

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО СПЕЦИАЛЬНОГО
ОБРАЗОВАНИЯ РСФСР
МАРИЙСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ им. М. ГОРЬКОГО

В. Н. Красин, В. В. Логинов,
М. Н. Соколова

СИНТЕЗ МЕХАНИЗМОВ

Издание ГТУ

Горький, 1981

УДК: 621.01.(075.8)

Красин В. Н., Логинов В. В., Соколова М. И. Синтез механизмов: Учебное пособие. Горький: ГТУ, 1981. 128 с.— В над-
загл. Марийский политехнический институт имени М. Горького.

Книга представляет собой программированное учебное по-
собие по курсу «Теория механизмов и машин». В нем рас-
сматриваются вопросы синтеза рычажных механизмов, зубчатых
и кулачковых механизмов, приводятся методы синтеза этих ме-
ханизмов. В пособие включены некоторые вопросы основ теории
машин-автоматов, отнесенных программой Минвуза СССР
1976 года к курсу «Теория механизмов и машин». Пособие пред-
назначено для организации программированного обучения в
условиях АОС на базе ЭВМ студентов специальностей 0501
0510, 0901.

Работа выполнена на кафедре «Детали машин и ТММ» Ма-
рийского политехнического института им. М. Горького.

Рис. 96, табл. 2, библиогр. 7 назм.

Рецензенты:

кафедра теории механизмов и машин Ленинградского машино-
строительного института (зав. кафедрой, проф. д. т. н. **Круглов Ю. А.**);
ведущий инженер **Емельянов В. А.** (ОКБ приборов контроля и
автоматики, г. Йошкар-Ола)

ПРЕДИСЛОВИЕ

Настоящая работа является программированным учебным пособием и подготовлена для организации программированного обучения и контроля знаний под управлением ЭВМ. Оно полностью соответствует программе по теории механизмов и машин, утвержденной Мнвузом СССР в 1976 году, а также методике и традициям чтения лекций, сложившихся на кафедре деталей машин и ТММ Марийского политехнического института в последние годы. Особенностью учебного пособия является деление материала на весьма мелкие дозы информации, что обусловлено необходимостью обеспечения достаточных условий адаптации процесса программированного обучения к способностям студента. Структура и форма учебного пособия позволяет эффективно использовать его при самостоятельном изучении теории механизмов.

Пособие делится на четыре раздела. По каждому разделу предусматривается проведение итогового контроля знаний, который может быть организован, например, в форме двухчасового коллоквиума. Логическое построение разделов выполнено в максимальном соответствии с содержанием рассматриваемых тем и вопросов. Для изучения курса в режиме обучающего диалога под управлением ЭВМ учащийся должен иметь при себе сборник контрольных заданий.

СИНТЕЗ МЕХАНИЗМОВ С ПИЗШИМИ ПАРАМИ

1. ЗАДАЧИ И УСЛОВИЯ СИНТЕЗА

1.1. Задачи синтеза

Проектирование механизма, предназначенного для выполнения определенной функции в машине, состоит из выбора и проектирования схемы, определения прочих размеров звеньев и конструктивной проработки их формы.

Синтезом механизма называют проектирование его схемы по заданным свойствам. Различают следующие три основные задачи, которые соответствуют трем этапам синтеза и решаются последовательно:

структурный синтез — определение структуры механизма, подходящей для выполнения заданного назначения, так как в настоящее время накоплен большой справочный материал по применению механизмов, структурная схема обычно выбирается по справочникам с учетом функциональной классификации механизмов;

кинематический синтез — определение параметров схемы механизма по заданным кинематическим свойствам;

динамический синтез — определение параметров схемы по заданным динамическим свойствам.

Свойства механизмов задаются в форме основных и дополнительных условий синтеза. **Основным условием** считают то свойство, которое выражает назначение механизма и должно быть обязательно выполнено в спроектированном механизме. Остальные условия называют дополнительными. Обычно они задаются в форме ограничений типа неравенств.

Параметрами синтеза называют постоянные величины, которые определяют свойства схемы и вычисляются в процессе решения задачи. В кинематическом синтезе параметрами являются длины звеньев механизма и другие геометрические раз-

меры; при динамическом синтезе в качестве параметров выступают силы, массы и моменты инерции звеньев, или коэффициенты, характеризующие распределение масс звеньев. Иногда значение некоторого параметра задается напрямую по условиям функционирования механизма. В этом случае этот параметр называют входным и относят к условиям задачи.

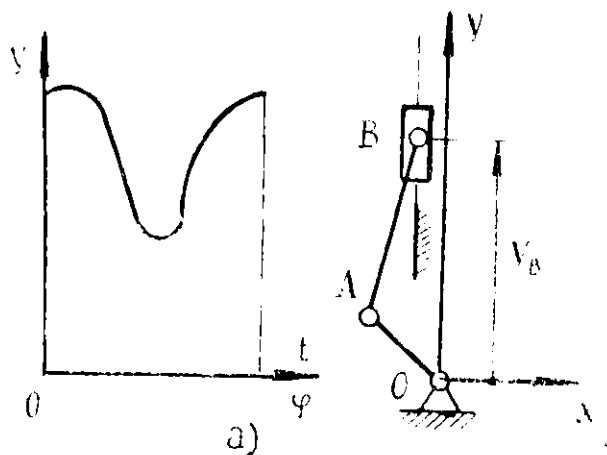
Задачи кинематического синтеза по типу основного условия можно разделить на две группы:

1) синтез механизмов, воспроизводящих заданную функцию: 1а по заданному закону движения выходного звена; 1б по заданной траектории некоторой точки;

2) синтез механизмов по числовым характеристикам законов движения выходных звеньев: 2а по полному ходу выходного звена и коэффициенту изменения его средней скорости; 2б по ряду заданных положений некоторого звена.

Условия второго типа задаются и используются в том случае, когда форма закона движения выходного звена механизма не имеет существенного значения для функционирования механизма.

На рис. 1.1 представлены иллюстрации к постановкам задач кинематического синтеза указанных видов: а) к задаче синтеза механизма, выходное звено которого должно перемещаться по заданному закону $y(t)$; б) к задаче синтеза механизма, точка М которого должна перемещаться по заданной траектории; в) к синтезу механизма по заданному ходу H выходного звена; г) к синтезу механизма по заданным положениям звена.



2) синтез механизмов по заданным характеристикам не установившегося движения;

3) синтез по условию уравнивания сил инерции.

Необходимость решения той или иной задачи динамического синтеза зависит от условий работы механизма и требований к конструкции.

1.2. Основные условия синтеза

1.2.1. Для решения задач кинематического синтеза механизмов по заданной функции основное условие закон движения выходного звена или траектория точки задается в аналитической, табличной или графической форме.

1.2.2. Если форма закона движения выходного звена не имеет значения для работы механизма, в качестве основных условий кинематического синтеза могут быть заданы полный ход и коэффициент изменения средней скорости выходного звена. Эти характеристики вводятся только для механизмов с возвратным движением выходного звена.

На рис. 1.2а приведена схема механизма, выходное звено которого движется возвратно-поступательно. Закон этого движения можно установить как зависимость $y_B(t)$ координаты точки В от времени. Если изменение обобщенной координаты описывается законом $q = \omega t$, $\omega = \text{const}$, то график движения закона $y_B(t)$ совпадает с графиком функции положения $y_B(q)$ (рис. 1.2б). Экстремальные точки графика $y_B(q)$ соответствуют крайним положениям механизма, которые на схеме показаны пунктирной линией. Таким образом, полный ход выходного звена H можно определить как расстояние между крайними положениями некоторой точки (например, точки В) этого звена. На графике $y_B(q)$ полный ход H равен размаху кривой.

Прямой и обратный ход выходного звена совершаются с различными средними скоростями. При проектировании механизмов направление вращения входного звена и направление поступательного движения выходного звена согласуются таким образом, чтобы средняя скорость $V_{ср,х}$ выходного звена в период холостого хода была больше средней скорости $V_{ср,р}$ в период рабочего хода.

Коэффициентом изменения средней скорости выходного звена механизма называют отношение средних скоростей в период холостого и рабочего ходов $K = V_{ср,х}/V_{ср,р}$.

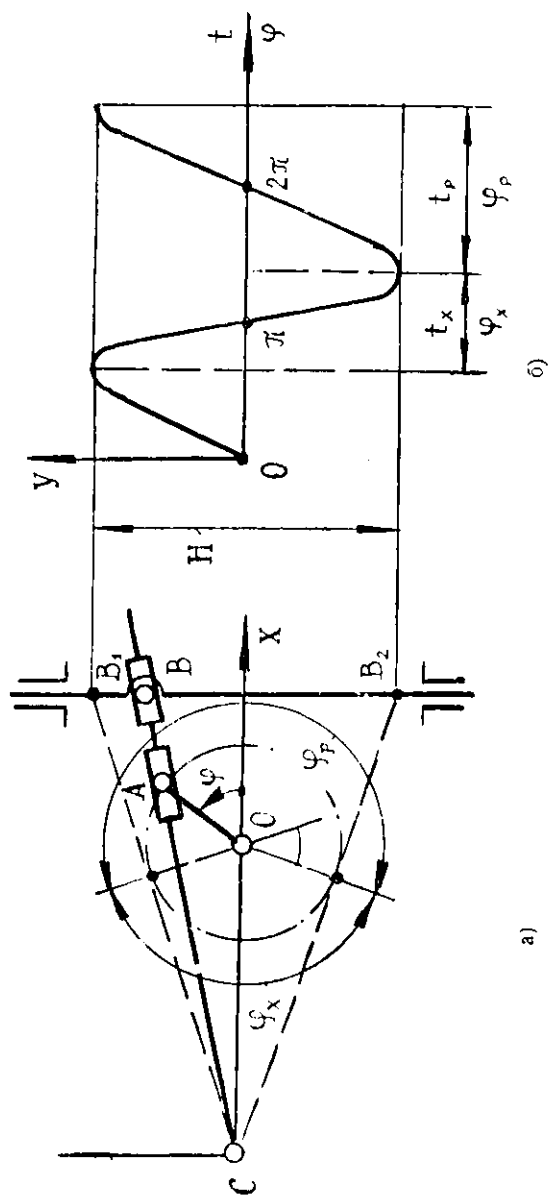


Рис. 12

Если ввести обозначения t_p, t_x — для длительностей рабочего и холостого ходов; φ_p, φ_x — для углов поворота входного звена за время t_p и t_x соответственно и учесть зависимости

$V_{cp,x} = \Pi/t_x$; $V_{cp,p} = \Pi/t_p$; $t_p = \varphi_p/\omega$; $t_x = \varphi_x/\omega$,
можно получить следующее выражение для коэффициента K :

$$K = t_p/t_x = \varphi_p/\varphi_x. \quad (1.1)$$

Углы φ_p, φ_x нетрудно определить, если построить схему механизма в двух крайних положениях и зафиксировать соответствующие положения входного звена (рис. 1.2 а). Эту же операцию можно выполнить, используя график функции $u_B(q)$, для чего необходимо продолжить график для значений $q > 2\pi$, выделить три экстремальные точки и выполнить измерения φ_p и φ_x , как показано на рис. 1.2 б.

Из рис. 1.2а видно, что углы φ_p, φ_x можно выразить:

$$\varphi_p = 180^\circ + \Theta, \quad \varphi_x = 180^\circ - \Theta,$$

где Θ — угол смещения кривошипа в крайних положениях механизма. Поэтому коэффициент изменения средней скорости K можно определить как отношение

$$K = (180^\circ + \Theta)/(180^\circ - \Theta),$$

а угол смещения входного звена при заданном значении K оказывается равен

$$\Theta = 180^\circ (K - 1)/(K + 1). \quad (1.2)$$

Отметим, что для кулисных механизмов угол смещения Θ всегда равен углу качания Ψ кулисы $\Theta = \Psi$.

1.2.3. Основные условия задач динамического синтеза будут рассмотрены в соответствующих лекциях данного раздела.

1.3. Дополнительные условия синтеза

1.3.1. **Угол давления** — есть угол, составленный вектором движущей силы звена и вектором скорости точки приложения этой силы.

На рис. 1.3а) и б) показано, как определяется угол давления в соединении шатуна с ползунком — а) и в соединении шатуна с коромыслом — б). В обоих случаях, если шатун 2 считать невесомым, то реакция $\bar{R}_{23}$ шатуна на звено 3 направлена вдоль оси шатуна. Поэтому угол давления определяют как угол, составленный осью шатуна с вектором скорости центра шарнира В. Из схемы видно, что при постоянной величине силы $\bar{R}_{23}$ с увеличением угла давления β возрастает нормальная составляющая $\bar{N}_{23}$ силы $\bar{R}_{23}$. Следовательно, существует критическое значение угла β , при котором звено 3 заклинивается силами трения в соединении (3, 0) — никакая сила $\bar{R}_{23}$ не может сооп-

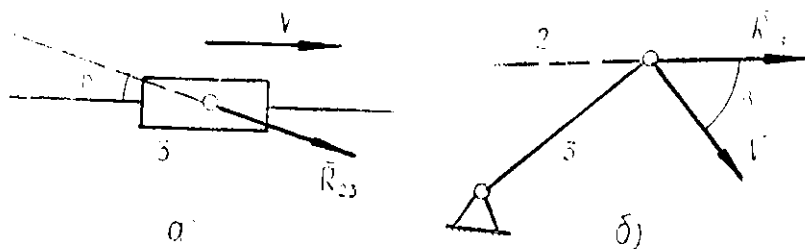


Рис. 1.3

Поэтому при синтезе механизмов учитывается ограничение на величины углов давления, которое записывается в виде неравенства

$$\beta \leq [\beta].$$

Допускаемые значения углов давления устанавливаются значительно меньшими критических — таким образом, чтобы обеспечить достаточно высокий к. п. д. механизма. Практикой проектирования установлены $[\beta] = 30^\circ \dots 40^\circ$ для соединения шатуна с ползуном, $[\beta] = 45^\circ \dots 60^\circ$ для соединения шатуна с коромыслом.

1.3.2. Ограничения на отношения длин звеньев используются для того, чтобы в спроектированном механизме не было слишком больших и слишком малых звеньев. Это ограничение записывается в виде неравенства

$$(l/m) = (l_k/l_i) \geq m,$$

где (l_k/l_i) — отношение длин звеньев под номерами k, i ; m — число, показывающее, во сколько раз длина некоторого звена может превосходить длину другого звена.

1.3.3. Конструктивные ограничения на длины звеньев учитываются, например, при синтезе кулисных механизмов. На рис. 1.4 приведена схема кулисного механизма, длины звеньев которого должны удовлетворять неравенству

$$l_3 - (l_0 + l_1) \geq [h],$$

где $[h]$ — минимально допустимое расстояние между центрами шариков А и В, необходимое для выполнения указанной конструкции кулисы 3 и размещения в ней кулисного камня 2. Обычно принимают $[h] = (0,1 \dots 0,15)l_3$.

1.3.4. Условие проворачиваемости звеньев механизма учитывается в дополнительных условиях синтеза в том случае, если оно не может быть учтено формулировкой основного условия.

Выражения условий существования кривошипа для некоторых механизмов получены в разделе «Кинематический анализ механизмов».

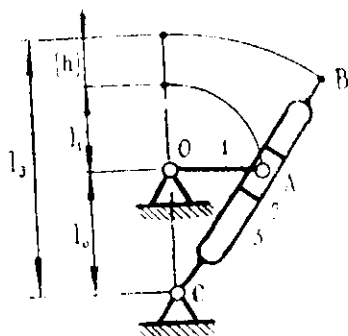


Рис. 1.4

1.4. Оптимизация механизмов

При задании основного условия синтеза механизма может быть также указано требование оптимизации механизма по некоторому критерию качества. В некоторых задачах основное условие принципиально не может быть выполнено абсолютно точно, а только с возможно большей степенью точности. Следовательно, в этом случае критерием качества механизма следует считать максимальное отклонение $\Delta u = \max |u_m - u|$ характеристики механизма u_m от заданной характеристики u . В других случаях задача синтеза с учетом основного и всех дополнительных условий все-таки оказывается неопределенной — имеет множество решений. Тогда требование оптимальности механизма по выбранному критерию качества позволяет записать еще ряд дополнительных уравнений для определения параметров механизма.

Постановка задачи оптимального синтеза выполняется с использованием понятия целевой функции. **Целевая функция** $W = W(z)$ есть зависимость характеристики W , являющейся критерием качества механизма, от параметров его схемы $z_1, z_2, \dots, z_n$.

Задача оптимального синтеза формулируется следующим образом: необходимо определить такие значения параметров z_i , при которых целевая функция приобретает минимальное (максимальное) значение и выполняются ограничения на переменные z_i в форме равенств (1.3) и неравенств (1.4)

$$\dot{f}_j(z_1, z_2, \dots, z_n) = 0, \quad j=1, 2, \dots, m; \quad (1.3)$$

$$w_k(z_1, z_2, \dots, z_n) \leq 0, \quad k=1, 2, \dots, p. \quad (1.4)$$

Из этого описания видно, что в оптимальной задаче основные условия синтеза всегда выражаются целевой функцией, а в некоторых случаях и ограничениями типа равенств; дополнительные условия всегда переходят в ограничения задачи оптимизации.

2. СИНТЕЗ МЕХАНИЗМОВ, ВОСПРОИЗВОДЯЩИХ ЗАДАННУЮ ФУНКЦИЮ

2.1. Постановка задачи и отклонение функций

2.1.1. Постановка задачи. Рассмотрение методов синтеза механизмов, воспроизводящих заданную функцию, начнем с описания постановки задачи синтеза по заданному закону движения выходного звена.

Пусть известен закон $q(t)$ изменения обобщенной координаты и задан закон движения $y(t)$ выходного звена механизма. Исключая из данных уравнений время t , можно получить функцию положения $y(q)$, которая характеризует заданное преобразование движения. Поэтому при решении такой задачи считают заданной функцию положения выходного звена механизма $y(q)$.

Действительная функция положения определяется методами кинематического анализа и в общем случае имеет вид:

$$y_H = y_H(q, z_1, z_2, \dots, z_n), \quad (2.2)$$

где $z_1, z_2, \dots, z_n$ — параметры функции положения, которые могут представлять собой длины звеньев и прочие геометрические размеры или некоторые величины, определенные через длины звеньев.

Необходимо определить такие значения параметров z_i , при которых функция $y_H(q)$ не отличается (или почти не отличается) от заданной функции $y(q)$.

Составим отклонение функций (2.1) и (2.2):

$$\Delta_H(q) = y_H(q, z_1, z_2, \dots, z_n) - y(q). \quad (2.3)$$

Так как функции (2.2), (2.1) в общем случае имеют различные выражения, никаким выбором параметров z_i невозможно добиться тождественного равенства $\Delta_H = 0$. Следовательно, данная задача не может быть решена точно, а только с наименьшей возможной погрешностью, и по своему характеру является оптимизационной.

2.1.2. Взвешенное отклонение функций. Отклонение $\Delta_y(q)$ есть мера близости функций в точке q . При решении задач не всегда удобно оценивать близость функций по способу (2.3). Тогда вместо отклонения Δ_y используется взвешенное отклонение Δ_p .

Взвешенное отклонение функций есть переменная величина $\Delta_p = f(\Delta_y)$, которая функционально зависит от отклонения и равна нулю при равенстве нулю отклонения $\Delta_y = 0$.

Очень часто взвешенное отклонение определяется в виде:

$$\Delta_p = p \cdot \Delta_y,$$

где $p = p(q)$ — весовая функция, зависящая от q и параметров z_i ; обычно $p > 0$, $p \leq 1$. Соответствующий выбор данной функции позволяет получить для Δ_p более простое выражение, чем выражение Δ_y .

Если действительную функцию положения механизма удобнее записать в неявной форме:

$$\Phi(q, y_B, z_1, z_2, \dots, z_n) = 0, \quad (2.4)$$

то за меру близости функций $y_B(q)$ и $y(q)$ может быть принято взвешенное отклонение, которое получают как невязку уравнения (2.4) после замены в нем y_B на $y(q)$

$$\Delta_p = \Phi(q, y(q), z_1, z_2, \dots, z_n).$$

В этом случае также $\Delta_p \neq y_B - y$, но при $y_B = y$ оказывается равная нулю и величина $\Delta_p = 0$.

2.2. Методы приближения функций

2.2.1. Метод интерполирования. При решении задачи приближения функций данным методом параметры z_i приближающей функции определяются из условия, что функция $y_B(q)$ в ряде точек q_k равна заданной функции $y(q)$ (рис. 2.1). Следова-

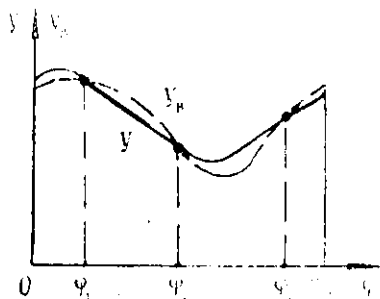


Рис. 2.1

вательно, для определения z_i можно записать систему уравнений:

$$\Lambda_p(\varphi_k, z_1, z_2, \dots, z_n), \quad k=1, 2, \dots, p. \quad (2.5)$$

Число узлов интерполирования φ_k и число уравнений должно быть равно числу неизвестных параметров n - только при этом условии система (2.5) будет определенной.

Если отклонение функций Λ_p есть линейная функция параметров z_i , то система (2.5) также оказывается линейной и может быть решена известными методами.

Метод интерполирования прост и удобен, однако он не предусматривает определение погрешности приближения функций, и качество приближения в данном случае зависит от числа параметров z_i приближающей функции. Кроме того, задачи синтеза с дополнительными ограничениями этим методом практически не решаются.

2.2.2. Метод наилучшего приближения П. Л. Чебышева. В данном методе погрешность приближения функций на участке $a \leq \varphi \leq b$ оценивается максимальным по модулю отклонением:

$$E = \max_{a \leq \varphi \leq b} |\Lambda_n(\varphi)|, \quad (2.6)$$

которое является функцией только параметров z_i механизма

$$E = E(z_1, z_2, \dots, z_n).$$

Следовательно, чтобы обеспечить наилучшее качество приближения, необходимо определить такие значения параметров z_i , при которых функция $E(z)$ приобретает минимальное значение.

Получить аналитическое выражение функции $E(z)$ удастся редко и ее приходится вычислять для каждого значения z , применяя какой-либо численный метод поиска экстремума функции одной переменной. Поэтому в самом общем случае задача синтеза механизма, реализующего Чебышевское приближение, может быть решена только с использованием численных методов оптимизации. Оптимизационный характер задачи синтеза делает возможным ее численное решение и при наличии дополнительных ограничений на параметры z_i .

2.2.3. Метод наименьших квадратов. Степень близости функций на участке $a \leq \varphi \leq b$ в данном методе оценивается суммой квадратов отклонений:

$$s = \int_a^b \Delta^2_p(\varphi) d\varphi. \quad (2.7)$$

Таким образом, если определить параметры z_i из условия, что функция $s = s(z)$ обращается в минимум, минимальное значение будет иметь и δ^2 - приближение функций будет наилучшим в смысле метода наименьших квадратов.

Чаще всего заданная функция $y(q)$ задается таблицей F_k , y_k , $k=1, 2, \dots, N$. Поэтому интеграл (2.7) заменяют конечной суммой:

$$s = \sum_{k=1}^N \Lambda_p^2(q_k). \quad (2.8)$$

Табличная форма задания $y(q)$ оказывается более удобной, так как позволяет дать общее решение задачи для любой заданной функции $y(q)$, если отклонение $\Lambda_p(q)$ имеет вид обобщенного полинома:

$$\Lambda_p(q) = z_1 f_1(q) + z_2 f_2(q) + \dots + z_n f_n(q) = F(q). \quad (2.9)$$

В этом случае необходимые условия экстремума функции $s(z)$ (2.8), которые записываются в виде системы уравнений:

$$ds/dz_i = 0, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2.10)$$

оказываются и достаточными условиями единственного минимума этой функции. Следовательно, параметры z_i могут быть определены из системы (2.10), которая оказывается линейной относительно z_i :

$$\sum_{k=1}^N \Lambda_{pk} (d\Lambda_{pk}/dz_i) = 0; \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (2.11)$$

где $\Lambda_{pk} = \Lambda_p(q_k)$, $d\Lambda_{pk}/dz_i = f_{ik}$, $f_{ik} = f_i(q_k)$.

Система уравнений (2.11) после преобразований приобретает традиционный для линейной алгебры вид:

$$\sum_{i=1}^n a_{ij} z_j = b_i; \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (2.12)$$

где коэффициенты определяются формулами:

$$a_{ij} = \sum_{k=1}^N f_{ik} f_{jk} \quad (2.13), \quad b_i = \sum_{k=1}^N f_{ik} F_k. \quad (2.14)$$

Для решения задачи синтеза механизма, реализующего квадратическое приближение функций, необходимо, чтобы число N табличных значений заданной функции было больше числа параметров $N_2 = n$. Отметим также, что задача квадратического приближения может решаться с учетом дополнительных ограничений на параметры z_i посредством использования численных методов оптимизации.

2.3. Примеры синтеза механизмов по заданному закону движения при отсутствии дополнительных ограничений

2.3.1. Синусный механизм. Пусть задана функция положения $y(q)$, которую следует воспроизвести с помощью механизма. Так как среднее значение $y(q)$ не равно нулю, синусный механизм должен быть размещен в заданной системе координат x, y при $y_0 = a \neq 0$ (рис. 2.2.).

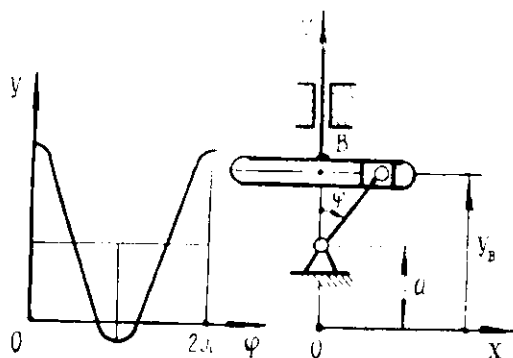


Рис. 2.2

Функция положения выходного звена — ползуна В выражается:

$$y_B = a + b \cos \varphi,$$

а отклонение функций равно:

$$\Delta(\varphi) = a + b \cos \varphi - y(\varphi).$$

Для решения задачи по методу **интерполирования** определяем значения y_1, y_2 заданной функции в выбранных точках φ_1, φ_2 и требуем, чтобы отклонение Δ в точках φ_1, φ_2 было равно 0. Система линейных уравнений, получающаяся при этом,

$$a + b \cos \varphi_1 = y_1;$$

$$a + b \cos \varphi_2 = y_2$$

позволяет определить величины a, b .

Для решения задачи методом **наименьших квадратов** используется таблица значений заданной функции $\varphi_k, y_k, k=1, 2, \dots, N$. Составляется сумма квадратов отклонений:

$$S = \sum_{k=1}^N \Delta_k^2.$$

Затем определяются и приравниваются нулю частные производные S по параметрам a, b , в результате чего получается система двух уравнений:

$$\sum (a + b \cos \varphi_k - y_k) = 0,$$

$$\sum (a + b \cos \varphi_k - y_k) \cos \varphi_k = 0,$$

где $d\Delta_k/da = 1, d\Delta_k/db = \cos \varphi_k$.

Суммируя каждое слагаемое выражений, стоящих под знаком $\sum$ в данных уравнениях, отдельно, получают систему линейных уравнений для параметров a, b :

$$Na + (\sum \cos q_k)B = \sum y_k$$

$$(\sum \cos q_k)a + (\sum \cos^2 q_k)B = \sum y_k \cos q_k.$$

Данное решение можно получить, если воспользоваться общими формулами (2.13), (2.14) для коэффициентов системы линейных уравнений, имея в виду $z_1 = a$, $z_2 = B$, $l_{1k} = 1$, $l_{2k} = \cos q_k$, $l_{3k} = y_k$.

2.3.2. Кривошипно-ползунный механизм. Пусть задана периодическая функция $x(q)$ периода 2π , характеризующаяся свойством $x(0) \neq x(\pi)$ (рис. 2.3). Для воспроизведения такой функции синусный механизм не подходит, поэтому попытаемся воспроизвести ее с помощью кривошипно-ползунного механизма, располагая центр вращения кривошипа в начале оси Ox .

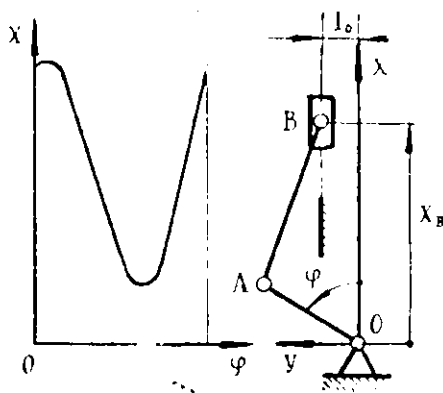


Рис. 2.3

В разделе «Кинематический анализ» получена функция положения ползуна В данного механизма в явной форме $x_B = f(q, l_0, l_1, l_2)$, которая нелинейно зависит от l_0, l_1, l_2 и никаким преобразованием не может быть приведена к линейной относительно параметров форме. Составим функцию положения ползуна в неявном виде.

Выразим расстояние между точками А, В:

$$l_{AB}^2 = (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2,$$

где $x_A = l_1 \cos q$; $y_A = l_1 \sin q$; $y_B = l_0$.

Данное уравнение после упрощений преобразуется к виду

$$z_1 + z_2(x_B \cos q) + z_3 \sin q - x_B^2 = 0,$$

$$\text{где } z_1 = l_2^2 - l_1^2 - l_0^2; \quad z_2 = 2l_1; \quad z_3 = 2l_0l_1. \quad (2.15)$$

Это и есть уравнение, неявно определяющее функцию положения $x_B(q)$, в которое параметры z_i входят уже линейно. Взвешенное отклонение функций $x_B(q)$, $x(q)$ можно теперь определить как

$$\Lambda_B = z_1 + z_2(x \cos q) + z_3(\sin q) - x^2.$$

Решение задачи синтеза механизма методом интерполирования приводится к решению системы линейных уравнений:

$$z_1 + z_2(x_1 \cos q_1) + z_3(\sin q_1) = x_1^2,$$

$$z_1 + z_2(x_2 \cos q_2) + z_3(\sin q_2) = x_2^2,$$

$$z_1 + z_2(x_3 \cos q_3) + z_3(\sin q_3) = x_3^2,$$

где x_1, x_2, x_3 — значения заданной функции, определенные при выбранных значениях аргумента q_1, q_2, q_3 . После определения из данной системы значений z_1, z_2, z_3 вычисляются величины l_1, l_2 по уравнениям (2.15).

Для решения задачи синтеза методом наименьших квадратов составим таблицу значений заданной функции $f_k, x_k, k=1, 2, \dots, N$ и воспользуемся общими формулами: (2.13), (2.14), учитывая, что $f_1(q) = 1, f_2(q) = x(q) \cdot \cos q, f_3(q) = \sin q, F(q) = x^2(q)$. Коэффициенты линейной системы уравнений для параметров z_1, z_2, z_3 определяют формулами:

$$a_{11} = N; \quad a_{12} = \sum x_k \cos q_k; \quad a_{13} = \sum \sin q_k; \quad b_1 = \sum x_k^2;$$

$$a_{21} = a_{12}; \quad a_{22} = \sum (x_k \cos q_k)^2; \quad a_{23} = \sum x_k \cos q_k \sin q_k;$$

$$a_{31} = a_{13}; \quad b_2 = \sum x_k^2 \cos q_k;$$

$$a_{32} = a_{23}; \quad a_{33} = \sum (\sin q_k)^2; \quad b_3 = \sum x_k^2 \sin q_k; \quad \sum_{k=1}^N$$

2.3.3.* Шарнирный четырехзвено преобразует вращательное движение кривошипа 1 во вращательное неравномерное движение выходного звена 3 (рис. 2.4). Неявная функция положения выходного звена определяется уравнением:

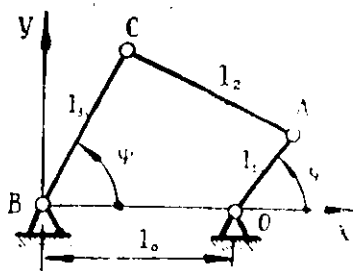


Рис. 2.4

$$z_1 + z_2 \cos(\psi - \varphi) + z_3 \cos \psi - \sin \varphi = 0,$$

$$z_1 = (l_2^2 - l_0^2 - l_1^2 - l_3^2) / 2l_0l_1; \quad z_2 = l_3/l_0; \quad z_3 = l_3/l_1.$$

Если задана некоторая функция $\psi_s(q)$, которая определяет необходимый закон движения выходного звена, то взвешенное отклонение функций $\psi(q)$, $\psi_s(q)$ можно выразить:

$$\Delta_p(q) = z_1 f_1(q) + z_2 f_2(q) + z_3 f_3(q) - F(q),$$

где $f_1(q) = 1$; $f_2(q) = \cos(\psi_s - q)$; $f_3(q) = \cos \psi_s$; $F(q) = \sin q$.

Таким образом, задача синтеза шарнирного четырехзвенника приводится к стандартному виду: параметры z_1, z_2, z_3 могут быть определены из системы линейных уравнений, которая составляется аналогично предыдущим примерам. Отметим, что для однозначного определения длин звеньев необходимо задание одной длины (обычно l_0 или l_3) по конструктивным соображениям.

2.4. Нелинейные задачи и задачи с ограничениями

2.4.1. Устранение нелинейностей. Если отклонение Δ_p приближающей и заданной функций зависит от параметров z_i нелинейно, то решение задачи синтеза требует выполнения гораздо большего объема вычислений. Поэтому всегда имеет смысл при описании задачи попытаться упростить и линеаризовать по z_i зависимость $\Delta_p(q, \bar{z})$. Для этой цели пригодны следующие способы:

1) Использование взвешенного отклонения $\Delta_p = p(q) \cdot \Lambda(q)$ с весовой функцией $p(q) \leq 1$, $p(q) > 0$, которая выбирается таким образом, чтобы обеспечить необходимый вид $\Delta_p(q, \bar{z})$.

2) Линеаризация функции $\Delta_p(q, z)$ по параметрам z_i путем разложения Δ_p в ряд Тейлора может быть применена в том случае, когда известно, что значения z_i могут только незначительно отклоняться от фиксированных значений z_{ic} . Тогда

$$\Delta_p = \Delta_p(q, \bar{z}_c) + (z_1 - z_{1c}) (d\Delta_p/dz_1) + (z_2 - z_{2c}) (d\Delta_p/dz_2) + \dots + (z_n - z_{nc}) (d\Delta_p/dz_n).$$

3) Определение нелинейного параметра из дополнительного условия, которое получают как некоторую характеристику заданной функции. Например, неявная функция положения выходного звена шестизвездного кулисного механизма (рис. 2.5) выражается уравнением

$$z_1 + z_2 f_2(\rho, q) - x_c^2 = 0,$$

где $z_1 = l_4^2 - l_3^2$; $z_2 = l_3$; $\rho = l_1/l_0$;

$$f_2(\rho, q) = (2\rho x_c \sin q) / \sqrt{1 + \rho^2 + 2\rho \cos q}.$$

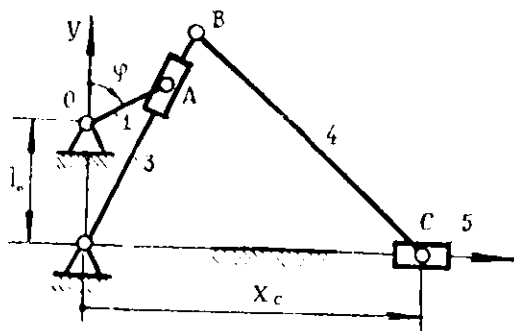


Рис. 2.5

Таким образом, параметр ρ входит в уравнение нелинейно. Если по заданной функции $x(q)$ определить характеристики K и Θ , как описано в 1.2, то параметр ρ может быть определен из условия точного воспроизведения характеристики Θ заданной функции $\rho = \sin(\Theta/2)$. В дальнейшем задача приближения решается как линейная относительно двух неизвестных z_1, z_2 .

