627(075)
Р47

Д. Н. Решетов, А. С. Иванов, В. З. Фадеев

НАДЕЖНОСТЬ МАШИН

ПОД РЕДАКЦИЕЙ Д-РА ТЕХН. НАУК,
ПРОФ. Д. Н. РЕШЕТОВА

*Допущено
Министерством высшего и среднего
специального образования СССР
в качестве учебного пособия
для машиностроительных
специальностей вузов*

883701
TIYTU
ARM

*МОСКВА
«Высшая школа» 1988*

ББК 34.41
Р47
УДК 621.01

Рецензенты: *кафедра «Детали машин»* Всесоюзного заочного института текстильной и легкой промышленности (зав. кафедрой д-р техн. наук, проф. Г. Б. Иосилевич); канд. техн. наук *А. И. Кубарев* (ВНИИ нормализации в машиностроении Госстандарта СССР)

Р $\frac{2702000000(4309000000)-201}{001\,(01)-88}$ 165—88

ISBN 5—06—001200—X © Издательство «Высшая школа», 1988

ПРЕДИСЛОВИЕ

Повышение надежности машин — одна из важных народнохозяйственных задач.

В Основных направлениях экономического и социального развития СССР на 1986—1990 годы и на период до 2000 года предусматривается, что все вновь осваиваемые виды техники по производительности и надежности должны превосходить не менее чем в 1,5...2 раза выпускаемую аналогичную продукцию.

Задачи повышения надежности и долговечности машин неоднократно ставились в постановлениях партии и правительства.

Мощным фактором повышения качества и соответственно надежности послужит введение системы государственной приемки изделий. Свидетельством внимания к проблеме надежности в нашей стране может также служить организация межотраслевого научно-производственного комплекса «Надежность машин», возглавляемого АН СССР и предназначенного для объединения работ по этой проблеме академических и отраслевых институтов, СКБ и заводов.

Надежность машин необходима для повышения уровня автоматизации, уменьшения огромных затрат на ремонт и убытков от простоев машин, обеспечения безопасности людей.

Вследствие своего влияния на характер и безопасность труда надежность машин имеет большое социальное значение.

Наука о надежности, выросшая из проблемы надежности подшипников качения, в дальнейшем развивалась главным образом в применении к радиоэлектронным системам и в направлении математической теории. Между тем надежность машин имеет свою специфику, связанную с преобладанием износовых и усталостных отказов и влиянием большого многообразия факторов.

В СССР изданы хорошие книги по надежности, большинство из которых имеет математическую направленность, а настоящая книга направлена на конструирование и технические расчеты.

Большое рассеяние долговечности деталей машин требует перехода в машиностроении от расчетов с помощью коэффициентов безопасности (коэффициентов незнания) к расчетам по

заданной вероятности безотказной работы, т. е. на новый технический уровень. В настоящей книге авторы стремились способствовать этому переходу.

Новые возможности для решения задач надежности представляют ЭВМ. В книге даются фрагменты эффективного применения ЭВМ.

Приведены некоторые технические разработки авторов, выполненные в МВТУ и ЭНИМСе, потребовавшиеся для обеспечения необходимого комплекса расчетов надежности деталей машин.

Авторы старались излагать материал в форме, удобной для практического использования и доступной для широкого круга читателей, не включать материал, без которого можно обойтись, делать возможным применение материала отдельных глав без необходимости изучения всех предыдущих.

Материал изложен в следующем порядке: основные положения и зависимости надежности, зависимости между случайными величинами, надежность систем, надежность по основным критериям, надежность деталей машин отдельных групп, испытания на надежность, надежность машин отдельных групп.

Настоящая книга предназначена служить пособием по специальным курсам надежности для некоторых специальностей; для включения соответствующих глав в курсы деталей машин и машин отдельных групп. Понимание материала книги не требует специальной математической подготовки, но пользование ею существенно облегчается, если студенты прослушали главу по теории вероятностей в математике. Главы по надежности деталей машин должны изучаться после или параллельно соответствующим главам в курсе деталей машин. Предусмотрена возможность использования книги работниками промышленности, в частности станкостроения.

Авторы выражают благодарность рецензентам проф., д-ру техн. наук Г. Б. Иосилевичу и канд. техн. наук А. И. Кубареву.

Авторы будут благодарны за замечания и предложения по книге, которые просьба присылать по адресу: *101430, Москва, ГСП-4, Неглинная ул., 29/14, издательство «Высшая школа».*

Авторы

ГЛАВА 1

ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ И ЗАВИСИМОСТИ НАДЕЖНОСТИ

§ 1.1. ПОНЯТИЯ НАДЕЖНОСТИ

Надежность (общая) — *это свойство объекта сохранять во времени в установленных пределах все параметры, обеспечивающие выполнение требуемых функций в заданных условиях эксплуатации.*

Первостепенное значение надежности в технике связано с тем, что уровень надежности в значительной степени определяет развитие техники по основным направлениям: автоматизации производства, интенсификации рабочих процессов и транспорта, экономии материалов и энергии.

Современные технические средства состоят из множества взаимодействующих механизмов, аппаратов и приборов. Например, в современных автоматизированных прокатных комплексах насчитывается более миллиона деталей, современные системы радиоуправления ракетами имеют десятки миллионов элементов, тогда как первые простейшие машины и радиоприемники состояли только из десятков или сотен деталей. Отказ в работе хотя бы одного ответственного элемента сложной системы без резервирования может привести к нарушению работы всей системы.

Недостаточная надежность оборудования приводит к огромным затратам на ремонт, простою оборудования, прекращению снабжения населения электроэнергией, водой, газом, транспортными средствами, невыполнению ответственных задач, иногда к авариям, связанным с большими экономическими потерями, разрушением крупных объектов и с человеческими жертвами.

Хотя в литературе по надежности подчеркивалась полная надежность современной системы электроснабжения, в 1965 г. в США произошла исключительная по масштабам авария, оставившая огромную часть территории страны с населением 40 млн. человек без электрической энергии, освещения и электротранспорта на 14 ч. Причиной аварии был выход из строя одного реле на распределительном щите Ниагарской гидроэлектростанции.

В 1984 г. на ремонт израсходовано 35 млрд. руб. и почти пятая часть черных металлов, в ремонтных цехах заняты четвертая часть станочного парка страны и 6 млн. работников. При недостаточной долговечности машины изготовляют в большем, чем нужно, количестве, что ведет к перерасходу металла, излишкам производственных мощностей, завышению расходов на ремонт и эксплуатацию. Физический срок службы машин в среднем существенно меньше срока морального износа.

Быстрое развитие науки о надежности в период научно-технической революции связано: а) с автоматизацией, многократным услож-

нением машин и их соединением в крупные комплексы; б) с задачами безлюдной технологии; в) с непрерывным форсированием машин, уменьшением их металлоемкости, повышением их силовой, тепловой, электрической напряженности.

Теория надежности является комплексной дисциплиной и состоит из таких разделов, как математическая теория надежности, надежность по отдельным физическим критериям отказов («физика отказов»), расчет и прогнозирование надежности, мероприятия по повышению надежности, контроль надежности (испытания, статистический контроль, организация наблюдений) и техническая диагностика, теория восстановления, экономика надежности.

В теории надежности рассматриваются следующие обобщенные объекты:

изделие — *единица продукции*, выпускаемая данным предприятием, цехом и т. д., например подшипник, ремень, станок, автомобиль;

элемент — простейшая при данном рассмотрении *составная часть изделия*, в задачах надежности может состоять из многих деталей;

система — *совокупность* совместно действующих *элементов*, предназначенная для самостоятельного выполнения заданных функций.

Понятия *элемента и системы* трансформируются в зависимости от поставленной задачи. Машина, например, при установлении ее собственной надежности рассматривается как система, состоящая из отдельных элементов — механизмов, деталей и т. д., а при изучении надежности автоматической линии — как элемент.

Изделия делят на: невосстанавливаемые, которые не могут быть восстановлены потребителем и подлежат замене, например электрические и электронные лампы, подшипники качения и т. д., восстанавливаемые, которые могут быть восстановлены потребителем, например станок, автомобиль, радиоприемник.

Ряд изделий, относимых к невосстанавливаемым, например подшипники качения, иногда восстанавливаются, но не потребителями, а на специализированных предприятиях. Сложные изделия, состоящие из многих элементов, как правило, восстанавливают, так как отказы обычно связаны с повреждением одного или немногих элементов, в то время как другие остаются работоспособными. Простые элементы, особенно покупаемые со стороны и изготовляемые методом массового производства, часто не восстанавливаются.

Основные понятия и термины надежности стандартизованы.

Надежность характеризуется следующими основными состояниями и событиями:

Работоспособность — *состояние изделия*, при котором оно способно нормально выполнять заданные функции (с параметрами, установленными в технической документации). Работоспособность не касается требований, непосредственно не влияющих на

эксплуатационные показатели, например повреждение окраски и т. д.

Исправность — *состояние изделия*, при котором оно удовлетворяет всем не только основным, но и вспомогательным требованиям. Исправное изделие обязательно *работоспособно*.

Неисправность — *состояние изделия*, при котором оно не соответствует хотя бы одному из требований технической документации. Различают неисправности, не приводящие к отказам, и неисправности и их сочетания, приводящие к отказам.

Отказ — *событие*, заключающееся в полной или частичной утрате работоспособности. Отказы делят на *отказы функционирования*, при которых выполнение своих функций рассматриваемым элементом или объектом прекращается (например, поломка зубьев шестерни), и *отказы параметрические*, при которых некоторые параметры объекта изменяются в недопустимых пределах (например, потеря точности станка).

Причины отказов делятся на *случайные* и *систематические*.

Случайные причины — это непредусмотренные перегрузки, дефекты материала и погрешности изготовления, не обнаруженные контролем, ошибки обслуживающего персонала или сбои системы управления. Примеры: твердые включения в обрабатываемую среду, крупные неровности дороги, наезды на препятствия, недопустимые отклонения размеров заготовок или их неправильный зажим, раковины, закалочные трещины. Случайные факторы преимущественно вызывают отказы при действиях в неблагоприятных сочетаниях.

Систематические причины — это закономерные явления, вызывающие постепенное накопление повреждений: влияние среды, времени, температуры, облучения — коррозия, старение, нагрузки и работа трения — усталость, ползучесть, износ, функциональные воздействия — засорения, залипания, утечки.

В соответствии с этими причинами и характером развития и проявления отказы делят на *внезапные* (поломки от перегрузок, заедания), *постепенные по развитию* и *внезапные по проявлению* (усталостные разрушения, перегорание ламп, короткие замыкания из-за старения изоляции) и *постепенные* (износ, старение, коррозия, залипание). Внезапные отказы вследствие своей неожиданности более опасны, чем постепенные. Постепенные отказы представляют собой выходы параметров за границы допуска в процессе эксплуатации или хранения.

По причинам возникновения отказы можно также разделить на *конструкционные*, вызванные недостатками конструкции, *технологические*, вызванные несовершенством или нарушением технологии, и *эксплуатационные*, вызванные неправильной эксплуатацией.

Отказы в соответствии со своей физической природой бывают связаны с разрушением деталей или их поверхностей (поломки, выкрашивание, износ, коррозия, старение) или не связаны с разру-

шением (засорение каналов подачи топлива, смазки или подачи рабочей жидкости в гидроприводах, ослабление соединений, загрязнение или ослабление электроконтактов). В соответствии с этим отказы устраняют: а) заменой деталей, б) регулированием или очисткой.

По своим последствиям отказы могут быть *легкими* — легкоустранимыми, *средними*, не вызывающими разрушений других узлов, и *тяжелыми*, вызывающими тяжелые вторичные разрушения, а иногда и человеческие жертвы.

По возможности дальнейшего использования изделия отказы разделяют на *полные*, исключающие возможность работы изделия до их устранения, и *частичные*, при которых изделие может частично использоваться, например, с неполной мощностью или на пониженной скорости.

По сложности устранения различают отказы, *устранимые в порядке технического обслуживания, в порядке среднего или капитального ремонта и по месту устранения* — отказы, *устранимые в эксплуатационных и стационарных условиях*, что особенно существенно для транспортных машин, в частности для автомобилей.

Встречаются также *самоустраняющиеся отказы*, например, в системах автоматической подачи заготовок на станках.

По времени возникновения отказы делят на: *приработочные*, возникающие в первый период эксплуатации, связанные с отсутствием приработки и с попаданием на сборку дефектных элементов, не отбракованных контролем: *при нормальной эксплуатации* (за период до проявления износных отказов), *износовые*.

Проводя некоторую аналогию между изделиями и человеком с позиций надежности, приработочные отказы сопоставляют с детскими болезнями, отказы при нормальной эксплуатации — со случайными болезнями окрепшего организма взрослого человека, износовые — со старческими болезнями.

Отказы деталей и узлов в разных машинах и разных условиях могут иметь совершенно разные последствия. Последствия отказов универсальных машин, имеющихся в парке в количестве нескольких штук, при наличии ремонтного цеха могут быть устранены силами предприятия, а работа на время ремонта распределена между другими машинами. Отказ станка, встроенного в автоматическую линию, или специального станка, установленного на заводе в одном экземпляре, дополнительно вызовет большие убытки, связанные с простоем многих других станков, невыполнением плана цехом и заводом. Отказ деталей самолета может вызвать аварию с человеческими жертвами.

Рассмотрим свойства изделий в аспекте проблемы надежности.

Надежность изделий обусловливается их *безотказностью*, *долговечностью*, *ремонтопригодностью* и *сохраняемостью*. Таким образом, надежность характеризуется свойствами, которые проявляются в эксплуатации и позволяют судить о том, насколько изделие оправдает надежды его изготовителей и потребителей.

Безотказность (или надежность в узком смысле слова) — *свойство непрерывно сохранять работоспособность в течение заданного времени или наработки.* Это свойство особенно важно для машин, отказ в работе которых связан с опасностью для жизни людей или с перерывом в работе большого комплекса машин, с остановкой автоматизированного производства или с браком дорогого изделия.

Долговечность — *свойство изделия длительно сохранять работоспособность до предельного состояния при установленной системе технического обслуживания и ремонтов.* Предельное состояние изделия характеризуется невозможностью его дальнейшей эксплуатации, снижением эффективности или безопасности. Для невосстанавливаемых изделий понятия долговечности и безотказности практически совпадают.

Ремонтопригодность — *приспособленность* изделия к предупреждению и обнаружению причин возникновения отказов, повреждений и поддержанию и восстановлению работоспособности путем технического обслуживания и ремонтов. С усложнением систем все труднее становится находить причины отказов и отказавшие элементы. Так, в сложных электрогидравлических системах станков поиск причин отказа может занимать более 50% общего времени восстановления работоспособности. Поэтому облегчение поиска отказавших элементов закладывается в конструкцию новых сложных автоматических систем. Важность ремонтопригодности машин определяется огромными затратами на ремонт машин в народном хозяйстве.

Сохраняемость — *свойство объекта* сохранять значение показателей безотказности, долговечности и ремонтопригодности после хранения и транспортирования. Практическая роль этого свойства особенно велика для приборов. Так, по американским источникам во время второй мировой войны около 50% радиоэлектронного оборудования для военных нужд и запасных частей к нему вышло из строя в процессе хранения.

§ 1.2. ПОКАЗАТЕЛИ НАДЕЖНОСТИ

Показатели надежности различаются в соответствии с компонентами надежности на показатели безотказности, долговечности, ремонтопригодности и сохраняемости.

По восстанавливаемости изделий они делятся на показатели для восстанавливаемых и невосстанавливаемых изделий.

Применяют показатели, характеризующие отдельные свойства, и комплексные показатели.

Применяют относительные показатели, характеризующие общий уровень надежности, и абсолютные или числовые показатели, характеризующие отдельные типоразмеры машин.

Надежность изделий в зависимости от их вида может оцениваться частью или всеми показателями надежности.

Показатели безотказности. Вероятность безотказной работы — вероятность того, что в пределах заданной наработки отказ не возникнет.

Средняя наработка до отказа — математическое ожидание наработки до отказа невосстанавливаемого изделия. Под наработкой понимают продолжительность или объем выполненной работы объекта.

Средняя наработка на отказ — отношение наработки восстанавливаемого объекта к математическому ожиданию числа его отказов в течение этой наработки.

Интенсивность отказов — показатель надежности невосстанавливаемых изделий, равный отношению среднего числа отказавших в единицу времени (или наработки в других единицах) объектов к числу объектов, оставшихся работоспособными. Этот показатель более чувствителен, чем вероятность безотказной работы, особенно для изделий высокой надежности.

Параметр потока отказов — показатель надежности восстанавливаемых изделий, равный отношению среднего числа отказов восстанавливаемого объекта за произвольную малую его наработку к значению этой наработки (соответствует интенсивности отказов для неремонтируемых изделий, но включает повторные отказы).

Показатели долговечности. Технический ресурс (сокращенно ресурс) — наработка объекта от начала его эксплуатации или возобновления эксплуатации после ремонта до предельного состояния. Ресурс выражается в единицах времени работы (обычно в часах), длины пути (в километрах) и в единицах выпуска продукции. Для невосстанавливаемых изделий понятия технического ресурса и наработки до отказа совпадают.

Срок службы — календарная наработка до предельного состояния. Выражается обычно в годах.

Для деталей машин в качестве критерия долговечности используется технический ресурс.

Для машин, эксплуатируемых в разных условиях и имеющих более точный показатель, чем календарный срок службы (в частности, для транспортных машин — пробег, для двигателей — моточасы), также используется технический ресурс. Для других машин используется срок службы.

Показатели долговечности разделяются на: гамма-процентные, средние до текущего (или капитального) ремонта, полные, средние до списания. Гамма-процентные показатели — это показатели, которые имеют или превышают в среднем обусловленное число (γ) процентов изделий данного типа. Они характеризуют долговечность изделий при заданной вероятности сохранения работоспособности.

Гамма-процентный ресурс является, в частности, основным расчетным показателем подшипников качения, подлежащим распространению на другие детали. К существенным достоинствам этого показателя относятся возможность его определения до завершения испытания всех образцов, хорошая количественная характеристика случаев ранних разрушений и др. Для изделий серийного и массового производства, в частности для подшип-

ников качения, наиболее часто используют 90%-ный ресурс. Для подшипников весьма ответственных изделий γ-ресурс выбирают в размере 95% и выше. Если отказ опасен для жизни людей, γ-ресурс приближают к 100%. Для ответственных агрегатов тракторов принят 80%-ный ресурс.

Показатели ремонтопригодности и сохраняемости. Среднее время восстановления работоспособного состояния.

Вероятность восстановления работоспособного состояния в заданное время.

Сроки сохраняемости средний и γ-процентный.

Комплексные показатели (применяемые в основном для автоматических комплексов и сложных систем):

коэффициент технического использования — отношение математического ожидания времени работоспособного состояния за некоторый период эксплуатации к сумме математических ожиданий времени работоспособного состояния и всех простоев для ремонтов и технического обслуживания;

коэффициент готовности — вероятность того, что объект окажется в работоспособном состоянии в произвольный момент времени, кроме периодов, в которых эксплуатация не предусматривается. Коэффициент определяют как отношение математических ожиданий времени нахождения в работоспособном состоянии к математическим ожиданиям суммы этого времени и времени внеплановых ремонтов.

§ 1.3. СЛУЧАЙНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ И ИХ ХАРАКТЕРИСТИКИ

Внезапные отказы определяются случайными неблагоприятными сочетаниями нескольких факторов. Случайность связана с тем, что причины события остаются для нас скрытыми. Рассеяние ресурсов по критерию усталости (оцениваемое отношением наибольшего ресурса к наименьшему) для подшипников достигает 40, для зубчатых передач 10. . .15. Рассеяние ресурсов по износу также весьма значительно. Существенное рассеяние имеют действующие нагрузки, механические характеристики материалов и деталей, зазоры и натяги, которые при изготовлении получаются как разности сопрягаемых размеров.

Поэтому в расчетах надежности многие параметры должны рассматриваться случайными величинами, т. е. такими, которые могут принять то или иное значение, неизвестное заранее. Они могут быть непрерывного или прерывного (дискретного) типа.

Для каждого числа x в диапазоне изменения случайной величины X существует определенная вероятность $P(X<x)$, что X не превосходит x. Эта зависимость $F(x)=P(X<x)$ называется *функцией распределения* или *функцией вероятности случайной величины* X.

Функция $F(x)$ является неубывающей функцией x (монотонно возрастающей для непрерывных процессов и ступенчато возрастающей для дискретных процессов). В пределах изменения случайной величины X она изменяется от 0 до 1.

Производная от функции распределения по текущей переменной $f(x)=\frac{dF(x)}{dx}$ называется *плотностью распределения*. Она характеризует частость повторений данного значения случайной величины. В задачах надежности она широко используется как плотность вероятности.

В ряде случаев достаточно характеризовать распределение случайной величины некоторыми числовыми величинами (рис. 1.1): *математическим ожиданием* (средним значением), *модой* и *медианой*, характеризующими положение центров группирования случайных величин по числовой оси, *дисперсией*, *средним квадратическим отклонением*, *коэффициентом вариации*, характеризующими рассеяние случайной величины.

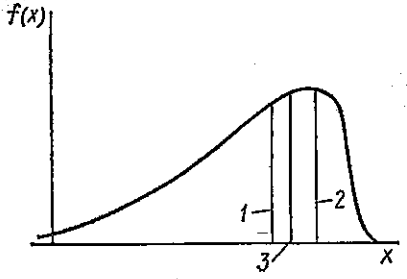

Рис. 1.1. Плотность вероятности и числовые характеристики центра группирования случайной величины:
1 — медиана; *2* — мода; *3* — математическое ожидание

Характеристики распределений используются в статистической трактовке (для обработки результатов наблюдений) и в вероятностной трактовке (для прогнозирования надежности).

Математическое ожидание (среднее значение) m_x — основная и простейшая характеристика случайной величины X. Значение математического ожидания, определяемое по результатам наблюдений как для дискретных, так и для непрерывных величин, называют *оценкой* математического ожидания или оценкой среднего значения $\bar{x}$:

$$\bar{x}=\Sigma\frac{x_i}{N} \quad \text{или} \quad \Sigma\frac{g_i x_i}{N},$$

где N — общее число наблюдений; x_i — значение случайной величины; g_i — число одинаковых значений x_i.

Черта над обозначением случайной величины означает среднее значение.

В первой формуле суммируют все N членов, во второй — число членов с разными значениями x_i. При достаточно большом числе наблюдений (испытаний) полагают, что $m_x=\bar{x}$.

В вероятностных задачах математическое ожидание определяют в зависимости от плотности распределения $f(x)$ (для непрерывных величин) или вероятности p_i появления значения x_i (для дискретных величин):

$$m_x=\int_{-\infty}^{\infty} xf(x)\,dx; \quad m_x=\Sigma p_i x_i.$$

Дисперсия случайной величины — математическое ожидание квадрата отклонения этой величины от ее математического ожидания.

Оценка дисперсии случайной величины — среднее значение квадрата разности между значениями случайной величины и ее средним значением:

$$D_x^* = \frac{1}{N-1}\Sigma (x_i - \bar{x})^2 \text{ или } \frac{1}{N-1}\Sigma g_i (x_i - \bar{x})^2.$$

Слово «дисперсия» означает рассеяние и характеризует разброс случайной величины.

Для непрерывных случайных величин

$$D_x = \int_{-\infty}^{\infty} (x - m_x)^2 f(x)\, dx.$$

Для дискретных случайных величин

$$D_x = \Sigma (x_i - m_x)^2 p_i.$$

Дисперсия имеет размерность квадрата случайной величины. Так как удобнее пользоваться характеристикой рассеяния, имеющей ту же размерность, что и случайная величина, то была введена характеристика — *среднее квадратическое отклонение*, представляющее собой корень квадратный из дисперсии, т. е. $S_x = \sqrt{D_x}$.

Для оценки рассеяния с помощью безразмерной (относительной) величины используют *коэффициент вариации*, равный отношению среднего квадратического отклонения к математическому ожиданию, т. е. $v_x = S_x/m_x$.

Дисперсия и среднее квадратическое отклонение являются гораздо более репрезентативными характеристиками рассеяния, чем, например, среднее арифметическое абсолютных значений отклонений.

К в а н т и л ь ю называют значение случайной величины, соответствующее заданной вероятности.

Квантиль, соответствующая вероятности 0,5, называется м е д и а н о й. Медиана характеризует расположение центра группирования случайной величины. Площадь под графиком функции плотности распределения делится медианой пополам.

Для характеристики рассеяния случайной величины используют также вероятное отклонение, равное половине разности квантилей $x_{0,75}$ и $x_{0,25}$, т. е. значений случайной величины, соответствующих вероятностям 0,75 и 0,25.

М о д о й случайной величины называется ее наиболее вероятное значение или, иначе, то ее значение, при котором плотность вероятности максимальна.

Аналогично с предыдущими характеристиками трансформируются термины мода и медиана в статистической трактовке. Для симметричного модального (т. е. имеющего один максимум) распределения математическое ожидание, мода и медиана совпадают.

§ 1.4. ОБЩИЕ ЗАВИСИМОСТИ

Существенное рассеяние основных параметров надежности предопределяет необходимость рассматривать ее в вероятностном аспекте.

Как выше было показано на примере характеристик распределений, параметры надежности используются в статистической трактовке для оценки состояния и в вероятностной трактовке для прогнозирования. Первые выражаются в дискретных числах, их в теории вероятностей и математической теории надежности называют *оценками*. При достаточно большом количестве испытаний они принимаются за истинные характеристики надежности.

Рассмотрим проведенные для оценки надежности испытания или эксплуатацию значительного числа N элементов в течение времени t (или наработки в других единицах). Пусть к концу испытания или срока эксплуатации останется $N_р$ работоспособных (неотказавших) элементов и n отказавших.

Тогда относительное количество отказов $Q(t)=n/N$.

Если испытание проводится как выборочное, то $Q(t)$ можно рассматривать как статистическую оценку вероятности отказа или, если N достаточно велико, как вероятность отказа.

В дальнейшем в случаях, когда необходимо подчеркивать отличие оценки вероятности от истинного значения вероятности, оценка будет дополнительно снабжаться знаком звездочки, в частности $Q^*(t)$.

Вероятность безотказной работы оценивается относительным количеством работоспособных элементов

$$P(t)=\frac{N_р}{N}=1-\frac{n}{N}.$$

Так как безотказная работа и отказ — взаимно противоположные события, то сумма их вероятностей равна 1:

$$P(t)+Q(t)=1.$$

Это же следует из приведенных выше зависимостей.

При $t=0$ $n=0$, $Q(t)=0$ и $P(t)=1$.

При $t=\infty$ $n=N$, $Q(t)=1$ и $P(t)=0$.

Распределение отказов по времени характеризуется функцией плотности распределения $f(t)$ наработки до отказа. В статистической трактовке $f(t)=\frac{\Delta n}{N\Delta t}=\frac{\Delta Q(t)}{\Delta t}$, в вероятностной трактовке $f(t)=\frac{\mathrm{d}Q(t)}{\mathrm{d}t}$. Здесь Δn и $\Delta Q(t)$ — приращение числа отказавших объектов и соответственно вероятности отказов за время Δt.

Вероятности отказов и безотказной работы в функции плотности $f(t)$ выражаются зависимостями

$$Q(t)=\int_0^t f(t)\,dt;\ \text{при}\ t=\infty\ \ Q(t)=\int_0^\infty f(t)\,dt=1;$$

$$P(t)=1-Q(t)=1-\int_0^t f(t)\,dt=\int_t^\infty f(t)\,dt.$$

Интенсивность отказов $\lambda(t)$ в отличие от плотности распределения относится к числу объектов N_p, оставшихся работоспособными, а не к общему числу объектов. Соответственно в статистической трактовке

$$\lambda(t)=\frac{\Delta n}{N_p\Delta t}$$

и в вероятностной трактовке, учитывая, что $N_p/N=P(t)$,

$$\lambda(t)=\frac{f(t)}{P(t)}.$$

Получим выражение для вероятности безотказной работы в зависимости от интенсивности отказов. Для этого в предыдущее выражение подставим $f(t)=-\frac{dP(t)}{dt}$, разделим переменные и произведем интегрирование:

$$\frac{dP(t)}{P(t)}=-\lambda(t)\,dt;\ \ln P(t)=-\int_0^t\lambda(t)\,dt;$$

$$P(t)=e^{-\int_0^t\lambda(t)\,dt}.$$

Это соотношение является одним из основных уравнений теории надежности.

К числу важнейших общих зависимостей надежности относятся зависимости надежности систем от надежности элементов.

Рассмотрим надежность наиболее характерной для машиностроения простейшей расчетной модели системы из последовательно соединенных элементов (рис. 1.2), у которой отказ каждого элемента вызывает отказ системы, а отказы элементов принимаются независимыми (подробнее см. гл. 3).

Рис. 1.2. Последовательная система

Используем известную теорему умножения вероятностей, согласно которой *вероятность произведения, т. е. совместного проявления независимых событий, равна произведению вероятностей этих событий*. Следовательно, вероятность безотказной работы системы равна произведению вероятностей безотказной работы отдельных элементов, т. е. $P_{ст}(t)=P_1(t)P_2(t)\ldots P_n(t)$.

Если $P_1(t)=P_2(t)=\ldots=P_n(t)$, то $P_{ст}(t)=P_1^n(t)$. Поэтому надежность сложных систем получается низкой. Например, если система состоит из 10 элементов с вероятностью безотказной работы 0,9 (как в подшипниках качения), то общая вероятность получается $0{,}9^{10}\approx 0{,}35$.

Обычно вероятность безотказной работы элементов достаточно высокая, поэтому, выразив $P_1(t)$, $P_2(t)$, ..., $P_n(t)$ через вероятности отказов и пользуясь теорией приближенных вычислений, получаем

$$P_{ст}(t)=[1-Q_1(t)][1-Q_2(t)]\ldots[1-Q_n(t)]\approx$$
$$\approx 1-[Q_1(t)+Q_2(t)+\ldots+Q_n(t)],$$

так как произведениями двух малых величин можно пренебречь. При $Q_1(t)=Q_2(t)=\ldots=Q_n(t)$ получаем $P_{ст}=1-nQ_1(t)$. Пусть в системе из шести одинаковых последовательных элементов $P_1(t)=0{,}99$. Тогда $Q_1(t)=0{,}01$ и $P_{ст}(t)=0{,}94$.

Вероятность безотказной работы нужно уметь определять для любого промежутка времени. По теореме умножения вероятностей

$$P(T+t)=P(T)\,P(t) \text{ или } P(t)=\frac{P(T+t)}{P(T)},$$

где $P(T)$ и $P(T+t)$ — вероятности безотказной работы за время T и $T+t$ соответственно; $P(t)$ — условная вероятность безотказной работы за время t (термин «условная» здесь введен, поскольку вероятность определяется в предположении, что изделия не имели отказа до начала интервала времени или наработки).

§ 1.5. НАДЕЖНОСТЬ В ПЕРИОД НОРМАЛЬНОЙ ЭКСПЛУАТАЦИИ

В этот период постепенные отказы еще не проявляются и надежность характеризуется внезапными отказами. Эти отказы вызываются неблагоприятным стечением многих обстоятельств и поэтому имеют постоянную интенсивность, которая не зависит от возраста изделия:

$$\lambda(t)=\lambda=\text{const},$$

где $\lambda=1/m_t$; m_t — средняя наработка до отказа (обычно в часах). Тогда λ выражается числом отказов в час и, как правило, составляет малую дробь.

Вероятность безотказной работы

$$P(t)=e^{-\int_0^t \lambda\,dt}=e^{-\lambda t}.$$

Она подчиняется экспоненциальному закону распределения времени безотказной работы и одинакова за любой одинаковый промежуток времени в период нормальной эксплуатации.

Экспоненциальным законом распределения можно аппроксимировать время безотказной работы широкого круга объектов (изделий): особо ответственных машин, эксплуатируемых в период после

окончания приработки и до существенного проявления постепенных отказов; элементов радиоэлектронной аппаратуры; машин с последовательной заменой отказавших деталей; машин вместе с электро- и гидрооборудованием и системами управления и др.; сложных объектов, состоящих из многих элементов (при этом время безотказной работы каждого может не быть распределено по экспоненциальному закону; нужно только, чтобы отказы одного элемента, не подчиняющегося этому закону, не доминировали над другими).

Приведем примеры неблагоприятного сочетания условий работы деталей машин, вызывающих их внезапный отказ (поломку). Для зубчатой передачи это может быть действием максимальной пиковой нагрузки на наиболее слабый зуб при его зацеплении в вершине и при взаимодействии с зубом сопряженного колеса, при котором погрешности шагов сводят к минимуму или исключают участие в работе второй пары зубьев. Такой случай может встретиться только через много лет эксплуатации или не встретиться совсем.

Примером неблагоприятного сочетания условий, вызывающего поломку вала, может явиться действие максимальной пиковой нагрузки при положении наиболее ослабленных предельных волокон вала в плоскости нагрузки.

Существенное достоинство экспоненциального распределения — его простота: оно имеет только один параметр.

Если, как обычно, $\lambda t \leqslant 0{,}1$, то формула для вероятности безотказной работы упрощается в результате разложения в ряд и отбрасывания малых членов:

$$P(t) = 1 - \lambda t + \frac{(\lambda t)^2}{2!} - \frac{(\lambda t)^3}{3!} + \ldots \approx 1 - \lambda t.$$

Плотность распределения (в общем случае)

$$f(t) = -\frac{dP(t)}{dt} = \lambda e^{-\lambda t}.$$

Значения вероятности безотказной работы в зависимости от $\lambda(t)t \approx t/m_t$ (рис. 1.3):

$\lambda(t)\,t$	1	0,1	0,01	0,001	0,0001
$P(t)$	0,368	0,9	0,99	0,999	0,9999

Так как при $t/m_t = 1$ вероятность $P(t) \approx 0{,}37$, то 63% отказов возникает за время $t < m_t$ и только 37% позднее. Из приведенных значений следует, что для обеспечения требуемой вероятности безотказной работы 0,9 или 0,99 можно использовать только малую долю среднего срока службы (соответственно 0,1 и 0,01).

Если работа изделия происходит при разных режимах, а следовательно, и интенсивностях отказов λ_1 (за время t_1) и λ_2 (за время t_2), то

$$P(t) = e^{-(\lambda_1 t_1 + \lambda_2 t_2)}.$$

Эта зависимость следует из теоремы умножения вероятностей.

Для определения на основании опытов интенсивности отказов оценивают среднюю наработку до отказа

$$m_t \approx \overline{t} = \frac{1}{N} \Sigma t_i,$$

где N — общее число наблюдений. Тогда $\lambda = 1/\overline{t}$.

Можно также воспользоваться графическим способом (рис. 1.4): нанести экспериментальные точки в координатах t и $-\lg P(t)$.

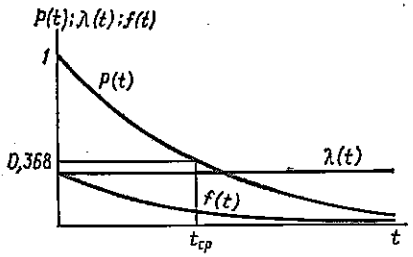

Рис. 1.3. Функции вероятности $P(t)$ безотказной работы, плотности вероятности $f(t)$ и интенсивности $\lambda(t)$ отказов экспоненционального распределения

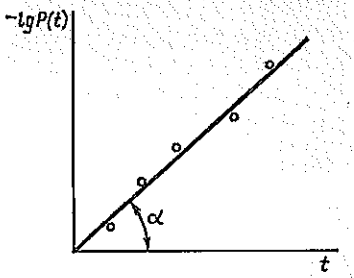

Рис. 1.4. Графическое определение вероятности безотказной работы по результатам экспериментов

Знак минус выбирают потому, что $P(t) < 1$ и, следовательно, $\lg P(t)$ — отрицательная величина.

Тогда, логарифмируя выражение для вероятности безотказной работы: $\lg P(t) = -\lambda t \lg e = -0{,}4343\lambda t$, заключаем, что тангенс угла прямой, проведенной через экспериментальные точки, равен $\operatorname{tg}\alpha = 0{,}4343\lambda$, откуда $\lambda = 2{,}3 \operatorname{tg}\alpha$.

При этом способе нет необходимости доводить до конца испытания всех образцов.

Вероятностная бумага (бумага со шкалой, в которой кривая функция распределения изображается прямой) должна иметь для экспоненциального распределения полулогарифмическую шкалу.

Для системы $P_{ст}(t) = e^{-\Sigma\lambda_i t}$. Если $\lambda_1 = \lambda_2 = \ldots = \lambda_n$, то $P_{ст}(t) = e^{-n\lambda_1 t}$. Таким образом, вероятность безотказной работы системы, состоящей из элементов с вероятностью безотказной работы по экспоненциальному закону, также подчиняется экспоненциальному закону, причем интенсивности отказов отдельных элементов складываются.

Используя экспоненциальный закон распределения, несложно определить среднее число изделий n, которые выйдут из строя к заданному моменту времени, и среднее число изделий $N_р$, которые останутся работоспособными. При $\lambda t \leqslant 0{,}1$

$$n \approx N\lambda t; \quad N_р \approx N(1 - \lambda t).$$

Пример. Оценить вероятность $P(t)$ отсутствия внезапных отказов механизма в течение $t = 10\,000$ ч, если интенсивность отказов составляет $\lambda = 1/m_t = 10^{-8}$ 1/ч.

Решение. Так как $\lambda t = 10^{-8} \cdot 10^4 = 10^{-4} < 0{,}1$, то пользуемся приближенной зависимостью $P(t) = 1 - \lambda t = 1 - 10^{-4} = 0{,}9999$.

Расчет по точной зависимости $P(t) = e^{-\lambda t}$ в пределах четырех знаков после запятой дает точное совпадение.

§ 1.6. НАДЕЖНОСТЬ В ПЕРИОД ПОСТЕПЕННЫХ ОТКАЗОВ

Для постепенных отказов [1] нужны законы распределения времени безотказной работы, которые дают вначале низкую плотность распределения, затем максимум и далее падение, связанное с уменьшением числа работоспособных элементов.

В связи с многообразием причин и условий возникновения отказов в этот период для описания надежности применяют не-

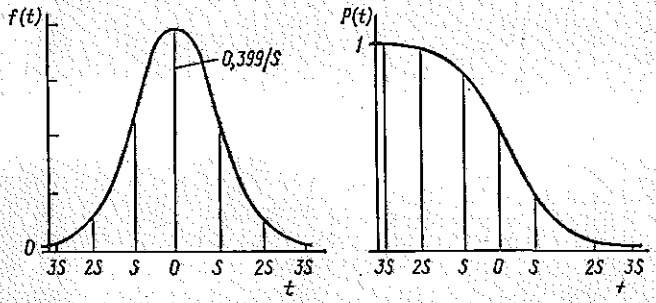

Рис. 1.5. Функция плотности вероятности и интегральная функция вероятности нормального распределения

сколько законов распределений, которые устанавливают путем аппроксимации результатов испытаний или наблюдений в эксплуатации.

Нормальное распределение является наиболее универсальным, удобным и широко применяемым для практических расчетов (рис. 1.5, 1.6).

Распределение всегда подчиняется нормальному закону, если на изменение случайной величины оказывают влияние многие примерно равнозначные факторы.

Нормальному распределению подчиняется наработка до отказа многих восстанавливаемых и невосстанавливаемых изделий, размеры и ошибки измерений деталей и т. д.

Плотность распределения

$$f(t) = \frac{1}{S\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(t-m_t)^2}{2S^2}}.$$

Распределение имеет два независимых параметра: математическое ожидание m_t и среднее квадратическое отклонение S. Значения

[1] Постепенные отказы в литературе часто называют износовыми, причем износ понимается в расширенном смысле.

параметров m_t и S оценивают по результатам испытаний по формулам

$$m_t \approx \overline{t} = \Sigma t_i / N;$$

$$S \approx s = \sqrt{\frac{1}{N-1} \Sigma (t_i - \overline{t})^2},$$

где $\overline{t}$ и s — оценки математического ожидания и среднего квадратического отклонения.

Сближение параметров и их оценок увеличивается с увеличением числа испытаний.

Иногда удобнее оперировать с дисперсией $D = S^2$.

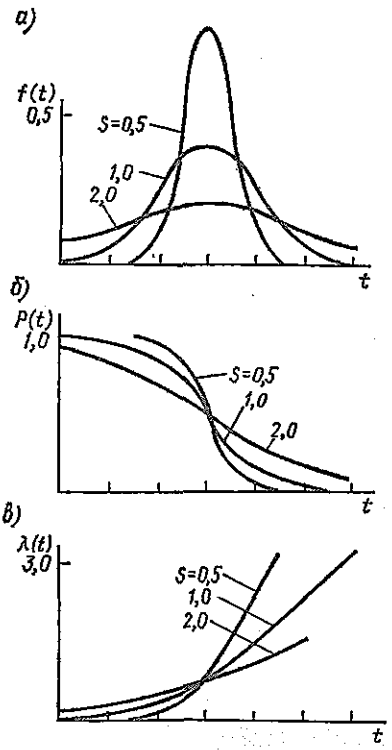

Рис. 1.6. Основные характеристики нормального распределения при разных значениях среднего квадратического отклонения:

а—плотность вероятности $f(t)$; *б*—вероятность безотказной работы $P(t)$; *в*—интенсивность отказов $\lambda(t)$

Математическое ожидание определяет на графике (см. рис. 1.5) положение петли, а среднее квадратическое отклонение — ширину петли.

Кривая плотности распределения тем острее и выше, чем меньше S. Она начинается от $t = -\infty$ и распространяется до $t = +\infty$. Это не является существенным недостатком, особенно если $m_t \geqslant 3S$, так как площадь, очерченная уходящими в бесконечность ветвями кривой плотности, выражающая соответствующую вероятность отказов, очень мала. Так, вероятность отказа за период времени до $m_t - 3S$ составляет всего 0,135% и обычно не учитывается в расчетах. Вероятность отказа до $m_t - 2S$ равна 2,175%. Наибольшая ордината кривой плотности распределения равна $0{,}399/S$.

Интегральная функция распределения $F(t) = \int_{-\infty}^{t} f(t)\,dt$.

Вероятность отказа и вероятность безотказной работы соответственно $Q(t) = F(t)$; $P(t) = 1 - F(t)$.

Вычисление интегралов заменяют использованием таблиц. Таблицы для нормального распределения в функции $(t - m_t)$ и S были бы громоздкими, так как имели бы два независимых параметра. Можно обойтись небольшими таблицами для нормального распределения, у которого $m_x = 0$ и $S_x = 1$. Для этого распределения функция плот-

ности

$$f_0(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{x^2}{2}}$$

имеет одну переменную x. Величина x является центрированной, так как $m_x=0$, и нормированной, так как $S_x=1$. Функция плотности распределения записывается в относительных координатах с началом на оси симметрии петли.

Функция распределения — интеграл от плотности распределения $F_0(x)=\int\limits_{-\infty}^{x} f_0(x)\,dx$. Из этого уравнения следует, что $F_0(x)+F_0(-x)=1$, отсюда $F_0(-x)=1-F_0(x)$.

Для использования таблиц следует применять подстановку $x=(t-m_t)/S$; при этом x называется *квантилью нормированного нормального распределения* и обычно обозначается u_p.

Плотность распределения и вероятность безотказной работы соответственно $f(t)=f_0(x)/S$; $Q(t)=F_0(x)$; $P(t)=1-F_0(x)$, где $f_0(x)$ и $F_0(x)$ берут по таблицам [5, 50]. Например:

x	0	1	2	3	4
$f_0(x)$	0,3989	0,2420	0,0540	0,0044	0,0001
$F_0(x)$	0,5	0,8413	0,9772	0,9986	0,9999

В табл. 1.1 приведены непосредственно значения $P(t)$ в зависимости от $x=u_p=(t-m_t)/S$ в употребительном диапазоне.

В литературе по надежности часто вместо интегральной функции распределения $F_0(x)$ пользуются функцией Лапласа:

$$\Phi(x)=\int\limits_0^x f_0(x)\,dx=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int\limits_0^x e^{-\frac{x^2}{2}}.$$

Очевидно, что

$$F_0(x)=\int\limits_{-\infty}^{0} f_0(x)\,dx+\int\limits_0^x f_0(x)\,dx=0{,}5+\Phi(x).$$

Вероятность отказа и вероятность безотказной работы, выраженные через функции Лапласа, отличающиеся пределами интегрирования, имеют вид:

$$Q(t)=0{,}5+\Phi\left(\frac{t-m_t}{S}\right);\quad P(t)=0{,}5-\Phi\left(\frac{t-m_t}{S}\right).$$

Сравнивая изделия с одинаковой средней наработкой до отказа и разным средним квадратическим отклонением S, нужно подчеркнуть, что хотя при больших S и имеются экземпляры с большой долговечностью, но чем меньше S, тем много лучше изделия.

Помимо задачи оценки вероятности безотказной работы за данное время или за данную наработку встречается обратная задача — определение времени или наработки, соответствующих заданной вероятности безотказной работы.

Значения этой наработки (времени) определяют с помощью квантилей нормированного нормального распределения $t=m_t+u_pS$.

Значения квантилей даются в таблицах в зависимости от требуемой вероятности, в частности от вероятности безотказной работы. Например:

$P(t)$	0,5	0,90	0,95	0,99	0,999	0,9999
u_p	0	—1,282	—1,645	—2,326	—3,090	—3,719

Операции с нормальным распределением проще, чем с другими, поэтому им часто заменяют другие распределения. При малых коэффициентах вариации S/m_t нормальное распределение хорошо заменяет биномиальное, пуассоново и логарифмически нормальное.

Распределение суммы независимых случайных величин $U=X+Y+Z$, называемое *композицией распределений*, при нормальном распределении слагаемых также является нормальным распределением.

Математическое ожидание и дисперсия композиции соответственно равны

$$m_u=m_x+m_y+m_z;\ S_u^2=S_x^2+S_y^2+S_z^2,$$

где m_x, m_y, m_z — математические ожидания случайных величин X, Y, Z; S_x^2, S_y^2, S_z^2 — дисперсия тех же величин.

Пример. Оценить вероятность $P(t)$ безотказной работы в течение $t=1{,}5\cdot10^4$ ч изнашиваемого подвижного сопряжения, если ресурс по износу подчиняется нормальному распределению с параметрами $m_t=4\cdot10^4$ ч, $S=10^4$ ч.

Решение. Находим квантиль $u_p=\dfrac{1{,}5\cdot10^4-4\cdot10^4}{10^4}=-2{,}5$; по табл. 1.1 определяем, что $P(t)=0{,}9938$.

Пример. Оценить 80%-ный ресурс $t_{0,8}$ гусеницы трактора, если известно, что долговечность гусеницы ограничена по износу, ресурс подчиняется нормальному распределению с параметрами

$$m_t=10^4 \text{ ч};\ S=6\cdot10^3 \text{ ч}.$$

Решение. При $P(t)=0{,}8$; $u_p=-0{,}84$:

$$t_{0,8}=m_t+u_pS=10^4-0{,}84\cdot6\cdot10^3\approx5\cdot10^3 \text{ ч}.$$

Усеченное нормальное распределение получается из нормального при ограничении интервала изменения случайной величины. Оно, в частности, вносит уточнение в расчеты надежности по сравнению с нормальным распределением при больших значениях коэффициента вариации $v=S/m_t$.

Функция плотности распределения записывается так же, как плотность нормального распределения, но с коэффициентом пропорциональности c:

$$f(t)=\frac{c}{S\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(t-t_0)^2}{2S^2}},$$

где t_0 — значение случайной величины, соответствующее максимуму $f(t)$ и называемое модой.

Таблица 1.1

Нормальное распределение				Распределение Вейбулла				
Квантиль u_p	Вероятность безотказной работы $P(t)$	Квантиль u_p	Вероятность безотказной работы $P(t)$	Параметр формы m	$\frac{1}{m}$	b_m	c_m	Коэффициент вариации $v=\frac{c_m}{b_m}$
0,000	0,5000	—2,054	0,98	0,400	2,5	3,32	10,4	3,14
—0,1	0,5398	—2,1	0,9821	0,417	2,4	2,98	8,74	2,93
—0,126	0,55	—2,170	0,985	0,435	2,3	2,68	7,38	2,75
—0,2	0,5793	—2,2	0,9861	0,455	2,2	2,42	6,22	2,57
—0,253	0,60	—2,3	0,9893	0,476	2,1	2,20	5,27	2,40
—0,3	0,6179	—2,326	0,99	0,500	2,0	2,00	4,47	2,24
—0,385	0,65	—2,4	0,9918	0,526	1,9	1,83	3,81	2,08
—0,4	0,6554	—2,409	0,992	0,556	1,8	1,68	3,26	1,94
—0,5	0,6915	—2,5	0,9938	0,588	1,7	1,54	2,78	1,80
—0,524	0,70	—2,576	0,995	0,625	1,6	1,43	2,39	1,67
—0,6	0,7257	—2,6	0,9953	0,667	1,5	1,33	2,06	1,55
—0,674	0,75	—2,652	0,996	0,714	1,4	1,24	1,78	1,43
—0,7	0,7580	—2,7	0,9965	0,769	1,3	1,17	1,54	1,32
—0,8	0,7881	—2,748	0,997	0,833	1,2	1,10	1,33	1,21
—0,842	0,80	—2,8	0,9974	0,909	1,1	1,05	1,15	1,10
—0,9	0,8159	—2,878	0,998	1,0	1,0	1,00	1,00	1,00
—1,0	0,8413	—2,9	0,9981	1,1	0,909	0,965	0,878	0,910
—1,036	0,85	—3,0	0,9986	1,2	0,833	0,941	0,787	0,837
—1,1	0,8643	—3,090	0,999	1,3	0,769	0,924	0,716	0,775
—1,2	0,8849	—3,291	0,9995	1,4	0,714	0,911	0,659	0,723
—1,282	0,90	—3,5	0,9998	1,5	0,667	0,903	0,615	0,681
—1,3	0,9032	—3,719	0,9999	1,6	0,625	0,897	0,574	0,640
—1,4	0,9192			1,7	0,588	0,892	0,540	0,605
—1,5	0,9332			1,8	0,556	0,889	0,512	0,575
—1,6	0,9452			1,9	0,526	0,887	0,485	0,547
—1,645	0,95			2,0	0,500	0,886	0,463	0,523
—1,7	0,9554			2,1	0,476	0,886	0,439	0,496
—1,751	0,96			2,2	0,455	0,886	0,425	0,480
—1,8	0,9641			2,3	0,435	0,886	0,409	0,461
—1,881	0,97			2,4	0,417	0,887	0,394	0,444
—2,0	0,9772			2,5	0,400	0,887	0,380	0,428

Примечания: 1. Под t понимается время или другие случайные величины.
2. Для логарифмически нормального распределения $u_p=(\ln t-\mu)/S$.

Коэффициент c для распределения, ограниченного пределами изменения t от a до b, определяется из условия

$$\int_a^b f(t)\,dt = 1 = c[F(b)-F(a)],$$

где $F(b)$ и $F(a)$ — значения функции нормального распределения для предельных значений t. Отсюда

$$c=\frac{1}{F(b)-F(a)}.$$

Пользуясь функцией F_0 нормального распределения нормированной и центрированной случайной величины, запишем:

$$c=\frac{1}{F_0\left(\frac{b-t_0}{S}\right)-F_0\left(\frac{a-t_0}{S}\right)}.$$

Основное применение усеченное нормальное распределение имеет с параметрами $a=0$ и $b=\infty$, отражающее в задачах надежности невозможность отказов при отрицательных значениях времени. Тогда

$$c=\frac{1}{F_0(t_0/S)}.$$

Значения c можно выбрать в зависимости от t_0/S:

t_0/S	1	2	3
c	1,189	1,023	1,001

Таким образом, при $t_0>2S$ коэффициент c очень близок к единице.

Вероятность безотказной работы

$$P(t)=c\cdot F_0\left(\frac{t_0-t}{S}\right).$$

Средний ресурс

$$m_t=t_0+Sf^*(t_0/S),$$

где f^* — функция, которая определяется по таблице [50].

Примером усеченных распределений может быть распределение параметра качества изделий после отбраковки части изделий по этому параметру.

В логарифмически нормальном распределении логарифм случайной величины распределяется по нормальному закону. Как распределение положительных величин, оно несколько точнее, чем нормальное, описывает наработку до отказа деталей, в частности, по усталости. Его успешно применяют для описания наработки подшипников качения, электронных ламп и других изделий.

Логарифмически нормальное распределение удобно для случайных величин, представляющих собой произведение значительного числа случайных исходных величин, подобно тому как нормальное распределение удобно для суммы случайных величин.

Плотность распределения (рис. 1.7) описывается зависимостью

$$f(t)=\frac{1}{St\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(\ln t-\mu)^2}{2S^2}},$$

где μ и S — параметры, оцениваемые по результатам испытаний. Так, при испытаниях N изделий до отказа

$$\mu\approx\mu^*=\frac{\Sigma\ln t_i}{N};\quad S\approx s=\sqrt{\frac{1}{N-1}\Sigma(\ln t_i-\mu^*)^2},$$

где μ^* и s — оценка параметров μ и S.

Вероятность безотказной работы можно определить по таблицам для нормального распределения (см. табл. 1.1) в зависимости от значения квантили $u_p=(\ln t-\mu)/S$.

Математическое ожидание наработки до отказа

$$m_t = e^{\mu + S^2/2};$$

среднее квадратическое отклонение

$$S_t = \sqrt{e^{2\mu + S^2}(e^{S^2} - 1)};$$

коэффициент вариации

$$v_t = S_t/m_t = \sqrt{e^{S^2} - 1}.$$

При $v_t \leqslant 0{,}3$ полагают $v_t \approx S$, при этом ошибка $\leqslant 1\%$.

Часто применяют запись зависимостей для логарифмически нормального распределения в десятичных логарифмах.

Соответственно плотность распределения

$$f(t) = \frac{0{,}4343}{St\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\lg t - \lg t_0)^2}{2S^2}}.$$

Оценки параметров $\lg t_0$ и S определяют по результатам испытаний

$$\lg t_0 \approx \lg t_0^* = \frac{\Sigma \lg t_i}{N}; \; S \approx s = \sqrt{\frac{1}{N-1}\Sigma(\lg t_i - \lg t_0^*)^2}.$$

Математическое ожидание m_t, среднее квадратическое отклонение S_t и коэффициент вариации v_t наработки до отказа соответственно равны

$$m_t = t_0 \cdot e^{2{,}651 S^2};$$

$$S_t = m_t \sqrt{\left(\frac{m_t}{t_0}\right)^2 - 1};$$

$$v_t = \sqrt{(m_t/t_0)^2 - 1}.$$

При $v_t \leqslant 0{,}3$ $v_t \approx 2{,}3S$.

Для вероятностей безотказной работы $P(t) \leqslant 0{,}99$ и при $v_t \leqslant 0{,}3$ логарифмически нормальный закон можно заменять нормальным законом с параметрами m_t и S_t и плотностью

$$f(t) = \frac{1}{S_t\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(t-m_t)^2}{2S_t^2}}.$$

Вероятность безотказной работы можно находить с помощью специальных таблиц для этого распределения или таблиц для нормального распределения.

Пример. Оценить вероятность $P(t)$ отсутствия усталостных повреждений вала в течение $t = 10^4$ ч, если ресурс распределен логарифмически нормально с параметрами $\lg t_0 = 4{,}5$; $S = 0{,}25$.

Решение. $P(t) = F_0\left(\frac{\lg t - \lg t_0}{S}\right) = F_0\left(\frac{\lg 10^4 - 4{,}5}{0{,}25}\right) = 0{,}9772.$

Распределение Вейбулла довольно универсально, охватывает путем варьирования параметров широкий диапазон случаев изменения вероятностей. Наряду с логарифмически нормальным распределением оно удовлетворительно описывает наработку деталей по усталостным разрушениям, наработку до отказа подшипников, электронных ламп. Используется для оценки надежности деталей и узлов машин, в частности, автомобилей, подъемно-транспортных

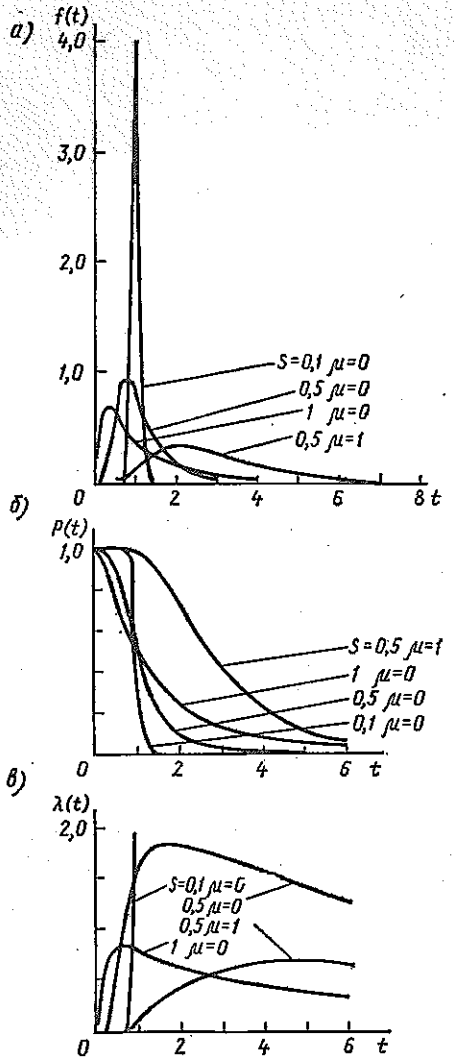

Рис. 1.7. Основные характеристики логарифмически нормального распределения при разных параметрах:

а — плотность вероятности $f(t)$; *б* — вероятность безотказной работы $P(t)$; *в* — интенсивность отказов $\lambda(t)$

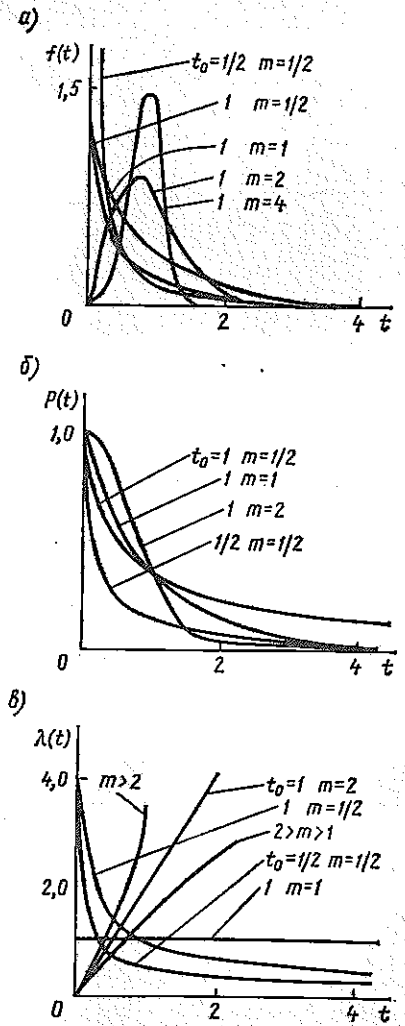

Рис. 1.8. Основные характеристики распределения Вейбулла при разных параметрах t_0 и m:

а — плотность вероятности $f(t)$; *б* — вероятность безотказной работы $P(t)$; *в* — интенсивность отказов $\lambda(t)$

и других машин. Применяется также для оценки надежности по приработочным отказам.

Распределение характеризуется следующей функцией вероятности безотказной работы (рис. 1.8):

$$P(t) = e^{-t^m/t_0}.$$

Интенсивность отказов

$$\lambda(t)=\frac{m}{t_0}t^{m-1};$$

плотность распределения

$$f(t)=\frac{m}{t_0}t^{m-1}e^{-t^m/t_0}.$$

Распределение Вейбулла имеет также два параметра [1]: параметр формы $m>0$ и параметр масштаба $t_0>0$.

Математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение соответственно

$$m_t=b_m t_0^{1/m};\ S_t=c_m t_0^{1/m},$$

где b_m и c_m — коэффициенты (см. табл. 1.1).

Если в течение времени t^* отказы не наступают, то формулы для характеристик надежности несколько модифицируются. Так, вероятность безотказной работы

$$P(t)=e^{-\frac{(t-t^*)m}{t_0}}.$$

Возможности и универсальность распределения Вейбулла видны из следующих пояснений (рис. 1.8).

При $m<1$ функции $\lambda(t)$ и $f(t)$ от наработки до отказа убывающие.

При $m=1$ распределение превращается в экспоненциальное $\lambda(t)=\text{const}$ и $f(t)$ — убывающая функция.

При $m>1$ функция $f(t)$ — одновершинная, функция $\lambda(t)$ непрерывно возрастающая при $1<m<2$ с выпуклостью вверх, а при $m>2$ — с выпуклостью вниз.

При $m=2$ функция $\lambda(t)$ является линейной и распределение Вейбулла превращается в так называемое распределение Рэлея.

При $m=3{,}3$ распределение Вейбулла близко к нормальному.

Графическая обработка результатов испытаний для распределения Вейбулла производится так:

логарифмируем выражение для $P(t)$:

$$\lg P(t)=-\frac{t^m}{t_0}0{,}4343;$$

вводим обозначение $y=-\lg P(t)$ и логарифмируем:

$$\lg y=m\lg t-A,\ \text{где}\ A=\lg t_0+0{,}362.$$

Откладывая результаты испытаний на графике в координатах $\lg t$ — $\lg y$ (рис. 1.9) и проводя через полученные точки прямую, получаем $m=\operatorname{tg}\alpha$; $\lg t_0=A-0{,}362$, где α — угол наклона прямой к оси абсцисс; A — отрезок, отсекаемый прямой на оси ординат.

Надежность системы из последовательно соединенных одинаковых элементов, подчиняющихся распределению Вейбулла, также подчиняется распределению Вейбулла.

[1] Иногда характеристики распределения записываются в других обозначениях. Вероятность безотказной работы $P(t)=e^{-(t/a)^b}$, где $b=m$ и $a=t_0^{1/m}$.

Пример. Оценить вероятность безотказной работы $P(t)$ роликоподшипников в течение $t=10^4$ ч, если ресурс подшипников описывается распределением Вейбулла с параметрами $t_0=10^7$ ч, $m=1{,}5$.

Решение. $P(t)=e^{-t^m/t_0}=e^{-10^{4\cdot 1{,}5}/10^7}=0{,}905$.

§ 1.7. СОВМЕСТНОЕ ДЕЙСТВИЕ ВНЕЗАПНЫХ И ПОСТЕПЕННЫХ ОТКАЗОВ

Вероятность безотказной работы изделия за период t, если до этого оно проработало время T, по теореме умножения вероятностей равна

$$P(t)=P_в(t)\,P_п(t),$$

где $P_в(t)=e^{-\lambda t}$ и $P_п(t)=P_п(T+t)/P_п(T)$ — вероятности отсутствия внезапных и соответственно постепенных отказов.

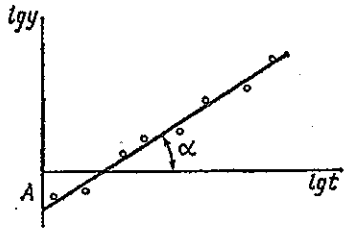

Рис. 1.9. Графическое определение параметров распределения Вейбулла

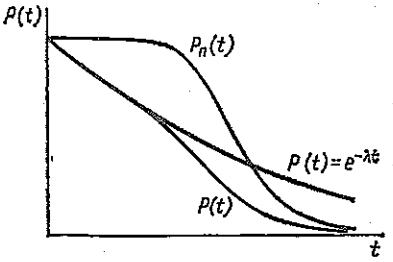

Рис. 1.10. Совместное действие внезапных и постепенных отказов, где верхняя кривая $P(t)$ для внезапных отказов

Для системы из последовательно соединенных элементов вероятность безотказной работы за период t равна

$$P_{ст}(t)=e^{-t\Sigma\lambda_i}\prod\frac{P_{ni}(T+t)}{P_{ni}(T)},$$

где знаки Σ и Π означают сумму и произведение.

Для новых изделий $T=0$ и $P_{ni}(T)=1$.

На рис. 1.10 показаны кривые вероятности отсутствия внезапных отказов, постепенных отказов и кривая вероятности безотказной работы при совместном действии внезапных и постепенных отказов. Вначале, когда интенсивность постепенных отказов низка, кривая соответствует кривой $P_в(t)$, а потом резко снижается.

В период постепенных отказов их интенсивность, как правило, многократно выше, чем внезапных.

§ 1.8. ОСОБЕННОСТИ НАДЕЖНОСТИ ВОССТАНАВЛИВАЕМЫХ ИЗДЕЛИЙ

У невосстанавливаемых изделий рассматриваются первичные отказы, у восстанавливаемых — первичные и повторные. Все рассуждения и термины для невосстанавливаемых изделий распространяются на первичные отказы восстанавливаемых изделий.

Для восстанавливаемых изделий показательны графики эксплуатации рис. 1.11, *а* и работы рис. 1.11, *б* восстанавливаемых изделий. Первые показывают периоды работы, ремонта и профилактики (осмотров), вторые — периоды работы. С течением времени периоды работы между ремонтами становятся короче, а периоды ремонта и профилактики возрастают.

У восстанавливаемых изделий свойства безотказности характеризуются величиной $\overline{m}(t)$ — средним числом отказов за время t

$$\overline{m}(t)=\frac{1}{N}\Sigma n_i,$$

где N — число испытуемых изделий; n_i — число отказов изделия за время t.

В статистической трактовке параметр потока отказов $\Lambda(t)$ характеризует среднее число отказов, ожидаемых в малом интервале времени:

$$\Lambda(t)=\frac{\Delta\overline{m}(t)}{\Delta t},$$

где $\Delta\overline{m}(t)$ — приращение среднего числа отказов за время Δt, т. е. среднее число отказов от момента t до момента $t+\Delta t$.

В вероятностной трактовке параметр потока отказов

$$\Lambda(t)=\frac{\mathrm{d}\overline{m}(t)}{\mathrm{d}t}.$$

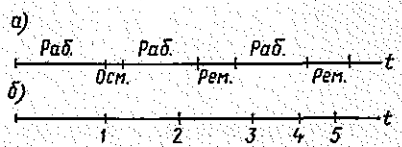

Рис. 1.11. Графики эксплуатации (*а*) и работы (*б*)

Как известно, при внезапных отказах изделия закон распределения наработки до отказа экспоненциальный с интенсивностью λ. Если изделие при отказе заменяют новым (восстанавливаемое изделие), то образуется поток отказов, параметр которого $\Lambda(t)$ не зависит от t, т. е. $\Lambda(t)=\Lambda=\mathrm{const}$ и равен интенсивности λ.

Поток внезапных отказов предполагают *стационарным*, т. е. среднее число отказов в единицу времени постоянно, *ординарным*, при котором одновременно возникает не более одного отказа, и *без последействия*, что означает взаимную независимость появления отказов в разные (непересекающиеся) промежутки времени.

Для стационарного, ординарного потока отказов $\Lambda(t)=\Lambda=1/\overline{T}$, где $\overline{T}$ — средняя наработка между отказами.

Самостоятельное рассмотрение постепенных отказов восстанавливаемых изделий представляет интерес, потому что время восстановления после постепенных отказов обычно существенно больше, чем после внезапных.

При совместном действии внезапных и постепенных отказов параметры потоков отказов складываются.

Поток постепенных (износовых) отказов становится стационарным при наработке t, значительно большей среднего значения $\overline{T}$. Так, при нормальном распределении наработки до отказа интенсив-

ность отказов возрастает монотонно (см. рис. 1.6, *в*), а параметр потока отказов $\Lambda(t)$ сначала возрастает, потом начинаются колебания, которые затухают на уровне $1/\overline{T}$ (рис. 1.12). Наблюдаемые максимумы $\Lambda(t)$ соответствуют средней наработке до отказа первого, второго, третьего и т. д. поколений.

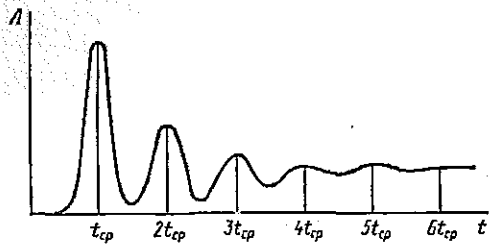

Рис. 1.12. График частоты отказа объектов *с последовательной заменой после отказа*

В сложных изделиях (системах) параметр потока отказов рассматривается как сумма параметров потоков отказов. Составляющие потоки можно рассматривать по узлам или по типам устройств, например механическим, гидравлическим, электрическим, электронным и другим $\Lambda(t)=\Lambda_1(t)+\Lambda_2(t)+\ldots$. Соответственно средняя наработка между отказами изделия (в период нормальной эксплуатации)

$$\overline{T}=1/\Lambda \text{ или } 1/\overline{T}=1/\overline{T}_1+1/\overline{T}_2+\ldots .$$

Вероятность безотказной работы от момента T до $T+t$ подчиняется экспоненциальному распределению

$$P(t)=e^{-\Lambda/t}.$$

Для системы из последовательно соединенных элементов

$$P_{ст}=e^{-t\Sigma\Lambda_i}.$$

Одним из основных комплексных показателей надежности восстанавливаемого изделия является *коэффициент технического использования*

$$\eta=\frac{\overline{T}_р}{\overline{T}_р+\overline{T}_п+\overline{T}_{рем}},$$

где $\overline{T}_р$, $\overline{T}_п$, $\overline{T}_{рем}$ — средние значения наработки, простоя, ремонта.

ГЛАВА 2

ЗАВИСИМОСТИ МЕЖДУ СЛУЧАЙНЫМИ ВЕЛИЧИНАМИ

§ 2.1. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЗАКОНА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ФУНКЦИЙ ПО ЗАКОНАМ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ АРГУМЕНТОВ В ПРИМЕНЕНИИ К ЗАДАЧАМ НАДЕЖНОСТИ

Исследование законов распределения и накопление числовых значений параметров распределения аргументов в теории надежности, как и в других областях техники, гораздо проще, чем функ-

ций. Поэтому расчет параметров распределений функций весьма актуален. В теории надежности он также нужен для оценки надежности систем по параметрам надежности элементов.

Распределение функций одного аргумента. Одним из типичных примеров этого расчета в области прочности является определение закона распределения напряжения в опасном сечении детали по закону распределения нагрузки.

Пусть задана плотность распределения $f_1(x)$ случайной величины X и требуется определить плотность распределения $f_2(y)$ случайной величины Y, являющейся известной функцией φ от X, т. е. $Y=\varphi(X)$.

Очевидно, что вероятность попадания случайной величины Y на элементарный отрезок dy равна вероятности попадания на dx случайной величины X, т. е.

$$\text{Вер}\,(y<Y<y+dy)=\text{Вер}\,(x<X<x+dx)$$

или

$$f_2(y)\,dy=f_1(x)\,dx.$$

Тогда плотность распределения случайной величины Y принимает положительные значения, определяемые по формуле

$$f_2(y)=f_1(x)\left|\frac{dx}{dy}\right|=f_1[\psi(y)]\left|\frac{d[\psi(y)]}{dy}\right|,$$

где $\psi(y)$ — функция обратная заданной функции $\varphi(x)$.

Рассмотрим линейную функцию $Y=a+bX$, где a и b — заданные константы.

Находим обратную функцию $X=(Y-a)/b$ и ее производную $dx/dy=1/b$. Искомая функция плотности случайной величины Y определяется выражением

$$f_2(y)=\frac{1}{b}f_1\left(\frac{y-a}{b}\right).$$

В случае нормального распределения случайного аргумента X плотность распределения $f_1(x)$ равна

$$f_1(x)=\frac{1}{S_x\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(x-m_x)^2}{2S_x^2}},$$

где m_x и S_x — параметры распределения.

Тогда плотность распределения для Y

$$f_2(y)=\frac{1}{bS_x\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{[y-(a+bm_x)]^2}{2(bS_x)^2}}.$$

Последнее выражение показывает, что случайная величина Y, являющаяся линейной функцией нормально распределенного аргумента, распределяется по нормальному закону с параметрами m_y и S_y, равными

$$m_y=a+bm_x;\ S_y=bS_x.$$

Пример. Контактные напряжения σ_H на рабочих поверхностях зубьев прямо пропорциональны корню квадратному крутящего момента T, т. е. $\sigma_H = b\sqrt{T}$, где b — коэффициент пропорциональности.

Определить плотность распределения контактных напряжений, если крутящий момент является случайной величиной, распределенной по нормальному закону с параметрами m_T и S_T.

Решение. Плотность распределения крутящего момента как случайной величины, распределенной по нормальному закону, определяется выражением

$$f_1(T) = \frac{1}{S_T\sqrt{2\pi}}\, e^{-\frac{(T-m_T)^2}{2S_T^2}}.$$

Находим функцию, обратную $\sigma_H = b\sqrt{T}$:

$$T = \sigma_H^2/b^2.$$

Тогда плотность распределения контактных напряжений

$$f_2(\sigma_H) = f_1\left(\frac{\sigma_H^2}{b^2}\right)\left|\frac{dT}{d\sigma_H}\right| = \frac{2\sigma_H}{b^2 S_T\sqrt{2\pi}}\, e^{-\frac{(\sigma_H - b^2 m_T)^2}{2b^2 S_T^2}}.$$

Таким образом, распределение контактных напряжений отличается от нормального закона, несмотря на то, что распределение нагрузки нормально.

Распределение функций нескольких аргументов. Прямой аналитический метод заключается в непосредственном определении интегрированием (по общим зависимостям теории вероятностей) плотности распределения функции по выражениям функции плотности распределений аргументов. Однако результат в конечной форме может быть получен только в некоторых частных случаях.

Рассмотрим один простейший случай — композицию двух законов распределения, т. е. закон распределения суммы Z двух независимых случайных величин X и Y при известных плотностях их распределений $f_1(x)$ и $f_2(y)$:

$$g(z) = \int_{-\infty}^{\infty} f_1(x)\, f_2(z-x)\, dx \quad \text{или} \quad \int_{-\infty}^{\infty} f_1(z-y)\, f_2(y)\, dy.$$

Композиции нормальных распределений имеют также нормальный закон распределения.

Установить закон распределения функции можно обычными методами математической статистики по отдельным числовым значениям функции, вычисленным при значениях аргументов из ряда случайных чисел, например методом Монте-Карло (см. ниже).

Пример 1. Несущая способность детали R и действующая нагрузка F распределены по нормальному закону. Определить плотность распределения функции $Z = R - F$. Вычислить вероятность $P(Z > 0)$, называемую вероятностью неразрушения или вероятностью безотказной работы, если средние значения (математические ожидания) несущей способности и нагрузки соответственно равны $m_R = 3\cdot10^3$Н, $m_F = 1{,}6\cdot10^3$Н; средние квадратические отклонения R и F соответственно равны $S_R = 0{,}5\cdot10^3$Н и $S_F = 0{,}3\cdot10^3$Н.

Решение. Распределение разности Z описывается нормальным законом с параметрами

$$m_Z = m_R - m_F = 3\cdot10^3 - 1{,}6\cdot10^3 = 1{,}4\cdot10^3 \text{H};$$
$$S_Z = \sqrt{S_R^2 + S_F^2} = \sqrt{(0{,}5\cdot10^3)^2 + (0{,}3\cdot10^3)^2} = 0{,}583\cdot10^3 \text{ H}.$$

Плотность распределения разности Z:

$$f(z) = \frac{1}{S_Z\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(z-m_Z)^2}{2S_Z^2}}.$$

Функция распределения

$$F(z) = \int_{-\infty}^{z} f(z)\,dz = F_0(u_p),$$

где u_p — квантиль нормированного нормального распределения

$$u_p = \frac{z - m_z}{S_Z} \left(\text{при } z = 0 \text{ квантиль } u_p = -\frac{m_z}{S_Z} = -\frac{1{,}4\cdot10^3}{0{,}583\cdot10^3} = -2{,}40\right);$$

$F_0(u_p)$ — табулированная функция нормального распределения (при $u_p = -2{,}4$ $F_0(-2{,}4) = 0{,}0082$).

Учитывая, что $P(Z < z) = F(z)$, получим

$$P(Z < 0) = F_0(-2{,}4) = 0{,}0082;$$

тогда вероятность безотказной работы (см. табл. 1.1)

$$P(Z > 0) = 1 - P(Z < 0) = 1 - 0{,}0082 = 0{,}9918.$$

Пример 2. Наработка t до отказа является функцией действующих напряжений σ и выражается зависимостью (уравнением кривой усталости в вероятностном аспекте)

$$\lg t = b\lg\sigma + US_0 + A,$$

где b, S_0, A — константы, определяемые по результатам усталостных испытаний; U — нормированная случайная величина, распределенная по нормальному закону с параметрами $m_u = 0$ и $S_u = 1$.

Определить плотность распределения наработки до отказа, если логарифм напряжения $\lg\sigma$ является случайной величиной, распределенной по нормальному закону с параметрами $m_{\lg\sigma}$ и $S_{\lg\sigma}$.

Решение. Логарифм наработки до отказа как линейная функция двух случайных нормально распределенных величин $\lg\sigma$ и U также имеет нормальное распределение с параметрами:

$$m_{\lg t} = bm_{\lg\sigma} + m_u S_0 + A = bm_{\lg\sigma} + A;$$
$$S_{\lg t} = \sqrt{b^2S_{\lg\sigma}^2 + S_0^2S_u^2} = \sqrt{b^2S_{\lg\sigma}^2 + S_0^2}.$$

Плотность распределения логарифма наработки до отказа

$$f_1(\lg t) = \frac{1}{S_{\lg t}\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\lg t - m_{\lg t})^2}{2S_{\lg t}^2}}.$$

Плотность распределения наработки до отказа

$$f(t) = \frac{0{,}4343}{tS_{\lg t}\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\lg t - m_{\lg t})^2}{2S_{\lg t}^2}}.$$

383701
TDTU ABOSY

Ввиду сложности общих аналитических методов широкое практическое применение получил также метод определения параметров распределения функции на основе ее линеаризации в достаточно узких пределах изменения аргументов. Для этого функция раскладывается в ряд Тейлора с сохранением первых двух членов. Предполагается, что функция непрерывная и дифференцируемая.

Для функции $Y=\varphi(X_1, X_2, \ldots X_n)$ математическое ожидание $m_y=\varphi(m_{x1}, m_{x2}, \ldots, m_{xn})$, а дисперсия $S_y^2=\Sigma\left(\frac{\partial Y}{\partial X_i}\right)_{mxi}^2 S_{xi}^2$, где $X_1, X_2, \ldots, X_n$ — независимые случайные величины; m_{x1}, $m_{x2}, \ldots, m_{xn}$ — их математические ожидания; $S_{x1}, S_{x2}, \ldots, S_{xn}$ — их дисперсии.

Индекс у производной $\left(\frac{\partial Y}{\partial X_i}\right)_{mxi}$ означает, что ее числовое значение определяют при $x_i=m_{xi}$.

Если математические ожидания аргументов не совпадают с их номинальными значениями, указываемыми в технической документации, то параметры распределения функции можно определить через номинальные значения функции $y_н$ и аргументов $x_{1н}, x_{2н}, \ldots$ $\ldots, x_{nн}$ и значения частных производных функций при номинальных значениях аргументов.

Тогда

$$m_y=y_н+\Sigma\left(\frac{\partial Y}{\partial X_i}\right)_{xiн}(x_{iн}-m_{xi});$$

$$S_y^2=\Sigma\left(\frac{\partial Y}{\partial X_i}\right)_{xiн}^2 S_{xi}^2.$$

Пример. Оценить методом линеаризации числовые характеристики коэффициента запаса прочности n, равного отношению несущей способности R и действующей нагрузки F. Средние значения R и F соответственно равны $m_R=4\cdot10^3$Н и $m_F=2\cdot10^3$Н; коэффициенты вариации $v_R=0{,}12$ и $v_F=0{,}15$.

Решение. Среднее значение (математическое ожидание) коэффициента запаса прочности, называемого также коэффициентом запаса по средним нагрузкам,

$$\overline{n}=\frac{m_R}{m_F}=\frac{4\cdot10^3}{2\cdot10^3}=2.$$

Среднее квадратическое отклонение функции $n=\frac{R}{F}$

$$S_n=\sqrt{\left(\frac{\partial n}{\partial R}\right)_{m_R}^2 S_R^2+\left(\frac{\partial n}{\partial F}\right)_{m_F}^2 S_F^2}=\sqrt{\frac{S_R^2}{m_F^2}+\frac{S_F^2 m_R^2}{m_F^4}}.$$

Учитывая, что $v_R=\frac{S_R}{m_R}$ и $v_F=\frac{S_F}{m_F}$, получаем выражение для среднего квадратического отклонения коэффициента запаса и вычисляем его значение

$$S_n=\overline{n}\sqrt{v_R^2+v_F^2}=2\sqrt{0{,}12^2+0{,}15^2}=0{,}384.$$

§ 2.2. ПРИМЕНЕНИЕ КОРРЕЛЯЦИОННОГО АНАЛИЗА К ЗАВИСИМОСТЯМ НАДЕЖНОСТИ

В связи с тем что теория надежности оперирует со случайными величинами, в ней широко используют вероятностные стохастические зависимости вместо функциональных.

