазочного материала, а также от точности изготовления и монтажа подшипника в узле машины. Теплота, возникающая в подшипнике, распределяется между его деталями, через них передается другим элементам конструкции опоры, а частично уносится смазочной жидкостью, прокачиваемой через подшипник.

Теплофизические расчеты, относящиеся к подшипникам, обычно необходимы для определения температуры на трущихся поверхностях; расчета количества теплоты, которое уносится смазочной жидкостью, и определения количества теплоты, поступающей через посадочные поверхности подшипника в другие детали конструкции. Решение первой задачи позволяет обосновать или проверить правильность выбора материала трущихся деталей, анализировать изменения зазоров, связанные с термическим режимом подшипника, и т. д. Решение второй задачи позволяет получить исходные данные для расчета и конструирования систем смазки. Наконец, расчет количества теплоты, поступающей из подшипникового узла в другие детали станка, например в стенки шпиндельной коробки, позволяет подойти к расчету погрешно-

стей, вызванных тепловыделением в этих элементах конструкции оборудования.

Упомянутые выше тепловые задачи могут быть в большинстве случаев решены с помощью инженерной методики теплофизического анализа, изложенной в п. 5.1. При этом подшипник и другие элементы конструкции подшипникового узла рассматривают как систему тел, находящихся в контакте, и в соответствии с обобщенным алгоритмом определяют тепловые потоки и температуры в этой системе. Рассмотрим, например, методику теплофизических расчетов, относящихся к обычному подшипнику скольжения (рис. 5.53).

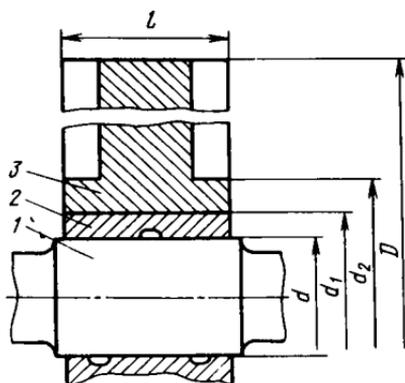


Рис. 5.53. Подшипник скольжения

Пусть тепловой источник мощностью W возникает на цилиндрической поверхности шейки вала 1 диаметром d и длиной l . Схематизируя процесс, примем, что тепловыделение, возникающее от трения вала 1 и подшипника 2, распределено равномерно по площади πdl . Стенку 3 представим в виде диска [33] с бобышкой длиной l , причем радиус диска примем равным расстоянию от оси вала до наиболее удаленной точки стенки. При такой схематизации мы приходим к осесимметричной задаче с двумерным источником теплоты.

Баланс теплоты в интересующей нас системе тел имеет вид

$$W = W_1 + W_2 + W_0,$$

где W_1 , W_2 , W_0 — мощности тепловых потоков, которые поступают соответственно в вал, втулку с прилежащими к ней деталями и смазочную жидкость.

Теплоту $W - W_0$ распределим между валом и втулкой, решая балансовую задачу. Для этого составим структурную схему теплообмена между валом и втулкой, рассматривая вал и втулку с прилежащими к ней деталями как два соприкасающихся полупространства. Воспользуемся формулой для тепловой задачи $\frac{210}{101.01}$ 12 (прил. 7), положив в ней $y = 0$ и введя множителем коэффициенты формы. Тогда для вала

$$\theta = \frac{2q_1 \sqrt{\omega_1}}{\lambda_1 \sqrt{\pi}} \sqrt{\tau} L_B; \quad (5.72)$$

а для втулки

$$\theta = \frac{2q_2 \sqrt{\omega_{\text{ФНВ}}}}{\lambda_{\text{ФНВ}} \sqrt{\pi}} \sqrt{\tau} L_A, \quad (5.73)$$

где q_1 и q_2 — соответственно плотности тепловых потоков в сторону вала и втулки; τ — время распространения теплоты; λ_1 и ω_1 — теплофизические характеристики материала вала; $\lambda_{\text{эКВ}}$ и $\omega_{\text{эКВ}}$ — эквивалентные коэффициенты тепло- и температуропроводности системы твердых тел, включающей втулку, бобышку и стенку коробки, в которой размещен подшипник; L_A и L_B — коэффициенты формы втулки и вала.

Вопрос о коэффициенте L_A формы цилиндрической втулки относительно плоской стенки был рассмотрен в п. 1.1, где получена формула (1.19) для его определения. Что касается коэффициента формы L_B цилиндрической поверхности относительно полупространства, то аппроксимация расчетов позволяет с достаточной для практики точностью получить выражение

$$L_B \approx cFo^m, \quad (5.74)$$

где $Fo = \omega_1 \tau / d^2$; d — диаметр вала. При $0,1 \leq Fo \leq 10$ $c = 3,7$ и $m \approx 0,3$, а при $10 < Fo \leq 100$ $c = 2,33$ и $m \approx 0,5$. Приравняв уравнения (5.72) и (5.73) друг другу и имея в виду, что $q_1 + q_2 = (W - W_c) / (\pi dl)$, получаем

$$q_1 = b^* \frac{W - W_c}{\pi dl}, \quad (5.75)$$

где

$$\text{где } b^* = \left(1 + \frac{\lambda_{\text{эКВ}} L_B}{\lambda_1 L_A} \sqrt{\frac{\omega_1}{\omega_{\text{эКВ}}}} \right)^{-1}, \quad (5.76)$$

b^* характеризует отношение мощности теплового потока, поступающего в вал, ко всей мощности $W - W_c$.

Для определения величины b^* необходимо знать эквивалентные теплофизические характеристики $\lambda_{\text{эКВ}}$ и $\omega_{\text{эКВ}}$. Что касается первой из них, то ее определяют построением цепи термических сопротивлений (см. п. 1.3). Далее, имея в виду, что эквивалентная теплоемкость системы из k тел

$$(c\rho)_{\text{эКВ}} = \sum_1^k (c\rho)_i V_i / \left(\sum_1^k V_i \right) = \sum_1^k (\lambda_i V_i / \omega_i) / \left(\sum_1^k V_i \right),$$

где $(c\rho)_i$ и V_i — соответственно объемная теплоемкость и объем каждого тела, получаем

$$\omega_{\text{эКВ}} = \lambda_{\text{эКВ}} / (c\rho)_{\text{эКВ}}. \quad (5.77)$$

Величины W и W_c , входящие в формулу (5.75), зависят от контактной температуры в подшипнике. Момент трения, а с ним и мощность W прямо пропорциональны вязкости μ смазочной среды, а вязкость масла зависит от его температуры. Положим, что эта зависимость линейна относительно θ . Тогда $W = W_0 (1 - \rho\theta)$, где W_0 — мощность тепловыделения при температуре масла, равной условному нулю (температуре окружающей среды).

Примем далее, что температура масла, вытекающего из подшипника, равна температуре θ поверхности трения. Тогда $W_c = (c\rho)_c \theta Q$, где $(c\rho)_c$ — теплоемкость смазки; Q — ее расход.

С учетом зависимостей $W(\theta)$ и $W_c(\theta)$ перепишем выражение (5.75) в виде

$$q_1 = b^* \frac{W_0(1 - p\theta) - (c\rho)_c \theta Q}{\pi dl} \quad (5.78)$$

и, подставляя это значение в формулу (5.73), получаем

$$\theta = W_0 \sqrt{\tau} / (A + B \sqrt{\tau}), \quad (5.79)$$

$$\text{где } A = \frac{\pi^{3/2}}{2} \frac{\lambda_1}{\sqrt{\omega_1}} \frac{dl}{b^* L_B};$$

$$B = W_{0p} + (c\rho)_c Q.$$

Как видно из выражения (5.79), температура в подшипнике скольжения с увеличением времени непрерывной работы узла должна стремиться к стабилизации, поскольку величина τ входит как в числитель, так и в знаменатель формулы. Это явление наблюдается на практике, причем оно объясняется не только структурой формулы (5.79), но и наличием теплообмена деталей подшипника с окружающей средой, что выражение (5.79) не учитывает.

Формулу (5.79) можно разрешить и в отношении расхода Q для того, чтобы при заданной предельной температуре трущихся поверхностей рассчитать количество масла, которое надо прокачивать через подшипник в единицу времени. Зная температуру θ , можно с помощью формулы (5.78) определить количество теплоты $W_1 = q_1 \pi dl$, поступающей из подшипника в вал в единицу времени.

С помощью обобщенной методики теплофизического анализа могут быть рассчитаны тепловые потоки и температуры в подшипниках качения. На рис. 5.54 показана структурная схема теплообмена для подшипника качения с цилиндрическими роликами.

В связи с высокой частотой вращения подшипника источники и стоки теплоты приняты распределенными равномерно на рабочих поверхностях наружного и внутреннего колец и на рабочей поверхности ролика. Ширина l колец и роликов (размер, перпендикулярный к плоскости чертежа на рис. 5.54) принята одинаковой, торцы колец и роликов будем считать адиабатическими.