2.4.2. Задачи с дополнительными ограничениями описываются как задачи оптимизации и решаются численными методами с использованием ЭВМ. В зависимости от выбранного метода приближения целевой функцией может быть или сумма квадратов отклонений

$$s(z) = \sum_{k=1}^N \Lambda_{kp}^2(q_k, z),$$

или максимальное по модулю отклонение функций

$$E(z) = \max_{0 \leq \varphi \leq 2\pi} |\Lambda_p(q, z)|.$$

Формулировка дополнительных ограничений и их количество зависят от условий синтеза механизма.

Пусть, например, синтез механизма, представленного на рис. 2.5, необходимо выполнить с учетом ограничения величины угла давления в соединении шатуна 4 с ползунком 5, которое выражается неравенством $l_3/l_4 \leq \sin[\beta]$. Здесь $[\beta]$ — допустимое значение угла давления.

Тогда задача оптимального синтеза описывается следующим образом:

целевая функция

$$s = \sum_{k=1}^N [I_2^2 - I_3^2 + l_3^2 f(q_k, \rho) - x_k^2],$$

$$i(\varphi_k) = (2\rho x_k \sin \varphi_k) / \sqrt{1 + \rho^2 + 2\rho \cos \varphi_k},$$

ограничение $(l_3/l_4) \sigma \neq 0$; $\sigma = \sin[\beta]$.

Описание данной задачи может быть выполнено также в переменных z_1, z_2 , однако наличие дополнительного ограничения делает несущественными преимущества такого выбора параметров синтеза.

3. СИНТЕЗ МЕХАНИЗМОВ ПО ЧИСЛОВЫМ ХАРАКТЕРИСТИКАМ ЗАКОНА ДВИЖЕНИЯ ВЫХОДНОГО ЗВЕНА

3.1. Плоские четырехзвенные механизмы

3.1.1. Кривошипно-ползунный механизм применяется в технике как центральный механизм (при $l_0=0$, рис. 3.1а) и механизм с эксцентриситетом (при $l_0 \neq 0$). Центральный механизм характеризуется равенством коэффициента $K = \varphi_p / \varphi_x = 1$. Эксцентриситет вводится с целью обеспечения $K > 1$ или для перераспределения величины угла давления в соединении шатуна с ползуном на рабочем и холостом ходу. Отметим, что увеличение K и, следовательно, угла $\Theta = \pi (K-1)/(K+1)$ ведет к увеличению производительности технологической машины, основой которой является данный механизм.

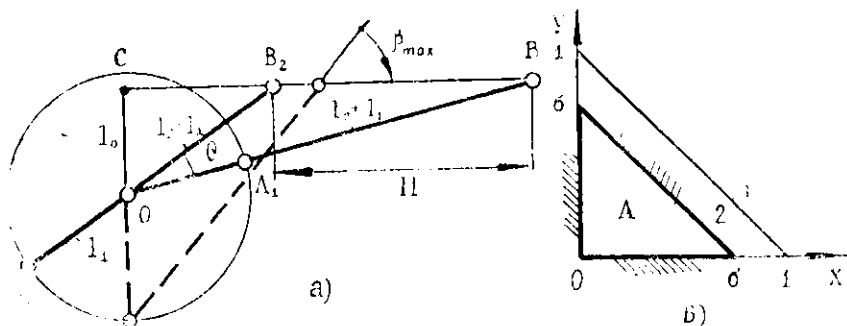


Рис. 3.1

На рис. 3.1а приведена схема механизма в двух крайних положениях. Для синтеза механизма необходимо определить длины звеньев l_0, l_1, l_2 . Если заданы величины полного хода ползуна H и коэффициента изменения средней скорости ползуна K , можно составить две уравнения:

$$\Theta = \arcsin(l_0/(l_2 - l_1)) - \arcsin(l_0/(l_2 + l_1)), \quad (3.1)$$

$$H = V(l_2 + l_1)^2 - l_0^2 - V(l_2 - l_1)^2 - l_0^2. \quad (3.2)$$

Здесь $\Theta = \angle COB_1 - \angle COB_2$ и H определяется как разность $H = CB_1 - CB_2$.

В таком виде задача синтеза неопределенна. Присоединим к уравнениям (3.1), (3.2) условие $|\beta|_{\max} \leq |\beta|$, ограничивающее величину угла давления. Через длины звеньев это неравенство выражается

$$(l_0 + l_1)/l_2 \leq \sin[\beta]. \quad (3.3)$$

С учетом условия (3.3) задача (3.1), (3.2) может также иметь множество решений или ни одного.

Попытаемся решить задачу оптимизации механизма по критерию Θ . Определим такие значения параметров l_0, l_1, l_2 , при которых угол Θ принимает максимальное значение и выполняются ограничения (3.2) и (3.3). Перейдем в уравнениях к переменным $x = l_1/l_2, y = l_0/l_2$ и обозначим $\sigma = \sin[\beta]$, тогда

$$\Theta = \arcsin(y/(1-x)) - \arcsin(y/(1+x)); \quad (3.4)$$

$$x + y \leq \sigma; \quad (3.5)$$

$$H = l_2^2 V(1+x)^2 - y^2 - V(1-x)^2 - y^2. \quad (3.6)$$

Теперь задача оптимизации оказывается двумерной — зависит только от переменных x, y — а уравнение (3.6) выпадает из нее, так как в него входит свободная переменная l_2 . Анализ экстремальных свойств целевой функции (3.4) должен быть выполнен с учетом условий $x \geq 0, y \geq 0, x + y \leq 1$, где последнее неравенство представляет собой условие существования кривошипа в данном механизме. Такой анализ показывает, что абсолютный максимум целевой функции $\Theta = \pi/2$ достигается в точке $x=1, y=0$ при продвижении по границе $y=1-x$ (прямая 1 на рис. 3.1б). Из этого следует, что условный максимум при наличии условия $x+y \leq \sigma$ следует искать на границах области Λ (рис. 3.1б). Так как $x=0$ и $y=0$ целевая функция $\Theta=0$, максимум функции лежит на границе $y=\sigma-x$ (прямая 2, рис. 3.6б). Следовательно, задача сводится к определению максимума функции одной переменной:

$$\Theta = \arcsin((\sigma-x)/(1-x)) - \arcsin((\sigma-x)/(1+x))$$

на участке $0 \leq x \leq \sigma$.

Точное решение для экстремального значения параметра $x=x^*$ оказывается слишком громоздким. Проще определять x^* просчетом функции Θ_1 в ряде точек $0 \leq x \leq \sigma$. Если оптимальное значение x^* вычислено, то длины звеньев определяются следующим образом: $y^* = \sigma - x^*, l_2$ — из уравнения (3.6), затем $l_1 = l_2 x^*, l_0 = l_2 y^*$.

3.1.2. Шарнирный четырехзвенник. На рис. 3.2а приведена схема кривошипно-коромыслового механизма в двух крайних положениях. Из нее видно, что в общем случае механизм обеспечивает возвратно-вращательное движение коромысла СД

с различными средними скоростями при рабочем и холостом ходе ($\varphi_p \neq \varphi_x$). Для синтеза механизма обязательно должен быть задан один линейный размер, так как задание угловых величин позволяет определить только относительные размеры звеньев.

Пусть заданы: коэффициент изменения средней скорости коромысла K , угол качания Ψ и длина l_3 коромысла. Задавшие величины K равносильно заданно углу $\Theta = \pi(K-1)/(K+1)$.

Тогда, построив два крайних положения коромысла DC_1 и DC_2 под углом Ψ , можно на отрезке C_1C_2 построить прямоугольный треугольник $C_1A_0C_2$, в котором $\angle C_1A_0C_2 = \Theta$, $\angle C_2C_1A_0 = 90^\circ - \Theta$. Середина гипотенузы A_0C_2 (точка O) есть центр окружности, которая является геометрическим местом возможных положений центра вращения кривошипа A , так как угол $\angle C_1AC_2 = \Theta$ при любом положении точки A на окружности. Таким образом, при задании величины K, Ψ, l_3 задача синтеза имеет множество решений.

Чтобы учесть ограничение величины угла давления в соединении шатуна с коромыслом, на схеме проводят две прямые C_1K_2 и C_2K_1 под углом $\mu = 90^\circ - [\beta]$ к отрезкам DC_1 и DC_2 , как показано на рис. 3.2а. Тогда дуга K_1K_2 является областью допустимых положений центра кривошипа A , причем границы ее устанавливаются только приближенно — по условию ограничения величины угла давления в крайнем положении механизма. Для уменьшения экстремальных значений β_{max} и β_{min}

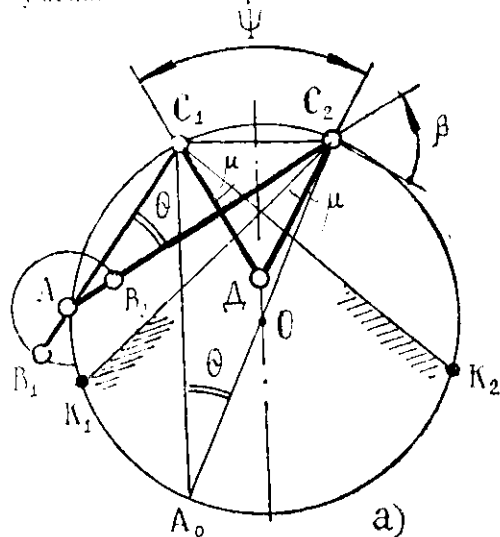


Рис. 3.2.

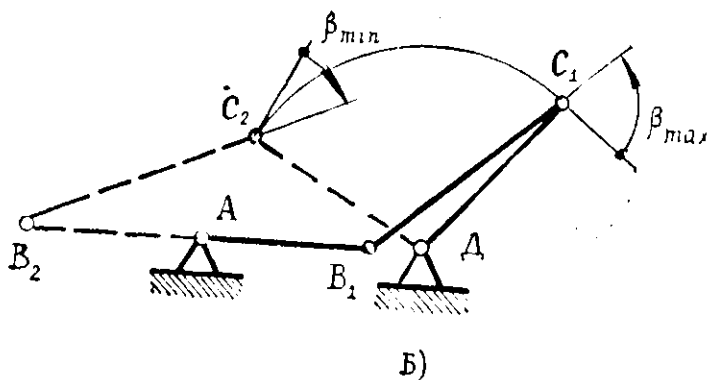


Рис. 3.2

угла давления необходимо точку А разместить возможно ближе к точке C_1 (или к точке C_2 на дуге $C_2 K_1$). При этом уменьшаются также и габариты механизма.

Выбрав положение точки А на окружности и измерив

$$AC_2 = l_2 + l_1; \quad AC_1 = l_2 - l_1,$$

можно определить

$$l_1 = (AC_2 - AC_1)/2; \quad l_2 = (AC_2 + AC_1)/2.$$

Величина $l_0 = AD$ определяется измерением на чертеже.

После определения длин звеньев необходимо построить схему механизма в двух положениях, когда направление АВ совпадает с направлением АД (рис. 3.2б), и проверить выполнение ограничений $|\beta_{max}| \leq |\beta|$, $|\beta_{min}| \leq |\beta|$. В этих положениях угол давления β достигает экстремальных значений β_{max} , β_{min} .

3.2. Шестизвенные кулисные механизмы

3.2.1. Механизмы без шатуна. Кулисные механизмы обеспечивают большой коэффициент изменения K средней скорости выходного звена. Поэтому исходными данными для синтеза этих механизмов обычно служат полный ход H , коэффициент изменения средней скорости K выходного звена и некоторые дополнительные условия, зависящие от вида механизма.

На рис. 3.3 приведены схемы кулисных шестизвенных механизмов без шатуна, показанные в двух крайних положениях. Угол качания кулисы Ψ равен углу смещения кривошипа Θ :

$$\Psi = \Theta = \pi(K - 1)/(K + 1).$$

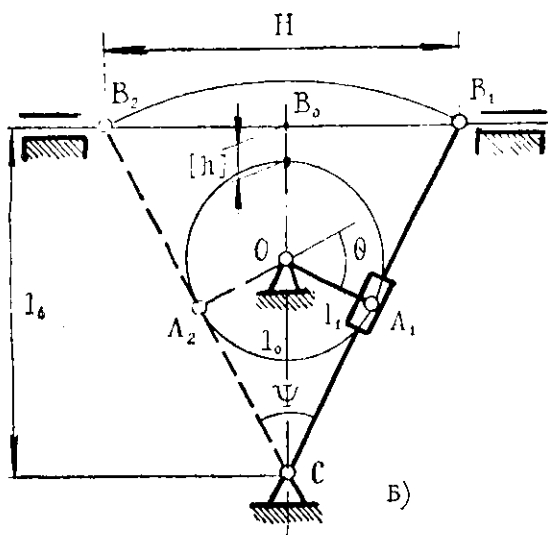
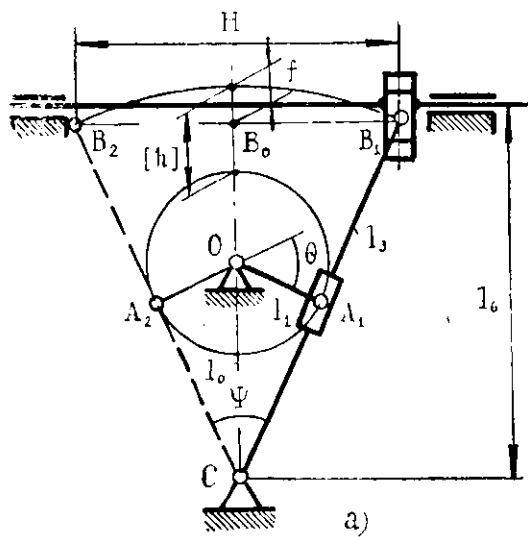


Рис. 3.3

Из треугольника CB_1B_0 определяются:
 длина кулисы $l_3 = l_{nc}$ механизма по схеме 3.3а

$$l_{BC} = \Pi / (2 \sin \frac{\Psi}{2}); \quad (3.8)$$

размер l_6 механизма по схеме 3.3б

$$l_6 = 0,5 \Pi / \operatorname{tg}(\Psi/2) \quad (3.9)$$

Из прямоугольного треугольника COA_1 можно определить отношение $l_1/l_0 = \sin(\Psi/2)$. Таким образом, заданные величины Π и K не позволяют однозначно определить длины l_0, l_1 . Для решения этой задачи не используется условие оптимизации схемы механизма: увеличение l_0, l_1 приводит к уменьшению потребного движущего момента, приложенного к звену 1, а также реакций в кинематических парах 1,2 и 2,3. Поэтому в рассмотренном вводится минимально допустимый размер $|h|$ и для вычисления l_0, l_1 составляются два уравнения:

$$l_1 = l_0 \sin \frac{\Psi}{2}; \quad l_0 + l_1 |h| = C.$$

Из уравнений определяются максимально допустимое значение l_0 :

$$l_0 = (C - |h|) / (1 + \sin \frac{\Psi}{2}), \quad (3.10)$$

где $C = l_{BC}$ для схемы 3.3а, $C = l_6$ для схемы 3.3б.

Длина кривошипа l_1 равна:

$$l_1 = l_0 \sin \frac{\Psi}{2}. \quad (3.11)$$

В схеме 3.3а необходимо определить также расстояние l_5 от центра кулисы до направляющей ползуна. Его определяют таким образом, чтобы направляющая ползуна делила стрелку l хорды $B_1 B_2$ пополам $l_5 = 0,5 l_{BC} (1 + \cos \frac{\Psi}{2})$. Это позволяет уменьшить размер звена 5 по вертикали и реакции в кинематических парах 5,0. Отметим, что на кинематическом механизме по схеме 3.3а размер l_5 не влияет.

3.2.2. Механизмы с шатуном и качающейся кулисой. На рис. 3.4 представлены схемы двух кулисных механизмов, часто применяющихся в машиностроении, в которых выходное звено 5 приводится в движение от кулисы 3 через шатун 4. Рассмотрим задачу синтеза этих механизмов для случая, когда кулиса 3 совершает возвратно-вращательное движение.

Если линия центров ОС перпендикулярна направляющей ползуна 5, то четырехугольник $B_1 C_1 D_2 B_2$ является параллелограммом, хорда $B_1 B_2 = \Pi$. Поэтому размеры $l_2 = l_{BC}$, l_0, l_1 определяются по формулам (3.8), (3.10), (3.11).

Для определения длины шатуна l_4 в механизме 3.4а используется ограничение величины угла давления $\beta_{max} \leq [\beta]$. Оно выражается неравенством $l_1/l_4 \leq \sin[\beta]$, откуда определяется

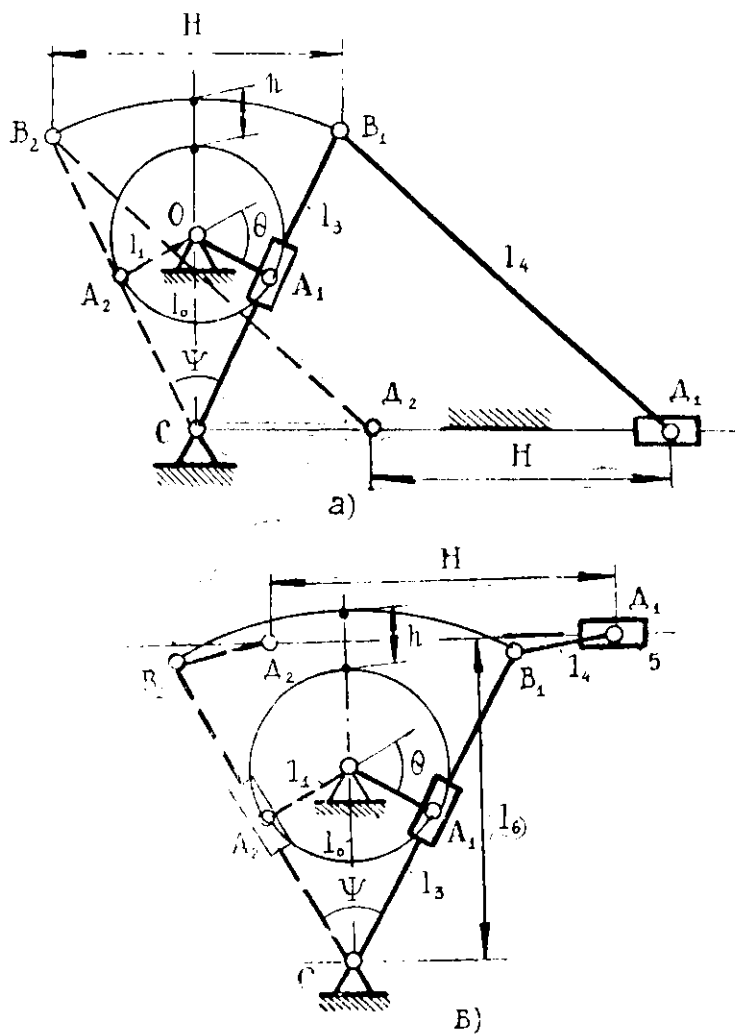


Рис. 3.4

минимальное допустимое значение длины:

$$l_3 = l_{BC} / \sin' \beta. \quad (3.12)$$

Размер l_6 механизма 3.4б назначается таким, чтобы направляющая ползуна 5 делила стрелку i хорды $B_1 B_2$ пополам. При этом обеспечивается $\beta_{max} - \beta_{min}$, и минимизируется среднее

значение угла давления β . Так как

$$l = l_{BC} - l_{BC} \cos \frac{\varphi}{2}, \quad l_6 = l_{BC} - 0,5l,$$

для l_6 получается следующее выражение:

$$l_6 = \frac{1}{2} l_{BC} (1 + \cos \frac{\varphi}{2}). \quad (3.13)$$

Длина шатуна l_4 механизма 3.4б определяется по условию ограничения угла давления:

$$l_4 = \pm 0,5l / \sin[\beta]. \quad (3.14)$$

3.2.3. Механизмы с вращающейся кулисой обеспечивают большую величину хода H выходного звена. Для механизмов, схемы которых приведены на рис. 3.5а и б, крайние положения определяются при совпадении направлений звеньев BC и CD .

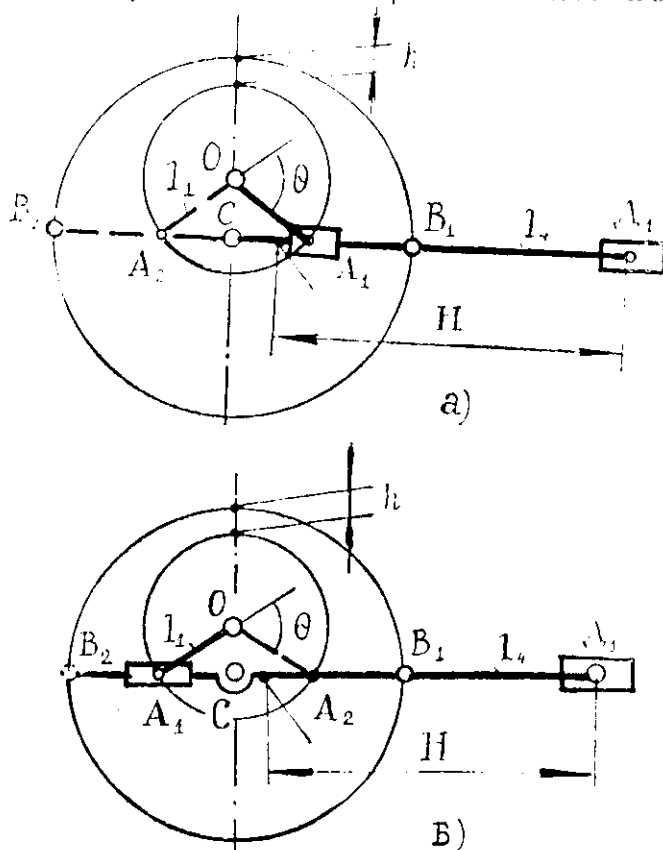


Рис. 3.5

$$\begin{aligned} \text{Поэтому } 2 \cdot l_{BC} &= H, \\ l_{BC} &= H/2. \end{aligned} \quad (3.15)$$

По заданной величине K можно определить угол смещения Θ в крайних положениях механизма. Для определения l_0, l_1 записывают два уравнения:

$$l_0 - l_1 \sin(\Theta/2); \quad l_0 + l_1 + \{h\} = l_{BC}.$$

Первое из этих уравнений следует из треугольника OCA_1 , а второе соответствует стремлению увеличить l_1 в пределах конструктивных ограничений.

Следовательно,

$$l_1 = (l_{BC} - \{h\})/(1 + \sin \Theta/2); \quad (3.16) \quad l_0 = l_1 \sin \Theta/2. \quad (3.17)$$

Для вычисления l_4 следует использовать (3.12).

4. СИНТЕЗ МЕХАНИЗМОВ С ВЫСТОЯМИ

4.1. Синтез рычажных механизмов

Выстоем называется длительная остановка выходного звена при непрерывном движении входного звена.

Наиболее простыми механизмами, относящимися к этой группе, являются механизмы П. Л. Чебышева. Задача синтеза таких механизмов была в общем виде решена П. Л. Чебышевым по методу приближения функций, а для некоторых механизмов им указаны соотношения длин звеньев, обеспечивающие необходимый характер движения выходного звена. На рис. 4.1 показан механизм П. Л. Чебышева, который используется для преобразования непрерывного вращения звена АВ в качательное движение звена ЕF с длительной остановкой (выстоем) в крайнем положении. В механизме выполнено условие $BC = CD = CM = b$. Это условие является достаточным для того, чтобы траектория точки М была симметричной кривой. Ось симметрии проходит через точку Д под углом $\beta/2$ к стойке АД, где β — угол ВСМ. Параметры a, b, d, β выбираются из условий, определяющих наилучшее приближение шатуновой кривой к дуге окружности, центр которой лежит на оси симметрии.

Если выбрать длину звена ЕМ, равной радиусу окружности R , к которой приближена шатуновая кривая, а точку Е в крайнем положении поместить в центр этой окружности, то при движении механизма точка М на участке III шатуновой кривой будет двигаться по траектории, приближенной к дуге окружности радиуса R , а звено ЕF будет оставаться неподвижным; при перемещении точки М по другой части шатуновой кривой звено ЕF перемещается на заданный угол качания.

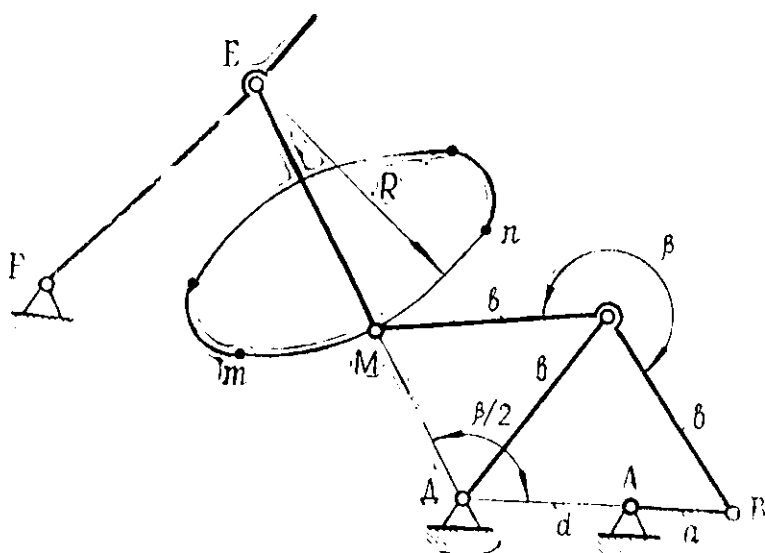


Рис. 4.1

П. Л. Чебышев указал также соотношения размеров шарнирного четырехзвенника, при которых точка M шатуна на одном участке ($m-n$) приближается к прямой (рис. 4.2). «Прямым» П. Л. Чебышева также может быть использовано для образования механизма с выстоем (рис. 4.2 б).

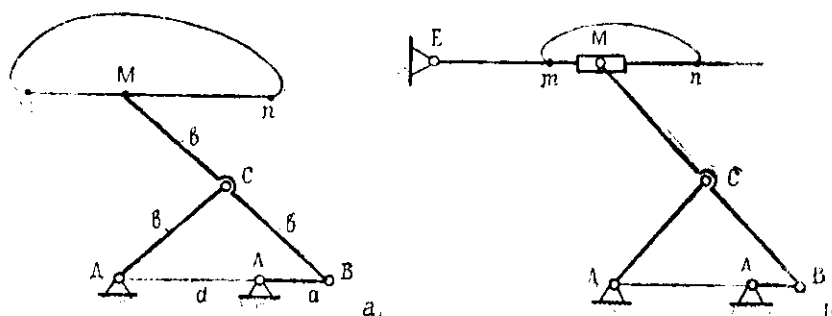


Рис. 4.2

При синтезе этих механизмов выбираются параметры a , b , d . Условием наименьшего отклонения траектории точки M на участке $m-n$ от прямой является соотношение

$$3d - a = 2b.$$

Длина стойки может изменяться в пределах от $d = 3a$ до $d = 1,55a$. При $d = 3a$ и $b = 4a$ треугольник ВСД в среднем положении механизма является равносторонним.

4.2. Мальтийские механизмы

Мальтийские механизмы используются для обеспечения одностороннего прерывистого движения выходного звена, например, в кинематических аппаратах. Мальтийский механизм является разновидностью кулисного механизма (рис. 4.3).

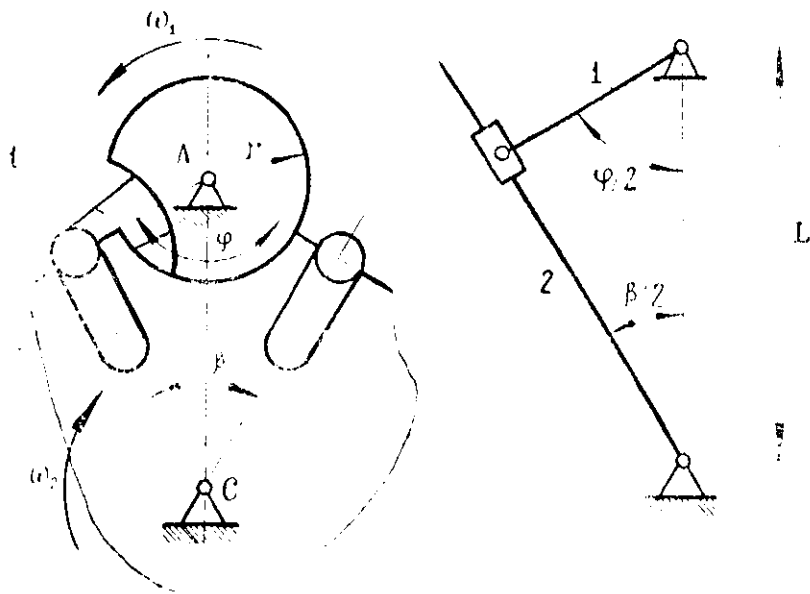


Рис. 4.3

Звено 1 имеет ролик, который входит в паз звена 2, называемого крестом, и поворачивает его на угол

$$\beta = 2\pi/z, \quad (4.1)$$

где z — число пазов.

Угол поворота кривошипа за время движения креста, называемый углом движения, находится из прямоугольного треугольника ABC:

$$\varphi = \pi - \beta.$$

Используя формулу (4.1), получаем

$$\varphi = \pi(z-2)/z. \quad (4.2)$$

После поворота на угол β крест остается в покое, пока ролик кривошипа 1 не войдет в следующий паз креста. Для фиксации креста в неподвижном положении служат запирающие дуги: для звена 2—угол φ , для звена 1—дуга радиуса r .

Угол поворота кривошипа за время покоя креста, называемый углом покоя, находится из условия:

$$\psi = 2\pi - \varphi,$$

которое с учетом формулы (4.2) приводит к соотношению:

$$\psi = \pi(z+2)/z. \quad (4.3)$$

Отношение времени движения к времени цикла называют коэффициентом движения:

$$\tau_d = t_d/T = \psi/2\pi. \quad (4.4)$$

С учетом зависимости (4.3)

$$\tau_d = z - 2/2z.$$

Отсюда следует, что коэффициент движения определяется только числом пазов. Поэтому мальтийские механизмы обладают малыми возможностями по воспроизведению заданного закона движения выходного звена. Для обеспечения больших возможностей мальтийские механизмы комбинируют с механизмами других типов.

Важной характеристикой мальтийского механизма является также коэффициент использования времени:

$$K_t = \tau_d/\tau_n = (z-2)/(z+2),$$

где τ_n — коэффициент покоя.

С целью улучшения динамики механизма используют мальтийские механизмы с внутренним зацеплением. Однако коэффициент использования времени в этом случае ниже. Кроме того механизмы с внешним зацеплением более технологичны в изготовлении.

4.3. Комбинированные механизмы

4.3.1. Использование комбинированных механизмов дает возможность получать различные законы движения выходного звена, в том числе и движение с выстоями. Различают три группы комбинированных механизмов: зубчато-рычажные, кулачково-рычажные, зубчато-кулачковые.

Комбинированные механизмы применяются для осуществления особо сложных траекторий выходного звена или для их перемены по заранее заданным сложным законам. Синтез таких механизмов оказывается более сложным в отличие от синтеза простых механизмов, так как необходимо рассматривать

комбинированный механизм как состоящий из 2-х или нескольких простых механизмов, критерии и условия синтеза которых резко отличаются друг от друга. Кинематический анализ комбинированных механизмов также усложняется ввиду их структуры.

4.3.2. Зубчато-рычажные механизмы. Кинематическая цепь, представленная на рис. 4.4 а, является исходной для образования целого ряда зубчато-рычажных механизмов. Шарнир А цепи описывает сложную траекторию (рис. 4.4 а, б, в), вид которой зависит от относительного расположения кривошипов 1 и 3 и длин шатунов 2 и 4.

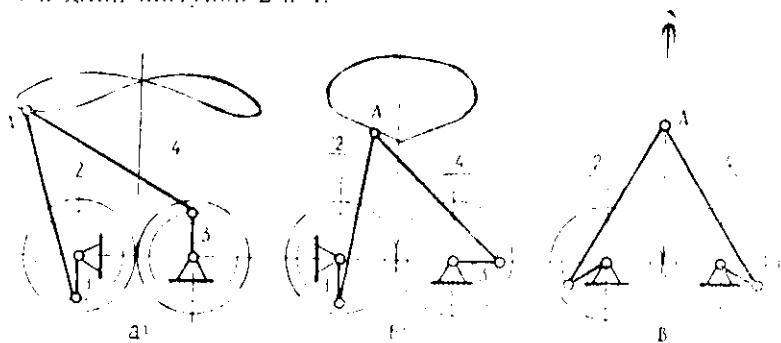


Рис. 4.4

В частном случае, когда кривошипы 1 и 3 расположены симметрично, шарнир А перемещается по вертикальной прямой. Третья модификация применяется в механизме токоприемника электровоза (рис. 4.5а) и для синхронизации вращения кривошипов в двигателях внутреннего сгорания (рис. 4.5б). В последнем примере звено 5-поршень является пассивной (избыточной) связью, служащей рабочим элементом механизма.

4.3.3. Кулачково-рычажные механизмы. Сочетание кулачков с рычажными механизмами позволяет получить различные функциональные механизмы. Например, рис. 4.6, толкатель кулачка является шатуном четырехшарнирного механизма.

В механизме тестодельного автомата (рис. 4.7) входным звеном является кулиса 1. Движение поршня 2 по заданному закону обеспечивается роликом 3, установленным на шатуне 4, и роликом 5, который катится по неподвижному кулачку 6 заданного профиля.

Механизм катающихся рычагов, который используется в приводе клапанов двигателя, показан на рис. 4.8. Подбирая профили кулачков 3 и 5, которые перекатываются друг по другу

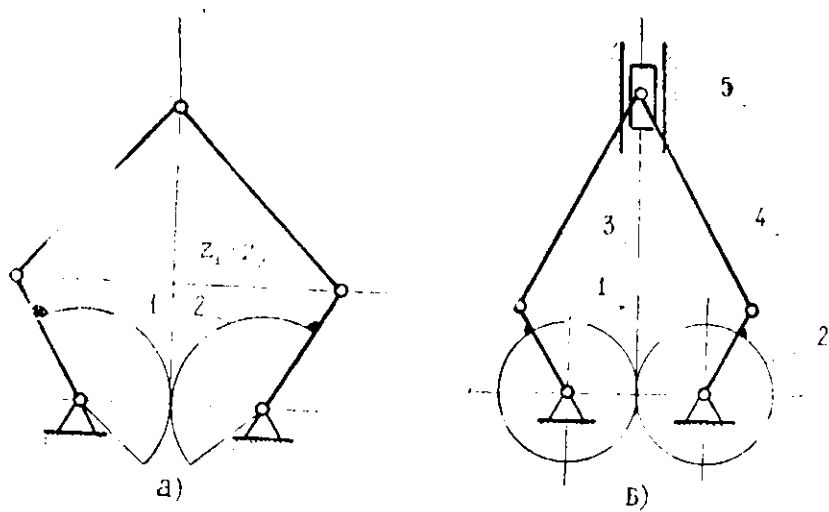


Рис. 4.5

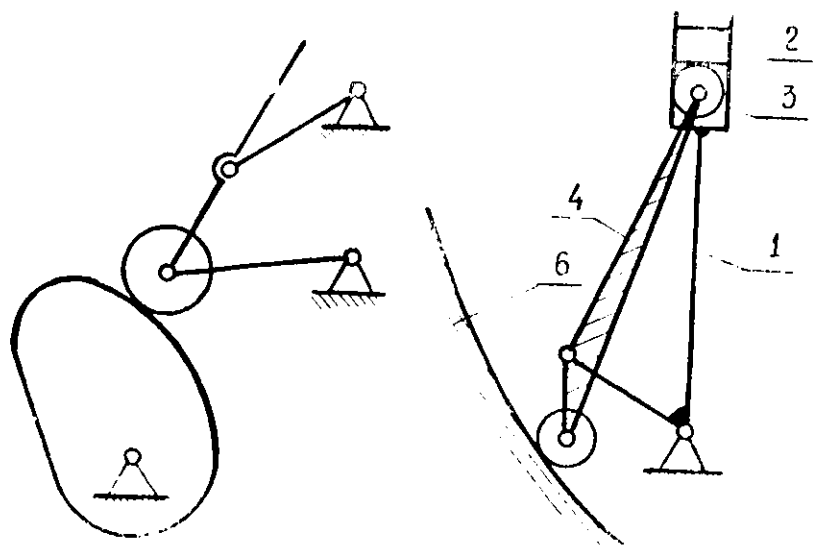


Рис. 4.6

Рис. 4.7

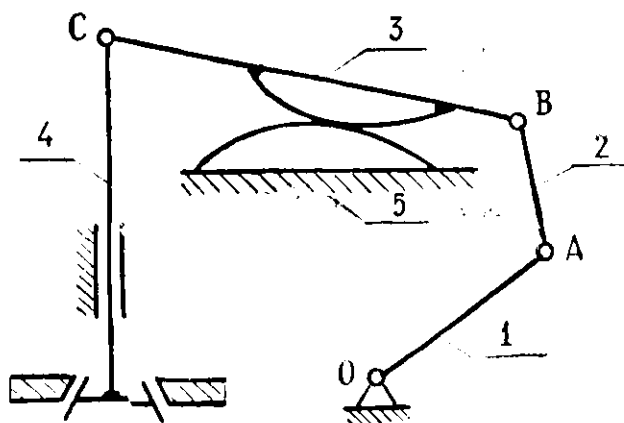


Рис. 4.8

со скольжением, можно получать различные законы движения выходного звена.