Две случайные величины, как известно, являются независимыми, если закон распределения каждой из них не зависит от значения, которое приняла другая. Такими величинами можно считать, например, предел выносливости материала детали и теоретический коэффициент концентрации напряжений в опасном сечении детали.

Величины являются функционально зависимыми, если при известном значении одной можно точно указать значение другой. Так связаны, например, напряжение и деформация в упругодеформируемых деталях.

Наконец, величины являются связанными вероятностной или стохастической зависимостью, если известному значению одной величины соответствует не конкретное значение, а закон распределения другой. Вероятностные зависимости имеют место, когда величины зависят не только от общих для них, но и от разных случайных факторов. Вероятностные зависимости характеризуют тенденции изменения одной случайной величины в зависимости от изменения другой. Они могут быть более или менее тесными в пределах отсутствия зависимости и функциональной зависимости. Очень наглядным примером вероятностной связи может служить зависимость между массой и ростом человека.

В технике вероятностные связи распространены очень широко (например, связи между характеристиками материалов и между параметрами отдельных узлов машины).

Изучение вероятностных зависимостей между случайными величинами — предмет корреляционного анализа (от лат. correlatio — соотношение).

Полная информация о вероятностной связи двух случайных величин представляется совместной плотностью распределения $f(x, y)$ или условными плотностями распределения $f(x/y)$, $f(y/x)$, т. е. плотностями распределения случайных величин X и Y при задании конкретных значений y и x соответственно.

Совместная плотность и условные плотности распределения связаны следующими соотношениями:

$$f(x, y) = f(y/x) \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y)\, dy;$$

$$f(x, y) = f(x/y) \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y)\, dx.$$

Для независимых случайных величин совместная плотность распределения $f(x, y)$ равна произведению плотностей распределения случайных величин X и Y:

$$f(x, y) = f_x(x) f_y(y).$$

Основными характеристиками вероятностных зависимостей являются корреляционный момент и коэффициент корреляции.

Корреляционный момент (или момент связи) двух случайных величин X и Y — это математическое ожидание произведения центрированных случайных величин:

для дискретных

$$K_{xy}=\sum_i\sum_j (x_i-m_x)(y_j-m_y)\,p_{ij},$$

для непрерывных

$$K_{xy}=\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}(x-m_x)(y-m_y)\,f(x,y)\,dx\,dy,$$

где m_x и m_y — математические ожидания величин X и Y; p_{ij} — вероятность отдельных значений x_i и y_j.

Корреляционный момент одновременно характеризует связь между случайными величинами и их рассеяние. По своей размерности он соответствует дисперсии для независимой случайной величины.

Если случайные величины независимы, то корреляционный момент равен нулю, так как его можно представить как произведение центральных моментов величин X и Y, которые равны нулю.

Если хотя бы одна из случайных величин имеет малое рассеяние, то корреляционный момент мал даже при тесной зависимости между случайными величинами. Поэтому для выделения характеристики связи между случайными величинами переходят к коэффициенту корреляции

$$\rho=K_{xy}\frac{1}{S_xS_y},$$

где S_x и S_y — средние квадратические отклонения случайных величин.

Коэффициент корреляции характеризует степень тесноты зависимости и может изменяться в пределах $-1\leqslant\rho\leqslant 1$. Значения $\rho=1$ и $\rho=-1$ свидетельствуют о функциональной зависимости, значение $\rho=0$ свидетельствует о некоррелированности случайных величин. Для независимых случайных величин также $\rho=0$.

Рассматривают корреляцию как между величинами, так и между событиями, а также множественную корреляцию, характеризующую связь между многими величинами и событиями.

При более подробном анализе вероятностной связи определяют условные математические ожидания случайных величин $m_{y/x}$ и $m_{x/y}$, т. е. математические ожидания случайных величин Y и X при заданных конкретных значениях x и y соответственно.

Зависимость условного математического ожидания $m_{y/x}$ от x называют регрессией Y по X. Зависимость $m_{x/y}$ от y соответствует регрессии X по Y.

Для нормально распределенных величин Y и X уравнение регрессии Y по X имеет вид

$$m_{y/x}=m_y+\rho\frac{S_y}{S_x}(x-m_x);$$

для регрессии X по Y

$$m_{x/y}=m_x+\rho\frac{S_x}{S_y}(y-m_y),$$

где ρ — коэффициент корреляции; m_x, m_y и S_x, S_y — математические ожидания и средние квадратические отклонения случайных величин X и Y соответственно.

Важнейшей областью применения корреляционного анализа к задачам надежности является обработка и обобщение результатов эксплуатационных наблюдений.

Результаты наблюдения случайных величин Y и X представляют парными значениями y_i, x_i i-го наблюдения, где $i=1, 2, \ldots, n$; n — число наблюдений.

Оценку r коэффициента корреляции ρ определяют по формуле

$$r=\frac{\Sigma (x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{(n-1)s_x s_y},$$

где $\bar{x}$, $\bar{y}$ — оценки математических ожиданий m_x и m_y соответственно, т. е. средние из n наблюдений значений $\bar{x}=\frac{1}{n}\Sigma x_i$; $\bar{y}=\frac{1}{n}\Sigma y_i$; s_x, s_y — оценки средних квадратических отклонений S_x и S_y соответственно:

$$s_x=\sqrt{\frac{1}{n-1}\Sigma (x_i-\bar{x})^2}; \quad s_y=\sqrt{\frac{1}{n-1}\Sigma (y_i-\bar{y})^2}.$$

Обозначив оценку условных математических ожиданий $m_{y/x}$, $m_{x/y}$ соответственно через $\hat{Y}$ и $\hat{X}$, уравнения эмпирической регрессии Y по X и X по Y записывают в следующем виде:

$$\hat{Y}=\bar{y}+r\frac{s_y}{s_x}(x-\bar{x});$$

$$\hat{X}=\bar{x}+r\frac{s_x}{s_y}(y-\bar{y}).$$

Как правило, практическую ценность имеет лишь одна из регрессий.

Отметим, что при коэффициенте корреляции $r=1$ уравнения регрессий тождественны.

§ 2.3. РЕГРЕССИОННЫЙ АНАЛИЗ. МЕТОД НАИМЕНЬШИХ КВАДРАТОВ

Основной характеристикой вероятностной связи между случайной величиной Y и неслучайной x является регрессия, т. е. зависимость математического ожидания (среднего значения) m_y случайной величины Y от x. График этой зависимости называется *линией регрессии*. Регрессионный анализ — нахождение этой зависимости по отдельным значениям величин, обычно по экспериментальным точкам.

При анализе предполагают, что точно или приближенно соблюдаются следующие предпосылки: а) результаты измерений y_1, $y_2, \ldots, y_n$, где n — число измерений, представляют собой выборку объемом n из нормально распределенной генеральной совокупности значений Y; б) дисперсия случайной величины Y для любого значе-

ния независимой переменной x является постоянной; в) независимая переменная имеет малую ошибку по сравнению с ошибками результатов наблюдений; г) вид функциональной зависимости среднего значения случайной величины m_y от x предварительно постулируют на основе каких-либо теоретических или практических зависимостей или выбирают в виде полинома.

Оценка параметров линейной регрессионной зависимости по методу наименьших квадратов. Линейная зависимость между величинами или их логарифмами является наиболее распространенной. Уравнение линии регрессии записывают в виде

$$m_y = \beta_0 + \beta x,$$

где β, β_0 — параметры или коэффициенты регрессии.

Оценкой линии регрессии является эмпирическая линия регрессии, уравнение которой имеет вид

$$\hat{Y} = b_0 + bx,$$

где $\hat{Y}$, b, b_0 — оценки величин m_y, β, β_0 соответственно.

Коэффициенты регрессии b и b_0 находим *методом наименьших квадратов*, в основе которого положено требование минимизации квадратов отклонений реализаций (результатов измерений) случайной величины от линии регрессии:

$$\min \{u = \Sigma (y_i - \hat{Y})^2\},$$

или после подстановки $\hat{Y}$

$$\min \{u = \Sigma (y_i - b_0 - bx_i)^2\},$$

где y_i — реализация случайной величины в i-м опыте; x_i — значение независимой переменной в i-м опыте; n — число опытов.

Известно, что минимум некоторой функции соответствует равенству нулю частных производных по всем неизвестным:

$$\frac{\partial u}{\partial b_0} = -2\Sigma (y_i - b_0 - bx_i) = 0;$$

$$\frac{\partial u}{\partial b} = -2\Sigma (y_i - b_0 - bx_i) x_i = 0.$$

Раскрывая скобки, проводим суммирование и после несложных преобразований получаем систему нормальных уравнений

$$nb_0 + b\Sigma x_i = \Sigma y_i; \quad b_0 \Sigma x_i + b\Sigma x_i^2 = \Sigma y_i x_i.$$

Из решения системы получаем формулы для коэффициентов b и b_0:

$$b = \frac{n\Sigma x_i y_i - \Sigma x_i \Sigma y_i}{n\Sigma x_i^2 - (\Sigma x_i)^2}; \quad b_0 = \frac{1}{n} (\Sigma y_i - b\Sigma x_i).$$

Нелинейная регрессия в простейшей форме описывается квадратическим уравнением

$$m_y = \beta_0 + \beta_1 x + \beta_2 x^2.$$

Соответственно уравнение эмпирической кривой регрессии имеет вид

$$\hat{Y} = b_0 + b_1 x + b_2 x^2.$$

По аналогии с линейной регрессией методом наименьших квадратов составляем нормальные уравнения:

$$b_0 n + b_1 \Sigma x_i + b_2 \Sigma x_i^2 = \Sigma y_i;$$
$$b_0 \Sigma x_i + b_1 \Sigma x_i^2 + b_2 \Sigma x_i^3 = \Sigma x_i y_i;$$
$$b_0 \Sigma x_i + b_1 \Sigma x_i^3 + b_2 \Sigma x_i^4 = \Sigma x_i^2 y_i.$$

Решая систему нормальных уравнений, определяем коэффициенты регрессии b_0, b_1 и b_2.

В изложенной выше форме регрессионный анализ применяют для обработки результатов пассивного эксперимента, т. е. эксперимента, в котором невозможно назначать и поддерживать на выбранном уровне значения неслучайной величины.

Более эффективным является активный эксперимент, позволяющий применять математическое планирование эксперимента (см. гл. 6) и тем самым уменьшать время и число опытов.

Пример. Методом линейного регрессионного анализа установить зависимость между числом циклов нагружений до разрушения N (наработка до отказа) и напряжениями σ изгиба в опасном сечении зуба зубчатого колеса с модулем $m = 3$ мм и изготовленным из улучшенной стали 40Х. Испытания проводили на пульсаторе. Результаты приведены в табл. 2.1.

Таблица 2.1

№	$x = \lg \sigma$	$y = \lg N$	№	$x = \lg \sigma$	$y = \lg N$
1	2,9777	4,7627	11	2,8751	5,2345
2	2,9777	4,8176	12	2,8751	5,4481
3	2,9777	4,8525	13	2,8751	5,4761
4	2,9777	4,8704	14	2,8751	5,5233
5	2,9777	4,9175	15	2,8751	5,6138
6	2,9268	4,0752	16	2,8021	5,7320
7	2,9268	5,0955	17	2,8021	5,8287
8	2,9268	5,2092	18	2,8021	5,8745
9	2,9268	5,2240	19	2,8021	6,0134
10	2,9268	5,3071	20	2,8021	6,1482

Р е ш е н и е. Уравнение эмпирической линии регрессии представляем в виде

$$\hat{Y} = bx + b_0,$$

где $\hat{Y} = \lg^{-} N$ — оценка математического ожидания логарифма наработки до отказа; $x = \lg \sigma$ — логарифмы напряжений изгиба; b_0, b — коэффициенты, подлежащие определению.

Вычисляем вспомогательные величины:

$$\sum x_i = 57{,}9085; \quad \sum x_i^2 = 167{,}7541; \quad \sum y_i = 107{,}0243; \quad \sum y_i^2 = 576{,}0467;$$
$$\sum x_i y_i = 309{,}3696.$$

Определяем коэффициенты b и b_0:

$$b=\frac{n\sum x_i y_i-\sum x_i\sum y_i}{n\sum x_i^2-\left(\sum x_i\right)^2}=-6{,}058;$$

$$b_0=\frac{1}{n}\left(\sum y_i-b\sum x_i\right)=22{,}8917.$$

Рассеяние значений относительно линии регрессии оцениваем средним квадратическим отклонением

$$s_0=\sqrt{\frac{1}{n-2}\left[\sum y_i^2-\frac{1}{n}\left(\sum y_i\right)^2-\frac{\left(\sum x_i y_i-\frac{1}{n}\sum x_i\sum y_i\right)^2}{\sum x_i^2-\frac{1}{n}\left(\sum x_i\right)^2}\right]}=0{,}102.$$

Уравнение эмпирической линии в основных обозначениях

$$\lg N=-6{,}058\lg\sigma+22{,}8917.$$

Полагая, что наработка до отказа N имеет логарифмически нормальное распределение (нормальное распределение $\lg N$) и рассеяние наработки $\lg N$ не зависит от действующих напряжений ($s_0=\text{const}$), получаем зависимость между случайной величиной N и детерминированной величиной σ:

$$\lg N=\lg N+Us_0,\quad\text{или}\quad\lg N=-6{,}058\lg\sigma+22{,}8917+0{,}102U,$$

где U — табулированная нормированная случайная величина, распределенная по нормальному закону с параметрами $m_u=0$ и $S_u=1$.

§ 2.4. МЕТОД СТАТИСТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Метод статистического моделирования применяется для решения задач надежности при отсутствии или сложности аналитических решений. Он заключается в том, что выбирают значения независимых переменных из ряда случайных чисел, а затем с ними производят действия в соответствии с функциональной зависимостью. Каждый из полученных результатов рассматривают как случайную реализацию рассматриваемой функции. По этим реализациям, предварительно представив их в виде вариационного ряда, т. е. упорядоченной последовательности чисел от меньшего к большему, обычными методами математической статистики определяют вид и параметры исследуемой функции. Количество реализаций N выбирают из условия получения ошибки вычислений не выше заданной. Ошибка, как правило, уменьшается обратно пропорционально $\sqrt{N}$.

Метод статистического моделирования называют также методом Монте-Карло от города Монте-Карло в княжестве Монако, где в игорных домах (казино) играют в рулетку, представляющую собой простейшее устройство для получения равномерно распределенных случайных чисел. Схема рулетки —диск, разбитый на 10 секторов, пронумерованных цифрами от 0 до 9. Диск разгоняют до некоторой случайной частоты вращения. Затем под действием сил трения он останавливается. После остановки регистрируют цифру, расположившуюся против неподвижной стрелки. Для получения ряда чисел процесс многократно повторяют.

В настоящее время для получения равномерно распределенных случайных чисел используют специальные генераторы случайных

чисел и таблицы случайных чисел или вычисляют псевдослучайные числа.

Генераторы случайных чисел чаще всего основаны на измерении уровня шума электронных ламп или излучения радиоактивных веществ. К генераторам случайных чисел может быть отнесена и рулетка.

Таблицы случайных чисел приведены во многих книгах по математической статистике. Наиболее обширная из опубликованных таблиц содержит 1 000 000 случайных чисел. В работе [5] приведены 2000 чисел; часть их (140) приведена в табл. 2.2.

Псевдослучайные числа находят по некоторой специально подобранной формуле и предыдущему числу. Таким образом, первое число задает остальные. Псевдослучайные числа удобно использовать при моделировании на ЭВМ, и если расчетная формула проверена по ряду специальных тестов, то практически они не дают погрешности по сравнению со случайными числами.

Таблица 2.2

10 09 73 25 33	76 52 01 35 86	34 67 35 48 76	80 95 90 91 17
37 54 20 48 05	64 89 47 42 96	24 80 52 40 37	20 63 61 04 02
08 42 26 89 53	19 64 50 93 03	23 20 90 25 60	15 95 33 47 64
99 01 90 25 29	09 37 67 07 15	38 31 13 11 65	88 67 67 43 97
12 80 79 99 70	80 15 73 61 47	64 03 23 66 53	98 95 11 68 77
66 06 57 47 17	34 07 27 68 50	36 69 73 61 70	65 81 33 98 85
31 06 01 08 05	45 57 18 24 06	35 30 34 25 14	86 79 90 74 39
85 26 97 76 02	02 05 16 56 92	68 66 57 48 18	73 05 38 52 47
63 57 33 21 35	05 32 54 70 48	90 55 35 75 48	28 46 82 87 09
73 79 64 57 53	03 52 96 47 78	35 80 83 42 82	60 93 52 03 44
98 52 01 77 67	14 90 56 86 07	22 10 94 05 58	60 97 09 34 33
11 80 50 54 31	39 80 82 77 32	50 72 56 82 48	29 40 52 42 01
83 45 29 96 34	06 28 89 80 83	13 74 67 00 78	18 47 54 06 10
88 68 54 02 00	86 50 75 84 01	36 76 66 79 51	90 36 47 64 93
99 59 46 73 48	87 51 76 49 69	91 82 60 89 28	93 78 56 13 68
65 48 11 76 74	17 46 85 09 50	58 04 77 69 74	73 03 95 71 86
80 12 43 56 35	17 72 70 80 15	45 31 82 23 74	21 11 57 82 53
74 35 09 98 17	77 40 27 72 14	43 23 60 02 10	45 52 16 42 37
69 91 62 68 03	66 25 22 91 48	36 93 68 72 03	76 62 11 39 90
09 89 32 05 05	14 22 56 85 14	46 42 75 67 88	96 29 77 88 22
91 49 91 45 23	68 47 92 76 86	46 16 28 35 54	94 75 08 99 23
80 33 69 45 98	26 94 03 68 58	70 29 73 41 35	53 14 03 33 40
44 10 48 19 49	85 15 74 79 54	32 97 92 65 75	57 60 04 08 81
12 55 07 37 42	11 10 00 20 40	12 86 07 46 97	96 64 48 94 39
63 60 64 93 29	16 50 53 44 84	40 21 95 25 63	43 65 17 70 82
61 19 69 04 46	26 45 74 77 74	51 92 43 37 29	65 39 45 95 93
15 47 44 52 66	95 27 07 99 53	59 36 78 38 48	82 39 61 01 18
94 55 72 85 73	67 89 75 43 87	54 62 24 44 31	91 19 04 25 92
42 48 11 62 13	97 34 40 87 21	16 86 84 87 67	03 07 11 20 59
23 52 37 83 17	73 20 88 98 37	68 93 59 14 16	26 25 22 96 63
04 49 35 24 94	75 24 63 38 24	45 86 25 10 25	61 96 27 93 35
00 54 99 76 54	64 05 18 81 59	96 11 96 38 96	54 69 28 23 91
35 96 31 53 07	26 89 80 93 54	33 35 13 54 62	77 97 45 00 24
59 80 80 83 91	45 42 72 68 42	83 60 94 97 00	13 02 12 48 92
46 05 88 52 36	01 39 09 22 86	77 28 14 40 77	93 91 08 36 47

Первый алгоритм для получения равномерно распределенных псевдослучайных чисел был предложен Дж. Нейманом. Алгоритм заключался в следующем. Выбирали некоторое произвольное число, состоящее из n знаков. Затем возводили число в квадрат и образовывали следующее случайное число из n цифр, расположенных в средней части полученного числа. Далее процесс повторяли. Приведенный алгоритм себя не оправдал, так как получалось больше, чем нужно, малых значений. Сейчас используют более совершенные алгоритмы.

Случайные числа Y с заданным законом распределения $x=1-F(y)=P(y)$, если существует функция [1] $y=P^{-1}(x)$, обратная $P(y)$, получают по случайным числам, равномерно распределенным в интервале [0,1]. Подставляя в последнюю формулу значения X, равномерно распределенные в интервале [0,1], получаем совокупность чисел Y, распределенных по закону $P(y)$.

В частности, для закона Вейбулла $P(t)=1-F(t)=e^{-t^{\gamma}/t_0}$ имеем обратную функцию

$$t=[-t_0\ln P(t)]^{1/\gamma}=[-t_0\ln x]^{1/\gamma}, \qquad (2.1)$$

где $P(t)$ обозначено через x. При $\gamma=1$ закон Вейбулла превращается в экспоненциальный $P(t)=e^{t/t_0}$. Обратная функция в этом случае упрощается

$$t=-t_0\ln x. \qquad (2.2)$$

Пример. Требуется получить десять случайных чисел ($N=10$), распределенных по закону Вейбулла с параметрами $\gamma=2$, $t_0=1$.

Решение. При заданных параметрах из выражения (2.1) получаем

$$t=\sqrt{-\ln x}.$$

В полученную формулу вместо x подставляем последовательно 10 случайных чисел, равномерно распределенных в отрезке [0,1]. Эти числа, взятые подряд из табл. 2.2 с добавлением перед запятой нуля и округленные до третьего знака после запятой, приведены во второй строке табл. 2.3. В третьей строке содержатся результаты вычислений, в четвертой результаты расположены в вариационный ряд, а в пятой приведены статистические оценки вероятностей того, что время безотказной работы t превысит значение t_i:

$$P(t_i)=1-\frac{j}{n+1}.$$

Таблица 2.3

1	j	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	X	0,101	0,765	0,347	0,810	0,375	0,649	0,248	0,206	0,084	0,196
3	t	1,154	0,517	1,029	0,459	0,990	0,701	1,234	1,257	1,574	1,276
4	t_i	0,459	0,517	0,701	0,9901	1,029	1,234	1,257	1,276	1,514	1,574
5	$P(t_i)$	0,909	0,818	0,727	0,636	0,545	0,454	0,364	0,273	0,182	0,091

Соответствие полученных чисел t_i закону Вейбулла с параметрами $\gamma=2$, $t_0=1$ можно проверить, нанеся их на вероятностную бумагу для этого закона (рис. 2.1). Малое отклонение точек от пря-

[1] P^{-1} — условное обозначение обратной функции.

мой говорит о том, что результаты могут быть описаны законом Вейбулла. Тангенс угла наклона прямой характеризует параметр γ, а отрезок оси абсцисс, отсекаемый прямой при нулевом значении ординаты,— параметр t_0.

Случайные числа, распределенные по нормальному закону, не удается получать с помощью преобразования $y=P^{-1}(x)$ в связи с невозможностью представить в алгебраическом виде обратную функцию для нормального распределения. Для получения случайных чисел в этом случае используют известный факт, что сумма большого числа случайных величин дает хорошее приближение к нормальному закону. Обычно берут сумму 12 случайных величин.

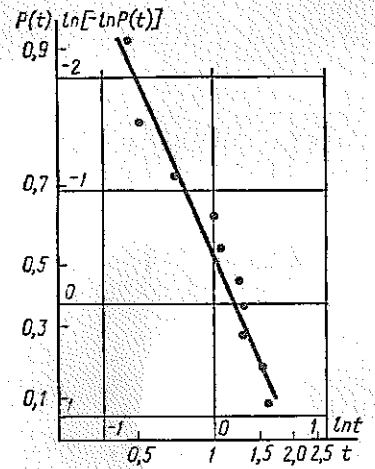

Рис. 2.1. Результаты статистического моделирования закона Вейбулла

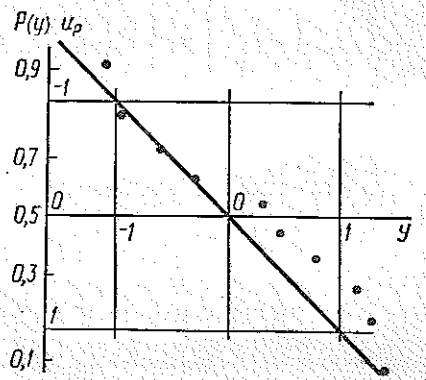

Рис. 2.2. Результаты статистического моделирования нормального закона

Случайные числа Y, распределенные по нормальному закону с параметрами $m_a=0$, $S=1$, вычисляют по формуле

$$Y=\sum_{j=1}^{12} X_j-6, \qquad (2.3)$$

где X_j — случайные числа, равномерно распределенные в отрезке [0,1], а число 6 — это математическое ожидание суммы 12 чисел X_j.

Пример. Требуется получить 10 чисел, распределенных по нормальному закону с параметрами $m_a=0$, $S=1$.

Решение. Из табл. 2.2 случайных чисел выписываем в 12 строк (табл. 2.4) 120 равномерно распределенных случайных чисел. Чтобы числа оказались в отрезке [0,1], перед ними записываем ноль. Результаты округляем до второго знака после запятой. В 13-й строке вычислены по формуле (2.3) значения Y. В 14-й строке из значений Y образован вариационный ряд. В 15-й строке приведены оценки вероятностей превышения полученных значений Y_i,

соответствующие членам ряда. Соответствие результатов вычислений нормальному распределению с параметрами $m_a = 0$, $S = 1$ следует из представления их в координатах нормальной вероятностной бумаги (рис. 2.2).

Таблица 2.4

	i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	X_1	0,10	0,76	0,35	0,81	0,38	0,65	0,25	0,21	0,08	0,20
2	X_2	0,23	0,16	0,99	0,09	0,38	0,89	0,13	0,80	0,64	0,99
3	X_3	0,66	0,34	0,37	0,66	0,31	0,46	0,35	0,87	0,85	0,02
4	X_4	0,69	0,73	0,64	0,05	0,91	0,28	0,74	0,04	0,36	0,61
5	X_5	0,99	0,15	0,22	0,61	0,12	0,40	0,51	0,29	0,83	0,06
6	X_6	0,14	0,18	0,89	0,87	0,37	0,90	1,00	0,88	0,92	0,94
7	X_7	0,65	0,17	0,58	0,73	0,80	0,18	0,45	0,21	0,74	0,77
8	X_8	0,43	0,46	0,70	0,66	0,37	0,77	0,10	0,14	0,46	0,96
9	X_9	0,91	0,68	0,46	0,95	0,80	0,27	0,70	0,53	0,44	0,85
10	X_{10}	0,33	0,58	0,13	0,11	0,13	0,97	0,64	0,17	0,40	0,44
11	X_{11}	0,61	0,26	0,52	0,65	0,15	0,95	0,59	0,82	0,95	0,68
12	X_{12}	0,55	0,91	0,42	0,97	0,17	0,03	0,24	0,73	0,69	0,26
13	Y	0,29	—0,62	1,27	1,16	—1,11	0,45	—0,97	—0,31	1,36	0,78
14	Y_i	—1,11	—0,97	—0,62	—0,31	0,29	0,45	0,78	1,16	1,27	1,36
15	$P(y_i)$	0,909	0,818	0,727	0,636	0,545	0,454	0,364	0,273	0,182	0,091

§ 2.5. ПОСТРОЕНИЕ РЯДОВ СЛУЧАЙНЫХ ЧИСЕЛ С ПОМОЩЬЮ ЭВМ

Использование ЭВМ расширило область применения метода Монте-Карло и сделало метод пригодным для получения инженерных оценок надежности.

Ниже приведены программы на языке ФОРТРАН 4 и результаты счета на ЕС ЭВМ случайных чисел для наиболее употребительных в задачах надежности равномерного, Вейбулла и нормального законов распределений. Экспоненциальный закон может быть получен как частный случай закона Вейбулла. В качестве подпрограмм использованы программы из библиотеки стандартных программ для ЕС ЭВМ [43].

Кроме того, приведена программа построения вариационного ряда на основе полученной совокупности случайных чисел.

Псевдослучайные числа, равномерно распределенные в отрезке [0, 1], получают с помощью стандартной программы RANDU. Для этого задаются нечетным числом с девятью или меньшим количеством цифр. Зададимся, например, значением целого нечетного числа 461 и числом случайных чисел — 20. Программа для этого случая имеет вид

```
C   РЯД СЛУЧАЙНЫХ ЧИСЕЛ
      DIMENSION Z(20)
      IX=461
      DO 9 I=1,20
      CALL RANDU(IX,IY,YFL)
      IX=IY
    9 Z(I)=YFL
      PRINT 10,Z
   10 FORMAT(1X,5F8.3)
      STOP
      END
```

Результаты счета

0.014	0.084	0.380	0.519	0.698
0.512	0.792	0.146	0.741	0.136
0.145	0.645	0.568	0.601	0.498
0.576	0.979	0.689	0.320	0.722

Псевдослучайные числа, распределенные по закону Вейбулла, можно получить с использованием стандартной программы RANDU и формулы (2.1). Примем значение целого нечетного числа в программе RANDU также 461, число случайных чисел 20, $t_0=1$, $\gamma=2$. В этом случае программа получает вид

```
C   РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕЙБУЛЛА
      DIMENSION Z(20)
      IX=461
      T0=1.
      GAM=2.
      DO 9 I=1,20
      CALL RANDU(IX,IY,YFL)
      IX=IY
    9 Z(I)=(-T0*ALOG(1-YFL))**(1./GAM)
      PRINT 10,Z
   10 FORMAT(1X,5F8.3)
      STOP
      END
```

Результаты счета

0.119	0.297	0.691	0.856	1.094
0.847	1.254	0.397	1.163	0.382
0.395	1.018	0.916	0.959	0.830
0.927	1.968	1.080	0.621	1.131

В библиотеке стандартных программ программа GAUSS получает числа, распределенные по нормальному закону, по сумме 12 равномерно распределенных псевдослучайных чисел. Ниже приведена программа для нахождения чисел, распределенных по нормальному закону. Принято: в программе GAUSS значение исходного целого нечетного числа, среднее значение и среднее квадрати-

ческое отклонение нормального закона соответственно равны 461 239 785, 0 и 1, число случайных чисел составляет 20.

```
C   СТАТИСТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НОРМАЛЬНОЙ СОВОКУПНОСТИ
      DIMENSION Y(20)
      IX=461239785
      DO 9 I=1,20
      CALL GAUSS(IX,1.,0.,V)
    9 Y(I)=V
      PRINT 10,Y
   10 FORMAT(1X,5F8.3)
      STOP
      END
```

Результаты счета

```
 0.080   0.187  -0.056   0.744   0.137
 1.064   0.393  -0.220   0.837   0.608
 1.367   1.720   0.025   0.131  -1.628
 0.021   0.861  -0.786  -0.780   0.450
```

Приведем программу для перестройки получаемых совокупностей случайных чисел в вариационный ряд. Принято: число чисел 10, значение чисел и первоначальное их расположение приведены в операторе DATA:

```
C   ВАРИАЦИОННЫЙ РЯД
      DIMENSION A(10)
      DATA A/8.1,2.,-3.,9.3,8.1,-8.4,4.1,0.,7.1,-15./
      DO 6 I=1,9
      K=10-I
      DO 4 L=1,K
      IF(A(L)-A(L+1))4,4,5
    5 R=A(L)
      A(L)=A(L+1)
      A(L+1)=R
    4 CONTINUE
    6 CONTINUE
      PRINT 7,A
    7 FORMAT(1X,10F5.1)
      STOP
      END
```

Результаты счета

```
-15.0 -8.4 -3.0  0.0  2.0  4.1  7.1  8.1  8.1  9.3
```

Приведенные программы могут быть использованы как части при составлении программ решения задач надежности методом Монте-Карло.

Метод Монте-Карло эффективно используют:

при оценке надежности систем в случае распределений ресурса компонент, отличающихся от экспоненциального и нормального законов;

при расчете сил в статически неопределимых системах при наличии допусков на точность установки отдельных деталей, из которых состоят системы;

при оценке вероятности невыхода за установленные пределы замыкающего размера пространственной размерной цепи;

при оценке показателей надежности гибких производственных комплексов по наработкам на отказ и средним временам восстановления компонент: станков с ЧПУ, роботов, автоматизированных тележек, кранов-штабеллеров и управляющей ими ЭВМ и многих других.

Методом Монте-Карло ниже в разделе «Оценка надежности системы типа цепи» решена задача о распределении наименьшего члена выборок, состоящих из заданного числа членов, выбранных из нормальной совокупности.

§ 2.6. СЛУЧАЙНЫЕ ФУНКЦИИ

В технике все чаще приходится оперировать со случайными непрерывно меняющимися величинами.

Многие механические системы подвергаются случайным внешним воздействиям: порывам ветра, ударам волн, случайным колебаниям оснований или имеют случайно изменяющиеся параметры — неровности дороги, неоднородность обрабатываемой среды, заготовок и т. д. Результаты повторных записей истинных нагрузок на детали и узлы одних и тех же машин многих типов в номинально одинаковых условиях различаются между собой. Теория автоматического управления требует рассмотрения работы автоматических систем в условиях случайных возмущений и т. д. Поэтому все более необходимой для техники становится теория случайных функций, рассматривающая динамику случайных явлений.

К числу задач случайных механических колебаний относятся: свободные колебания при случайных начальных данных, вынужденные колебания при действии стационарных и нестационарных случайных возмущений, колебания при случайных кинематических возмущениях, случаи выбросов при случайных колебаниях. Рассмотрены колебания систем с одной степенью свободы, с конечным числом степеней свободы и распределенными параметрами.

Случайная функция — это *функция, принимающая в результате опыта конкретные виды, которые нельзя заранее предугадать*. Эти конкретные виды функций называются ее реализациями. Их совокупность образует семейство реализаций. При каждом конкретном значении аргумента случайная функция превращается в случайную величину в обычном понимании. Ее называют сечением случайной функции.

Характеристиками случайных функций в отличие от характеристик случайных величин являются не числа, а функции.

Математическим ожиданием случайной функции называют неслучайную функцию, которая при каждом значении аргумента равна математическому ожиданию случайной функции. Таким образом, математическое ожидание есть некоторая средняя функция.

Дисперсией случайной функции называют неслучайную функцию, значение которой для каждого значения аргумента равно дисперсии соответствующего сечения случайной функции. Однако математическое ожидание и дисперсия недостаточны для того, чтобы надлежащим образом характеризовать случайные функции. При одинаковых функциях математического ожидания и дисперсии случайные функции могут существенно отличаться одна от другой, в частности плавно или резко меняться с изменением аргумента. Связь (корреляции) между значениями и случайной функцией в моменты времени t и t' характеризуется корреляционной функцией.

Корреляционная функция случайной функции — это неслучайная функция двух аргументов, которая при каждой паре аргументов t и t' равна корреляционному моменту соответствующих сечений случайной функции.

При совпадении аргументов $t=t'$ корреляционная функция обращается в дисперсию. При определении характеристик случайной функции из опытов регистрируют ее значения для ряда сечений, соответствующих моментам времени $t_1, t_2, \ldots, t_n$ для каждой из n реализацией случайной функции. Значения $t_1, t_2, \ldots, t_n$ обычно задают равноотстоящими с интервалом, позволяющим характеризовать основную форму кривых. Результаты заносят в таблицу.

Математическое ожидание

$$m_x(t_k)=\frac{1}{n}\sum_{1}^{n} x_i(t_k).$$

Дисперсия

$$D_x(t_k)=\frac{1}{n-1}\sum_{1}^{n}[x_i(t_k)-m_x(t_k)]^2.$$

Корреляционный момент

$$K_x(t_k, t_m)=\frac{1}{n-1}\sum_{1}^{n}[x_i(t_k)-m_x(t_k)][x_i(t_m)-m_x(t_m)].$$

Затем по точкам строят для каждой из n реализаций соответствующие кривые в прямоугольной системе координат. При необходимости кривые аппроксимируют аналитическими выражениями.

Стационарные случайные функции и процессы. Стационарная случайная функция — это случайная функция, все вероятностные характеристики которой не зависят от аргумента. Стационарные случайные функции описывают стационарные процессы работы машин, нестационарные функции — нестационарные процессы, в частности переходные: пуск, останов, изменение режима. Аргументом является время.

Условия стационарности случайных функций:

1) постоянство математического ожидания $m_x(t)=\text{const}$;

2) постоянство дисперсии $D_x(t)=\text{const}$;

3) корреляционная функция должна зависеть только от разности аргументов, но не от их значений $K_x(t, t+\tau)=K_x(\tau)$.

Основным условием является третье, так как второе условие — постоянство дисперсии — вытекает из него, а первое условие обеспечивается рассмотрением центрированных функций (у которых математическое ожидание равно нулю).

Корреляционная функция стационарных случайных процессов есть четная функция; она изображается симметричной кривой. На рис. 2.3 показана типичная форма кривой. С ростом τ корреляционная связь убывает и наблюдается волнообразная форма кривой с затуханием, характеризующая периодические составляющие.

Для стационарных случайных функций эффективен спектральный анализ, т. е. рассмотрение функций в виде спектров гармоник

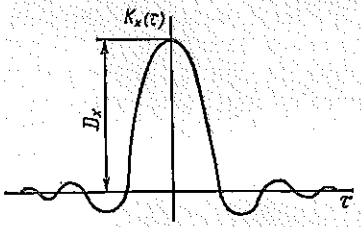

Рис. 2.3. Корреляционная функция стационарного случайного процесса

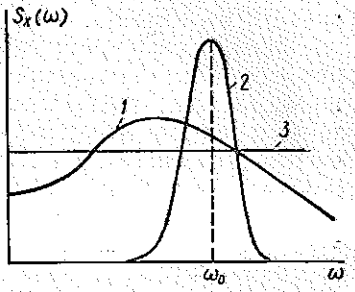

Рис. 2.4. Спектральная плотность случайного процесса: *1* — широкополосного; *2*—узкополосного; *3* — белого шума

или рядов Фурье. В соответствии с этим дополнительно вводят функцию спектральной плотности $S_x(\omega)$ случайной функции, характеризующую распределение дисперсий по частотам спектра.

Очевидно, что дисперсия случайной функции равняется сумме спектральных плотностей или интегралу спектральной плотности по частоте

$$D_x = \int_0^\infty S_x(\omega)\, d\omega.$$

Корреляционная функция выражается через спектральную плотность и интеграл Фурье

$$K_x(\tau) = \int_0^\infty S_x(\omega) \cos(\omega\tau)\, d\omega.$$

Поэтому спектральная плотность не является самостоятельной характеристикой. Она выражается через корреляционную функцию следующим образом:

$$S_x(\omega) = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty K_x(\tau) \cos(\omega\tau)\, d\omega.$$

Спектр, сосредоточенный на узкой полосе частот, называется узкополосным, спектр, распространяющийся на широкую область частот, называется широкополосным, спектр в виде прямоугольника с постоянной дисперсией представляет собой спектр белого шума (рис. 2.4).

Стационарные процессы могут быть эргодическими и неэргодическими.

Если у стационарной случайной функции среднее значение на достаточно длительном участке приближенно равно среднему для отдельных реализаций, то такую функцию называют эргодической.

Для эргодических функций характеристики определяют как средние по времени.

Аппарат случайных функций является весьма мощным средством исследования динамических систем при случайных возмущениях, которые являются преобладающими в машинах. Особенно эффективен этот аппарат для исследования линейных динамических систем (или систем, которые могут быть приняты линейными) при воздействии стационарных случайных возмущений.

Вначале должны быть изучены статистические характеристики, в частности спектральная плотность случайной функции на входе системы — функции возмущения.

При условии линейности системы и стационарности функции возмущения решение сводится к получению функции спектральной плотности на выходе умножением спектральной плотности на входе на квадрат модуля частотной характеристики системы.

ГЛАВА 3

НАДЕЖНОСТЬ СИСТЕМ

§ 3.1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ

Надежность большинства изделий в технике приходится определять при рассмотрении их как систем. Сложные системы делятся на *подсистемы*.

Системы с позиций надежности могут быть *последовательными, параллельными и комбинированными*.

Наиболее наглядным примером последовательных систем могут служить автоматические станочные линии без резервных цепей и накопителей. В них название реализуется буквально. Однако понятие «последовательная система» в задачах надежности — более широкое, чем обычно. К этим системам относят все системы, в которых отказ элемента приводит к отказу системы. Например, систему подшипников механических передач рассматривают как последовательную, хотя подшипники каждого вала работают параллельно.

Примерами параллельных систем являются энергетические системы из электрических машин, работающих на общую сеть, многомоторные самолеты, суда с двумя машинами и резервированные системы.

Примеры комбинированных систем — частично резервированные системы.

Многие системы состоят из элементов, отказы каждого из которых можно рассматривать как независимые. Такое рассмотрение достаточно широко применяется по отказам функционирования и иногда как первое приближение — по параметрическим отказам.

Системы могут включать элементы, изменение параметров которых определяет отказ системы в совокупности или даже влияет на работоспособность других элементов. К этой группе относится большинство систем при точном рассмотрении их по параметрическим отказам. Например, отказ прецизионных металлорежущих станков по параметрическому критерию — потере точности — определяется совокупным изменением точности отдельных элементов: шпиндельного узла, направляющих и др.

Зависимости надежности простейших последовательных систем, как относящиеся к самым общим зависимостям надежности, приведены в гл. 1.

В системе с параллельным соединением элементов представляет интерес знание вероятности безотказной работы всей системы, т. е. всех ее элементов (или подсистем), системы без одного, без двух и т. д. элементов в пределах сохранения системой работоспособности хотя бы с сильно пониженными показателями. Например, четырехмоторный самолет может продолжать полет после отказа двух двигателей.

Сохранение работоспособности системы из одинаковых элементов определяется с помощью биномиального распределения.

Рассматривают бином

$$[P(t)+Q(t)]^m,$$

где показатель степени m равняется общему числу параллельно работающих элементов; $P(t)$ и $Q(t)$ — вероятности безотказной работы и соответственно отказа каждого из элементов.

Записываем результаты разложения биномов с показателями степени 2, 3 и 4 соответственно для систем с двумя, тремя и четырьмя параллельно работающими элементами:

$$(P+Q)^2 = P^2 + 2PQ + Q^2 = 1;$$
$$(P+Q)^3 = P^3 + 3P^2Q + 3PQ^2 + Q^3 = 1;$$
$$(P+Q)^4 = P^4 + 4P^3Q + 6P^2Q^2 + 4PQ^3 + Q^4 = 1.$$

В них первые члены выражают вероятность безотказной работы всех элементов, вторые — вероятность отказа одного элемента и безотказной работы остальных, первые два члена — вероятность отказа не более одного элемента (отсутствие отказа или отказ одного элемента) и т. д. Последний член выражает вероятность отказа всех элементов.

Удобные формулы для технических расчетов параллельных резервированных систем приведены ниже.

Надежность системы из последовательно соединенных элементов, подчиняющихся распределению Вейбулла $P_1(t)=e^{-t^{m_1}/t_{01}}$ и $P_2(t)=e^{-t^{m_2}/t_{02}}$, также подчиняется распределению Вейбулла $P(t)=e^{-t^m/t_0}$, где параметры m и t являются довольно сложными функциями аргументов m_1, m_2, t_{01} и t_{02}.

Методом статистического моделирования (Монте-Карло) на ЭВМ построены графики для практических расчетов. Графики позволяют определять средний ресурс (до первого отказа) системы из двух элементов в долях от среднего ресурса элемента большей долговечности и коэффициент вариации для системы в зависимости от отношения средних ресурсов и коэффициентов вариации элементов.

Для системы из трех элементов и более можно пользоваться графиками последовательно, причем удобно их применять для элементов в порядке возрастания их среднего ресурса.

Оказалось, что при обычных значениях коэффициентов вариации ресурсов элементов $v=0{,}2...0{,}8$ нет необходимости учитывать те элементы, средний ресурс которых в пять раз и более превышает средний ресурс наименее долговечного элемента. Также оказалось, что в многоэлементных системах, даже если средние ресурсы элементов близки друг к другу, нет необходимости учитывать все элементы. В частности, при коэффициентах вариации ресурса элементов $v\leqslant 0{,}4$ можно учитывать не более пяти элементов.

Эти положения в значительной степени распространимы на системы, подчиняющиеся другим близким распределениям.

§ 3.2. НАДЕЖНОСТЬ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЫ ПРИ НОРМАЛЬНОМ РАСПРЕДЕЛЕНИИ НАГРУЗКИ ПО СИСТЕМАМ

Если рассеяние нагрузки по системам пренебрежимо мало, а несущие способности элементов независимы друг от друга, то отказы элементов статистически независимы и поэтому вероятность $P(R\geqslant F_0)$ безотказной работы последовательной системы с несущей способностью R при нагрузке F_0 равна произведению вероятностей безотказной работы элементов:

$$P(R\geqslant F_0)=\prod_1^n P(R_j\geqslant F_0)=\prod_1^n [1-F_{Rj}(F_0)], \qquad (3.1)$$

где $P(R_j\geqslant F_0)$ — вероятность безотказной работы j-го элемента при нагрузке F_0; n — число элементов в системе; $F_{Rj}(F_0)$ — функция распределения несущей способности j-го элемента при значении случайной величины R_j, равном F_0.

В большинстве случаев нагрузка имеет существенное рассеяние по системам, например универсальные машины (станки, автомобили и др.) могут эксплуатироваться в разных условиях. При рассеянии нагрузки по системам оценку вероятности безотказной работы системы $P(R\geqslant F)$ в общем случае следует находить по формуле полной вероятности, разбив диапазон рассеяния нагрузки на интервалы ΔF, найдя для каждого интервала нагрузки произведе-

ние вероятности безотказной работы $P(R_j \geqslant F_i)$ у j-го элемента при фиксированной нагрузке на вероятность этой нагрузки $f(F_i)\Delta F$, а затем, просуммировав эти произведения по всем интервалам,

$$P(R \geqslant F) = \Sigma f(F_i)\Delta F \prod_1^n P(R_j \geqslant F_i)$$

или, переходя к интегрированию,

$$P(R \geqslant F) = \int_0^\infty f(F) \prod_1^n [1 - F_{Rj}(F)]\, dF, \qquad (3.2)$$

где $f(F)$ — плотность распределения нагрузки; $F_{Rj}(F)$ — функция распределения несущей способности j-го элемента при значении несущей способности $R_j = F$.

Расчеты по формуле (3.2) в общем случае трудоемки, так как предполагают численное интегрирование, а поэтому при большом n возможны только на ЭВМ. Чтобы не вычислять $P(R \geqslant F)$ по формуле (3.2), на практике часто оценивают вероятность безотказной работы систем $P(R \geqslant F_{max})$ при нагрузке F_{max} максимальной из возможных. Принимают, в частности, $F_{max} = m_F(1+3v_F)$, где m_F — математическое ожидание нагрузки и v_F — ее коэффициент вариации. Это значение F_{max} соответствует наибольшему значению нормально распределенной случайной величины F на интервале, равном шести средним квадратическим отклонениям нагрузки. Такой метод оценки надежности существенно занижает расчетный показатель надежности системы.

Ниже предлагается достаточно точный метод упрощенной оценки надежности последовательной системы для случая нормального распределения нагрузки по системам. Идея метода состоит в аппроксимации закона распределения несущей способности системы нормальным распределением так, чтобы нормальный закон был близок истинному в диапазоне пониженных значений несущей способности системы, так как именно эти значения определяют величину показателя надежности системы.

Сравнительные расчеты на ЭВМ по формуле (3.2) (точное решение) и предлагаемому упрощенному методу, приведенные ниже, показали, что его точность достаточна для инженерных расчетов надежности систем, у которых коэффициент вариации несущей способности не превышает 0,1...0,15, а число элементов системы не превышает 10...15. Сам метод заключается в следующем:

1. Задаются двумя значениями F_A и F_B фиксированных нагрузок. По формуле (3.1) проводят расчет вероятностей безотказной работы системы при этих нагрузках. Нагрузки подбирают с тем расчетом, чтобы при оценке надежности системы вероятность безотказной работы системы получилась в пределах $P(R \geqslant F_A) = 0{,}45...0{,}60$ и $P(R \geqslant F_B) = 0{,}95...0{,}99$, т. е. охватывали бы представляющий интерес интервал. Ориентировочные значения нагрузок можно принимать близкими значениям $F_A \approx (1+3v_F)m_F$, $F_B \approx (1+v_F)m_F$.

2. По табл. 1.1 находят квантили нормального распределения u_{pA} и u_{pB}, соответствующие найденным вероятностям.

3. Аппроксимируют закон распределения несущей способности системы нормальным распределением с параметрами математического ожидания m_R и коэффициента вариации v_R. Пусть S_R — среднее квадратическое отклонение аппроксимирующего распределения. Тогда $m_R - F_A + u_{pA} S_R = 0$ и $m_R - F_B + u_{pB} S_R = 0$. Из приведенных выражений получаем выражения для m_R и $v_R = S_R / m_R$:

$$m_R = F_A - \frac{F_B - F_A}{u_{pB} - u_{pA}} u_{pA}; \tag{3.3}$$

$$v_R = \frac{F_B - F_A}{F_A u_{pB} - F_B u_{pA}}. \tag{3.4}$$

4. Вероятность безотказной работы системы $P(R \geqslant F)$ для случая нормального распределения нагрузки F по системам с параметрами математического ожидания m_F и коэффициента вариации v_F находят обычным способом по квантили нормального распределения u_p. Квантиль u_p вычисляют по формуле, отражающей факт, что разность двух распределенных нормально случайных величин (несущей способности системы и нагрузки) распределена нормально с математическим ожиданием, равным разности их математических ожиданий, и средним квадратическим, равным корню из суммы квадратов их средних квадратических отклонений:

$$u_p = -\frac{\bar{n} - 1}{\sqrt{(\bar{n} v_R)^2 + v_F^2}}, \tag{3.5}$$

где $\bar{n} = m_R / m_F$ — условный запас прочности по средним значениям несущей способности и нагрузки.

Использование изложенного метода рассмотрим на примерах.

Пример 1. Требуется оценить вероятность безотказной работы одноступенчатого редуктора, если известно следующее. Условные запасы прочности по средним значениям несущей способности и нагрузки составляют: зубчатой передачи $\bar{n}_1 = 1{,}5$; подшипников входного вала $\bar{n}_2 = \bar{n}_3 = 1{,}4$; подшипников выходного вала $\bar{n}_4 = \bar{n}_5 = 1{,}6$, выходного и входного валов $\bar{n}_6 = \bar{n}_7 = 2{,}0$. Это соответствует математическим ожиданиям несущей способности элементов $m_{R1} = 1{,}5 m_F$; $m_{R2} = m_{R3} = 1{,}4 m_F$; $m_{R4} = m_{R5} = 1{,}6 m_F$; $m_{R6} = m_{R7} = 2 m_F$. Часто в редукторах n_6 и n_7 и соответственно m_{R6} и m_{R7} существенно больше. Задано, что несущие способности передачи, подшипников и валов нормально распределены с одинаковыми коэффициентами вариации $v_{R1} = v_{R2} = \ldots = v_{R7} = 0{,}1$, а нагрузка по редукторам распределена также нормально с коэффициентом вариации $v_F = 0{,}1$.

Решение. Задаемся нагрузками F_A и F_B. Принимаем $F_A = 1{,}3 m_F$, $F_B = 1{,}1 m_F$, предполагая, что эти значения дадут близкие к требуемым значениям вероятностей безотказной работы систем при фиксированных нагрузках $P(R \geqslant F_A)$ и $P(R \geqslant F_B)$.

Вычисляем квантили нормального распределения всех элементов, соответствующие их вероятностям безотказной работы при нагрузках F_A и F_B:

$$u_{pA1} = \frac{F_A - m_{R1}}{v_{R1} m_{R1}} = \frac{1{,}3 m_F - 1{,}5 m_F}{0{,}1 \cdot 1{,}5 m_F} = -1{,}34.$$

Аналогично, $u_{pA2} = u_{pA3} = -0{,}715$; $u_{pA4} = u_{pA5} = -1{,}88$; $u_{pA6} = u_{pA7} = -3{,}5$; $u_{pB1} = -2{,}67$; $u_{pB2} = u_{pB3} = -2{,}15$; $u_{pB4} = u_{pB5} = -3{,}13$; $u_{pB6} = u_{pB7} = -4{,}5$.

По квантилям из табл. 1.1 находим вероятности безотказной работы элементов: $P_1(R \geqslant F_A) = 0{,}9099$; $P_2(R \geqslant F_A) = P_3(R \geqslant F_A) = 0{,}7627$; $P_4(R \geqslant F_A) = P_5(R \geqslant F_A) = 0{,}9699$; $P_6(R \geqslant F_A) = P_7(R \geqslant F_A) = 0{,}9998$ при нагрузке F_A и $P_1(R \geqslant F_B) = 0{,}9967$; $P_2(R \geqslant F_B) = P_3(R \geqslant F_B) = 0{,}9842$; $P_4(R \geqslant F_B) =$

$= P_5(R \geqslant F_B) = 0{,}9991$; $P_6(R \geqslant F_B) = P_7(R \geqslant F_B) = 1{,}000$ при нагрузке F_B.

Вероятности безотказной работы редуктора $P(R \geqslant F_A)$ и $P(R \geqslant F_B)$ при фиксированных нагрузках F_A и F_B оцениваем по формуле (3.1) как произведение вероятностей безотказной работы элементов. Получаем $P(R \geqslant F_A) = 0{,}4979$; $P(R \geqslant F_B) = 0{,}9637$. Сопоставляя эти значения с диапазонами допустимых значений, приведенными выше, видим, что вероятности находятся внутри диапазонов. Поэтому изменять значения F_A и F_B не будем.

По формулам (3.3), (3.4) вычисляем математическое ожидание m_R и коэффициент вариации v_R несущей способности редуктора:

$$m_R = F_A - \frac{F_B - F_A}{u_{pB} - u_{pA}} u_{pA} = 1{,}3m_F - \frac{1{,}1m_F - 1{,}3m_F}{-1{,}799 - 0{,}005} 0{,}005 = 1{,}299m_F;$$

$$v_R = \frac{F_B - F_A}{F_A u_{pB} - F_B u_{pA}} = \frac{1{,}1m_F - 1{,}3m_F}{-1{,}1m_F \cdot 1{,}799 - 1{,}3m_F \cdot 0{,}005} = 0{,}1007,$$

где u_{pA} и u_{pB} — квантили нормального распределения, соответствующие вероятностям $P(R \geqslant F_A)$ и $P(R \geqslant F_B)$.

По формуле (3.5) вычисляем квантиль u_p нормального распределения, соответствующую вероятности $P(R \geqslant F)$ безотказной работы редуктора:

$$u_p = -\frac{\bar{n} - 1}{\sqrt{(\bar{n}v_F)^2 + v_F^2}} = \frac{(1{,}299m_F/m_F) - 1}{\sqrt{\left(\frac{1{,}299m_F}{m_F} 0{,}1007\right)^2 + 0{,}1^2}} = -1{,}816.$$

По табл. 1.1 находим искомую вероятность, соответствующую полученной квантили: $P(R \geqslant F) = 0{,}965$.

Пример 2. Для условия рассмотренного выше примера найдем вероятность безотказной работы редуктора по максимальной нагрузке в соответствии с методикой, применявшейся ранее для практических расчетов. Максимальную нагрузку принимаем $F_{max} = m_F(1 + 3v_F) = m_F(1 + 3 \cdot 0{,}1) = 1{,}3m_F$.

Решение. Вычисляем при этой нагрузке квантили нормального распределения вероятностей безотказной работы элементов $u_{p\,max\,1} = -1{,}333$; $u_{p\,max\,2} = u_{p\,max\,3} = -0{,}714$; $u_{p\,max\,4} = u_{p\,max\,5} = -1{,}875$; $u_{p\,max\,6} = u_{p\,max\,7} = -3{,}5$.

По табл. 1.1 находим соответствующие квантилям вероятности: $P_1(R \geqslant F_{max}) = 0{,}9087$; $P_2(R \geqslant F_{max}) = P_3(R \geqslant F_{max}) = 0{,}7624$; $P_4(R \geqslant F_{max}) = P_5(R \geqslant F_{max}) = 0{,}9695$; $P_6(R \geqslant F_{max}) = P_7(R \geqslant F_{max}) = 0{,}9998$.

Вероятность безотказной работы редуктора при нагрузке F_{max} вычисляем по формуле (3.1). Получаем $P(R \geqslant F_{max}) = 0{,}496$.

Сопоставляя результаты решения двух примеров, видим, что первое решение дает оценку надежности, значительно более близкую к действительной и более высокую, чем во втором примере. Действительное значение вероятности, рассчитанное на ЭВМ по формуле (3.2), равно 0,9774 (расчет приведен ниже в § 3.3).

§ 3.3. ОЦЕНКА НА ЭВМ НАДЕЖНОСТИ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЫ

Как отмечалось выше, наиболее точная оценка надежности последовательной системы получается по формуле (3.2). Расчет по этой формуле наиболее рационален с использованием ЭВМ.

В случае нормальных распределений несущей способности элементов и нагрузки на систему задачу решают следующим образом.

Нагрузку разбивают на большое число интервалов, например 100, таким образом, чтобы вероятность попадания нагрузки в каждый интервал была одинаковой, т. е. 0,01. При нагрузке, равной среднему значению на рассматриваемом интервале F_i, определяют вероятности безотказной работы всех элементов, перемножая их, находят $P(R \geqslant F_i)$, а затем вычисляют вероятность P_{F_i} совмест-

ного события, заключающегося в том, что нагрузка будет находиться в этом интервале и отказа системы при рассматриваемой нагрузке не произойдет $P_{F_i}=0{,}01P\,(R\geqslant F_i)$.

Последовательно вычислив вероятности совместных событий на всех интервалах нагрузок, вероятность безотказной работы системы находят как сумму вероятностей совместных событий. При решении задачи используют программы NDTRI и NDTR из библиотеки стандартных программ. Первая из них позволяет находить квантиль нормального распределения (можно найти также и плотность) по заданной вероятности, вторая — по квантили определить вероятность. При пользовании этими программами, если значение квантили больше 5,2, вероятность получается равной единице, а при квантили меньше — 5,2 вероятность равна нулю с точностью до шестого знака после запятой. Чтобы исключить при вычислениях на ЭВМ возможное появление ошибки, связанной с потерей или исчезновением порядка величины, а также делением на ноль, целесообразно ограничивать диапазон изменения нормально распределенных величин значением квантили $\pm 5{,}2$.

Ниже приведены программа и результаты счета оценки надежности системы по формуле (3.2) применительно к условию рассмотренного ранее примера нахождения вероятности безотказной работы одноступенчатого редуктора:

```
C   НАДЕЖНОСТЬ РЕДУКТОРА
      DIMENSION RSJ(7)
      DATA RSJ/1.5,1.4,1.4,1.6,1.6,2.0,2.0/
      VRJ=0.1
      VF=0.1
      FS=1.
      P=0.
      DO 5 I=1,100
      PI=(I-0.5)*0.01
      CALL NDTRI(PI,X,W,JER)
      FI=X*VF*FS+FS
      PP=1.
      DO 6 J=1,7
      UIJ=(RSJ(J)-FI)/VRJ/RSJ(J)
      IF(ABS(UIJ).GT.5.2)UIJ=5.2
      CALL NDTR(UIJ,PIJ,Z)
      PP=PP*PIJ
    6 CONTINUE
      PPF=0.01*PP
      P=P+PPF
    5 CONTINUE
      PRINT 7,P
    7 FORMAT(1X,'P=',F6.4)
      STOP
      END
```

Результаты счета $P = 0{,}9774$.

Как видно из сравнения результатов расчетов приближенным методом и по формуле (3.2) с применением ЭВМ, первый результат $P\,(R\geqslant F)=0{,}965$ мало отличается от второго, равного 0,977.

```
C   НАДЕЖНОСТЬ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ
      DIMENSION RSJ(7)
    1 FORMAT(7F4.1)
    3 FORMAT(1X,'P(ТОЧН)=',F6.4,1X,'P(ПРИБЛ)=',F6.4)
      VRJ=0.1
      FS=1.
      VF=0.1
      DO 15 J1=1,6
      READ(5,1)(RSJ(J),J=1,7)
      PRINT 1,(RSJ(J),J=1,7)
      P=0.
      DO 81 I=1,100
      PI=(I-0.5)*0.01
      CALL NDTRI(PI,X,W,JER)
      FI=X*VF*FS+FS
      PP=1.
      DO 4 J=1,7
      FF=RSJ(J)
      UIJ=(FF-FI)/VRJ/FF
      IF(ABS(UIJ).GT.5.2)UIJ=5.2
      CALL NDTR(UIJ,PIJ,Z)
      PP=PP*PIJ
    4 CONTINUE
      PPF=0.01*PP
      P=P+PPF
   81 CONTINUE
      I2=0
      DO 14 I3=1,200
      FFR1=FS-2.*VF*FS
      FFR=FFR1+I3*0.04*VF*FS
      PP=1.
      DO 82 J=1,7
      FR=RSJ(J)
      UIJR=(FR-FFR)/VRJ/FR
      IF(ABS(UIJR).GT.5.2)UIJR=5.2
      CALL NDTR(UIJR,PIJR,ZR)
      PP=PP*PIJR
   82 CONTINUE
      IF(PP-0.99)9,9,14
    9 I2=I2+1
      IF(I2-1)10,10,11
   10 FF1=FFR
      CALL NDTRI(PP,X1,W1,JER1)
      GO TO 14
   11 IF(PP-0.5)12,12,14
   12 FF2=FFR
      CALL NDTRI(PP,X2,W2,JER2)
      GO TO 16
   14 CONTINUE
   16 RS=FF1-(FF2-FF1)/(X2-X1)*X1
      V=(FF2-FF1)/(X1-X2)
      UP=(RS/FS-1.)/SQRT((RS*V/FS)**2+VF*VF)
      CALL NDTR(UP,PPR,Z1)
      PRINT 3,P,PPR
   15 CONTINUE
      STOP
      END
```

Проведем сопоставление точности рекомендуемого приближенного метода с расчетами по точной формуле (3.2) в общем случае при разных значениях числа элементов в системе, коэффициентов вариации несущей способности элементов и нагрузки на систему.

На с. 57 приведена программа, предназначенная для сопоставления результатов. Программа в данном варианте предназначена для расчета по 6 вариантам значений несущей способности элементов при коэффициентах вариации несущей способности элементов и нагрузки, равных 0,1. Число компонент принято равным 7.

В результатах счета распечатаны варианты значений несущей способности элементов (условные запасы по средним значениям) и сами результаты вычислений вероятности безотказной работы системы каждого варианта двумя методами.

Аналогичные расчеты выполнены и при иных значениях чисел элементов в системе ($n \leqslant 21$), коэффициентов вариации несущей способности элементов ($v_{Rj} \leqslant 0{,}3$), коэффициентов вариации нагрузки ($v_F \leqslant 0{,}3$). Вероятность $P(R \geqslant F_A)$ также принимали различной $P(R \geqslant F_A) = 0{,}95 \ldots 0{,}99$. Вероятность безотказной работы, вычисленная по предлагаемой упрощенной методике, получена ниже, чем по точной формуле (3.2). Расхождение уменьшается с увеличением вероятности безотказной работы и уменьшением числа элементов. В диапазоне вероятностей от 0,999 до 0,4 при коэффициенте вариации несущей способности $v_{Rj} \leqslant 0{,}1$ погрешность оценки вероятности безотказной работы не превышала 2,5% (при числе элементов до 10) и 4% (при числе элементов до 20). При увеличении v_{Rj} до значений 0,2...0,3 и высоких значениях несущей способности элементов (в случае условных запасов прочности по средним значениям выше 1,9) погрешность может возрасти до 8%.

Упрощенный способ определения вероятности безотказной работы системы эффективен при сравнительных исследованиях надежности систем и может быть использован для оценки надежности при ограниченном количестве элементов (до 10...15) в системе и коэффициентах вариации несущей способности элементов, не превышающих 0,1...0,15.

Результаты счета

```
1.5 1.5 1.5 1.5 1.5 1.5 1.5
P(ТОЧН)=0.9825 P(ПРИБЛ)=0.9610
1.5 1.5 1.5 1.6 1.6 1.6 1.6
P(ТОЧН)=0.9896 P(ПРИБЛ)=0.9707
1.5 1.6 1.6 1.6 1.6 1.6 1.6
P(ТОЧН)=0.9934 P(ПРИБЛ)=0.9770
1.9 1.9 1.9 1.9 1.9 1.9 1.9
P(ТОЧН)=0.9999 P(ПРИБЛ)=0.9999
1.9 1.9 1.9 2.0 2.0 2.0 2.0
P(ТОЧН)=0.9999 P(ПРИБЛ)=0.9999
1.9 2.0 2.0 2.0 2.0 2.0 2.0
P(ТОЧН)=1.0000 P(ПРИБЛ)=0.9999
```

§ 3.4. ОЦЕНКА НАДЕЖНОСТИ СИСТЕМЫ ТИПА ЦЕПИ

Несущая способность системы. Часто последовательные системы состоят из одинаковых элементов (грузовая или приводная цепь, зубчатое колесо, в котором элементами являются звенья, зубья, и т. д.). Если нагрузка имеет рассеяние по системам, то приближенную оценку надежности системы можно получить общим методом, изложенным в предыдущих параграфах. Ниже предлагается более точный и простой метод оценки надежности для частного случая последовательных систем — систем типа цепи при нормальном распределении несущей способности элементов и нагрузки по системам.

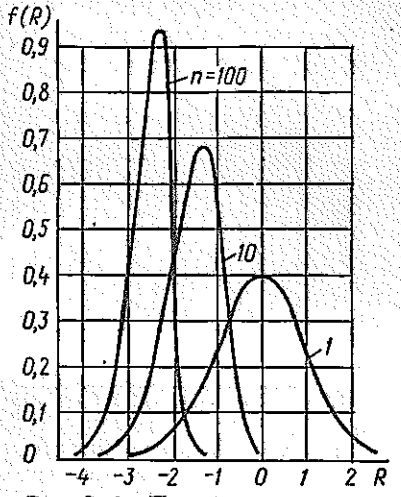

Рис. 3. 1. Плотность распределения несущей способности цепи в зависимости от числа компонент

Закон распределения несущей способности цепи, состоящей из n одинаковых элементов, соответствует распределению минимального члена выборки, т. е. ряда n чисел, взятых случайным образом из нормального распределения несущей способности элементов. Этот закон отличается от нормального (рис. 3.1) и тем существеннее, чем больше n. Математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение снижаются с увеличением n. В теории экстремальных распределений (раздел теории вероятностей, занимающийся распределениями крайних членов выборок) доказано, что рассматриваемое распределение с ростом n стремится к двойному экспоненциальному. Этот предельный закон распределения несущей способности R цепи $P(R \geqslant F_0)$, где F_0 — текущее значение нагрузки, имеет вид $P(R \geqslant F_0) = e^{-e^{R-\delta/\theta}}$. Здесь δ и θ ($\theta > 0$) — параметры распределения. При реальных (малых и средних) значениях n двойное экспоненциальное распределение непригодно для использования в инженерной практике из-за существенных погрешностей расчета.

Идея предлагаемого метода заключается в аппроксимации закона распределения несущей способности системы нормальным законом. Аппроксимирующее и реальное распределения должны быть близкими как в средней части, так и в области малых вероятностей (левый «хвост» плотности распределения несущей способности системы), так как именно эта область распределения определяет вероятность безотказной работы системы. Поэтому при определении параметров аппроксимирующего распределения выдвигаются условия равенства функций аппроксимирующего и реального распределения при медианном значении и значении несущей способ-

ности системы, соответствующему вероятности безотказной работы системы.

После аппроксимации вероятность безотказной работы системы, как обычно, находят по квантили нормального распределения, представляющего собой разность двух нормально распределенных случайных величин — несущей способности системы и нагрузки на нее.

Пусть законы распределения несущей способности элементов R_k и нагрузки на систему F описываются нормальными распределениями с математическими ожиданиями соответственно m_{R_k} и m_F

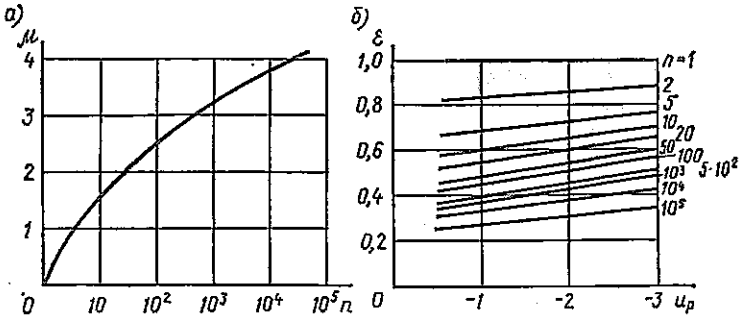

Рис. 3.2. Параметры распределения несущей способности системы:
а — положения; *б* — рассеяния

и средними квадратическими отклонениями S_{R_k} и S_F. Тогда, учитывая, что значения математических ожиданий и средних квадратических отклонений несущей способности ниже у системы (цепи), чем у элементов, можно предложить простейшие выражения для математического ожидания m_R и среднего квадратического отклонения S_R нормального распределения, аппроксимирующего распределение несущей способности системы:

$$m_R = m_{R_k} - \mu S_{R_k}; \tag{3.6}$$

$$S_R = \varepsilon S_{R_k}. \tag{3.7}$$

Здесь μ и ε — некоторые коэффициенты ($\mu > 0$; $0 < \varepsilon \leqslant 1$), зависящие от n, а ε — также от u_p. Назовем величину μ параметром положения, а величину ε — параметром рассеяния. Значения μ и ε приведены в табл. 3.1 [35] и на рис. 3.2. Разность несущей способности систем и нагрузки на нее описывается нормальным распределением с математическим ожиданием $m_R - m_F$ и средним квадратическим отклонением $S = \sqrt{S_R^2 + S_F^2}$. Так как квантиль нормального закона u_p, характеризующая вероятность безотказной работы системы $P(R \geqslant F)$, связана с параметрами этого закона формулой $m_R = m_F + u_p S = 0$, получаем

$$u_p = -\frac{m_R - m_F}{\sqrt{S_R^2 + S_F^2}} = -\frac{m_{R_k} - \mu S_{R_k} - m_F}{\sqrt{(\varepsilon S_{R_k})^2 + S_F^2}}. \tag{3.8}$$

Таблица 3.1

n	μ	ε				
		$u_p=-0,525$ ($P=0,700$)	$u_p=-1,281$ ($P=0,900$)	$u_p=-1,645$ ($P=0,950$)	$u_p=-2,326$ ($P=0,990$)	$u_p=-2,575$ ($P=0,995$)
1	0,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
2	0,545	0,830	0,848	0,857	0,873	0,878
5	1,129	0,684	0,707	0,723	0,752	0,761
10	1,499	0,594	0,632	0,650	0,684	0,684
15	1,694	0,558	0,596	0,642	0,652	0,662
20	1,824	0,533	0,573	0,593	0,630	0,643
30	1,998	0,505	0,544	0,565	0,603	0,618
40	2,116	0,484	0,527	0,550	0,586	0,599
50	2,204	0,469	0,513	0,533	0,574	0,588
60	2,274	0,463	0,503	0,526	0,560	0,581
80	2,371	0,450	0,498	0,516	0,558	0,570
100	2,462	0,436	0,474	0,503	0,541	0,558
150	2,604	0,419	0,457	0,484	0,523	0,538
200	2,701	0,408	0,452	0,474	0,511	0,520
300	2,833	0,394	0,434	0,454	0,493	0,515
400	2,923	0,380	0,427	0,448	0,489	0,507
500	2,992	0,377	0,420	0,436	0,485	0,496
1 000	3,20	0,36	0,40	0,42	0,46	0,47
2 000	3,39	0,35	0,38	0,40	0,43	0,44
5 000	3,64	0,33	0,36	0,38	0,41	0,42
10 000	3,81	0,32	0,35	0,36	0,40	0,41
20 000	3,99	0,30	0,33	0,35	0,37	0,38
50 000	4,21	0,27	0,32	0,33	0,36	0,37
100 000	4,35	0,27	0,32	0,32	0,33	0,34

Вместо средних квадратических отклонений S_{R_k}, S_R, S_F можно рассматривать соответствующие коэффициенты вариации $v_{R_k}=\frac{S_{R_k}}{m_{R_k}}$; $v_R=\frac{S_R}{m_R}$; $v_F=\frac{S_F}{m_F}$, а математические ожидания выразить через условные запасы прочности по средним значениям $\bar{n}=\frac{m_{R_k}}{m_F}$. Тогда формулы (3.6)...(3.8) принимают вид:

$$m_R=m_{R_k}(1-\mu v_{R_k}); \tag{3.9}$$

$$v_R=\frac{\varepsilon v_{R_k}}{1-\mu v_{R_k}}; \tag{3.10}$$

$$u_p=-\frac{\bar{n}(1-\mu v_{R_k})-1}{\sqrt{(\varepsilon\bar{n}v_{R_k})^2+v_F^2}}. \tag{3.11}$$

Учитывая, что μ и ε зависят от u_p, расчеты по формулам (3.8) и (3.11) ведут методом последовательных приближений. В качестве первого приближения для определения μ и ε принимают $u_p=-1,281$ (соответствующей $P=0,900$).

Результаты расчетов по формуле (3.11) с подстановкой в нее величин μ и ε, взятых из табл. 3.1, при разных характерных значениях $\bar{n}$, v_{R_k}, v_F приведены в табл. 3.2.

Таблица 3.2

$\bar{n}$	1,5			1,5			2,0		
v_{R_k}	0,05			0,1			0,1		
v_F	0,2			0,1			0,2		
n	1	10	100	1	10	100	1	10	100
u_p	−2,34	−1,88	−1,54	−2,77	−1,97	−0,97	−3,54	−2,93	−2,13
$P(R \geqslant F)$	0,990	0,970	0,938	0,997	0,976	0,834	0,999	0,998	0,983

Данные таблицы позволяют ориентировочно оценивать надежность систем типа цепи при рассеянии нагрузки по системам в достаточно широком диапазоне изменения несущей способности звеньев, нагрузки на цепь и числа звеньев.

Примечание. Если бы вместо рассеяния нагрузки по системам имело место рассеяние нагрузки по элементам, тогда вероятность безотказной работы элемента $P(R_k \geqslant F)$ оценивалась бы по квантили u_{Pk} нормального распределения, где $u_{Pk} = -\dfrac{\bar{n}-1}{\sqrt{v_{Rk}^2 + v_F^2}}$, а вероятность безотказной работы системы была бы равна $P(R \geqslant F) = P^n(R_k \geqslant F)$. В этом случае для значений параметров, взятых из табл. 3.2, оценки $P(R \geqslant F)$ при $n=10$ получились бы равными 0,905; 0,970; 0,998, а при $n=100$ они были бы равны 0,663; 0,74; 0,905. Сопоставляя результаты с данными табл. 3.2, видим, что расчет в предположении рассеяния нагрузки по элементам, а не по системам существенно занижает показатель надежности системы.

Для оценки точности предлагаемого метода определения вероятности безотказной работы системы типа цепи были проведены расчеты на ЭВМ по точной (3.2) и предлагаемой (3.11) формулам. Число элементов принимали равным $n=1$; 10; 100; 1000; условные запасы прочности $\bar{n}=1,5$; 2,0; коэффициенты вариации несущей способности элементов $v_R K=0,1$; 0,2; 0,3 и коэффициент вариации нагрузки $v_F=0,2$. Табл. 3.1 аппроксимировали следующими выражениями:

$$\mu = 1,48\sqrt{\ln n} - 0,69 \quad (\text{при } n \geqslant 2);$$

$$\mu = 0 \quad (\text{при } n = 1);$$

$$\varepsilon = \varepsilon_0 (1 - 0,102 u_p) \quad (\text{при } \varepsilon_0 \leqslant 0,5);$$

$$\varepsilon = \varepsilon_0 - 0,102 (1 - \varepsilon_0) u_p \quad (\text{при } \varepsilon_0 > 0,5),$$

где ε_0 — параметр рассеяния ε, соответствующий $u_p=0$.

$$\varepsilon_0 = 0,5 - 0,204 \ln\left(\frac{\ln n}{3}\right).$$

При оценке значений вероятности отсутствия отказа P по величине квантили использовали подпрограмму NDTR (UI, QI, D) из библиотеки стандартных программ, где $P=1-QI$. Значение квантили $u_p=UI$ ограничивали величинами $-18 \leqslant u_p \leqslant 18$, так как в

подпрограмме вычисляют величину $\mathrm{EXP}(-u_p^2/2)$, которая при больших u_p дает прерывание в программе.

Чтобы от вероятности перейти к квантили u_p, применяли подпрограмму NDTRI (Q, U, D, IER) из библиотеки стандартных программ, где $Q=1-P$. В избежание «переполнения» результата счета квантиль ограничивали значениями $-5{,}2 \leqslant u_p \leqslant 5{,}2$:

```
C   ТОЧНОСТЬ  ОЦЕНКИ НАДЕЖНОСТИ ЦЕПИ
      DIMENSION AMU(4),EPS(2,4)
    1 FORMAT(1X,4F6.3)
    2 FORMAT(1X,8F7.3)
      READ(5,1)AMU
      PRINT 1,AMU
      READ(5,2)EPS
      PRINT 2,EPS
      FS=1.
      VF=0.2
      VR=0.
      DO 9 IV=1,3
      VR=VR+0.1
      RS=1.
      DO 9 IR=1,2
      RS=RS+0.5
      N=1
      DO 9 IN=1,4
      PRINT 3,VR,RS,N
    3 FORMAT(1X,'VR=',F4.2,1X,'RS=',F4.2,1X,'N=',I4)
      P=0.
      DO 5 I=1,100
      PI=(I-0.5)*0.01
      CALL NDTRI(PI,X,W,JER)
      FI=X*VF*FS+FS
      PP=1.
      DO 4 J=1,N
      UIJ=(RS-FI)/VR/RS
      IF(ABS(UIJ).GT.5.2) UIJ=5.2
      CALL NDTR(UIJ,PIJ,Z)
    4 PP=PP*PIJ
      PPF=0.01*PP
    5 P=P+PPF
      AMIN=AMU(IN)
      EPSIN=EPS(1,IN)
      DO 6 IEPS=1,5
      UP=-(RS/FS*(1-VR*EPSIN)-1.)/SQRT((RS/FS*VR*EPSIN)**2+VF*VF)
      EPSIN=UP*(EPS(2,IN)-EPS(1,IN))/2.05+1.2561*(EPS(2,IN)-
     *EPS(1,IN)+EPS(1,IN)
      PRINT 7,EPSIN,UP
    7 FORMAT(1X,2F7.5)
    6 CONTINUE
      CALL NDTR(UP,PR,Z)
      PRINT 8,P,PR
    8 FORMAT(1X,'P(ТОЧН.)=',F8.6,1X,'P(ПРИБЛ.)=',F8.6)
      N=N*10
    9 CONTINUE
      STOP
      END
```

Результаты расчета по этой программе показали, что ошибка вычислений вероятности безотказной работы системы в области $P<0{,}5$ не превышает 3%, при $P=0{,}5...0{,}9$—1,2%, при $P=0{,}9...0{,}98$—0,8%, при $P>0{,}98$—0,1%.

Параметры распределения минимального члена выборки из нормальной совокупности. Положим в формулах (3.6), (3.7) $m_{R_k}=0$, $S_{R_k}=1$. Тогда $m_R=-\mu$, $S_R=\varepsilon$. Отсюда следует, что параметр положения μ равен математическому ожиданию с обратным знаком, а коэффициент рассеяния ε — среднему квадратическому отклонению нормального распределения, аппроксимирующего закон распределения несущей способности системы при нормированном и центрированном нормальном законе распределения несущей способности элементов.

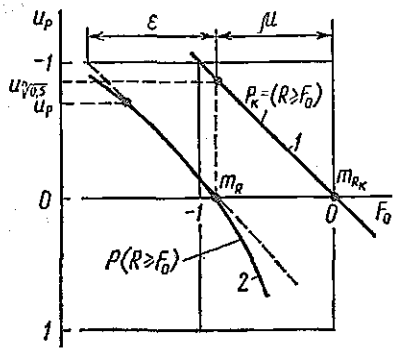

Рис. 3.3. Распределения несущей способности: компоненты (прямая *1*) и системы (кривая *2*); $P_k=(R\geqslant F_0)$ следует читать: $P_k\,(R\geqslant F_0)$

Аппроксимирующий закон, как сказано выше, должен удовлетворять двум условиям. Накладывая первое условие, заключающееся в требовании совпадения медианных значений (значений, соответствующих 50%-ной вероятности) реального и аппроксимирующего законов, получаем следующее. Так как $P\,(R\geqslant F_0)=P^n(R_k\geqslant F_0)$, то медианному значению $P\,(R\geqslant F_0)=\sqrt[n]{0{,}5}$ соответствует вероятность $P\,(R_k\geqslant F_0)=0{,}5$. Следовательно, значение μ можно находить по квантили $u_{\sqrt[n]{0,5}}$ нормального распределения: $\mu=-u_p$ при $P=\sqrt[n]{0{,}5}$.

