

В. А. ЕВДОКИМОВА, И. Н. КОЧИНА

СБОРНИК ЗАДАЧ по подземной гидравлике

Допущено Министерством высшего и среднего специального образования СССР в качестве учебного пособия для студентов вузов, обучающихся по специальности «Технология и комплексная механизация разработки нефтяных и газовых месторождений»



МОСКВА ● «НЕДРА» ● 1979

Евдокимова В. А., Кочина И. Н. Сборник задач по подземной гидравлике. М., «Недра», 1979, 168 с.

В сборник включены задачи на определение фильтрационных характеристик пластов, дебитов нефтяных и газовых скважин в однородных и неоднородных по проницаемости пластах, учет интерференции гидродинамически совершенных и несовершенных скважин, расчет продвижения водонефтяного контакта, определение дебита и распределения давления при установившемся движении газированной жидкости в пористой среде, изменение дебитов и давлений при неустановившейся фильтрации упругой жидкости и газа в деформируемом пласте, а также задачи на определение дебита при установившейся фильтрации в трещиноватом пласте, дебита и геометрии застойной зоны при фильтрации невязкой жидкости.

В каждой главе приведена краткая теория. Типовые и наиболее сложные задачи даны с решениями.

Задачи, помещенные в сборнике, можно использовать при проектировании разработки нефтяных и газовых месторождений.

Книга предназначена в качестве учебного пособия для студентов нефтяных вузов и факультетов.

Табл. 20, ил. 97, список лит. — 24 назв.

Рецензенты:

Кафедра разработки и эксплуатации нефтяных и газовых месторождений Иваново-Франковского нефтяного института.

Акад. АН СССР Мирзаджанзаде А. Х.

E 30802—038
043(01)—79 175—79 2504030300

© Издательство «Недра», 1979

ИБ № 3102

Вера Алексеевна Евдокимова
Ираида Николаевна Кочина

СБОРНИК ЗАДАЧ ПО ПОДЗЕМНОЙ ГИДРАВЛИКЕ

Редактор издательства *Т. К. Лазарева*
Переплет художника *В. Т. Дружковой*
Художественный редактор *В. В. Шутько*
Технический редактор *Л. Н. Шиманова*
Корректор *С. В. Зими́на*

Сдано в набор 15.05.78 Подписано в печать 05.01.79 Т-02515
Формат 60×90^{1/16} Бумага № 2 Гарнитура литер. Печать высокая
Печ. л. 10,5 Уч.-изд. л. 9,12 Тираж 4200 экз. Заказ 1496/7434-6
Цена 30 коп.

Издательство «Недра», 103633, Москва, К-12, Третьяковский проезд, 1/19
Московская типография № 6 Союзполиграфпрома
при Государственном комитете СССР
по делам издательств, полиграфии и книжной торговли.
109088, Москва, Ж-88, Южнопортовая ул., 24..

ПРЕДИСЛОВИЕ

В сборник включены задачи, которые можно использовать при проектировании нефтяных и газовых месторождений, решении различных проблем гидротехники, инженерной геологии, гидрогеологии, ирригации и горного дела. Решение многих задач подземной гидравлики полезно также при расчете искусственных фильтров различных конструкций, пористых катализаторов и т. д.

При составлении сборника задач авторы использовали многолетний опыт преподавания курса «Подземная гидравлика» в Московском институте нефтехимической и газовой промышленности им. акад. И. М. Губкина. В сборник, в основном, вошли задачи, которые предлагались студентам на практических занятиях.

Настоящее пособие предназначено также для студентов специальностей «Геология и разведка нефтяных и газовых месторождений» и «Экономика и организация нефтяной и газовой промышленности».

Сборник задач состоит из 15 глав. К каждой главе дается краткая теория. Ко всем задачам имеются ответы. Типовые и наиболее сложные задачи приведены с решениями. В решениях некоторых задач даются выводы формул, отсутствующие в учебной литературе.

В сборник входят задачи на определение фильтрационных характеристик пластов, расчет производительности нефтяных и газовых эксплуатационных и нагнетательных скважин в однородных и неоднородных по проницаемости пористых пластах, а также в деформируемых трещиноватых пластах, учет интерференции скважин (совершенных и несовершенных), расчет продвижения водонефтяного контакта, определение высоты подъема конуса подошвенной воды при эксплуатации нефтяных или газовых месторождений с подошвенной водой, определение дебитов и распределения давления при движении газированной жидкости в пористой среде, изменение дебитов и давлений при нестационарном движении упругой жидкости и газа в деформируемой пористой среде, вытеснение нефти водой по теории Баклея — Леверетта и др.

1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ ТЕОРИИ ФИЛЬТРАЦИИ

§ 1. Фильтрация

Фильтрацией называется движение жидкостей, газов и их смесей в пористых и трещиноватых средах, т. е. в твердых телах, пронизанных системой сообщающихся между собой пор и микротрещин.

Фильтрация жидкостей и газов по сравнению с движением в трубах и каналах обладает некоторыми специфическими особенностями.

Фильтрация происходит по чрезвычайно малым в поперечных размерах поровым каналам при очень малых скоростях движения жидкостей. Силы трения при движении жидкости в пористой среде очень велики, так как площади соприкосновения жидкости с твердыми частицами огромны.

Пористая среда характеризуется коэффициентами пористости и просветности.

Коэффициент пористости m есть отношение объема пор ($\tau_{\text{пор}}$) ко всему объему пористой среды (τ)

$$m = \tau_{\text{пор}} / \tau. \quad (I.1)$$

Под пористостью в теории фильтрации понимается активная пористость, которая учитывает только те поры и микротрещины, которые соединены между собой и через которые может фильтроваться жидкость.

Коэффициентом просветности n называется отношение площади просветов ($\omega_{\text{просв}}$) в данном сечении пористой среды ко всей площади этого сечения (ω)

$$n = \frac{\omega_{\text{просв}}}{\omega}. \quad (I.2)$$

Можно показать, что среднее по длине пласта значение просветности равно пористости, т. е.

$$\tilde{n} = \frac{1}{l} \int_0^l n(x) dx = m, \quad (I.3)$$

поэтому среднее значение площади просветов

$$\tilde{\omega}_{\text{просв}} = \tilde{n} \omega = m \omega.$$

Упрощенной моделью пористой среды является модель фиктивного грунта. Фиктивный грунт состоит из шариков одного диаметра, уложенных определенным образом. Ос-

новным элементом (основной ячейкой) фиктивного грунта является ромбоэдр, который получится, если принять центры восьми соприкасающихся частиц за вершины углов (рис. 1). В зависимости от острого угла θ боковой грани ромбоэдра укладка шаров более или менее плотная.

Угол θ изменяется в пределах от 60° до 90° . Углу $\theta=60^\circ$ соответствует наиболее плотная укладка шаров, углу $\theta=90^\circ$ — наиболее свободная.

Пористость фиктивного грунта определяется по формуле Ч. Слехтера

$$m = 1 - \frac{\pi}{6(1 - \cos \theta) \sqrt{1 + 2 \cos \theta}}, \quad (1.4)$$

из которой следует, что пористость зависит не от диаметра частиц, а лишь от их взаимного расположения, которое определяется углом θ .

Чтобы формулы для фиктивного грунта можно было применять для естественного грунта, нужно заменить реальный грунт эквивалентным ему фиктивным, который должен иметь такое же гидравлическое сопротивление, как у естественного грунта. Диаметр частиц такого фиктивного грунта называется эффективным диаметром (d_e).

Эффективный диаметр определяется в результате механического анализа грунта.

Его просеивают через набор с различной площадью отверстий n , таким образом, разделяют на фракции. За средний диаметр каждой фракции принимают среднее арифметическое крайних диаметров, т.е.

$$d_i = \frac{d'_{i-1} + d'_i}{2}.$$

Затем строят кривую механического (фракционного) состава грунта, откладывая по оси абсцисс средние диаметры фракций d_i , а по оси ординат — сумму масс фракций $\Delta g_1 + \Delta g_2 + \dots + \Delta g_i$ в % от общей массы.

Последняя точка кривой имеет абсциссу, равную d_n , и ординату $\Delta g_1 + \Delta g_2 + \dots + \Delta g_n = 100\%$ (рис. 2).

Существует много способов определения эффективного диаметра. По способу А. Газена d_e определяется по кривой механического состава. За эффективный принимается такой диаметр шарообразной частицы, который соответствует сумме масс всех фракций, начиная от нуля и кончая этим диаметром, равной 10%. Надо найти, кроме того, диаметр d_0 , кото-

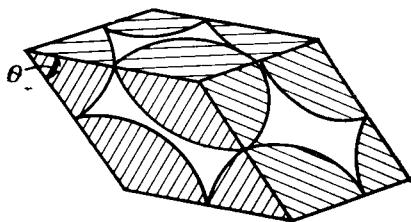


Рис. 1

рый соответствует сумме масс фракций, равной 60%. Коэффициент однородности d_0/d_3 должен быть не более 5 ($d_0/d_3 \leq 5$) и d_3 должен лежать в пределах от 0,1 до 3 мм.

По способу Крюгера—Цункера используют данные механического анализа грунта и определяют d_3 по формуле

$$\frac{100}{d_3} = \sum_{i=1}^n \frac{\Delta g_i}{d_i}. \quad (1.5)$$

Скоростью фильтрации ω называется отношение объемного расхода жидкости к площади поперечного сечения пласта, нормального к направлению движения жидкости

$$\omega = Q/\omega. \quad (1.6)$$

Скорость фильтрации представляет собой фиктивную скорость, с которой двигалась бы жидкость, если бы пористая среда отсутствовала ($m=1$).

Средняя скорость движения жидкости v равна отношению объемного расхода к площади просветов $\omega_{\text{просв}}$ (живому сечению потока)

$$v = \frac{Q}{\omega_{\text{просв}}} = \frac{Q}{m\omega}. \quad (1.7)$$

Скорость фильтрации и средняя скорость движения связаны соотношением

$$v = \omega/m. \quad (1.8)$$

§ 2. Линейный закон фильтрации Дарси. Коэффициенты проницаемости и фильтрации

Закон фильтрации Дарси устанавливает линейную зависимость между объемным расходом несжимаемой жидкости и потерей напора, приходящейся на единицу длины, и имеет вид

$$Q = c \frac{H_1 - H_2}{l} \omega, \quad (1.9)$$

где $H_1 = z_1 + \frac{p_1}{\rho g}$ и $H_2 = z_2 + \frac{p_2}{\rho g}$ — полные напоры в начальном и конечном сечениях образца пористой среды (скоростные напоры отброшены вследствие их малости); l — длина образца; ω — площадь поперечного сечения (рис. 3); c — коэффициент фильтрации, зависящий как от свойств пористой среды, так и от свойств фильтрующей жидкости.

Учитывая, что $(H_1 - H_2)/l = i$ — гидравлический уклон, (I.9) можно записать так:

$$Q = ci\omega, \quad (I.10)$$

деля обе части последнего равенства на ω , получим

$$w = ci. \quad (I.11)$$

Способность пористой среды пропускать сквозь себя жидкости и газы называется проницаемостью. Это свойство характеризуется коэффициентом проницаемости k . В отличие от коэффициента фильтрации c коэффициент проницаемости k зависит только от свойств пористой среды.

При решении задач нефтяной подземной гидравлики удобнее записывать закон Дарси, пользуясь коэффициентом проницаемости:

$$Q = \frac{k}{\mu} \frac{p_1^* - p_2^*}{l} \omega = \frac{k\Delta p^*}{\mu l} \omega, \quad (I.12)$$

или

$$w = \frac{k}{\mu} \frac{p_1^* - p_2^*}{l} = \frac{k}{\mu} \frac{\Delta p^*}{l},$$

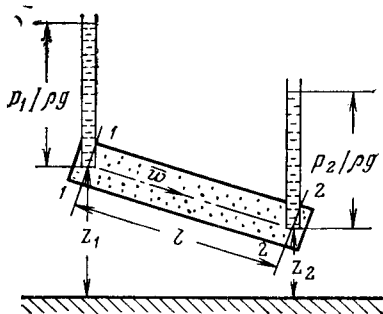


Рис. 3.

где $p_1^* = \rho g z_1 + p_1$; $p_2^* = \rho g z_2 + p_2$ — давления, приведенные к плоскости отсчета геометрических высот.

Закон Дарси в дифференциальной форме имеет вид

$$w = - \frac{k}{\mu} \frac{dp^*}{ds}, \quad (I.13)$$

где s — координата вдоль линии тока.

Коэффициенты проницаемости и фильтрации связаны соотношением

$$\frac{k}{\mu} = \frac{c}{\rho g}. \quad (I.14)$$

Коэффициент проницаемости имеет размерность площади, а коэффициент фильтрации — размерность скорости.

На практике проницаемость нефтяных и газовых пластов измеряется единицами, называемыми дарси (Д). За единицу проницаемости 1 Д принимают проницаемость такой пористой среды, при фильтрации через образец которой площадью 1 см^2 , длиной 1 см при перепаде давления в 1 кгс/см^2 (98000 Па) расход жидкости вязкостью 1 сП ($1 \text{ мПа} \cdot \text{с}$) составляет $1 \text{ см}^3/\text{с}$. Величина, равная 0,001 Д, называется миллидарси (мД). $1 \text{ Д} = 1,02 \cdot 10^{-8} \text{ см}^2 = 1,02 \cdot 10^{-12} \text{ м}^2$.

Проницаемость реальных пластов изменяется от нескольких миллидарси до нескольких дарси.

$$1 \text{ Д} = 1,02 \cdot 10^{-8} \text{ см}^2 = 1,02 \cdot 10^{-12} \text{ м}^2$$

$$1 \text{ мД} = 10^{-3} \text{ Д}$$

Задача 1

Определить пористость ячейки фиктивного грунта (по Слихтеру) в случае, когда угол грани ромбоэдра $\theta=90^\circ$ (рис. 4).

Ответ: $m=47,6\%$.

Задача 2

Показать, что пористость m и просветность n фиктивного грунта не зависят от диаметра частиц, слагающих грунт. Рассмотреть случай, когда угол грани ромбоэдра $\theta=90^\circ$ (рис. 4).

Решение. Рассмотрим основную ячейку фиктивного грунта по Слихтеру. Пористость этого элемента

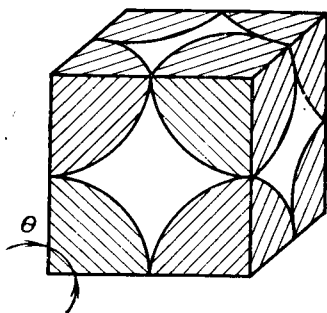


Рис. 4.

$$m = \frac{\tau_{\text{пор}}}{\tau_{\text{обр}}} = \frac{d^3 - \frac{\pi d^3}{6}}{d^3} = 1 - \frac{\pi}{6},$$

откуда следует, что пористость m не зависит от диаметра. Аналогично для просветности

$$n = \frac{\omega_{\text{просв}}}{\omega_{\text{обр}}} = \frac{d^3 - \frac{\pi d^3}{6}}{d^3} = 1 - \frac{\pi}{6}.$$

Задача 3

Определить удельную поверхность песка (поверхности песчинок, заключенных в 1 м^3 песчаного пласта), пористость которого $m=25\%$ и эффективный диаметр песчинок $d_s=0,2 \text{ мм}$. Найти также число частиц в единице объема пласта, принимая их форму сферической.

Ответ:

$$S_{\text{уд}} = \frac{6(1-m)}{d} = 2,25 \cdot 10^4 \text{ м}^2/\text{м}^3,$$

$$N = \frac{6(1-m)}{\pi d^3} = 1,79 \cdot 10^{11}.$$

Задача 4

Определить пористость фиктивного грунта (по Слихтеру) при наиболее плотной укладке шаровых частиц, соответствующую

шей значению острого угла грани ромбоэдра $\theta=60^\circ$ (рис. 5).

Решение. Объем основной ячейки фиктивного грунта

$$\tau_{\text{обр}} = \omega h \quad (h = d \sin \alpha),$$

$$\omega = d^2 \sin \theta = d^2 \sin 60^\circ = d^2 \sqrt{3}/2.$$

Значение $\sin \alpha$ найдем следующим образом:

$$\text{из } \triangle AOE' \quad OE' = d \cos \theta;$$

$$\text{из } \triangle EOE' \quad OE = OE' / \cos \frac{\theta}{2} = \frac{d \cos 60^\circ}{\cos 30^\circ} = \frac{d \cdot 1/2}{2\sqrt{3}/2} = \frac{\sqrt{3} d}{3};$$

$$\text{из } \triangle AOE \quad \cos \alpha = OE/d = \sqrt{3}/3,$$

$$\sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \sqrt{1 - \frac{3}{9}} = \frac{\sqrt{6}}{3}.$$

Подставляя h и ω , получим

$$\begin{aligned} \tau_{\text{обр}} &= \omega h = \\ &= d^3 \frac{\sqrt{6}}{3} \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2} d^3. \end{aligned}$$

Объем скелета ячейки равен объему одной шаровой частицы

$$\tau_q = \pi d^3/6.$$

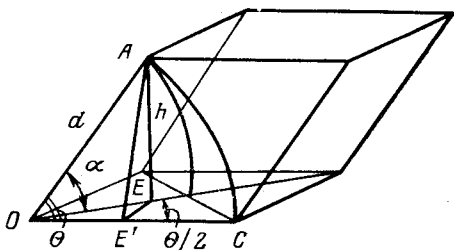


Рис. 5

Пористость фиктивного грунта при $\theta=60^\circ$ будет

$$m = 1 - \frac{\tau_q}{\tau_{\text{обр}}} = 1 - \frac{\pi d^3 \cdot 2}{6 \sqrt{2} d^3} = 1 - \frac{\pi}{3 \sqrt{2}} = 0,259 = 25,9\%.$$

Задача 5

Определить эффективный диаметр песчинок d_3 по способу Крюгера — Цункера для песка следующего механического состава:

Диаметр частиц, мм	0—0,05	0,05—0,1	0,1—0,2	0,2—0,3	0,3—0,5	0,5—1,0
Δg_i , вес. %	6,9	38,6	44,2	6,3	3,3	0,7

Ответ: $d_3 = 0,09$ мм.

Задача 6

Сопоставить число частиц диаметром d , заключенных в 1 м^3 фиктивного грунта, при наиболее свободном расположении частиц ($\theta=90^\circ$) и при их наиболее тесном расположении ($\theta=60^\circ$).

Решение. Обозначим число частиц в 1 м^3 грунта при $\theta=90^\circ$ через N , а при $\theta=60^\circ$ — через N_1 . Тогда

$$N = \frac{6(1-m)}{\pi d^3} = \frac{6 \cdot (1-0,476)}{\pi d^3} = \frac{6 \cdot 0,524}{\pi d^3},$$

$$N_1 = \frac{6(1-m_1)}{\pi d^3} = \frac{6 \cdot (1-0,259)}{\pi d^3} = \frac{6 \cdot 0,741}{\pi d^3},$$

$$N_1/N = 0,741/0,524 = 1,41.$$

Задача 7

Построить кривую механического состава грунта и определить эффективный диаметр грунта по способу Газена, используя следующие данные.

Диаметр частиц, мм	0—0,05	0,05—0,1	0,1—0,2	0,2—0,3	0,3—0,5	0,5—1
Δg_i , вес. %	1,5	5,3	7,2	40,1	35,7	10,2

Ответ: $d_0=0,11 \text{ мм}$.

Задача 8

Определить коэффициент проницаемости пористой среды (в дарси), если известно, что коэффициент фильтрации $c=0,3 \cdot 10^{-4} \text{ см/с}$, а кинематический коэффициент вязкости фильтрующейся жидкости $\nu=10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$. Фильтрация жидкости происходит по закону Дарси.

Ответ: $k=30 \text{ мД}$.

Задача 9

Определить коэффициент фильтрации, если известно, что площадь поперечного сечения образца песчаника $\omega=30 \text{ см}^2$, длина образца $l=15 \text{ см}$, разность давлений в входе жидкости в образец и на выходе $\Delta p=19,6 \text{ кПа}$ ($0,2 \text{ кгс/см}^2$), плотность жидкости $\rho=1000 \text{ кг/м}^3$ и расход равен 5 л/ч .

Ответ: $c=3,47 \cdot 10^{-3} \text{ см/с}$.

Задача 10

Определить скорость фильтрации и среднюю скорость движения нефти у стенки гидродинамически совершенной скважины и на расстоянии $r=75 \text{ м}$, если известно, что мощность пласта $h=10 \text{ м}$, коэффициент пористости $m=12\%$, радиус скважины $r_c=0,1 \text{ м}$, массовый дебит скважины $Q_m=50 \text{ т/сут}$ и плотность нефти $\rho=850 \text{ кг/м}^3$.

Ответ: $w_c=1,09 \cdot 10^{-4} \text{ м/с}$; $v_c=0,91 \cdot 10^{-3} \text{ м/с}$; $w=1,45 \times 10^{-7} \text{ м/с}$; $v=1,21 \cdot 10^{-6} \text{ м/с}$.

Задача 11

Определить объемный дебит Q_c и скорость фильтрации газа ω_c у стенки гидродинамически совершенной скважины, если известно, что приведенный к атмосферному давлению и пластовой температуре объемный дебит газа $Q_{ат}=10^6$ м³/сут, радиус скважины $r_c=0,1$ м, мощность пласта $h=20$ м, абсолютное давление газа на забое $p_c=4,9$ МПа (50 кгс/см²).

Ответ: $Q_c=0,239$ м³/с; $\omega=0,019$ м/с.

Задача 12

Определить коэффициент пористости, зная, что скорость движения через образец, определяемая при помощи индикатора, равна $v=3 \cdot 10^{-2}$ см/с, коэффициент проницаемости $k=0,2$ Д, вязкость жидкости $\mu=4$ МПа·с и разность давлений $\Delta p=2$ кгс/см² при длине образца $l=15$ см.

Ответ: $m=22\%$.

Задача 13 ✓

Определить среднее значение скорости фильтрации у входа жидкости в гидродинамически несовершенную по степени вскрытия скважину, если мощность пласта $h=25$ м, относительное вскрытие пласта $\bar{h}=0,6$, радиус скважины $r_c=0,1$ м, дебит жидкости $Q=250$ м³/сут.

Ответ: $\omega=0,0308$ см/с.

Задача 14 ✓

Определить коэффициенты проницаемости и фильтрации для цилиндрического образца пористой среды диаметром $d=5$ см, длиной $l=20$ см, если разность давлений на концах образца составляет 300 мм рт. ст., расход жидкости $Q=1,70$ л/ч, динамический коэффициент вязкости жидкости $\mu=5$ МПа·с, плотность ее $\rho=0,85$ г/см³. Найти также скорость фильтрации.

Ответ: $k=5,9$ Д; $c=10^{-3}$ см/с; $\omega=0,024$ см/с.

Задача 15 ✓

Определить скорость фильтрации и среднюю скорость движения при плоскорадиальной фильтрации газа к скважине в точке на расстоянии $r=150$ м от центра скважины, если давление в этой точке равно $p=7,84$ МПа (80 кгс/см²), мощность пласта $h=12$ м, пористость его $m=20\%$, а приведенный к атмосферному давлению и пластовой температуре дебит $Q_{ат}=2 \cdot 10^6$ м³/сут, $p_{ат}=0,1$ МПа.

Ответ: $\omega=0,262 \cdot 10^{-4}$ м/с; $v=1,31 \cdot 10^{-4}$ м/с.

II. ПРЕДЕЛЫ ПРИМЕНИМОСТИ ЗАКОНА ДАРСИ. НЕЛИНЕЙНЫЕ ЗАКОНЫ ФИЛЬТРАЦИИ

§ 1. Критерий Рейнольдса

Подобно тому, как в трубной гидравлике критерием режима движения служит число Рейнольдса

$$Re = v d \rho / \mu, \quad (II.1)$$

в теории фильтрации вводится безразмерный параметр

$$Re = \bar{u} a \rho / \mu, \quad (II.2)$$

где u — некоторая характерная скорость; $\bar{a}$ — линейный параметр, характеризующий среднее сечение поровых каналов; ρ — плотность жидкости; μ — динамический коэффициент вязкости.

Скорость фильтрации, при которой нарушается закон Дарси, называется критической скоростью фильтрации ($w_{кр}$).

Однако нарушение линейного закона фильтрации еще не означает перехода от ламинарного движения к турбулентному. Закон Дарси нарушается вследствие того, что силы инерции, возникающие в жидкости за счет извилистости каналов и изменения площади их поперечных сечений, становятся при $w > w_{кр}$ соизмеримыми с силами трения.

В трубной гидравлике значение Re , при котором происходит смена режимов, равно $Re_{кр} = 2320$, в теории фильтрации закон Дарси имеет место при значении безразмерного параметра Re , меньшего критического ($Re_{кр}$), которое устанавливается из опыта.

Впервые число Рейнольдса для фильтрации жидкости было введено Н. Н. Павловским в виде

$$Re = \frac{w d_s \rho}{(0,75m + 0,23) \mu}, \quad (II.3)$$

т. е. за характерную скорость была взята скорость фильтрации w , а линейный параметр представлен выражением

$$\bar{a} = \frac{d_s}{0,75m + 0,23}. \quad (II.4)$$

Критические значения Re по Павловскому заключены в интервале

$$Re_{кр} = 7,5 \div 9.$$

В. Н. Щелкачев предложил взять за линейный параметр выражение, пропорциональное корню квадратному из коэффициента проницаемости,

$$\bar{a} = 10 \sqrt{k} m^{-2,3}. \quad (\text{II.5})$$

Число Рейнольдса по В. Н. Щелкачеву имеет вид

$$\text{Re} = \frac{10\omega \sqrt{k} \rho}{m^{2,3}\mu}, \quad (\text{II.6})$$

а критические значения лежат в интервале

$$1 \leq \text{Re}_{\text{кр}} \leq 12.$$

По М. Д. Миллионщикову за характерную скорость взята средняя скорость движения жидкости

$$v = \omega/m,$$

а за линейный параметр — выражение $\sqrt{k/m}$, т. е.

$$\text{Re} = \frac{v \sqrt{k/m} \rho}{\mu} = \frac{\omega \sqrt{k} \rho}{m^{1,5}\mu}, \quad (\text{II.7})$$

$$0,022 \leq \text{Re}_{\text{кр}} \leq 0,29.$$

Если вычисленное по одной из формул (II.3), (II.6), (II.7) значение числа Re оказывается меньше нижнего критического значения $\text{Re}_{\text{кр}}$, то закон Дарси справедлив, если Re больше верхнего значения $\text{Re}_{\text{кр}}$, то закон Дарси заведомо нарушен.

Широкий диапазон изменения $\text{Re}_{\text{кр}}$ объясняется тем, что в формулы для числа Re входят параметры k и m , которые не полностью характеризуют микроструктуру породы. Как следует из опытов, для каждой горной породы можно указать более узкий диапазон значений $\text{Re}_{\text{кр}}$ [16].

Определение режима фильтрации жидкостей и газов имеет большое практическое значение, ибо без знания закона фильтрации в пласте нельзя правильно рассчитать дебиты скважин, распределение давления в пласте, а также невозможно определение параметров пласта (k , h , m и др.) по данным исследования нефтяных и газовых скважин.

§ 2. Нелинейные законы фильтрации

При нарушении закона Дарси зависимость между скоростью фильтрации ω и градиентом давления dp/ds лучше всего описывается двучленной формулой

$$-\frac{dp}{ds} = a\omega + b\omega^2, \quad (\text{II.8})$$

которая выражает плавный переход от линейного закона фильтрации к нелинейному. При малых значениях скорости

$a\omega \gg b\omega^2$ пренебрегаем вторым членом и получаем закон Дарси; при значениях $\omega \geq \omega_{кр}$ слагаемые $a\omega$ и $b\omega^2$ имеют один и тот же порядок; при больших скоростях фильтрации $a\omega \ll b\omega^2$ и можно принять

$$-\frac{dp}{ds} = b\omega^2, \quad (II.9)$$

что соответствует квадратичному закону сопротивления и имеет место при фильтрации в крупнозернистых и трещиноватых породах. Формула (II.9) называется формулой А. А. Краснопольского.

Коэффициенты a и b определяются либо экспериментально, либо a по формуле $a = \mu/k$, а b — приближенно по формуле, предложенной А. И. Ширковским

$$b = \rho \frac{63 \cdot 10^6}{(k/m)^{3/2}}, \quad (II.10)$$

где ρ — плотность в кг/м^3 ; k — коэффициент проницаемости в Д; m — коэффициент пористости в долях единицы.

Можно записывать закон фильтрации, отличный от закона Дарси, в виде одночленной степенной зависимости между скоростью фильтрации и градиентом давления

$$|\omega| = C \left(\frac{dp}{ds} \operatorname{sign} \frac{dp}{ds} \right)^{\frac{1}{n}}, \quad (II.11)$$

где sign — знак производной dp/ds ; C и n — некоторые постоянные, определяемые опытным путем, причем $1 < n \leq 2$, $n=2$ соответствует закону Краснопольского.

Используя принцип однородности размерностей, можно найти выражение для коэффициента C

$$C = \left[\frac{\operatorname{Re}_{кр}}{f(m)} \right]^{\frac{n-1}{n}} k^{\frac{3-n}{2n}} \mu^{\frac{n-2}{n}} \rho^{\frac{1-n}{n}}, \quad (II.12)$$

где $f(m) = 10 m^{-2,3}$.

Задача 16

Определить значение числа Рейнольдса у стенки гидродинамически несовершенной по характеру вскрытия нефтяной скважины, если известно, что эксплуатационная колонна перфорирована, на каждом метре длины колонны прострелено 10 отверстий диаметром $d_0 = 10$ мм, мощность пласта $h = 15$ м, проницаемость пласта $k = 1$ Д, пористость его $m = 18\%$, коэффициент вязкости нефти $\mu = 4$ мПа·с, плотность нефти $\rho = 870$ кг/м^3 и дебит скважины составляет 140 $\text{м}^3/\text{сут}$.

Ответ: $\operatorname{Re} = 15,6$ (по формуле Щелкачева),

$\operatorname{Re} = 0,396$ (по формуле Миллионщикова).

Задача 17

Определить радиус призабойной зоны $r_{кр}$, в которой нарушен закон Дарси, при установившейся плоскорадиальной фильтрации идеального газа, если известно, что приведенный к атмосферному давлению дебит скважины $Q_{ат} = 2 \cdot 10^6 \text{ м}^3/\text{сут}$, мощность пласта $h = 10 \text{ м}$, коэффициент проницаемости $k = 0,6 \text{ Д}$, коэффициент пористости пласта $m = 19\%$, динамический коэффициент вязкости газа в пластовых условиях $\mu = 1,4 \times 10^{-5} \text{ кг/м} \cdot \text{с}$, плотность газа при атмосферном давлении и пластовой температуре $\rho_{ат} = 0,7 \text{ кг/м}^3$.

Указание. В решении использовать число Рейнольдса по формуле М. Д. Миллионщикова и за $Re_{кр}$ взять нижнее значение $Re_{кр} = 0,022$.

Ответ: $r_{кр} = 7,9 \text{ м}$.

Задача 18

Определить по формуле Щелкачева, происходит ли фильтрация в пласте по закону Дарси, если известно, что дебит нефтяной скважины $Q = 200 \text{ м}^3/\text{сут}$, мощность пласта $h = 5 \text{ м}$, коэффициент пористости $m = 16\%$, коэффициент проницаемости $k = 0,2 \text{ Д}$, плотность нефти $\rho = 0,8 \text{ г/см}^3$, динамический коэффициент вязкости ее $\mu = 5 \text{ мПа} \cdot \text{с}$. Скважина гидродинамически совершенна, радиус ее $r_c = 0,1 \text{ м}$.

Ответ: $Re = 0,036 < Re_{кр} = 1$.

Задача 19

Дебит газовой скважины, приведенный к атмосферному давлению при пластовой температуре $Q_{ат} = 2 \cdot 10^6 \text{ м}^3/\text{сут}$, абсолютное давление на забое $p_c = 7,84 \text{ МПа}$ (80 кгс/см^2), мощность пласта $h = 10 \text{ м}$, коэффициент пористости пласта $m = 18\%$, коэффициент проницаемости $k = 1,2 \text{ Д}$, средняя молекулярная масса газа 18, динамический коэффициент вязкости в пластовых условиях $\mu = 0,015 \text{ мПа} \cdot \text{с}$, температура пласта 45°С .

Определить, имеет ли место фильтрация по закону Дарси в призабойной зоне совершенной скважины радиусом $r_c = 10 \text{ см}$.

Решение. Определим плотность газа у забоя скважины. Для этого найдем плотность газа при 0°С и 760 мм рт. ст. ($0,1013 \text{ МПа}$)

$$\rho_0 = 18/22,4 = 0,804 \text{ кг/м}^3,$$

и при условиях на забое

$$\rho = \frac{\rho_0 T_0 p_c}{T p_0} = \frac{0,804 \cdot 273 \cdot 7,84}{(273 + 45) \cdot 0,1013} = 53,3 \text{ кг/м}^3.$$

Скорость фильтрации на забое равна

$$w_c = \frac{Q_{атрат}}{2\pi r_c h p_c} = \frac{2 \cdot 10^6 \cdot 0,1013}{0,864 \cdot 10^5 \cdot 6,28 \cdot 0,1 \cdot 10^{-7},84} = 0,0477 \text{ м/с.}$$

Число Рейнольдса по Щелкачеву

$$Re = \frac{10w \sqrt{k} \rho}{m^{2,3} \mu} = \frac{10 \cdot 0,0477 \sqrt{1,2 \cdot 1,02 \cdot 10^{-12}} \cdot 53,3}{0,0195 \cdot 0,015 \cdot 10^{-3}} = 96,5 > Re_{кр} = 12;$$

по Миллионщикову

$$Re = \frac{w \sqrt{k} \rho}{m^{1,5} \mu} = \frac{0,0477 \sqrt{1,2 \cdot 1,02 \cdot 10^{-12}} \cdot 53,3}{0,18^{1,5} \cdot 0,015 \cdot 10^{-3}} = 2,46 > Re_{кр} = 0,29,$$

т. е. в призабойной зоне нарушается закон Дарси.

III. ОДНОМЕРНОЕ ДВИЖЕНИЕ НЕСЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ В УСЛОВИЯХ ВОДОНАПОРНОГО РЕЖИМА

Движение жидкости считается напорным, когда пьезометрическая линия располагается выше верхней непроницаемой границы потока (кровли пласта).

Установившийся фильтрационный поток жидкости или газа называется одномерным в том случае, когда давление и скорость фильтрации являются функциями только одной координаты, взятой по линии тока.

К одномерным потокам относятся:

- 1) прямолинейно-параллельный (или параллельно-струйный) фильтрационный поток;
- 2) плоскорадиальный;
- 3) радиально-сферический.

§ 1. Прямолинейно-параллельное движение несжимаемой жидкости. Приток к дренажной галерее

Прямолинейно-параллельное движение имеет место в том случае, когда векторы скоростей фильтрации параллельны между собой.

Если пласт горизонтальный, кровля и подошва непроницаемы, мощность пласта h и ширина пласта B всюду одинаковы, то в плане пласт представится прямоугольником (рис. 6). Если в первом сечении пласта, соответствующем границе пласта с областью питания, поддерживается давление p_k , а в другом сечении, совпадающем, например, с дренажной галереей и отстоящем от первого сечения на расстоянии l , поддерживается давление p_r , то будет установившееся прямолинейно-параллельное движение.

Направим ось Ox вдоль линии тока.

Считая, что фильтрация происходит по закону Дарси, пласт однородный по пористости и проницаемости, можем определить объемный дебит

$$Q = \frac{k}{\mu} \frac{p_k - p_r}{l} \omega, \quad (\text{III.1})$$

где $\omega = Bh$ — площадь сечения пласта, нормального к направлению движения;

давление в любом сечении пласта

$$p = p_k - \frac{p_k - p_r}{l} x \quad (\text{III.2})$$

и время, в течение которого частицы пройдут путь x ,

$$t = \frac{m\mu}{k} \frac{lx}{p_k - p_r}. \quad (\text{III.3})$$

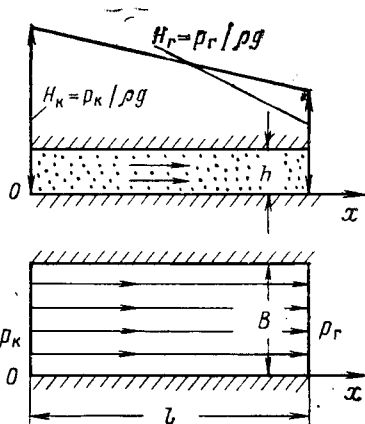


Рис. 6

§ 2. Плоскорадиальное напорное движение несжимаемой жидкости. Приток к совершенной скважине. Формула Дюпюи

При плоскорадиальном движении векторы скорости фильтрации направлены по радиусам к оси скважины, поэтому давление и скорость фильтрации зависят только от одной координаты r . При этом во всех горизонтальных плоскостях поле скоростей и давлений будет одинаковым.

Примером плоскорадиального фильтрационного потока является приток к гидродинамически совершенной скважине, вскрывшей горизонтальный пласт бесконечной протяженности на всю мощность h и сообщающейся с пластом через полностью открытую боковую поверхность цилиндра, отделяющую ствол скважины от продуктивного пласта.

Поток будет также плоскорадиальным при притоке к совершенной скважине радиуса r_c (или оттоке от скважины), расположенной в центре ограниченного горизонтального цилиндрического пласта мощностью h и радиусом R_k (рис. 7).

Если на внешней границе пласта, совпадающей с контуром питания, поддерживается постоянное давление p_k , а на забое скважины постоянное давление p_c , пласт однороден по пористости и проницаемости, фильтрация происходит по за-

кону Дарси, то объемный дебит скважины определится по формуле Дюпюи:

$$Q = \frac{2\pi kh}{\mu} \frac{p_K - p_c}{\ln \frac{R_K}{r_c}}, \quad (\text{III.4})$$

где μ — динамический коэффициент вязкости.

Закон распределения давления определяется по одной из формул:

$$p = p_K - \frac{p_K - p_c}{\ln \frac{R_K}{r_c}} \ln \frac{R_K}{r}, \quad (\text{III.5})$$

либо

$$p = p_K - \frac{Q\mu}{2\pi kh} \ln \frac{R_K}{r}, \quad (\text{III.6})$$

либо

$$p = p_c + \frac{p_K - p_c}{\ln \frac{R_K}{r_c}} \ln \frac{r}{r_c}. \quad (\text{III.7})$$

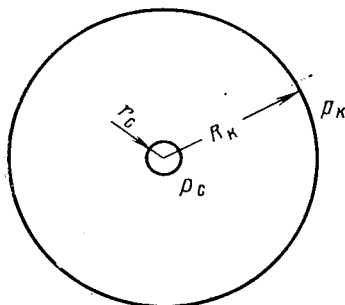
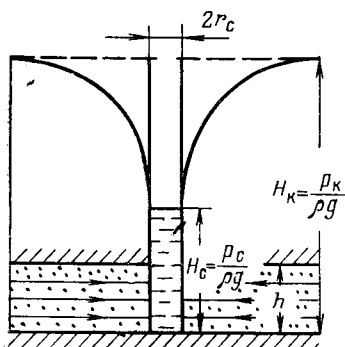


Рис. 7

Линия $p=p(r)$ называется депрессионной кривой давления. Характерно, что при приближении к скважине градиенты давления и скорости фильтрации резко возрастают. При построении карты изобар следует учитывать, что радиусы изобар изменяются в геометрической прогрессии, в то время, как давление на изобарах изменяется в арифметической прогрессии.

Индикаторная линия — зависимость дебита скважины от депрессии $\Delta p = p_K - p_c$, при притоке к скважине в условиях справедливости закона Дарси представляет собой прямую линию, определяемую уравнением $Q = K\Delta p$.

Коэффициент продуктивности

$$K = \frac{2\pi kh}{\mu \ln \frac{R_K}{r_c}} \quad (\text{III.8})$$

численно равен дебиту при депрессии, равной единице.

Закон движения частиц вдоль линии тока, если при $t=0$ частица находилась в точке с координатой $r=r_0$, описывается уравнением

$$t = \frac{\pi h m}{\Omega} (r_0^2 - r^2), \quad (\text{III.9})$$

или

$$t = \frac{m \mu \ln \frac{R_K}{r_c} (r_0^2 - r^2)}{2k (\rho_K - \rho_c)}. \quad (\text{III.9a})$$

Средневзвешенное по объему порового пространства Ω пластовое давление

$$\bar{p} = \frac{1}{\Omega} \int_{\Omega} p d\Omega, \quad (\text{III.10})$$

где

$$\Omega = \pi (R_K^2 - r_c^2) h m, \\ d\Omega = 2\pi h m r dr.$$

Подставляя выражение для p (III.5), выполняя интегрирование и пренебрегая всеми членами, содержащими r_c^2 , получим

$$\bar{p} = p_K - \frac{p_K - p_c}{2 \ln \frac{R_K}{r_c}}. \quad (\text{III.11})$$

Закон распределения давления и формула дебита при нарушении закона Дарси при притоке к совершенной скважине получаются из двучленной формулы

$$-\frac{dp}{ds} = \frac{dp}{dr} = \frac{\mu}{k} w + b w^2. \quad (\text{III.12})$$

Подставляя выражение для скорости фильтрации

$$w = Q/2\pi r h$$

в (III.12) и разделяя переменные, получим

$$dp = \frac{Q\mu}{2\pi k h} \frac{dr}{r} + \frac{Q^2 b}{(2\pi h)^2} \frac{dr}{r^2}. \quad (\text{III.13})$$

Интегрируя по p в пределах от p_c до p_K и по r в пределах от r_c до R_K , будем иметь

$$p_K - p_c = \frac{Q\mu}{2\pi k h} \ln \frac{R_K}{r_c} + \frac{Q^2 b}{(2\pi h)^2} \left(\frac{1}{r_c} - \frac{1}{R_K} \right). \quad (\text{III.14})$$

Решая полученное квадратное уравнение, находим дебит скважины Q . Интегрируя (III.13) по p в пределах от p до p_K и по r в пределах от r до R_K , найдем закон распределения давления

$$p = p_K - \frac{Q\mu}{2\pi k h} \ln \frac{R_K}{r} - \frac{Q^2 b}{(2\pi h)^2} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R_K} \right). \quad (\text{III.15})$$

Как видно из (III.14), индикаторная линия при нарушении закона Дарси является параболой.

Если фильтрация происходит по закону Краснопольского, то дебит определяется по формуле

$$Q = 2\pi h \sqrt{\frac{r_c}{b} \Delta p} . \quad (\text{III.16})$$

§ 3. Радиально-сферическое движение несжимаемой жидкости по закону Дарси

Фильтрационный поток называется радиально-сферическим, если векторы скорости фильтрации направлены в пространстве по прямым, радиально сходящимся к одной точке (или расходящимся от нее).

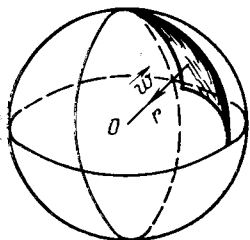


Рис. 8

Благодаря центральной симметрии давление и скорость фильтрации зависят и в этом случае только от одной координаты r , отсчитываемой от центра (рис. 8). Примером потока, весьма близкого радиально-сферическому, является приток жидкости к гидродинамически несовершенной скважине малого диаметра, едва вскрывшей непроницаемую горизонтальную кровлю однородного пласта большой мощности (теоретически бесконечной).

Если на забое скважины, представленной в виде полусферы радиуса r_c , поддерживается постоянное приведенное давление p_c^* , а на достаточно большом расстоянии от скважины, на полусферической поверхности радиуса R_k сохраняется постоянное давление p_k^* и фильтрация в однородном пласте происходит по закону Дарси, то объемный дебит скважины определяется по формуле

$$Q = \frac{2\pi r_c k (p_k^* - p_c^*)}{\mu} . \quad (\text{III.17})$$

Приведенное давление в любой точке пласта определяется по формуле

$$p^* = p_k^* - \frac{p_k^* - p_c^*}{\frac{1}{r_c} - \frac{1}{R_k}} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R_k} \right) , \quad (\text{III.18})$$

а закон движения частиц вдоль линии тока от точки с координатой r_0 до точки с координатой r описывается уравнением

$$t = \frac{2\pi m}{3Q} (r_0^3 - r^3) . \quad (\text{III.19})$$

Задача 20

Определить дебит дренажной галереи шириной $B=100$ м, если мощность пласта $h=10$ м, расстояние до контура питания $l=10$ км, коэффициент проницаемости пласта $k=1$ Д, динамический коэффициент вязкости жидкости $\mu=1$ сП, давление на контуре питания $p_k=9,8$ МПа (100 кгс/см²) и давление в галерее $p_r=7,35$ МПа (75 кгс/см²). Движение жидкости напорное, подчиняется закону Дарси.

Ответ: $Q=21,6$ м³/сут.

Задача 21

Определить коэффициент проницаемости пласта (в различных системах единиц), если известно, что в пласте происходит одномерное, прямолинейно-параллельное установившееся движение однородной жидкости по закону Дарси. Гидравлический уклон $i=0,03$, ширина галереи $B=500$ м, мощность пласта $h=6$ м, плотность жидкости $\rho=850$ кг/м³, динамический коэффициент вязкости $\mu=5$ сП и дебит галереи $Q=30$ м³/сут.

Ответ: $k=2,27$ Д $=2,32 \cdot 10^{-8}$ см² $=2,32 \cdot 10^{-12}$ м².

Задача 22

Показать графически распределение давления и найти градиент давления при прямолинейно-параллельном движении в пласте несжимаемой жидкости по линейному закону фильтрации, используя следующие данные: длина пласта $l_k=5$ км, мощность пласта $h=10$ м, ширина галереи $B=300$ м, коэффициент проницаемости пласта $k=0,8$ Д, давление в галерее $p_r=2,94$ МПа (30 кгс/см²), динамический коэффициент вязкости жидкости $\mu=4$ сП, дебит галереи $Q=30$ м³/сут.

Ответ: $p=5,78-0,0568 \cdot 10^{-2} x$ (x в м, p в МПа), $-\frac{dp}{dx}=0,0568 \cdot 10^{-2}$ МПа/м.

Задача 23

Определить дебит нефтяной скважины (в т/сут) в случае установившейся плоскорадиальной фильтрации жидкости по закону Дарси, если известно, что давление на контуре питания $p_k=9,8$ МПа (100 кгс/см²), давление на забое скважины $p_c=7,35$ МПа (75 кгс/см²), коэффициент проницаемости пласта $k=0,5$ Д, мощность пласта $h=15$ м, диаметр скважины $D_c=24,8$ см, радиус контура питания $R_k=10$ км, динамический коэффициент вязкости жидкости $\mu=6$ мПа·с и плотность жидкости $\rho=850$ кг/м³.

Ответ: $Q_m=127$ т/сут.

Задача 24

Определить давление на расстоянии 10 и 100 м от оси скважины при плоскорадиальном установившемся движении несжимаемой жидкости по линейному закону фильтрации, считая, что коэффициент проницаемости пласта $k=0,5$ Д, мощность пласта $h=10$ м, давление на забое скважины $p_c=7,84$ МПа (80 кгс/см²), радиус скважины $r_c=12,4$ см, динамический коэффициент вязкости нефти $\mu=4 \cdot 10^{-3}$ кг/м·с, плотность нефти $\rho=870$ кг/м³ и массовый дебит скважины $Q_m=200$ т/сут.

Ответ: $p_1=9,28$ МПа; $p_2=10,06$ МПа.

Задача 25

Построить индикаторную линию (зависимость дебита Q от перепада давления $\Delta p=p_k-p_c$), имеющуюся при установившейся плоскорадиальной фильтрации жидкости по линейному закону, если известно, что давление на контуре питания $p_k=8,82$ МПа (90 кгс/см²), коэффициент проницаемости пласта $k=600$ мД, мощность пласта $h=10$ м, диаметр скважины $D_c=24,8$ см, расстояние от оси скважины до контура питания $R_k=10$ км и динамический коэффициент вязкости нефти $\mu=5$ мПа·с.

Ответ: индикаторная линия — прямая, описываемая уравнением $Q=5,77 \Delta p$ (Q в м³/сут, Δp в кгс/см²).

Задача 26

Определить коэффициент гидропроводности пласта kh/μ по данным о коэффициенте продуктивности скважины. Известно, что фильтрация происходит по закону Дарси, коэффициент продуктивности $K=18$ т/сут (кгс/см²), среднее расстояние между скважинами $2\sigma=1400$ м, плотность $\rho=925$ кг/м³, радиус скважины $r_c=0,1$ м.