Кулачково-рычажные механизмы, а также кулачково-зубчатые широко применяются в системах управления машин-автоматов.

5. УРАВНОВЕШИВАНИЕ МЕХАНИЗМОВ

5.1. Уравновешивание вращающихся звеньев

5.1.1. Условия уравновешенности. Пусть звено вращается около неподвижной оси с постоянной угловой скоростью (рис. 5.1). Силы инерции этого звена по общему принципу могут быть приведены к главному вектору $\vec{P}_u$ и главному моменту



Рис. 5.1

$\vec{M}_u$. Действие этих сил обуславливает возникновение в опорах звена дополнительных динамических реакций, которые будут

равны нулю, если окажутся равными нулю главный вектор $\vec{P}_u$ и главный момент сил инерции $\vec{M}_u$.

$$\vec{P}_u = 0, \quad (5.1) \quad \vec{M}_u = 0 \quad (5.2)$$

Выполнения условий (5.1), (5.2) добиваются соответствующим распределением масс звена. Иногда ограничиваются выполнением только условия (5.1).

Распределение масс вращающегося звена, при котором выполняется условие (5.1) равенства нулю главного вектора сил его инерции, называют **статическим уравновешиванием** вращающегося звена.

Главный вектор $\vec{P}_u$ сил инерции, как известно, равен $\vec{P}_u = -m\vec{W}_s$. Поэтому для выполнения (5.1) необходимо, чтобы центр масс звена лежал на оси вращения (был неподвижен), а расстояние $r_s = 0$. Если данные условия не выполняются звено называют статически неуравновешенным и за меру неуравновешенности принимают статический момент массы относительно оси вращения $A = mgr_s$. Статическая неуравновешенность может быть обнаружена статическим испытанием с использованием принципа маятника.

Распределение масс вращающегося звена, при котором выполняются условия (5.1), (5.2) равенства нулю главного вектора и главного момента сил его инерции, называют **полным уравновешиванием** вращающегося звена.

Несыполнение условий полного (динамического) уравновешивания может быть обнаружено только динамическим испытанием, когда звену сообщается достаточно высокая скорость вращения ω .

5.1.2. Уравновешивание вращающегося звена с известным расположением неуравновешенных масс. Задачи такого типа приходится решать при проектировании звеньев сложной формы (коленчатых валов, кулачковых распределительных валов и др.).

Для статического уравновешивания звена достаточно установить на нем соответствующим образом одну дополнительную массу (противовес). Если при этом будет выполнено условие $m_u \vec{r}_u = -m_s \vec{r}_s$, то сила инерции противовеса уравновесит силу инерции $\vec{P}_u$ неуравновешенного звена.

Для полного уравновешивания вращающегося звена оказывается достаточно закрепить на нем соответствующим образом две дополнительные массы (противовеса). Это следует из положения, основного для теории и практики уравновешивания: **силы инерции** вращающегося звена можно заменить двумя силами, действующими в двух произвольно выбранных парал-

дельных плоскостях, перпендикулярных оси вращения звена — крестом сил (рис. 5.2).

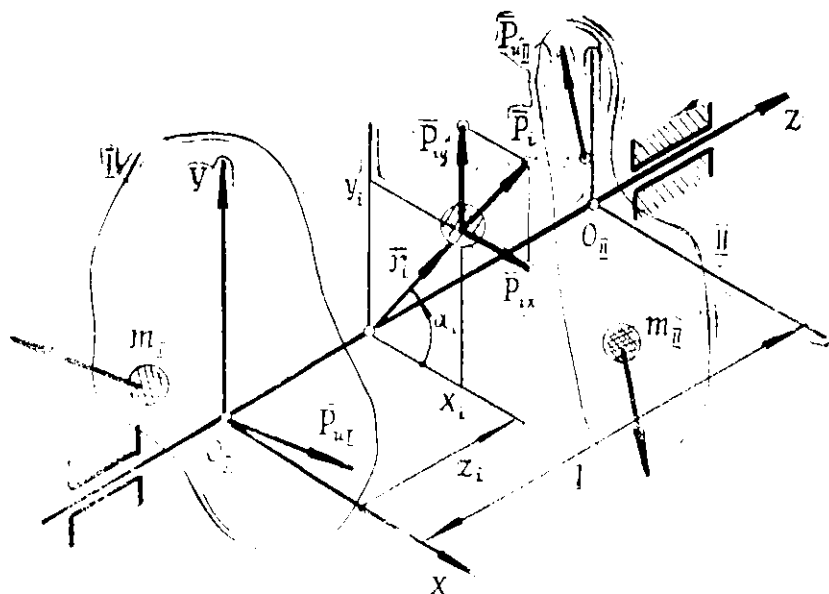


Рис. 5.2

Это утверждение доказывается просто. Из статики известно, что всякая система сил может быть приведена к двум перекрещивающимся силам. Силы инерции вращающегося звена действуют в плоскостях, перпендикулярных к оси вращения O_{Iz} . Выберем две плоскости I и II, нормальные к O_{Iz} и расположенные на расстоянии l друг от друга. Каждую силу инерции $\vec{P}_i$ можно заменить двумя силами $\vec{P}_{iI}$, $\vec{P}_{iII}$, лежащими в плоскостях I и II. Таким образом, вся система сил инерции приводится к двум плоским системам сходящихся сил, лежащих в плоскостях I и II, линии действия которых пересекаются в точках O_I , O_{II} . Для сил, лежащих в плоскости I, можно разложить равнодействующую $\vec{P}_{iI}$; аналогично для сил, лежащих в плоскости II, равнодействующую $\vec{P}_{iII}$.

Если теперь подобрать две массы m_I и m_{II} и установить их в плоскостях уравновешивания I, II так, чтобы их силы инерции уравновешивали бы силы $\vec{P}_{iI}$ и $\vec{P}_{iII}$, уравновешенной окажется вся система сил инерции звена.

Чтобы получить уравнения, позволяющие выполнить подбор масс m_I , m_{II} и определение координат их размещения, выберем систему координат x, y, z , совместив ее начало с точкой O_I , а ось z с осью вращения звена. Положение центра i -й массы можно теперь определить координатами x_i, y_i . Кроме того, в своей плоскости размещения положение каждой массы можно характеризовать радиус-вектором $\vec{r}_i$ с полярными координатами r_i, α_i .

Сила инерции i -й массы определяется как вектор $\vec{P}_i = \omega^2 m_i \vec{r}_i$ (5.3) с проекциями $P_{ix} = \omega^2 m_i x_i$; $P_{iy} = \omega^2 m_i y_i$. (5.4)

Включим в число неуравновешенных масс звена и дополнительные массы m_I, m_{II} и определим главный вектор и главный момент системы сил инерции звена в проекциях на оси x, y, z .

$$\begin{aligned} P_{ux} &= \Sigma P_{ix} = (\Sigma m_i x_i + m_I x_I + m_{II} x_{II}) \omega^2; \\ P_{uy} &= \Sigma P_{iy} = (\Sigma m_i y_i + m_I y_I + m_{II} y_{II}) \omega^2; \\ M_{ux} &= \Sigma P_{iy} z_i = (\Sigma m_i y_i z_i + m_{II} y_{II} z_{II}) \omega^2; \\ M_{uy} &= \Sigma P_{ix} z_i = (\Sigma m_i z_i x_i + m_{II} z_{II} x_{II}) \omega^2; \end{aligned} \quad (5.5)$$

Приравнявая нулю проекции главного вектора и главного момента, получим систему уравнений:

$$\begin{aligned} \Sigma m_i x_i + m_I x_I + m_{II} x_{II} &= 0 \\ \Sigma m_i y_i + m_I y_I + m_{II} y_{II} &= 0 \\ \Sigma m_i z_i x_i + m_{II} z_{II} x_{II} &= 0 \\ \Sigma m_i z_i y_i + m_{II} z_{II} y_{II} &= 0. \end{aligned} \quad (5.6)$$

Система (5.6) может быть записана в векторной форме

$$\Sigma m_i \vec{r}_i + m_I \vec{r}_I + m_{II} \vec{r}_{II} = 0; \quad \Sigma m_i z_i \vec{r}_i + m_{II} z_{II} \vec{r}_{II} = 0. \quad (5.7)$$

Система (5.6) используется для аналитического определения координат x_I, y_I, x_{II}, y_{II} дополнительных масс m_I, m_{II} , величинами которых следует предварительно задаться. Векторные уравнения (5.7) применяются для графического решения той же задачи путем построения векторных многоугольников.

5.1.3. Балансировка вращающихся звеньев есть экспериментальное определение неуравновешенности вращающегося звена, которое по проекту имеет форму тела вращения, и ее устранение на основе данных эксперимента. Звенья, имеющие форму тела вращения по проекту, неуравновешенными оказываются вследствие погрешностей изготовления. Балансировка их выполняется в технологическом процессе с использованием балансировочных станков.

5.2. Уравновешивание механизмов

5.2.1. **Условия неуравновешенности механизма.** Некоторые звенья плоских рычажных механизмов совершают сложное плоское движение, а их центры масс движутся по замкнутой траектории. Поскольку силы инерции такого звена никаким распределением его масс не могут быть уравновешены. Для уменьшения вредного воздействия сил инерции звеньев на фундамент механизма ставится задача об уравновешивании главного вектора $\vec{P}_n$ и главного момента $\vec{M}_n$ сил инерции всех звеньев механизма, что также достигается подбором и установкой противовесов.

Распределение масс звеньев, устраняющее давление стойки на фундамент от сил инерции звеньев механизма, называется уравновешиванием масс механизма.

Условие полного уравновешивания масс механизма (или сил инерции) состоит в выполнении равенств:

$$\vec{P}_n = 0 \quad (5.8), \quad \vec{M}_n = 0. \quad (5.9)$$

При уравновешивании механизмов чаще всего ограничиваются выполнением условия (5.8), то есть добиваются равенства нулю главного вектора сил инерции механизма.

Распределение масс звеньев, при котором выполняется условие (5.8) равенства нулю главного вектора сил инерции всего механизма, называется статическим уравновешиванием масс механизма.

Так как главный вектор сил инерции равен $\vec{P}_n = m\vec{W}_S$, где $\vec{W}_S$ — ускорение центра масс S механизма, условие статического уравновешивания означает, что центр масс должен совершать прямолинейное равномерное движение или должен быть неподвижным. Центр масс S может двигаться только по замкнутой траектории. Следовательно, для статического уравновешивания масс механизма необходимо, чтобы центр масс механизма был неподвижен, а его радиус-вектор был постоянным.

$$\vec{r}_S = \text{const} \quad (5.10)$$

5.2.2. **Статическое уравновешивание масс плоских механизмов.** Условие (5.10) используется при решении задач статического уравновешивания механизмов. Для определения радиус-вектора $\vec{r}_S$ можно записать векторное уравнение $m\vec{r}_S = -\sum m_i \vec{r}_i$, где $\vec{r}_i$ — радиус-векторы центров масс S_i звеньев. Это уравнение преобразовывается при решении задач к виду $\vec{r}_S = -\sum \vec{h}_i$, где $\vec{h}_i$ — новые векторы, параллельные звеньям механизма и постоянные по модулю в различных положениях механизма.

Рассмотрим пример решения задачи статического уравновешивания шарнирного четырехзвенника (рис. 5.3). Положение звеньев механизма будем характеризовать векторами $\vec{l}_i$, а поло-

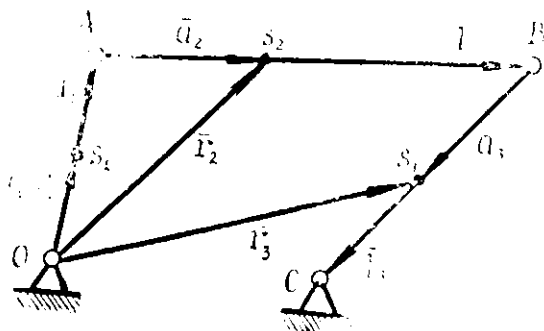


Рис. 5.3

жение центров масс S_i каждого звена на самом звене—векторами $\vec{a}_i$. Запишем уравнение, по которому определится $\vec{r}_s$:

$$m\vec{r}_s = m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2 + m_3\vec{r}_3 \quad (5.11)$$

и выполним в (5.11) замены $\vec{r}_1 = \vec{a}_1$, $\vec{r}_2 = -\vec{l}_1 + \vec{a}_2$, $\vec{r}_3 = \vec{l}_1 + \vec{l}_2 + \vec{a}_3$.

Сгруппируем теперь векторы, параллельные звеньям 1, 2, 3, и запишем уравнение (5.11) в таком виде

$$m\vec{r}_s = [m_1\vec{a}_1 + (m_1 + m_2)\vec{l}_1] + (m_2\vec{a}_2 + m_3\vec{l}_2) + m_3\vec{a}_3.$$

Если теперь разделить все уравнение на m и ввести обозначения

$$\vec{h}_1 = [m_1\vec{a}_1 + (m_1 + m_2)\vec{l}_1]/m, \quad \vec{h}_2 = (m_2\vec{a}_2 + m_3\vec{l}_2)/m, \quad \vec{h}_3 = m_3\vec{a}_3/m, \quad (5.11A)$$

получим векторное уравнение, определяющее радиус-вектор центра масс механизма:

$$\vec{r}_s = \vec{h}_1 + \vec{h}_2 + \vec{h}_3. \quad (5.12)$$

Каждый из векторов $\vec{h}_i$ параллелен соответствующему звену, модули векторов $\vec{h}_i$ постоянны в различных положениях механизма.

Чтобы центр масс S был неподвижен, он должен быть неподвижной точкой прямой ОС (рис. 5.4). Для этого, как видно из рис. 5.4, необходимо, чтобы многоугольник векторов $\vec{h}_i$ был подобен многоугольнику $\vec{l}_i$. Условие подобия данных многоугольников можно выразить двумя уравнениями:

$$h_1/l_1 = h_2/l_2; \quad h_2/l_2 = h_3/l_3. \quad (5.13)$$

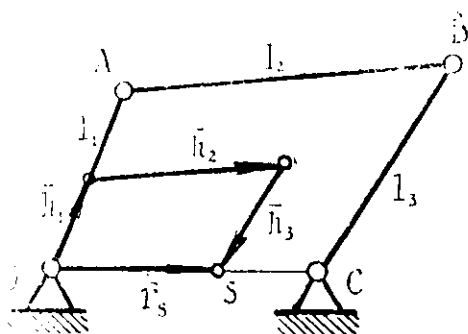


Рис. 5.4

Уравнения (5.13) можно переписать в следующем виде, выразив статические моменты $m_1 a_1$, $m_2 a_2$ масс первого и второго звеньев

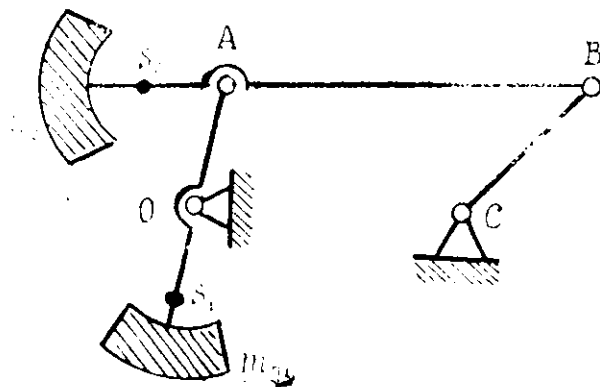
$$m_1 a_1 = -m_2 l_1 (l_2 - a_2) / l_2; \quad (5.14) \quad m_2 a_2 = -m_3 l_2 (l_3 - a_3) / l_3. \quad (5.15)$$


Рис. 5.5

Из (5.14), (5.15) следует, что статические моменты $m_1 a_1$, $m_2 a_2$ отрицательны и, следовательно, отрицательны величины a_1 , a_2 . Добиться такого размещения центров масс S_1 , S_2 можно установкой двух противовесов, как показано на рис. 5.5.

5.2.3. Приближенное статическое уравновешивание масс механизма. Решение задачи полного статического уравновешивания масс механизма очень часто оказывается неконструктивным, так как приводит к увеличению габаритов механизма, увеличению его массы. Поэтому прибегают к приближенному (или частичному) уравновешиванию, при котором

полностью или частично устраняется действие одной из проекций главного вектора сил инерции

$$P_{ny} \neq 0; P_{ax} \neq 0; \text{ или } P_{ax} = 0; P_{ny} \neq 0$$

Рассмотрим задачу частичного статического уравновешивания кривошипно-ползунного механизма (рис. 5.6). В этом случае вспомогательные векторы $\bar{h}_i$ определяются также формулами (5.11А).

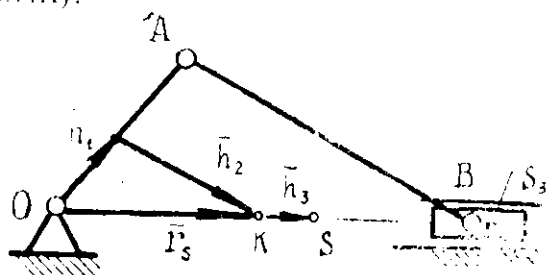


Рис. 5.6

Вектор $\bar{h}_3$ параллелен направляющей ползуна. Поэтому для обеспечения неподвижности точки S необходимо, чтобы конец вектора $\bar{h}_2$ лежал в точке O. Для этого должны быть выполнены условия $\bar{h}_1 = 0$, $\bar{h}_2 = 0$, что достигается установкой двух противовесов на звеньях 1 и 2.

Потребуем, чтобы нулю была равна только вертикальная составляющая главного вектора сил инерции $P_{ny} = 0$. Для этого центр масс механизма должен двигаться параллельно направляющей ползуна, что оказывается возможным, если треугольник ОРК подобен треугольнику ОАВ механизма. Данное условие можно выразить уравнением:

$$[m_1 a_1 + (m_2 + m_3) l_1] m l_1 = (m_2 a_2 + m_3 l_2) / m l_2. \quad (5.16)$$

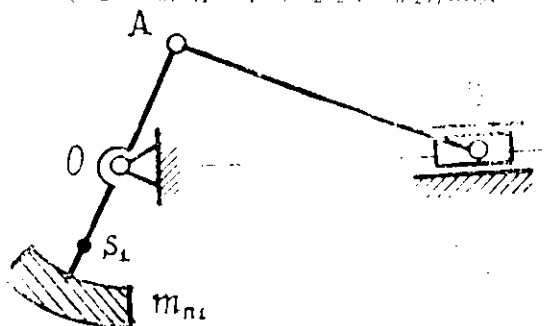


Рис. 5.7

из которого определяется статический момент массы первого звена

$$m_1 a_1 = -m_2 l_1 (l_2 \cdots a_2) / l_2. \quad (5.17)$$

Как видно, статический момент $m_1 a_1$ отрицателен. Выполнение условия (5.17) поставленной задачи приближенного уравнивания обеспечивается установкой одного противовеса на звене 1, как показано на рис. 5.7.

Задачи приближенного статического уравнивания механизмов очень часто решаются путем установки противовесов на дополнительных вращающихся звеньях, скорость которых согласуется со скоростью вращения входного звена механизма.

СИНТЕЗ ЗУБЧАТЫХ МЕХАНИЗМОВ

6. ОСНОВЫ СИНТЕЗА ЗАЦЕПЛЕНИЙ

6.1. Теоремы зацепления

6.1.1. Основная теорема пространственного зацепления. Механизмы с шлицевыми парами, как было установлено ранее, не могут обеспечить точное выполнение заданного преобразования движения. Поэтому в технике широко применяют механизмы с **высшими парами**, которые не имеют указанного недостатка и позволяют воспроизвести точно любой закон движения выходного звена. Звенья высшей пары касаются по линии или в точке, причем контактная линия (или точка) перемещается относительно взаимодействующих поверхностей звеньев при движении механизма. Такие условия касания позволяют придавать взаимодействующим поверхностям звеньев разнообразные формы и определять их в соответствии с заданным преобразованием движения.

Зацеплением называют высшую пару, в которой взаимодействующие поверхности перекатываются друг по другу со скольжением. Высшая пара, элементы которой перекатываются без скольжения, называется **центральной**.

При решении задач синтеза зацеплений используется следующая теорема:

вектор относительной скорости $\vec{V}_{21}$ точек K_2, K_1 касания взаимодействующих поверхностей звеньев зацепления и общая нормаль $\vec{n}$ к поверхностям составляют угол 90° .

На рис. 6.1 показано взаимодействие звеньев зацепления 1, 2, которые касаются в точке K_{12} . Точка касания лежит на прямой $\vec{n}$, нормальной к обеим поверхностям. Условие теоремы можно выразить уравнением:

$$\vec{V}_{21} \cdot \vec{n} = 0 \quad (6.1) \text{ или } \vec{V}_1'' \cdot \vec{V}_2'' = 0, \quad (6.2)$$

где $\vec{V}_{21}$ — вектор относительной скорости точки K_2 относительно K_1 ; $\vec{n}$ — единичный вектор (орт) направления $\vec{n}$; $\vec{V}_1'', \vec{V}_2''$ — со-

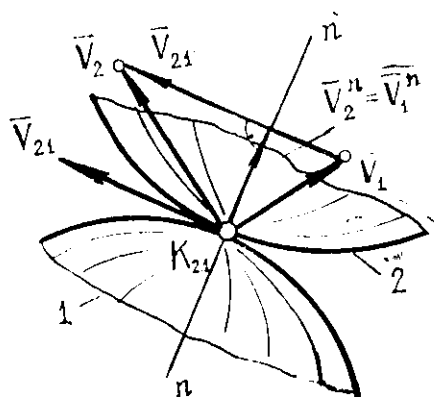


Рис. 6.1

стационарные скорости $\bar{V}_1$, $\bar{V}_2$ точек K_1 , K_2 по направлению nn .

Теорема доказывается от противного. Если вектор $\bar{V}_{21}$ не лежит в плоскости, касательной к взаимодействующим поверхностям, то есть $\bar{V}_{21} \neq \bar{V}_{21}^n$, то должно происходить либо вдавливание, либо отрыв поверхностей 1, 2, что невозможно. Из этого следует справедливость равенств (6.1) и (6.2).

Если контакт поверхностей происходит по линии, то условия (6.1) и (6.2) справедливы для любой точки контактной линии.

6.1.2. Основная теорема плоского зацепления (теорема Виллиса). Зацепление, в котором оба звена совершают плоское движение, параллельное одной плоскости, называется плоским. В этом случае вместо взаимодействующих поверхностей достаточно рассмотреть взаимодействующие профили кривые, полученные в сечении поверхностей плоскостью движения звеньев.

Сформулируем и докажем теорему Виллиса для плоского зацепления звеньев, совершающих вращательное движение вокруг центров O_1 , O_2 (рис. 6.2).

Общая нормаль nn , проведенная через точку касания взаимодействующих профилей зацепления, делит межцентровое расстояние на отрезки, **обратно пропорциональные** угловым скоростям звеньев.

Проведем в точке K касания профилей общую нормаль nn и найдем точку P ее пересечения с линией центров. Тогда условие теоремы, которое требуется доказать, выражается уравнением:

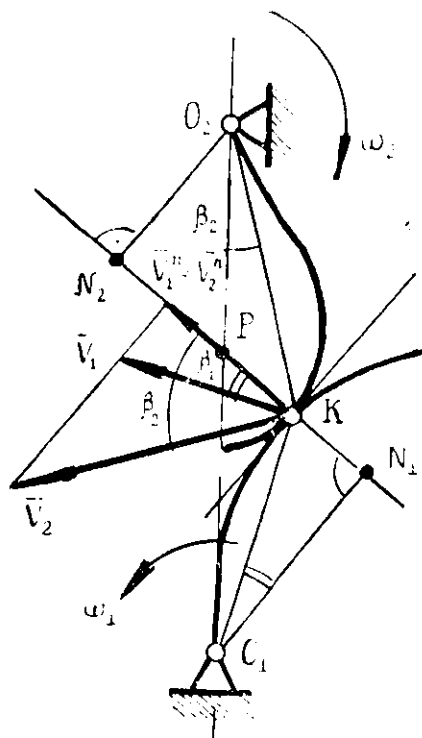


Рис. 6.2

$$\omega_1/\omega_2 = (O_2P)/(O_1P). \quad (6.3)$$

Для доказательства соединим точку К с центрами O_1, O_2 . Скорости точек K_1, K_2 равны $V_1 = (O_1K)\omega_1$, $V_2 = (O_2K)\omega_2$, а направления этих векторов $\vec{V}_1 \perp O_1K$, $\vec{V}_2 \perp O_2K$. Выполним разложение векторов $\vec{V}_1, \vec{V}_2$ по направлениям $\pi\pi$ и $\rho\rho$. Затем воспользуемся условием $V_1^n = V_2^n$ предыдущей теоремы.

Приравняем величины V_1^n, V_2^n . Получим уравнение:

$\omega_1(O_1K) \cos \beta_1 = \omega_2(O_2K) \cos \beta_2$ или $\omega_1/\omega_2 = (O_2N_2)/(O_1N_1)$, где O_1N_1, O_2N_2 длины перпендикуляров, опущенных из точек O_1, O_2 на прямую $\rho\rho$. Подобие треугольников O_1PN_1 и O_2PN_2 позволяет записать отношение $(O_2N_2)/(O_1N_1) = (O_2P)/(O_1P)$. Таким образом, $\omega_1/\omega_2 = O_2P/O_1P$. Теорема доказана.

Следствие. Для того, чтобы передаточное отношение $u_{12} = \omega_1/\omega_2$ было постоянным, необходимо, чтобы общая нормаль $\rho\rho$ пересекала линию центров в неподвижной точке Р.

Точка Р, как следует из (6.3), является мгновенным центром относительного вращения звеньев 1, 2 и называется в теории зацепления полюсом зацепления. Геометрические места точек на звеньях 1, 2, которые при движении звеньев последовательно совпадают с полюсом зацепления, образуют центронды Π_1 , Π_2 относительного движения звеньев — кривые, которые при движении звеньев перекатываются друг по другу без скольжения. Если передаточное отношение $\omega_{12} = \omega_1/\omega_2$ постоянно, точка Р неподвижна, центронды оказываются окружностями радиусов $r_{c\pi 1} = O_1P$, $r_{c\pi 2} = O_2P$ и носят название начальных окружностей.

Геометрическое место положений точки касания звеньев в неподвижной системе координат называют **линией зацепления**.

Плоское зацепление вращающихся звеньев может быть **внешним** и **внутренним**. На рис. 6.2 показано внешнее зацепление: здесь полюс зацепления лежит внутри отрезка O_1O_2 , а

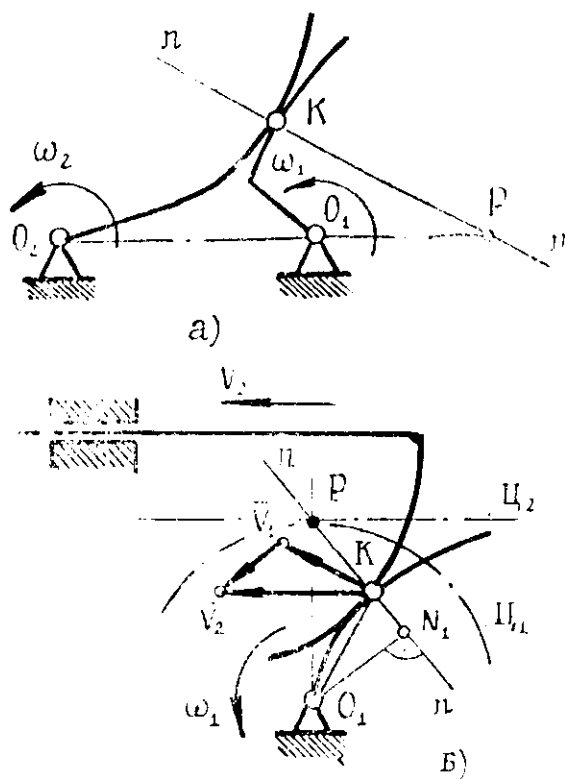


Рис. 6.3.

передаточное отношение—отрицательно. На рис. 6.3а представлена схема внутреннего зацепления, в котором полюс зацепления лежит вне отрезка O_1O_2 , а передаточное отношение ω_2/ω_1 — положительно.

Рассмотрим теперь плоское зацепление звена 1, совершающего вращение вокруг центра O_1 , с поступательно движущимся звеном 2 (рис. 6.3б). Условие основной теоремы для данного зацепления выражается уравнением:

$$V_2/\omega_1 = O_1P, \quad (6.4)$$

где V_2 — скорость поступательного движения звена 2; ω_1 — угловая скорость вращения звена 1; P — точка пересечения общей нормали nn с прямой, проведенной из O_1 перпендикулярно направлению $\overline{V_2}$. Полюс зацепления P занимает постоянное положение, если постоянно отношение скоростей $V_2/\omega_1 = \text{const}$. В этом случае центроидами относительного движения являются окружность Π_1 звена 1 и прямая Π_2 — звена 2.

6.2. Синтез зацеплений

6.2.1. Постановка задачи. Взаимодействующие поверхности звеньев зацепления, обеспечивающие заданный закон преобразования движения, называют **сопряженными поверхностями**. Синтез зацепления состоит в определении сопряженных поверхностей.

Эта задача имеет множество решений, так как основная теорема зацепления позволяет записать только одно уравнение связи функции, задающей закон преобразования движения, и функций, описывающих рабочие поверхности звеньев. Из этого уравнения можно однозначно определить также только одну функцию.

Отсюда следует, что для однозначного решения задачи синтеза зацепления необходимо использовать еще какое-то дополнительное условие, например: форму рабочей поверхности одного звена или форму линии зацепления. При введении дополнительного условия могут быть учтены требования технологичности изготовления рабочих поверхностей или желание упростить процесс решения задачи и др. При синтезе плоских кулачковых механизмов, например: профиль одного звена считают точечным, поэтому задача определения профиля другого звена оказывается весьма простой. Однозначное решение можно также получить, если использовать требование оптимизации зацепления по какому-то критерию качества.

В дальнейшем будем рассматривать методы решения задач синтеза зацеплений, где в качестве дополнительного условия задается форма рабочей поверхности одного звена.

6.2.2. Аналитический синтез сопряженных профилей. Пусть заданы (рис. 6.4): межцентровое расстояние a_w ; профиль звена 1 в форме уравнения $y_1 = y_1(x_1)$ в системе координат, связанной с этим звеном, и положительное передаточное отношение $u_{21}(q_1)$ механизма для передачи вращательного движения. Необходимо определить сопряженный профиль звена 2 в системе координат этого звена.

Координаты искомого профиля можно просчитать по точкам, используя уравнение (6.3). Задача вычисления координат x_2, y_2 сопряженной точки профиля 2, при заданных координатах x_1, y_1 точки профиля 1 решается в три этапа.

Первый этап. Определение угла q_1 , при котором точка K_1 на звене 1 является точкой контакта.

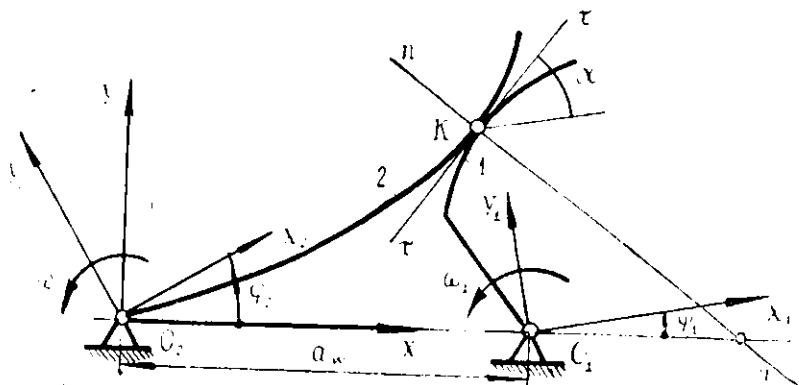


Рис. 6.4

Угол q_1 определяется из уравнения $\omega_1/\omega_2 = O_2P/O_1P$, которое при использовании выражений $a_w = O_2P - O_1P$, $u_{21} = \omega_2/\omega_1$ позволяет выразить расстояние

$$O_1P = a_w u_{21} / (1 - u_{21}).$$

Координаты точки P в системе x_1, y_1 равны:

$$x_{p1} = (O_1P) \cos q_1; \quad y_{p1} = (O_1P) \sin q_1.$$

Запишем теперь уравнение нормали nn , проходящей через точку K_1 в системе x_1, y_1 :

$$y_1 - y_{k1} = - (dx_{k1}/dy_{k1}) (x_1 - x_{k1}),$$

и потребуем, чтобы нормаль проходила через полюс зацепления P, то есть заменим x_1, y_1 на x_{p1}, y_{p1} . Получим уравнение:

$$\cos(\varphi_1 + \alpha) = (y_{K1} \sin \alpha + x_{K1} \cos \alpha) / (O_1P), \quad (6.5)$$

где $\operatorname{tg} \alpha = dy_{K1}/dx_{K1}$.

Из уравнения (6.5) легко определяется φ_1 , если $u_{21} = \text{const}$, $O_1P = \text{const}$. При переменном передаточном отношении $u_{21}(\varphi_1)$ в (6.5) O_1P заменяют выражением и уравнение записывают в виде:

$$u_{21}(1 - u_{21})^{-1} \cos(\varphi_1 + \alpha) = (y_{K1} \sin \alpha + x_{K1} \cos \alpha) / a_w. \quad (6.6)$$

В этом случае для определения φ_1 следует использовать численный метод решения уравнения (6.6).

Второй этап. Вычисление координат точки контакта К в неподвижной системе координат x, y по формулам преобразования координат:

$$x_K = x_{K1} \cos \varphi_1 - y_{K1} \sin \varphi_1 + \alpha_w;$$

$$y_K = x_{K1} \sin \varphi_1 + y_{K1} \cos \varphi_1.$$

Координаты x_K, y_K определяют линию зацепления.

Третий этап. Вычисление координат точки K_2 искомого профиля в системе x_2, y_2 по формулам преобразования координат:

$$x_{K2} = x_K \cos \varphi_2 + y_K \sin \varphi_2$$

$$y_{K2} = -x_K \sin \varphi_2 + y_K \cos \varphi_2.$$

При этом угол φ_2 , соответствующий вычисленному ранее значению φ_1 , определяется по условию:

$$\varphi_2 = u_{21} \varphi_1 \quad \text{или} \quad \varphi_2 = \int_0^{\varphi_1} u_{21}(\varphi_1) d\varphi_1,$$

которое выражает заданный закон преобразования движения.

Расчеты выполняются для множества точек K_{1i} с координатами x_{1i}, y_{1i} . В результате получается таблица координат x_{2i}, y_{2i} точек K_{2i} профиля второго звена, которая позволяет построить профиль по точкам.