В табл. 3.1 и на рис. 3.2, *а* даны значения μ, рассчитанные по этому выражению. Накладываем второе условие, заключающееся в требовании совпадения реального и полученного после аппроксимации значений закона распределения несущей способности системы при заданной вероятности $P_з$, и воспользуемся построениями на нормальной вероятностной бумаге (рис. 3.3), т. е. бумаге с системой координат, в которой нормальный закон распределения изображается прямой линией. По оси абсцисс на этой бумаге откладываем переменную, имеющую размерность случайной величины, а по оси ординат — квантиль нормального распределения u_p или в нелинейном масштабе вероятность. Из построений (рис. 3.3) получим, что ε численно равен котангенсу угла наклона прямой, пересекающей реальный закон распределения несущей способности системы в двух точках: при $P=0{,}5$ и $P=P_з$. Вычисляя ε как отношение катетов, получим

$$\varepsilon=\frac{u_{\sqrt[n]{P}}-u_{\sqrt[n]{0,5}}}{u_p}.$$

Здесь $u_{\sqrt[n]{P}}$, $u_{\sqrt[n]{0,5}}$, u_p—квантили нормального распределения, соответствующие вероятностям $\sqrt[n]{P_з}$, $\sqrt[n]{0,5}$, $P_з$. В табл. 3.1 и на рис. 3.2, *б* приведены значения ε, полученные расчетом по указанной формуле.

Таблица значений μ и ε может быть получена также методом Монте-Карло при исходном законе распределения несущей способности элементов, соответствующем нормированному и центрированному нормальному распределению. Распределение несущей способности цепи есть распределение минимального члена выборок объемом n. Поэтому из исходного распределения выбираем n случайных чисел, затем из них находим наименьшее. Тогда получаем одно случайное число распределения несущей способности цепи. Повторяем указанные операции большое число раз (пусть 999 раз). Затем по полученным результатам строим вариационный ряд. Выбрав в данном случае пятисотое число из ряда длиной 999 чисел, получаем оценку медианного значения распределения несущей способности цепи, численно равного коэффициенту μ. Выбрав для примера 1, 5, 10, 50, 100, 200, 300, 400-тые числа из ряда, получаем значения оценок случайной величины, соответствующие вероятностям 0,999; 0,995; 0,99; 0,95; 0,9; 0,8; 0,7; 0,6 того, что несущая способность системы окажется не ниже заданной. Далее, найдя разность этих значений с оценкой медианы и разделив на квантиль u_p, соответствующую выше приведенным вероятностям, находим оценку ε.

Ниже приведена программа на языке ФОРТРАН с использованием подпрограммы GAUSS из библиотеки стандартных программ. В результатах счета обозначено $N=n$, $F(500)=-\mu$, $EPS=\varepsilon$.

Приведенная программа требует значительного времени вычислений в связи с большим количеством операций, необходимых для нахождения минимального значения из совокупности n случайных чисел. Мы ограничили время счета 15 мин. Поэтому машина не успела произвести расчеты при n, большем 10. Если сократить вариационные ряды чисел, получаемые машиной, с 999 до 99, то время вычислений сократится приблизительно в 25 раз, но при этом точность оценок, как известно, понизится в 10 раз.

Из сопоставления результатов счета с табл. 3.1 видно, что при $n<10$ результаты практически совпадают. При $n\geqslant 100$ появляется некоторое различие, вызванное, по-видимому, тем, что программа GAUSS дает некоторое отклонение в «хвостах» реализуемого распределения от нормального.

§ 3.5. НАДЕЖНОСТЬ СИСТЕМ С РЕЗЕРВИРОВАНИЕМ

Для достижения высокой надежности в машиностроении конструктивные, технологические и эксплуатационные мероприятия могут оказаться недостаточными и тогда приходится применять резервирование. Это особенно относится к сложным системам, для

```
C   ЗАКОН РАСПРЕДЕЛЕНИЯ НЕСУЩЕЙ СПОСОБНОСТИ ЦЕПИ
      DIMENSION NK(12),Y(1000),F(1000),I3(8),UP(8),EPS(8)
      DATA NK/1,5,10,20,50,100,200,500,1000,2000,5000,10000/
      DATA I3/400,300,200,100,50,10,5,1/
      DATA UP/-0.25,-0.52,-0.84,-1.28,-1.64,-2.32,-2.57,-3.1/
      IX=461239785
      PRINT 7
    7 FORMAT(3X,'N',4X,F(500) ,30X,'EPS')
      PRINT 8
    8 FORMAT(16X,'P=0.6,  P=0.7,  P=0.8,  P=0.9, P=0.95, P=0.99,',
     *'P=0.995,P=0.999')
      DO 1 K=1,12
      N=NK(K)
      DO 2 J=1,999
      YMIN=1.E20
      DO 3 I=1,N
      CALL GAUSS(IX,1.,0.,V)
      Y(I)=V
      IF(Y(I).LT.YMIN) YMIN=Y(I)
    3 CONTINUE
    2 F(J)=YMIN
      DO 4 I1=1,998
      M=999-I1
      DO 5 L=1,M
      IF(F(L)-F(L+1))5,5,6
    6 R=F(L)
      F(L)=F(L+1)
      F(L+1)=R
    5 CONTINUE
    4 CONTINUE
      DO 11 I2=1,8
      I31=I3(I2)
   11 EPS(I2)=(F(I31)-F(500))/UP(I2)
      PRINT 9,N,F(500),EPS
    9 FORMAT(1X,I5,1X,F6.3,8F8.3)
    1 CONTINUE
      STOP
      END
```

Результаты счета (фрагмент):

N	F(500)	EPS							
		P=0.6,	P=0.7,	P=0.8,	P=0.9,	P=0.95,	P=0.99,	P=0.995,	P=0.999
1	0.020	1.080	1.023	1.005	1.036	1.038	1.036	1.034	1.033
5	-1.143	0.702	0.770	0.721	0.701	0.713	0.706	0.723	0.728
10	-1.524	0.540	0.536	0.549	0.587	0.585	0.592	0.642	0.782

которых повышением надежности элементов не удается достигнуть требуемой высокой надежности системы.

Здесь рассматривается структурное резервирование, осуществляемое введением в систему резервных составляющих, избыточных по отношению к минимально необходимой структуре объекта и выполняющих те же функции, что и основные [1].

Резервирование позволяет уменьшить вероятность отказов на несколько порядков.

Применяют: 1) постоянное резервирование с нагруженным или горячим резервом; 2) резервирование замещением с ненагруженным или холодным резервом; 3) резервирование с резервом, работающим в облегченном режиме.

Резервирование наиболее широко применяют в радиоэлектронной аппаратуре, в которой резервные элементы имеют малые габариты и легко переключаются.

Особенности резервирования в машиностроении: в ряде систем резервные агрегаты используют как рабочие в часы «пик»; в ряде систем резервирование обеспечивает сохранение работоспособности, но с понижением показателей. Резервирование в чистом виде в машиностроении преимущественно применяют при опасности аварий.

В транспортных машинах, в частности в автомобилях, применяют двойную или тройную систему тормозов; в грузовых автомашинах — двойные шины на задних колесах.

В пассажирских самолетах применяют 3...4 двигателя и несколько электрических машин. Выход из строя одной или даже нескольких машин, кроме последней, не приводит к аварии самолета. В морских судах — по две машины. Число эскалаторов, паровых котлов выбирают с учетом возможности отказа и необходимости ремонта. При этом в часы «пик» могут работать все эскалаторы. В общем машиностроении в ответственных узлах используют двойную систему смазки, двойные и тройные уплотнения. В станках применяют запасные комплекты специальных инструментов. На заводах уникальные станки основного производства стараются иметь по два или более экземпляров. В автоматическом производстве применяют накопители, станки-дублеры и даже дублирующие участки автоматических линий.

Применение запасных деталей на складах, запасных колес на автомашинах также можно рассматривать как вид резервирования. К резервированию (общему) следует также относить проектирование парка машин (например, автомобилей, тракторов, станков) с учетом времени их простоев в ремонте.

При п о с т о я н н о м р е з е р в и р о в а н и и резервные элементы или цепи подключают параллельно основным (рис. 3.4). Вероятность отказа всех элементов (основного и резервных) по тео-

[1] Иногда к резервированию относят и так называемое нагрузочное резервирование, т. е. создание запасов по нагрузочной способности.

реме умножения вероятностей

$$Q_{ст}(t) = Q_1(t) \cdot Q_2(t) \ldots Q_n(t) = \prod_1^n Q_i(t),$$

где $Q_i(t)$ — вероятность отказа элемента i.

Вероятность безотказной работы $P_{ст}(t) = 1 - Q_{ст}(t)$.

Если элементы одинаковы, то $Q_{ст}(t) = Q_1^n(t)$ и $P_{ст} = 1 - Q_1^n(t)$. Например, если $Q_1 = 0{,}01$ и $n = 2$ (дублирование), то $P_{ст} = 0{,}9999$, если же $Q_1 = 0{,}01$ и $n = 3$ (двойное резервирование), то $P_{ст} = 0{,}999999$.

Таким образом, в системах с последовательно соединенными элементами вероятность безотказной работы определяют перемножением вероятностей безотказной работы элементов, а в системах

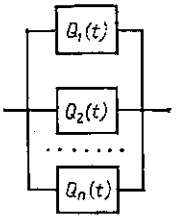

Рис. 3.4. Простейшая зарезервированная система

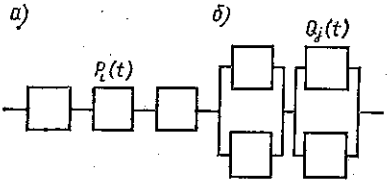

Рис. 3.5. Частично зарезервированная система

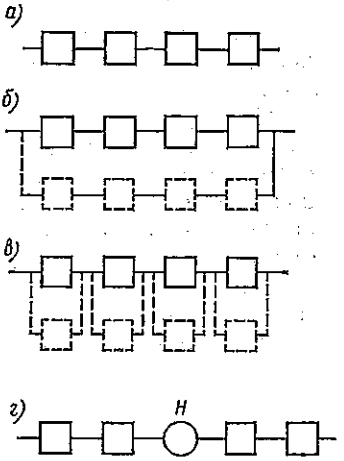

Рис. 3.6. Система резервирования:

а — основная; *б* — с общим резервированием; *в* — с поэлементным резервированием; *г* — с накопителем

с параллельным соединением — вероятность отказа перемножением вероятностей отказа элементов.

Если в системе (рис. 3.5, *а*, *б*) a элементов не дублированы, а b элементов дублированы, то надежность системы

$$P_{ст}(t) = P_a(t) P_b(t); \quad P_a(t) = \prod_1^a P_i(t); \quad P_b(t) = \prod_1^b [1 - Q_i^2(t)].$$

Если в системе n основных и m резервных одинаковых элементов, причем все элементы постоянно включены, работают параллельно и вероятность их безотказной работы P подчиняется экспоненциальному закону, то вероятность безотказной работы системы может быть определена по таблице:

n	$n+m$				
	1	2	3	4	5
1	P	$2P-P^2$			
2	—	P^2	$3P^2-2P^3$	$6P^2-8P^3+3P^4$	$10P-20P^3+15P^4-4P^5$
3	—	—	P^3	$4P^3-3P^4$	$10P^3-15P^4+6P^5$
4	—	—	—	P^4	$5P^4-4P^5$

Формулы этой таблицы получены из соответствующих сумм членов разложения бинома $(P+Q)^{m+n}$ после подстановки $Q=1-P$ и преобразований.

При резервировании замещением резервные элементы включаются только при отказе основных. Это включение может производиться автоматически или вручную. К резервированию можно отнести применение резервных агрегатов и блоков инструментов, устанавливаемых взамен отказавших, причем эти элементы тогда рассматривают входящими в систему.

Для основного случая экспоненциального распределения отказов при малых значениях λt, т. е. при достаточно высокой надежности элементов, вероятность отказа системы (рис. 3.4) равна

$$Q_{ст}(t) \approx \frac{\prod_1^n Q_i(t)}{n!} \approx \frac{\prod \lambda_i t}{n!}.$$

Если элементы одинаковы, то

$$Q_{ст}(t) \approx \frac{Q^n(t)}{n!} \approx \frac{(\lambda t)^n}{n!}.$$

Формулы справедливы при условии, что переключение абсолютно надежно. При этом вероятность отказа в $n!$ раз меньше, чем при постоянном резервировании. Меньшая вероятность отказа понятна, так как меньшее количество элементов находится под нагрузкой. Если переключение недостаточно надежно, то выигрыш может быть легко утерян.

Для поддержания высокой надежности резервированных систем отказавшие элементы необходимо восстанавливать или заменять.

Применяют резервированные системы, в которых отказы (в пределах числа резервных элементов) устанавливают при периодических проверках, и системы, в которых отказы регистрируются при их появлении.

В первом случае система может начать работать с отказавшими элементами. Тогда расчет на надежность ведут за период от послед-

ней проверки. Если предусмотрено немедленное обнаружение отказов и система продолжает работать во время замены элементов или восстановления их работоспособности, то отказы опасны за время до окончания ремонта и за это время ведут оценку надежности.

В системах с резервированием замещением подключение резервных машин или агрегатов производится человеком, электромеханической системой или даже чисто механически. В последнем случае удобно применять обгонные муфты.

Возможна постановка основного и резервного двигателей с обгонными муфтами на одной оси с автоматическим включением резервного двигателя по сигналу от центробежной муфты.

Если допустима работа вхолостую резервного двигателя (ненагруженный резерв), то центробежную муфту не ставят. В этом случае основной и резервный двигатели подсоединяют к рабочему органу также через обгонные муфты, причем передаточное отношение от резервного двигателя к рабочему органу делают несколько меньшим, чем от основного двигателя.

Рассмотрим надежность дублированных элементов в периоды восстановления отказавшего элемента пары.

Если обозначить λ интенсивность отказов основного элемента, $\lambda_р$ резервного и $\bar{t}_р$ — среднее время ремонта, то вероятность безотказной работы

$$P(t) = e^{-t/T_0},$$

где

$$T_0 = \frac{1}{\lambda}\left[1 + \frac{1}{(\lambda + \lambda_р)\,\bar{t}_р}\right].$$

В автоматических линиях, как известно, применяют накопители, которые разбивают линии на отдельные участки, причем отказ какого-либо элемента (станка) вызывает остановку не всей линии, а только одного участка. В это время другие участки продолжают работу, получая заготовки от накопителя или подавая заготовки в накопитель. При этом вероятность безотказной работы линии меньше этой вероятности для последнего участка и приближается к ней при увеличении емкости накопителя. Вероятность длительной безотказной работы линии меньше вероятностей для лимитирующего участка.

Эффективность разных способов резервирования проиллюстрируем на основной *системе из четырех последовательно соединенных элементов* с вероятностью безотказной работы каждого 0,9.

Вероятность безотказной работы системы без резервирования (рис. 3.6, *а*)

$$P_{ст}(t) = P_1^4(t) = 0{,}9^4 \approx 0{,}65 \quad \text{и} \quad Q_{ст}(t) \approx 0{,}35,$$

дублированной системы с постоянным резервом в виде такой же системы (рис. 3.6, *б*)

$$P_{ст}(t) = 1 - Q_{ст}^2(t) = 1 - 0{,}35^2 \approx 0{,}88,$$

дублированной системы с ненагруженным резервом и вполне надежным переключателем

$$P_{ст}(t)=1-\frac{Q^2_{ст}(t)}{2!}=1-\frac{0{,}35^2}{2!}\approx 0{,}94,$$

системы с независимым постоянным дублированием каждого элемента (рис. 3.6, *в*)

$$P_{ст}=[1-Q_1^2(t)]^4=(1-0{,}1^2)^4=0{,}96,$$

такой же системы с независимым ненагруженным дублированием

$$P_{ст}=\left[1-\frac{Q_1^2(t)}{n!}\right]^4=\left[1-\frac{0{,}1^2}{2}\right]^4\approx 0{,}98.$$

Если систему, например автоматическую линию, рассматривать как технологическую и поставить в середине накопитель высокой надежности (рис. 3.6, *г*), то вероятность безотказной работы поднимается с 0,65 до величины, несколько меньшей 0,81.

Пример наглядно показывает, что поэлементное резервирование гораздо эффективнее, чем общее, а резервирование замещением при совершенно надежном переключении эффективнее, чем постоянное.

Если ту же систему рассматривать как восстанавливаемую с коэффициентом возможного технического использования каждого элемента 0,9, то коэффициент технического использования системы

$$\eta_{ст}=\frac{1}{1+\frac{4(1-0{,}9)}{0{,}9}}\approx 0{,}69.$$

При постановке в середине высоконадежного накопителя коэффициент технического использования

$$\eta_{ст}=\frac{1}{1+\frac{2(1-0{,}9)}{0{,}9}}\approx 0{,}82.$$

Рассмотрим надежность при резервировании с постоянно подключенными резервными элементами, работающими до отказа основных в облегченном режиме. Для случая резервирования высоконадежного элемента с экспоненциальным законом распределения и интенсивностью отказов λ элементами, работающими в облегченном режиме с интенсивностью отказов λ_1, вероятность безотказной работы при одном резервном элементе

$$P(t)=1-\frac{\lambda(\lambda+\lambda_1)}{2!}t;$$

при двух резервных элементах

$$P(t)=1-\frac{\lambda(\lambda+\lambda_1)(\lambda+2\lambda_1)}{3!}t;$$

при трех резервных элементах

$$P(t)=1-\frac{\lambda(\lambda+\lambda_1)(\lambda+2\lambda_1)(\lambda+3\lambda_1)}{4!}t;$$

при m—1 резервных элементов

$$P(t)=1-\frac{\lambda(\lambda+\lambda_1)\ldots[\lambda+(m-1)\lambda_1]}{m!}t.$$

Расчет надежности сложных комбинированных систем. В технике иногда применяют комбинированные системы, которые нельзя свести ни к последовательным, ни к параллельным. Рассмотрим основную систему из двух элементов AA', которая дублирована системой BB' (рис. 3.7). Кроме того, предусмотрен дополнительно резервный элемент X, который резервирует элементы A и B и делает систему сложной.

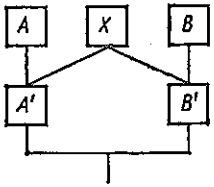

Рис. 3.7. Система со сложным резервированием

Для расчета подобных сложных систем пользуются теоремой полной вероятности Байеса, которая в применении к надежности формулируется так. Вероятность отказа системы

$$Q_{ст}=Q_{ст}(X \text{ работоспособен})\,P_x+Q_{ст}(X \text{ неработоспособен})\,Q_x,$$

где P_x и Q_x — вероятность работоспособности и соответственно неработоспособности элемента X. Структура формулы понятна, так как P_x и Q_x можно представить как долю времени при работоспособном и соответственно неработоспособном элементе X.

Вероятность отказа системы при работоспособности элемента X определяют как произведение вероятности отказов обоих элементов, т. е.

$$Q_{ст}(X \text{ работоспособен})=Q_{A'}Q_{B'}=(1-P_{A'})(1-P_{B'}).$$

Вероятность отказа системы при неработоспособности элемента X $Q_{ст}(X$ неработоспособен$)=Q_{AA'}Q_{BB'}=(1-P_AP_{A'})(1-P_BP_{B'})$. Вероятность отказа системы в общем случае

$$Q_{ст}=(1-P_{A'})(1-P_{B'})P_X+(1-P_AP_{A'})(1-P_BP_{B'})Q_X.$$

В сложных системах приходится применять формулу Байеса несколько раз.

ГЛАВА 4

НАДЕЖНОСТЬ ПО ОСНОВНЫМ КРИТЕРИЯМ

§ 4.1. ОБЩИЕ ЗАВИСИМОСТИ

Вероятность безотказной работы по заданному критерию. Работоспособность деталей машин характеризуется рядом критериев: прочностью, износостойкостью, жесткостью, теплостойкостью, виброустойчивостью, точностью.

Расчет сводится к сопоставлению по отдельным критериям расчетных параметров с их предельными величинами: характеристиками прочности (пределом прочности, текучести, выносливости), предельной нагрузкой, ресурсом, предельными перемещениями (упругими, износовыми, температурными) теплостойкостью масла и материалов, предельными частотами и амплитудами колебаний, динамической устойчивостью.

Предельные величины расчетных параметров критерия выбирают по нормативным или справочным данным или устанавливают путем испытаний или наблюдений в эксплуатации.

Работоспособность деталей по заданному критерию обеспечена, если расчетный параметр критерия Y меньше его предельного значения Y_{lim}. В общем случае параметр Y не должен выходить за предельное значение.

В настоящее время основное применение имеет расчет с помощью заранее задаваемых коэффициентов безопасности n, соответственно расчетное условие $Y \leqslant Y_{\text{lim}}/n$. Величины рассматривают детерминированными, хотя в действительности они могут иметь большое рассеяние. Поэтому приходится вести расчет по наиболее неблагоприятным значениям, причем истинное значение коэффициента безопасности остается неизвестным.

С переходом на вероятностные методы расчета Y и Y_{lim} рассматривают как случайные величины и мерилом надежности является вероятность безотказной работы P по заданному критерию. Расчетное условие для обеспечения вероятности 50% $\overline{Y}-\overline{Y}_{\text{lim}}=0$, а для обеспечения вероятности P

$$\overline{Y}-\overline{Y}_{\text{lim}}=u_{\text{p}}S,$$

где $\overline{Y}$, $\overline{Y}_{\text{lim}}$ — средние значения величин Y и Y_{lim}; $S=\sqrt{S_{\text{lim}}^2+S_Y^2}$ — среднее квадратическое отклонение разности двух случайных величин Y_{lim} и Y; S_{lim}, S_Y — среднее квадратическое отклонение величин Y_{lim} и Y; u_{p} — квантиль нормированного нормального распределения — функция от P.

Здесь, как обычно, полагают, что разность $Y-Y_{\text{lim}}$ распределена по нормальному закону, хотя строго это положение выполняется только при нормальных распределениях Y и Y_{lim}.

Вероятность безотказной работы P по заданному критерию определяют по табл. 1.1 в зависимости от квантили, найденной из приведенного выше условия:

$$u_{\text{p}}=-\frac{\overline{Y}_{\text{lim}}-\overline{Y}}{\sqrt{S_{\text{lim}}^2+S_Y^2}}.$$

Представляет существенный интерес связь между квантилью u_{p} как характеристикой вероятностного расчета и коэффициентом безопасности $\bar{n}=\overline{Y}_{\text{lim}}/\overline{Y}$, рассчитанным по средним значениям. Соответственно разделим числитель и знаменатель дроби на $\overline{Y}$ и

введем коэффициенты вариации $v_{\lim}=S_{\lim}/\overline{Y}_{\lim}$ и $v_Y=S_Y/\overline{Y}$; тогда

$$u_p=-\frac{\bar{n}-1}{\sqrt{\bar{n}^2v_{\lim}^2+v_Y^2}}.$$

Зависимость для параметра Y может быть представлена следующим образом[1]:

$$Y=\varphi(X_1,\ X_2,\ \ldots,\ X_n),$$

где $X_1,\ X_2,\ \ldots,\ X_n$ — случайные факторы.

Среднее значение $\overline{Y}$ и среднее квадратическое отклонение S_Y параметра Y как известной функции φ случайных аргументов определяют по следующим зависимостям (см. также гл. 2):

$$\overline{Y}=\varphi(\overline{X}_1,\ \overline{X}_2,\ \ldots,\overline{X}_n),\quad S_Y=\sqrt{\Sigma\left(\frac{\partial\varphi}{\partial X_i}\right)^2S_i^2},$$

где $\frac{\partial\varphi}{\partial X_i}$ —частная производная функции φ по фактору X_i, в которую подставляют средние значения факторов $\overline{X}_1,\ \overline{X}_2,\ \ldots,\ \overline{X}_n$; $S_1,\ S_2,\ \ldots,\ S_n$ — средние квадратические отклонения факторов.

Эти зависимости вытекают из разложения функции φ в ряд Тейлора и отбрасывания членов, начиная с третьего вследствие их малости.

В расчетах деталей машин широко применяют формулы, описывающие параметр Y степенной функцией вида

$$Y=\prod_{i=1}^{n}X_i^{\alpha_i},$$

где α_i — показатель степени для i-го фактора.

Среднее значение и коэффициент вариации соответственно равны

$$\overline{Y}=\prod_{i=1}^{n}\overline{X}_i^{\alpha_i},\quad v_Y=\sqrt{\Sigma\alpha_i^2v_i^2},$$

где v_i — коэффициент вариации фактора.

В случае описания Y полиномом $Y=\Sigma X_i$ среднее значение равно $\overline{Y}=\Sigma\overline{X}_i$. Коэффициент вариации $v_Y=\frac{1}{\overline{Y}}\sqrt{\Sigma v_i^2\overline{X}_i^2}$.

Значения числовых характеристик распределения случайных факторов $\overline{X}_i$ и S_i, где $i=1,\ 2,\ \ldots,\ n$, выбирают по справочным данным или в особо ответственных случаях на основе специальных экспериментов. До накопления данных по этим характеристикам их можно оценивать по предельным значениям фактора, т. е. по минимальному $X_{i\min}$ и максимальному $X_{i\max}$ значениям.

Тогда среднее значение $\overline{X}_i$ и среднее квадратическое отклонение S_i определяют по формулам

$$\overline{X}_i=\frac{X_{i\max}+X_{i\min}}{2};\quad S_i=\frac{X_{i\max}-X_{i\min}}{d},$$

[1] Форма представления зависимости для параметра Y полностью применима для параметра $Y_{\lim}$.

где d — коэффициент, зависящий от числа испытаний N:

N	2	5	10	15	20	30	50	100
d	1,13	2,3	3,1	3,5	3,7	4,1	4,5	5,0

Для факторов, максимальные $X_{i\max}$ и минимальные $X_{i\min}$ значения которых нормированы (например, технологические допуски), обычно полагают, что поле допуска покрывается интервалом $6S_i$

$$S_i=\frac{X_{i\max}-X_{i\min}}{6}.$$

Это предположение соответствует вероятности P нахождения значения фактора в пределах допуска, равной 0,997. При других значениях вероятности P среднее квадратическое отклонение фактора при нормальном распределении определяют по формуле

$$S_i=\frac{X_{i\max}-X_{i\min}}{2u_p},$$

где $2u_p$ выбирают в зависимости от P:

P	0,9	0,95	0,98	0,99	0,995	0,999
$2u_p$	3,29	3,92	4,66	5,16	5,62	6,38

Уточнение расчетов, в которых малые слагаемые заменяются коэффициентами. Во многих расчетах деталей машин ряд факторов, например дополнительные динамические нагрузки, нагрузки от перекосов и др., которые по своей природе должны входить в формулы в виде слагаемых, условно учитываются коэффициентами, в частности коэффициентами динамичности нагрузки, коэффициентами концентрации нагрузки и др. Это упрощает расчеты и оказывается приемлемым ввиду относительной малости влияния этих факторов.

Формула вида $Z=Y+X_1+X_2+\ldots+X_n$ на основе теоремы о среднем приближенно заменяется на

$$Z\approx Y\left(1+\frac{X_1}{\overline{Y}}+\frac{X_2}{\overline{Y}}+\ldots+\frac{X_n}{\overline{Y}}\right)=YK_1K_2\ldots K_n,$$

где коэффициенты соответственно равны

$$K_1=1+\frac{X_1}{\overline{Y}},\quad K_2=1+\frac{X_2}{\overline{K_1Y}},\quad \ldots,\quad K_n=1+\frac{X_n}{\overline{K_1K_2\ldots K_{n-1}Y}}.$$

Деление случайных величин на $\overline{K_1Y}$, потом на $\overline{K_1K_2Y}$ и т. д., а не на величину $\overline{Y}$ объясним на примере коэффициентов нагрузки. Это учитывает, что дополнительные нагрузки относят не к номинальной нагрузке, а к нагрузке, учитывающей действие предшествующих в формуле факторов.

Средние значения коэффициентов $\overline{K_1}$, $\overline{K_2}$, ..., $\overline{K_n}$ определяют по вышеприведенным формулам для $K_1, K_2, \ldots, K_n$, где вместо величин $X_1, X_2, \ldots, X_n$ представляют их средние значения $\overline{X_1}$, $\overline{X_2}$, ..., $\overline{X_n}$.

Средние квадратические отклонения S_{K_1}, S_{K_2}, ..., S_{K_n} коэффициентов $K_1, K_2, \ldots, K_n$ как линейных функций случайных величин $X_1, X_2, \ldots, X_n$ прямо пропорциональны средним квадратическим отклонениям $S_{X_1}, S_{X_2}, \ldots, S_{X_n}$ этих случайных величин

$$S_{K_1}=\frac{S_{X_1}}{\overline{Y}},\quad S_{K_2}=\frac{S_{X_2}}{\overline{K_1Y}},\quad \ldots,\quad S_{K_n}=\frac{S_{X_n}}{\overline{K_1K_2\ldots K_nY}}.$$

После деления среднего квадратического отклонения S_{K_i} коэффициента K_i

на его среднее значение $\overline{K}_i$, где $i=1, 2, \ldots, n$, находим коэффициент вариации

$$v_{K_i}=\frac{S_{x_i}}{\overline{K}_1\overline{K}_2\ldots\overline{K}_i\overline{Y}}.$$

Умножив и разделив на $\overline{X}_i$ и учитывая, что $\overline{X}_i/\overline{K}_1\overline{K}_2\ldots\overline{K}_i=\overline{K}_i-1$, получаем

$$v_{K_i}=\frac{\overline{K}_i-1}{\overline{K}_i}v_{X_i},$$

где $v_{X_i}=S_{X_i}/\overline{X}_i$ — коэффициент вариации случайной величины X_i.

Среднее значение случайной величины

$$\overline{Z}=\overline{Y}+\overline{X}_1+\overline{X}_2+\ldots+\overline{X}_n=\overline{Y}+\Sigma X_i=\overline{Y}\prod_1^n\overline{K}_i.$$

Среднее квадратическое отклонение случайной величины

$$S_Z=\sqrt{S_Y^2+\sum_1^n S_{X_i}^2}.$$

Выражаем средние квадратические отклонения через коэффициенты вариации:

$$S_Z=v_Z\overline{Z}=\sqrt{\overline{Y}\left[v_Y^2+(\overline{K}_1v_{K_1})^2+(\overline{K}_1\overline{K}_2v_{K_2})^2+\ldots+(\overline{K}_1\overline{K}_2\ldots\overline{K}_nv_{K_n})^2\right]}.$$

Коэффициент вариации случайной величины Z получаем, разделив правую и левую части формулы на $\overline{K}_1\overline{K}_2\ldots\overline{K}_n\overline{Y}$:

$$v_Z=\sqrt{\left(\frac{v_Y}{\overline{K}_1\overline{K}_2\ldots\overline{K}_n}\right)^2+\left(\frac{v_{K_1}}{\overline{K}_2\overline{K}_3\ldots\overline{K}_n}\right)^2+\cdots+\left(\frac{v_{K_2}}{\overline{K}_3\overline{K}_4\ldots\overline{K}_n}\right)^2+\ldots+v_{Kn}^2}.$$

Значения v_Z получаются существенно меньше, чем по упрощенной формуле.

Пример. Определить по точной и приближенной зависимостям коэффициент вариации v_Z параметра Z, равного сумме трех случайных величин $Z=Y+X_1+X_2$. Коэффициенты вариации случайных величин Y, X_1, X_2 соответственно равны $v_Y=0{,}12$, $v_{X_1}=v_{X_2}=0{,}3$. Средние значения коэффициентов K_1, K_2 соответственно равны

$$\overline{K}_1=1+X_1/\overline{Y}=1{,}2;\quad \overline{K}_2=1+X_2/(\overline{K}_1\overline{Y})=1{,}3.$$

Р е ш е н и е. Определяем коэффициенты вариации v_{K_1}, v_{K_2} коэффициентов K_1, K_2:

$$v_{K_1}=\frac{\overline{K}_1-1}{\overline{K}_1}v_{X_1}=\frac{1{,}2-1}{1{,}2}0{,}3=0{,}050;$$

$$v_{K_2}=\frac{\overline{K}_2-1}{\overline{K}_2}v_{X_2}=\frac{1{,}3-1}{1{,}3}0{,}3=0{,}069.$$

Вычисляем коэффициент вариации параметра Z по приближенной зависимости:

$$v_Z=\sqrt{v_Y^2+v_{K_1}^2+v_{K_2}^2}=\sqrt{0{,}12^2+0{,}050^2+0{,}069^2}=0{,}147.$$

Коэффициент вариации по точной зависимости равен

$$v_Z=\sqrt{\frac{v_Y^2}{K_1^2K_2^2}+\frac{v_{K1}^2}{K_2^2}+v_{K2}^2}=\sqrt{\frac{0{,}12^2}{1{,}2^21{,}3^2}+\frac{0{,}05^2}{1{,}3^2}+0{,}069^2}=0{,}116.$$

Вывод. Завышение коэффициента вариации v_Z, вычисленного по приближенной формуле, составляет 34%.

Замена случайных величин детерминированными. В обычных методах расчета случайные величины рассматривают как детерминированные, значения которых выбирают с некоторым запасом по отношению к их средним. Так, при расчете на прочность нагрузки выбирают несколько большими, а механические характеристики материалов несколько меньшими их средних значений. Несмотря на условность такого способа, он может быть перенесен и в расчеты на надежность для учета случайной природы второстепенных факторов.

Для более критического использования опыта детерминированных расчетов рассмотрим с вероятностных позиций способ замены случайной величины X детерминированной величиной c.

Расчетное значение детерминированного параметра c естественно искать в виде суммы среднего значения $\overline{X}$ и среднего квадратического отклонения S_X, умноженного на коэффициент u_{pX}, зависящий от требуемой надежности:

$$c=\overline{X}+u_{pX}S_X.$$

Коэффициент u_{pX} может иметь как положительные, так и отрицательные значения. Все зависит от того, как влияет рассматриваемая величина на надежность. Если с увеличением X надежность повышается, то u_{pX} имеет знак минус; в противном случае — плюс.

Значение c удобнее представить в долях от среднего, для чего, разделив и умножив на $\overline{X}$, получаем

$$c=\overline{X}\,(1+u_{pX}v_X),$$

где $v_X=S_X/\overline{X}$ — коэффициент вариации величины X.

Рассмотрим два основных случая замены детерминированной на случайную величину, которая входит сомножителем в произведение или слагаемым в сумму. В обоих случаях рассеяние случайной величины, подлежащей замене детерминированной, меньше рассеяния произведения двух сомножителей или соответственно суммы других слагаемых.

Пусть $Z=YX$, где Y и X — случайные величины, распределенные по нормальному закону, из которых $X<Y$ и подлежит замене на детерминированную величину c. Аппроксимирующая зависимость $Z'=cY$.

Требуется найти коэффициент u_{pX}, необходимый для определения детерминированного значения c.

Полагаем, что вследствие малости X по отношению к Y распределение как Z, так и Z' нормальное. Основное требование к аппроксимации — равенство квантилей Z_p и Z'_p параметров Z и Z' в области высоких $P>0{,}99$ или малых $P<0{,}01$ вероятностей. Квантили Z_p и Z'_p соответственно равны $Z_p=\overline{Z}\,(1+u_pv_Z)$, $Z'_p=\overline{Z}'\,(1+u_pv_Z)$, где u_p — квантиль нормированного нормального распределения.

Коэффициент вариации v_Z величины Z как произведение двух случайных величин равен $v_Z=\sqrt{v_Y^2+v_X^2}$, где v_Y и v_X — коэффициенты вариации величин Y и X.

Коэффициент вариации $v_{Z'}$ величины Z' равен коэффициенту вариации v_Y случайной величины Y, так как умножение случайной величины на постоянную не приводит к изменению ее коэффициента вариации.

Средние значения $\overline{Z}$ и $\overline{Z}'$ соответственно равны $\overline{Z}=\overline{Y}\,\overline{X}$, $\overline{Z}'=c\overline{Y}$.

Числовые характеристики $\overline{Z}$, $\overline{Z}'$, v_Z, $v_{Z'}$ подставляем в формулы для квантилей Z_p и Z'_p. Из равенства квантилей Z_p и Z'_p получаем выражение для

коэффициента

$$u_{pX}=\frac{u_p v_Y\left(\sqrt{1+(v_X/v_Y)^2}-1\right)}{v_X\left(1+u_p v_Y\right)}.$$

Для области реальных значений параметров: $u_p=2{,}5\ldots,\ 3{,}5$; $v_Y=0{,}1\ldots0{,}3$; $v_X=0{,}03\ldots0{,}1$ коэффициент u_{pX} можно определить по приближенной зависимости

$$u_{pX}=v_X/v_Y.$$

Аналогичным образом рассмотрим способ замены случайного слагаемого X детерминированной величиной $c=\overline{X}\left(1+u_{pX}v_X\right)$.

Пусть $Z=Y+X$; аппроксимирующая функция $Z'=Y+c$. Как и ранее, полагаем, что Y и X распределены по нормальному закону и $X<Y$.

Из условия равенства квантилей Z_p и Z'_p величин Z и Z' получаем формулу для определения коэффициента

$$u_{pX}=u_p\frac{\sqrt{v_Y^2+v_X^2(\overline{K}-1)}-v_Y}{(\overline{K}-1)v_X},$$

где $\overline{K}=1+\overline{X}/\overline{Y}$.

В расчетах на надежность принимаем $u_p=3$. При наиболее реальных значениях $v_X=0{,}05\ldots0{,}30$ и $v_Y=0{,}10\ldots0{,}25$ коэффициент u_{pX} можно определять по приближенной формуле

$$u_{pX}=1{,}65\frac{\overline{K}-1}{\overline{K}}\frac{v_X}{v_Y}.$$

Для определения коэффициента u_{pX} в зависимости от $\overline{K}$ и v_Y при $v_X=0{,}3$ построены графики (рис. 4.1). В расчетах значения коэффициента вариации v_X более 0,3 практически не встречаются, поэтому значения u_{pX}, взятые из графика, можно рассматривать как предельные.

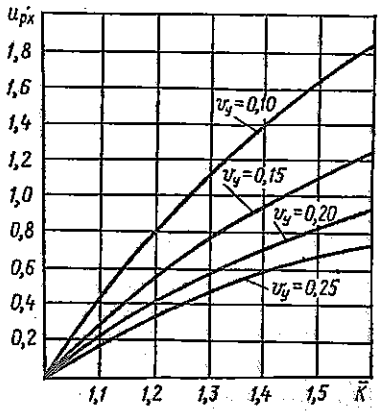

Рис. 4.1. Определение коэффициента u_{pX} для замены случайного слагаемого детерминированной величиной

§ 4.2. РАСЧЕТ ПО КРИТЕРИЮ ПРОЧНОСТИ

Характеристика нагруженности машин в вероятностном аспекте. Нагруженность машин и отдельных деталей, подлежащих расчету на сопротивление усталости, характеризуют соответствующим спектром нагрузок, т. е. совокупностью значений, которые может принимать нагрузка. Спектры нагрузок могут быть дискретными или непрерывными.

Обычно дискретные спектры (рис. 4.2) представляют в координатах: нагрузка P — относительная продолжительность p действия нагрузки или в координатах суммарная продолжительность Σp_i действия — нагрузки в порядке убывания (ранжированный спектр). Первая форма может рассматриваться как дифференциальная, вторая как интегральная.

Для непрерывного спектра нагрузок задают функцию плотности распределения $f(F)$ (рис. 4.3, *а*) или интегральную функцию $P(F)=\int_0^F f(F)\,dF$. Последняя физически означает долю продолжительности действия нагрузки меньше данной величины или соответствующую вероятность, что нагрузка меньше данной величины.

Практически чаще пользуются интегральными графиками непрерывных распределений (рис. 4.3, *б*) в координатах ранжированного спектра, т. е. нагрузка откладывается по оси ординат, а соответственно по оси абсцисс — функция $1-P(F)$, которая означает долю продолжительности действия нагрузки больше данной величины или соответствующую вероятность.

Использование непрерывного плавного спектра в расчетах не всегда удобно, поэтому в целях упрощения функции $f(F)$ и $1-P(F)$ могут быть заменены ступенчатыми кривыми (рис. 4.3). Для этого интервал возможных нагрузок разбивают на равномерные участки ΔF; среднее значение нагрузки i-го участка обозначают через F_i. Тогда относительная продолжительность действия нагрузки F_i равна $p_i=f(F_i)\Delta F$.

Статистический анализ нагруженности машин различных типов показал, что при всем многообразии спектров нагрузок их можно свести к нескольким типовым. Это становится очевидным при представлении нагруженности в виде спектра относительных нагрузок, обычно выраженных в долях от максимальной.

Функции плотности $f(F/F_{max})$ и интегральные функции $1-P(F/F_{max})$ спектров относительных нагрузок для типовых режимов нагружений приведены на рис. 4.4. Для описания спектров нагрузок тяжелого (рис. 4.4, кривая *1*), легкого (кривая *4*) и особо легкого (кривая *5*) режимов используются функции бета-распределения; для среднего равновероятного режима (кривая *2*) — функция равновероятного распределения; для среднего нормального (кривая *3*) — функция нормального распределения.

В соответствии со структурой формул расчета на сопротивление усталости при переменных амплитудах нагрузок, в частности при переменных режимах, спектры нагрузок удобно задавать их начальными моментами μ_k. Индекс $k=1, 2, 3\ldots$ в обозначении соответствует порядку начального момента.

Начальные моменты k-го порядка определяют по формулам: для дискретных спектров нагрузок

$$\mu_k=\Sigma(F_i/F_{max})^k p_i;$$

для непрерывных спектров нагрузок

$$\mu_k=\int_{-\infty}^{\infty}(F/F_{max})^k f(F/F_{max})\,d(F/F_{max}).$$

Начальные моменты отражают основные свойства спектра: начальный момент первого порядка равен среднему значению и характеризует центр группирования нагрузок спектра; первый и второй начальные моменты — рассеяние (дисперсию) нагрузки от-

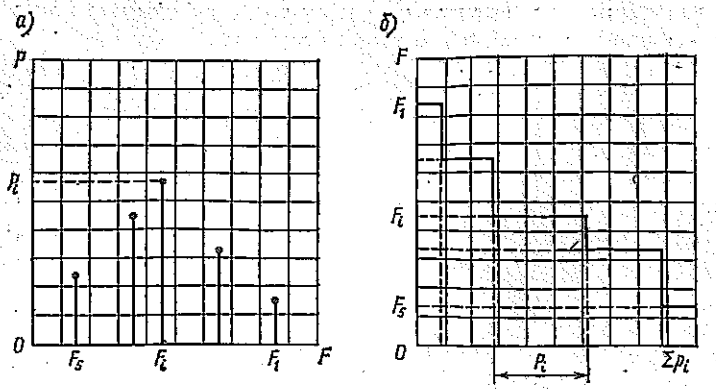

Рис. 4.2. Дифференциальная (*а*) и интегральная (*б*) формы дискретного спектра нагрузок

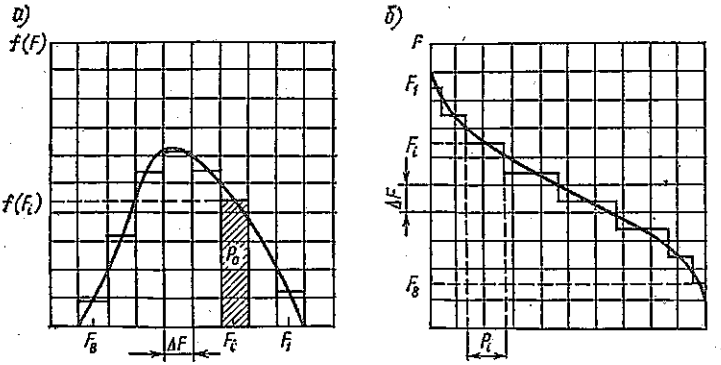

Рис. 4.3. Дифференциальная (*а*) и интегральная (*б*) формы непрерывного спектра нагрузок

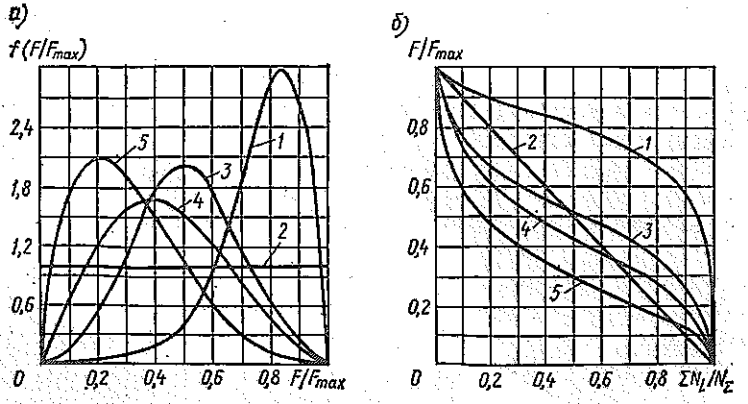

Рис. 4.4. Функции плотности (*а*) и интегральные (*б*) функции спектров относительных нагрузок типовых режимов нагружений

носительно центра группирования; первые три начальные момента — асимметрию распределения нагрузок и т. д.

В расчетах деталей машин на сопротивление усталости базируются на гипотезе линейного суммирования повреждений [1]. При определении эквивалентного числа циклов перемен напряжений используют коэффициент эквивалентности циклов k_{EN}, равный начальному моменту k-го порядка μ_k, т. е. $k_{EN}=\mu_k$. При определении эквивалентной нагрузки используют коэффициент эквивалентности режима нагружений $K_{\text{реж}}$, равный $K_{\text{реж}}=\sqrt[k]{\mu_k}$, где порядок начального момента совпадает с показателем степени k и выбирается в зависимости от показателя степени m кривой усталости в координатах напряжение — число циклов перемен напряжений. Так, при напряжениях, пропорциональных нагрузке, $k=m$. При контактных напряжениях, пропорциональных корню квадратному из нагрузки, порядок начального момента $k=m/2$.

Значения начальных моментов k-го порядка для спектров относительных нагрузок типовых режимов нагружений приведены в табл. 4.1.

Таблица 4.1

Режим	Порядок начального момента k					
	1	2	3	6	9	12
Тяжелый	0,772	0,615	0,501	0,300	0,200	0,142
Средний равновероятный	0,50	0,333	0,250	0,143	0,100	0,0769
Средний нормальный	0,50	0,286	0,179	0,0651	0,0358	0,0266
Легкий	0,423	0,218	0,127	0,0384	0,0164	0,00845
Особой легкий	0,310	0,128	0,0622	0,0126	0,00408	0,00169

Для расчетов на прочность нагруженность может быть задана максимальной нагрузкой $F_{\max}$ и соответствующим начальным моментом μ_k спектра относительных нагрузок. Учитывая случайный характер нагрузок, обе величины должны рассматриваться в вероятностном аспекте.

Случайная природа нагрузки обычно связана со следующими факторами.

Технологические машины. Рассеяние объектов производства в пределах универсальности машин и иногда вынужденное расширение регламентированного диапазона использования.

Использование машин в разных (обычно смежных) видах мелкосерийного, серийного, крупносерийного и массового.

Технологическое рассеяние свойств заготовок (припусков, правильности форм, твердости).

[1] Уточнения этой гипотезы здесь не рассматриваются.

Рассеяние состояния инструмента (углов резания, затупления и др.).

Вариации технологических процессов.

Ненормальности эксплуатации: недопустимое форсирование режимов, поломка инструмента, глубокое врезание в заготовку, переохлаждение заготовки при горячей обработке.

Транспортные машины. Рассеяние режимов эксплуатации по нагрузке и скорости.

Использование машин в разных отраслях — в индивидуальном пользовании, горнодобывающей промышленности, строительстве, сельском хозяйстве и др.

Рассеяние состояния дорог (асфальтовые, бетонные, проселочные и др.), гористости местности, погоды, ветра, волн.

Влияние частот включения и торможения, квалификации водителей.

Ненормальности использования: наезды на крупные неровности, экстренные торможения, загрузка с ударами.

Горные, торфяные, землеройные и почвообрабатывающие машины. Рассеяние механических свойств среды, твердые включения, неровности поверхности, переменности режима.

Двигатели. Рассеяние нагрузки в значительной степени определяется рассеянием режимов нагрузок машин, приводимых двигателями (см. выше). Существенную роль играют динамические нагрузки при пуске и торможении.

Внутренняя динамика машин. Динамические нагрузки от работы зубчатых передач и других передач и механизмов, от неуравновешенности, от пусков, остановок, переключений скоростей, перераспределения нагрузок в двух и многоконтактных передачах и соединениях.

Числовые значения коэффициентов вариации нагрузки v_F должны устанавливаться применительно к отдельным отраслям машиностроения и соответствующими специалистами или организациями. В среднем коэффициент вариации $v_F=0{,}1...0{,}15$ (бóльшие значения соответствуют машинам, рассчитанным на неопределенного потребителя).

В расчетах на сопротивление усталости коэффициент вариации нагрузки соответствует коэффициенту вариации эквивалентной нагрузки F, т. е. нагрузки постоянного режима нагружений эквивалентного по усталостному воздействию рассматриваемому переменному режиму:

$$F=F_{\max}K_{\text{реж}}\sqrt[k]{N_\Sigma/N_G}\leqslant F_{\max},$$

где $F_{\max}$ — максимальная нагрузка спектра; N_Σ — суммарное число циклов перемен напряжений за весь срок службы; N_G — число циклов до перелома кривой усталости; $K_{\text{реж}}=\sqrt[k]{\mu_k}$ — коэффициент эквивалентности режима нагружений; k — показатель степени ($k=m$, где m — показатель степени кривой усталости, если

напряжения пропорциональны нагрузке, и $k=m/2$ — при расчетах по контактным напряжениям, пропорциональным корню квадратному из нагрузки).

Коэффициент вариации эквивалентной нагрузки F как произведение двух случайных независимых величин F_{max} и $K_{реж}$ равен квадратичной сумме коэффициентов вариации максимальной нагрузки спектра v_{max} и коэффициента режима $v_{реж}$:

$$v_F=\sqrt{v_{max}^2+v_{реж}^2}.$$

Диапазон рассеяния коэффициентов эквивалентности режимов нагружений можно оценивать отношением эквивалентных нагрузок для двух смежных или ближайших несмежных типовых режимов. Второй расчетный случай относится к машинам широко универсальным и к технологическим машинам, которые в связи с недостаточной нагрузкой устанавливают на заводах по выборочному размерному ряду. Соответственно коэффициенты вариации $v_{реж}$ коэффициента эквивалентности режима выбирают в пределах 0,04... 0,06 или 0,07...0,1.

В случае если эквивалентное число циклов более числа циклов до перелома кривой усталости, то диапазон рассеяния коэффициентов эквивалентности режима существенно меньше и может быть оценен равным отношению коэффициентов повышения длительного предела выносливости при смежных типовых режимах или соответственно при двух ближайших не смежных режимах. Тогда коэффициенты вариации $v_{реж}$ можно выбирать в пределах 0,03...0,05 и 0,05...0,07 соответственно.

Характеристику нагруженности отдельных деталей машин определяют путем соответствующих пересчетов спектра нагрузок, полученного в результате измерений нагрузок на исполнительном органе или чаще на валу двигателя. Точность пересчета не всегда удовлетворительная (обычно вследствие неопределенности динамики привода), что приводит к необходимости в наиболее ответственных случаях непосредственно измерять действующие напряжения для рассчитываемой детали.

Осцилограмму с записанным процессом изменения напряжений во времени подвергают статистической обработке с целью схематизации процесса, т. е. замены реального процесса нагружений эквивалентным по усталостному воздействию переменным режимом с синусоидальной формой цикла напряжений.

Наиболее известными методами схематизации процесса являются методы максимумов, экстремумов, размахов, полных циклов [17]. Последний метод считают более перспективным.

Схематизированный процесс нагружений представляют спектром относительных напряжений, т. е. расчетных напряжений σ_a, отнесенных к максимальному напряжению σ_{max} спектра.

Способ задания относительного спектра напряжений такой же, как и для нагрузок.

Вероятность безотказной работы по критерию прочности. В качестве расчетных параметров Y при расчетах надежности по крите-

рию прочности выбирают расчетное напряжение или нагрузку. Соответственно предельными величинами $Y_{\lim}$ являются пределы прочности, текучести, выносливости или несущая способность.

В расчетах основных деталей машин, кроме подшипников качения, прочность определяют по соотношению расчетного напряжения σ_a и предельного по критерию прочности напряжения детали σ_∂, превышение которого вызывает отказ.

Напряжения σ_a и σ_∂ рассматривают как независимые случайные величины, распределенные по нормальному закону. Количественно напряжения σ_a и σ_∂ задают их числовыми характеристиками: средними значениями $\bar{\sigma}_a$ и $\bar{\sigma}_\partial$; средними квадратическими отклонениями S_a и S_∂ или коэффициентами вариации v_a и v_∂.

Вероятность безотказной работы по критерию прочности P, называемую также вероятностью неразрушения, определяют как вероятность того, что расчетные напряжения σ_a не превышают предельных σ_∂, т. е. Вер $(\sigma_a < \sigma_\partial)$. Числовое значение вероятности неразрушения определяют по таблицам нормального распределения (см. табл. 1.1) в зависимости от квантили

$$u_p = -\frac{\bar{\sigma}_\partial - \bar{\sigma}_a}{\sqrt{S_\partial^2 + S_a^2}} = -\frac{\bar{n} - 1}{\sqrt{\bar{n}^2 v_\partial^2 + v_a^2}},$$

где $\bar{n} = \bar{\sigma}_\partial / \bar{\sigma}_a$ — коэффициент запаса прочности по средним напряжениям.

Для соблюдения некоррелированности (независимости) расчетных параметров и их предельных величин желательно, чтобы влияние фактора на прочность полностью учитывалось или при определении расчетных напряжений или предельных напряжений (характеристик прочности). Тогда не возникает неопределенности при выборе способа учета рассеяния данного фактора. В противном случае необходимо принимать решение: учитывать ли рассеяние фактора при определении расчетного или предельного напряжений.

Учет в вероятностном аспекте влияния концентратора напряжений рассмотрим на примере расчета по местным напряжениям. Действие концентратора, во-первых, учитывается при расчете местных напряжений, равных номинальным напряжениям, умноженным на теоретический коэффициент концентрации напряжений. Во-вторых, влияние концентратора учитывают при определении предела выносливости. Степень влияния зависит от чувствительности материала к концентрации напряжений.

Рассеяние геометрических размеров концентратора (радиуса выточки, галтели и т. д.) учитывают при определении рассеяния (коэффициента вариации или среднего квадратического отклонения) предела выносливости. Подробнее этот вопрос рассмотрен в следующем разделе.

Переменность режима нагружений и срок службы в обычных расчетах учитывают или при выборе допускаемого напряжения с предварительным определением эквивалентного числа циклов перемен напряжений, или при выборе эквивалентной на-

грузки. Соответственно при первой форме расчета базовое допускаемое напряжение умножают на коэффициент долговечности K_L, а при второй максимальную нагрузку делят на коэффициент K_L, если напряжения пропорциональны нагрузке. При контактных напряжениях, пропорциональных корню квадратному из нагрузки, максимальную нагрузку делят на квадрат коэффициента K_L. Естественно, что результаты при расчетах по эквивалентным циклам и эквивалентным напряжениям должны быть одинаковые.

Коэффициент долговечности определяют в соответствии с принятой гипотезой накопления усталостных повреждений. В простейшем случае, когда предполагается линейное суммирование усталостных повреждений, коэффициент

$$K_L = \sqrt[m]{\frac{N_G}{N_E}} \geqslant 1,$$

где $N_E = k_{EN} N_\Sigma$ — эквивалентное число циклов перемен напряжений; $k_{EN} = \mu_k$ — коэффициент эквивалентности циклов, равный начальному моменту k-го порядка спектра нагрузок (выбор порядка см. выше).

Коэффициент вариации расчетных напряжений v_a вне зависимости от формы расчета принимают равным коэффициенту вариации эквивалентных напряжений. Значение коэффициента вариации v_a принимают равным коэффициенту вариации эквивалентной нагрузки v_F, если напряжения пропорциональны нагрузке. При контактных напряжениях, пропорциональных корню квадратному из нагрузки, $v_a = 0{,}5\, v_F$.

Коэффициент запаса по средним, т. е. отношение средних значений расчетных напряжений и предельных напряжений,

$$\overline{n} = \frac{\overline{\sigma}_R \overline{K}_L}{\overline{\sigma}_{\max}},$$

где $\overline{\sigma}_R$ — среднее значение предела выносливости; $\overline{\sigma}_{\max}$ — среднее значение максимального напряжения, вызванного действием средней из максимальных значений нагрузок $\overline{F}_{\max}$, которую можно рассматривать как максимальную нагрузку осредненного спектра нагрузок; $\overline{K}_L$ — среднее значение коэффициента долговечности, определяемое по приведенной выше формуле для K_L, где вместо начального момента μ_k следует подставлять его среднее значение $\overline{\mu}_k$.

Предельные напряжения определяют по эмпирическим зависимостям, которые являются результатом обобщений обширных экспериментальных данных. До недавнего времени влияние различных факторов на предельные напряжения изучалось исключительно с помощью однофакторного эксперимента, результаты которого обрабатывали методом наименьших квадратов. Обычно существующие зависимости и рекомендации относят к средним значениям предельных напряжений, т. е. к 50%-ной вероятности неразрушения. Это не относится к нормативным значениям предельных напряжений, которые всегда меньше средних. Напри-

мер, нормативные пределы прочности и текучести в расчетах строительных металлоконструкций; пределы прочности и текучести, определяемые по условным обозначениям для различных классов прочности крепежных винтов. В этих случаях предельные напряжения являются минимально допустимыми и условно их можно относить к 98...99%-ной вероятности неразрушения. В отдельных упрощенных технических расчетах выбирают расчетные напряжения в нижней части диапазона рассеяния, что может соответствовать 80...90%-ной вероятности безотказной работы. В зарубежных методиках, в частности для расчета зубчатых передач, используют пределы выносливости с вероятностью неразрушения 90 и 99%.

Рассеяние предельных напряжений изучено недостаточно, что объясняется необходимостью увеличения числа испытаний и отсутствием в существующих расчетах требований дифференцированного учета рассеяния.

В последнее время при определении механических характеристик материалов указывают средние значения и средние квадратические отклонения или коэффициенты вариации. Примером могут служить справочные данные [8] по пределам прочности и текучести материалов, применяемых в авиационной технике. При отсутствии таких данных коэффициент вариации предела прочности v_{σ_B} можно выбирать в среднем 0,03...0,04 для улучшенных или нормализованных сталей и 0,05...0,07 для сталей с термически упрочненной поверхностью.

При основных в машиностроении расчетах на сопротивление усталости коэффициент вариации предельного напряжения — предела выносливости детали $\sigma_{R\partial}$ определяют по следующей зависимости:

$$v_{R\partial} = \sqrt{v_1^2 + v_2^2 + v_3^2},$$

где v_1 — коэффициент вариации для точно изготовленной детали из материала одной плавки; v_2 — коэффициент вариации, учитывающий межплавочное рассеяние, приближенно равный коэффициенту вариации предела прочности материала; $v_3=(0{,}3...0{,}45)v_\rho$ — коэффициент вариации, учитывающий рассеяние геометрических размеров и шероховатости поверхности концентратора напряжений; v_ρ — коэффициент вариации радиуса выточки, галтели или другого пересопряжения, являющегося концентратором напряжения.

§ 4.3. ПРИМЕНЕНИЕ СТАТИСТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ ПОДОБИЯ К ОПРЕДЕЛЕНИЮ УСТАЛОСТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ДЕТАЛЕЙ МАШИН

В связи с высокой стоимостью и длительностью усталостных испытаний натурных деталей машин на усталость испытывают преимущественно малые гладкие образцы. Поэтому исключительно важны расчетные методы распространения результатов испытаний малых простых образцов на натурные детали. Такие возможности открывают статистические теории подобия усталостных разрушений,

в частности теория Серенсена — Когаева [44, 17], оказавшаяся весьма плодотворной.

Давно установлено, что на усталостную и хрупкую прочность значительное влияние оказывают размеры детали, вид нагружения и концентраторы напряжений: выточки, галтели, шпоночные пазы, сварные швы и т. д. При этом для разных материалов такое влияние различно. Объяснение этого явления дают статистические теории. Они опираются на два предположения: 1) несущие способности элементарных объемов детали независимы друг от друга; 2) отказ детали возникает при разрушении хотя бы одного элементарного объема. Указанные гипотезы достаточно справедливы для повреждений усталостного характера (до появления первой трещины). Поэтому статистические теории широко применяют для описания закономерностей усталостных повреждений. В то же время первая гипотеза не выполняется при анализе статистической прочности пластичных материалов, если при расчете допускают местные пластические деформации. В этом случае использование статистических теорий прочности для расчетов затрудняется.

Статистические теории стали появляться в конце 30-х и начале 40-х годов. В теории наиболее слабого звена В. Вейбулла (1938) распределение несущей способности элементарных объемов по объему детали принято по закону Вейбулла. В теории Т. А. Конторовой и Я. И. Френкеля (1941) оно принято нормальным. В теории Н. Н. Афанасьева (1943), позволившей характеризовать влияние конструктивных факторов, предполагается существенным рассеяние несущей способности элементарных объемов по сечению детали и пренебрежимым, в связи с обычной волокнистой структурой деталей, по длине.

Ниже изложены теории подобия усталостного разрушения С. В. Серенсена — В. П. Когаева [44, 17] и метод двухпараметрического подобия [36, 12].

Теория подобия усталостного разрушения Серенсена — Когаева. Теория развивает статистические теории прочности В. Вейбулла и Н. Н. Афанасьева. В качестве основного критерия подобия рассматривается отношение $L/\overline{G}$ периметра L опасного сечения или его наиболее напряженной части к относительному градиенту $\overline{G}=\frac{1}{\sigma_{1\max}}\frac{d\sigma_1}{dx}$ первого главного напряжения в этом сечении, где $\sigma_{1\max}$ — первое главное напряжение в наиболее напряженной части (точке) периметра опасного сечения. Величина $L/\overline{G}$ пропорциональна напряженному объему, в котором возможно зарождение трещины.

Для деталей круглого сечения при круговом изгибе и растяжении периметр одинаково напряжен и имеет длину $L=\pi d$. Для деталей прямоугольного сечения при изгибе в плоскости, например для зубьев зубчатых колес, наиболее напряженная часть периметра равна длине зуба $L=b$ при работе зуба одной стороной и удвоенной длине $L=2b$ при двустороннем нагружении. Для ступенчатого вала с диаметрами d и D и галтелью радиуса ρ относительный градиент

при изгибе на основе решения теории упругости равен

$$\overline{G}=\frac{2,3}{\rho}(1+\psi)+\frac{2}{d}, \qquad (4.1)$$

где при $D/d\geqslant 1,5$ $\psi=0$, при $D/d<1,5$ $\psi=\frac{1}{2}\frac{1}{2\sqrt{t/\rho}+1}$; $t=\frac{D-d}{2}$.

Для образцов с глубокими гиперболическими выточками при изгибе

$$\overline{G}=\frac{2}{\rho}+\frac{2}{d}. \qquad (4.2)$$

Для образцов с такими же выточками при растяжении — сжатии

$$\overline{G}=2/\rho. \qquad (4.3)$$

Формулы, полученные из уравнения подобия этой теории, для медианного значения $\bar{\sigma}_\partial$ и коэффициента вариации v_∂ предела выносливости, выраженного в максимальных напряжениях, деталей, изготовленных из материала одной плавки, имеют вид

$$\bar{\sigma}_\partial=\varepsilon_\infty\bar{\sigma}_{-1}(1+l); \qquad (4.4)$$

$$v_\partial=\frac{(1-10^{-2S})\,l}{2(1+l)}, \qquad (4.5)$$

где

$$l=\frac{1-\varepsilon_\infty}{\varepsilon_\infty}\left(\frac{1}{88,3}\frac{L}{\overline{G}}\right)^{-\nu_\sigma}.$$

В приведенные формулы входят четыре параметра: $\bar{\sigma}_{-1}$ — медианное значение предела выносливости гладкого образца диаметром 7,5 мм при изгибе с вращением; ν_σ — эмпирический коэффициент; ε_∞ — коэффициент влияния абсолютных размеров, найденный для гладкой детали максимально большого диаметра при изгибе с вращением; S — среднее квадратическое отклонение логарифма величины $(\sigma_\partial-u)$, где u — минимальная граница σ_∂. Коэффициент 88,3 равен значению $L/\overline{G}$ для гладкого образца диаметром 7,5 мм $L/\overline{G}=\pi 7,5^2/2$. При ориентировочных расчетах принимают $\nu_\sigma\approx 0,1$, $\varepsilon_\infty=0,5$ — для конструкционных сталей, деформируемых легких сплавов и модифицированных чугунов, $S=0,045...0,05$ — для конструкционных сталей, $S=0,05...0,06$ — для алюминиевых и магниевых деформируемых сплавов.

Формулы (4.4) и (4.5) аппроксимируют закон распределения предела выносливости нормальным распределением. При этом оно совпадает в двух точках — при квантили, равной нулю (вероятность неразрушения 50%), и при квантили, равной минус двум (вероятность неразрушения 99,7%), с исходным логарифмически нормальным распределением случайной величины $(\sigma_{max}-u)$, полученным из первоначального закона Вейбулла.

Формулы (4.4), (4.5) обеспечивают возможность достаточно точного описания закономерностей усталостного повреждения деталей

разной геометрической формы и вида нагружения за счет подбора значений четырех параметров.

Пример. Требуется оценить медианное значение и коэффициент вариации предела выносливости цилиндрической детали с выточкой $\rho = 0{,}169$ мм и диаметром в опасном сечении $d = 15$ мм, изготовленной из стали 40Х при ее нагружении изгибом с вращением, если медианное значение предела выносливости гладкого образца диаметром 7,5 мм составляет $\overline{\sigma}_{-1} = 850$ МПа.

Решение. Вычисляем L и $\overline{G}$

$$L = \pi d = \pi \cdot 15 = 47{,}1 \text{ мм};$$

$$\overline{G} = \frac{2}{\rho} + \frac{2}{d} = \frac{2}{0{,}169} + \frac{2}{15} = 11{,}97^1/\text{мм}.$$

Принимаем $v_\sigma = 0{,}1$, $\varepsilon_\infty = 0{,}5$, $S = 0{,}047$ и вычисляем $\overline{\sigma}_\partial$ и v_∂ по формулам (4.4) и (4.5)

$$l = \frac{1-\varepsilon_\infty}{\varepsilon_\infty}\left(\frac{1}{88{,}3}\frac{L}{\overline{G}}\right)^{-v_\sigma} = \frac{1-0{,}5}{0{,}5}\left(\frac{1}{88{,}3}\frac{47{,}1}{11{,}97}\right)^{-0{,}1} = 1{,}36;$$

$$\overline{\sigma}_\partial = \varepsilon_\infty \overline{\sigma}_{-1}(1+l) = 0{,}5 \cdot 850\,(1+1{,}36) = 1003 \text{ МПа};$$

$$v_\partial = \frac{(1-10^{-2S})\,l}{2\,(1+l)} = \frac{\left(1-10^{-2\cdot 0{,}047}\right)1{,}36}{2\,(1+1{,}36)} = 0{,}056.$$

Для сравнения приводим значения характеристик выносливости, полученные экспериментальным путем [17]: $\overline{\sigma}_\partial = 1000$ МПа, $v_\partial = 0{,}05$. Как видно, расчетные и экспериментальные значения близки друг к другу.

Теория подобия С. В. Серенсена — В. П. Когаева нашла применение для оценки усталостной прочности деталей самолетов, прокатных станов, железнодорожного подвижного состава и др. Рассматриваемая теория подобия усталостного разрушения, как и другие, не охватывает в настоящее время влияние технологических факторов.

Метод двухпараметрического подобия усталостного разрушения. Отличительные особенности метода состоят в следующем: 1) для расчетов используется только два экспериментальных параметра: медианное значение и коэффициент вариации предела выносливости образца, в связи с чем необходимый объем испытаний сокращается; 2) используемые параметры — физически ясные; эмпирические коэффициенты не требуются; 3) метод основан на прямых расчетах для нормального распределения предела выносливости по объему детали (без аппроксимаций распределения Вейбулла логарифмически нормальным и нормальным); 4) позволяет оценить надежность детали с несколькими концентраторами напряжений, разнесенными по длине.

В § 3.4 приведены предложенные нами формулы для оценки медианного значения и коэффициента вариации несущей способности цепи при нормальном распределении несущей способности звеньев. Формулы получены в предположениях независимости несущей способности звеньев и возникновения отказа системы при отказе хотя бы одного звена, т. е. при таких же предположениях, что и в существующих статистических теориях прочности. Последнее указывает, что полученные формулы можно использовать для оценки

медианного значения $\bar{\sigma}_д$ и коэффициента вариации $v_д$ предела выносливости детали по медианному значению $\bar{\sigma}_{об}$ и коэффициенту вариации $v_{об}$ предела выносливости образцов одной плавки (в предположении нормального распределения предела выносливости по объему). При рассмотрении образца и детали с концентраторами напряжений под величинами $\bar{\sigma}_{об}$ и $\bar{\sigma}_д$ будем понимать медианные значения предела выносливости, выраженные в максимальных напряжениях.

Для гладких детали и образца, подвергнутых растяжению — сжатию (а также для геометрически подобных при нагружении одинакового вида), согласно ранее предложенным формулам имеем

$$\bar{\sigma}_д = \bar{\sigma}_{об}(1 - \mu v_{об}); \tag{4.6}$$

$$v_д = \frac{\varepsilon v_{об}}{1 - \mu v_{об}}, \tag{4.7}$$

где μ и ε — параметры положения и рассеяния нормированного и центрированного нормального закона распределения, аппроксимирующего закон распределения предела выносливости детали, рассматриваемой как последовательная система из n образцов. Параметры μ и ε находят по табл. 3.1 или из графиков рис. 3.2 по величине n, равной отношению наиболее напряженных объемов детали $W_д$ и образца $W_{об}$:

$$n = W_д / W_{об}. \tag{4.8}$$

При определении ε рекомендуется задаваться квантилью $u_p = -2$. Тогда закон распределения предела выносливости детали будет аппроксимирован таким нормальным распределением, которое совпадает с реальным при квантилях, равных нулю и минус два, т. е. при вероятностях безотказной работы 0,5 (медианное значение) и 0,997 (близкой вероятности безотказной работы многих деталей).

Если деталь и образцы гладкие и подвергнуты растяжению — сжатию, то наиболее напряженные объемы равны полным объемам. Для геометрически подобных образца и детали с концентраторами напряжений наиболее напряженные объемы пропорциональны полным.

Результаты расчета по формулам (4.6) и (4.7) показывают, что медианное значение и коэффициент вариации предела выносливости с увеличением размера детали снижаются.

Иногда наиболее напряженный объем детали бывает меньшим, чем у образца. Для этого случая нетрудно показать, меняя местами $\bar{\sigma}_д$ и $\bar{\sigma}_{об}$, а также $v_д$ и $v_{об}$ в формулах (4.6) и (4.7), что

$$\bar{\sigma}_д = \bar{\sigma}_{об}\left(1 + v_{об}\frac{\mu^*}{\varepsilon^*}\right); \tag{4.9}$$

$$v_д \approx \frac{1}{\mu^* + \dfrac{\varepsilon^*}{v_{об}}}, \tag{4.10}$$

где μ^* и ε^* — параметры μ и ε, соответствующие значению $n^*=1/n$.

Коэффициент влияния абсолютных размеров. Формула (4.6) позволяет оценить коэффициент влияния абсолютных размеров

$$\varepsilon_\sigma=\frac{\bar{\sigma}_\partial}{\bar{\sigma}_{об}}=1-\mu v_{об}. \qquad (4.11)$$

Из формулы следует, что с увеличением размеров предел выносливости детали снижается тем быстрее, чем больше коэффициент вариации предела выносливости образцов одной плавки.

Пример. Требуется оценить коэффициент влияния абсолютных размеров для геометрически подобных образца и детали. Образец с диаметром опасного сечения $d_{об}=8{,}6$ мм и выточкой $\rho_{об}=0{,}1$ мм, деталь с диаметром опасного сечения $d_\partial=15$ мм и выточкой $\rho_\partial=0{,}169$ мм. Задано, что материал — сталь 40Х, вид нагружения — плоский изгиб, число циклов нагружения — 10^7. $\bar{\sigma}_{об}=144$ МПа, $v_{об}=0{,}08$.

Решение. Определяем отношение наиболее напряженных объемов детали и образца:

$$n=\left(\frac{d_\partial}{d_{об}}\right)^3=\left(\frac{1{,}5}{8{,}6}\right)^3=7{,}95.$$

По табл. 3.1 при $n=7{,}95$ находим $\mu=1{,}45$; $\varepsilon_\sigma=1-\mu v_{об}=1-1{,}45\cdot 0{,}08=0{,}88$.

Чтобы охарактеризовать точность расчета, укажем, что искомая величина, оцененная по результатам экспериментов Г. В. Ужика, составляет 0,84.

Если образцом считать гладкую деталь диаметром 7,52 мм, нагруженную изгибом с вращением, с коэффициентом вариации предела выносливости v, то зависимость $\varepsilon_\sigma=f(d)$, где d — диаметр детали, имеет вид, представленный на рис. 4.5. Сопоставляя экспериментальные данные [44, 17] по влиянию размера гладкой детали на предел выносливости с расчетными кривыми рис. 4.5, можно отметить, что они в значительной степени совпадают, если для углеродистых нормализованных и улучшенных сталей принять коэффициент вариации предела выносливости образца 0,03 ... 0,05, для чугунов 0,04 ... 0,08, для алюминиевых и магниевых сплавов 0,05 ... 0,10. Приведенные цифры, как будет видно из последующего (см. табл. 4.3), не противоречат значениям v, полученным обработкой экспериментальных данных.

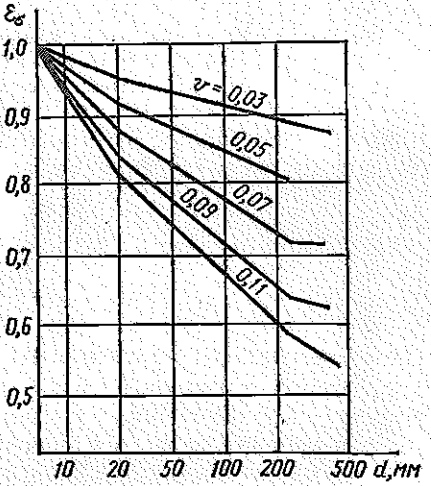

Рис. 4.5. Коэффициент влияния абсолютных размеров в зависимости от диаметра образца

Учет вида нагружения и концентрации напряжений. Наиболее важно определение вероятностных характеристик выносливости детали произвольной формы по результатам испытаний на изгиб с вращением цилиндрического гладкого образца с выточкой, как наиболее широко применяемых. Это, в частности, важно для обобщения и проверки экспериментальных данных, полученных на разных образцах. Коэффициент n можно оценить [12] по величине от-

ношения наиболее напряженных объемов детали и образца, в которых первое главное напряжение уменьшается от своего максимального значения σ_{max} в малой, но одинаковой для образца и детали степени, оцениваемой отношением $\frac{\sigma_{max}-\Delta\sigma}{\sigma_{max}}$.

Наиболее напряженный объем W гладкого образца диаметром d — полого цилиндра длиной l, равной длине рабочей части образца (обычно $l=5d$) и толщиной Δy, зависящей от $\Delta\sigma$,

$$W \approx \pi d \Delta y l. \tag{4.12}$$

Наиболее напряженный объем образца с выточкой радиуса ρ близок телу вращения, образованного равнобедренным треуголь-

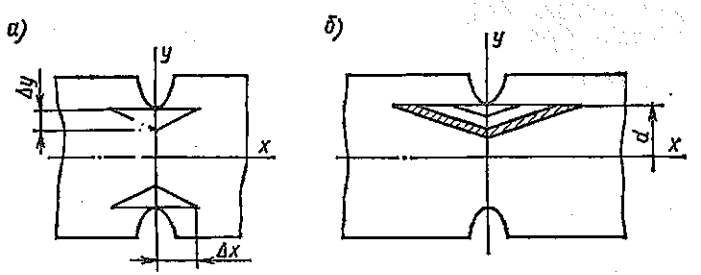

Рис. 4.6. К определению наиболее напряженных элементарных объемов:
а — приближенным методом; *б* — уточненным методом

ником с основанием $2\Delta x$ и высотой Δy (рис. 4.6, *а*), где Δx и Δy зависят от выбранного значения $\Delta\sigma$:

$$W \approx \pi d \Delta x \Delta y. \tag{4.13}$$

В обоих случаях

$$\Delta y = \frac{\Delta\sigma}{\sigma_{max}\bar{G}_y}, \tag{4.14}$$

где $\bar{G}_y$ — градиент изменения по сечению детали первого главного напряжения, в первом случае $\bar{G}_y=2/d$, во втором $\bar{G}_y$ вычисляют по формуле (4.2). Величина Δx зависит от коэффициента k, отражающего изменение первого главного напряжения по оси образца;

$$\Delta x = \rho \sqrt{\frac{\Delta\sigma}{\sigma_{max}k}}, \tag{4.15}$$

где согласно работе [6]

$$k = 1 + \frac{2\rho}{d}. \tag{4.16}$$

Наиболее напряженный объем детали в общем случае (в том числе и для зуба зубчатого колеса) равен произведению наиболее нагруженной части или всего периметра опасного сечения L на площадь треугольника с основанием $2\Delta x$ (предполагается, что деталь вблизи концентратора достаточно симметрична относительно плос-

кости опасного сечения) и высотой Δy, где Δx и Δy вычисляются по формулам (4.14) и (4.15). Значения G_y находятся по формулам (4.2) и (4.3), а k для изгиба — по формуле (4.16) и для растяжения — по формуле [6]:

$$k = 1 + \frac{\rho}{d}, \tag{4.17}$$

где под d для детали нецилиндрической формы можно понимать размер опасного сечения.

Из приведенных формул следует, что отношение наиболее нагруженных объемов детали и образца равно:

образец гладкий

$$n = \frac{L\,\Delta x_д\,\Delta y_д}{\pi d l\,\Delta y_{об}} = \frac{L\rho_д G_{y\,об}}{\pi d_{об} l_{об} G_{y\,д}\sqrt{k_д}}; \tag{4.18}$$

образец с выточкой

$$n = \frac{L\,\Delta x_д\,\Delta y_д}{\pi d\,\Delta x_{об}\,\Delta y_{об}} = \frac{L\rho_д G_{y\,об}\sqrt{k_{об}}}{\pi d \rho_{об} G_{y\,д}\sqrt{k_д}}, \tag{4.19}$$

где индексы $д$ и об относятся к параметрам соответственно детали и образца.

Таким образом, в общем случае вероятностные характеристики выносливости детали можно оценивать по формулам (4.6), (4.7) или (4.9), (4.10) с вычислением значения n по формуле (4.18) или (4.19).

Применение ЭВМ для расчета предела выносливости детали по методу двухпараметрического подобия. Расчеты на ЭВМ позволяют более точно вычислять вероятностные характеристики выносливости детали и соответственно расширяют возможность использовать в качестве исходных данных результаты испытаний образцов при других видах нагружения, включая и изгиб в плоскости.

Пусть известны результаты испытаний $\bar{\sigma}_{об}$, $v_{об}$ гладкого образца объемом $W_{об}$ на растяжение — сжатие. Для оценки медианного значения $\bar{\sigma}_д$ и коэффициента вариации $v_д$ предела выносливости детали с произвольным концентратором напряжений наиболее напряженный объем разбивают на элементарные так, чтобы в каждом первое главное напряжение могло быть принято практически постоянным. Чем мельче разбиение, тем выше точность расчета.

Целесообразно разбивать наиболее напряженный объем на элементарные $W_{д\,i}$ таким образом, чтобы напряжение σ_i от объема к объему понижалось на постоянную долю δ:

$$\sigma_i = \sigma_{max}\,[1 - \delta\,(i - 0{,}5)], \tag{4.20}$$

где i — номер элементарного объема.