Ответ: $kh/\mu=3,18 \cdot 10^{-9}$ м⁴·с/кг (318 Д·см/сП).

Задача 27

Определить средневзвешенное по объему пластовое давление, если известно, что давление на контуре питания $p_k=9,8$ МПа (100 кгс/см²), давление на забое возмущающей скважины $p_c=7,84$ МПа (80 кгс/см²), расстояние до контура питания $R_k=25$ км, радиус скважины $r_c=10$ см. В пласте имеет место установившееся плоскорадиальное движение несжимаемой жидкости по закону Дарси.

Ответ: $p=9,72$ МПа (99,19 кгс/см²).

Задача 28

Определить относительное понижение $s_p/s=(H_k-H)/(H_k-H_c)$ пьезометрического уровня в реагирующих скважинах,

расположенных от возмущающей скважины на расстояниях 1 м, 100 м, 1 км, 10 км. Движение жидкости установившееся плоскорадиальное по закону Дарси. Радиус скважины $r_c = 0,1$ м, расстояние до контура питания $R_k = 100$ км.

Ответ: s_p/s равно соответственно 0,83; 0,50; 0,33; 0,167.

Задача 29

Определить время отбора нефти из призабойной зоны скважины радиусом $r_0 = 100$ м, если мощность пласта $h = 10$ м, коэффициент пористости пласта $m = 20\%$, массовый дебит нефти $Q_m = 40$ т/сут, плотность ее $\rho = 920$ кг/м³, $r_c = 0,1$ м.

Ответ: $T = 1440$ сут.

Задача 30

Определить время t , за которое частица жидкости подойдет к стенке скважины с расстояния $r_0 = 200$ м, если коэффициент проницаемости пласта $k = 1$ Д, динамический коэффициент вязкости нефти $\mu = 5$ сП, депрессия во всем пласте радиусом $R_k = 1$ км составляет $p_k - p_c = 10$ кгс/см²; мощность пласта $h = 10$ м, коэффициент пористости пласта $m = 15\%$, радиус скважины $r_c = 10$ см.

Ответ: $t = 1600$ сут.

Задача 31

Как изменится дебит скважины Q при увеличении радиуса скважины вдвое?

1. Движение происходит по линейному закону фильтрации.

2. Фильтрация происходит по закону Краснопольского.

Начальный радиус скважины $r_c = 0,1$ м. Расстояние до контура питания $R_k = 5$ км.

Ответ: 1) $Q' : Q = 1,07$; 2) $Q' : Q = 1,41$, т. е. при движении жидкости по линейному закону фильтрации влияние изменения радиуса скважины менее интенсивно, чем при движении по закону Краснопольского.

Задача 32

Найти изменение перепада давления Δp при увеличении радиуса скважины вдвое, при котором дебит остается прежним. Рассмотреть два случая, как в предыдущей задаче. Начальный радиус скважины $r_c = 0,1$ м, расстояние до контура питания $R_k = 1$ км.

Ответ: 1) $\Delta p' / \Delta p = 0,925$, 2) $\Delta p' / \Delta p = 0,5$.

Задача 33

Во сколько раз необходимо увеличить радиус скважины, чтобы дебит ее при прочих равных условиях удвоился?

1) Движение жидкости происходит по закону Дарси.

2) Жидкость фильтруется по закону Краснопольского. Начальный радиус скважины $r_c=0,1$ м. Расстояние до контура питания $R_k=1$ км.

Ответ: 1) $n=100$, $r'_c=10$ м; 2) $n=4$, $r'_c=0,4$ м.

Задача 34

Скважина радиусом $r_c=10$ см расположена в центре кругового пласта радиусом $R_k=350$ м. Коэффициент проницаемости пласта $k=0,8$ Д, мощность $h=12$ м, динамический коэффициент вязкости нефти $\mu=5$ сП. Определить дебит скважины, считая, что залежь по контуру радиуса R_k частично непроницаема (рис. 9). Контур питания представляет собой в плане дугу окружности радиусом R_k с центральным углом $\alpha=120^\circ$. Давление на контуре питания $p_k=27,9$ МПа (285 кгс/см²), давление на забое скважины $p_c=7,84$ МПа (80 кгс/см²).

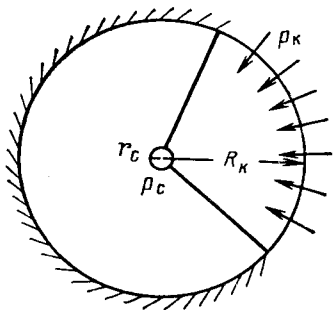


Рис. 9

Решение. Задачу можно свести к плоскорадиальной, если в формуле Дюпюи за контурное давление

принять средневзвешенное по длине окружности давление p_k .

$$\tilde{p}_k = \frac{\alpha}{360} p_k = \frac{120}{360} 27,9 = 9,3 \text{ МПа},$$

$$Q = \frac{2\pi kh (\tilde{p}_k - p_c)}{\mu \ln \frac{R_k}{r_c}} = \frac{6,28 \cdot 0,8 \cdot 1,02 \cdot 10^{-12} \cdot 12 (27,9 - 7,84) 10^6}{5 \cdot 10^{-3} \cdot 2,3 \lg \frac{350}{0,1}} = 2,22 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{с} = 192 \text{ м}^3/\text{сут}.$$

Задача 35

Сколько жидкости следует закачивать в пласт в единицу времени через нагнетательную скважину, если необходимо, чтобы давление в скважине поддерживалось в процессе закачки на $\Delta p=1,47$ МПа (15 кгс/см²) выше давления, установившегося в пласте на расстоянии $r=2$ км от скважины? Имеет место закон Дарси. Динамический коэффициент вязкости $\mu=1$ сП, коэффициент проницаемости пласта $k=150$ мД, мощность пласта $h=10$ м, радиус скважины $r_c=10$ см.

Ответ: $Q=123$ м³/сут.

Задача 36

Определить приведенное давление в точках, отстоящих на $r=20$ м, 10 м, 5 м, 1,5 м, 1 м от центра забоя скважины,

вскрывшей пласт бесконечной мощности на величину $b=0,5$ м. На расстоянии $R_k=1000$ м приведенное давление $p_k^*=9,8$ МПа (100 кгс/см²), на забое скважины $p_c^*=7,35$ МПа (75 кгс/см²), радиус скважины $r'_c=12,4$ см. Фильтрация к скважине происходит по закону Дарси.

Указание. Представляя забой скважины в виде полусферы, равновеликой по площади забою действительной скважины, определить радиус полусферы $r_c (2\pi r'_c b = 2\pi r_c^2)$.

Ответ: соответственно $p^*=9,77; 9,74; 9,68; 9,39; 9,19$ МПа.

Задача 37

Скважина вскрывает пласт бесконечно большой мощности на небольшую глубину. Считая движение радиально-сферическим, определить время перемещения частиц жидкости вдоль линий тока от точки с координатой $r_0=100$ м до точки с координатой $r=5$ м. Скважина эксплуатируется с постоянным дебитом $Q=120$ м³/сут, коэффициент пористости пласта $m=15\%$.

Ответ: $t=7,15$ лет.

IV. УСТАНОВИВШАЯСЯ ПЛОСКАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ ЖИДКОСТИ. ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ СКВАЖИН. СВЯЗЬ ПЛОСКОЙ ЗАДАЧИ ТЕОРИИ ФИЛЬТРАЦИИ С ТЕОРИЕЙ ФУНКЦИЙ КОМПЛЕКСНОГО ПЕРЕМЕННОГО

В самом общем случае давление и скорость фильтрации зависят от трех координат точки в пласте. Если давление и скорость фильтрации зависят только от двух координат, то в каждой плоскости, перпендикулярной к третьей оси, поле скоростей и давлений будет одинаковым. В этом случае фильтрационный поток называется плоским. Плоский фильтрационный поток имеет место при работе одной или нескольких гидродинамически совершенных (эксплуатационных и нагнетательных) скважин в однородном горизонтальном пласте постоянной мощности. Именно такие потоки будут рассмотрены в настоящем разделе.

§ 1. Потенциал точечного стока и источника на плоскости. Принцип суперпозиции

Назовем точечным стоком на плоскости точку, поглощающую жидкость. Сток можно рассматривать как гидродинамически совершенную эксплуатационную скважину бесконечно малого радиуса в пласте единичной мощности. Точечный источник — это точка, выделяющая жидкость (аналог нагнетательной скважины). Заменяя источники и стоки скважинами конечного диаметра, мы практически не допускаем никакой ошиб-

ки, поэтому будем в дальнейшем отождествлять скважины с источниками и стоками.

При работе в бесконечном пласте одной скважины-стока фильтрация будет плоскорадиальной и давление в точке на расстоянии r от центра скважины определяется по формуле

$$p = \frac{q\mu}{2\pi k} \ln r + C, \quad (\text{IV.1})$$

где $q = Q/h$ — дебит скважины-стока, приходящийся на единицу мощности пласта; C — постоянная интегрирования.

Назовем потенциалом скорости фильтрации Φ выражение $\Phi = kp/\mu$. Переходя от давления к потенциалу, получим значение потенциала в точке на расстоянии r от центра скважины

$$\Phi = \frac{q}{2\pi} \ln r + C. \quad (\text{IV.2})$$

Дебиту источника (нагнетательной скважины) приписывается знак минус.

При совместной работе в пласте нескольких скважин результирующий потенциал в любой точке пласта M равен алгебраической сумме потенциалов $\Phi_1, \Phi_2, \dots$, обусловленных работой каждой отдельной скважины.

$$\begin{aligned} \Phi_M &= \frac{q_1}{2\pi} \ln r_1 + \frac{q_2}{2\pi} \ln r_2 + \frac{q_3}{2\pi} \ln r_3 + \dots + C = \\ &= \frac{1}{2\pi} \sum_{i=1}^n q_i \ln r_i + C. \end{aligned} \quad (\text{IV.3})$$

Скорости фильтрации при этом складываются геометрически (рис. 10, а, б). Это называется принципом суперпозиции, или сложения течений.

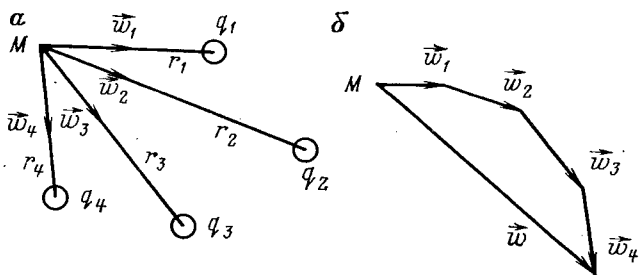


Рис. 10

Используя принцип суперпозиции, можно приближенно рассчитывать дебиты или забойные потенциалы (а следовательно, и забойные давления) для группы скважин, работающих в пласте с весьма удаленным контуром питания. Потенциал Φ_K на контуре питания считается известным, а расстояние от кон-

тура питания до всех скважин — одно и то же и приблизительно равно R_K .

Помещая мысленно точку M последовательно на забой каждой скважины, где $\Phi_M = \Phi_{ci}$, получим из общего уравнения (IV.3) систему n уравнений (n — число скважин). Постоянная интегрирования находится из условия на контуре питания. Окончательно система уравнений для определения дебитов или забойных потенциалов примет вид

$$\Phi_K - \Phi_{c1} = \frac{1}{2\pi} \left(q_1 \ln \frac{R_K}{r_{c1}} + q_2 \ln \frac{R_K}{r_{12}} + \dots + q_n \ln \frac{R_K}{r_{1n}} \right) \quad (\text{IV.4})$$

$$\Phi_K - \Phi_{c2} = \frac{1}{2\pi} \left(q_1 \ln \frac{R_K}{r_{12}} + q_2 \ln \frac{R_K}{r_{c2}} + \dots + q_n \ln \frac{R_K}{r_{2n}} \right)$$

.....

$$\Phi_K - \Phi_{cn} = \frac{1}{2\pi} \left[q_1 \ln \frac{R_K}{r_{1n}} + q_2 \ln \frac{R_K}{r_{2n}} + \dots + q_n \ln \frac{R_K}{r_{cn}} \right],$$

здесь r_{ij} — расстояние между центрами i -той и j -той скважин.

Принцип суперпозиции можно использовать, если скважины работают в пласте, ограниченном контуром питания той или иной формы, или непроницаемыми границами (линии выклинивания, сбросы), но для выполнения тех или иных условий на границах приходится вводить фиктивные скважины за пределами пласта, которые создают в совокупности с реальными скважинами необходимые условия на границах.

При этом задача сводится к рассмотрению одновременной работы реальных и фиктивных скважин в неограниченном пласте. Этот метод называется методом отображения источников и стоков. Он широко применяется не только в подземной гидравлике и гидродинамике, но и при решении задач теории электричества, магнетизма и электропроводности.

Так, если эксплуатационная скважина находится в пласте с прямолинейным контуром питания на расстоянии a от контура, то ее надо зеркально отобразить относительно контура, т. е. поместить фиктивную скважину с другой стороны от контура на расстоянии a (рис. 11) и считать ее дебит отрицательным (скважина — источник). При этом потенциал в любой точке M равен

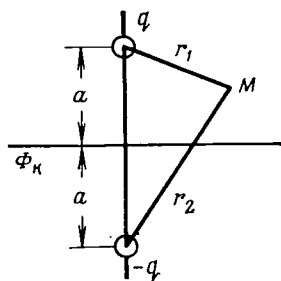


Рис. 11

$$\Phi_M = \frac{q}{2\pi} \ln r_1 - \frac{q}{2\pi} \ln r_2 + C = \frac{q}{2\pi} \ln \frac{r_1}{r_2} + C,$$

на контуре питания $r_1=r_2$ и $\Phi=C=\Phi_K$, а дебит скважины определяется по формуле

$$Q = \frac{2\pi h (\Phi_K - \Phi_c)}{\ln \frac{2a}{r_c}} = \frac{2\pi k h (p_K - p_c)}{\mu \ln \frac{2a}{r_c}}. \quad (\text{IV.5})$$

Метод отображения источников и стоков используется также в задачах 52, 53 для нахождения дебита скважины, работающей в пласте, ограниченном пересекающимися прямолинейными непроницаемыми границами. При помощи этого метода можно определить дебит скважины, эксцентрично расположенной в круговом пласте

$$Q_{\text{эксц}} = \frac{2\pi k h (p_K - p_c)}{\mu \ln \left[\frac{R_K}{r_c} \left(1 - \frac{\delta^2}{R_K^2} \right) \right]}, \quad (\text{IV.6})$$

где δ — расстояние от центра скважины до центра кругового пласта (эксцентриситет).

§ 2. Интерференция скважин

Дебит каждой скважины бесконечной цепочки, расположенной на расстоянии L от прямолинейного контура питания (рис. 12), выражается формулой

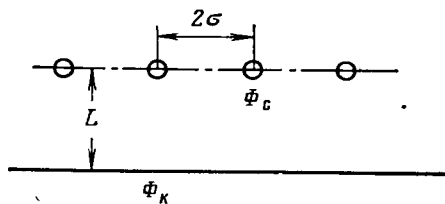


Рис. 12

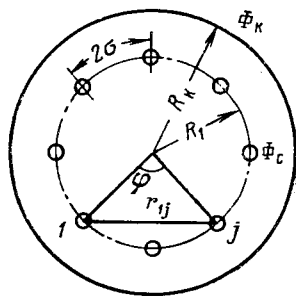


Рис. 13

$$Q = \frac{2\pi h (\Phi_K - \Phi_c)}{\ln 2\text{sh} \frac{\pi L}{\sigma} + \ln \frac{\sigma}{\pi r_c}} = \frac{2\pi k h (p_K - p_c)}{\mu \left(\ln 2\text{sh} \frac{\pi L}{\sigma} + \ln \frac{\sigma}{\pi r_c} \right)}, \quad (\text{IV.7})$$

где σ — половина расстояния между скважинами.

Если $L \geq \sigma$, то приближенно можно принять, что

$$\ln 2\text{sh} \frac{\pi L}{\sigma} = \ln \left(e^{\frac{\pi L}{\sigma}} - e^{-\frac{\pi L}{\sigma}} \right) \approx \frac{\pi L}{\sigma}.$$

и тогда

$$Q = \frac{2\pi kh (p_k - p_c)}{\mu \left(\frac{\pi L}{\sigma} + \ln \frac{\sigma}{\pi r_c} \right)}. \quad (\text{IV.8})$$

Дебит одной скважины кольцевой батареи, состоящей из n скважин, в круговом пласте радиуса R_k (рис. 13) имеет вид

$$Q = \frac{2\pi h (\Phi_k - \Phi_c)}{\ln \left[\frac{R_k^n}{nr_c R_1^{n-1}} \left(1 - \frac{R_1^{2n}}{R_k^{2n}} \right) \right]} = \frac{2\pi kh (p_k - p_c)}{\mu \ln \left[\frac{R_k^n}{nr_c R_1^{n-1}} \left(1 - \frac{R_1^{2n}}{R_k^{2n}} \right) \right]}, \quad (\text{IV.9})$$

где R_1 — радиус батареи; r_c — радиус скважин.

Если число скважин батареи велико (больше пяти или шести), то $(R_1/R_k)^{2n} \ll 1$ и этим выражением можно пренебречь по сравнению с единицей; если, кроме того, заменить $\frac{R_1}{nr_c} = \frac{\sigma}{\pi r_c}$,

то получим приближенную формулу

$$Q = \frac{2\pi kh (p_k - p_c)}{\mu \left(n \ln \frac{R_k}{R_1} + \ln \frac{\sigma}{\pi r_c} \right)}. \quad (\text{IV.10})$$

Формулы (IV.7) и (IV.9) можно вывести, используя метод отображения.

Если в пласте эллиптической формы работает n равноотстоящих друг от друга скважин (рис. 14), то дебит одной скважины определяется по формуле, предложенной В. Т. Мироненко [11]

$$Q = \frac{2\pi kh (p_k - p_c) \operatorname{sh} \beta \operatorname{ch} \frac{\beta x}{\sigma}}{\mu \operatorname{sh} (n\beta) \left(\operatorname{Arsh} \frac{L}{n\sigma} + \frac{1}{n} \ln \frac{\sigma}{\pi r_c} \right)}, \quad (\text{IV.11})$$

где β находится из уравнения

$$\operatorname{ch} (2\beta) = 1 + \frac{\ln n}{(n-1) \ln \frac{\sigma}{r_c}}, \quad (\text{IV.12})$$

x — координата центра скважины; L — малая полуось эллипса; σ — половина расстояния между скважинами.

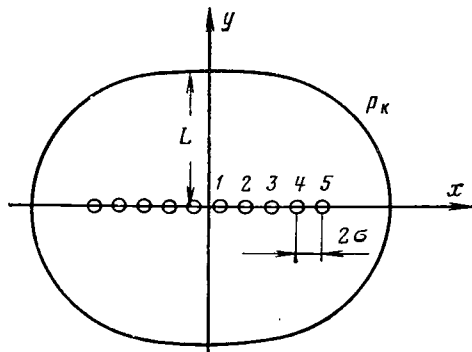


Рис. 14

§ 3. Метод эквивалентных фильтрационных сопротивлений

Одним из методов расчета дебитов многорядных батарей или цепочек скважин является метод эквивалентных фильтрационных сопротивлений Ю. П. Борисова.

Суммарный дебит цепочки из n скважин равен

$$Q' = \frac{2\pi k h n (p_k - p_c)}{\mu \left(\frac{\pi L}{\sigma} + \ln \frac{\sigma}{\pi r_c} \right)} = \frac{p_k - p_c}{\frac{\mu L}{k h 2\sigma n} + \frac{\mu}{2\pi k h n} \ln \frac{\sigma}{\pi r_c}}. \quad (\text{IV.13})$$

Используя электрогидродинамическую аналогию и учитывая, что аналогом объемного расхода является сила тока, а аналогом разности давлений — разность электрических потенциалов, выражение, стоящее в знаменателе, можно назвать фильтрационным сопротивлением. Оно складывается из внешнего фильтрационного сопротивления

$$\rho = \frac{\mu L}{k h \cdot 2\sigma n} = \frac{\mu L}{k h B}, \quad (\text{IV.14})$$

которое представляет собой сопротивление потоку от контура питания до галереи длиной $B = 2\sigma n$, расположенной на расстоянии L от контура питания, и из внутреннего фильтрационного сопротивления

$$\rho' = \frac{\mu}{2\pi k h n} \ln \frac{\sigma}{\pi r_c}, \quad (\text{IV.15})$$

которое выражает собой сопротивление, возникающее при подходе жидкости к скважинам в зоне радиуса σ/π , где фильтрация практически плоскорадиальная.

Формула (IV.13) примет вид

$$Q' = \frac{p_k - p_c}{\rho + \rho'}. \quad (\text{IV.16})$$

Электрическая схема, соответствующая последней формуле, представляет собой два последовательно соединенных проводника с сопротивлениями ρ и ρ' , с разностью потенциалов p_k и p_c и силой тока Q' (рис. 15).

Если в пласте имеется три цепочки с числом скважин n_1, n_2, n_3 в каждой, с радиусами r_{c1}, r_{c2}, r_{c3} , с забойными давлениями p_{c1}, p_{c2}, p_{c3} и суммарными дебитами Q'_1, Q'_2, Q'_3 соответственно, то схема эквивалентных фильтрационных сопротивлений будет разветвленной (рис. 16), так как общее количество жидкости, поступающее от контура питания, в дальнейшем разделяется: дебит Q'_1 перехватывается первой цепочкой, а оставшаяся жидкость движется дальше, затем дебит Q'_2 перехватывается второй цепочкой и т. д.

Время движения частицы жидкости вдоль линии тока s можно определить по формуле

$$t = -m \int_s \frac{d\bar{z}}{\frac{dF}{dz}}, \quad (\text{IV.26})$$

где $\bar{z} = x - iy$ — сопряженное с z комплексное переменное.

Если какой-либо сложный плоский фильтрационный поток можно представить как результат наложения нескольких простейших потоков, то характеристическая функция сложного потока равна по принципу суперпозиции алгебраической сумме характеристических функций простейших потоков.

Задача 38

Определить дебит батарей из четырех скважин, расположенных вдали от контура питания, и одной скважины, находящейся в центре (рис. 18), если известно, что все скважины находятся в одинаковых условиях; радиус батареи $R_1 = 200$ м, расстояние до контура питания $R_K = 10$ км, радиус скважины $r_c = 0,1$ м, мощность пласта $h = 10$ м, потенциал на контуре питания $\Phi_K = 40$ см²/с, потенциал на скважинах $\Phi_c = 30$ см²/с.

Решение. Будем исходить из формулы для потенциала при работе группы скважин

$$\Phi = \frac{1}{2\pi} \sum q_i \ln r_i + C. \quad (\text{IV.27})$$

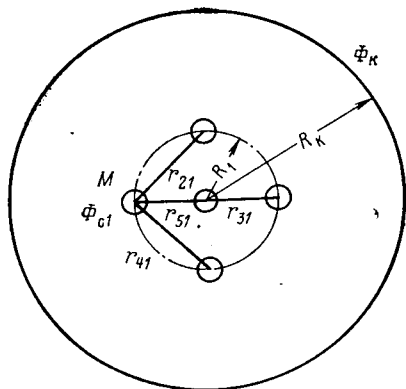


Рис. 18

Учитывая, что скважины расположены вдали от контура питания, в точке, помещенной на контуре питания, получим

$$\Phi_K = \frac{1}{2\pi} \sum q_i \ln R_K + C. \quad (\text{IV.28})$$

Помещая точку M на забой первой скважины и учитывая, что $q_1 = q_2 = q_3 = q_4$, будем иметь

$$\Phi_{c1} = \frac{1}{2\pi} (q \ln r_c + q \ln r_{21} + q \ln r_{31} + q \ln r_{41} + q_5 \ln r_{51}) + C. \quad (\text{IV.29})$$

Вычитая из (IV.28) (IV.29) и заменяя (см. рис. 18)

$$r_{21} = r_{41} = \sqrt{2} R_1, \quad r_{31} = 2R_1, \quad r_{51} = R_1,$$

получим

$$\Phi_K - \Phi_{c1} = \frac{q}{2\pi} \left(\ln \frac{R_K}{r_c} + 2 \ln \frac{R_K}{\sqrt{2} R_1} + \ln \frac{R_K}{2R_1} \right) + \frac{q_5}{2\pi} \ln \frac{R_K}{R_1} = \frac{q}{2\pi} \ln \frac{R_K^4}{4R_1^3 r_c} + \frac{q_5}{2\pi} \ln \frac{R_K}{R_1}. \quad (\text{IV.30})$$

Помещая точку M на забой центральной скважины, определим Φ_{c5} :

$$\Phi_{c5} = \frac{1}{2\pi} (q \ln r_{15} + q \ln r_{25} + q \ln r_{35} + q \ln r_{45} + q_5 \ln r_c) + C. \quad (\text{IV.31})$$

Вычитая из (IV.28) (IV.31) и учитывая, что

$$r_{15} = r_{25} = r_{35} = r_{45} = R_1,$$

получим

$$\Phi_K - \Phi_{c5} = \frac{q}{2\pi} 4 \ln \frac{R_K}{R_1} + \frac{q_5}{2\pi} \ln \frac{R_K}{r_c}.$$

Подставив в (IV.30) и (IV.31) исходные данные

$$10 = \frac{q}{2\pi} \ln \frac{(10^4)^4}{4 \cdot 2^3 \cdot 10^6 \cdot 0,1} + \frac{q_5}{2\pi} \ln \frac{10^4}{200},$$

$$10 = \frac{q \cdot 4}{2\pi} \ln \frac{10^4}{200} + \frac{q_5}{2\pi} \ln \frac{10^4}{0,1}$$

и решив полученную систему уравнений относительно q и q_5 , найдем

$$q = 2,28 \text{ см}^2/\text{с}, \quad q_5 = 1,95 \text{ см}^2/\text{с},$$

$$Q = qh = 2,28 \cdot 10^3 \text{ см}^3/\text{с} = 197 \text{ м}^3/\text{сут},$$

$$Q_5 = q_5 h = 1,95 \cdot 10^3 \text{ см}^3/\text{с} = 168 \text{ м}^3/\text{сут}.$$

Задача 39

Круговой нефтяной пласт радиусом $R_K = 15$ км, мощностью $h = 8$ м эксплуатируется пятью скважинами радиусом $r_c = 7,5$ см, из которых четыре расположены в вершинах квадрата со стороной $d = 150$ м, а пятая — в центре (см. рис. 18). Контурное давление $p_K = 10,78$ МПа (110 кгс/см²), скважины работают с одинаковым забойным давлением $p_c = 8,82$ МПа (90 кгс/см²).

Коэффициент проницаемости пласта $k = 0,6$ Д, динамический коэффициент вязкости нефти $\mu = 1,1$ мПа·с.

Определить дебиты скважин и отношение дебитов Q_5/Q_1 .

Ответ: $Q_1 = 161 \text{ м}^3/\text{сут}$; $Q_5 = 130 \text{ м}^3/\text{сут}$; $Q_5/Q_1 = 0,812$.

Задача 40

Найти значения потенциалов на скважинах, расположенных симметрично на расстоянии $2\sigma = 300$ м относительно центра

кругового контура питания радиуса $R_K=5$ км, если известно, что дебит одной составляет 200 т/сут, а другой — 300 т/сут, потенциал на контуре питания $\Phi_K=50$ см²/с, радиус скважины $r_c=0,1$ м, мощность пласта $h=10$ м, плотность нефти $\rho=850$ кг/м³.

Указание. Считать, что контур питания одинаково удален от каждой из интерферирующих скважин.

Ответ: $\Phi_{c1}=43,5$ см²/с; $\Phi_{c2}=41,8$ см²/с.

Задача 41

Определить, при каком постоянном забойном давлении работала скв. 1 с радиусом $r_c=0,1$ м в круговом пласте радиуса $R_K=10$ км, если при введении скв. 2 с таким же радиусом, расположенной на расстоянии $2\sigma=150$ м от первой и работающей с забойным давлением $p_{c2}=6,82$ МПа (70 кгс/см²), скв. 1 была полностью заглушена. Давление на контуре питания $p_K=9,8$ МПа (100 кгс/см²).

Решение. Считая скважины достаточно удаленными от контура питания и применяя принцип суперпозиции, запишем выражение для потенциала результирующего течения в произвольной точке M (рис. 19).

$$\Phi_K - \Phi_M = \frac{q_1}{2\pi} \ln \frac{R_K}{r_1} + \frac{q_2}{2\pi} \ln \frac{R_K}{r_2}.$$

Помещая точку M на контур первой скважины, получим

$$\Phi_K - \Phi_{c1} = \frac{q_1}{2\pi} \ln \frac{R_K}{r_c} + \frac{q_2}{2\pi} \ln \frac{R_K}{2\sigma},$$

помещая ее на контур второй скважины, найдем

$$\Phi_K - \Phi_{c2} = \frac{q_1}{2\pi} \ln \frac{R_K}{2\sigma} + \frac{q_2}{2\pi} \ln \frac{R_K}{r_c}.$$

Так как скв. 1 полностью заглушена, то ее дебит $q_1=0$ и уравнения приобретают вид

$$\Phi_K - \Phi_{c1} = \frac{q_2}{2\pi} \ln \frac{R_K}{2\sigma}.$$

$$\Phi_K - \Phi_{c2} = \frac{q_2}{2\pi} \ln \frac{R_K}{r_c}.$$

Отсюда, исключая дебит q_2 , определим потенциал Φ_{c1}

$$\frac{\Phi_K - \Phi_{c1}}{\Phi_K - \Phi_{c2}} = \frac{\ln \frac{R_K}{2\sigma}}{\ln \frac{R_K}{r_c}},$$

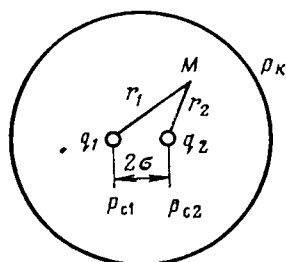


Рис. 19

$$\Phi_{c1} = \Phi_K - (\Phi_K - \Phi_{c2}) \frac{\lg \frac{R_K}{2\sigma}}{\lg \frac{R_K}{r_c}}.$$

Переходя от потенциалов к давлениям, окончательно найдем

$$\begin{aligned} p_{c1} &= p_K - (p_K - p_{c2}) \frac{\lg \frac{R_K}{2\sigma}}{\lg \frac{R_K}{r_c}} = 9,8 - 2,94 \frac{\lg \frac{10^4}{150}}{\lg \frac{10^4}{0,1}} = \\ &= 9,8 - 2,94 \frac{1,823}{5} = 8,72 \text{ МПа.} \end{aligned}$$

Задача 42

Совершенная скважина расположена в водяном пласте вблизи прямолинейного контура питания. Разность статического и динамического уровней $\Delta H = 8$ м, коэффициент проницаемости $k = 2$ Д, динамический коэффициент вязкости $\mu = 1$ сП, радиус скважины $r_c = 10$ см и мощность пласта $h = 12$ м. Найти дебит скважины при двух значениях расстояния от контура питания до скважины: 1) $a = 100$ м, 2) $a = 200$ м. Представить графически расположение изобар для случая 1) при условии, что статический уровень $H_K = 40$ м.

Решение. Дебит скважины вблизи прямолинейного контура питания определяется по формуле

$$Q = \frac{2\pi k h \rho g \Delta H}{\mu \ln \frac{2a}{r_c}}.$$

В случае 1)

$$Q = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 2 \cdot 1,02 \cdot 10^{-12} \cdot 12 \cdot 10^3 \cdot 9,8 \cdot 8}{10^{-3} \cdot 2,3 \lg \frac{2 \cdot 10^4}{10}} = 1,58 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{с} = 136 \text{ м}^3/\text{сут.}$$

В случае 2)

$$Q = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 2 \cdot 1,02 \cdot 10^{-12} \cdot 12 \cdot 10^3 \cdot 9,8 \cdot 8}{10^{-3} \cdot 2,3 \lg \frac{4 \cdot 10^4}{10}} = 1,45 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{с} = 125 \text{ м}^3/\text{сут.}$$

Используя метод отображения источников и стоков, получим результирующий потенциал в точке

$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2 = \frac{q}{2\pi} \ln r_1 - \frac{q}{2\pi} \ln r_2 + C = \frac{q}{2\pi} \ln \frac{r_1}{r_2} + \Phi_K.$$

Переходя от потенциала к давлению и заменяя

$$r_1^2 = x^2 + (y - a)^2, \quad r_2^2 = x^2 + (y + a)^2,$$

получим закон распределения давления.

$$p = p_K + \frac{p_K - p_c}{2 \ln \frac{2a}{r_c}} \ln \frac{x^2 + (y - a)^2}{x^2 + (y + a)^2},$$

откуда найдем уравнение изобары

$$\frac{x^2 + (y - a)^2}{x^2 + (y + a)^2} = c^2,$$

или

$$x^2 + \left(y - a \frac{1 + c^2}{1 - c^2} \right)^2 = \frac{4a^2 c^2}{(1 - c^2)^2},$$

т. е. изобары представляют собой окружности с радиусом $R = \frac{2ac}{1 - c^2}$ и центрами в точках с координатами $(0, a \frac{1 + c^2}{1 - c^2})$.

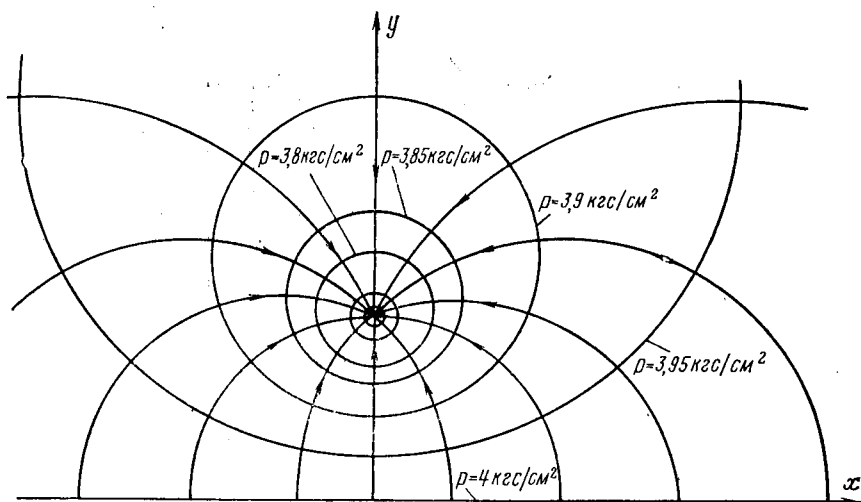


Рис. 20

Для построения изобар найдем давления на контуре питания и на забое скважины

$$p_K = \rho g H_K = 10^3 \cdot 9.8 \cdot 40 = 0.392 \text{ МПа},$$

$$p_c = \rho g (H_K - \Delta H) = 10^3 \cdot 9.8 \cdot 32 = 0.314 \text{ МПа},$$

и представим уравнение изобары в виде

$$\lg \frac{x^2 + (y-a)^2}{x^2 + (y+a)^2} = \lg c^2 = \frac{p - p_k}{c_1},$$

где

$$c_1 = \frac{p_k - p_c}{2 \lg \frac{2a}{r_c}} = \frac{0,078}{2 \lg \frac{200}{0,1}} = 0,0118 \text{ МПа.}$$

Построим изобары с давлениями 0,323 МПа (3,3 кгс/см²); 0,333 (3,4); 0,343 (3,5); 0,353 (3,6); 0,363 (3,7); 0,372 (3,8); 0,377 (3,85); 0,382 (3,9); 0,387 (3,95). Для этих давлений определим c^2 , c , R (табл. 1) и координаты центров изобар (рис. 20).

Таблица 1

$p, \text{ МПа}$ (кгс/см ²)	$\lg \frac{1}{c^2} = \frac{0,392-p}{0,0118}$	$-\frac{1}{c^2}$	$-\frac{1}{c}$	c	$R = \frac{2ac}{1-c^2}, \text{ м}$	$a = \frac{1+c^2}{1-c^2}, \text{ м}$
0,323 (3,3)	5,79	$6,18 \cdot 10^5$	785	$1,27 \cdot 10^{-3}$	0,255	100
0,333 (3,4)	4,96	$9,12 \cdot 10^4$	302	$3,31 \cdot 10^{-3}$	0,663	100
0,343 (3,5)	4,14	$1,38 \cdot 10^4$	117,5	$0,852 \cdot 10^{-2}$	1,85	100
0,353 (3,6)	3,30	$2,0 \cdot 10^3$	44,72	0,0224	4,48	100
0,363 (3,7)	2,48	$3,02 \cdot 10^2$	17,38	0,0575	11,55	101
0,372 (3,8)	1,65	44,7	6,69	0,1495	30,6	104
0,377 (3,85)	1,24	17,4	4,17	0,240	51	112
0,382 (3,9)	0,828	6,74	2,60	0,385	90,4	134,5
0,387 (3,95)	0,413	2,58	1,606	0,621	203	226

Задача 43

Назовем эффектом взаимодействия E отношение суммарного дебита всех интерферирующих скважин к суммарному дебиту того же числа скважин без учета их взаимодействия.

Найти изменение эффекта взаимодействия в зависимости от числа скважин, эксплуатирующих залежь радиусом $R_K = 5000$ м; радиус скважины $r_c = 10$ см; скважины работают при постоянной депрессии.

Сопоставить следующие случаи:

- две скважины находятся на расстоянии $d = 100$ м;
- три скважины расположены в вершинах равностороннего треугольника со стороной $d = 100$ м;
- четыре скважины — в вершинах квадрата со стороной $d = 100$ м (рис. 21).

Решение. Считая, что скважины расположены равномерно по окружности, concentричной с контуром питания, используем формулу дебита одной скважины круговой батареи

$$Q = \frac{2\pi kh (p_K - p_c)}{\mu \ln \left[\frac{R_K^m}{m R_1^{m-1} r_c} \left(1 - \frac{R_1^{2m}}{R_K^{2m}} \right) \right]},$$

которую можно упростить в условиях рассматриваемой задачи, так как $(R_1/R_K) \ll 1$, и представить в виде

$$Q = \frac{2\pi kh (p_K - p_c)}{\mu \ln \frac{R_K^m}{m R_1^{m-1} r_c}}.$$

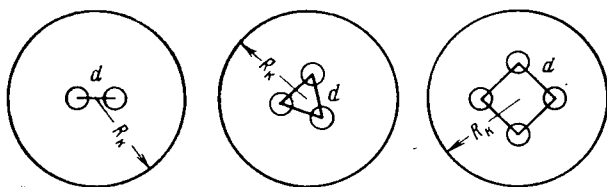


Рис. 21

Дебит одиночной скважины в круговом пласте определяется по формуле Дюпюи

$$Q_{\text{один}} = \frac{2\pi kh (p_K - p_c)}{\mu \ln \frac{R_K}{r_c}}.$$

Эффект взаимодействия равен

$$E = \frac{mQ}{mQ_{\text{один}}} = \frac{\ln \frac{R_K}{r_c}}{\ln \frac{R_K^m}{m R_1^{m-1} r_c}} = \frac{\lg \frac{R_K}{r_c}}{\lg \frac{R_K^m}{m R_1^{m-1} r_c}}.$$

В случае а)

$$R_1 = \frac{d}{2} = 50 \text{ м}, \quad m = 2,$$

$$E_2 = \frac{\lg \frac{5000}{0,1}}{\lg \frac{25 \cdot 10^6}{2 \cdot 50 \cdot 0,1}} = \frac{4,699}{6,398} = 0,735;$$

б) радиус батареи из трех скважин ($m=3$), расстояние между которыми d , равен $R_1=d/\sqrt{3}$; в этом случае

$$E_3 = \frac{\lg \frac{R_K}{r_c}}{\lg \frac{R_K^3}{3 \left(\frac{d}{\sqrt{3}} \right)^2 r_c}} = \frac{4,699}{\lg \frac{125 \cdot 10^9}{10^4 \cdot 0,1}} = \frac{4,699}{8,097} = 0,580.$$

в) радиус батареи из четырех скважин, расположенных в вершинах квадрата со стороной d , составляет $R_1 = \frac{d\sqrt{2}}{2} = 70,7$ м.

$$E_4 = \frac{\lg \frac{R_K}{r_c}}{\lg \frac{R_K^4}{4 R_1^3 r_c}} = \frac{4,699}{\lg \frac{625 \cdot 10^{12}}{4 \cdot 70,7^3 \cdot 0,1}} = \frac{4,699}{9,647} = 0,487.$$

По полученным данным, и учитывая, что при $m=1$ $E_1=1$, построим график изменения эффекта взаимодействия E_m в зависимости от числа скважин m (рис. 22).

Задача 44

В круговом пласте радиуса $R_K=200$ м работает эксцентрично расположенная скважина радиусом $r_c=10$ см (рис. 23).

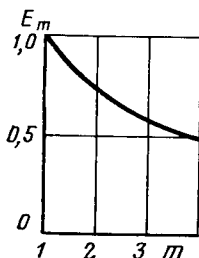


Рис. 22

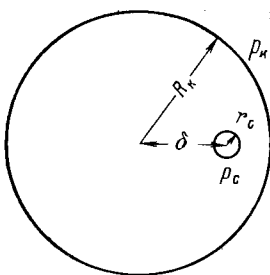


Рис. 23

Найти изменение дебита в зависимости от расположения скважины (эксцентриситета δ) по отношению к дебиту скважины, расположенной в центре.

Решение. Дебит эксцентрично расположенной скважины определяется по формуле

$$Q_{\text{эксц}} = \frac{2\pi k h (p_K - p_c)}{\mu \ln \left[\frac{R_K}{r_c} \left(1 - \frac{\delta^2}{R_K^2} \right) \right]}.$$

Отношение $Q_{\text{эксц}}/Q_0$ к

$$Q_0 = \frac{2\pi kh (p_K - p_c)}{\mu \ln \frac{R_K}{r_c}}$$

равно

$$\frac{Q_{\text{эксц}}}{Q_0} = \frac{\ln \frac{R_K}{r_c}}{\ln \left[\frac{R_K}{r_c} \left(1 - \frac{\delta^2}{R_K^2} \right) \right]} = \frac{\lg \frac{R_K}{r_c}}{\lg \left[\frac{R_K}{r_c} \left(1 - \frac{\delta^2}{R_K^2} \right) \right]}.$$

Значения $Q_{\text{эксц}}/Q_0$ в зависимости от δ/R_K приведены ниже:

$\delta/R_K \dots$	0,1	0,3	0,5	0,7	0,8	0,9	0,98
$Q_{\text{эксц}}/Q_0 \dots$	1,000	1,013	1,038	1,097	1,153	1,280	1,735

Задача 45

В круговом пласте радиуса $R_K = 150$ м с мощностью $h = 10$ м и коэффициентом проницаемости $k = 0,5$ Д расположена скважина радиусом $r_c = 10$ см. При $\Delta p = p_K - p_c = 1,18$ МПа (12 кгс/см²) дебит нефти с динамическим коэффициентом вязкости $\mu = 2$ МПа·с при центральном расположении скважины равен 223 м³/сут.

Как необходимо изменять депрессию Δp , чтобы при изменении положения скважины относительно центра пласта дебит оставался постоянным?

Решение. Из формулы дебита эксцентрично расположенной скважины выразим депрессию

$$\Delta p = p_K - p_c = \frac{Q\mu}{2\pi kh} \ln \left[\frac{R_K}{r_c} \left(1 - \frac{\delta^2}{R_K^2} \right) \right]$$

и подставим данные задачи

$$\begin{aligned} \Delta p &= \frac{223 \cdot 2 \cdot 10^{-3} \cdot 2,3}{0,864 \cdot 10^5 \cdot 2,3 \cdot 14 \cdot 0,5 \cdot 1,02 \cdot 10^{-12} \cdot 10} \lg \left[1500 \left(1 - \frac{\delta^2}{2,25 \cdot 10^4} \right) \right] = \\ &= 0,372 \cdot \lg \left[1500 \left(1 - \frac{\delta^2}{2,25 \cdot 10^4} \right) \right] \quad (\text{МПа}). \end{aligned}$$

В зависимости от различных значений эксцентриситета δ получаем соответствующие значения депрессии Δp (рис. 24).

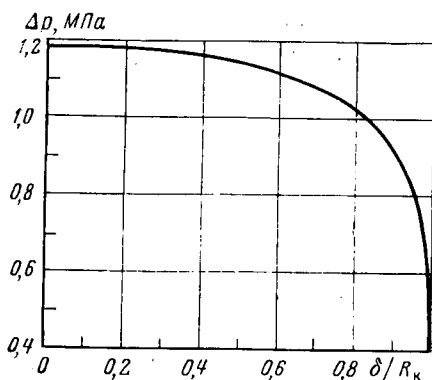


Рис. 24

$\delta, \text{ м}$	0	15	30	45	60	75
$\Delta p, \text{ МПа}$	1,180	1,180	1,173	1,166	1,151	1,134
$\delta, \text{ м}$		90	105	120	135	149
$\Delta p, \text{ МПа}$		1,107	1,071	1,015	0,912	0,483

Задача 46

Вывести формулу дебита скважины круговой батареи радиуса R , состоящей из m скважин, расположенной в центре кругового пласта радиуса R_K , concentрично контуру питания.

Подсчитать дебит при следующих данных: $R=150$ м, $m=6$, $R_K=3000$ м, $r_c=0,1$ м, $p_K=11,76$ МПа (120 кгс/см²), $p_c=9,8$ МПа (100 кгс/см²), коэффициент проницаемости $k=0,2$ Д, мощность пласта $h=10$ м, динамический коэффициент вязкости нефти $\mu=2$ МПа·с. Сравнить дебит одной скважины батареи с дебитом одной скважины в центре пласта.

Решение. Используя принцип суперпозиции, запишем результирующий потенциал на забое первой скважины

$$\Phi_c = \frac{q}{2\pi} \left(\ln r_c + \sum_{j=2}^m \ln r_{1j} \right) + C, \quad (\text{IV.32})$$

где r_{1j} — расстояние между центрами первой и j -той скважин.