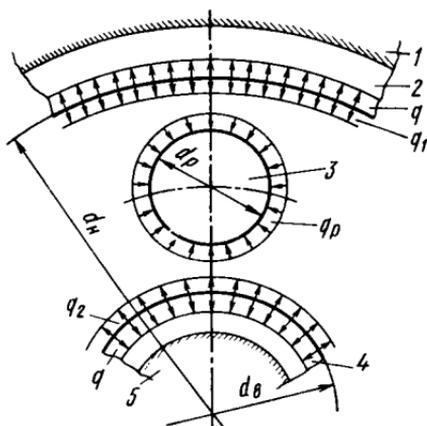


Рис. 5.54. Структурная схема теплообмена в подшипнике качения:

1 — корпус; 2 — наружное кольцо подшипника; 3 — ролик; 4 — внутреннее кольцо; 5 — вал

Средняя плотность тепловыделения

$$q = \frac{W}{\pi l (d_H + d_B)}, \quad (5.80)$$

где d_H и d_B — диаметры рабочих поверхностей колец.

Рабочие поверхности колец обмениваются теплотой с роликами. Плотность теплового потока на поверхности ролика

$$q_p = \frac{\pi d_H l q_1 + \pi d_B l q_2}{\pi d_p l z} = \frac{d_H q_1 + d_B q_2}{d_p z},$$

где z — число роликов; d_p — диаметр роликов.

Для определения плотности q_1 и q_2 потоков теплообмена применим методику расчета температур, которой мы пользовались выше при рассмотрении вопроса о тепловых явлениях в подшипнике скольжения. Температуру на поверхности каждого из компонентов интересующей нас системы будем определять по формулам, относящимся к полупространствам, но с поправками на цилиндрическую форму тел. Тогда

$$\theta_1 = \frac{2(q - q_1) \sqrt{\omega \tau}}{\lambda \sqrt{\pi}} L_H; \quad (5.81)$$

$$\theta_2 = \frac{2(q - q_2) \sqrt{\omega \tau}}{\lambda \sqrt{\pi}} L_B; \quad (5.82)$$

$$\theta_3 = \frac{2q_p \sqrt{\omega \tau}}{\lambda \sqrt{\pi}} L_p, \quad (5.83)$$

где L_H , L_B и L_p — соответственно коэффициенты формы для наружного кольца, внутреннего кольца и роликов.

Поскольку детали подшипника изготовляют из одного и того же материала, а теплофизические характеристики материала тел, с которыми соприкасается подшипник (вал, корпус), мало отличаются от λ и ω для деталей подшипника, в формулах (5.81)—(5.83) для всех компонентов системы значения λ и ω приняты одинаковыми.

Составляя балансовые уравнения $\theta_1 = \theta_p$ и $\theta_2 = \theta_p$, по формулам (5.80)—(5.83) получаем

$$q L_H - (L_H + M_1) q_1 - M_2 q_2 = 0;$$

$$q L_B - M_1 q_1 - (L_B + M_2) q_2 = 0,$$

где $M_1 = d_H L_p / (d_p z)$; $M_2 = d_B L_p / (d_p z)$.

Решая эти уравнения, определяем значения q_1 и q_2 , а далее температуру и тепловые потоки в подшипнике.

Приведенный выше расчет сделан без учета теплоты, которую уносит смазочный материал, если его прокачивают через подшипник или если подшипник помещен в масляную ванну. Влияние смазочного материала на количество теплоты, распределяющейся между деталями подшипника, в принципе может быть учтено так же, как это сделано для опоры скольжения.

Температура и термические деформации ходовых винтов. Ходовые винты нагреваются теплотой, которая выделяется в паре винт—гайка. Если к соединению приложена осевая сила P , то при вращении гайки (или винта) возникает момент трения

$$M = 0,5Pd_{cp} \operatorname{tg}(\alpha + \rho),$$

где d_{cp} — средний диаметр резьбы; α и ρ — соответственно угол подъема резьбы и угол трения.

Мощность тепловыделения $W = 2\pi Mn$, где n — частота вращения винта, с^{-1} .

Расчет повышения температуры, вызванного работой сил трения, выполняют, как правило, для винтов, тепловые деформации которых могут оказать непосредственное влияние на погрешности формы и размеров изделий, обрабатываемых на токарном или резьбошлифовальном станках. Если на участке винта длиной l_B возникает температура θ , то винт удлиняется на величину $\Delta l = \alpha^* \theta l_B$. Такой же будет накопленная погрешность на резьбовом участке изделия длиной l_B , а погрешность Δt шага резьбы t составит в среднем $\Delta t = \Delta l / l_B$ или $\Delta t = \alpha^* \theta t$.

Чтобы рассчитать температуру θ , схематизируем процесс, представив гайку в виде втулки, движущейся по валу в осевом направлении со скоростью v_1 . Как это ни кажется на первый взгляд парадоксальным, источник тепловыделения, возникающий на поверхности соприкосновения гайки с винтом (в данной схеме втулки с валом), в большинстве случаев оказывается быстро движущимся. Пусть длина гайки $l = 0,1$ м, а ходовой винт изготовлен из стали с коэффициентом температуропроводности $\omega \approx 0,07 \cdot 10^{-4}$ м²/с. Тогда безразмерной величине $Pe > 8$ соответствует скорость перемещения гайки по винту $v_1 > 0,0006$ м/с. На практике скорости подачи при резьбонарезании или резьбошлифовании превышают это значение v_1 .

Быстрое возвратно-поступательное перемещение гайки по винту позволяет представить источник тепловыделения в виде распределенного равномерно по цилиндрической поверхности $\pi d (l_B + l)$, действующего в течение времени $(\tau_p + \tau_B) i$, где τ_p и τ_B — время рабочего и вспомогательного ходов; i — число рабочих ходов. Плотность тепловыделения такого источника

$$q = \frac{b^* W}{\pi d_{cp} (l_B + l)},$$

где b^* — коэффициент, учитывающий распределение теплоты между гайкой и винтом; l_B и l — соответственно ход и длина гайки.

Используя формулу (5.72), запишем

$$\theta = \frac{2b^* W \sqrt{\omega_1}}{\pi^{3/2} d_{cp} \lambda_1} L_B \sqrt{(\tau_p + \tau_B) i}$$

или

$$\theta = \frac{2}{\lambda_1 \sqrt{\pi}} b^* P L_B \operatorname{tg}(\alpha + \rho) \sqrt{\omega_1 i (\tau_p + \tau_B)}, \quad (5.84)$$

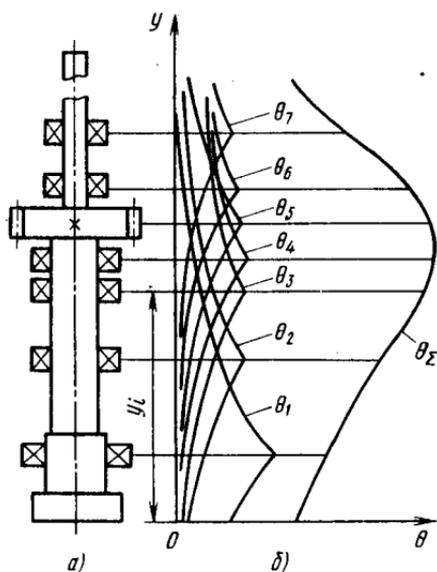


Рис. 5.55. Шпиндель вертикально-фрезерного станка с подшипниками и зубчатым колесом (а) и схема построения расчетной кривой суммарных температур (б)

саженных на шпиндель, является для него источником тепловыделения. Рассмотрим, например, подшипник. Его внутреннее кольцо передает шпинделю тепловую мощность $W = q_1 F_1$, где q_1 — плотность теплового потока, поступающего в кольцо; F_1 — площадь рабочей поверхности подшипника. Вопрос об определении плотности q_1 потоков рассмотрен выше. Для зубчатой передачи тепловой поток, направляющийся от венца в тело колеса, определим, полагая, что вследствие высоких окружных скоростей тепловыделение можно представить в виде источников равномерной плотности, распределенных по поверхностям $\pi D_1 l$ и $\pi D_2 l$, где D_1 и D_2 — диаметры делительных окружностей шестерни и колеса; l — ширина обода. Из уравнения баланса температур

$$\frac{q_1 \sqrt{\omega_1 \tau}}{\lambda_1 \sqrt{\pi}} L_1 = \frac{q_2 \sqrt{\omega_2 \tau}}{\lambda_2 \sqrt{\pi}} L_2,$$

полагая, что теплофизические характеристики материалов, из которых изготовлены шестерня и колесо, мало отличаются друг от друга, получаем

$$q_1 = q_2 L_2 / L_1,$$

где λ_1 и ω_1 — теплофизические характеристики материала винта; значения b^* рассчитывают по формуле (5.76); L_2 — по выражению (5.74) при $\tau = (\tau_p + \tau_b) l$ и $d = d_{ср}$.