В этом случае элементарный объем вычисляют по одной из формул, приведенных в табл. 4.2. Формулы получены для цилиндрического образца с выточкой и без выточки при разных видах его на-

Таблица 4.2

Цилиндрический образец	Вид нагружения	Формулы для вычисления элементарного объема $W_{\partial i}$
Гладкий	Круговой изгиб	$3{,}92d^3\{[1-\delta(i-1)]^2-[1-\delta i]^2\}$
	Изгиб в плоскости	$2{,}5\delta^2 d^3\left\{\sqrt{1-(1-\delta i)^2}+\sqrt{1-[1-\delta(i-1)]^2}\right\}$
	Растяжение — сжатие	$3{,}14\delta\rho^2 i\sqrt{\frac{\delta i d}{(d+\rho)}}\left(\frac{d}{2}-\frac{\delta\rho i}{6}\right)-C$, где $C=\sum_0^{i-1} W_{\partial i}$
С выточкой	Круговой изгиб	$\frac{6{,}24\delta i\rho}{\left(\frac{2}{\rho}+\frac{2}{d}\right)}\sqrt{\frac{\delta i d}{d+2\rho}}\left[\frac{d}{2}-\frac{\delta i}{\left(\frac{2}{\rho}+\frac{2}{d}\right)3}\right]-C$, где $C=\sum_0^{i-1} W_{\partial i}$
	Изгиб в плоскости	$\frac{8\delta\rho}{3\left(\frac{2}{\rho}+\frac{2}{d}\right)}\sqrt{\frac{\delta i d}{(d+2\rho)}}\left[\left(\frac{d}{2}\right)^2-\left(\frac{d}{2}-\frac{\delta i}{\frac{2}{\rho}+\frac{2}{d}}\right)^2\right]$

гружения. За основу взяты выражения (4.3), (4.4) и (4.15), с помощью которых вычислены приращения значений Δx и Δy, соответствующие изменению напряжения на величину $\delta\sigma_{max}$ в пределах элементарного объема. В случае гладкого образца при нагружении изгибом с вращением элементарный объем имеет фигуру полого цилиндра, а при нагружении изгибом в плоскости состоит из двух пластин с сечением в виде сегментов, расположенных симметрично относительно оси изгиба. Для образца с выточкой как при растяжении — сжатии, так и при изгибе с вращением элементарный объем имеет форму, образуемую вращением двух одинаковых трапеций, примыкающих одной стороной друг к другу, при этом их противоположная сторона является образующей цилиндрической поверхности диаметром d (рис. 4.6, *б*).

При нагружении изгибом в плоскости элементарный объем заключен между двумя (наружной и внутренней) четырехугольными пирамидами.

Медианное значение $\bar{\sigma}_{\partial i}$ и коэффициент вариации $v_{\partial i}$ предела выносливости каждого элементарного объема $W_{\partial i}$ вычисляют по формулам (4.9) и (4.10), где μ^* и ε^* находят по величине отношений $n_i^*=W_{об}/W_{\partial i}$.

Деталь не откажет, если не повредится ни один элементарный объем. Следовательно, имеем последовательную систему из элементарных объемов. Отсюда вероятность безотказной работы детали равна произведению вероятностей безотказной работы всех элементарных объемов. Вероятности безотказной работы элементарных объемов и детали в целом зависят от напряжения на поверхности детали.

Напряжению на поверхности $\sigma_{\max 1}$ соответствует напряжение $\sigma_{\partial 1 i}$ в i-м элементарном объеме. Поэтому вероятность безотказной работы i-го объема P_{1i} оценивают по квантили

$$u_{\text{p}1i}=\frac{\sigma_{\partial 1 i}-\bar{\sigma}_{\partial i}}{S_{\partial i}}=\frac{\sigma_{\partial 1 i}-\bar{\sigma}_{\partial i}}{v_{\partial i}\bar{\sigma}_{\partial i}}, \tag{4.21}$$

где $S_{\partial i}$ — среднее квадратическое отклонение предела выносливости элементарного объема.

Для оценки двух параметров нормального закона распределения случайной величины достаточно иметь две точки, принадлежащие этому закону. Поэтому задаются двумя значениями напряжения на поверхности детали $\sigma_{\max 1}$ и $\sigma_{\max 2}$ и для каждого из них вычисляют соответствующие вероятности безотказной работы детали P_1 и P_2.

Количество разбиений N на элементарные объемы должно быть таким большим, чтобы вероятность безотказной работы последнего объема практически была равна единице и не оказывала влияния на вероятность безотказной работы детали в целом. Максимально допустимое значение N составляет $1/\delta$, где δ — доля понижения напряжения от объема к объему. При этом напряжение в элементарных объемах изменяется от $\sigma_{\max}$ до 0.

Поставив в соответствие вероятности P_1 и P_2 квантили нормального распределения $u_{\text{p}1}$ и $u_{\text{p}2}$, находят интересующие нас значения:

$$\bar{\sigma}_{\partial}=\frac{\sigma_{\max 1}u_{\text{p}2}-\sigma_{\max 2}u_{\text{p}1}}{u_{\text{p}2}-u_{\text{p}1}}; \tag{4.22}$$

$$v_{\partial}=\frac{\sigma_{\max 2}-\sigma_{\max 1}}{\sigma_{\max 1}u_{\text{p}2}-\sigma_{\max 2}u_{\text{p}1}}. \tag{4.23}$$

Рассмотрим более общую постановку задачи. Требуется оценить $\bar{\sigma}_{\partial}$ и v_{∂} для детали, если известны результаты испытаний образца $\bar{\sigma}_{\text{об}}$ и v_{∂}, а образец имеет концентратор напряжений и нагружен произвольным образом.

Пересчет значений $\bar{\sigma}_{\text{об}}$ и $v_{\text{об}}$ на $\bar{\sigma}_{\partial}$ и v_{∂} в этом случае также возможен, хотя и более трудоемок. Для нахождения $\bar{\sigma}_{\partial}$ и v_{∂} задаются медианным значением $\bar{\sigma}$ и коэффициентом вариации v предела выносливости гладкого образца, например, диаметром 7,52 мм, нагруженного растяжением — сжатием. Выше изложенным способом по $\bar{\sigma}$ и v находят значения $\bar{\sigma}_{\text{об}}$ и $v_{\text{об}}$, принимая первые параметрами образца, а вторые — параметрами детали. Если значения получены ниже, чем заданы, увеличивают v и повторяют расчет, если

$v_{об}$ получено большим, а $\bar{\sigma}_{об}$ меньшим, чем надо, v понижают и увеличивают $\bar{\sigma}$. Если точность совпадения расчетных и заданных значений $\bar{\sigma}_{об}$ и $v_{об}$ нас удовлетворяет, поиск $\bar{\sigma}$ и v считают законченным. После этого по величинам $\bar{\sigma}$ и v вычисляют $\bar{\sigma}_{д}$ и $v_{д}$.

В качестве примера расчета по программе приведем исходные данные и результаты счета на ЭВМ медианного значения $\bar{\sigma}_{д}$ и коэффициента вариации $v_{д}$ предела выносливости деталей из стали 45, прошедшей нормализацию; в качестве исходных использованы экспериментальные данные М. Я. Гальперина: нагружение — изгиб с вращением, $d_{об}$=7,5 мм, $\rho_{об}$=2,03 мм, $\bar{\sigma}_{об}$=340 МПа, δ= =0,05.

Исходные размеры деталей, результаты расчета в сопоставлении с результатами эксперимента приведены в табл. 4.3.

Таблица 4.3

Геометрические характеристики образцов		Расчетные данные		Экспериментальные данные	
$d_{д}$, мм	$\rho_{д}$, мм	$\bar{\sigma}_{д}$, МПа	$v_{д}$	$\bar{\sigma}_{д}$, МПа	$v_{д}$
7,52 *	—	253	0,031	—	—
15,0	75,0	283	0,044	275	0,050
7,52	1,22	351	0,068	325	0,080
7,52	4,0	327	0,061	316	0,061
7,52	75,0	298	0,050	316	0,035
7,52	0,2	411	0,082	360	0,090
7,52	0,15	423	0,084	430	0,100

* Нагружение растяжением—сжатием.

§ 4.4. ОЦЕНКА НАДЕЖНОСТИ ПРИ МЕХАНИЧЕСКОМ ИЗНАШИВАНИИ

В последнее время разрабатываются расчеты на износостойкость, отражающие важнейшие процессы, происходящие при изнашивании: фрикционную усталость от деформирования микронеровностей, тепловые процессы, работу смазочного слоя в предпосылках контактной гидродинамики [49]. Однако для подобных друг другу деталей при ограниченном изменении параметров сохраняют свое значение технические расчеты на основе подобия с использованием зависимостей в простейшей степенной форме от основных параметров [11, 33 и др.]. В первую очередь это относится к объектам, изготовляемым размерными гаммами и к машинам при их модернизации и форсировании.

Ниже делается попытка несколько конкретизировать эти расчеты и распространить их на оценку надежности при изнашивании.

Износостойкость трущейся пары обычно характеризуют интен-

сивностью изнашивания I, равной толщине изношенного слоя на единицу пути трения. По интенсивности изнашивания, скорости относительного перемещения трущихся поверхностей v и времени работы t можно оценить линейный износ детали W

$$W = Ivt. \tag{4.24}$$

Интенсивность изнашивания есть функция материалов, смазки, давления и скорости. Формула предполагает сохранение вида трения и отсутствие существенного влияния температуры на интенсивность изнашивания.

Оценку надежности следует вести:

по изменению линейного размера одной детали, которое может характеризовать точность (например, измерительный, мерный режущий инструмент) или прочность (например, рабочие органы дорожных, горных, сельскохозяйственных и пр. машин);

по изменению сочетания линейных размеров сопряженных деталей — зазоров в подшипниках, шагов зубчатых и цепных передач, которое может характеризовать динамические нагрузки, несущую способность, шум и выходную точность.

Обычно известно предельно допустимое значение размера $h_{пред}$, при износе до которого детали снимают с эксплуатации. Также задано среднее значение $\bar{h}_{нач}$ и среднее квадратическое отклонение S_h начального размера. В этом случае, если известны среднее значение интенсивности изнашивания $\bar{I}$ и ее коэффициент вариации v_I, можно оценить квантиль нормального распределения $u_р$, а по ней вероятность безотказной работы детали P:

$$u_р = -\frac{\bar{n}-1}{\sqrt{\bar{n}^2 v_\Delta^2 + v_I^2}}, \tag{4.25}$$

где $v_\Delta = S_h/\bar{\Delta}$ — коэффициент вариации размера детали; в случае расчета по предельно допустимому уменьшению размера $\bar{\Delta} = \bar{h}_{нач} - h_{пред}$, а в случае увеличения (например, зазора) $\bar{\Delta} = h_{пред} - \bar{h}_{нач}$; $\bar{n} = \bar{\Delta}/\bar{I}vt$ — условный коэффициент запаса по износу, вычисленный как отношение средних значений допустимого износа $\bar{\Delta}$ к действительному $\bar{I}vt$.

Если рассматривается изнашивание подшипника скольжения (без существенного искажения формы), то $h_{пред}$ — предельно допустимый зазор, $\bar{h}_{нач}$ — среднее значение начального зазора, $S_h = \sqrt{S_д^2 + S_{вт}^2}$ — среднее квадратическое отклонение начального зазора, где $S_д$, $S_{вт}$ — средние квадратические отклонения диаметров вала и втулки, принимаемые равными шестой части соответствующих допусков.

В цепных передачах ресурс обычно ограничен износом цепи, при котором может нарушиться ее зацепление со звездочкой (принимают допустимым увеличение шага цепи 3%). Хотя с изнашиванием цепи изнашивается также и звездочка, износ последней менее

интенсивен, так как в сопряжении ролик цепи — зуб звездочки имеет место, как правило, трение качения, а в шарнирном сопряжении двух звеньев большинства цепей — трение скольжения. В этом случае $h_{пред}$, $\bar{h}_{нач}$, S_h — предельное и среднее начальное значения шага цепи, а также среднее квадратическое отклонение начального шага.

Для технических целей использовались и используются [11, 33 и др.] расчеты на основе подобия:

$$I = k_1 p^m, \tag{4.26}$$

где k — здесь и далее с различными индексами коэффициенты пропорциональности; p — давление в контакте; m — показатель степени, зависящий от условий работы. Эту формулу целесообразно уточнить учетом других основных факторов, влияющих на интенсивность изнашивания и имеющих существенное рассеяние в эксплуатации.

М. М. Хрущовым установлено, что для металлических материалов в естественном состоянии и отожженных сталей при трении их об абразивную шкурку или шлифовальный круг интенсивность изнашивания пропорциональна давлению p и обратно пропорциональна твердости изнашиваемого материала H:

$$I = k_2 \frac{p}{H}. \tag{4.27}$$

Эта закономерность сохраняется до твердости материала, не превышающей значений 0,6...0,75 твердости абразива. При больших значениях H зависимость интенсивности I от твердости несколько понижается по сравнению с расчетной. Для закаленных сталей зависимость износостойкости от твердости получилась линейной, но со свободным членом.

В условиях изнашивания о грунт рабочих органов машины, изготовленных из закаленных сталей, позднее показана возможность использования зависимости (4.27). Установлено [37], что показатель степени l при твердости может в отдельных случаях отличаться от единицы и доходить до двух. Тогда формула (4.26) преобразуется к виду

$$I = k_3 \frac{p^m}{H^l}. \tag{4.28}$$

Если рассматривается суммарный износ сопряженных поверхностей *1* и *2*, то $I = I_1 + I_2$. Следовательно, суммарный износ можно считать по той же формуле (4.28), подставив в нее

$$\frac{1}{H^l} = \frac{1}{H_1^l} + \frac{1}{H_2^l}, \tag{4.29}$$

где H_1 и H_2 — твердости сопряженных поверхностей деталей.

В работе [49, с. 95] отмечается существенное влияние на интенсивность изнашивания коэффициента трения. Поэтому формулу для

интенсивности изнашивания, если известны надежные значения коэффициента трения f, будем рассматривать в виде

$$I = k_1 \frac{p^m f^n}{H^l}, \tag{4.30}$$

где $k_1 = k_3/f_0^n$; f и f_0 — коэффициенты трения рассматриваемой и исходной пар; m, n, l — показатели степеней, зависящие от влияния смазки, термообработки деталей и степени близости p к предельному значению $[p]$, при котором проявляется схватывание материалов.

Формула может быть полезной при пересчетах интенсивности изнашивания близких материалов. В формуле в большинстве случаев можно принимать [37] $n=1$. Если имеет место трение стали по иному материалу, то $l=1$, если трение закаленной стали по закаленной стали, то $l=2...3$, что связано с резко повышенным у закаленных сталей сопротивлением к схватыванию, которое обычно существенно ускоряет изнашивание. При трении деталей без смазки и при граничном трении деталей со смазкой в случае, если $p \leqslant (0{,}7...0{,}8)\,[p]$ $m=1$, при большем давлении $m=2...3$. При полужидкостном трении деталей со смазкой при любых давлениях значение m повышается, доходя до 3. Это повышение связано с тем, что при росте общей нагрузки одновременно увеличивается ее доля, воспринимаемая контактом микронеровностей. Значение $m=3$ подтверждается анализом таблиц по подбору цепных передач стандартов США ASA B29.1 и ФРГ DIN 8198.

Экспериментальные данные по зубчатым и цепным передачам, а также другие исследования показали, что интенсивность изнашивания растет пропорционально количеству поступающего в зону трения абразива q, г/ч. Поэтому, если известно q, то как при смазке, так и без нее

$$I = k_5 q \frac{p}{H^l}. \tag{4.31}$$

Формула отличается от (4.30) тем, что принято $m=1$, а вместо f^n вводится q.

Формулы (4.28) ... (4.31) позволяют выразить коэффициент вариации интенсивности изнашивания v_I через коэффициенты вариации давления v_p, коэффициента трения v_f, твердости v_H и количества абразива v_q. Показатели степеней при p, f, H до накопления уточняющих данных принимаем детерминированными величинами

$$v_I = \sqrt{(mv_p)^2 + (nv_f)^2 + (lv_H)^2}. \tag{4.32}$$

В случае изнашивания с заданным количеством абразива

$$v_I = \sqrt{v_q^2 + v_p^2 + (lv_H)^2}. \tag{4.33}$$

Значение v_H при рассмотрении изнашивания сопряженных деталей может быть оценено по коэффициентам вариации v_{H1}, v_{H2}

твердости деталей

$$v_H = \sqrt{\left[\left(\frac{\overline{H}}{\overline{H}_1}\right)v_{H1}\right]^2 + \left[\left(\frac{\overline{H}}{\overline{H}_2}\right)v_{H2}\right]^2}. \qquad (4.34)$$

Если принять в формуле (4.30) коэффициенты m, n, l случайными, то коэффициент вариации интенсивности изнашивания за счет только рассеяния значений показателей степеней будет оцениваться как

$$v_{I\,\text{степ}} = \sqrt{\left(\ln\frac{\overline{p}}{p_0}S_m\right)^2 + \left(\ln\frac{\overline{f}}{f_0}S_n\right)^2 + \left(\ln\frac{\overline{H}}{H_0}S_l\right)^2}, \qquad (4.35)$$

где $\overline{p}$, $\overline{f}$, $\overline{H}$ — средние значения параметров p, f, H в рассматриваемом режиме работы пары трения; p_0, f_0, H_0 — исходные значения параметров p, f, H, при которых получено значение коэффициента k_4 в формуле (4.30); S_m, S_n, S_l — средние квадратические отклонения показателей степеней m, n, l в рассматриваемом режиме работы. Тогда при изнашивании без абразива в общем случае формула (4.32) дополняется введением члена $v^2_{I\,\text{степ}}$ под корнем

$$v_I = \sqrt{(mv_p)^2 + (nv_f)^2 + (lv_H)^2 + v^2_{I\,\text{степ}}}. \qquad (4.36)$$

Если расчетом или экспериментально оценена средняя интенсивность изнашивания, то формулы (4.28)...(4.36) позволяют по рассеянию параметров деталей и режима работы оценить вероятность безотказной работы детали по критерию износа.

Пример 1. Оценить вероятность безотказной работы P по критерию износа подшипника скольжения из графитопласта АМС-3 твердостью НВ 30 ... 40 ($\overline{H}_1 = 35$), работающего при сухом трении. Ресурс $t = 800$ ч. Сопряжение подшипника с валом выполнено по посадке 30 $H8/d8$. Вал стальной твердостью НВ 340 ... 370 ($\overline{H}_2 = 355$). Условия трения — наибольшее давление в контакте при среднем зазоре $\overline{p} = 5$ МПа, $v = 0{,}2$ м/с, $f = 0{,}05$ ... $0{,}1$. Средняя интенсивность изнашивания в этих условиях при $f_0 = 0{,}075$ $\overline{I} = 10^{-10}$ [53, с. 149]. Предельно допустимый зазор $h_{\text{пред}} = 0{,}15$ мм. Предполагается, что рассеяние показателей степеней m, n, l отсутствует.

Р е ш е н и е. Оценка допусков для подшипника и вала, соответствующих посадке 30 $H8/d8$, позволила получить $\overline{h}_{\text{нач}} = 0{,}073$ мм, $S_{\text{вт}} = 0{,}0055$ мм, $S_{\text{в}} = 0{,}0055$ мм. Отсюда $S_h = \sqrt{S^2_{\text{в}} + S^2_{\text{вт}}} = \sqrt{0{,}0055^2 + 0{,}0055^2} = 0{,}0075$ мм.

Принимаем $m = 1$, $n = 1$, $l = 1$.

Вычисляем $\overline{H} = \dfrac{\overline{H}_1^l \overline{H}_2^l}{\overline{H}_1^l + \overline{H}_2^l} = \dfrac{35 \cdot 355}{35 + 355} = 31{,}85$.

Чтобы учесть рассеяние максимального давления, вызванного рассеянием зазора, воспользуемся формулами [23], связывающими максимальное давление и зазор. Проделав вычисления, получим $v_p = 0{,}035$.

Считая, что среднее квадратическое отклонение равно шестой части допуска, имеем $v_f = 0{,}11$, $v_{H1} = 0{,}048$, $v_{H2} = 0{,}014$. Подставляя эти значения в формулы (4.34), (4.32), (4.25), получаем $v_H = 0{,}045$, $v_I = 0{,}124$, $\overline{\Delta} = 0{,}077$ мм, $v_\Delta = 0{,}1$, $n = 1{,}34$, $u_{\text{р}} = -1{,}86$. Зная $u_{\text{р}}$, из вероятностных таблиц находим $P = 0{,}965$.

Пример 2. Условие задачи то же, но показатель степени имеет рассеяние $m = 1$ ... 2 и известно, что испытания материала для оценки коэффициента k_4 в формуле (4.30) проведены при давлении $p_0 = 0{,}5$ МПа.

Решение. По формуле (4.35) $v_{I\text{степ}}=0{,}383$. Отсюда $v_I=0{,}403$, $u_p=-0{,}843$. По величине u_p находим $P=0{,}8$. Таким образом, рассеяние показателя степени может существенно влиять на надежность в случае, если рассматриваемый и исходный режимы работы существенно отличаются друг от друга.

§. 4.5. ОЦЕНКА НАДЕЖНОСТИ ПО КРИТЕРИЮ ТЕПЛОСТОЙКОСТИ

Рассматриваем вероятностный расчет на примере корпусной детали (коробки перемены передач, корпуса редуктора) под действием внутреннего равномерно распределенного источника теплоты.

Среднее значение избыточной температуры

$$\bar{t}\approx\frac{\bar{P}(1-\bar{\eta})}{\bar{k}_t A(1+\psi)},$$

где A и ψ — детерминированные значения охлаждаемой воздухом площади и доли теплоты, отводящейся основанием; $\bar{P}$, $\bar{\eta}$, $\bar{k}_t$ — средние значения величин, рассматриваемых случайными: P — расходуемая мощность; η — коэффициент полезного действия; k_t — коэффициент теплоотдачи в воздух.

При работе с повторно-переменным кратковременным режимом $P=\Sigma P_i\tau_i/\tau_{\text{общ}}$, где τ_i — время работы с мощностью P_i; $\tau_{\text{общ}}=\Sigma\tau_i$ — общее время работы за общий цикл.

Среднее квадратическое отклонение избыточной температуры, рассматриваемое как функция случайных величин,

$$S_t=\sqrt{\left(\frac{\partial t}{\partial p}\right)_m^2 S_p^2+\left(\frac{\partial t}{\partial k_t}\right)_m^2 S_{kt}^2+\left(\frac{\partial t}{\partial\eta}\right)_m^2 S_\eta^2}=$$

$$=\sqrt{\left[\frac{1-\bar{\eta}}{\bar{k}_t A(1+\psi)}\right]^2 S_p^2+\left[\frac{\bar{P}(1-\bar{\eta})}{A\bar{k}_t^2(1+\psi)}\right]^2 S_{kt}^2+\left[\frac{\bar{P}}{\bar{k}_t A(1+\psi)}\right]^2 S_\eta^2}.$$

Коэффициент вариации температуры

$$v=s_t/\bar{t}=\sqrt{v_p^2+v_{kt}^2+v_\eta^2\left(\frac{\bar{\eta}}{1-\bar{\eta}}\right)^2}.$$

Коэффициент вариации k_t и η выбираем из условия, что диапазон между указываемыми в литературе предельными значениями покрывается шестью среднеквадратическими отклонениями.

Средние значения $\bar{k}_t$ коэффициентов теплоотдачи и коэффициенты вариации v_{kt}:

	$\bar{k}_t$, Вт/(м²·с)	v_{kt}
Поверхности без дополнительного обдува . .	5...7	0,055
Поверхности, примыкающие к хорошо обдуваемым или имеющие выходящие гладкие валы 100 мин$^{-1}$	14...18	0,042
Поверхности, имеющие выходящие валы с фланцами $n=300...1000$ мин$^{-1}$	29...35	0,03
Поверхности, хорошо обдуваемые шкивами, звездочками при $n=500...1000$ мин$^{-1}$	60...70	0,026
1000...2000	70...90	0,042
2000...3000	90...120	0,048

В среднем можно считать $\bar{v}_{kt}=0{,}04$.

Вероятность безотказной работы по критерию теплостойкости определяем по величине квантили, равной

$$u_p = -\frac{\bar{h}_t - 1}{v_t},$$

где $\bar{h}_t = t_{lim}/(\bar{t}+t_0)$ — запас по средним; t_{lim} — предельно допустимая температура; t_0 — температура окружающей среды (начальная температура).

ГЛАВА 5

РАСЧЕТЫ НАДЕЖНОСТИ ДЕТАЛЕЙ МАШИН ОТДЕЛЬНЫХ ГРУПП

§ 5.1. НАДЕЖНОСТЬ СОЕДИНЕНИЙ С НАТЯГОМ

Актуальность исследований и расчета надежности этих соединений вызывается большим рассеянием: натягов, образуемых как разность двух больших близких размеров — диаметров вала и отверстия; коэффициентов трения, зависящих от многих факторов — состояния поверхности, оксидных пленок, случайного попадания масла, а также внешних нагрузок.

Предельный по прочности сцепления момент T_{lim}, Н·м, т. е. момент, который может передать соединение диаметром d, мм, длиной l, мм, с натягом N, мкм, при давлении на посадочных поверхностях p, МПа, и коэффициенте трения f, равен

$$T_{lim} = 0{,}5 \cdot 10^{-3} \pi d^2 l p f / K,$$

где $K = 1{,}5$ — коэффициент, учитывающий возможность уменьшения сил сцепления со временем (от местных обмятий и частичного снятия сил трения).

Для соединения сплошного вала со ступицей с наружным диаметром D, мм, из материалов с одинаковым модулем упругости E, МПа, и одинаковым коэффициентом поперечного сжатия

$$p = \frac{(N-u)\,E \cdot 10^{-3}}{d\,(1+\psi)},$$

где $\psi = \frac{1+(d/D)^2}{1-(d/D)^2}$; u — поправка на обмятие посадочных поверхностей, зависящая от высоты их микронеровностей R_{z1}, R_{z2} и принимаемая обычно равной $u = 1{,}2\ (R_{z1}+R_{z2})$.

Предельный момент T_{lim} рассматриваем как функцию (произведение) двух случайных величин p и f.

Среднее значение $\bar{T}_{lim}$ предельного момента T_{lim} определяется по средним значениям $\bar{p}$ и $\bar{f}$.

По правилу квадратического сложения коэффициентов вариации аргументов, входящих в выражение функции в виде произве-

дения, находим коэффициент вариации предельного момента

$$v_{\lim}=\sqrt{v_p^2+v_f^2},$$

где v_p, v_f — коэффициенты вариации давления и коэффициента трения.

Среднее значение давления $\bar{p}$ вычисляют по вышеприведенной формуле для p, в которую подставляют среднее значение натяга $\bar{N}$.

Коэффициент вариации давления

$$v_p=\frac{S_N}{\bar{N}-u}=v_N\frac{1}{1-u/\bar{N}},$$

где v_N, S_N — коэффициент вариации и среднее квадратическое отклонение натяга.

Если считать поправку на обмятие u пропорциональной натягу N (при малы натягах), то коэффициент вариации давления $v_p=v_N$.

Среднее значение натяга $\bar{N}$ равно разности средних значений отклонений вала $\bar{e}$ и отверстия $\bar{E}$, которые в системе отверстия можно выразить через табличные значения допусков диаметров вала t_e, отверстия t_E и нижнее отклонение диаметра вала ei

$$\bar{N}=\bar{e}-\bar{E}=ei+0{,}5\,(t_e-t_E).$$

Среднее квадратическое отклонение S_N натяга в обычном предположении, что допуск натяга $t_N=\sqrt{t_e^2+t_E^2}$ соответствует $6S_N$, равно

$$S_N=\frac{1}{6}\sqrt{t_e^2+t_E^2}.$$

Тогда коэффициент вариации натяга $v_N=S_N/\bar{N}$.

При изготовлении вала и отверстия по одинаковым квалитетам точности, т. е. $t_e=t_E=t$,

$$\bar{N}=ei;\quad v_N=\frac{\sqrt{2}\cdot t}{6ei}=0{,}236t/ei.$$

Коэффициент вариации коэффициента трения в применении к соединениям с натягом в результате обработки испытаний, проведенных разными исследователями, обычно колеблется в пределах 0,08...0,125 (в среднем 0,1). Меньшие значения — при сборке с охлаждением. Самые малые значения, выходящие за указанный интервал,— при гидрозапрессовке (по данным отдельных испытаний). В исследованиях каждого из авторов коэффициенты вариации существенно меньше приведенных выше.

Рассмотрим общую задачу оценки надежности соединения с натягом под действием момента со средним значением $\bar{T}$ и коэффициентом вариации v_T.

Вероятность P_c безотказной работы соединения по критерию прочности сцепления, как обычно (см. гл. 4), определяем по табли-

цам нормального распределения в зависимости от квантили u_p, равной

$$u_p = -\frac{\bar{n}_c - 1}{\sqrt{\bar{n}_c^2 v_{\lim}^2 + v_T^2}},$$

где $\bar{n}_c = \bar{T}_{\lim}/\bar{T}$ — коэффициент запаса прочности сцепления по средним значениям моментов.

Опасные напряжения возникают у внутренней поверхности охватывающей детали.

Условие прочности $\sigma_{экв} < \sigma_{t2}$, где $\sigma_{экв}$ — наибольшее эквивалентное напряжение; σ_{t2} — предел текучести материала охватывающей детали.

Среднее значение эквивалентного напряжения $\bar{\sigma}_{экв}$ равно

$$\bar{\sigma}_{экв} = \frac{2\bar{p}}{1-(d/D)^2}.$$

Коэффициент вариации $v_{экв}$ напряжения $\sigma_{экв}$ равен коэффициенту вариации v_p давления на посадочной поверхности соединения.

Вероятность безотказной работы $P_п$ по критерию прочности деталей определяем в зависимости от квантили

$$u_p = -\frac{\bar{n}_п - 1}{\sqrt{\bar{n}_п^2 v_t^2 + v_p^2}},$$

где $\bar{n}_п = \bar{\sigma}_{t2}/\bar{\sigma}_{экв}$ — коэффициент запаса прочности по средним значениям предела текучести $\bar{\sigma}_{t2}$ и напряжения $\bar{\sigma}_{экв}$; v_t — коэффициент вариации предела текучести.

Надежность соединения с натягом, характеризуемую вероятностью безотказной работы P, определяем как произведение вероятностей P_c и $P_п$, т. е. $P = P_c P_п$.

Пример 1. Соединение зубчатого колеса со сплошным валом диаметром $d = 48$ мм соответствует посадке $H8/x8$. Соединение нагружено вращающим моментом T, заданным случайной нормально распределенной величиной со средним значением $\bar{T} = 1050$ Н·м и коэффициентом вариации $v_T = 0{,}12$. Определить вероятность безотказной работы соединения по критерию прочности сцепления, если известно, что диаметр ступицы зубчатого колеса $D = 85$ мм, длина посадочной поверхности $l = 60$ мм, высота микронеровностей посадочных поверхностей $R_{z1} = 4$ мкм, $R_{z2} = 6$ мкм, модуль упругости материала (сталь) деталей $E = 2{,}1 \cdot 10^5$ МПа, среднее значение и коэффициент вариации коэффициента трения соответственно равны $\bar{f} = 0{,}12$, $v_f = 0{,}1$, коэффициент K, учитывающий уменьшение со временем давления, равен $K = 1{,}5$.

Р е ш е н и е. Среднее значение $\bar{N}$ и коэффициент вариации v_N натяга определяем в зависимости от допусков диаметров вала и отверстия $t = t_e = t_E = 39$ мкм, а также нижнего отклонения диаметра вала $ei = 97$ мкм (значения выбраны по таблицам допусков)

$$\bar{N} = ei = 97 \text{ мкм};$$

$$v_N = \sqrt{2}\, t/6ei = \sqrt{2} \cdot 39/6 \cdot 97 = 0{,}0948.$$

Поправка на обмятие микронеровностей

$$u = 1{,}2\,(R_{z1} + R_{z2}) = 1{,}2\,(4+6) = 12 \text{ мкм}.$$

Коэффициент $\psi=\dfrac{1+(d/D)^2}{1-(d/D)^2}=\dfrac{1+(48/85)^2}{1-(48/85)^2}=1{,}936.$

Среднее значение давления на посадочной поверхности

$$p=\frac{(\overline{N}-u)\,E\cdot 10^{-3}}{d\,(1+\psi)}=\frac{(97-12)\,2{,}1\cdot 10^5\cdot 10^{-3}}{48\,(1+1{,}936)}=126{,}7\ \text{МПа}.$$

Коэффициент вариации давления p

$$v_p=v_N\frac{1}{(1-u/\overline{N})}=0{,}0948\frac{1}{(1-12/97)}=0{,}108.$$

Среднее значение и коэффициент вариации предельного по прочности сцепления момента

$$\overline{T}_{\lim}=0{,}5\cdot 10^{-3}\pi d^2 l\overline{p}f\frac{1}{K}=0{,}5\cdot 10^{-3}\pi 48^2\cdot 60\cdot 126{,}7\cdot 0{,}12\,\frac{1}{1{,}5}=2200\ \text{Н}\cdot\text{м};$$

$$v_{\lim}=\sqrt{v_p^2+v_f^2}=\sqrt{0{,}108^2+0{,}1^2}=0{,}148.$$

Коэффициент запаса прочности сцепления по средним значениям

$$\overline{n}_c=\overline{T}_{\lim}/\overline{T}=2200/1050=2{,}09.$$

Квантиль нормированного нормального распределения

$$u_p=-\frac{\overline{n}_c-1}{\sqrt{\overline{n}_c^2 v_{\lim}^2+v_T^2}}=-\frac{2{,}09-1}{\sqrt{2{,}09^2\cdot 0{,}148^2+0{,}12^2}}=-3{,}285.$$

Вероятность безотказной работы P_c по критерию прочности сцепления, определенная по табл. 1.1 в зависимости от u_p, равна $P_c=0{,}9995$.

Пример 2. Определить вероятность безотказной работы соединения с натягом по критерию прочности охватывающей детали (ступицы колеса). Характеристики соединения приведены в предыдущем примере. Среднее значение предела текучести материала охватывающей детали $\sigma_{t_2}=580$ МПа, коэффициент вариации $v_t=0{,}06$.

Среднее значение и коэффициент вариации эквивалентного напряжения у посадочной поверхности ступицы колеса

$$\overline{\sigma}_{\text{экв}}=\frac{2\overline{p}}{1-(d/D)^2}=\frac{2\cdot 126{,}7}{1-(48/85)^2}=372\ \text{МПа};$$

$$v_{\text{экв}}=v_p=0{,}108.$$

Коэффициент запаса прочности по средним напряжениям

$$\overline{n}_\text{п}=\overline{\sigma}_t/\overline{\sigma}_{\text{экв}}=580/372=1{,}56.$$

Квантиль нормированного нормального распределения

$$u_\text{п}=-\frac{\overline{n}_\text{п}-1}{\sqrt{\overline{n}_\text{п}^2 v_t^2+v_{\text{экв}}^2}}=-\frac{1{,}56-1}{\sqrt{1{,}56^2\cdot 0{,}06^2+0{,}108^2}}=-3{,}92.$$

Вероятность безотказной работы $P_\text{п}$ по критерию прочности охватывающей детали соединения (табл. 1.1) $P_\text{п}>0{,}9999$.

§ 5.2. НАДЕЖНОСТЬ СВАРНЫХ СОЕДИНЕНИЙ

В ряде машин, в частности транспортных, надежность конструкций в значительной степени определяется сопротивлением усталости сварных соединений.

Предел выносливости сварных соединений имеет значительное рассеяние. Чтобы оценить его коэффициент вариации, проанализированы результаты усталостных испытаний [20].

В стыковых соединениях со снятым усилением шва диапазон рассеяния предела выносливости малоуглеродистой стали по данным Н. Е. Наумченкова составляет 12...15%. В этих же соединениях, но при не снятом усилении шва рассеяние предела выносливости существенно больше. Оно в значительной степени связано с разбросом «угла усиления» шва, т. е. угла, образованного поверхностью детали и касательной к поверхности шва у его кромки. Этот угол меняется по длине шва, особенно в соединениях, выполненных ручной дуговой сваркой, где его изменение составляет около 15°. Р. Н. Невманом экспериментально получено, что с изменением угла на 15° предел выносливости соединения меняется на 30%. Таким образом, диапазон рассеяния предела выносливости от разброса угла шва можно оценить в 30% для ручной и в 20% для автоматической сварки.

Сварка лобовыми швами соединения внахлестку дает существенное рассеяние предела выносливости, в частности, в связи с разбросом отношения катетов шва. По результатам испытаний Н. Кенуона, диапазон рассеяния предела выносливости оценивается величиной 35%.

В тавровых соединениях без разделки кромок и без глубокого проплавления материала внутри соединения образуется щель, длина и ширина которой случайна, а вследствие этого случаен и эффективный коэффициент концентрации напряжений. Поэтому диапазоны рассеяния пределов выносливости тавровых соединений без разделки кромок и глубокого проплавления существенно выше, чем у тех же соединений с разделкой кромок и с глубоким проплавлением. По опытным данным И. Т. Козлова, отношение максимального числа циклов нагружения до образования трещины к минимальному в первом случае составляет 3,5, а во втором 2,5, что при показателе степени кривой усталости 6 соответствует диапазону рассеяния пределов выносливости соответственно 23 и 16%. В реальных конструкциях следует ожидать бóльших значений.

Диапазон рассеяния предела выносливости соединений с элементами, не передающими нагрузку, по результатам испытаний Фолькхорда, составляет приблизительно 12%, а сварных двутавровых балок, по данным Н. Е. Наумченкова, около 20%.

Сварные коробчатые балки характерны большим числом швов и существенной вероятностью непровара корня швов вследствие одностороннего их наложения. Поэтому диапазоны рассеяния пределов их выносливости достаточно велики и по результатам испытаний Н. Е. Наумченкова составляют 30...40%.

Естественно предположить, что диапазон рассеяния (выраженный в относительной форме) при значительном количестве опытов соответствует шести средним квадратическим отклонениям случайной величины. Тогда коэффициент вариации равен шестой части диапазона рассеяния этой величины. Учитывая это соотношение,

получим по выше приведенным диапазонам рассеяния соответствующие коэффициенты вариации предела выносливости.

Приведенные выше значения диапазонов рассеяния позволили оценить коэффициенты вариации предела выносливости вследствие разброса качества сварного шва $v_{св}$:

Вид соединения	$v_{св}$
Стыковое, сварка ручная	0,05
То же, сварка полуавтоматическая или автоматическая	0,03
Внахлестку	0,06
Втавр с разделкой кромок и глубоким проплавлением	0,04 *
То же, без разделки кромок и глубокого проплавления	0,06 *
С элементами, не передающими нагрузки	0,03 *
Балки двутавровые	0,05 *
Коробчатые балки	0,09 *

* Значения получены в предположении, что диапазон рассеяния предела выносливости соответствует четырем средним квадратическим отклонениям, так как испытано небольшое количество экземпляров данного вида соединения.

Результаты испытаний стыковых сварных соединений без удаления окалины с поверхностей показали [20], что их пределы выносливости характеризуются диапазоном рассеяния около 35%. Отсюда можно заключить, что при наличии окалины коэффициент вариации предела выносливости, вызванный только некачественным состоянием поверхности, составляет 0,06.

Вероятностный расчет сопротивления усталости сварного соединения представляется в следующем виде. Квантиль нормированного нормального распределения, по которой в дальнейшем определяется вероятность безотказной работы, равна

$$u_p = \frac{\bar{n} - 1}{\sqrt{\bar{n}^2 v_{-1\partial}^2 + v_a^2}},$$

где $\bar{n}$ — коэффициент запаса прочности по средним напряжениям; $v_{-1\partial}$ — коэффициент вариации предела выносливости сварной детали; v_a — коэффициент вариации нагрузки.

Значение $v_{-1\partial}$ следует вычислять по формуле

$$v_{-1\partial} = \sqrt{v_\partial^2 + v_{св}^2 + v_{пл}^2 + v_{пов}^2},$$

где v_∂ — коэффициент вариации предела выносливости детали одной плавки без сварного шва; рассчитывают выше изложенными методами статистического подобия или приближенно принимают равным 0,04...0,06 (чем меньше наиболее напряженный объем, тем больше v_∂); $v_{пл}$ — коэффициент вариации среднего предела выносливости по плавкам, принимают равным 0,06...0,08; $v_{пов}$ — коэффициент вариации предела выносливости в зависимости от состояния поверхностей свариваемых деталей; если окалина удалена, кромки детали не повреждены кислородной резкой, то принимают равным нулю, в противном случае равным 0,06.

Значение $\bar{n}$ равно отношению средних значений предела выносливости $\bar{\sigma}_{-1\partial}$ и действующих напряжений $\bar{\sigma}_a$. Величину $\bar{\sigma}_{-1\partial}$ вы-

числяют по формуле

$$\bar{\sigma}_{-1\partial} = \frac{\bar{\sigma}_{-1}\varepsilon_\sigma\beta\gamma}{k_\sigma},$$

где $\bar{\sigma}_{-1}$ — среднее значение предела выносливости гладкого образца; ε_β — коэффициент влияния абсолютных размеров; β — коэффициент, учитывающий упрочнение, $\beta \geqslant 1$; γ — коэффициент, учитывающий состояние поверхности, $\gamma \leqslant 1$; k_σ — эффективный коэффициент концентрации напряжений. Значения $\bar{\sigma}_{-1}$, ε_σ, β, γ, k_σ находят по справочной литературе [47], величины $\bar{\sigma}_{-1}$ и ε_σ можно также находить описанными выше методами.

Следует отметить, что на усталостную прочность сварного соединения значительное влияние оказывает качество подготовки деталей под сварку (разброс угла разделки кромок, разброс зазора между кромками, степень несовпадения стыкуемых поверхностей, загрязнение кромок), наличие поверхностных дефектов шва (подрезов, кратеров, прижогов), неоднородность шва (наличие пор, шлаковых включений, несплавлений, непроваров, трещин). Выше приведенный расчет предполагает качественное выполнение шва, что обеспечивается контролем подготовительных операций, режима сварки и применением различных методов дефектоскопии (радиационного, ультразвукового, магнитного, капиллярного) после сварки. В случаях, если контроль не обеспечен, неоднородность шва может существенно понизить показатели надежности соединения.

§ 5.3. НАДЕЖНОСТЬ РЕЗЬБОВЫХ СОЕДИНЕНИЙ

Вопрос о надежности резьбовых соединений возникает в основном в связи с рассеянием нагрузок, предела выносливости болтов, разбросом их ударной прочности при низких температурах и с недостаточной надежностью многих применяемых средств стопорения. Ниже рассматривается надежность болтов по критерию прочности при статических и переменных нагрузках.

Специфика расчета резьбовых соединений на надежность может быть сведена к учету рассеяния начальной затяжки и к уточненному учету рассеяния концентрации напряжений. В расчете принимаем случайными величинами внешнюю нагрузку, силу начальной затяжки, предел выносливости материала и эффективный коэффициент концентрации напряжений в связи с разбросом радиуса выкружки резьбы.

Напряжения в болте от силы затяжки. Сильная затяжка повышает надежность работы резьбового соединения, так как при этом повышается жесткость стыка и существенно понижается доля переменной нагрузки, приходящейся на болт.

Чтобы обеспечить требуемую затяжку болтов, силу затяжки контролируют. Методы контроля основаны на замере: удлинения

болта (шпильки), угла поворота гайки, крутящего момента при затяжке гайки. Первый метод наиболее точен, третий — наиболее распространен вследствие простоты и приспособленности для крупносерийного производства. Контроль в этом случае производят с помощью ключа предельного момента, или динамометрического ключа.

Считается [2], что при затяжке динамометрическим ключом разброс силы затяжки составляет ± (25...30)%, при затяжке на определенный угол поворота гайки — ±15%, при контроле затяжки по деформации тарированной упругой шайбы — ±10%, при контроле удлинения болта — ±(3...5)%. Этим значениям разброса соответствуют приблизительно следующие коэффициенты вариации силы затяжки: 0,09; 0,05; 0,04; 0,02.

Напряжения в болте от внешней нагрузки в затянутом резьбовом соединении определяются с учетом того, что лишь χ-я часть нагрузки передается на болты. Величина χ, называемая *коэффициентом основной нагрузки*, может быть оценена расчетом

$$\chi = \frac{\lambda_д}{\lambda_д + \lambda_б},$$

где $\lambda_д$, $\lambda_б$ — податливость болта и деталей.

В рабочем диапазоне внешних нагрузок при достаточных силах затяжки болтов для стальных и чугунных деталей обычно χ = =0,2...0,3 Предполагая, что стыки достаточно сильно затянуты и поэтому контактная жесткость мало меняется от давления, до специального изучения рассеяния контактной жесткости можно принимать значение χ детерминированной величиной. Отсюда коэффициент вариации номинальных напряжений в болте, вызванный рассеянием внешней нагрузки, полагаем равным коэффициенту вариации внешней нагрузки.

Коэффициент концентрации в резьбе в первую очередь определяется формой впадины резьбы. Форма, согласно СТ СЭВ 640—77, может быть неоговоренной или закругленной.

Для ответственных высоко нагруженных соединений при переменных и динамических нагрузках должна применяться резьба с закругленной впадиной. У этой резьбы радиус кривизны впадины не должен быть менее 0,1 P, где P — шаг резьбы. У болтов с закругленной впадиной в конце их обозначений ставят букву R (например, М12—6 g—R), где 6g характеризует степень точности резьбы болта. Рассеяние радиуса впадины заключено в пределах (0,1...0,144) P независимо [51] от степени точности резьбы.

Эффективный коэффициент концентрации в резьбе определяют экспериментально или через теоретический коэффициент концентрации напряжений и коэффициент чувствительности. Теоретический коэффициент концентрации для наиболее распространенного сопряжения болта с гайкой, работающей на сжатие, связан с шагом P и радиусом выкружки R зависимостью [13]

$$\alpha = 1 + 1{,}1\sqrt{P/R}. \qquad (5.1)$$

Отсюда среднее значение α и коэффициент вариации v_α коэффициента концентрации напряжений

$$\bar{\alpha} = 1 + 1{,}1\sqrt{\frac{2P}{R_{max} + R_{min}}} = 1 + 1{,}1\sqrt{\frac{2P}{(0{,}144 + 0{,}1)\,P}} = 4{,}15; \quad (5.2)$$

$$v_\alpha = \frac{1}{6\bar{\alpha}}(\alpha_{max} - \alpha_{min}) = \frac{1}{6\bar{\alpha}}\,1{,}1\left(\sqrt{\frac{P}{R_{min}}} - \sqrt{\frac{P}{R_{max}}}\right) = 0{,}023. \quad (5.3)$$

Подготовленный для метрических резьб, применяемых в авиакосмических конструкциях, проект международного стандарта (документ ИСО 714 Е) регламентирует радиус впадины в пределах $(0{,}15...0{,}18)P$. Болты с резьбой, изготовленной по этому стандарту, имеют повышенный предел выносливости. Для этой резьбы $\bar{\alpha}=3{,}70$ и $v_\alpha=0{,}011$.

Вероятностный расчет работоспособности и надежности болтового соединения сводится к оценке вероятности P безотказной работы соединения, в простейшем предположении равной произведению $P=P_1P_2P_3...$ вероятностей безотказной работы по основным критериям: нераскрытию стыка, несдвигаемости стыка, прочности болтов и т. д. Естественно, что количество учитываемых критериев определяется в зависимости от их значимости.

Вероятность безотказной работы по критерию нераскрытия стыка P_1 соответствует вероятности того, что наименьшее напряжение сжатия в стыке после приложения внешней нагрузки больше нуля.

Для простейшего случая, когда единичное болтовое соединение нагружено центральной отрывающей силой F (величина случайная), вероятность P_1 определяют из условия

$$P_1 = \text{Вер}\,[F_{зат}/\beta_c > F(1-\chi)],$$

где $F_{зат}$ — сила затяжки; $1-\chi$ — множитель, характеризующий долю внешней нагрузки на стык; β_c — коэффициент, учитывающий возможное ослабление затяжки вследствие обмятия стыков $\beta_c=1{,}1$.

Вероятность P_1 безотказной работы определяем по табл. 1.1 в зависимости от квантили

$$u_{p1} = -\frac{\bar{n}_1 - 1}{\sqrt{\bar{n}_1^2 v_{зат}^2 + v_F^2}}, \quad (5.4)$$

где $\bar{n}_1$ — коэффициент запаса нераскрытия стыка по средним нагрузкам

$$\bar{n}_1 = \frac{\bar{F}_{зат}}{\beta_c \bar{F}(1-\chi)}.$$

Здесь $\bar{F}_{зат}$, $\bar{F}$ и $v_{зат}$, v_F — средние значения и коэффициенты вариации случайных сил $F_{зат}$ и F соответственно.

Вероятность безотказной работы по критерию несдвигаемости стыка P_2 единичного затянутого болтового соединения, нагруженного сдвигающей силой F,

$$P_2 = \text{Вер}\,(fF_{зат}/\beta_c > F).$$

Для определения P_2 вычисляют квантиль

$$u_{p2} = -\frac{\bar{n}_2 - 1}{\sqrt{\bar{n}_2^2 v_{lim}^2 + v_F^2}}, \qquad (5.5)$$

где коэффициент запаса несдвигаемости стыка по средним нагрузкам

$$\bar{n}_2 = \frac{\overline{fF}_{зат}}{\beta_c \bar{F}}; \quad v_{lim} = \sqrt{v_{зат}^2 + v_f^2},$$

где $\bar{f}$ и v_f — среднее значение и коэффициент вариации коэффициента трения f.

Вероятность безотказной работы по критерию статической прочности

$$P_3 = \text{Вер}\,(\sigma_{рас} < \sigma_t),$$

где $\sigma_{рас}$ — расчетное напряжение в опасном сечении болта, величина случайная; σ_t — предел текучести материала болта, величина случайная.

Расчетное напряжение в болте единичного болтового соединения, нагруженного центральной отрывающей силой, определяется выражением

$$\sigma_{рас} = \frac{4}{\pi d_p^2}(kF_{зат} + \chi F),$$

где d_p — расчетный диаметр резьбы болта; k — коэффициент, учитывающий кручение болта (если кручение при затяжке исключено, $k=1$, в остальных случаях $k=1{,}3$).

Среднее значение расчетного напряжения $\bar{\sigma}_{рас}$ определяем по зависимости для $\sigma_{рас}$, в которую вместо $F_{зат}$ и F подставляем их средние значения $\bar{F}_{зат}$ и $\bar{F}$.

Среднее квадратическое отклонение расчетного напряжения

$$S_{рас} = \bar{\sigma}_{рас} v_{рас} = \frac{4}{\pi d_p^2}\sqrt{k^2 v_{зат}^2 \bar{F}_{зат}^2 + \chi^2 \bar{F}^2 v_F^2}.$$

Решая уравнение относительно коэффициента вариации $v_{рас}$, получаем

$$v_{рас} = v_{зат}\frac{1}{1+a}\sqrt{1 + a^2\frac{v_F^2}{v_{зат}^2}}; \quad a = \frac{\chi \bar{F}}{k\bar{F}_{зат}}.$$

Вследствие относительной малости величины a и соизмеримости коэффициентов вариации v_F и $v_{зат}$ в технических расчетах принимаем $v_{рас} = v_{зат}$.

Вероятность безотказной работы по критерию статической прочности P_3 находим по квантили

$$u_{p3} = -\frac{\bar{n}_3 - 1}{\sqrt{\bar{n}_3^2 v_{at}^2 + v_{рас}^2}}, \qquad (5.6)$$

где коэффициент запаса прочности по средним напряжениям

$$\bar{n}_3 = \frac{\bar{\sigma}_t}{\bar{\sigma}_{\text{рас}}} = \frac{\pi d_p^2 \bar{\sigma}_t}{4(k\bar{F}_{\text{зат}} + \chi\bar{F})}, \tag{5.7}$$

здесь $\bar{\sigma}_t$ и $v_{\sigma t}$ — среднее значение и коэффициент вариации предела текучести материала болта.

Вероятность безотказной работы по критерию сопротивления усталости $P_4 = \text{Вер}(\sigma_a < \sigma_{-1\partial})$, где σ_a — действующие напряжения, приведенные к симметричному циклу; $\sigma_{-1\partial}$ — предел выносливости резьбовой детали (болта).

Среднее значение действующих напряжений определяем по формуле

$$\bar{\sigma}_a = \frac{4}{\pi d_p^2}\left[0{,}5\chi\bar{F} + \frac{\psi}{\bar{k}_\sigma}(\bar{F}_{\text{зат}} + 0{,}5\chi\bar{F})\right], \tag{5.8}$$

где $\bar{F}$ — среднее (учитывая случайный характер силы) значение максимальной нагрузки цикла; $0{,}5\bar{F}$ — среднее значение амплитуды нагрузки; ψ — коэффициент чувствительности материала к асимметрии цикла; $\bar{k}_\sigma$ — среднее значение эффективного коэффициента концентрации напряжений, принимают в зависимости от предела прочности материала $\sigma_в$, МПа:

$\sigma_в$	400	600	800	1000
$\bar{k}_\sigma$	3,0	3,9	4,8	5,2

или вычисляют по формуле $\bar{k}_\sigma = 1 + q(\bar{\alpha} - 1)$, где q — коэффициент чувствительности материала к концентрации напряжений, равный 0,5...0,6 для углеродистых и 0,7...0,8 для легированных сталей; $\bar{\alpha}$ — среднее значение теоретического коэффициента концентрации напряжений.

Коэффициент вариации напряжения σ_a можно принимать равным коэффициенту вариации нагрузки v_F, так как влияние на сопротивление усталости средней составляющей напряжений мало по сравнению с переменной.

Среднее значение предела выносливости болта

$$\bar{\sigma}_{-1\partial} = \bar{\sigma}_{-1}\frac{\varepsilon_\sigma}{\bar{k}_\sigma}\beta\beta_{\text{уп}}, \tag{5.9}$$

где β — коэффициент; для соединения стандартными болтами и гайками $\beta = 1$, для соединений типа стяжки $\beta = 1{,}5...1{,}6$; $\beta_{\text{уп}}$ — коэффициент технологического упрочнения; для болтов с нарезанной резьбой $\beta_{\text{уп}} = 1$, для болтов с накатанной резьбой $\beta_{\text{уп}} = 1{,}2...1{,}3$; $\bar{\sigma}_{-1}$ — среднее значение предела выносливости гладкого образца; ε_σ — коэффициент влияния абсолютных размеров.

Коэффициент вариации предела выносливости болта $v_{-1\partial}$ включает коэффициенты вариации предела выносливости детали одной плавки, приближенно принимаемого $v_\partial = 0{,}06...0{,}08$ или рассчитываемого изложенными выше методами статистического подобия,

среднего предела выносливости по плавкам, приближенно принимаемого равным $v_{пл}=0{,}08$, и эффективного коэффициента концентрации напряжений $v_{k\sigma}\approx v_\alpha$, и вычисляется по формуле

$$v_{-1\partial}=\sqrt{v_\partial^2+v_{пл}^2+v_\alpha^2}. \qquad (5.10)$$

Вероятность безотказной работы по критерию сопротивления усталости P_4 определяем в зависимости от квантили нормированного нормального распределения

$$u_{p4}=-\frac{\bar{n}_4-1}{\sqrt{\bar{n}_4^2 v_{-1\partial}^2+v_a^2}};\quad \bar{n}_4=\frac{\bar{\sigma}_{-1\partial}}{\bar{\sigma}_a}.$$

Пример. Две стальные детали стянуты болтом М12-6g-R(P=1,75 мм, d_p=10,35 мм) класса прочности 6.6. Соединение нагружено растягивающей силой, изменяющейся от 0 до F. Среднее значение силы $\bar{F}=9\cdot10^3$Н, коэффициент вариации силы $v_F=0{,}1$. Оценить вероятность безотказной работы по основным критериям: нераскрытия стыка, статической прочности и сопротивления усталости болта.

Контроль затяжки осуществляется динамометрическим ключом.

Принимаем $\chi=0{,}2$; $\bar{\sigma}_t=360$ МПа; $\bar{\sigma}_{-1}=220$ МПа; $v_{\sigma t}=0{,}06$; $\bar{\sigma}_{зат}=0{,}5\sigma_t=$ $=180$ МПа; $\beta_c=1{,}1$; $k_\sigma=3{,}0$; $\varepsilon_\sigma=1{,}0$; $\beta=1{,}0$; $\beta_{уп}=1{,}0$; $\psi=0{,}1$; $v_{зат}=0{,}09$; $v_\partial=0{,}07$; $v_{пл}=0{,}1$; $v_\alpha=0{,}023$.

Р е ш е н и е. Вычисляем среднее значение силы затяжки $\bar{F}_{зат}=0{,}5\sigma_t\pi d_p^2/4=$ $=1{,}51\cdot10^4$ Н. Коэффициент запаса нераскрытия стыка по средним нагрузкам

$$\bar{n}_1=\frac{\bar{F}_{зат}}{\beta_c\bar{F}(1-\chi)}=\frac{1{,}51\cdot10^4}{1{,}1\cdot9\cdot10^3(1-0{,}2)}=1{,}9.$$

Квантиль

$$u_{p1}=-\frac{\bar{n}_1-1}{\sqrt{\bar{n}_1^2 v_{зат}^2+v_F^2}}=-\frac{1{,}9-1}{\sqrt{1{,}906^2\cdot0{,}09^2+0{,}1^2}}=-4{,}533.$$

По табл. 1.1 находим вероятность безотказной работы по критерию нераскрытия стыка $P_1>0{,}9999$.

Среднее значение расчетного напряжения

$$\bar{\sigma}_{рас}=\frac{4}{\pi d_p^2}(1{,}3\bar{F}_{зат}+\chi\bar{F})=\frac{4}{\pi\cdot10{,}35^2}(1{,}3\cdot1{,}51\cdot10^4+0{,}2\cdot9\cdot10^3)=255\text{ МПа}.$$

Коэффициент запаса прочности по средним напряжениям

$$\bar{n}_3=\bar{\sigma}_t/\bar{\sigma}_{рас}=360/255=1{,}412.$$

Квантиль u_{p3}, полагая, что $v_{рас}=v_{зат}$,

$$u_{p3}=-\frac{\bar{n}_3-1}{\sqrt{\bar{n}_3^2 v_{\sigma t}^2+v_{зат}^2}}=-\frac{1{,}412-1}{\sqrt{1{,}412^2\cdot0{,}06^2+0{,}09^2}}=-3{,}333.$$

Вероятность безотказной работы по критерию статической прочности $P_3=0{,}9995$.

Среднее значение предела выносливости болта

$$\bar{\sigma}_{-1\partial}=\bar{\sigma}_{-1}\frac{\varepsilon_\sigma}{\bar{k}_\sigma}\beta\beta_{уп}=220\frac{1}{3}\cdot1{,}1\cdot1{,}0=73{,}7\text{ МПа}.$$

Среднее значение действующего напряжения

$$\bar{\sigma}_a = \frac{4}{\pi d_p^2}\left[0{,}5\chi\bar{F} + \frac{\psi}{\bar{k}_\sigma}(\bar{F}_{зат} + 0{,}5\chi\bar{F})\right] =$$

$$= \frac{4}{\pi \cdot 10{,}35^2}\left[0{,}5 \cdot 0{,}2 \cdot 9 \cdot 10^3 + \frac{0{,}1}{3}(1{,}51 \cdot 10^4 + 0{,}5 \cdot 0{,}2 \cdot 9 \cdot 10^3)\right] = 17 \text{ МПа}.$$

Коэффициент запаса прочности по средним напряжениям $\bar{n}_4 = \bar{\sigma}_{-1\partial}/\bar{\sigma}_a = 73{,}7/17 = 4{,}3$. Коэффициент вариации предела выносливости

$$v_{-1\partial} = \sqrt{v_\partial^2 + v_{пл}^2 + v_\alpha^2} = \sqrt{0{,}07^2 + 0{,}1^2 + 0{,}023^2} = 0{,}124.$$

Квантиль

$$u_{p4} = -\frac{\bar{n}_4 - 1}{\sqrt{\bar{n}_4^2 v_{-1\partial}^2 + v_F^2}} = -\frac{4{,}3 - 1}{\sqrt{4{,}3^2 \cdot 0{,}124^2 + 0{,}1^2}} = -6{,}08.$$

Вероятность безотказной работы по критерию сопротивления усталости $P_4 = 1$.

Вероятность безотказной работы соединения $P = P_1 P_2 P_4 = 0{,}9999 \cdot 0{,}9995 \times \times 1 = 0{,}9994$.

§ 5.4. НАДЕЖНОСТЬ ЗУБЧАТЫХ ПЕРЕДАЧ

Расчет на сопротивление контактной усталости. Вероятность безотказной работы P_H по критерию сопротивления контактной усталости определяем как вероятность того, что контактное напряжение (расчетный параметр) σ_H не превышает предела контактной выносливости (предельного значения расчетного параметра) $\sigma_{H\,lim}$, т. е. $P_H = \text{Вер}(\sigma_H < \sigma_{H\,lim})$.

Контактное напряжение σ_H, МПа, действующее в полюсе зацепления,

$$\sigma_H = 6{,}13 \cdot 10^3 Z_H \frac{1}{a_W}\sqrt[3]{\frac{T_{1H}^*}{b_W}\frac{(u \pm 1)^3}{u}K_{H\Sigma}},$$

где Z_H — коэффициент, учитывающий форму сопряженных поверхностей; a_W — межосевое расстояние, мм; b_W — рабочая ширина венца, мм; u — передаточное число; T_{1H}^* — крутящий момент на шестерне при работе в номинальном режиме (сокращенно номинальный момент), Н·м; $K_{H\Sigma}$ — коэффициент нагрузки.

Напряжение σ_H рассматриваем как функцию случайной величины $K_{H\Sigma}$, равной произведению четырех случайных величин:

$$K_{H\Sigma} = K_A K_{H\beta} K_{HV} K_{H\alpha},$$

где K_A — коэффициент внешней нагрузки; $K_{H\beta}$ — коэффициент, учитывающий распределение нагрузки по ширине венца; K_{HV} — коэффициент, учитывающий динамическую нагрузку, возникающую в зацеплении; $K_{H\alpha}$ — коэффициент, учитывающий распределение нагрузки между зубьями.

Номинальный момент T_{1H}^* и другие параметры в формуле для σ_H считаем детерминированными величинами. Случайный характер внешней нагрузки учитываем коэффициентом внешней нагрузки K_A (см. ниже).

Частные коэффициенты K_A, $K_{H\beta}$, K_{HV}, $K_{H\alpha}$ нагрузки являются коррелированными (зависимыми) случайными величинами. Это объясняется условностью учета дополнительных внутренних нагрузок в виде коэффициентов, причем в выражения для каждого последующего коэффициента входят предшествующие по рассмотрению коэффициенты. Например, при определении коэффициента K_{HV} дополнительную внутреннюю динамическую нагрузку относят к номинальной нагрузке, умноженной на коэффициенты K_A и $K_{H\beta}$. Частные коэффициенты нагрузки зависят от порядка их рассмотрения, хотя их произведение, т. е. общий коэффициент нагрузки, от последовательности рассмотрения не зависит.

В упрощенных расчетах коррелированность частных коэффициентов нагрузки можно не учитывать, что идет в «запас надежности», и коэффициент вариации нагрузки определять как коэффициент вариации произведения независимых случайных множителей

$$v_{H\Sigma} = \sqrt{v_A^2 + v_{H\beta}^2 + v_{HV}^2 + v_{H\alpha}^2},$$

где v_A, $v_{H\beta}$, v_{HV}, $v_{H\alpha}$ — коэффициенты вариации соответственно величин K_A, $K_{H\beta}$, K_{HV}, $K_{H\alpha}$. Уточненная зависимость для $v_{H\Sigma}$ приведена ниже.

Коэффициент вариации $v_{\sigma H}$ контактного напряжения σ_H, учитывая пропорциональную зависимость σ_H от $\sqrt{K_{H\Sigma}}$, равен $v_{\sigma H} = 0{,}5v_{H\Sigma}$.

Среднее значение контактного напряжения $\bar{\sigma}_H$ вычисляют по вышеприведенной формуле для σ_H, в которую вместо коэффициента нагрузки $K_{H\Sigma}$ подставляют его среднее значение $\bar{K}_{H\Sigma}$, равное произведению средних значений частных коэффициентов нагрузки $\bar{K}_A$, $\bar{K}_{H\beta}$, $\bar{K}_{HV}$, $\bar{K}_{H\alpha}$.

Рекомендации по определению средних значений и коэффициентов вариации частных коэффициентов нагрузки рассматриваются ниже.

В настоящем расчете, как и в ИСО, коэффициент K_A внешней нагрузки выделен в самостоятельный. Это уменьшает вероятность недоучета внешней динамики и рассеяния внешней нагрузки по сравнению с формой расчета, по которой они учитываются при назначении внешней нагрузки.

Внешние дополнительные нагрузки в машинах оцениваются специалистами по отдельным отраслям машиностроения на основе обобщения опыта эксплуатации и решения динамических задач для систем с двигателями и исполнительными механизмами.

Должны задаваться средние значения $\bar{K}_A$ и коэффициент вариации v_A коэффициента внешней нагрузки. Если задаются предельные значения $K_{A\min}$ и $K_{A\max}$, то $\bar{K}_A = 0{,}5(K_{A\min} + K_{A\max})$, $S_A = (K_{A\max} - K_{A\min})/6$ и соответственно $v_A = S_A/\bar{K}_A$.

В расчетах, где внешняя динамика учтена в задаваемой внешней нагрузке (моменте) T, среднее значение $\bar{T}$ и коэффициент вариации

v_T коэффициента внешней нагрузки соответственно равны $\overline{K}_A = \overline{T}/T^*_{1H}$; $v_A = v_T$.

Коэффициент распределения нагрузки по ширине венца, без учета закручивания широких шестерен,

$$K_{H\beta} = 1 + \frac{0{,}4b^2_{\omega}C_{\Sigma t}\gamma}{F_{Hm}} K_{H\omega},$$

где $C_{\Sigma t}$ — суммарная удельная жесткость сопряженных зубьев; $\gamma = \gamma_w + \gamma_\Delta$ — суммарный угол перекоса зубьев; γ_w — угол перекоса зубьев, вызванный упругими деформациями всех деталей: валов, подшипников, зубьев; γ_Δ — угол перекоса зубьев, вызванный неточностью изготовления; $K_{H\omega}$ — коэффициент, учитывающий приработку зубьев; $F_{Hm} = \overline{K}_A F^*_{Ht}$ — приведенная окружная сила, где F^*_{Ht} — окружная сила.

Среднее значение коэффициента $\overline{K}_{H\beta}$ определяется по формуле для $K_{H\beta}$, где вместо γ_Δ подставляют среднее значение $\overline{\gamma}_\Delta$. Здесь составляющая, пропорциональная упругому перекосу зубьев, может рассматриваться как детерминированная, а пропорциональная погрешностям изготовления как случайная. В среднем можно принять детерминированную составляющую равной двум третям от среднего относительного приращения нагрузки, т. е. $\frac{2}{3}(\overline{K}_{H\beta}-1)$. Тогда поле рассеяния дополнительной относительной случайной нагрузки будет равно также $\frac{2}{3}(\overline{K}_{H\beta}-1)$. Полагая, что поле рассеяния перекрывается шестью средними квадратическими отклонениями, получаем выражение для коэффициента вариации

$$v_{H\beta} = \frac{1}{9}\frac{\overline{K}_{H\beta}-1}{\overline{K}_{H\beta}}.$$

Случайный характер *коэффициента K_{HV} учитывающего динамическую нагрузку*, определяется случайностью двух величин: разности шагов зацепления Δ_a и коэффициентом φ, который, в частности, учитывает снижение динамической нагрузки вследствие кратковременности ее действия и приработки. Связь между K_{HV} и случайными величинами Δ_a и φ, в соответствии с формулой для динамической нагрузки при ударе зубьев, выражается зависимостью $K_{HV} = 1 + cX$, где $X = \varphi\sqrt{\Delta_a}$, c — коэффициент, пропорциональный окружной скорости, приведенной массе и обратно пропорциональный передаваемой удельной нагрузке; φ — коэффициент, учитывающий приработку и специфику влияния динамической нагрузки на выносливость.

Коэффициент вариации величины K_{HV} по аналогии с предыдущими рассуждениями определяется по формуле

$$v_{HV} = \frac{\overline{K}_{HV}-1}{\overline{K}_{HV}} v_x.$$

Коэффициент вариации случайной величины X, рассматриваемой как произведение двух случайных величин φ и $\sqrt{\Delta a}$, равен

$$v_x = \sqrt{v_\varphi^2 + (0{,}5 v_{\Delta a})^2},$$

где v_φ — коэффициент вариации величины φ.

Тогда

$$v_{HV} = \frac{\overline{K}_{HV} - 1}{\overline{K}_{HV}} \sqrt{v_\varphi^2 + (0{,}5 v_{\Delta a})^2}.$$

При твердости поверхностей зубьев $H > $ НВ 350 рекомендуется [32] принимать $\varphi = 0{,}75 \ldots 0{,}5$; при $H \leqslant$ НВ 350 коэффициент $\varphi = 0{,}5 \ldots 0{,}25$. Полагая, что в заданных пределах значения равновероятны, коэффициент вариации находим по формуле

$$v_\varphi = \frac{2(\varphi_{max} - \varphi_{min})}{3{,}5(\varphi_{max} + \varphi_{min})}.$$

При твердости поверхностей зубьев $H > $ НВ 350 $v_\varphi = 0{,}114$ и $v_{HV} \approx 0{,}17 \dfrac{\overline{K}_{HV} - 1}{\overline{K}_{HV}}$, а при твердости $H \leqslant$ НВ 350 $v_\varphi = 0{,}19$ и $v_{HV} \approx 0{,}23 \dfrac{\overline{K}_{HV} - 1}{\overline{K}_{HV}}$. Допустимо также коэффициент φ принимать детерминированной величиной.

Среднее значение коэффициента $\overline{K}_{HV}$ вычисляют по ГОСТ 21354—75*, но для зубьев с твердостью $H \leqslant$ НВ 350 динамическую надбавку v_H следует увеличивать на 30%. Это объясняется тем, что в ГОСТе динамическая надбавка вычисляется при малых значениях коэффициента φ; это не полностью компенсируется завышенной разностью $\Delta_a = 1{,}41\, f_{pb}$, которая больше средней величины Δ_a в 1,41 раза. Для зубьев с твердостью $H > $ НВ 350 ошибки взаимно компенсируются и поправку вводить не следует.

Коэффициент $K_{H\alpha}$, учитывающий участие в передаче нагрузки второй пары зубьев, объединяет два коэффициента по ГОСТ 21354—75*: коэффициент $Z_\varepsilon = \sqrt{(4 - \varepsilon_\alpha)/3}$, учитывающий теоретическую суммарную длину контактных линий, и собственно коэффициент $K_{H\alpha}$, учитывающий неравномерность распределения нагрузки между зубьями. По существу, эти коэффициенты учитывают одно и то же явление совместной работы двух пар зубьев, но в разных фазах зацепления.

Введение в расчеты объединенного коэффициента $K_{H\alpha}$ упрощает расчеты и уменьшает вероятность ошибок при учете эффекта многопарности зацепления.

Максимальное значение объединенного коэффициента $K_{H\alpha\,max}$ равно единице и соответствует наиболее неблагоприятному случаю — работе только одной пары зубьев, т. е. зацеплению, в котором эффективный коэффициент торцового перекрытия равен единице. Минимальное значение коэффициента $K_{H\alpha\,min}$ соответствует работе точных зубчатых передач, когда эффективный коэффициент торцо-

вого перекрытия равен или лишь немного больше расчетного ε_α. Для прямозубых передач

$$K_{H\alpha\,\min}=\frac{4-\varepsilon_\alpha}{3},$$

для косозубых передач $K_{H\alpha\,\min}=1/\varepsilon_\alpha$.

Среднее значение коэффициента $\overline{K}_{H\alpha}$ для прямозубых колес в упрощенных расчетах выбирают по табл. 5.1 в зависимости от степени точности изготовления.

Таблица 5.1

Твердость шестерни и колеса	Степень точности по ГОСТ 1643—81				
	5	6	7	8	9
$H_1 > HB\ 350$ и $H_2 > HB\ 350$	$\frac{4-\varepsilon_\alpha}{3}$	0,8	0,9	1	1
$H_1 \leqslant HB\ 350$ или $H_2 \leqslant HB\ 350$	$\frac{4-\varepsilon_\alpha}{3}$	$\frac{4-\varepsilon_\alpha}{3}$	0,8	0,9	1

Среднее значение коэффициента $\overline{K}_{H\alpha}$ для точных косозубых колес принимаем равным $1/\varepsilon_\alpha$. Для косозубых колес 6, 7, 8 и 9-й степени точности по ГОСТ 1643—81 величину $\overline{K}_{H\alpha}$ вычисляем по зависимости, основанной на графических рекомендациях ГОСТ 21354—75* для Z_ε, $K_{H\alpha}$:

$$\overline{K}_{H\alpha}=\frac{1}{\varepsilon_\alpha}[(0{,}942-0{,}002V)+(0{,}058+0{,}005V)\,1{,}4^{n-6}],$$

где n — степень точности; V — окружная скорость, с ростом которой приработка зубьев ухудшается и значения $K_{H\alpha}$ возрастают.

Для определения коэффициента $v_{H\alpha}$ вариации коэффициента $K_{H\alpha}$ представляем его, как и в ИСО, общей для прямозубых и косозубых колес зависимостью

$$K_{H\alpha}=a_{H\alpha}+b_{H\alpha}\Delta_\alpha,$$

где $a_{H\alpha}$ — предельная величина, зависящая от коэффициента перекрытия; $b_{H\alpha}$ — коэффициент пропорциональности, зависящий от передаваемой удельной нагрузки, жесткости, приработки зубьев, коэффициента перекрытия; Δ_α — разность шагов зацепления, рассматриваемая как величина случайная. Тогда

$$v_{H\alpha}=\frac{(\overline{K}_{H\alpha}-a_{H\alpha})}{\overline{K}_{H\alpha}}v_{\Delta\alpha}.$$

Если значения $K_{H\alpha}$, определенные по рекомендуемой зависимости, получаются больше единицы, то принимают $K_{H\alpha}=1$, если

меньше $K_{H\alpha\,\min}$, то $K_{H\alpha}=K_{H\alpha\,\min}$. В соответствии с этими ограничениями полагаем, что при средних значениях (математических ожиданиях) $\overline{K}_{H\alpha}$, больших единицы, или меньших $K_{H\alpha\,\min}$ рассеянием коэффициента $K_{H\alpha}$ можно пренебречь, т. е. принимать значение коэффициента вариации $v_{H\alpha}$ коэффициента $K_{H\alpha}$ равным нулю. Для значений $K_{H\alpha}$, достаточно далеких от предельных, коэффициент вариации $v_{H\alpha}$ определяем по приведенной выше формуле, принимая $a_{H\alpha}=0{,}55$, а коэффициент вариации $v_{\Delta a}=0{,}25$.

В практических расчетах на надежность коэффициент вариации $v_{H\alpha}$ коэффициента $K_{H\alpha}$ рекомендуется выбирать в зависимости от среднего значения $\overline{K}_{H\alpha}$:

$\overline{K}_{H\alpha}$	1...0,95	0,95...0,9	0,9...0,85	0,85...0,8	$\leqslant 0{,}8$
$v_{H\alpha}$	0	0,05	0,08	0,05	0

В качестве предельной величины расчетного параметра принимают предел контактной выносливости зубчатых колес $\sigma_{H\,\lim}$.

Среднее значение напряжения $\overline{\sigma}_{H\,\lim}$ определяют по зависимости

$$\overline{\sigma}_{H\,\lim}=\overline{\sigma}^{0}_{H\,\lim}K_{HL}\prod_{i=1}^{m}K_i,$$

где $\overline{\sigma}^{0}_{H\,\lim}$ — среднее значение длительного предела выносливости базового образца; K_{HL} — коэффициент долговечности; $\prod_{i=1}^{m}K_i$ — произведение m коэффициентов, учитывающих влияние смазки, размеров зубчатого колеса, шероховатости сопряженных поверхностей зубьев, окружную скорость.

Значения коэффициентов K_{HL} и K_i определяют по рекомендации ГОСТ 21354—75*. Если отсутствуют надежные экспериментальные данные по выбору среднего значения $\overline{\sigma}^{0}_{H\,\lim}$, то можно воспользоваться обычными эмпирическими зависимостями, вводя в них коэффициент k_P, учитывающий, какой вероятности неразрушения соответствует определяемый предел выносливости. Для широко используемой линейной зависимости предела выносливости от твердости получаем $\overline{\sigma}^{0}_{H\,\lim}=k_P(a\overline{H}+b)$, где $k_P=\dfrac{1}{1+u_p v^{0}_{H\,\lim}}$, где a, b — постоянные, значения которых выбирают по рекомендациям; например, для нормализованных и улучшенных сталей $a=2$ и $b=70$ (ГОСТ 21354—75*); $\overline{H}$ — средняя твердость поверхности зубьев; u_p — квантиль нормированного нормального распределения, зависящая от вероятности неразрушения определяемого предела выносливости; $v^{0}_{H\,\lim}$ — коэффициент вариации длительного предела выносливости базового образца.

Если в основе рекомендаций по определению предела выносливости заложены результаты усталостных испытаний по широко распространенному в настоящее время методу «лестницы», то веро-

ятность неразрушения равна 0,5 и, следовательно, в формуле для k_P подставляют квантиль $u_p=0$. Для более ранних методик характерно превышение определяемого предела выносливости его медианного (50%-ного) значения; вероятность неразрушения приближенно оценивают равной 0,8...0,9, что соответствует квантили $u_p=$ $=-(0{,}84...1{,}28)$. В зарубежных методиках вероятность неразрушения принимают равной 0,9 или 0,99, что соответствует значению квантили —1,28 или —2,32.

Значение коэффициента вариации длительного предела выносливости образца $v^0_{H\,\lim}=0{,}08...0{,}10$ (для зубьев без термической обработки их поверхности) и $v^0_{H\,\lim}=0{,}10...0{,}12$ (для поверхностно упрочненных зубьев).

Среднее значение твердости принимаем равным половине суммы верхнего $H_{\max}$ и нижнего $H_{\min}$ значений поля допуска, т. е. $\overline{H}=$ $=0{,}5(H_{\min}+H_{\max})$.

Коэффициент вариации предела выносливости принимаем несколько больше, чем для базового образца:

$$v_{H\,\lim}=\sqrt{(v^0_{H\,\lim})^2+0{,}05^2}.$$

Рекомендация носит скорее методический характер и учитывает долю рассеяния, вносимую разбросом твердости и неучтенными коэффициентами K_{HL}, K_1, K_2, . . ., K_m.

Числовые характеристики предела контактной выносливости определяют для шестерни и колеса. Расчет ведут по наименее прочной поверхности. В случае значительной разницы в твердостях шестерни и колеса расчет ведут по колесу, но среднее значение $\overline{\sigma}_{H\,\lim}$ предела выносливости колеса увеличивают в Z_w раз. Величину Z_w определяют по эмпирической зависимости

$$Z_w=1{,}2-(\overline{H}_2-130)/170,$$

где $\overline{H}_2$ — средняя твердость колеса; при $\overline{H}_2\geqslant$НВ 400 $Z_w=1$.

Вероятность безотказной работы по критерию сопротивления контактной усталости P_H определяют по табл. 1.1 в зависимости от величины квантили u_p, равной

$$u_p=-\frac{\overline{n}_H-1}{\sqrt{\overline{n}^2_H v^2_{H\,\lim}+v^2_{\sigma H}}},$$

где $\overline{n}_H$ — коэффициент запаса прочности по средним напряжениям, равный

$$\overline{n}_H=\overline{\sigma}_{H\,\lim}/\overline{\sigma}_H.$$

Пример. Для цилиндрической прямозубой передачи рассчитать вероятность безотказной работы по критерию сопротивления контактной усталости. Среднее значение контактных напряжений $\overline{\sigma}_H=600$ МПа, средние значения частных коэффициентов $\overline{K}_A=1$, $\overline{K}_{H\beta}=1{,}15$, $\overline{K}_{HV}=1{,}2$, $\overline{K}_{H\alpha}=0{,}8$; коэффициент вариации коэффициента внешней нагрузки $v_A=0{,}1$. Колеса выполнены из улучшенных сталей; среднее значение предела выносливости $\overline{\sigma}_{H\lim}=780$ МПа.