Как видно из чертежа (см. рис. 13),

$$r_{1j} = 2R \sin \frac{\varphi}{2}, \quad (\text{IV.33})$$

где

$$\varphi = \frac{2\pi}{m} (j-1) \quad (j = 2, 3, \dots, m).$$

Потенциал на контуре питания

$$\Phi_K = \frac{q}{2\pi} m \ln R_K + C; \quad (\text{IV.34})$$

вычтем из (IV.34) (IV.32), получим

$$\begin{aligned} \Phi_K - \Phi_c &= \frac{q}{2\pi} \left(\ln \frac{R_K}{r_c} + \sum_{j=2}^m \ln \frac{R_K}{r_{1j}} \right) = \\ &= \frac{q}{2\pi} \left[\ln \frac{R_K}{r_c} + \sum_{j=2}^m \ln \frac{R_K}{2R \sin \frac{\pi}{m} (j-1)} \right] = \\ &= \frac{q}{2\pi} \left\{ \ln \frac{R_K}{r_c} + \sum_{j=2}^m \left[\ln \frac{R_K}{R} - \ln 2 \sin \frac{\pi}{m} (j-1) \right] \right\} = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{q}{2\pi} \left\{ \ln \frac{R_K}{r_c} + \ln \frac{R_K^{m-1}}{R^{m-1}} - \sum_{i=1}^{m-1} \ln \left(2 \sin \frac{\pi i}{m} \right) \right\} = \\
&= \frac{q}{2\pi} \left(\ln \frac{R_K^m}{r_c R^{m-1}} - \ln \prod_{i=1}^{m-1} 2 \sin \frac{\pi i}{m} \right). \quad (\text{IV.35})
\end{aligned}$$

Преобразуем выражение

$$\ln \prod_{i=1}^{m-1} 2 \sin \frac{\pi i}{m} = \ln 2^{m-1} \prod_{i=1}^{m-1} \sin \frac{\pi i}{m}. \quad (\text{IV.36})$$

Известно [5], что

$$\sin mx = 2^{m-1} \prod_{i=0}^{m-1} \sin \left(x + \frac{\pi i}{m} \right).$$

Выделив первый сомножитель, равный $\sin x$, из произведения и разделив на него правую и левую части равенства, получим

$$\frac{\sin mx}{\sin x} = 2^{m-1} \prod_{i=1}^{m-1} \sin \left(x + \frac{\pi i}{m} \right).$$

При $x \rightarrow 0$ левая часть принимает значение m , поэтому

$$\prod_{i=1}^{m-1} \sin \frac{\pi i}{m} = \frac{m}{2^{m-1}}. \quad (\text{IV.37})$$

Подставляя (IV.37) в (IV.35), учитывая (IV.36), найдем

$$\Phi_K - \Phi_c = \frac{q}{2\pi} \left(\ln \frac{R_K^m}{r_c R^{m-1}} - \ln m \right),$$

откуда

$$\begin{aligned}
q &= \frac{2\pi (\Phi_K - \Phi_c)}{\ln \frac{R_K^m}{mr_c R^{m-1}}}, \\
Q &= \frac{2\pi kh (p_K - p_c)}{\mu \ln \frac{R_K^m}{mr_c R^{m-1}}} = \frac{2\pi kh (p_K - p_c)}{\mu \left(m \ln \frac{R_K}{R} + \ln \frac{R}{mr_c} \right)} = \\
&= \frac{2\pi kh (p_K - p_c)}{\mu \left(m \ln \frac{R_K}{R} + \ln \frac{\sigma}{\pi r_c} \right)}.
\end{aligned}$$

Подставляя исходные данные, получим

$$Q = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 0,2 \cdot 1,02 \cdot 10^{-12} \cdot 10 (11,76 - 9,8) 10^6}{2 \cdot 10^{-3} \left(6 \cdot 2,3 \lg \frac{3000}{150} + 2,3 \lg \frac{150}{6 \cdot 0,1} \right)} = 5,35 \cdot 10^4 \text{ м}^3/\text{с} =$$

$$= 46 \text{ м}^3/\text{сут.}$$

Дебит отдельной скважины, расположенной в центре пласта, составлял бы

$$Q_{\text{ц}} = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 0,2 \cdot 1,02 \cdot 10^{-12} \cdot 10 (11,76 - 9,8) 10^6}{2 \cdot 10^{-3} \cdot 2,3 \lg \frac{3000}{0,1}} = 1,22 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{с} =$$

$$= 106 \text{ м}^3/\text{сут.}$$

$$Q/Q_{\text{ц}} = 46/106 = 0,434.$$

Задача 47

Определить дебиты скважин двух круговых батарей с радиусами $R_1=1000$ м и $R_2=600$ м, расположенных концентрично в

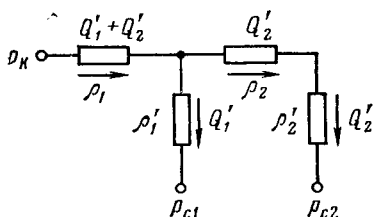


Рис. 25

круговом пласте с радиусом контура питания $R_{\text{к}}=3500$ м. Скважины радиусом $r_{\text{с}}=10$ см эксплуатируются при постоянных забойных давлениях $p_{\text{с}1}=9,8$ МПа (100 кгс/см²), $p_{\text{с}2}=9,31$ МПа (95 кгс/см²), давление на контуре питания $p_{\text{к}}=12,25$ МПа (125 кгс/см²), мощность пласта $h=10$ м, коэффициент проницаемости пласта $k=0,2$ Д, динамический коэффициент вязкости нефти $\mu=$

$=5$ мПа·с. Число скважин в батареях $m_1=10$, $m_2=6$.

Решение. Используя метод Ю. П. Борисова, составим схему эквивалентных фильтрационных сопротивлений (рис. 25).

Определим внешние и внутренние фильтрационные сопротивления:

$$\rho_1 = \frac{\mu}{2\pi kh} \ln \frac{R_{\text{к}}}{R_1} = \frac{5 \cdot 10^{-3} \cdot 2,3}{2 \cdot 3,14 \cdot 0,2 \cdot 1,02 \cdot 10^{-12} \cdot 10} \lg \frac{3500}{1000} =$$

$$= 0,488 \cdot 10^9 \text{ Па} \cdot \text{с}/\text{м}^3;$$

$$\rho_2 = \frac{\mu}{2\pi kh} \ln \frac{R_1}{R_2} = \frac{5 \cdot 10^{-3} \cdot 2,3}{2 \cdot 3,14 \cdot 0,2 \cdot 1,02 \cdot 10^{-12} \cdot 10} \lg \frac{1000}{600} =$$

$$= 0,199 \cdot 10^9 \text{ Па} \cdot \text{с}/\text{м}^3.$$

Для определения внутренних фильтрационных сопротивлений найдем половины расстояний между скважинами первой и второй батарей

$$\sigma_1 = \frac{2\pi R_1}{2m_1} = \frac{6,28 \cdot 1000}{2 \cdot 10} = 314 \text{ м},$$

$$\sigma_2 = \frac{2\pi R_2}{2m_2} = \frac{6,28 \cdot 600}{2 \cdot 6} = 314 \text{ м},$$

$$\rho'_1 = \frac{\mu}{2\pi k m_1 h} \ln \frac{\sigma_1}{\pi r_c} = \frac{5 \cdot 10^{-3} \cdot 2,3}{6,28 \cdot 0,2 \cdot 1,02 \cdot 10^{-12} \cdot 10 \cdot 10} \lg \frac{314}{3,14 \cdot 0,1} =$$

$$= 0,269 \cdot 10^9 \text{ Па} \cdot \text{с}/\text{м}^3,$$

$$\rho'_2 = \frac{\mu}{2\pi k m_2 h} \ln \frac{\sigma_2}{\pi r_c} = \frac{5 \cdot 10^{-3} \cdot 2,3}{6,28 \cdot 0,2 \cdot 1,02 \cdot 10^{-12} \cdot 6 \cdot 10} \lg \frac{314}{3,14 \cdot 0,1} =$$

$$= 0,449 \cdot 10^9 \text{ Па} \cdot \text{с}/\text{м}^3.$$

Используя законы Ома и Кирхгофа, напомним уравнение для участка цепи между контуром питания и забоем скважины первой батареи

$$p_K - p_{c1} = (Q'_1 + Q'_2) \rho_1 + Q'_1 \rho'_1$$

и аналогично между контуром питания и забоем скважины второй батареи

$$p_K - p_{c2} = (Q'_1 + Q'_2) \rho_1 + Q'_2 (\rho_2 + \rho'_2).$$

В полученную систему уравнений подставим данные

$$2,45 \cdot 10^6 = (Q'_1 + Q'_2) 0,488 \cdot 10^9 + Q'_1 0,269 \cdot 10^9;$$

$$2,94 \cdot 10^6 = (Q'_1 + Q'_2) 0,488 \cdot 10^9 + Q'_2 (0,199 + 0,449) 10^9,$$

решая уравнения относительно Q'_1 и Q'_2 , найдем

$$Q'_1 = 2,18 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{с} = 188 \text{ м}^3/\text{сут},$$

$$Q'_2 = 1,65 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{с} = 142,6 \text{ м}^3/\text{сут}.$$

Учитывая, что Q'_1 и Q'_2 — суммарные дебиты первой и второй батарей, найдем дебиты одной скважины

$$Q_1 = \frac{Q'_1}{m_1} = \frac{188}{10} = 18,8 \text{ м}^3/\text{сут},$$

$$Q_2 = \frac{Q'_2}{m_2} = \frac{142,6}{6} = 23,8 \text{ м}^3/\text{сут}.$$

Задача 48

Определить дебиты скважин, расположенных тремя кольцевыми батареями. Давление на контуре питания $p_K = 16,7$ МПа, забойные давления на всех эксплуатационных скважинах оди-

наковы и равны $p_{c1}=p_{c2}=p_{c3}=11,8$ МПа. Радиусы батарей $R_1=4000$ м, $R_2=3500$ м, $R_3=3000$ м. Радиус скважин $r_c=0,1$ м, радиус контура области питания $R_K=20$ км. Расстояние между скважинами в батареях $2\sigma_1=2\sigma_2=2\sigma_3=400$ м, мощность пласта $h=10$ м, коэффициент проницаемости $k=1$ Д, динамический коэффициент вязкости нефти $\mu=3$ мПа·с.

Указание. Задачу решать методом эквивалентных фильтрационных сопротивлений Ю. П. Борисова.

Ответ: $Q_1=57,9$ м³/сут; $Q_2=22,2$ м³/сут; $Q_3=10,4$ м³/сут.

Задача 49

Определить забойные давления скважин, расположенных в круговом пласте радиуса $R_K=10$ км двумя concentричными кольцевыми батареями с радиусами $R_1=2000$ м, $R_2=1200$ м. Число скважин в батареях $m_1=30$, $m_2=16$; дебит одной скважины первой батареи $Q_1=80$ м³/сут, второй — $Q_2=70$ м³/сут; радиус скважины $r_c=10$ см, мощность пласта $h=15$ м, коэффициент проницаемости пласта $k=0,8$ Д, динамический коэффициент вязкости жидкости $\mu=8$ сП, давление на контуре питания пласта $p_K=14,7$ МПа (150 кгс/см²).

Ответ: $p_{c1}=11,9$ МПа (121,5 кгс/см²); $p_{c2}=11,7$ МПа (119,1 кгс/см²).

Задача 50

В полосообразной залежи имеется один ряд эксплуатационных и один ряд нагнетательных скважин, расположенный между контуром питания и эксплуатационными скважинами

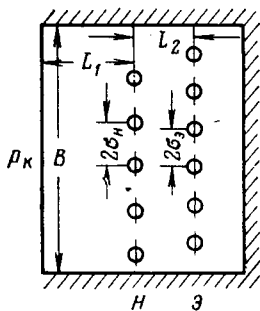


Рис. 26

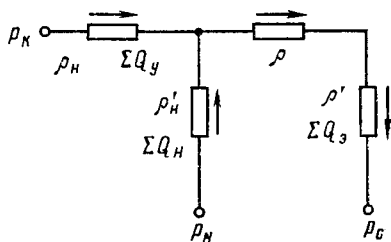


Рис. 27

(рис. 26). Определить необходимое количество нагнетаемой жидкости (ΣQ_N), давление нагнетания p_n и утечку жидкости за контур питания (ΣQ_y) (или количество поступающей жидкости от контура питания), чтобы суммарный дебит эксплуатационных скважин составлял $\Sigma Q_3=1000$ м³/сут. Ширина залежи равна $B=5000$ м, мощность пласта $h=10$ м, расстояние

от контура питания до ряда нагнетательных скважин $L_1 = 1500$ м, расстояние между рядами скважин $L_2 = 600$ м, расстояние между нагнетательными скважинами $2\sigma_H = 300$ м, между эксплуатационными скважинами $2\sigma_3 = 400$ м; все скважины гидродинамически несовершенны, приведенный радиус составляет $r'_c = 0,1$ см, давление на контуре питания $p_K = 11,76$ МПа (120 кгс/см²), давление на забое эксплуатационных скважин $p_c = 7,84$ МПа (80 кгс/см²), коэффициент проницаемости пласта $k = 0,5$ Д, динамический коэффициент вязкости нефти $\mu = 4$ мПа·с.

Решение. Составим схему фильтрационных сопротивлений, отвечающую нашей задаче (рис. 27), и найдем фильтрационные сопротивления, проводя расчет для суммарных дебитов рядов.

Внешние сопротивления равны:
между контуром питания и нагнетательным рядом

$$\rho_H = \frac{\mu L_1}{k B h} = \frac{4 \cdot 10^{-3} \cdot 1,5 \cdot 10^3}{0,5 \cdot 1,02 \cdot 10^{-12} \cdot 5 \cdot 10^3 \cdot 10} = 0,235 \cdot 10^9 \text{ Па} \cdot \text{с/м}^3,$$

между рядами скважин

$$\rho = \frac{\mu L_2}{k B h} = \frac{4 \cdot 10^{-3} \cdot 600}{0,5 \cdot 1,02 \cdot 10^{-12} \cdot 5 \cdot 10^3 \cdot 10} = 0,94 \cdot 10^8 \text{ Па} \cdot \text{с/м}^3.$$

Для определения внутренних сопротивлений найдем число эксплуатационных (m_3) и нагнетательных (m_H) скважин:

$$m_3 = \frac{B}{2\sigma_3} = \frac{5000}{400} \approx 13,$$

$$m_H = \frac{B}{2\sigma_H} = \frac{5000}{300} \approx 17,$$

тогда

$$\rho'_H = \frac{\mu}{k 2\pi m_H h} \ln \frac{\sigma_H}{\pi r'_c} = \frac{4 \cdot 10^{-3} \cdot 2,3}{0,5 \cdot 1,02 \cdot 10^{-12} \cdot 6,28 \cdot 17 \cdot 10} \lg \frac{15000}{3,14 \cdot 0,1} =$$

$$= 0,791 \cdot 10^8 \text{ Па} \cdot \text{с/м}^3,$$

$$\rho'_3 = \frac{\mu}{k 2\pi m_3 h} \ln \frac{\sigma_3}{\pi r'_c} = \frac{4 \cdot 10^{-3} \cdot 2,3}{0,5 \cdot 1,02 \cdot 10^{-12} \cdot 6,28 \cdot 13 \cdot 10} \lg \frac{20000}{3,14 \cdot 0,1} =$$

$$= 1,058 \cdot 10^8 \text{ Па} \cdot \text{с/м}^3.$$

Согласно законам Кирхгофа, считая, что жидкость поступает в пласт от контура, составим уравнения:

$$p_K - p_H = \rho_H \Sigma Q_y - \rho'_H \Sigma Q_H,$$

$$p_K - p_c = \rho_H \Sigma Q_y + (\rho + \rho') \Sigma Q_3,$$

кроме того,

$$\Sigma Q_3 = \Sigma Q_y + \Sigma Q_H.$$

Из второго уравнения находим

$$\Sigma Q_y = \frac{(p_k - p_c) - (p + p') \Sigma Q_a}{p_n} =$$

$$= \frac{3,92 \cdot 10^6 - (0,94 + 1,058) 10^8 \frac{10^3}{0,864 \cdot 10^5}}{0,235 \cdot 10^9} = 6,8 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{с} = 588 \text{ м}^3/\text{сут},$$

из третьего — закачиваемый дебит

$$\Sigma Q_n = \Sigma Q_a - \Sigma Q_y = 1000 - 588 = 412 \text{ м}^3/\text{сут} = 4,77 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{с},$$

а из первого — давление нагнетания p_n

$$p_n = p_k - p_n \Sigma Q_y + p'_n \Sigma Q_n = 11,76 \cdot 10^6 - 0,235 \cdot 10^9 \cdot 6,8 \cdot 10^{-3} +$$

$$+ 0,791 \cdot 10^8 \cdot 4,77 \cdot 10^{-3} = 11,52 \text{ МПа (117,6 кгс/см}^2\text{)}.$$

Так как $\Sigma Q_y > 0$, то в действительности имеет место приток жидкости в пласт, а не утечка за контур питания.

Задача 51

Используя данные предыдущей задачи, определить давление нагнетания p_n , количество нагнетаемой жидкости ΣQ_n и величину утечки за контур питания ΣQ_y , если поменять местами ряды эксплуатационных и нагнетательных скважин (т. е. рассмотреть случай заводнения со стороны непроницаемой границы) и принять давление на контуре питания $p_k = 9,8 \text{ МПа (100 кгс/см}^2\text{)}$.

Ответ: $p_n = 10,19 \text{ МПа (104 кгс/см}^2\text{)}$; $\Sigma Q_n = 619 \text{ м}^3/\text{сут}$; $\Sigma Q_y = 383 \text{ м}^3/\text{сут}$.

Задача 52

Совершенная скважина радиуса $r_c = 10 \text{ см}$ работает в пласте, ограниченном двумя прямолинейными непроницаемыми границами, расположенными под углом 90° друг к другу (рис. 28). Расстояния до границ равны $a = 150 \text{ м}$, $b = 300 \text{ м}$, расстояние до контура питания $R_k = 8,0 \text{ км}$. Давление на контуре питания $p_k = 11,76 \text{ МПа (120 кгс/см}^2\text{)}$, давление на забое скважины $p_c = 9,8 \text{ МПа (100 кгс/см}^2\text{)}$, мощность пласта $h = 12 \text{ м}$, динамический коэффициент вязкости жидкости $\mu = 3 \text{ мПа} \cdot \text{с}$, коэффициент проницаемости $k = 700 \text{ мД}$. Найти дебит скважины.

Решение. Продолжим непроницаемые границы вверх и влево до кругового контура питания радиусом R_k и отобразим скважину-сток относительно них без изменения знака дебита. В результате отображения получим в круговом пласте четыре скважины-стока, из которых одна — реальная и три — фиктивные. При этом гидродинамическая картина течения в пласте при отсутствии непроницаемых границ при одновременной работе четырех скважин-стоков будет совпадать с гидродинами-

ческой картиной при наличии непроницаемых границ, так как эти границы являются линиями тока. Считая, что контур питания расположен на достаточно большом расстоянии от скважин, результирующий потенциал в некоторой точке пласта можно записать в виде суммы потенциалов, возбуждаемых каждым стоком в неограниченном пласте,

$$\Phi_M = \frac{q}{2\pi} \sum_{i=1}^n \ln r_i + C.$$

Поместим точку M на контур скважины, тогда

$$r_1 = r_c,$$

$$r_2 = 2b,$$

$$r_3 = 2\sqrt{a^2 + b^2},$$

$$r_4 = 2a.$$

Помещая точку M на контур питания, получим

$$\Phi_K = \frac{q}{2\pi} 4 \ln R_K + C,$$

а вычитая, найдем

$$\Phi_K - \Phi_c = \frac{q}{2\pi} \left(\ln \frac{R_K}{r_c} + \ln \frac{R_K}{2b} + \ln \frac{R_K}{2\sqrt{a^2 + b^2}} + \ln \frac{R_K}{2a} \right),$$

откуда

$$q = \frac{2\pi (\Phi_K - \Phi_c)}{\ln \frac{R_K^4}{8r_c ab \sqrt{a^2 + b^2}}}$$

или

$$Q = \frac{2\pi kh (\rho_K - \rho_c)}{\mu \ln \frac{R_K^4}{8r_c ab \sqrt{a^2 + b^2}}} =$$

$$= \frac{6,28 \cdot 0,7 \cdot 1,02 \cdot 10^{-12} \cdot 12 (11,76 - 9,8) 10^6}{3 \cdot 10^{-3} \cdot 2,3 \lg \frac{84 \cdot 10^{12}}{0,1 \cdot 8 \cdot 150 \cdot 300 \cdot \sqrt{150^2 + 300^2}}} = 1,79 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{с} =$$

$$= 155 \text{ м}^3/\text{сут}.$$

Задача 53

Определить дебит скважины, работающей в пласте, ограниченном двумя прямолинейными непроницаемыми границами, расположенными под углом 60° друг к другу. Расстояние от точки пересечения непроницаемых границ до скважины $r =$

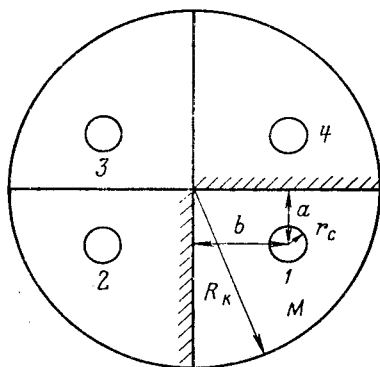


Рис. 28

$=200$ м, расстояние до одной из границ $a=50$ м, радиус контура питания $R_k=5$ км (рис. 29). Мощность пласта $h=10$ м, коэффициент проницаемости пласта $k=0,3$ Д, динамический коэффициент вязкости жидкости $\mu=2$ мПа·с, депрессия $\Delta p=2,45$ МПа (25 кг/см²), радиус скважины $r_c=0,1$ м.

Решение. Продолжим непроницаемые границы и отобразим реальную скважину-сток относительно границ, сохраняя для дебита тот же знак. В результате получим два стока-изображения — № 2 и № 6; появление стока-изображения № 6 нару-

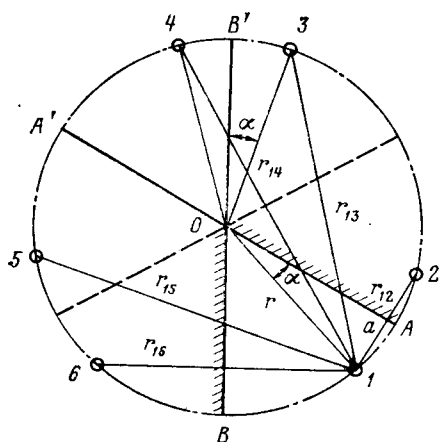


Рис. 29

шает условие непроницаемости границы OA , а наличие стока № 2 нарушает условие на границе OB , поэтому их надо в свою очередь отразить: № 6 — относительно границы OA , № 2 — относительно OB . При этом появляются стоки-изображения № 3 и № 5, из которых № 3 нарушает непроницаемость границы BB' , а № 5 — границы AA' , их изображения относительно этих границ совпадают и дают сток-изображение № 4.

Таким образом, задача о фильтрации в клине сводится к задаче о фильтрации в круговом пласте радиуса R_k , в

котором работают одновременно реальная скважина-сток и пять стоков-изображений, расположенных по окружности радиуса r .

Применяя принцип суперпозиции, запишем результирующий потенциал на забое реальной скважины:

$$\Phi_c = \frac{q}{2\pi} (\ln r_c + \ln r_{12} + \ln r_{13} + \ln r_{14} + \ln r_{15} + \ln r_{16}) + C,$$

где

$$r_{12} = 2a, \quad r_{13} = r_{15} = 2r \cos 30^\circ, \quad r_{14} = 2r \sin(60^\circ + \alpha);$$

$$r_{16} = 2r \sin(60^\circ - \alpha),$$

а угол α определяется из соотношения $\sin \alpha = a/r = 0,25$, $\alpha = 14^\circ 30'$ (см. рис. 29).

Потенциал на контуре питания, который считаем удаленным от группы взаимодействующих скважин, получим в виде

$$\Phi_k = \frac{q}{2\pi} \cdot 6 \cdot \ln R_k + C,$$

разность потенциалов

$$\begin{aligned}\Phi_k - \Phi_c &= \frac{q}{2\pi} \left[\ln \frac{R_k}{r_c} + \ln \frac{R_k}{2a} + 2 \ln \frac{R_k}{2r \cos 30^\circ} + \right. \\ &\quad \left. + \ln \frac{R_k}{2r \sin (60^\circ + \alpha)} + \ln \frac{R_k}{2r \sin (60^\circ - \alpha)} \right] = \\ &= \frac{q}{2\pi} \ln \frac{R_k^6}{32r_c a r^4 \cos^2 30^\circ \sin (60^\circ + \alpha) \sin (60^\circ - \alpha)},\end{aligned}$$

откуда

$$\begin{aligned}Q &= qh = \frac{2\pi k h \Delta p}{\mu \ln \frac{R_k^6}{32r_c a r^4 \cos^2 30^\circ \sin (60^\circ + \alpha) \sin (60^\circ - \alpha)}} = \\ &= \frac{6,28 \cdot 0,3 \cdot 1,02 \cdot 10^{-12} \cdot 10 \cdot 2,45 \cdot 10^6}{2 \cdot 10^{-3} \cdot 2,3 \cdot \lg \frac{5^6 \cdot 10^{18}}{32 \cdot 0,1 \cdot 50 \cdot 16 \cdot 10^8 \cdot \frac{3}{4} \cdot 0,964 \cdot 0,713}} = 0,926 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{с} = \\ &= 80 \text{ м}^3/\text{сут.}\end{aligned}$$

Задача 54

В пласте с эллиптическим контуром питания работает прямолинейная цепочка, составленная из $m=10$ равноотстоящих друг от друга скважин радиусом $r_c=0,1$ м. Расстояние между соседними скважинами цепочки $2\sigma=300$ м. Минимальное расстояние от центра залежи до контура питания (малая полуось эллипса) $L=5$ км. Мощность пласта $h=10$ м, коэффициент проницаемости $k=800$ мД, динамический коэффициент вязкости жидкости $\mu=3$ МПа·с, давление на контуре питания $p_k=11,76$ МПа (120 кгс/см²), давление на забое скважин $p_c=9,8$ МПа (100 кгс/см²). В пласте имеет место установившаяся фильтрация однородной жидкости по закону Дарси.

Определить дебиты крайних и центральных скважин и сопоставить их с дебитом скважины бесконечной прямолинейной цепочки.

Решение. Дебит одной скважины конечной прямолинейной цепочки в эллиптическом пласте определяется по формуле В. Т. Мироненко

$$Q = \frac{2\pi k h (p_k - p_c) \operatorname{sh} \beta \operatorname{ch} \frac{\beta x}{\sigma}}{\mu \operatorname{sh} (m\beta) \left(\operatorname{Arsh} \frac{L}{m\sigma} + \frac{1}{m} \ln \frac{\sigma}{\pi r_c} \right)},$$

где β находится из уравнения

$$\operatorname{ch}(2\beta) = 1 + \frac{\ln m}{(m-1) \ln \frac{\sigma}{r_c}};$$

x — координата центра скважины (см. рис. 14).

Подставляя данные задачи, найдем

$$\operatorname{ch} 2\beta = 1 + \frac{2,3 \cdot \lg 10}{9 \cdot 2,3 \cdot \lg \frac{150}{0,1}} = 1,035,$$

откуда $2\beta = 0,246$, $\beta = 0,132$,

$$\operatorname{sh} \beta = \operatorname{sh} 0,132 = 0,1324, \quad \operatorname{sh}(m\beta) = \operatorname{sh} 1,32 = 1,738.$$

Для определения $\operatorname{Arsh} \frac{L}{m\sigma}$ воспользуемся формулой

$$\operatorname{Arsh} \alpha = \ln(\alpha + \sqrt{\alpha^2 + 1})$$

и получим

$$\operatorname{Arsh} \frac{5000}{10 \cdot 150} = \operatorname{Arsh} 3,33 = \ln(3,33 + \sqrt{3,33^2 + 1}) = 1,92.$$

Для центральных скважин $x_1 = \pm 150$ м, поэтому

$$\operatorname{ch} \frac{\beta x_1}{\sigma} = \operatorname{ch} \frac{0,132 \cdot 150}{150} = \operatorname{ch} 0,132 = 1,009$$

и дебит равен

$$Q_1 = \frac{6,28 \cdot 0,8 \cdot 1,02 \cdot 10^{-12} \cdot 10 \cdot 1,96 \cdot 10^6 \cdot 0,1324 \cdot 1,009}{10^{-3} \cdot 3 \cdot 1,738 \left(1,92 + \frac{1}{10} \cdot 2,3 \lg \frac{150}{3,14 \cdot 0,1} \right)} = 1,014 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{с} =$$

$$= 87,6 \text{ м}^3/\text{сут.}$$

Для крайних скважин $x_5 = \pm 1350$ м, поэтому

$$\operatorname{ch} \frac{\beta x_5}{\sigma} = \operatorname{ch} \frac{0,132 \cdot 1350}{150} = \operatorname{ch} 1,19 = 1,796$$

и дебит равен

$$Q_5 = \frac{6,28 \cdot 0,8 \cdot 1,02 \cdot 10^{-12} \cdot 10 \cdot 1,96 \cdot 10^6 \cdot 0,1324 \cdot 1,796}{3 \cdot 10^{-3} \cdot 1,738 \left(1,92 + \frac{1}{10} \cdot 2,3 \lg \frac{150}{3,14 \cdot 0,1} \right)} =$$

$$= 1,81 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{с} = 156 \text{ м}^3/\text{сут.}$$

Дебит одной скважины бесконечной цепочки в пласте с двусторонним контуром питания, расположенным на расстоянии $L=5$ км от цепочки, определяется по формуле

$$Q = \frac{4\pi k h (p_k - p_c)}{\mu \left(\frac{\pi L}{2\sigma} + \ln \frac{\sigma}{\pi r_c} \right)} = \frac{12,56 \cdot 0,8 \cdot 1,02 \cdot 10^{-12} \cdot 10 \cdot 1,96 \cdot 10^6}{3 \cdot 10^{-3} \left(\frac{3,14 \cdot 5000}{2 \cdot 150} + 2,3 \lg \frac{150}{3,14 \cdot 0,1} \right)} =$$

$$= 1,15 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{с} = 99 \text{ м}^3/\text{сут.}$$

Определить, каким плоским фильтрационным потокам соответствуют следующие характеристические функции (комплексные потенциалы):

- 1) $F(z) = Az$,
- 2) $F(z) = Az^2$,
- 3) $F(z) = A \ln(z - a)$,
- 4) $F(z) = A \ln \frac{z-a}{z+a}$,

где A и a — действительные постоянные числа.

Решение. В качестве примера рассмотрим случаи 2 и 4. Для этих случаев найдем потенциалы скорости фильтрации и функции тока, уравнения изобар и линий тока, модули скоростей фильтрации и построим семейства изобар и линий тока. Для случая 2)

$$F(z) = Az^2 = A(x + iy)^2 = A(x^2 + 2ixy - y^2) = A(x^2 - y^2) + i2Axy.$$

Приравнивая действительную часть потенциалу скорости фильтрации Φ , а мнимую часть — функции тока Ψ , получим

$$\begin{aligned}\Phi(x, y) &= A(x^2 - y^2), \\ \Psi(x, y) &= 2Axy.\end{aligned}$$

Уравнение семейства эквипотенциалей получим, полагая

$$\Phi(x, y) = \text{const},$$

т. е.

$$A(x^2 - y^2) = c_1, \quad (\text{IV.38})$$

а уравнение семейства линий тока, полагая

$$\Psi(x, y) = \text{const} = c_2,$$

т. е.

$$2Axy = c_2. \quad (\text{IV.39})$$

Уравнение (IV.38) определяет собой семейство гипербол, асимптотами которых являются биссектрисы координатных углов, а уравнение (IV.39) — семейство гипербол с асимптотами, совпадающими с осями координат (рис. 30).

Найдем составляющие скорости фильтрации w_x и w_y :

$$\begin{aligned}w_x &= -\frac{\partial \Phi}{\partial x} = -2Ax, \\ w_y &= -\frac{\partial \Phi}{\partial y} = -2Ay\end{aligned}$$

и модуль скорости фильтрации

$$|w| = \sqrt{w_x^2 + w_y^2} = \sqrt{4A^2x^2 + 4A^2y^2} = 2A\sqrt{x^2 + y^2} = 2Ar.$$

Представим для случая 4 комплексные числа $z-a$ и $z+a$ в полярных координатах (см. рис. 31):

$$z-a = r_1 e^{i\theta_1},$$

$$z+a = r_2 e^{i\theta_2}.$$

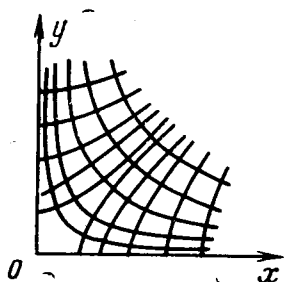


Рис. 30

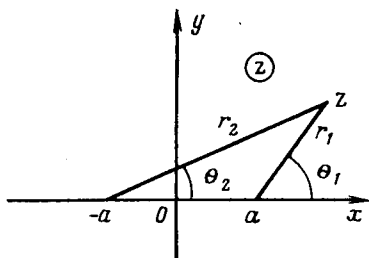


Рис. 31

Тогда комплексный потенциал

$$F(z) = A \ln \frac{z-a}{z+a} = A \ln \frac{r_1 e^{i\theta_1}}{r_2 e^{i\theta_2}} = A \left[\ln \frac{r_1}{r_2} + i(\theta_1 - \theta_2) \right],$$

отсюда

$$\Phi = A \ln \frac{r_1}{r_2},$$

$$\Psi = A(\theta_1 - \theta_2)$$

и уравнения семейства эквипотенциалей и линий тока можно записать в виде

$$\frac{r_1}{r_2} = c_1$$

или

$$\frac{r_1^2}{r_2^2} = c_1^2 = c, \quad (\text{IV.40})$$

$$\theta_1 - \theta_2 = c_2. \quad (\text{IV.41})$$

Перейдем к декартовым координатам и определим, какие кривые описываются уравнениями (IV.40) и (IV.41). Как видно из чертежа (см. рис. 31),

$$r_1^2 = (x - a)^2 + y^2,$$

$$r_2^2 = (x + a)^2 + y^2,$$

и уравнение (IV 40) принимает вид

$$\frac{(x - a)^2 + y^2}{(x + a)^2 + y^2} = c,$$

или

$$x^2 - 2ax \frac{1+c}{1-c} + y^2 + a^2 = 0.$$

Дополняя первые два слагаемых до квадрата разности, получим

$$\left(x - a \frac{1+c}{1-c}\right)^2 + y^2 + a^2 = a^2 \left(\frac{1+c}{1-c}\right)^2,$$

или

$$\left(x - a \frac{1+c}{1-c}\right)^2 + y^2 = \frac{4a^2c}{(1-c)^2},$$

что является уравнением окружности с центром в точке с координатами

$$x_0 = a \frac{1+c}{1-c}, \quad y_0 = 0$$

и радиусом $\frac{2a\sqrt{c}}{1-c}$

Как видно из чертежа,

$$\theta_1 = \arctg \frac{y}{x-a},$$

$$\theta_2 = \arctg \frac{y}{x+a},$$

что после подстановки в уравнение (IV.41) дает

$$\arctg \frac{y}{x-a} - \arctg \frac{y}{x+a} = c_2.$$

Используя формулу тангенса разности двух углов, запишем

$$\arctg \frac{y}{x-a} - \arctg \frac{y}{x+a} = \arctg \frac{\frac{y}{x-a} - \frac{y}{x+a}}{1 + \frac{y^2}{(x-a)(x+a)}} = c_2,$$

или

$$\frac{\frac{y}{x-a} - \frac{y}{x+a}}{1 + \frac{y^2}{(x-a)(x+a)}} = c_2'.$$

Последнее уравнение можно привести к виду

$$x^2 + \left(y - \frac{a}{c_2'}\right)^2 = \frac{a^2 (c_2'^2 + 1)}{c_2'^2},$$

откуда видно, что оно описывает окружность с центром $x_0=0$, $y_0 = \frac{a}{c_2'}$ и радиусом

$$\frac{a \sqrt{c_2'^2 + 1}}{c_2'}.$$

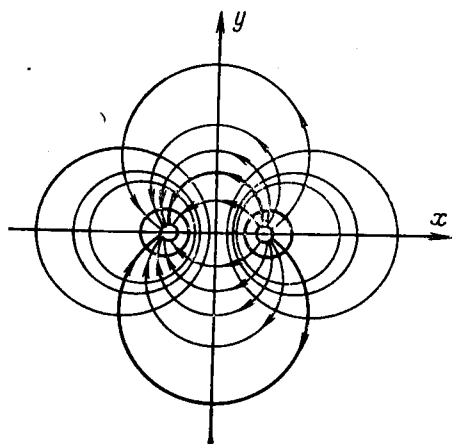


Рис. 32

Если нанести на рисунок эквипотенциали и линии тока (рис. 32), то можно увидеть, что данная характеристическая функция

$$F(z) = A \ln \frac{z-a}{z+a}$$

соответствует фильтрационному потоку в неограниченной плоскости при наличии источника и стока, расположенных на оси x в точках с координатами $+a$ и $-a$.

Модуль скорости фильтрации определим по формуле

$$\begin{aligned} |w| &= \left| \frac{dF}{dz} \right| = \left| \frac{d}{dz} \left(A \ln \frac{z-a}{z+a} \right) \right| = \left| \frac{2aA}{(z-a)(z+a)} \right| = \\ &= \left| \frac{2aA}{r_1 e^{i\theta_1} r_2 e^{i\theta_2}} \right| = \frac{2aA}{r_1 r_2}. \end{aligned}$$

Задача 56

Эксплуатационная скважина работает в пласте, в котором до ее пробуривания имелся напорный плоскопараллельный поток жидкости со скоростью фильтрации $w=0,001$ см/с.

Дебит скважины $Q=100$ м³/сут, мощность пласта $h=10$ м. Изобразить графически линии тока результирующего течения.

Решение. Используя принцип суперпозиции, запишем характеристическую функцию для фильтрационного потока как сумму характеристической функции, отвечающей плоскопараллельному потоку в направлении оси x и равной $(-wz)$, и ха-

рактеристической функции плоскорадиального потока со стоком в начале координат ($\frac{q}{2\pi} \ln z$)

$$F(z) = -\omega z + \frac{q}{2\pi} \ln z.$$

Представляя комплексную переменную z в декартовых и полярных координатах

$$z = x + iy = r e^{i\theta},$$

отделим действительную часть от мнимой

$$F(z) = -\omega(x + iy) + \frac{q}{2\pi} \ln(re^{i\theta}) = -\omega x + \frac{q}{2\pi} \ln r + \\ + i\left(-\omega y + \frac{q}{2\pi} \theta\right)$$

и запишем выражение для функции тока

$$\psi = -\omega y + \frac{q}{2\pi} \theta = -\omega y + \frac{q}{2\pi} \arctg \frac{y}{x}.$$

Уравнение линий тока имеет вид

$$-\omega y + \frac{q}{2\pi} \arctg \frac{y}{x} = c.$$

Подставляя исходные данные в системе СГС, получим

$$-0,001y +$$

$$+ \frac{100 \cdot 10^6}{0,864 \cdot 10^5 \cdot 10^3 \cdot 2\pi} \arctg \frac{y}{x} = c,$$

или

$$-0,001y + \frac{0,58}{\pi} \arctg \frac{y}{x} = c.$$

Запишем последнее уравнение в виде

$$\frac{y}{x} = \operatorname{tg} \left[(c + 0,001y) \frac{\pi}{0,58} \right].$$

Рассчитаем несколько линий тока, придавая постоянной c различные значения. Результаты расчетов сведены в табл. 2 и представлены на рис. 33.

Значению $c = q/2\omega = 0,58$ соответствует линия тока $y = +0$, $x < 0$. В нижней полуплоскости картина линий тока симметрична относительно оси x , только соответствующие линии тока характеризуются значениями c с обратными знаками.

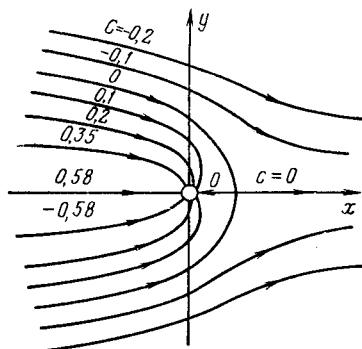


Рис. 33

$c=0$		$c=0,1$		$c=0,2$		$c=-0,1$		$c=0,35$		$c=-0,2$	
y	x	y	x	y	x	y	x	y	x	y	x
580	$-\infty$	350	-417	300	-644	450	-150	180	-673	600	-405
435	-435	300	-202	250	-298	390	0	150	-322	490	0
290	0	200	-10,5	200	-135	300	159	100	-119	400	212
145	145	150	33,3	100	-5,26	200	333			300	508
0	185	90	54	50	10,8	150	540				
		50	47,5			100	$+\infty$				

Как видно из графика, линия тока со значением $c=0$ является нейтральной линией, ограничивающей область засасывания, т. е. область, в которой жидкость поглощается скважиной. Наибольшая ширина области засасывания равна

$$2y_0 \Big|_{\substack{c=0 \\ x \rightarrow -\infty}} = q/w = 1160 \text{ см.}$$

В. ВЛИЯНИЕ ГИДРОДИНАМИЧЕСКОГО НЕСОВЕРШЕНСТВА СКВАЖИНЫ НА ЕЕ ДЕБИТ

Скважина называется гидродинамически совершенной, если она вскрывает пласт на всю мощность и забой скважины открытый, т. е. вся вскрытая поверхность забоя является фильтрующей поверхностью. Поток жидкости к совершенной скважине — плоский фильтрационный поток.

Если скважина с открытым забоем вскрывает пласт не на всю мощность, а только на некоторую величину b , или если скважина сообщается с пластом через отдельные отверстия, то фильтрация жидкости или газа будет пространственной (трехмерной), а скважина — гидродинамически несовершенной.

Различают три вида несовершенства скважин:

1) скважина гидродинамически несовершенная по степени вскрытия пласта — это скважина с открытым забоем, вскрывшая пласт не на всю мощность;

2) скважина гидродинамически несовершенная по характеру вскрытия пласта — скважина, вскрывающая пласт от кровли до подошвы, но сообщаемая с пластом через отверстия в колонне труб, в цементном кольце или в специальном фильтре;

3) скважина гидродинамически несовершенная как по степени вскрытия пласта, так и по характеру вскрытия.

Дебит скважины, несовершенной по степени вскрытия, можно определить по формуле М. Маскета, если радиус пласта $R_K \geq \frac{1}{2} h$,

$$Q = \frac{2\pi kh}{\mu} \frac{\rho_k - \rho_c}{\xi}, \quad (\text{V.1})$$

где

$$\xi = \frac{1}{2h} \left[2 \ln \frac{4h}{r_c} - \varphi(\bar{h}) \right] - \ln \frac{4h}{R_k}, \quad (\text{V.2})$$

и относительное вскрытие пласта $\bar{h} = b/h$.

Функция $\varphi(\bar{h})$ имеет следующее аналитическое выражение:

$$\varphi(\bar{h}) = \ln \frac{\Gamma(0,875\bar{h}) \cdot \Gamma(0,125\bar{h})}{\Gamma(1 - 0,875\bar{h}) \cdot \Gamma(1 - 0,125\bar{h})}, \quad (\text{V.3})$$

где Γ — интеграл Эйлера второго рода или иначе, гамма-функция, для которой имеются таблицы в математических справочниках; $\varphi(\bar{h})$ представлена графически на рис. 34.

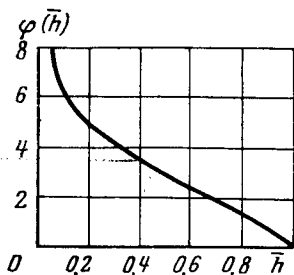


Рис. 34

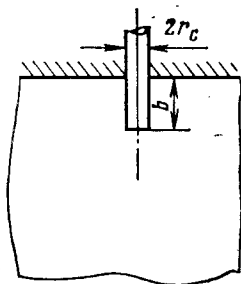


Рис. 35

Для скважины в пласте бесконечной мощности (рис. 35) можно найти дебит при помощи формулы Н. К. Гиринского

$$Q = \frac{2\pi kb}{\mu} \frac{\rho_k - \rho_c}{\ln \frac{1,6b}{r_c}}. \quad (\text{V.4})$$

Дебит скважины гидродинамически несовершенной как по степени, так и по характеру вскрытия пласта можно подсчитать по формуле

$$Q = \frac{2\pi kh (\rho_k - \rho_c)}{\mu \left(\ln \frac{R_k}{r_c} + C_1 + C_2 \right)}, \quad (\text{V.5})$$

где C_1 — безразмерная величина, определяющая дополнительное фильтрационное сопротивление, обусловленное несовершенством скважины по степени вскрытия пласта; C_2 — безразмерная величина, определяющая дополнительное фильтрацион-

ное сопротивление, вызванное несовершенством скважины по характеру вскрытия пласта.

C_1 и C_2 находятся из графиков В. И. Щурова, построенных по данным исследования притока жидкости к скважинам с двойным видом несовершенства на электролитических моделях.

Величина C_1 представлена на рис. 36 в зависимости от параметров $a = h/D_c$ и $\bar{h} = b/h$.

На рис. 37, 38, 39 дана зависимость C_2 от трех параметров:

$$nD_c, \quad l = l'/D_c \text{ и } \alpha = d_0/D_c,$$

где n — число перфорационных отверстий на 1 м; D_c — диаметр скважины в м; l' — глубина проникновения пуль в породу; d_0 — диаметр отверстий.

Соответствие между кривыми и значениями параметра $\alpha = d_0/D_c$ видно из следующих данных:

Номер кривой	1	2	3	4	5	6	7
α	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09

Формулу (V.5) можно записать иначе, введя в нее приведенный радиус скважины

$$r'_c = r_c \cdot e^{-(C_1+C_2)} = r_c e^{-C}, \quad (\text{V.6})$$

т. е. радиус такой совершенной скважины, дебит которой равен дебиту несовершенной скважины,

$$Q = \frac{2\pi kh (p_k - p_c)}{\mu \ln \frac{R_K}{r'_c}}. \quad (\text{V.7})$$

Иногда гидродинамическое несовершенство скважин учитывается при помощи коэффициента совершенства скважины

$$\delta = \frac{Q}{Q_{\text{сов}}}, \quad (\text{V.8})$$

где Q — дебит несовершенной скважины; $Q_{\text{сов}}$ — дебит совершенной скважины в тех же условиях.

Коэффициент совершенства скважины δ и величина $C = C_1 + C_2$ связаны между собой зависимостью

$$\delta = \frac{\ln \frac{R_K}{r_c}}{\ln \frac{R_K}{r_c} + C} \quad (\text{V.9})$$

или

$$C = \left(\frac{1}{\delta} - 1 \right) \ln \frac{R_K}{r_c}. \quad (\text{V.10})$$

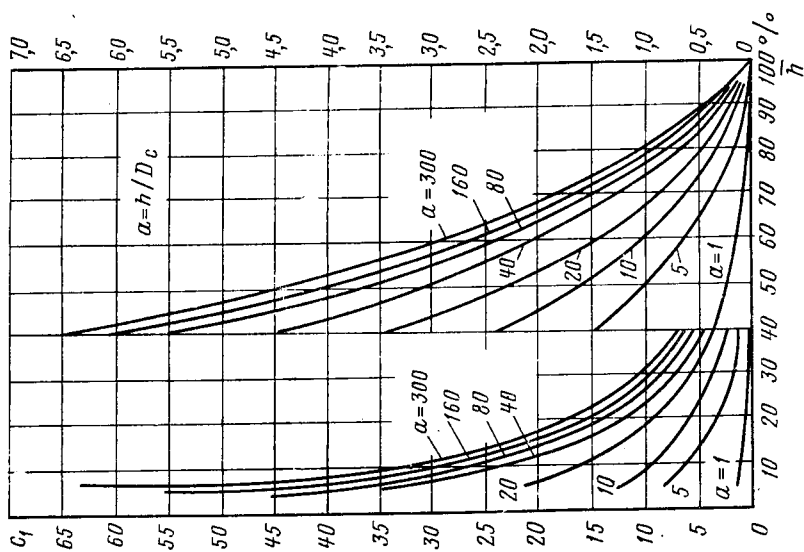


Рис. 36

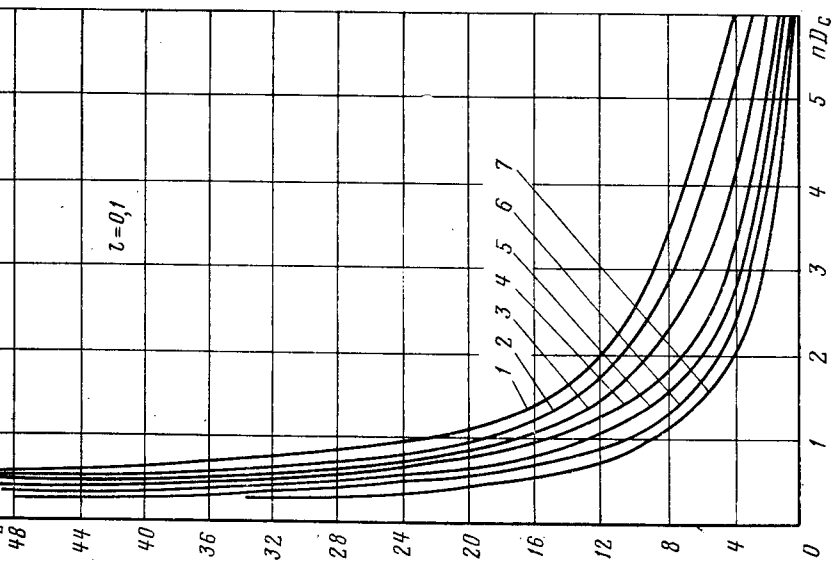


Рис. 37

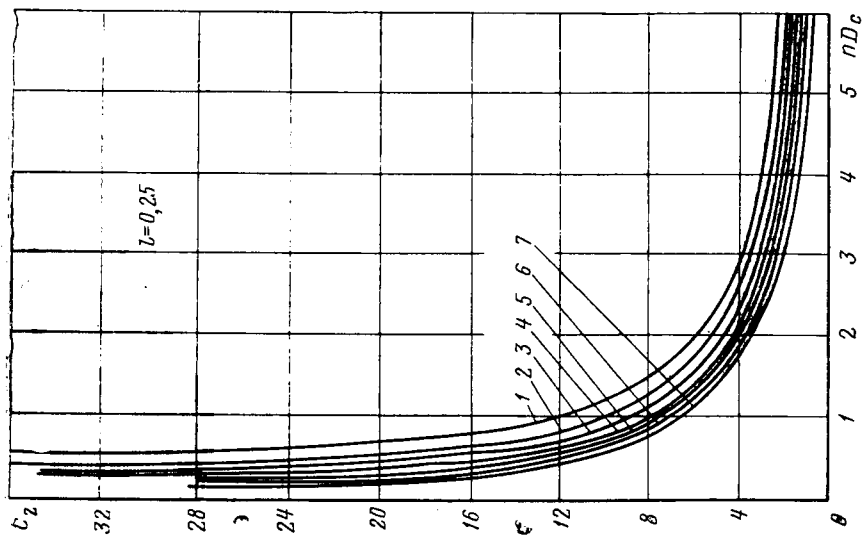


Рис. 38

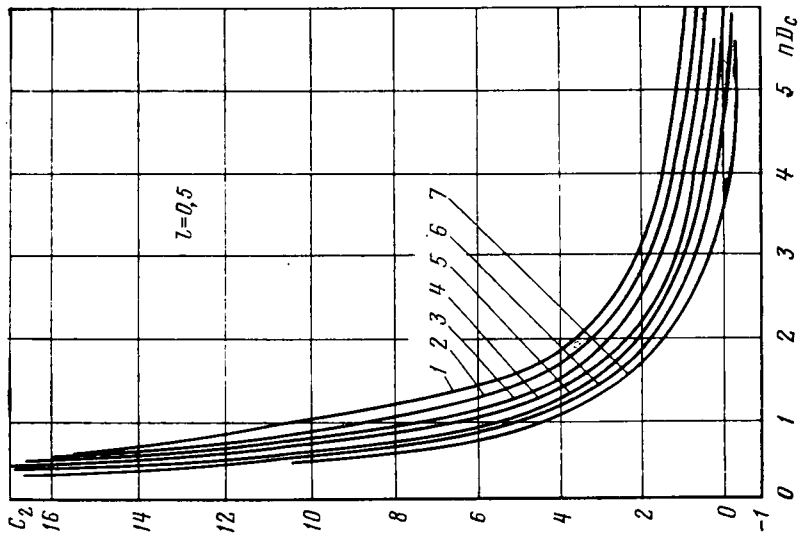


Рис. 39

В литературе приводятся графики δ , которые можно использовать для оценки C .