Температура валов и шпинделей. В конструкциях станков и другого технологического оборудования валы и шпиндели, как правило, имеют ступенчатую форму, причем на различных участках располагается несколько источников тепловыделения (подшипники, зубчатые колеса, муфты и т. д.). В качестве примера на рис. 5.55, а показан шпиндель головки вертикально-фрезерного станка 6А75В, на котором расположены зубчатое колесо, приводящее шпиндель во вращение, и несколько подшипников различной конструкции. Каждая из деталей, на-

где q_1 и q_2 — соответственно плотность тепловых потоков, поступающих в колесо и в шестерню. Так как

$$W = \pi l (q_1 D_1 + q_2 D_2), \text{ то}$$

$$q_2 = \frac{W}{\pi l (D_2 + D_1 L_2 / L_1)}, \quad (5.85)$$

где W — мощность тепловыделения в зубчатой передаче, зависящая от потерь на трение, а следовательно, и от КПД передачи; L_1 и L_2 — коэффициенты формы, рассчитываемые по формуле (5.74).

Мощность теплового потока в колесо $W_2 = q_2 \pi D_2 l$ или

$$W_2 = \frac{W D_2}{D_2 + D_1 L_2 / L_1}. \quad (5.86)$$

Длина валов и шпинделей, как правило, значительно превышает их диаметр. Это дает основание при решении большого количества задач, в частности при составлении структурных схем теплообмена, считать валы и шпиндели стержнями конечной или бесконечной длины, а источники тепловыделения полагать двумерными, расположенными перпендикулярно к оси стержня. Если вал или шпиндель той или иной конфигурации заменен стержнем с некоторым средним диаметром d_0 , то плотность каждого из источников, имитирующих влияние подшипников или зубчатых колес, $q_i = 4W_i / (\pi d_0^2)$.

В прил. 7 приведена формула для расчета температуры стержня в тепловой задаче $\frac{212}{101.02} 43$, которую применим, описывая закон распределения температур по длине вала. В соответствии с этой формулой для любого источника плотностью q_i в бесконечном стержне

$$\theta_i = \frac{q_i \sqrt{\omega}}{2\lambda \sqrt{\beta}} \exp \left[-|y_i - y| \sqrt{\frac{\beta}{\omega}} \right],$$

где y_i — абсцисса, характеризующая положение источника; y — абсцисса точки стержня в принятой системе координат; $\beta = 2\alpha\rho/(c\rho F)$ — коэффициент, учитывающий теплообмен вала (стержня) с окружающей средой, причем α — коэффициент теплоотдачи; ρ и F — периметр и площадь сечения стержня. Для вала диаметром d_0 $\beta = 8\alpha/(c\rho d_0) = 8\omega\alpha/(\lambda d_0)$. Когда вал или шпиндель заменяют полубесконечным стержнем, по правилам отражения источников

$$\theta_i = \frac{q_i \sqrt{\omega}}{2\lambda \sqrt{\beta}} \left\{ \exp \left[-|y_i - y| \sqrt{\frac{\beta}{\omega}} \right] + \exp \left[-|y_i + y| \sqrt{\frac{\beta}{\omega}} \right] \right\}. \quad (5.87)$$

На рис. 5.55 показана схема расположения семейства кривых $\theta_1 - \theta_7$, каждая из которых соответствует формуле (5.87), для

источников теплоты $W_1—W_7$, имитирующих воздействие подшипников и зубчатого колеса.

Суммируя отдельные значения θ_i , получаем для полубесконечного стержня

$$\theta_{\Sigma} = \frac{1}{\pi d_0 \sqrt{2\lambda\alpha d_0}} \sum_{i=1}^k W_i \left\{ \exp \left[-|y_i - y| \sqrt{\frac{8\alpha}{\lambda d_0}} \right] + \exp \left[-|y_i + y| \sqrt{\frac{8\alpha}{\lambda d_0}} \right] \right\}. \quad (5.88)$$

Кривая θ_{Σ} в зависимости от конкретной теплофизической обстановки может иметь экстремум, который располагается на том или ином участке вала.

Если замена реальной конфигурации вала стержнем одного и того же диаметра по всей длине нежелательна ввиду значительной разницы между диаметрами отдельных ступеней вала, его можно заменить стержнем, состоящим из двух или нескольких частей различного диаметра. При этом для каждой из частей следует определить термическое сопротивление и эквивалентный коэффициент теплопроводности. Тепловыделение источников, расположенных в местах стыка, следует распределить прямо пропорционально эквивалентной теплопроводности сопрягаемых частей.

Мы рассмотрели расчет температур только в некоторых деталях и узлах технологического оборудования. Аналогично, используя обобщенный алгоритм теплофизического анализа, можно определять температуры и описывать температурные поля и

в других деталях станков, в том числе в станках, стойках и коробках (элементы таких расчетов мы приводили в п. 3.1 и 3.3).

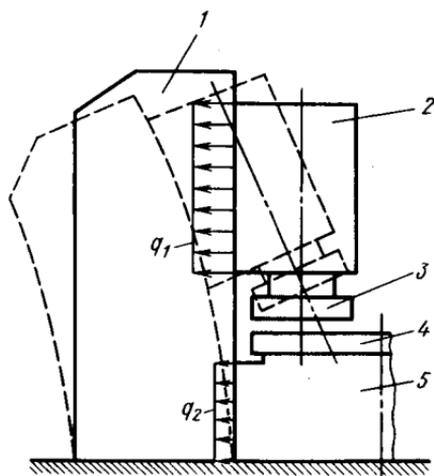


Рис. 5.56. Температурная деформация стойки плоскошлифовального станка, вызванная тепловым потоком плотностью q_1 из шпиндельной бабки и потоком плотностью q_2 из станины

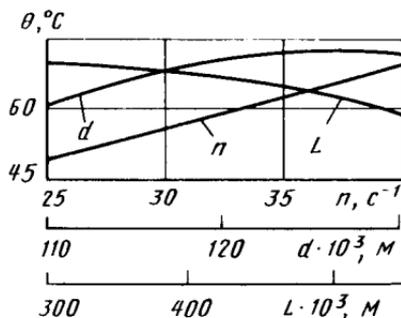


Рис. 5.57. Температура передней опоры шпинделя станка с ЧПУ в зависимости от диаметра d , частоты вращения n и расстояния между опорами L

В сложных системах, где действуют источники теплообразования и стоки теплоты, расположенные в различных узлах оборудования, структурные схемы теплообмена следует вначале разрабатывать для отдельных узлов, а затем объединять их в единую структурную схему теплообмена всей машины. Рассмотрим, например, плоскошлифовальный станок с вертикальной осью шпинделя и круглым столом (рис. 5.56). Наиболее нагретым узлом здесь является шпиндельная головка 2, в которой расположен двигатель, подшипники и другие источники тепловыделения. Кроме того, источники тепловыделения располагаются в станине 5, где находятся механизмы, приводящие во вращение стол 4. От шпиндельной головки и от станины теплота передается стойке 1, деформирование которой, зависящее от температурного поля, приводит к изменению положения торца шлифовального круга 3 относительно поверхности стола 4. Чтобы рассчитать температурное поле в стойке станка, следует определить плотность тепловых потоков q_1 и q_2 , которые можно рассчитать, рассматривая предварительно независимо структурные схемы теплообмена для шпиндельной головки и для станины станка.

Следует подчеркнуть, что расчет температур в элементах и узлах конструкции технологических машин можно выполнять не только аналитическими, но и численными методами. Примером служит методика автоматизированного численного итерационного расчета на ЭВМ [14], в которой учитывали зависимость теплофизических характеристик материала деталей и смазочной среды от температуры, а сами детали представляли в виде сеточных моделей. На рис. 5.57 приведены результаты расчетов, выполненных по этой методике для шпиндельного узла токарного станка с ЧПУ. Наибольшее влияние на температуру передней опоры шпинделя оказывает частота вращения n , в меньшей мере сказываются диаметр шейки d и расстояние между опорами L . Повышение n влияет на возрастание температуры прежде всего через увеличение мощности тепловыделения $W = 2\pi Mn$. Увеличение диаметра шейки шпинделя d , а с нею и диаметра подшипника, с одной стороны, приводит к возрастанию момента трения M , а с другой — улучшает теплоотвод в массу шпинделя. Поэтому возрастание θ при увеличении d происходит не столь активно, как при увеличении n . Наконец, увеличение расстояния между опорами ведет к снижению θ , поскольку взаимное влияние опор уменьшается.

Решение задач о тепловых явлениях в оборудовании позволяет отыскивать пути повышения точности и надежности станков, оптимизировать конструкции технологических машин и условия их эксплуатации. Некоторые из этих путей будут рассмотрены ниже.

Вопросы для самопроверки к п. 5.7

1. С какой целью выполняют анализ тепловых процессов в технологическом оборудовании?

2. Сформулируйте алгоритм расчета температуры в подшипнике скольжения.

3. Что такое коэффициент формы цилиндра относительно полупространства?

4. Прокомментируйте структурную схему теплообмена в подшипнике качения.

5. Какие допущения делают при расчете температуры на поверхности контакта между винтом и гайкой?