Р е ш е н и е. Определяем коэффициенты вариации частных коэффициентов нагрузки

$$v_{H\beta}=\frac{1}{9}\frac{\overline{K}_{H\beta}-1}{\overline{K}_{H\beta}}=\frac{1}{9}\frac{1,15-1}{1,15}=0,014;$$

$$v_{HV}=0,17\frac{\overline{K}_{HV}-1}{\overline{K}_{HV}}=0,17\frac{1,2-1}{1,2}=0,028;$$

$$v_{H\alpha}=0,05.$$

Коэффициент вариации коэффициента нагрузки

$$v_{H\Sigma}=\sqrt{v_A^2+v_{H\beta}^2+v_{HV}^2+v_{H\alpha}^2}=\sqrt{0,1^2+0,014^2+0,028^2+0,05^2}=0,116.$$

Коэффициент вариации контактного напряжения

$$v_{\sigma H}=0,5v_{H\Sigma}=0,5\cdot 0,116=0,058.$$

Принимая коэффициент вариации базового образца $v_{H\lim}^0=0,09$, определяем коэффициент вариации зубчатого колеса

$$v_{H\lim}=\sqrt{(v_{H\lim}^0)^2+0,05^2}=\sqrt{0,09^2+0,05^2}=0,103.$$

Коэффициент запаса прочности по средним напряжениям $\bar{n}_H=\frac{\sigma_{H\lim}}{\bar{\sigma}_H}=\frac{780}{600}=$ $=1,3$.

Квантиль нормального распределения

$$u_p=-\frac{\bar{n}_H-1}{\sqrt{\bar{n}_H^2v_{H\lim}^2+v_{\sigma H}^2}}=-\frac{1,3-1}{\sqrt{1,2^2\cdot 0,103^2+0,058^2}}=-2,197.$$

По табл. 1.1 в зависимости от u_p определяем вероятность безотказной работы по критерию сопротивления контактной усталости $P_H=0,986$.

Расчет на сопротивление усталости при изгибе. В качестве расчетного параметра принимают напряжение на переходной поверхности зуба σ_F, МПа, определяемое по формуле

$$\sigma_F=\frac{2\cdot 10^3T_{1F}^*K_{F\Sigma}}{b_wd_1m}Y_FY_\beta,$$

где T_{1F}^* — номинальный крутящий момент на шестерне, Н·м; b_w — ширина венца, мм; d_1 — делительный диаметр шестерни, мм; m — модуль в нормальном сечении зуба, мм; Y_F — коэффициент, учитывающий форму зуба; Y_β — коэффициент, учитывающий наклон зуба; $K_{F\Sigma}$ — коэффициент нагрузки.

Напряжение изгиба σ_F рассматривают как случайную величину, которая является функцией другой случайной величины — коэффициента нагрузки $K_{F\Sigma}$. Остальные параметры в формуле рассматриваются как детерминированные, способ определения которых можно найти в ГОСТ 21354—75*.

Коэффициент нагрузки как при расчете на сопротивление контактной усталости $K_{H\Sigma}$, так и в настоящем расчете $K_{F\Sigma}$ учитывает одни и те же физические явления. Поэтому структура коэффициента нагрузки $K_{F\Sigma}$ аналогичная:

$$K_{F\Sigma}=K_AK_{F\beta}K_{FV}K_{F\alpha}.$$

Наименования коэффициентов остаются прежними. Наличие буквы F в индексации коэффициента указывает на его принадлежность к расчетам на изгиб.

Между коэффициентами нагрузки $K_{H\Sigma}$ и $K_{F\Sigma}$ существует определенная связь, близкая к прямо пропорциональной. Поэтому их коэффициенты вариации также близки между собой и в расчетах можно принимать коэффициент вариации коэффициента нагрузки $K_{F\Sigma}$ равным коэффициенту вариации коэффициента нагрузки $K_{H\Sigma}$, т. е. $v_{F\Sigma}=v_{H\Sigma}$.

Среднее значение коэффициента нагрузки $\overline{K}_{F\Sigma}$ равно произведению средних значений четырех указанных выше коэффициентов, т. е. $\overline{K}_{F\Sigma}=\overline{K}_A\overline{K}_{F\beta}\overline{K}_{FV}\overline{K}_{F\alpha}$.

Среднее значение коэффициента $\overline{K}_{F\beta}$, учитывающего распределение нагрузки по ширине венца, в соответствии с ГОСТом равно

$$\overline{K}_{F\beta}=1+(\overline{K}^0_{F\beta}-1)K_{FW},$$

где $\overline{K}^0_{F\beta}$ — значение коэффициента $\overline{K}_{F\beta}$ в начальный период работы, т. е. без учета приработки зубьев; K_{FW} — коэффициент, учитывающий приработку зубьев.

Коэффициент $\overline{K}^0_{F\beta}$ выбирают в зависимости от соответствующей величины $\overline{K}^0_{H\beta}$ и относительной ширины венца $\psi_m=b_w/m$. Графические зависимости, связывающие коэффициенты $\overline{K}^0_{F\beta}$ и $\overline{K}^0_{H\beta}$, а также рекомендации по выбору коэффициента K_{FW} даны в ГОСТ 21354—75*.

Среднее значение коэффициента $\overline{K}_{FV}$, учитывающего добавочную динамическую нагрузку, можно определять по зависимости ГОСТ 21354—75*.

Среднее значение коэффициента $\overline{K}_{F\alpha}$, учитывающего распределение нагрузки между зубьями, для прямозубых передач определяем по формуле [28]

$$\overline{K}_{F\alpha}=0{,}42+0{,}58\frac{\overline{\Delta}_a}{F_{Fm}},$$

где F_{Fm} — приведенная окружная сила, равная окружной силе F^*_{Ft} при номинальном режиме, умноженной на средние значения коэффициентов $\overline{K}_A$, $\overline{K}_{F\beta}$, $\overline{K}_{FV}$. Для косозубых передач [11] среднее значение коэффициента

$$\overline{K}_{F\alpha}=\frac{4+(\varepsilon_\alpha-1)(n-5)}{4\varepsilon_\alpha},$$

где n — степень точности передачи по ГОСТ 1643—81.

Если значения $\overline{K}_{F\alpha}$, определенные по приведенным выше формулам, получаются больше единицы, то принимают $\overline{K}_{F\alpha}=1$, что соответствует приложению нагрузки в вершине зуба. Если $\overline{K}_{F\alpha}$ меньше $K_{F\alpha\,\min}$, то принимают $\overline{K}_{F\alpha}=K_{F\alpha\,\min}$.

Минимальные значения коэффициента $K_{F\alpha\,\min}$ для прямозубых передач равны параметру ν, определяемому по ГОСТ 21354—75, и

соответствуют приложению нагрузки в верхней точке однопарного зацепления. Для косозубых передач $K_{F\alpha\,\min}=1/\varepsilon_\alpha$ [28]. По рекомендациям ИСО, значения $K_{F\alpha\,\min}$ следует выбирать более осторожно, считая, что $K_{F\alpha\,\min}=0{,}25+0{,}75/\varepsilon_\alpha$.

В качестве предельной величины расчетного параметра принимают предел выносливости зубчатого колеса при изгибе $\sigma_{F\,\lim}$.

Среднее значение предела выносливости $\overline{\sigma}_{F\,\lim}$ определяют по формуле

$$\overline{\sigma}_{F\,\lim}=\overline{\sigma}^0_{F\,\lim}K_zK_{FL}\prod_{i=1}^{m}K_i,$$

где $\overline{\sigma}^0_{F\,\lim}$ — среднее значение предела выносливости зубьев базового образца — обычно зубчатого колеса модулем 3 мм (реже 5 мм); K_z — коэффициент, учитывающий многоэлементность (многозубость) зубчатого колеса; K_{FL} — коэффициент долговечности; $\prod_{i=1}^{m}K_i$ — произведение корректирующих коэффициентов, учитывающих отличие коэффициентов концентрации и шероховатостей поверхностей выкружек базового и рассчитываемого колеса, масштабный фактор, технологию изготовления, назначаемых на основе накопленных ранее результатов исследований.

В обычных расчетах предел выносливости задают для типовых материалов и способов упрочнений в функции твердости или в виде числовых значений. Например, для нормализованных или улучшенных сталей предел выносливости (в мегапаскалях) $\sigma^0_{F\,\lim}=1{,}35\,H+100$, где H — твердость по Бринеллю; для цементованных и нитроцементованных легированных сталей $\sigma^0_{F\,\lim}=800...900$ МПа.

Для определения среднего значения $\overline{\sigma}^0_{F\,\lim}$ рекомендуемые значения $\sigma^0_{F\,\lim}$ следует умножать на коэффициент k_p, учитывающий вероятность $P(\sigma^0_{F\,lim})$ предела выносливости. Коэффициент k_p определяют так же, как и в случае расчета $\overline{\sigma}^0_{H\,\lim}$, только вместо $v^0_{H\,\lim}$ подставляют значения коэффициента вариации $v^0_{F\,\lim}$ предела выносливости $\sigma^0_{F\,\lim}$, т. е. $k_p=1/(1+u_pv^0_{F\,\lim})$.

Коэффициент вариации предела выносливости зубьев базового образца: для нормализованных и улучшенных зубчатых колес — $v^0_{F\,\lim}=0{,}08...0{,}1$; для зубчатых колес с объемной закалкой ТВЧ — $v^0_{F\,\lim}=0{,}1...0{,}14$; для азотированных колес — $v^0_{F\,\lim}=0{,}1...0{,}12$.

Зубчатое колесо можно рассматривать как последовательную систему, состоящую из z элементов — зубьев. Разрушение колеса (системы) отождествляем с разрушением наименее прочного зуба — «слабого звена». Среднее значение и коэффициент вариации предела выносливости наименее прочного зуба меньше, чем аналогичные характеристики предела выносливости зубьев. Это учитывается введением в расчетные зависимости коэффициентов: K_z — при определении среднего значения $\overline{\sigma}_{F\,\lim}$; α_z — при определении коэффициента вариации $v_{F\,\lim}$ предела выносливости рассчитываемого колеса.

Коэффициенты K_z и α_z определяют [39] по зависимостям для распределения крайнего (минимального) члена выборки из нормальной совокупности

$$K_z = 1 - \mu v^0_{F\,\lim};\ \alpha_z = \varepsilon / K_z,$$

где μ и ε — параметры, выбираемые по табл. 5.2 в зависимости от объема выборки, т. е. числа зубьев рассчитываемого колеса.

Значения коэффициентов K_z и α_z для числа зубьев z=20...100 в зависимости от различных значений $v^0_{F\,\lim}$ (меньшие значения K_z и α_z соответствуют большим числам зубьев):

$v^0_{F\,\lim}$	0,08	0,10	0,12	0,14
K_z	0,85...0,80	0,80...0,75	0,77...0,70	0,75...0,65
α_z	0,62...0,54	0,65...0,57	0,68...0,60	0,70...0,66

Рекомендации по определению коэффициента K_{FL} и произведения корректирующих коэффициентов ΠK_i можно найти в ГОСТ 21354—75*.

Среднее значение предела выносливости зубьев $\overline{\sigma^0_{F\,\lim}}$ само является случайной величиной вследствие колебаний твердости, радиуса выкружки, межплавочного рассеяния. Таким образом, коэффициент вариации $v_{F\,\lim}$ предела выносливости зубчатого колеса больше коэффициента вариации предела выносливости базового образца, что учитывается вторым слагаемым

$$v_{F\,\lim} = \sqrt{(\alpha_z v^0_{F\,\lim})^2 + 0{,}14^2},$$

где α_z — параметр, учитывающий многоэлементность зубчатого колеса; $\alpha_z v^0_{F\,\lim}$ — коэффициент вариации предела выносливости базового колеса, имеющего одинаковое с рассчитываемым колесом число зубьев.

В статистическом аспекте рассеяние предела выносливости зубчатого колеса, оцениваемое коэффициентом вариации $v_{F\,\lim}$, складывается из рассеяния пределов выносливости внутри зубчатого колеса (первое слагаемое) и между зубчатыми колесами генеральной совокупности (второе слагаемое).

На величину $v_{F\,\lim}$ влияет также величина относительного градиента напряжений. Чем меньше относительный градиент напряжений, тем больше коэффициент вариации предела выносливости. Базовое колесо, как правило, обладает меньшими по сравнению с рассчитываемым колесом размерами и, следовательно, большими значениями относительного градиента. Таким образом, неучет влияния относительного градиента напряжений на величину $v_{F\,\lim}$ идет в запас прочности.

Вероятность безотказной работы по критерию сопротивления усталости при изгибе P_F определяют по табл. 1.1 в зависимости от квантили

$$u_p = \frac{\overline{n}_F - 1}{\sqrt{\overline{n}_F^2 v^2_{F\,\lim} + v^2_{\sigma F}}},$$

где $\bar{n}_F$ — коэффициент запаса прочности по средним напряжениям, равный

$$\bar{n}_F = \bar{\sigma}_{F\,\lim}/\bar{\sigma}_F.$$

Указанную вероятность при необходимости определяют отдельно: для шестерни и для колеса. В дальнейших расчетах принимают меньшее значение.

Пример. Рассчитать вероятность безотказной работы колеса прямозубой цилиндрической передачи по критерию сопротивления усталости при изгибе.

Материал зубчатого колеса — сталь 45; термообработка — улучшение; твердость зуба колеса НВ 300. Коэффициент долговечности $K_{FL}=1$ и корректирующие коэффициенты $K_i=1$.

Среднее значение и коэффициент вариации напряжения изгиба в опасном сечении зуба соответственно равны $\bar{\sigma}_F=280$ МПа, $v_{\sigma F}=0{,}12$.

Решение. В соответствии с рекомендациями для улучшенных колес принимаем коэффициент вариации предела выносливости базового образца $v^0_{F\lim}=0{,}09$, а среднее значение $\bar{\sigma}^0_{F\lim}$ вычислим по формуле

$$\bar{\sigma}^0_{F\lim} = (1{,}35HB+100)\frac{1}{1+u_p v^0_{F\lim}} = (1{,}35\cdot 300+100)\frac{1}{1+1{,}28\cdot 0{,}09} = 571 \text{ МПа}.$$

Определяем среднее значение и коэффициент вариации предела выносливости рассчитываемого зубчатого колеса:

$$\bar{\sigma}_{F\lim} = \bar{\sigma}^0_{F\lim} K_z K_{FL} \prod_i K_i = 571\cdot 0{,}8\cdot 1\cdot 1 = 457 \text{ МПа};$$

$$v_{F\lim} = \sqrt{(\alpha_z v^0_{F\lim})^2 + 0{,}14^2} = \sqrt{(0{,}6\cdot 0{,}9)^2\cdot 0{,}14^2} = 0{,}15,$$

где $K_z=0{,}8$ и $\alpha_z=0{,}6$ — коэффициенты, выбранные в зависимости от $v^0_{F\lim}$.

Коэффициент запаса прочности по средним напряжениям

$$\bar{n}_F = \bar{\sigma}_{F\lim}/\bar{\sigma}_F = 457/280 = 1{,}63.$$

Квантиль нормированного нормального распределения

$$u_p = -\frac{\bar{n}_F - 1}{\sqrt{\bar{n}_F^2 v^2_{F\lim} + v^2_{\sigma F}}} = -\frac{1{,}63-1}{\sqrt{1{,}63^2\cdot 0{,}15^2 + 0{,}12^2}} = -2{,}31.$$

По квантили u_p находим вероятность безотказной работы зубчатого колеса $P_F=0{,}9895$.

Уточнение расчетов коэффициента вариации коэффициента нагрузки. Определение коэффициента вариации нагрузки по приведенной выше формуле квадратического суммирования коэффициентов вариации v_A, v_β, v_V, v_α дает завышенные значения. Это является следствием представления коэффициента нагрузки в виде произведения частных коэффициентов, тогда как по своей сути коэффициент нагрузки является с у м м о й относительных нагрузок.

Нагрузка, действующая в зацеплении зубчатой передачи, складывается из внешней нагрузки F и дополнительной внутренней, вызываемой начальными погрешностями и возникающими во время работы отклонениями. Дополнительные нагрузки в общем случае состоят из двух составляющих: из нагрузки aF, пропорциональной передаваемой нагрузке F, и из W, не зависящей от F.

В зубчатых передачах внутренняя дополнительная нагрузка определяется суммой двух нагрузок: $a_\beta F + W_\beta$ — дополнительной нагрузки на опасном участке длины зубьев, связанной с неравномерностью распределения нагрузки по ширине венца — концентрацией нагрузки и W_V — дополнительной динамической нагрузки, являющейся следствием погрешностей изготовления и непостоянства жесткостей зубьев в процессе зацепления.

При многопарном зацеплении нагрузка распределяется между зубьями, что учитывается умножением действующей нагрузки на соответствующий коэффициент K_α. Таким образом, расчетная нагрузка на зубчатые колеса определяется следующей зависимостью:

$$F_{\text{рас}} = (F + \alpha_\beta F + W_\beta + W_V) K_\alpha.$$

В технических расчетах нагрузку $F_{\text{рас}}$ принято определять умножением номинальной нагрузки F^* на коэффициент нагрузки K_Σ

$$F_{\text{рас}} = F^* K_\Sigma.$$

Выражая внешнюю нагрузку F через номинальную F^*, умноженную на коэффициент внешней нагрузки K_A, получаем формулу для определения коэффициента нагрузки

$$K_\Sigma = \left(K_A + a_\beta K_A + \frac{W_\beta}{F^*} + \frac{W_V}{F^*} \right) K_\alpha.$$

Соответственно коэффициент концентрации нагрузки по ширине венца

$$K_\beta = 1 + a_\beta + \frac{W_\beta}{\overline{K}_A F^*},$$

а коэффициент динамичности нагрузки

$$K_V = 1 - \frac{W_V}{\overline{K}_A \overline{K}_\beta F^*}.$$

Под частными коэффициентами нагрузки в знаменателях формул в соответствии с теоремой о среднем допускается понимать их средние значения, т. е. $\overline{K}_A$, $\overline{K}_\beta$. Величина W_V относится к $\overline{K}_A \overline{K}_\beta F^*$ в соответствии с порядком расчета частных коэффициентов нагрузки.

Средние значения частных коэффициентов $\overline{K}_\beta$ и $\overline{K}_V$ получают после подстановки в эти зависимости средних значений дополнительных нагрузок $\overline{W}_\beta$ и $\overline{W}_V$. Среднее значение коэффициента внешней нагрузки $\overline{K}_A$ равно $\overline{F}/F^*$, где $\overline{F}$ — среднее значение внешней нагрузки.

Коэффициенты вариации коэффициентов K_A, K_β, K_V соответственно равны

$$v_A = v_F;\ v_\beta = \frac{v_{W\beta} \overline{W}_\beta}{\overline{K}_A \overline{K}_\beta F^*};\quad v_V = \frac{v_{WV} \overline{W}_V}{\overline{K}_A \overline{K}_\beta \overline{K}_V F^*},$$

где $v_{W\beta}$ и v_{WV} — коэффициенты вариации дополнительных нагрузок.

Среднее значение коэффициента нагрузки $\overline{K}_\Sigma$ равно произведению средних значений частных коэффициентов $\overline{K}_A \overline{K}_\beta \overline{K}_V \overline{K}_\alpha$.

Для уточненного определения коэффициента вариации коэффициента нагрузки рассмотрим вначале случайную величину Y, равную сумме величин, заключенных в скобках в формуле для определения K_Σ, а именно:

$$Y = K_A + a_\beta K_A + \frac{W_\beta}{F^*} + \frac{W_V}{F^*}.$$

Тогда коэффициент вариации v_Σ коэффициента нагрузки K_Σ как произведение двух случайных независимых величин Y и K_α равен

$$v_\Sigma = \sqrt{v_y^2 + v_\alpha^2},$$

где v_α — коэффициент вариации коэффициента K_α.

Коэффициент вариации v_y величины Y как суммы случайных величин равен

$$v_y=\frac{1}{\overline{K}_A\overline{K}_\beta\overline{K}_V}\sqrt{[(1+a_\beta)\,\overline{K}_A v_A]^2+\left(\frac{\overline{W}_\beta v_{W\beta}}{F^*}\right)^2+\left(\frac{\overline{W}_V v_{WV}}{F^*}\right)^2}.$$

С учетом приведенных выше формул для определения v_A, v_β, v_V упрощаем формулу для v_y, после чего получаем зависимость для определения коэффициента вариации v_Σ коэффициента нагрузки K_Σ

$$v_\Sigma=\sqrt{\left[\frac{v_F\,(1+a_\beta)}{\overline{K}_\beta\overline{K}_V}\right]^2+\frac{v_\beta^2}{\overline{K}_V^2}+v_V^2+v_\alpha^2}.$$

Как было показано ранее, относительная нагрузка a_β зависит от углов перекоса зубьев, вызванных упругой деформацией деталей зубчатой передачи. В первом приближении можно принимать $a_\beta=2/3\,(\overline{K}_\beta-1)$.

Для определения числовых характеристик коэффициентов K_V и K_α необходимы числовые характеристики распределения наибольшей абсолютной разности шагов зацепления шестерни и колеса, что рассматривается ниже.

Сопряженные зубья шестерни и колеса входят в зацепление несколько раньше или позднее, чем в идеально точной передаче. И в том и другом случаях нагрузка на зубья увеличивается. Эффект тем больше, чем больше разность шагов зацепления Δ.

Разности шагов зацепления равны разности их отклонений

$$\Delta=X_1-X_2,$$

где X_1, X_2—случайные величины отклонений шагов зацепления шестерни и колеса.

Отклонения X_1 и X_2 распределены по нормальному закону со средними значениями $\overline{X}_1$, $\overline{X}_2$ и средними квадратическими отклонениями S_{x_1} и S_{x_2}.

Тогда разность Δ также распределена по нормальному закону со средним значением $\overline{\Delta}=\overline{X}_1-\overline{X}_2$ и средним квадратическим отклонением $S_\Delta=\sqrt{S_{x_1}^2+S_{x_2}^2}$.

Каждый зуб шестерни входит в зацепление с m различными зубьями колеса. Следовательно, для одного зуба шестерни наблюдается число сочетаний $m=z_2/N_д$, где $N_д$—наибольший общий делитель для числа зубьев шестерни z_1 и колеса z_2. Всего число возможных сочетаний зубьев шестерни и колеса равно $n_c=z_1z_2/N_д$.

Измерение разности шагов зацепления для каждого из возможных n_c сочетаний i-го зуба шестерни ($i=1, 2, \ldots, z_1$) с j-зубом колеса ($j=1, 2, \ldots, z_2$) можно моделировать статистической выборкой объемом n_c из совокупности значений разности Δ. Наибольшие и наименьшие значения $\Delta_{\substack{\max\\\min}}$ выборки связаны с исходным распределением Δ зависимостью $\Delta_{\substack{\max\\\min}}=\overline{\Delta}\pm YS_\Delta$, где Y—нормированная случайная величина, параметры распределения которой зависят от объема выборки. По аналогии наибольшая по абсолютному значению разность шагов зацепления Δ_a определяется зависимостью

$$\Delta_a=|\overline{\Delta}|+YS_\Delta,$$

где $|\overline{\Delta}|$—модуль среднего значения разности $\overline{\Delta}$.

По данным работы [39], среднее значение разности $\overline{\Delta}$ само является случайной величиной, распределенной по нормальному закону с параметрами $\overline{\overline{\Delta}}$,

$S_{\overline{\Delta}}$, равными

$$\overline{\overline{\Delta}} = 0, \quad S_{\overline{\Delta}} = 0{,}267 \sqrt{f_{pb_1}^2 + f_{pb_2}^2},$$

где f_{pb_1} и f_{pb_2} — предельные отклонения шагов зацепления шестерни и колеса. Среднее квадратическое отклонение S_Δ можно считать постоянным и равным [39]

$$S_\Delta = 0{,}2 \sqrt{f_{pb_1}^2 + f_{pb_2}^2}.$$

Числовые характеристики наибольшей разности Δ_a как функции случайных величин $|\overline{\Delta}|$ и Y равны

$$\overline{\Delta}_a = 0{,}8 S_{\overline{\Delta}} + \mu S_\Delta; \quad S_{\Delta a} = \sqrt{(0{,}6 S_{\overline{\Delta}})^2 + (\varepsilon S_\Delta)^2},$$

где коэффициенты 0,8 и 0,6 учитывают связь числовых характеристик распределений случайной величины и ее модуля; μ и ε — среднее значение и среднее квадратическое отклонение величины Y.

После подстановки значений S_Δ и $S_{\overline{\Delta}}$ получим

$$\overline{\Delta}_a = 0{,}2 (1 + \mu) \sqrt{f_{pb_1}^2 + f_{pb_2}^2};$$

$$S_{\Delta a} = \sqrt{0{,}16^2 + (0{,}2\varepsilon)^2} \sqrt{f_{pb_1}^2 + f_{pb_2}^2};$$

коэффициент вариации

$$v_{\Delta a} = \frac{S_{\Delta a}}{\overline{\Delta}_a} = \frac{\sqrt{0{,}16^2 + (0{,}2\varepsilon)^2}}{0{,}2 (1 + \mu)}.$$

Из теории распределения крайнего (максимального) члена выборки, взятого из нормированной нормальной совокупности, известно, что случайная величина Y распределена по закону, близкому к нормальному с параметрами μ и ε. Значения μ и ε приведены в табл. 5.2 в зависимости от объема выборки, т. е. числа возможных сочетаний зубьев шестерни и колеса n_c.

Таблица 5.2

Объем выборки	Параметры распределения крайнего члена выборки		Объем выборки	Параметры распределения крайнего члена выборки	
	μ	ε		μ	ε
17	1,79	0,54	60	2,32	0,45
20	1,87	0,52	100	2,51	0,43
40	2,14	0,48	200	2,75	0,40
50	2,23	0,46	500 и более	3,04	0,37

Для ускорения приработки зубчатых колес желательно число возможных сочетаний назначать как можно меньшим, т. е. наибольший общий делитель $N_д$ выбирать как можно большим. Для неприрабатывающихся зубчатых пар, наоборот, желательны взаимно простые числа зубьев z_1 и z_2, так как это уменьшает длительность работы зубьев с неблагоприятным сочетанием отклонений шагов зацепления.

Минимально возможное сочетание зубьев шестерни и колеса равно $n_{c\,min} = z_2$, максимальное значение $n_{c\,max} = z_1 z_2$.

Для зубчатых передач число возможных сочетаний n_c колеблется в преде-

лах 50...10 000, что соответствует средним значениям наибольшей разности $\overline{\Delta}_a = (0{,}65...0{,}8)\sqrt{f^2_{pb_1} - f^2_{pb_2}}$, и коэффициентам вариации $v_{\Delta a} = 0{,}22...0{,}28$.

В инженерных расчетах рекомендуется выбирать среднее значение наибольшей абсолютной разности шагов зацепления шестерни и колеса $\overline{\Delta}_a = f_{pb}$ и коэффициент вариации $v_{\Delta a} = 0{,}25$, где f_{pb} — предельное отклонение шагов зацепления наименее точного из сопряженных колес.

Предельные отклонения шага зацепления с достаточной для расчетов точностью можно определять по зависимости

$$f_{pb} = 1{,}4^{n-6} f^0_{pb} \quad \text{при} \quad n = 6,\ 7,\ 8,\ 9;$$
$$f_{pb} = 1{,}58^{n-6} f^0_{pb} \quad \text{при} \quad n = 3,\ 4,\ 5,\ 6,$$

где n — степень точности по ГОСТ 1643—81; f^0_{pb} — предельное отклонение шага зацепления для 6-й степени точности, мкм, выбираемое по табл. 5.3 в зависимости от модуля m и диаметра делительной окружности d.

Таблица 5.3

Модуль, мм	Диаметр делительной окружности d, мм			
	50	125...280	280...560	560...1000
1...2	10	11	12	13
2...3,55	11	12	13	14
3,55...6	12	13	14	15
6...10	—	15	16	17
10...16	—	18	19	20

Надежность зубчатых передач в комплексе. Вероятность безотказной работы P зубчатой передачи определяем как произведение вероятностей безотказной работы по отдельным критериям. Для широкого круга зубчатых передач, у которых наиболее опасны усталостные разрушения, вероятность безотказной работы равна

$$P = P_H P_F,$$

где P_H и P_F — вероятность безотказной работы по критерию сопротивления усталости при контакте и изгибе соответственно.

Простое перемножение вероятностей вследствие коррелированности различных критериев работоспособности приводит к занижению вероятности безотказной работы. Для уточненных расчетов вероятность безотказной работы рекомендуется вычислять по следующей приближенной зависимости [69]:

$$\frac{1}{P} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{P_i} - (n-1),$$

где P_i — вероятность безотказной работы по i-му критерию; n — число критериев.

Надежность фрикционных передач. Передачи без самозатягивания. Условие непроскальзывания в вероятно-

стной форме

$$N\bar{f}-\bar{F}+u_p S=0,$$

где N — сила сжатия тел качения (предполагается детерминированной); $\bar{f}$, $\bar{F}$ — средние значения коэффициента трения f и внешней нагрузки F, приведенной к середине площадки контакта. Квантиль нормального распределения

$$u_p=-\frac{N\bar{f}-\bar{F}}{\sqrt{S_f^2+S_F^2}}=-\frac{\bar{n}-1}{\sqrt{\bar{n}^2v_f^2+v_F^2}},$$

где $\bar{n}=N\bar{f}/\bar{F}$ — коэффициент безопасности по средним; S_f, S_F, v_f, v_F — соответственно средние квадратические отклонения и коэффициенты вариации коэффициента трения и внешней нагрузки.

Для передачи с самозатягиванием принимаем, что сила прижатия пропорциональна силе F и коэффициенту пропорциональности c.

Вероятность непроскальзывания $P=\text{Вер}\ [(cF\bar{f}-F)>0]$, или $P=\text{Вер}[F(c\bar{f}-1)>0]$.

Условие непроскальзывания $c\bar{F}\bar{f}-\bar{F}+u_pS=0$, или $\bar{F}(c\bar{f}-1)+u_pS=0$, где S — среднее квадратическое отклонение функции случайных величин $\varphi(F, f)=F(cf-1)$. Отсюда квантиль нормального распределения

$$u_p=-\frac{\bar{F}(c\bar{f}-1)}{\sqrt{S_1^2+S_2^2}},$$

где

$$S_1=\left(\frac{\partial\varphi}{\partial F}\right)_m S_F=(c\bar{f}-1)\bar{F}v_F;\quad S_2=\left(\frac{\partial\varphi}{\partial f}\right)_m S_f=c\bar{F}\bar{f}v_f.$$

Надежность ременных передач. Рассматривается задача о надежности передачи одним ремнем в связи с рассеяниями прочности ремня, коэффициента трения ремня о шкив и показателя степени кривой усталости ремней. В разделе «Надежность многопоточных передач» рассмотрена надежность многоручьевых передач в связи с рассеянием свойств отдельных ремней и ручьев шкивов.

Расчетное напряжение в ремне

$$\sigma=\frac{F}{A}\frac{e^{f\alpha}}{e^{f\alpha}-1}+\sigma_и+\sigma_ц,$$

где F — передаваемая окружная сила; A — площадь сечения ремня; $\sigma_и$ — напряжение изгиба в ремне на малом шкиве; $\sigma_ц$ — напряжение от центробежной силы.

Предельное по прочности напряжение в ремне определяем из уравнения кривой усталости

$$\sigma_{lim}=\sigma_{lim\,0}\sqrt[m]{N_0/N},$$

где $\sigma_{lim\,0}$ — предельное напряжение, соответствующее базовому числу пробегов N_0; N — общее число пробегов ремня.

Условие прочности ремня и прочности его сцепления со шкивом

$$\bar{\sigma}_{\lim} - \bar{\sigma} + u_p S = 0,$$

где $\bar{\sigma}$ и $\bar{\sigma}_{\lim}$ — средние значения напряжений σ и $\sigma_{\lim}$, определяемые соответственно по двум последним зависимостям, в которые вместо F, f, $\sigma_{\lim 0}$, m подставляют их средние значения; $S = \sqrt{S_{\lim}^2 + S_\sigma^2}$ — среднее квадратическое отклонение разности напряжений $\sigma_{\lim}$ и σ; $S_{\lim}$ и S_σ — средние квадратические отклонения напряжений $\sigma_{\lim}$ и σ.

Среднее квдратическое отклонение расчетного напряжения

$$S_\sigma = \sqrt{S_1^2 + S_2^2},$$

где $S_1 = \left|\frac{\partial\sigma}{\partial f}\right|_{\bar{f}} S_f = \frac{\bar{F}}{A}\frac{\alpha e^{\bar{f}\alpha}}{(e^{\bar{f}\alpha}-1)^2} S_f$; $S_2 = \left|\frac{\partial\sigma}{\partial F}\right|_{\bar{F}} S_F = \frac{1}{A}\frac{e^{\bar{f}\alpha}}{e^{\bar{f}\alpha}-1} S_F$;

S_f и S_F — средние квадратические отклонения коэффициента трения и окружной силы.

Среднее квадратическое отклонение предельного по прочности напряжения

$$S_{\lim} = \sqrt{S_{\lim 0}^2 + S_3^2},$$

где $S_{\lim 0}$ — среднее квадратическое отклонение предельного напряжения $\sigma_{\lim 0}$, которое известно из результатов усталостных испытаний ремней; $S_3 = \left|\frac{\partial\sigma_{\lim}}{\partial m}\right|_{\bar{m}} S_m = \bar{\sigma}_{\lim}\frac{1}{m^2}\left(\ln\frac{N_0}{N}\right) S_m$ — среднее квадратическое отклонение, учитывающее рассеяние показателя степени m. Квантиль распределения, принимаемого за нормальное,

$$u_p = -\frac{\bar{\sigma}_{\lim} - \bar{\sigma}}{\sqrt{S_{\lim 0}^2 + S_1^2 + S_2^2 + S_3^2}} =$$

$$= -\frac{\bar{n}-1}{\frac{1}{\bar{\sigma}}\sqrt{S_{\lim 0}^2 + \left(\frac{\bar{F}}{A}\frac{\alpha e^{\bar{f}\alpha} S_f}{(e^{\bar{f}\alpha}-1)^2}\right)^2 + \left(\frac{1}{A}\frac{e^{\bar{f}\alpha} S_F}{e^{\bar{f}\alpha}-1}\right)^2 + \left(\bar{\sigma}_{\lim}\frac{1}{m^2}\left(\ln\frac{N_0}{N}\right) S_m\right)^2}}.$$

§ 5.5. НАДЕЖНОСТЬ МНОГОПОТОЧНЫХ ПЕРЕДАЧ

Многие передачи и муфты передают мощность параллельными потоками. К ним относятся многопоточные редукторы с неподвижными осями, планетарные редукторы, многоручьевые клиноременные передачи, дисковые и шаровые вариаторы, муфты свободного хода. В таких передачах надежность зависит от распределения нагрузки по потокам.

Здесь рассматривается вероятность отсутствия отказов системы, состоящей из нескольких одинаковых подсистем; при этом нагрузка на каждую из подсистем отличается одна от другой, хотя в этом рассмотрении нагрузка на всю систему считается детерминирован-

ной. Ранее в гл. 3 нас интересовала вероятность безотказной работы взятого случайным образом изделия. В данном случае оценивается совместная вероятность безотказной работы нескольких одинаковых изделий (подсистем), нагрузка на которые в сумме постоянная, а по отдельным подсистемам различна в связи с погрешностями размеров деталей.

В редукторах, выполненных по развернутой схеме, рассеяние нагрузки по потокам вызывают погрешности зубчатого зацепления (накопленные погрешности шага и кинематические погрешности зубчатых колес) и угловые погрешности установки зубчатых колес на валах. В многопоточных соосных редукторах оно дополнительно связано со смещениями осей валов. В планетарных передачах наибольшее влияние на рассеяние нагрузки оказывают [28, 52] погрешности зубчатого зацепления и смещение осей валов, а при наличии сдвоенных сателлитов еще и взаимная угловая погрешность установки зубчатых колес сателлитов.

В многоручьевых клиноременных передачах на рассеяние нагрузки по потокам (ремням) влияют разбросы модуля упругости и длины ремня, а также размеров отдельных канавок и отклонения от параллельности шкивов; в дисковых вариаторах разная толщина периферийных дисков и смещения их осей вращения; в муфтах свободного хода — разноразмерность тел качения и погрешности звездочки.

Важной проблемой является выравнивание нагрузки по потокам [49]. Для выравнивания нагрузки в передачу вводят, где это можно, самоустанавливающиеся детали, обеспечивающие статическую определимость конструкции. Так, в двухпоточном редукторе, выполненном по развернутой схеме, в потоках стремятся использовать полушевроны с установкой вала на плавающих опорах. В планетарном редукторе обычно делают плавающей ведущую шестерню или зубчатое колесо с внутренним зацеплением или то и другое звено. В соосных трехпоточных редукторах также выполняют плавающей ведущую шестерню.

В некоторых передачах самоустанавливающиеся детали не удается ввести конструктивно. К ним относятся многорядные цепные и многоручьевые клиноременные передачи, торовые и шаровые вариаторы и др.

Детали многопоточных передач стремятся изготовлять более точно по сравнению с однопоточными. Так, в шестипоточном планетарном редукторе приходится увеличивать точность колес до 5-й степени точности по сравнению с нормальной (7...8-й степенью) точностью однопоточного редуктора. Допуск на длину клиновых ремней комплекта, предназначенного для использования в многоручьевой передаче, назначают согласно ГОСТ 1284.1—80* в 6...10 раз меньше, чем для одноручьевой передачи. Допуск на расчетный диаметр канавок шкивов также сокращают приблизительно в 4 раза согласно ГОСТ 1284—68. В роликовых муфтах свободного хода с числом роликов 3, 5 и более допуск на угол заклинивания комплектов роликов в авиационных передачах назначают $\pm 15'$ [52], в то

время как сам угол заклинивания назначают в широких пределах (5...7°).

В полностью самоустанавливающихся конструкциях, исключающих статическую неопределимость системы, все одноименные детали разных потоков работают (в пренебрежении инерционностью деталей и силами трения) при одинаковом нагружении. В этом случае вероятность безотказной работы передачи равна произведению вероятности безотказной работы деталей входного и выходного валов $P_{вв}$ и вероятности безотказной работы $P_{п}^{z}$ параллельной системы из z потоков:

$$P = P_{вв} P_{п}^{z},$$

где вероятность $P_{вв}$ и $P_{п}$ находят перемножением вероятностей безотказной работы деталей.

В несамоустанавливающихся конструкциях многопоточных передач силы между потоками распределяются неравномерно, а у центральных колес и сопряженных с ними деталей изменяется также цикл изменения нагрузок и напряжений. Для этого случая часто возникает необходимость оценить вероятность безотказной работы установленных в потоках однотипных деталей (зубчатых колес или подшипников и т. д.). Эту вероятность можно приближенно оценить, рассматривая совокупность данных деталей, как z-звенную цепь, где z — число потоков в передаче. В данном случае, в отличие от ранее рассмотренного в гл. 3, имеет место рассеяние по звеньям как действующих напряжений σ_F, так и несущей способности σ_R (предел выносливости или другой параметр). Предполагаем распределения этих параметров нормальными соответственно со средними значениями $\bar{\sigma}_F$, $\bar{\sigma}_R$ и средними квадратическими отклонениями S_F, S_R. Тогда для цепи в целом средние значения действующего напряжения $\bar{\sigma}_{F\,цп}$ и несущей способности $\bar{\sigma}_{R\,цп}$, согласно гл. 3, $\bar{\sigma}_{F\,цп}=\bar{\sigma}_F+\mu S_F$, $\bar{\sigma}_{R\,цп}=\bar{\sigma}_R-\mu S_R$, а средние квадратические отклонения соответственно $S_{F\,цп}=\varepsilon S_F$, $S_{R\,цп}=\varepsilon S_R$, где μ, ε — параметры положения и рассеяния, определяемые по табл. 3.1 в зависимости от z. Поэтому выражение для квантили нормального распределения u_p, соответствующей вероятности безотказной работы P совокупности однотипных деталей в передаче, получает вид

$$u_p = -\frac{\bar{\sigma}_{R\,цп}-\bar{\sigma}_{F\,цп}}{\sqrt{S^2_{R\,цп}+S^2_{F\,цп}}} = -\frac{\bar{n}-1-\mu(\bar{n}v_R+v_F)}{\varepsilon\sqrt{\bar{n}^2v_R^2+v_F^2}}, \qquad (5.11)$$

где $\bar{n}=\bar{\sigma}_R/\bar{\sigma}_F$ — коэффициент запаса прочности по средним напряжениям; v_F, v_R — коэффициенты вариации напряжений и несущей способности.

Коэффициент вариации v_F оценивают квадратичным суммированием погрешностей с учетом коэффициентов влияния этих погрешностей на нагрузку потоков. Среднее квадратическое отклонение погрешности находят как шестую часть допуска.

Точность оценки надежности возрастает с увеличением числа потоков в передаче. При малом числе потоков такой расчет дает

погрешность, связанную с возможностью отклонения средних значений от номинальных.

В общем случае при оценке надежности многопоточной передачи несамоустанавливающейся конструкции при уточненных расчетах для ряда деталей группы входного и выходного валов учитывают переменность режима нагружения. Вероятность безотказной работы всех потоков оценивают произведением z вероятностей отсутствия отказов каждого потока при соответствующей нагрузке потока. Оценку вероятности удобно находить методом статистического моделирования на ЭВМ. Для деталей передачи разыгрывают в пределах допусков значения несущих способностей и погрешностей размеров. От погрешностей через зазоры и натяги, а затем и деформации переходят к нагрузкам в потоках. Вычисляют напряжения в деталях и сопоставляют их с несущими способностями. Вероятность безотказной работы потоков оценивается по всем реализациям как доля случаев, когда несущие способности деталей всех потоков превышают действующие напряжения.

Многоручьевая клиноременная передача. Особенности передачи состоят в следующем. При работе передачи вхолостую в потоках может возникнуть циркуляция нагрузки, подобно возникающей в замкнутом силовом контуре, что связано с отклонениями передаточных чисел и предварительным натяжением. В рабочем режиме к этой нагрузке добавляется полезная.

Нагрузка в потоке, в силу приближенной справедливости для ремней закона Гука, пропорциональна относительному удлинению ремня и модулю упругости. Поэтому рассеяние силы предварительного натяжения связано с разными длинами ремней, с разными расчетными диаметрами ручьев, с перекосом осей шкивов и с разными модулями упругости ремней. Удлинение ведущей и сокращение ведомой ветвей ремня взаимосвязано с различием скоростей ремня на ведущем и ведомом шкивах. Поэтому рассеяние полезной нагрузки по потокам вызвано главным образом разными передаточными числами ручьев и разными модулями упругости ремней.

Вероятность безотказной работы передачи может быть найдена по квантили нормального распределения u_p, оцениваемой по формуле (5.11). Чтобы вычислить квантиль, необходимо найти среднее значение $\underline{\sigma}_R$ предельного по несущей способности напряжения и среднее значение $\overline{\sigma}_F$ максимальных за цикл напряжений ремня, а также соответствующие коэффициенты вариации v_F и v_R.

Предельное по несущей способности напряжение, МПа, принимаем равным максимальному за цикл напряжению, при котором ремни выдерживают N циклов нагружения

$$\sigma_R = \frac{C}{N^{1/m}}, \qquad (5.12)$$

где C, m — коэффициенты, которые при ориентировочных расчетах для кордтканевых и кордшнуровых ремней нормальных сечений принимают [31] $C=30$, $m=11$.

Коэффициент вариации несущей способности ремня можно оценить по коэффициенту вариации ресурса ремней v_N при работе ремня с постоянным максимальным напряжением. Для этого рассматриваем предельно допустимое напряжение σ_R как функцию случайного аргумента N, описываемую формулой (5.12). Тогда среднее квадратическое отклонение несущей способности ремня можно представить

$$S_R = \bar{\sigma}_R - (\bar{\sigma}_R - S_R) = \frac{C}{\bar{N}^{1/m}} - \frac{C}{(\bar{N}+S_N)^{1/m}} = \frac{C}{\bar{N}^{1/m}}\left[1 - \frac{1}{(1+v_N)^{1/m}}\right],$$

где $\bar{N}$, S_N — среднее значение и среднее квадратическое отклонение ресурса. Отсюда

$$v_R = \frac{S_R}{\bar{\sigma}_R} = 1 - \frac{1}{(1+v_N)^{1/m}}.$$

Подставляя в формулу $v_N=0{,}4$ [16], получаем $v_R=0{,}03$.

Максимальное за цикл действующее напряжение σ_F складывается из напряжений от натяжения ведущей ветви ремня F_1, от изгиба ремня на шкивах и от центробежной силы. Сила $F_1 \geqslant 0{,}5F + F_0$, где F — полезная нагрузка на ремень; F_0 — сила предварительного натяжения ветви ремня. При отношении $F/2F_0=0{,}75$, что обычно соблюдается в передачах и невысоких скоростях ремня, формула для F_1 превращается в приближенное равенство, т. е. соблюдается формула Понселе $F_1+F_2=2F_0$, где F_2 — сила натяжения ведомой ветви ремня. Поэтому можно принимать

$$\bar{\sigma}_F = \frac{0{,}5F_H + F_{0H}}{A} + C_2\frac{h}{D} + \frac{\rho V^2}{10^6}, \qquad (5.13)$$

где A, h — площадь, мм^2, и высота, мм, сечения ремня; D — меньший из расчетных диаметров шкивов, мм; C_2 — коэффициент [16]; для кордшнуровых ремней $C_2=30...50$, для кордтканевых ремней $C_2=40...60$ (большие значения следует брать при меньших h); ρ — плотность ремня, $\rho=1000...1200$ кг/м^3; V — скорость ремня, м/с; F_H, F_{0H} — номинальные значения сил F и F_0, Н.

Получим выражение для коэффициента вариации v_F максимального за цикл напряжения ремня.

Сила предварительного натяжения ветви ремня F_{0i} обусловлена средним натяжением ремней $F_{0\,\mathrm{ср}}$, которое обычно контролируется, и отклонениями случайных аргументов: модуля упругости ремня F_i, расчетных диаметров канавок ведущего и ведомого шкивов D_{1i} и D_{2i}, длины ремня L_i от их средних значений, а также отклонением от параллельности осей шкивов, выражаемым величиной x, мм, на длине 100 мм. Полезная нагрузка ремня F_i является функцией общей полезной нагрузки на передачу $zF_{\mathrm{ср}}$ и отклонений тех же случайных аргументов E_i, L_i, D_{1i}, D_{2i} от средних значений. Вводим простейшее допущение, что средние параметров равны их номинальным значениям, т. е. $F_{0\mathrm{ср}}=F_{0H}$, $F_{\mathrm{ср}}=F_H$, $E_{\mathrm{ср}}=E$ и т. д. Тогда

сила в ведущей ветви ремня может быть оценена по формуле

$$F_{1i} \approx 0{,}5AE_i\left[1+\frac{\frac{F_H}{A}-E}{\frac{D_2}{D_1}E}\frac{D_{2i}}{D_{1i}}\right]+F_{0H}\left[1+\frac{E_i-E}{E}\right]+$$
$$+E_iA\left\{\frac{0{,}5\pi[(D_{1i}-D_1)+(D_{2i}-D_2)]}{L}-\frac{(L_i-L)}{L}+\frac{B_ix}{L\cdot 100}\right\},$$

где A — площадь сечения ремня. Здесь первый член выражает составляющую от полезной нагрузки, зависящую от отношения диаметров шкивов D_{2i}/D_{1i}. Второй и третий члены характеризуют составляющую от начального натяжения, зависящую от модуля упругости ремня E_i, отклонения диаметров шкивов D_{1i}, D_{2i} и длины ремня L_i от номинальных значений, а также отклонения x от параллельности осей шкивов. Проводя квадратичное суммирование дисперсий случайных параметров с их весовыми коэффициентами — частными производными функции по этим параметрам, получаем искомый коэффициент вариации v_F максимального за цикл натяжения ремня:

$$v_{F1} \approx \frac{1}{6A\bar{\sigma}_F}\sqrt{\left(\frac{EA}{L}\right)^2\Delta L^2+\left(\frac{2F_{0H}+F_H}{2E}\right)^2\Delta E^2+\cdots}$$
$$\cdots+\left(\frac{0{,}5\pi EA}{L}\frac{F_H-AE}{D_1}\right)^2\Delta D_1^2+\left(\frac{0{,}5\pi EA}{L}+\frac{F_H-AE}{D_2}\right)^2\Delta D_2^2+\cdots$$
$$\cdots+\left(\frac{EA}{L}\right)^2\left(\frac{B\Delta x}{100}\right)^2}, \qquad (5.14)$$

где ΔL, ΔF, ΔD_1, ΔD_2, Δx — допуски на параметры L, E, D_1, D_2, x.

Итак, вероятность безотказной работы z — ручьевой передачи оценивают в такой последовательности: по формулам (5.12)...(5.14) вычисляют $\bar{\sigma}_R$, $\bar{\sigma}_F$ и v_F, принимают $v_R=0{,}03$, по величине z из табл. 3.1 находят параметры μ и ε, по формуле (5.11) вычисляют u_p и затем по квантили из таблиц нормального распределения находят искомую вероятность.

Из условия обеспечения одинаковой вероятности безотказной работы одно- и многоручьевой передачи можно оценить с помощью формулы (5.11) коэффициент C_z необходимого понижения полезной нагрузки многоручьевой передачи. Приравнивая квантили, имеем

$$\frac{\bar{n}_1-1}{\sqrt{\bar{n}_1^2v_R^2+v_F^2}}=\frac{\bar{n}_z-1-\mu(\bar{n}_zv_R+v_F)}{\varepsilon\sqrt{\bar{n}_z^2v_R^2+v_F^2}},$$

где $\bar{n}_1$ и $\bar{n}_z$ — коэффициенты запасов прочности по средним напряжениям одно- и многоручьевой передач.

Решая уравнения относительно $\bar{n}_z$, получаем

$$\bar{n}_z=\frac{b+\sqrt{b^2-ac}}{a}, \qquad (5.15)$$

где

$$a=(1-\mu v_R)^2(\bar{n}_1^2 v_R^2+v_F^2)-v_R^2(\bar{n}_1-1)^2\varepsilon^2;$$

$$b=(1-\mu v_R)(1+\mu v_F)(\bar{n}_1^2 v_R^2+v_F^2);$$

$$c=(1+\mu v_F)^2(\bar{n}_1^2 v_R^2+v_F^2)-v_F^2(\bar{n}_1-1)^2\varepsilon^2.$$

Таким образом, коэффициент запаса $\bar{n}_z$ обеспечивает для многоручьевой передачи равную вероятность безотказной работы с одноручьевой.

Коэффициент понижения несущей способности вследствие неравномерности нагрузки ремней C_z находят с использованием формулы (5.13)

$$C_z=\frac{\bar{n}_1}{\bar{n}_z}-\left(1-\frac{\bar{n}_1}{\bar{n}_z}\right)\left(\frac{F_{0H}}{A}+C_2\frac{h}{D}+\frac{\rho V^2}{10^6}\right)\frac{A}{0{,}5F_H}. \qquad (5.16)$$

Пример. Передачу образуют ремни сечения A кордтканевые ($A=81$ мм^2, $h=8$ мм, $E=230$ МПа, $\Delta E=40$ МПа) длиной $h=1000$ мм, $\Delta h=3$ мм. Отклонение от параллельности осей шкивов не превышает $\Delta x=1$ мм на длине 100 мм ширины шкива. Расстояние B, мм, между крайними канавками шкива $B=16z$, где z — число ручьев; $D_1=D_2=160$ мм; $\Delta D_1=\Delta D_2=0{,}2$ мм. Частота вращения ведущего шкива 600 мин$^{-1}$, что эквивалентно номинальной скорости ремней $V=5$ м/с. При такой скорости по ГОСТ 1284—68 принимают передаваемую мощность $N=0{,}96$ кВт и начальное натяжение ветви $F_{0H}=157$ Н. Мощность и скорость определяют полезную нагрузку $F_H=191{,}9$ Н. Требуется оценить вероятность безотказной работы передачи при $N=10^8$ циклов для $z=1$; 5; 10 и коэффициент C_z необходимого снижения нагрузки.

Решение. Принимаем $v_R=0{,}03$. Расчетом получаем $\bar{\sigma}_R=5{,}62$ МПа, $\bar{\sigma}_F=5{,}15$ МПа, при $z=1$ $v_F=0$, при $z=5$ $v_F=0{,}0329$, при $z=10$ $v_F=0{,}0336$. По табл. 3.1 находим при $z=1$ $\mu=0$, $\varepsilon=1$; при $z=5$ $\mu=1{,}129$, $\varepsilon=0{,}723$; при $z=10$ $\mu=1{,}499$, $\varepsilon=0{,}632$. Подставив значения в формулу (5.11), получаем значение квантили при $z=1$ $u_p=-2{,}8$; при $z=5$ $u_p=-0{,}53$; при $z=10$ $u_p=0{,}25$, что соответствует вероятностям безотказной работы передачи 0,997; 0,70; 0,30. Таким образом, неравномерность распределения нагрузки по потокам существенно снижает вероятность безотказной работы передачи.

Оценим C_z. По формуле (5.15) получаем при $z=5$ $\bar{n}_z=1{,}123$; при $z=10$ $\bar{n}z=1{,}161$. Подставляя эти значения в (5.16), имеем при $z=5$ $C_z=0{,}88$; при $z=10$ $C_z=0{,}75$. Эти значения несколько ниже рекомендуемых ГОСТ 1284—68 (соответственно 0,9 и 0,85), что частично может быть объяснено значительными расчетными допусками, в частности на непараллельность валов.

§ 5.6. НАДЕЖНОСТЬ ВАЛОВ

Валы должны удовлетворять условиям прочности и жесткости.

Из критериев прочности для большинства валов современных быстроходных машин решающее значение имеет сопротивление усталости. Усталостные разрушения составляют до 40...50% случаев выхода валов из строя. При работе со значительными перегрузками может проявляться малоцикловая усталость. При единичных очень больших перегрузках валы из нормализованных и улучшенных сталей могут выходить из строя из-за недопустимых пластических деформаций, а валы из хрупких и малопластичных материалов — из-за хрупких разрушений.

Критериями жесткости валов являются условия правильной работы зубчатых передач и подшипников, а также виброустойчивость.

Ниже рассматривается надежность валов по критерию сопротивления усталости. Специфика расчета валов заключается во взаимосвязи напряжений изгиба и кручения, изменяющихся по разным циклам, а также в образовании нескольких опасных зон, разнесенных по длине.

Основные нагрузки для большинства валов — силы от зубчатых колес, шкивов, звездочек, а также от муфт в связи с неизбежной несоосностью соединяемых муфтами деталей.

Реакции самоустанавливающихся опор и однорядных радиальных подшипников качения принимают приложенными посередине ширины подшипников, а радиально-упорных подшипников — в точке пересечения нормали к середине рабочей поверхности наружного кольца с осью вала. Для несамоустанавливающихся подшипников скольжения считают реакции приложенными на одной трети длины подшипника со стороны нагруженного пролета. В многоопорных валах реакции находят, рассматривая вал как многоопорную балку на упругих опорах, причем дополнительные реакции даже могут превышать рабочие.

Оценка вероятности неразрушения в опасной зоне вала с учетом нормальных и касательных напряжений. По известным формулам курса «Сопротивление материалов» оценивают запасы $\overline{n_\sigma}$ и $\overline{n_\tau}$ усталостной прочности по средним нормальным σ и касательным τ напряжениям. Коэффициент запаса прочности $\overline{n}$, учитывающий влияние напряжений σ и τ, определяется по формуле, следующей из гипотез прочности максимальных касательных напряжений и теории формоизменения и из результатов усталостных испытаний [17]:

$$1/\overline{n}^2 = 1/\overline{n}_\sigma^2 + 1/\overline{n}_\tau^2. \qquad (5.17)$$

Квантиль нормального распределения u_p вероятности безотказной работы может быть выражена через запас прочности n с помощью известной формулы

$$u_p = -\frac{\overline{n} - 1}{\sqrt{\overline{n}^2 v_{-1\partial}^2 + v_a^2}}, \qquad (5.18)$$

где $v_{-1\partial}$, v_a — коэффициенты вариации предела выносливости детали и нагрузки.

Пределы выносливости детали по нормальным и касательным напряжениям взаимосвязаны и коэффициент запаса $\overline{n_\sigma}$ существенно меньше коэффициента запаса $\overline{n_\tau}$. Поэтому коэффициент вариации предела выносливости детали можно принимать равным лучше изученному коэффициенту вариации предела выносливости по нормальным напряжениям.

Действующие в валах нормальные и касательные напряжения, как правило, взаимосвязаны (напряжения от сил, возникающих в

зацеплении зубчатых колес) и нормальные напряжения обычно существенно превосходят касательные. Поэтому коэффициент вариации нагрузки можно принимать общим.

Коэффициент вариации предела выносливости детали по нормальным напряжениям определяют по зависимости

$$v^2_{-1\partial} = v_1^2 + v_2^2 + v_3^2, \qquad (5.19)$$

где v_1 — коэффициент вариации предела выносливости деталей из материала одной плавки при отсутствии рассеяния ее размеров (принимают равной величине v_∂, рассмотренной в гл. 4, или находят по справочной литературе), обычно $v_1=0{,}04...0{,}1$; v_2 — коэффициент вариации, характеризующий межплавочное рассеяние пределов выносливости образцов, принимаемый в первом приближении равным коэффициенту вариации пределов прочности: $v_2 \approx \approx 0{,}08$; v_3 — коэффициент вариации теоретического коэффициента концентрации напряжений, приближенно вычисляемый как $v_3 = =(0{,}3...0{,}45)v_\rho$, где v_ρ — коэффициент вариации радиусов галтелей: $v_\rho=0{,}03...0{,}1$.

Коэффициент вариации нагрузки устанавливают на основе изучения опыта эксплуатации машин и приводят в литературе по отраслям. Коэффициент вариации v_a может достигать значения 0,3 и доминировать над $v_{-1\partial}$.

При практических расчетах вероятности неразрушения P удобно проверять по графику рис. 5.1, построенному по зависимости (5.18).

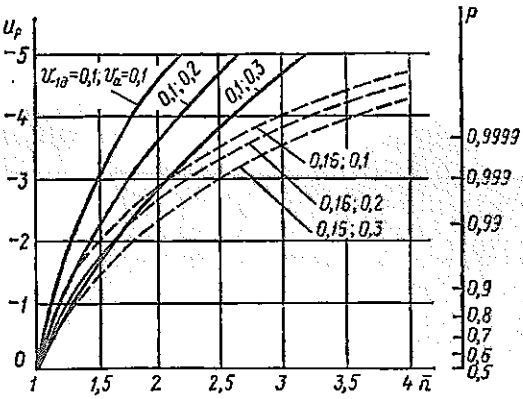

Рис. 5.1. Зависимость вероятности неразрушения от коэффициента запаса по средним

Для валов характерно наличие нескольких зон концентрации напряжений, разнесенных по длине. Обычно оценку надежности вала производят по одной опасной зоне. При нескольких близких по напряженности зонах оценку надежности можно получить, определив с помощью формулы (5.18) вероятность неразрушения в наиболее опасной зоне, а также с помощью той же формулы, но приняв $v_a=0$, вероятность неразрушения в других опасных зонах. Вероятность безотказной работы вала близка произведению вероятностей неразрушения во всех опасных зонах. Особенности определения вероятностей неразрушения в других опасных зонах связаны с зависимостью между отказами в отдельных зонах от нагрузки на деталь.

Оценку надежности можно также получить методом двухпараметрического подобия (см. гл. 4) за счет суммирования наиболее напряженных объемов вала. Для получения более точного решения расчет следует вести на ЭВМ.

§ 5.7. НАДЕЖНОСТЬ ПОДШИПНИКОВ КАЧЕНИЯ

Применяемые во всем мире и в СССР расчеты подшипников качения были первыми вероятностными расчетами машиностроительных объектов. Но они учитывают рассеяние только динамической грузоподъемности подшипников в предположении детерминированности расчетной нагрузки.

Ниже ставится задача изложить вероятностный расчет подшипников в общей форме, аналогичной форме, принятой для других деталей.

Вероятность безотказной работы отождествляем с вероятностью выполнения известного условия

$$PL^{1/p} < C,$$

где P — динамическая эквивалентная нагрузка; C — динамическая грузоподъемность; L — заданный ресурс; p — показатель степени, равный 3 для шарикоподшипников и 10/3 для роликоподшипников.

В отличие от обычных расчетов рассматриваем P как случайную величину. 90%-ную динамическую грузоподъемность, значение которой приводят в каталогах и справочниках, обозначим C_{90}. Среднее значение динамической грузоподъемности в соответствии с ГОСТ 18855—82 принимаем равным: $\overline{C}=1{,}46C_{90}$ для роликоподшипников и $\overline{C}=1{,}52C_{90}$ для шарикоподшипников (обоснование рекомендации приведено ниже).

Полагаем, что динамическая эквивалентная нагрузка и динамическая грузоподъемность распределены по нормальному или близкому к нормальному закону. Тогда вероятность безотказной работы определяем по квантили нормированного нормального распределения

$$u_p = -\frac{\overline{n}-1}{\sqrt{\overline{n}^2 v_C^2 + v_P^2}},$$

где $\overline{n}=\dfrac{\overline{C}}{\overline{P}L^{1/p}}$, т. е. $\overline{n}=\dfrac{1{,}52C_{90}}{\overline{P}L^{1/3}}$ и $\overline{n}=\dfrac{1{,}46C_{90}}{\overline{P}L^{0{,}3}}$;

$\overline{n}$ — коэффициент запаса по средним нагрузкам; $\overline{C}$ — среднее значение динамической грузоподъемности; $\overline{P}$ — среднее значение динамической эквивалентной нагрузки; v_C и v_P — коэффициенты вариации динамической грузоподъемности и динамической эквивалентной нагрузки.

Среднее значение динамической эквивалентной нагрузки $\overline{P}$ вычисляют по обычным зависимостям, в которые подставляют средние

значения радиальной и осевой нагрузок, действующих на подшипник.

Коэффициент вариации динамической эквивалентной нагрузки v_P принимаем равным коэффициенту вариации внешней нагрузки, действующей на подшипник. Рекомендация основана на равенстве коэффициентов вариации случайных величин, связанных между собой линейной зависимостью.

Коэффициент вариации динамической грузоподъемности принимают v_C= =0,25 для роликоподшипников и v_C=0,27 для шарикоподшипников.

Основой для рекомендаций по выбору закона и параметров распределения динамической грузоподъемности послужило широко принятое, включая ГОСТ 18855—82 и ИСО, предположение о распределении ресурса подшипников по закону Вейбулла. В соответствии с этим законом связь между вероятностью безотказной работы P_L и ресурсом L выражается зависимостью

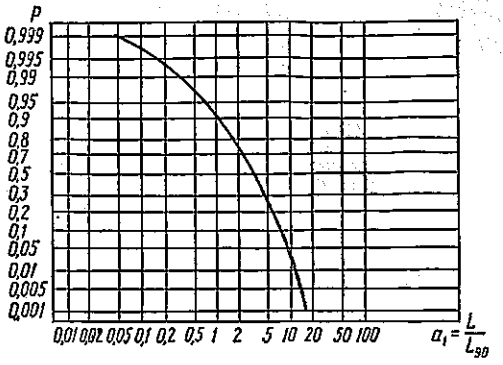

Рис. 5.2. Распределение относительного ресурса L/L_{90} подшипников качения

$$P_L = e^{(L/L_{90})^{\alpha} \ln 0,9},$$

где L_{90}—90%-ный ресурс; α — параметр формы распределения Вейбулла, связанный с рассеянием ресурса (в соответствии с ГОСТ 18855—82 α=1,5).

В расчетах подшипников качения отношение L/L_{90} называют коэффициентом надежности a_1, который определяют по формуле, вытекающей из предыдущего выражения:

$$a_1 = L/L_{90} = (\ln P_L/\ln 0,9)^{1/\alpha}. \qquad (5.20)$$

Зависимость коэффициента a_1 от вероятности P_L при α=1,5 представлена на логарифмически нормальной вероятностной бумаге (рис. 5.2).

Учитывая, что между ресурсом L и динамической грузоподъемностью C существует соотношение $L/L_{90}=(C/C_{90})^p$, получаем

$$C/C_{90} = (\ln P_L/\ln 0,9)^{1/\alpha p} = a_1^{1/p}. \qquad (5.21)$$

Структура зависимости C от P_L указывает, что динамическая грузоподъемность, так же как и ресурс, распределена по закону Вейбулла. Однако для инженерных расчетов распределение динамической грузоподъемности можно аппроксимировать нормальным законом, что резко упрощает вероятностные расчеты.

При аппроксимации среднее значение динамической грузоподъемности $\overline{C}$ принимаем равным медианному (50%-ному) значению C_{50}, что с учетом (5.21) приводит к соотношению

$$\overline{C} = (\ln 0{,}5/\ln 0{,}9)^{1/\alpha p} C_{90} = 6{,}58^{1/\alpha p} C_{90}. \qquad (5.22)$$

Среднее квадратическое отклонение динамической грузоподъемности S_C определяем через разность 50%-ной C_{50} и 90%-ной C_{90} квантилей, с учетом $C_{50}=\overline{C}$, получаем

$$S_C = (\overline{C} - C_{90})/1{,}28,$$

где постоянная 1,28—90%-ная квантиль нормированного нормального распределения.

Коэффициент вариации динамической грузоподъемности

$$v_C = S_C/\overline{C} = (1 - C_{90}/\overline{C})/1{,}28. \qquad (5.23)$$

Подставляя в (5.22) и (5.23) значения $\alpha=1{,}5$ и $p=3$ (для шарикоподшипников) или $p=10/3$ (для роликоподшипников), получаем приведенные выше значения параметров нормального распределения динамической грузоподъемности.

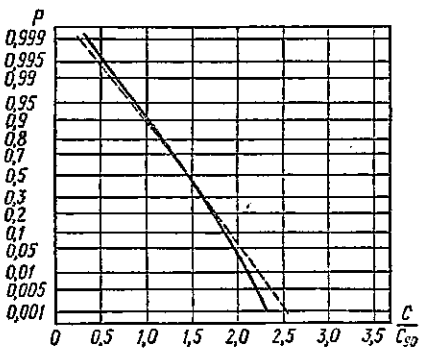

Рис. 5.3. Распределение относительной динамической грузоподъемности c/c_{90} роликоподшипников

Для оценки точности аппроксимации на нормальной вероятностной бумаге (рис. 5.3) в координатах P_L—C/C_{90} построены распределения динамической грузоподъемности роликоподшипников в предположении вейбулловского закона (сплошная кривая) и его аппроксимация нормальным законом (пунктирная прямая). Практическое совпадение распределений в области вероятностей 0,10...0,99 свидетельствует о корректности аппроксимации. Аналогичные результаты получены для шарикоподшипников.

Рекомендации ГОСТ 18855—82 и ИСО по выбору для роликоподшипников параметра α формы распределения ресурса совпадают, т. е. $\alpha=1{,}5$. Для шарикоподшипников ИСО рекомендует принимать $\alpha=10/9$, что соответствует среднему значению динамической грузоподъемности $\overline{C}=1{,}62\ C_{90}$ и коэффициенту вариации $v_C=0{,}3$.

Уточнение расчетных зависимостей для подшипников качения связано с дифференцированным учетом влияния таких факторов, как требуемая надежность подшипника, материал деталей, режим смазки.

В обычных расчетах это учитывается введением в формулу, определяющую ресурс подшипника, корректирующих коэффициентов: a_1 — коэффициента надежности, a_{23} — объединенного коэф-

фициента материала и режима смазки (в ИСО рассматривается раздельно коэффициент материала a_2 и коэффициент режима смазки a_3).

В предлагаемой форме расчета влияние рассматриваемых факторов учитывается введением в формулу (5.22), определяющую средние значения динамической грузоподъемности, дополнительного сомножителя $a_{23}^{1/p}$.

Следующим возможным направлением уточнения вероятностных расчетов подшипников качения является учет экспериментально установленного факта непостоянства коэффициента вариации

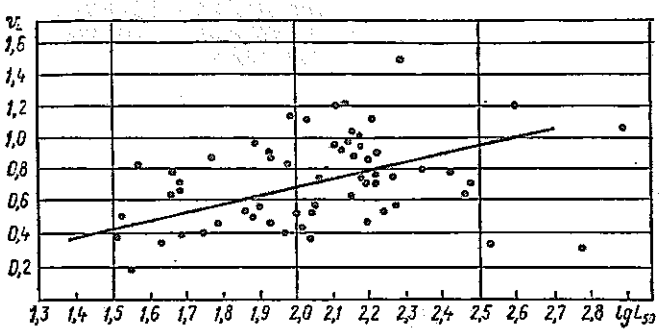

Рис. 5.4. Зависимость коэффициента вариации ресурса роликоподшипников от его медианного ресурса

ресурса v_L, в частности его увеличения при росте медианного значения ресурса L_{50} [14].

В качестве примера на рис. 5.4 приведена зависимость v_L от L_{50}, полученная по результатам испытаний 63 партий роликоподшипников (в партии 20 подшипников) [14].

В предположении описания ресурса законом Вейбулла учет непостоянства коэффициента вариации ресурса v_L приведет к пересмотру рекомендаций по выбору значения параметра формы α, так как между v_L и α существует функциональная зависимость (см. табл. 1.1, где параметр формы обозначен через m). Следует ожидать, что с ростом медианного значения ресурса, например вследствие улучшения технологии изготовления подшипников, уменьшится значение коэффициента формы α.

Пример. Определить вероятность безотказной работы роликоподшипника 2207, нагруженного случайной радиальной силой, коэффициент вариации которой $v_F = 0{,}12$. Частота вращения внутреннего кольца подшипника $n = 300$ мин$^{-1}$, требуемый ресурс $L_h = 3500$ ч, среднее значение эквивалентной нагрузки $\overline{P} = 4500$ Н.

Решение. По каталогу-справочнику [29] определяем 90%-ную динамическую грузоподъемность $C_{90} = 25\,600$ Н.

Вычисляем заданный ресурс в миллионах оборотов

$$L = 60 \cdot n \, L_h \cdot 10^{-6} = 60 \cdot 300 \cdot 3500 \cdot 10^{-6} = 63.$$

Среднее значение динамической грузоподъемности

$$\overline{C} = 1{,}46C_{90} = 1{,}46 \cdot 25\,600 = 37\,400 \text{ Н}.$$

Коэффициент запаса по средним

$$\overline{n} = \overline{C}/\overline{P}L^{1/p} = 37\,400/4500 \cdot 63^{3/10} = 2{,}40.$$

Коэффициент вариации эквивалентной динамической нагрузки принимаем равным коэффициенту вариации внешней нагрузки $v_P = v_F = 0{,}12$.

Квантиль нормированного нормального распределения

$$u_p = -\frac{\overline{n}-1}{\sqrt{\overline{n}^2 v_C^2 + v_P^2}} = -\frac{2{,}4-1}{\sqrt{2{,}4^2 \cdot 0{,}25^2 + 0{,}12^2}} = -2{,}288.$$

По таблицам нормального распределения (см. табл. 1.1) в зависимости от полученного значения квантили u_p находим, что вероятность безотказной работы рассчитываемого подшипника равна $P_L = 0{,}989$.

§ 5.8. НАДЕЖНОСТЬ ПОДШИПНИКОВ СКОЛЬЖЕНИЯ

Подшипники скольжения выходят из строя из-за недостаточной несущей способности масляного слоя (толщина слоя меньше предельной в данных условиях), из-за повышенных перекосов, недостатка смазки и др. Ниже рассматриваем надежность по критерию толщины масляного слоя.

Под несущей способностью подшипника понимают нагрузку, при которой минимальная толщина масляного слоя достигает своего предельного значения $h_{\lim}$, еще обеспечивающего работоспособность. Предельная толщина масляного слоя равна сумме высот микронеровностей плюс для несамоустанавливающихся подшипников смещение сечений вала на торцах подшипника вследствие перекоса.

При малых скоростях скольжения предельная толщина масляного слоя меньше, чем при больших [11]. Так, по опыту станкостроения для шпиндельных подшипников без учета перекоса или с малым перекосом при $V = 0{,}5$ м/с $h_{\lim} = 8$ мкм, при $V = 0{,}2$ м/с $h_{\lim} = 6$ мкм, при совсем малой скорости $h_{\lim} = 3$ мкм.

Несущая способность F, Н, определяется диаметром d, мм, и длиной l, мм, подшипника, частотой вращения вала n, мин$^{-1}$, динамической вязкостью масла η, Па·с, диаметральным зазором Δ, мкм;

$$F = 0{,}107 C_R n l d^3 \eta \frac{1}{\Delta^2}, \qquad (5.24)$$

где C_R — коэффициент нагруженности [32], характеризующий нагрузку и гидродинамический режим работы подшипника. Приближенно считают

$$C_R = \frac{m}{1-\chi} - m, \qquad (5.25)$$

где χ — относительный эксцентриситет; m — коэффициент, следующим образом зависящий от отношения l/d:

l/d	0,7	1	1,2
m	0,6	0,85	1

В свою очередь, χ связан с Δ и минимальной толщиной масляного слоя h_{min} зависимостью $h_{min}=\frac{\Delta}{2}(1-\chi)$. Отсюда, принимая $h_{min}=h_{lim}$, имеем

$$\chi=\frac{\Delta-2h_{lim}}{\Delta}. \tag{5.26}$$

Подставляя значения (5.25), (5.26) в формулу (5.24), получаем

$$F=0{,}107nld^3m\frac{\eta}{\Delta^2}\left(\frac{\Delta}{2h_{lim}}-1\right). \tag{5.27}$$

Значение F является функцией случайных аргументов Δ и η:

$$\Delta=\Delta_0-2a\cdot\Delta t\,(\alpha-\alpha_0)\,10^3; \tag{5.28}$$

$$\eta=\eta_0\,(t_э/t)^{m_1}, \tag{5.29}$$

где Δ_0, η_0 — значения параметров Δ и η при окружающей температуре t_0; t — температура подшипника; $\Delta t=t-t_0$ — избыточная температура; $2a$ — двойная толщина стенки вкладыша подшипника, мм; α, α_0 — коэффициенты линейного расширения материалов вкладыша и корпуса; m_1 — показатель степени (обычно $m_1=2{,}6...3{,}0$).

Температурное изменение зазора, мкм, учитываем как следствие разности коэффициентов линейного расширения материалов вкладыша (или заливки) и корпуса.

Обозначим среднее значение несущей способности через $\overline{F}$, ее среднее квадратическое отклонение через S_F, действующую на подшипник радиальную нагрузку через F_r. Тогда квантиль нормального распределения $u_р$, определяющая вероятность безотказной работы подшипника, будет связана с названными параметрами выражением

$$\overline{F}-F_r+u_рS_F=0. \tag{5.30}$$

Значение $\overline{F}$ вычисляем по формуле (5.27), подставляя в нее средние значения диаметрального зазора $\overline{\Delta}$ и вязкости масла $\overline{\eta}$. Значение S_F может быть оценено квадратическим суммированием средних квадратических отклонений значения F, вызванных рассеянием Δ и η:

$$S_F\approx\frac{1}{6}\sqrt{[(F)'_\Delta\delta_\Delta]^2+[(F)'_\eta\delta_\eta]^2}, \tag{5.31}$$

где δ_Δ, δ_η — допуски на параметры Δ и η; $(F)'_\Delta$, $(F)'_\eta$ — частные производные функции F по Δ и η, вычисленные при средних значениях параметров. В формуле принято, что средние квадратические отклонения зазора и вязкости составляют шестую часть от полей допусков на эти параметры.

Допуск на диаметральный зазор δ_Δ определяется допусками на диаметр вкладыша $\delta_в$, цапфы $\delta_ц$ и допусками на их цилиндричность. Обычно допускаемое отклонение от цилиндричности для подшипников скольжения (в диаметральном выражении) ограничива-

ют значением (0,16...0,25) поля допуска на диаметр. Отсюда

$$\delta_\Delta \approx 1,1\sqrt{\delta_в^2 + \delta_ц^2}. \qquad (5.32)$$

Допуск на динамическую вязкость масла оценивают по справочным данным с учетом поправки на температуру

$$\delta_\eta = \delta_{\eta 0}\,(t_0/t)^{m_1}, \qquad (5.33)$$

где $\delta_{\eta 0}$ — допуск на динамическую вязкость при температуре t_0.

Выражения для частных производных $(F)'_\Delta$, $(F)'_\eta$ различны в случае постоянства температуры подшипника, которая обеспечивается автоматически или человеком, и в случае переменности температуры, являющейся функцией режима, зазора, вязкости масла и т. д.

В первом случае Δ, η, δ_η приводим к принятому значению температуры t, после чего влияние температуры можно полагать исключенным и частные производные можно находить, дифференцируя выражение (5.27):

$$(F)'_\Delta = 0,107nl\,d^3 m\bar{\eta}\left(\frac{2}{\bar{\Delta}^3} - \frac{1}{2\bar{\Delta}^2 h_{\lim}}\right); \qquad (5.34)$$

$$(F)'_\eta = 0,107nld^3\,\frac{m}{\bar{\Delta}^2}\left(\frac{\bar{\Delta}}{2h_{\lim}} - 1\right), \qquad (5.35)$$

где $\bar{\Delta}$, $\bar{\eta}$ — средние значения параметров Δ, η при температуре t.

В наиболее распространенном случае переменности температуры решение осложняется, так как случайные аргументы Δ и η, в свою очередь, зависят от случайного значения температуры. Часто для задач такого типа не удается получить решения в явном виде. В данном случае решение получено в связи с тем, что зависимость температуры, зазора и вязкости можно выразить в явном виде.

Прежде всего получим выражение для оценки температуры подшипника. Принимаем, что избыточная температура подшипника Δt пропорциональна теплообразованию, которое пропорционально вязкости и обратно пропорционально зазору [32]:

$$\Delta t = C_0\,\frac{\eta}{\Delta}, \qquad (5.36)$$

где C_0 — коэффициент пропорциональности, зависящий от параметров подшипника и вида теплоотвода, мкм·°С/(Па·с). Для основного случая теплоотвода в корпус и вал, приближенно принимая [32] теплоотвод пропорциональным свободной поверхности подшипникового узла, коэффициенту теплоотдачи и избыточной температуре,

$$C_{0k} = 0,273\cdot 10^{-8}\,\frac{ld^3n^2}{kA_0}\,C_M; \qquad (5.37)$$

при циркуляционной смазке для теплоотвода в масло

$$C_{0M} = 0,273\cdot 10^{-5}\,\frac{ld^2n^2}{CV\rho}\,C_M, \qquad (5.38)$$

а в общем случае

$$C_0 = C_{0k} + C_{0M}, \tag{5.39}$$

где C_M — коэффициент сопротивления вращению, зависящий от l/d и χ (находят по таблице [32]); k — коэффициент теплоотдачи, Вт/(м²·°С); A_0 — свободная поверхность корпуса подшипникового узла, м²; C — теплоемкость масла, Дж/(кг·°С); V — объем масла, прокачиваемого через подшипник, л/с; ρ — плотность масла, кг/м³.

Зная Δt, находим t.

Далее получаем формулы для $(F)'_\Delta$ и $(F)'_\eta$. Для этого выражения (5.27. . .5.29; 5.36) линеаризируем, преобразуем и отбрасываем слагаемые, мало влияющие на результат. Тогда

$$(F)'_\Delta \approx -\frac{0,107nld^3m\bar{\eta}}{2h_{\lim}\left(\bar{\Delta}+m_1\bar{\eta}\frac{C_0}{\bar{t}}\right)^2}\left(\frac{m_1\bar{\eta}C_0}{\bar{t}\bar{\Delta}}+1\right), \tag{5.40}$$

где $\bar{t}$ — среднее значение температуры подшипника.

Температуру $\bar{t}$ можно находить методом проб и ошибок (достаточно, как правило, трех попыток) по зависимости, вытекающей из (5.36)

$$\bar{t} = t_0 + C_0\frac{\bar{\eta}_0\left(\frac{t_0}{t_0+\bar{\Delta}t}\right)^{m_1}}{\bar{\Delta}_0 - 2a\,\bar{\Delta}t\,(\alpha-\alpha_0)\cdot 10^3}, \tag{5.41}$$

где $\bar{\Delta}$, $\bar{\eta}$ — средние значения зазора и вязкости, соответствующие средней температуре подшипника.