Задача 57

Пласт мощностью $h=50$ м вскрыт скважиной радиусом $r_c=12,35$ см на малую глубину $b=0,4$ м. Расстояние до контура питания $R_k=1$ км, коэффициент проницаемости пласта $k=0,4$ Д, динамический коэффициент вязкости нефти $\mu=2$ мПа·с, давление на контуре питания $p_k=9,8$ МПа (100 кгс/см²), давление на забое скважины $p_c=7,84$ МПа (80 кгс/см²).

Найти дебит скважины по приближенному решению Чарного и сопоставить с дебитом, определенным по формуле Маскета.

Указание. На некотором расстоянии $R_0=1,5 h$ от оси скважины провести мысленно цилиндрическую поверхность, соосную со скважиной (рис. 40).

Фильтрационный поток между контуром питания R_k и цилиндрической поверхностью радиуса R_0 считать практически плоскорадиальным с давлением p_0 на границе.

Поток между вспомогательной поверхностью радиуса R_0 и скважиной рассматривать как радиально-сферический к скважине с полусферическим забоем, радиус R_c которого определяется из условия

$$2\pi R_c^2 = 2\pi r_c b.$$

Ответ:

$$Q_{пр} = 47,5 \text{ м}^3/\text{сут}; \quad Q_m = 58,9 \text{ м}^3/\text{сут};$$

$$(Q_m - Q_{пр})/Q_m = 19\%.$$

Задача 58

Гидродинамически несовершенная скважина вскрывает пласт мощностью 20 м на глубину 10 м. Радиус скважины 10 см, радиус контура питания $R_k=200$ м.

Каково превышение фактического дебита, определенного по формуле Маскета, над дебитом в случае строго плоскорадиального потока к скважине с частичным вскрытием пласта?

Решение. Дебит, определенный по формуле Маскета, равен

$$Q_m = \frac{2\pi k h (p_k - p_c)}{\mu \left\{ \frac{1}{2h} \left[2 \ln \frac{4h}{r_c} - \varphi(\bar{h}) \right] - \ln \frac{4h}{R_k} \right\}},$$

где

$$\varphi(\bar{h}) = \ln \frac{\Gamma(0,125\bar{h}) \cdot \Gamma(0,875\bar{h})}{\Gamma(1 - 0,125\bar{h}) \cdot \Gamma(1 - 0,875\bar{h})}.$$

Дебит в случае строго плоскорадиального потока к скважине с частичным вскрытием пласта определяется по формуле Дюпюи в предположении, что мощность пласта равна вскрытию b :

$$Q = \frac{2\pi k b (p_k - p_c)}{\mu \ln \frac{R_k}{r_c}}.$$

Отношение дебитов

$$\frac{Q_m}{Q} = \frac{h \ln \frac{R_k}{r_c}}{b \left\{ \frac{1}{2\bar{h}} \left[2 \ln \frac{4h}{r_c} - \varphi(\bar{h}) \right] - \ln \frac{4h}{R_k} \right\}}.$$

Подсчитаем значение функции $\varphi(\bar{h}) = \varphi(0,5)$, для чего найдем значения гамма-функции по таблицам, используя свойства гамма-функции

$$\Gamma(x+1) = x\Gamma(x),$$

$$\Gamma(0,125 \cdot 0,5) = \Gamma(0,0625) = \frac{\Gamma(1,0625)}{0,0625} = \frac{0,9676}{0,0625} = 15,5,$$

$$\Gamma(0,875 \cdot 0,5) = \Gamma(0,4375) = \frac{\Gamma(1,4375)}{0,4375} = \frac{0,8858}{0,4375} = 2,02,$$

$$\Gamma(1 - 0,125 \cdot 0,5) = \Gamma(0,9375) = \frac{\Gamma(1,9375)}{0,9375} = \frac{0,9761}{0,9375} = 1,04,$$

$$\Gamma(1 - 0,875 \cdot 0,5) = \Gamma(0,5625) = \frac{\Gamma(1,5625)}{0,5625} = \frac{0,8896}{0,5625} = 1,58.$$

Отсюда

$$\varphi(0,5) = \ln \frac{15,5 \cdot 1,02}{1,04 \cdot 1,58} = 2,3 \lg 19 = 2,94.$$

Отношение

$$\frac{Q_m}{Q} = \frac{20 \cdot 2,3 \lg \frac{200}{0,1}}{10 \left\{ \left[2 \cdot 2,3 \lg \frac{4 \cdot 20}{0,1} - 2,94 \right] - 2,3 \lg \frac{4 \cdot 20}{200} \right\}} = 1,34.$$

Дебит, определенный по формуле Маскета, оказывается на 34% больше, чем дебит, определенный без учета притока к скважине из нижней части пласта мощностью $h-b$.

Задача 59

Используя решения Маскета и графики В. И. Щурова, определить коэффициент C_1 , учитывающий несовершенство скважины по степени вскрытия. Известно, что скважина диаметром $d_c = 203$ мм вскрывает пласт мощностью $h = 25$ м на глубину $b = 5$ м. Расстояние до контура питания $R_k = 1000$ м.

Ответ: по Маскету $C_1 = 15,1$. По Щурову $C_1 = 15,0$.

Задача 60

Используя график В. И. Щурова, найти коэффициенты C_1 и C_2 , определяющие дополнительные фильтрационные сопротивления, обусловленные несовершенством скважины, соответственно по степени и по характеру вскрытия, а также приведенный радиус скважины r'_c , считая, что нефть притекает к скважине диаметром $d_c = 24,7$ см, несовершенной как по степени, так и по характеру вскрытия. Мощность пласта $h = 12$ м, вскрытие пласта $b = 7$ м, число прострелов на 1 м вскрытой мощности пласта $n = 17$ отв./м, глубина проникновения пуль в породу $l' = 6,25$ см, диаметр отверстия $d_0 = 1,1$ см.

Ответ: $C_1 = 2,3$; $C_2 = 2,3$; $r'_c = 0,123$ см.

Задача 61

Определить коэффициент совершенства скважины, несовершенной по характеру вскрытия. Забой скважины обсажен и перфорирован при помощи кумулятивного перфоратора, число круглых отверстий на 1 м $n = 10$, диаметр отверстия $d_0 = 16$ мм, длина канала $l' = 100$ мм, радиус скважины $r_c = 10$ см, расстояние до контура питания $R_k = 500$ м.

Ответ: $\delta = 0,825$.

Задача 62

Определить коэффициент C_1 , учитывающий дополнительное фильтрационное сопротивление, приведенный радиус r'_c и коэффициент совершенства δ гидродинамически несовершенной по степени вскрытия скважины радиусом $r_c = 0,1$ м, находящейся в пласте с круговым контуром питания. Мощность пласта $h = 16$ м, мощность вскрытой части пласта $b = 9,6$ м, радиус контура питания $R_k = 1$ км.

Ответ: $C_1 = 2,4$; $r'_c = 0,907$ см; $\delta = 0,793$.

Задача 63

Какому коэффициенту C , определяющему дополнительное фильтрационное сопротивление, обусловленное гидродинамическим несовершенством скважины, соответствует $\delta = 0,75$? Радиус скважины $r_c = 0,1$ м, радиус контура питания $R_k = 1$ км. Определить также приведенный радиус скважины.

Ответ: $C = 3,067$; $r'_c = 0,466$ см.

Задача 64

Скважину исследовали по методу установившихся отборов, изменяя диаметр штуцера и измеряя забойное давление глубинным регистрирующим манометром. Результаты замеров приведены ниже.

Δp , кгс/см ²	Q , 10 ⁻⁶ м ³ /с	Q , м ³ /сут	$\Delta p/Q$, (кгс/см ²)·с/см ³
10	157	13,5	0,0638
20	256	22,1	0,0782
30	334	28,8	0,0900
40	401	34,6	0,100
50	459	39,7	0,109

Определить коэффициент проницаемости, если мощность пласта $h=12$ м, вскрытие пласта $b=7$ м, диаметр скважины $d_c=24,7$ см, число прострелов на один метр вскрытой мощности пласта $n=8$, глубина проникновения пуль в породу $l'=0$, диаметр пулевого канала $d=1,1$ см, половина расстояния до соседних скважин $\sigma=R_k=300$ м, динамический коэффициент вязкости жидкости $\mu=4$ сП.

Решение. Из данных исследования видно, что зависимость между Q и Δp нелинейная, т. е. индикаторная линия не будет

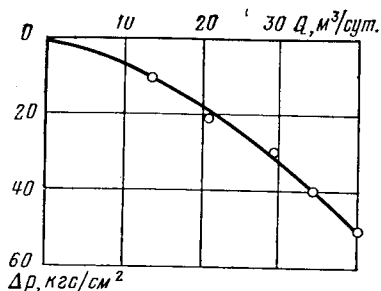


Рис. 41

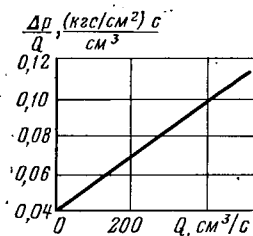


Рис. 42

прямой (рис. 41). Используя двучленную формулу $\Delta p=AQ+BQ^2$ и приведенные данные, построим график зависимости $\Delta p/Q$ от Q (рис. 42). Из графика по точке пересечения прямой $\Delta p/Q=A+BQ$ с осью $\Delta p/Q$ (осью ординат) найдем значение $A=0,04$ (кгс/см²) с/см³, а по тангенсу угла наклона прямой к оси абсцисс (Q) — $B=0,00015$ (кгс/см²) с²/см⁶.

Коэффициент проницаемости найдем по полученному значению A из формулы

$$A = \frac{\mu}{2\pi kh} \left[\ln \frac{R_k}{r_c} + C_1 + C_2 \right].$$

Значения C_1 и C_2 найдем с помощью графиков Щурова. Определим параметры $b/h=0,584$, $h/d_c=48,7$, $nd_c=1,97$, $d/d_c=0,0447$, $l/d_c=0$ и по их значениям $-C_1=2,3$ и $C_2=34$; при этом найдем коэффициент проницаемости

$$k = \frac{\mu}{2\pi Ah} \left[\ln \frac{R_K}{r_c} + C_1 + C_2 \right] =$$

$$= \frac{4}{2 \cdot 3,14 \cdot 0,04 \cdot 1200} \left(2,3 \lg \frac{30\,000}{12,35} + 2,3 + 34 \right) = 0,585 \text{ Д.}$$

VI. УСТАНОВИВШЕЕСЯ БЕЗНАПОРНОЕ ДВИЖЕНИЕ ЖИДКОСТИ В ПОРИСТОЙ СРЕДЕ

Движение жидкости безнапорное, если пьезометрическая поверхность совпадает со свободной поверхностью жидкости, в каждой точке которой действует постоянное давление.

При безнапорном движении свободная поверхность AB жидкости в пласте у стенки дренажной прямолинейной галереи (рис. 43) или скважины (рис. 44) расположена выше уровня жидкости в галерее или в скважине. Разрыв уровней образует промежуток высачивания BC .

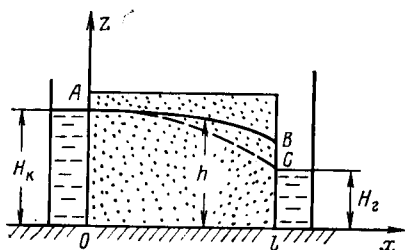


Рис. 43

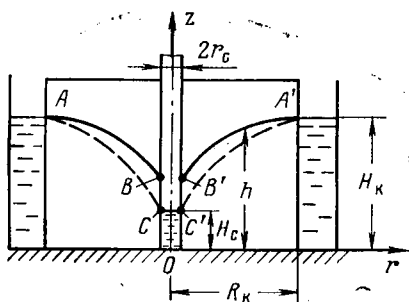


Рис. 44

В области добычи нефти безнапорная фильтрация встречается, например, когда уровень нефти, залегающей в продуктивном пласте, перекрытом непроницаемой кровлей, вследствие истощения пластовой энергии опускается ниже кровли пласта. Безнапорная фильтрация наблюдается также при шахтном и карьерном способах эксплуатации нефтяных месторождений. Гидротехникам часто приходится сталкиваться с безнапорным движением грунтового потока.

При решении задач установившегося безнапорного движения жидкости в пласте часто пользуются приближенной теорией — так называемой гидравлической теорией Дюпюи — Форхгеймера.

В гидравлической теории сделаны следующие допущения:

- 1) горизонтальные компоненты скорости фильтрации в поперечном сечении потока распределены равномерно;
- 2) давление вдоль вертикали распределено по гидростатическому закону

$$H = z + \frac{p}{\rho g} = \text{const},$$

т. е. считается постоянным вдоль вертикали.

Эти предпосылки гидравлической теории допустимы для той части потока, где уклон свободной поверхности $i = \sin \alpha \approx 1$ (α — угол наклона поверхности к горизонту).

Если потоком жидкости со свободной поверхностью охвачена большая площадь, то свободная поверхность бывает слабо искривлена. Тогда задачи о безнапорном течении к прямолинейной галерее и о безнапорном течении к гидродинамически совершенной скважине можно решать, используя методы теории одномерного движения.

§ 1. Безнапорное движение жидкости к прямолинейной галерее

Считаем, что установившееся безнапорное движение жидкости в пласте происходит по закону Дарси, при выбранном расположении координатных осей (см. рис. 43). Тогда приток к галерее шириной B со стороны области питания будет характеризоваться дебитом

$$Q = \frac{k\rho g B (H_k^2 - H_r^2)}{2\mu l}. \quad (\text{VI.1})$$

Пьезометрическая линия (кривая депрессии AC) будет описываться уравнением

$$h = \sqrt{H_k^2 - \frac{H_k^2 - H_r^2}{l} x}. \quad (\text{VI.2})$$

а движение частиц жидкости — подчиняться закону

$$t = \frac{B^2 m k \rho g}{3Q^2 \mu} \left[\left(H_k^2 - \frac{2Q\mu}{Bk\rho g} x_0 \right)^{3/2} - \left(H_k^2 - \frac{2Q\mu}{Bk\rho g} x \right)^{3/2} \right], \quad (\text{VI.3})$$

где x_0 — координата движущейся частицы жидкости при $t=0$.

Если допустить, что при прочих равных условиях движение жидкости во всем пласте подчиняется нелинейному закону фильтрации

$$w = C \left(-\frac{dh}{dx} \right)^{\frac{1}{n}},$$

где C и n — некоторые постоянные, причем $1 \leq n \leq 2$, то формула для дебита будет иметь вид:

$$Q = BC \left[\frac{H_{\kappa}^{n+1} - H_{\Gamma}^{n+1}}{(n+1)l} \right]^{\frac{1}{n}}. \quad (\text{VI.4})$$

§ 2. Безнапорное движение жидкости к скважине

В случае, если гидродинамически совершенная скважина (или колодец) (см. рис. 44) вскрыла первый сверху водоносный пласт радиуса R_{κ} (в центре) до горизонтального водоупора и в пласте движется жидкость со свободной поверхностью по закону Дарси, то дебит определяется по формуле

$$Q = \frac{\pi k \rho g (H_{\kappa}^2 - H_{\text{с}}^2)}{\mu \ln \frac{R_{\kappa}}{r_{\text{с}}}}, \quad (\text{VI.5})$$

а кривая депрессии — по формуле

$$h = \sqrt{H_{\kappa}^2 - \frac{H_{\kappa}^2 - H_{\text{с}}^2}{\ln \frac{R_{\kappa}}{r_{\text{с}}}} \ln \frac{R_{\kappa}}{r}}. \quad (\text{VI.6})$$

Время движения частиц находится путем интегрирования графоаналитическим методом уравнения

$$t = \frac{2\pi m}{Q} \int_{r_{\text{с}}}^{r_0} r \sqrt{H_{\kappa}^2 - \frac{Q\mu}{\pi k \rho g} \ln \frac{R_{\kappa}}{r}} dr, \quad (\text{VI.7})$$

или приближенно по формуле

$$t = \frac{2\pi m}{Q} \bar{h} \int_{r_{\text{с}}}^{r_0} r dr = \frac{\pi m \bar{h}}{Q} (r_0^2 - r_{\text{с}}^2), \quad (\text{VI.8})$$

где $\bar{h}$ — среднее значение напора в интервале изменения величины r от r_0 до $r_{\text{с}}$.

Дебит скважины при нелинейном законе фильтрации жидкости находится по формуле

$$Q = 2\pi C \left(\frac{n-1}{n+1} \frac{H_{\kappa}^{n+1} - H_{\text{с}}^{n+1}}{\frac{1}{r_{\text{с}}^{n-1}} - \frac{1}{R_{\kappa}^{n-1}}} \right)^{\frac{1}{n}}. \quad (\text{VI.9})$$

При $n=2$ из (VI.9) получается формула, выведенная А. А. Краснопольским для безнапорной фильтрации в трещиноватых породах.

Формулы (VI.1) и (VI.5) называются формулами Дюпюи. И. А. Чарный показал, что формулы (VI.1) и (VI.5) для дебита являются совершенно строгими и точными.

Депрессионные кривые (пунктирные линии на рис. 43 и рис. 44), рассчитанные по (VI.2) и (VI.6), вблизи стока существенно отличаются от истинных (сплошных линий). По приближенной гидравлической теории не получается промежутка высачивания BC .

Задача 65

В истощенной нефтяной залежи (рис. 45) по простиранию пласта проведен дренажный штрек длиной $b=75$ м. Нефть притекает в штрек при гравитационном режиме. Уровень нефти в штреке находится от подошвы пласта на высоте $h_r=0,9$ м; высота уровня нефти на контуре питания $h_k=4$ м. Пласт имеет длину $l=800$ м, штрек находится посередине пласта. Коэффициент проницаемости пласта $k=2$ Д, динамиче-

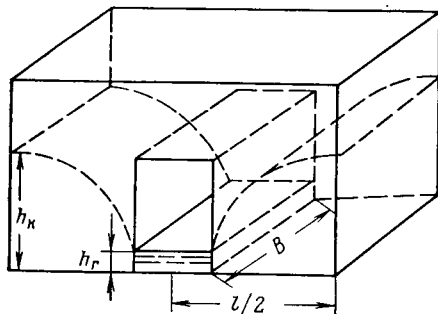


Рис. 45

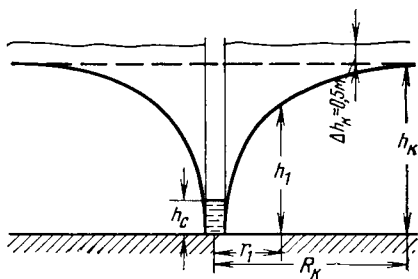


Рис. 46

ский коэффициент вязкости нефти $\mu=6$ мПа·с, плотность нефти $\rho=970$ кг/м³. Найти производительность штрека.

Ответ: $Q=9,2$ см³/с $=0,80$ м³/сут.

Задача 66

Для возведения фундамента требуется понизить уровень грунтовых вод на 1,5 м на площади 10×10 м² при помощи дренирования. Уровень грунтовых вод находится на глубине 0,5 м от поверхности земли.

Вырыт колодец радиусом 20 см на глубину 6,5 м (рис. 46) до водоупора.

Определить:

1) производительность насоса для обеспечения необходимого дренажа;

2) на каком расстоянии r' уровень воды понизится на 2 м, если производительность насоса увеличить на 10%.

Расчет провести при условии, что коэффициент проницаемости $k=1$ Д, радиус контура питания $R_K=200$ м, плотность жидкости $\rho=1000$ кг/м³, динамический коэффициент вязкости ее $\mu=1$ мПа·с.

Решение. Исходя из условия, что уровень грунтовых вод должен быть понижен на 1,5 м на площади 10×10 м², найдем радиус r_1 круговой зоны, охватывающей указанную площадь (рис. 47).

Как видно из чертежа, $r_1 = a\sqrt{2} = 5\sqrt{2} = 7,05$ м.

Определим необходимый уровень грунтовых вод на расстоянии $r_1=7,05$ м, отсчитывая его от дна колодца: $h_1=6,0-1,5=4,5$ м.

Уровень воды в колодце найдем по формуле

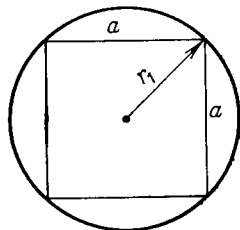


Рис. 47

$$h_1^2 = h_K^2 - \frac{h_K^2 - h_c^2}{\ln \frac{R_K}{r_c}} \ln \frac{R_K}{r_1}; \quad h_c = \sqrt{h_K^2 - \frac{h_K^2 - h_1^2}{\ln \frac{R_K}{r_1}} \ln \frac{R_K}{r_c}} =$$

$$= \sqrt{36 - \frac{36 - 20,25}{\lg \frac{200}{7,05}} \cdot \lg \frac{200}{0,2}} = 1,87 \text{ м.}$$

Подсчитаем подачу насоса

$$Q = \frac{\pi k \rho g}{\mu} \frac{h_K^2 - h_c^2}{\ln \frac{R_K}{r_c}} = \frac{3,14 \cdot 1,02 \cdot 10^{-12} \cdot 10^3 \cdot 9,8 (6^2 - 1,87^2)}{10^{-3} \cdot 2,3 \cdot \lg \frac{200}{0,2}} =$$

$$= 0,148 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{с} = 0,535 \text{ м}^3/\text{ч.}$$

Если подачу насоса увеличить на 10%, то она составит $Q'=1,1 Q=0,163 \cdot 10^{-3}$ м³/с.

Определим уровень воды в колодце, соответствующий значению Q' ,

$$h'_c = \sqrt{h_K^2 - \frac{Q' \mu \ln \frac{R_K}{r_c}}{\pi k \rho g}} =$$

$$= \sqrt{36 - \frac{0,163 \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-3} \cdot 2,3 \cdot \lg \frac{200}{0,2}}{3,14 \cdot 1,02 \cdot 10^{-12} \cdot 10^3 \cdot 9,8}} = 0,447 \text{ м.}$$

Найдем расстояние r' , на котором понижение уровня воды равно 1,5 м, т. е. $h'=4,5$ м.

$$\ln \frac{R_K}{r'} = \frac{h_K^2 - h'^2}{h_K^2 - h_c^2} \ln \frac{R_K}{r_c},$$

или

$$\lg \frac{R_K}{r'} = \frac{h_K^2 - h'^2}{h_K^2 - h_c^2} \lg \frac{R_K}{r_c} = \frac{36 - 20,25}{36 - 0,2} \lg \frac{200}{0,2} = 1,32,$$

откуда

$$\frac{R_K}{r'} = 20,9 \text{ и } r' = \frac{R_K}{20,9} = \frac{200}{20,9} = 9,57 \text{ м.}$$

Задача 67

При шахтном методе добычи нефти истощенная залежь дренируется при помощи колодца 1 из выработки 2 над нефтяным пластом 3 (рис. 48). Определить дебит колодца и ско-

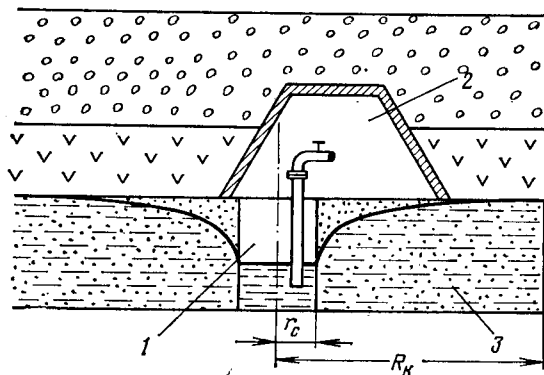


Рис. 48

рость фильтрации на расстоянии 20 м от колодца в условиях безнапорной фильтрации, если высота уровня на контуре питания $h_K=13$ м, высота уровня жидкости в колодце $h_c=3$ м, вязкость нефти $\mu=8$ сП, плотность нефти $\rho=850$ кг/м³, коэффициент проницаемости пласта $k=1$ Д, расстояние до контура питания $R_K=100$ м, радиус колодца $r_c=90$ см.

Ответ: $Q_m=7,6$ т/сут; $w=0,61 \cdot 10^{-5}$ см/с.

VII. ДВИЖЕНИЕ ЖИДКОСТИ В ПЛАСТЕ С НЕОДНОРОДНОЙ ПРОНИЦАЕМОСТЬЮ

Проницаемость в различных точках продуктивных пластов не является строго постоянной величиной. Иногда изменение проницаемости по пласту носит столь хаотичный характер, что пласт можно рассматривать в среднем однородно проницаемым.

Если изменение проницаемости носит не случайный характер, а на значительном протяжении пласта имеют место определенные закономерности в изменении проницаемости, тогда движение жидкостей и газов существенно отличается от движения их в однородных пластах.

Отметим следующие простейшие случаи неоднородности пластов.

1. Пласт состоит из нескольких слоев (рис. 49, 50). В пределах каждого слоя проницаемость в среднем одинакова и скачкообразно изменяется при переходе от одного слоя к другому. Допустим, что все n слоев горизонтальны, мощность i -го слоя h_i , проницаемость соответствующего слоя k_i . На одном конце каждого слоя давление равно p_k , на другом — p_r .

Если движение жидкости прямолинейно-параллельное (см. рис. 49) по закону Дарси, то распределение давления p в каждом слое линейное и характеризуется уравнением

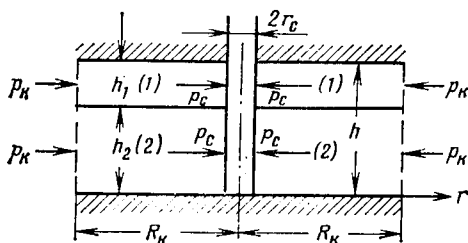


Рис. 50

$$p = p_k - \frac{p_k - p_r}{l} x. \quad (\text{VII.1})$$

дебит потока вычисляется по формуле

$$Q = \frac{B(p_k - p_r)}{\mu l} \sum_{i=1}^n k_i h_i, \quad (\text{VII.2})$$

а средний коэффициент проницаемости по формуле

$$k_{\text{ср}} = \frac{\sum_{i=1}^n k_i h_i}{\sum_{i=1}^n h_i}. \quad (\text{VII.3})$$

В случае плоскорадиального движения жидкости в много-
 слойном пласте к гидродинамически совершенной скважине по
 закону Дарси (см. рис. 50) давление в каждом слое меняется
 по логарифмическому закону

$$p = p_K - \frac{p_K - p_c}{\ln \frac{R_K}{r_c}} \ln \frac{R_K}{r}, \quad (\text{VII.4})$$

дебит скважины определяется по формуле

$$Q = \frac{2\pi (p_K - p_c)}{\mu \ln \frac{R_K}{r_c}} \sum_{i=1}^n k_i h_i, \quad (\text{VII.5})$$

а средний коэффициент проницаемости пласта и в этом случае
 находится по (VII.3).

2. Пласт состоит из нескольких зон различной проницае-
 мости (рис. 51, 52). На границе двух зон проницаемость ме-
 няется скачкообразно; в преде-
 лах одной и той же зоны про-
 ницаемость в среднем одинако-
 ва. С неоднородностью такого
 рода можно встретиться, напри-
 мер, при соприкосновении двух
 разных пластов вдоль сброса
 или в случае наличия порога
 фациальной изменчивости одного
 и того же пласта.

Допустим, что горизонталь-
 ный пласт мощностью h , длиной

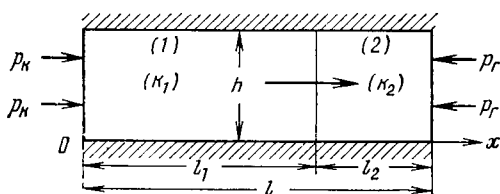


Рис. 51

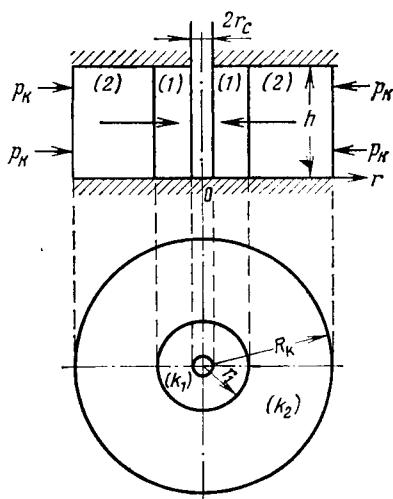


Рис. 52

l с непроницаемыми кровлей и подошвой состоит из n зон раз-
 личной проницаемости. Длина i -той зоны l_i , коэффициент про-
 ницаемости k_i (см. рис. 51).

При прямолинейно-параллельной фильтрации жидкости в
 таком пласте по закону Дарси дебит фильтрационного потока
 подсчитывается по формуле

$$Q = \frac{Bh(p_K - p_r)}{\mu \sum_{i=1}^n \frac{l_i}{k_i}}, \quad (\text{VII.6})$$

где B — ширина потока.

Средний коэффициент проницаемости

$$k_{\text{ср}} = \frac{\sum_{i=1}^n l_i}{\sum_{i=1}^n \frac{l_i}{k_i}} = \frac{l}{\sum_{i=1}^n \frac{l_i}{k_i}}. \quad (\text{VII.7})$$

При $n=2$ распределение давления в первой зоне p_1 и во второй — p_2 описывается уравнениями:

$$p_1 = p_K - \frac{(p_K - p_r) k_2}{l_1 k_2 + l_2 k_1} x; \quad 0 \leq x \leq l_1, \quad (\text{VII.8})$$

$$p_2 = p_r + \frac{(p_K - p_r) k_1}{l_1 k_2 + l_2 k_1} (l - x); \quad l_1 \leq x \leq l.$$

Если при плоскорадиальном притоке жидкости к гидродинамически совершенной скважине по закону Дарси зоны различной проницаемости пласта имеют кольцеобразную форму (см. рис. 52), то формула дебита скважины имеет вид:

$$Q = \frac{2\pi h(p_K - p_c)}{\mu \sum_{i=1}^n \frac{1}{k_i} \ln \frac{r_i}{r_{i-1}}}, \quad (\text{VII.9})$$

где k_i — коэффициент проницаемости зоны за номером i ; r_{i-1} и r_i — соответственно внутренний и внешний радиусы этой зоны, причем $r_0 = r_c$, а $r_n = R_K$.

Средний коэффициент проницаемости в этом случае находится по формуле

$$k_{\text{ср}} = \frac{\ln \frac{R_K}{r_c}}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{k_i} \ln \frac{r_i}{r_{i-1}}}. \quad (\text{VII.10})$$

При $n=2$ распределение давления в первой зоне p_1 и во второй зоне p_2 определяется по формулам

$$p_1 = p_c + \frac{(p_k - p_c) \ln \frac{r}{r_c}}{\ln \frac{r_1}{r_c} + \frac{k_1}{k_2} \ln \frac{R_k}{r_1}}; \quad r_c \leq r \leq r_1, \quad (\text{VII.11})$$

$$p_2 = p_k + \frac{\frac{k_1}{k_2} (p_k - p_c) \ln \frac{r}{R_k}}{\ln \frac{r_1}{r_c} + \frac{k_1}{k_2} \ln \frac{R_k}{r_1}}; \quad r_1 \leq r \leq R_k.$$

3. Проницаемость пласта непрерывно изменяется, увеличиваясь или уменьшаясь в каком-либо направлении. Допустим, что при плоскорадиальном течении коэффициент проницаемости изменяется по линейному закону

$$k = a + br = \frac{k_c R_k - k_0 r_c}{R_k - r_c} + \frac{k_0 - k_c}{R_k - r_c} r.$$

У забоя скважины коэффициент проницаемости равен k_c , а на контуре питания ($r = R_k$) $k = k_0$.

Фильтрация жидкости происходит по закону Дарси. В этом случае формула для дебита имеет вид:

$$Q = \frac{2\pi h (p_k - p_c)}{\mu \int_{r_c}^{R_k} \frac{dr}{rk(r)}} = \frac{2\pi h (p_k - p_c) (k_c R_k - k_0 r_c)}{\mu (R_k - r_c) \left(\ln \frac{R_k}{r_c} + \ln \frac{k_c}{k_0} \right)}. \quad (\text{VII.12})$$

Задача 68

Определить средневзвешенный по мощности коэффициент проницаемости пласта, представленного несколькими проницаемыми пропластками, разделенными глинистыми пропластками. Жидкость движется в направлении напластования. Мощность и коэффициент проницаемости каждого пропластка указаны ниже.

Пропласток	Мощность, м	Проницаемость, м
I	5	600
II	8	200
III	3	900

Ответ: $k_{cp} = 457$ мД.

Задача 69

Определить средневзвешенный по длине коэффициент проницаемости неоднородного пласта, состоящего из двух пластов, соединенных последовательно (см. рис. 51). Первый пласт имеет длину $l_1=8$ км и $k_1=500$ мД, второй пласт — длину $l_2=1$ км и $k_2=1000$ мД, $p_k=9,8$ МПа (100 кгс/см²), $p_r=4,9$ МПа (50 кгс/см²). Построить график распределения давления в пласте.

Ответ: $k_{ср}=530$ мД. Закон изменения давления в I зоне: $p_{(1)}=9,8 \cdot 10^6 - 576 x$, во II зоне: $p_{(2)}=7,5 \cdot 10^6 - 288 x$ (p в Па, x в м). Градиенты в каждой зоне постоянны и их отношение обратно пропорционально отношению проницаемостей этих зон:

$$\left(\frac{dp}{dx}\right)_{(1)} : \left(\frac{dp}{dx}\right)_{(2)} = k_2 : k_1.$$

Задача 70

Определить средний коэффициент проницаемости пласта в зоне радиуса $R_k=500$ м, если первоначальный коэффициент проницаемости всего пласта $k_2=1200$ мД, а затем в результате запарафинирования коэффициент проницаемости призабойной зоны радиусом $r_1=30$ м снизился до $k_1=150$ мД. Радиус скважины $r_c=0,1$ м.

Ответ: $k_{ср}=210$ мД.

Задача 71

Скважина радиусом $r_c=10$ см эксплуатирует пласт радиусом $R_k=10$ км с коэффициентом проницаемости k_2 . Во сколько раз изменится дебит скважины, если:

а) проницаемость в призабойной зоне радиуса $r=0,5$ м возрастает в 10 раз в результате ее обработки ($k_1:k_2=10$)?

б) проницаемость этой же призабойной зоны ухудшится в 10 раз ($k_1:k_2=0,1$)?

в) рассмотреть ту же задачу при $r=5$ м. Сравнить полученные результаты.

Ответ: а) $Q:Q_2=1,14$; б) $Q:Q_2=0,44$; в) $Q:Q_2=1,44$; $Q:Q_2=0,25$ (Q_2 — дебит скважины в однородном пласте с проницаемостью k_2).

Сравнение полученных результатов позволяет сделать важный вывод: ухудшение проницаемости призабойной зоны в 10 раз приводит к резкому уменьшению дебита скважины (на 56% при $r=0,5$ м и на 75% при $r=5$ м), увеличение же проницаемости в 10 раз приводит к увеличению дебита скважины (на 14% при $r=0,5$ м и на 44% при $r=5$ м).

Задача 72

Какие давления должны быть на забое скважины радиуса $r_c=10$ см, чтобы получать один и тот же дебит для случаев:

1) когда пласт радиуса $R_k=10$ км по простиранию однородный

с коэффициентом проницаемости $k_2=1000$ мД; 2) когда пласт делится на две зоны с $k_1=150$ мД в призабойной зоне радиуса $r_1=5$ м и $k_2=1000$ мД в остальной части пласта? Пластовое давление $p_K=14,7$ МПа (150 кгс/см²), депрессия в однородном пласте $p_K-p_c=2,94$ МПа (30 кгс/см²).

Решение. По условию задачи дебит однородного пласта:

$$Q = \frac{2\pi k_2 h (p_K - p_c)}{\mu \ln \frac{R_K}{r_c}}$$

равен дебиту неоднородного пласта

$$Q_1 = \frac{2\pi h (p_K - p'_c)}{\mu \left(\frac{1}{k_1} \ln \frac{r_1}{r_c} + \frac{1}{k_2} \ln \frac{R_K}{r_1} \right)},$$

откуда

$$\begin{aligned} \frac{p_K - p'_c}{p_K - p_c} &= \frac{k_2 \left(\frac{1}{k_1} \ln \frac{r_1}{r_c} + \frac{1}{k_2} \ln \frac{R_K}{r_1} \right)}{\ln \frac{R_K}{r_c}} = \frac{\frac{k_2}{k_1} \lg \frac{r_1}{r_c} + \lg \frac{R_K}{r_1}}{\lg \frac{R_K}{r_c}} = \\ &= \frac{\frac{1000}{150} \lg 50 + \lg \frac{10\,000}{5}}{\lg \frac{10\,000}{0,1}} = 2,92, \end{aligned}$$

$$p_c = p_K - 2,94 = 14,7 - 2,94 = 11,76 \text{ МПа},$$

$$p'_c = p_K - (p_K - p_c) \cdot 2,92 = 14,7 - 2,94 \cdot 2,92 = 6,11 \text{ МПа},$$

т. е. давление на забое скважины должно быть снижено почти в 2 раза для поддержания того же дебита.

Задача 73

Определить дебит дренажной галереи и распределение давления при установившейся фильтрации жидкости по закону Дарси в неоднородном по проницаемости пласте, если известно, что коэффициент проницаемости пласта на участке длиной $l_1=2$ км равен $k_1=800$ мД, а на участке $l_2=500$ м в призабойной части пласта уменьшается линейно от k_1 до $k_2=80$ мД (рис. 53), давление на контуре питания $p_K=9,8$ МПа (100 кгс/см²), давление на забое галереи $p_T=7,35$ МПа (75 кгс/см²), динамический коэффициент вязкости $\mu=5$ мПа·с, мощность пласта $h=15$ м, ширина фильтрационного потока $B=600$ м.

Ответ:

$$Q = \frac{(p_K - p_T) \omega}{\mu \left(\frac{l_1}{k_1} + \frac{l_2}{k_1 - k_2} \ln \frac{k_1}{k_2} \right)} = 95 \text{ м}^3/\text{сут};$$

при $0 \leq x \leq l_1$ $p = p_K - \frac{Q\mu}{\omega k_1} x = 9,8 \cdot 10^6 - 748x$ (в Па);

$$\begin{aligned} \text{при } l_1 \leq x \leq l_1 + l_2 \quad p &= p_K - \frac{Q\mu l_1}{\omega k_1} - \frac{Q\mu l_2}{\omega (k_2 - k_1)} \times \\ &\times \ln \left[1 + \left(1 - \frac{k_2}{k_1} \right) \left(\frac{l_1}{l_2} - \frac{x}{l_2} \right) \right] = \\ &= 8,3 \cdot 10^6 + 0,957 \cdot 10^6 \lg (4,6 - 1,8 \cdot 10^{-3}x) \quad (\text{в Па}) \quad (\text{рис. 54}). \end{aligned}$$

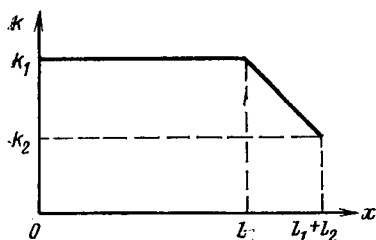


Рис. 53

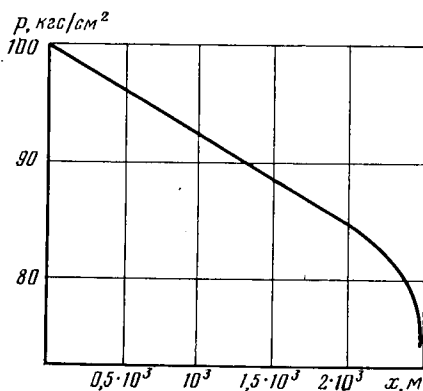


Рис. 54

Задача 74

Определить дебит совершенной скважины, расположенной в центре кругового пласта, состоящего из двух концентрических кольцевых зон. В первой зоне, ограниченной окружностями с радиусами $r_c = 10$ см и $r_0 = 3$ м, коэффициент проницаемости изменяется линейно от $k_1 = 200$ мД до $k_2 = 1$ Д. Во второй зоне, ограниченной окружностями $r_0 = 3$ м и $R_K = 10$ км, коэффициент проницаемости постоянен и равен k_2 . Мощность пласта $h = 10$ м, динамический коэффициент вязкости нефти $\mu = 4$ сП. Перепад давления между контуром питания и контуром скважины $\Delta p = 1,47$ МПа. Фильтрация происходит по закону Дарси.

Решение. Возьмем закон Дарси в дифференциальной форме

$$-\frac{dp}{ds} = \frac{\mu w}{k(r)}, \quad \text{где } w = \frac{Q}{2\pi r h},$$

или

$$\frac{dp}{dr} = \frac{\mu Q}{k(r) 2\pi r h},$$

откуда

$$dp = \frac{\mu Q}{2\pi h} \frac{dr}{k(r) r}.$$

Интегрируя по p от p_c до p_K и по r от r_c до r_0 и от r_0 до R_K , получим

$$\int_{p_c}^{p_K} dp = \frac{\mu Q}{2\pi h} \left[\int_{r_0}^{R_K} \frac{dr}{k_2 r} + \int_{r_c}^{r_0} \frac{dr}{k(r)r} \right].$$

В призабойной зоне проницаемость изменяется прямолинейно

$$k = ar + b.$$

Значения a и b найдем из граничных условий:

$$\text{при } r = r_c \quad k = k_1,$$

$$\text{при } r = r_0 \quad k = k_2,$$

$$k_1 = ar_c + b,$$

$$k_2 = ar_0 + b.$$

Решая полученную систему алгебраических уравнений, найдем

$$a = \frac{k_2 - k_1}{r_0 - r_c}, \quad b = \frac{k_1 r_0 - k_2 r_c}{r_0 - r_c},$$

$$k(r) = \frac{k_2 - k_1}{r_0 - r_c} r + \frac{k_1 r_0 - k_2 r_c}{r_0 - r_c}.$$

Подставим выражение $k(r)$ под интеграл

$$\int_{p_c}^{p_K} dp = \frac{Q\mu}{2\pi h} \left[\frac{1}{k_2} \ln \frac{R_K}{r_0} + \int_{r_c}^{r_0} \frac{dr}{r \left(\frac{k_2 - k_1}{r_0 - r_c} r + \frac{k_1 r_0 - k_2 r_c}{r_0 - r_c} \right)} \right].$$

Интеграл, стоящий справа, является табличным и равен

$$\int \frac{dx}{(ax + b)x} = -\frac{1}{b} \ln \frac{ax + b}{x}.$$

В нашем случае получим

$$p_K - p_c = \frac{Q\mu}{2\pi h} \times \left[\frac{1}{k_2} \ln \frac{R_K}{r_0} + \frac{r_0 - r_c}{k_2 r_c - k_1 r_0} \ln \frac{\left(\frac{k_2 - k_1}{r_0 - r_c} r_0 + \frac{k_1 r_0 - k_2 r_c}{r_0 - r_c} \right) r_c}{\left(\frac{k_2 - k_1}{r_0 - r_c} r_c + \frac{k_1 r_0 - k_2 r_c}{r_0 - r_c} \right) r_0} \right],$$

или

$$\begin{aligned} p_K - p_c &= \frac{Q\mu}{2\pi h} \left(\frac{1}{k_2} \ln \frac{R_K}{r_0} + \frac{r_0 - r_c}{k_2 r_c - k_1 r_0} \ln \frac{k_2 r_c}{k_1 r_0} \right) = \\ &= \frac{Q\mu}{2\pi h k_2} \left(\ln \frac{R_K}{r_0} + \frac{r_0 - r_c}{\frac{k_1}{k_2} r_0 - r_c} \ln \frac{k_1 r_0}{k_2 r_c} \right). \end{aligned}$$

Отсюда

$$Q = \frac{2\pi k_2 h (p_K - p_c)}{\mu \left(\ln \frac{R_K}{r_0} + \frac{r_0 - r_c}{\frac{k_1}{k_2} r_0 - r_c} \ln \frac{k_1 r_0}{k_2 r_c} \right)} =$$

$$= \frac{6,28 \cdot 1,02 \cdot 10^{-12} \cdot 10 \cdot 1,47 \cdot 10^6}{4 \cdot 10^{-3} \cdot 2,3 \left(\lg \frac{10\,000}{3} + \frac{3 - 0,1}{0,2 \cdot 3 - 0,1} \lg \frac{0,2 \cdot 3}{0,1} \right)} =$$

$$= 1,28 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{с} = 110 \text{ м}^3/\text{сут.}$$

VIII. УСТАНОВИВШАЯСЯ ФИЛЬТРАЦИЯ СЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ И ГАЗА

§ 1. Аналогия между установившейся фильтрацией сжимаемой жидкости (газа) и несжимаемой жидкости. Функция Лейбензона

При установившейся фильтрации сжимаемой жидкости и газа массовый расход во всех поперечных сечениях пласта одинаков

$$Q_m = \text{const}, \quad (\text{VIII.1})$$

а объемный расход возрастает по мере падения давления за счет расширения жидкости или газа.

Назовем функцию

$$P = \int \rho dp + C \quad (\text{VIII.2})$$

функцией Л. С. Лейбензона.

Целесообразность введения этой функции видна из сопоставления формул, выражающих закон Дарси в дифференциальной форме для несжимаемой жидкости

$$Q = - \frac{k}{\mu} \frac{dp}{ds} \omega(s), \quad (\text{VIII.3})$$

где Q — постоянный объемный расход жидкости, и для сжимаемой жидкости или газа

$$Q_m = - \frac{k}{\mu} \rho \frac{dp}{ds} \omega(s) = - \frac{k}{\mu} \frac{dP}{ds} \omega(s), \quad (\text{VIII.4})$$

где Q_m — постоянный массовый расход; $dP = \rho dp$ — дифференциал функции Лейбензона.

Выражения (VIII.3) и (VIII.4) являются однотипными дифференциальными уравнениями, в которых объемному расходу Q в уравнении (VIII.3) соответствует массовый расход Q_m в формуле (VIII.4), а давлению в (VIII.3) — функция Лейбензона в (VIII.4).