6.2.3. Графический синтез сопряженных профилей. Графические методы синтеза сопряженных профилей наиболее удобны для механизмов с постоянным отношением скоростей. Если один профиль задан, то другой может быть определен либо методом Понселе, либо методом Рело.

При построении сопряженного профиля методом Понселе выполняется обращение движения, и заданный профиль строится в ряде последовательных положений, которые он занимает по отношению к искомому профилю; тогда искомый профиль получается как огибающая кривая всех положений заданного.

Построение сопряженного профиля методом Рело выполняется по точкам. Чтобы выяснить последовательность построений, рассмотрим следующую задачу. В механизме для передачи вращательного движения (рис. 6.5) заданы: постоянное

отрицательное передаточное отношение u_{21} , межосевое расстояние a_w и профиль S_1 на звене 1. Необходимо построить сопряженный профиль на звене 2.

Первый этап. Определяют положение полюса зацепления P и строят центроиды-окружности Π_1 и Π_2 . На профиле S_1 выбирается точка K_1 , через которую проводят нормаль nn до пересечения с Π_1 и фиксируют точку пересечения A_1 . Тогда угол PO_1A_1 равен углу φ_1 , на который надо повернуть отрезок O_1K_1 , чтобы точка K_1 вошла в контакт с сопряженным профилем.

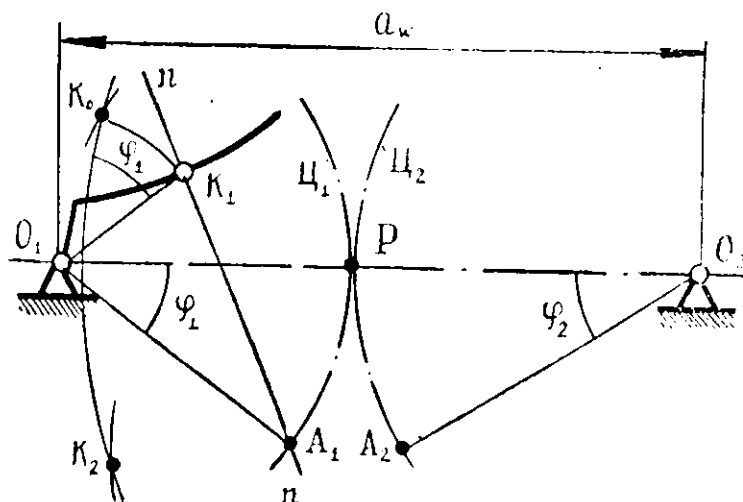


Рис. 6.5

Второй этап. Определяют точку K_0 , в которой K_1 касается сопряженного профиля S_2 . Для этого выполняется построение треугольника O_1PK_0 по трем сторонам O_1P , $O_1K_0 = O_1K_1$ и $K_0P = K_1A_1$.

Третий этап. Находят точку K_2 искомого профиля, сопряженную в точке K_1 на профиле S_1 . На центроиде Π_2 фиксируется точка A_2 , по условию качения центроид без скольжения $PA_1 = PA_2$. Точка K_2 разыскивается в пересечении дуг радиуса O_2K_0 из центра O_2 и радиуса $A_2K_2 = K_0P$ из центра A_2 .

Построения повторяются для некоторого ряда точек K_1 — таким образом, получается ряд точек K_2 профиля S_2 . Множество положений точки K_0 определяет линию зацепления.

7. ЦИЛИНДРИЧЕСКАЯ ЭВОЛЬВЕНТНАЯ ЗУБЧАТАЯ ПЕРЕДАЧА

7.1. Эвольвента окружности

Эвольвентой окружности называется плоская кривая, представляющая собой траекторию любой точки прямой линии, которая перекачивается по окружности без скольжения. Прямая l , на которой фиксируется точка, очерчивающая эвольвенту, называется **производящей прямой**. Окружность, по которой перекачивается прямая, называется **основной** (рис. 7.1). В зависимости от направления качения производящей прямой образуются правая или левая ветви эвольвенты.

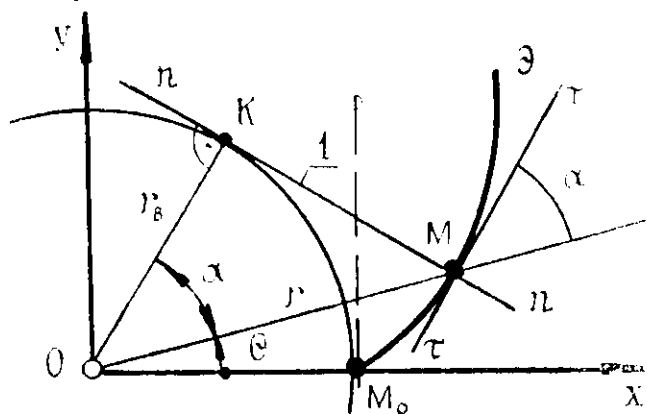


Рис. 7.1

Условие перекачивания производящей прямой без скольжения можно выразить равенством

$$KM = -KM_0, \quad (7.1)$$

которое не используют для вывода уравнения эвольвенты. При этом оказывается удобнее использовать полярные координаты $\vec{r} = \overline{OM}$ — полярный радиус точки M эвольвенты, θ — полярный угол точки M , который отсчитывается от начального радиус-вектора $\vec{r}_0 = \overline{OM_0}$. Проще всего для эвольвенты получить параметрические уравнения. В качестве переменного параметра используют угол α , составленный радиус-вектором $\vec{r} = \overline{OM}$ точки M и касательной к эвольвенте в данной точке, который называют **профильным углом** эвольвенты.

Обозначим радиус основной окружности r_a . Тогда условие (7.1) может быть записано в виде:

$$r_a (1g\alpha - (\Theta + 1)\alpha) = \Theta - 1g\alpha - \alpha.$$

Функция $1g\alpha - \alpha$ называется **инволютой** и обозначается $\text{inv}\alpha$. Следовательно, эвольвентный угол Θ можно определить через α выражением $\Theta = \text{inv}\alpha$.

Для полированного радиуса r из треугольника ОКМ получается следующее выражение $r = r_a/\cos\alpha$.

Таким образом, параметрические уравнения эвольвенты с переменным параметром α имеют вид:

$$\Theta = \text{inv}\alpha = 1g\alpha - \alpha; \quad r = r_a/\cos\alpha. \quad (7.2)$$

Основные свойства эвольвенты:

- 1) от одной основной окружности можно построить множество эвольвент; каждая ветвь эвольвенты вполне определяется радиусом основной окружности и положением начальной точки М на окружности;
- 2) эвольвента не имеет точек внутри основной окружности;
- 3) нормаль к эвольвенте в любой ее точке направлена по касательной к основной окружности;
- 4) центр кривизны эвольвенты лежит в точке касания нормали с основной окружностью;
- 5) профильный угол и радиус кривизны для начальной точки эвольвенты равны нулю.

7.2. Эвольвентное зацепление

Пусть на звене 1 выполнен эвольвентный профиль $\mathcal{E}_1$ от основной окружности радиуса r_{a1} , а на звене 2 - эвольвентный профиль $\mathcal{E}_2$ от основной окружности радиуса r_{a2} . Поместим центры этих окружностей в центры вращения O_1 и O_2 на расстоянии $a_r > r_{a1} + r_{a2}$ и введем эвольвентные профили в зацепление. В точке касания К профилей нормаль к эвольвенте $\mathcal{E}_1$ должна быть касательной к основной окружности звена 1, а нормаль к эвольвенте $\mathcal{E}_2$ - касательной к основной окружности звена 1, а нормаль к эвольвенте $\mathcal{E}_2$ - касательной к основной окружности звена 2. Так как в точке касания нормали совпадают, точка касания К профилей лежит на прямой nn, касательной к обеим основным окружностям (рис. 7.2).

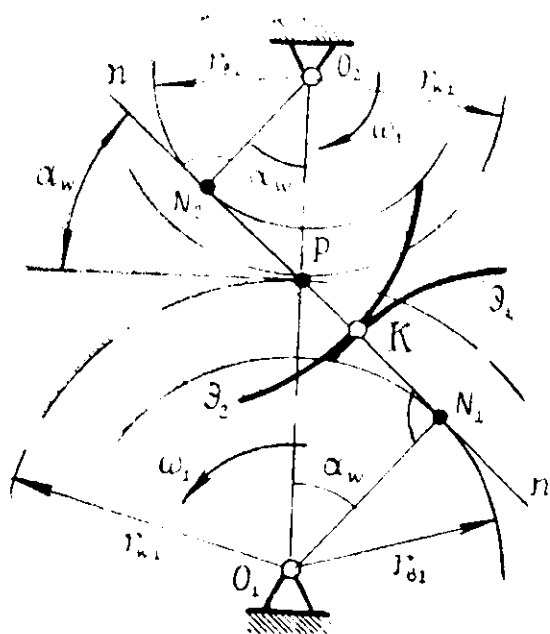


Рис. 7.2

При вращении звеньев 1, 2 точка контакта эвольвент перемещается по отрезку N_1N_2 этой касательной. Вне отрезка N_1N_2 эвольвенты касаться не могут, так как не могут иметь общей нормали.

Таким образом, линия зацепления эвольвентных профилей совпадает с общей нормалью к ним и лежит на отрезке N_1N_2 общей касательной к основным окружностям.

Полос зацепления — точка P , которую определяют в пересечении общей нормали nn с линией центров, — занимает постоянное положение. Следовательно,

центрами в относительном движении звеньев служат **начальные окружности радиусов $r_{w1} = O_1P$ и $r_{w2} = O_2P$.**

Передаточное отношение эвольвентного зацепления постоянно и равно

$$u_{12} = \pm r_{w2}/r_{w1}.$$

Угол α_w между линией зацепления и прямой, перпендикулярной к линии центров, называют **углом зацепления**.

Из треугольников O_1PN_1 и O_2PN_2 выражаются радиусы основных окружностей:

$$r_{o1} = r_{w1} \cdot \cos \alpha_w; \quad r_{o2} = r_{w2} \cdot \cos \alpha_w.$$

Следовательно, передаточное отношение в эвольвентном зацеплении можно определить через радиусы основных окружностей

$$u_{12} = \pm r_{o2}/r_{o1}, \quad (7.3)$$

откуда видно, что передаточное отношение эвольвентного зацепления не изменяется при изменении межосевого расстояния a_w .

7.3. Цилиндрическая эвольвентная зубчатая передача

Зубчатым зацеплением называют высшую кинематическую пару, которая образуется последовательно и непрерывно

взаимодействующими поверхностями зубьев. Зубчатое зацепление является основой для проектирования трехзвенных зубчатых механизмов из некрутых или круглых зубчатых колес, служащих для передачи вращательного движения соответственно с переменным или постоянным передаточным отношением.

Механизм, который используется для передачи вращения с постоянным отношением скоростей между параллельными осями, называют **цилиндрической зубчатой** передачей. Так как подвижные звенья этого механизма совершают плоское движение, к нему применима теория плоского зацепления. Чтобы получить постоянное передаточное отношение за время зацепления одной пары зубьев, боковые профили зубьев в сечении плоскостью движения выполняют эвольвентными. Поэтому передача называется **эвольвентной**. Для обеспечения постоянства передаточного отношения в любом положении подвижных звеньев система зубьев на каждом колесе строится относительно общей для всех зубьев центростройки окружности. Поэтому форма колес оказывается цилиндрической.

Непрерывность зацепления зубьев обеспечивается размещением зубьев на колесах с постоянным угловым шагом, а также согласованием всех геометрических размеров пары зацепляющихся колес. Геометрические размеры колес передачи должны удовлетворять также ряду дополнительных ограничений, обеспечивающих отсутствие заклинивания, отсутствие заострения зубьев и др.

7.4. Геометрические параметры зубчатого колеса

Геометрические размеры зубчатого колеса с прямыми зубьями достаточно определить в торцевом сечении — сечении плоскостью, перпендикулярной оси вращения.

Размеры зубьев удобно задавать в долях какой-либо одной линейной величины (рис. 7.3). Так как зубья на колесе размещаются с постоянным угловым шагом, длину любой окружности колеса диаметра d можно выразить:

$$\pi d = pz, \quad (7.4)$$

где z — число зубьев колеса; p — окружной шаг, равный расстоянию по дуге окружности между одноименными точками двух соседних зубьев.

Если ввести обозначение $m = p/\pi$, то диаметр окружности можно выразить $d = mz$. (7.5)

Величина $m = p/z$ называется модулем колеса по окружности диаметра d .

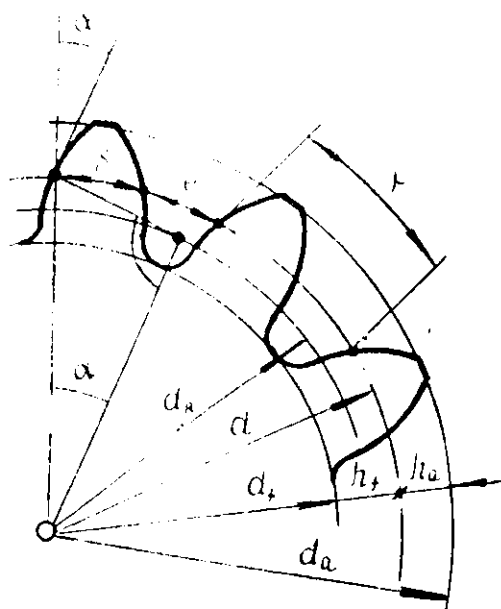


Рис. 7.3

Одна из окружностей колеса принимается за базу для определения размеров зубьев и называется **делительной**. Для модуля по делительной окружности введены стандартные рациональные значения (от 0,05 до 100 мм, ГОСТ 9563 60), что позволяет получить рациональные значения всех характерных размеров колеса и, таким образом, уменьшить номенклатуру зуборезного и зубомерного инструментов.

Таким образом, **окружность колеса**, диаметр которой d определяется по стандартному модулю, являющаяся базой для определения размеров колеса, называется **делительной**.

Все прочие характерные размеры колеса и зубьев выражаются также в долях стандартного модуля m .

Толщина зуба s и ширина впадины e по дуге делительной окружности в сумме равны окружному шагу:

$$p = s + e.$$

Толщина зуба определяется соотношением:

$$s = p/2 \cdot \Lambda m,$$

где Λ — безразмерный коэффициент изменения толщины зуба.

Если $\Lambda = 0$ зубчатое колесо называют **нулевым** (колесо с равноделенным шагом, так как $s = e$), при $\Lambda > 0$ — **положительным**, при $\Lambda < 0$ — **отрицательным**. Величина Λ определяется из условий зацепления пары колес.

Делительная окружность делит зуб по высоте на головку и ножку, высоты которых обозначаются h_a , h_f (рис. 7.3). Полная высота зуба равна $h = h_a + h_f$. Размеры зуба по высоте определяются через модуль:

$$h_a = h_a^* m, \quad h_f = (h_f^* + c^*) m, \quad h = (2h_a^* + c^*) m,$$

где h_a^* — коэффициент высоты зуба; c^* — коэффициент радиального зазора.

Для пилевого колеса, опять-таки с целью уменьшения номенклатуры зуборезного инструмента, введены стандартные значения этих коэффициентов $h_a^* = 0,8; 1$; $c^* = 0,25$. Стандартные значения установлены такими, чтобы для пилевого колеса с любым числом зубьев последние не имели заострения, и в зацеплении колес обеспечивался бы достаточный радиальный зазор, предотвращающий возможность заклинивания из-за погрешностей изготовления.

Кроме того, для всех колес с эвольвентными профилями зубьев установлено стандартное значение профильного угла эвольвенты $\alpha = 20^\circ$ для точки, лежащей на делительной окружности. Поэтому профили зубьев очерчиваются эвольвентами основной окружности, радиус которой выражается через радиус делительной окружности:

$$d_a = d \cos \alpha; \quad r_a = r \cos \alpha. \quad (7.6)$$

Теперь можно указать, как определяются основные размеры пилевого колеса: диаметр d_a окружности вершин и диаметр d_f окружности впадин:

$$d_a = d \pm 2h_a = m(z \pm 2h_a^*), \quad (7.7)$$

$$d_f = d \mp 2h_f = m(z \mp 2(h_a^* + c^*)), \quad (7.8)$$

где верхний знак — для колеса с внешними зубьями, нижний — для колеса с внутренними зубьями.

7.5. Толщина зуба по окружности произвольного радиуса

Пусть толщина зуба s по делительной окружности колеса известна. Определим толщину зуба s_d по окружности произвольного диаметра d_d . Для этой цели воспользуемся схемой на рис. 7.4, где боковые профили зуба представляют эвольвенты основной окружности диаметра d_a . На рис. 7.4б представлена схема зуба колеса с внутренними зубьями.

Толщину s_d можно выразить $s_d = d_d \gamma_d$, где $2\gamma_d$ — угловая толщина зуба по окружности диаметра d_d .

Для определения угла γ_d запишем уравнение:

$$2\gamma_d \pm 2\Theta_d = 2\gamma \pm 2\Theta,$$

где «+» соответствует внешнему зубу, знак «-» внутреннему, 2γ — угловая толщина зуба по делительной окружности, равная $2\gamma = 2s/d$; Θ , Θ_d — эвольвентные углы точек эвольвентного профиля, лежащих соответственно на делительной окружности и окружности диаметра d_d .

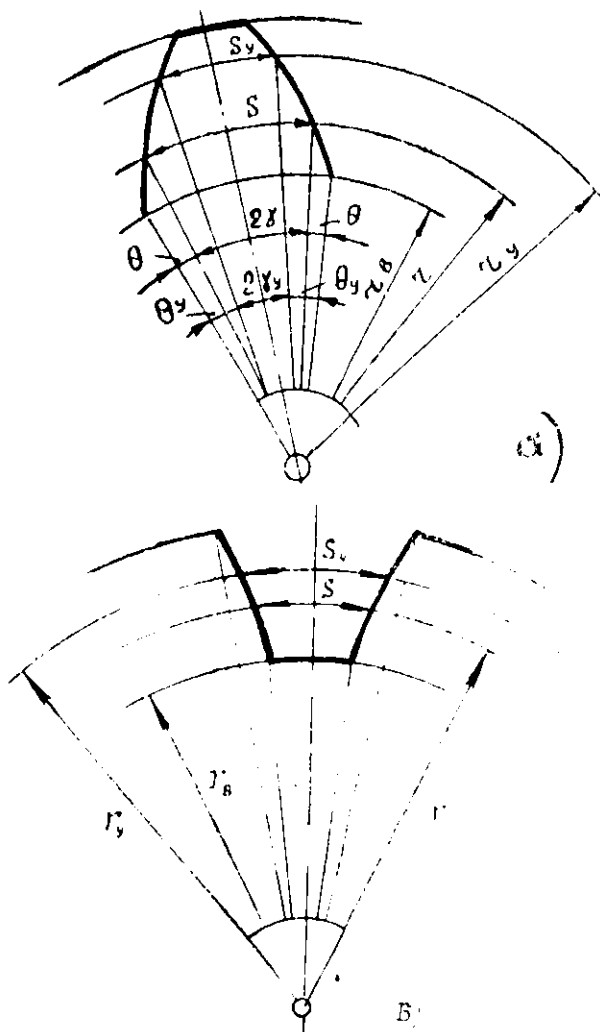


Рис. 7.4.

Выразив из уравнения γ_H , получим для s_H выражение:

$$s_H = d_H (s/d + \theta \mp \theta_H).$$

Углы θ , θ_H определяются с использованием параметрических уравнений эвольвенты (7.2):

$\Theta = \ln V \alpha$; $\alpha = 20^\circ$; $\Theta_H = \ln V \alpha_H$; $\alpha_H = \arccos(d_n/d_H)$,
Следовательно, s_H определяется формулой:

$$s_H = d_H (s/d \pm \ln V \alpha \mp \ln V \alpha_H), \quad (7.9)$$

а по основной окружности $s_H = d_H (s/d \pm \ln V \alpha)$, (7.10)
где верхние знаки соответствуют схеме а), нижние — схеме б).

8. ИЗГОТОВЛЕНИЕ ЗУБЧАТЫХ КОЛЕС И ОПРЕДЕЛЕНИЕ ИХ ПАРАМЕТРОВ ПО УСЛОВИЯМ СТАНОЧНОГО ЗАЦЕПЛЕНИЯ

8.1. Образование эвольвентных профилей методом огибания

8.1.1.* Образование сопряженных поверхностей по Оливье. Боковые профили зубьев, обеспечивающие постоянство передаточного отношения зубчатой передачи, как следует из основной теоремы зацепления, могут быть различными. Однако, наибольшее применение в технике находят эвольвентные зубчатые колеса, что обусловлено наилучшей технологичностью эвольвентных профилей. Важным свойством эвольвентной кривой является возможность ее получения как огибающей к семейству прямых, что используется при нарезании зубчатых колес инструментом реечного типа с прямолинейным профилем режущей кромки.

Принципиально для изготовления зубьев колес могут быть применены два способа: способ копирования и способ огибания. При использовании метода копирования режущая кромка инструмента должна иметь криволинейный профиль, соответствующий профилю боковой поверхности зуба. Образование поверхности осуществляется за счет двух движений — режущего и движения подачи. Этот способ в производстве колес практически уже не применяется из-за его малой производительности и большой потребности в зуборезном инструменте.

В способе огибания режущая кромка инструмента имеет профиль, отличный от профиля боковой поверхности зуба, например, прямолинейный. Инструменту сообщается такое движение относительно заготовки, при котором режущая кромка огибает изготавливаемый профиль. Последний образуется как огибающая к семейству относительных положений режущей кромки инструмента. Образование боковой поверхности зуба реализуется тремя движениями: движением огибания, режущее, движение подачи.

Кинематическая теория метода огибания была разработана Оливье (1793—1858). Применительно к производству сопряженных поверхностей им указаны два варианта метода огибания:

огибание прямолинейной режущей кромкой (инструмент реечного типа), огибание сопряженным профилем (инструмент в виде зубчатого колеса — долбяка).

8.1.2. **Кинематика образования эвольвентных профилей методом огибания.** Рассмотрим зацепление вращающегося звена 1 с эвольвентным профилем и поступательно движущегося звена 2 с прямолинейным профилем, которое называют реечным зацеплением (рис. 8.1а). Эвольвентный профиль звена 1 выполнен от основной окружности радиуса r_{a1} с центром в точке O_1 , а прямолинейный профиль звена 2 имеет угол профиля α .



Рис. 8.1

Проведем из O_1 прямую, перпендикулярную к $\vec{V}_2$, и через точку касания профилей общую нормаль nn . Найдём точку пересечения этих прямых — полюс зацепления P . Согласно основной теореме зацепления имеем:

$$V_2/\omega_1 = O_1P.$$

Линия nn в данном случае неподвижна — она касается основной окружности звена 1 и перпендикулярна рабочему профилю звена 2, поэтому она является линией зацепления. Угол, составленный прямой nn с направлением вектора $\vec{V}_2$, равен углу профиля рейки и называется углом зацепления. Точка касания профилей не может находиться за пределами отрезка PN_1 справа.

Так как полюс зацепления P неподвижен, отношение скоростей V_2, ω_1 звеньев реечного зацепления постоянно и определяется величинами радиуса r_{a1} основной окружности звена 1 и угла α профиля рейки:

$$V_2/\omega_1 = r_{a1}/\cos\alpha. \quad (8.1)$$

Этот вывод дает возможность реализовать процесс изготовления эвольвентного профиля методом огибания, если в качестве звена 1 взять заготовку, а звену 2 придать свойства режущего инструмента. Принудительно сообщив звеньям прерывистое движение со скоростями V_2 , ω_1 , а в моменты остановок заставив рейку совершать режущее движение вдоль оси заготовки, получим эвольвентный профиль как огибающую к семейству относительных положений прямой режущей кромки инструментальной рейки. При этом будет сформирована эвольвента основной окружности радиуса (рис. 8.16):

$$r_{a1} = -(V_2 \cos \alpha) / \omega_1. \quad (8.2)$$

Зацепление заготовки колеса и реечного инструмента в процессе изготовления называют **станочным зацеплением**.

Для нарезания колес с внутренними зубьями методом огибания применяют зуборезный инструмент в виде зубчатого колеса-долбяка. В процессе нарезания эвольвентный профиль зуба на заготовке получается как огибающая к семейству относительных положений эвольвентного профиля зуба долбяка.

8.1.3. Инструментальная рейка. Профиль инструментальной рейки стандартизован в соответствии со стандартом на нулевое колесо и имеет вид, показанный на рис. 8.2. Шаг рейки одина-

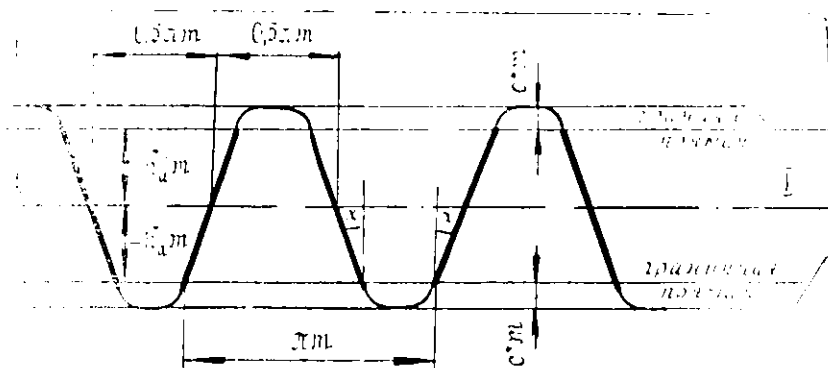


Рис. 8.2

ков для любого ее сечения и равен $p = \pi m$, где m — модуль. Средняя прямая II , на которой толщина зуба и ширина впадины рейки одинаковы и равны $\pi m/2$, называется модульной прямой. Угол профиля зуба рейки равен $\alpha = 20^\circ$. Высота головки зуба рейки увеличена на величину s^*m , так как головка зуба рейки вырезает ножку зуба колеса. Высота ножки зуба рейки увеличена также на s^*m для обеспечения радиального зазора в станочном зацеплении.

Весь контур инструментальной рейки, показанный на рис. 8.2, называют исходным. Выделенная на схеме часть контура, которая участвует в нарезании, называется производящим исходным контуром.

8.2. Станочное зацепление и определение размеров колеса по его условиям

8.2.1. Смещение рейки и его влияние на форму зуба. В станочном зацеплении (рис. 8.3) всегда обеспечивают отношение скорости рейки V_2 и угловой скорости ω_1 заготовки, равным радиусу делительной окружности нарезаемого колеса:

$$V_2/\omega_1 = r_1 = 0,5\pi z_1. \quad (8.3)$$

Поэтому центрами относительного движения звеньев являются делительная окружность Π_1 заготовки колеса и прямая Π_2 рейки, касательная к Π_1 . Так как Π_1 и Π_2 перекатываются без скольжения, толщина зуба колеса по делительной окружности оказывается равна ширине впадины рейки по прямой Π_2 :

$$s = \pi m / 2 + 2X \tan \alpha. \quad (8.4)$$

Здесь расстояние X между модульной прямой Π рейки и делительной окружностью колеса называют **сдвигом** (смещением) рейки и считают его положительным при сдвиге рейки от центра заготовки.

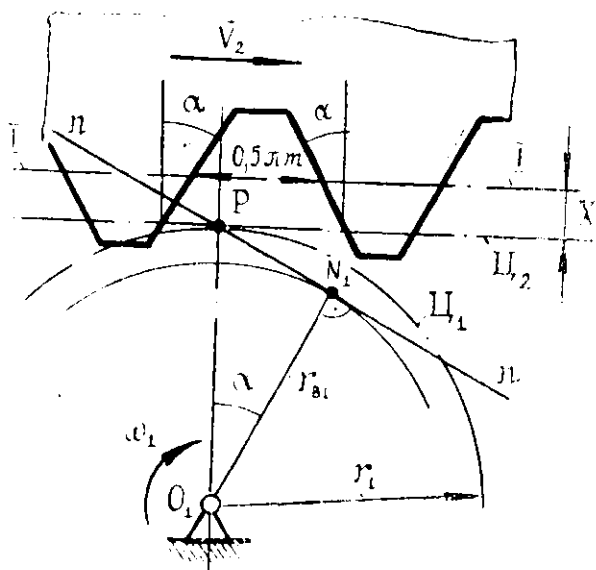


Рис. 8.3

При любом расстоянии рейки от центра заготовки вследствие условия (8.3) она всегда формирует эвольвенты основной окружности, для которых радиус основной окружности равен:

$$r_{a1} = r_e \cos \alpha. \quad (8.5)$$

В зависимости от величины и знака X можно получить зубчатые колеса с различными характеристиками:

при $X=0$ получается **нулевое** колесо, у которого толщина зуба s и ширина впадины e по делительной окружности равны между собой $s=e=\pi m/2$ — это следует из (8.4);

при $X>0$ получается **положительное** колесо ($s>\pi m/2$, $e<\pi m/2$);

при $X<0$ получается **отрицательное** колесо ($s<\pi m/2$, $e>\pi m/2$).

На рис. 8.4 приведена схема, которая иллюстрирует влияние смещения рейки на форму нарезаемых зубьев. С увеличением алгебраического значения смещения толщина зуба в основании увеличивается, а при вершине — уменьшается (рис. 8.4а). При

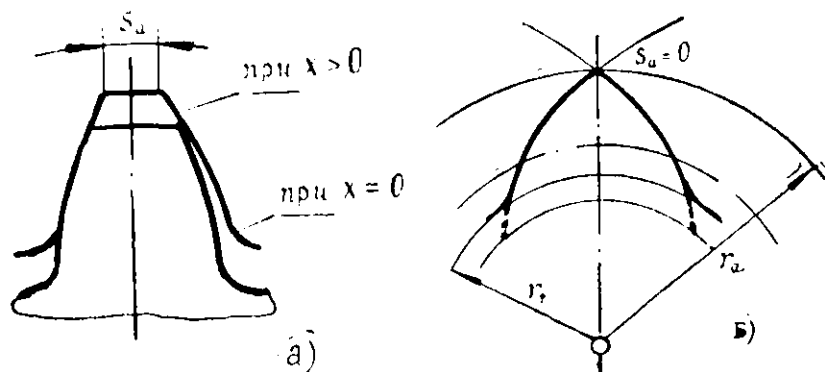


Рис. 8.4

этом для образования профиля зуба используется участок эвольвенты, более удаленный от основной окружности, и возникает опасность заострения зуба — пересечения боковых профилей внутри окружности вершин (рис. 8.4б).

Профиль нарезаемого зуба имеет эвольвентную и неэвольвентную части. Эвольвентная часть формируется прямой режущей кромкой зуба рейки. Неэвольвентная часть профиля лежит внутри основной окружности колеса и формируется скругленными участками головок зубьев рейки.

Применение метода огибания (обкатки) даст возможность нарезать одним инструментом зубчатые колеса с различным числом зубьев z при одном модуле m .

8.2.2. Определение размеров зубчатого колеса по условиям станочного зацепления. При определении толщины зуба по делительной окружности используется выражение (8.4). Обычно абсолютный сдвиг X рейки выражают в долях модуля $X = x \cdot m$, где x — коэффициент смещения, считающийся алгебраической величиной для учета направления смещения рейки. Тогда

$$s = -\pi m / 2 + 2mx \operatorname{tg} \alpha. \quad (8.6)$$

При проектировании передачи коэффициент смещения x выбирается по соображениям улучшения качества передачи.

Из условий станочного зацепления можно определить радиус окружности впадин колес. Он равен радиусу окружности заготовки, которой касается прямая головок рейки:

$$r_f = r + X \cdot (h_a^* + c^*)m = 0,5mz + xm \cdot (h_a^* + c^*)m. \quad (8.7)$$

При нулевом смещении рейки получаем величины s , r_f , соответствующие нулевому колесу:

$$s = -\pi m / 2; \quad r_f = 0,5mz \cdot (h_a^* + c^*)m.$$

Наружный диаметр заготовки при нарезании колеса устанавливается равным расчетному значению диаметра окружности вершин зубьев колеса. Однако, значение $d_a(r_a)$ определяется из условия обеспечения нормированного радиального зазора в зацеплении пары колес.

8.3. Подрез зубьев и минимальное смещение рейки

При нарезании зубчатых колес методом огибания может возникнуть явление подреза — отклонение профиля зуба в его основании от эвольвентного и уменьшение толщины (рис. 8.5а).

Подрез происходит, если в схеме станочного зацепления (рис. 8.5б) прямая $ГГ$ рейки пересекает линию nn станочного зацепления за пределами отрезка PN_1 справа. Из теории реечного зацепления известно, что касание профилей может происходить на линии nn только левее точки N_1 . Правее точки N_1 наблюдается пересечение эвольвентного профиля прямолинейным профилем рейки. Поэтому при изготовлении колеса в такой ситуации зуб инструментальной рейки срезает часть эвольвентного зуба в его основании.

Для устранения подреза необходимо рейке сообщить и минимальный сдвиг X_{min} (рис. 8.5б):

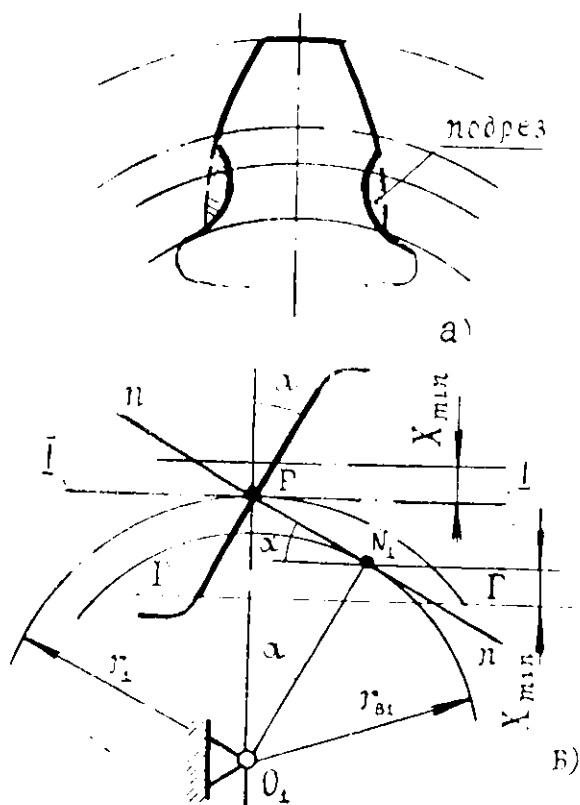


Рис. 8.5

$$x_{min} = h_a^* m - 0,5 m z \sin^2 \alpha.$$

Минимальное относительное смещение равно:

$$x_{min} = h_a^* - 0,5 z \sin^2 \alpha. \quad (8.8)$$

Из (8.8) видно, что с уменьшением z величина x_{min} возрастает, то есть возрастает опасность подреза. Полагая в (8.8) величину $x_{min} = 0$, получим минимальное число зубьев колеса, которое парезается без подреза при нулевой установке рейки:

$$z_{min} = 2h_a^* / \sin^2 \alpha. \quad (8.9)$$

При $h_a^* = 1$, $\alpha = 20^\circ$ оказывается $z_{min} = 17$.

Выполнив в (8.8) замены $\sin^2 \alpha = 2h_a^* / z_{min}$, $h_a^* = 1$, получим для x_{min} простое выражение $x_{min} = (17 - z) / 17$.

9. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ПЕРЕДАЧИ ПО УСЛОВИЯМ ЗАЦЕПЛЕНИЯ КОЛЕС

9.1. Расчет параметров передачи из основных условий зацепления колес

9.1. Основные условия существования зацепления колес. Пусть изготовлены два зубчатых колеса, имеющих модули m_1 , m_2 и числа зубьев z_1 , z_2 . Боковые профили зубьев этих колес являются эвольвентами основных окружностей радиусов $r_{a1} = 0,5m_1z_1 \cos \alpha$, $r_{a2} = 0,5m_2z_2 \cos \alpha$.