Задачи к п. 5.7

73. Рассчитать температуру рабочей поверхности подшипника скольжения (см. рис. 5.53), если $d = 0,1$ м; $d_1 = 0,11$ м; $D = 0,4$ м; $l = 0,12$ м. Вал 1 изготовлен из стали 40Х, втулка 2 — из бронзы [$\lambda_2 = 64$ Вт/(м·°С); $\omega_2 = 0,2 \cdot 10^{-4}$ м²/с]. Через подшипник прокачивается масло «Индустриальное-20», теплоемкость которого $(\rho c)_e = 1,84 \cdot 10^6$ Дж/(м³·°С), а вязкость $\mu = (17 - 0,01\theta)$ Па·с. Расход масла $Q = 0,5 \cdot 10^{-6}$ м³/с. Момент трения в подшипнике при частоте вращения вала $n = 12,7$ с⁻¹ и комнатной температуре составляет $M = 4,1$ Н·м. Рассчитать температуру к концу первого, второго и третьего часов непрерывной работы подшипника.

Алгоритм решения и комментарии к нему:

а) рассчитать мощность тепловыделения в подшипнике в начальный момент времени ($W \approx 328$ Вт);

б) по формуле (5.74) рассчитать коэффициент формы для вала ($F_0 = 6,7 \cdot 10^{-4}$ τ; при $\tau = 3600$; 7200 и 10 800 с соответственно $L_B = 4,82$; 5,93 и 7,0);

в) по формуле (1.28) рассчитать эквивалентный коэффициент теплопроводности втулки и корпуса, не учитывая уменьшение объема металла корпуса, вызванное наличием выемок у ребер жесткости [$\lambda_{\text{эвк}} \approx 40,9$ Вт/(м·°С)];

г) по формуле (5.77) рассчитать эквивалентный коэффициент теплопроводности [(ρc)_{эвк} = $3,51 \cdot 10^6$ Дж/(м³·°С); $\omega_{\text{эвк}} = 0,116 \cdot 10^{-4}$ м²/с];

д) по формуле (1.19) рассчитать коэффициент формы втулки с корпусом ($\varepsilon = 0,75$; $L_A \approx 1,85$);

е) по формуле (5.76) рассчитать коэффициент b^* ($b^* = 0,44$; 0,39; 0,35 для разных τ);

ж) рассчитать коэффициент A в формуле (5.79) ($A = 389$; 357; 337);

з) имея в виду, что $\rho = 0,01$, рассчитать значение коэффициента B в той же формуле ($B = 4,2$);

и) по формуле (5.79) рассчитать избыточную температуру опоры.

Ответ: τ, с	3600	7200	10 800
θ, °С	30,7	39	44

Видно, что темп нарастания температуры в подшипнике с увеличением длительности непрерывной работы снижается.

74. Рассчитать температуру в подшипнике качения, показанном на рис. 1.13, имея в виду, что диаметр беговой дорожки наружного кольца $d_H = 90$ мм, а внутреннего $d_B = 55$ мм, диаметр роликов $d_p = 17,5$ мм, ширина подшипника $l = 25$ мм, число роликов $z = 10$. Потери на трение в подшипнике при некотором режиме его эксплуатации и непрерывной работе в течение 30 мин характеризуются мощностью $W = 50$ Вт. Подшипник изготовлен из стали ШХ15.

Алгоритм решения и комментарии к нему:

а) по формуле (5.74) рассчитать коэффициент формы для ролика ($L_p = 14,4$);

б) рассчитать коэффициенты M_1 и M_2 ($M_1 = 7,4$; $M_2 = 4,5$);

в) по формуле (1.19) рассчитать коэффициент формы наружного кольца в комплекте со стаканом и ступицей (см. задачу 10) ($L_H = 1,24$), а по формуле (5.74) — кольца с валом ($L_B = 5,55$);

г) по формуле (5.80) рассчитать среднюю плотность тепловыделения ($q = 4390$ Вт/м²);

д) составить уравнения баланса температур и рассчитать по ним значения q_1 и q_2 ($q_1 = -1026$ Вт/м²; $q_2 = 3180$ Вт/м²; обратим внимание на то, что итоговый тепловой поток теплообмена q_1 направлен из роликов в наружное кольцо, а q_2 — из внутреннего кольца в ролики);

е) по любой из формул (5.81)—(5.83) рассчитать температуру контактной поверхности в подшипнике.

Ответ: Избыточная температура $\theta \approx 25$ °С, полная $\theta' \approx 45$ °С.

5.8. ПОВЫШЕНИЕ ТОЧНОСТИ ИЗДЕЛИЙ ПУТЕМ УМЕНЬШЕНИЯ ТЕПЛОВЫХ ДЕФОРМАЦИЙ И СМЕЩЕНИЙ КОМПОНЕНТОВ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПОДСИСТЕМ

Мы уже отмечали, что технологическая подсистема первого уровня, в которой закладываются основы получения заданной точности изделий, в качестве компонентов включает заготовку, оборудование, инструмент, технологическую среду, средства контроля и управления процессом обработки. Теплота, возникающая в рабочем процессе, а также в узлах и механизмах станка, распределяясь между всеми компонентами подсистемы, оказывает влияние на их температуру и далее непосредственно или косвенно влияет на точность изделия, изготовленного на данном рабочем месте. На точность продукции влияет температура всех без исключения компонентов технологической подсистемы. Например, исследования при шлифовании подшипниковых колец диаметром 90 мм показали, что изменение температуры технологической жидкости на 1 °С приводит к увеличению отклонения от плоскостности торцов колец на 0,12 мкм, а от параллельности — на 0,63 мкм. Это немало, если учесть, что температура жидкости при шлифовании повышается в среднем на 5—8 °С, а допуски параллельности и плоскостности торцов колец достаточно жесткие.

Уменьшения тепловых деформаций и смещений компонентов технологической подсистемы, необходимого для повышения точности изделий, можно достичь следующими основными способами: 1) принять меры к снижению тепловыделения в рабочем процессе, а также в узлах и механизмах оборудования; 2) интенсифицировать отвод теплоты от нагретых поверхностей в рабочей зоне и в оборудовании; 3) обеспечить такое взаимное расположение заготовки, инструмента, деталей и узлов оборудования, которое создает условия для уменьшения влияния тепловых деформаций на точность обработки; 4) применять систему компенсаторов, снижающих влияние тепловых деформаций компонентов подсистемы на суммарную погрешность размеров изделия.

Вопрос о снижении мощности тепловых потоков, возникающих при проведении рабочих процессов, мы уже рассматривали в пп. 5.3 и 5.5. Несмотря на необходимость непрерывного совершенствования технологических процессов и инструментов в этом направлении, заметим, что здесь возникают определенные ограничения. Уменьшение мощности тепловыделения, как правило, вызывает необходимость снижения режимов обработки, а значит, и производительности операции, что нежелательно. Снижение температуры в зоне обработки может оказаться нежелательным с точки зрения необходимости обеспечения оптимального значения температур на контактных поверхностях инструмента.

Более доступным является снижение тепловыделения в узлах оборудования. Замена подшипников скольжения подшипниками качения, применение аэростатических опор, совершенствование

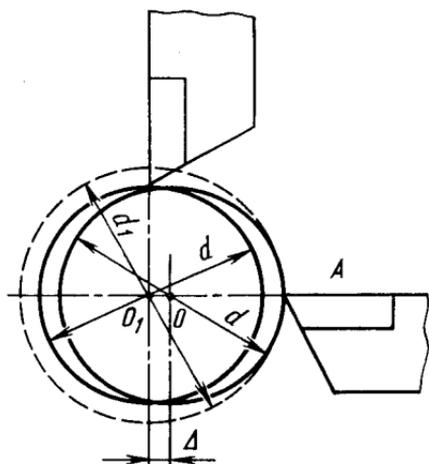


Рис. 5.58. Погрешности диаметра обработанной поверхности в зависимости от положения резца в револьверной головке станка

конструкции муфт и тормозов, а также некоторые другие мероприятия позволяют снизить потери мощности на трение в узлах и механизмах станков, а с ними и тепловыделение.

Существенную роль в снижении тепловых деформаций компонентов технологических подсистем играет отвод теплоты от нагретых поверхностей. Здесь речь идет не только о создании условий для получения высоких коэффициентов теплоотдачи при охлаждении заготовок и инструментов (см. гл. 3, а также пп. 5.3, 5.5 и 5.6), но и о некоторых специфических приемах, обеспечивающих местное высокоинтенсивное охлаждение наи-

более важных узлов оборудования. Например, в последнее время появились токарно-револьверные, фрезерно-расточные и шлифовальные станки, в шпиндельных головках и других узлах которых установлены тепловые трубы (см. п. 3.2). Некоторые зарубежные фирмы встраивают тепловые трубы в асинхронные регулируемые электродвигатели, предназначенные для приводов главного движения металлорежущих станков.

Мы упоминали выше о влиянии температуры технологической жидкости на точность изделий при шлифовании. Отмечалось также влияние температуры смазочной среды на тепловыделение в подшипниках. С целью снижения этого влияния в конструкции прецизионных станков предусматривают специальные холодильники для технологической жидкости и для смазочного масла.