Отсюда следует вывод, что все формулы, полученные для установившейся фильтрации несжимаемой жидкости по закону Дарси, можно использовать при установившейся фильтрации сжимаемой жидкости и газа при тех же граничных условиях со следующей заменой переменных:

Несжимаемая жидкость	Сжимаемая жидкость или газ
Объемный расход Q	Массовый расход Q_m
Давление p	Функция Лейбензона P
Объемная скорость фильтрации w	Массовая скорость фильтрации $\rho w = Q_m/\omega$

§ 2. Установившаяся фильтрация сжимаемой жидкости

Для сжимаемой каплевой жидкости, следующей закону Гука, уравнение состояния, выражающее зависимость плотности жидкости от давления, определяется соотношением

$$\rho = \rho_0 e^{\beta_{\text{ж}}(p-p_0)} = \rho_0 e^{\frac{p-p_0}{K_{\text{ж}}}}, \quad (\text{VIII.5})$$

где $\beta_{\text{ж}}$ — коэффициент объемного сжатия жидкости, а $K_{\text{ж}} = 1/\beta_{\text{ж}}$ — модуль упругости жидкости.

Так как $\beta_{\text{ж}}(p-p_0) \ll 1$ (например, для воды $\beta_{\text{в}} = 4,5 \times 10^{-5} \text{ см}^2/\text{кгс}$) и, если $p-p_0 = 100 \text{ кгс/см}^2$, то $\beta_{\text{ж}}(p-p_0) = 4,5 \cdot 10^{-3}$, тогда, раскладывая в ряд $e^{\beta_{\text{ж}}(p-p_0)}$ и ограничиваясь двумя первыми членами ряда, приближенно можно записать

$$\rho \approx \rho_0 [1 + \beta_{\text{ж}}(p-p_0)]. \quad (\text{VIII.6})$$

Точное значение функции Лейбензона для сжимаемой жидкости равно

$$P = \int \rho dp + C = \int \rho_0 e^{\beta_{\text{ж}}(p-p_0)} dp + C = \frac{\rho}{\beta_{\text{ж}}} + C. \quad (\text{VIII.7})$$

Приближенное значение функции Лейбензона

$$P = \int \rho_0 [1 + \beta_{\text{ж}}(p-p_0)] dp + C. \quad (\text{VIII.8})$$

Так как обычно $\beta_{\text{ж}}(p-p_0) \ll 1$, то можно принять

$$P \approx \rho_0 p + C, \quad (\text{VIII.9})$$

т. е. считать жидкость несжимаемой и рассчитывать установившееся течение по формулам, выведенным для фильтрации несжимаемой жидкости.

§ 3. Установившаяся фильтрация идеального газа

Уравнение состояния идеального газа при изотермическом течении можно записать так

$$\frac{p}{\rho} = \frac{p_{ат}}{\rho_{ат}} = RT, \quad (\text{VIII.10})$$

где $\rho_{ат}$ — плотность газа при атмосферном давлении и пластовой температуре.

Отсюда

$$\rho = \frac{\rho_{ат} p}{p_{ат}}, \quad (\text{VIII.11})$$

поэтому функция Лейбензона для идеального газа имеет вид

$$P = \int \rho dp + C = \int \frac{\rho_{ат} p}{p_{ат}} dp + C = \frac{\rho_{ат} p^2}{2p_{ат}} + C, \quad (\text{VIII.12})$$

где p — абсолютное давление.

1. Рассмотрим параллельно-струйную фильтрацию идеального газа по закону Дарси. При параллельно-струйной фильтрации несжимаемой жидкости объемный расход определяется по формуле (III.1); используя аналогию между течением несжимаемой жидкости и газа, о которой говорилось в § 1, запишем для газа формулу массового расхода

$$Q_m = \frac{k (P_k - P_r)}{\mu l} Bh, \quad (\text{VIII.13})$$

или с учетом (VIII.12)

$$Q_m = \frac{k \rho_{ат} (p_k^2 - p_r^2)}{\mu \cdot 2 p_{ат} l} Bh. \quad (\text{VIII.14})$$

Приведенным расходом $Q_{ат}$ назовем объемный расход, приведенный к атмосферному давлению и пластовой температуре

$$Q_{ат} = \frac{Q_m}{\rho_{ат}}. \quad (\text{VIII.15})$$

Из формулы (VIII.14) получим

$$Q_{ат} = \frac{k (p_k^2 - p_r^2) Bh}{2 \mu p_{ат} l}. \quad (\text{VIII.16})$$

Заменяя в формуле (III.2), выражающей закон распределения давления при параллельно-струйной фильтрации несжимаемой жидкости, p на P , получим распределение функции Лейбензона по линейному закону

$$P = P_k - \frac{P_k - P_r}{l} x, \quad (\text{VIII.17})$$

и, используя формулу (III.12), — распределение давления по параболическому закону

$$p^2 = p_k^2 - \frac{p_k^2 - p_r^2}{l} x. \quad (\text{VIII.18})$$

Средневзвешенное по объему пласта давление газа равно

$$\bar{p} = \frac{2}{3} \frac{p_k^3 - p_r^3}{p_k^2 - p_r^2}. \quad (\text{VIII.19})$$

2. При плоскорадиальной фильтрации газа в соответствии с формулой Дюпюи (III.4) получим формулу для массового дебита газа

$$Q_m = \frac{2\pi kh (P_k - P_c)}{\mu \ln \frac{R_k}{r_c}}. \quad (\text{VIII.20})$$

Подставляя значение функции Лейбензона (VIII.12) в предыдущую формулу, найдем

$$Q_m = \frac{\pi kh \rho_{\text{ат}} (p_k^2 - p_c^2)}{\mu p_{\text{ат}} \ln \frac{R_k}{r_c}}, \quad (\text{VIII.21})$$

а выражение для объемного дебита газовой скважины, приведенного к атмосферному давлению и пластовой температуре, получим в виде

$$Q_{\text{ат}} = \frac{\pi kh (p_k^2 - p_c^2)}{\mu p_{\text{ат}} \ln \frac{R_k}{r_c}}. \quad (\text{VIII.22})$$

Заменяя в формуле (III.6) p на P , получим логарифмический закон распределения P при плоскорадиальной фильтрации газа

$$P = P_k - \frac{P_k - P_c}{\ln \frac{R_k}{r_c}} \ln \frac{R_k}{r}, \quad (\text{VIII.23})$$

откуда, используя (VIII.12), найдем закон распределения давления

$$p = \sqrt{p_k^2 - \frac{p_k^2 - p_c^2}{\ln \frac{R_k}{r_c}} \ln \frac{R_k}{r}}. \quad (\text{VIII.24})$$

Средневзвешенное пластовое давление газа при установившейся плоскорадиальной фильтрации по закону Дарси определяется приближенно по формуле

$$\bar{p} = p_k \left[1 - \frac{1 - \left(\frac{p_c}{p_k} \right)^2}{2} \left(\frac{1}{2 \ln \frac{R_k}{r_c}} - \frac{1}{\frac{R_k^2}{r_c^2} - 1} \right) \right] \quad (\text{VIII.25})$$

3. В случае плоскорадиальной фильтрации идеального газа при нелинейном законе фильтрации, выраженном формулой (II.8), дебит скважины, приведенный к атмосферному давлению и пластовой температуре, определяется по формуле

$$p_k^2 - p_c^2 = \frac{\mu p_{ат}}{\pi k h} \ln \frac{R_k}{r_c} Q_{ат} + \frac{\beta^* p_{ат} p_{ат}}{2 \pi^2 h^2} \left(\frac{1}{r_c} - \frac{1}{R_k} \right) Q_{ат}^2 \quad (\text{VIII.26})$$

§ 4. Установившаяся фильтрация реального газа

При больших давлениях уравнение состояния реального газа отличается от уравнения Клапейрона и имеет вид

$$\frac{p}{\rho} = zRT, \quad (\text{VIII.27})$$

где $z = z(p_r, T_r)$ — коэффициент сверхсжимаемости газа, учитывающий отклонение реального газа от идеального и зависящий от приведенных давления и температуры

$$p_r = \frac{p}{p_{ср.кр}},$$

$$T_r = \frac{T}{T_{ср.кр}}$$

и определяемый по графику (рис. 55). Здесь $p_{ср.кр}$ и $T_{ср.кр}$ — соответственно среднекритическое давление и среднекритическая температура. Так как природный газ состоит из различных компонентов (метан, этан, пропан и др.), то предварительно нужно вычислить значения $p_{ср.кр}$ и $T_{ср.кр}$ по формулам

$$p_{ср.кр} = \frac{\sum n_j p_{крj}}{\sum n_j},$$

$$T_{ср.кр} = \frac{\sum n_j T_{крj}}{\sum n_j},$$

где n_j — содержание j -го компонента в газе, об. %; $p_{крj}$ и $T_{крj}$ — критическое давление и температура j -го компонента соответственно.

Динамический коэффициент вязкости природного (реального) газа зависит от давления и температуры. Считая процесс изотермическим, нужно учитывать зависимость $\mu(p)$. На основании экспериментальных исследований построены графики, по которым с точностью до 6% можно найти значения динамиче-

ского коэффициента вязкости природного газа при различных давлениях и температурах в зависимости от относительной плотности по воздуху (рис. 56).

Для определения массового дебита реального газа или закона распределения давления нужно записать закон Дарси для бесконечно малого элемента пласта и, учитывая зависимость $\mu(p)$ и формулу (VIII.27), проинтегрировать его графоаналити-

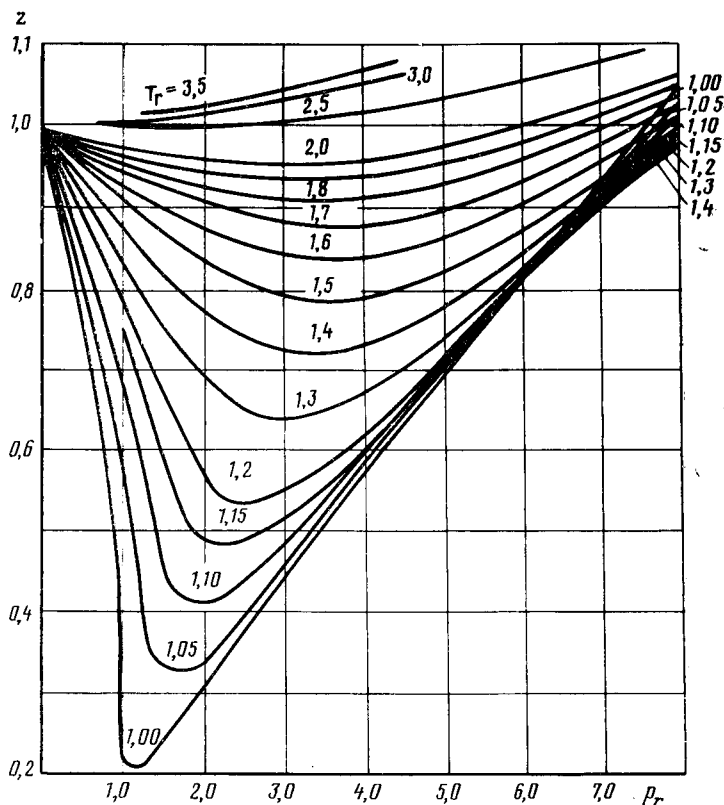


Рис. 55

ческим методом (см. задачи 83, 84). Если давление в пласте меняется в небольшом интервале, то можно аппроксимировать зависимость $p/\mu(p)z(p)$ простой алгебраической функцией, взять интеграл аналитически и получить аналитическое выражение для дебита и закона распределения давления.

Задача 75

Определить проницаемость песка, если через трубу диаметром $d=200$ мм и длиной $l=12$ м, заполненную этим песком, пропусклся воздух вязкостью $0,018$ мПа·с при перепаде дав-

ления, равном $4,41 \cdot 10^4$ Па ($0,45$ кгс/см²); избыточные давления в начале и в конце трубы составляют $p_1 = 0,98 \cdot 10^5$ Па (1 кгс/см²), $p_2 = 0,539 \cdot 10^5$ Па ($0,55$ кгс/см²). Средний расход воздуха, приведенный к атмосферному давлению, равен 250 см³/с. Атмосферное давление принять равным $p_{ат} = 0,98 \cdot 10^5$ Па, температуру $t = 20^\circ\text{C}$.

Ответ: $k = 21,5$ Д.

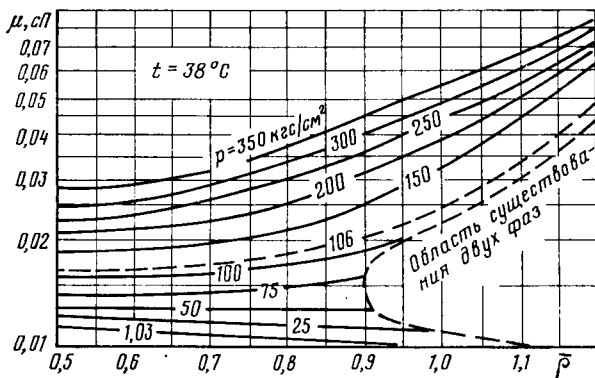


Рис. 56

Задача 76

Сравнить распределение давления в пласте в случаях установившейся плоскорадиальной фильтрации газа и несжимаемой жидкости по закону Дарси при одинаковых граничных условиях: $r_c = 0,1$ м, $p_c = 50$ кгс/см², $R_k = 750$ м, $p_k = 100$ кгс/см².

Решение. Определим, какая часть (в процентах) депрессии $p_k - p_c$ теряется при движении несжимаемой жидкости и газа в пласте на расстоянии $r - r_c$.

$$\delta = \frac{p - p_c}{p_k - p_c} \cdot 100 \, \%.$$

Из закона распределения давления в несжимаемой жидкости

$$p = p_c + \frac{p_k - p_c}{\ln \frac{R_k}{r_c}} \ln \frac{r}{r_c}$$

получим

$$\delta_{ж} = \frac{\ln (r/r_c)}{\ln (R_k/r_c)} 100 = \frac{\lg (r/r_c)}{\lg (R_k/r_c)} 100.$$

Из закона распределения давления газа

$$p = \sqrt{p_c^2 + \frac{p_k^2 - p_c^2}{\ln \frac{R_k}{r_c}} \ln \frac{r}{r_c}}$$

найдем

$$\delta_r = \frac{1}{p_k - p_c} \left(\sqrt{p_c^2 + \frac{p_k^2 - p_c^2}{\ln \frac{R_k}{r_c}} \ln \frac{r}{r_c}} - p_c \right) 100.$$

Задавая различные значения r/r_c , подсчитаем $\delta_{ж}$ и δ_r и результаты представим на рис. 57 и ниже.

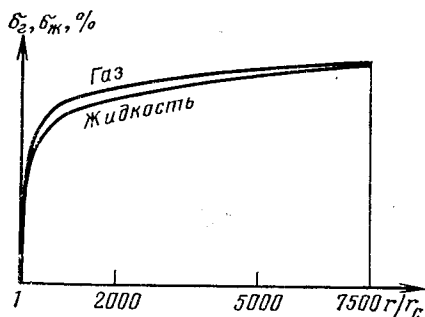


Рис. 57

r/r_c	$\delta_{ж}, \%$	$\delta_r, \%$
1	0	0
2	7,77	11,0
5	18,05	24,2
10	25,8	33,2
100	51,6	59,6
500	69,7	75,8
1000	77,6	82,4
5000	95,5	96,7
7500	100	100

Задача 77

В пласте имеет место установившаяся плоскорадиальная фильтрация газа по закону Дарси. Абсолютное давление на контуре питания $p_k=9,8$ МПа (100 кгс/см²), давление на забое скважины $p_c=6,86$ МПа (70 кгс/см²), приведенный к атмосферному давлению и пластовой температуре объемный расход газа $Q_{ат}=8 \cdot 10^5$ м³/сут. Радиус контура питания $R_k=750$ м, радиус скважины $r_c=0,1$ м, мощность пласта $h=10$ м, пористость $m=20\%$. Определить давление, скорость фильтрации и среднюю скорость движения газа на расстоянии $r=50$ м от скважины.

Ответ: $p=9,02$ МПа; $w=3,32 \cdot 10^{-5}$ м/с; $v=1,66 \cdot 10^{-4}$ м/с.

Задача 78

Определить расстояние r' от возмущающей газовой скважины до точки пласта, в которой давление равно среднеарифметическому от забойного давления $p_c=70$ кгс/см² и давления на контуре питания $p_k=100$ кгс/см². Расстояние до контура питания $R_k=1000$ м, радиус скважины $r_c=10$ см.

Ответ: $r'=6,76$ м.

Задача 79

Определить объемный приведенный к атмосферному давлению и массовый дебиты совершенной газовой скважины, считая, что фильтрация происходит по закону Дарси, если мощность пласта $h=25$ м, коэффициент проницаемости пласта $k=250$ мД, динамический коэффициент вязкости газа $\mu=0,014$ мПа·с,

плотность газа в нормальных условиях $\rho_{ат}=0,650$ кг/м³, радиус скважины $r_c=0,1$ м, расстояние до контура питания $R_k=900$ м, абсолютные давления на забое скважины $p_c=2,94$ МПа и на контуре питания $p_k=3,92$ МПа, газ считать идеальным.

Ответ: $Q_m=607$ т/сут; $Q_{ат}=0,935 \cdot 10^6$ м³/сут.

Задача 80

Известно, что в пласте происходит установившаяся плоско-радиальная фильтрация газа по закону Дарси. Радиус контура питания $R_k=1000$ м, радиус скважины $r_c=0,1$ м, абсолютное давление газа на контуре питания $p_k=100$ кгс/см², давление на забое скважины $p_c=92$ кгс/см². Определить средневзвешенное по объему пласта давление $\bar{p}$.

Решение. При установившейся плоскорадиальной фильтрации газа по закону Дарси давление в каждой точке пласта определяется по формуле

$$p = \sqrt{p_k^2 - \frac{p_k^2 - p_c^2}{\ln \frac{R_k}{r_c}} \ln \frac{R_k}{r}}.$$

Для нахождения средневзвешенного пластового давления газа $\bar{p}$ выделим на расстоянии r от скважины кольцевой элемент пласта шириной dr . Объем порового пространства этого элемента равен

$$d\Omega = 2\pi r h d r m.$$

Объем порового пространства всего пласта равен

$$\Omega = \pi (R_k^2 - r_c^2) h m.$$

Давление

$$\begin{aligned} \bar{p} &= \frac{1}{\Omega} \int_{\Omega} p d\Omega = \frac{1}{\pi (R_k^2 - r_c^2) h m} \int_{r_c}^{R_k} \sqrt{p_k^2 - \frac{p_k^2 - p_c^2}{\ln \frac{R_k}{r_c}} \ln \frac{R_k}{r}} \times \\ &\times 2\pi r h m d r = \frac{2}{R_k^2 - r_c^2} \int_{r_c}^{R_k} \sqrt{p_k^2 - \frac{p_k^2 - p_c^2}{\ln \frac{R_k}{r_c}} \ln \frac{R_k}{r}} \cdot r d r. \end{aligned}$$

Если правую и левую части полученного равенства разделим на p_k и введем обозначения $\xi = \bar{p}/p_k$ и $\varepsilon = p_c/p_k$, то получим

$$\xi = \frac{\bar{p}}{p_k} = \frac{2}{R_k^2 - r_c^2} \int_{r_c}^{R_k} \sqrt{1 - \frac{1 - \varepsilon^2}{\ln \frac{R_k}{r_c}} \ln \frac{R_k}{r}} \cdot r d r.$$

Заменим

$$x = \frac{1 - \varepsilon^2}{\ln \frac{R_K}{r_c}} \ln \frac{R_K}{r},$$

тогда

$$\sqrt{1 - \frac{1 - \varepsilon^2}{\ln \frac{R_K}{r_c}} \ln \frac{R_K}{r}} = \sqrt{1 - x}.$$

Если $|x| < 1$, то $\sqrt{1 - x}$ можно разложить в ряд. Известно, что

$$(1 \pm x)^{\frac{1}{2}} = 1 \pm \frac{1}{2} x - \frac{1}{8} x^2 \pm \frac{1}{16} x^3 - \dots$$

Разложим $\sqrt{1 - x}$ в ряд, удержав первые два члена ряда,

$$\begin{aligned} \sqrt{1 - x} &= 1 - \frac{1}{2} x = 1 - \frac{1 - \varepsilon^2}{2 \ln \frac{R_K}{r_c}} \ln \frac{R_K}{r} = \\ &= 1 + \frac{1 - \varepsilon^2}{2 \ln \frac{R_K}{r_c}} \ln \frac{r}{R_K}. \end{aligned}$$

Тогда

$$\xi = \frac{2}{R_K^2 - r_c^2} \int_{r_c}^{R_K} \left(1 + \frac{1 - \varepsilon^2}{2 \ln \frac{R_K}{r_c}} \ln \frac{r}{R_K} \right) r dr.$$

Интегрируя, подставляя пределы и пренебрегая членами, содержащими r_c^2 , получим

$$\xi = 1 - \frac{1 - \varepsilon^2}{2} \left(\frac{1}{2 \ln \frac{R_K}{r_c}} - \frac{1}{\frac{R_K^2}{r_c^2} - 1} \right).$$

Подсчитаем среднее пластовое давление по данным задачи

$$\begin{aligned} \xi = \frac{\tilde{p}}{p_K} &= 1 - \frac{1 - 0,92^2}{2} \left[\frac{1}{2 \cdot 2,3 \lg \frac{1000}{0,1}} - \frac{1}{\left(\frac{1000}{0,1} \right)^2 - 1} \right] = \\ &= 1 - 0,0042 = 0,9958, \end{aligned}$$

откуда $\tilde{p} = 0,9958 \cdot 100 = 99,58$ кгс/см².

Как видно, при установившейся плоскорадиальной фильтрации газа средневзвешенное пластовое давление $\tilde{p}$ близко к контурному давлению p_K .

Задача 81

Показать, что при установившемся прямолинейно-параллельном движении газа в пористой среде в условиях напорного режима распределение давления в пласте не описывается законом фильтрации, выраженным в виде одночленной степенной формулы вида (II.11).

Решение. Из принципа однородности размерностей следует, что

$$\omega = \left[\frac{\text{Re}_{\text{кр}}}{f(m)} \right]^{\frac{n-1}{n}} k^{\frac{3-n}{2n}} \mu^{\frac{n-2}{n}} \rho^{\frac{1-n}{n}} \left(-\frac{dp}{dx} \right)^{\frac{1}{n}},$$

где x — координата, взятая вдоль линии тока по движению газа.

Отсюда массовый расход

$$Q_m = \rho \omega \omega = \left[\frac{\text{Re}_{\text{кр}}}{f(m)} \right]^{\frac{n-1}{n}} k^{\frac{3-n}{2n}} \mu^{\frac{n-2}{n}} \omega \left(-\rho \frac{dp}{dx} \right)^{\frac{1}{n}}.$$

Обозначив

$$A = \left[\frac{\text{Re}_{\text{кр}}}{f(m)} \right]^{\frac{n-1}{n}} k^{\frac{3-n}{2n}} \mu^{\frac{n-2}{n}} \omega$$

и введя функцию Лейбенсона

$$P = \int \rho dp + C,$$

получим дифференциальное уравнение

$$Q_m = A \left(-\frac{dP}{dx} \right)^{\frac{1}{n}},$$

откуда

$$dP = - \left(\frac{Q_m}{A} \right)^n dx.$$

Проинтегрировав полученное уравнение с учетом граничных условий

$$x = 0; \quad P = P_{\text{к}}; \quad x = l; \quad P = P_{\text{г}};$$

$$\int_{P_{\text{г}}}^{P_{\text{к}}} dP = - \left(\frac{Q_m}{A} \right)^n \int_l^0 dx = \left(\frac{Q_m}{A} \right)^n \int_0^l dx,$$

получим

$$P_{\text{к}} - P_{\text{г}} = (Q_m/A)^n l,$$

откуда

$$\frac{P_{\text{к}} - P_{\text{г}}}{l} = \left(\frac{Q_m}{A} \right)^n.$$

Интегрируя по x от 0 до x и по P от P_k до P , получим

$$P = P_k - (Q_m/A)^n x,$$

или

$$P = P_k - \frac{P_k - P_\Gamma}{l} x.$$

Переходя от функции Лейбензона к давлению, получим окончательно закон распределения давления

$$p^2 = p_k^2 - \frac{p_k^2 - p_\Gamma^2}{l} x,$$

не зависящий от значения n , характеризующего закон фильтрации.

Задача 82

Найти коэффициенты A и B уравнения индикаторной кривой по данным испытания газовой скважины, приведенным в табл. 3.

Таблица 3

i	$p_k, \frac{\text{кгс}}{\text{см}^2}$	$p_c, \frac{\text{кгс}}{\text{см}^2}$	$Q_{\text{ат}}, \text{ тыс. м}^3/\text{сут}$
1	95,3	94,5	85,52
2	95,3	92	210,75
3	95,3	89,5	251,21

Решение. Возьмем уравнение индикаторной линии в виде двучленной формулы (VIII.26)

$$\Delta p^2 = A Q_{\text{ат}} + B Q_{\text{ат}}^2,$$

где

$$\Delta p^2 = p_k^2 - p_c^2,$$

и перепишем его в виде

$$\frac{\Delta p^2}{Q_{\text{ат}}} = A + B Q_{\text{ат}}.$$

Коэффициенты A и B найдем по способу наименьших квадратов, для чего подсчитаем значения Δp^2 , $\Delta p^2/Q_{\text{ат}}$, $Q_{\text{ат}}^2$ и их суммы и результаты занесем в табл. 4.

$$\Sigma \Delta p^2 = 1841; \frac{\Delta p^2}{Q_{\text{ат}}} = 8,97 \cdot 10^{-3},$$

$$\Sigma Q_{\text{ат}}^2 = 11,48 \cdot 10^{10}.$$

i	$\Delta p^2, \left(\frac{\text{кгс}}{\text{см}^2} \right)^2$	$\frac{\Delta p^2}{Q_{\text{ат}}}, \frac{\left(\frac{\text{кгс}}{\text{см}^2} \right)^2 \cdot \text{сут}}{\text{м}^3}$	$Q_{\text{ат}}^2, \text{м}^6/\text{сут}^2$
1	151,8	$1,775 \cdot 10^{-3}$	$7,314 \cdot 10^9$
2	617,1	$2,928 \cdot 10^{-3}$	$4,442 \cdot 10^{10}$
3	1071,8	$4,267 \cdot 10^{-3}$	$6,311 \cdot 10^{10}$

Кроме того, найдем

$$\Sigma Q_{\text{ат}} = 5,475 \cdot 10^5 \text{ м}^3/\text{сут}$$

и

$$(\Sigma Q_{\text{ат}})^2 = 29,97 \cdot 10^{10} \text{ м}^6/\text{сут}^2.$$

Обозначим через x_i и y_i значения $Q_{\text{ат}}$ и $\Delta p^2/Q_{\text{ат}}$ при i -том замере. Для каждого замера мы имеем уравнение

$$y_i = A + Bx_i. \quad (\text{VIII.28})$$

Сложив почленно уравнения (VIII.28) для $i=1, 2, \dots, n$ (где n — число испытаний), получим

$$\sum_{i=1}^n y_i = nA + B \sum_{i=1}^n x_i. \quad (\text{VIII.29})$$

Умножим правую и левую части уравнения (VIII.28) на x_i

$$x_i y_i = A x_i + B x_i^2$$

и просуммируем полученные уравнения

$$\sum_{i=1}^n x_i y_i = A \sum_{i=1}^n x_i + B \sum_{i=1}^n x_i^2. \quad (\text{VIII.30})$$

Система уравнений (VIII.29) и (VIII.30) служит для определения неизвестных A и B , которые найдем по формулам Крамера

$$A = \frac{\begin{vmatrix} \Sigma y_i & \Sigma x_i \\ \Sigma x_i y_i & \Sigma x_i^2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} n & \Sigma x_i \\ \Sigma x_i & \Sigma x_i^2 \end{vmatrix}} = \frac{\Sigma y_i \Sigma x_i^2 - \Sigma x_i \Sigma x_i y_i}{n \Sigma x_i^2 - (\Sigma x_i)^2},$$

$$B = \frac{\begin{vmatrix} n & \Sigma y_i \\ \Sigma x_i & \Sigma x_i y_i \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} n & \Sigma x_i \\ \Sigma x_i & \Sigma x_i^2 \end{vmatrix}} = \frac{n \Sigma x_i y_i - \Sigma x_i \Sigma y_i}{n \Sigma x_i^2 - (\Sigma x_i)^2}.$$

Учитывая, что

$$\begin{aligned}x_i &= (Q_{ат})_i, \\y_i &= \left(\frac{\Delta p^2}{Q_{ат}} \right)_i, \\x_i y_i &= (\Delta p^2)_i,\end{aligned}$$

получим формулы для A и B в виде

$$\begin{aligned}A &= \frac{\sum \frac{\Delta p^2}{Q_{ат}} \Sigma Q_{ат}^2 - \Sigma Q_{ат} \Sigma \Delta p^2}{n \Sigma Q_{ат}^2 - (\Sigma Q_{ат})^2}, \\B &= \frac{n \Sigma \Delta p^2 - \Sigma Q_{ат} \Sigma \frac{\Delta p^2}{Q_{ат}}}{n \Sigma Q_{ат}^2 - (\Sigma Q_{ат})^2}.\end{aligned}$$

Подставляя исходные данные, найдем численные значения A и B

$$\begin{aligned}A &= \frac{8,97 \cdot 10^{-3} \cdot 11,48 \cdot 10^{10} - 1841 \cdot 5,475 \cdot 10^5}{3 \cdot 11,48 \cdot 10^{10} - 29,97 \cdot 10^{10}} = \frac{2,2 \cdot 10^7}{4,48 \cdot 10^{10}} = \\&= 4,92 \cdot 10^{-4} \text{ (кгс/см}^2\text{)}^2 \cdot \text{сут/м}^3, \\B &= \frac{3 \cdot 1841 - 5,475 \cdot 10^5 \cdot 8,97 \cdot 10^{-3}}{3 \cdot 11,48 \cdot 10^{10} - 29,97 \cdot 10^{10}} = \frac{611}{4,48} \cdot 10^{-10} = \\&= 1,36 \cdot 10^{-8} \text{ (кгс/см}^2\text{)}^2 \cdot (\text{сут/м}^3\text{)}^2.\end{aligned}$$

Задача 83

Природный газ имеет следующий состав:

Компонент	Метан	Этан	Пропан	Изобутан	Н-бутан	Изопентан	Н-пентан	Гексан
Содержание, об. % . . .	86,02	7,70	4,26	0,57	0,87	0,11	0,14	0,33

Определить дебит $Q_{ат}$ газовой скважины, учитывая свойства реального газа, и сравнить его с дебитом $Q'_{ат}$ для идеального газа.

При решении использовать график зависимости коэффициента сверхсжимаемости z от приведенных температуры и давления и график зависимости динамического коэффициента вязкости μ от давления и плотности газа при температуре пласта $t = 38^\circ \text{C}$.

Статическое давление на забое скважины, принимаемое за контурное, $p_k = 150 \text{ кгс/см}^2$, динамическое — $p_c = 100 \text{ кгс/см}^2$, коэффициент проницаемости $k = 0,1 \text{ Д}$, мощность пласта $h =$

$= 10$ м, радиус контура области дренирования $R_K = 1$ км, радиус скважины $r_c = 10$ см.

Решение. При линейной фильтрации и установившемся движении газа массовый дебит скважины определяется по формуле Дарси

$$Q_m = 2\pi r h \rho \frac{k}{\mu} \frac{dp}{dr}. \quad (\text{VIII.31})$$

Интегрируя и учитывая, что ρ и μ являются функциями давления, получим

$$Q_m = \frac{2\pi k h}{\ln(R_K/r_c)} \int_{p_c}^{p_K} \frac{\rho}{\mu} dp. \quad (\text{VIII.32})$$

Из уравнения состояния реального газа $p/\rho = zRT$ имеем

$$\frac{\rho}{\mu} = \frac{p}{\mu z RT}. \quad (\text{VIII.33})$$

Подставляя в интеграл (VIII.32) выражение (VIII.33), запишем

$$\int_{p_c}^{p_K} \frac{\rho}{\mu} dp = \frac{1}{RT} \int_{p_c}^{p_K} \frac{p dp}{\mu(p) z(p)}.$$

Для того чтобы найти численное значение интеграла, разбиваем диапазон изменения давления на шесть интервалов и аппроксимируем интеграл

$$\int_{p_c}^{p_K} \frac{p dp}{\mu(p) z(p)} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^6 \frac{(p_i')^2 - (p_i'')^2}{z_i \mu_i}; \quad (\text{VIII.34})$$

здесь p_i' и p_i'' — крайние значения давлений в i -том интервале; z_i и μ_i — значения коэффициента сверхсжимаемости $z(p)$ и динамического коэффициента вязкости $\mu(p)$ при давлении $p_i = (p_i' + p_i'')/2$.

С учетом выражения (VIII.34) получим формулу для дебита в виде

$$Q_m = \frac{\pi k h}{RT \ln \frac{R_K}{r_c}} \sum_{i=1}^6 \frac{(p_i')^2 - (p_i'')^2}{z_i \mu_i}. \quad (\text{VIII.35})$$

Значения z_i определим из графика $z = z(p_r, T_r)$, для чего найдем приведенные давление и температуру в каждом интервале по формулам

$$\begin{aligned} p_r &= p/p_{\text{ср.кр}}, \\ T_r &= T/T_{\text{ср.кр}}, \end{aligned}$$

где

$$p_{\text{ср.кр}} = \frac{\sum n_j p_{\text{кр.}j}}{\sum n_j},$$

$$T_{\text{ср.кр}} = \frac{\sum n_j T_{\text{кр.}j}}{\sum n_j},$$

а n_j — объемное (молярное) содержание j -го компонента в газе (табл. 5); $\sum n_j = 100$.

Таблица 5

Компонент	Содержание компонента, об. %	Критическая температура $T_{\text{кр.}j}$, К	Критическое давление $p_{\text{кр.}j}$, кгс/см ²	$n_j T_{\text{кр.}j} / 100$	$n_j p_{\text{кр.}j} / 100$	Плотность по воздуху ρ_j	$n_j \rho_j / 100$
Метан	86,02	190,5	45,8	163,870	39,400	0,5538	0,4770
Этан	7,70	305,2	48,8	23,700	3,700	1,0381	0,0800
Пропан	4,26	370,2	42,0	15,762	1,789	1,5222	0,0649
Изобутан	0,57	406,7	37,0	2,328	0,211	2,0000	0,0114
Н-бутан	0,87	425,0	37,47	3,700	0,325	2,0000	0,0174
Изопентан	0,11	461,0	32,9	0,507	0,036	2,4800	0,0027
Н-пентан	0,14	470,4	33,0	0,658	0,046	2,4800	0,0035
Гексан	0,33	507,1	30,0	1,672	0,099	2,9650	0,0098

По данным табл. 5

$$p_{\text{ср.кр}} = 45,69 \text{ кгс/см}^2, \quad T_{\text{ср.кр}} = 222,2 \text{ К},$$

$$T_r = \frac{273 + 38}{222,2} = 1,4.$$

Относительную плотность газа по воздуху определяем по данным последней графы табл. 5.

$$\bar{\rho} = \sum \frac{n_j \rho_j}{100} = 0,667.$$

Значения μ_i найдем по графику зависимости μ от относительной плотности газа $\bar{\rho} = 0,667$ и от давления p_i при $t = 38^\circ \text{С}$ (см. рис. 56).

Определим члены суммы, входящей в выражение (VIII.35) (табл. 6).

$$\sum_{i=1}^6 \frac{(p'_i)^2 - (p''_i)^2}{z_i \mu_i} = 991 \, 300.$$

Приведенный к атмосферному давлению объемный дебит реального газа равен

$$Q_{\text{ат}} = \frac{Q_m}{\rho_{\text{ат}}} = \frac{Q_m z_{\text{ат}} R T}{p_{\text{ат}}}.$$

i	$p'_i, \text{ кгс/см}^2$	$p''_i, \text{ кгс/см}^2$	$(p'_i)^2 - (p''_i)^2, \text{ (кгс/см}^2)^2$	$p_i, \text{ кгс/см}^2$	$p_r = p_i / p_{\text{ср. кр}}$	z_i	$\mu_i, \text{ сП}$	$\frac{(p'_i)^2 - (p''_i)^2}{z_i \mu_i}, \text{ (кгс/см}^2)^2 / \text{сП}$
1	150	140	2900	145	3,18	0,710	0,019	215 000
2	140	130	2700	135	2,96	0,715	0,018	210 000
3	130	120	2500	125	2,74	0,720	0,017	204 000
4	120	110	2300	115	2,52	0,730	0,017	185 000
5	110	105	1075	107,5	2,35	0,735	0,016	91 300
6	105	100	1025	102,5	2,24	0,745	0,016	86 000

Так как $z_{\text{ат}} = 1$, то

$$Q_{\text{ат}} = \frac{\pi k h}{v_{\text{ат}} \ln R_{\text{к}}/r_{\text{с}}} \sum_{i=1}^6 \frac{(p'_i)^2 - (p''_i)^2}{z_i \mu_i} = \frac{3,14 \cdot 0,1 \cdot 10^3 \cdot 991\,300 \cdot 86\,400}{1,033 \ln \frac{1000}{0,1} 10^6} = 2,83 \cdot 10^6 \text{ м}^3/\text{сут.}$$

Считая газ идеальным и принимая вязкость $\mu = 0,0175$ сП (значение, соответствующее среднему значению давления газа в пласте $p = (100 + 150)/2 = 125$ кгс/см²), получим

$$Q'_{\text{ат}} = \frac{\pi k h (p_{\text{к}}^2 - p_{\text{с}}^2)}{p_{\text{ат}} \mu \ln R_{\text{к}}/r_{\text{с}}} = \frac{3,14 \cdot 0,1 \cdot 10^3 (150^2 - 100^2) \cdot 86\,400}{1,033 \cdot 0,0175 \ln \frac{1000}{0,1} \cdot 10^6} = 2,05 \cdot 10^6 \text{ м}^3/\text{сут.}$$

Как видно из полученных данных, в условиях рассматриваемой задачи дебит скважины с учетом реальных свойств газа больше дебита идеального газа на 28%.

Задача 84

В пласте происходит плоскорадиальная установившаяся фильтрация газа по закону Дарси. Найти распределение давления в пласте с учетом реальных свойств газа.

Состав газа приведен в условии задачи 83, давление на контуре питания $p_{\text{к}} = 150$ кгс/см², давление на забое скважины $p_{\text{с}} = 100$ кгс/см², радиус контура питания $R_{\text{к}} = 1000$ м, радиус скважины $r_{\text{с}} = 0,1$ м, температура газа в пласте $t = 38^\circ \text{С}$, коэффициент проницаемости пласта $k = 0,1$ Д, мощность пласта $h = 10$ м.

Решение. Для проскоррадиальной фильтрации реального газа по закону Дарси массовый дебит равен

$$Q_m = \frac{k}{\mu(p)} \frac{dp}{dr} 2\pi r h \rho. \quad (\text{VIII.36})$$

Из уравнения состояния реального газа $p/\rho = z(p, T)RT$ найдем зависимость ρ от p

$$\rho = \frac{p}{z(p, T)RT}.$$

При атмосферном давлении

$$z(p_{\text{ат}}, T) = 1$$

и

$$\frac{p_{\text{ат}}}{\rho_{\text{ат}}} = RT.$$

Учитывая последнее равенство, найдем

$$\rho = \frac{p}{z(p, T)} \frac{\rho_{\text{ат}}}{p_{\text{ат}}}.$$

Подставляя значение ρ в дифференциальное уравнение (VIII.36), разделяя переменные и интегрируя по p от p до p_K и по r от r до R_K , получим

$$\int_p^{p_K} \frac{p dp}{\mu(p, T) z(p, T)} = \frac{Q_m p_{\text{ат}}}{2\pi k h \rho_{\text{ат}}} \int_r^{R_K} \frac{dr}{r},$$

или

$$\begin{aligned} \int_p^{p_K} \frac{p dp}{\mu(p, T) z(p, T)} &= \\ &= \frac{Q_m p_{\text{ат}} \cdot 2,3}{2\pi k h} \lg \frac{R_K}{r}. \end{aligned} \quad (\text{VIII.37})$$

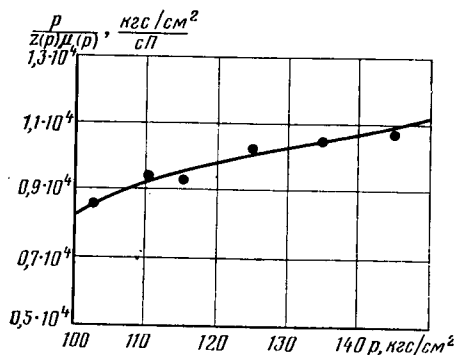


Рис. 58

Далее решаем задачу графоаналитическим методом. Используя данные табл. 6 задачи 83, найдем значения подынтегральной функции

$$\frac{p}{z(p, T) \mu(p, T)}$$

при температуре $T = 273^\circ + 38^\circ = 311$ К (табл. 7) и построим ее график (рис. 58).

Таблица 7

$p_i, \frac{\text{кгс}}{\text{см}^2}$	$z_i(p_i)$	$\mu_i(p_i), \text{сП}$	$\frac{p_i}{z_i \mu_i}, \frac{\text{кгс/см}^2}{\text{сП}}$
150	0,708	0,019	$1,115 \cdot 10^4$
145	0,710	0,019	$1,072 \cdot 10^4$
135	0,715	0,018	$1,048 \cdot 10^4$
125	0,720	0,017	$1,02 \cdot 10^4$
115	0,730	0,017	$0,928 \cdot 10^4$
107,5	0,735	0,016	$0,915 \cdot 10^4$
102,5	0,745	0,016	$0,862 \cdot 10^4$
100	0,750	0,016	$0,835 \cdot 10^4$

Задаваясь различными значениями p ($100 \frac{\text{кгс}}{\text{см}^2} \leq p \leq 150 \frac{\text{кгс}}{\text{см}^2}$),

подсчитаем значения

$$\int_p^{p_K} \frac{p dp}{z \mu}$$

как площади, заключенной между кривой, осью абсцисс и ординатами $p=p$ и $p=p_K$ (табл. 8).

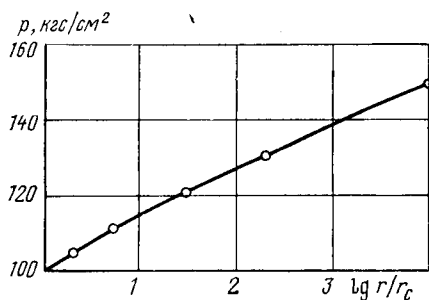


Рис. 59

Таблица 8

$p, \frac{\text{кгс}}{\text{см}^2}$	$\int_p^{p_K} \frac{p dp}{z \mu}$	$\lg \frac{R_K}{r}$	$\frac{R_K}{r}$	$r, \text{м}$
150	0	0	1	1000
140	$1,092 \cdot 10^5$	0,881	7,60	132
130	$2,14 \cdot 10^5$	1,725	53,1	18,8
120	$3,14 \cdot 10^5$	2,54	346	2,89
110	$4,08 \cdot 10^5$	3,30	2000	0,5
105	$4,53 \cdot 10^5$	3,66	4570	0,219
100	$4,96 \cdot 10^5$	4,00	10000	0,1

Зная из задачи 83, что $Q_{ат}=2,83 \cdot 10^6 \text{ м}^3/\text{сут}=32,75 \text{ м}^3/\text{с}$, находим значения $\lg \frac{R_k}{r}$:

$$\lg \frac{R_k}{r} = \frac{2\pi kh}{Q_{ат} p_{ат} \cdot 2,3} \int_p^{p_k} \frac{p dp}{z\mu} = 0,806 \cdot 10^{-5} \int_p^{p_k} \frac{p dp}{z\mu}$$

и по ним — отношения R_k/r и расстояния r (см. табл. 8). На рис. 59 приведен график зависимости p от $\lg(r/r_c)$ по данным табл. 8.

Задача 85

Определить приведенный дебит газовой скважины, если природный газ имеет следующий состав (табл. 9).

Таблица 9

Компонент	Содержание компонента n_j , об. %	$T_{кр. j}$, К	$\frac{p_{кр. j}}{\text{кгс/см}^2}$	Плотность по воздуху ρ_j
Метан	83,19	190,5	~45,8	0,5538
Этан	8,48	305	48,8	1,038
Пропан	4,37	370	42,0	1,522
Бутан	5,44	425	37,5	2
Более тяжелые фракции	1,53	461	32,9	2,48

Давление на контуре питания $p_k=100 \frac{\text{кгс}}{\text{см}^2}$, давление на забое скважины $p_c=50 \frac{\text{кгс}}{\text{см}^2}$, проницаемость пласта $k=0,12$ Д, мощность пласта $h=8$ м, радиус контура питания $R_k=750$ м, радиус скважины $r_c=10$ см, температура пласта $t=38^\circ \text{C}$.

Указание. При решении воспользоваться методикой задачи 83.

Ответ. $Q_{ат}=1,77 \cdot 10^6 \text{ м}^3/\text{сут}$.

Задача 86

Совершенная скважина расположена в центре кругового пласта радиуса $R_k=10$ км, мощность пласта в среднем равна $h=15$ м, коэффициент проницаемости $k=400$ мД, коэффициент динамической вязкости пластовой жидкости $\mu=1,02 \text{ мПа} \cdot \text{с}$, коэффициент сжимаемости жидкости $\beta_{ж}=4,64 \cdot 10^{-10} \text{ Па}^{-1}$, давление на контуре питания $p_k=11,76 \text{ МПа}$, забойное давление $p_c=7,35 \text{ МПа}$, радиус скважины $r_c=0,1$ м. Фильтрация происходит при водонапорном режиме по закону Дарси.

Определить различие в объемном суточном дебите скважины, подсчитанном с учетом сжимаемости жидкости и при условии, что жидкость несжимаема.

Решение. Формулу дебита скважины с учетом сжимаемости можно получить из формулы Дюпюи, заменяя объемный расход Q расходом Q_m , а давление p функцией Лейбензона P .

$$Q_m = \frac{2\pi kh}{\mu} \frac{P_K - P_c}{\ln R_K/r_c}.$$

Для жидкости, подчиняющейся закону Гука с уравнением состояния $\rho = \rho_0 e^{\beta_{ж}(p-p_0)}$, функция Лейбензона

$$P = \int \rho dp + C = \int \rho_0 e^{\beta_{ж}(p-p_0)} dp = \frac{\rho_0}{\beta_{ж}} e^{\beta_{ж}(p-p_0)} + C,$$

а

$$P_K - P_c = \frac{\rho_0}{\beta_{ж}} [e^{\beta_{ж}(p_K-p_0)} - e^{\beta_{ж}(p_c-p_0)}].$$

Раскладывая e^x в ряд и ограничиваясь тремя членами разложения

$$\left(e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots \right),$$

получим

$$e^{\beta_{ж}(p_K-p_0)} - e^{\beta_{ж}(p_c-p_0)} = \beta_{ж}(p_K - p_c) \left[1 + \frac{\beta_{ж}}{2}(p_K + p_c - 2p_0) \right]$$

и

$$Q_m = \frac{2\pi kh \rho_0}{\mu \ln \frac{R_K}{r_c}} \left[1 + \frac{\beta_{ж}}{2}(p_K + p_c - 2p_0) \right] (p_K - p_c).$$

Давления в последней формуле абсолютные. Если положить $p_0 = p_{ат}$, то можно записать формулу для Q_m через избыточные давления p_K и p_c

$$Q_m = \frac{2\pi kh p_{ат} (p_K - p_c)}{\mu \ln \frac{R_K}{r_c}} \left[1 + \frac{\beta_{ж}}{2}(p_K + p_c) \right].$$

Разность между объемным дебитом с учетом сжимаемости и дебитом, определяемым по формуле Дюпюи, равна:

$$\begin{aligned} \frac{\Delta Q_m}{\rho_{ат}} &= \frac{\pi kh (p_K - p_c) \beta_{ж} (p_K + p_c)}{\mu \ln \frac{R_K}{r_c}} = \\ &= \frac{3,14 \cdot 0,4 \cdot 1,02 \cdot 10^{-12} \cdot 15 \cdot (11,76 - 7,35) \cdot 10^6 \cdot 4,64 \cdot 10^{-10} \cdot (11,76 + 7,35) \cdot 10^6}{1,02 \cdot 10^{-3} \cdot 2,3 \cdot \lg \frac{10^4}{0,1}} = \\ &= 0,642 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3/\text{с} = 5,55 \text{ м}^3/\text{сут}, \end{aligned}$$

что составляет от дебита, определяемого по формуле Дюпюи

$$Q = \frac{2\pi kh (\rho_k - \rho_c)}{\mu \ln \frac{R_k}{r_c}} =$$

$$= \frac{6,28 \cdot 0,4 \cdot 1,02 \cdot 10^{-12} \cdot 15 \cdot (11,76 - 7,35) \cdot 10^6 \cdot 0,864 \cdot 10^3}{1,02 \cdot 10^{-3} \cdot 2,3 \cdot \lg \frac{10^4}{0,1}} = 1245 \text{ м}^3/\text{сут}$$

величину

$$\frac{\Delta Q_m}{Q_{\text{ат}}} : Q = 0,00445 = 0,445\%.$$

Следовательно, при установившемся режиме фильтрации дебит можно определить по формулам для несжимаемой жидкости.