Введем в зацепление зубчатые колеса, обеспечив касание боковых профилей двух зубьев (рис. 9.1). Тогда линия зацепления π пройдет касательно к основным окружностям колес и составит некоторый, неизвестный пока, угол зацепления α_w . Центрами относительного движения колес будут служить начальные окружности радиусов.

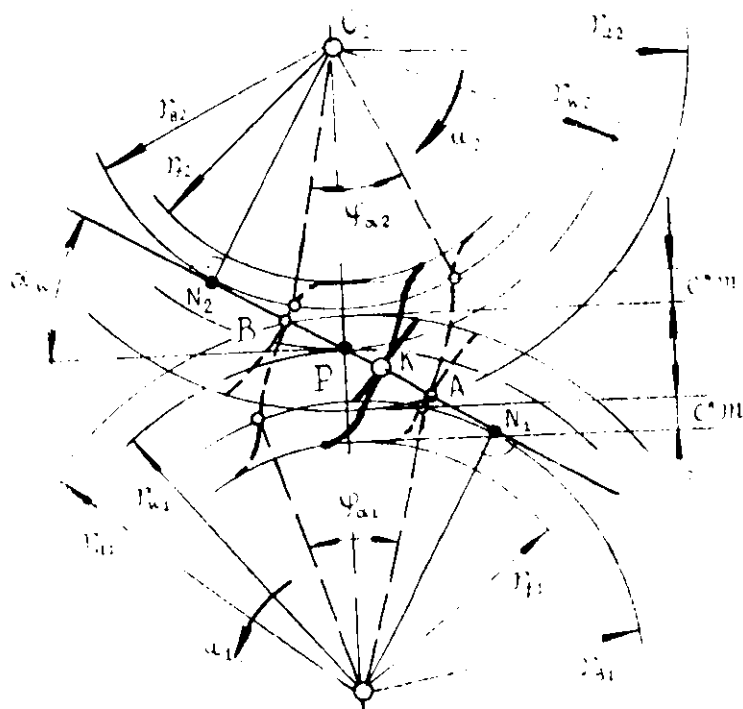


Рис. 9.1

$$r_{a1} = r_{a1}' / \cos \alpha_w; \quad r_{a2} = r_{a2}' / \cos \alpha_w \quad (9.1).$$

Для обеспечения работоспособности передачи в любой момент времени должны выполняться следующие **основные условия** существования зацепления колес:

1) шаги колес по начальным окружностям должны быть равны (условие качения центронд)

$$p_{w1} = p_{w2}; \quad (9.2)$$

2) толщина зуба по начальной окружности одного колеса должна быть равна ширине впадины по начальной окружности другого колеса (условие беззазорного зацепления):

$$s_{w1} = e_{w2}, \quad s_{w2} = e_{w1}; \quad (9.3)$$

3) между окружностью вершин одного колеса и окружностью впадин другого колеса по линии центров должен быть радиальный зазор нормированной величины e^*m (условие наличия радиального зазора)

$$r_{a1} + r_{f2} + e^*m = a_w, \quad r_{a2} + r_{f1} + e^*m = a_w; \quad (9.4)$$

4) перед выходом из зацепления одной пары зубьев должна вступать в зацепление другая пара зубьев (условие непрерывности зацепления зубьев). Данное условие может быть выражено только неравенством. Поэтому его относят к числу дополнительных (проверочных) условий синтеза передачи.

9.1.2. **Расчет параметров** выполняется с использованием уравнений (9.2)–(9.4).

Модуль передачи. Так как шаги колес по делительным окружностям равны πm_1 , πm_2 , величины p_{w1} , p_{w2} можно определить из уравнений $p_{w1}/r_{w1} = \pi m_1/r_1$, $p_{w2}/r_{w2} = \pi m_2/r_2$, где r_1 , r_2 — радиусы делительных окружностей. Тогда условие (9.2) записывается в виде уравнения:

$$\pi m_1 \cos \alpha / \cos \alpha_w = \pi m_2 \cos \alpha / \cos \alpha_w.$$

Откуда следует, что зубчатые колеса передачи должны иметь одинаковые модули $m_1 = m_2 = m$. Равенство модулей обуславливает равенство шагов p_1 , p_2 по делительным окружностям и шагов p_{w1} , p_{w2} по основным окружностям:

$$p_1 = p_2 = p = \pi m, \quad p_{w1} = p_{w2} = p_w = \pi m \cos \alpha.$$

Угол зацепления α_w определяется из уравнения, которое получают по условиям (9.2), (9.3). Так как $p_{w1} = s_{w1} + e_{w1}$, можно записать уравнение:

$$\pi m \cos \alpha / \cos \alpha_w = s_{w1} + s_{w2},$$

которое после преобразований приводится к следующему виду:

$$\ln V \alpha_w = \ln V \alpha + 2 \lg \alpha (x_1 + x_2) / (z_1 + z_2). \quad (9.5)$$

Угол зацепления вычисляется при проектировании передач в первую очередь. При этом используются уравнение (9.5) и таблицы эвольвентной функции $\ln V \alpha_w = \lg \alpha_w - \alpha_w$.

Радиусы начальных окружностей оказываются равны:

$$r_{w1}=0,5mz_1\cos\alpha/\cos\alpha_w; \quad r_{w2}=-0,5mz_2\cos\alpha/\cos\alpha_w. \quad (9.6)$$

Межосевое расстояние:

$$a_w=r_{w1}-r_{w2}=0,5m(z_1+z_2)\cos\alpha/\cos\alpha_w. \quad (9.6)$$

Формула (9.6) иногда записывается в виде $a_w=a+y$, где $a=0,5m(z_1+z_2)$, y коэффициент воспринимаемого смещения

$$y=0,5(z_1+z_2)(\cos\alpha-\cos\alpha_w)/\cos\alpha_w. \quad (9.7)$$

Радиусы окружностей вершин определяются из (9.4)

$$r_{a1}=a_w-r_{f1}\cdot c^*m; \quad r_{a2}=a_w-r_{f2}\cdot c^*m. \quad (9.8)$$

Иногда вводят обозначение $\Delta y=x_1+x_2-y$, где Δy - коэффициент уравнивающего смещения. Тогда формулы (9.8) приобретают вид:

$$r_{a1}=r_1+(1+x_1-\Delta y)m; \quad r_{a2}=r_2+(1+x_2-\Delta y)m. \quad (9.9)$$

Передаточное отношение передачи:

$$u_{12}=\pm r_{w2}/r_{w1}=\pm r_{a2}/r_{a1}=\pm z_2/z_1 \quad (9.10)$$

9.1.3. Виды передач. Эксплуатационные характеристики зубчатой передачи зависят от алгебраического значения суммы относительных смещений $\Sigma x=x_1+x_2$. В зависимости от величины x_1+x_2 принято различать следующие виды передач:

нулевая; $x_1+x_2=0$, $\alpha_w=\alpha$, $a_w=0,5mz_c$, $r_{w1}=r_1$, $r_{w2}=r_2$; нулевая передача получается при $x_1=0$, $x_2=0$ или при $x_1=-x_2$; в последнем случае ее называют равносмещенной;

положительная; $x_1+x_2>0$, $\alpha_w<\alpha$, $a_w>0,5mz_c$, $r_{w1}>r_1$, $r_{w2}>r_2$;

отрицательная; $x_1+x_2<0$, $\alpha_w>\alpha$, $a_w<0,5mz_c$, $r_{w1}<r_1$, $r_{w2}<r_2$. Здесь во всех случаях $z=z_1+z_2$.

Наибольшее применение в практике находят положительные передачи, так как они обладают большей нагрузочной способностью.

9.2. Дополнительные условия существования зацепления зубчатых колес

9.2.1. Коэффициент перекрытия. Для оценки выполнения условия непрерывности зацепления зубьев введено понятие коэффициента перекрытия, которым называют отношение угла перекрытия к угловому шагу колеса:

$$\epsilon=\varphi_{\Sigma 1}/\tau_1=\varphi_{\Sigma 2}/\tau_2, \quad (9.11)$$

Здесь τ_1 , τ_2 - угловые шаги колес; $\tau_1=r_1/\tau_{b1}$; $\tau_2=r_2/\tau_{b2}$.

Угол поворота $\varphi_{\Sigma 1}$ (или $\varphi_{\Sigma 2}$) колеса за время зацепления одной пары зубьев называют **углом перекрытия**. Для определения $\varphi_{\Sigma 1}$, $\varphi_{\Sigma 2}$ рассмотрим схему зацепления колес на рис. 9.1.

При указанных здесь направлениях вращения колес начальное касание пары зацепляющихся зубьев произойдет на линии зацепления или в точке А, или в точке В. Участок АВ линии зацепления, ограниченный окружностями вершин, называют **активной линией** зацепления.

По свойству эвольвенты длину АВ можно выразить $AB = r_{a1} \varphi_{12}$, где r_{a1} — радиус основной окружности, заключенная между положениями основной эвольвенты в моменты начала и конца зацепления. Аналогично для колеса 2 $AB = r_{a2} \varphi_{21}$. Таким образом,

$$\varphi_{12} = AB/r_{a1}; \quad \varphi_{21} = AB/r_{a2},$$

а коэффициент перекрытия можно определить формулой:

$$\epsilon = AB / d \sin \alpha. \quad (9.12)$$

Если по рис. 9.1 выразить длину АВ $AB = PB + PA = (N_2 A + X_1 P) - (X_2 B + N_1 P)$, а затем определить длину указанных отрезков из трех соотношений $O_1 N_1 B$, $O_1 N_1 P$, $O_2 N_2 A$, $O_2 N_2 P$, то для коэффициента перекрытия можно получить выражение

$$\epsilon = [r_{a1}(\operatorname{tg} \alpha_{a1} - \operatorname{tg} \alpha_w) + r_{a2}(\operatorname{tg} \alpha_{a2} - \operatorname{tg} \alpha_w)] / p_w. \quad (9.13)$$

Здесь α_{a1} , α_{a2} — углы профиля зуба по окружности вершин, которые определяются из соотношений:

$$\cos \alpha_{a1} = r_{a1} / r_{a1}, \quad \cos \alpha_{a2} = r_{a2} / r_{a2}.$$

Условие непрерывности зацепления зубьев колес выполняется, если коэффициент перекрытия $\epsilon \geq 1$. Если передача спроектирована на $\epsilon = 1$, то вследствие погрешностей изготовления и сборки передачи коэффициент перекрытия может оказаться $\epsilon < 1$ и передача будет работать с периодическими скачками. Поэтому минимальное допустимое значение коэффициента перекрытия считают равным 1,15. Если в спроектированной передаче окажется $\epsilon < 1,15$, и меняют коэффициенты смещения x_1 , x_2 зубчатых колес и выполняют перерасчет всех параметров передачи.

9.2.2. Заострение зубьев. При проектировании передачи проверяется условие отсутствия заострения зубьев: толщины зубьев по окружностям вершин должны удовлетворять неравенствам:

$$s_{a1} \geq 0,2m; \quad s_{a2} \geq 0,2m. \quad (9.14)$$

Здесь $0,2m$ — нормированная минимальная толщина зубьев по вершинам. При выполнении условий (9.14) следует уменьшить коэффициенты смещения x_1 , x_2 .

9.2.3. Интерференция зубьев при внешнем зацеплении. Касание эвольвентных профилей может происходить только в пределах теоретической линии зацепления $N_1 N_2$ (рис. 9.1). За пределами отрезка $N_1 N_2$ правее точки N_1 и левее точки N_2

может проходить только пересечение эвольвент. Это происходит, если радиусы окружностей вершин окажутся чрезмерно большими $r_{a1} > O_1N_2$, $r_{a2} > O_2N_1$. В этом случае при рассмотрении теоретической картины зацепления обнаруживается наложение (интерференция) зуба одного колеса на зуб другого колеса, а при попытке ввести в зацепление изготовленные колеса происходит их заклинивание.

Интерференция отсутствует, если выполняются условия $r_{a1} \leq O_1N_2$, $r_{a2} \leq O_2N_1$ или

$$r_{a1} \leq \sqrt{r_{a1}^2 + (r_{a1} + r_{a2})^2 \tan^2 \alpha_w}; \quad r_{a2} \leq \sqrt{r_{a2}^2 + (r_{a1} + r_{a2})^2 \tan^2 \alpha_w}; \quad (9.15)$$

Наложение зубьев в расчетной зоне зацепления называют интерференцией первого рода. Наличие интерференции в стандартном зацеплении вызывает подрез зубьев изготавливаемого колеса.

9.2.4. Интерференция зубьев при внутреннем зацеплении. На рис. 9.2 показано внутреннее зацепление эвольвентных профилей Θ_1 , Θ_2 с основных окружностей радиусов r_{o1} , r_{o2} . В этом

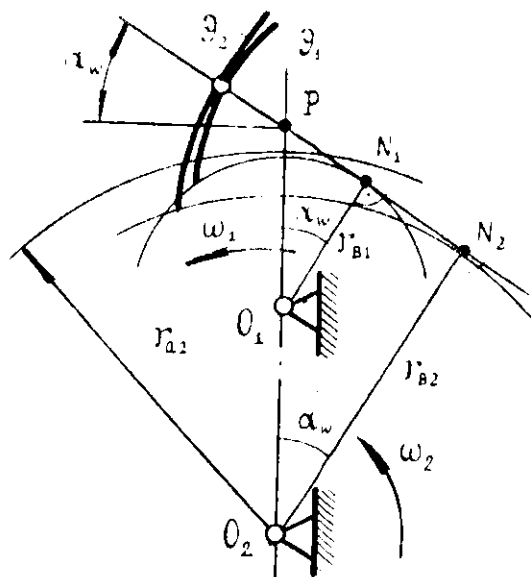


Рис. 9.2

случае касание эвольвент может проходить на линии не только левее точки N_1 . Если в спроектированной передаче окажется $r_{a2} < O_2N_1$, граничная точка A активной линии зацепления оказывается внутри отрезка N_1N_2 . При этом условии

также возникает интерференция зубьев первого рода, а в процессе изготовления колеса с внутренними зубьями долбяком происходит срез вершины зуба изготавливаемого колеса. Условием отсутствия интерференции первого рода во внутреннем зацеплении является неравенство:

$$r_{a2} \leq \sqrt{r_{a2}^2 + (r_{a2} - r_{a1})^2} \operatorname{tg}^2 \alpha_w. \quad (9.16)$$

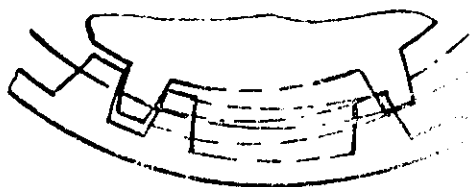


Рис. 9.3

При малой разности $z_2 - z_1$ чисел зубьев колес внутреннего зацепления может возникнуть также интерференция второго рода — наложение зубьев колес вне пределов расчетной зоны зацеп-

ления (рис. 9.3). Для нулевых колес внутреннего зацепления такой вид интерференции наблюдается при $z_2 - z_1 < 9$.

9.3. Качественные характеристики передачи

9.3.1. Коэффициент перекрытия характеризует среднее число пар зубьев, находящихся одновременно в зацеплении. Для прямозубой передачи, обычно $1 < \varepsilon < 2$, в среднем работает одна пара зубьев. В косозубых передачах достигают значений $\varepsilon > 2$ — в этом случае в среднем все время работают две пары зубьев. Таким образом, увеличение ε позволяет повысить нагрузочную способность передачи. Кроме того, при этом улучшается плавность и бесшумность работы зубчатого механизма.

9.3.2. Скольжение профилей. Так как зацепление является нецентральной парой, боковые профили зубьев всегда движутся со скольжением. Скорость $\bar{V}_{ск}$ скольжения равна относительной скорости точек касания K_2, K_1 профилей (рис. 9.4):

$$\bar{V}_{ск} = \bar{V}_{K2} - \bar{V}_{K1}.$$

Через угловые скорости ω_1, ω_2 звеньев $\bar{V}_{ск}$ можно выразить как скорость точки K_2 при относительном движении звена 2 относительно звена 1. В относительном движении скорость вращения звена 2 равна $\omega_2 + \omega_1$, а полюс P является мгновенным центром относительного вращения, поэтому

$$\bar{V}_{ск} = (\omega_1 + \omega_2) PK. \quad (9.17)$$

Таким образом, скорость скольжения переменна: ее величина зависит от расстояния между точкой касания K про-

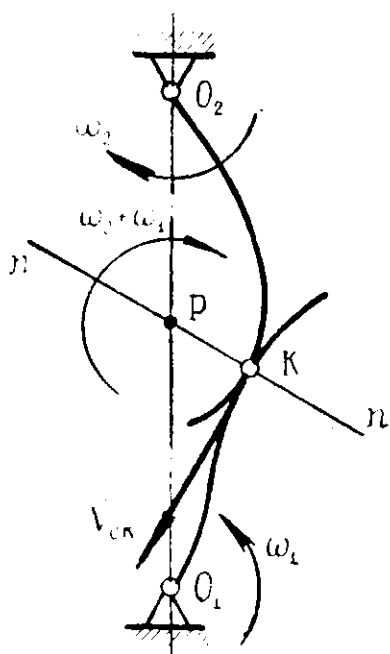


Рис. 9.4

филей и полюсом Р. При переходе точки К через Р вектор $V_{ck}=0$ и изменяет направление.

Скольжение профилей является причиной износа боковых поверхностей зубьев. Поэтому при проектировании передач стремятся уменьшить V_{ck} или выровнять относительное скольжение профилей на ножках зубьев, где износ оказывается наибольшим.

9.3.3. Приведенный радиус кривизны профилей. При проектировании модуль зубчатой передачи m , следовательно, размеры колес определяются по условию контактной прочности боковых поверхностей зубьев. Из теории прочности известно, что контактное напряжение обратно пропорционально величине $V\rho_{np}$, где ρ_{np} — приведенный радиус кривизны сопряженных поверхностей.

Для зацепления зубьев величина приведенного радиуса кривизны профилей выражается:

$$\rho_{np} = \rho_1 \rho_2 / (\rho_1 + \rho_2),$$

где $\rho_1 = KN_1$, $\rho_2 = KN_2$ — радиусы кривизны эвольвент. Приведенный радиус кривизны изменяется при изменении положения точки касания К профилей на линии зацепления. При совпадении точки К с полюсом Р величины $\rho_1 = N_1 P = r_{a1} \operatorname{tg} \alpha_w$, $\rho_2 = N_2 P = r_{a2} \operatorname{tg} \alpha_w$ и ρ_{np} определяется формулой:

$$\rho_{np} = 0,5 m z_1 [u_{12} / (1 + u_{12})] \cos \alpha \operatorname{tg} \alpha_w. \quad (9.18)$$

Из (9.18) видно, что при назначенных значениях z_1 , z_2 , m , α величина ρ_{np} возрастает с увеличением угла зацепления, который, в свою очередь, увеличивается при увеличении суммы относительных смещений $x_1 + x_2$ зубчатых колес. Таким образом, приведенный радиус кривизны боковых поверхностей зубьев колес передачи можно увеличить путем увеличения суммы $x_1 + x_2$ относительных смещений.

10. ПРОСТРАНСТВЕННЫЕ ЗУБЧАТЫЕ ПЕРЕДАЧИ

10.1. Типы пространственных передач

10.1.1. **Аксониды.** Наиболее общей задачей, которая решается посредством применения трехзвенных пространственных зубчатых механизмов, является передача вращения между двумя перекрещивающимися осями.

Пусть в пространстве произвольно заданы оси I, II. Вокруг этих осей должны вращаться с угловыми скоростями ω_1, ω_2 подвижные звенья передачи 1, 2 (рис. 10.1а). Относительное движение звеньев, например, движение звена 2 относительно звена 1, является пространственным (это можно установить, используя метод обращения). Известно, что для описания пространственного движения твердого тела его можно представить состоящим из скольжения **вдоль** и вращения **вокруг** мгновенной винтовой оси. Мгновенная винтовая ось относительного движения звеньев 1, 2 (рис. 10.1б) в общем случае является подвижной, а при некоторых условиях неподвижной прямой пространства.

Геометрическое место положений мгновенной винтовой оси на каждом из звеньев 1, 2 называют **аксонидом** относительного движения звена. Если поверхности аксонидов выполнить на звеньях, то при движении звеньев с заданными скоростями ω_1, ω_2 они будут касаться по прямой контактной линии, совпадающей с мгновенной винтовой осью. Относительная скорость $\vec{V}_{21}$ любых двух точек касания всегда направлена вдоль этой прямой.

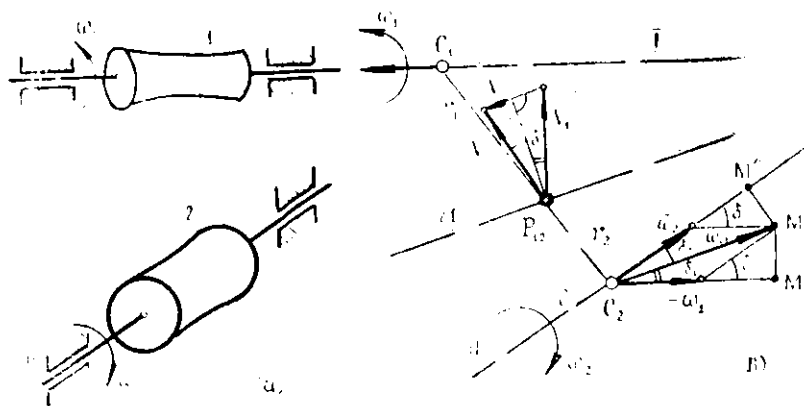


Рис. 10.1

10.1.2. Гиперboloидная передача. Докажем, что при вращении звеньев 1, 2 вокруг перекрещивающихся осей с постоянным отношением $u_{12} = \omega_1/\omega_2 = \text{const}$ мгновенная винтовая ось относительного движения является неподвижной прямой пространства, а аксонды звеньев — однополостными гиперболами вращения.

На рис. 10.16 показаны перекрещивающиеся оси I, II, взаимное положение которых определяется углом скрещивания δ и кратчайшим расстоянием $A = C_1C_2$ между ними. Векторы $\overline{\omega_1}$, $\overline{\omega_2}$ угловых скоростей звеньев приложены в точках C_1 и C_2 , между которыми измеряется расстояние A .

Мгновенная винтовая ось 21 относительного движения параллельна вектору $\overline{\omega_{21}} = \overline{\omega_2} - \overline{\omega_1}$ относительной угловой скорости, построение которого показано на схеме. Поэтому углы δ_1 , δ_2 , составленные осью 21 с осями I и II, определяются из треугольников C_2MM' и C_2MM'' :

$$\text{tg} \delta_1 = (\sin \delta) / (u_{12} + \cos \delta); \quad \text{tg} \delta_2 = (u_{12} \sin \delta) / (1 + u_{12} \cos \delta). \quad (10.1)$$

Винтовая ось 21 пересекает линию C_1C_2 кратчайшего расстояния в точке P_{12} , которая делит C_1C_2 на отрезки r_1 и r_2 . Для определения r_1 , r_2 найдем величины скоростей точек P_1 и P_2 — $V_1 = \omega_1 r_1$, $V_2 = \omega_2 r_2$; затем построим эти векторы в точке P_{12} . Вектор относительной скорости $\overline{V_{21}}$ должен быть параллелен оси 21. Опустив из P_{12} перпендикуляр на $\overline{V_{21}}$, можно из треугольника скоростей написать уравнение:

$$\omega_1 r_1 \cos \delta_1 = \omega_2 r_2 \cos \delta_2.$$

Второе уравнение для r_1 , r_2 записывается $A = r_1 + r_2$. Из этих двух уравнений определяются величины r_1 , r_2 :

$$r_1 = (A \cos \delta_2) / (u_{12} \cos \delta_1 + \cos \delta_2); \quad r_2 = (A u_{12} \cos \delta_1) / (u_{12} \cos \delta_1 + \cos \delta_2). \quad (10.2)$$

Из равенств (10.1), (10.2) видно, что величины r_1 , r_2 , δ_1 , δ_2 остаются постоянными, если постоянно передаточное отношение u_{12} . Следовательно, при этом условии мгновенная винтовая ось 21 относительного движения звеньев 1, 2 занимает неизменное положение в пространстве.

Поверхности аксондов 1, 2 можно получить, вращая ось 21 сначала вокруг оси I, а затем вокруг оси II. Эти поверхности являются однополостными гиперболами вращения (рис. 10.2).

В гиперболоидной передаче зубчатые колеса должны иметь форму гиперболоидов, а зубья колес — должны быть нарезаны вблизи поверхностей гиперболоидных аксондов. Такие передачи в чистом виде вследствие трудностей изготовления не нашли применения в технике.

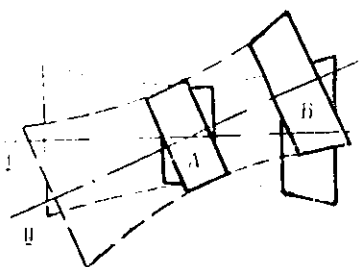


Рис. 10.2

10.1.3. Типы пространственных передач. Широко применяются в технике различные виды передач, в которых аксоны подвижных звеньев приблизительно заменяются **начальными поверхностями**. Обычно начальные поверхности вместо линейного контакта имеют контакт **точечный**. Термин «начальные» поверхности по аналогии с

теорией цилиндрических передач применяют и в том случае, когда начальные поверхности являются аксонными.

Все типы пространственных передач можно получить как частные случаи передач гиперболической, соответствующие или определенному взаимному положению осей вращения, или способу приближенной замены аксонов начальными поверхностями.

1. Коническая передача применяется для передачи вращения между пересекающимися под углом δ осями. В этом случае гиперболические поверхности аксонов вырождаются в конусы с общей вершиной, которые при движении звеньев всегда касаются по прямой линии.

2. Винтовая передача используется для передачи вращения между перекрещивающимися осями. Аксонами служат малые участки А гиперболических (рис. 10.2), примыкающие к горловому (наименьшему) сечению, которые приблизительно заменяются начальными цилиндрами. Начальные цилиндры имеют точечное касание.

3. Гипоидная передача также используется при перекрещивании осей вращения подвижных звеньев. Аксонами служат малые участки В гиперболических (рис. 10.2), удаленные от горлового сечения и приблизительно заменяющиеся конусами. Начальные конусы колес гипоидной передачи имеют точечное касание.

4. Червячная передача применяется, если оси вращения перекрещиваются под углом $\delta = 90^\circ$. Червячная передача есть частный случай передачи винтовой; начальными поверхностями являются цилиндры.

10.2. Коническая передача

10.2.1. Передаточное отношение и начальные конусы (аксоны). Теоретически возможно как внешнее, так и внутреннее

касание конических аксодов. Однако, изготовление конических колес с внутренними зубьями практически невозможно; поэтому применяются только конические передачи внешнего зацепления (рис. 10.3).

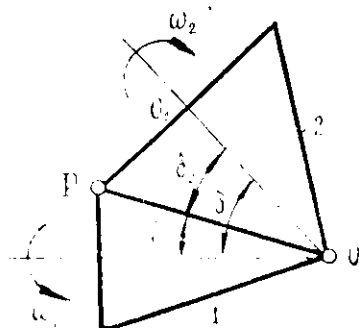


Рис. 10.3

Для точки P , лежащей на прямой OP , по которой касаются конические аксоды, справедливо равенство скоростей $V_{p1} = V_{p2}$, т. е.

$$(OP)\omega_1 \sin \delta_1 = (OP)\omega_2 \sin \delta_2.$$

Таким образом, передаточное отношение зависит от углов δ_1, δ_2 начальных конусов:

$$u_{12} = \sin \delta_2 / \sin \delta_1. \quad (10.3)$$

Используя уравнение (10.3) и уравнение $\delta = \delta_1 + \delta_2$, определим углы δ_1, δ_2 конусов через передаточное отношение:

$$\delta_1 = \arctg((u_{12} + \cos \delta) / \sin \delta); \quad \delta_2 = \delta - \delta_1. \quad (10.4)$$

Передаточное отношение определяется также через числа зубьев колес:

$$u_{12} = z_2 / z_1. \quad (10.5)$$

10.2.2. Образование боковых поверхностей зубьев. Теоретическая картина образования боковых поверхностей зубьев конических колес должна учитывать характер относительного движения звеньев 1, 2. Относительное движение можно воспроизвести, если, например, перекатывать начальный конус 2 по конусу 1. При этом любая точка, зафиксированная на звене 2, будет описывать сферическую траекторию, так как ее расстояние до точки O будет постоянным (рис. 10.3).

Для обеспечения постоянного передаточного отношения в качестве боковой поверхности зуба может быть использована эвольвентная коническая поверхность (рис. 10.4). Она образуется движением прямой OM , лежащей в образующей плоскости 2, которая перекатывается без скольжения по основному конусу 1. При этом каждая точка прямой OM описывает сферическую кривую, называемую сферической эвольвентой. Так как зуб должен быть расположен около поверхности конического аксода, угол δ_{a1} основного конуса обычно принимается $\delta_{a1} < \delta_1$.

10.2.3. Размеры зубьев. Для определения размеров зуба конического колеса базой служит делительный конус, который в

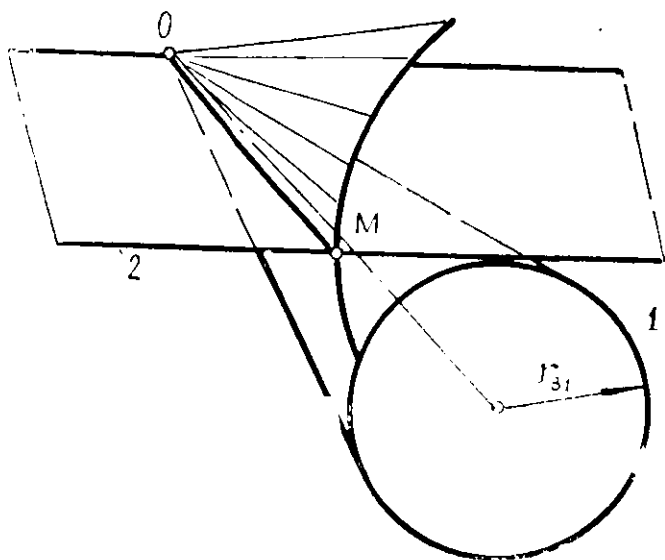


Рис. 10.4

частном случае нулевого колеса совпадает с начальным (рис. 10.5).

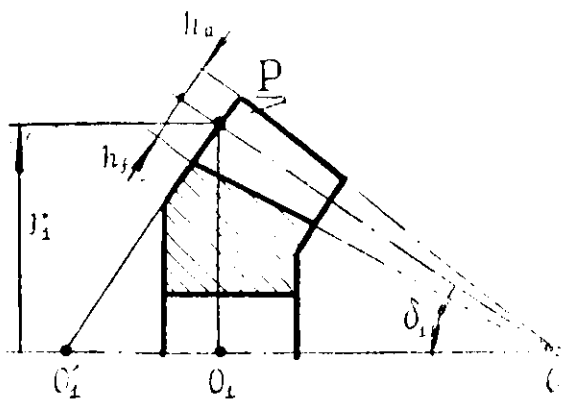


Рис. 10.5

Окружность пересечения наружной торцевой поверхности зуба с делительным конусом называется **делительной** окружностью. Радиус r_1 этой окружности выражается через стандарт-

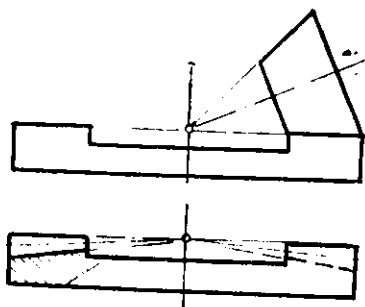


Рис. 10.6

ный модуль $r_1 = 0,5 m_1$, а толщина зуба по делительной окружности $s = 0,5 d m_1$.

Наружные торцовые поверхности выполняются не по сфере, а по поверхности конуса, дополнительного к делительному. Вершина этого конуса размещается в точке O'_1 . По образующим дополнительного конуса измеряются высота головки h_a и высота ножки h_f зуба, величины которых выражаются через стандартный модуль $h_a = h_a^* m$, $h_f = h_f^* m$. Высота и толщина зуба и его толщина уменьшаются при движении вдоль образующей конуса к его вершине.

10.2.4. Изготовление конических колес. Октоидное зацепление. Точное воспроизведение теоретической картины формирования боковых поверхностей зубьев конических колес при их изготовлении практически невозможно. Один из способов приближенного изготовления метод обкатки с использованием октоидного зацепления.

Октоидным называют зацепление конического колеса с плоским колесом, у которого угол при вершине начального конуса равен 90° . Боковые поверхности зубьев плоского колеса оказываются плоскими. Это позволяет реализовать изготовление конического колеса методом обкатки, используя в качестве инструмента плоское производящее колесо (рис. 10.6). В действительности производящее колесо для обеспечения возможности движения строгания (вдоль зубьев) выполняется плоско-вершинным: угол его начального конуса оказывается несколько меньше 90° . Поэтому процесс изготовления колеса оказывается приближенным.

В практике применяются конические колеса с косыми и криволинейными зубьями. Для паразания таких колес применяются различные способы.

10.2.5. Картина зацепления зубьев конических колес строится при проектировании передачи, когда необходимо выполнить проверку дополнительных условий синтеза и установить качественные характеристики передачи. Построение точного плоского изображения зацепления сферических эвольвентных профилей, хотя и возможно, но затруднительно. Поэтому картина зацепления строится приближенно, как для некоторой пары эквивалентных цилиндрических колес. Состоит этот способ в следующем.

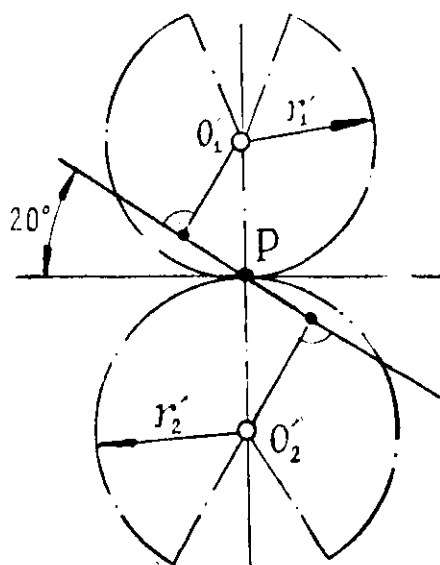


Рис. 10.7

Профили зубьев, полученные в пересечении боковых поверхностей с поверхностями дополнительных конусов, незначительно отличаются от профилей на сфере радиуса OP (рис. 10.5). Поверхности дополнительных конусов могут быть развернуты на плоскость. На рис. 10.7 приведены развертки дополнительных конусов на плоскость; радиусы r'_1 , r'_2 наружных окружностей этих разверток равны длинам образующих дополнительных конусов:

$$\begin{aligned} r'_1 &= 0,5 m z_1 / \cos \delta_1; \\ r'_2 &= 0,5 m z_2 / \cos \delta_2; \end{aligned} \quad (10.6)$$

На этой схеме выполняется построение плоского эвольвентного зацепления колес, имеющих число зубьев:

$$z'_1 = z_1 / \cos \delta_1; \quad z'_2 = z_2 / \cos \delta_2. \quad (10.7)$$

При таком изображении зацепления все характерные размеры зубьев, определенные через модуль, остаются неизменными. Некажущиеся профили зубьев увеличивается по мере удаления точек от вспомогательных начальных окружностей радиусов r'_1 и r'_2 .