Весьма эффективным и важным средством повышения точности изделий является оптимальное взаимное расположение компонентов технологической подсистемы. Дело в том, что тепловые деформации узлов приводят к изменению положения заготовки или инструмента (точнее, шпинделя, в котором они закреплены) в работающем станке по сравнению с их положением у неработающего, когда выполняют наладку операции и базирование заготовки. Пусть, например, на револьверном станке требуется обработать поверхность диаметром d (рис. 5.58). Резец, закрепленный в револьверной головке с горизонтальной осью, установлен в положение A и налажен на получение заданного размера d по отношению к оси O шпинделя неработающего станка. В процессе работы нагрев и термические деформации шпиндельного узла приводят к смещению оси шпинделя, например, в точку O_1 . Если этого не

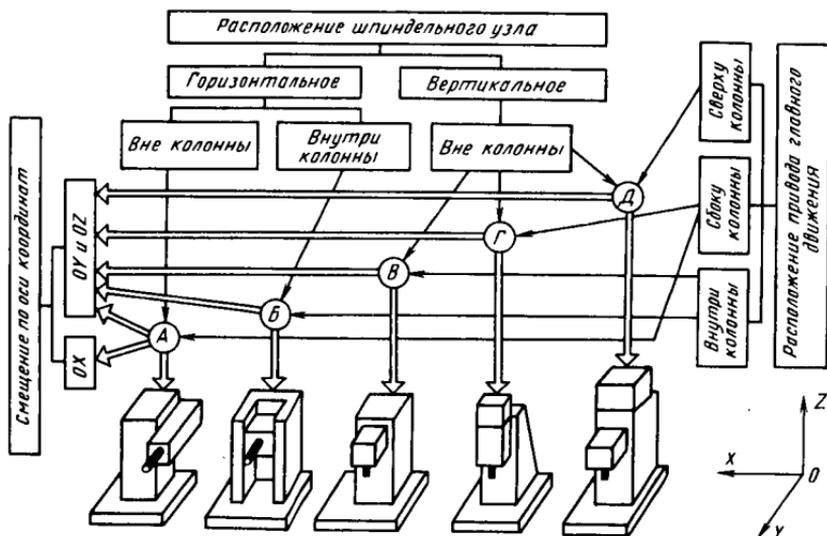


Рис. 5.59. Классификация станков с ЧПУ по расположению источников тепловыделения и направлению смещения оси шпинделя, вызванному термическими деформациями [16]

учитывать, то налаженный резец обрабатывает поверхность, диаметр которой d_1 будет на величину 2Δ больше, чем заданный размер d . Изменение взаимного расположения резца и заготовки, а именно закрепление инструмента в револьверной головке вертикально со смещением от линии центров неподвижного шпинделя на величину Δ , позволит устранить погрешность, вызванную термическими деформациями деталей шпиндельного узла.

Величина и направление смещений, вызванных тепловыми деформациями, зависят от числа узлов и расположения источников тепловыделения относительно базовых деталей станка, а также от качества изготовления деталей и сборки оборудования. В частности, в металлорежущем оборудовании важную роль играют положение шпиндельного узла и привода главного движения, поскольку они являются главными источниками тепловыделения. Оценка влияния компоновки этих узлов оборудования на его точность особенно важна для станков с ЧПУ. Станки с ЧПУ более энергоемки, чем обычное металлорежущее оборудование. В них существенно выше доля машинного времени, достигающая до 70—90 % общего времени операции. До 50 % энергии, подведенной к станку, рассеивается в нем вследствие электрических и механических потерь и превращается в теплоту. Влияние тепловых деформаций особенно заметно при выполнении чистовых операций, при которых другие погрешности, в частности связанные с деформацией узлов и деталей силами резания, невелики.

На рис. 5.59 показаны типичные компоновки станков с ЧПУ и характерные для этих компоновок направления смещения оси

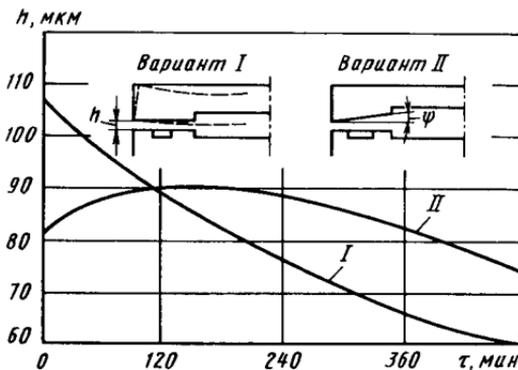


Рис. 5.60. Конструкции направляющих планшайбы карусельного станка и наименьшая толщина h масляной пленки в опоре в зависимости от формы направляющих и времени τ непрерывной работы станка:

I — без учета тепловых деформаций планшайбы; *II* — с учетом тепловых деформаций

шпинделя. Термические деформации узлов конструкции станков типа А приводят к тому, что

ось шпинделя станка смещается относительно исходного положения в направлении всех трех осей координат. В других конструкциях смещение происходит только в плоскости ZOY . Величины смещений шпинделя для компоновок $B—D$ различны. Они меньше для конструкции типа B , чем для конструкции типа B , поскольку в первом случае температурное поле в колонне станка симметричнее, чем во втором.

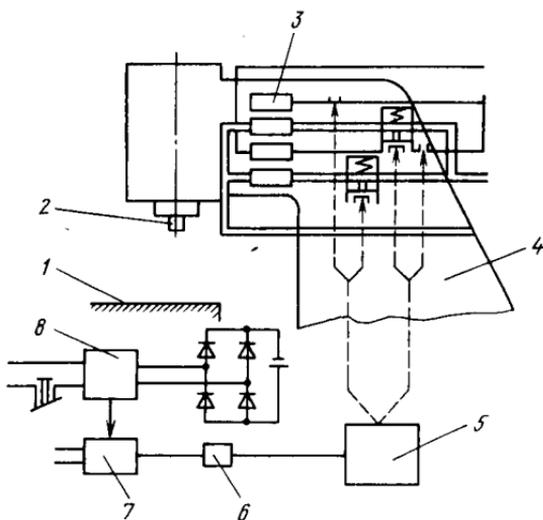
Зная направление теплового смещения шпинделя, присущее станку с определенной компоновкой узлов, можно (особенно в станках с ЧПУ) корректировать положение инструмента относительно заготовки и тем самым повышать точность обработанных изделий.

Весьма важным и современным способом повышения точности изделий является компенсация тепловых деформаций. Компенсацию осуществляют, во-первых, приданием деталям и узлам некоторых конструктивных особенностей или положения, учитывающих деформацию под влиянием теплообмена в технологической подсистеме. Во-вторых, компенсация может быть осуществлена с помощью специальных адаптивных устройств, анализирующих тепловые явления в подсистеме и корректирующих их в необходимом направлении в процессе эксплуатации станка.

Покажем первый способ решения на примере конструкции опорных поверхностей планшайбы крупного карусельного станка. При точении заготовки с плазменным нагревом поверхность планшайбы нагревается стружкой, в результате чего в планшайбе возникает температурное поле (см. рис. 2.21). Планшайба нагревается также в связи с наличием тепловыделения на опорных поверхностях и в подшипниках. Суммарное температурное поле приводит к тому, что планшайба деформируется. Пусть, например, моделирование, численный анализ или эксперименты показали, что опорная поверхность планшайбы в результате нагрева становится чашеобразной (рис. 5.60, вариант *I*). Это приводит к изменению минимальной толщины h масляного слоя и опасному уменьшению количества смазочного материала на отдельных участках опорной поверхности. Достаточно простым и эффективным спосо-

Рис. 5.61. Схема адаптивного устройства, компенсирующего тепловые деформации станка:

1 — стол станка; 2 — шпиндель; 3 — нагревательные и охлаждающие элементы; 4 — корпус; 5 — управляющее устройство; 6 — реле времени; 7 — усилитель; 8 — датчик [16]



бом нейтрализации тепловых деформаций является придание опорной поверхности конической формы с углом ψ (вариант 11). Это, как показывают исследования, выполненные на Коломенском заводе тяжелого станкостроения, благоприятно сказывается

на работоспособности карусельного станка и точности изделий. Компенсация погрешностей, вызванных тепловыми процессами в оборудовании, может осуществляться при сборке станков приданием некоторым деталям или узлам положения, учитывающего наиболее вероятные направления и значения тепловых погрешностей. При изготовлении станков, например, обычно стремятся установить ось шпинделя возможно более параллельно направляющим станины. Однако в процессе работы станок разогревается и шпиндель меняет свое положение. Это смещение, которое, как правило, можно рассчитать или измерить, зависит от температур в характерных точках шпиндельной коробки, а температуры зависят от времени непрерывной работы и частоты вращения шпинделя. Изучив применительно к производству, для которого предназначается станок, распределение во времени частот вращения шпинделя n и длительности операций τ , установив температуры, соответствующие наиболее вероятным значениям n и τ , а далее наиболее вероятное смещение оси шпинделя в работе, можно в процессе сборки скорректировать положение этой оси относительно направляющих станка. Тогда тепловые деформации шпиндельного узла будут в известной мере компенсированы, что позволит снизить погрешности обработки.