IX. УСТАНОВИВШАЯСЯ ФИЛЬТРАЦИЯ ГАЗИРОВАННОЙ ЖИДКОСТИ

Если давление в пласте выше давления насыщения, то весь газ полностью растворен в жидкости, и она ведет себя как однородная. При снижении давления ниже давления насыщения из нефти выделяются пузырьки газа. По мере приближения к забою скважины давление падает и размеры пузырьков увеличиваются вследствие расширения газа и одновременно происходит выделение из нефти новых пузырьков газа. Здесь мы имеем дело с фильтрацией газированной жидкости, которая представляет собой двухфазную систему (смесь жидкости и выделившегося из нефти свободного газа).

При фильтрации газированной жидкости рассматривают отдельно движение каждой из фаз, считая, что жидкая фаза движется в изменяющейся среде, состоящей из частиц породы и газовых пузырьков, а газовая фаза — в изменяющейся среде, состоящей из породы и жидкости. Полагая, что фильтрация происходит по линейному закону, записывают его отдельно для каждой фазы, вводя коэффициенты фазовых проницаемостей $k_{ж}$ и $k_{г}$, которые меняются в пласте от точки к точке:

$$Q_{ж} = - \frac{k_{ж}}{\mu_{ж}} \frac{dp}{ds} \omega(s),$$

$$Q_{г}' = - \frac{k_{г}}{\mu_{г}} \frac{dp}{ds} \omega(s). \quad (\text{IX.1})$$

Здесь $Q_{г}'$ — дебит свободного газа в пластовых условиях.

Опытами Викова и Ботсета установлено, что фазовые проницаемости зависят главным образом от насыщенности порового пространства жидкой фазой σ . Насыщенностью σ называется отношение объема пор, занятого жидкой фазой, ко всему объему

пор в данном элементе пористой среды. В результате опытов построены графики зависимостей относительных фазовых проницаемостей $k_{ж}^* = k_{ж}/k$ и $k_{г}^* = k_{г}/k$ от насыщенности σ для несцементированных песков (рис. 60), для песчаников (рис. 61), известняков и доломитов (рис. 62); здесь k — абсолютная проницаемость породы, определяемая из данных по фильтрации однородной жидкости.

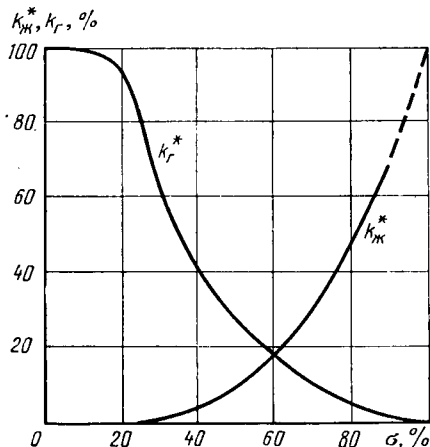


Рис. 60

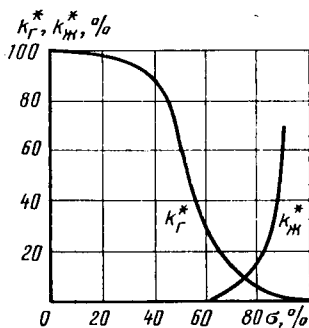


Рис. 61

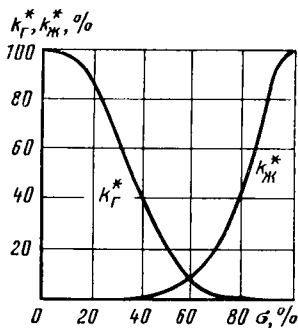


Рис. 62

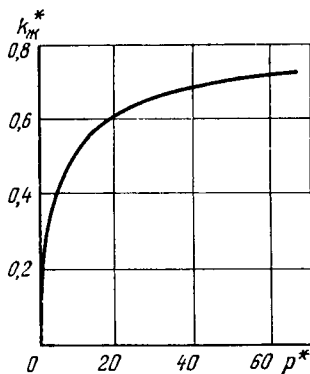


Рис. 63

В теории фильтрации газированной жидкости вводится понятие газового фактора Γ , равного отношению приведенного к атмосферному давлению дебита свободного и растворенного в жидкости газа к дебиту жидкости

$$\Gamma = \frac{Q_{г.ат}}{Q_{ж}}. \quad (IX.2)$$

При установившейся фильтрации газированной жидкости газовый фактор остается постоянным вдоль линии тока.

Так как насыщенность является однозначной функцией давления, то относительную фазовую проницаемость жидкой фазы $k_{ж}^*$ можно связать с давлением и построить график $k_{ж}^*(p^*)$ (рис. 63), где безразмерное давление

$$p^* = \frac{p}{p_{ат} \xi},$$

а

$$\xi = \Gamma \frac{\mu_r}{\mu_{ж}}.$$

Назовем функцией С. А. Христиановича выражение

$$H = \int_0^p k_{ж}^* dp. \quad (IX.3)$$

Через функцию Христиановича дебит жидкой фазы записывается по закону Дарси, в котором роль давления играет функция H :

$$Q_{ж} = - \frac{k}{\mu_{ж}} \frac{dH}{ds} \omega(s). \quad (IX.4)$$

При определении дебита жидкой фазы и распределения давления при установившемся движении газированной жидкости справедливы все формулы, выведенные для однородной несжимаемой жидкости с заменой давления на функцию Христиановича. Например, дебит жидкой фазы газированной жидкости скважины, находящейся в центре горизонтального кругового пласта, определяется согласно формуле Дюпюи

$$Q_{ж} = \frac{2\pi kh (H_{к} - H_{с})}{\mu_{ж} \ln \frac{R_{к}}{r_{с}}}, \quad (IX.5)$$

а дебит жидкой фазы галерей шириной B в пласте длиной l равен

$$Q_{ж} = \frac{k}{\mu_{ж}} \frac{(H_{к} - H_{г})}{l} Bh. \quad (IX.6)$$

Функция Христиановича в условиях плоскорадиальной фильтрации газированной жидкости подчиняется логарифмическому закону распределения

$$H = H_{к} - \frac{H_{к} - H_{с}}{\ln \frac{R_{к}}{r_{с}}} \ln \frac{R_{к}}{r}, \quad (IX.7)$$

а при параллельно-струйной фильтрации — линейному закону

$$H = H_{к} - \frac{H_{к} - H_{г}}{l} x. \quad (IX.8)$$

При расчетах по методу Б. Б. Лапука значения функции Христиановича находят следующим образом. Путем графического интегрирования строят безразмерную функцию Христиановича

$$H^* = \int_0^{p^*} k_{\text{ж}}^* dp^*,$$

используя график $k_{\text{ж}}^*(p^*)$. Зависимость H^* от p^* представлена на рис. 64 для трех значений $\alpha = S\mu_{\text{г}}/\mu_{\text{ж}}p_{\text{ат}}$ ($1 - \alpha = 0,020$; $2 - \alpha = 0,015$; $3 - \alpha = 0,010$). Определяют величину $\xi = \Gamma \frac{\mu_{\text{г}}}{\mu_{\text{ж}}}$, затем переходят от размерного давления к безразмерному при помощи формулы

$$p^* = \frac{p}{p_{\text{ат}} \xi}; \quad (\text{IX.9})$$

по рис. 64 находят значение H^* , соответствующее подсчитанному значению p^* . Переходят к размерной функции Христиановича

$$H = H^* \xi p_{\text{ат}}. \quad (\text{IX.10})$$

Для нахождения давления в некоторой точке пласта сначала определяют значение функции H по формуле (IX.7) или (IX.8), затем, используя график зависимости $H^*(p^*)$ (см. рис. 64), переходят к соответствующему значению давления.

Отметим, что функция Христиановича зависит, кроме давления (величины переменной в пласте), от постоянного параметра $\alpha = S \frac{\mu_{\text{г}}}{\mu_{\text{ж}}} p_{\text{ат}}$, где S — объемный коэффициент растворимости газа в жидкости.

И. А. Чарным было отмечено, что зависимость $H^*(p^*)$ согласно графику (см. рис. 64) в широком диапазоне значений p^* изображается почти прямой линией (при $p_{\text{с}}/p_{\text{к}} \geq 0,2$), поэтому приближенно можно принять, что

$$H^* = A p^* + B \quad (\text{IX.11})$$

и, следовательно,

$$H_{\text{к}} - H_{\text{с}} = A (p_{\text{к}} - p_{\text{с}}), \quad (\text{IX.12})$$

где $A \approx 0,944 - 21,43 \alpha$.

Г. Б. Пыхачев отмечает, что даже если давление в пласте меняется в широких пределах, фазовая проницаемость $k_{\text{ж}}^*$ изме-

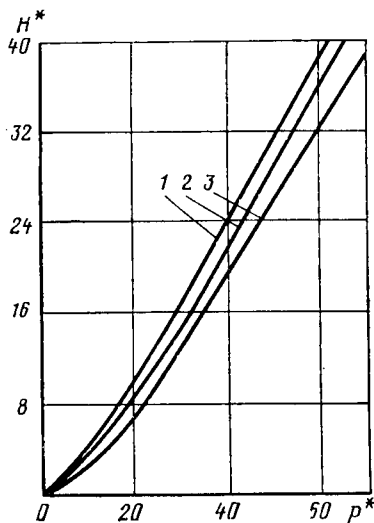


Рис. 64

няется слабо, поэтому приближенно можно считать ее постоянной и равной значению фазовой проницаемости, соответствующей средневзвешенному давлению в пласте ($\bar{k}_{ж}^*$). При этом

$$H_k - H_c = \bar{k}_{ж}^* (p_k - p_c). \quad (IX.13)$$

Задача 87

В пласте имеет место фильтрация газированной нефти. Определить, при каких насыщенностях жидкостью и газом фазовая проницаемость для жидкости $k_{ж}$ равна фазовой проницаемости для газа k_g . Найти величину этой фазовой проницаемости, если абсолютная проницаемость пористой среды $k=0,8$ Д. Рассмотреть случаи, когда коллектор представлен несцементированным песком, песчаником, известняками и доломитами.

Указание. Воспользоваться графиками зависимостей фазовых проницаемостей от насыщенности жидкостью порового пространства (см. рис. 60—62).

Задача 88

Через пористую среду, представленную несцементированным песком, фильтруется газированная жидкость. Абсолютная проницаемость пористой среды $k=5$ Д, вязкость жидкости $\mu_{ж}=1$ сП, вязкость газа $\mu_g=0,012$ сП, насыщенность жидкостью порового пространства $\sigma=65\%$.

Определить фазовые проницаемости $k_{ж}$ и k_g ; сравнить сумму фазовых проницаемостей с абсолютной проницаемостью пористой среды, найти отношения скоростей фильтрации жидкости и газа $w_{ж}/w_g$ и скоростей движения $v_{ж}/v_g$.

Ответ: $k_{ж}=1,15$ Д; $k_g=0,75$ Д; $w_{ж}/w_g=0,0184$; $v_{ж}/v_g=0,00991$.

Задача 89

В полосообразном пласте происходит установившаяся параллельно-струйная фильтрация газированной жидкости по закону Дарси. Ширина пласта $B=600$ м, длина пласта $L=3$ км, мощность $h=10$ м, абсолютная проницаемость пласта $k=150$ мД, коэффициенты вязкости нефти и газа в пластовых условиях соответственно равны $\mu_{ж}=1,12$ мПа·с, $\mu_g=0,014$ мПа·с, коэффициент растворимости газа в нефти $S=1,22 \cdot 10^{-5}$ м³/м³·Па, газовый фактор $\Gamma=350$ м³/м³. Давление на контуре питания $p_k=14,7$ МПа (150 кгс/см²), на забое галереи поддерживается давление $p_g=10,8$ МПа (110 кгс/см²).

Определить дебит галереи и давление в точке, расположенной на расстоянии $x=2,5$ км от контура питания.

Указание. Воспользоваться графиком зависимости функции H^* от безразмерного давления p^* .

Ответ: $Q_{ж}=61$ м³/сут, $(Q_g)_{ат}=21\,300$ м³/сут, $p=11,5$ МПа.

Задача 90

В центре нефтяного пласта радиуса $R_K=350$ м находится эксплуатационная скважина радиуса $r_c=0,1$ м.

В каждой точке пласта давление ниже давления насыщения, поэтому имеет место движение газированной нефти. Определить дебиты нефти и газа, распределение давления в пласте и построить индикаторную диаграмму, если давление на забое скважины $p_c=8,82$ МПа (90 кгс/см²), давление на контуре питания $p_K=13,2$ МПа (135 кгс/см²), абсолютная проницаемость пласта $k=0,1$ Д, мощность пласта $h=10$ м, коэффициенты вязкости нефти $\mu_n=1,2$ мПа·с и газа $\mu_r=0,012$ мПа·с, коэффициент растворимости газа в нефти $S=1,53 \cdot 10^{-5}$ м³/м³·Па, газовый фактор $\Gamma=400$ м³/м³, $p_{ат}=1,01 \cdot 10^5$ Па.

Зависимость H^* от p^* для $\alpha=0,015$ приведена ниже.

p^*	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
H^*	0	0,1	0,3	0,6	0,95	1,32	1,72	2,15	2,61	3,08	3,56
p^*	12	14	18	20	22	24	26	28	30	32	34
H^*	4,56	5,65	7,85	9	10,18	11,36	12,56	13,76	15	16,25	17,50

Решение. Дебит нефти при установившейся плоскорадиальной фильтрации газированной жидкости определим по формуле

$$Q_n = \frac{2\pi k h (H_K - H_c)}{\mu_n \ln \frac{R_K}{r_c}},$$

для чего найдем значения функции Христиановича H_K и H_c при давлениях p_K и p_c . Подсчитаем коэффициент $\alpha = S \frac{\mu_r}{\mu_n} p_{ат}$, который является параметром при определении функции Христиановича H :

$$\alpha = 1,53 \cdot 10^{-5} \cdot \frac{0,012}{1,2} \cdot 1,01 \cdot 10^5 = 0,0154.$$

Определим значение безразмерного газового фактора

$$\xi = \frac{\mu_r}{\mu_n} \Gamma = \frac{0,012}{1,2} \cdot 400 = 4$$

и безразмерные давления на контуре питания и на забое скважины

$$p_K^* = \frac{p_K}{\xi p_{ат}} = \frac{135}{4 \cdot 1,03} = 32,8;$$

$$p_c^* = \frac{p_c}{\xi p_{ат}} = \frac{90}{4 \cdot 1,03} = 21,8.$$

По таблице зависимости между безразмерными значениями давления p^* и функции Христиановича H^* при $\alpha=0,015$ найдем $H_K^*=16,75$ и $H_c^*=10,06$ и перейдем к размерным значениям

$$H_K = H_K^* \xi p_{ат} = 16,75 \cdot 4 \cdot 1,01 \cdot 10^5 = 6,77 \text{ МПа},$$

$$H_c = H_c^* \xi p_{ат} = 10,06 \cdot 4 \cdot 1,01 \cdot 10^5 = 4,06 \text{ МПа}.$$

При этом дебит нефти

$$Q_n = \frac{6,28 \cdot 0,1 \cdot 1,02 \cdot 10^{-12} \cdot 10 \cdot (6,77 - 4,06) \cdot 10^6}{1,2 \cdot 10^{-3} \cdot 2,3 \cdot \lg \frac{350}{0,1}} = 1,78 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{с} =$$

$$= 154 \text{ м}^3/\text{сут};$$

дебит газа

$$Q_{г.ат} = Q_n \Gamma = 154 \cdot 400 = 61\,600 \text{ м}^3/\text{сут}.$$

Распределение функции Христиановича в пласте определяется по формуле

$$H = H_K - \frac{H_K - H_c}{\ln \frac{R_K}{r_c}} \ln \frac{R_K}{r}.$$

Распределение давления получим, задаваясь различными значениями r , определяя соответствующие значения H и H^* при заданных R_K , r_c , H_K и H_c , и по значениям H^* — значения p^* и p . Результаты расчетов приведены в табл. 10.

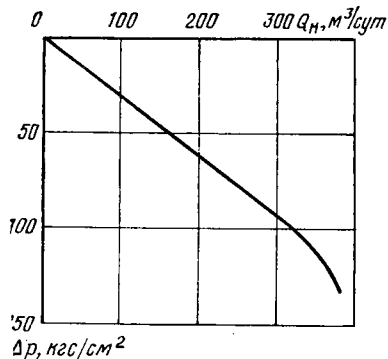


Рис. 65

Таблица 10

$r, \text{ м}$	$H, \text{ МПа}$	H^*	p^*	$p, \text{ МПа}$ (кгс/см ²)
0,1	4,06	10,06	21,80	8,82 (90)
1,0	4,83	12,00	25,07	10,1 (103)
10,0	5,60	13,85	28,00	11,3 (115)
100,0	6,35	15,70	31,12	12,5 (128)
350,0	6,77	16,75	32,80	13,2 (135)

Для построения индикаторной диаграммы задаемся различными значениями p_c и для этих значений по формуле

$$Q_n = \frac{2\pi k h \xi p_{ат} (H_K^* - H_c^*)}{\mu_n \ln R_K / r_c} =$$

$$= \frac{6,28 \cdot 0,1 \cdot 1,02 \cdot 10^{-12} \cdot 10 \cdot 4 \cdot 1,01 \cdot 10^5 (16,75 - H_c^*)}{1,2 \cdot 10^{-3} \cdot 2,3 \cdot \lg \frac{350}{0,1}} =$$

$$= 0,264 \cdot 10^{-3} (16,75 - H_c^*) \text{ (в м}^3/\text{с)}$$

подсчитаем дебиты Q_H (табл. 11, рис. 65).

Т а б л и ц а 11

p_c , МПа (кгс/см ²)	p_c^*	H_c^*	Q_H , м ³ /сут
12,25 (125)	30,4	15,25	34,3
10,78 (110)	26,7	12,98	86,4
8,82 (90)	21,8	10,06	154,0
4,90 (50)	12,1	4,61	276,0
0,98 (10)	2,43	0,43	372,0
0,101 (1,03)	0,25	0,025	382,0

З а д а ч а 91

В пласте имеет место установившаяся плоскорадиальная фильтрация газированной нефти по закону Дарси.

Выяснить, в каком случае при заданной депрессии $\Delta p = 25 \text{ кгс/см}^2 = 2,45 \text{ МПа}$ и заданном газовом факторе $\Gamma = 200 \text{ м}^3/\text{м}^3$ будет более высокий дебит нефти, если пластовые давления различны: 1) $p_K = 9,8 \text{ МПа}$ (100 кгс/см^2); 2) $p_K = 4,9 \text{ МПа}$ (50 кгс/см^2). Коэффициенты вязкости нефти $\mu_K = 1 \text{ мПа} \cdot \text{с}$ и газа $\mu_G = 0,012 \text{ мПа} \cdot \text{с}$, коэффициент растворимости газа в нефти $S = 1,73 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3/\text{м}^3 \cdot \text{Па}$.

Указание. Воспользоваться графиком зависимости H^* от p^* .

Ответ:

$$\frac{Q_{ж1}}{Q_{ж2}} = \frac{(H_K^* - H_c^*)_1}{(H_K^* - H_c^*)_2} = 1,17.$$

З а д а ч а 92

Сравнить дебиты при установившейся плоскорадиальной фильтрации газированной нефти по закону Дарси при разных газовых факторах и одной и той же депрессии. Отношение $\mu_K/\mu_G = 100$, коэффициент растворимости газа в нефти $S = 1,02 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3/\text{м}^3 \cdot \text{Па}$, $p_{ат} = 9,8 \cdot 10^4 \text{ Па}$, давление на контуре питания $p_K = 11,76 \text{ МПа}$ (120 кгс/см^2), давление на забое скважины $p_c = 9,8 \text{ МПа}$ (100 кгс/см^2). Газовые факторы $\Gamma_1 = 300 \text{ м}^3/\text{м}^3$ и $\Gamma_2 = 600 \text{ м}^3/\text{м}^3$. Пласт представлен несцементированным песком.

Ответ: $Q_{ж1}/Q_{ж2} = 1,5$; $(Q_G)_{ат2}/(Q_G)_{ат1} = 1,33$.

Следовательно, при прочих равных условиях и неизменяющейся депрессии с повышением газового фактора дебит жидкой фазы уменьшается, а дебит газа растет.

Задача 93

Найти средневзвешенное по объему пористой среды значение функции Христиановича $\tilde{H}$ и соответствующее ему значение давления при установившейся плоскорадиальной фильтрации газированной жидкости в пласте с радиусом $R_k = 1$ км, если давление на контуре питания $p_k = 10,29$ МПа (105 кгс/см²), давление на забое $p_c = 8,33$ МПа (85 кгс/см²), отношение $\mu_r/\mu_{ж} = 0,01$, коэффициент растворимости газа в нефти $S = 1,02 \cdot 10^{-5}$ м³/м³·Па, газовый фактор $\Gamma = 400$ м³/м³, радиус скважины $r_c = 0,1$ м. Пласт представлен несцементированным песком.

Решение. Средневзвешенное по объему пористой среды значение функции Христиановича определяется по формуле

$$\begin{aligned}\tilde{H} &= \frac{1}{\Omega} \int_{\Omega} H d\Omega = \frac{1}{\pi h m (R_k^2 - r_c^2)} \int_{r_c}^{R_k} \left(H_k - \frac{H_k - H_c}{\ln \frac{R_k}{r_c}} \ln \frac{R_k}{r} \right) 2\pi h m r dr \approx \\ &\approx H_k - \frac{H_k - H_c}{2 \ln \frac{R_k}{r_c}}.\end{aligned}$$

Найдем значения коэффициентов

$$\begin{aligned}\alpha &= \frac{\mu_r S p_{ат}}{\mu_{ж}} = 0,01, \\ \xi &= \frac{\mu_r}{\mu_{ж}} \Gamma = 4\end{aligned}$$

и безразмерные давления

$$\begin{aligned}p_k^* &= \frac{p_k}{\xi p_{ат}} = 26,2, \\ p_c^* &= \frac{p_c}{\xi p_{ат}} = 21,2.\end{aligned}$$

По графику зависимости H^* от p^* при $\alpha = 0,01$ (см. рис. 64) найдем

$$H_k^* = 11 \text{ и } H_c^* = 7,$$

откуда

$$\begin{aligned}H_k &= H_k^* \xi p_{ат} = 11 \cdot 4 \cdot 9,8 \cdot 10^4 = 4,31 \text{ МПа}, \\ H_c &= H_c^* \xi p_{ат} = 7 \cdot 4 \cdot 9,8 \cdot 10^4 = 2,74 \text{ МПа}\end{aligned}$$

и

$$\tilde{H} = 4,31 - \frac{4,31 - 2,74}{2 \cdot 2,3 \cdot \lg \frac{1000}{0,1}} = 4,23 \text{ МПа},$$

соответствующее значение

$$\tilde{H}^* = \frac{4,23 \cdot 10^6}{4,9,8 \cdot 10^4} = 10,78,$$

$$\tilde{p}^* = 25,9 \text{ и } \tilde{p} = \tilde{p}^* p_{\text{ат}} = 25,9 \cdot 4,9,8 \cdot 10^4 = 10,16 \text{ МПа.}$$

Задача 94

По данным предыдущей задачи определить дебит жидкой фазы по методу Г. Б. Пыхачева и по методу И. А. Чарного, если абсолютная проницаемость пористой среды $k=0,5$ Д, мощность пласта $h=8$ м, динамический коэффициент вязкости нефти $\mu=1,2$ мПа·с.

Решение. По методу Пыхачева дебит жидкой фазы определяется по формуле

$$Q_{\text{ж}} = \frac{2\pi \tilde{k}_{\text{ж}} h (p_{\text{к}} - p_{\text{с}})}{\mu_{\text{ж}} \ln \frac{R_{\text{к}}}{r_{\text{с}}}},$$

где $\tilde{k}_{\text{ж}}$ — фазовая проницаемость для жидкости, определяемая по среднему давлению $\tilde{p}$. Значению $\tilde{p}=10,16$ МПа соответствует безразмерное давление $\tilde{p}^*=25,9$, которому отвечает относительная фазовая проницаемость $k_{\text{ж}}^*=0,64$ (см. рис. 63).

Дебит жидкости

$$Q_{\text{ж}} = \frac{6,28 \cdot 0,64 \cdot 0,5 \cdot 1,02 \cdot 10^{-12} \cdot 8 \cdot 1,96 \cdot 10^6}{1,2 \cdot 10^{-3} \cdot 2,3 \cdot \lg \frac{1000}{0,1}} = 2,9 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{с} =$$

$$= 250 \text{ м}^3/\text{сут.}$$

По методу Чарного

$$Q_{\text{ж}} = \frac{2\pi k h A (p_{\text{к}} - p_{\text{с}})}{\mu_{\text{ж}} \ln \frac{R_{\text{к}}}{r_{\text{с}}}},$$

где $A=0,944-21,43 \alpha=0,944-21,43 \cdot 0,01=0,730$, Тогда

$$Q_{\text{ж}} = \frac{6,28 \cdot 0,5 \cdot 1,02 \cdot 10^{-12} \cdot 8 \cdot 0,73 \cdot 1,96 \cdot 10^6}{1,2 \cdot 10^{-3} \cdot 2,3 \cdot \lg \frac{1000}{0,1}} = 3,31 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{с} =$$

$$= 286 \text{ м}^3/\text{сут.}$$

Х. ДВИЖЕНИЕ ГРАНИЦЫ РАЗДЕЛА ДВУХ ЖИДКОСТЕЙ В ПОРИСТОЙ СРЕДЕ

§ 1. Вытеснение нефти водой

При проектировании разработки нефтяных месторождений в условиях водонапорного режима, когда нефть вытесняется

в скважины напором краевых вод, необходимо учесть стягивание контура нефтеносности.

С вытеснением нефти водой приходится встречаться и при расчетах деформации водонефтяного контакта. Аналогичные задачи возникают и при эксплуатации газовых месторождений с краевой или подошвенной водой.

Предполагается, что вытеснение «поршневое» и граница раздела двух жидкостей является некоторой поверхностью. При решении задач о вытеснении учитывается различие в вязкостях нефти и воды. Плотности нефти и воды считаются одинаковыми. Это дает возможность рассматривать границу раздела двух жидкостей вертикальной. В общем случае на границе раздела двух жидкостей с различными физическими свойствами

происходит преломление линий тока. Учет этого преломления и составляет главную трудность в точном решении задачи о вытеснении нефти водой (или газа водой). Линии тока не преломляются при прямолинейно-поступательном и радиальном движениях, когда в начальный момент времени они перпендикулярны границе раздела. В этих случаях получены точные решения, в которых жидкости (нефть, вода) принимаются несжимаемыми, пласт — горизонтальным, режим пласта — водонапорным, фильтрация — происходящей по линейному закону.

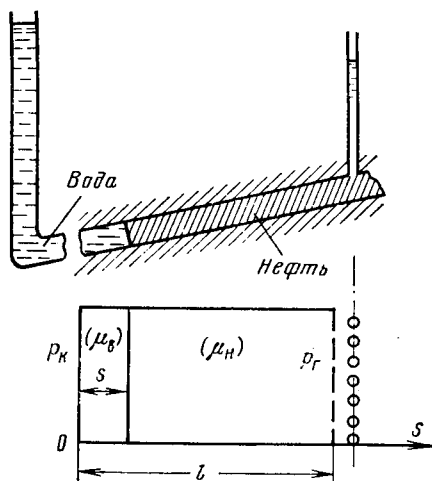


Рис. 66

При прямолинейном движении границы раздела (рис. 66), когда в начальном положении она параллельна галерее, в пласте с постоянными мощностью, пористостью и проницаемостью формула для дебита галереи имеет вид

$$Q = \frac{kBh(p_K - p_T)}{\mu_в s + \mu_н (l - s)}, \quad (X.1)$$

где l — длина пласта; s — расстояние от контура питания до водонефтяного контакта.

Из приведенной формулы видно, что дебит нефти при заданных постоянных значениях p_K и p_T возрастает при продвижении границы раздела, если $\mu_н > \mu_в$.

Время вытеснения нефти водой в случае прямолинейно-поступательного движения границы раздела подсчитывается по формуле

$$t = \frac{m}{k(p_K - p_r)} \left[\mu_H l(s - s_0) - \frac{1}{2} (\mu_H - \mu_B) (s^2 - s_0^2) \right], \quad (X.2)$$

где s_0 — координата, определяющая положение границы раздела в начальный момент времени.

Чтобы найти время полного вытеснения нефти, нужно в формуле (X.2) положить $s=l$.

Аналогичная картина наблюдается и в условиях плоско-радиальной фильтрации (рис. 67). В этом случае дебит определяется по формуле

$$Q = \frac{2\pi k h (p_K - p_c)}{\mu_B \ln \frac{R_K}{r} + \mu_H \ln \frac{r}{r_c}}, \quad (X.3)$$

где r — координата, определяющая положение границы раздела нефть—вода в момент t .

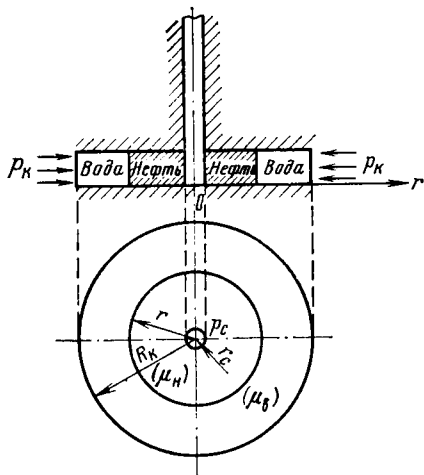


Рис. 67



Рис. 68

Время радиального перемещения границы от начального положения $r=r_0$ (при $t=0$) до r находится по формуле

$$t = \frac{m}{k(p_K - p_c)} \left\{ (\mu_B \ln R_K - \mu_H \ln r_c) \frac{r_0^2 - r^2}{2} + (\mu_H - \mu_B) \times \right. \\ \left. \times \left[\left(\frac{r_0^2}{2} \ln r_0 - \frac{r_0^2}{4} \right) - \left(\frac{r^2}{2} \ln r - \frac{r^2}{4} \right) \right] \right\}. \quad (X.4)$$

Различие вязкости нефти и воды существенно влияет как на время извлечения нефти (газа) из пласта, так и на характер продвижения контура водоносности.

Допустим, что первоначальное положение водонефтяного контакта в пласте AB не параллельно галерее (рис. 68). Для решения задачи о продвижении водонефтяного контакта в указанных условиях используют приближенный метод «полосок», предложенный В. Н. Шелкачевым. Рассматривается послойное движение частиц. Выделяют несколько узких полосок, и в пределах каждой полоски рассматривают вытеснение как поршневое с контуром водоносности, параллельным галерее. При условии $\mu_H > \mu_B$ скорость точки B больше, чем скорость точки A , отсюда можно сделать вывод, что скорость движения «водя-

ного языка» в наиболее вытянутой точке по мере его движения к галерее (или прямолинейной цепочке скважин) растет быстрее, чем скорость его основания и остальной части контура водоносности.

§ 2. Конус подошвенной воды. Определение предельного безводного дебита скважины

При отборе нефти (газа) из гидродинамически несовершенной по степени вскрытия скважины в пласте с подошвенной водой происходит деформация границы водонефтяного контакта. Образующееся повышение уровня воды называется конусом подошвенной воды (рис. 69). При увеличении дебита конус поднимается, и при некотором предельном значении $Q = Q_{\text{пред}}$ происходит прорыв подошвенной воды в скважину. Условием стабильности конуса является равенство градиента давления на вершине конуса удельному весу воды:

$$\left| \frac{\partial p}{\partial r} \right|_{r=0} = \rho_w g. \quad (\text{X.5})$$

Методы расчета предельных безводных дебитов были предложены И. А. Чарным, Н. Ф. Ивановым, Н. С. Пискуновым, Д. А. Эфросом, Г. Дж. Мейером, О. А. Гардером и др.

И. А. Чарный, сопоставляя движение нефти при наличии

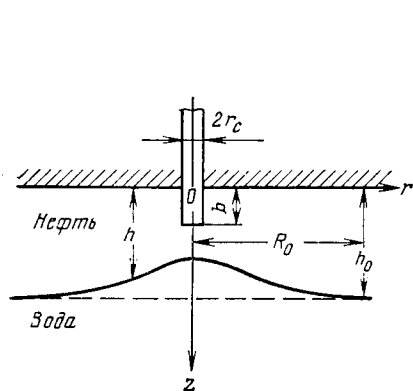


Рис. 69

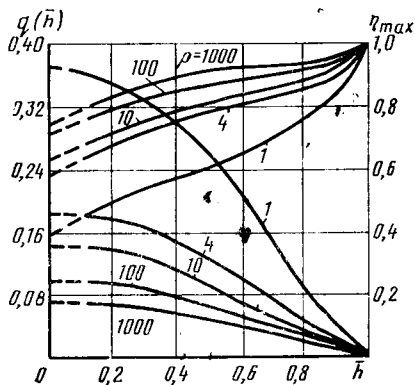


Рис. 70

конуса подошвенной воды с напорным равновесным движением нефти в пласте постоянной мощности $h(R_0) = h_0$ и используя условие стабильности конуса (X.5), получил формулу для верхнего значения предельного безводного дебита в однородно-анизотропном пласте, в каждой точке которого значение коэффициента проницаемости в горизонтальном направлении $k_{\text{гор}}$

резко отличается от значения коэффициента проницаемости в вертикальном направлении $k_{\text{верт}}$, в виде:

$$Q_1 = Q_0 q(\bar{h}) = \frac{2\pi k h_0}{\mu} (\rho_v - \rho_n) g h_0 q(\bar{h}), \quad (\text{X.6})$$

где $\bar{h} = b/h_0$; $q(\bar{h})$ — безразмерный дебит.

Кривые $q(\bar{h})$ для различных значений $\rho = R_0/\kappa h_0$ показаны на рис. 70. Здесь $\kappa = \sqrt{k_{\text{гор}}/k_{\text{верт}}}$ — коэффициент, учитывающий анизотропию пласта.

На рис. 70 приведены также графики $\eta_{\text{max}} = \frac{y_{\text{max}}}{h_0 - b}$ для расчета высоты подъема конуса y_{max} , соответствующей Q_1 .

Рассматривая предельный случай, в котором вершина водяного конуса находится у забоя скважины, Н. Ф. Иванов вывел приближенную формулу для предельного безводного дебита скважины, аналогичную формуле (VI.5) дебита скважины при безнапорном движении

$$Q_{\text{пр}} = \frac{\pi k (\rho_v - \rho_n) g (h_0^2 - b^2)}{\mu \ln \frac{R_0}{r_c}}. \quad (\text{X.7})$$

Задача 95

В полосообразном пласте имеет место поршневое вытеснение нефти водой. Первоначальная граница раздела вертикальна и параллельна галерее. Длина пласта $L_K = 5$ км, длина зоны, занятой нефтью в начальный момент, — 1 км. Динамические коэффициенты вязкости нефти $\mu_n = 4$ сП, воды $\mu_v = 1$ сП. Найти отношение дебита галереи в начальный момент эксплуатации и дебита той же галереи, когда весь пласт заполнен нефтью. Определить отношение времени вытеснения нефти водой и нефти нефтью.

Ответ: $Q_{n-v}/Q_{n-n} = 2,5$; $T_{n-v}/T_{n-n} = 0,325$.

Задача 96

Определить время продвижения нефти от контура водоносности до скважины в случае плоскорадиального движения по закону Дарси и сопоставить его со временем прохождения того же пути водой. Определить дебит скважины в начальный момент времени и в момент обводнения. Расстояние до контура питания $R_K = 10$ км, первоначальный радиус водонефтяного контакта $r_0 = 450$ м, мощность пласта $h = 10$ м, пористость пласта $m = 20\%$, коэффициент проницаемости пласта $k = 0,2$ Д, коэффициенты вязкости нефти $\mu_n = 5$ мПа·с, воды $\mu_v = 1$ мПа·с, давление на контуре питания $p_K = 9,8$ МПа (100 кгс/см²), давление на забое скважины $p_c = 6,86$ МПа (70 кгс/см²), радиус скважины $r_c = 0,1$ м.

Ответ: $T = 46,2$ лет; $T_b = 12,5$ лет; $Q_{\text{нач}} = 72,2$ м³/сут; $Q_{\text{кон}} = 283$ м³/сут.

Задача 97

Положение водонефтяного контакта в пористом пласте, изображенном в плане на рис. 71, в начальный момент времени показано линией ab , не параллельной галерее. Найти скорость фильтрации в точках a и b .

Определить положение точки a , когда точка b достигнет галереи. Расстояние от галереи до контура питания $L_K = 10$ км, расстояние от контура питания до точки a равно $x_a = 9200$ м, расстояние до точки b $x_b = 9500$ м, коэффициенты вязкости нефти $\mu_n = 6$ сП, воды $\mu_v = 1$ сП, коэффициент проницаемости пласта $k = 1$ Д, коэффициент пористости пласта $m = 20\%$, давление на контуре питания $p_K = 9,8$ МПа (100 кгс/см²), давление на забое галереи $p_r = 6,86$ МПа (70 кгс/см²).

Решение. Задачу будем решать приближенным методом полосок, предложенным В. Н. Щелкачевым. Выделим в пласте две узкие полоски в окрестностях точек a и b и будем считать, что в каждой из них граница раздела нефть — вода вертикальна и параллельна галерее. В каждой полоске перемещение границы раздела будем рассчитывать по формулам для поршневого прямолинейно-параллельного вытеснения.

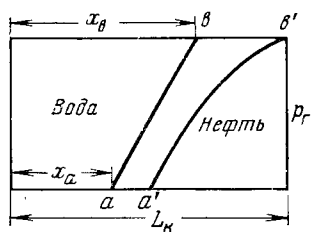


Рис. 71

Найдем скорости фильтрации в точках a и b .

$$\omega_a = \frac{k(p_K - p_r)}{\mu_n(L_K - x_a) + \mu_v x_a} = \frac{1,02 \cdot 10^{-12} \cdot 2,94 \cdot 10^6}{6 \cdot 10^{-3} \cdot 800 + 10^{-3} \cdot 9200} = 2,12 \cdot 10^{-7} \text{ м/с,}$$

$$\omega_b = \frac{k(p_K - p_r)}{\mu_n(L_K - x_b) + \mu_v x_b} = \frac{1,02 \cdot 10^{-12} \cdot 2,94 \cdot 10^6}{6 \cdot 10^{-3} \cdot 500 + 10^{-3} \cdot 9500} = 2,40 \cdot 10^{-7} \text{ м/с.}$$

Определим время, за которое точка b достигнет галереи:

$$\begin{aligned} T_b &= \frac{m}{2k(p_K - p_r)} [\mu_v(L_K^2 - x_b^2) + \mu_n(L_K - x_b)^2] = \\ &= \frac{0,2}{2 \cdot 1,02 \cdot 10^{-12} \cdot 2,94 \cdot 10^6} [10^{-3} \cdot (10^8 - 9,5^2 \cdot 10^6) + 6 \cdot 10^{-3} \cdot (10^4 - \\ &\quad - 0,95 \cdot 10^4)^2] = 3,75 \cdot 10^8 \text{ с} = 11,9 \text{ лет.} \end{aligned}$$

Найдем положение точки a , когда точка b достигнет галереи:

$$x'_a = \frac{\mu_H}{\mu_H - \mu_B} L_K - \sqrt{\left(\frac{\mu_H}{\mu_H - \mu_B} L_K - x_a\right)^2 - \frac{2k(\rho_K - \rho_F)}{m(\mu_H - \mu_B)} t} =$$

$$= \frac{6}{5} \cdot 10^4 -$$

$$- \sqrt{\left(\frac{6}{5} \cdot 10^4 - 0,92 \cdot 10^4\right)^2 - \frac{2 \cdot 1,02 \cdot 10^{-12} \cdot 2,94 \cdot 10^8 \cdot 3,75 \cdot 10^8}{0,2 \cdot 5 \cdot 10^{-3}}} =$$

$$= 9640 \text{ м},$$

т. е. точка a будет отстоять от галереи на 360 м и граница раздела нефть—вода примет положение $a'b'$.

Задача 98

Определить предельный безводный дебит скважины, вскрывшей нефтяной пласт с подошвенной водой, если $R_K = 200$ м, радиус скважины $r_c = 10$ см, нефтенасыщенная мощность пласта $h_0 = 12$ м, разность плотностей воды и нефти $\rho_B - \rho_H = 0,398$ г/см³, динамический коэффициент вязкости нефти $\mu_H = 2,54$ сП. Пласт считать однородным по проницаемости ($\kappa = 1$), $k = 1$ Д.

Задачу решить по формуле Н. Ф. Иванова и по методу, предложенному И. А. Чарным при мощности вскрытой части пласта b , равной 6 м и 2 м.

Решение. Определим предельный безводный дебит по приближенной формуле Н. Ф. Иванова

$$1) Q_{пр} = \frac{\pi k (\rho_B - \rho_H) g (h_0^2 - b^2)}{\mu_H \ln \frac{R_K}{r_c}} =$$

$$= \frac{3,14 \cdot 1,02 \cdot 10^{-12} \cdot 398 \cdot 9,8 \cdot (144 - 36)}{2,54 \cdot 10^{-3} \cdot 2,3 \lg \frac{200}{0,1}} = 0,7 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3/\text{с} = 6,05 \text{ м}^3/\text{сут.}$$

По графикам И. А. Чарного (см. рис. 70) найдем $\bar{q}(\rho, h) = Q_{пр}/Q_0$, где

$$Q_0 = \frac{2\pi k h_0^2}{\mu_H} (\rho_B - \rho_H) g = \frac{6,28 \cdot 1,02 \cdot 10^{-12} \cdot 144 \cdot 398 \cdot 9,8}{2,54 \cdot 10^{-3}} =$$

$$= 1,425 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{с} = 123 \text{ м}^3/\text{сут.};$$

$$\rho = \frac{R_K}{\kappa h_0} = \frac{200}{12} = 16,6;$$

$$\bar{h} = \frac{b}{h_0} = 0,5;$$

$$q(16,6; 0,5) = 0,097, \text{ откуда } Q_{пр} = 0,097 \cdot 123 = 11,95 \text{ м}^3/\text{сут.}$$

$$2) Q_{\text{пр}} = \frac{3,14 \cdot 1,02 \cdot 10^{-12} (144 - 4) \cdot 398 \cdot 9,8}{2,54 \cdot 10^{-3} \cdot 2,3 \lg \frac{200}{0,1}} = 0,91 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3/\text{с} =$$

$$= 7,85 \text{ м}^3/\text{сут},$$

$$q(16,6; 0,166) = 0,14, \quad Q_{\text{пр}} = 0,14 \cdot 123 = 17,2 \text{ м}^3/\text{сут}.$$

Как видно из расчетов, формула Н. Ф. Иванова дает резко заниженный предельный безводный дебит по сравнению с предельным безводным дебитом по методу И. А. Чарного.

Задача 99

По данным предыдущей задачи определить высоту подъема конуса подошвенной воды по методу И. А. Чарного.

Решение.

1. Определим по графикам И. А. Чарного $\eta_{\text{max}} = y_{\text{max}}/(h_0 - b)$ в зависимости от $\rho = R_0/kh_0 = 16,6$ и

$$\bar{h} = b/h_0 = 0,5;$$

$\eta_{\text{max}} = 0,81$, откуда высота подъема вершины конуса

$$y_{\text{max}} = 0,81 (12 - 6) = 4,86 \text{ м}.$$

$$2) \eta_{\text{max}}(16,6; 0,167) = 0,7,$$

$$y_{\text{max}} = 0,7 (12 - 2) = 7 \text{ м}.$$

Задача 100

Определить предельно допустимую депрессию при отборе нефти из скважины, вскрывающей пласт с подошвенной водой на глубину $b = 12,5$ м. Мощность нефтеносной части пласта в отдалении от скважины $h_0 = 50$ м, проницаемость пласта $k = 0,5$ Д, плотность воды $\rho_{\text{в}} = 1$ г/см³, плотность нефти $\rho_{\text{н}} = 0,7$ г/см³, динамический коэффициент вязкости нефти $\mu_{\text{н}} = 2$ сП, расстояние до контура питания $R_{\text{к}} = 200$ м, диаметр скважины $d_{\text{с}} = 21,9$ см, пласт считать изотропным ($\kappa = k_{\text{гор}}/k_{\text{верт}} = 1$).

Решение. По методу И. А. Чарного определим приближенное значение предельного безводного дебита нефти

$$Q_1 = Q_0 q(\bar{h}, \rho),$$

где

$$Q_0 = \frac{2\pi k h_0^2 (\rho_{\text{в}} - \rho_{\text{н}}) g}{\mu_{\text{н}}} = \frac{6,28 \cdot 0,5 \cdot 1,02 \cdot 10^{-12} \cdot 25 \cdot 10^2 \cdot 300 \cdot 9,8}{2 \cdot 10^{-3}} =$$

$$= 1,175 \cdot 10^{-2} \text{ м}^3/\text{с},$$

$$\bar{h} = \frac{b}{h_0} = \frac{12,5}{50} = 0,25,$$

$$\rho = \frac{R_{\text{к}}}{\kappa h_0} = \frac{200}{50} = 4.$$

По графику зависимости q от ρ и $\bar{h}$ (см. рис. 70) при значении $\rho=4$ и $\bar{h}=0,25$ получаем

$$q(0,25; 4) = 0,173$$

и

$$Q_1 = 1,175 \cdot 10^{-2} \cdot 0,173 = 2,04 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{с}.$$

Предельно допустимую депрессию найдем из решения Маскета о притоке к скважине гидродинамически несовершенной по степени вскрытия

$$\Delta p = \frac{Q_1 \mu_{\text{н}} \left\{ \frac{1}{2\bar{h}} \left[2 \ln \frac{4h_0}{r_c} - \varphi(\bar{h}) \right] + \ln \frac{R_K}{4h_0} \right\}}{2\pi k h} =$$

$$= \frac{2,04 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \cdot 10^{-3} \left\{ \frac{1}{2 \cdot 0,25} \left[4,6 \lg \frac{4 \cdot 50}{0,109} - 4,6 \right] + 2,3 \lg \frac{200}{4 \cdot 50} \right\}}{2 \cdot 3,14 \cdot 0,5 \cdot 1,02 \cdot 10^{-12} \cdot 50} =$$

$$= 0,529 \text{ МПа},$$

здесь значение функции $\varphi(\bar{h}) = \varphi(0,25) = 4,6$ (см. рис. 34).

XI. УСТАНОВИВШАЯСЯ ФИЛЬТРАЦИЯ ЖИДКОСТИ И ГАЗА В ДЕФОРМИРУЕМОМ ТРЕЩИНОВАТОМ ПЛАСТЕ

§ 1. Основные характеристики

Различают чисто трещиноватые и трещиновато-пористые коллекторы. Если в первых движение жидкости и газа происходит только по трещинам, то во вторых — в трещинах и пористых блоках, расположенных между трещинами. Трещиновато-пористую среду рассматривают как совокупность двух разномасштабных пористых сред: первая среда, в которой поровыми каналами служат трещины, а пористые блоки между ними — зернами породы, характеризуется своей пористостью m_T и проницаемостью k_T ; вторая среда — система пористых блоков, характеризуется своей пористостью $m_{\text{п}}$ и проницаемостью $k_{\text{п}}$.

Пористость m_T и проницаемость k_T чисто трещиноватых пластов определяются густотой трещин Γ , геометрией систем трещин в породе и их средним раскрытием δ .

Густотой трещин Γ называется число трещин, приходящееся на единицу длины секущей, нормальной к поверхностям, образующим трещины.

Пористость m_T связана с густотой трещин и средним их раскрытием соотношением

$$m_T = \theta \Gamma \delta, \quad (\text{XI.1})$$

где θ — коэффициент, учитывающий геометрию систем трещин и принимающий значения $1 \leq \theta \leq 3$.