10.3. Винтовая передача

Пусть два цилиндра произвольных радиусов R_1 , R_2 вращаются с угловыми скоростями ω_1 , ω_2 вокруг осей I, II, которые пересекаются под углом δ (рис. 10.8). Если кратчайшее расстояние между цилиндрами установить равным $\Lambda = R_1 + R_2$, цилиндры будут касаться в точке C_{12} . Построим план скоростей точек C_1 , C_2 , принадлежащих цилиндрам 1, 2, определив скорости $V_{c1} = \omega_1 R_1$, $V_{c2} = \omega_2 R_2$. Треугольник скоростей будет лежать в плоскости Т, касательной к обоим цилиндрам. Проведем в этой плоскости через точку C_{12} прямую $\tau\tau$, параллельную вектору относительной скорости $\vec{V}_{c2c1}$. Эта прямая составит углы β_1 , β_2 с осями I, II. Опустив из C_{12} перпендикуляр на $\vec{V}_{c2c1}$, за-

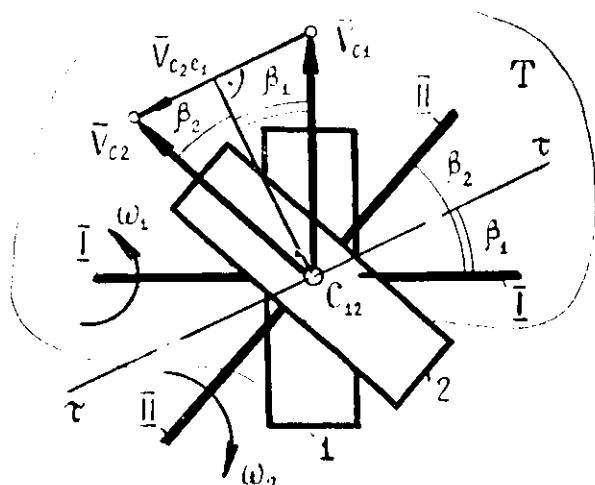


Рис. 10.8

ним из треугольника скоростей уравнение:

$$\omega_1 R_1 \cos \beta_1 = \omega_2 R_2 \cos \beta_2,$$

из которого выражается передаточное отношение:

$$u_{12} = R_2 \cos \beta_2 / R_1 \cos \beta_1. \quad (10.8)$$

Если на звеньях 1, 2 около цилиндрических поверхностей будут изготовлены косые зубья так, что линии зубьев в точке C_{12} совпадут с прямой $\tau\tau$, в таком механизме принципиально возможна передача вращательного движения с отношением (10.8). Передача называется **винтовой**, так как при наворачивании плоскости T на цилиндры прямая $\tau\tau$ образует винтовую линию на каждом из цилиндров.

Для обеспечения заданного передаточного отношения u_{12} имеется возможность изменять четыре параметра R_1 , R_2 , β_1 , β_2 . Углы β_1 , β_2 должны удовлетворять условию работоспособности передачи по передаче сил, обеспечивать возможность изготовления колес. Иногда выбор углов β_1 , β_2 выполняется исходя из требования обеспечения наибольшей прочности зубьев или наименьшей скорости скольжения.

Если при выборе величин R_1 , R_2 , β_1 , β_2 обеспечить совпадение прямой $\tau\tau$ с мгновенной винтовой осью относительного движения (тем самым обеспечивается наименьшая близость начальных цилиндров к аксидам звеньев), то есть определить $R_1 = r_1$, $R_2 = r_2$, $\beta_1 = \delta_1$, $\beta_2 = \delta_2$ по формулам (10.1), (10.2), то минималь-

ной оказывается скорость скольжения в точке касания цилиндров:

$$V_{с2с1} = \omega_1 R_1 \sin \beta_1 + \omega_2 R_2 \sin \beta_2. \quad (10.9)$$

Однако такой вариант передачи может оказаться не самым лучшим по другим критериям.

Винтовую передачу называют еще **геликоидной** по форме боковой поверхности зубьев, которая оказывается поверхностью развортывающегося геликоида. Применяется передача, главным образом, в приборостроении, так как к.п.д. ее невысок, и для передачи больших нагрузок она не пригодна.

10.4. Червячная передача

Червячная передача является частным случаем винтовой передачи при $\delta = 90^\circ$, когда угол β_1 выбирается большим, а угол β_2 — малым (рис. 10.9). Высота начального цилиндра 1 принимается сравнительно большой, а высота цилиндра 2 — малой. При этих условиях винтовая линия зубьев колеса 1 может несколько раз обогнуть поверхность цилиндра; звено 1 приобретает конструктивную форму винта и называется **червяком**. Звено 2 называют червячным колесом.

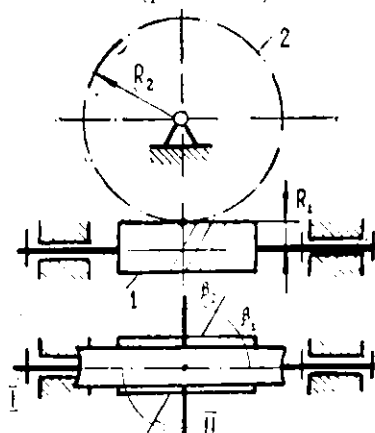


Рис. 10.9

Если обозначить $\beta_2 = \beta$, $\beta_1 = 90^\circ - \beta$, то передаточное отношение механизма можно определить с использованием формулы (10.8) следующим образом:

$$u_{12} = R_2 / R_1 \operatorname{tg} \beta. \quad (10.10)$$

Винтовую линию характеризуют два параметра: ход винтовой линии s — есть расстояние между двумя соседними витками по образующей цилиндра; угол подъема измеряется между касательной к винтовой линии и плоскостью поперечного сечения цилиндра, следовательно, он равен $\beta = \beta_2$. При многозаходном червяке ход равен $s = z_1 t$, где z_1 — число заходов червяка, t — осевой шаг червяка, равный торцовому шагу колеса.

Учитывая соотношения $2\pi R_2 = z_2 t$, $2\pi R_1 \operatorname{tg} \beta = s = z_1 t$, получим выражение для передаточного отношения передачи:

$$u_{12} = z_2 / z_1, \quad (10.11)$$

где z_2 — число зубьев червячного колеса.

11. СИНТЕЗ ПЛАНЕТАРНЫХ МЕХАНИЗМОВ

11.1.* Выбор схемы планетарной передачи

Наибольшее применение в технике имеют одноступенчатые планетарные передачи, содержащие одно водило, схемы которых показаны на рис. 11.1. Из одноступенчатых передач путем их последовательного соединения в разных сочетаниях могут быть образованы более сложные, многоступенчатые, механизмы.

Одноступенчатые передачи четырех типов (рис. 11.1) обладают различными кинематическими возможностями, имеют разный к. п. д. при одном значении передаточного отношения, а также различные габариты и вес, поэтому при проектировании сложных зубчатых механизмов приходится выбирать схему передачи в зависимости от условий будущей эксплуатации и требований к конструкции.

Как известно, передаточное отношение планетарной передачи от звена 1 к водилу II при неподвижном колесе 3 равно:

$$u_{1II}^3 = 1 - u_{13}^n,$$

а передаточное отношение от колеса 3 к водилу II при неподвижном колесе 1:

$$u_{3II}^1 = 1 - u_{31}^n,$$

где $u_{13}^n = 1/u_{31}^n$ — передаточное отношение от колеса 1 к колесу 3 при относительном движении звеньев относительно водила. В таблице 11.1 приведены выражения передаточных отношений

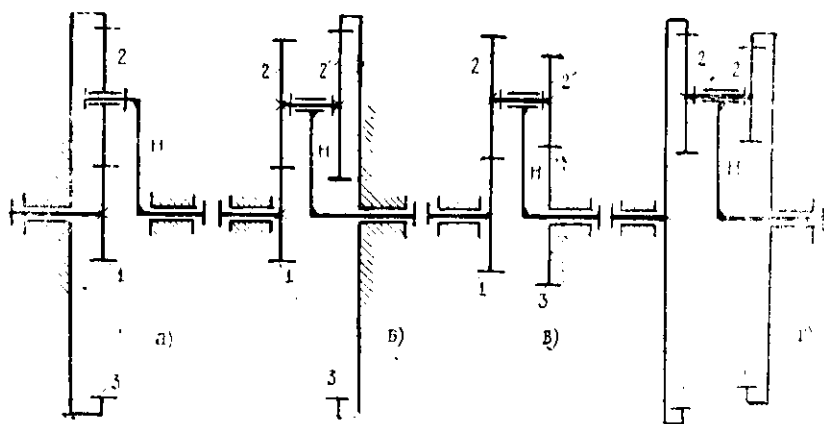


Рис. 11.1

u_{13}^a для передач типов (а) — (г), а также возможные диапазоны передаточных отношений при различных вариантах использования схем.

Таблица 11.1

Передаточные отношения	тип а	тип б	тип в	тип г
Выражение u_{13}^a	$-z_3/z_1$	$-z_3'z_1/z_1'z_2'$	z_2z_3/z_1z_2'	$z_2z_3/z_1'z_2'$
u_{111}	$2, 3 \div 9$	$2 \div 15$	$32 \div 1500$	$32 \div 1500$
u_{111}	$1,77 \div 1,13$	$2 \div 1,07$	$32 \div 1,00$	$32 \div 1500$

Отметим, что передачи типов (а), (б) обладают высоким к. п. д. и могут применяться в силовых передачах. Передачи типов (в), (г) имеют низкий к. п. д., хотя могут обеспечить очень большие передаточные отношения. Поэтому их применяют чаще всего в несиловых устройствах, например, в приводах и системах управления.

11.2. Условия синтеза планетарной передачи

11.2.1. **Условие заданного передаточного отношения.** Синтез планетарного механизма состоит в подборе чисел зубьев колес и числа сателлитов передачи определенного типа, удовлетворяющих всем основным и дополнительным условиям синтеза.

Условие заданного передаточного отношения является основным при решении данной задачи, так как отражает назначение механизма. Обычно оно приводится к уравнению вида:

$$z_2z_3/z_1'z_2' = i, \quad (11.1)$$

где число $i = |u_{13}^a|$, определяется по заданной величине u_{13}^a .

В некоторых случаях задача синтеза решается приближенно, таким образом, что $z_2z_3/z_1'z_2' \approx i$. В этом случае добиваются, чтобы относительное отклонение действительного значения передаточного отношения от заданного не превышало заданной величины, например, 5%.

11.2.2. **Условие соосности.** Для обеспечения работоспособности планетарной передачи необходимо, чтобы межосевые расстояния пары колес 1,2 и 2',3 были равны (рис. 11.2)

$$a_{w1,2} = a_{w2',3}.$$

При одинаковых модулях $m_{1,2} = m_{2',3}$ обеих пар колес условие соосности для передачи типа (б), показанной на рис. 11.2, выражается через числа зубьев уравнением:

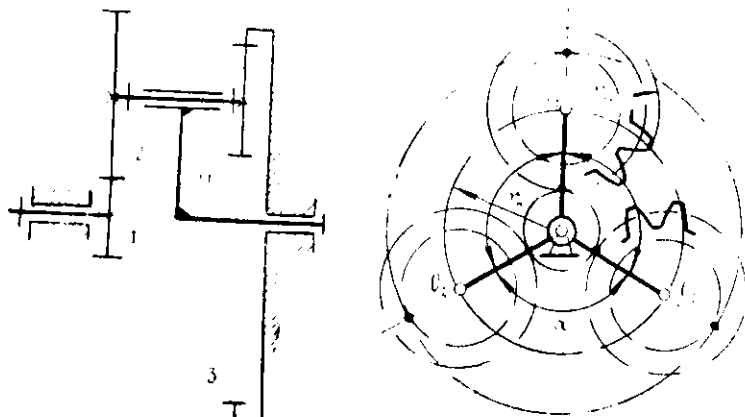


Рис. 11.2

$$z_1 + z_2 = z_3 - z'_2. \quad (11.2)$$

Для передач четырех типов (а) — (г) условия соосности приведены в таблице 11.2.

Таблица 11.2			
Условия синтеза	тип а	тип б	тип г
передаточн. отношения	$z_3/z_1 = i$	$z_2 z_3/z_1 z'_2 = i$	
соосности	$z_1 + z_2 = z_3 - z'_2$	$z_1 + z_2 = z_3 - z'_2$	$\frac{z_1 - z_2}{z_3 - z'_2} = 2$
соседства спутников	$\sin \pi/K \geq (z_2 + 2)/(z_1 + z_2)$	$\sin \pi/K \geq (z_2 + 2)/(z_1 + z_2)$	$\frac{\sin \pi/K}{\sin \frac{\pi}{K} \frac{z'_2 - 2}{z_1 - z_2}} \geq 1$
сборки	$C_1 = z_1 u_{1n} (C_2 + C_3 K)/K$ $C_1 = z_3 u_{3n} (C_2 + C_3 K)/K$		

11.2.3. Условие соседства. Обычно в планетарных передачах на некоторой окружности водила устанавливается несколько парных спутников (или блоков спутников, рис. 11.2). Это делается с целью распределения нагрузки по ряду зацеплений и повышения нагрузочной способности механизма. Установка спутников по окружности радиуса r_n выполняется равномерно с угловым шагом $\alpha = 2\pi/K$, где K — число блоков спутников.

Для обеспечения работоспособности механизма необходимо, чтобы окружности вершин зубьев сателлитов, расположенных в одной плоскости, не соприкасались (рис. 11.2). Это условие выполняется, если удовлетворяются неравенства:

$$L > 2r_{a1}; \quad L > 2r_{a2}'. \quad (11.3)$$

Из треугольника $O_1O_{21}O_{22}$ выражается расстояние L между центрами двух соседних сателлитов $L = 2r_n \sin \alpha/2 = 2(r_{n1} + r_{n2}) \cdot \sin \alpha/2$. При нулевых колесах имеем $r_{n1} = 0,5mz_1$; $r_{n2} = 0,5mz_2$; $r_{a1} = 0,5mz_1 + m$; $r_{a2}' = 0,5mz_2' + m$. Поэтому неравенства (11.3) могут быть записаны в таком виде:

$$\sin(\pi/K) > (z_2 + 2)/(z_1 + z_2); \quad \sin(\pi/K) > (z_2' + 2)/(z_1 + z_2).$$

Максимальное, допустимое по условию соседства, число K блоков сателлитов может быть найдено как наибольшее целое число, удовлетворяющее двум неравенствам:

$$K_{min} < \pi / \arcsin((z_2 + 2)/(z_1 + z_2)); \quad K_{max} < \pi / \arcsin((z_2' + 2)/(z_1 + z_2)). \quad (11.4)$$

В таблице 11.2 приведены условия соседства для передач всех четырех типов.

11.2.4. Условие сборки (условие равных углов между сателлитами). Так как сателлиты устанавливаются на водиле с постоянным угловым шагом $\alpha = 2\pi/K$, возникает необходимость обеспечения при подборе чисел зубьев собираемости перетяжки. Дело в том, что первый блок сателлитов, установленный на водиле и введенный в зацепление с центральными колесами 1, 3, полностью определяет относительное положение центральных колес. Для установки следующего блока сателлитов необходимо, чтобы числа зубьев удовлетворяли условию **сборки**. При выводе этого условия предполагают, что на всех блоках сателлитов зубчатые венцы z_2, z_2' ориентированы относительно друг друга одинаково.

В передаче любого типа при неподвижном колесе 3 передаточное отношение ω_1/ω_n определяет и связь углов поворота φ_1, φ_n звеньев 1, II:

$$\varphi_1 = \omega_1 \varphi_n. \quad (11.5)$$

Предположим, что мы сможем установить первый блок сателлитов в позицию 1 (рис. 11.3). Для того, чтобы в той же позиции 1 установить один из оставшихся $K - 1$ сателлитов, повернем водило на угол $\varphi_n = (360^\circ/K)C_2 + 360^\circ C_3$, где $C_2 = 1, 2, 3, \dots$; $C_3 = 0, 1, 2, \dots$ — целые числа. При таком повороте водила одна из точек $O_{21}, O_{22}, \dots, O_{2K}$ непременно совпадает с позицией 1. Если при этом колесо 1 повернется на угол φ_1 , равный целому числу угловых шагов $360^\circ/z_1$, т. е. $\varphi_1 = 360^\circ C_1/z_1$, относительное положение зубьев колес 1, 3 окажется таким же, как в момент

тельные конструктивные условия на величины z_i , на отношения z_2/z_1 и z_3/z_2' .

Минимальное число зубьев колеса в нулевой передаче должно быть $z_{min} \geq 17$, максимальное ограничивается обычно $z_{max} < 200$.

Отношения z_2/z_1 и z_3/z_2' при внешнем зацеплении данных пар должны удовлетворять неравенствам:

$$(1/6) \leq z_2/z_1 \leq 6; \quad (1/6) \leq z_3/z_2' \leq 6. \quad (11.8)$$

Если зацепления пар z_1, z_2 и z_2', z_3 являются внутренними (схема (г) на рис. 11.1), и необходимо обеспечить $K > 1$, то отношения чисел зубьев должны удовлетворять неравенствам:

$$1/6 \leq z_2/z_1 < 1/2; \quad 2 < z_3/z_2' \leq 6. \quad (11.9)$$

Кроме того, при внутреннем зацеплении пар z_1, z_2 и z_2', z_3 должны выполняться условия отсутствия интерференции:

$$z_1 - z_2 \geq 8; \quad z_3 - z_2' \geq 8. \quad (11.10)$$

11.3. Последовательность синтеза планетарных механизмов

11.3.1. Последовательность синтеза. Выбор чисел зубьев колес планетарных передач может быть выполнен с использованием двух условий: заданного передаточного отношения и соосности.

Для передачи типа (а) (рис. 11.1а) эти условия дают два уравнения:

$$z_3/z_1 = i, \quad z_1 + 2z_2 = z_3,$$

из которых величины z_2, z_3 выражаются через z_1 следующим образом: $z_2 = 0,5(i-1)z_1$; $z_3 = iz_1$. Для обеспечения целочисленности z_2, z_3 число i представляют отношением целых чисел $i = d/a$, тогда для z_2, z_3 получаем уравнения:

$$z_2 = c_{21}z_1, \quad z_3 = c_{31}z_1, \quad (11.11)$$

где

$$c_{21} = (d-a)/2a; \quad c_{31} = d/a. \quad (11.12)$$

Следовательно, задаваясь $z_1 \geq 17$, можно по уравнениям (11.11) выполнить подбор целых чисел z_2, z_3 .

Чтобы получить аналогичное решение, общее для передач типов (б), (в), (г), запишем условие соосности этих передач в общем виде:

$$z_1 + \sigma_1 z_2 = z_3 + \sigma_2 z_2',$$

где для передач (б) $\sigma_1 = 1, \sigma_2 = -1$; для передач (в) $\sigma_1 = +1; \sigma_2 = +1$; для передач (г) $\sigma_1 = -1; \sigma_2 = -1$.

В уравнении передаточного отношения $z_2 z_3 / z_1 z_2' = i$ заданное число i представим произведением $i = xy$, где $x = b/a, y = d/c$.

есть простые дроби, то есть отношения целых чисел b , a и d , c . Тогда по двум условиям синтеза можно записать три уравнения:

$z_1 + \sigma_1 z_2 = z_3 + \sigma_2 z_2'$, $z_2/z_1 = b/a$, $z_3/z_2' = d/c$,
из которых числа зубьев z_2 , z_2' , z_3 выражаются через

$$z_2 = c_{21} z_1, \quad z_2' = c_{21}' z_1, \quad z_3 = c_{31} z_1, \quad (11.13)$$

$$\text{где } c_{21} = b/a; \quad c_{21}' = (a + \sigma_1 b)c/(d + \sigma_2 c)a; \quad c_{31} = c_{21}' d/c. \quad (11.14)$$

Последовательность синтеза планетарной передачи выглядит следующим образом:

1) определяется число $i = |u_{13}''|$ и представляется отношением целых чисел $i = d/a$ (передачи (а) или произведением $i = (b/a) (d/c)$ (передачи (в), (б), (г)); здесь b/a , d/c должны быть простыми дробями и удовлетворять дополнительным условиям (11.8)–(11.10);

2) определяются коэффициенты c_{21} , c_{21}' , c_{31} , которые также определяют в форме простых дробей и приводят к общему знаменателю; по уравнениям (11.13) или (11.11) выполняется подбор чисел зубьев;

3) по условиям соседства определяется K_{max} ;

4) по условию сборки определяется K , такое, чтобы выполнялось неравенство $K \leq K_{max}$ и условие сборки.

Если при выполнении пунктов 3), 4) оказывается невозможно подобрать K , удовлетворяющее обоим условиям, то весь расчет повторяется для нового варианта чисел a , b , c , d (или a , d в передаче (а). При необходимости можно перейти к приближенному решению, приняв значение i , отличное от заданного.

11.3.2. Примеры синтеза.

Пример 1. Выполним синтез передачи типа (б), если она используется при неподвижном колесе 3 и задано значение передаточного отношения $u_{1n}^3 = 23/2$.

1) Определяем число $i = |u_{13}''|$. Так как $u_{1n}^3 = 1 - u_{13}''$, величина $u_{13}'' = 1 - 23/2 = -21/2$; $i = 21/2$. Представим это число в форме произведения дробей $i = (b/a) (d/c) = (3/1) (7/2)$. Таким образом, $a = 1$, $b = 3$, $c = 2$, $d = 7$.

2) Вычисляем коэффициенты c_{21} , c_{21}' , c_{31} по формулам (11.14). Вычисления выполняем в целых числах без округления $c_{21} = b/a = 3$; $c_{21}' = (a + b)c/(d - c)a = 8/5$; $c_{31} = c_{21}' d/c = 28/5$.

Приведем эти дроби к общему знаменателю и выпишем уравнения для чисел зубьев:

$$z_2 = (15/5) z_1; \quad z_2' = (8/5) z_1; \quad z_3 = (28/5) z_1.$$

Задавzась $z_1 = 20$, получим

$$z_1 = 20; \quad z_2 = 60; \quad z_2' = 32; \quad z_3 = 112.$$

3) Определяем K_{max} , допустимое по условию соседства. Так как $z_2 > z_2'$, достаточно использовать одно неравенство:

$$K_{max} < 180^\circ / \arcsin((z_2 + 2)/(z_1 + z_2)) = 3,54. \quad K_{max} = 3.$$

4) Подбираем K по условию сборки, начиная подбор с $K = 3$. Условие сборки $C_1 = z_1 u_{1n} (C_2 + C_3 K) / K$ имеет вид:

$$C_1 = 230(C_2 + C_3 K) / K$$

При $K = 3$ условие не удовлетворяется. При $K = 2$, $C_3 = 0$, $C_2 = 1$ получаем $C_1 = 115$. Окончательный ответ $K = 2$.

Пример 2. Выполним синтез передачи типа (а), если она используется как дифференциальная. Задано $u_{13}'' = -4,3$.

1) Определяем $i = |u_{13}''| = 4,3 = 43/10$. $d = 43$, $a = 10$.

2) Вычисляем коэффициенты c_{21} , c_{31} по формулам (11.12) $c_{21} = (d - a) / 2a = 33/20$, $c_{31} = d/a = 43/10 = 86/20$.

Запишем уравнения для чисел зубьев $z_2 = (33 \cdot 20) z_1$, $z_3 = (86/20) z_1$. Приняв $z_1 = 20$, получим

$$z_1 = 20; \quad z_2 = 33; \quad z_3 = 86.$$

3) Определяем K_{max} по условию соседства

$$K_{max} < 180^\circ / \arcsin((33 + 2)/(20 + 33)) = 4,35. \quad K_{max} = 4.$$

4) Подбираем число сателлитов K по условию сборки. Условие сборки $C_1 = z_1 u_{1n} (C_2 + C_3 K) / K$. Передаточное отношение $u_{1n} = 1 + 4,3 = 53/10$. $C_1 = 106(C_2 + C_3 K) / K$. При $K = 2$, $C_2 = 1$, $C_3 = 0$ получаем $C_1 = 53$. Таким образом, $K = 2$.

СИНТЕЗ КУЛАЧКОВЫХ МЕХАНИЗМОВ

12. ВЫБОР ЗАКОНА ДВИЖЕНИЯ ВЫХОДНОГО ЗВЕНА

12.1. Виды кулачковых механизмов

Трехзвенный механизм, подвижные звенья которого образуют высшую кинематическую пару — зацепление, называют **кулачковым** (рис. 12.1). При синтезе кулачкового механизма сопряженная поверхность выходного звена обычно задается определенной формы с постоянной кривизной (точка или прямая линия, плоскость, цилиндр), а сопряженная поверхность звена входного определяется по заданному закону движения звена выходного. Звено высшей пары с переменной кривизной рабочей поверхности называют **кулачком**.

Кулачковые механизмы могут быть плоскими или пространственными. Кроме того, каждому механизму обычно дается характеристика по следующим признакам:

1) по виду движения входного звена — с вращающимся или поступательно движущимся кулачком (рис. 12.1 а, б и в, г);

2) по виду движения выходного звена с поступательно движущимся толкателем (рис. 12.1 а, в) или качающимся коромыслом (рис. 12.1 б, г);

3) по форме рабочей поверхности выходного звена в высшей паре — с острокопечным, плоским или роликовым выходным звеном;

4) по способу замыкания высшей пары — с силовым или геометрическим замыканием.

На рис. 12.1 представлены схемы плоских кулачковых механизмов различных видов в зависимости от характера движения подвижных звеньев. В каждом из этих механизмов рабочая поверхность выходного звена может быть оформлена в трех указанных ранее вариантах — на рис. 12.2 показаны, например, схемы острокопечного (а), плоского (б) и оснащенного роликом (в) коромысла. В каждой схеме рис. 12.1 могут быть при-

менены разные способы замыкания высшей пары. Силевое замыкание реализуется постановкой пружины, прижимающей выходное звено к кулачку (рис. 12.3а), геометрическое использованием пазового кулачка (рис. 12.3б).

Необходимость введения специальных конструктивных мер для замыкания высшей пары является общим недостатком кулачковых механизмов. Однако возможность реализации практически любого закона движения выходного звена обуславливает широкое применение кулачковых механизмов, особенно в системах управления машин-автоматов.

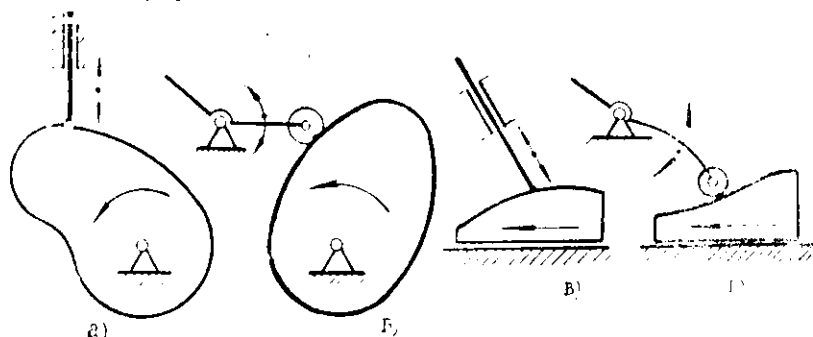


Рис. 12.1

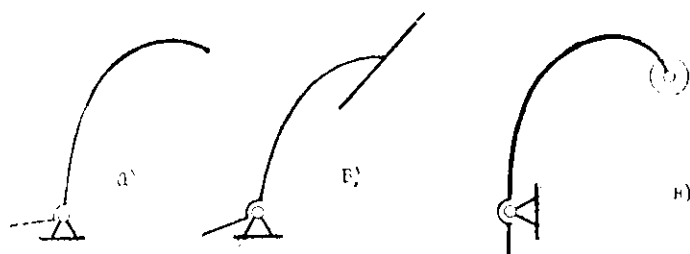


Рис. 12.2

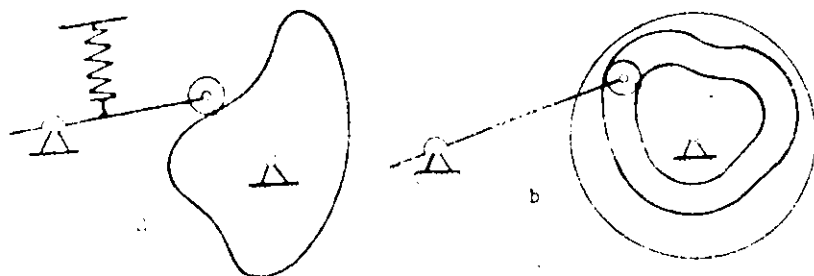


Рис. 12.3

12.2. Выбор типа и этапы синтеза кулачкового механизма

Тип механизма и его конструктивная схема выбираются на основе анализа компоновки машины, в состав которой будет входить кулачковый механизм.

Способ замыкания определяется в зависимости от условий работы механизма при обратном ходе выходного звена. Если обратный ход должен выполняться при значительных силах сопротивления, то предпочитают геометрическое замыкание. Однако конструкция механизмов с силовым замыканием при посредстве пружины значительно проще.

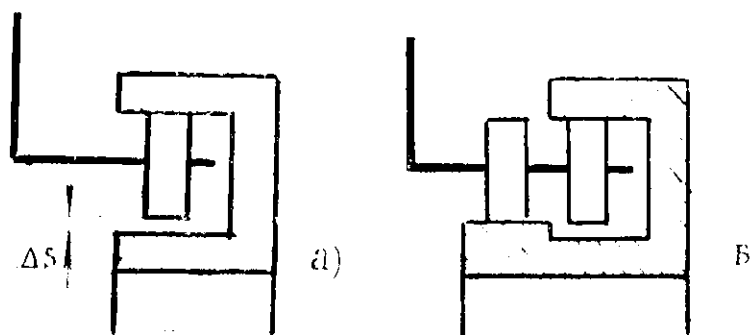


Рис. 12.4

Рассмотрим два конструктивных варианта геометрического замыкания, которые применяют в технике. На рис. 12.4а показана схема одноролькового замыкания. При реверсе механизма вследствие наличия зазора ΔS в соединении ролика с кулачком происходит жесткий удар звеньев, который сопровождается изменением направления относительной скорости их скольжения. Это вызывает усиленный местный износ некоторых участков профиля кулачка. Использование двухролькового контакта (рис. 12.4б) позволяет улучшить условия работы вышней пары, увеличить долговечность механизма.

Если тип механизма и его конструктивная схема выбраны, то его синтез выполняется в следующем порядке:

- 1) выбор закона движения выходного звена и определение неизвестных параметров выбранного закона;
- 2) определение основных размеров механизма;
- 3) определение профиля (или поверхности) кулачка.

12.3. Выбор закона движения выходного звена

Выходное звено кулачкового механизма обычно совершает возвратное движение, причем один цикл, состоящий из прямого и обратного ходов, совершается за время T полного поворота кулачка. Поэтому закон движения $s(t)$ или $\Psi(t)$ выходного звена имеет обычно вид, показанный на рис. 12.5. Здесь s — линейное перемещение выходного звена, которое отсчитывается от

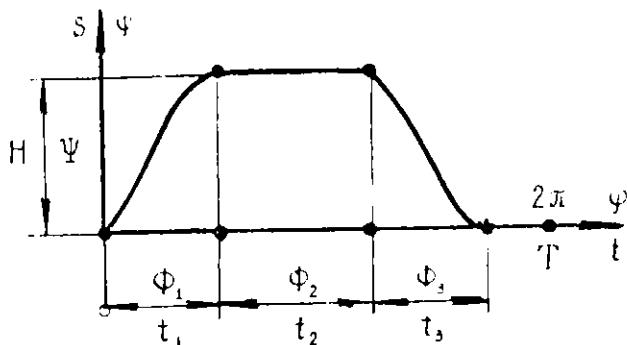


Рис. 12.5

крайнего, ближнего к центру кулачка положения выходного звена. Так как при постоянной угловой скорости $\omega = d\varphi/dt$ кулачка график $s(t)$ закона движения совпадает с графиком функции положения, закон движения задается обычно в форме функции положения $s(\varphi)$ или $\Psi(\varphi)$.

На графике $s(t)$ за период T полного поворота кулачка можно выделить четыре участка, имеющих длительности t_1, t_2, t_3, t_4 , которые соответственно называют фазами удаления, дальнего выстоя, приближения, ближнего выстоя. Углы поворота $\Phi_1, \Phi_2, \Phi_3, \Phi_4$, соответствующие указанным отрезкам времени, называют фазовыми углами. Максимальная ордината графика изображает полный ход H толкателя (или угол качания Ψ коромысла).

Синтез кулачкового механизма может выполняться при двух видах условий: 1) заданы величины H (или Ψ), Φ_1, Φ_2, Φ_3 и форма функции положения на участках удаления Φ_1 и приближения Φ_3 ; 2) заданы только величины H (Ψ), Φ_1, Φ_2, Φ_3 .

Первый тип условий синтеза характерен для проектирования механизмов, применяющихся для обеспечения движения некоторого органа по заданному закону. Второй тип условий используется, если механизм применяется только для переключения положений выходного звена; на заданную величину H

(Ψ) —неважно, по какому закону. В этом случае проектировщик должен выбрать закон движения выходного звена для участков удаления и приближения самостоятельно.

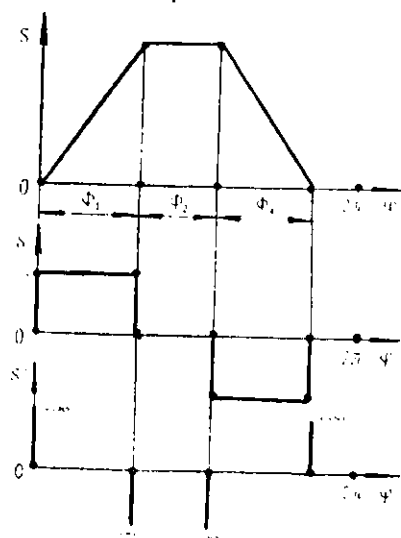


Рис. 12.6

Наиболее простым является линейный закон движения, которому соответствует линейная функция положения выходного звена (рис. 12.6). В этом случае аналог скорости $s'(q)$ на участках Φ_1 и Φ_3 оказывается постоянным, а на границах участков изменяется скачкообразно. Поэтому аналог ускорения $s''(\varphi)$ на границах участков мгновенно достигает бесконечно больших значений. Это означает, что сила инерции выходного звена также оказывается бесконечно большой. Явление называется «жестким ударом», условия работы механизма неблагоприятны, поэтому описанный закон движения применять нежелательно.

Неблагоприятны и такие законы движения, при которых аналог ускорения $s''(q)$ на границах участков терпит разрывы второго рода. В этом случае сила инерции выходного звена изменяется скачкообразно: такое явление называют «мягким ударом».

В связи с изложенным при синтезе механизма с выбором закона движения выходного звена сначала выбирается благоприятная форма закона изменения аналога ускорения $s''(q)$. После этого аналог скорости $s'(q)$ и функция положения определяются интегрированием функции $s''(q)$.

12.4*. Определение аналога скорости и функции положения выходного звена по аналогу ускорения

12.4.1. Выбранная форма закона изменения аналога ускорения вначале может быть описана аналитическим выражением $s'' = f_2(q, p_1, p_2, \dots, p_n)$ только с неопределенными параметрами $p_1, p_2, \dots, p_n$. Аналог скорости и функция положения выходного звена определяются интегрированием:

$$s'(\varphi) = \int s''(q) dq + C_1, \quad s(q) = \int s'(q) dq + C,$$

которое выполняется отдельно для фазы удаления и фазы приближения.

Для определения постоянных интегрирования C_1, C и неопределенных параметров $p_1, p_2, \dots, p_n$ используют граничные условия. Если для граничных значений обобщенной координаты ввести обозначения $\varphi_0 = 0$; $\varphi_1 = \Phi_1$; $\varphi_2 = \Phi_1 + \Phi_2$; $\varphi_3 = \Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3$, то граничные условия можно сформулировать следующим образом (рис. 12.7):

1) в положениях механизма при φ_0 и φ_3 функция положения равна нулю: $s(\varphi_0) = 0$; $s(\varphi_3) = 0$;

2) в положениях механизма при φ_1, φ_2 функция положения равна полному ходу H выходного звена: $s(\varphi_1) = H$; $s(\varphi_2) = H$;

3) в начальный и конечный моменты фаз движения, то есть при φ_0, φ_1 и φ_2, φ_3 , аналог скорости равен нулю:

$$s'(\varphi_0) = s'(\varphi_1) = 0; \quad s'(\varphi_2) = s'(\varphi_3) = 0$$

4) для безударных законов движения в положениях при φ_0, φ_1 и φ_2, φ_3 аналог ускорения равен нулю:

$$s''(\varphi_0) = s''(\varphi_1) = 0; \quad s''(\varphi_2) = s''(\varphi_3) = 0;$$

5) в положениях механизма при $\varphi = \varphi_{1M}$, $\varphi = \varphi_{3M}$ ($\varphi_0 < \varphi_{1M} < \varphi_1$, $\varphi_2 < \varphi_{3M} < \varphi_3$), где скорость выходного звена достигает экстремальных значений, аналог ускорения равен нулю: $s''(\varphi_{1M}) = 0$, $s''(\varphi_{3M}) = 0$.