Адаптивные устройства, уменьшающие влияние температурных деформаций узлов и корпусных деталей оборудования на точность обработки, в большинстве случаев содержат управляемые нагревательные и холодильные установки. На рис. 5.61 приведена схема одного из таких устройств [24]. К корпусу 4 станка прикреплены нагревательные и охлаждающие элементы 3. Эти элементы позволяют создавать дополнительные источники или стоки теплоты, чем изменяют теплофизическую обстановку в технологи-

ческой подсистеме. Нагревательные и охлаждающие элементы включаются или выключаются по сигналу датчика 8, контролирующего перпендикулярность оси шпинделя 2 к опорной плоскости стола 1 станка. Сигнал через усилитель 7 и реле времени 6 передается устройству 5, управляющему включением дополнительных источников и стоков теплоты.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В заключение сформулируем некоторые общие выводы и правила, руководствуясь которыми инженерно-технические работники машиностроительного производства с помощью теплофизического анализа могут повысить эффективность технологических систем.

1. Изучение и описание тепловых процессов в технологических системах позволяет отыскивать те области систем, в которых возникают экстремальные ситуации, ограничивающие производительность операций, влияющие на качество и себестоимость продукции.

Эти ситуации могут возникать непосредственно в зоне, где происходит формоизменение заготовки. Тогда они влияют на работоспособность инструмента и качество изделий. Экстремальные термические ситуации могут возникать в узлах оборудования и оснастки. Тогда они влияют на эксплуатационные показатели рабочих машин и через них вновь на производительность процессов и качество продукции.

2. В зависимости от конкретных условий описание тепловых процессов и температурных полей в технологических системах и подсистемах может быть выполнено аналитическими методами, численными способами с помощью ЭВМ, методами моделирования или экспериментально. Успешным может быть комбинирование нескольких различных методов описания тепловых явлений.

3. При анализе и совершенствовании технологических систем большую роль играет описание законов изменения температур на контактных поверхностях тел, участвующих в теплообмене. Решение задач, относящихся к определению температур контактных поверхностей тел при различных рабочих процессах или температур в узлах станочного оборудования, может быть выполнено с помощью обобщенного алгоритма теплофизического анализа и инженерной методики расчета температур.

4. Тепловые процессы, как правило, играют наибольшую роль в подсистемах первого уровня, в которых формируются поверхности детали.

Важным участком технологических подсистем первого уровня являются контактные поверхности между заготовкой и инструментом. Для контактных поверхностей могут быть

рекомендованы оптимальные температуры, зависящие от свойств материалов заготовки и инструмента. Оптимальные температуры могут быть достигнуты регулированием режимов обработки, а также введением в технологическую подсистему дополнительных источников (плазменный, лазерный и другой нагрев) или стоков теплоты. Если в качестве стока теплоты используется охлаждающая жидкость, то ее маршрут должен быть построен таким образом, чтобы эта среда прежде всего встречала нагретые поверхности интересующего объекта (инструмента), а затем уже поверхности других тел (стружки, заготовки).

При прочих равных условиях предпочтительнее инструментальные материалы более высокой теплопроводности не только потому, что они усиливают рассеяние теплоты в массе инструмента, но и потому, что они активнее транспортируют теплоту в окружающую (в том числе охлаждающую) среду. Теплопроводность материала инструмента должна быть тем выше, чем ниже теплопроводность материала заготовки.

5. Большие, во многом еще не использованные резервы повышения работоспособности и снижения тепловых деформаций тел, входящих в подсистему первого уровня, в частности инструментов, заложены в применении прерывистых методов теплового нагружения и ротационных способов перемещения рабочих поверхностей (вращающиеся резцы, тороидальные вращающиеся инденторы и др.).

6. Тепловые процессы, протекающие в технологическом оборудовании, влияют на точность изделий, поскольку эти процессы вызывают деформации и смещения деталей и узлов, а следовательно, и погрешности обработки. Уменьшить эти погрешности можно, если при проектировании оборудования предусмотреть размещение узлов, сильно влияющих на повышение температуры корпусных деталей (электродвигателей, резервуаров с технологической или смазочной жидкостью и т. д.), за пределами станка или, по крайней мере, в удалении от узлов, определяющих точность изделий.

При конструировании оборудования следует по результатам расчета или экспериментов определять температурные поля и вероятные тепловые деформации важнейших деталей и предусматривать устройства для компенсации погрешностей, вызванных этими деформациями.

7. Сведения о тепловых явлениях в технологических системах не несут полной информации о ходе технологических процессов. Однако во многих случаях, особенно при интенсификации режимов обработки и повышении требований к качеству продукции, управление тепловыми явлениями тесно связано с обеспечением высоких показателей производственного процесса.

ПРИЛОЖЕНИЯ

1. Коэффициенты теплопроводности λ и температуропроводности ω , объемная теплосмкость c_p материалов заготовки и инструмента (средние в диапазоне температур, возникающих при механической обработке)

Материал	Марка	λ , Вт/(м·°С)	$\omega \cdot 10^4$, м²/с	$c_p \cdot 10^{-4}$, Дж/(м³·°С)
Сталь углеродистая	40	38,5	0,076	5,06
	45	40,2	0,080	5,02
Сталь низколегированная	30X	35,2	0,072	4,89
	40X	33,9	0,067	5,06
	ШХ15	33,4	0,065	5,15
	20XН3А	33,5	0,066	5,07
	30ХГС	36,0	0,070	5,14
Сталь аустенитного класса	20X23Н18	21,5	0,050	4,30
	110Г13Л	22,2	0,042	5,28
	12X18Н9Т	22,6	0,050	4,52
	14X17Н2	25,0	0,060	4,17
Сталь инструментальная	У12	34,7	0,071	4,89
	ХВГ	27,2	0,054	5,04
	P18	27,2	0,057	4,77
Жаропрочный сплав	BT4	12,9	0,043	3,01
	ХН77ТЮР	19,7	0,041	4,8
Чугун	СЧ30	39,8	0,113	3,52
Твердый сплав	ВК8	54,4	0,246	2,21
	T14K8	33,9	0,110	3,08
	T15K6	27,2	0,100	2,72
Алмаз	АС	520,0	0,830	6,26
Кубический нитрид бора (эльбор)	—	41,9	0,180	2,30
Медь	—	361,0	0,990	3,65
Константан	—	27,2	0,076	3,56

2. Коэффициенты в формулах (1.20) и (1.37) для расчета коэффициентов тепло- и температуропроводности углеродистых сталей

Коэффициент	a_i	b_i	c_i
m_1	76,8	$-6,67 \cdot 10^{-2}$	0
m_2	34,2	$-9,88 \cdot 10^{-2}$	$8,14 \cdot 10^{-5}$
m_3	9,3	$-3,95 \cdot 10^{-2}$	$4,18 \cdot 10^{-5}$
n_1	0,219	$-3,58 \cdot 10^{-4}$	$1,78 \cdot 10^{-7}$
n_2	$9,83 \cdot 10^{-2}$	$-3,04 \cdot 10^{-4}$	$2,5 \cdot 10^{-7}$
n_3	$2,67 \cdot 10^{-2}$	$-1,03 \cdot 10^{-4}$	$1,0 \cdot 10^{-7}$

3. Температура насыщения $\theta_{\text{н}}$, теплота парообразования r , плотность $\rho_{\text{п}}$, характерный размер l_* для водяного пара в зависимости от давления p

p , МПа	$\theta_{\text{н}}$, °С	$r \times 10^{-8}$, Дж/кг	$\rho_{\text{п}}$, кг/м ³	$l_* \times 10^6$, м
0,01	45,8	2392	0,07	3836
0,02	60,1	2357	0,13	954,6
0,04	75,9	2318	0,25	289,6
0,06	85,9	2293	0,36	137,4
0,08	93,5	2273	0,48	79,4
0,10	99,6	2257	0,59	50,6
0,20	120,2	2202	1,13	14,2

4. Коэффициенты теплопроводности λ , температуропроводности ω , коэффициенты кинематической ν и динамической μ вязкости, коэффициент объемного расширения β и критерии Pr для сухого воздуха и воды в зависимости от температуры θ

Воздух (при нормальном давлении $p = 0,1$ МПа)

θ , °С	$\lambda \times 10^8$, Вт/(м·°С)	$\omega \times 10^6$, м ² /с	$\nu \times 10^6$, м ² /с	$\beta \times 10^6$, 1/°С	Pr
20	2,59	21,4	15,06	34,1	0,703
50	2,83	25,7	17,95	30,9	0,698
100	3,21	33,6	23,13	26,8	0,688
150	3,56	42,1	28,94	23,6	0,683
200	3,93	51,4	34,85	21,1	0,680
250	4,27	61,0	40,61	19,1	0,677
300	4,60	71,6	48,33	17,4	0,674
350	4,91	81,9	55,46	16,0	0,676

Вода (на линии насыщения)

θ , °С	$\lambda \times 10^8$, Вт/(м·°С)	$\omega \times 10^6$, м ² /с	$\nu \times 10^6$, м ² /с	$\mu \times 10^4$, Па·с	$\beta \times 10^6$, 1/°С	Pr
20	59,9	14,3	1,006	10,04	1,81	7,02
30	61,8	14,9	0,805	8,01	3,21	5,42
40	63,5	15,3	0,659	6,53	3,87	4,31
50	64,8	15,7	0,556	5,49	4,49	3,54
60	65,9	16,0	0,478	4,70	5,11	2,98
70	66,8	16,3	0,415	4,06	5,70	2,55
80	67,4	16,6	0,365	3,55	6,32	2,21
90	68,0	16,8	0,326	3,15	6,95	1,95
100	68,3	16,9	0,295	2,82	7,52	1,75