Коэффициент проницаемости изотропного трещиноватого пласта выражается через густоту трещин и их среднее раскрытие соотношением

$$k_T = \frac{\theta \Gamma \delta^3}{12} = \frac{m_T \delta^2}{12}. \quad (XI.2)$$

Если считать, что изменение раскрытия трещин при изменении пластового давления определяется упругими деформациями в трещиноватом пласте и описывается формулой

$$\delta = \delta_0 - \Delta\delta = \delta_0 [1 - \beta(p_0 - p)], \quad (XI.3)$$

то коэффициент проницаемости k_T в таком пласте в соответствии с формулой (XI.2)

$$k_T = k_{T0} [1 - \beta(p_0 - p)]^3, \quad (XI.4)$$

где δ_0 — раскрытие трещины при давлении p_0 ; $\beta = \beta_T l / \delta_0$ — комплексный параметр трещиноватой среды; $\beta_T = (1 - 2\sigma)/E$ — упругая константа; σ — коэффициент Пуассона; E — модуль Юнга породы; l — среднее расстояние между трещинами.

При малых изменениях давления зависимость коэффициента проницаемости k_T от давления можно считать линейной

$$k_T = k_{T0} [1 - \alpha(p_0 - p)], \quad (XI.5)$$

где $\alpha = 3\beta$.

Некоторые авторы представляют зависимость коэффициента проницаемости трещиноватого пласта от давления в виде экспоненциальной функции

$$k_T = k_{T0} e^{-\alpha(p_0 - p)}. \quad (XI.6)$$

При рассмотрении фильтрации в трещиновато-пористом пласте обычно считают, что коэффициент проницаемости трещин k_T существенно зависит от давления и определяется одной из указанных формул, а коэффициент проницаемости пористых блоков k_H практически не зависит от давления и принимается постоянным.

§ 2. Установившаяся плоскорадиальная фильтрация жидкости и газа в трещиноватом пласте

Принимая зависимость k_T от давления по формуле (XI.5) и считая вязкость жидкости постоянной, получим выражения для дебита

$$Q = \frac{2\pi k_{T0} h (p_K - p_C) \left[1 - \frac{\alpha}{2} (p_K - p_C) \right]}{\mu \ln R_K / r_C} \quad (XI.7)$$

и распределения давления

$$p = p_K - \frac{1}{\alpha} \left[1 - \sqrt{1 - \frac{2\alpha (p_K - p_c) \left[1 - \frac{\alpha}{2} (p_K - p_c) \right]}{\ln R_K/r_c}} \ln \frac{R_K}{r} \right]. \quad (\text{XI.8})$$

Если зависимость коэффициента проницаемости k_T от давления брать в виде (XI.4), то дебит

$$Q = \frac{\pi k_{T0} h \{1 - [1 - \beta (p_K - p_c)]^4\}}{2\mu\beta \ln R_K/r_c}, \quad (\text{XI.9})$$

давление

$$p = p_K - \frac{1 - \sqrt[4]{1 - \{1 - [1 - \beta (p_K - p_c)]^4\} \frac{\ln R_K/r}{\ln R_K/r_c}}}{\beta}, \quad (\text{XI.10})$$

а закон движения частицы жидкости вдоль траектории описывается формулой

$$t = \frac{2m_T (r_0^2 - r^2) \mu\beta \ln R_K/r_c}{k_{T0} \{1 - [1 - \beta (p_K - p_c)]^4\}}, \quad (\text{XI.11})$$

где r_0 — координата точки в начальный момент времени ($t=0$).

Решение задачи об установившейся плоскорадиальной фильтрации идеального газа в деформируемом трещиноватом пласте при выполнении зависимости (XI.4) приводит к формуле приведенного к атмосферному давлению объемного дебита газа

$$Q_{\text{ат}} = \frac{\pi k_{T0} h}{2\mu\beta p_{\text{ат}} \ln R_K/r_c} \left\{ [p_K - p_c (1 - \beta (p_K - p_c))^4] - \frac{1}{5\beta} [1 - (1 - \beta (p_K - p_c))^5] \right\}. \quad (\text{XI.12})$$

Для того чтобы найти распределение давления в пласте при известном $Q_{\text{ат}}$, можно, записав (XI.12) в виде

$$Q_{\text{ат}} = \frac{\pi k_{T0} h}{2\mu\beta p_{\text{ат}} \ln R_K/r} \left\{ [p_K - p (1 - \beta (p_K - p))^4] - \frac{1}{5\beta} [1 - (1 - \beta (p_K - p))^5] \right\}, \quad (\text{XI.13})$$

задаваться рядом значений $p < p_K$ и находить по (XI.13) соответствующие значения r .

Задача 101

Определить значения коэффициента проницаемости деформируемого трещиноватого пласта при разных давлениях, полагая, что коэффициент проницаемости:

1) является линейной функцией давления

$$k_T = k_{T0} [1 - \alpha (p_0 - p)], \quad (\text{XI.14})$$

где α — реологическая постоянная трещиноватой среды;

2) определяется формулой

$$k_T = k_{T0} [1 - \beta (p_0 - p)]^3, \quad (\text{XI.15})$$

где α связана с комплексным параметром β соотношением $\alpha = 3\beta$;

3) меняется по закону экспоненты

$$k_T = k_{T0} e^{-\alpha (p_0 - p)}. \quad (\text{XI.16})$$

Принять следующие исходные данные: $\sigma = 0,25$, $E = 10^{10}$ Н/м², $l = 0,1$ м, $\delta_0 = 100$ мкм, $k_{T0} = 50$ мД, $p_0 = 3 \cdot 10^7$ Н/м².

Рассмотреть следующие случаи: $p = 29$ МПа; 25 МПа; 20 МПа; 10 МПа.

Решение. Найдем параметры, характеризующие трещиноватую среду:

$$\beta_T = \frac{1 - 2\sigma}{E} = \frac{1 - 2 \cdot 0,25}{10^{10}} = 0,5 \cdot 10^{-10} \text{ м}^2/\text{Н},$$

$$\beta = \beta_T \frac{l}{\delta_0} = 0,5 \cdot 10^{-7} \text{ м}^2/\text{Н},$$

$$\alpha = 3\beta = 1,5 \cdot 10^{-7} \text{ м}^2/\text{Н}.$$

Результаты вычислений по формулам (XI.14)—(XI.16) сведены в табл. 12.

Т а б л и ц а 12

k_T , мД	p , МПа			
	29	25	20	10
$k_{T0} [1 - \alpha (p_0 - p)]$	42,5	12,5	—	—
$k_{T0} [1 - \beta (p_0 - p)]^3$	42,8	21,1	6,25	—
$k_{T0} e^{-\alpha (p_0 - p)}$	43,0	23,6	11,15	2,49

Из таблицы видно, что при малых депрессиях значения коэффициента проницаемости трещиноватого пласта по всем трем формулам практически одинаковы.

При линейной и кубической зависимостях проницаемости от депрессии существует предельное значение депрессии, при которой для данных значений α и β коэффициент k_T становится равным нулю, что соответствует полному смыканию трещин. В действительности, за счет шероховатостей стенок трещины последние всегда будут иметь некоторую незначительную остаточную проницаемость. В рассматриваемой задаче в случае (XI.14)

$$(p_0 - p)_{\text{пред}} = \frac{1}{\alpha} = \frac{10^7}{1,5} = 6,67 \cdot 10^6 \text{ Н/м}^2 \text{ (66,7 кгс/см}^2\text{);}$$

в случае (XI.15)

$$(p_0 - p)_{\text{пред}} = \frac{1}{\beta} = 2 \cdot 10^7 \text{ Н/м}^2 \text{ (200 кгс/см}^2\text{)}.$$

Точность определения проницаемости по (XI.14) и (XI.15) существенно уменьшается при приближении депрессии к предельным значениям.

Задача 102

Принимая зависимость коэффициента проницаемости трещиноватого пласта от давления в виде $k_T = k_{T0} [1 - \beta (p_K - p)]^3$, определить дебит совершенной скважины при фильтрации однородной несжимаемой жидкости в деформируемом трещиноватом пласте по закону Дарси, если мощность пласта $h = 50$ м, $k_{T0} = 30$ мД, динамический коэффициент вязкости нефти $\mu = 2$ сП, параметр трещиноватой среды $\beta = 0,005 \cdot 10^{-5}$ м²/Н, расстояние до контура питания $R_K = 1$ км, радиус скважины $r_c = 0,1$ м, давление на контуре питания $p_K = 3 \cdot 10^7$ Н/м², давление на забое скважины $p_c = 2,5 \cdot 10^7$ Н/м². Сопоставить полученное значение дебита Q с дебитом Q_1 той же скважины, пренебрегая деформацией пласта.

Ответ: $Q = 151$ м³/сут; $Q : Q_1 = 151 : 222 = 0,68$.

Задача 103

Определить время отбора жидкости из скважины, расположенной в центре трещиноватого пласта из зоны $r_0 = 200$ м при заданной разности давлений $\Delta p = p_0 - p_c = 2,5$ МПа, считая, что коэффициент трещинной пористости $m_T = 1\%$, радиус скважины $r_c = 0,1$ м, динамический коэффициент вязкости жидкости $\mu = 1$ сП, параметр трещиноватой среды $\beta = 0,75 \cdot 10^{-7}$ м²/Н, коэффициент проницаемости при p_0 равен $k_{T0} = 10$ мД.

Ответ: $t = 937$ сут.

Задача 104

Построить индикаторные кривые при фильтрации несжимаемой жидкости в деформируемом трещиноватом пласте для эксплуатационной и нагнетательной скважин, принимая зависимость коэффициента трещинной проницаемости от давления в виде:

$$\text{а) } k_T = k_{T0} [1 - \alpha (p_K - p)],$$

$$\text{б) } k_T = k_{T0} [1 - \beta (p_K - p)]^3.$$

Принять следующие данные: коэффициент трещинной проницаемости (при $p_0 = p_K$) $k_{T0} = 25$ мД, мощность пласта $h = 30$ м, динамический коэффициент вязкости $\mu = 1,5$ мПа·с, отношение $R_K/r_c = 10^5$, начальное пластовое давление $p_K = 20$ МПа, комп-

лексный параметр трещиноватого пласта $\beta = 0,002 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2/\text{Н}$.

Решение. Для случая а) формула дебита эксплуатационной скважины записывается в виде

$$Q_{\text{экс}} = \frac{2\pi k_{\text{то}} h (p_{\text{к}} - p_{\text{с}}) \left[1 - \frac{\alpha}{2} (p_{\text{к}} - p_{\text{с}}) \right]}{\mu \ln R_{\text{к}}/r_{\text{с}}},$$

где $\alpha = 3\beta = 0,006 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2/\text{Н}$.

Подставляя данные, получим

$$Q_{\text{экс}} = \frac{6,28 \cdot 0,025 \cdot 10^{-12} \cdot 30 (p_{\text{к}} - p_{\text{с}}) [1 - 3 \cdot 10^{-8} (p_{\text{к}} - p_{\text{с}})]}{1,5 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \cdot 3,5} 0,864 \cdot 10^5 =$$

$$= 2,36 \cdot 10^{-5} (p_{\text{к}} - p_{\text{с}}) [1 - 3 \cdot 10^{-8} (p_{\text{к}} - p_{\text{с}})] \text{ в м}^3/\text{сут.}$$

Для случая б)

$$Q_{\text{экс}} = \frac{\pi h k_{\text{то}}}{2\mu\beta \ln R_{\text{к}}/r_{\text{с}}} \{1 - [1 - \beta (p_{\text{к}} - p_{\text{с}})]^4\} =$$

$$= \frac{3,14 \cdot 30 \cdot 0,025 \cdot 10^{-12}}{2 \cdot 1,5 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \cdot 10^{-8} \cdot 2 \cdot 3,5} \{1 - [1 - 2 \cdot 10^{-8} (p_{\text{к}} - p_{\text{с}})]^4\} 0,864 \cdot 10^5 =$$

$$= 294 \{1 - [1 - 2 \cdot 10^{-8} (p_{\text{к}} - p_{\text{с}})]^4\} \text{ в м}^3/\text{сут.}$$

Задаваясь различными значениями депрессии, подсчитаем соответствующие дебиты и результаты сведем в табл. 13 и построим графики (рис. 72).

Т а б л и ц а 13

$p_{\text{к}} - p_{\text{с}},$ МН/м ²	$Q_{\text{экс}}, \text{ м}^3/\text{сут}$		$Q_{\text{н}}, \text{ м}^3/\text{сут}$	
	а)	б)	а)	б)
0,5	11,6	11,5	12,0	11,76
1,0	22,9	22,9	24,3	24,1
2,0	44,4	44,4	50,0	49,9
3,0	64,2	64,2	77,2	77,0
4,0	83,0	83,5	105,7	105,8
5,0	100,0	101,0	135,7	136,4
7,0	131,0	133,0	200,0	203,0
10,0	165,0	173,0	307,0	316,0

Для нагнетательной скважины в случае а) дебит определится по формуле

$$Q_{\text{н}} = \frac{2\pi k_{\text{то}} h (p_{\text{с}} - p_{\text{к}}) \left[1 + \frac{\alpha}{2} (p_{\text{с}} - p_{\text{к}}) \right]}{\mu \ln R_{\text{к}}/r_{\text{с}}} = 2,36 \cdot 10^{-5} (p_{\text{с}} - p_{\text{к}}) \times$$

$$\times [1 + 3 \cdot 10^{-8} (p_{\text{с}} - p_{\text{к}})] \text{ в м}^3/\text{сут.}$$

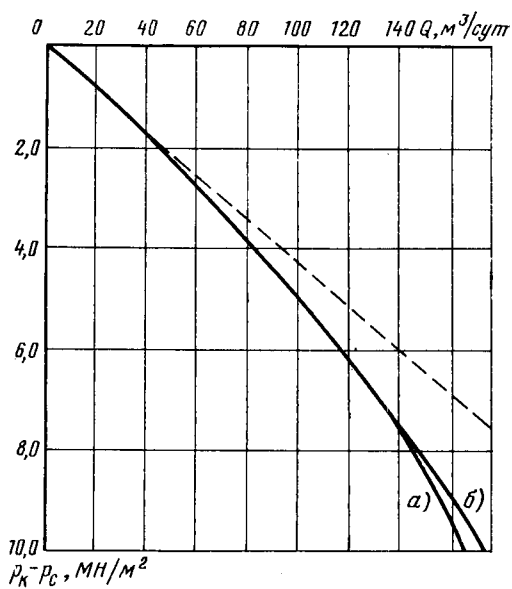


Рис. 72

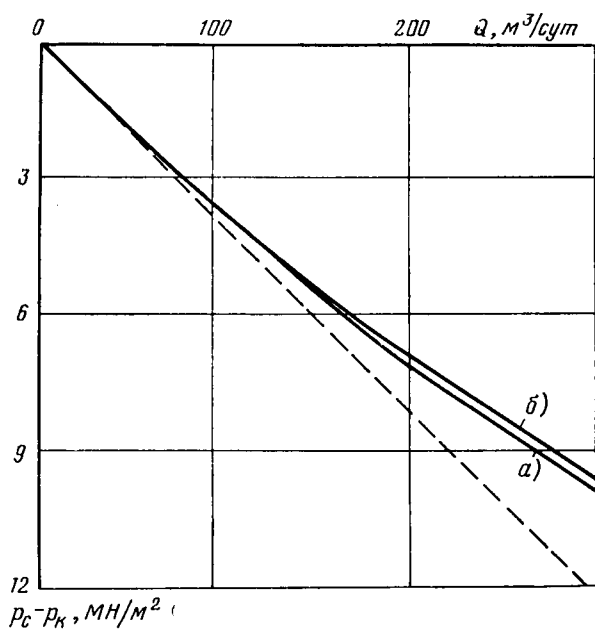


Рис. 73

В случае б)

$$Q_n = \frac{\pi h k_{\tau 0}}{2\mu\beta \ln R_K/r_c} \{1 - [1 + \beta(p_c - p_K)]^4\} =$$

$$= 294 \{1 - [1 + 2 \cdot 10^{-8} (p_c - p_K)]^4\} \text{ в м}^3/\text{сут.}$$

Значения дебитов нагнетательной скважины и соответствующие депрессии приведены в табл. 13 и на рис. 73.

Как показывают результаты расчетов (см. табл. 13 и рис. 72, 73), в случае эксплуатационной скважины индикаторная линия имеет выпуклость к оси дебитов, а для нагнетательной — к оси депрессий. Дебит (приемистость) нагнетательной скважины увеличивается при возрастании депрессии в большей степени, чем дебит эксплуатационной скважины (сравни дебиты $Q_{\text{экс}}$ и Q_n при $p_K - p_c = 0,5$ МПа и 10 МПа). Это объясняется тем, что при поступлении воды в пласт давление увеличивается, в результате чего происходит раскрытие трещин и растет проницаемость пласта.

Задача 105

Сравнить давления при плоскорадиальной фильтрации нежимаемой жидкости по закону Дарси на расстояниях $r=2; 10; 100$ и 500 м от оси скважины в случаях чисто трещиноватого и пористого коллекторов. Принять следующие расчетные данные: давление на контуре питания $p_K=20$ МПа (204 кгс/см²), давление на забое скважины $p_c=17$ МПа (173 кгс/см²), радиус контура питания $R_K=1500$ м, радиус скважины $r_c=0,1$ м, комплексный параметр трещиноватой среды $\beta=0,8 \cdot 10^{-7}$ м²/Н.

Указание. При решении задачи считать, что зависимость коэффициента проницаемости k_T от давления определяется формулой (XI.4), а пористый коллектор недеформируемый.

Ответ (табл. 14).

Таблица 14

Давление в пласте, МПа	$r, \text{ м}$			
	2	10	100	500
Трещиноватом	18,22	18,73	19,36	19,75
Пористом	17,94	18,44	19,16	19,66

Задача 106

Определить приведенный к атмосферному давлению объемный дебит газовой скважины при установившейся плоскорадиальной фильтрации газа в деформируемом трещиноватом пласте по закону Дарси, принимая зависимость коэффициента проницаемости k_T от давления в виде (XI.4), если давление на контуре питания $p_K=15$ МПа (153 кгс/см²), давление на забое скважины $p_c=13$ МПа (133 кгс/см²), при начальном пласто-

вом давлении $k_{т0} = 20$ мД, коэффициент вязкости газа $\mu = 0,012$ мПа·с, комплексный параметр трещиноватого пласта $\beta = 0,5 \cdot 10^{-7}$ м²/Н, атмосферное давление $p_{ат} = 10^5$ Па, мощность пласта $h = 10$ м, радиус контура питания $R_k = 750$ м, радиус скважины $r_c = 0,1$ м. Газ считать идеальным.

Ответ: $Q_{ат} = 250$ тыс. м³/сут.

ХII. НЕУСТАНОВИВШАЯСЯ ФИЛЬТРАЦИЯ УПРУГОЙ ЖИДКОСТИ В УПРУГОЙ ПОРИСТОЙ СРЕДЕ

§ 1. Основные определения

При пуске скважин в эксплуатацию, при остановке их, при изменении темпа добычи жидкости из скважин в пласте возникают неустановившиеся процессы, которые проявляются в перераспределении пластового давления (в падении или росте давления вокруг скважины), в изменениях с течением времени дебитов, скоростей фильтрационных потоков и т. д.

Особенности этих неустановившихся процессов зависят от упругих свойств пластов и насыщающих их жидкостей. Хотя коэффициенты сжимаемости воды, нефти и пористой среды очень малы ($\beta_v = 4,59 \cdot 10^{-10}$ м²/Н, $\beta_n = (7 \div 30) 10^{-10}$ м²/Н, $\beta_c = (0,3 \div 2) 10^{-10}$ м²/Н), упругость жидкостей и породы оказывает огромное влияние на поведение скважин и пластов в процессе их эксплуатации, так как объемы пласта и насыщающей его жидкости могут быть очень велики. Поэтому при подсчете запасов нефти (и газа), при проектировании разработки нефтяных и газовых месторождений, при эксплуатации, при исследовании скважин, при создании подземных хранилищ газа приходится учитывать сжимаемость жидкости и пористой среды.

Объем насыщающей пласт жидкости при снижении пластового давления увеличивается, а объем порового пространства уменьшается; это и определяет вытеснение жидкости из пласта в скважину (или газовую залежь).

Если в процессе разработки преобладающей формой энергии является энергия упругой деформации пласта и сжатой жидкости, то режим пласта называется упругим. При этом предполагается, что фильтрационный поток однофазный, т. е. пластовое давление выше давления насыщения.

В условиях упругого режима характерно то, что процесс перераспределения давления происходит медленно (длительно), а не мгновенно, как это было бы при абсолютной несжимаемости пласта и насыщающей его жидкости.

В теории упругого режима большую роль играют два параметра:

1. Коэффициент упругоемкости пласта

$$\beta^* = m\beta_{ж} + \beta_c, \quad (\text{XII.1})$$

где m — пористость; $\beta_{ж}$ и β_c — соответственно коэффициенты сжимаемости жидкости и пористой среды.

Коэффициент β^* численно равен изменению упругого запаса жидкости в единице объема пласта при изменении пластового давления на одну единицу. Иногда вместо коэффициента упругости пласта используют приведенный модуль упругости

$$K = \frac{1}{\beta_{ж} + \frac{1}{m} \beta_c} = \frac{m}{\beta^*}. \quad (\text{XII.2})$$

2. Коэффициент пьезопроводности пласта

$$\kappa = \frac{k}{\mu \beta^*} = \frac{kK}{\mu m}; \quad (\text{XII.3})$$

он характеризует темп перераспределения пластового давления в условиях упругого режима. Эта величина аналогична коэффициенту температуропроводности в теории теплопередачи и впервые была введена В. Н. Шелкачевым.

§ 2. Точные решения дифференциального уравнения упругого режима

Дифференциальное уравнение упругого режима фильтрации можно записать

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \kappa \left(\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} \right). \quad (\text{XII.4})$$

Интегрируя дифференциальное уравнение (XII.4) при заданных начальном и граничных условиях, определяют давление в любой точке пласта в любой момент времени.

Решение задачи перераспределения давления после пуска скважины с постоянным дебитом Q в бесконечном горизонтальном пласте сводится к интегрированию дифференциального уравнения (XII.4), имеющего для плоскорадиальной фильтрации вид

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \kappa \left(\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r} \right) \quad (\text{XII.5})$$

с начальными и граничными условиями

$$\begin{aligned} p(r, t) &= p_K \text{ при } t = 0, \\ Q &= \frac{2\pi kh}{\mu} \left(r \frac{\partial p}{\partial r} \right)_{r=0}, \\ p(r, t) &= p_K \text{ при } r = \infty. \end{aligned} \quad (\text{XII.6})$$

Точное решение этой задачи при $r_c=0$ дается формулой

$$p_k - p(r, t) = -\frac{Q\mu}{4\pi kh} Ei\left(-\frac{r^2}{4\kappa t}\right), \quad (\text{XII.7})$$

$$-Ei\left(-\frac{r^2}{4\kappa t}\right) = \int_{\frac{r^2}{4\kappa t}}^{\infty} \frac{e^{-u}}{u} du. \quad (\text{XII.8})$$

Эта табулированная функция называется интегральным экспоненциалом, или интегральной показательной функцией.

При малых значениях аргумента $r^2/4\kappa t$ функцию $-Ei\left(-\frac{r^2}{4\kappa t}\right)$ можно приближенно заменить формулой

$$-Ei\left(-\frac{r^2}{4\kappa t}\right) \approx \ln \frac{4\kappa t}{r^2} - 0,5772, \quad (\text{XII.9})$$

и тогда

$$p_k - p(r, t) = \frac{Q\mu}{4\pi kh} \left(\ln \frac{4\kappa t}{r^2} - 0,5772 \right). \quad (\text{XII.10})$$

Формула (XII.7) является основной формулой упругого режима пластов, широко применяющейся при исследовании процесса перераспределения пластового давления, вызванного пуском скважины с постоянными дебитами, остановкой скважин, изменениями темпов добычи и т. д.

Формулу (XII.7) также можно использовать в случае притока жидкости к скважине конечного радиуса и в начальной стадии изменения давления в пласте конечных размеров.

При неустановившейся параллельно-струйной фильтрации упругой жидкости к галерее, расположенной в полоскообразном полубесконечном пласте перпендикулярно к оси Ox в сечении $x=0$ (рис. 74) и эксплуатирующейся с постоянным давлением на забое галереи p_r , давление в любой точке пласта в любой момент времени получим, интегрируя уравнение

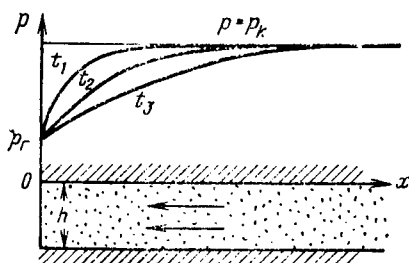


Рис. 74

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \kappa \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} \quad (\text{XII.11})$$

при начальном и граничных условиях

$$\begin{aligned} p(x, t) &= p_k \text{ при } t = 0, \\ p(x, t) &= p_r \text{ при } x = 0, \\ p(x, t) &= p_k \text{ при } x = \infty. \end{aligned} \quad (\text{XII.12})$$

Решение выражается формулой

$$p(x, t) = p_K - (p_K - p_T)(1 - \operatorname{erf} \xi), \quad (\text{XII.13})$$

где

$$\xi = \frac{x}{2\sqrt{\kappa t}},$$

а

$$\operatorname{erf} \xi = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\xi} e^{-u^2} du \quad (\text{XII.14})$$

— интеграл вероятности.

Подробное решение задачи о неустановившемся притоке упругой жидкости к галерее при постоянном отборе приведено ниже (см. задачу 114).

§ 3. Приближенные методы решений

В связи со сложностью точных решений были предложены различные приближенные методы решения задач неустановившейся фильтрации упругой жидкости. Одним из наиболее распространенных приближенных методов является метод последовательной смены стационарных состояний. Этот метод заключается в том, что в какой-то момент времени зона пониженного давления (возмущенная зона) считается распространенной на определенное расстояние $l=l(t)$ (приведенный радиус влияния) и предполагается, что во всей возмущенной зоне давление распределяется так, как будто движение жидкости установившееся. В действительности же распределение давления в пласте не будет стационарным и зона пониженного давления захватит теоретически весь пласт. Закон изменения во времени приведенного радиуса влияния $l(t)$ определяется из условия материального баланса. При неустановившемся притоке упругой жидкости к галерее $l(t) = 2\sqrt{\kappa t}$, если отбор проводится при постоянной депрессии $p_K - p_T = \text{const}$; $l = \sqrt{2\kappa t}$, если задан постоянный дебит $Q(0, t) = \text{const}$.

При плоскорадиальном притоке упругой жидкости к скважине можно считать с точностью до 10—15%, что $l = 2\sqrt{\kappa t}$ (если $l(t) \gg r_c$) как для случая постоянной депрессии, так и для постоянного отбора.

В методе А. М. Пирвердяна, который развивает метод последовательной смены стационарных состояний, эпюра давления задается так, чтобы она не имела угловых точек. Например, при притоке к галерее распределение давления по пласту задается в виде параболы, касательная к которой в точке $x=l(t)$ горизонтальна (рис. 75).

Если отбор жидкости не меняется с течением времени, т. е.

$$Q(0, t) = w_1 \omega = \text{const},$$

то

$$p(x, t) = p_k - (p_k - p_r) \left[1 - \frac{x}{l(t)} \right]^2, \quad (\text{XII.15})$$

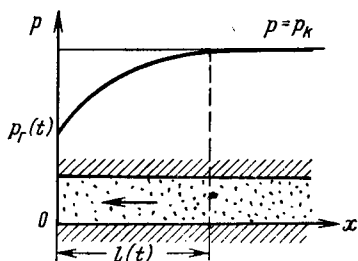


Рис. 75

где

$$p_k - p_r = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{\mu}{k} w_1 \sqrt{\kappa t}, \quad (\text{XII.16})$$

а приведенный радиус влияния, найденный из уравнения материального баланса, определяется по формуле

$$l(t) = \sqrt{6\kappa t}. \quad (\text{XII.17})$$

§ 4. Суперпозиция в задачах упругого режима

Метод суперпозиции (наложения фильтрационных потоков) широко применяется и в задачах неустановившихся течений при упругом режиме.

Если в пласте действует группа скважин, то понижение давления в какой-либо точке пласта $\Delta p = p_k - p$ определяется сложением понижений давления, создаваемых в этой точке отдельными скважинами

$$\Delta p = \sum_{j=1}^n \Delta p_j = \frac{\mu}{4\pi kh} \sum_{j=1}^n Q_j \left[-Ei \left(-\frac{r_j^2}{4\kappa t} \right) \right], \quad (\text{XII.18})$$

где n — число скважин; Q_j — дебит j -той скважины, причем $Q_j > 0$, если скважина эксплуатационная, и $Q_j < 0$, если скважина нагнетательная; r_j — расстояние от центра j -той скважины до точки, в которой определяется понижение давления.

Если скважины начали работать в разное время, то (XII.18) будет иметь вид

$$\Delta p = \frac{\mu}{4\pi kh} \sum_{j=1}^n Q_j \left[-Ei \left(-\frac{r_j^2}{4\kappa t_j} \right) \right], \quad (\text{XII.19})$$

где t_j — время, прошедшее с начала работы j -той скважины.

Методом суперпозиции можно решить задачи, связанные с пуском, остановкой или с изменением темпа добычи скважины. Пусть, например, скважина была пущена в эксплуатацию с постоянным дебитом Q и через промежуток времени T остановлена. Требуется определить давление в любой точке пласта.

Для решения задачи предположим, что скважина продолжает работать с тем же дебитом; тогда к моменту t после остановки понижение давления в какой-либо точке пласта, вызванное пуском непрерывно работающей скважины, будет равно

$$\Delta p_1 = \frac{Q\mu}{4\pi kh} \left\{ -Ei \left[-\frac{r^2}{4\kappa (T+t)} \right] \right\}.$$

Допустим мысленно, что в том же месте, где расположена эксплуатационная скважина, в момент остановки начала работать нагнетательная скважина с тем же дебитом. К моменту t повышение давления в какой-либо точке пласта, вызванное пуском нагнетательной скважины, определится по формуле

$$\Delta p_2 = \frac{Q\mu}{4\pi kh} \left\{ -Ei \left(-\frac{r^2}{4\kappa t} \right) \right\}.$$

Результирующее понижение давления Δp запишется в виде

$$\begin{aligned} \Delta p = \Delta p_1 - \Delta p_2 = \frac{Q\mu}{4\pi kh} \left\{ -Ei \left[-\frac{r^2}{4\kappa (T+t)} \right] + \right. \\ \left. + Ei \left(-\frac{r^2}{4\kappa t} \right) \right\}. \end{aligned} \quad (\text{XII.20})$$

Если аргументы функций малы, то можно использовать приближенную формулу (XII.9), и тогда

$$\Delta p = \frac{Q\mu}{4\pi kh} \ln \frac{(T+t)}{t}. \quad (\text{XII.21})$$

Задача 107

Нефтяная залежь площадью $S=500$ га и мощностью $h=30$ м имеет пористость $m=20\%$ и водонасыщенность $\sigma_v=30\%$. Сколько нефти можно отобрать за счет объемного упругого расширения жидкости при падении давления от 300 кгс/см² ($29,4$ МПа) до 200 кгс/см² ($19,6$ МПа), если коэффициент сжимаемости нефти $\beta_n=1,53 \cdot 10^{-9}$ м²/Н, а коэффициент сжимаемости воды $\beta_v=3,06 \cdot 10^{-10}$ м²/Н?

Пласт считать недеформируемым.

Решение. Считая нефть и воду упругими жидкостями, определим изменение объемов, занимаемых нефтью и водой при падении давления на $\Delta p=100$ кгс/см² ($9,8$ МПа):

$$\Delta V_n = Shm(1 - \sigma_v)\beta_n\Delta p,$$

$$\Delta V_v = Shm\sigma_v\beta_v\Delta p,$$

объем вытесненной нефти $\Delta V_n'$ равен сумме объемов $\Delta V_n + \Delta V_v$

$$\begin{aligned} \Delta V_n' = Shm[(1 - \sigma_v)\beta_n + \sigma_v\beta_v]\Delta p = 500 \cdot 10^4 \cdot 30 \cdot 0,2 [(1 - 0,3) 1,53 \times \\ \times 10^{-9} + 0,3 \cdot 3,06 \cdot 10^{-10}] 9,8 \cdot 10^6 = 3,42 \cdot 10^5 \text{ м}^3. \end{aligned}$$

Задача 108

Определить упругий запас нефти в замкнутой области нефтеносности площадью 4500 га, мощностью $h=15$ м, если средневзвешенное пластовое давление изменилось на 50 кгс/см², пористость пласта $m=18\%$, коэффициент сжимаемости нефти $\beta_n=2,04 \cdot 10^{-9}$ м²/Н, насыщенность пласта связанной водой $\sigma_v=20\%$, коэффициент сжимаемости воды $\beta_v=4,59 \cdot 10^{-10}$ м²/Н, коэффициент сжимаемости породы $\beta_c=1,02 \cdot 10^{-10}$ м²/Н.

Ответ: $\Delta V_3=1,35 \cdot 10^6$ м³.

Задача 109

Определить количество нефти, полученное за счет упругого расширения нефти, воды и горной породы, если площадь области нефтеносности $S_n=1000$ га, законтурная вода занимает площадь $S_v=10\,000$ га, средняя мощность пласта $h=10$ м, пористость пласта $m=25\%$, водонасыщенность в зоне нефтеносности $\sigma_v=20\%$, коэффициенты сжимаемости нефти, воды и породы соответственно равны

$$\beta_n = 6 \cdot 10^{-5} \text{ см}^2/\text{кгс} = 6,12 \cdot 10^{-10} \text{ м}^2/\text{Н},$$

$$\beta_v = 4,2 \cdot 10^{-5} \text{ см}^2/\text{кгс} = 4,28 \cdot 10^{-10} \text{ м}^2/\text{Н},$$

$$\beta_c = 2 \cdot 10^{-5} \text{ см}^2/\text{кгс} = 2,04 \cdot 10^{-10} \text{ м}^2/\text{Н}.$$

Пластовое давление снижается от 180 до 80 кгс/см².

Решение. Коэффициент нефтеотдачи за счет упругого расширения определяется как отношение объема нефти, полученного за счет сжимаемости, к первоначальному объему нефти

$$\eta = \Delta V/V.$$

Начальный объем нефти

$$V = S_n h m (1 - \sigma_v) = 1000 \cdot 10^4 \cdot 10 \cdot 0,25 \cdot (1 - 0,2) = 2 \cdot 10^7 \text{ м}^3.$$

Объем нефти, вытесняемой из зоны нефтеносности при падении давления на $\Delta p=100$ кгс/см² за счет сжимаемости нефти и пористой среды, равен

$$\Delta V' = S_n h (1 - \sigma_v) \beta_n^* \Delta p,$$

где

$$\beta_n^* = m \beta_n + \beta_c = 0,25 \cdot 6,12 \cdot 10^{-10} + 2,04 \cdot 10^{-10} = 3,57 \cdot 10^{-10} \text{ м}^2/\text{Н};$$

$$\Delta V' = 0,8 \cdot 10^8 \cdot 3,57 \cdot 10^{-10} \cdot 100 \cdot 9,8 \cdot 10^4 = 2,8 \cdot 10^5 \text{ м}^3.$$

За счет расширения воды и породы в зоне нефтеносности объем вытесненной нефти составит

$$\Delta V'' = S_v h \sigma_v \beta_v^* \Delta p,$$

где

$$\beta_v^* = m \beta_v + \beta_c = 0,25 \cdot 4,28 \cdot 10^{-10} + 2,04 \cdot 10^{-10} = 3,11 \cdot 10^{-10} \text{ м}^2/\text{Н};$$

$$\Delta V'' = 10^7 \cdot 10 \cdot 0,2 \cdot 3,11 \cdot 10^{-10} \cdot 9,8 \cdot 10^6 = 0,61 \cdot 10^5 \text{ м}^3.$$

Объем нефти, вытесняемой из окружающей зоны водоносности за счет упругости воды и пласта, равен

$$\Delta V''' = S_{\text{в}} h \beta_{\text{в}}^* \Delta p = 10^8 \cdot 10 \cdot 3,11 \cdot 10^{-10} \cdot 9,8 \cdot 10^6 = 3,05 \cdot 10^6 \text{ м}^3,$$

$$\Delta V = \Delta V' + \Delta V'' + \Delta V''' = 2,8 \cdot 10^5 + 0,61 \cdot 10^5 + 30,5 \cdot 10^5 = 33,9 \cdot 10^5 \text{ м}^3,$$

$$\eta = \frac{\Delta V}{V} = \frac{33,9 \cdot 10^5}{2 \cdot 10^7} = 0,17 = 17\%.$$

Задача 110

Определить дебит галереи, расположенной в полосообразном полубесконечном пласте (см. рис. 74) шириной $B=300$ м, мощностью $h=15$ м, с коэффициентом проницаемости $k=0,8$ Д, в момент $t=2$ сут с начала эксплуатации с постоянным забойным давлением $p_{\text{г}}=9,8$ МПа. Начальное пластовое давление $p_{\text{к}}=12,74$ МПа, коэффициент сжимаемости жидкости и породы равен соответственно $\beta_{\text{ж}}=1,53 \cdot 10^{-9}$ м²/Н и $\beta_{\text{с}}=0,612 \cdot 10^{-10}$ м²/Н, коэффициент пористости $m=20\%$, динамический коэффициент вязкости нефти $\mu=1,5$ мПа·с.

В пласте имеет место неустановившаяся фильтрация упругой жидкости по закону Дарси.

Найти дебиты по точной формуле и по формуле, полученной по методу последовательной смены стационарных состояний.

Решение. Распределение давления в пласте при неустановившейся параллельно-струйной фильтрации упругой жидкости к прямолинейной галерее при постоянном давлении на забое выражается следующей формулой (точное решение):

$$p(x, t) = p_{\text{к}} - (p_{\text{к}} - p_{\text{г}}) \left(1 - \operatorname{erf} \frac{x}{2\sqrt{\kappa t}} \right),$$

где

$$\operatorname{erf} \frac{x}{2\sqrt{\kappa t}} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\frac{x}{2\sqrt{\kappa t}}} e^{-u^2} du$$

— интеграл вероятностей.

Согласно закону Дарси

$$Q = \frac{k}{\mu} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right)_{x=0} Bh.$$

Найдем

$$\left(\frac{\partial p}{\partial x} \right)_{x=0} :$$

$$\left(\frac{\partial p}{\partial x} \right)_{x=0} = (p_{\text{к}} - p_{\text{г}}) \frac{2}{\sqrt{\pi}} \left(e^{-\frac{x^2}{4\kappa t}} \frac{1}{2\sqrt{\kappa t}} \right)_{x=0} = \frac{p_{\text{к}} - p_{\text{г}}}{\sqrt{\pi \kappa t}},$$

поэтому

$$Q_{\text{точ}} = \frac{k(p_k - p_r) Bh}{\mu \sqrt{\pi k t}}.$$

Коэффициент пьезопроводности κ в условиях рассматриваемой задачи равен

$$\kappa = \frac{k}{\mu \beta^*} = \frac{k}{\mu (m \beta_{\text{ж}} + \beta_c)} = \frac{0,8 \cdot 1,02 \cdot 10^{-12}}{1,5 \cdot 10^{-3} (0,2 \cdot 1,53 \cdot 10^{-9} + 0,612 \cdot 10^{-10})} = 1,48 \text{ м}^2/\text{с}.$$

Дебит, определенный по точной формуле, будет

$$Q_{\text{точ}} = \frac{0,8 \cdot 1,02 \cdot 10^{-12} (12,74 - 9,8) \cdot 10^6 \cdot 300 \cdot 15}{1,5 \cdot 10^{-3} \sqrt{3,14 \cdot 1,48 \cdot 2 \cdot 0,864 \cdot 10^5}} = 8,03 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{с} = 694 \text{ м}^3/\text{сут}.$$

По методу последовательной смены стационарных состояний дебит приближенно определяется по формуле для стационарного режима движения

$$Q_{\text{приб}} = \frac{k(p_k - p_r) Bh}{\mu l(t)},$$

где $l(t)$ — длина, на которую распространилось бы понижение давления к моменту t , если бы давление в зоне депрессии менялось по прямой линии; $l(t)$ определяется из условия материального баланса при $p_r = \text{const}$ и равна

$$l = 2 \sqrt{\kappa t}.$$

Тогда

$$Q_{\text{приб}} = \frac{k(p_k - p_r) Bh}{\mu l \sqrt{\kappa t}} = \frac{0,8 \cdot 1,02 \cdot 10^{-12} (12,74 - 9,8) \cdot 10^6 \cdot 300 \cdot 15}{1,5 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \sqrt{1,48 \cdot 2 \cdot 0,864 \cdot 10^5}} = 7,12 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{с} = 615 \text{ м}^3/\text{сут}.$$

Погрешность при определении дебита по приближенной формуле составит

$$\Delta = \frac{Q_{\text{точ}} - Q_{\text{приб}}}{Q_{\text{точ}}} \cdot 100 = \frac{694 - 615}{694} 100 = 11,4\%.$$

Задача 111

Представить графически изменение во времени давления на забое галереи, проведенной в полосообразном полубесконечном пласте (см. рис. 74), если в момент $t=0$ ее начали эксплуатировать с постоянным дебитом $Q=500 \text{ м}^3/\text{сут}$. Ширина галереи $B=400 \text{ м}$, мощность пласта $h=18 \text{ м}$, коэффициент проницаемости $k=0,5 \text{ Д}$, коэффициенты сжимаемости жидкости $\beta_{\text{ж}}=2,04 \cdot 10^{-9} \text{ м}^2/\text{Н}$ и породы $\beta_c=0,51 \cdot 10^{-10} \text{ м}^2/\text{Н}$, коэффициент

пористости $m=16\%$, коэффициент вязкости жидкости $\mu=3$ МПа·с, начальное пластовое давление $p_k=14,7$ МПа.

В пласте имеет место неустановившаяся фильтрация упругой жидкости по закону Дарси.

Сравнить значение депрессии в момент $t=10$ сут, определенное по точной формуле, с депрессией, найденной по методу последовательной смены стационарных состояний.

Решение. В рассматриваемом случае дифференциальное уравнение фильтрации упругой жидкости в деформируемой пористой среде имеет вид

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \kappa \frac{\partial^2 p}{\partial x^2}, \quad (\text{XII.22})$$

а начальное и граничные условия запишутся следующим образом:

$$\text{при } t=0 \quad p(x, 0) = p_k,$$

$$w(x, 0) = \frac{Q(x, 0)}{Bh} = 0. \quad (\text{XII.23})$$

при $x=0$

$$w(0, t) = \frac{Q(0, t)}{Bh} = w_1 = 0,805 \cdot 10^{-6} \text{ м/с}. \quad (\text{XII.24})$$

Умножая (XII.22) на k/μ , дифференцируя по x и учитывая, что $w = \frac{k}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x}$ получим

$$\frac{k}{\mu} \frac{\partial^2 p}{\partial x \partial t} = \frac{k}{\mu} \kappa \frac{\partial^3 p}{\partial x^3}$$

или, изменяя порядок дифференцирования,

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{k}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \right) = \kappa \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(\frac{k}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \right),$$

т. е.

$$\frac{\partial w}{\partial t} = \kappa \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}. \quad (\text{XII.25})$$

Уравнение теплопроводности (XII.25) совпадает с уравнением (XII.22), и начальным и граничным условиями являются:

$$\text{при } t=0 \quad w(x, 0) = 0, \quad (\text{XII.26})$$

$$\text{при } x=0 \quad w(0, t) = w_1 = \text{const}. \quad (\text{XII.27})$$

Решением уравнения (XII.25) при условиях (XII.26) и (XII.27) является интеграл вероятности

$$w(x, t) = w_1 \left(1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\frac{x}{2\sqrt{\kappa t}}} e^{-u^2} du \right). \quad (\text{XII.28})$$

Для того, чтобы найти закон изменения давления, необходимо проинтегрировать по x уравнение

$$\frac{k}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x} = w = w_1 \left(1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\frac{x}{2\sqrt{\kappa t}}} e^{-u^2} du \right);$$

при фиксированном t :

$$\begin{aligned} \frac{k}{\mu} \int_0^x \frac{\partial p}{\partial x} dx &= w_1 \int_0^x \left(1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\frac{x}{2\sqrt{\kappa t}}} e^{-u^2} du \right) dx = \\ &= w_1 x - \frac{2w_1}{\sqrt{\pi}} \int_0^x \int_0^{\frac{x}{2\sqrt{\kappa t}}} e^{-u^2} du dx. \end{aligned} \quad (\text{XII.29})$$

Возьмем по частям интеграл

$$\int_0^x \int_0^{\frac{x}{2\sqrt{\kappa t}}} e^{-u^2} du dx.$$

Обозначим

$$U = \int_0^{\frac{x}{2\sqrt{\kappa t}}} e^{-u^2} du, \quad V = x,$$

тогда

$$dU = e^{-\frac{x^2}{4\kappa t}} \frac{dx}{2\sqrt{\kappa t}}, \quad dV = dx,$$

$$\begin{aligned} \int_0^x \int_0^{\frac{x}{2\sqrt{\kappa t}}} e^{-u^2} du dx &= x \int_0^{\frac{x}{2\sqrt{\kappa t}}} e^{-u^2} du \Big|_0^x - \int_0^x e^{-\frac{x^2}{4\kappa t}} \frac{xdx}{2\sqrt{\kappa t}} = \\ &= x \int_0^{\frac{x}{2\sqrt{\kappa t}}} e^{-u^2} du - \sqrt{\kappa t} \left(1 - e^{-\frac{x^2}{4\kappa t}} \right). \end{aligned} \quad (\text{XII.30})$$

Подставив (XII.30) в (XII.29), получим

$$p(x, t) - p(0, t) = \frac{x\mu w_1}{k} \left[1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\frac{x}{2\sqrt{\kappa t}}} e^{-u^2} du + \right.$$

$$+ \frac{2\sqrt{\kappa t}}{\sqrt{\pi x}} \left(1 - e^{-\frac{x^2}{4\kappa t}} \right) \Bigg] = \frac{x\mu\omega_1}{k} \left(1 - \operatorname{erf} \xi + \frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{1 - e^{-\xi^2}}{\xi} \right),$$

где

$$\xi = \frac{x}{2\sqrt{\kappa t}};$$

$$\operatorname{erf} \xi = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\xi} e^{-u^2} du.$$

Устремляя $x \rightarrow \infty$ и учитывая, что при этом $\operatorname{erf} \xi \rightarrow 1$,

$$e^{-\xi^2} \rightarrow 0,$$

$$\frac{x}{\xi} = \frac{x \cdot 2\sqrt{\kappa t}}{x} = 2\sqrt{\kappa t},$$

$$p(x, t) = p_K,$$

найдем депрессию в любой момент времени

$$p_K - p(0, t) = \frac{\mu\omega_1 \cdot 2\sqrt{\kappa t}}{k\sqrt{\pi}}$$

и давление на забое галереи

$$p_r = p(0, t) = p_K - \frac{\mu\omega_1 \cdot 2\sqrt{\kappa t}}{k\sqrt{\pi}}.$$

Подсчитаем коэффициент пьезопроводности

$$\kappa = \frac{k}{\mu(m\beta_K + \beta_c)} = \frac{0,5 \cdot 1,02 \cdot 10^{-12}}{3 \cdot 10^{-3} (0,16 \cdot 2,04 \cdot 10^{-9} + 0,51 \cdot 10^{-10})} = 0,45 \text{ м}^2/\text{с}$$

и постоянную величину

$$\frac{\mu\omega_1 \cdot 2\sqrt{\kappa}}{k\sqrt{\pi}} = \frac{3 \cdot 10^{-3} \cdot 0,805 \cdot 10^{-6} \cdot 2\sqrt{0,45}}{0,5 \cdot 1,02 \cdot 10^{-12} \sqrt{3,14}} = 3600 \text{ Па} \cdot \text{с}^{-1/2}.$$

Тогда

$$p(0, t) = 14,7 - 0,0036 \sqrt{t}, \text{ МПа.}$$

Задаваясь различными t , найдем $p(0, t) = p_r(t)$ и результаты поместим в табл. 15.

График зависимости p_r от t приведен на рис. 76.