Выражение для $(F)'_\eta$ совпало с (5.35) в результате того, что температура и вязкость взаимно регулируют друг друга, а поэтому, взаимно исключились из выражения для $(F)'_\eta$.

Оценку S_F во втором случае производим также по выражению (5.21), но δ_Δ и δ_η — вычисляем для среднего значения температуры подшипника.

Известно, что линеаризация тем точнее, чем меньше отличие функции от линейной и меньше диапазоны рассеяния случайных аргументов. В данном случае диапазон рассеяния зазора сопоставим с его средним значением, что ведет к возникновению некоторой погрешности расчета. Но функция $F=f(\Delta)$ убывающая вогнутая, поэтому погрешность возникает в сторону занижения несущей способности, что идет в запас по надежности. Последнее при выполнении приближенных расчетов позволяет не вводить в формулы поправочных коэффициентов.

Пример 1. Требуется оценить вероятность безотказной работы P подшипника, если $F_r = 20\,000$ Н, $n = 1000$ мин$^{-1}$, $d = 80$ мм, $l = 56$ мм, $2a = 5$ мм, $\alpha = 20\cdot10^{-6}$ 1/град, $\alpha_0 = 12\cdot10^{-6}$ 1/град, посадка цапфы во вкладыш $H7/e8$, шероховатость поверхности цапфы $R_{z_1} = 0,8$ мкм, вкладыша $R_{z_2} = 3,2$ мкм, динамическая вязкость масла при 50 °С характеризуется средним $\bar{\eta} = 0,04$ Па·с

и допуском $\delta_\eta = 0{,}013$ Па·с. Температура подшипника поддерживается равной 50 °С.

Р е ш е н и е. Данной посадке соответствует среднее значение измеренного зазора 98 мкм. Расчетный зазор больше измеренного на величину $1{,}2\,(R_{z_1} + R_{z_2})$. Поэтому среднее значение расчетного зазора составляет $\overline{\Delta}_0 = 103$ мкм при 20 °С и $\overline{\Delta} = 101$ мкм при 50 °С.

Скорость цапфы составляет 4,2 м/с, поэтому принимаем $h_{\lim} = 8$ мкм. По формуле (5.26) для значения Δ получаем $\chi = 0{,}843$. По этому значению и $l/d = 56/80 = 0{,}7$ находим из [32] $C_R = 3{,}12$, отсюда по формуле (5.24) $F = 36\,800\,H$.

Допуск для размера $\varnothing\ 80H7$ составляет $\delta_в = 30$ мкм, а для размера $\varnothing\ 80\ e8$ $\delta_ц = 46$ мкм. Отсюда $\delta_\Delta = 57$ мкм. Допуск для вязкости $\delta_\eta = 0{,}013$ Па·с.

Принимая $m = 0{,}6$, по формулам (5.34) и (5.35) находим $(F)'_\Delta = -309$, $(F)'_\eta = 951\,000$. Подставляя значения в (5.31), имеем $S_F = 3{,}617$ Н. Отсюда по формуле (5.30) $u_р = -4{,}64$, что соответствует $P > 0{,}999$.

Пример 2. Требуется оценить вероятность безотказной работы того же подшипника, если известно, что температура не регулируется. Теплоотвод осуществляется в корпус и вал, $k = 17$ Вт/(м^2·° С). $A_0 = 0{,}2$ м^2, $m_1 = 3{,}0$, окружающая температура $t_0 = 20$ °С.

Р е ш е н и е. Значениям $\chi = 0{,}843$ и $l/d = 0{,}7$, найденным в предыдущем примере, соответствует согласно [32] $C_M = 6{,}715$. Это дает по формуле (5.37) $C_{0k} = 164\,300$. Вычислив η_0 при $t_0 = 20$ °С и подставляя C_{0k}, η_0, $\overline{\Delta}_0$ в (5.36), получаем $\overline{\Delta t} = 39$ °С, т. е. $\overline{t} = t_0 + \Delta t = 20 + 39 = 59$ °С. Найденному $\overline{t}$ согласно (5.28), (5.29) и (5.33) соответствуют $\overline{\Delta} = 100$ мкм, $\overline{\eta} = 0{,}0243$ Па·с, $\delta_\eta = 0{,}008$ Па·с.

По формуле (5.24) для $C_R = 3{,}12$ и найденным $\overline{\Delta}$ и $\overline{\eta}$ вычисляем $\overline{F} = 23\,260$ Н. Находим по формуле (5.40) $(F)'_\Delta = 92{,}3$, по формуле (5.85) $(F)'_\eta = 966\,000$, по формуле (5.31) $S_F = 1560$ Н. Подставляя $\overline{F}$, F_r, S_F в формулу (5.30), получаем $u_р = -2{,}09$, что соответствует вероятности $P = 0{,}9817$.

Большая надежность подшипника из первого примера вызвана обеспечением постоянства температуры. Вместе с тем относительно небольшое различие в оценках надежности по примерам объясняется тем, что во втором случае реализуется способность подшипника саморегулироваться: с повышением температуры понижается вязкость и отсюда уменьшается теплообразование в подшипнике.

Сопоставляя средние значения несущей способности подшипника и ее коэффициенты вариации, видим, что с увеличением нагрузки на подшипник преимущества подшипника с регулируемой температурой возрастают.

§ 5.9. НАДЕЖНОСТЬ РОЛИКОВЫХ ОБГОННЫХ МУФТ

К надежности этих муфт предъявляются повышенные требования в связи с использованием их как храповых механизмов в условиях, когда обратное вращение может вызвать крайне нежелательные и даже аварийные условия.

Из муфт свободного хода наибольшее распространение, как самая технологичная, нашла муфта с плоскими рабочими поверхностями звездочки.

Ниже приведены приближенные вероятностные расчеты включения и прочности муфты. Включение является условием непроворота в обратном направлении муфты, используемой в качестве останова. Приближенность расчетов связана с пренебрежением влияния контактных упругих деформаций, а также с оценкой предельного отклонения угла заклинивания по предельному сочетанию допусков деталей муфты.

Основным параметром муфты, определяющим условия сцепления, является угол заклинивания ролика α. С учетом эксцентриситета ролика и обоймы из геометрических соотношений (рис. 5.5)

$$\alpha = \arccos \frac{2h + d_р + 2e'}{D - d_р}, \tag{5.42}$$

где h — расстояние рабочей плоскости звездочки до оси муфты; $d_р$ — диаметр ролика; $e' = e\cos\psi$, где e — эксцентриситет, ψ — угол, характеризующий положение оси звездочки относительно обоймы, D — диаметр обоймы.

Ролик муфты будет включаться, если угол трения φ будет не меньше половины угла заклинивания

$$\varphi \geqslant \frac{\alpha}{2}. \tag{5.43}$$

С другой стороны, чем больше α, тем больший момент T может передать муфта

$$T = 0{,}5FzD\sin\frac{\alpha}{2}, \tag{5.44}$$

где z — число роликов; F — сила в контакте. Поэтому с целью повышения нагрузочной способности повышают угол заклинивания (обычно $\alpha = 7°$), но при этом возрастает риск невключения муфты.

Предположим нормальное распределение углов трения и заклинивания.

Рассмотрим самоустанавливающуюся конструкцию муфты (рис. 5.5) с тремя роликами. В ней эксцентриситет отсутствует и одновременно заклиниваются все три ролика.

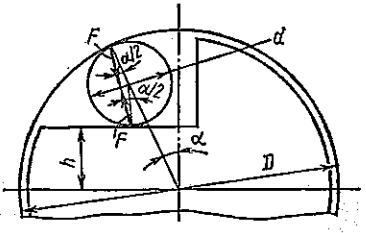

Рис. 5.5. Роликовая обгонная муфта

Вероятность включения самоустанавливающейся муфты $P_с$ на основе выражения (5.43) зависит от средних значений углов трения $\bar{\varphi}$ и заклинивания $\bar{\alpha}$, а также от средних квадратических отклонений $S_{\varphi м}$ и $S_{\alpha м}$ рассеяний углов трения и заклинивания по муфтам. Величина $S_{\alpha м}$ связана с разбросом диаметра обоймы. Квантиль $u_{рс}$ вероятности $P_с$, считая разность случайных величин $(\varphi - \alpha/2)$, распределенной нормально, можно оценить по формуле

$$u_{рс} = -\frac{\bar{\varphi} - \bar{\alpha}/2}{\sqrt{S^2_{\varphi м} + \frac{1}{4}S^2_{\alpha м}}}. \tag{5.45}$$

На значение $P_с$ практически не влияют рассеяния значений φ и α по роликам в пределах одной муфты, так как погрешности изготовления в самоустанавливающейся муфте осредняются.

Далее рассматриваем несамоустанавливающуюся конструкцию муфты.

Вероятность P_z полного включения муфты, т.е. включения всех роликов в передачу крутящего момента, находят по квантили

$$u_{pz} = -\frac{\bar{\varphi} - \bar{\alpha}/2 - \mu\,(S_{\varphi p} + S_{\alpha p})}{\sqrt{S_{\varphi м}^2 + \frac{1}{4} S_{\alpha м}^2 + \varepsilon^2\,(S_{\varphi p}^2 + S_{\alpha p}^2)}}, \qquad (5.46)$$

где $S_{\varphi p}$, $S_{\alpha p}$ — средние квадратические отклонения углов трения и заклинивания по роликам внутри муфты; μ, ε — параметры положения и сдвига, зависящие от z. Учет параметров μ и ε отражает факт, что искомая вероятность P_z зависит от z, так как $P_z = P_p^z$, где P_p — вероятность включения одного ролика.

Вероятность P_1 включения хотя бы одного ролика может быть найдена на основе того, что вероятность $(1 - P_1)$ противоположного события — невключения ни одного ролика — есть произведение z вероятностей $(1 - P_p)$ невключения каждого ролика

$$P_1 = 1 - (1 - P_p)^z. \qquad (5.47)$$

Вероятность P_p включения одного ролика находится по квантили

$$u_{p1} = -\frac{\bar{\varphi} - \bar{\alpha}/2}{\sqrt{S_{\varphi м}^2 + \frac{1}{4} S_{\alpha м}^2 + S_{\varphi p}^2 + S_{\alpha p}^2}}. \qquad (5.48)$$

Рассмотрим методы нахождения значений $\bar{\varphi}$, $\bar{\alpha}$, $S_{\varphi м}$, $S_{\alpha м}$, $S_{\varphi p}$, $S_{\alpha p}$, входящих в формулы (5.45), (5.46) и (5.48).

При трении закаленной стали по закаленной стали со смазкой коэффициент трения оцениваем 0,06...0,1. Отсюда среднее значение коэффициента трения 0,08 и его среднее квадратическое отклонение, принимая равным одной шестой диапазона рассеяния, 0,0067. Им соответствует $\bar{\varphi} \approx 4{,}57°$ и среднее квадратическое отклонение угла трения 0,38°. Принимаем, что коэффициент трения имеет рассеяние главным образом по муфтам (пусть две трети от всего диапазона). Тогда $S_{\varphi м} = 0{,}26°$, $S_{\varphi p} = 0{,}12°$.

Значение $\bar{\alpha}$ находят по формуле (5.42) с подстановкой в нее средних значений h, D и d_p, приняв $e' = 0$.

Среднее квадратическое отклонение угла заклинивания принимаем около шестой части диапазона рассеяния угла заклинивания

$$S_{\alpha м} = \delta_{\alpha м}/6; \quad S_{\alpha p} = \delta_{\alpha p}/6, \qquad (5.49)$$

где $\delta_{\alpha м}$ $\delta_{\alpha p}$ — диапазоны рассеяния угла заклинивания по муфтам и по роликам внутри муфты.

Значения $\delta_{\alpha м}$ и $\delta_{\alpha p}$ зависят от законов распределения погрешностей на размеры h, d_p, D, δ_e, а также их взаимосвязи. Вместо точного решения ниже с целью упрощения формул приводится приближенное решение, полученное из формул (5.42) расчетом по

предельному сочетанию допусков δ_h, δ_D, δ_{d_p}, δ_e на параметры h, D, d_p, e:

$$\delta_{\alpha м} \leqslant \arccos\frac{2h+d_p}{D-d_p} - \arccos\frac{2h+d_p+2\delta_e}{(D-\delta_D)-d_p}; \quad (5.50)$$

$$\delta_{\alpha p} \leqslant \arccos\frac{2h+d_p}{D-d_p} - \arccos\frac{2(h+\delta_h)+(d_p+\delta_{d_p})}{D-(d_p+\delta_{d_p})}, \quad (5.51)$$

где h, D, d — номинальные значения параметров.

Вероятность P неразрушения контактирующих деталей оценена для наиболее распространенной самоустанавливающейся конструкции муфты в предположении нормальных распределений разрушающих σ_R и действующих σ_H контактных напряжений. Квантиль u_p искомой вероятности можно найти по формуле

$$u_p = -\frac{\bar{\sigma}_R - \bar{\sigma}_H - \mu S_R}{\sqrt{(\varepsilon S_R)^2 + S_H^2}}, \quad (5.52)$$

где $\bar{\sigma}_R$, $\bar{\sigma}_H$ и S_R, S_H — средние значения и средние квадратические отклонения разрушающих и действующих напряжений.

При твердости поверхностей HRC>60 можно ориентировочно принимать $\bar{\sigma}_R = 1800$ МПа, $S_R = 100$ МПа.

Значение $\bar{\sigma}_H$, МПа, вычисляют по формуле Герца при номинальных значениях F, Н и d_p, мм:

$$\bar{\sigma}_H = 0{,}418\sqrt{\frac{2FE}{d_p l}}, \quad (5.53)$$

где E — модуль упругости контактирующих деталей, МПа; l — длина ролика, мм. Значение F вычисляют по формуле (5.44) с подстановкой в нее номинальных значений D, α и среднего значения момента T.

Среднее квадратическое отклонение S_H действующих напряжений может быть найдено по среднему квадратическому отклонению момента. Линеаризируя функцию (5.53) и выражая F через T, получим

$$S_H = \frac{\bar{\sigma}_H}{2}\frac{S_T}{\bar{T}}. \quad (5.54)$$

Пример. Требуется оценить вероятность полного включения несамоустанавливающейся муфты, у которой $h = 36{,}76^{+0}_{-0{,}02}$ мм, $d_p = 13^{+0}_{-0{,}010}$ мм, $D = 100^{+0{,}035}_{0}$ мм, $l = 20$ мм, $\delta_e = 0{,}030$ мм, $z = 3$, при передаче номинального значения момента $T = 74$ Н·м.

Решение. Принимаем $\bar{\varphi} = 4{,}57°$, $S_{\varphi м} = 0{,}26°$, $S_{\varphi p} = 0{,}12°$. По формуле (5.42) вычисляем $\bar{\alpha} = 6{,}02°$. Находим допуски на параметры: $\delta_h = 0{,}02$ мм, $\delta_D = 0{,}035$ мм, $\delta_{d_p} = 0{,}01$ мм, $\delta_e = 0{,}03$ мм и по ним вычисляем (5.50), (5.51) диапазоны рассеяния угла заклинивания $\delta_{\alpha м} = 0{,}6287°$, $\delta_{\alpha p} = 0{,}389°$. Отсюда $S_{\alpha м} = 0{,}105°$, $S_{\alpha p} = 0{,}0648°$. При $z = 3$ согласно табл. 3.1 $\mu = 0{,}75$, $\varepsilon = 0.8$. Подставляя значения в формулу (5.46), получаем $u_{p,z} = -3{,}4$, что соответствует искомой вероятности большей чем 0,999.

§ 5.10. НАДЕЖНОСТЬ ПРЕДОХРАНИТЕЛЬНОЙ МУФТЫ С РАЗРУШАЮЩИМИСЯ ЭЛЕМЕНТАМИ

Специфика надежности функционирования предохранительных муфт с разрушающимися элементами заключается в обеспечении достаточно высоких значений вероятностей двух противоречивых событий: безотказной передачи муфтой внешнего расчетного момента, с одной стороны, и безотказности срабатывания (разрушения) предохранительного устройства при недопустимых перегрузках — с другой.

Расчет вероятности безотказной работы муфты в обычной проверочной форме в предположении, что расчетные параметры подчиняются нормальному распределению, проводят с помощью квантили нормального распределения

$$u_{\text{р}} = -\frac{\overline{n}-1}{\sqrt{\overline{n}^2 v_{\text{р}}^2 + v_a^2}},$$

где $\overline{n}=\overline{T}_{\text{р}}/\overline{T}_a$ — коэффициент запаса по средним; $\overline{T}_{\text{р}}$, $\overline{T}_a$ — средние значения разрушающего и внешнего моментов; v_p, v_a — коэффициенты вариации разрушающего и действующего внешних моментов.

Разрушающий момент $T_{\text{р}}=\pi d^2 \tau R/4$, где d — диаметр опасного сечения штифта; R — радиус расположения штифта; τ — напряжение среза $\tau=c\sigma_{\text{вр}}$; $\sigma_{\text{вр}}$ — предел прочности материала; $c=0{,}95$ для штифтов с выточкой; $c=0{,}75$ для штифтов без выточки.

Коэффициент вариации разрушающего момента, равный коэффициенту вариации предела прочности материала штифта, обычно принимают 0,06...0,08.

Вероятность срабатывания (разрушения) предохранительного элемента в момент действия аварийной (пиковой) нагрузки определяют в зависимости от квантили

$$u_{\text{р}} = -\frac{\overline{n}_n - 1}{v_{\text{р}}},$$

где $\overline{n}_n=T_{\text{пик}}/T_{\text{р}}$ — коэффициент запаса по средним; $T_{\text{пик}}$ — пиковая нагрузка, превышение которой вызывает аварийное состояние машины.

Пример. Проверить вероятность безотказной работы предохранительной муфты. Штифт с выточкой из стали. Коэффициент запаса прочности по средним равен 1,5, коэффициент вариации нагрузки $v_a=0{,}1$.

Р е ш е н и е. Коэффициент вариации предела прочности материала $v_p=0{,}07$. Квантиль нормального распределения

$$u_{\text{р}} = -\frac{1{,}5-1}{\sqrt{1{,}5^2 \cdot 0{,}07^2 + 0{,}1^2}} = -3{,}5.$$

Вероятность безотказной работы, определяемая по таблицам, $P > 0{,}999$.

§ 5.11. НАДЕЖНОСТЬ ПРЕДОХРАНИТЕЛЬНОЙ ФРИКЦИОННОЙ МУФТЫ

Условие непроскальзывания муфты с заданной вероятностью $\overline{T}-\overline{T}_a+u_p S=0$ или $\overline{F}\overline{f}r_{cp}-\overline{T}_a+u_p S=0$, где $\overline{T}=\overline{F}\overline{f}r_{cp}$ — среднее значение предельного момента; F — сила прижатия дисков; r_{cp} — средний радиус дисков; $\overline{f}$ — среднее значение коэффициента трения; $\overline{T}_a$ — среднее значение внешнего момента; $S=\sqrt{S_T^2+S_a^2}$ — среднее квадратическое отклонение разности моментов T и T_a; S_T и S_a — средние квадратические отклонения моментов T и T_a.

Из предыдущего условия определяем квантиль нормального распределения

$$u_p=-\frac{\overline{n}-1}{\sqrt{\overline{n}^2v_f^2+v_a^2}},$$

где $\overline{n}=\overline{F}\overline{f}r_{cp}/\overline{T}_a$ — коэффициент запаса по средним; v_a и v_f — коэффициенты вариации внешнего вращающего момента и коэффициента трения соответственно.

По вычисленному значению u_p определяем вероятность работы муфты без проскальзывания.

Вероятность срабатывания муфты при действии пикового момента определяем в зависимости от квантили u_p, равной $u_p=-\frac{\overline{n}_n-1}{v_f}$, где $\overline{n}_n=T_{пик}/\overline{T}$.

§ 5.12. НАДЕЖНОСТЬ ПРУЖИННО-ШАРИКОВОЙ ПРЕДОХРАНИТЕЛЬНОЙ МУФТЫ

Предельный момент муфты, т. е. вращающий момент T начала проскальзывания при действии сил трения на шлицах и шариках,

$$T=\frac{FD}{2[\operatorname{tg}(\alpha-\varphi)-Df/d]}\approx\frac{FD}{2(\operatorname{tg}\alpha-fc)},$$

где $c=1+D/d$; F — сила пружин; D — диаметр расположения центров шариков; d — средний диаметр шлицевого участка вала; α — угол профиля зуба; f — коэффициент трения.

Вероятность работы муфты без проскальзывания определяется квантилью u_p:

$$\overline{T}-\overline{T}_a+u_pS_T=0,$$

где $\overline{T}$, $\overline{T}_a$ — средние значения предельного и внешнего моментов; S_T — среднее квадратическое отклонение предельного и внешнего моментов

$$S_T\approx\sqrt{\left(\frac{\partial T}{\partial f}\right)_m^2S_f^2+S_a^2}=\sqrt{\left[\frac{c\overline{T}}{(\operatorname{tg}\alpha-\overline{f}c)}\right]^2S_f^2+S_a^2},$$

где S_f, S_a — средние квадратические отклонения коэффициента трения и внешнего момента.

Отсюда

$$u_{\text{р}} = -\frac{\overline{T} - \overline{T}_a}{\sqrt{\left[\frac{c\overline{T}f}{(\operatorname{tg}\alpha - fc)}\right]^2 v_f^2 + v_a^2 \overline{T}_a^2}} = -\frac{\overline{n} - 1}{\sqrt{\left[\frac{c\overline{n}f}{\operatorname{tg}\alpha - fc}\right]^2 v_f^2 + v_a^2}},$$

где $\overline{n} = \frac{\overline{T}}{\overline{T}_a}$ — коэффициент запаса по средним.

Вероятность срабатывания муфты при действии пикового момента $T_{\text{пик}}$ определяют в зависимости от квантили $u_{\text{р}}$, равной

$$u_{\text{р}} = -\frac{T_{\text{пик}} - \overline{T}}{\frac{c\overline{T}}{\operatorname{tg}\alpha - fc} S_f} = -\frac{\overline{n}_n - 1}{\frac{cf}{\operatorname{tg}\alpha - fc} v_f},$$

где $\overline{n}_n = \frac{T_{\text{пик}}}{\overline{T}}$.

ГЛАВА 6

ИСПЫТАНИЯ НА НАДЕЖНОСТЬ

§ 6.1. СПЕЦИФИКА ОЦЕНКИ НАДЕЖНОСТИ МАШИН ПО РЕЗУЛЬТАТАМ ИСПЫТАНИЙ

Расчетные методы оценки надежности разработаны пока не по всем критериям и не для всех деталей машин. Поэтому надежность машин в целом в настоящее время оценивают по результатам испытаний, которые называют определительными. Определительные испытания стремятся приблизить к стадии разработки изделия. Кроме определительных проводят также при серийном изготовлении изделий контрольные испытания на надежность. Они предназначены для контроля соответствия серийной продукции требованиям по надежности, приведенным в технических условиях и учитывающим результаты определительных испытаний.

Экспериментальные методы оценки надежности требуют испытаний значительного числа образцов, длительного времени и затрат. Это не позволяет проводить надлежащие испытания по надежности машин, выпускаемых малыми сериями, а для машин, выпускаемых крупносерийно, задерживает получение достоверной информации о надежности до стадии, когда уже изготовлена технологическая оснастка и внесение изменений очень дорого. Поэтому при оценках и контроле надежности машин актуально использование возможных способов сокращения объема испытаний.

Объем испытаний, необходимый для подтверждения заданных показателей надежности, сокращают путем: 1) форсирования режимов; 2) оценки надежности по малому числу или отсутствию отказов; 3) сокращения числа образцов за счет увеличения длительности испытаний; 4) использования разносторонней информации о надежности деталей и узлов машины.

Кроме того, объем испытаний можно сократить научным планированием эксперимента (см. ниже), а также повышением точности измерений.

По результатам испытаний для невосстанавливаемых изделий оценивают и контролируют, как правило, вероятность безотказной работы, а для восстанавливаемых — среднюю наработку на отказ и среднее время восстановления работоспособного состояния.

§ 6.2. ОПРЕДЕЛИТЕЛЬНЫЕ ИСПЫТАНИЯ

Во многих случаях испытания на надежность необходимо проводить до разрушения. Поэтому испытывают не все изделия (генеральную совокупность), а небольшую их часть, называемую выборкой. В этом случае вероятность безотказной работы (надежность) изделия, средняя наработка на отказ и среднее время восстановления могут отличаться от соответствующих статистических оценок вследствие ограниченности и случайного состава выборки. Чтобы учесть это возможное отличие, вводится понятие доверительной вероятности.

Доверительной вероятностью (достоверностью) называют вероятность того, что истинное значение оцениваемого параметра или числовой характеристики лежит в заданном интервале, называемом *доверительным*.

Доверительный интервал для вероятности P ограничен нижней $P_н$ и верхней $P_в$ доверительными границами:

$$\text{Вер}\,(P_н \leqslant P \leqslant P_в) = \beta, \qquad (6.1)$$

где символ «Вер» обозначает вероятность события, а β показывает значение двусторонней доверительной вероятности, т. е. вероятности попадания в интервал, ограниченный с двух сторон. Аналогично, доверительный интервал для средней наработки на отказ ограничен $T_н$ и $T_в$, а для среднего времени восстановления — границами $T_{вн}$, $T_{вв}$.

На практике основной интерес представляет односторонняя вероятность, что числовая характеристика не меньше нижней или не выше верхней границы. Первое условие, в частности, относится к вероятности безотказной работы и средней наработке на отказ, второе — к среднему времени восстановления. Например, для вероятности безотказной работы условие имеет вид

$$\text{Вер}\,(P_н \leqslant P) = \alpha. \qquad (6.2)$$

Здесь α — односторонняя доверительная вероятность нахождения рассматриваемой числовой характеристики в интервале, ограниченном с одной стороны. Вероятность α на стадии испытаний опытных образцов обычно принимают равной 0,7...0,8, на стадии передачи разработки в серийное производство — 0,9...0,95. Нижние значения характерны для случая мелкосерийного производства и высокой стоимости испытаний.

Ниже приведены формулы для оценок по результатам испытаний нижних и верхних доверительных границ рассматриваемых число-

вых характеристик с заданной доверительной вероятностью α. Если необходимо ввести двусторонние доверительные границы, то названные формулы пригодны и для такого случая. При этом полагают вероятности выхода на верхнюю и нижнюю границы одинаковыми и выражают α через заданное значение β. Так как $(1+\alpha)+(1-\alpha)=(1-\beta)$, то $\alpha=(1+\beta)/2$.

Невосстанавливаемые изделия. Наиболее распространен случай, когда объем выборки меньше десятой части генеральной совокупности. В этом случае для оценки нижней $P_н$ и верхней $P_в$ границ вероятности безотказной работы используют [50] биноминальное распределение. При испытаниях n изделий доверительную вероятность $1-\alpha$ выхода на каждую из границ принимают равной вероятности появления в одном случае не более m отказов, в другом случае не менее m отказов:

$$\sum_{i=0}^{m} \frac{n!}{i!\,(n-i)!}(1-P_н)^i P_н^{n-i} = 1-\alpha; \tag{6.3}$$

$$\sum_{m}^{n} \frac{n!}{i!\,(n-i)!}(1-P_в)^i P_в^{n-i} = 1-\alpha. \tag{6.4}$$

Пример 1. Оценить $P_н$ при доверительной вероятности $\alpha=0{,}9$, если испытано три изделия $n=3$ и отказало одно $m=1$.

Решение. По формуле (6.3)

$$\frac{1\cdot 2\cdot 3}{1\cdot 1\cdot 2\cdot 3}P_н + \frac{1\cdot 2\cdot 3}{1\cdot 1\cdot 2}(1-P_н)P_н^2 = 1-0{,}9.$$

В итоге получаем $P_н=0{,}2$.

В случае безотказных испытаний из формулы (6.3) при $m=0$ следует, что $P_н$ связано с доверительной вероятностью и числом испытанных изделий выражением

$$\sum_{i=0}^{0} \frac{n!}{i!\,(n-i)!}(1-P_н)^i P_н = P_н^n = 1-\alpha.$$

Отсюда

$$P_н = \sqrt[n]{1-\alpha}. \tag{6.5}$$

Пример 2. $n=10$; $\alpha=0{,}7$; $m=0$. Найти $P_н$.

Решение. $P_н = \sqrt[10]{1-0{,}7} = 0{,}887$.

При больших n и m формулами (6.3) и (6.4) неудобно пользоваться. В этом случае прибегают к приближенным вычислениям, заменяя биномиальное распределение нормальным с использованием следующих рассуждений. Испытания n изделий рассматриваем как испытания n выборок по одному изделию. Результаты испытаний каждого изделия могут иметь два исхода: $x_1=0$ — отказ и $x_2=1$ — изделие не отказало. По определению среднее значение случайной величины равно сумме произведений всех возможных значений случайной величины (*в данном случае 0 и 1*) *на частоты этих появлений. Поэтому*

$$x = \sum_{i=1}^{2} x_i P_i = 0\,\frac{m}{n} + 1\,\frac{n-m}{n} = \frac{n-m}{n} = P^*,$$

где P^* — частость сохранения работоспособности. При больших n частость стремится к вероятности P. Среднее квадратическое отклонение S_{1x} случайной величины x при испытаниях одного изделия составляет

$$S_{1x} = \sqrt{\Sigma (x_i - x)^2 P_i} = \sqrt{(0 - P^*)^2 \frac{m}{n} + (1 - P^*)^2 \left(\frac{n-m}{n}\right)} = \sqrt{P^* (1 - P^*)},$$

а по результатам испытаний n изделий оно в $\sqrt{n}$ раз меньше, чем S_{1x}. Поэтому $S_{nx} = \sqrt{\frac{P^* (1 - P^*)}{n}}$. Предполагая в силу справедливости центральной предельной теоремы распределение среднего, как суммы, близким к нормаль-

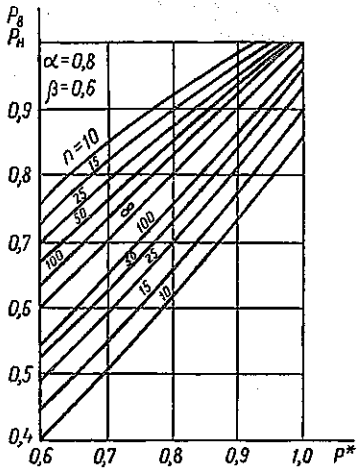

Рис. 6.1. График зависимости нижней $P_н$ и верхней $P_в$ доверительных границ от объема и результатов испытаний при $\alpha=0,8$ или $\beta=0,6$

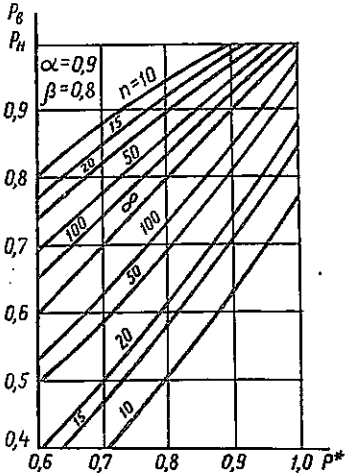

Рис. 6.2. График зависимости нижней $P_н$ и верхней $P_в$ доверительных границ от объема и результатов испытаний при $\alpha=0,9$ или $\beta=0,8$

ному [7], формулы для вычислений нижней и верхней доверительных границ можно представить в виде

$$P_н = P^* + u_\alpha S_{nx} = P^* + u_\alpha \sqrt{\frac{P^* (1 - P^*)}{n}}. \quad (6.6)$$

$$P_в = P^* - u_\alpha S_{nx} = P^* - u_\alpha \sqrt{\frac{P^* (1 - P^*)}{n}}, \quad (6.7)$$

где u_α — квантиль нормального распределения, соответствующая выбранной доверительной вероятности α.

Приближение нормальным распределением используют, если выполняются два условия: $nP^* > 10$ и $n(1 - P^*) > 10$.

Пример 3. Оценить $P_н$, $P_в$, если $n=100$, $m=20$, $\alpha=0,95$.

Решение. Вычисляем $P^*=0,8$, $nP^*=80>10$; $n(1-P^*)=20>10$. Следовательно, нормальное распределение можно использовать. При $\alpha=0,95$ по табл. 1.1 для нормального распределения $u_\alpha=-1,64$. Отсюда $u_\alpha S_{nx}=-0,0656$. Поэтому $P_н=0,734$, $P_в=0,866$.

Определим требуемый объем выборки n, если требуемая вероятность безотказной работы равна P^*, заданы доверительный интервал $d=P_в-P_н$ и односторонняя доверительная вероятность α. Предполагаем применимость нормального распределения.

Из формул (6.6) и (6.7) следует, что $d=-u_\alpha\sqrt{\frac{P^*(1-P^*)}{n}}$, а отсюда

$$n=\frac{4\cdot u_\alpha^2 P^*(1-P^*)}{d^2}. \tag{6.8}$$

Пример 4. Оценить n, если $P^*=0{,}8$, $P_в=0{,}866$, $P_н=0{,}73$, $\alpha=0{,}95$, $d=P_в-P_н=0{,}132$; $u_\alpha=-1{,}64$ при $\alpha=0{,}95$.

Решение. Подставляя в формулу (6.8) значения, получим

$$n=\frac{4\cdot 1{,}64^2\cdot 0{,}8\,(1-0{,}8)}{0{,}132^2}\approx 100.$$

Формулы (6.3)...(6.7) позволили построить графики (рис. 6.1, 6.2, 6.3) зависимости нижней $P_н$ и верхней $P_в$ доверительных границ от числа n испытанных и m отказавших изделий $P^*=1-m/n$ при заданной односторонней доверительной вероятности α. Значения α взяты наиболее употребительными в практике оценки надежности. Графики пригодны также для оценки $P_н$ и $P_в$ при двусторонней доверительной вероятности $\beta=2\,\alpha-1$.

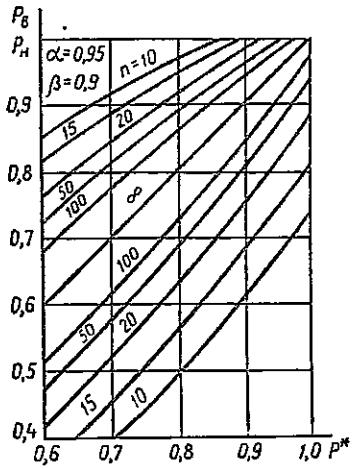

Рис. 6.3. График зависимости нижней $P_н$ и верхней $P_в$ доверительных границ от объема и результатов испытаний при $\alpha=0{,}95$ или $\beta=0{,}9$

Восстанавливаемые изделия (с заменой или восстановлением элементов после отказа). В этом случае часто предполагают распределение наработки на отказ экспоненциальным (такое распределение, как показывает практика, справедливо в значительной степени для станков, роботов и других машин). Средний ресурс T оценивается средней наработкой на отказ испытанных изделий (оценка снизу)

$$T=t_\Sigma/m, \tag{6.9}$$

где $t_\Sigma=\sum_1^n t_i$ — суммарное время испытаний n изделий; m — общее число отказов, возникших в процессе испытаний. Величина $2t_\Sigma/T$ имеет распределение χ-квадрат со степенями свободы $2m$, либо $2(m+1)$ [50] в зависимости от того, прекращаются испытания после наступления очередного отказа или после истечения времени испытаний. Если испытания прекращают после окончания времени испытаний, то вероятностные соотношения для величины $2t_\Sigma/T$

имеют вид

$$\text{Вер}\left[\chi^2_{\alpha;\,2m} \geqslant \frac{2t_\Sigma}{T}\right] = \alpha;$$

$$\text{Вер}\left[\chi^2_{1-\alpha;\,2(m+1)} \leqslant \frac{2t_\Sigma}{T}\right] = \alpha, \qquad (6.10)$$

откуда

$$T_н = \frac{2t_\Sigma}{\chi^2_{1-\alpha;\,2(m+1)}}; \qquad (6.11)$$

$$T_в = \frac{2t_\Sigma}{\chi^2_{\alpha;\,2m}}. \qquad (6.12)$$

Если рассматривается доверительная вероятность β невыхода за двусторонние доверительные границы $T_н \leqslant T \leqslant T_в$, то

$$T_н = \frac{2t_\Sigma}{\chi^2_{(1+\beta)/2;\,2(m+1)}}; \qquad (6.13)$$

$$T_в = \frac{2t_\Sigma}{\chi^2_{(1-\beta)/2;\,2m}}. \qquad (6.14)$$

Распределение χ^2 с $2(m+1)$ и с $2m$ степенями свободы, соответствующее наиболее употребительным значением доверительной вероятности, приведено в табл. 6.1.

Пример. Испытано 3 изделия, каждое в течение 600 ч. В процессе испытаний получено 4 отказа. После отказов работоспособность изделий восстанавливали. Требуется оценить нижнюю границу средней наработки на отказ с односторонней доверительной вероятностью $\alpha = 0{,}8$.

Решение. $t_\Sigma = nt = 3 \cdot 600 = 1800$ ч.

Воспользовавшись табл. 6.1, при $\alpha = 0{,}8$, имеем $\chi^2_{1-\alpha;\,2(m+1)} = 13{,}4$. Подставляя t_Σ и последнее значение в формулу (6.11), получаем $T_н = 269$ ч.

Таблица 6.1

Число отказов	Значения параметра							
	$\chi^2_{1-\alpha;\,2(m+1)}$ при α				$\chi^2_{\alpha;\,2m}$ при α			
	0,70	0,80	0,90	0,95	0,70	0,80	0,90	0,95
0	2,41	3,22	4,6	6,0	—	—	—	—
1	4,9	6,0	7,8	9,5	0,713	0,446	0,211	0,103
2	7,2	8,6	10,6	12,6	2,19	1,65	1,06	0,71
3	9,5	11,0	13,4	15,5	3,83	3,07	2,20	1,63
4	11,8	13,4	16,0	18,3	5,53	4,59	3,49	2,73
5	14,0	15,8	18,5	21,0	7,27	8,18	4,86	3,94
6	16,2	18,2	21,1	23,7	9,0	7,8	6,3	5,2
7	18,4	20,5	23,5	26,3	10,8	9,5	7,8	6,6
8	20,6	22,8	26,0	28,9	12,6	11,2	9,3	8,0
9	22,8	25,0	28,4	31,4	14,4	12,9	10,9	9,4
10	24,9	27,3	30,8	33,9	16,3	14,6	12,4	10,9

§ 6.3. ФОРСИРОВАНИЕ РЕЖИМА ИСПЫТАНИЙ. СОКРАЩЕНИЕ ЧИСЛА ОБРАЗЦОВ

Сокращение объема испытаний за счет форсирования режима. Обычно ресурс машины зависит от уровня напряжений, температуры и других факторов. Если характер этой зависимости изучен, то длительность ипытаний можно сократить с времени t до времени $t_ф$ за счет форсирования режима испытаний $t_ф = t/K_у$, где $K_у = \bar{t}/\bar{t}_ф$ — коэффициент ускорения, а $\bar{t}$, $\bar{t}_ф$ — средние наработки до отказа в нормальном и форсированном режимах.

На практике длительность испытаний сокращают за счет форсирования режима до 10 раз. Недостаток метода — пониженная точность в связи с необходимостью пользоваться для пересчета на реальные режимы работы детерминированными зависимостями лимитирующего параметра от наработки и в связи с опасностью перехода на другие критерии отказа.

Значения $k_у$ вычисляют по зависимости, связывающей ресурс с форсирующими факторами. В частности, при усталости в зоне наклонной ветви кривой Велера или при механическом изнашивании зависимость между ресурсом $\bar{t}$ и напряжениями в детали имеет вид $\sigma^m \bar{t} = \text{const}$, где m составляет в среднем: при изгибе для улучшенных и нормализованных сталей — 6, для закаленных — 9...12, при контактном нагружении с начальным касанием по линии — около 6, при изнашивании в условиях скудной смазки — от 1 до 2, с периодической или постоянной смазкой, но несовершенном трении — около 3. В этих случаях $K_у = (\sigma_ф/\sigma)^m$, где σ и $\sigma_ф$ — напряжения в номинальном и форсирующем режимах.

Для электрической изоляции принимают приближенно справедливым «правило 10 градусов»: при повышении температуры на 10° ресурс изоляции сокращается вдвое. Ресурс масел и смазок в опорах снижается вдвое с ростом температуры: на 9...10° — для органических и на 12...20° — для неорганических масел и смазок. Для изоляции и смазок можно принимать $K_у = (\theta_ф/\theta)^m$, где θ и $\theta_ф$ — температура в номинальном и форсирующем режимах, °С; m составляет для изоляции и органических масел и смазок — около 7, для неорганических масел и смазок — 4...6.

Если режим работы изделия переменный, то ускорения испытаний можно достигнуть исключением из спектра нагрузок, не вызывающих повреждающего действия.

Сокращение числа образцов за счет оценки надежности по отсутствию или малому числу отказов. Из анализа графиков на рис. 6.1, 6.2, 6.3 следует, что для подтверждения одной и той же нижней границы $P_н$ вероятности безотказной работы с доверительной вероятностью α требуется испытать тем меньше изделий, чем выше значение частости сохранения работоспособности $P^* = 1 - m/n$. Частость P^*, в свою очередь, растет с уменьшением числа отказов m. Отсюда следует вывод, что, получая оценку по малому числу или отсутствию отказов, можно несколько сократить число изделий, потребное для

подтверждения заданного значения $P_н$. Следует отметить, что при этом риск не подтвердить заданное значение $P_н$, так называемый риск изготовителя, естественно, возрастает. Например, при $\alpha=0{,}9$ (рис. 6.2) для подтверждения $P_н=0{,}8$, если испытывается 10; 20; 50 изделий, то частость не должна быть меньше соответственно 1,0; 0,95; 0,88. (Случай $P^*=1{,}0$ соответствует безотказной работе всех изделий выборки.) Пусть вероятность безотказной работы P испытываемого изделия составляет 0,95. Тогда в первом случае риск изготовителя большой, так как в среднем на каждую выборку из 10 изделий будет приходиться половина дефектного изделия и поэтому вероятность получить выборку без дефектных изделий очень мала, во втором — риск близок 50%, в третьем — наименьший.

Несмотря на большой риск забраковать свою продукцию, изготовители изделий часто планируют испытания с числом отказов, равным нулю, понижая риск введением необходимых запасов в конструкцию и связанным с ними повышением надежности изделия.

Из формулы (6.5) следует, что для подтверждения значения $P_н$ с доверительной вероятностью α необходимо испытать

$$n=\frac{\lg(1-\alpha)}{\lg P_н} \tag{6.15}$$

изделий при условии, что отказов при испытании не возникает.

Пример. Определить число n изделий, необходимое для испытаний при $m=0$, если задано $P_н=0{,}9$; 0,95; 0,99 с $\alpha=0{,}9$.

Решение. Проделав вычисления по формуле (6.15), соответственно имеем $n=22$; 45; 229.

Аналогичные выводы следуют из анализа формулы (6.11) и значений табл. 6.1; для подтверждения одной и той же нижней границы $T_н$ средней наработки на отказ требуется иметь тем меньшую суммарную длительность испытаний t_Σ, чем меньше допустимо отказов. Наименьшее t_Σ получается при $m=0$

$$t_\Sigma=\frac{T_н\chi^2_{1-\alpha;\,2}}{2}, \tag{6.16}$$

при этом риск не подтвердить $T_н$ получается наибольшим.

Пример. Определить t_Σ при $T_н=200$, $\alpha=0{,}8$, $m=0$.

Решение. Из табл. 6.1 $\chi_{0{,}2;\,2}=3{,}22$. Отсюда $t_\Sigma=200\cdot 3{,}22/2=322$ ч.

Сокращение числа образцов за счет увеличения длительности испытаний. При таких испытаниях изделий, подверженных внезапным отказам, в частности радиоэлектронной аппаратуры, а также восстанавливаемых изделий, результаты в большинстве случаев пересчитывают на заданное время в предположении справедливости экспоненциального распределения отказов по времени. В этом случае объем испытаний nt остается практически постоянным, а число испытываемых образцов становится обратно пропорциональным времени испытаний.

Выход из строя большинства машин вызывается различными процессами старения. Поэтому экспоненциальный закон для описания распределения ресурса их узлов не применим, а справедлив нормальный, логарифмически нормальный законы или закон Вейбулла. При таких законах за счет увеличения длительности испытаний можно сократить объем испытаний. Поэтому если в качестве показателя надежности рассматривается вероятность безотказной работы, что характерно для невосстанавливаемых изделий, то с увеличением длительности испытаний число испытываемых образцов сокращается более резко, чем в первом случае. В этих случаях назначенный ресурс t и параметры распределения наработки до отказа связаны выражением:

при нормальном законе

$$t = \overline{t} + u_p S_t;$$

при логарифмически нормальном законе

$$\lg t = \overline{\lg t} + u_p S_{\lg t};$$

при законе Вейбулла

$$P = e^{-(t/t_0)^M},$$

где $\overline{t}$, $\overline{\lg t}$ — средние значения ресурса и его логарифма; S_t, $S_{\lg t}$ — средние квадратические отклонения ресурса и его логарифма; u_p — квантиль нормального распределения, соответствующая вероятности безотказной работы P; t_0, M — параметры положения и формы.

Из этих выражений следуют формулы для пересчета вероятностных оценок с времени испытаний $t_и$ на заданный ресурс t для названных трех законов:

$$u_p = \frac{t - t_и}{v_t t_и} + u_{p.и} \frac{t}{t_и}; \tag{6.17}$$

$$u_p = \frac{\lg t - \lg t_и}{S_{\lg t}} + u_{pи}; \tag{6.18}$$

$$\ln P = (t/t_и)^M \ln P_{ни}, \tag{6.19}$$

где $v = S_t/\overline{t}$ — коэффициент вариации ресурса; $P_{ни}$, $u_{pи}$ — вероятность безотказной работы в течение времени испытаний и соответствующая ей квантиль.

Испытав изделие в течение времени $t_и > t$ и оценив по графикам рис. 6.1, 6.2, 6.3 значение нижней границы вероятности безотказной работы в течение времени испытаний, эту оценку по формулам (6.17)...(6.19) пересчитывают на время t.

Пример 1. Требуется оценить по результатам испытаний изделия в течение $t_и = 3t$ при $n = 16$, $m = 0$ значение $P_н$ за время t при $\alpha = 0{,}8$, если известно, что отказы изделия по времени распределены логарифмически нормально с $S_{\lg t} = 0{,}3$.

Решение. По формуле (6.6) $P_{ни} = 0{,}725$ на время $t_и$, что соответствует $u_{pи} = -0{,}6$. Вычисляя по формуле (6.18), получаем $u_p = -2{,}19$, что соответствует $P = 0{,}985$.

Заметим, что для подтверждения указанного значения $P_н$ при $m = 0$, $\alpha = 0{,}8$ следовало бы испытать в течение времени t согласно (6.15) 106 изде-

лий. Таким образом, за счет увеличения времени испытаний число испытанных образцов сокращено в 21 раз, а объем испытаний — в 7 раз.

Следует отметить, что описанный метод оценки надежности может дать погрешность оценки нижней границы вероятности безотказной работы до 10%. Погрешность возникает из-за невозможности точного описания одним законом распределения разнотипных отказов. Покажем это на примере, взятом из практики [34].

Пример 2. Назначенный ресурс электродвигателя составил 400 ч. Чтобы оценить вероятность безотказной работы, поставили на испытания 48 двигателей. Испытания прекратили через 1500 ч после отказа половины из них. 23 отказа возникло в результате старения смазки в подшипниках, а один из-за пробоя изоляции обмотки. Найти P при $t=400$ ч.

Р е ш е н и е. Применив часто используемый для описания отказов электрических машин нормальный закон распределения, результаты испытаний представим (рис. 6.4) в координатах нормальной вероятностной бумаги, где по оси абсцисс отложена наработка до отказа t, а по оси ординат квантиль u_p нормального распределения. Расположение на графике экспериментальных точек позволяет законом распределения наработки до отказа двигателей считать прямую *1*. Прямая *1* дает вероятность безотказной работы двигателя в течение 400 ч, равную 0,99, и говорит о том, что эта вероятность определяется надежностью подшипников. Последующие исследования показали, что вероятность безотказной работы двигателя в течение назначенного ресурса ниже, составляет 0,96 и определяется обмоткой. Для выяснения причин этого явления испытана до отказа 21 обмотка этих двигателей. Результаты испытаний представлены на том же рисунке, из которого видно, что хотя средний ресурс у обмоток выше, чем у подшипников, рассеяние отказов обмоток более значительное. Последнее и определяет низкую надежность обмоток в течение назначенного ресурса. Следовательно, причиной ошибочной оценки надежности двигателя служило использование закона распределения наработки до отказа изделия в целом.

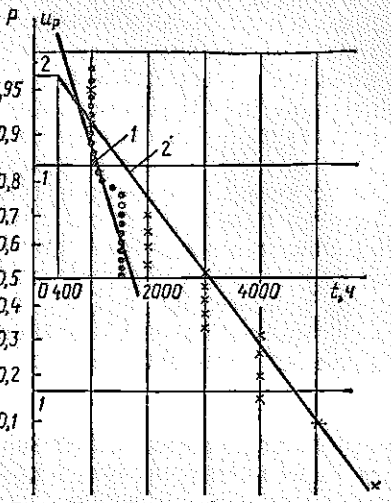

Рис. 6.4. Результаты испытаний электродвигателей в координатах нормальной вероятностной бумаги:

1 — испытание двигателей в целом (• — отказ подшипника, ○ — отказ обмотки); *2* — испытания обмоток (× — отказ обмотки)

§ 6.4. РАСЧЕТНО-ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЙ МЕТОД ОЦЕНКИ НАДЕЖНОСТИ МАШИН ПО ОТДЕЛЬНЫМ КРИТЕРИЯМ РАБОТОСПОСОБНОСТИ

Сокращение необходимого объема испытаний за счет использования разносторонней информации о надежности деталей реализуется в расчетно-экспериментальном методе [34].

Как показывает опыт применения, метод позволяет по результатам расчетов и краткосрочных испытаний 3...5 машин (при условии отсутствия отказов) в предельных режимах работы, а затем на долговечность в течение 2...3 назначенных ресурсов подтверждать

достаточно высокие ($P_н$=0,90...0,99) нижние границы вероятности безотказной работы машины с доверительной вероятностью 0,7... 0,8.

Он включает в себя: выявление основных возможных отказов машины; оценку расчетным или экспериментальным путем вероятности отсутствия каждого из основных видов отказов, выявляя запасы потери работоспособности; объединение оценок в оценку надежности машины.

Виды и число возможных отказов машины. Обобщение опыта конструирования и эксплуатации машин позволило составить перечень основных первичных отказов машин (табл. 6.2).

Зная требования к эксплуатационным показателям, количество деталей и сопряжений, можно оценивать число w основных возможных отказов машины. Машина, на которую дано D требований по показателям работы, состоящая из V деталей, M подвижных и L неподвижных сопряжений, может иметь до D отказов по снижению показателей до 4 V видов поломок, до 2 M отказов из-за схватывания или недопустимого износа подвижных и L нарушений прочности неподвижных сопряжений:

$$w = D + 4V + 2M + L. \qquad (6.20)$$

Обычно рассматривают число возможных отказов многократно меньшее w, так как расчетами, опытом конструирования и эксплуатации подобных машин установлено, что многие из них практически не наблюдаются.

Так, корпусные детали обычно не отказывают или отказывают только по износу подвижных сопряжений (в частности, направляющих). Валы на подшипниках качения, как правило, отказывают только по усталостной прочности, зубчатые колеса нормализованные и улучшенные — только по контактной прочности, закаленные — по изгибной и контактной прочности и т. д.

Энергетические машины, преобразующие энергию из одного вида в другой, и специальные машины могут иметь кроме отказов названных видов специфичные, как, например, пробой изоляции, прогорание камеры сгорания и др. Перечень отказов машин, особенно автоматизированных и комплексов машин, дополняется возможными отказами в системах управления.

Оценка вероятностей отсутствия отказов отдельных видов. В табл. 6.2 каждому возможному виду отказа поставлен в соответствие критерий работоспособности. Для части критериев вероятности отсутствия отказов могут быть оценены расчетным путем. По некоторым критериям (износостойкость и др.) такие расчеты пока недостаточно разработаны. Вероятностные оценки работоспособности по ним получают использованием результатов испытаний. При этом увеличение времени существенно сокращает объем испытаний, практически не внося погрешность при пересчете, так как законы распределения отдельных видов отказов, в отличие от законов распределения отказов машин в целом, достаточно стабильны.

Для пересчета оценок надежности с большего времени на меньше-

Таблица 6.2

Надежность	Объекты	Типовые примеры	Виды отказа	Критерии работоспособности
Параметрическая	Машины	Станки и другие технологические машины, роботы, приборы	Снижение точности	Выходная точность
		Энергетические и транспортные машины	Снижение КПД	Энергетическая эффективность
		Технологические и транспортные машины	Снижение производительности	Производительность
		Большинство машин, особенно транспортные машины и станки	Повышенный шум и вибрация	Виброустойчивость
		Все машины	Повышенные расходы на эксплуатацию	Экономичность
Функционирования	Детали	Детали, работающие с большой начальной затяжкой, подверженные весовым нагрузкам или внутреннему давлению	Пластические деформации (искривление, вытяжка, осадка, обмятие)	Статическая прочность
		Валы, пружины, зубья колес, рамы транспортных и кузнечно-прессовых машин	Трещины, разрушения, выкрашивание при повторных нагружениях	Усталостная (в том числе термоциклическая) прочность
		Лопатки и диски турбин, пружины, болты, шпильки, коллекторы электродвигателей, стенки котлов, детали из полимеров	Ползучесть, релаксация напряжений	Длительная прочность
		Детали из хрупких материалов или работающие при ударных нагрузках с большими остаточными напряжениями или работающие при низких температурах	Разрушения	Хрупкая прочность

Продолжение табл. 6.2

Надежность	Объекты	Типовые примеры	Виды отказа	Критерии работоспособности
Функционирования	Неподвижные сопряжения	Фрикционные и герметические соединения	Смещение, самоотвинчивание, нарушение герметичности	Прочность или плотность соединений
	Подвижные сопряжения	Тормозные колодки, траки гусеничных машин, лемехи плугов, диски и обкладки муфт и тормозов, зубья колес, щетки электродвигателей	Предельный износ	Механическая износостойкость
		Передачи зацеплением, подшипники скольжения, подшипники качения с пластичной смазкой	Схватывание, заедание, увеличение сил трения	Молекулярно-механическая износостойкость
		Сопряжение кольца плавающего подшипника с корпусом, шлицевые соединения с малым натягом	Фреттинг-коррозия	Коррозионно-механическая износостойкость
		Подшипники, червячные передачи	Защемление, распор	Теплостойкость

шее можно пользоваться законами распределения и параметрами этих законов, характеризующими рассеяние ресурса. Для изгибной усталости металлов, ползучести материалов, старения жидкой смазки, которой пропитаны подшипники скольжения, старения пластичной смазки подшипников качения, эрозии контактов рекомендуется логарифмически нормальный закон. Соответствующие средние квадратические отклонения логарифма ресурса $S_{\lg t}$, подставляемые в формулу (6.18), следует соответственно принимать 0,3; 0,3; 0,4; 0,33; 0,4. Для усталости резины, изнашивания деталей машин, изнашивания щеток электрических машин рекомендуется нормальный закон. Соответствующие коэффициенты вариации v_t, подставляемые в формулу (6.17), составляют 0,4; 0,3; 0,4. Для усталости подшипников качения справедлив закон Вейбулла (6.19) с показателем формы 1.1 для шарикоподшипников и 1,5 для роликоподшипников.

Данные по законам распределения и их параметрам получены обобщением результатов испытаний деталей машин, опубликован-

ных в литературе, и результатов, полученных при участии авторов. Эти данные позволяют оценить нижние границы вероятности отсутствия отдельных видов отказов по результатам испытаний в течение времени $t_н > t$. При вычислении оценок следует пользоваться формулами (6.3), (6.5), (6.6), (6.17)...(6.19).

Для сокращения длительности испытаний их можно форсировать с коэффициентом ускорения $K_у$, найденным по рекомендациям, приведенным выше. Значения $K_у$, $t_ф$, где $t_ф$ — время испытаний образцов в форсированном режиме, подставляют вместо $t_н$ в формулы (6.17)...(6.19). В случае использования для пересчетов формул (6.17), (6.18) при различии характеристик рассеяния ресурса в эксплуатационном v_t, $S_{\lg t}$ и форсированном $v_{t\,ф}$, $S_{\lg t\,ф}$ режимах вторые слагаемые в формулах умножают на отношения соответственно $v_{t\,ф}/v_t$ или $S_{\lg t\,ф}/S_{\lg t}$.

По критериям работоспособности, таким, как статическая прочность, теплостойкость и др., число испытываемых образцов, как показано ниже, можно сократить, ужесточая режим испытаний по определяющему работоспособность параметру по сравнению с номинальным значением этого параметра. При этом достаточно располагать результатами кратковременных испытаний. Соотношение между предельным $X_{пр}$ и действующим $X_д$ значениями параметра в предположении их нормальных законов распределения представим в виде

$$\overline{X}_{пр} - \overline{X}_д + u_р S_x = 0, \qquad (6.20)$$

где $S_x = \sqrt{S_{пр}^2 + S_д^2}$, а $S_{пр}$, $S_д$ — средние квадратические отклонения параметров $X_{пр}$ и $X_д$; $\overline{X}_{пр}$, $\overline{X}_д$ — средние значения параметров $X_{пр}$ и $X_д$. Выразив средние значения через $X_д$ и $X_{дф}$ и соответствующие им квантили $u_р$ и $u_{рн}$, получаем

$$u_р = \frac{X_д - X_{дф}}{S_x} + u_{рн}, \qquad (6.21)$$

где $u_р$, $u_{рн}$ — квантили нормального распределения, соответствующие вероятности отсутствия отказа в номинальном и ужесточенном режимах; $X_д$, $X_{дф}$ — номинальное и ужесточенное значение определяющего работоспособность параметра.

Значение S_x рассчитывают, рассматривая определяющий работоспособность параметр как функцию случайных аргументов (см. пример, приведенный ниже).

Объединение вероятностных оценок в оценку надежности машины. По части критериев вероятности отсутствия отказов находят расчетным путем, а по остальным — экспериментально. Испытания обычно проводят при нагрузках, одинаковых для всех машин. Поэтому естественно получить расчетные оценки надежности по отдельным критериям также при фиксированной нагрузке. Тогда зависимость между отказами для получаемых оценок надежности по отдельным критериям можно считать в значительной степени устраненной.

Если бы по всем критериям можно было расчетом достаточно точно оценить значения вероятностей отсутствия отказов, то вероятность безотказной работы машины в целом в течение назначенного ресурса оценивали бы по формуле

$$P = \prod_{z=1}^{w} P_z.$$

Однако, как отмечалось, ряд вероятностных оценок не удается получить без испытаний. В таком случае вместо оценки P находят нижнюю границу вероятности безотказной работы машины $P_н$ с заданной доверительной вероятностью $\alpha = \text{Вер}\,(P_н \leqslant P \leqslant 1)$.

Пусть по h критериям вероятности отсутствия отказов найдены расчетным, а по остальным $l = w - h$ экспериментальным путем, причем испытания в течение назначенного ресурса по каждому из критериев предполагаются безотказными. В этом случае нижняя граница вероятности безотказной работы машины, рассматриваемой как последовательная система, может быть рассчитана по формуле [10]

$$P_w = \check{P}_{нj} \prod_{i=1}^{h} P_i, \tag{6.22}$$

где $\check{P}_{нj}$ — наименьшая из нижних границ $P_{н1}, \ldots, P_{нj}, \ldots, P_{нl}$ вероятностей отсутствия отказов по l критериям, найденным с доверительной вероятностью α; P_i — расчетная оценка вероятности отсутствия отказа по i-му критерию.

Физический смысл формулы (6.22) можно пояснить следующим образом. Пусть n последовательных систем испытаны и в процессе испытаний не отказали. Тогда согласно (6.5) нижняя граница вероятности безотказной работы каждой системы составит $P_н = \sqrt[n]{1-\alpha}$. Результаты испытаний можно также трактовать как безотказные испытания отдельно первых, вторых и т. д. элементов, испытанных по n штук в выборке. В этом случае согласно (6.5) для каждого из них подтверждена нижняя граница $P_{нj} = \sqrt[n]{1-\alpha}$. Из сопоставления результатов следует, что при одинаковом числе испытанных элементов каждого типа $P_н = P_{нj}$. Если бы количество испытанных элементов каждого типа различалось, то $P_н$ определялось бы значением $P_{нj}$, полученным для элемента с минимальным количеством испытанных экземпляров, т. е. $P = \check{P}_{нj}$.

В начале этапа экспериментальной отработки конструкции часты случаи отказов машин, связанные с тем, что она еще недостаточно доведена. Чтобы следить за эффективностью мероприятий по обеспечению надежности, проводимых в процессе отработки конструкции, желательно оценивать, хотя бы грубо, значение нижней границы вероятности безотказной работы машины по результатам испытаний при наличии отказов. Для этого можно использовать [48] формулу

$$P_н = \prod_{1}^{h} P_i \frac{\check{P}_{нj}}{\check{P}_j} \prod_{1}^{l} P_j^*, \tag{6.23}$$

где P_j^* — точечная оценка вероятности отсутствия отказа по j-му критерию (частость)

$$P_j^* = 1 - \frac{m_j}{n_j},$$

$\check{P}_j$ — наибольшая из точечных оценок $P_1^* \ldots P_j^*$; m_j — число отказов изделий из n_j испытанных. Остальные обозначения те же, что и в формуле (6.22).

Пример. Требуется оценить с $\alpha = 0{,}7$ $P_н$ машины. Машина предназначена для работы в диапазоне окружающих температур от $+20°$ до -40 °С в течение назначенного ресурса $t = 200$ ч. Испытано 2 образца в течение $t_н = 600$ ч при нормальной температуре и 2 образца кратковременно при -50 °С. Отказов не возникло. Машина отличается от прототипов, зарекомендовавших себя безотказными, типом смазки подшипникового узла и применением алюминия для изготовления подшипникового щита. Среднее квадратическое отклонение зазора — натяга между контактирующими деталями подшипникового узла, найденное как корень из суммы квадратов средних квадратических отклонений: начального зазора подшипника, эффективных зазоров — натягов в сопряжении подшипника с валом и подшипника с подшипниковым щитом, составляет $S = 0{,}0042$ мм. Наружный диаметр подшипника $D = 62$ мм.

Р е ш е н и е. Принимаем, что возможными видами отказов машины являются отказ подшипника по старению смазки и защемление подшипника при отрицательной температуре. Безотказные испытания двух изделий дают по формуле (6.5) при $\alpha = 0{,}7$ $P_{нj} = 0{,}55$ в режиме испытаний.

Распределение отказов по старению смазки принимаем логарифмически нормальным с параметром $S_{\lg t} = 0{,}3$. Поэтому для пересчетов используем формулу (6.18). Подставляя в нее $t = 200$ ч, $t_н = 600$ ч, $S_{\lg t} = 0{,}3$ и квантиль, соответствующую вероятности 0,55, получаем квантиль, а по ней нижнюю границу вероятности отсутствия отказов по старению смазки, равной 0,957.

Защемление подшипника возможно из-за различия коэффициентов линейного расширения стали $\alpha_{ст}$ и алюминия $\alpha_{ал}$. С понижением температуры повышается вероятность защемления. Поэтому температуру считаем параметром, определяющим работоспособность.

В данном случае натяг подшипника линейно зависит от температуры с коэффициентом пропорциональности, равным $(\alpha_{ал} - \alpha_{ст})\,D$. Поэтому среднее квадратическое отклонение температуры S_x, вызывающее выборку зазора, также линейно связано со средним квадратическим отклонением зазора — натяга $S_x = S/(\alpha_{ал} - \alpha_{ст})\,D$. Подставляя в формулу (6.21) $X_д = -40$ °С; $X_{дф} = -50$ °С; $S_x = 6°$ и квантиль $u_{рн}$, соответствующую вероятности 0,55 и найдя по полученному значению квантили вероятность, получаем нижнюю границу вероятности отсутствия защемления 0,963.

После подстановки полученных значений оценок в формулу (6.22) получаем нижнюю границу вероятности безотказной работы машины в целом, равную 0,957.

В авиации давно (см. гл. 7) применяют следующий метод обеспечения надежности: самолет запускают в серийное производство, если стендовыми испытаниями узлов в предельных режимах работы установлена их практическая безотказность и, кроме того, если лидерные самолеты (обычно 2 или 3 экземпляра) налетали без отказа по тройному ресурсу. Изложенная выше вероятностная оценка, на наш взгляд, дает дополнительные обоснования, чтобы назначать необходимые объемы испытаний конструкции по различным критериям работоспособности.

§ 6.5. КОНТРОЛЬНЫЕ ИСПЫТАНИЯ

Проверку соответствия фактического уровня надежности заданным требованиям для невосстанавливаемых изделий можно проводить наиболее просто по одноступенчатому методу контроля. Этот метод удобен также для контроля среднего времени восстановления восстанавливаемых изделий. Для контроля средней наработки на отказ восстанавливаемых изделий наиболее эффективен последовательный метод контроля. При одноступенчатых испытаниях заключение о надежности делают по истечении назначенного времени испытаний и по общему итогу испытаний. При последовательном методе проверка соответствия показателя надежности заданным требованиям делается после каждого очередного отказа и в эти же моменты времени выясняют, можно ли испытания прекратить или они должны быть продолжены.

При планировании назначается число испытываемых образцов n, время испытаний каждого из них t и допустимое число отказов m. Исходными данными для назначения этих параметров являются: риск поставщика (изготовителя) α^*, риск потребителя β^*, приемочное и браковочное значение контролируемого показателя.

Риск поставщика — это вероятность того, что хорошая партия, изделия которой имеют уровень надежности, равный или лучше заданного, бракуется по результатам испытаний выборки.

Риск заказчика — это вероятность того, что плохая партия, изделия которой имеют уровень надежности хуже заданного, принимаются по результатам испытаний.

Значения α^* и β^* назначают из ряда чисел 0,05; 0,1; 0,2. В частности, правомерно назначать $\alpha^*=\beta^*$.

Невосстанавливаемые изделия. Браковочный уровень вероятности безотказной работы $P_\beta(t)$, как правило, принимают равным значению $P_н(t)$, заданному в технических условиях. Приемочное значение вероятности безотказной работы $P_\alpha(t)$ принимают большим $P_\beta(t)$. Если время испытаний и режим работы приняты равными заданным, то число испытываемых образцов n и допустимое число отказов m при одноступенчатом методе контроля вычисляют по формулам

$$\sum_{i=0}^{m} \frac{n!}{i!\,(n-i)!}\,(1-P_\alpha(t))^i\,P_\alpha(t)^{n-i}=1-\alpha^*;$$

$$\sum_{i=0}^{m} \frac{n!}{i!\,(n-i)!}\,(1-P_\beta(t))^i P_\beta(t)^{n-i}=\beta^*,$$

подобным формулам (6.3) и (6.4). Облегчить вычисления в некоторых случаях могут графики рис. 6.1, 6.2, 6.3.

Пример. Требуется найти n и m, если в технических условиях указано $P_н(t)=0{,}80$ (с доверительной вероятностью $\alpha=0{,}9$).

Р е ш е н и е. Принимаем $\alpha^*=\beta^*=0{,}2$; $P_\beta(t)=0{,}80$; $P_\alpha(t)=0{,}98$. Тогда из графика рис. 6.1 приближенно следует $n=15$; $P^*=(n-m)/n=0{,}925$. Отсюда $m=1$.

Восстанавливаемые изделия. Контроль средней наработки на отказ. Браковочный уровень средней наработки на отказ T_β, как правило, принимают равным значению $T_н$, заданному в технических условиях. Приемочное значение T_α в ГОСТ 27.410—83 рекомендуется принимать в 1,5...15 раз превышающим T_β. Чтобы избежать неопределенности при выборе T_α, при отсутствии специальных требований можно принимать $T_\alpha = 2\,T_\beta$.

При использовании последовательного метода в координатах t_Σ/T_α; m по уравнениям (6.24) в предположении справедливости экспоненциального распределения строят наклонные линии (уравнения могут быть выведены [15] с использованием функции максимального правдоподобия):

$$m = a\frac{t_\Sigma}{T_\alpha} + m_0; \quad m = a\left(\frac{t_\Sigma}{T_\alpha} - \frac{t_0}{T_\alpha}\right), \tag{6.24}$$

где $a = \dfrac{\dfrac{T_\alpha}{T_\beta} - 1}{\ln\dfrac{T_\alpha}{T_\beta}}$; $m_0 = \dfrac{\ln\dfrac{1-\beta^*}{\alpha^*}}{\ln\dfrac{T_\alpha}{T_\beta}}$; $\dfrac{t_0}{T_\alpha} = -\dfrac{\ln\dfrac{\beta^*}{1-\alpha^*}}{\dfrac{T_\alpha}{T_\beta} - 1}$.

Для частного случая $T_\alpha = 2\,T_\beta$ графики последовательных испытаний на надежность представлены на рис. 6.5. Если после очередного отказа попадаем на графике в область ниже линии соответствия, то результаты испытаний считают положительными, если в область выше линии несоответствия — отрицательными, если между линиями соответствия и несоответствия, то испытания продолжают.

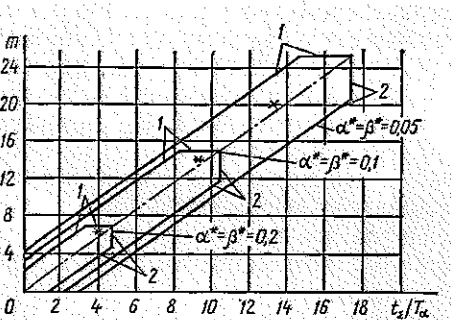

Рис. 6.5. График последовательных испытаний при $T_\alpha = 2\,T_\beta$:

1 — линии соответствия; 2 — линии несоответствия, * — соответствующие планы одноступенчатого контроля

Считается, что при использовании последовательного метода продолжительность испытаний в среднем меньше на 50%, чем при одноступенчатом контроле. Для сравнения на рис. 6.5 звездочками отмечены соответствующие планы одноступенчатых испытаний.

Пример. Требуется назначить план испытаний восстанавливаемого изделия, если в технических условиях указано $T_н = 200$ ч (с $\alpha = 0{,}9$).

Принимаем $\alpha^* = \beta^* = 0{,}2$; $T_\beta = 200$ ч, $T_\alpha = 2T_\beta = 400$ ч. С учетом этих данных из рис. 6.5 следует, что:

испытания будут положительными при: а) $t = 560$ ч, $m = 0$; б) $t = 800$ ч, $m \leqslant 1$; в) $t = 1080$ ч, $m \leqslant 2$; г) $t = 1400$ ч, $m \leqslant 3$; д) $t = 1720$ ч, $m \leqslant 4$; е) $t = 1920$ ч, $m \leqslant 7$;

испытания будут отрицательными при: а) $t = 0$ ч, $m \geqslant 2$; б) $t = 100$ ч, $m \geqslant 3$; в) $t = 520$ ч, $m \geqslant 4$; г) $t = 840$ ч, $m \geqslant 5$; д) $t = 1120$ ч, $m \geqslant 6$; е) $t = 1360$ ч, $m \geqslant 7$.

В противном случае испытания продолжают.

Одним из наиболее удобных с точки зрения экономичности и простоты планов контроля средней наработки на отказ по ГОСТ 27.410—83 является следующий: $\alpha^*=\beta^*=0{,}2$; $T_\alpha=4\ T_\beta$; $T_\beta=T_н$. В этом случае при испытании двух изделий результаты будут положительными и их прекращают, если в течение времени $T_н$ у каждого изделия не возникло отказов. Если возник один отказ, изделие восстанавливают и испытания каждого изделия продолжают до получения наработки, равной $2\ T_н$. Если в дополнительное время отказов не возникло, то результаты испытаний положительные. Если суммарное число отказов равно двум или больше, то результаты испытаний отрицательные.

Подобная методика испытаний на надежность находит применение для узлов технологического оборудования (узлов станков с ЧПУ, промышленных роботов, автоматизированных складов и т. д.). Для сокращения длительности испытаний применяют прогнозирование ресурса по результатам замеров скорости изменения определяющих работоспособность параметров.

Суть методики в следующем. Анализ накопленного опыта по результатам эксплуатации технологического оборудования с учетом табл. 6.2 позволил выявить совокупность первичных отказов деталей и сопряжений оборудования. Перечень возможных отказов приведен ниже в таблице. По результатам анализа последней предложен следующий метод оценки надежности:

1. Устанавливают узлы, подлежащие испытаниям.

2. По вышеописанной методике оценивают необходимую суммарную длительность T_Σ неускоренных испытаний и устанавливают план испытаний.

3. На испытания ставят n однотипных узлов. Чтобы свести к минимуму погрешность оценки средней наработки на отказ, связанную для механических, электромеханических и гидравлических узлов с возможным отклонением реального закона распределения наработки на отказ от экспоненциального, назначают $n=T_\Sigma/T_н$, т. е. в нашем случае $n=2$. На УЧПУ эту рекомендацию не распространяют, так как для него экспоненциальный закон достаточно подтвержден и принимают $n=1\ldots10$.

4. Составляют перечень первичных возможных отказов узла.

5. По внезапным отказам вида 1 таблицы прогнозируют ресурс или работоспособность расчетом, вида 2 — работоспособность расчетом или испытаниями конструкции с предельным сочетанием отклонений параметров, вида 3 — среднюю наработку на отказ расчетом или испытаниями при термоциклировании.

6. По постепенным отказам планируют длительность $t_и$ ускоренных испытаний каждого испытываемого экземпляра. В качестве основного способа ускорения испытаний рекомендуется прогнозирование ресурса по замерам изменения параметров в течение малого времени (см. графу 5 табл. 6.3).

Длительность испытаний $t_и$ рекомендуется назначать такой, чтобы можно было спрогнозировать наработку испытуемого экземпляра узла с относительной погрешностью не выше 0,05. . .0,1.

Таблица 6.3

Характер отказа	Узлы	№	Возможные виды первичных отказов	Рекомендуемые методы оценки работоспособности и долговечности
Внезапный	Механические	1	Разрушение деталей под действием циклической нагрузки и перегрузки	Прогнозирование ресурса расчетом
		2	Нарушение прочности сцепления и герметичности подвижных соединений	Прогнозирование работоспособности расчетом. Испытания конструкции с предельным сочетанием отклонений параметров
	Электрооборудование и УЧПУ	3	Повреждение элементов радиоэлектроники	Прогнозирование ресурса расчетом по известным интенсивностям отказов элементов. Термоциклирование
Постепенный	Механические	4	Повышение силы (момента) трения подвижных сопряжений	Прогнозирование ресурса по интенсивности возрастания силы трения
		5	Износ подвижных сопряжений	Прогнозирование ресурса по интенсивности изнашивания
	Электрооборудование и УЧПУ	6	Снижение сопротивления изоляции	Прогнозирование ресурса по скорости изменения сопротивления изоляции
		7	Залипание контактов реле	Прогнозирование ресурса по темпу изменения подгоревшей поверхности контакта
		8	Исчезновение электрического контакта в реле, в разъемах, повышенное искрение электродвигателя, нарушение обратной связи по скорости в связи с загрязнением коллектора тахогенератора	Прогнозирование ресурса по скорости увеличения сопротивления в контакте

Продолжение табл. 6.3

Характер отказа	Узлы	№	Возможные виды первичных отказов	Рекомендуемые методы оценки работоспособности и долговечности
Постепенный	Электрооборудование и УЧПУ	9	Пропуск импульсов ФСУ в связи с загрязнением светопропускающей поверхности его оптических каналов	Прогнозирование ресурса по скорости уменьшения светопропускающей поверхности. Увеличение частоты включения ФСУ
	Гидрооборудование	10	Засорение и закоксовывание трубопроводов и клапанов	Прогнозирование ресурса по скорости закоксовывания сечения канала

7. Замеряют у деталей и узлов начальные значения $x_{нi}$ определяющих параметров и уточняют из опыта эксплуатации их предельно допустимые $x_{пред\,i}$ значения. Затем проводят испытания в течение времени $t_н$, после их окончания разбирают узел и замеряют значения x_i тех же параметров.

Испытания проводят по управляющей тест-программе в наиболее тяжелом из возможных в эксплуатации режимов. Тест-программа предусматривает работу приводов на разных частотах вращения по всем координатам с преимущественным использованием перемещений с максимальными скоростями и работу всех вспомогательных механизмов. Систематически проверяют точность позиционирования рабочих органов. Для включения в работу тормозов периодически отключают технологическое оборудование от электрической сети.

8. Прогнозируют в предположении линейного изменения определяющего параметра ресурс t_i, по каждому i-му отказу видов 4. . .10 табл. 6.3:

$$t_i = \left| \frac{x_{нi} - x_{пред\,i}}{x_{нi} - x_i} \right| t_н.$$

9. Прогнозируют число отказов испытуемых экземпляров. Считают, что узел отказал или откажет при эксплуатации в течение времени T_Σ/n, если: а) расчетом или испытаниями по отказам видов 1, 2 табл. 6.3 установлено, что ресурс меньше $T_н$ или работоспособность не обеспечена; б) расчетом или испытаниями по отказу вида 3 табл. 6.3 получена средняя наработка на отказ, меньшая $T_н$; в) при испытаниях имел место отказ; г) прогнозированием ресурса установлено, что по какому-либо отказу видов 4. . .10 табл. 6.3 $t_i < T_\Sigma/n$.

10. Разделяют возникшие при испытаниях и спрогнозированные расчетом первичные отказы на две группы: 1) определяющие периодичность технических обслуживаний и ремонтов, т. е. такие, предотвращение которых проведением регламентированных работ возможно и целесообразно; 2) определяющие среднюю наработку на от-

каз, т. е. те, предотвращение которых проведением таких работ либо невозможно, либо нецелесообразно.

Для каждого вида отказа первой группы разрабатывают мероприятия по регламентному обслуживанию, которые вносят в техническую документацию. Количество отказов второго вида суммируют и по суммарному числу с учетом положений п. 2 подводят итоги результатов испытаний.

Контроль среднего времени восстановления. Браковочный уровень среднего времени восстановления $T_{в\beta}$ принимают равным значению $T_{вв}$, заданному в технических условиях. Приемочное значение времени восстановления $T_{\beta\alpha}$ принимают меньшим $T_{в\beta}$. В частном случае можно принять $T_{\beta\alpha}=0{,}5\cdot T_{в\beta}$. Контроль удобно вести одноступенчатым методом.

По формуле

$$\frac{T_{в\alpha}}{T_{в\beta}}=\frac{\chi^2_{1-\alpha;\,2m}}{\chi^2_{\beta;\,2m}}, \qquad (6.25)$$

где $\chi^2_{\beta;\,2m}$, $\chi^2_{1-\alpha;\,2m}$ — квантили уровней β^* и $1-\alpha^*$ распределения χ-квадрат с $2m$ степенями свободы, находят необходимое число отказов m. Затем по формуле

$$\frac{t_{max}}{T_{в\beta}}=\frac{1}{2}\chi^2_{1-\alpha;\,2m} \qquad (6.26)$$

вычисляют суммарное время восстановления t_{max}, необходимое для проведения контроля. Значения планов контроля, полученные расчетом по этим формулам:

α^*	β^*	$T_{в\alpha}/T_{в\beta}$	m	$t_{max}/T_{в\beta}$
0,05	0,05		20	13,2
0,1	0,1	0,5	14	9,47
0,2	0,2		6	3,92

Результаты испытаний считают положительными, если суммарное время восстановления t_{max} оказалось достаточным для устранения m отказов. При совмещении испытаний с контрольными, предназначенными для контроля средней наработки на отказ, удобно необходимую величину m получать искусственным внесением в конструкцию наиболее типичных неисправностей.

Пример. Требуется назначить план испытаний для контроля среднего времени восстановления не более $T_{вв}=2$ ч.

Решение. Задаемся $\alpha^*=\beta^*=0{,}2$. Принимаем $T_{в\beta}=T_{вв}$, $T_{в\alpha}=0{,}5\,T_{в\beta}$. Из таблицы следует $m=6$; $t_{max}/T_{в\beta}=3{,}92$, откуда $t_{max}=3{,}92$, $T_{в\beta}=3{,}92\cdot 2=7{,}84$ ч.

Следовательно, если суммарное время восстановления 7,84 ч оказалось достаточным для устранения 6 отказов, то результаты испытаний считаются положительными.

§ 6.6. НАУЧНОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТА

Под научным планированием экспериментов понимают математическое установление оптимального плана их проведения.