5. Ориентировочные значения степени черноты в металлических тел в технологических системах механической обработки

Вид обработки	Материал детали			
	Сталь	Чугун	Алюминий	Медь
Без обработки	0,9	0,95	0,3	0,6
Обработка лезвийным инструментом	0,7	0,75	0,2	0,4
Шлифование чистовое	0,52	0,6	0,1	—
Полирование	0,21	0,27	0,05	0,02
Покрытие масляной краской темного цвета	0,9	0,9	0,9	—
Покрытие черным блестящим лаком	0,87	0,87	0,87	—

6. Некоторые специальные математические выражения, используемые в технологических расчетах

$$1) \int \exp[-\rho^2 u^2] du = \frac{\sqrt{\pi}}{2\rho} \operatorname{erf}[\rho u];$$

$$2) \operatorname{erf}[u] \approx \sqrt{1 - \exp[-1,26u^2]};$$

$$3) \int \operatorname{erf}[\rho u] du = u \operatorname{erf}[\rho u] + \frac{1}{\rho \sqrt{\pi}} \exp[-\rho^2 u^2];$$

$$4) \operatorname{Ei}[-ax] \approx \ln[\gamma ax] - ax + 0,2a^2 x^2,$$

где $\gamma = 1,78107$ — постоянная Эйлера;

$$5) K_0[u] \approx \left(\frac{\pi}{2u}\right)^m \exp[-u];$$

$$0 \leq u \leq 3 \quad m = 0,342 + 0,053u;$$

$$u > 3 \quad m = 0,5,$$

6) приближенное вычисление интегралов (формула П. Л. Чебышева)

$$\int_0^m f(u) du \approx \frac{m}{3} [f(0,1464m) + f(0,5m) + f(0,8536m)].$$

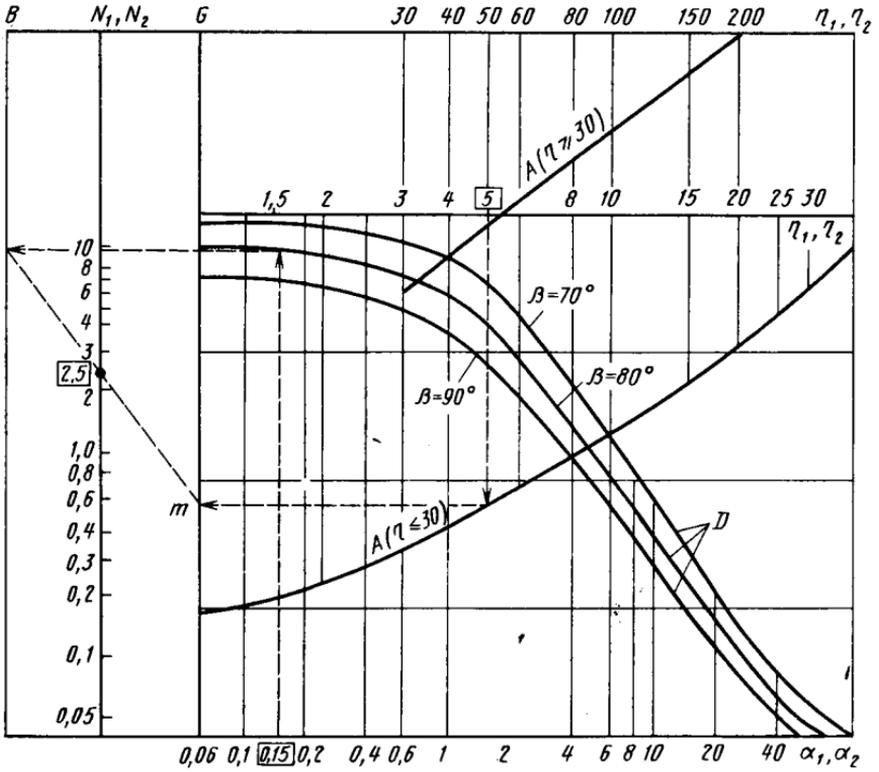
7. Формулы для расчета температур в твердых телах

Код задачи	Условие задачи	Расчетные формулы
$\frac{000}{000.00}$ 01	Точечный мгновенный источник в неограниченном теле, внесший Q теплоты, Дж	$\theta(x, y, z, \tau) = \frac{Q}{\lambda \sqrt{\omega} (4\pi\tau)^{3/2}} \exp\left[-\frac{R^2}{4\omega\tau}\right]$
$\frac{000}{000.01}$ 01	Точечный непрерывно действующий источник мощностью q , Вт, в неограниченном теле	$\theta(x, y, z, \tau) = \frac{q}{4\pi\lambda R} \left(1 - \operatorname{erf}\left[\frac{1}{2\sqrt{Fo}}\right]\right);$ $Fo = \frac{\omega\tau}{R^2};$ $\operatorname{erf}[u] - \text{см. прил. 6 и [4]}$
$\frac{000}{000.22}$ 01	Точечный быстродвижущийся источник мощностью q , Вт, в неограниченном теле	<p>В системе координат, движущейся с источником (в направлении оси Ox противоположно направлению v, $x > x_n$):</p> $\theta(x, y, z) = \frac{q}{4\pi\lambda (x - x_n)} \times \exp\left[-\frac{v(y_n - y)^2 + v(z_n - z)^2}{4\omega(x - x_n)}\right]$
$\frac{110}{001.00}$ 01	Одномерный мгновенный источник в неограниченном теле, внесший теплоты Q_1 , Дж, на единицу длины источника	$\theta(x, y, \tau) = \frac{Q_1}{4\pi\lambda\tau} \exp\left[-\frac{r^2}{4\omega\tau}\right]$
$\frac{110}{001.01}$ 01	Одномерный источник плотностью q_1 , Вт/м, действующий непрерывно в неограниченном теле	$\theta(x, y, \tau) = \frac{q_1}{4\pi\lambda} \times \left(-\operatorname{Ei}\left[-\frac{1}{2Fo}\right]\right); Fo = \frac{\omega\tau}{r^2};$ $\operatorname{Ei}[-u] - \text{см. прил. 6 и [4]}$
$\frac{110}{001.22}$ 01 $\frac{110}{001.22}$ 22	Одномерный быстродвижущийся источник плотностью q_1 , Вт/м, в неограниченном теле или в пластине с адиабатическими граничными плоскостями (источник расположен перпендикулярно к плоскостям пластины)	<p>В подвижной системе координат, движущейся вместе с источником ($x > x_n$):</p> $\theta(x, y) = \frac{q_1 \sqrt{\omega}}{2\lambda \sqrt{\pi v (x - x_n)}} \times \exp\left[-\frac{v(y - y_n)^2}{4\omega(x - x_n)}\right]$

Код задачи	Условие задачи	Расчетные формулы
$\frac{211}{101.00}$ 12	Двумерный (полосовой) мгновенный источник плотностью Q , Дж/м ³ , на адиабатической поверхности полупространства ($y_H = 0$; $0 \leq x_H \leq l$)	$\theta(x, y, \tau) = \frac{Q \sqrt{\omega}}{2\lambda \sqrt{\pi\tau}} \exp\left[-\frac{y^2}{4\omega\tau}\right] \times$ $\times \left(\operatorname{erf}\left[\frac{x}{\sqrt{4\omega\tau}}\right] - \operatorname{erf}\left[\frac{x-l}{\sqrt{4\omega\tau}}\right] \right),$ где l — размер источника в направлении оси Ox
$\frac{211}{101.22}$ 12	Двумерный (полосовой) быстро движущийся источник плотностью q , Вт/м ² , на адиабатической поверхности полупространства ($y_H = 0$; $0 \leq x_H \leq l$)	В пределах контактной площадки ($x \leq l$; $y = 0$) $\theta(x, 0) = \frac{2q \sqrt{\omega l}}{\lambda \sqrt{\pi\omega}} \sqrt{\psi}; \quad \psi = \frac{x}{l};$ $\theta^{\text{ср}} = \frac{4q \sqrt{\omega l}}{3\lambda \sqrt{\pi\omega}}$
$\frac{212}{101.01}$ 52 $\frac{210}{101.01}$ 12	Двумерный источник плотностью q , Вт/м ² , на торце стержня с адиабатическими поверхностями или на адиабатической поверхности полупространства ($y_H = 0$)	$\theta(y, \tau) = \frac{2q \sqrt{\omega}}{\lambda \sqrt{\pi}} \left\{ \sqrt{\tau} \exp\left[-\frac{y^2}{4\omega\tau}\right] - \frac{y \sqrt{\pi}}{\sqrt{4\omega}} \left(1 - \operatorname{erf}\left[\frac{y}{\sqrt{4\omega\tau}}\right] \right) \right\}$
$\frac{212}{101.02}$ 43	Двумерный источник, расположенный перпендикулярно к оси неограниченного стержня на расстоянии y_H от начала координат	При наличии теплообмена с окружающей средой и при установившемся процессе ($\tau \rightarrow \infty$) $\theta(y) =$ $= \frac{q \sqrt{\omega}}{2\lambda \sqrt{\beta}} \exp\left[- y_H - y \sqrt{\frac{\beta}{\omega}}\right],$ где $\beta = \frac{2\alpha r}{c\rho F}$; F и r — площадь и периметр сечения стержня; α — коэффициент теплоотдачи

Примечания: 1. Линейные размеры, м: x, y, z — координаты точки тела; x_H, y_H, z_H — координаты источника; $R = \sqrt{(x_H - x)^2 + (y_H - y)^2 + (z_H - z)^2}$; $r = \sqrt{(x_H - x)^2 + (y_H - y)^2}$; b, l — размеры источника. 2. τ — время, с. 3. v — скорость движения источника, м/с. 4. λ — коэффициент теплопроводности, Вт/(м·°С); ω — коэффициент температуропроводности, м²/с.