Таким образом, если для всей фазы движения закон движения описывается одной формулой, то для определения неопределенных коэффициентов и постоянных интегрирования имеется возможность записать семь уравнений, выражающих граничные условия. Следовательно, количество неопределенных коэффициентов в выражении $s''(\varphi)$ может быть равно пяти. Величины φ_{1M} , φ_{3M} могут быть отнесены к неопределенным параметрам или могут быть заданы в соответствии со свойствами используемой функции.

В практике проектирования кулачковых механизмов применяют также законы движения, которые описываются различными формулами для различных участков фазы движения. В этом случае, естественно, количество граничных условий увеличивается.

12.4.2. Рассмотрим пример определения аналога скорости и функции положения выходного звена, предполагая, что аналог ускорения изменяется по закону синуса. Данный закон выражается формулой:

$$s'' = b \sin p \varphi,$$

где b, p — неопределенные коэффициенты.

Используя граничные условия 4), 5), получим систему уравнений:

$$\sin p \varphi_0 = 0; \quad \sin p \varphi_{1M} = 0; \quad \sin p \varphi_1 = 0. \quad (12.1)$$

Так как $q_0=0$, первое уравнение системы (12.1) удовлетворяется при любом p . Из двух последних уравнений системы (12.1) имеем:

$$p q_{1M} = \pi, \quad p q_1 = 2\pi,$$

откуда определяются $p = 2\pi/q_1 = 2\pi/\Phi_1$; $q_{1M} = \Phi_1/2$.

Для аналога скорости получим выражение:

$$s'(q) = \int b \sin(pq) dq + C_1 = -(b/p) \cos(pq) + C_1.$$

Из граничного условия для начального момента фазы $s'(0)=0$ определяется постоянная $C_1 = b/p$. Таким образом,

$$s'(q) = (b/p) (1 - \cos pq)$$

и при $q = q_1 = \Phi_1$ условие $s'(q) = 0$ выполняется для любого b .

Для функции положения получаем выражение:

$$s(q) = \int (b/p) (1 - \cos pq) dq + C = (b/p) q + (b/p^2) \sin pq + C.$$

Из начального условия $s(0) = 0$ определяем $C = 0$. Из граничного условия $s'(q_1) = \Pi$ определяем $b = \Pi p/q_1 = 2\pi \Pi/\Phi_1^2$.

Таким образом, конечные выражения для аналогов скорости, ускорения и функции положения имеют вид:

$$s'' = 2\pi \Pi \Phi_1^{-2} \sin(2\pi q/\Phi_1); \quad s' = \Pi \Phi_1^{-1} [1 - \cos(2\pi q/\Phi_1)]; \\ s = \Pi \Phi_1^{-1} [q - (\Pi/2\pi) \sin(2\pi q/\Phi_1)].$$

Аналогично решается данная задача для фазы приближения.

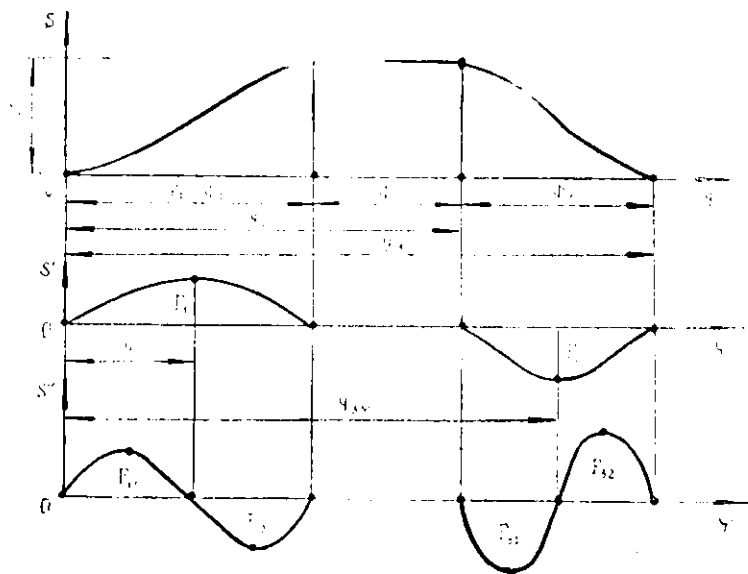


Рис. 12.7

На рис. 12.7 приведены графики полученных зависимостей, причем та же форма закона движения использована и для фазы приближения.

12.4.3. При графическом решении той же задачи учитывается геометрический смысл граничных условий. Граничные условия 3), 5) означают, что должны выполняться равенства площадей $F_{11}=F_{12}$, $F_{31}=F_{32}$ эюр графика $s''(q)$ (рис. 12.7). Условия 1), 2) геометрически выражают равенство площадей $F_1 = F_2$ эюр графика $s'(q)$ (рис. 12.7).

В процессе графического решения используется метод графического интегрирования, причем график функции $s''(q)$ вначале строится в неопределенном масштабе. Масштабы графиков всех трех функций могут быть определены только после выполнения процедуры графического интегрирования по заданной величине полного хода Π (или Ψ').

13. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОСНОВНЫХ РАЗМЕРОВ КУЛАЧКОВЫХ МЕХАНИЗМОВ

13.1. Угол давления как критерий работоспособности кулачкового механизма

Основные размеры кулачковых механизмов с остроконечным или роликковым выходным звеном определяют из условия ограничения величины угла давления. Угол давления (рис. 13.1) есть угол β , образованный нормалью nn к профилю кулачка в

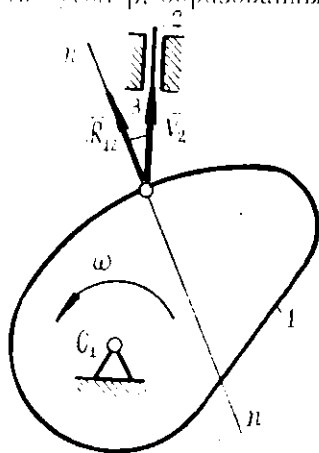


Рис. 13.1

точке касания звеньев и вектором скорости $\vec{V}_2$ острия ведомого звена. По линии nn действует сила $\vec{R}_{12}$ нормального давления кулачка на ведомое звено механизма. Из чертежа видно, что увеличение угла β приводит к увеличению сил трения в соединении толкателя со стойкой и может быть причиной заклинивания механизма или значительного снижения его к. п. д. Таким образом, угол давления характеризует работоспособность механизма.

Угол β — величина переменная, зависящая от положения механизма. Основные размеры кулачковых механизмов при проектировании определяют так, чтобы угол давления в любом поло-

жении механизма был не более некоторого допускаемого значения $|\beta| \leq |\beta^*|$. Критические значения углов давления, при которых происходит заклинивание механизма, могут быть определены силовым расчетом. Однако при выборе допускаемых значений учитывается еще требование обеспечения достаточно высокого к. п. д. Поэтому допускаемые значения углов давления оказываются значительно меньшими критических. Практикой проектирования установлены допускаемые значения: $|\beta^*| = 30^\circ - 40^\circ$ для механизмов с толкателем; $|\beta| = 45^\circ - 50^\circ$ для механизмов с коромыслом.

13.2. Расчет углов давления

13.2.1. Угол давления в механизме с роликовым или остроконечным толкателем. Установим зависимость угла давления β от основных размеров механизма и закона движения толкателя (см. рис. 13.2). Для этого построим на схеме план скоростей

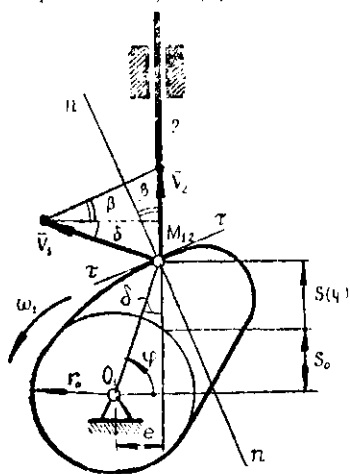


Рис. 13.2

точки M_{12} , в которой происходит касание звеньев 1 и 2. Вектор V_1 направлен $\vec{V}_1 \parallel \vec{\rho}_1$ и по модулю равен $\vec{V}_1 = \omega_1 \rho_1$. Вектор $\vec{V}_2$ скорости точки M_2 направлен по линии движения толкателя. Относительная скорость $\vec{V}_{21} \perp \tau\tau$, где $\tau\tau$ — касательная к профилю кулачка в точке касания звеньев.

Из плана скоростей можно выразить:

$$\operatorname{tg} \beta = (V_2 - V_1 \sin \delta) / (V_1 \cos \delta) \quad (13.1)$$

Из треугольника ОМК выражаются

$$\sin \delta = e / \rho_1; \quad \cos \delta = (s_0 + s(q)) / \rho_1,$$

а $V_2 = s' \omega$. Используя эти выражения, можно упростить (13.1) и

привести к виду (13.2), принимая за обобщенную координату угол поворота кулачка q :

$$\operatorname{tg} \beta = (s' - e) / (s_0 + s) = (s' - e) / (V r_0^2 - c^2 + s). \quad (13.2)$$

Если проанализировать (13.2), можно указать:

- 1) угол давления зависит от обобщенной координаты q ;
- 2) введение эксцентриситета e позволяет перераспределить величину угла давления для периода подъема и периода опускания по сравнению с центральным механизмом. При подъеме $s' > 0$, и если $e \neq 0$, угол давления уменьшается; при опускании

толкателя $s' < 0$, следовательно, наличие эксцентриситета $e \neq 0$ увеличивает угол давления по модулю;

3) при прочих равных условиях угол давления уменьшается с увеличением радиуса основной окружности профиля r_0 .

13.2.2. Угол давления в механизме с коромыслом. Аналогично предыдущему построим план скоростей точки $M_{1,2}$, в которой соприкасаются звенья 1 и 2 механизма (см. рис. 13.3). Направления векторов скоростей следующие: $\vec{V}_1 \parallel \vec{\rho}_1$, $\vec{V}_2 \parallel \vec{O}_2 M_1$, $\vec{V}_2 \parallel \vec{\tau}$. Величины скоростей $V_1 = \omega_1 \rho_1$, $V_2 = \psi' \cdot \varphi_1$. Из плана скоростей выражается:

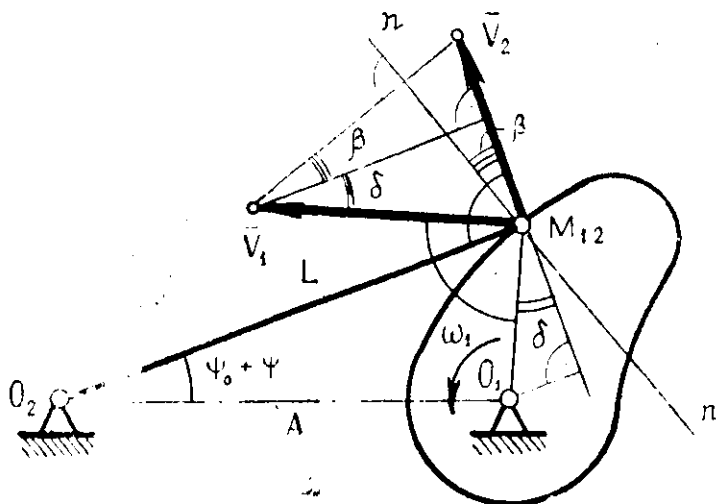


Рис. 13.3

$$\operatorname{tg} \beta = (V_2 - V_1 \sin \delta) / (V_1 \cos \delta), \quad (13.3)$$

а из треугольника $O_1 K M$

$$\sin \delta = (L - A \cos(\psi_0 + \psi)) / \rho_1,$$

$$\cos \delta = (A \sin(\psi_0 + \psi)) / \rho_1.$$

После подстановки этих выражений в (13.3) и упрощений получается следующая формула для угла давления:

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{1}{2} L (\psi' - 1) + A \cos(\psi_0 + \psi) / A \sin(\psi_0 + \psi). \quad (13.4)$$

13.3 Определение основных размеров по условию ограничения угла давления

13.3.1. Основные размеры механизма с острокопечным или роликовым толкателем. Как следует из п. 13.2.1, угол давления

есть функция переменной q , зависящая от параметров s_0, c : $\beta = \beta(s_0, c, q)$. Общее точное аналитическое решение задачи определения s_0, c , удовлетворяющих условию $|\beta(s_0, c, q)| = |\beta|$, пригодное для любых законов $s(q)$, получить невозможно. Существует общий графический метод.

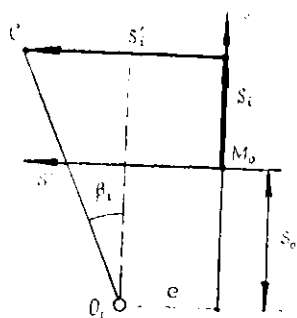


Рис. 13.4

Для определения значений s_0 и c , удовлетворяющих условию $|\beta| \leq |\beta|$, строится график функции $s' = f(s)$ (см. рис. 13.5).

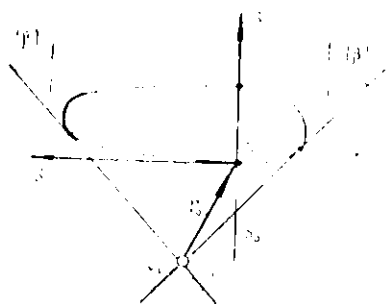


Рис. 13.5

Такое решение задачи применяют для механизмов с геометрическим замыканием (назовые кулачки), так как кулачок перемещает толкатель и в период подъема и опускания, поэтому на графике делается построение двух ветвей.

Для механизмов с силовым замыканием угол давления имеет значение только для периода подъема толкателя, а при опускании толкатель движется под действием пружины или силы веса.

Если размеры s_0 и c уже известны, то угол β для различных q_i можно определить графически (см. рис. 13.4). Для этого достаточно построить систему координатных осей s, s' , отложить от начала координат размеры c, s_0 , пометив точку O ; затем отложить отрезки s_i, s'_i соответствующие φ_i и пометить точку C . Тогда угол β определится как угол отклонения луча OC от оси s , так как можно записать

$$\operatorname{tg} \beta_i = (s'_i - c) / (s_0 + s_i).$$

s_0 и c , удовлетворяющих условию $|\beta| \leq |\beta|$, строится график функции $s' = f(s)$ (см. рис. 13.5). При этом используются зависимости $s(q)$ и $s'(q)$, и в процессе построения графика выполняются включение переменной q . Затем проводятся две касательные к графику $s' = f(s)$, как показано на рис. 13.5, под углами $|\beta|$ к оси s . Заштрихованная зона допустима для размещения центра вращения кулачка. Габариты кулачка (радиус r_0) будут наименьшими, если центр кулачка разместить в точке пересечения касательных.

Поэтому в этом случае строится одна ветвь графика $s' = f(s)$, построение выполняется, как показано на рис. 13.6.

При выполнении всех указанных построений направление оси s' определяется поворотом вектора V_2 в период подъема толкателя на 90° по направлению угловой скорости кулачка ω_1 .

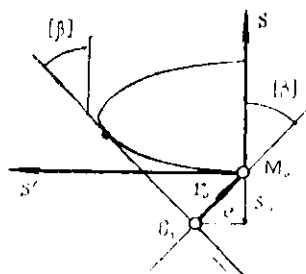


Рис. 13.6

13.3.2. Основные размеры механизма с коромыслом. При проектировании данного механизма длина коромысла L задается конструктивными соображениями. Из условия $\beta' \leq [\beta]$ определяются межцентровое расстояние A и ψ_0 , следовательно, r_0 . Общее решение задачи, пригодное для любых законов $\psi'(\varphi)$, можно выполнить только графическим методом (рис. 13.7).

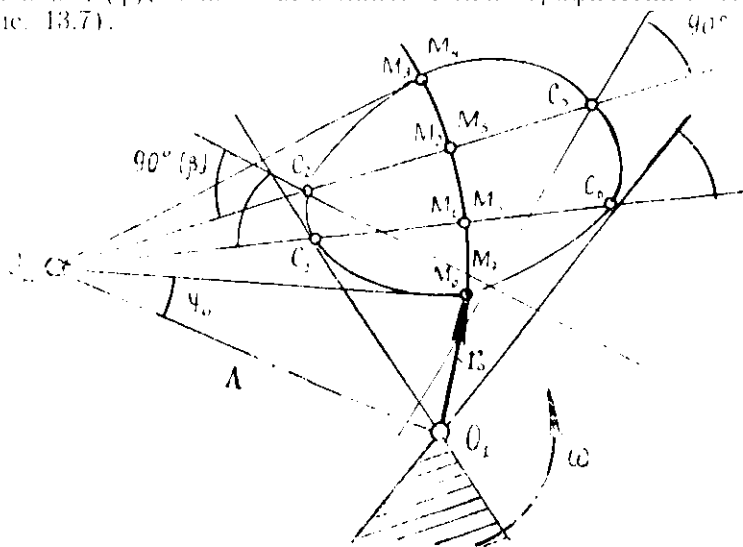


Рис. 13.7

В соответствии с заданным законом движения $\Psi(\varphi)$ размечается ряд положений коромысла, соответствующих углам φ_i и, следовательно, φ_i . Через точки M_i проводятся лучи O_2M_i . От точек M_i откладываются отрезки $M_iC_i = L(d\Psi/d\varphi)_i$, причем для периода подъема к центру O_2 , для периода опускания от центра O_2 . По точкам C_i строится график. Затем в точках C_i строятся прямые под углами $90^\circ - |\beta_i|$ к лучам O_2M_i . Заштрихованная зона определяет область допустимых положений центра вращения кулачка O_1 , то есть допустимые значения параметров $A, \psi_0(r_0)$. Для уменьшения габаритов кулачка точка O_1 располагается в допустимой зоне возможно ближе к M_0 .

13.4. Определение основных размеров механизма с плоским толкателем из условия выпуклости профиля

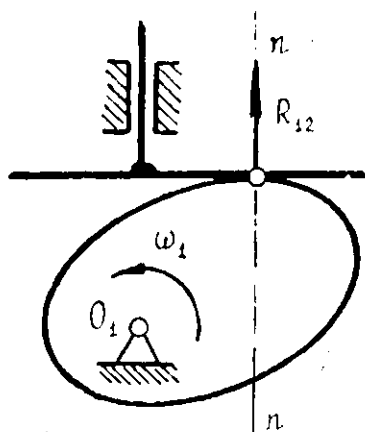


Рис. 13.8

В данном механизме угол давления всегда равен нулю, так как общая нормаль в точке касания звеньев направлена по перпендикуляру к плоскости толкателя (рис. 13.8). Однако, в данном случае профиль кулачка в любой точке должен быть выпуклым, то есть радиус его кривизны должен быть положительным $\rho > 0$.

Для данного механизма радиус кривизны профиля кулачка в точке касания с плоскостью толкателя равен:

$$\rho = r_0 + s + s'' \quad (13.5)$$

поэтому условие выпуклости профиля можно записать:

$$r_0 > -(s + s'') \quad (13.6)$$

Определение радиуса основной окружности по условию (13.6) выполняется графически. Строится график функции $s(\varphi) + s''(\varphi)$, разыскивается ее минимум. На графике измеряется ордината a , которая изображает модуль минимального значения функции. Радиус принимается равным $r_0 = 1/a$, где μ_s — масштаб графика $s(\varphi) + s''(\varphi)$.

14. ПРОЕКТИРОВАНИЕ ПРОФИЛЯ КУЛАЧКА

14.1. Постановка задачи

Для того, чтобы выходное звено механизма совершало дви-

жение по заданному закону, кулачок должен быть изготовлен по соответствующему профилю. Если выходное звено механизма оснащено роликом, придется различать два профиля — теоретический и практический (см. рис. 14.1).

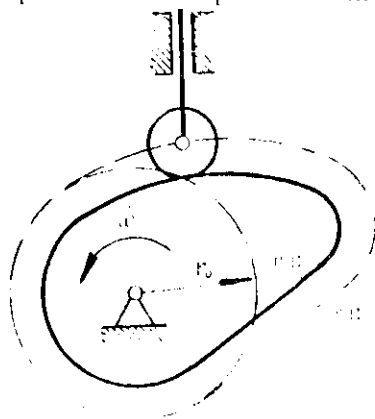


Рис. 14.1

Практический профиль — это реальный профиль, которого касается ролик при работе механизма. Теоретический профиль — это воображаемая кривая, жестко связанная с кулачком, которой при работе механизма касается центр ролика.

Эти понятия можно определить более строго.

Теоретический профиль есть траектория относительного движения центра ролика, совпадающего с острием толкателя, относительно кулачка.

Практический профиль есть огибающая к семейству окружностей, образованных множеством положений ролика при разном положении его центра на теоретическом профиле.

Теоретический и практический профили находятся в строгом соответствии друг к другу и заданному закону движения выходного звена. Поэтому при проектировании сначала определяется теоретический профиль кулачка, а затем практический, в предположении, что теоретический профиль известен. Если выходное звено механизма не оснащается роликом, то говорят, что теоретический и практический профили совпадают, и проектирование кулачка заканчивается проектированием одного профиля.

В период ближней и дальней остановок выходного звена механизма центр ролика (или острие выходного звена) находится в покое. Поэтому соответствующие участки профиля кулачка должны быть очерчены окружностями. Окружность радиуса r_0 , соответствующая ближней остановке выходного звена, называется **основной** окружностью теоретического профиля кулачка (см. рис. 14.1). Радиус основной окружности является одним из основных размеров механизма и подлежит определению в процессе проектирования.

14.2. Определение теоретического профиля кулачка в механизме с толкателем

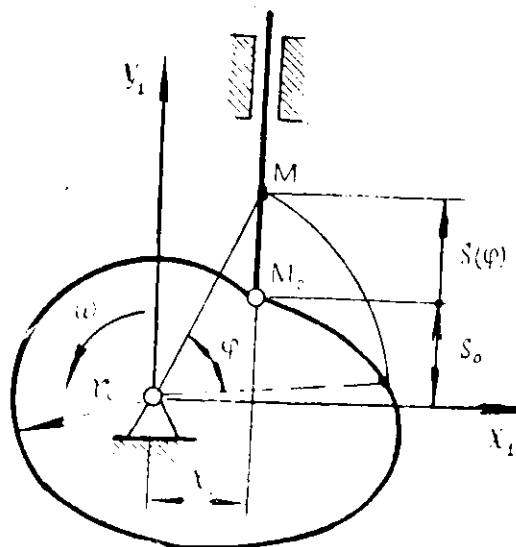


Рис. 14.2

Пусть заданы закон движения толкателя $s(q)$ (в форме функции положения) и основные размеры механизма: радиус основной окружности r_0 и эксцентриситет e .

За начальную точку профиля выбирают точку M_0 , в которой соприкасаются звенья механизма в момент остановки к подъему выходного звена. В данном состоянии изображена схема механизма на рис. 14.2.

Если кулачок повернется из этого начального состояния на угол q , то толкатель переместится на расстояние $s(q)$, острей толкателя займет положение M .

Определим координаты точки M касания звеньев механизма в неподвижной системе координат x_1, y_1 :

$$x_1 = c; \quad y_1 = s_0 + s(q), \quad (14.1)$$

где s_0 — координата, определяющая начальное положение острей толкателя и равная $s_0 = \sqrt{r_0^2 - e^2}$.

Для определения координат профиля введем подвижную систему координат x, y , жестко связанную с кулачком и вращающуюся вместе с ним так, чтобы в начальный момент координатные оси x_1, y_1 и x, y совпадали. Используя формулы преобразования координат, можно теперь определить координаты точки M касания звеньев механизма в подвижной системе x, y .

$$x = x_1 \cos q + y_1 \sin q; \quad y = -x_1 \sin q + y_1 \cos q. \quad (14.2)$$

Формулы (14.2) с учетом (14.1) позволяют для каждого значения q вычислить координаты соответствующей точки теоретического профиля. Можно также сказать, что уравнения (14.2) с учетом уравнений (14.1) представляют собой параметрические уравнения профиля кулачка с параметром q .

14.3. Определение теоретического профиля кулачка в механизме с коромыслом

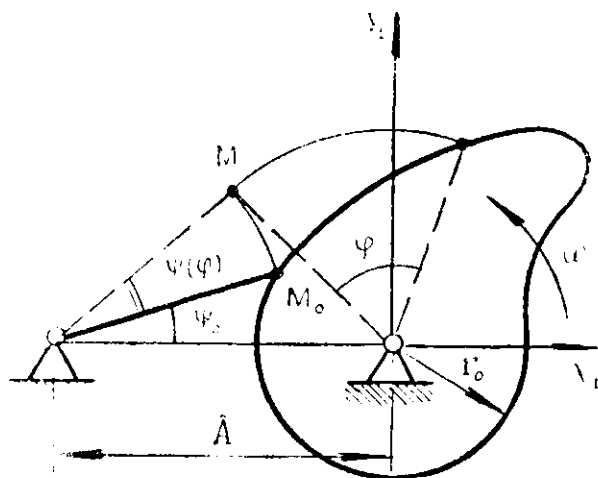


Рис. 14.3

Основными размерами данного механизма являются межцентровое расстояние A , длина коромысла L и радиус основной окружности r_0 (рис. 14.3). Будем считать заданными эти размеры и, следовательно, угол начального отклонения коромысла ψ_0 . Пусть задан также закон вращательного движения выходного звена в форме функции положения $\psi(q)$.

Координаты точки M , в которой будут соприкасаться звенья после поворота кулачка на угол φ из начального положения в неподвижной системе координат x_1, y_1 , определяются:

$$x_1 = -A + L \cos(\psi_0 + \psi); \quad y_1 = L \sin(\psi_0 + \psi). \quad (14.3)$$

Координаты теоретического профиля кулачка можно определить теперь по формулам (14.2), вычисляя x_1, y_1 по (14.3).

14.4. Определение теоретического профиля кулачка в механизме с плоским толкателем

В данном случае задаются радиус основной окружности r_0 и закон движения выходного звена в форме функции положения $s(q)$.

В начальный момент плоскость толкателя касается основной окружности в точке M_0 . После поворота кулачка на угол φ толкатель переместится на расстояние $s(\varphi)$, точка касания звеньев будет лежать на общей нормали nn к профилям звеньев.

Координату точки M касания звеньев по неподвижной оси определим, построив план скоростей точки M , принадлежащей звеньям 1 и 2 (рис. 14.4). На плане скоростей вектор $\overline{V_1} \perp \overline{r_1}$, вектор $\overline{V_2} \parallel Oy_1$, вектор относительной скорости параллелен плоскости толкателя.

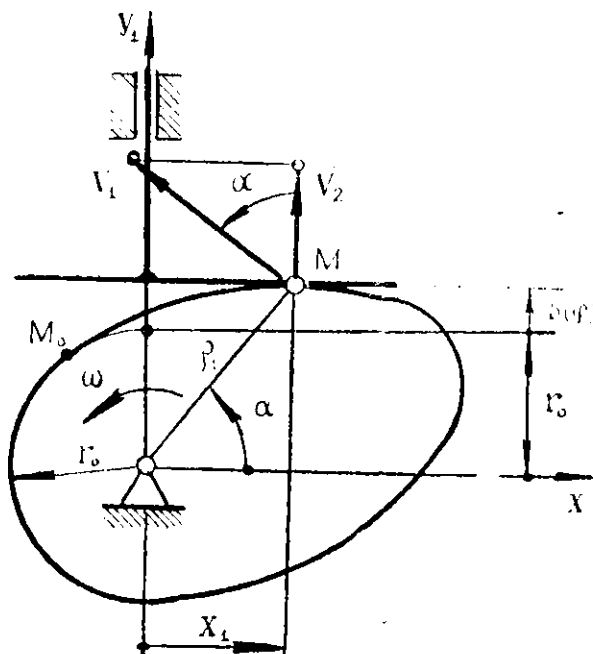


Рис. 14.4

Тогда $x_1 = r_1 \cos \alpha$, r_1 — радиус-вектор точки профиля кулачка. Из плана скоростей $\cos \alpha = V_2/V_1$. Величины скоростей определяются $V_2 = s = s'\omega$; $V_1 = r_1\omega$; $s' = ds/d\varphi$. Следовательно, в неподвижной системе координаты точки M касания профилей звеньев определяются формулами:

$$\begin{aligned} x_1 &= s' \\ y_1 &= r_0 + s(\varphi). \end{aligned} \quad (14.4)$$

Для определения координат профиля кулачка снова следует определить координаты точки M в подвижной системе коор-

дпнат x , y по формулам (14.2), считая, что x_1 , x_2 вычисляются по (14.4).

14.5. Определение практического профиля кулачка

14.5.1. Графический метод. Вычерчивается кривая теоретического профиля в некотором масштабе. Затем в том же масштабе вычерчивается семейство окружностей радиуса r_p (радиус ролика) с центром на кривой теоретического профиля, как показано на рис. 14.5. Выполняется построение огибающей к семейству окружностей, которая и представляет практический профиль кулачка.

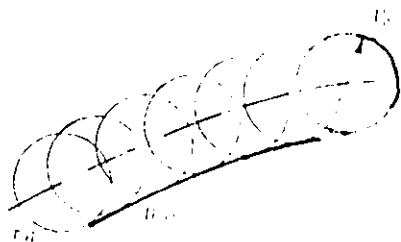


Рис. 14.5

14.5.2. Аналитический метод.

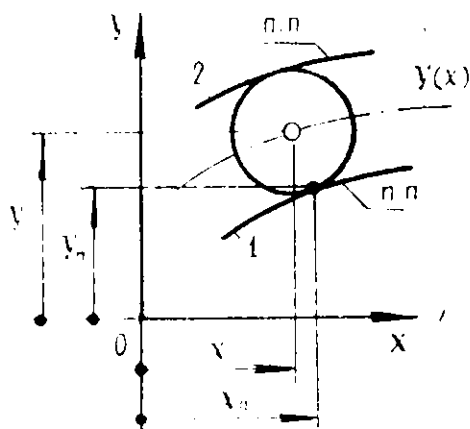


Рис. 14.6

Практический профиль определяется с использованием методов дифференциальной геометрии как огибающая к семейству окружностей радиуса ролика r_p , центры которых размещаются на теоретическом профиле.

Пусть известен теоретический профиль кулачка $y(x)$ (рис. 14.6). Обозначим координаты окружности, центр которой находится на этой кривой x_n и y_n . Тогда уравнение данной окружности запишется:

$$(y_n - y)^2 + (x_n - x)^2 - r_p^2 = 0. \quad (14.5)$$

Если учесть, что y зависит от x согласно $y(x)$, а координату x мы можем изменять, то уравнение (14.5) следует считать уравнением семейства окружностей с параметром x .

Уравнение огибающей к семейству окружностей, как известно из дифференциальной геометрии, определяется путем совместного решения двух уравнений:

$$F(y_n, x_n, x) = 0; \quad dF/dx = 0,$$

где первое уравнение есть уравнение семейства (14.5).

Продифференцируем уравнение (14.5) по параметру x и приравняем эту производную нулю. Тогда система уравнений для определения огибающей запишется:

$$\left. \begin{aligned} (y_H - y)^2 + (x_H - x)^2 - r_p^2 &= 0 \\ (x_H - x) + (y_H - y)^2 dy/dx &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (14.6)$$

Решив ее относительно y_H и x_H , получим выражения:

$$y_H = y \pm r_p [1 + (dy/dx)^2]^{-1/2}, \quad (14.7)$$

$$x_H = x \mp r_p (dy/dx) [1 + (dy/dx)^2]^{-1/2}, \quad (14.8)$$

позволяющие вычислить координаты практического профиля. Два знака в этих выражениях соответствуют двум огибающим семейства окружностей. Огибающей 1 соответствуют нижние знаки, огибающей 2 — верхние.

Так как теоретический профиль кулачка определен в параметрическом виде $x(q)$, $y(q)$ в формулах (14.7), (14.8), то удобнее перейти к параметру q , выполнив замену

$$\left. \begin{aligned} dy/dx &= (dy/dq)/(dx/dq) \\ y_H &= y \pm r_p (dx/dq) [(dx/dq)^2 + (dy/dq)^2]^{-1/2} \end{aligned} \right\} \quad (14.9)$$

$$x_H = x \mp r_p (dy/dq) [(dx/dq)^2 + (dy/dq)^2]^{-1/2}. \quad (14.10)$$

14.5.3. Выбор радиуса ролика.

Радиус ролика назначается таким образом, чтобы выполнялись два неравенства:

$$r_p \leq 0,8r_{min}, \quad (14.11) \quad r_p \leq 10,4r_0, \quad (14.12)$$

где r_{min} — минимальный радиус кривизны теоретического профиля.

Неравенство (14.11) выражает условие отсутствия самопересечения практического профиля (рис. 14.7), при котором практический профиль оказывается несоответствующим заданному закону движения выходного звена. Из рисунка видно, что самопересечение начинается при равенстве $r_p = r_{min}$. Неравенство (14.12) есть конструктивное условие, выполнение которого позволяет обеспечить достаточный размер (толщину) вала кулачка.

При определении радиуса ролика используется более жесткое из двух условий (14.11) и (14.12). Минимальный радиус кривизны r_{min} теоретического профиля определяется приближенно по чер-

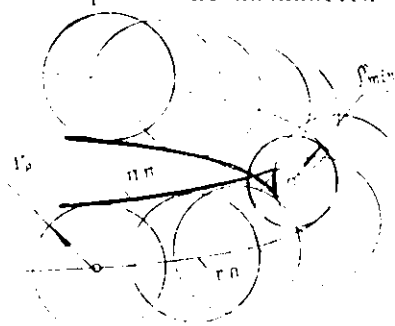


Рис. 14.7

тежу посредством дополнительных построений и измерений на наиболее заостренном участке профиля. Если проектирование реализуется на ЭВМ, то эта задача решается методами математического программирования.

14.6. Определение сопряженных поверхностей в пространственных кулачковых механизмах

При определении пространственных сопряженных поверхностей считают, что сопряженная поверхность, принадлежащая ролику, всегда известна. Сопряженная поверхность кулачка в общем случае находится методами графического или аналитического синтеза сопряженных поверхностей. При использовании аналитического метода синтез пространственного контакта производится в три этапа.

1. Определяют угол поворота q выходного звена (в своей подвижной системе координат x_1, y_1), при котором некоторая точка ролика является точкой контакта.

2. Вычисляют координаты этой точки контакта в неподвижной системе координат x_0, y_0 , т. е. $x_0(q)$, $y_0(q)$.

3. Вычисляют координаты точки контакта, соответствующей некоторому профилю кулачка в подвижной системе (x_2, y_2), связанной с кулачком, т. е. $x_2(x_0, y_0, q)$ и $y_2(x_0, y_0, q)$.

Координата каждой точки контакта вычисляется по этим трем этапам, которые аналогичны этапам графического метода синтеза.

Практически нет необходимости вычислять координаты точек этой поверхности или строить ее графически, так как обработка пространственных кулачков производится не по точкам, а методом обкатки при котором режущий инструмент имеет форму и размеры ролика и совершает относительно заготовки такое же движение, какое совершается при работе кулачкового механизма.

ОСНОВЫ ТЕОРИИ МАШИН—АВТОМАТОВ

15. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ ТЕОРИИ МАШИН-АВТОМАТОВ

15.1. Машина – автомат и автоматическая линия

Машина—автомат есть машина, в которой все операции, кроме контроля и наладки, выполняются без участия человека.

Совокупность машин-автоматов, соединенных автоматическими транспортными устройствами, предназначенная для выполнения определенного технологического процесса, называется **автоматической линией**.

Машина-автомат всегда имеет один или несколько исполнительных органов (ИО). **Исполнительным органом** называют твердое тело, которое выполняет заданное движение относительно обрабатываемого объекта. ИО может быть приведен в движение посредством соединения его с выходным звеном исполнительного механизма или непосредственно от двигателя.

Движение исполнительных органов определяется **программой** работ, под которой понимается совокупность предписаний, обеспечивающих выполнение заданного технологического процесса.