Основным требованием при организации любого эксперимента является минимизация времени и числа испытаний при сохранении

требуемой достоверности результатов. Форма представления результатов должна быть удобна для последующих расчетов, как обычных, так и вероятностных. Последнее накладывает особый отпечаток на проведение испытаний. Если ранее в эксперименте можно было ограничиваться определением только средних значений исследуемой величины, то с внедрением вероятностных методов расчета значительное место в эксперименте уделяется изучению рассеяния и оценке достоверности полученных результатов. Увеличивается удельный вес многофакторных испытаний, т. е. испытаний, учитывающих влияние многих факторов. Эксперимент становится сложнее и дороже. Это стимулирует поиск оптимального плана проведения испытаний. Вопрос оптимальности плана неразрывно связан с методом обработки результатов испытаний и решается в рамках научного планирования эксперимента — нового направления в математической статистике и теории вероятностей.

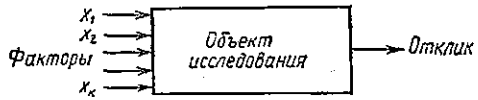

Рис. 6.6. Схематизация эксперимента

Резкое сокращение числа испытаний при их научном планировании достигается за счет использования известных или предполагаемых математических зависимостей (в частности, вида искомой функции), возможности планировать эксперимент с учетом уже полученных результатов и, главное, за счет целенаправленного одновременного варьирования изучаемых факторов. Последнее является отличительной чертой активного эксперимента от пассивного, т. е. эксперимента, который «ведет природа», и, следовательно, значения факторов не зависят от экспериментатора. Эффективность планирования тем выше, чем сложнее изучаемый объект.

Используя кибернетический подход, объект исследования рассматривают как систему («черный ящик») рис. 6.6, у которой известны входной и выходной параметры, но не известно внутреннее устройство. Входные параметры называют факторами, выходной параметр — откликом. Факторы рассматривают как детерминированные величины $x_1, x_2, \ldots, x_k$, отклик — как случайную величину Y. Обычно полагают, что закон распределения Y известен из теоретических соображений или экспериментальных исследований.

Уравнение, связывающее отклик с факторами $Y=\varphi(x_1, x_2, \ldots, x_k)$, называют функцией отклика.

Цель эксперимента состоит в оценке наиболее простым способом функци отклика. В такой постановке эксперимент называют интерполяционным [1], основанным на интерполяции — нахождении функции по некоторым ее значениям.

Более сложным является экстремальный эксперимент, предназначенный для определения оптимума. Критерий оптимальности формулируется исследователем. Например, оптимальность условий протекания металлургических процессов в смысле достижения наибольшей прочности материалов, или оптимальные условия резания, минимизирующие себестоимость изделия.

В математическом смысле целью экстремальных экспериментов является поиск экстремума функции отклика.

При экспериментальных исследованиях работоспособности и надежности деталей машин наиболее распространен интерполяционный эксперимент. Характерная область применения — изучение влияния определенных факторов (нагруженности, концентрации напряжений, масштабного фактора, шероховатости поверхности и т. д.) на долговечность или на предельные по критерию прочности напряжения деталей.

Примерами экстремальных экспериментов в области деталей машин могут служить: оптимизация состава антифрикционных сплавов и покрытий, металлокерамических материалов, пластмасс для отдельных групп деталей машин.

Вид функции отклика (линейная, степенная, логарифмическая и т. д.) или математическую модель объекта исследования устанавливают, исходя из физических представлений о самом объекте или на основе опыта предыдущих исследований.

При отсутствии таких сведений функцию отклика представляют результатом ее разложения в ряд Тейлора, т. е. используют модель в виде полинома. В простейшем случае выбирают полином первого порядка, линейный по всем переменным

$$Y = \beta_0 + \Sigma \beta_i x_i,$$

где β_0 и β_i — коэффициенты функции.

Функция отклика несколько усложняется, если необходимо учитывать взаимодействие факторов

$$Y = \beta_0 + \Sigma \beta_i x_i + \Sigma \beta_{ij} x_i x_j.$$

Для описания области, близкой к оптимуму, выбирают полином второго порядка

$$Y = \beta_0 + \Sigma \beta_0 x_i + \Sigma \beta_{ij} x_i x_j + \Sigma \beta_{ii} x_i^2.$$

Использование полиномов выше второго порядка встречается довольно редко.

Для тех же полиномиальных зависимостей, но найденных на основе экспериментов вместо величины Y, вводится оценка ее среднего значения $\hat{Y}$, соответственно вместо коэффициентов β_0, β_i, β_{ij}, β_{ii} — их оценка b_0, b_i, b_{ij}, b_{ii}. Например, при оценке функции отклика (эмпирического уравнения регрессии) в виде полинома второго порядка имеем

$$\hat{Y} = b_0 + \Sigma b_i x_i + \Sigma b_{ij} x_i x_j + \Sigma b_{ii} x_i^2.$$

Коэффициенты полинома (коэффициенты регрессии) соответствуют частным производным в точке, вокруг которой функция отклика разлагается в ряд Тейлора.

Если при выборе модели у исследователя нет оснований отдать предпочтение одной из трех указанных выше функций, то начинать надо с простейшей — линейной функции. По результатам испытаний проверяют адекватность модели, т. е. ее соответствие реаль-

ности. В случае отрицательного результата переходят к более сложной модели, например, к модели, учитывающей взаимодействие факторов. Желательно, чтобы при таком переходе ранее выполненные испытания полностью учитывались при составлении нового плана эксперимента, т. е. чтобы план был композиционным.

Ф а к т о р ы, подлежащие исследованию, обусловлены целью эксперимента. Однако надо учитывать, что на отклик (выходной параметр) оказывает влияние довольно большое число других факторов, среди которых есть и неуправляемые.

В процессе экспериментов исследуемые факторы варьируют, а остальные поддерживают на постоянном уровне. Чтобы исключить влияние неуправляемых факторов, им задают среднее значение или их рандомизируют, т. е. делают случайными. Рандомизация усредняет по всем опытам действие неуправляемых факторов.

Наиболее простой способ рандомизации — случайная последовательность проведения всех опытов.

Значения (уровни) факторов удобно задавать в относительных (кодированных) величинах. Максимальный уровень фактора равен $+1$, минимальный -1 и средний 0. В общем случае относительное или кодированное значение фактора равно

$$x = \frac{X - 0{,}5\,(X_{max} + X_{min})}{0{,}5\,(X_{max} - X_{min})},$$

где X_{max}, X_{min} — максимальное и минимальное абсолютные значения фактора, т. е. пределы варьирования фактора в эксперименте; X — абсолютное значение фактора.

Для качественных факторов (марка стали, вид термообработки, качество покрытий и т. д.) строят условные порядковые шкалы, устанавливающие соответствие уровней качественных показателей числам натурального ряда, т. е. производят кодирование. Например, для качественного фактора, учитывающего наличие в эксперименте сталей двух плавок, назначают два уровня: один, равный $+1$ (сталь первой плавки), второй -1 (сталь второй плавки). В дальнейшем с ним поступают так же, как и с количественным фактором.

К исследуемым факторам предъявляют следующие требования:

управляемость — возможность установления и поддержания фактора на выбранных уровнях;

независимость — возможность устанавливать фактор на выбранном уровне вне зависимости от уровней других факторов,

совместимость — все комбинации факторов осуществимы и безопасны.

Планирование эксперимента в основном сводится к выбору числа уровней факторов и определению значения (уровня) каждого фактора в опыте.

Выбранное число уровней p в сочетании с числом факторов k определяют число возможных опытов N, которое равно $N = p^k$. Если каждый опыт повторяется m раз, то число образцов соответственно равно mN. Число повторений m может быть выбрано по таб-

лицам на основе задания допустимой ошибки и доверительной вероятности.

Эксперимент, в котором реализуются все возможные сочетания уровней факторов, называют полным факторным экспериментом (ПФЭ).

Для линейной модели достаточно варьирование факторов на двух уровнях. В этом случае имеем ПФЭ типа 2^k.

Графически план такого эксперимента для двух факторов можно представить в координатах кодированных значений факторов x_1 и x_2 (рис. 6.7).

Условия проведения опытов соответствуют вершинам квадрата. Для первого опыта $x_1 = +1$, $x_2 = -1$; второго $x_1 = +1$, $x_2 = +1$;

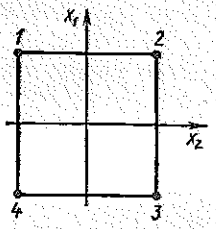

Рис. 6.7. План полного двухфакторного эксперимента

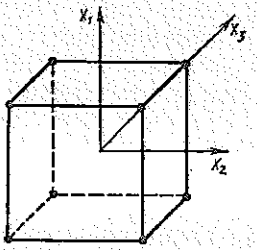

Рис. 6.8. План полного трехфакторного эксперимента

третьего $x_1 = -1$, $x_2 = +1$; четвертого $x_1 = -1$, $x_2 = -1$. Отметим, что номера опытов нами назначены произвольно.

План эксперимента можно задавать таблицей, называемой матрицей плана. Матрица плана ПФЭ типа 2^2 представлена табл. 6.4. В таблице и в дальнейшем применяем сокращенное обозначение уровней факторов: вместо $+1$ и -1 обозначаем $+$ и $-$.

Более исчерпывающая информация об эксперименте представляется матрицей планирования эксперимента. Для ПФЭ типа 2^2 матрица планирования представлена табл. 6.5 и включает матрицу плана эксперимента, значения фиктивного фактора x_0, эффект взаимодействия факторов $x_1 x_2$ (при необходимости его учета) и значения отклика.

Таблица 6.4

№ опыта	Факторы		№ опыта	Факторы	
	x_1	x_2		x_1	x_2
1	+	−	3	−	+
2	+	+	4	−	−

Таблица 6.5

№ опыта	Факторы			Эффект взаимодействия	Отклик	
	x_0	x_1	x_2	x_1x_2	Повторы	Среднее значение
1	+	+	−	−	$y_{11}, y_{12}, \ldots$	$\overline{y}_1$
2	+	+	+	+	$y_{21}, y_{22}, \ldots$	$\overline{y}_2$
3	+	−	+	−	$y_{31}, y_{32}, \ldots$	$\overline{y}_3$
4	+	−	−	+	$y_{41}, y_{42}, \ldots$	$\overline{y}_4$

Матрица плана трехфакторного эксперимента (в табл. 6.6 заключена в пунктирную рамку) образуется от матрицы плана двухфакторного эксперимента, повторенного дважды: один раз — при нижнем уровне, а второй раз — при верхнем уровне третьего фактора.

Графически (рис. 6.8) план полного факторного эксперимента типа 2^3 можно представить вершинами куба, построенного в координатах кодированных значений факторов.

Матрица планирования для трехфакторного эксперимента, функция отклика которого соответствует полиному второго порядка, представлена в табл. 6.6.

Таблица 6.6

№ опыта	Факторы				Эффекты взаимодействия				Отклик	
	x_0	x_1	x_2	x_3	x_1x_2	x_1x_3	x_2x_3	$x_1x_2x_3$	Повторы	Среднее значение
1	+	+	−	−	−	−	+	+	$y_{11}, y_{12}, \ldots$	$\overline{y}_1$
2	+	+	+	−	+	−	−	−	$y_{21}, y_{22}, \ldots$	$\overline{y}_2$
3	+	−	+	−	−	+	−	+	$y_{31}, y_{32}, \ldots$	$\overline{y}_3$
4	+	−	−	−	+	+	+	−	$y_{41}, y_{42}, \ldots$	$\overline{y}_4$
5	+	+	−	+	−	+	−	−	$y_{51}, y_{52}, \ldots$	$\overline{y}_5$
6	+	+	+	+	+	+	+	+	$y_{61}, y_{62}, \ldots$	$\overline{y}_6$
7	+	−	+	+	−	−	+	−	$y_{71}, y_{72}, \ldots$	$\overline{y}_7$
8	+	−	−	+	+	−	−	+	$y_{81}, y_{82}, \ldots$	$\overline{y}_8$

Основные с в о й с т в а планов полного факторного эксперимента типа 2^k следующие.

Симметричность плана относительно центра эксперимента (начала координат кодированных переменных) выражается равенством нулю сумм кодированных значений i-го ($i=1, 2, \ldots, k$) фактора по всем опытам, т. е. $\sum_{u=1}^{N} x_{iu} = 0$.

Условия нормировки, означающие, что ПФЭ предусмотрено два уровня $+1$ и -1, т. е. $\sum_{u=1}^{N} x_{iu}^{2} = N$.

Ортогональность плана предполагает равенство нулю суммы попарно переменных факторов x_{iu} и x_{ju}, т. е. i—го и j-го факторов в u-м опыте $\sum_{u=1}^{N} x_{iu}x_{ju} = 0$, где $i \neq j$; $i, j = 0, 1, 2, \ldots, k$.

Ротатабельность — точность предсказания значений выходного параметра одинакова на равных расстояниях от центра эксперимента.

Для линейной модели число коэффициентов, подлежащих определению, равно числу факторов k плюс единица (свободный член). Если учесть, что число опытов ПФЭ равно 2^k, то очевидна большая избыточность опытов. В этом случае пользуются дробным факторным экспериментом (ДФЭ), эффективность которого увеличивается с ростом числа факторов k. Основа построения ДФЭ — замена в матрице планирования наиболее слабого эффекта взаимодействия (произведения факторов) новым фактором. Какой из эффектов взаимодействия наиболее слабый, т. е. менее всего влияет на величину выходного параметра, решает экспериментатор на основании физических представлений об исследуемом объекте. Например, планируя ДФЭ для трех факторов, используют матрицу планирования двухфакторного эксперимента, где эффект взаимодействия $x_1\ x_2$ заменяют фактором x_3 (табл. 6.7). Однако в ДФЭ оценки коэффициентов функции отклика не будут раздельными. Из табл. 6.7 видно, что столбцы для x_1 и $x_2\ x_3$ одинаковы, следовательно, оценка коэффициента β_1, обозначаемая через b_1, смешана с коэффициентами β_1 и β_{23}, т. е. $b_1 \rightarrow \beta_1 + \beta_{23}$.

Аналогично находим смешение для оценок b_2 и b_3: $b_2 \rightarrow \beta_2 + \beta_{13}$; $b_3 \rightarrow \beta_3 + \beta_{12}$.

Отметим, что смешение оценок не отразится на результатах, если проверка адекватности подтвердит правомерность выбора линейной модели, следовательно, возможность пренебрежения эффектами взаимодействия.

В силу ортогональности матриц планирования эксперимента формулы для определения оценок b_0, b_i и b_{ij} неизвестных коэффи-

Таблица 6.7

№ опыта	Матрица плана ДФЭ			Эффекты взаимодействия		
	x_1	x_2	x_3	x_1x_2	x_1x_3	x_2x_3
1	+	−	−	−	−	+
2	+	+	+	+	+	+
3	−	+	−	−	+	−
4	−	−	+	+	−	−

циентов β_0, β_i, β_{ij} функции отклика (полинома первого порядка) предельно просты:

$$b_0 = \frac{\sum_{u=1}^{N} \overline{y_u}}{N}; \quad b_i = \frac{1}{N}\sum_{u=1}^{N} x_{iu}\overline{y_u}; \quad b_{ij} = \frac{1}{N}\sum_{u=1}^{N} x_{iu}x_{ju}\overline{y_u},$$

где x_{iu}, x_{ju} — величина i-го и j-го факторов ($i \neq j$; $i, j = 1, 2, \ldots, k$) в u-м опыте.

Среднее значение отклика $\overline{y_u}$ в u-м опыте определяется по формуле

$$\overline{y_u} = \frac{1}{m}\sum_{q=1}^{m} y_{uq},$$

где m — число повторов опыта; y_{uq} — текущее значение отклика в u-м опыте при q-м повторе.

Для квадратичных моделей, когда функция отклика описывается полиномом второго порядка, необходимо увеличить число уровней фактора до трех. Полный факторный эксперимент на трех уровнях предусматривает проведение $N = 3^k$ опытов (k — число факторов), что намного больше, чем число неизвестных коэффициентов модели. Существенное сокращение числа опытов получают в композиционных планах, ядром которых являются планы линейных моделей. К плану ПФЭ типа 2^k добавляют опыты в центре эксперимента (нулевые точки) и на расстоянии α от центра («звездные» точки). Таким образом, по оси координат каждого фактора получают пять значений (уровней): $-\alpha$, -1, 0, $+1$, $+\alpha$.

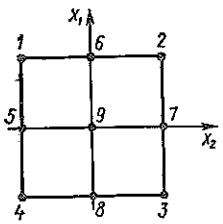

Рис. 6.9. План двухфакторного эксперимента для нелинейной модели

Длина «плеча» α и число опытов в центре плана зависят от требований, предъявляемых к плану. Требование ортогональности приводит к ортогональным центральным композиционным планам (ОЦКП); требование ротатабельности — к ротатабельным центральным композиционным планам (РЦКП). В случае, когда по чисто техническим причинам значения фактора не могут выходить за пределы заданной области эксперимента, т. е. $|\alpha| \leqslant 1$, применяют композиционные планы типа b_m, в которых α равно единице.

Для ортогонального центрального композиционного плана (рассмотрением которого мы ограничиваемся) число опытов в центре равно единице, а величину плеча α выбирают в зависимости от числа факторов k. Так, при k, равном 2; 3; 4; 5, значения плеча соответственно выбирают 1; 1, 215; 1,414; 1,547.

Для двух факторов план ОЦКП эксперимента представлен матрицей в табл. 6.8 и графически на рис. 6,9, где вершины квадрата в координатах кодированных значений x_1 и x_2 обозначают опыты пла-

на ПФЭ типа 2^k или ядро плана, к которому добавлена нулевая точка (центр плана) и четыре «звездных», расположенных на середине сторон квадрата. Номера опытов на рис. 6.9 соответствуют номерам строк табл. 6.8.

Для трех факторов план ОЦКП эксперимента, составленный аналогично двухфакторному, приведен в табл. 6.9. Геометрически план может быть представлен кубом, вершины которого соответствуют

Таблица 6.8

№ опыта	Факторы x_1	Факторы x_2	Примечания
1	+	−	Ядро плана
2	+	+	
3	−	+	
4	−	−	
5	0	−	«Звездные» точки
6	+	0	
7	0	+	
8	−	0	
9	0	0	Нулевая точка

Таблица 6.9

№ опыта	Факторы x_1	Факторы x_2	Факторы x_3	Примечания
1	+	−	−	Ядро плана
2	+	+	−	
3	−	+	−	
4	−	−	−	
5	+	−	+	
6	+	+	+	
7	−	+	+	
8	−	−	+	
9	−1,215	0	0	«Звездные» точки
10	+1,215	0	0	
11	0	−1,215	0	
12	0	+1,215	0	
13	0	0	−1,215	
14	0	0	+1,215	
15	0	0	0	Нулевая точка

опытам ПФЭ типа 2^k, к которым добавляют шесть «звездных» точек, расположенных на расстоянии α от середины ребер куба и одну нулевую точку в центре куба.

Оценки b_0, b_i, b_{ij}, b_{ii} ($i=1,2, \ldots, k$; $i \neq j$) неизвестных коэффициентов функции отклика (полинома второго порядка) β_0, β_i β_{ij}, β_{ii} определяют по следующим зависимостям:

$$b_i = \frac{\sum_{u=1}^{N} x_{iu}\bar{y}_u}{\sum_{u=1}^{N} x_{iu}^2}; \quad b_{ij} = \frac{\sum_{u=1}^{N} x_{iu}x_{ju}\bar{y}_u}{\sum_{u=1}^{N} (x_{iu}x_{ju})^2};$$

$$b_{ii} = \frac{\sum_{u=1}^{N} (x_{iu}^2 - \theta)\,\bar{y}_u}{\sum_{u=1}^{N} (x_{iu}^2 - \theta)^2}; \quad b_0 = \frac{1}{N}\sum_{u=1}^{N} \bar{y}_u - \theta \sum_{u=1}^{N} b_{ii},$$

где $\theta = \frac{1}{N}\sum_{u=1}^{N} x_{iu}^2$ при любом $i=1, 2, \ldots, k$.

В экстремальных экспериментах поиск оптимума поочередным варьированием переменных требует проведения очень большого количества опытов. Поэтому целесообразно применять метод крутого восхождения, который заключается в следующем. Для некоторой начальной точки поверхности отклика ставят интерполяционный эксперимент. Число опытов невелико и достаточно для описания небольшого участка поверхности отклика полиномом первого порядка. Вектор-градиент этого полинома (функции отклика) определяет направление наиболее короткого (крутого) пути к экстремуму. Составляющие градиент являются частными производными функции отклика по факторам.

Движение по поверхности отклика в направлении градиента начинают от начальной точки. Шаг движения или изменения значений фактора при переходе к следующему опыту устанавливают в зависимости от степени влияния фактора на отклик. Значение отклика, называемого в экстремальных экспериментах критерием оптимизации или целевой функцией, изменяется от опыта к опыту. Совпадение или незначительное отличие результатов двух соседних опытов означает достижение области, близкой к стационарной. В этой области ставят заключительный интерполяционный эксперимент с высокой концентрацией опытов.

Статистический анализ результатов испытаний необходим для оценки достоверности эксперимента и включает следующие этапы.

1. Проверка воспроизводимости или постоянства дисперсии отклика сводится к проверке гипотезы об однородности дисперсий $S_1^2, S_2^2, \ldots, S_N^2$, найденных по результатам N опытов.

Дисперсия отклика S_u^2 для u-го опыта равна

$$S_u^2 = \frac{\sum_{q=1}^{m} (y_{uq} - \bar{y}_u)^2}{m-1}, \quad u = 1, 2, \ldots, N,$$

где u_{uq} — отклик u-го опыта при q-м повторе, m — число повторов опыта.

Вычисляем экспериментальное значение критерия Кохрена, т. е. отношение максимальной $S_{\max}^2$ из N дисперсий к сумме всех дисперсий

$$G = \frac{S_{\max}^2}{\sum_{u=1}^{N} S_u^2}.$$

Гипотеза об однородности дисперсий подтверждается, если вычисленное значение критерия не превышает критического значения, определенного по соответствующим таблицам [5, 45], в зависимости от числа степеней свободы $k_1 = m-1$, $k_2 = N$ и доверительной вероятности $P_{\text{дов}}$.

Критерий Кохрена применяют при одинаковом для каждого опыта числе повторов. В более общем случае используют критерий Бартлета [45].

2. Адекватность модели, т. е. пригодность ранее принятой функции отклика для описания реального объекта исследования, проверяют по отношению дисперсий адекватности и воспроизводимости.

Дисперсию воспроизводимости или оценку дисперсии отклика определяем по формуле

$$S_y^2 = \frac{1}{N} \sum_{u=1}^{N} S_u^2.$$

Диперсию адекватности определяем по формуле

$$S_{\text{ад}}^2 = \frac{m \sum_{u=1}^{N} (\bar{y}_u - \hat{Y}_u)^2}{N - (k+1)},$$

где k — число факторов; $\hat{Y}_u$ — расчетная оценка среднего значения отклика в u-м опыте, вычисляемая по соответствующему полиному. Например, для линейной модели

$$\hat{Y}_u = b_0 + \sum_{i=1}^{k} b_i x_{iu},$$

где x_{iu} — значение i-го фактора в u-м опыте.

Экспериментальное значение F-критерия (критерия Фишера) равно

$$F = \frac{S_{\text{ад}}^2}{S_y^2}.$$

Модель считают адекватной, если вычисленное значение F меньше критического, определенного по таблицам F-распределения [5, 45], в зависимости от числа степеней свободы $k_1 = N - (k+1)$, $k_2 = (m-1)\ N$ и доверительной вероятности $P_{\text{дов}}$.

Для насыщенных планов, в которых число определяемых коэффициентов равно числу опытов, для проверки адекватности проводят дополнительные опыты. Так, для линейной модели дополнительно ставят опыты в центре плана. По расхождению между полученным и расчетным значениями отклика принимают решения об адекватности модели.

При неадекватности модели возможны следующие действия: усложнение модели, достройка плана, преобразование переменных, изменение интервалов варьирования.

3. Значимость коэффициентов модели проверяем по t-критерию Стьюдента. Проверку начинаем с вычисления дисперсий коэффициентов.

Для планов дробного и полного факторного эксперимента типа 2^k дисперсии оценок коэффициентов b_0, b_i, b_{ij} одинаковы и определяются по формуле

$$S_b^2 = \frac{S_y^2}{mN}.$$

Экспериментальное значение критерия Стьюдента равно

$$t = \frac{|b|}{S_b},$$

где $|b|$ — абсолютное значение оценки проверяемого коэффициента, т. е. одного из коэффициентов b_0, b_i, b_{ij}.

Коэффициент считают значимым, если вычисленное значение критерия больше, чем критическое значение, выбираемое по таблицам распределения Стьюдента [5, 45], в зависимости от числа степеней свободы $k = (m-1)N$ и доверительной вероятности $P_{\text{дов}}$.

Для квадратичной модели, когда испытания проводят по ортогональному центральному плану, дисперсии оценок коэффициентов модели определяют по следующим зависимостям:

$$S_{bi}^2 = \frac{S_y^2}{\sum_{u=1}^{N} x_{iu}^2}, \quad i = 1,\ 2,\ \ldots\ k;$$

$$S_{bij}^2 = \frac{S_y^2}{\sum_{u=1}^{N} (x_{iu}x_{ju})^2}, \quad i,\ j = 1,\ 2,\ \ldots,\ k;\ i \neq j;$$

$$S_{bii}^2 = \frac{S_y^2}{\sum_{u=1}^{N} (x_{iu}^2 - \theta)^2}, \quad i = 1,\ 2,\ \ldots,\ k;$$

$$S_{b0}^2 = \frac{1}{N} S_y^2 + \sum_{i=1}^{k} S_{bii}^2 \theta^2,$$

где $S_{\bar{y}}^2$ — общая дисперсия среднего значения отклика определяется по формуле

$$S_{\bar{y}}^2 = \frac{1}{mN} \sum_{u=1}^{N} S_u^2 = \frac{S_y^2}{m}.$$

Далее для каждого из коэффициентов вычисляют t-критерий Стьюдента (отношение абсолютного значения коэффициента к его среднему квадратическому отклонению) и сравнивают с табличным значением, найденным в зависимости от числа степеней свободы $k = (m-1)\,N$ и доверительной вероятности $P_{\text{дов}}$.

Пример. Исследовать влияние радиального Δ и углового γ смещений осей соединяемых валов на долговечность муфты с резиновым торообразным элементом вогнутого профиля. Муфта нагружена номинальным моментом $T = 100$ Н·м, наружный диаметр муфты $D_0 = 165$ мм.

Р е ш е н и е. Схематизация эксперимента. На муфту (объект исследования) действуют два фактора: радиальное Δ и угловое γ смещения полумуфт. Кодированные значения факторов обозначаем соответственно через x_1, x_2 и определяем по следующим зависимостям:

$$x_1 = \frac{\Delta - 0{,}5\,(\Delta_{\max} + \Delta_{\min})}{0{,}5\,(\Delta_{\max} - \Delta_{\min})}\;;\; x_2 = \frac{\gamma - 0{,}5\,(\gamma_{\max} + \gamma_{\min})}{0{,}5\,(\gamma_{\max} - \gamma_{\min})}.$$

Предельные значения радиальных и угловых смещений устанавливаем, исходя из опыта эксплуатации муфт: $\Delta_{\max} = 5$ мм, $\Delta_{\min} = 3$ мм, $\gamma_{\max} = 5°$, $\gamma_{\min} = 0°$. Подставляя предельные значения в формулы для x_1 и x_2, получаем

$$x_1 = \Delta - 4;\; x_2 = 0{,}4\gamma - 1.$$

В качестве отклика Y рассматриваем логарифмы ресурса $\lg L$, где L — ресурс, выраженный в оборотах муфты.

Требуется оценить функцию отклика, т. е. найти связь между факторами и откликом.

Функцию отклика задаем полиномом первого порядка с учетом эффекта взаимодействия

$$Y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_{12} x_1 x_2,$$

где β_0, β_1, β_2, β_{12} — коэффициенты функции.

Соответственно оценку функций отклика (эмпирического уравнения регрессии) ищем в виде

$$\hat{Y} = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_{12} x_1 x_2,$$

где b_0, b_1, b_2, b_{12} — оценки коэффициентов β_0, β_1, β_2, β_{12} соответственно.

При планировании эксперимента выбран план полного факторного эксперимента типа 2^2. Число опытов $N = 4$; число повторов каждого опыта $m = 3$; необходимое число образцов равно $mN = 12$.

Испытания проводили на стенде с замкнутым контуром, спроектированном и изготовленном в МВТУ им. Н. Э. Баумана. Циркулирующий в контуре момент соответствовал номинальному моменту испытуемой муфты. Конструкция стенда позволяет изменять радиальное и угловое смещение полумуфт в широких пределах.

Результаты испытаний на долговечность представлены в виде значений логарифмов ресурса (см. матрицу планирования эксперимента, столбец «Повторы», табл. 6.10).

Учитывая, что число повторов $m = 3$, среднее значение y_u и среднее квадратическое отклонение S_u логарифма ресурса в u-м опыте, определяем по фор-

Таблица 6.10

№ опыта u	Факторы x_0	x_1	x_2	Эффект взаимодействия x_1x_2	Отклик $Y=\lg L$: Повторы опыта y_{uq}	Среднее значение $\overline{y_u}$	Среднее квадратическое отклонение S_u
1	+	+	−	−	6,7634; 6,7924; 6,9138	6,8232	0,07979
2	+	+	+	+	5,8692; 5,9638; 6,0170	5,9500	0,07486
3	+	−	+	−	6,5051; 6,5798; 6,7620	6,6156	0,1321
4	+	−	−	+	7,8195; 7,8921; 8,1250	7,9455	0,1596

мулам

$$\overline{y}_u=\frac{1}{3}\sum_{q=1}^{3}y_{uq};\quad S_u=\sqrt{\frac{1}{2}\left(\sum_{q=1}^{3}y_{uq}^2-\frac{\left(\sum\limits_{q=1}^{3}y_{uq}\right)^2}{3}\right)};$$

где y_{uq} — текущее значение логарифма ресурса.

По результатам испытаний определяем оценки коэффициентов функций отклика

$$b_0=\frac{1}{N}\sum_{u=1}^{N}\overline{y}_u=\frac{1}{4}(6{,}8232+5{,}95+6{,}6156+7{,}9455)=6{,}8336;$$

$$b_1=\frac{1}{N}\sum_{u=1}^{N}x_{1u}\overline{y}_u=\frac{1}{4}(6{,}8232+5{,}95-6{,}6156-7{,}9455)=-0{,}4470;$$

$$b_2=\frac{1}{N}\sum_{u=1}^{N}x_{2u}\overline{y}_u=\frac{1}{4}(-6{,}8232+5{,}95+6{,}6156-7{,}9455)=-0{,}5508;$$

$$b_{12}=\frac{1}{N}\sum_{u=1}^{N}x_1x_2\overline{y}_u=\frac{1}{4}(-6{,}8232+5{,}95-6{,}6156+7{,}9455)=0{,}1142.$$

Оценку функции отклика в кодированных значениях факторов записываем в виде

$$\hat{Y}=6{,}8336-0{,}4470x_1-0{,}5508x_2+0{,}1142x_1x_2.$$

После подстановки значений $x_1=\Delta-4$ и $x_2=0{,}4\gamma-1$ получаем оценку зависимости среднего значения логарифма ресурса от радиальных и угловых смещений осей соединяемых валов

$$\lg\hat{N}=9{,}629-0{,}56\Delta-0{,}40\gamma+0{,}046\Delta\gamma.$$

Статистический анализ результатов испытаний начинаем с проверки однородности дисперсий.

Вычисляем критерий Кохрена

$$G=\frac{S_{\max}^2}{\sum\limits_{u=1}^{N}S_u^2}=\frac{0{,}1596^2}{54{,}91\cdot10^{-3}}=0{,}4638.$$

Критическое значение критерия $G_{кр}=0{,}7679$ выбрано [45] в зависимости от числа степеней свободы $k_1=m-1=3-1=2$, $k_2=N=4$ и доверительной вероятности $P_{дов}=0{,}95$.

Критическое значение критерия $G_{кр}>G$, что соответствует выполнению условия однородности дисперсий.

Проверка адекватности модели методом сравнения дисперсий адекватности воспроизводимости невозможно, так как эксперимент насыщен, т. е. число опытов равно числу определяемых коэффициентов функции отклика. Поэтому был поставлен дополнительный опыт в области, близкой к центру эксперимента. При радиальном смещении $\Delta=4$ мм и угловом смещении $\gamma=3°$ было испытано три образца и соответственно определены логарифмы их ресурса: 7,1139; 7,0; 6,95. Оценки среднего значения и среднего квадратического отклонения логарифма ресурса в дополнительном опыте соответственно равны $\overline{\lg L}=7{,}0213$, $S=0{,}0840$.

Определяем нижнюю $\lg L_{min}$ и верхнюю $\lg L_{max}$ границы доверительного интервала, в котором находится истинная величина среднего значения логарифма ресурса:

$$\lg L_{min}=\overline{\lg L}-t\frac{S}{\sqrt{n}}=7{,}0213-4{,}303\frac{0{,}0840}{\sqrt{3}}=6{,}6591;$$

$$\lg L_{max}=\overline{\lg L}+t\frac{S}{\sqrt{n}}=7{,}0213+4{,}303\frac{0{,}0840}{\sqrt{3}}=7{,}3828,$$

где $n=3$ — число повторов дополнительного опыта; $t=4{,}303$ — квантиль распределения Стьюдента в зависимости от числа степеней свободы $k=n-1=2$ и доверительной вероятности $P_{дов}=0{,}95$.

Расчетная величина оценки среднего значения логарифма ресурса дополнительного опыта $\widehat{\lg L}=9{,}629-0{,}56\cdot4-0{,}4\cdot3+0{,}046\cdot4\cdot3=6{,}741$.

Расчетная величина $\widehat{\lg L}$ лежит в доверительном интервале $[\lg L_{min}, \lg L_{max}]$, что является основанием для принятия гипотезы адекватности модели.

Для проверки значимости коэффициентов модели вычисляем дисперсию воспроизводимости

$$S_y^2=\frac{1}{N}\sum_{u=1}^{N}S_u^2=\frac{1}{4}(0{,}07979^2+0{,}07486^2+0{,}1321^2+0{,}1596^2)=0{,}01372.$$

Дисперсия коэффициентов модели

$$S_b^2=\frac{S_y^2}{mN}=\frac{0{,}01372}{3\cdot4}=1{,}143\cdot10^{-3}.$$

Экспериментальные значения критерия Стьюдента t_1, t_2, t_{12} для коэффициентов b_1, b_2, b_{12} соответственно равны:

$$t_1=\frac{|b_1|}{S_b}=\frac{0{,}4470}{\sqrt{1{,}143\cdot10^{-3}}}=13{,}22;$$

$$t_2=\frac{|b_2|}{S_b}=\frac{0{,}5508}{\sqrt{1{,}143\cdot10^{-3}}}=16{,}29;$$

$$t_{12}=\frac{|b_{12}|}{S_b}=\frac{0{,}1142}{\sqrt{1{,}143\cdot10^{-3}}}=3{,}38.$$

Критическое значение критерия Стьюдента $t_{кр}=2{,}306$ выбрано по [5,45] в зависимости от числа степеней свободы $k=(m-1)N=(3-1)4=8$ и доверительной вероятности $P_{дов}=0{,}95$.

Так как значения критерия t_1, t_2, t_{12} больше критического значения $t_{кр}$, полагают, что все коэффициенты модели значимы. Следовательно, ранее определенная зависимость среднего значения логарифма ресурса от радиального Δ и углового γ смещений остается в силе.

§ 6.7. ТЕХНИЧЕСКАЯ ДИАГНОСТИКА НА ОСНОВЕ ПРИМЕНЕНИЯ ФОРМУЛЫ БАЙЕСА

Задача ставится следующим образом. Известны состояния системы, включающие нормальное состояние и типовые состояния неисправности и их вероятности. Произведены наблюдения в эксплуатации или испытания, в результате чего зафиксированы некоторые признаки. Спрашивается, как в связи с этим изменятся (уточнятся) вероятности состояний системы [3].

В качестве признаков удобно использовать легко наблюдаемые без разборки машин признаки, например: нагрев, увеличение времени разгона, увеличение погрешностей (по отдельным параметрам) изделий на технологических машинах и т. д. Наблюдаемые признаки задаются качественно. Уточнение возможно разбивкой наблюдаемых параметров на ряд интервалов.

Для анализа необходимы статистические сведения о частости наблюдения отдельных признаков при каждом типовом состоянии системы. Эти частости в дальнейшем рассматриваются как вероятности.

Вероятность сложного события возникновения состояния и проявления комплекса k признаков $P(D_i, k)$ согласно теореме умножения вероятностей

$$P(D_i, k) = P(D_i)\,P(k/D_i) = P(k)\,P(D_i/k),$$

где $P(D_i)$ — априорная вероятность состояния D_i; $P(k/D_i)$ — вероятность (условная) возникновения комплекса признаков k при состоянии D_i; $P(k)$ — полная вероятность возникновения комплекса признаков в системе; $P(D_i/k)$ — вероятность состояния D_i при комплексе признаков k.

Отсюда, отбрасывая левую часть, получаем

$$P(D_i/k) = P(D_i)\frac{P(k/D_i)}{P(k)}.$$

В этой формуле дробь можно рассматривать как поправку, учитывающую частость появления комплекса признаков k.

Состояния $D_1, D_2, \ldots, D_i, \ldots, D_n$ образуют полную группу несовместных событий (т. е. событий, из которых обязательно реализуется только одно).

Полная вероятность появления комплекса признаков k в системе равна сумме вероятностей появления этого комплекса признаков при отдельных состояниях

$$P(k) = \sum_1^n P(D_j)\,P(k/D_j).$$

Подставляя $P(k)$ в предыдущую формулу, получаем формулу Байеса для вероятности некоторого состояния D_i при комплексе признаков k

$$P(D_i/k) = \frac{P(D_i)\,P(k/D_i)}{\sum_1^n P(D_j)\,P\ k/D_j)}.$$

Комплекс признаков k рассматриваем состоящим из признаков $k_1, k_2, \ldots, k_m$, которые предполагаем независимыми. Тогда вероятность $P(k/D_i)$ рассматриваем как вероятность сложного события, равную произведению вероятностей простых событий

$$P(k/D_i) = P(k_1/D_i)\,P(k_2/D_i)\ldots P(k_m/D_i).$$

Окончательно

$$P(D_i/k) = \frac{P(D_i)\,P(k/D_i)\,P_2(k_2/D_i)\ldots P(k_m/D_i)}{\sum_{1}^{n} P(D_j)\,P(k_1/D_j)\,P(k_2/D_j)\ldots P(k_m/D_i)}.$$

Если некоторые признаки являются зависимыми, то формула соответственно трансформируется. Например, если для состояния D_i зависимы признаки k_1 и k_2, то в формулу вместо произведения $P(k_i/D_i)P(k_2/D_i)$ подставляют $P(k_1k_2/D_i)=P(k_1/D_i)P(k_2/D_ik_1)$.

При пользовании формулой отсутствие какого-либо признака, например k_1, рассматривается как противоположное событие с вероятностью $1 - P(k_1/D_i)$.

Если существует признак k_ν, встречающийся только при одном состоянии D_μ системы и не встречающийся при других, то он называется детерминирующим.

Из предыдущей формулы следует при $i=\mu$ $P(D_i/k)=1$, а при $i\neq\mu$ $P(D_i/k)=0$.

Рассмотрим следующий пример. Для обследуемой машины характерны три состояния: состояние D_1 неисправности узла *1*, наблюдаемое у 5% машин, $P(D_1)=0{,}05$; состояние D_2 неисправности узла *2*, наблюдаемое у 15% машин, $P(D_2)=0{,}2$ и нормальное состояние D_3, наблюдаемое у 80% машин, $P(D_3)=0{,}8$.

Признак k_1 наблюдается при состоянии D_1 в 20% случаев, $P(k_1/D_1)=0{,}2$; при состоянии D_2 — в 40% случаев, $P_1(k_1/D_2)=0{,}4$ и при нормальном состоянии не наблюдается.

Признак k_2 наблюдается при состоянии D_1 в 30% случаев, $P(k_2/D_1)=0{,}3$; при состоянии D_2 — в 50% случаев, $P(k_2/D_2)=0{,}5$ и при нормальном состоянии — в 5% случаев, $P(k_2/D_3)=0{,}05$.

Условные вероятности состояний D_1, D_2, D_3 по расчету:

Случаи	D_1	D_2	D_3
1. Оба признака k_1 и k_2 отсутствуют	0,03	0,05	0,92
2. Оба признака k_1 и k_2 присутствуют	0,09	0,91	0
3. Отсутствует признак k_1 и присутствует k_2	0,12	0,46	0,41

В первом случае с вероятностью 0,92 имеет место состояние *3*, во втором случае с вероятностью 0,91 — состояние *2*, а в третьем случае вероятности второго и третьего состояния близки между собой.

ГЛАВА 7

НАДЕЖНОСТЬ МАШИН ОТДЕЛЬНЫХ ГРУПП

§ 7.1. ОБЩИЕ НАПРАВЛЕНИЯ ПОВЫШЕНИЯ НАДЕЖНОСТИ МАШИН

Невозможно достичь высокой надежности и долговечности машин с непрогрессивным рабочим процессом и несовершенной схемой или несовершенными механизмами. Следовательно, первым направлением повышения надежности является обеспечение необходимого технического уровня изделий.

К другому направлению следует отнести применение агрегатов и деталей с высокой надежностью и долговечностью, обеспечиваемыми самой своей природой, т. е. быстроходных агрегатов без механических передач, например на электростанциях, агрегатов и деталей, работающих при чистом жидкостном трении или без механического контакта (электрическое торможение, бесконтактное электрическое управление); деталей, работающих при напряжениях ниже пределов выносливости, и др.

Далее можно упомянуть о деталях и механизмах, самоподдерживающих работоспособность: самоустанавливающихся, самоприрабатывающихся, самосмазывающихся, а также о самонастраивающихся и самоуправляющихся системах.

Наконец, резерв повышения надежности заключен в переходе на изготовление машин по жестко регламентированной технологии. При этом резко сокращается рассеяние ресурса, поскольку надежность ряда элементов машин во многом зависит даже от колебаний размеров в пределах допусков. Следовательно, чем меньше допуск, тем меньше колеблются параметры изделия.

§ 7.2. ЛЕТАТЕЛЬНЫЕ АППАРАТЫ

Специфика вопросов надежности. Самолето- и вертолетостроение характеризуются непрерывным ростом не только летно-технических и экономических показателей, но и в значительной мере показателей надежности.

Высокие требования к надежности объясняются тем, что отказы агрегатов и систем в воздухе могут привести к гибели пассажиров, экипажа, самолета, разрушениям наземных сооружений и в то же время скорости полета, взлета и посадки настолько велики, что летчик не всегда сможет своевременно отреагировать на изменение обстановки при отказе того или иного агрегата или системы.

Группа планера, в состав которой входят фюзеляж, крылья и хвостовое оперение, обеспечивает несущие свойства, грузоподъемность и устойчивость полета. Эта группа должна иметь особо высокую прочность. Системы управления обеспечивают необходимый режим полета, маневры и пространственное положение летательного аппарата. Отказ этих систем приводит к потере управляемости,

поэтому от них требуется высокая безотказность. Пилотажно-навигационные системы обеспечивают информацию о местонахождении летательного аппарата. К этим приборам предъявляют требования высокой точности, ее сохранения и отсутствия сбоев. Основным назначением силовой установки является создание тяги стабильной в установившемся режиме работы и обладающей необходимыми темпами нарастания или уменьшения в переменных режимах.

В применении к летательным аппаратам используют показатели *безотказности*, в том числе вероятность безотказной работы за время полета; наработка узлов на отказ или число отказов узла на 1000 ч полета; *долговечности*, такой, как число полетов или технический ресурс; *ремонтопригодности* — трудоемкость обслуживания на 1 ч полета.

Нагрузки. Нагрузки, действующие на планер самолета, складываются из подъемной силы, сопротивления воздуха, нагрузок при маневрах, от порывов ветра, нагрузок, возникающих при взлете, посадке и рулении, акустических и др.

Наибольшие маневренные ускорения испытывают самолеты-истребители, у которых они достигают величины $8g$, где g — ускорение свободного падения; для тяжелых самолетов эти ускорения составляют $\approx 2{,}5g$. Динамические воздействия от порывов ветра приводят к повышению нагрузок на концевых частях крыла в 10. . .20 раз против статических. При посадке самолета агрегаты могут испытывать ускорения до $2{,}5g$, а при грубых посадках — до (6. . .8)g.

В кучево-дождевых облаках при попадании самолета в восходящий и нисходящий потоки воздуха кратковременные ускорения достигают [53] соответственно $+4g$ и $-2g$.

Отрицательные перегрузки для самолетов не должны быть велики, так как при таких перегрузках, во-первых, может прекратиться подача топлива в двигатель и, во-вторых, человек мало приспособлен к таким перегрузкам.

Пилот может выдерживать положительные длительные ускорения (2. . .4)g и кратковременные (5. . .6)g без противоперегрузочного костюма, а в противоперегрузочном костюме соответственно ускорения (3. ..5)g и (5. . .8)g.

Шасси наряду с нагрузками при первых ударах о землю во время посадки и динамическими нагрузками при разбеге самолета из-за неровностей полотна аэродрома испытывают значительные нагрузки от сил торможения. Установка автомата тормозов резко увеличивает количество циклов нагружений, так как при работе автомата периодически происходит торможение и растормаживание колес самолета.

Состояние проблемы надежности. В табл. 7.1 приведено распределение отказов [56] двух типов транспортных самолетов грузоподъемностью более 12 000 кг по результатам обработки статистики за три года эксплуатации.

Анализ таблицы позволяет заключить, что наименее надежными следует считать электро- и радиооборудование и приборы. Среди механических систем наименее надежные двигатели, гидро- и пневмо-

Таблица 7.1

Система самолета	Число отказов, %		Система самолета	Число отказов, %	
	Тип А	Тип Б		Тип А	Тип Б
Планер	2	2	Электрооборудование	16	5
Шасси	3	3	Приборное оборудование	22	35
Двигатели	13	4	Радиооборудование	28	27
Гидрогазовая	4	7	Остальные	12	17

автоматика, а также шасси. Сборочные единицы планера — фюзеляж, крыло, хвостовое оперение — также подвержены отказам.

Распределение числа отказов, %, двигателя по данным середины 70-х годов [21] (двигатель НК-8-4 самолета Ил-62 на стадии доводки двигателя) по видам дефектов таково:

Виды дефектов

Прочностные (усталостные разрушения и трещины, усталостные выкрашивания, вибрационные заедания, контактная коррозия, наклеп)	60
Функциональные (неправильно назначены радиальные и осевые зазоры, недостаточно устойчивы газодинамические процессы и процессы горения, неустойчивы и неточны системы регулирования)	10
Параметрические (не выполнено задание по параметрам, завышен вес, завышена нагрузка подшипника)	10
Прочие	20

Таким образом, прочность в основном определяет надежность двигателя.

В шасси отказы, %, распределяются следующим образом [56]:

Виды отказов

Разрушение	11,6
Трещины	29,0
Износ	23,0
Коррозия	12,6
Наклеп	8,0
Задиры	7,5
Увеличение люфта	4,2
Заедание и схватывание	2,2
Отказ готового изделия	1,9

Следовательно, основными причинами отказов шасси являются усталость деталей и износ шарниров скольжения.

Безотказность двигателей в условиях эксплуатации оценивают либо по количеству случаев выключения двигателя в полете или досрочного съема из-за отказов, приходящихся на 1000 ч полета, либо наработки на одно выключение в полете или на досрочный съем.

Долговечность пассажирских самолетов характеризуют следующие данные [66]: ресурс Ту-104 достиг 35 000 ч (15 000 полетов) с

5...6 ремонтами, ресурс Ту-154 составляет 30 000 ч (15 000 полетов) и есть пути к его дальнейшему повышению.

За пятилетку (1975—1980) [66] снижена цена ремонта самолета Ту-154 в 4 раза, а затраты на техническое обслуживание самолета — в 2 раза.

Конструкторы обеспечили следующие показатели надежности самолета Ил-86:

вероятность отказа на 1 ч полета, приводящего к опасной (сложной) ситуации, равна 10^{-4}, что эквивалентно в среднем налету 10 000 ч на одну такую ситуацию;

наработка на один отказ, приводящий к невыполнению полетного задания, не менее 5000 летных часов;

трудоемкость технического обслуживания — не более 18...20 ч на 1 ч налета;

ресурс самолета — 40 000 летных часов.

Обеспечение надежности. Высокие показатели надежности летательных аппаратов обеспечивают резервированием элементов и систем, эксплуатацией «по состоянию» и диагностикой, практическим исключением возможности внезапных отказов и упрочнением деталей.

Резервирование характерно для жизненно важных систем. В топливных системах самолета часто устанавливают два подкачивающих насоса и два заборника топлива из баков. Параллельные топливные системы обеспечивают как автономное, так и перекрестное питание двигателей от нескольких групп топливных баков; топливопроводы нескольких силовых установок обычно закольцовывают; в топливных баках устанавливают насосы перекачки топлива в другие баки или подачи к любому двигателю в заданной экипажем последовательности. Резервирование агрегатов и узлов широко применяют в системах управления, регулирования и аварийных системах. В гидросистемах некоторых самолетов предусмотрено резервное питание тормозной системы, аварийный выпуск шасси, щитков закрылков, аварийное управление стабилизатором. При этом, как правило, применяют системы и агрегаты с нагруженным резервом. Ненагруженный резерв применяется в основном как аварийный.

Впервые в отечественной практике принцип многократного резервирования реализован для всех основных систем самолета Ту-154 [66].

В качестве расчетного критерия безопасности полета в нормах летной годности заложено требование возможности продолжения горизонтального полета при работе половины установленных двигателей. Поэтому многомоторный самолет можно рассматривать как резервированную систему двигателей.

При конструировании резервированных систем в авиации стремятся обеспечить выполнение следующих принципов: источники питания дублирующих систем должны быть независимы от основной системы, а их коммуникации максимально удалены от основной; структуру резервных систем управления целесообразно строить по

методу «пересиливания» или «подавливания» отказавшего агрегата. Этот метод более надежен по сравнению с методом использования специальных агрегатов для определения отказавшего агрегата (системы) и их отключения. Чтобы летчику обеспечить возможность пересиливания при управлении закрылками, ограничивают усилия, создаваемые рулевыми машинками автопилота, и т. д.; дублирующая гидравлическая система должна иметь мощность не менее мощности основной системы, действовать независимо, питаться от двух гидронасосов или более, иметь бортовые средства контроля и сигнализации неисправностей; целесообразно, чтобы механическая проводка управления дублировалась от рычагов управления до рулевых поверхностей (или золотников гидроусилителей). При нарушении (обрыве или заклинивании) одной из них должно обеспечиваться управление самолетом с помощью оставшейся неразрушенной проводки.

Эксплуатация «по состоянию» — прогрессивный и экономически выгодный метод повышения надежности и прогнозирования ресурса. Это эксплуатация, при которой заключение о необходимости ремонта или замене узлов производится по фактическому состоянию узлов, о котором судят, используя диагностику: сравнивая диагностирующие параметры исследуемого и эталонного узлов. Чтобы метод мог быть применен, от узлов летательного аппарата требуется их хорошая контролепригодность и оснащенность системой сигнализации для раннего обнаруживания дефектов, а также практическое исключение возможности внезапных отказов.

Чтобы обеспечить хорошую контролепригодность, предусматривают специальные приборы, окна и люки [71] для возможности контролировать состояние практически всех жизненно важных элементов двигателя — лопаток компрессора и турбины, дисков, камеры сгорания, бандажных полок и других деталей. Встраивают сигнализацию, извещающую о целостности элементов. Например, внутренняя полость лонжерона лопасти несущего винта вертолета находится под небольшим избыточным давлением заполняющего ее воздуха: при появлении трещины в лонжероне давление падает и встроенный манометр зажигает лампочку на приборной доске.

К основным видам диагностической информации относят [3]: спектр вибрации элементов конструкции; спектр акустических колебаний; значение параметров, характеризующих функционирование системы; визуальные наблюдения и т. д. Диагностическое значение имеют не только параметры в данный момент времени, но и их изменение во времени.

При диагностике интерес представляет спектр частот вибраций до 30 кГц и амплитудой виброускорений до 1000 м/с^2. В качестве датчиков вибраций используют индукционные и пьезометрические датчики. Акустические колебания измеряют с помощью микрофонов. В последнее время установлено, что при появлении трещин образуется интенсивное акустическое излучение с частотой порядка от 50 до 500 кГц. Это явление можно использовать для обнаружения

трещин. Среди параметров, характеризующих функционирование системы, интерес для диагностики представляет давление в различных полостях машины, температура, частота вращения, количество металлической стружки в масле и выхлопных газах. Визуальный осмотр проводят с помощью оптических трубок с внутренними зеркалами, позволяющими передавать изображение по криволинейному каналу, и гибких световодов, выполненных на основе волоконной оптики.

Для прогнозирования состояния пневмошин авиационных колес используют термоиндикаторные краски, которые наносят на реборду колеса. При превышении предельно допустимой для шины температуры 160. . .170° С цвет краски меняется, что свидетельствует о необходимости ее замены.

Системы сигнализации автоматизированного контроля параметров и диагностики постоянно совершенствуются благодаря развитию микроэлектроники и ЭВМ.

Система автоматизированного контроля Мадар [69], разработанная фирмой «Локхид» для самолета С-А5, контролирует в полете 800 параметров и сопоставляет их с допустимыми значениями. В составе системы имеются блок памяти и библиотека необходимых указаний, а также регистрирующее устройство для записи параметров. Система автоматизированного контроля AIDS, разработанная компанией «Гамильтон Стандарт» для больших пассажирских самолетов типа Боинг-747, обеспечивает регистрацию на борту до 500 параметров с последующим подробным анализом на наземных электронных вычислительных машинах. Эти системы обеспечивают поиск 95% неисправных блоков против 50% на самолетах предыдущего поколения. Тем самым прямые эксплуатационные расходы удалось снизить на 15. . .20%.

Практические исключения возможности внезапных отказов обеспечивают, в частности, применяя пластичные материалы, имеющие малую скорость распространения трещины. Поэтому сплав Д16-Т с пределом прочности 460 МПа более пригоден [53] для конструкции, чем более прочный, но менее пластичный сплав В95-Т с пределом прочности 550 МПа. Ограничивают распространение трещин с помощью монолитных ребристых пластин с ребрами, расположенными поперек вероятного направления трещины (развитие трещин при переходе через ребро замедляется). Той же цели служит перекрытие возможности пути распространения трещин продольной полоской или профилем, прикрепленным к основному металлу. Клепаная конструкция с большим количеством заклепок вместо традиционных в машиностроении сварных соединений хотя и создает высокую концентрацию напряжений вблизи отверстий соединяемых деталей, при возникновении трещины не позволяет ей распространяться на всю ширину детали, а лишь от одного отверстия до другого.

Сочетание резервирования с быстрым выявлением отказавших резервных элементов, осуществляемым с помощью встроенных авто-

матизированных систем контроля, также практически исключает внезапный отказ системы.

У п р о ч н е н и е — один из основных методов повышения долговечности деталей.

Одним из методов повышения сопротивления усталости авиационных деталей (в частности, лопаток турбин) является *термопластическое упрочнение*, заключающееся в нагреве детали до температуры ниже температуры фазовых превращений (для стали 500—700 °С) с последующим резким охлаждением поверхности, в результате чего из-за разных температурных деформаций поверхности детали и ее сердцевины на поверхности возникают пластические деформации, приводящие к появлению на ней напряжений сжатия. При этом предел выносливости возрастает примерно в 1,3 раза. Широко распространенный метод упрочнения деталей — пластическое деформирование поверхности стальными или стеклянными микрошариками размером 50. . .200 мкм. При этом предел выносливости может увеличиваться в 1,5 раза. Возможно сочетание обоих методов упрочнения.

Повышения износостойкости шарниров сталь — бронза добиваются накаткой на бронзовой поверхности каналов треугольной формы, образующих на поверхности детали сетку из правильных шестиугольников. При этом повышается микротвердость на 10. . . 20% не только на боковых сторонах канала, но и на зеркале элементарной площадки. Каналы при контакте трущихся пар заполняются смазкой, повышая смазывающую способность поверхностей и создавая емкость для удаления продуктов износа. Долговечность шарниров шасси самолета при такой накатке увеличивается в 2. . .4 раза.

В современных пассажирских самолетах устанавливают до 2,5 млн. заклепок. Для увеличения ресурса заклепочных соединений необходимо [26] создавать в элементах соединения гарантированный радиальный натяг 2,5. . .3,5%. С этой целью разработаны стержневые и универсальные заклепки, обеспечивающие ресурс соединения, в 2. . .4 раза больший по сравнению с соединением обычными заклепками.

Наряду с повышением несущей способности традиционных материалов имеет место тенденция использования новых видов материалов.

По данным американских специалистов, для дозвуковых самолетов в 1965 г. детали из алюминиевых сплавов составляли 65% массы планера, стальные — 20%, титановые — 7%, остальное приходилось преимущественно на изделия из неметаллических материалов; в 1980 г. распределение материалов было таково: 44% массы — алюминиевые сплавы, 15% — титан, 25% — армированные пластики, 16% — прочие материалы [68].

Из титановых сплавов изготовляют гондолы двигателей, противопожарные перегородки, передние кромки крыльев и стабилизатора, элероны, поплавки гидросамолетов, болты, хвостовую часть фюзеляжа реактивных самолетов и т. д.

Широко применяют композиции, наполненные стекловолокном

(предел прочности композиции 1000. . .2000 МПа). Из стеклопластиков изготовляют корпуса крупных ракет на твердом топливе. Их нередко навивают из стеклонитей на заготовке РДТТ непосредственно на стартовой площадке. Такие корпуса легче стальных в 4 раза.

Замена стальных лопаток турбокомпрессора стеклопластиковыми снижает их массу на 26%. При использовании таких легких лопаток диск компрессора можно делать из алюминиевого сплава, что также снижает массу на 52%. Стеклопластики обладают также повышенным сопротивлением усталости, так как их демпфирующая способность в 4 раза больше, чем у нержавеющей стали.

В конструкции самолета «Конкорд» носовой отсек, стрингеры, малонагруженные панели изготовлены из углепластика. Благодаря этому достигнута экономия в массе ряда узлов на 20. . .30%.

Среди прочих материалов особое место занимает бериллий. Благодаря легкости (плотность 1850 кг/м^3), высокой теплопроводности [2500 Дж/(кг·К)] бериллий выгодно применять для изготовления колесных тормозов. В самолете С-5А тормоза из бериллия дали экономию массы около 34%, что снизило массу самолета на 635 кг. Высокую прочность бериллия при малой плотности используют в быстровращающихся деталях — дисках компрессоров, что ведет к меньшим центробежным нагрузкам. Близкие коэффициенты термического расширения бериллия и ряда сталей позволяют изготовлять из них подшипники скольжения. При равных массовых характеристиках бериллий сопротивляется потере устойчивости при сжатии в 3 раза лучше алюминиевых сплавов и в 5 раз лучше стали. На самолете *F-4C* «Фантом» бериллий применен в консолях крыльев, элеронах, рулях и других деталях. Их общая масса 670 кг. Экономия массы самолета — 35%.

Испытания. При разработке новых конструкций авиационных двигателей [21] на проектирование приходится 2% всех затрат, на обеспечение качества и надежности (главным образом на специальные ресурсные испытания) — 90%, остальные 8% приходятся на официальные испытания.

При доводке двигателя проводят стендовые испытания двигателя и остальных его узлов в граничных условиях эксплуатации. Для испытаний используют более 100 различных установок. Общий объем испытаний превышает 16 000 ч. Одним из видов испытаний является термометрирование (изучают температурное состояние в стационарных и переменных режимах работы камеры сгорания, рабочего колеса турбины, соплового аппарата, упорных подшипников, системы смазки и др.). На стенде проводят такие испытания по оценке работоспособности двигателя при эпизодически возникающих ситуациях, например, при попадании на вход в двигатель воды, птиц, льда и др. В эту группу входят также испытания на тройной ресурс, оценка гидродинамической устойчивости и т. д.

Испытания на тройной ресурс могут характеризовать надежность изделия.

Предложенный ранее метод оценки надежности изделий (см.

гл.6) по результатам испытания одного образца в течение тройного ресурса при наиболее характерном значении среднего квадратического отклонения логарифма ресурса, равном 0,3, дает нижнюю границу вероятности безотказной работы в течение ресурса 0,9 с доверительной вероятностью 0,7.

Испытания стремятся ускорить, организуя эквивалентные испытания. Программа их строится по принципу ускоренного исчерпания ресурса основными узлами и деталями двигателя на основе использования закономерностей между нагрузкой и ресурсом по каждому возможному виду отказа. У дозвуковых двигателей для сокращения длительности испытаний увеличивают продолжительность работы на наиболее тяжелом (взлетном) режиме, который при обычной эксплуатации и длительности стендовых испытаний составляет 1. . .5% от общего ресурса. Длительность испытаний сокращается приблизительно в 6 раз. У двигателей для сверхзвуковых пассажирских самолетов наиболее тяжелый (крейсерский) режим составляет 60. . .70% ресурса двигателя. В этом случае в программу эквивалентных испытаний приходится включать специальный режим с температурой газа, частотой вращения и давлением выше максимально возможных в эксплуатации. Если в специальном режиме предусмотрена температура газа на 50. . .70 °С выше, чем в крейсерском режиме, то длительность испытаний сокращается в 2. . .3 раза.

Надежной проверкой сопротивления деталей переменным нагрузкам следует считать наработку на каждом резонансе более $2 \cdot 10^7$ циклов. Если исходить из 10%-ного разброса частот по каждой форме колебаний, то для проверки работоспособности на всех возможных резонансах необходимо ввести ступенчатую наработку по оборотам, отличающимся друг от друга не более чем на 10%. Если на каждой ступеньке нарабатывать по 50 ч, то $2 \cdot 10^7$ циклов будет обеспечиваться по всем формам с частотами выше 110 Гц (это обычно минимальная лопаточная частота двигателя).

Чтобы довести ресурс самолета Ту-104 до 15 000 полетов, было испытано на прочность [66] 3 планера самолета полностью и в их системе еще дополнительно 5 комплектов отъемных частей крыла. Один опытный и один серийный фюзеляжи испытаны в гидробассейне. Лидер-самолет отработал 18 000 полетов без усталостных трещин в основной силовой установке.

§ 7.3. АВТОМОБИЛИ

Специфика вопросов надежности. Увеличение грузооборота приводит к повышению мощности и грузоподъемности автомобилей, увеличению их выпуска. Недостаток жидкого топлива требует повышения экономичности двигателей. Повышение скорости движения и плотности грузопотоков требует обеспечения безопасности движения. Стремление к снижению себестоимости продукции ведет к поиску путей увеличения долговечности и снижения трудоемкости технического обслуживания автомобилей.

Один из путей обеспечения безопасности движения — это повышение пассивной безопасности автомобиля. Существующие проекты правил и утвержденные правила безопасности в Европе и США требуют от автомобиля сохранения жизни пассажирам после фронтального удара о стенку при скорости движения 50 км/ч.

Долговечность автомобилей и их узлов характеризуют преимущественно средним р е с у р с о м, а также гамма-процентным ресурсом до ремонта, трудоемкостью технического обслуживания — средней суммарной трудоемкостью или стоимостью технического обслуживания.

Величины плановых пробегов автомобилей до первого капитального ремонта, тыс. км, на 1946 г. составляли 60 (ЗИС-5) . . . 80 (ЗИС-101), на 1957 г. 95 (ГАЗ-51) . . . 200 (ЗИЛ-110), на 1972 г. 160 (ЗИЛ-130) . . . 250 (ГАЗ-24) «Волга»), на 1980 г. 400 (МАЗ-6422).

За тридцать лет (с 1945 по 1974 г.) удельная трудоемкость технического обслуживания и текущего ремонта автомобилей сократилась [27] не менее чем в 3. . .4 раза, а годовой пробег, приходящийся на одного ремонтного рабочего, возрос с 28. . .36 до 100. . .120 тыс. км.

Нагрузки. В табл. 7.2. приведены данные по коэффициенту нагруженности некоторых агрегатов автомобиля, равному отношению нагрузок на агрегат в рассматриваемом режиме работы и при езде по междугороднему шоссе. Данные получены при испытаниях грузового автомобиля ЗИЛ-164 с полной нагрузкой.

Таблица 7.2

Механизмы	Коэффициент нагруженности						
	Шоссе с щебеночным покрытием	Пригородное шоссе с асфальтобетонным покрытием	Грунтовая профилированная дорога	Дорога с твердым покрытием в горной местности	Улицы города с населением свыше 1 млн. жителей	Движение в карьерах	Плохая грунтовая дорога
Сцепление	1,12	2,0	1,6	4,2	9,5	6,7	3,85
Коробка передач, карданная передача и задний мост	1,8	1,3	1,5	3,25	2,85	2,25	2,0
Рулевое управление	2,7	4,8	4,0	5,2	20,0	11,5	6,7
Тормозная система	3,25	1,5	3,45	11,3	6,3	22,5	1,0

Из таблицы следует, что для сцепления и рулевого управления наиболее легкими являются условия эксплуатации при движении по междугородним автомобильным дорогам с асфальтобетонным покрытием, а наиболее тяжелым — при движении по улицам больших городов. Для деталей тормозной системы наиболее легкие условия эксплуатации соответствуют движению по грунтовым дорогам в равнинных местностях и наиболее тяжелые — движению в карьере.

Воздействия неровностей дороги на автомобиль определяются

микропрофилем дороги. Неровности дороги, не вызывающие колебаний подвески и гасящиеся в шине, в этом случае не принимаются во внимание. Практически колебания подвески вызываются дорожными неровностями, длина которых находится в пределах 0,2. . . 50 м. Данные НАМИ [27] по пределам изменения среднего квадратического отклонения S_x микропрофиля дорог основных типов:

Дорожное покрытие:	S_x, мм
булыжное в плохом состоянии	25,0—32,8
булыжное в удовлетворительном состоянии	13,5—22,9
асфальтированное	8,0—12,6
цементобетонное	5,0—12,4

Дороги с цементобетонным покрытием имеют наиболее низкочастотный состав спектра микропрофиля и наибольшую длину неровностей волн. Дороги с булыжным покрытием в плохом состоянии характеризуются наиболее короткими волнами неровностей. Эти данные являются исходными для проведения расчетов амплитуд колебаний рессорного подвешивания и оценки динамических напряжений в раме.

В табл. 7.3. приведены данные [27] по длительности пользования передачами в процентах пройденного пути при различных условиях эксплуатации.

Таблица 7.3

Тип автомобиля	Условия эксплуатации	Относительная длительность пользования передачей, %					
		I	II	III	IV	V	передачи выключены
Легковой	В городе	0,02	1,4	5,9	83,7	—	9,0
	Вне города по хорошим дорогам	0,01	0,6	3,1	91,4	—	4,9
Грузовой общего назначения	В городе	0,01	1,2	4,9	39,9	45,1	8,9
	Вне города по хорошим дорогам	0,01	0,2	1,4	7,8	87,3	3,3
	По плохим дорогам	1,4	6,5	21,5	36,0	26,0	8,6
Грузовой высокой проходимости	По плохим дорогам и вне дороги	0,4	5,4	29,3	56,5	8,4	—

Данные таблицы используют при расчете прочности зубчатых передач коробки передач автомобиля.

Состояние проблемы надежности. Надежность некоторых узлов автомобиля оценивают на стадии проектирования. Так, расчетные нормы долговечности подшипников колес американских автомобилей середины 70-х годов характеризуются следующими значениями 90%-ного ресурса: легковые автомобли — 240 тыс. км, грузовые автомобили — 500 тыс. км, междугородние автобусы — 630 тыс. км.

Основной остается оценка надежности узлов автомобиля по результатам испытаний и эксплуатации.

Распределение отказов по агрегатам и системам автомобиля рассмотрим на примере автомобилей ВАЗ при пробеге 50 тыс. км и сроке эксплуатации 3. . .5 лет [64] (табл. 7.4)

Таблица 7.4

Агрегаты и системы	Число отказов, %	Основные виды отказов
Тормозная система	27,2	Износ тормозных колодок (в основном передних)
Электрооборудование и приборы	24,7	Обгорание и оплавление электродов свечей зажигания и передвижного контакта переключателя отопителя
Передняя подвеска	16,9	Разрушения сайлентблоков амортизаторов, износ пальцев шаровых опор, течь жидкости из амортизаторов вследствие износа сальниковых узлов
Кузов и его детали	8,2	Отказы замков дверей и багажника, отказ троса замка капота
Задняя подвеска	7,7	Течь жидкости из амортизатора вследствие износа сальниковых узлов, разрушение втулок амортизаторов
Двигатель и его системы	5,7	Разрушение ремней вентилятора и резиновой прокладки клапанной крышки, износ кулачков распределительного вала и рычагов приводов клапанов
Остальные агрегаты (колеса, задний мост, сцепление, рулевое управление и др.)	10,2	

Примечание. При наработке 50 тыс. км отказов по коррозии у автомобилей ВАЗ не зафиксировано.

Анализ таблицы показывает, что основными причинами отказов являются износ сопряженных деталей и старение резиновых деталей. К отказам относят такие изменения параметров автомобиля, как снижение мощности и повышение расхода топлива. У двигателей, поступающих в капитальный ремонт, мощность снижается от 7 до 56%, а удельный расход топлива повышается от 7 до 131%. Если считать отказом уход параметров на 15%, то для автомобилей ВАЗ ресурс составит 158 тыс. км.

Повреждения и отказы, %, автомобилей разных марок можно объединить в следующие группы (табл. 7.5): 1) повреждения усталостного характера (выкрашивание поверхностей, трещины, изломы и т. п.); 2) износ валов, втулок и т. д.; 3) повреждения резинотехнических изделий; 4) неисправности вследствие нарушения регулировок; 5) перетирание; 6) прогорание прокладок, газопроводов; 7) течь масла; 8) прочие неисправности.

Детали автомобилей по их ресурсу могут быть разделены на следующие четыре группы: 1) детали, ресурс которых невозможно или экономически нецелесообразно создавать равным пробегу до капитального ремонта (фрикционные накладки, фильтры, сальники, ши-

Таблица 7.5

Автомобиль	Группы отказов							
	1	2	3	4	5	6	7	8
УАЗ-452	54	15	13	8	1	3	3	3
ГАЗ-66	48	8	25	3	3	2	1	10
ЗИЛ-131	44	9	22	1	2	1	1	20
Урал-375Д	56	4	17	2	4	9	2	8
КрАЗ-255Б	50	8	23	3	9	2	1	4

пы и т. д.); их ресурс ниже ресурса до капитального ремонта, по нему назначают гарантийный пробег автомобиля; 2) детали, работающие в напряженных условиях, однако внезапный выход их из строя не влияет на безопасность движения (шестерни, валы коробок передач и раздаточных коробок, подшипники и т. д.), их ресурс определяет значение ресурса до капитального ремонта; 3) детали шасси автомобиля, выход из строя которых не угрожает безопасности движения, по их ресурсу назначают значение ресурса до полного списания; 4) детали, выход из строя которых угрожает безопасности движения (рулевое управление, тормоза и т. д.), их ресурс должен превышать ресурс до полного списания.

Наработки двигателей до капитального ремонта [67], полученные по результатам обработки статистических данных, накопленных к 1978 г. для различных типов автомобилей (при первой категории условий эксплуатации автомобиля — асфальтобетонное и цементобетонное покрытие дорог), приведены в табл. 7.6.

Таблица 7.6

Вид двигателя	Грузоподъемность	Автомобиль	90%-ная наработка, тыс. км	Средняя наработка, тыс. км	Коэффициент вариации ресурса
Карбюраторный	Малая	Фургон	129	230	0,35
	Средняя	С бортовой платформой	119	197	0,26
	Большая	То же	146	356	0,41
Дизельный	Особо большая	Седельный тягач	147	251	0,28
		Самосвал	142	197	0,17

Анализ наработки двигателей и коэффициентов вариации ресурса, приведенных в таблице, показывает, что большинство типов двигателей к 1978 г. обеспечивало средний ресурс 200...250 тыс. км. Двигатели со средним ресурсом 350 тыс. км имели значительно больший коэффициент вариации ресурса по сравнению с остальными

типами, что указывает на значительную сложность обеспечения таких ресурсов.

Показатели надежности автомобилей в значительной степени определяются условиями эксплуатации. Поэтому показатели надежности по результатам эксплуатации наиболее правильно обрабатывать методом множественного регрессионного анализа, позволяющим учесть влияние каждого основного эксплуатационного фактора на надежность. Таким методом по результатам эксплуатации оценена [70] надежность грузовых автомобилей ЗИЛ-130 и КамАЗ-5320.

Параметр потока отказов и неисправностей ω, 1/1000 км, для автомобиля ЗИЛ-130:

$$\omega = -0{,}66 + 0{,}39\beta + 0{,}29\gamma + 0{,}12k_{\text{пр}} - 13 \cdot 10^{-4} l + 16{,}8f + \\ + 65 \cdot 10^{-4} i + 0{,}27\ \Pi;$$

для автомобиля КамАЗ-5320:

$$\omega = -0{,}68 + 0{,}4\beta + 0{,}12\gamma + 0{,}08k_{\text{пр}} - 7 \cdot 10^{-4} l + \\ + 23{,}2f + 12 \cdot 10^{-3} i + 0{,}19\ \Pi,$$

где β — коэффициент использования пробега, характеризующий коэффициент использования рабочего времени; γ — коэффициент использования грузоподъемности; $k_{\text{пр}}$ — коэффициент использования прицепов; l — длина ездки с грузом, км (при $l \geqslant 100$ км принято $l = 100$ км); f — коэффициент сопротивления качению; i — среднее значение уклона дороги, %; П — коэффициент помехонасыщенности маршрута.

Диапазоны изменения факторов:

Значение фактора	β	α	$k_{\text{пр}}$	l	f	i	П
минимальное	0,45	0,75	0	15	0,014	3	1
максимальное	0,90	1,2	1,3	100	0,08	32	2

Значения ω получены при коэффициенте множественной корреляции соответственно $\rho = 0{,}89$ и $\rho = 0{,}93$.

В нормативной документации на ремонт в качестве одного из показателей ремонтопригодности принята удельная трудоемкость текущего ремонта T, 10^{-3} человеко-часов. По результатам обработки статистики получено для автомобиля ЗИЛ-130:

$$T = 1{,}84 + 36{,}3f + 25 \cdot 10^{-3} i + 0{,}94\ \Pi;$$

для автомобиля КамАЗ-5320:

$$T = 3{,}1 + 68f + 0{,}057i + 0{,}96\ \Pi.$$

В качестве основного показателя долговечности в нормативной документации принят ресурс автомобиля до капитального ремонта $L_{\text{к. р}}$ тыс. км. Для автомобиля ЗИЛ-130 получено

$$L_{\text{к. р}} = 398 - 1645f - 1{,}17i - 43{,}7\ \Pi.$$

По приведенным регрессионным зависимостям подсчитаны значения параметра ω потока отказов и неисправностей, трудоемкости

T текущего ремонта и ресурса $L_{к.р}$ автомобилей до капитального ремонта при средних значениях эксплуатационных факторов:

Автомобиль:	ω	T	$L_{к.р}$
ЗИЛ-130	1,33	5,88	213
КамАЗ-5320	1,40	9,24	—

Обеспечение надежности. Тормозная система является одной из наименее надежных систем автомобиля. В работе [72] исследована надежность тормозных систем с пневматическим приводом автомобилей большой грузоподъемности и автобусов. Получено, что детали, лимитирующие надежность, имеют значительное рассеяние ресурса (от 30 до 250 тыс. км) с коэффициентом вариации от 0,34 до 1. Наименьшие ресурсы имеют неметаллические детали системы (например, резиновая диафрагма, у которой коэффициент вариации ресурса 0,9. . .1,0). На долю этих отказов приходится около 65% всех отказов системы. При больших коэффициентах вариации практически не удается повысить надежность совершенствованием диагностики. Эффективным способом повышения надежности в этом случае является резервирование диафрагмы тормозных камер и периодическая проверка состояния тормозных камер. Рекомендовано диафрагмы дублировать и периодичность проверки установить равной 10 тыс. км пробега.

Примером резервированной тормозной системы [42] является тормозная система повышенной надежности автомобиля высокой проходимости: параллельно одна другой включены три независимых тормозных системы: ножная, дополнительная, ручная. Ножная система является основной и наиболее нагруженной. Поэтому она сама выполнена с резервированием. Дополнительная система в виде выхлопного тормоза и гидравлического замедлителя служит резервом, позволяя в ряде случаев (например, при длинных уклонах) разгрузить тормозные механизмы колес. Ручной тормоз является, как обычно стояночным. Он действует непосредственно на колеса. Поэтому даже при отказе трансмиссии (например, при разрушении карданного вала) ручной тормоз не отказывает. Основная ножная система имеет две параллельные цепочки элементов — тормоза передних и задних колес; параллельно механическому приводу к главному цилиндру задних колес включен основной пневматический усилитель, а дополнительный усилитель введен в привод к передним колесам. Такое соединение предупреждает полный отказ основной тормозной системы: в случае прекращения подачи сжатого воздуха отказывают оба усилителя, но действуют задние тормоза от механического привода; при отказе передних тормозов действуют задние, а торможение облегчается усилителем; при отказе задних тормозов действуют передние и работает дополнительный усилитель, если же прекращается подача сжатого воздуха и, кроме того, выходят из строя передние тормоза, то продолжают действовать задние тормоза, но без усилителя.

Повышения надежности деталей и узлов, отказывающих из-за усталостных повреждений или износа, добиваются за счет повышения их несущей способности и износостойкости.

Высокая несущая способность деталей обеспечивается применением соответствующих материалов и оптимальной технологией их обработки. Тонкостенные детали и зубчатые колеса среднего модуля в автомобильной промышленности изготовляют из сталей 45РП и 58 с закалкой ТВЧ, в результате пониженной прокаливаемости которой достигается (несмотря на сквозной прогрев) слой высокой твердости (HRC 58) на глубине 1. . .2 мм, причем твердость сердцевины составляет HRC 30. . .45. За один прием осуществляется поверхностная закалка колеса и упрочнение сердцевины зуба. Внедрение стали 58 взамен стали 30ХГТ для ведомого цилиндрического зубчатого колеса позволило сэкономить на заводе ЗИЛ за год 60 т марганца и 70 т хрома. Перевод изготовления ведомого конического зубчатого колеса заднего моста со стали 12Х2Н4А на сталь 58 позволяет экономить 100 т никеля и 40 т хрома в год.

Наиболее металлоемкие несущие элементы конструкции автомобиля стремятся изготовлять из низколегированной стали. Например, для сварной платформы автомобиля БеЛАЗ-549 применяется листовая сталь 14Х21МР со следующими показателями свойств: $\sigma_т$ = =600 МПа, $\sigma_в$=700 МПа, δ_5=14%, $a_н$=3 Н/мм (при —60 °С) и $a_н$ = =4,4 Н/мм (при —40 °С). Применение такой стали позволяет значительно облегчить конструкцию и использовать автомобиль в арктических условиях.

Для тяжелонагруженных автомобильных деталей применяют легированные стали. При этом развиваются комбинированные методы упрочнения, наиболее важным из которых является нитроцементация.

В автомобильной промышленности расширяется применение стали с различными покрытиями (цинком, оловом, алюминием, хромом, свинцом, пластмассами).

Коррозионную стойкость кузовов можно повышать, используя оцинкованный стальной лист (США, Япония, ФРГ), металлопласт (стальной лист с покрытием полиэтилена и др.) и т. д. Обеспечение долговечности кузова автомобилей ВАЗ осуществлено с помощью химической обработки поверхности металла: фосфатирования, а также нанесения электрофорезного грунта с целью повышения эффективности и надежности наружных слоев антикоррозионных покрытий. Автомобили ВАЗ получают дополнительную антикоррозионную обработку скрытых сечений кузова; внутренние поверхности салона, двери и днище подвергаются дополнительному грунтованию, а на наружные сварные швы наносится уплотнительная мастика. Топливные баки изготовляют из малоуглеродистой стали О8Ю, покрытой свинцом. Оцинкованную сталь применяют для кузовных деталей, фар, труб бензо- и маслосистем, баков и др., в том числе с последующим нанесением пластмасс. Покрытие алюминием применяют при изготовлении глушителей, выхлопных труб и других деталей, работающих при повышенной температуре. Для этих же целей используют покрытие хромом.