8. Номограмма для расчета функций N_1 и N_2 , используемых при расчете температур на поверхностях резца (пример: $\eta_1 = 5$; $\alpha_1 = 0,15$ 1°С; результат $N_1 = 2,5$).



СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

А. Основная

1. Беляев Н. М., Рядно А. А. Методы теории теплопроводности: Учебн. пособие для вузов. Ч. 1. М.: Высшая школа, 1982. 327 с.
2. Бондарев В. А., Процкий А. Е., Гринкевич Р. Н. Теплотехника. Минск: Высшая школа, 1976. 384 с.
3. Резников А. Н. Теплофизика процессов механической обработки материалов. М.: Машиностроение, 1981. 279 с.
4. Справочник по специальным функциям/Под ред. М. Абрамовица и И. Стига: Пер. с англ. М.: Наука, 1979. 832 с.
5. Теплотехника: Учебник для вузов/А. П. Баскатов, Б. В. Берг, О. К. Витт и др.; Под общ. ред. А. П. Баскатова. М.: Энергоиздат, 1982. 264 с.
6. Абразивная и алмазная обработка материалов/Под ред. А. Н. Резникова. М.: Машиностроение, 1977. 392 с.
7. Автоматическое управление процессом резания/С. С. Силян, В. В. Трусов, В. Я. Яхонтов и др.//Станки и инструмент. 1971. № 1. С. 13—14.
8. Алферов В. И., Соколов Ю. Н. Теплообмен деталей станков с воздухом цеха//Станки и инструмент. 1968. № 9. С. 10—11.
9. Брычков Ю. А., Марычев О. И., Прудников А. П. Таблицы неопределенных интегралов: Справочник. М.: Наука, 1986. 192 с.
10. Грановский Г. И., Грановский В. Г. Резание металлов: Учебник для вузов. М.: Высшая школа, 1985. 304 с.
11. Дульнев Г. Н. Тепло- и массообмен в радиоэлектронной аппаратуре. М.: Высшая школа, 1984. 247 с.
12. Евсеев Д. Г. Формирование свойств поверхностных слоев при абразивной обработке. Изд-во Саратовского университета, 1975. 127 с.
13. Ермаков Ю. П. Современные тенденции в развитии лезвийной обработки//Обзор. Сер. С-6-3. Технология металлообрабатывающего производства. М.: НИИМаш. 1983. 68 с.
14. Зверев И. А., Самохвалов Е. И., Левина З. М. Автоматизированные расчеты шпиндельных узлов//Станки и инструмент. 1984. № 2. С. 11—15.
15. Котляров В. П. Поверхностная отделочно-упрочняющая обработка с лазерным облучением//Электронная обработка материалов. 1987. № 1 (133). С. 16—20.
16. Кузнецов А. П. Методы оценки тепловых деформаций металлорежущих станков и пути их снижения//Обзор. М.: НИИМаш. 1983. 19 с.
17. Лазерно-механическое резание металлов/Б. С. Гаврюшенко, Л. В. Окоороков, Н. Н. Рыкалин и др.//Физика и химия обработки металлов. 1985. № 2. С. 4—8.
18. Лоладзе Т. Н. Прочность и износостойкость режущего инструмента. М.: Машиностроение, 1982. 320 с.
19. Макаров А. Д. Оптимизация процессов резания. М.: Машиностроение, 1976. 278 с.
20. Обработка металлов резанием с плазменным нагревом/А. Н. Резников, М. А. Шатерин, В. С. Кунин, Л. А. Резников. М.: Машиностроение, 1986. 232 с.

21. Остафьев В. А. Современные методы расчета температурных полей в воне резания//Физика и химия обработки металлов. 1986. № 2. С. 134—136.
22. Пахалин Ю. А. Алмазное контактно-эрозионное шлифование. Л.: Машиностроение, 1985. 178 с.
23. Пилинский В. И., Донец И. П. Производительность, качество и эффективность скоростного шлифования. М.: Машиностроение, 1986. 80 с.
24. Полтавцев О. Ф., Соколов А. А. Методы контроля, регистрации и снижения температуры и температурных деформаций металлорежущих станков//Обзор. М.: НИИМаш. 1982. 36 с.
25. Поляков С. П., Буланый П. Ф. Плотность тока и потока энергии на анодном пятне аргоновой и азотной дуг//Теплофизика высоких температур. Т. 21. Вып. 2. 1983. С. 246—248.
26. Пуш А. В. Оптимизация шпиндельных углов на опорах скольжения//Станки и инструмент. 1987. № 7. С. 12—16.
27. Резников А. Н. Теплофизика резания. М.: Машиностроение, 1969. 288 с.
28. Резников А. Н., Живоглядов Н. И. Резцы с автономной системой охлаждения//Станки и инструмент. 1987. № 2. С. 18.
29. Рогельберг И. Л., Бейлин В. М. Сплавы для термпар: Справочник. М.: Металлургия, 1983. 360 с.
30. Сегерлинд Л. Применение метода конечных элементов/Пер. с англ. М.: Мир, 1979. 392 с.
31. Сегида А. П. Расчет температурных полей и тепловых деформаций шпиндельных углов и коробок//Станки и инструмент. 1984. № 2. С. 23—25.
32. Смазочно-охлаждающие технические средства для обработки металлов резанием: Справочник/Под ред. С. Г. Энтелиса, Э. М. Берлинера. М.: Машиностроение, 1986. 352 с.
33. Соколов Ю. Н. Температурные расчеты в станкостроении. М.: Машиностроение, 1968. 77 с.
34. Теплопроводность твердых тел: Справочник/Под ред. А. С. Охотина. М.: Энергоатомиздат, 1984. 320 с.
35. Федосеев О. Б. О переходных процессах при разрушении поверхности тела потоком тепла//Физика и химия обработки металлов. 1985. № 1. С. 47—50.
36. Фельдштейн Е. Э., Николаев В. А. Финишная механическая обработка деталей из порошковых материалов. Минск: Вышэйшая школа, 1987. 132 с.
37. Якимов А. В. Прерывистое шлифование. Киев: Вища школа, 1986. 176 с.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение	3
Глава 1. Основные положения учения о теплопроводности	12
1.1. Температурное поле в твердом теле	12
1.2. Основной закон теплопроводности	18
1.3. Коэффициент теплопроводности. Термическое сопротивление твердых тел	24
1.4. Дифференциальное уравнение теплопроводности	28
1.5. Схематизация компонентов технологических подсистем при описании процесса теплообмена	34
1.6. Кодирование тепловых задач	46

Глава 2. Методы описания процессов теплопроводности в твердых телах, участвующих в технологических системах	51
2.1. Метод непосредственного интегрирования дифференциального уравнения теплопроводности	51
2.2. Основные положения метода источников теплоты	53
2.3. Мгновенные источники в неограниченных телах	57
2.4. Непрерывно действующие источники	60
2.5. Движущиеся источники	65
2.6. Численные методы решения дифференциального уравнения теплопроводности	75
2.7. Моделирование процессов теплопроводности	89
2.8. Выбор метода решения тепловых задач	101
Глава 3. Конвективный теплообмен и теплообмен излучением	106
3.1. Основные положения учения о конвективном теплообмене	106
3.2. Теплообмен при изменении агрегатного состояния жидкости	117
3.3. Теплообмен излучением	130
Глава 4. Методы экспериментального определения тепловых потоков и температур в технологических системах	138
4.1. Классификация методов	138
4.2. Контактные методы измерения температур	141
4.3. Бесконтактные методы измерения температур	156
Глава 5. Теплофизический анализ как средство повышения эффективности процессов механической обработки и качества изделий	161
5.1. Обобщенный алгоритм и методика теплофизического анализа технологических систем при механической обработке	161
5.2. Теплообмен и температуры, возникающие в процессе резания	185
5.3. Пути управления тепловыми явлениями при резании	206
5.4. Теплообмен при финишных методах обработки	232
5.5. Пути управления тепловыми явлениями при шлифовании	242
5.6. Тепловые потоки и температуры при поверхностном пластическом деформировании	253
5.7. Тепловые процессы в технологическом оборудовании	261
5.8. Повышение точности изделий путем уменьшения тепловых деформаций и смещений компонентов технологических подсистем	273
Заключение	278
Приложения	280
Список литературы	286