Для автоматического выполнения всех операций, порученных машине-автомату, в ней предусматривается **система управления**, то есть система, обеспечивающая выполнение заданных законов движения каждого исполнительного органа и согласование движений всех исполнительных органов.

Принципиально машина-автомат может не иметь специальной системы управления, так как выполнение ее функций может быть поручено силовой цепи машины—механической системе, которая служит для приведения в движение исполнительных органов. Исторически первые машины-автоматы были основаны именно на принципе совмещения силовой цепи машины с системой управления. Однако такой принцип приводит к чрезмерному усложнению конструкции при необходимости

построения многооперационных машин и позволяет реализовать только неизменяемую программу работ. Поэтому современные машины-автоматы, как правило, имеют специальную систему управления.

15.2. Управление движением исполнительного органа

15.2.1. Управление от копиров. Если требуется обеспечить движение исполнительного органа по различным траекториям или законам, применяется механизм со сменными неподвижными кулачками, которые называют **копирами**. При этом копир является носителем **программы** работ. В настоящее время в системах управления гидрокопировальных станков широко используются следящие приводы, которые позволяют уменьшать нагрузки на копир. При этом система управления разобщается от силовой цепи машины.

На рис. 15.1 представлена принципиальная схема устройства, предназначенного для управления движением исполнительного органа (фрезы или шлифовального круга) при обработке поверхности по способу копирования. Заданное относительное движение фрезы 4 относительно обрабатываемого предмета 0 задается кулачком-копиром 3. При движении ползуна 1 и одновременном вращении фрезы 4 поверхность кулачка копируется на обрабатываемом предмете. Принцип действия следящего привода состоит в том, что исполнительный орган—фреза 4—повторяет движение управляющего органа—шпуна 2, не будучи с ним непосредственно связанным. Усилие прижатия шпуна может быть в этом случае значительно меньшим усилия на исполнительном органе—фрезе. Передача управляющего импульса от шпуна на исполнительный механизм в следящем приводе может быть реализована с помощью гидравлической, электрической или иных систем управления.

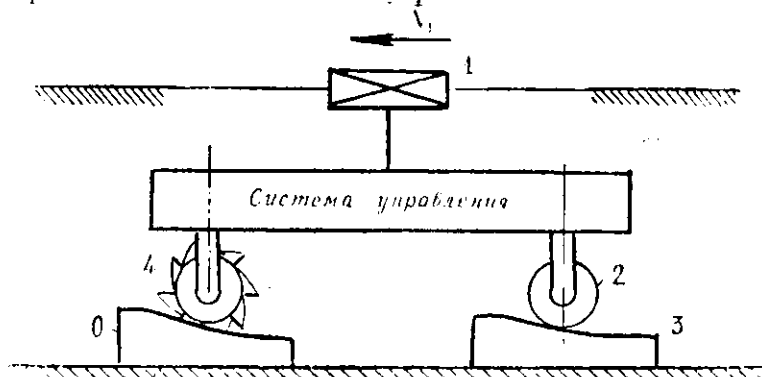


Рис. 15.1

15.2.2. Числовое программное управление. Программное управление движением исполнительных органов применяют для еще большего упрощения переналадки машин автоматов на новую программу работы. При этом программа задается в виде чисел, которые обуславливают возникновение в системе дискретных сигналов — управляющих импульсов.

Для реализации числового программного управления исполнительный орган машины автомата должен приводиться в движение от регулируемого двигателя, способного сообщить исполнительному органу требуемое перемещение. В качестве такого привода применяются двигатели с регулируемым числом оборотов или шаговые двигатели. В шаговом двигателе при каждом включении ротор поворачивается на определенный точно фиксированный угол шаг. Для того, чтобы получить требуемое перемещение исполнительного органа необходимо послать в цепь питания число импульсов, равное требуемому числу шагов.

Программа работы автомата фиксируется на перфоленте, перфокартах, магнитной ленте, киноленте или в памяти системы управления. При этом используется двоичная система исчисления, где десятичное число представляется комбинацией двух цифр 1 и 0.

15.2.3. Самонастраивающаяся система управления. Такие системы управления применяются в том случае, когда при составлении программы работы автомата невозможно учесть полностью все условия протекания технологического процесса или при необходимости повышения точности изготовления изделия. Такая система обязательно содержит блок измерения параметров технологического процесса. В ходе процесса вырабатывается программа работы, настраивающая машину — автомат на оптимальный режим работы с учетом данных, полученных от блока измерения (контроля).

15.3. Согласование движений исполнительных органов по времени

15.3.1. Циклограмма. Согласование движений исполнительных органов в машине автомате может быть выполнено по времени или по пути (т. е. в зависимости от положения исполнительного органа).

Схема согласованности движений исполнительных органов машины автомата в зависимости от времени называется циклограммой.

Циклом машины — автомата называется промежуток времени T , по истечению которого повторяется последовательность

движений исполнительных органов. За начало цикла обычно принимают начало рабочего хода основного исполнительного органа.

Циклограммы бывают линейные, прямоугольные и круговые. На рис. 15.2 показана прямоугольная циклограмма. Здесь длина прямоугольника пропорциональна одному циклу машины — автомата Т, а каждая строка ее соответствует одному исполнительному органу и делится на отрезки, пропорциональные длительностям движения или остановки рабочих органов. Закон движения исполнительных органов циклограммой не регламентируется, поэтому состояние движения исполнительного органа изображается наклонной прямой, состояние покоя — горизонтальной. Иногда на циклограмме просто записывается название от-

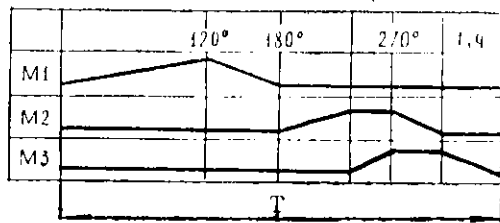


Рис. 15.2

дельных операций или этапов движения. Если входное звено некоторого механизма вращается равномерно, на циклограмме показывают фазовые углы — углы поворота данного вала, соответствующие интервалам движения или остановки исполнительного органа. На рис. 15.2 показан пример циклограммы, которая регламентирует согласованность движений трех исполнительных органов М1, М2, М3. Здесь каждый исполнительный орган начинает движение только после остановки предыдущего.

Отметим, однако, что при согласовании движений исполнительных органов по времени допускается совмещение по времени движений некоторых исполнительных органов. Поэтому при составлении циклограммы в процессе проектирования необходимо выполнить выяснение возможностей совмещения операций, выполняемых различными исполнительными органами, и провести **уплотнение** циклограммы с целью уменьшения времени цикла Т и повышения производительности машины.

15.3.2. Распределительный вал. Согласование движений ИО по времени наиболее просто может обеспечиваться использованием **распределительного вала**, который приводит в движение все исполнительные органы. При этом ведущие звенья механизмов каждого исполнительного органа (кривошпинны или кулачки) должны быть установлены на РВ под соответствующими углами — **углами установки**, определенными в соответствии с заданной циклограммой.

Распределительный вал может быть кривошипным, кулачковым или кривошипно-кулачковым. Принципиально машина-автомат может содержать и несколько РВ, каждый из которых приводит в движение определенную группу исполнительных органов. Например, многоцилиндровый двигатель внутреннего сгорания имеет два РВ: коленчатый вал согласует работу поршней, кулачковый вал механизма газораспределения согласует работу клапанов. Движение обоих РВ также должно быть согласовано.

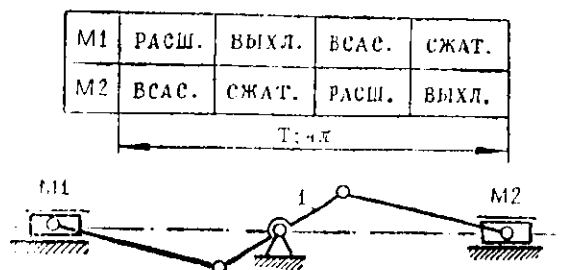


Рис. 15.3

На рис. 15.3 приведена циклограмма работы поршней двухцилиндрового четырехтактного двигателя и его кинематическая схема с кривошипным РВ 1. Для улучшения равномерности движущего момента двигателя циклы расширения газов в цилиндрах повторяются, как показано на циклограмме, через равные промежутки времени, поэтому кривошипы на РВ расположены под углом установки 180° .

15.3.3. Углы установки кулачков. Углом установки называется угол, составленный начальной прямой на ведущем звене основного механизма и начальной прямой на ведомом звене рассматриваемого механизма. Начальная прямая для кривошипа совпадает с его продольной осью, начальной прямой кулачка считают начальный радиус-вектор теоретического профиля, соответствующий переходной точке профиля от ближнего выстоя к удалению. Угол установки отсчитывается от начальной прямой R_1 основного механизма в направлении, обратном угловой скорости РВ.

Для определения угла установки используется циклограмма работы машины автомата и компоновочная кинематическая схема основного механизма и n -го механизма. По циклограмме определяется угол φ_n поворота РВ от момента начала рабочего хода основного механизма до момента начала рабочего хода n -го механизма (рис. 15.4). На компоновочной схеме выпол-

няется построение нулевых положений обоих механизмов, соответствующих моментам начала рабочего хода каждого механизма, в предположении, что известны размеры всех звеньев механизмов, а также компоновочные размеры, но привод пока независимый. По этой схеме определяется угол δ_n между прямой R_1 и прямой R'_n в направлении, противоположном вращению РВ (см. рис. 15.4). Прямая R'_n изображает

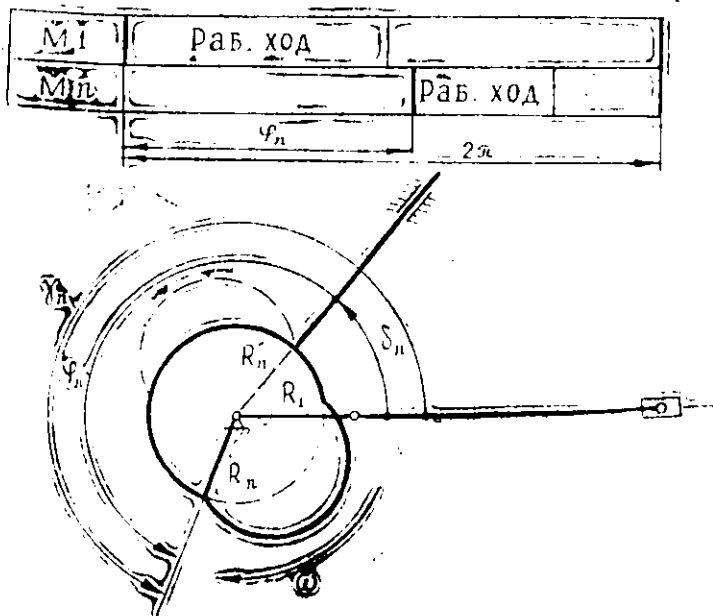


Рис. 15.4

нулевое положение прямой R_n кулачка при условии, что кулачок не связан с РВ; пунктирной линией показано соответствующее положение самого кулачка. Тогда угол установки определяется как

$$\gamma_n = \varphi_n + \delta_n.$$

Из вышеизложенного следует, что угол установки γ_n будет равен фазовому углу φ_n , если положения начальных прямых R_1 всех механизмов в нулевом положении каждого механизма будут совпадать с положением R_1 .

15.3.4. Кулачковый командоприпарат. Механизмы подобного типа применяются с целью разобщения системы управления от механизмов передачи движения к исполнительным органам и уменьшения нагрузки на кулачки распределительного вала.

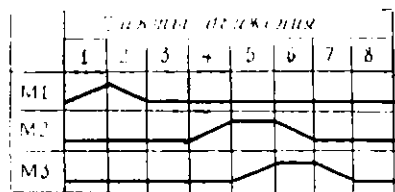
При этом каждый исполнительный орган получает индивидуальный привод (электрический или гидравлический), а система управления выделяется в отдельное устройство, которое называется **кулачковым командоаппаратом (КК)**. КК состоит из равномерно вращающегося вала с регулируемыми кулачками, которые в заданные моменты времени в соответствии с циклограммой работы включают привод того или иного исполнительного органа. Носителем программы работ в данном случае остается РВ.

15.3.5. Программное управление. Программное управление служит для согласования движений исполнительных органов по времени и реализуется путем использования равномерно движущегося программносителя. Применение магнитных лент в качестве программносителей позволяет организовать запись программы при ручном управлении, а затем воспроизводить ее в автоматическом режиме.

15.4. Согласование движений исполнительных органов по пути

15.4.1. Система управления по пути. Тактограмма. Система управления по пути служит для обеспечения согласования движений исполнительных органов в зависимости от их положений. Реализуется такая система посредством расстановки в определенных местах движения исполнительных органов упоров, копиров, концевых выключателей. Таким образом, программносителем в данном случае является указанный набор упоров и копиров.

Тактограммой называют схему согласованности движений исполнительных органов машины-автомата в зависимости от их положений. Весь цикл движения по тактограмме делится на такты промежутки времени, в течение которых не изменяется состояние ни одного из исполнительных органов. Длительность каждого такта на тактограмме не указывается, так



а)

как она может быть различной в зависимости от условий выполнения технологического процесса. Исполнительные органы при согласовании их движений по пути могут работать последовательно (рис. 15.5 а)

Рис. 15.5.



Рис. 15.5

δ

или последовательно-параллельно (рис. 15.5б). В последнем случае существуют такты движения, когда одновременно движутся несколько исполнительных органов (например, такт 3).

15.4.2. Логические системы управления по пути. Системы управления по пути, предназначенные для согласования движений исполнительных органов, строятся обычно как логические системы. В подобных системах, не используя логические высказывания, обуславливают условия движения ИО. Например, для тактограммы на рис. 15.5а такими условиями могут быть: ИО механизма М1 НЕ движется, если движется ИО механизма М2 или М3 (такты 3–8), ИО механизма М1 движется, если не движется ИО механизмов М2 и М3 (такты 1–2).

Таким образом, чтобы соблюдать последовательность движений, заданную тактограммой, необходимо иметь устройства для выполнения логических действий, которые могут быть описаны словами «и», «или», «и не». Эти действия в машинах автоматах называют **логическими операциями**, а устройства для их выполнения **логическими элементами**, которые могут быть электрические, пневматические, гидравлические и других типов, при этом сигналы, поступающие от путевых переключателей можно рассматривать как логические переменные.

В машинах автоматах регистрации положения ИО дается **входным** и **выходным** сигналами логических элементов, совокупность которых образует **логическую** (иногда называют **релейную**) систему управления по пути. Чаще всего достаточно иметь информацию о двух положениях ИО (начало и конец движения). В соответствии с этим каждый сигнал имеет два значения 0 и 1. В электрических элементах ноль означает «нет тока», а 1 «есть ток», в пневматических 0 «нет давления», 1 «есть давление».

Состав логической системы управления по пути представлен функциональной схемой на рис. 15.6.

Набор путевых переключателей (датчиков состояния ИО) 1 посылает сигналы о состоянии ИО в блок преобразования сигналов (БП) 2, в котором происходит переработка набора сигналов $x_1, x_2, \dots$ от путевых переключателей в набор командных сигналов $y_1, y_2, \dots$, управляющих включением или выключением двигателей ИО.

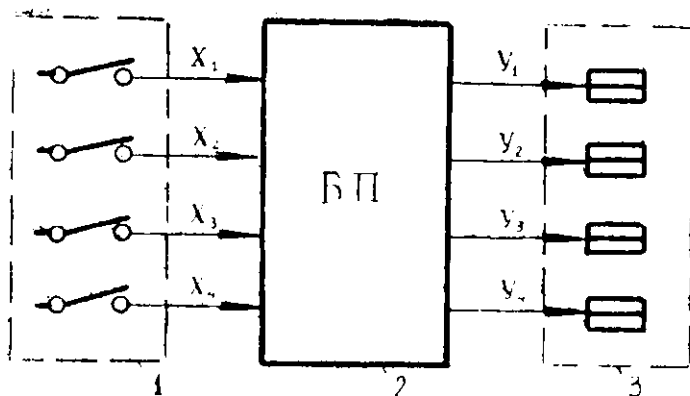


Рис. 15.6

15.5. Системы избирательного управления машинами—автоматами

При построении систем автоматизации очень часто возникает задача избирательного управления ИО машины-автомата или различных групп машин. В этом случае условия работы рассматриваемых устройств сразу описываются логическими выражениями.

Типовая задача формулируется, например, следующим образом: в цеху функционирует N станков и n транспортеров; при включении $N_k \leq N$ станков должны автоматически включиться $n_k \leq n$ транспортеров, где $k=1, 2, \dots, m$ —номер состояния системы N_k, n_k числа, определяющие конкретными условиями.

k	N_k	n_k
1	3	2
2	5	3
3	7	4

Рис. 15.7

Пример таблицы состояний для данной задачи представлен на рис. 15.7. Функциональная схема такой логической системы управления показана на рис. 15.6.

В системах данного типа на основе обработки входных сигналов вырабатывается группа выходных сигналов, которая управляет ИО или последовательно или выбирает определенное чередование движений исполнительных органов.

16. МАНИПУЛЯТОРЫ И ПРОМЫШЛЕННЫЕ РОБОТЫ

16.1. Виды манипуляторов и промышленных роботов

Традиционно манипулятором называют техническое устройство, предназначенное для воспроизведения рабочих функций руки человека. С точки зрения теории механизмов **манипулятор** есть техническое устройство, основой которого является **незамкнутая** кинематическая цепь с несколькими степенями свободы, предназначенное для выполнения сложных и разнообразных пространственных движений по переносу объектов.

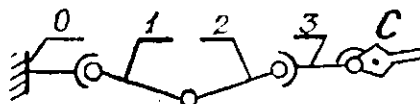


Рис. 16.1

На рис. 16.1 представлена схема типовой кинематической цепи манипулятора, имеющего семь степеней свободы. По аналогии с рукой человека иногда используют названия звеньев: 1 — плечо, 2 — предплечье, 3 — кисть или захват, 4 — палец. При анализе манипуляторов изучается движение центра захвата — точки С, поэтому подвижность пальцев 4 при расчете степеней подвижности кинематической цепи не учитывается. Поэтому данная кинематическая цепь состоит из трех подвижных звеньев 1, 2, 3, двух сферических (0, 1), (2, 3) и одной вращательной (1, 2) кинематических пар.

Манипуляторы применяются теперь во многих областях техники для выполнения операций в условиях, исключающих присутствие человека, или для автоматизации выполнения однообразных работ на конвейерах и т. д. Большое разнообразие движений захвата можно обеспечить, увеличивая степень подвижности манипулятора, однако увеличение числа звеньев и кинематических пар приводит к снижению точности выполнения операций.

Промышленным роботом называют манипулятор, снабженный САУ, имеющий, как правило, степень подвижности не более 6 и предназначенный для выполнения однообразных работ по перестановке объектов в промышленном производстве.

В зависимости от способа управления манипуляторы подразделяют на следующие группы:

- 1) копирующие манипуляторы, состоящие из двух механизмов — управляющего и исполнительного;
- 2) манипуляторы с ручным (кнопочным) управлением;

3) манипуляторы с автоматическим управлением.

Качественными характеристиками манипуляторов являются маневренность и коэффициент сервиса.

16.2. Структура кинематических цепей манипуляторов

В зависимости от сложности движений захвата и необходимости маневрирования при обходе препятствий для построения манипуляторов и промышленных роботов применяют различные кинематические цепи. Кинематические цепи ПР, имеющие наибольшее применение в отечественном и зарубежном машиностроении, показаны на рис. 16.2. На схемах указаны относительные

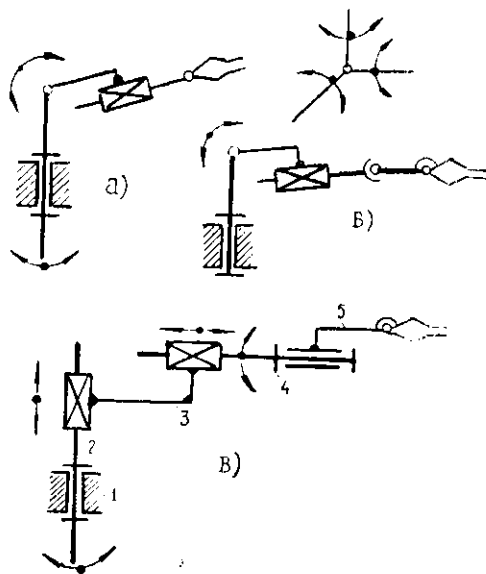


Рис. 16.2

тельные движения звеньев, допускающиеся кинематическими парами, количество которых равно степени подвижности кинематической цепи. Степень подвижности может быть вычислена также по структурной формуле пространственных механизмов. Например, для кинематической цепи а) $n=3$, $p_5=3$, $W=6n-5p_5=6 \cdot 3 - 5 \cdot 3=3$.

Манипуляторы собираются из унифицированных элементов—звеньев (рис. 16.2. в): 1—стол, 2—станина, 3—рука, 4—кисть, 5—захват.

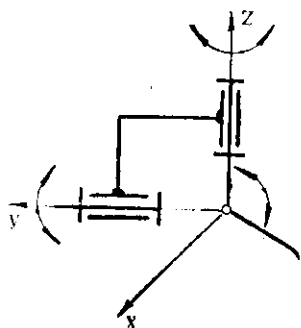


Рис. 16.3

Для того, чтобы каждое простое относительное движение звеньев можно было обеспечить индивидуальным приводом, сферическая кинематическая пара заменяется кинематическим соединением из трех вращательных пар по схеме, показанной на рис. 16.3. Следовательно, фактическое число подвижных звеньев кинематической цепи, содержащей одну сферическую пару, будет больше на 2.

16.3. Привод относительных движений звеньев манипулятора

Каждое простое относительное (вращательное или поступательное) движение звеньев манипулятора должно быть обеспечено индивидуальным приводом. Для этой цели используются электрические, гидравлические и пневматические двигатели с различными видами передач. Обычно индивидуальные двигатели устанавливаются на звеньях манипулятора в непосредственной близости от кинематических пар.

В некоторых случаях приводные двигатели относительных движений устанавливаются на станине (столе) манипулятора. При этом механизмы передачи движения монтируются внутри звеньев кинематической цепи манипулятора. Такой способ передачи движения применяется, например, в копирующих манипуляторах.

Широкое применение гидропневмопередач позволяет уменьшать габариты промышленных роботов. В этом случае гидро-, пневмостанция устанавливается на столе ИР, а гидропневмопривод на звеньях манипулятора около кинематических пар.

16.4. Классификация движений захвата и маневренность манипулятора

Рабочим объемом манипулятора называют область пространства, ограниченную поверхностью, огибающей все возможные положения центра захвата. В этом объеме захват должен совершать движения, которые по наличию ограничений разделяют на четыре группы (рис. 16.4): 1) движение захвата в свободном объеме, несущего свободный объект; (рис. 16.4a); 2) движения захвата, несущего свободный объект, в несвободном рабочем объеме (рис. 16.4б);

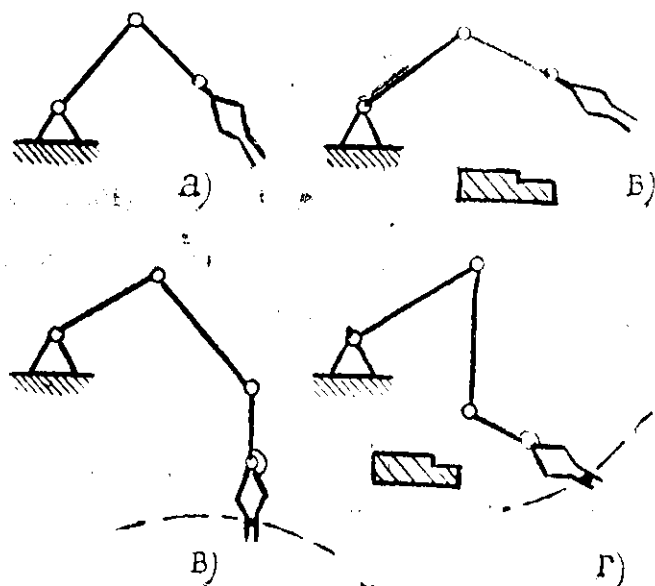


Рис. 16.4

3) движения захвата в свободном объеме при наличии связей, наложенных на положения объекта (рис. 16.4в);

4) движения захвата в несвободном объеме при несвободном объекте манипулирования (рис. 16.4г).

Возможность реализации различных движений захвата зависит от маневренности манипулятора.

Маневренность манипулятора—это подвижность его кинематической цепи при фиксированном положении захвата. Одну степень маневренности имеет манипулятор, представленный на рис. 16.1. При неподвижном захвате 3 его звенья 1, 2 могут

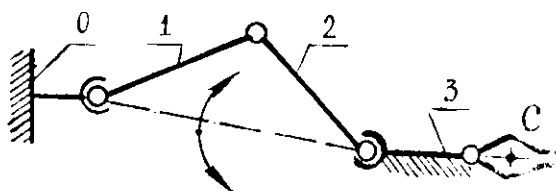


Рис. 16.5

вращаться вокруг оси, проходящей через центры сферических пар (рис. 16.5). Наличие маневренности дает возможность реализовать сложные движения захвата с обходом препятствий.

Манипуляторы, составленные по схемам рис. 16.2, не имеют маневренности, так как их степень подвижности $W \leq 6$.

Однако, маневренность зависит не только от степени подвижности захвата, но также и от расположения кинематических пар. Если в схеме рис. 16.5 поменять местами вращательную и сферическую пары, данный манипулятор не будет иметь маневренности.

16.5. Сервис манипулятора

Для оценки качества манипулятора используется также коэффициент сервиса. Данная характеристика является интегральной и для ее определения требуются сложные вычисления.

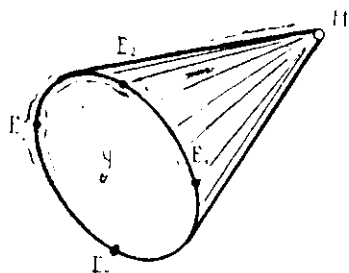


Рис. 16.6

В каждой точке рабочего объема Π манипулятора можно определить некоторый телесный угол ψ , внутри которого центр захвата можно подвести к данной точке (рис. 16.6). Этот угол называют углом сервиса, а его отношение к 4π называется коэффициентом сервиса в данной точке рабочего объема: $\Theta = \psi/4\pi$.

Качество манипулятора оценивается средним значением коэффициента сервиса в рабочем объеме:

$$\Theta_{ср} = V^{-1} \int \Theta dV.$$

(Телесный угол — часть пространства, ограниченная множеством прямых, проведенных из одной точки — вершины Π — ко всем точкам замкнутой кривой. Мера т. у. — площадь, вырезаемая т. у. на сфере единичного радиуса, максимальное значение — 4π).

Среднее значение коэффициента сервиса манипулятора определяется методами расчета на ЭВМ, описанными в специальной литературе (например, метод объемов).

16.6. Структурный синтез манипуляторов

Структурный синтез манипулятора есть определение количества подвижных звеньев, числа кинематических пар и их чередования (расположения) по заданной степени подвижности манипулятора. Задача представляет значительные трудности, так как решаться она может только методом перебора вариантов с выбором наилучшего из них по качественным характеристикам, а количество вариантов при $W \geq 6$ оказывается достаточно большим.

Если считать, что кинематическая цепь манипулятора образуется только парами пятого класса, то

$$W = n - p_5.$$

Например, (рис. 16.26) уже при $W = 4$ имеем $n = 4$, $p_5 = 4$, а число возможных вариантов расположения вращательных (В) и поступательных (П) пар оказывается равно 2^4 .

16.7. Блок-схема систем управления манипуляторами

Для управления копирующими манипуляторами применяют различные виды следящих систем, из которых наибольшее применение имеют системы с обратной связью. На рис. 16.7 приведена функциональная блок-схема такой системы управления.

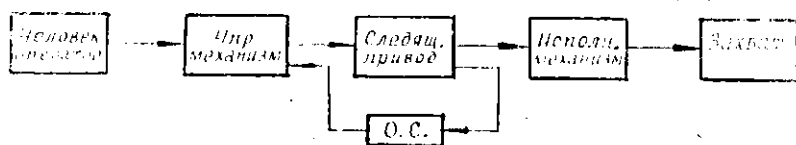


Рис. 16.7

Такая система может быть **односторонней**, когда обратная связь только информирует оператора о величинах сил, действующих на звенья исполнительного механизма, и **двусторонней**, когда обратная связь корректирует положения звеньев управляющего механизма в зависимости от величин сил, действующих на звенья исполнительного механизма.

Системы автоматического управления манипуляторов и промышленных роботов обычно строятся по принципу программного управления как системы программного управления по замкнутой схеме (рис. 16.8).

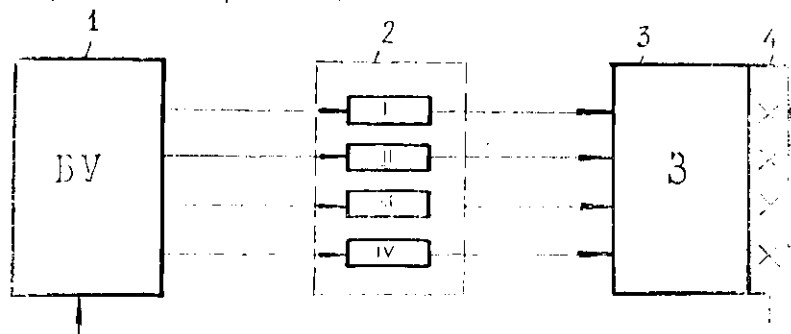


Рис. 16.8

Здесь 1 блок управления, 2 комплект приводов относительных движений, 3 захват, 4 датчики положения захвата. Обратная связь посылает сигналы датчиков в блок управления, где с учетом этих сигналов выполняется коррективировка программы работ манипулятора.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Артоболевский И. И. Теория механизмов. М.: Наука, 1975.—720 с.
2. Артоболевский И. И., Эдельштейн Б. В. Сборник задач по теории механизмов и машин: Для машиностроит. спец. вузов.—М.: Наука, 1973.—256 с. с черт.
3. Левитская О. Н., Левитский Н. И. Курс теории механизмов и машин: Учебник для машиностроит. спец. вузов. М.: Высшая школа, 1978.—269 с.
4. Машков А. А. Теория механизмов и машин: Учеб. пособие для машиностроит. спец. вузов.—Минск: Высшейш. школа, 1971.—469 с., ил.
5. Теория механизмов: Учеб. пособие для машиностроит. спец. вузов/Под ред. В. А. Гавриленко.—М.: Высш. школа, 1973. —510 с., ил.
6. Юдин В. А., Петрокас Л. В. Теория механизмов и машин: Учеб. пособие для машиностроит. спец. вузов. 2-е изд., перераб. и доп.—М.: Высш. школа, 1977.—527 с., ил.
7. Юдин В. А., Петрокас Л. В. Лабораторный практикум по теории механизмов и машин: Для вузов. 2-е изд., стереотип.—М.: Физматгиз, 1962. 172 с., ил.

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие	3
-------------	---

Синтез механизмов с низшими парами

1. Задачи и условия синтеза	
1.1. Задачи синтеза	4
1.2. Основные условия синтеза	7
1.3. Дополнительные условия синтеза	9
1.4. Оптимизация механизмов	11
2. Синтез механизмов, воспроизводящих заданную функцию	
2.1. Постановка задачи и отклонение функций	12
2.2. Методы приближения функций	13
2.3. Примеры синтеза механизмов по заданному закону движения при отсутствии дополнительных ограничений	15
2.4. Нелинейные задачи и задачи с ограничениями	19
3. Синтез механизмов по числовым характеристикам закона движения выходного звена	
3.1. Плоские четырехзвенные механизмы	21
3.2. Шестизвенные кулисные механизмы	24
4. Синтез механизмов с выстоями	
4.1. Синтез рычажных механизмов	29
4.2. Мадльвейские механизмы	31
4.3. Комбинированные механизмы	32
5. Уравновешивание механизмов	
5.1. Уравновешивание вращающихся звеньев	35
5.2. Уравновешивание механизмов	39

Синтез зубчатых механизмов

6. Основы синтеза зацеплений	
6.1. Теоремы зацеплений	44
6.2. Синтез зацеплений	48
7. Цилиндрическая эвольвентная зубчатая передача	
7.1. Эвольвента окружности	52
7.2. Эвольвентное зацепление	53
7.3. Цилиндрическая эвольвентная зубчатая передача	54
7.4. Геометрические параметры зубчатого колеса	55
7.5. Толщина зуба по окружности произвольного радиуса	57
8. Изготовление зубчатых колес и определение их параметров по условиям станочного зацепления	
8.1. Образование эвольвентных профилей методом огибания	59
8.2. Станочное зацепление и определение размеров колеса по его условиям	62
8.3. Подрез зубьев и минимальное смещение рейки	64

9. Определение параметров передачи по условиям зацепления колес	
9.1. Расчет параметров передачи из основных условий зацепления колес	66
9.2. Дополнительные условия существования зацепления зубчатых колес	68
9.3. Качественные характеристики передачи	71
10. Пространственные зубчатые передачи	
10.1. Типы пространственных передач	73
10.2. Коническая передача	75
10.3. Винтовая передача	79
10.4. Червячная передача	81
11. Синтез планетарных механизмов	
11.1. Выбор схемы планетарной передачи	82
11.2. Условия синтеза планетарной передачи	83
11.3. Последовательность синтеза планетарных механизмов	87

Синтез кулачковых механизмов

12. Выбор закона движения выходного звена	
12.1. Виды кулачковых механизмов	90
12.2. Выбор типа и этапы синтеза кулачкового механизма	92
12.3. Выбор закона движения выходного звена	93
12.4.* Определение аналога скорости и функции положения выходного звена по аналогу ускорения	94
13. Определение основных размеров кулачковых механизмов	
13.1. Угол давления как критерий работоспособности кулачкового механизма	97
13.2. Расчет углов давления	98
13.3. Определение основных размеров по условию ограничения угла давления	99
13.4. Определение основных размеров механизма с плоским толкателем из условия выпуклости профиля	102
14. Проектирование профиля кулачка	
14.1. Постановка задачи	102
14.2. Определение теоретического профиля кулачка в механизме с толкателем	104
14.4. Определение теоретического профиля кулачка в механизме с плоским толкателем	105
14.5. Определение практического профиля кулачка	107
14.6. Определение сопряженных поверхностей в пространственных кулачковых механизмах	109

Основы теории машин-автоматов

15. Основные понятия теории машин-автоматов	
15.1. Машина-автомат и автоматическая линия	110
15.2. Управление движением исполнительного органа	111
15.3. Согласование движений исполнительных органов по времени	112
15.4. Согласование движений исполнительных органов по пути	116
15.5. Системы избирательного управления машинами-автоматами	118
16. Манипуляторы и промышленные роботы	
16.1. Виды манипуляторов и промышленных роботов	119
16.2. Структура кинематических цепей манипуляторов	120
16.3. Привод относительных движений звеньев манипулятора	121
16.4. Классификация движений захвата и маневренности манипулятора	121
16.5. Сервис манипулятора	123
16.6. Структурный синтез манипуляторов	123
16.7. Блок-схема систем управления манипуляторами	124
Список литературы	125

Владимир Николаевич КРАСИН
Виктор Владимирович ЛОГИНОВ
Мария Никитична СОКОЛОВА

СИНТЕЗ МЕХАНИЗМОВ

Учебное пособие

Научный редактор Ю. Д. Нагибин
Редактор Н. Л. Гинзбург
Технический редактор Л. В. Леонтьева
Корректор М. И. Шигаева

Сдано в набор 23.09.81. Подписано к печати 25.12.81. Формат 84×108/32. Бумага писчая № 1. Усл. печ. л. 6,72. Уч.-изд. л. 4,8. Печать высокая. Гарнитура литературная. Тираж 1500. Заказ № 424/612 ф. Цена 15 коп.
Темиздат 1981 г., п. 1281.

Горьковский государственный университет им. П. И. Лобачевского, 603022, г. Горький, проспект Гагарина, 23

Республиканская типография Госкомиздата Марийской АССР, 424700, г. Йошкар-Ола, ул. Комсомольская, 112.