В качестве подшипников скольжения широко используют биме-

таллические и трехслойные подшипники. В биметаллических подшипниках в качестве рабочего антифрикционного слоя применяют свинцовистую бронзу или пластичные алюминиевые сплавы. При этом давление на подшипник допускается до 20 МПа. Трехслойные подшипники, у которых между баббитом и стальной лентой находится металлокерамический или медно-никелевый подслой (ГАЗ-33, ЗИЛ-130, ЗИЛ-375), имеют бóльшую долговечность по пределу выносливости, чем биметаллические.

Причиной большинства постепенных отказов является *износ*. Повышение износостойкости и восстановление деталей при ремонте в автомобилестроении производят с помощью наплавок и покрытий. Восстановительный ремонт наплавкой, проводимый на специально оборудованных ремонтных заводах, обеспечивает моторесурс отремонтированных двигателей не менне 80% моторесурса новых. Применение 1 т наплавочных материалов позволяет сэкономить до 30 т легированной стали. Износостойкие покрытия наносят на валы, штоки, лопатки компрессоров, клапаны, седла, поршни двигателей, ведущие шестерни, копиры, кулачки и т. д. Покрытия наносят напылением порошков (например, высоколегированные порошковые сплавы на основе никеля с большим содержанием хрома), электродуговой наплавкой литых твердых сплавов или электродами с легирующими поверхностями. Последний способ повышает износостойкость рабочих поверхностей в 2. . .6 раз.

Наплавка изношенных поверхностей коленчатого вала, шатунов и поршневых пальцев применительно к 12-цилиндровому дизелю экономит более 5 млн. руб. в год и более 2000 т легированной стали.

Значительные возможности повышения надежности узлов трения открываются при использовании лазерной обработки. Этим способом осуществляют закалку трущихся поверхностей, наплавку износостойких покрытий, легирование поверхностного слоя. Лазерная закалка, например, перспективна для использования в качестве финишной операции, поскольку объем доводочных операций при этом может быть сведен к минимуму или вообще исключен. Износостойкость стали и чугуна по сравнению с азотированием при этом повышается в 2. . .4 раза.

Надежность подшипников обеспечивается наличием запасов по ресурсу и выполнением ряда конструктивных требований. Так, для подшипников колес американских автомобилей относительный перекос двух подшипников ограничен размером 0,1 мм на 100 мм расстояния между кольцами. Посадка наружных колец подшипников легковых автомобилей должна быть с натягом от 12 до 75 мкм при шероховатости посадочной поверхности 3 мкм; в ступицах грузовых автомобилей (при шероховатости 7,5 мкм) — с натягом от 50 до 150 мкм (для подшипников с наружным диаметром более 100 мм). Внутренние кольца монтируют на цапфу с зазором от 5 до 45 мкм для легковых автомобилей и до 55 мкм для грузовых автомобилей. Регулировкой конических роликовых подшипников обеспечивают осевой зазор 0,05. . .0,2 мм.

Пассивная безопасность автомобиля обес-

печивается в СССР расчетом деформации передней части автомобиля при соударении со стенкой. Так, при скорости соударения 30 км/ч деформация передней части автомобиля «Москвич-412» составляет 30 мм. В США с целью обеспечения пассивной безопасности вводят [78] требования на сумму семи размеров, характеризующих положение водителей и пассажиров относительно вертикальных стенок и потолка салона.

Испытания. Применяют дорожные и стендовые испытания автомобилей и их узлов [27]. Дорожные делятся на эксплуатационные, полигонные и специальные и проводятся на машине в целом. Стендовые проводятся на агрегатах и деталях и предназначены для оценки статической прочности и сопротивления усталости деталей, а также износостойкости сопряжений.

Эксплуатационные испытания, проводимые в экспериментально-производственных автохозяйствах, дают наиболее объективную информацию о надежности автомобиля, но они характерны большой длительностью. Поэтому в настоящее время оценку долговечности машины получают главным образом с помощью испытаний, длительность которых существенно сокращена по сравнению с эксплуатационными испытаниями из-за ужесточения режимов нагружения узлов.

В Советском Союзе основные полигонные испытания проводят на Центральном научно-исследовательском полигоне НАМИ. В состав сооружений полигона входят кольцевая скоростная бетонная дорога, прямая дорога для динамометрических испытаний, кольцевая грунтовая дорога, дорога с булыжным покрытием, специальные испытательные дороги. К последним относятся дорога со сменными неровностями для испытания подвески и несущих систем (рамы кузова) на сопротивление усталости; дорога типа «бельгийская мостовая»; дорога с выбитым булыжным покрытием, с крупными и мелкими неровностями заданного профиля для испытаний автомобиля на плавность хода; дорога с короткими волнами типа «стиральная доска» для испытания подвески и рулевого управления.

Испытания автомобиля на безотказность и долговечность при пробеге 250 тыс. км проводятся ускоренно в течение времени, немногим превышающим полгода вместо 7. . .8 лет при эксплуатационных наблюдениях.

Концерн «Дженерал моторс» доводит испытательный пробег нового автомобиля до 40 тыс. км. По данным фирмы «Холден», пробег по испытательному маршруту полигона длиной 1 км соответствует пробегу автомобиля в эксплуатации длиной 4 км; пробег по специальным дорожным участкам длиной 1 км эквивалентен пробегу длиной 20 км по обычным дорогам Австралии.

К специальным видам испытаний можно отнести испытания легковых автомобилей на *пассивную безопасность*. Пассивная безопасность в СССР проверяется по ГОСТу соответственно при фронтальном ударе автомобиля, движущегося со скоростью 48,3. . .53,1 км/ч, о стенку массой не менее 70 т, при боковом ударе автомобиля ударным элементом массой 1100 кг, движущегося со скоростью 35. . .

38 км/ч, при ударе автомобиля сзади той же массой с той же скоростью и при ударе сверху со скоростью 2,7. . .3,3 м/с массой, равной 60% от массы автомобиля. Автомобиль считается удовлетворяющим требованиям пассивной безопасности, если после ударов определенные размеры кузова будут не меньше заданных или деформации кузова не превысят допустимых значений (последние имеют величину около 0,1. . .0,3 м в зависимости от направления удара).

Стенды для испытаний агрегатов трансмиссии автомобиля выполняют по схеме с прямым потоком мощности — двигатель, агрегат, тормоз и по схеме с замкнутым потоком мощности, где нагружение двух агрегатов производится путем предварительного закручивания валов. Первый стенд может создавать случайные нагрузки в агрегате с любой последовательностью их чередования, второй стенд в меньшей степени приспособлен для имитации случайного нагружения, но требует для питания в 7. . .10 раз меньшей мощности, чем первый стенд. Стенды для испытаний на статическую и усталостную прочность деталей аналогичны стендам, применяемым в других отраслях машиностроения.

§ 7.4. ТРАКТОРЫ И СЕЛЬХОЗМАШИНЫ

Специфика вопросов надежности. Тенденции развития тракторостроения — повышение мощности и энергонасыщенности тракторов, повышение надежности и равнопрочности агрегатов, уменьшение трудоемкости их технического обслуживания.

Так, мощность колесных тракторов «Беларусь» с 1953 по 1978 г. возросла более чем вдвое, при этом энергонасыщенность трактора увеличилась почти в 2,5 раза. В связи с этим расширилась номенклатура до 300 наименований сельхозмашин, агрегатируемых с трактором, появилась возможность использовать трактор с энергоемкими агрегатами (например, для уборки кукурузы).

Тракторы и сельхозмашины работают в абразивной среде, поэтому основным критерием их работоспособности является и з н о с о с т о й к о с т ь. Ударные нагрузки от твердых включений в почве делают необходимым встраивание в рабочие органы машин предохранительных муфт или использование передач, обладающих предохраняющей способностью от перегрузок (например, ременных). Ресурс тракторов нормируют не в километрах пробега, как автомобилей, а в часах, что, в частности, связано с сезонностью их работы и хранением под открытым небом, при котором потеря работоспособности из-за коррозии пропорциональна времени. Коррозионное поражение незащищенных поверхностей стальных деталей в атмосферных условиях Белоруссии достигает при хранении на открытой площадке 0,44 мм/год против 0,03 мм/год при хранении в закрытом помещении [89]. Для тракторов и зерноуборочных комбайнов сложилась практика нормирования и оценки ресурса агрегатов по 80%-ному гамма-ресурсу. Его обычно назначают кратным времени работы машины в течение нескольких сезонов.

К 1980 г. планируемые значения 80%-ного ресурса агрегатов

тракторов составили, тыс. ч: муфты сцепления и ленточные тормоза — 8, двигатель — 10, трансмиссия — 10, ходовая система: с металлическими звеньями гусениц — 5, с резинометаллическими звеньями гусениц — 7, колесных тракторов — 6. К 1985 планируемые значения возросли на 15. . .20%.

Нагрузки. Нагруженность рам сельскохозяйственных машин в значительной степени определяется вертикальными динамическими нагрузками от неровностей дороги и полей. При движении по улучшенным дорогам преобладают симметричные изгибающие нагрузки. При движении по проселочным дорогам и бездорожью преобладают кососимметричные нагрузки, скручивающие раму.

Нагрузки по времени распределены по законам, близким к нормальным. Большие нагрузки характерны для зимней эксплуатации на поле с бороздами (коэффициент динамичности доходит до 2,7).

При расчете трансмиссий тракторов на выносливость [89] за расчетный момент берут меньший из двух: 1) развиваемый двигателем в номинальном режиме работы с учетом передаточного числа передачи, 2) реализуемый при заданном сцепном весе трактора, причем коэффициент сцепления с грунтом для гусеничных тракторов принимают 1,0, а для колесных — 0,7. Время эксплуатации зубчатых пар коробки перемены передач при ресурсе трансмиссии 8000 ч принимают: для рабочих передач — от 1500 до 3000 ч, для понижающих передач — от 200 до 1000 ч. Агрегаты, расположенные за коробкой передач, рассчитывают на переменный режим работы с временем работы на рабочих передачах 5000. . .6000 ч и на транспортных и понижающих передачах — 1000—2000 ч. Агрегаты вала отбора мощности рассчитывают на ресурс 8000 ч при передаче полной мощности.

При работе колесного трактора МТЗ-50 (при скорости движения 7,5. . .13 км/ч) замерены [81] следующие колебания тяговой нагрузки: на пахоте стерни — 2500—3000 Н с частотой колебаний 5,8. . . 11,2 Гц; на пахоте целины — 2600—4000 Н при частоте колебаний 7,3. . .13 Гц. Пахота отличается наибольшими амплитудами и частотами колебаний нагрузки.

Состояние проблемы надежности. В сельском хозяйстве различают эксплуатацию техники *нормальную*, проводимую главным образом на машиноиспытательных станциях объединения «Сельхозтехника», и *рядовую* — в колхозах и совхозах. В первом случае тщательно выполняют инструкции по обслуживанию и ведут точный хронометраж времени эксплуатации и ремонта, во втором случае требования инструкции по обслуживанию выполняются недостаточно тщательно.

Рассмотрим распределение отказов по узлам тракторов. Наблюдение за тракторами Т-4А в Краснодарском и Алтайском краях в условиях рядовой эксплуатации в 1970—1973 гг. (43 трактора) показали, что средняя наработка на период наблюдений составила 2900 моточасов. В табл. 7.7 приведены оценки характеристик ресурса узлов трактора. В настоящее время абсолютные значения ресурсов существенно возросли.

Таблица 7.7

Параметр	Наименование узла							
	тормоза	опорные катки	поддерживающие катки	главная муфта сцепления	гусеницы, ведущие колеса	направляющие колеса	задний мост	система топливоподачи
80%-ный ресурс, ч	620	2295	2400	2195	4250	5160	6490	—
Средний ресурс, ч	1925	3215	3215	4450	5750	7465	9380	—
Коэффициент вариации ресурса	0,81	0,30	0,30	0,57	0,31	0,35	0,35	0,4
Параметр формы закона Вейбулла	1,24	—	—	1,82	—	—	—	—

Анализ данных табл. 7.7 показывает, что ресурс трактора ограничен главным образом ходовой частью, а также тормозами и главной муфтой сцепления. Низкий ресурс узлов ходовой части обусловлен сложностью защиты узлов от абразива, а значительные коэффициенты вариации ресурса тормозов и главной муфты сцепления — значительным рассеиванием скорости изнашивания, что, по-видимому, объясняется замасливанием поверхностей трения у части тормозов и муфт сцепления.

Распределение отказов по узлам *для гусеничного трактора* характеризовалось следующими цифрами [61]: отказы двигателя (поломка шатунов, коленчатого вала, обрыв клапанов, повышенный износ гильз цилиндров и поршней, задир шатунных вкладышей и поршней и т. д.), % — 47, ходовая система — 19, электрооборудование — 11, гидросистема — 5, увеличитель крутящего момента — 5, коробка передач — 4, тормозная система — 4, задний мост — 3, остальные узлы — 2. *Для зерноуборочного комбайна*, %: привод режущего аппарата жатвенной части — 16, цепные передачи молотилки — 14, гидросистема — 7, двигатель — 7, коробки передач — 4, остальные узлы — 52. Значительный процент отказов приходился на долю резинотехнических изделий (шланги высокого давления, резиновые чехлы, уплотняющие манжеты).

Расход металла на производство запасных частей для сельскохозяйственных машин за их нормативный срок службы, отнесенный к конструктивной массе машины или агрегата, составляет, %: для двигателей тракторов — 55—100, для шасси колесных тракторов — 5—28, для шасси гусеничных тракторов — 66—100, для зерноуборочных комбайнов — 23—37, для картофелеуборочных комбайнов — 90. Эти данные говорят о значительном расходе металла на ремонт сельскохозяйственной техники.

Обеспечение надежности. Повышение надежности машин достигается повышением ресурса узлов, разработкой упрочняющей технологии ремонта и улучшением качества ремонта.

Повышение ресурса [73] достигается путем совершенствования конструкций, улучшения уплотнений, введения более тонкой очистки масла, повышения качества материалов и технологических процессов.

Повышению ресурса дизелей [73] способствовало масляное охлаждение поршней, введение залитых в поршни упрочняющих вставок для канавок верхних компрессорных колец, использование вкладышей подшипников коленчатых валов с более высокой (до 60 МПа) несущей способностью, применение нового высококачественного масла серии Д, использование малолегированных сталей типа 45ГРФА для коленчатых валов с закалкой в центрах с вращением и отработанными режимами закалки галтелей.

Внедрение стали 45ФЛ для опорных катков тракторов [61] повысило ресурс катков на 25% и обеспечило благодаря снижению расходов запасных частей экономию 3,8 тыс. т металла. Применение стали 35ГТРЛ для изготовления звеньев гусениц тракторов Т-4А с повышением их долговечности дало годовую экономию стального литья около 17 тыс. т.

При ремонте сельскохозяйственной техники применяют [62] различные методы повышения долговечности узлов. Применяют наплавку в газовых средах для восстановления деталей трансмиссии и ходовой части тракторов, особенно в сочетании с упрочняющей технологией.

Наплавка в среде углекислого газа в сочетании с упрочнением используется для восстановления коленчатых валов, коленчатых осей, цапф балансиров валов, муфт сцепления и коробок перемены передач, тормозных шкивов, балансиров подвесок, осей опорных катков, осей поддерживающих роликов и т. д. В качестве электродов рекомендуется проволока марки Нп-30ХГСА диаметром 1,6 и 1,2 мм. После наплавки получают твердость НВ 300. . .350, а после упрочнения закалкой с нагревом ТВЧ при электромеханической обработки ее значение повышается до НВ 560. . .570. Этот метод наплавки совершенствуется введением принудительных поперечных колебаний электрода, применения направленного охлаждения направляемого слоя жидкостью (с целью получения сразу высокой твердости наплавленного металла) и т. д.

Механизированная наплавка в среде инертных газов, в частности аргона, применяется для восстановления ответственных деталей автомобилей и тракторов, к механическим и эксплуатационным свойствам поверхности которых предъявляются повышенные требования. Сюда входят коленчатые и кулачковые валы двигателей, коленчатые оси поворотных цапф, крестовины дифференциалов и карданов, шлицевые валы и другие автотракторные детали.

Наплавка порошковыми проволоками с внутренней защитой позволяет в широких пределах легировать наплавляемый металл и устраняет неудобства, связанные с применением специальных защитных сред (флюсов, газов, жидкостей и т. д.). Кроме того, этот вид наплавки позволяет получать сравнительно небольшую глубину проплавления основного металла. Порошковые проволоки ма-

рок ПХ-3Х5Т2М-0, ПП-2, 5Х5ФМС-0 и ПП-ТН500-0 рекомендуются для восстановления деталей высокой твердости (HRC 50 и более), т. е. коленчатых валов, коленчатых осей, цапф балансиров и др.; проволока марок ПП-ТН250-0, ПП-ТН350-0.— для деталей средней твердости (до НВ 300), т. е. тормозных шкивов, различных осей и валов по шейкам; проволока марок ПП-АН105 (ПП-ГВНЧ) и ПП-АН124 (ПП-У25Х17Т-0) — для деталей, подверженных абразивному изнашиванию (твердость после наплавки проволокой ПП-АН105 составляет НВ 250, после наклепа — НВ 400. . . 450).

Эффективность восстановления деталей наплавкой порошковыми проволоками обусловлена тем, что стоимость наплавленных деталей составляет 35. . .75% стоимости новых практически при той же твердости изнашиваемой поверхности.

Наплавка под легированными керамическими флюсами позволяет получать (при использовании дешевой электродной проволоки) наплавленный металл высокой износостойкости. Керамические флюсы АНК-18 и АНК-19 рекомендуется применять при наплавке опорных катков гусеничных тракторов. В сочетании с проволокой Св-08 они обеспечивают твердость не ниже HRC 45.

Индукционные наплавки рекомендуют для нанесения износостойких слоев толщиной 0,3—2,5 мм на плоские детали — лемехи, лапы культиваторов, ножи бульдозеров и т. д. В качестве наплавочных порошков применяют сормайт № 1, смесь ФБХ-6-2 и псевдосплавы ПС-4. Наплавка выполняется с помощью плавленых флюсов. Индукционная наплавка лемехов и лап культиваторов повышает их сроки службы в 2. . .3 раза и обеспечивает самозатачивание режущих поверхностей.

Детали, восстановленные наплавкой и упрочненные пластическим деформированием, имеют не только высокую износостойкость, но и достаточно высокую усталостную прочность.

Одной из актуальных задач, стоящих перед промышленностью в области повышения надежности машин, является *улучшение качества ремонта*. Например, при постановке в двигатель при его ремонте гильз, взятых со сборочного конвейера тракторного завода-изготовителя, ресурс сопряжений гильза — поршень и поршневое кольцо-канавка поршня повышается приблизительно на 20% по сравнению с гильзами из фонда запасных частей. Это свидетельствует о наличии резервов в повышении долговечности [63] некоторых деталей при ремонте.

Испытания. Стендовым испытаниям подвергаются тракторы и сельхозмашины, а также их агрегаты. Для испытаний на надежность колесных тракторов [89] применяют стенды с четырьмя беговыми барабанами. Барабаны облицовывают деревянными брусками. Барабаны и вал отбора мощности соединяют с электрическими тормозными машинами. Вместо барабанов сейчас используют стенды с электрогидравлическими нагружателями. Подобные стенды применяют и для гусеничных тракторов.

Коробки передач и карданные валы испытывают на надежность

на стендах, нагружающих передачу либо тормозом, либо путем внутреннего нагружения.

Полигонные испытания тракторов проводят на искусственных и естественных полигонах. Искусственный полигон с круговым треком шириной 6 м и радиусом 24 м позволяет проводить испытания без тракториста с помощью поворотной оси в центре трека, соединенной тросом с рулевой трапецией трактора. Трек может быть и овальным. При этом применяют индукционный способ вождения трактора с помощью провода, проложенного в полотне трека, питаемого током звуковой частоты, и индуктивных датчиков, установленных на тракторе.

Испытания ведут [74] в режиме «разгон — торможение» 75% всего времени и «движение с накладками на колесах» в течение оставшегося времени. Весь период испытаний разбит на блоки по 200 ч, включающие движение в обоих режимах. В нечетных блоках трактор движется по кольцу по часовой, а при четных — против часовой стрелки. Последовательность движения на различных передачах коробки переключения передач составлена с помощью таблицы случайных чисел.

Сопоставление результатов испытаний по этой программе с данными, полученными в условиях нормальной эксплуатации, показало: изнашивание двигателя ускоряется в 2,2. . .2,5 раза, наработка двигателя на отказ I группы (наименее трудоемкий при восстановлении работоспособности) снизилась в 5,8 раза, II группы — в 2,6 раза, III группы (требующей для восстановления работоспособности снятия с трактора нескольких узлов и разборки отказавшего узла) — в 2,5 раза. Появление отказов III группы сложности коробок передач ускорилось в 3,9 раза, а элементов главной передачи — дифференциала и конечной передачи — в 3,7 раза, отказы муфт участились в 11 раз, а тормозов — в 5,2 раза. Электрооборудование стало отказывать быстрее в 6,6 раза.

Наиболее достоверны испытания в условиях нормальной эксплуатации на машиностроительных станциях. Для скоростных тракторов при необходимости испытаний в реальных условиях их работы кабельная связь с измерительной лабораторией затрудняет осуществление испытаний.

НАТИ разработана радиомагнитографическая лаборатория, которая позволяет передавать измерительную информацию по радиоканалу (без проводов) и регистрировать ее на магнитной ленте. Производство лаборатории освоено опытным заводом ВИСХОМа. Информация по 12 точкам измерения может передаваться на расстояние до 3 км.

§ 7.5. МАШИНЫ ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ТРАНСПОРТА

Специфика вопросов надежности. Тенденции развития железнодорожного транспорта, вызываемые ростом грузооборота и потока пассажиров в стране,— увеличение скоростей движения, мощности локомотивов, а также снижение массы вагонов при обеспечении высокой надежности экипажей.

Движение электропоездов со скоростями до 210 км/ч было организовано [58] впервые в Японии по линии Токио — Осака. Там же в 1973 г. начата эксплуатация электропоездов со скоростью до 260 км/ч. Во Франции прошел испытания газотурбинный поезд с конструкционной скоростью 300 км/ч. В Советском Союзе также предполагается повышение скоростей движения пассажирских поездов до 200. . .250 км/ч. После соответствующей реконструкции пути электропоезд ЭР-200 доставляет пассажиров из Москвы в Ленинград за 4 ч.

Мощность локомотивов постоянно растет. Например, в 1955 г. мощность секции тепловоза составила 2000 кВт (ТЭ3), в 1960 г. она возросла до 3000 кВт (ТЭ-10, ТЭП-60, 2ТЭ-10Л). В 1973 г. на Коломенском заводе построен односекционный пассажирский тепловоз ТЭП-70 мощностью 4000 кВт и конструкционной скоростью 160 км/ч, а в 1976 г.— пассажирский тепловоз ТЭП-75 мощностью 6000 кВт в секции.

В Японии, США, ФРГ для облегчения кузовов пассажирских вагонов наряду с углеродистыми и нержавеющими сталями применяют алюминиевые сплавы. В Советском Союзе опытные партии кузовов вагонов электропоезда ЭР-200 выполнены сварными цельноалюминиевыми из сплава АМГ-5 (лист 3 мм) и сплавов 1915, АМГ-6 (профильные элементы и полки несущих балок). Из подобных материалов изготовлены [58] и кузова пассажирских вагонов РТ-200, а также вагоны метро серии И. Благодаря применению алюминия масса кузовов снижена на 40%.

Безопасность железнодорожного транспорта, точность соблюдения графика движения и трудоемкость обслуживания подвижного состава определяются надежностью локомотивов и вагонов. На локомотивы задают [79] нормативные значения вероятности безотказной работы в течение рейса и в течение межремонтного периода, а также количество отказов (порчи [1]) и неплановых ремонтов на 1 млн. км пробега, расходы на ремонт в рублях или человеко-часах на 1000 км пробега. На вагоны [58] задают вероятность безотказной работы в течение года эксплуатации.

Нагрузки. При анализе колебаний большинство железнодорожных экипажей можно представить в виде системы с двумя ступенями рессорного подвешивания: первая ступень — между буксами и тележкой и вторая — между тележкой и кузовом.

Движение железнодорожного экипажа сопровождается колебаниями кузова в вертикальной плоскости с собственной частотой обычно 1. . .2,5 Гц. Колебания с ускорением (0,15. . .0,3) g возникают от неровностей пути; поэтому на бесстыковом пути амплитуда колебаний меньше, а на пути со стыками (с длиной рельсов 25 и 12,5 м) больше. Тележка также имеет собственную частоту колебаний — обычно около 4—15 Гц, при этом ускорение достигает (2. . .3) g. Чтобы амплитуда колебаний существенно не воз-

[1] Порча — это отказ в пути, требующий для своего устранения более 30 мин.

растала при скоростях движения, при которых собственная частота колебаний экипажа совпадает с вынужденной частотой от стыков рельсов и других возмущений, в рессорное подвешивание обычно встраивают гасители колебаний гидравлические или сухого трения. В результате колебаний системы в тележке возникают динамические напряжения амплитудой до 30 МПа [65].

Из-за неровностей пути в горизонтальной плоскости и конусности бандажей имеют место колебания виляния тележки и кузова. При этом в контакте колеса с рельсом возникают горизонтальные силы, достигающие в кривых участках пути 60. . .90 кН.

Записью на магнитную ленту напряжений в раме тележки электропоезда ЭР-2 на участке пути общим протяжением 85 км с последующей обработкой сигнала на анализаторе случайных сигналов и классификаторе было установлено, что распределение напряжений от вертикальных сил уже на участке пути длиной 1 км близко к нормальному распределению. Если же в рассматриваемой части конструкции превалируют напряжения от горизонтальных нагрузок, вызванных виляниием тележек или вписыванием экипажа в кривые участки пути, то нормальный закон несколько нарушается.

При сортировке вагонов скорость соударения не должна превышать 7. . .12 км/ч в зависимости от типа поглощающего аппарата автосцепного устройства. Эта скорость определяется допустимым относительным замедлением вагонов (2. . .3) g, при котором возникают силы сжатия вагона не выше 2500 кН. Чтобы обеспечить заданное относительное замедление, ход поглощающего аппарата назначают [58] достаточно большим (70. . .120 мм) и вводят в нем предварительную затяжку упругих элементов.

Растягивающие силы, прикладываемые к автосцепкам, также ограничены величиной 2500 кН. Эта величина определяет допустимую длину состава.

В момент встречи двух высокоскоростных поездов аэродинамические силы возрастают настолько, что их действие может вызвать разрушение отдельных элементов вагона. Так, например, допускаемое напряжение изгиба силикатного стекла составляет 25 МПа. Такие напряжения в боковых стеклах вагона возникают [58], когда встречные поезда движутся каждый со скоростью 190 км/ч.

Состояние проблемы надежности. Отказы тепловоза ТЭ-3 распределяются следующим образом. Наиболее часто отказывают электрооборудование и дизель (соответственно 33 и 30% всех отказов). На вспомогательное оборудование и экипажную часть приходится соответственно 18 и 12% всех отказов. Количество порч на 1 млн. км пробега, осредненное по тепловозам, снизилось с 1955 к 1975 г. от 2,9 до 1,55, а неплановых ремонтов — от 30,6 до 25,5. Затраты на ремонт за тот же период времени за счет профилактических мероприятий несколько возросли.

Долговечность экипажной части электровоза ВЛ-60 ранее определяло сопротивление усталости рамы тележки. Главной причиной трещин был резкий перепад сечений вблизи сварного шва, соединяющего массивные литые детали крепления поводков букс с от-

носительно податливой боковиной рамы коробчатого сечения. В настоящее время долговечность рам существенно повышена благодаря снятию остаточных напряжений в раме путем ее отжига после сварки.

Результаты обработки статистики по отказам электровозов в сопоставлении с удельными затратами на эксплуатацию дали [79] нормативное значение вероятности безотказной работы электровоза ВЛ-60К за один рейс 0,987. . .0,989, а для межремонтного периода ≈0,70. . .0,75. Указанному значению вероятности соответствует пробег между ремонтами 13 тыс. км. Аналогичные цифры получены для электровозов ВЛ-8, ВЛ-10, ВЛ-80К, ВЛ-80Т.

В 1970—1973 гг. у электропоездов ЭР-1 и ЭР-2 на долю механической части приходилось ≈80%, а у ЭР-9П около 40% всех повреждений [88]. При этом значительное место занимали трещины рамы тележки, повреждение редуктора (распрессовка шестерни, усталостные повреждения шестерни и колеса, разрушение шлицев шестерни), колесных пар и муфт. Причиной трещин была конструктивная необеспеченность совместной работы обеих вертикальных стенок коробчатого сечения поперечной балки рамы тележки. В настоящее время надежность существенно повышена благодаря усилению опасных сечений рамы.

Грузовые вагоны к 1970 г. поступали в текущий ремонт в тяжелых условиях эксплуатации 2. . .3 раза в год. За 10. . .15 лет сумма расходов на ремонт достигала стоимости нового вагона. Наиболее подверженной повреждениям была обшивка кузова — 44% всех отказов. Повреждения возникали при загрузке и разгрузке вагонов. На колесные пары, раму кузова, автосцепку и раму тележки приходилось соответственно 24, 12, 6 и 6% всех отказов. В настоящее время надежность вагонов повышена, но основной причины отказов — повреждений кузова — избежать не удалось. К 1980 г. вероятность безотказной работы в течение года составляла [58]: крытого металлического вагона — 0,756, крытого вагона с деревянной обшивкой — 0,677, металлического полувагона — 0,634, полувагона с деревянной обшивкой — 0,577, металлической платформы — 0,748, цистерны — 0,698. По соображениям безопасности особое внимание уделяют надежности ходовых частей, тормозов и автосцепного оборудования. Рекомендуемые вероятности безотказной работы узлов вагона в пределах назначенного ресурса (равного 20 годам эксплуатации) [58]:

Наименование узла	P (не менее)
Рама тележки, надрессорная балка, хребтовая балка рамы, буксовые роликоподшипники	0,97...0,98
Ось колесной пары, несущие металлоконструкции кузова	0,95
Головка автосцепки, тяговый хомут, поглощающий аппарат	0,8

Влияние пониженных температур существенно для железнодорожного подвижного состава. Так, по данным эксплуатации [88] ресурс тележек электровоза ВЛ-60 на Восточно-Сибирской железной дороге в среднем в 1,3 раза меньше, чем, к примеру, на Юго-

Западной и Горьковской, причем 85. . .90% отказов отмечается в зимнее время года при температурах — 30. . .—40 °С. Длины усталостных трещин, обнаруживаемые при систематических осмотрах (после обнаружения трещины раму тележки ремонтируют) на Восточно-Сибирской железной дороге, в два раза и более превышают длины трещин в рамах тележек, эксплуатируемых в европейской части СССР. Это свидетельствует о повышенной хрупкости материала и снижении его сопротивляемости развитию усталостной трещины.

При расчетной оценке надежности подвижного состава представляют нагрузку в виде случайного процесса с последующей схематизацией нагрузок, удобной для проведения расчета. Делаются попытки разработки метода оценки надежности экипажной части по первоначальному рассеянию упругих характеристик рессорного подвешивания и изменению по времени коэффициента демпфирования гидравлических амортизаторов.

Обеспечение надежности. Детали и элементы тормоза, рессорного подвешивания, подвагонного генератора, закрепленные на раме тележки, проектируют [58] с устройствами, ограничивающими колебания и предохраняющими детали от падения на путь при поломке. Обычно предохранительные устройства рассчитывают на нагрузку, равную двукратной силе тяжести предохраняемого элемента.

Повышение надежности рам тележек локомотивов обеспечивают специальными печами для термической обработки целых рам, снимающими послесварочные напряжения, что предотвращает образование трещин в тележках. Для этой же цели внедрена автоматическая сварка с проверкой ее качества ультразвуком и гамма-лучами, построены вибростенды для испытаний рам тележек.

Следует отметить, что рамы тележек, выполненные из листов стали марки Ст3, имеют предел выносливости при температуре —45 °С меньший, чем при температуре +20 °С. При этом ресурс рамы от возникновения трещины до разрушения составляет 2. . .5% от всего ресурса против 20. . .30% при нормальной температуре. Это указывает на необходимость тщательного подбора материала тележек, предназначенных работать в условиях севера; использовать низколегированные или низкоуглеродистые спокойные стали, например, марок М16-С или ВСт, 3сп5 вместо кипящих сталей.

При изготовлении кузовов вагонов из алюминия учитывают, что коэффициент линейного расширения алюминия более чем в два раза превышает этот коэффициент для стали. Поэтому при сварке сварной шов, застывая, дает гораздо большую усадку, что ведет к деформации сварной конструкции. Чтобы избежать технологических деформаций, свариваемую конструкцию кузова разбивают на отдельные узлы, определяют необходимые зазоры при сборке, технологические припуски на укорочение свариваемых элементов и назначают оптимальный порядок наложения сварных швов.

Для увеличения долговечности дизелей применяют накатку, а также азотирование коленчатых валов.

Колесо на ось устанавливают с натягом 0,10. . .0,25 мм при диаметре посадочной поверхности 194 мм [58]. При этом наибольшие напряжения в ступице составляют ≈210 МПа. Такие напряжения обеспечивают прочность ступицы и надежность прессового соединения.

Одной из важных задач в совершенствовании колесных пар является создание и внедрение в производство буксовых узлов с открытыми осевыми центрами, что позволяет производить переточку ободов колес без снятия букс.

В настоящее время в зубчатых передачах локомотивов применяют стали 37ХН3А, 12ХН3А, 45ХН. Чтобы выкатывание колесных пар для перепрессовки зубчатых колес производилось только на ремонтных заводах, а не в депо, ресурс работы зубчатой передачи должен соответствовать 1,8. . .2 млн. км пробега. Однако заданный 92%-ный ресурс зубчатых передач пока не выдерживался. Ресурс шестерни, насаженной на вал тягового двигателя, у тепловозов в 3. . .4 раза меньше ресурса колеса, насаженного на ось ведущей колесной пары.

Испытания. Перед запуском в серийное производство локомотивы и вагоны подвергают разносторонним испытаниям. Наиболее важные из них *динамические и прочностные*. Цель динамических испытаний — замер ускорений и амплитуд колебаний узлов экипажа, а также замер сил, с которыми колесные пары действуют на рельсы. Цель прочностных испытаний заключается главным образом в оценке запасов прочности в опасных сечениях экипажа. Минимально приемлемым запасом прочности рамы тележки принят запас, равны двум. На экипаж устанавливают датчики ускорений, перемещений, ставят месдозы для измерения сил и наклеивают тензорезисторы для замера напряжений. Регистрацию показаний датчиков проводят с помощью аппаратуры в вагоне-лаборатории, сцепляемом с испытываемым экипажем.

Динамические испытания часто начинают с наезда на малой скорости колесами экипажа на клинья (обычно высотой ≈20. . .30 мм). После того как экипаж падает с клиньев, в нем возникают свободные затухающие колебания. Это испытание позволяет измерить собственные частоты колебаний экипажа и оценить декремент колебаний.

Далее динамические испытания обычно совмещают с прочностными и проводят их на скоростных магистралях или на опытном кольце ЦНИИ МПС (ст. Щербинка Московской ж. д.).

Для проверки сопротивления усталости кроме испытаний в эксплуатационных условиях проводят стендовые испытания отдельных узлов. Наибольшее распространение получили гидропульсаторные установки, позволяющие осуществить режим переменного нагружения с асимметричным и симметричным циклами при частотах 5. . .10 Гц и амплитудах нагрузки 350. . .500 кН. Например, в техническом центре фирмы ACF (США) создан стенд для испытания грузовых вагонов при создании продольных, боковых и вертикальных переменных нагрузок [58].

Наиболее известны стенды испытательной станции Витри-сюр-Сен во Франции. При исследовании ходовых частей и рессорного подвешивания на них имитируют скорость движения до 250 км/ч при нагрузке от колесной пары на катки до 200 кН. Катки стенда могут совершать перемещения вертикальные до 7,5 мм, горизонтальные до 20 мм, что воспроизводит возмущения, действующие от рельс на экипаж.

В МИИТе испытания рам тележек массой до 10 т, длиной 7,5 м и шириной до 3 м ведут на резонансном стенде. Испытания возможны как при положительных, так и отрицательных температурах. В ЦНИИ МПС для этих же целей используют стенд с гидропульсаторами, которые имитируют вертикальные и горизонтальные динамические нагрузки на раму тележки.

§ 7.6. ПРОМЫШЛЕННЫЕ РОБОТЫ

Специфика вопросов надежности. Серийное изготовление промышленных роботов в стране начато в конце шестидесятых годов. Их выпуск как у нас, так и за рубежом постоянно наращивается.

Непрерывно расширяются области применения роботов. Их используют для перемещения деталей и заготовок, для установки заготовок на станках и снятия готовых деталей. Широкие и перспективные области применения — технологические процессы, неблагоприятные для здоровья человека: окраска, сварка, литье и др. С повышением точности позиционирования осваивается использование роботов для процессов сборки, для механической обработки деталей. Например, роботы серии D-1000 фирмы Elac Ingenieurtechnic (ФРГ) отличаются высокой жесткостью и возможностью воспринимать внешние нагрузки, фиксируя положения осей после позиционирования с помощью механических тормозов. Это позволяет использовать роботы со сверлильными и фрезерными устройствами.

В роботах грузоподъемностью до 20 кг расширяется применение электропривода, преимущества которого по сравнению с гидроприводом следующие: отсутствие утечек масла, малое подготовительное время (не нужен разогрев масла до рабочей температуры для точных работ), простота изготовления. Пневмопривод применяют главным образом в роботах, в которых перемещения рабочих органов задаются жесткими, в большинстве случаев переналаживаемыми упорами (цикловая система управления).

В роботах значительной грузоподъемности преимущественно применяют гидропривод.

Конструктивные тенденции роботов: развитие модульных конструкций как роботов в целом, так и их сборочных единиц; расширение применения электромеханических роботов с волновыми передачами, обеспечение выборки зазоров.

Роботы стремятся встраивать в гибкие автоматизированные комплексы, позволяющие автоматизировать серийное и мелкосерийное производство. Такие комплексы, как известно, включают техноло-

гическое оборудование (станки, прессы, роботы-перекладчики, установочные роботы и т. д.), транспортные системы (конвейеры, транспортные роботы и т. д.), автоматизированные склады с кранами-штабелерами. В этих системах удается организовать двух- и трехсменную работу оборудования при высокой степени использования его машинного времени и ограниченном количестве обслуживающего персонала. Чтобы добиться этого, от роботов требуется высокая надежность в интервалах времени между обслуживаниями.

Таким образом, для роботостроения характерно наращивание темпов выпуска вместе с повышением требований к точности, жесткости и надежности роботов.

Состояние проблемы надежности. Роботы относятся к восстанавливаемым изделиям. Поэтому их надежность характеризуют следующие основные показатели: *средняя наработка на отказ*, *среднее время восстановления роботоспособного состояния*, *срок службы до капитального ремонта*.

Для отечественных роботов выпуска 1975—1982 гг. [82] средняя наработка на отказ при цикловой системе управления составляла ≈400 ч, при позиционной системе управления — до 200. . .250 ч. Для зарубежных роботов эти данные в литературе, как правило, отсутствуют.

Данных по среднему времени восстановления накоплено мало. Для робота «Универсал-50М» оно составляет около 40 мин.

Срок службы до капитального ремонта для роботов соответствует аналогичному показателю для станков. За рубежом вместо этого показателя используют расчетный срок службы, который для лучших роботов равен 20. . .40 тыс. ч, что при двухсменной работе составляет 4. . .8 лет [90].

Отказы роботов могут быть разделены на три группы [82]: 1) вызванные нарушением технологии изготовления отдельных элементов (дефекты зубчатых колес, утечка масла из соединений, люфт в механизмах, недостаточная точность изготовления направляющих качения), 2) вызванные дефектами комплектующих изделий (пропадание контакта в цепи датчиков, самопроизвольное движение золотников гидроусилителей и т. д.), 3) вызванные конструктивными недостатками: отвинчивание стопорных гаек и ослабление затяжки резьбовых соединений, ненадежное крепление деталей, большое время прогрева масла и др., а также сбои (самопроизвольные остановки в точках позиционирования), связанные с нежесткой характеристикой привода в районе точки позиционирования. Отказы третьей группы обычно превалируют. Поэтому по мере отработки конструкции наработка на отказ повышается. Считается, что в среднем ежегодно она растет на 40%.

Повышение надежности. Чтобы повысить износостойкость и контактную прочность сопряжений, ограничивающих долговечность роботов, закаливают рабочие поверхности: втулок и валов, направляющих качения, деталей передач винт — гайка качения и зубьев зубчатых колес. Для исключения попадания абразива в зону трения предусматривают защитные устройства: телескопические щит-

ки, растяжные гармоникообразные меха, защитные ленты и кожухи, манжетные уплотнения.

Износ также снижают исключением вредных нагрузок на опоры путем устранения статистической неопределимости систем. Так, модули горизонтального и вертикального перемещений часто выполняют на шариковых направляющих. При этом конструкция имеет обычно три шариковых втулки, две из которых расположены на одном валу — основном, а одна — на другом — реактивном, воспринимающем крутящий момент. Для этого вала предусматривают возможность радиального смещения его опор при монтаже, чтобы обеспечить параллельность валов. Удачным решением явилась не имеющая избыточных связей конструкция фирмы «Фанук» (Япония). В ней основной вал установлен на двух шариковых втулках, а момент воспринимается направляющей в виде линейки, к которой прижаты с обеих сторон два подшипника качения.

К электродвигателям роботов и станков с ЧПУ предъявляются повышенные требования к величине момента, скорости разгона и остановки при минимальных габаритах и массе двигателя. Этим требованиям удовлетворяют высокомоментные двигатели постоянного тока с постоянными магнитами. Лучшие параметры имеют двигатели с магнитами из редкоземельных материалов на основе самарий-кобальта. В двигателях выделяется значительное количество теплоты, которая часто не успевает отводиться из-за низкой скорости вращения вала. По этой причине в двигателях с плоским якорем из стеклотекстолита, на котором нанесена печатная обмотка, якорь иногда коробится. Возможны также отказы, связанные с пробоем изоляции и старением смазки. Чтобы отвести от электродвигателей большие потоки теплоты, в них возможно встраивать тепловые трубы [60].

Испытания. В процессе приемосдаточных испытаний для выявления степени возможности появления функциональных отказов оценивают жесткость характеристики привода и люфт [82].

Чтобы оценить жесткость характеристик, до стыковки системы управления привода с манипулятором на электродвигатели манипулятора подают пониженное напряжение (0,05. . .0,1 от номинального) и измеряют ток, при котором происходит трогание и устойчивое движение по всем координатам. Если ток значительно меньше номинального (например, 20%), то механическую характеристику считают жесткой.

Суммарный люфт кинематической и измерительной цепей измеряют, зажав в схват манипулятора иглу и груз, близкий к номинальному. В рабочей зоне манипулятора закрепляют на технологической стойке экран с миллиметровой бумагой. Устанавливают иглу с грузом в точке позиционирования. По шкале миллиамперметра выставляют «ноль» с помощью регулировочного потенциометра. Вручную смещают иглу и схват по всем координатам до величин, при которых стрелка миллиамперметра начинает давать показания. Суммарный люфт иглы не должен превышать погрешности позиционирования, указанной в технических условиях.

Для роботов обычно предусматривают проведение приработки с номинальным грузом, совмещая ее с приемосдаточными испытаниями [82]. Время приработки в основном составляет 25. . .100 ч.

Испытания на надежность обычно проводят на двух, трех экземплярах роботов из партии. На стадии испытаний опытных образцов или установочной партии проводят (см. гл. 6) определительные, а при изготовлении серийной продукции — контрольные испытания на надежность. Периодичность контрольных испытаний обычно раз в два-три года. Для сокращения объема испытаний их проводят последовательным методом.

§ 7.7. СТАНКИ

Специфика надежности. Важнейшие тенденции развития станкостроения — повышение точности, производительности и уровня автоматизации станков.

Повышение точности изделий, обрабатываемых на станках, позволяет существенно повышать технические характеристики новых машин. Повышение точности станков достигается подчинением конструкций важнейших узлов станков критерию точности и ее сохранению в эксплуатации, повышением точности изготовления и автоматизацией управлением точностью.

Повышение производительности станков достигается повышением режимов резания, применением новой прогрессивной технологии с уменьшением нерабочего для инструмента времени. Исследования на заводах с единичным и серийным характером производства показали, что обработка деталей занимает лишь 5% общего времени от запуска деталей в производство до окончания их изготовления.

Важнейшим направлением повышения производительности и облегчения труда и, в частности, решения проблемы недостатка рабочих кадров является автоматизация станков и комплексная автоматизация производства. Автоматизация массового и крупносерийного производства достигается применением автоматических линий и цехов. Автоматические станочные линии повышают производительность обработки по сравнению с обработкой на универсальных станках в десятки раз. Автоматизация серийного и мелкосерийного производства достигается применением станков с числовым программным управлением и гибких производственных систем. Японские результаты исследования [77] показывают, что замена 5 универсальных станков станками с ЧПУ позволяет снизить число операторов с 5 до 3, а производительность увеличить в 3 раза. Если же дополнительно установить роботы для подачи заготовок и снятия готовых деталей, то число операторов можно сократить до двух, при этом производительность труда возрастает в 3,5 раза по сравнению с первоначальной.

Затраты на ремонт и потери от простоев станков, как и других машин, весьма значительны. Среднее время простоя универсального станка в ремонте, отнесенное к одной смене, составляет $\approx$10 мин. Сложность и высокая стоимость станков с ЧПУ требуют соответст-

вующего уровня их надежности и использования. По исследованиям ЭНИМС, приемлемый уровень удельной длительности восстановления для станков с ЧПУ составляет 0,05. . .0,1, т. е. 5. . .10 ч простоя станка в неплановом ремонте на 100 ч работы по программе.

Точность и производительность станков в значительной степени зависят от их надежности. Станки характерны большим количеством трущихся пар и трудностью защиты их от загрязнений. Надежность станков определяется надежностью механизмов и узлов станков против разрушений и других отказов и точностной надежностью, т. е. надежностью по критерию точности обработки.

Возможно рассмотрение надежности собственно станков и надежности всей технологической системы: станок, инструмент, приспособление, заготовка. В этом комплексе наименее надежным элементом является инструмент, так как на его лезвии возникают высокие напряжения и температуры.

Нагрузки. Наблюдения, проведенные ЭНИМС [11] в разных отраслях машиностроения, показали, что универсальные станки работают 60. . .75% времени с мощностью до $0{,}5_{ном}$ и только 1. . .10% времени — с номинальной мощностью или допустимой перегрузкой. Более поздние иностранные исследования показали близкие результаты. Средневзвешенные значения расчетных относительных мощностей станков $P_{ср}/P_{ном}$ рекомендуются: для станков токарной группы 0,4. . .0,48; для станков сверлильно-расточных и фрезерных 0,35. . .0,45. Нижние значения соответствуют применению традиционного набора инструментов (твердосплавного и из быстрорежущей стали), верхние значения соответствуют использованию на чистовых и получистовых операциях минералокерамических, а на черновых твердосплавного инструмента с покрытиями.

Станки с ЧПУ [83] характеризуются более высокими уровнями средних и максимальных значений нагрузок по сравнению со станками общего назначения. Так, уровень использования токарных станков с ЧПУ для обработки в патроне выше по моменту на 20. . . 25%, для обработки в центрах выше по мощности — на 20% и частоте вращения — на 30. . .40%.

Простейшая аппроксимация закона распределения мощности в приводе станков по эксплуатационным наблюдениям имеет вид

$$y = ae^{-bx},$$

где y — частота нагружения, а x — относительная мощность (в долях от номинальной).

Состояние проблемы надежности. Требования к надежности станков различных типов различны. Для универсальных легких и средних станков в обычных условиях их применения из комплекса требований к надежности наибольшее значение имеет технический ресурс.

Для тяжелых станков важна безотказность в течение длительного времени, а в случае обработки точных и дорогих изделий — также безотказность системы в течение одной операции.

По сравнению с универсальными станками к надежности специальных и уникальных станков предъявляют более высокие требования во избежание необходимости установки на заводах станков-дублеров.

Для станков, встраиваемых в автоматические линии, требования к надежности наиболее высоки, так как выход из строя одного из них ведет к простою участка или даже всей линии.

Надежность механизмов и узлов станков против разрушений и отказов рассматривается, во-первых, в связи с возникновением внезапных отказов: нарушением нормального процесса обработки, усталостными разрушениями и заеданиями, во-вторых, в связи с постепенным монотонным понижением роботоспособности вследствие износа, коррозии и старения.

Наблюдаются следующие виды отказов, связанных с нарушением нормального процесса обработки: недопустимое врезание инструмента в заготовку вследствие сбоев системы автоматического управления; забивка зоны резания стружкой; наезд суппортов или столов один на другой или на другие узлы по тем же причинам; вырыв обрабатываемой заготовки из патрона или приспособления; переключение шестерен на большой скорости.

Надежность станков по критерию усталостных разрушений обычно бывает достаточной. Это объясняется тем, что универсальные станки работают при переменных нагрузках, с редким использованием полной мощности; размеры многих деталей станков определяются не прочностью, а другими критериями работоспособности, в первую очередь жесткостью; зубчатые передачи станков работают с износом, затрудняющим развитие трещин поверхностной усталости.

Усталостные поломки деталей привода наблюдаются только в станках, работающих с большими длительно действующими нагрузками, при динамическом характере сил резания, а также при пуске станков без муфт асинхронными двигателями, когда моменты (по экспериментальным данным) достигают 4. . .5 номинальных и при торможении станков противовключением электродвигателей. Поломки зубьев также наблюдаются при дефектах закалки ТВЧ в случаях, если у выкружки возникают остаточные напряжения растяжения.

Износостойкость является важным критерием надежности механизмов станков. Особенно изнашиваются механизмы, плохо защищенные от загрязнений, плохо смазываемые и работающие в условиях несовершенного трения. К ним относятся червячные и винтовые передачи, передачи винт — гайка, рейка — реечная шестерня и другие механизмы, расположенные вне корпусов с масляной ванной. Переключаемые и сопряженные с ними шестерни имеют интенсивный износ по торцам зубьев, из-за которого наиболее напряженные переключаемые шестерни до введения бочкообразной формы закругления зубьев менялись через 2. . .3 года эксплуатации.

В тяжелых и быстроходных станках, а также в узлах, в которых применяются твердые антифрикционные материалы (чугун, твердые бронзы и др.), особую опасность представляет заедание.

Нарушение работы гидроприводов связано с износом клапанов и элементов управления, с нарушением регулировки (из-за недостаточно хорошей фиксации, низкого качества пружин и др.). Гидроприводы работают при относительно высоких температурах масла и значительных скоростях, что способствует окислению масла и образованию высокомолекулярных соединений, в результате чего систематически засоряются узкие щели в элементах гидропривода. Недопустимо применять масла из сернистых нефтей, так как при этом гидроприводы из-за выделения высокомолекулярных соединений выходят из строя через несколько месяцев работы.

Точностная (параметрическая) надежность связана с медленно протекающими процессами: износом, короблением, старением. Долговечность по точности в первую очередь зависит от состояния направляющих, шпиндельных опор и делительных цепей. Необходимость капитального ремонта преимущественно вызывается состоянием направляющих.

Надежность станков по точности изделий определяют следующие факторы:

сохранение настройки. Нарушение настройки связано со снятием сил трения в зажимах, перераспределением сил между зажимами и механизмами подвода, а следовательно, и соответствующим изменением жесткости. Нарушению настройки способствуют ударные нагрузки, а также значительные температурные перепады;

малость упругих деформаций во избежание недопустимого копирования на изделии погрешностей заготовки, трудности установки на размер и т. д.;

виброустойчивость технологической системы во избежание расстройки технологической системы, образования волн на поверхности, отказа в работе из-за недопустимых вибраций;

малость и постоянство температурных деформаций. Непостоянство температурных деформаций связано с разогревом системы, колебаниями температуры воздуха и грунта, переменностью теплообразования в механизмах станка в связи с приработкой, изменением уровня масла, регулировкой и т. д., а также переменностью теплообразования в процессе резания. Многие станки не обеспечивают точности обработки до разогрева; станины длинных станков, при постоянном скреплении с фундаментом, подвергались бы годичным температурным деформациям со стрелой прогиба более 1 мм; на крупных прецизионных колесах, нарезаемых в течение нескольких суток, наблюдаются суточные температурные полосы и т. д.;

точность подвода перемещающихся узлов, в частности повторных подводов. Разброс связан с переменностью сил трения и контактной жесткости, влияние которых многократно усиливается вследствие динамического характера подвода;

сохранение размеров и режущих свойств инструмента. Размерный износ и нарушение режущих свойств инструментов приводит к изменениям размеров изделий и увеличению упругих отжатий в системе;

точность размеров и постоянство твердости заготовок. Разброс

размеров и твердости заготовок приводит к переменным упругим отжатиям инструмента;

предотвращение попадания пыли и стружки на базовые поверхности установки обрабатываемых деталей. Характерно, что за рубежом в отдельных цехах сборки особо точных станков для предотвращения попадания пыли извне поддерживается избыточное давление, а детали поступают полностью обработанными и промытыми.

Надежность станков с ЧПУ может быть характеризована следующими данными по материалам международной организации MTIRA, занимающейся исследованиями станков, время простоев станков с ЧПУ из-за неисправностей составляет 4. . .9% номинального фонда времени.

Около 55% отказов, по отечественным данным [77], связано с электронными и электрическими устройствами ввода информации, считывания с перфоленты, переработки информации, электропривода Их устранение занимает около 40% общего времени восстановления. Хотя отказы механических узлов: механизма автоматической смены инструмента, направляющих, шпинделя, системы смазки, привода подач, редуктора датчиков обратной связи — составляют меньшую долю (а именно около 20%), время на их устранение затрачивается такое же.

Вместе с простоями станков по техническим причинам существуют простои оборудования по организационным причинам. Эти простои на отдельных заводах по данным 1980 г. [77] в два раза и более превышали простои по техническим причинам.

Вероятность безотказной работы станков с ЧПУ на 1978 г. составляла [76] 0,93 при эксплуатации в течение года и 0,89 — после эксплуатации в течение 5 лет. Гарантийный срок службы к 1980 г. составлял свыше 10 лет.

Надежность станков на стадии проектирования можно оценивать по результатам обобщения статистических данных по отказам прототипов, времени восстановления узлов, интенсивности износа и времени замены инструмента, а точностную надежность — расчетом основных погрешностей станка, их изменения по времени и оценкой влияния каждой из них на точность станка в целом.

Обеспечение надежности. Специфика мероприятий общемашиностроительного направления определяется работой многих узлов станков в условиях несовершенного трения: в зоне попадания стружки, абразивной пыли, окалины и в условиях переменных режимов, в том числе с малыми скоростями, при которых гидродинамическое трение не обеспечивается.

К наиболее важным из этих мероприятий следует отнести: отказ от открытых пар трения и совершенствование защиты; широкое применение пар качения и гидростатических, включая подшипники, направляющие, пары винт — гайка и др.; широкое применение закалки ТВЧ и других видов поверхностных упрочнений; применение материалов, обладающих необходимой износостойкостью и сопротивлением заеданию в условиях несовершенного трения и загрязненной смазки; применение новых полимерных материалов, в

частности, для направляющих — материалов на основе фторопласта 4 (с наполнителем бронзой, дисульфитом молибдена и др.), композиционных быстротвердеющих материалов на основе эпоксидных смол и др.

Мероприятия по повышению *точностной надежности* вытекают из перечисленных выше факторов, определяющих эту надежность. Для уменьшения влияния износа на точностную надежность и долговечность станков применяют предварительный натяг; компенсацию и самокомпенсацию износа; направление вектора смещений при износе и деформаций в сторону, мало влияющую на точность (оптимизация форм трущихся пар); перенос износа на детали или поверхности, мало влияющие на точность (введение отдельного механизма подачи для нарезания резьбы, отдельных направляющих для задней бабки и т. д.).

Мероприятия по повышению *надежности автоматизированного производства*: оптимизация структуры автоматических линий и автоматизированных участков; включение автоматизированных устройств контроля и измерения точности обработки деталей; применение научно обоснованных методик приемо-сдаточных испытаний по параметрам надежности и производительности; внедрение систем сбора и анализа отказов по сигналам от операторов; применение автоматизированной диагностики причин отказов и технического состояния станков с ЧПУ автоматизированных участков и др.

Испытания. Оценка конструкции и роботоспособности деталей и узлов станков по критериям точности, жесткости, теплостойкости, виброустойчивости, статической прочности может быть произведена в основном в процессе кратковременных (приемочных, лабораторных) испытаний. Для определения надежности по критериям износостойкости, усталостной прочности, а также по ударной прочности в связи с перегрузками необходимы длительные эксплуатационные испытания или наблюдения.

Окончательная оценка надежности машин производится по результатам эксплуатационных наблюдений станкозавода в сотрудничестве и на площадях заводов-потребителей станков. Учитывая переменность условий работы станков, для получения достоверных результатов необходимо охватить наблюдениями достаточно большое количество станков данной модели, работающих на нескольких заводах. Наблюдения должны производиться периодически через каждые три-четыре месяца работы станков сотрудниками групп надежности станкозаводов. К наблюдениям для фиксации отказов и простоя станка привлекают рабочих, обслуживающих станок.

Ускоренные испытания проводят в форсированных условиях. При этом наиболее важные узлы испытывают отдельно, а затем вместе со станком. По такой методике проводит [77] контрольные испытания на надежность станков с ЧПУ фирма Moog Ltd (США). Механизм смены инструмента, работающий с циклом 8 с, испытывают непрерывно 5 ч, в течение которых позиционирование происходит около 600 раз, и т. д. Общее время испытаний каждого станка от начала монтажа до отгрузки потребителю составляет 100 ч.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ ПО ОБЩИМ ВОПРОСАМ НАДЕЖНОСТИ МАШИН И ИХ ДЕТАЛЕЙ

1. *Адлер Ю. П., Маркова Е. В., Грановский Ю. В.* Планирование эксперимента при поиске оптимальных условий. М. 1976.
2. *Биргер И. А., Иосилевич Г. Б.* Резьбовые соединения. М., 1973.
3. *Биргер И. А.* Техническая диагностика. М., 1978.
4. *Болотин В. В.* Методы теории вероятностей и теории надежности в расчетах сооружений. М., 1982.
5. *Большев Л. Н., Смирнов Н. В.* Таблицы математической статистики. М., 1965.
6. *Вагапов Р. Д.* Статистическая теория рассеивания случайной координаты повреждения тела // Машиноведение. 1970. № 4. С. 23—26.
7. *Вентцель Е. С.* Теория вероятностей. М., 1969.
8. Вероятностные характеристики прочности авиационных материалов / *А. А. Кузнецов, С. М. Алифанов, В. И. Ветров* и др. М., 1970.
9. *Волков Д. П., Николаев С. Н.* Надежность строительных машин и оборудования. М., 1974.
10. *Гнеденко Б. В., Беляев Ю. К., Соловьев А. Д.* Математические методы в теории надежности. М., 1965.
11. Детали и механизмы металлорежущих станков / Под ред. *Д. Н. Решетова*. М., 1979. Т. 1; 1972. Т. 2.
12. *Иванов А. С.* Взаимосвязь законов распределения пределов выносливости деталей и образцов разных размеров с выточками // Работоспособность и надежность деталей машины. Тр. МВТУ. М., 1980. № 333. С. 36—50.
13. *Иосилевич Г. В.* Концентрация напряжений и деформаций в деталях машин. М., 1981.
14. Исследование характеристик рассеивания ресурса подшипников качения / *Д. Н. Решетов, А. С. Иванов, В. П. Жевтунов* и др. // Работоспособность и надежность деталей машин. Тр. МВТУ. М., 1980. № 333. С. 25—35.
15. *Капур К., Ламберсон Л.* Надежность и проектирование систем. М., 1980.
16. *Карбасов О. Г.* Надежность клиноременных передач. М., 1976.
17. *Когаев В. П.* Расчеты на прочность при напряжениях, переменных во времени. М., 1977.
18. *Кубарев А. И.* Надежность в машиностроении. М., 1977.
19. *Кугель Р. В.* Долговечность автомобиля. М., 1961.
20. *Кудрявцев И. В., Наумченков Н. Е.* Усталость сварных конструкций. М., 1976.
21. *Кузнецов Н. Д.* Обеспечение надежности двигателей для гражданской авиации // Основные вопросы теории и практики надежности. М., 1975.
22. *Лапиените И. И.* Вероятностный расчет распределения нагрузки между роликами муфты свободного хода // Исследование и расчет деталей машин. Тр. МВТУ. М., 1978. № 278. С. 151—154.
23. *Левина З. М., Решетов Д. Н.* Контактная жесткость машин. М., 1971.
24. Надежность технических систем: Справочник / Под ред. *И. А. Ушакова* М., 1985.
25. *Налимов В. В.* Теория эксперимента. М., 1971.
26. Проблемы надежности и ресурса в машиностроении / Под ред. *К. В. Фролова* и *А. П. Гусенкова*. М., 1986.
27. Прочность и долговечность автомобиля / Под ред. *Б. В. Гольда*. М., 1974.
28. Прочность и надежность механического привода / Под ред. *Кудрявцева В. Н.* и *Ю. А. Державца* Л., 1977.
29. Подшипники качения: Справочник-каталог / Под ред. *В. Н. Нарышкина* и *Р. В. Коросташевского*. М., 1984.

30. *Проников А. С.* Надежность машин. М., 1978.
31. *Пронин Б. А., Ревков Г. А.* Бесступенчатые клиноременные и фрикционные передачи. М., 1980.
32. *Решетов Д. Н.* Детали машин. М., 1974.
33. *Решетов Д. Н.* Работоспособность и надежность деталей машин. М., 1974.
34. *Решетов Д. Н., Иванов А. С.* Развитие расчетно-экспериментального метода оценки надежности машин по критериям // Вестник машиностроения. 1976. № 3. С. 6—9.
35. *Решетов Д. Н., Иванов М. А., Фадеев В. З.* Оценка надежности системы типа цепи // Изв. вузов. Машиностроение. 1978. № 11. С. 176—179.
36. *Решетов Д. Н., Иванов С. А.* Оценка влияния абсолютных размеров на прочность детали по рассеиванию характеристик прочности образцов // Вестник машиностроения. 1978. № 7. С. 8—11.
37. *Решетов Д. Н., Иванов А. С.* Оценка надежности при механическом изнашивании // Изв. вузов. Машиностроение. 1985. № 2. С. 35—39.
38. *Решетов Д. Н., Фадеев В. З.* Определение рассеяния характеристик циклической прочности зубчатых колес // Прочность и надежность деталей машин. Тр. МВТУ. М., 1977. № 243. С. 21—42.
39. *Решетов Д. Н., Фадеев В. З.* Вероятностная оценка изгибной прочности зубчатых колес // Машиноведение. 1972. № 2. С. 54—63.
40. *Решетов Д. Н., Чатынян Р. М., Фадеев В. З.* Типовые переменные режимы нагружений деталей машин // Вестник машиностроения. 1980. № 2. С. 7—10.
41. *Решетов Л. Н.* Конструирование рациональных механизмов. М., 1972.
42. *Ротенберг Р. В.* Основы надежности машин.— М.: МАДИ, 1973.
43. Сборник научных программ на Фортране / Под ред. *С. Я. Виленкина.*— М.: Статистика, 1975. Вып. 1.
44. *Серенсен С. В., Когаев В. П., Шнейдерович Р. М.* Несущая способность и расчеты деталей машин на прочность. М., 1975.
45. *Смирнов Н. В., Дунин-Барковский И. В.* Курс теории вероятностей и математической статистики. М., 1969.
46. *Снесарев Г. А.* Расчет надежности редукторов / Вестник машиностроения. 1982. № 4. С. 47—53; № 5. С. 49—53; № 6. С. 49—52.
47. Справочник по сварке. Т. 3/ Под ред. *В. А. Винокурова.* М., 1970. С. 7—65.
48. *Судаков Р. С., Тескин О. И., Филиппов В. А.* Метод определения требований к надежности элементов системы при заданном нижнем доверительном пределе для вероятности безотказной работы системы // Надежность и контроль качества. 1974. № 3. С. 50—56.
49. Трение, изнашивание и смазка: Справочник / Под ред. *И. В. Крагельского* и *В. В. Алисина.* М., 1978. Т. 1; 1979. Т. 2.
50. *Шор. Я. Б., Кузьмин Ф. И.* Таблицы для анализа и контроля надежности. М., 1968.
51. *Якушев А. И., Мустаев Р. Х., Мавлютов Р. Р.* Повышение прочности и надежности резьбовых соединений. М., 1979.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ ПО ВОПРОСАМ НАДЕЖНОСТИ ОТДЕЛЬНЫХ ГРУПП МАШИН И ИХ ДЕТАЛЕЙ

52. Авиационные зубчатые передачи и редукторы: Справочник / Под ред. *Э. Б. Вулгакова.* М., 1981.
53. *Александров В. Г., Майоров А. В., Потюков Н. П.* Авиационный технический справочник. М., 1975.
54. *Алехин С. В., Продан Н. С.* Надежность механической части подвижного состава. М., 1969.
55. *Багров Г. М., Малышенко Б. П.* Некоторые вопросы развития кузовов легковых автомобилей // Автомобильная промышленность. 1980. № 10. С. 34—36.

56. *Бойцов В. В.* Надежность шасси самолета. М., 1976.
57. *Бухарин Н. А., Прохоров В. С., Щукин М. Л.* Автомобили. Л., 1973.
58. Вагоны / Под ред. *Л. Д. Кузмича*. М., 1978.
59. *Волчкевич Л. И.* Надежность автоматических линий. М., 1969.
60. *Гудков В. В., Петров Н. А.* Пути повышения надежности металлорежущих станков. М., 1983.
61. *Дмитриченко С. С., Ротенберг В. А.* Равнопрочность машин и экономия материалов // Тракторы и сельхозмашины. 1980. № 3, С. 6—7.
62. *Ермолов Л. С., Кряжков В. М., Черкун В. Е.* Основы надежности сельскохозяйственной техники. М., 1974.
63. *Ждановский Н. С., Николаенко А. В.* Надежность и долговечность автотракторных двигателей. Л., 1981.
64. *Звягин А. А., Кислюк Р. Д., Егоров А. Б.* Автомобили ВАЗ: надежность и обслуживание. Л., 1980.
65. *Иванов А. С.* Динамические напряжения в рамах локомотивных тележек. Вест. ВНИИЖТ. 1963. № 8. С. 22—24.
66. Из истории Советской авиации (К 60-летию опытного конструкторского бюро им. А. Н. Туполева). М., 1982.
67. *Индикт Е. А., Галицкий А. В., Дрибинский Г. Л.* Надежность двигателей грузовых автомобилей в эксплуатации // Автомобильная промышленность. 1978. № 11. С. 7—10.
68. *Коровский Т. Я.* Летающие металлы. М., 1977.
69. *Кузнецов А. А.* Надежность конструкции баллистических ракет. М., 1978.
70. *Кузнецов Е. С., Андрианов Ю. В.* Условия эксплуатации и надежность автомобилей // Автомобильная промышленность. 1981. № 1. С. 8—9.
71. *Кузнецов Н. Д., Цейтлин В. И.* Эквивалентные испытания газотурбинных двигателей. М., 1976.
72. *Лекиашвили В. Г.* Оценка и методы поддержания надежности тормозных систем автомобиля // Расчет и конструирование деталей машин. Тр. Грузинского политехнического института им. В. И. Ленина. № 3 (224).
73. *Маркелов Н. Н.* Развитие конструкций советских тракторов // Тракторы и сельхозмашины. 1978. № 8. С. 9—13.
74. Методика комплексных ускоренных испытаний сельскохозяйственных колесных тракторов тягового класса 1, 4 т. с. // *Кугель Р. В., Приходько Л. С., Владимиров А. Н.* и др. Тр. НАТИ. М., 1972. С. 18—23. Вып. 218.
75. Методические указания по оценке, прогнозированию и нормированию ресурса и безотказности сельскохозяйственной техники. М., 1975.
76. *Набалдян В. А.* Исследование эксплуатационной надежности многооперационных станков // Станки и инструмент. 1978. № 5. С. 28—31.
77. Надежность и эффективность использования оборудования автоматизированных комплексов: Обзор / *В. Т. Портман., В. В. Барабанов, Л. Л. Корданский* и др. М., 1979.
78. *Немцов Ю. М., Майборода О. В.* Эксплуатационные качества автомобиля, регламентированные требованиями безопасности движения. М., 1977.
79. *Палей Д. А., Озембловский В. Ч., Факторович М. А.* Выбор уровня эксплуатационной надежности электровоза. Вестн. ВНИИЖТ, 1981. № 4. С. 22—26.
80. *Пасько Н. И.* Надежность станков и автоматических линий.— ТПИ. Тула, 1979.
81. Переменный характер нагрузок и выходные показатели трактора: Обзор. М., 1974.
82. Промышленная робототехника / Под ред. *А. Я. Шифрина*. М., 1982.
83. Режимы нагружения главного привода токарных станков с ЧПУ. Рекомендации по применению в станкостроении / *Р. М. Пратусевич, Д. Н. Решетов, А. С. Литвак, С. М. Михайлова*. М., ЭНИИМС, 1977.
84. *Решетов Д. Н.* Надежность металлорежущих станков и пути ее повышения / Вестник машиностроения. 1962. № 2. С. 11—16.
85. РТМ Н45-1-80. Расчет на прочность цилиндрических зубчатых колес с учетом условий работы современных автоматизированных станков. ЭНИМС, 1980.

86. *Скворцов В. И., Сысоев И. Н., Джавахов Г. С.* Исследование токарных станков с ЧПУ в условиях эксплуатации // Станки и инструмент. 1979. № 12. С. 29—32.
87. Современные промышленные роботы: Каталог / Под ред. *Ю. Г. Козырева* и *Я. А. Шифрина*. М., 1984.
88. Прогнозирование надежности оборудования электроподвижного состава / Под ред. *А. Н. Савоськина*. Тр. МИИТА. М., 1976. Вып. 502.
89. *Цитович И. С., Дорожкин Н. Н., Дьяченко В. А.* Безотказность и долговечность тракторов и сельскохозяйственных машин. Минск, 1977.
90. *Янг Дж. Ф.* Робототехника. Л., 1979.

ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

Автомобили 200
испытания 209
нагрузки 201
обеспечение надежности 206
состояние проблемы надежности 202
специфика вопросов надежности 200
Адекватность модели 185

Байеса формула 72, 190
Безотказность 9

Вероятностная бумага 18, 27, 28, 42, 44
Вероятность 14
— безотказной работы 9, 14, 16, 20, 28, 30
— — — по заданному критерию 72
— — — по критерию износа 97
— — — по критерию прочности 83
— восстановления 11
— неразрушения 84
— отказа 14, 51
Выборка 155

Дисперсия 13
Долговечность 9
Доверительные границы 155
— интервалы 155
Дробный факторный эксперимент 181

Законы распределения 16
— экспоненциальный 16
— нормальный 19
— Вейбулла 25
Значимость коэффициентов модели 186

Изделия 6
— восстанавливаемые 6
— невосстанавливаемые 6
Интенсивность изнашивания 97
— отказов 10, 15
Исправность 7
Испытания 154
— контрольные 170
— на надежность 154
— определительные 155

Квантиль 13
Корреляционный анализ 35
— момент 35
Коэффициент
— вариации 13
— готовности 11
— долговечности 85
— запаса прочности по средним 85
— корреляции 36
— регрессии 177
— технического использования 11
— эквивалентности режима нагру-

жений 81, 82
— — циклов 81

Летательные аппараты 192
испытания 199
нагрузки 193
мероприятия по обеспечению надежности 195
состояние проблемы надежности 193
специфика вопросов надежности 192

Математическая модель 177
— — квадратичная 182
— — линейная 181
Математическое ожидание 12
Матрица плана 179
— планирования 180
Машины железнодорожного транспорта 215
испытания 220
нагрузки 216
мероприятия по обеспечению надежности 219
состояние проблемы надежности 217
специфика вопросов надежности 215
Медиана 13
Метод наименьших квадратов 37
Метод статистического моделирования 40
Мода 13

Нагруженность машин 78
Надежность 5
— валов 137
— в период *нормальной эксплуатации* 16
— в период постепенных отказов 19
— зубчатых передач 114
— машин отдельных групп 192
— многопоточных передач 131
— подшипников качения 140
— — скольжения 144
— по основным критериям 72
— при механическом изнашивании 96
— резьбовых соединений 108
— роликовых обгонных муфт 148
— сварных соединений 105
— систем 50
— систем с резервированием 65
— системы с параллельным соединением элементов 69
— — с последовательным соединением элементов 15
— — типа цепи 59
— — сложных комбинированных систем 72
— соединений с натягом 102
Неисправность 7

Объекты обобщенные 176
Отказы 7
— функциональные 7
— параметрические 7
— внезапные 7
— постепенные 7
Относительный градиент первого главного напряжения 87

Параметр потока отказов 10, 29
Планирование эксперимента 178
Плотность распределения 12
Показатели
— *безотказности* 9
— долговечности 10
— комплексные 11
— надежности 9

Показатели ремонтопригодности 11
— сохраняемости 11
Полный факторный эксперимент 179
Поток отказов 29
Предельные напряжения 85
Причины
— систематические 7
— случайные 7
Промышленные роботы 221
испытания на надежность 223
мероприятия по повышению надежности 222
развитие роботостроения 221
состояние вопросов надежности 221

Работоспособность 6
Распределение
— Вейбулла 25
— логарифмически нормальное 24
— минимального члена выборки 59
— нормальное 19
— суммы 22
— усеченное нормальное 22
— функции 31
— экспоненциальное 17
Регрессионный анализ 37
Резервирование 65
— постоянное 67
— замещением 69
Ремонтопригодность 9
Ресурс 10

Свойства изделий 8
Система 6
Случайная природа нагрузки 81
Случайные величины 11, 35
— функции 30, 47
Сопротивление усталости 86
Сохраняемость 9
Спектр нагрузок 78
Спектральная плотность 49, 79
Среднее время восстановления 11
Среднее значение 12
— квадратическое отклонение 13
Средняя наработка до отказа 10
— наработка на отказ 10
Срок службы 10
— сохраняемости 11
Станки 224
испытания 229
мероприятия по повышению надежности 228
нагрузки 225
надежность станков с ЧПУ 228
состояние надежности 225
точностная надежность 227
Статистические теории подобия 86
Статистический анализ 184

Теория подобия усталостного разрушения 87, 89
Техническая диагностика 190
Технический ресурс 10
Типовые режимы нагружений 81
Тракторы и сельхозмашины 210
испытания 214
нагрузки 211
обеспечение надежности 212
состояние надежности 211
специфика надежности 210

Факторы 178
Функция распределения 11
— Лапласа 21

Экстремальный эксперимент 184
Элемент 6

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие 3

Глава 1. **Основные положения и зависимости надежности** 5

§ 1.1. Понятия надежности 5
§ 1.2. Показатели надежности 9
§ 1.3. Случайные величины и их характеристики 11
§ 1.4. Общие зависимости 14
§ 1.5. Надежность в период нормальной эксплуатации 16
§ 1.6. Надежность в период постепенных отказов 19
§ 1.7. Совместное действие внезапных и постепенных отказов 28
§ 1.8. Особенности надежности восстанавливаемых изделий 28

Глава 2. **Зависимости между случайными величинами** 30

§ 2.1. Определение закона распределения функций по законам распределения аргументов в применении к задачам надежности . . 30
§ 2.2. Применение корреляционного анализа к зависимостям надежности 34
§ 2.3. Регрессионный анализ. Метод наименьших квадратов 37
§ 2.4. Метод статистического моделирования. 40
§ 2.5. Построение рядов случайных чисел с помощью ЭВМ 44
§ 2.6. Случайные функции 47

Глава 3. **Надежность систем**. 50

§ 3.1. Общие сведения 50
§ 3.2. Надежность последовательной системы при нормальном распределении нагрузки по системам 52
§ 3.3. Оценка на ЭВМ надежности последовательной системы 55
§ 3.4. Оценка надежности системы типа цепи 59
§ 3.5. Надежность систем с резервированием 65

Глава 4. **Надежность по основным критериям** 72

§ 4.1. Общие зависимости 72
§ 4.2. Расчет по критерию прочности 78
§ 4.3. Применение статистических методов подобия к определению усталостных характеристик деталей машин 86
§ 4.4. Оценка надежности при механическом изнашивании 96
§ 4.5. Оценка надежности по критерию теплостойкости 101

Глава 5. Расчеты надежности деталей машин отдельных групп . . . 102

§ 5.1. Надежность соединений с натягом 102
§ 5.2. Надежность сварных соединений 105
§ 5.3. Надежность резьбовых соединений 108
§ 5.4. Надежность зубчатых передач. 114
§ 5.5. Надежность многопоточных передач 131
§ 5.6. Надежность валов 137
§ 5.7. Надежность подшипников качения. 140
§ 5.8. Надежность подшипников скольжения 144
§ 5.9. Надежность роликовых обгонных муфт 148
§ 5.10. Надежность предохранительной муфты с разрушающимися элементами 152
§ 5.11. Надежность предохранительной фрикционной муфты 153
§ 5.12. Надежность пружинно-шариковой предохранительной муфты 153

Глава 6. **Испытания на надежность** 154

§ 6.1. Специфика оценки надежности машин по результатам испытаний 154
§ 6.2. Определительные испытания 155
§ 6.3. Форсирование режима испытаний. Сокращение числа образцов 160
§ 6.4. Расчетно-экспериментальный метод оценки надежности машин по отдельным критериям работоспособности 163
§ 6.5. Контрольные испытания 170
§ 6.6. Научное планирование эксперимента 175
§ 6.7. Техническая диагностика на основе применения формулы Байеса 190

Глава 7. **Надежность машин отдельных групп** 192

§ 7.1. Общие направления повышения надежности машин 192
§ 7.2. Летательные аппараты 192
§ 7.3. Автомобили 200
§ 7.4. Тракторы и сельхозмашины 210
§ 7.5. Машины железнодорожного транспорта 215
§ 7.6. Промышленные роботы 221
§ 7.7. Станки 224
Список литературы по общим вопросам надежности машин и их деталей 230
Список литературы по вопросам надежности отдельных групп машин и их деталей 231
Предметный указатель 234

Учебное издание

Дмитрий Николаевич Решетов
Александр Сергеевич Иванов
Владимир Захарович Фадеев

НАДЕЖНОСТЬ МАШИН

Зав. редакцией *А. В. Дубровский*
Редактор *О. Г. Подобедова*
Мл. редакторы *Т. Ф. Артюхина, Н. М. Иванова, Н. М. Щепина*
Художник *В. В. Коренев*
Художественный редактор *Л. К. Громова*
Технический редактор *Э. М. Чижевский*
Корректор *В. В. Кожуткина*

ИБ № 6813

Изд. № ОТ-622. Сдано в набор 16.06.87. Подп. в печать 17.02.88. Т-05080.
Формат 60×90/16. Бум. тип. № 1. Гарнитура литературная. Печать высокая.
Объем 15 усл. печ. л. 15,25 усл. кр.-отт. 15,25 уч.-изд. л. Тираж 27000 экз.
Зак. № 1267. Цена 55 коп.
Издательство «Высшая школа», 101430, Москва, ГСП-4, Неглинная ул., д. 29/14.

Ордена Октябрьской Революции и ордена Трудового Красного Знамени
МПО «Первая Образцовая типография» имени А. А. Жданова
Союзполиграфпрома при Государственном комитете СССР по делам издательств,
полиграфии и книжной торговли. 113054, Москва, Валовая, 28

Решетов Д. Н. и др.

Р 47 Надежность машин: Учеб. пособие для машиностр. спец. вузов/Д. Н. Решетов, А. С. Иванов, В. З. Фадеев; Под ред. Д. Н. Решетова.— М.: Высш. шк., 1988.— 238 с.: ил.

ISBN 5—06—001200—X

Книга содержит основные положения и зависимости надежности, зависимости между случайными величинами, надежность систем, надежность по отдельным критериям, надежность деталей машин и машин отдельных групп, испытания на надежность.

Р $\frac{2702000000(4309000000)—201}{001(01)—88}$ 165—88

ББК 34.41
6П5.1