Определим депрессию по методу последовательной смены стационарных состояний через $t=10$ сут после начала отбора. Согласно этому методу депрессия находится по формуле дебита галереи при установившейся фильтрации по закону Дарси,

а под $l(t)$ понимается длина возмущенной области, которая при постоянном отборе равна

$$l(t) = \sqrt{2\kappa t} = \sqrt{2 \cdot 0,45 \cdot 0,864 \cdot 10^6} = 882 \text{ м},$$

$$p_k - p_r = \frac{Q\mu l(t)}{kBh} = \frac{500 \cdot 3 \cdot 10^{-3} \cdot 882}{0,864 \cdot 10^5 \cdot 0,5 \cdot 1,02 \cdot 10^{-12} \cdot 400 \cdot 18} = 4,16 \text{ МПа}.$$

Т а б л и ц а 15

t , сут	t , с	$\sqrt{t}$	$p_k - p_r =$ $= 0,0036 \sqrt{t}$, МПа	p_r , МПа
0,25	$2,16 \cdot 10^4$	147	0,529	14,17
0,5	$4,32 \cdot 10^4$	208	0,749	13,96
1	$0,864 \cdot 10^5$	294	1,058	13,64
2	$1,73 \cdot 10^5$	416	1,500	13,20
5	$4,32 \cdot 10^5$	657	2,360	12,33
10	$0,864 \cdot 10^6$	930	3,350	11,35
20	$1,73 \cdot 10^6$	1315	4,740	9,96
30	$2,59 \cdot 10^6$	1609	5,780	8,92

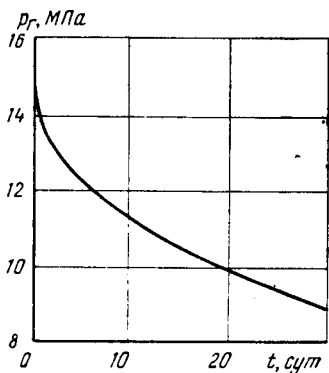


Рис. 76

Соответствующая депрессия, определенная по точной формуле (см. табл. 15), равна

$$(p_k - p_r)_{\text{точ}} = 3,35 \text{ МПа}.$$

Погрешность

$$\Delta = \frac{|(p_k - p_r)_{\text{точ}} - (p_k - p_r)_{\text{пр}}|}{(p_k - p_r)_{\text{точ}}} = \frac{|3,35 - 4,16|}{3,35} = 0,243 = 24,3\%.$$

Задача 112

Найти распределение давления в полосообразном полубесконечном пласте в момент $t=15$ сут с начала отбора, если в пласте имеет место приток упругой жидкости к дренажной галерее при условии постоянного отбора $Q=100 \text{ м}^3/\text{сут}$; длина галереи $B=250 \text{ м}$; мощность пласта $h=10 \text{ м}$, коэффициент проницаемости $k=400 \text{ мД}$, коэффициент сжимаемости пористой среды $\beta_c=0,306 \cdot 10^{-10} \text{ м}^2/\text{Н}$, коэффициент сжимаемости жидкости $\beta_{ж}=4,59 \cdot 10^{-10} \text{ м}^2/\text{Н}$, динамический коэффициент вязкости $\mu=1,2 \text{ мПа} \cdot \text{с}$, коэффициент пористости $m=15\%$, начальное пластовое давление $p_k=11,76 \text{ МПа}$ ($120 \text{ кгс}/\text{см}^2$).

Задачу решить по точной формуле, по методу последовательной смены стационарных состояний и по методу А. М. Пирвердяна

Решение. В задаче 111 выведена точная формула для разности давлений

$$p(x, t) - p(0, t) = \frac{x\mu\omega_1}{k} \left(1 - \operatorname{erf} \xi - \frac{1 - e^{-\xi^2}}{\sqrt{\pi} \xi} \right), \quad (\text{XII.31})$$

где

$$\xi = \frac{x}{2\sqrt{\kappa t}};$$

$$\operatorname{erf} \xi = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\xi} e^{-u^2} du;$$

$$\omega_1 = \frac{Q(0, t)}{Bh} = \frac{Q}{Bh} = \text{const.}$$

Из этой формулы давление на забое галереи равно

$$p_r = p(0, t) = p_k - \frac{\mu\omega_1 \cdot 2\sqrt{\kappa t}}{k\sqrt{\pi}}. \quad (\text{XII.32})$$

Подставив (XII.32) в (XII.31), получим

$$p(x, t) = p_k - \frac{\mu\omega_1 x}{k} \left(\operatorname{erf} \xi + \frac{e^{-\xi^2}}{\sqrt{\pi} \xi} - 1 \right). \quad (\text{XII.33})$$

Вычислим постоянные множители:

$$\begin{aligned} \frac{\mu\omega_1}{k} &= \frac{\mu Q}{kBh} = \frac{1,2 \cdot 10^{-3} \cdot 100}{0,864 \cdot 10^5 \cdot 0,4 \cdot 1,02 \cdot 10^{-12} \cdot 250 \cdot 10} = 1362 \text{ Па/м}, \\ \kappa &= \frac{k}{\mu(m\beta_{ж} + \beta_c)} = \frac{0,4 \cdot 1,02 \cdot 10^{-12}}{1,2 \cdot 10^{-3} (0,15 \cdot 4,59 \cdot 10^{-10} + 0,306 \cdot 10^{-10})} = 3,42 \text{ м}^2/\text{с}, \\ \frac{1}{2\sqrt{\kappa t}} &= \frac{1}{2\sqrt{3,42 \cdot 15 \cdot 0,864 \cdot 10^5}} = 2,37 \cdot 10^{-4} \text{ м}^{-1}, \end{aligned}$$

при этом $\xi = 2,37 \cdot 10^{-4} x$.

Задаваясь различными x , подсчитаем $p(x)$ при $t=15$ сут. Результаты расчетов по точной формуле (XII.33) приведены в табл. 16 и представлены на рис. 77 (кривая 1).

Таблица 16

$x, \text{ м}$	1362 x , Па	ξ	$\operatorname{erf} \xi$	ξ^2	$e^{-\xi^2}$
0	0	0	0	0	1
$2 \cdot 10^2$	0,272	0,0474	0,0530	$2,247 \cdot 10^{-3}$	0,998
$5 \cdot 10^2$	0,681	0,1185	0,1330	$1,404 \cdot 10^{-2}$	0,986
10^3	1,362	0,2370	0,2625	0,0562	0,945
$2 \cdot 10^3$	2,720	0,4740	0,4973	0,2247	0,798
$3 \cdot 10^3$	4,090	0,7110	0,6854	0,5050	0,603
$5 \cdot 10^3$	6,810	1,1850	0,9062	1,404	0,245

$x, \text{ м}$	$\sqrt{\pi} \xi$	$\frac{e^{-\xi^2}}{\sqrt{\pi} \xi}$	$\operatorname{erf} \xi + \frac{e^{-\xi^2}}{\sqrt{\pi} \xi} - 1$	$p_K - p(x), \text{ МПа}$	$p(x), \text{ МПа}$
0	0	—	—	3,24	8,52
$2 \cdot 10^2$	0,084	11,85	10,90	2,97	8,79
$5 \cdot 10^2$	0,210	4,69	3,82	2,61	9,15
10^3	0,420	2,25	1,51	2,06	9,70
$2 \cdot 10^3$	0,840	0,950	0,447	1,22	10,54
$3 \cdot 10^3$	1,260	0,479	0,164	0,671	11,08
$5 \cdot 10^3$	2,100	0,1165	0,0227	0,155	11,60

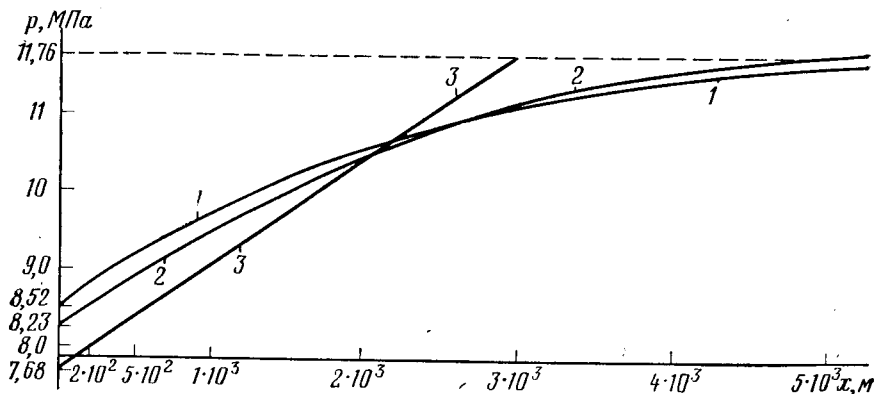


Рис. 77

По приближенному методу А. М. Пирвердяна при постоянном отборе

$$p(x, t) = p_K - (p_K - p_r) \left[1 - \frac{x}{l(t)} \right]^2, \quad (\text{XII.34})$$

где

$$p_K - p_r = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{\mu}{k} \omega_1 \sqrt{\kappa t};$$

$$l(t) = \sqrt{6\kappa t}.$$

При заданном $t = 15$ сут

$$p_K - p_r = 1,225 \cdot 1362 \sqrt{3,42 \cdot 15 \cdot 0,864 \cdot 10^5} = 3,53 \text{ МПа},$$

$$l(t) = \sqrt{6 \cdot 3,42 \cdot 15 \cdot 0,864 \cdot 10^5} = 5,16 \cdot 10^3 \text{ м},$$

$$p(x, t) = 11,76 - 3,53 \left(1 - \frac{x \cdot 10^{-3}}{5,16} \right)^2, \text{ МПа}. \quad (\text{XII.35})$$

Результаты вычислений по (XII.35) приведены в табл. 17 и на рис. 77 (кривая 2).

Таблица 17

$x, \text{ м}$	$\frac{x \cdot 10^{-3}}{5,16}$	$\left(1 - \frac{x \cdot 10^{-3}}{5,16}\right)^2$	$p(x), \text{ МПа}$
0	0	1	8,23
$2 \cdot 10^2$	0,0388	0,9235	8,50
$5 \cdot 10^2$	0,0970	0,8154	8,88
10^3	0,1940	0,6496	9,47
$2 \cdot 10^3$	0,3880	0,3745	10,44
$3 \cdot 10^3$	0,5820	0,1747	11,14
$5 \cdot 10^3$	0,9700	0,0009	11,76

По методу последовательной смены стационарных состояний давление распределяется линейно

$$p(x, t) = p_v + \frac{p_k - p_v}{l(t)} x, \quad (\text{XII.36})$$

где

$$l(t) = \sqrt{2\alpha t} = \sqrt{2 \cdot 3,42 \cdot 15 \cdot 0,864 \cdot 10^5} = 2,98 \cdot 10^3 \text{ м};$$

давление на забое галереи

$$p_r = p_k - \frac{Qul(t)}{k_0} = 11,76 - 1362 \cdot 2,98 \cdot 10^{-3} = 7,68 \text{ МПа}.$$

Следовательно,

$$p(x) = 7,68 + \frac{11,76 - 7,68}{2,98 \cdot 10^3} x = 7,68 + 1,37 \cdot 10^{-3} x, \text{ МПа.} \quad (\text{XII.37})$$

Прямая 3, соответствующая уравнению (XII.37), изображена на рис. 77.

Как видно из полученных результатов, распределение давления по методу Пирвердяна ближе к истинному, чем распределение давления по методу последовательной смены стационарных состояний.

Задача 113

Из скважины, расположенной в бесконечном пласте, начали отбор нефти, поддерживая постоянное давление на забое $p_c = 8,82 \text{ МПа}$. Начальное пластовое давление $p_k = 11,76 \text{ МПа}$. Используя метод последовательной смены стационарных состояний, определить дебит скважины через 1 ч, 1 сут и 1 мес после начала эксплуатации, если коэффициент проницаемости пласта $k = 250 \text{ мД}$, мощность пласта $h = 12 \text{ м}$, коэффициент пьезопроводности пласта $\alpha = 1,5 \text{ м}^2/\text{с}$, коэффициент вязкости нефти $\mu = 1,3 \text{ сП}$. Скважина гидродинамически совершенная, радиус ее $r_c = 0,1 \text{ м}$.

Указание. По методу последовательной смены стационарных состояний дебит скважины определяется по формуле Дюпюи, в которой под R_K понимается приведенный радиус влияния скважины, который увеличивается с течением времени по закону $R_K = 2\sqrt{\kappa t}$.

Ответ: $Q_{\text{час}} = 515 \text{ м}^3/\text{сут}$; $Q_{\text{сут}} = 424 \text{ м}^3/\text{сут}$; $Q_{\text{мес}} = 356 \text{ м}^3/\text{сут}$.

З а д а ч а 114

Определить коэффициент гидропроводности пласта kh/μ и коэффициент пьезопроводности пласта κ по данным об изменении давления на забое совершенной скважины, расположенной в бесконечном пласте постоянной мощности. Скважина работает с постоянным дебитом $Q = 100 \text{ м}^3/\text{сут}$ в условиях упругого режима. Начальное пластовое давление $p_K = 150 \text{ кгс/см}^2$, радиус скважины $r_c = 0,1 \text{ м}$. Изменение депрессии $p_K - p_c$ с течением времени приведено ниже:

Номер	1	2	3	4	5
t	15 мин	1 ч	12 ч	1 сут	5 сут
$\Delta p_c, \text{ кгс/см}^2$	3,46	3,84	4,57	4,76	5,23

Решение. Изменение давления на забое скважины определяется по формуле

$$p_K - p_c(t) = \frac{Q\mu}{4\pi kh} \left(\ln \frac{4\kappa t}{r_c^2} - 0,5772 \right) = \frac{Q\mu}{4\pi kh} \left(2,3 \lg \frac{4\kappa}{r_c^2} - 0,5772 + 2,3 \lg t \right) = \frac{Q\mu \cdot 2,3}{4\pi kh} \lg t + \frac{Q\mu}{4\pi kh} \left(2,3 \lg \frac{4\kappa}{r_c^2} - 0,5772 \right).$$

По приведенным выше данным построим график зависимости $\Delta p_c = p_K - p_c(t)$ от $\lg t$ (рис. 78).

Как видно из рис. 78, зависимость Δp_c от $\lg t$ линейная:

$$\Delta p_c = a \lg t + b.$$

Это дает возможность определить свободный член по отрезку, отсекаемому прямой на оси ординат, и коэффициент при $\lg t$ по тангенсу угла наклона прямой к оси $\lg t$.

Из графика следует, что $b = 1,5 \text{ кгс/см}^2$,

$$a = \operatorname{tg} \varphi = \frac{\Delta p_{c3} - \Delta p_{c1}}{\lg t_3 - \lg t_1} = \frac{4,57 - 3,46}{4,64 - 2,95} = \frac{1,11}{1,69} = 0,658 \text{ кгс/см}^2.$$

Из первой формулы следует, что

$$a = 0,658 = \frac{Q\mu \cdot 2,3}{4\pi kh},$$

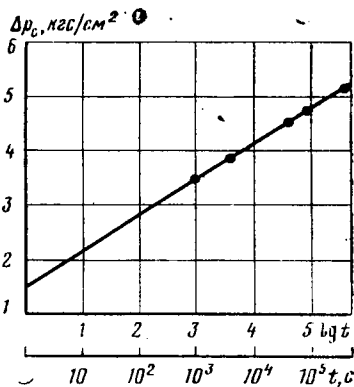


Рис. 78

откуда коэффициент гидропроводности пласта

$$\frac{kh}{\mu} = \frac{Q \cdot 2,3}{4\pi \cdot 0,658} = \frac{10^8 \cdot 2,3}{0,864 \cdot 10^8 \cdot 4 \cdot 3,14 \cdot 0,658} = 323 \frac{\text{Д} \cdot \text{см}}{\text{сП}} = \\ = 3,29 \cdot 10^{-9} \frac{\text{м}^3}{\text{Па} \cdot \text{с}},$$

а

$$b = 1,5 = \frac{Q\mu}{4\pi kh} \left(2,3 \lg \frac{\kappa}{r_c^2} - 0,5772 \right),$$

откуда

$$\lg \frac{\kappa}{r_c^2} = \frac{1,5 \cdot 4\pi kh}{Q\mu \cdot 2,3} + \frac{0,5772}{2,3} = \frac{1,5}{0,658} + \frac{0,5772}{2,3} = 2,53, \\ \frac{\kappa}{r_c^2} = 338,$$

$$\kappa = 338 r_c^2 = 3,38 \cdot 10^4 \text{ см}^2/\text{с} = 3,38 \text{ м}^2/\text{с}.$$

Задача 115

Гидродинамически совершенная скважина, расположенная в центре кругового пласта радиуса $R_k = 10$ км с горизонтальными и непроницаемыми кровлей и подошвой, до момента остановки работала в течение такого продолжительного периода, что распределение давления в пласте можно принять за установившееся. Дебит скважины до остановки $Q = 120$ м³/сут, динамический коэффициент вязкости $\mu = 2$ сП, коэффициент проницаемости пласта $k = 600$ мД, мощность пласта $h = 10$ м, радиус скважины $r_c = 0,1$ м, коэффициент пьезопроводности пласта $\kappa = 2,5$ м²/с. Найти по методу суперпозиции нарастание давления на забое скважины, принимая $p_k = 14,7$ МПа (150 кгс/см²).

Решение. Установившуюся депрессию $\Delta p_c = p_k - p_{c.y}$, предшествующую остановке скважины, определим по формуле Дюпюи

$$\Delta p'_c = \frac{Q\mu}{2\pi kh} \ln \frac{R_k}{r_c} = \frac{Q\mu}{4\pi kh} \ln \frac{R_k^2}{r_c^2}.$$

По методу суперпозиции считаем, что с момента остановки скважины в той же точке пласта начала работать одновременно с эксплуатационной скважиной нагнетательная скважина, имеющая тот же дебит. При этом результирующий дебит равен нулю, а разность давлений

$$p_k - p_c(t) = \Delta p'_c - \Delta p''_c,$$

где $\Delta p''_c = p_c(t) - p_{c.y}$ — повышение давления на забое, вызванное работой только нагнетательной скважины, которое определяется формулой

$$\Delta p'_c = \frac{Q\mu}{4\pi kh} \left(\ln \frac{4\chi t}{r_c^2} - 0,5772 \right).$$

Таким образом,

$$\begin{aligned} p_K - p_c(t) &= \Delta p'_c - \Delta p''_c = \frac{Q\mu}{4\pi kh} \ln \frac{R_K^2}{r_c^2} - \frac{Q\mu}{4\pi kh} \left(\ln \frac{4\chi t}{r_c^2} - 0,5772 \right) = \\ &= \frac{Q\mu}{4\pi kh} \left(\ln \frac{R_K^2}{4\chi t} + 0,5772 \right), \end{aligned}$$

откуда

$$\begin{aligned} p_c(t) &= p_K - \frac{Q\mu}{4\pi kh} \left(\ln \frac{R_K^2}{4\chi t} + 0,5772 \right) = \\ &= 14,7 - \frac{120 \cdot 2 \cdot 10^{-3}}{0,864 \cdot 10^5 \cdot 4 \cdot 3,14 \cdot 0,6 \cdot 1,02 \cdot 10^{-12} \cdot 10} \left(2,3 \lg \frac{10^8}{4 \cdot 2,5} + \right. \\ &\quad \left. + 0,5772 - 2,3 \lg t \right) = 14,7 - 0,604 + 0,0831 \lg t = 14,1 + \\ &\quad + 0,0831 \lg t, \text{ МПа.} \end{aligned}$$

Задача 116

Определить коэффициент гидропроводности пласта kh/μ , если известно, что гидродинамически совершенная скважина, расположенная в центре кругового пласта радиуса R_K , длительное время эксплуатировалась с постоянным дебитом $Q = 80 \text{ м}^3/\text{сут}$, затем дебит скважины мгновенно уменьшился до $Q_1 = 55 \text{ м}^3/\text{сут}$. В последующее время эксплуатации скважины дебит Q_1 сохранялся неизменным.

Изменение давления на забое скважины во времени представлено ниже. Время $t=0$ соответствует моменту изменения дебита скважины.

Номер	1	2	3	4	5	6
t	5 мин	15 мин	3 ч	1 сут	3 сут	10 сут
$\Delta p_c = p_K - p_c$, кгс/см ²	3,71	3,62	3,44	3,27	3,18	3,1
$\lg t$	2,48	2,95	4,03	4,94	5,41	5,94

Решение. По принципу суперпозиции понижение давления на забое скважины найдем по формуле

$$\Delta p_c = \frac{Q\mu}{2\pi kh} \ln \frac{R_K}{r_c} - \frac{(Q - Q_1)\mu}{4\pi kh} \left[-Ei \left(-\frac{r_c^2}{4\chi t} \right) \right],$$

где первое слагаемое определяет депрессию, вызванную длительной эксплуатацией скважины с дебитом Q , а второе слагаемое — повышение давления за счет действия в той же точке пласта нагнетательной скважины с дебитом $(Q - Q_1)$.

Представляя приближенно интегральную показательную функцию через логарифм, получим

$$\Delta p_c = \frac{Q\mu}{2\pi kh} \ln \frac{R_k}{r_c} - \frac{(Q-Q_1)\mu}{4\pi kh} \ln \frac{2,25\mu t}{r_c^2}.$$

Выделяя слагаемое, содержащее $\lg t$, запишем

$$\Delta p_c = - \frac{(Q-Q_1)\mu \cdot 2,3}{4\pi kh} \lg t + \frac{\mu \cdot 2,3}{4\pi kh} \left[Q \lg \frac{R_k^2}{r_c^2} - (Q-Q_1) \lg \frac{2,25\mu}{r_c^2} \right].$$

Из последней формулы видно, что зависимость Δp_c от $\lg t$ прямолинейная с угловым коэффициентом

$$i = - \frac{(Q-Q_1)\mu \cdot 2,3}{4\pi kh}.$$

По приведенным выше данным построим график в координатах $\Delta p_c - \lg t$ и определим значение i (рис. 79).

$$i = \frac{(\Delta p_c)_1 - (\Delta p_c)_5}{\lg t_1 - \lg t_5} = \frac{3,71 - 3,18}{2,48 - 5,41} = -0,181 \text{ кгс/см}^2.$$

По полученному значению i найдем коэффициент гидропроводности

$$\begin{aligned} \frac{kh}{\mu} &= - \frac{(Q-Q_1) 2,3}{4\pi i} = \frac{(80-55) \cdot 2,3}{0,864 \cdot 10^5 \cdot 4 \cdot 3,14 \cdot (-0,181) \cdot 9,8 \cdot 10^4} = \\ &= 2,99 \cdot 10^{-9} \frac{\text{м}^3}{\text{Па} \cdot \text{с}}. \end{aligned}$$

Задача 117

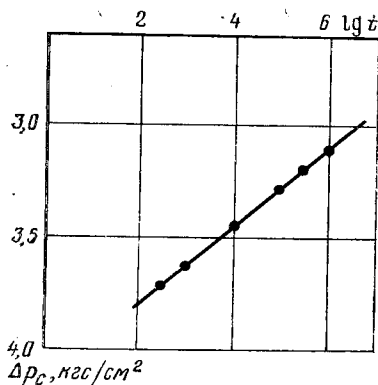


Рис. 79

Гидродинамическая совершенная скважина радиусом $r_c = 10$ см начала работать в бесконечном пласте с постоянным дебитом $Q = 80 \text{ м}^3/\text{сут}$. Мощность пласта $h = 7,5$ м, коэффициент проницаемости $k = 400$ мД, коэффициент пьезопроводности $\alpha = 2 \text{ м}^2/\text{с}$, динамический коэффициент вязкости жидкости $\mu = 1,5 \cdot 10^{-3} \text{ Па} \cdot \text{с}$. По истечении $T = 10$ сут скважина была мгновенно остановлена. Определить:

1) распределение давления в пласте в моменты $t_1 = 1$ сут и $t_2 = 5$ сут после остановки скважины; 2) радиус зон, в которых с точностью до 1% давление в моменты t_1 и t_2 будет постоянным.

Решение. Используя метод суперпозиции, найдем результирующее понижение давления в любой точке пласта

$$\Delta p = \Delta p' - \Delta p'', \quad (\text{XII.38})$$

считая, что в некоторый момент времени пущена в эксплуатацию скважина с постоянным дебитом, а через промежуток времени T в этой же точке пласта начать работать нагнетательная скважина с тем же дебитом. Время T соответствует моменту мгновенной остановки эксплуатационной скважины, начиная с этого момента отбор жидкости из пласта равен нулю.

$\Delta p'$ — понижение давления, вызванное действием эксплуатационной скважины, определяемое по формуле

$$\Delta p' = - \frac{Q\mu}{4\pi kh} Ei \left[- \frac{r^2}{4\kappa (T+t)} \right]; \quad (\text{XII.39})$$

$\Delta p''$ — повышение давления, вызванное действием нагнетательной скважины,

$$\Delta p'' = - \frac{Q\mu}{4\pi kh} Ei \left(- \frac{r^2}{4\kappa t} \right). \quad (\text{XII.40})$$

Учитывая выражения (XII.39) и (XII.40), получим

$$\Delta p = \frac{Q\mu}{4\pi kh} \left\{ - Ei \left[- \frac{r^2}{4\kappa (T+t)} \right] + Ei \left(- \frac{r^2}{4\kappa t} \right) \right\}. \quad (\text{XII.41})$$

Известно, что при малых значениях аргумента $r^2/4\kappa t$ функцию $-Ei(-\frac{r^2}{4\kappa t})$ можно приближенно представить в виде

$$-Ei \left(- \frac{r^2}{4\kappa t} \right) = \ln \frac{4\kappa t}{r^2} - 0,5772.$$

Погрешность не превышает 1%, если

$$\frac{r^2}{4\kappa t} \leq 0,03$$

$$\text{или } \frac{\kappa t}{r^2} \geq 8,33. \quad (\text{XII.42})$$

Поэтому (XII.41) можно записать в виде

$$\Delta p = \frac{Q\mu}{4\pi kh} \left[\ln \frac{4\kappa (T+t)}{r^2} - 0,5772 - \ln \frac{4\kappa t}{r^2} + 0,5772 \right] =$$

$$= \frac{Q\mu}{4\pi kh} \ln \frac{T+t}{t} \quad (\text{XII.43})$$

при выполнении условия (XII.42).

Как следует из (XII.43), в некоторой области пласта, определяемой условием (XII.42), для одного и того же момента времени давление будет одинаково.

При $t_1 = 1$ сут эта зона ограничена радиусом

$$r_1 = \sqrt{\frac{\kappa t_1}{8,33}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0,864 \cdot 10^6}{8,33}} = 144 \text{ м};$$

при $t_2=5$ сут

$$r_2 = \sqrt{\frac{\kappa t_2}{8,33}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 5 \cdot 0,864 \cdot 10^5}{8,33}} = 322 \text{ м.}$$

Понижения давления в этих зонах соответственно равны

$$\Delta p_1 = \frac{Q\mu}{4\pi kh} \ln \frac{(T+t_1)}{t_1} = \frac{80 \cdot 1,5 \cdot 10^{-3} \cdot 2,3}{0,864 \cdot 10^5 \cdot 4 \cdot 3,14 \cdot 0,4 \cdot 1,02 \cdot 10^{-12} \cdot 7,5} \times \\ \times \lg \frac{(10+1)}{1} = 8,29 \cdot 10^4 \lg 11 = 0,0862 \text{ МПа;}$$

$$\Delta p_2 = \frac{Q\mu}{4\pi kh} \ln \frac{(T+t_2)}{t_2} = 8,29 \cdot 10^4 \lg \frac{(10+5)}{5} = 0,0395 \text{ МПа.}$$

Вне указанных зон понижение давления надо определять по точной формуле (XII.41). Результаты расчетов Δp помещены в табл. 18 и представлены на рис. 80.

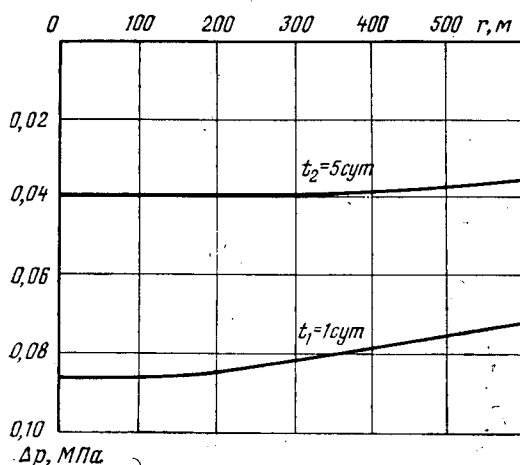


Рис. 80

Таблица 18

$r, \text{ м}$	200	300	400	500	600
Δp (в МПа) при $t_1=1$ сут	0,0846	0,0819	0,0784	0,0757	0,0718
Δp (в МПа) при $t_2=5$ сут	—	—	0,0375	0,0367	0,0358

ХІІІ. НЕУСТАНОВИВШАЯСЯ ФИЛЬТРАЦИЯ ГАЗА

Дифференциальное уравнение неустановившейся изотермической фильтрации идеального газа по закону Дарси имеет вид

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{k}{2m\mu} \left(\frac{\partial^2 p^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p^2}{\partial z^2} \right), \quad (\text{ХІІІ.1})$$

или

$$\frac{\partial p^2}{\partial t} = \frac{kp}{m\mu} \left(\frac{\partial^2 p^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p^2}{\partial z^2} \right). \quad (\text{ХІІІ.2})$$

Это уравнение является нелинейным уравнением параболического типа, оно отличается от дифференциального уравнения упругого режима тем, что искомой функцией является не давление p , а квадрат давления p^2 , а вместо постоянного коэффициента проницаемости k в уравнение входит переменная величина $kp/m\mu$.

Точные решения нелинейного уравнения (ХІІІ.2) получены только для некоторых частных задач. Как правило, это уравнение интегрируется приближенными методами.

Наиболее простым приближенным методом является метод линеаризации, предложенный И. А. Чарным, в котором переменное значение коэффициента $kp/m\mu$ заменяется усредненным значением $kp_{\text{ср}}/m\mu$, где

$$p_{\text{ср}} \approx p_{\text{min}} + 0,7(p_{\text{max}} - p_{\text{min}}),$$

здесь p_{max} и p_{min} — максимальное и минимальное давления в залежи за расчетный период, или

$$p_{\text{ср}} = 0,722 p_{\text{нач}}.$$

При такой замене уравнение (ХІІІ.2) приводится к линейному дифференциальному уравнению теплопроводности. Это дает возможность нестационарное движение газа рассчитывать как движение упругой жидкости по формулам упругого режима фильтрации.

Л. С. Лейбензоном было получено решение задачи об истечении газа из полосообразного замкнутого пласта при условии постоянного давления на галерее (рис. 81). Задача сводится к интегрированию дифференциального уравнения

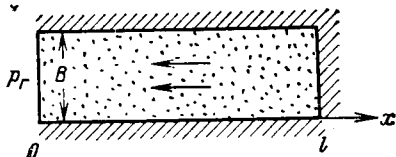


Рис. 81

$$\frac{\partial p^2}{\partial t} = \frac{kp}{m\mu} \frac{\partial^2 p^2}{\partial x^2} \quad (\text{ХІІІ.3})$$

при начальном и граничных условиях:

$$p = p_n = \text{const при } t = 0,$$

$$p_r = \text{const при } x = 0,$$

$$\frac{\partial p^2}{\partial x} = 0 \text{ при } x = l \quad (\text{XIII.4})$$

— условие на непроницаемой границе газового пласта.

Задача решалась методом последовательных приближений.

В первом приближении коэффициент, входящий в правую часть (XIII.3), считается постоянным и равным $kp_n/m\mu$.

При этом (XIII.3) обращается в уравнение теплопроводности, интеграл которого при условиях (XIII.4) имеет вид

$$p^2(x, t) = p_r^2 + \frac{4}{\pi} (p_n^2 - p_r^2) \sum_{j=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{1}{j} e^{-\omega j^2 t} \sin \frac{j\pi x}{2l}, \quad (\text{XIII.5})$$

где

$$\omega = \frac{\pi^2 k p_n}{4 m \mu l^2}.$$

Во втором приближении принимается, что переменное давление p , входящее в коэффициент $kp/m\mu$, зависит только от времени t и выражается формулой

$$p(t) = p_r + (p_n - p_r) e^{-\frac{\omega t}{2}} = p_n \left[\frac{p_r}{p_n} + \left(1 - \frac{p_r}{p_n}\right) e^{-\frac{\omega t}{2}} \right] = p_n \delta(t), \quad (\text{XIII.6})$$

далее, введя новую переменную

$$\theta = \int_0^t \delta(t) dt = \frac{p_r}{p_n} t + \frac{2}{\omega} \left(1 - \frac{p_r}{p_n}\right) \left(1 - e^{-\frac{\omega t}{2}}\right), \quad (\text{XIII.7})$$

приведем (XIII.3) к уравнению теплопроводности

$$\frac{\partial p^2}{\partial \theta} = \frac{k p_n}{m \mu} \frac{\partial^2 p^2}{\partial x^2}, \quad (\text{XIII.8})$$

решение которого при условиях (XIII.4) дается уравнением (XIII.5), в котором переменная t должна быть заменена на θ :

$$p^2(x, t) = p_r^2 + \frac{4}{\pi} (p_n^2 - p_r^2) \sum_{j=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{1}{j} e^{-\omega j^2 \theta} \sin \frac{j\pi x}{2l}. \quad (\text{XIII.9})$$

Объемный дебит галереи, приведенный к атмосферному давлению, можно записать в виде

$$Q_{ат} = \frac{k B h}{2 \mu p_{ат}} \left(\frac{\partial p^2}{\partial x} \right)_{x=0} = \frac{k B h (p_n^2 - p_r^2)}{\mu p_{ат} l} (e^{-\omega \theta} + e^{-9\omega \theta} + e^{-25\omega \theta} + \dots). \quad (\text{XIII.10})$$

Многие задачи неустановившейся фильтрации газа решаются приближенно по методу последовательной смены стационарных состояний с привлечением уравнения материального баланса газа.

Если газовая залежь замкнута, то отобранное за время dt количество газа по объему, приведенному к атмосферному давлению и пластовой температуре, равно $Q_{ат}dt$, равно изменению запасов газа в пласте за тот же промежуток времени.

Если объем порового пространства Ω постоянный, газ идеальный, а фильтрация изотермическая, то изменение запасов можно представить в виде $\Omega \frac{d\tilde{p}}{p_{ат}}$, где $d\tilde{p}$ — изменение средневзвешенного по объему давления в газовой залежи за промежуток dt . Уравнение

$$Q_{ат}dt = -\Omega \frac{d\tilde{p}}{p_{ат}} \quad (\text{XIII.11})$$

называется дифференциальным уравнением истощения газовой залежи.

При неустановившейся плоскорадиальной фильтрации газа средневзвешенное давление $\tilde{p}$ мало отличается от контурного, поэтому, заменяя $\tilde{p}$ на p_k , записывают уравнение истощения газовой залежи в виде

$$Q_{ат}dt = -\Omega \frac{dp_k}{p_{ат}}. \quad (\text{XIII.12})$$

Уравнение (XIII.12) в сочетании с методом последовательной смены стационарных состояний позволяет определять распределение давления по пласту, изменение давления с течением времени в любой точке пласта, изменение во времени дебитов газа при эксплуатации залежи с различными условиями на забое. Такими простейшими условиями являются следующие: а) $Q_{ат} = \text{const}$; б) $p_c = \text{const}$; в) $Q_{ат} = c p_c$, где $c = 2\pi r_c h \omega_{\max}$, а $\omega_{\max}$ — максимально допустимая скорость фильтрации газа, исключающая возможность выноса песка и образования песчаных пробок.

Задача 118

Определить падение давления p_k на внешней границе полоскообразной газовой залежи длиной $l = 7500$ м, шириной $B = 800$ м, мощностью $h = 10$ м (см. рис. 81), если коэффициент пористости пласта $m = 20\%$, коэффициент проницаемости $k = 0,5$ Д, коэффициент вязкости $\mu = 0,014$ МПа·с, начальное пластовое давление $p_H = 14,7$ МПа (150 кгс/см²). Давление на выходе газа в галерею постоянно и равно $p_r = 12,74$ МПа (130 кгс/см²).

Найти также приведенный к атмосферному давлению и пластовой температуре расход газа $Q_{ат}$ и распределение давления

по длине пласта через $t=30$ сут после начала отбора газа из галерей.

Решение. Для определения падения давления во времени на границе пласта $p_K(t)$ и распределения давления по длине пласта $p(x)$ в момент $t=30$ сут используем решение Л. С. Лейбензона по методу последовательных приближений (XIII.9).

Прежде всего подсчитаем значение параметра

$$\omega = \frac{\pi^2 k p_H}{4 \pi \mu l^2} = \frac{3,14^2 \cdot 0,5 \cdot 1,02 \cdot 10^{-12} \cdot 14,7 \cdot 10^6}{4 \cdot 0,2 \cdot 0,014 \cdot 10^{-3} \cdot 7,5^2 \cdot 10^6} = 1,17 \cdot 10^{-7} \text{ с}^{-1}$$

и значения переменной $\theta(t)$ в разные моменты времени

$$\begin{aligned} \theta(t) &= \frac{p_r}{p_H} t + \frac{2}{\omega} \left(1 - \frac{p_r}{p_H} \right) \left(1 - e^{-\frac{\omega t}{2}} \right) = \frac{12,74}{14,7} t + \\ &+ \frac{2 \cdot 10^7}{1,17} \left(1 - \frac{12,74}{14,7} \right) (1 - e^{-0,585 \cdot 10^{-7} t}) = 0,867 t + \\ &+ 2,27 \cdot 10^8 (1 - e^{-0,585 \cdot 10^{-7} t}), \end{aligned}$$

а результаты поместим в табл. 19.

Таблица 19

t , сут	$\theta \cdot 10^{-6}$, с	$\omega \theta$	$e^{-\omega \theta}$	$e^{-9\omega \theta}$	$e^{-25\omega \theta}$	$e^{-49\omega \theta}$	p_K^2 , МПа ²	p_K , МПа
10	0,861	0,1006	0,9044	0,405	0,0813	0,00721	216	14,70
15	1,286	0,1506	0,8600	0,258	0,0232	—	215	14,65
30	2,562	0,3000	0,7410	0,0672	—	—	210	14,50
150	12,400	1,4500	0,2350	—	—	—	178	13,33
360	28,900	3,3900	0,0337	—	—	—	165	12,84

По формуле Л. С. Лейбензона на границе пласта (при $x=l$) имеем

$$\begin{aligned} p_K^2 &= p_r^2 + \frac{4}{\pi} (p_H^2 - p_r^2) \sum_{j=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{e^{-\omega j^2 \theta}}{j} \sin \frac{j\pi}{2} = \\ &= p_r^2 + \frac{4}{\pi} (p_H^2 - p_r^2) \left(e^{-\omega \theta} - \frac{e^{-9\omega \theta}}{3} + \frac{e^{-25\omega \theta}}{5} - \frac{e^{-49\omega \theta}}{7} + \dots \right) = \\ &= 162 \cdot 10^{12} + 68,75 \cdot 10^{12} \left(e^{-\omega \theta} - \frac{e^{-9\omega \theta}}{3} + \frac{e^{-25\omega \theta}}{5} - \frac{e^{-49\omega \theta}}{7} + \dots \right). \end{aligned}$$

Значения величин, входящих в эту формулу, приведены в табл. 19.

На рис. 82 представлен график зависимости $p_K(t)$.

Закон распределения давления по пласту через 30 сут = $2,59 \cdot 10^6$ с после начала отбора:

$$p^2(x, 2,59 \cdot 10^6 \text{ с}) = 162 \cdot 10^{12} + 68,75 \cdot 10^{12} \times \\ \times \left(0,741 \sin \frac{\pi x}{2l} + \frac{0,0672}{3} \sin \frac{3\pi x}{2l} \right).$$

Результаты расчетов даны в табл. 20. На рис. 83 показана кривая изменения давления по пласту.

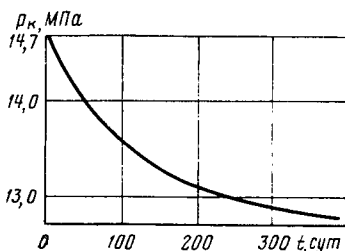


Рис. 82

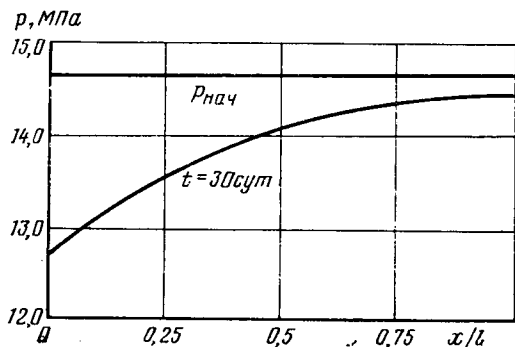


Рис. 83

Т а б л и ц а 20

$\frac{x}{l}$	$\sin \frac{\pi x}{2l}$	$\sin \frac{3\pi x}{2l}$	$\Sigma \left(\frac{1}{j} e^{-\omega_j^2 \theta} \sin \frac{j\pi x}{2l} \right)$	$p^2, \text{ МПа}^2$	$p, \text{ МПа}$
0	0	0	0	162	12,74
0,25	0,384	0,925	0,306	183	13,52
0,5	0,707	0,707	0,540	199	14,11
0,75	0,925	-0,384	0,676	207	14,41
1	1	-1	0,718	210	14,50

Расход газа, приведенный к атмосферному давлению и пластовой температуре, найдем по (XIII.10).

$$Q_{\text{ат}} = \frac{kBh}{2\mu p_{\text{ат}}} \left(\frac{\partial p^2}{\partial x} \right)_{x=0, t=2,59 \cdot 10^6 \text{ с}} = \frac{kBh}{\mu p_{\text{ат}} l} (p_{\text{н}}^2 - p_{\text{г}}^2) (e^{-\omega \theta} + e^{-9\omega \theta} + \\ + e^{-25\omega \theta} + \dots) = \frac{0,5 \cdot 1,02 \cdot 10^{-12} \cdot 800 \cdot 10 \cdot 54 \cdot 10^{12}}{0,014 \cdot 10^{-3} \cdot 7,5 \cdot 10^3 \cdot 10^4 \cdot 9,8} (0,741 + 0,0672) = \\ = 17,25 \text{ м}^3/\text{с} = 1,49 \cdot 10^6 \text{ м}^3/\text{сут}.$$

Задача 119

Газовая скважина расположена в центре кругового замкнутого пласта радиусом $R_{\text{к}} = 1000$ м, мощностью $h = 8$ м и экс-

плуатируется при постоянном давлении на забое $p_c = 6,86$ МПа (70 кгс/см²). Начальное давление в газовой залежи $p_H = 11,76$ МПа (120 кгс/см²), коэффициент проницаемости пласта $k = 800$ мД, коэффициент пористости пласта $m = 18\%$, динамический коэффициент вязкости газа $\mu = 0,013$ мПа·с, радиус скважины $r_c = 10$ см.

Найти изменение во времени давления на внешней границе залежи $p_K(t)$ и приведенного объемного дебита скважины.

Решение. Полагая, что средневзвешенное пластовое давление газа $\bar{p}$ равно давлению на внешнем контуре p_K , решим задачу методом последовательной смены стационарных состояний. За время dt при изотермическом процессе из залежи отбирается количество газа (по объему, приведенному к атмосферному давлению)

$$Q_{ат} dt = - \Omega d \left(\frac{\bar{p}}{p_{ат}} \right) = - \Omega d \left(\frac{p_K}{p_{ат}} \right). \quad (\text{XIII.13})$$

Учитывая, что

$$Q_{ат} = \frac{\pi k h (r_K^2 - r_c^2)}{\mu p_{ат} \ln \frac{R_K}{r_c}} \quad (\text{XIII.14})$$

и

$$\Omega = \pi h m (R_K^2 - r_c^2),$$

и подставляя эти выражения в уравнение материального баланса (XIII.13), получим

$$dt = - \frac{\mu m (R_K^2 - r_c^2) \ln \frac{R_K}{r_c}}{k} \frac{dp_K}{p_K^2 - p_c^2}.$$

Интегрируя по t от 0 до t и по p_K от p_H до p_K , найдем

$$t = \frac{(R_K^2 - r_c^2) m \mu \ln \frac{R_K}{r_c}}{2k p_c} \ln \frac{(p_H - p_c)(p_K + p_c)}{(p_H + p_c)(p_K - p_c)}.$$

Подставляя исходные данные подсчитаем для различных p_K значения t :

$$t = \frac{10^6 \cdot 0,18 \cdot 0,013 \cdot 10^{-3} \cdot 2,3 \lg \frac{1000}{0,1}}{2 \cdot 0,8 \cdot 1,02 \cdot 10^{-12} \cdot 6,86 \cdot 10^6} \cdot 2,3 \cdot \lg \frac{(11,76 - 6,86)(p_K + 6,86)}{(11,76 + 6,86)(p_K - 6,86)}$$

или

$$\begin{aligned} t &= 44,2 \cdot 10^5 \lg \left[0,263 \frac{(p_K + 6,86)}{(p_K - 6,86)} \right] \quad (\text{в с}) = \\ &= 51,2 \cdot \lg \left[0,263 \frac{(p_K + 6,86)}{(p_K - 6,86)} \right] \quad (\text{в сут}). \end{aligned}$$

Результаты подсчетов представлены на рис. 84 и ниже.

p_k , МПа	11,76	10,78	9,8	8,82	7,84	6,96
t , сут	0	3,77	8,88	16,5	30,5	80,5
$Q_{ат}$, м ³ /сут	$13,4 \cdot 10^6$	$10,1 \cdot 10^6$	$7,2 \cdot 10^6$	$4,51 \cdot 10^6$	$2,11 \cdot 10^6$	$1,99 \cdot 10^6$

Подставляя найденные значения p_k в (XIII.14), найдем изменение $Q_{ат}$ во времени

$$Q_{ат} = \frac{3,14 \cdot 0,8 \cdot 1,02 \cdot 10^{-12} \cdot 8 (p_k^2 - 6,86^2) \cdot 0,864 \cdot 10^6 \cdot 10^{12}}{0,013 \cdot 10^{-3} \cdot 1,01 \cdot 10^6 \cdot 2,3 \lg \frac{1000}{0,1}} =$$

$$= 1,47 \cdot 10^6 (p_k^2 - 6,86^2).$$

Соответствующие значения дебитов даны на рис. 85.

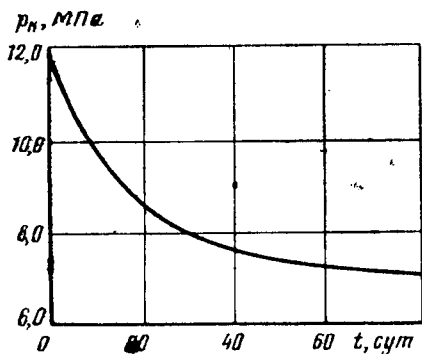


Рис. 84

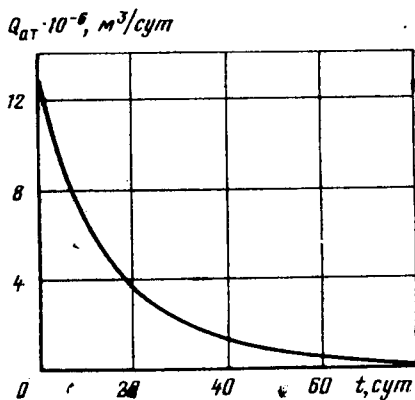


Рис. 85

Задача 120

Определить время истощения газовой залежи и изменение во времени давления на внешней границе и на забое скважины, считая, что скважина дренирует круговую зону радиуса $R_k = 500$ м и эксплуатируется с постоянным приведенным дебитом $Q_{ат} = 500\,000$ м³/сут. Начальное пластовое давление $p_k = 9,8$ МПа (100 кгс/см²), конечное давление на забое газовой скважины $(p_c)_{кон} = 0,101$ МПа (1,033 кгс/см²), мощность пласта $h = 12$ м, радиус скважины $r_c = 10$ см, коэффициент проницаемости пласта $k = 500$ мД, коэффициент пористости $m = 20\%$, динамический коэффициент вязкости газа $\mu = 0,015$ мПа·с.

Решение. Из уравнения материального баланса, в котором средневзвешенное пластовое давление заменено контурным, имеем

$$dp_k = - \frac{Q_{ат} p_{ат}}{\Omega} dt. \quad (\text{XIII.15})$$

Интегрируя (XIII.15) по p_K в пределах от p_H до p_K и по t от 0 до t , получим

$$p_K = p_H - \frac{Q_{ат} p_{ат}}{\Omega} t. \quad (\text{XIII.16})$$

Из формулы дебита

$$Q_{ат} = \frac{\pi k h (p_K^2 - p_c^2)}{\mu p_{ат} \ln \frac{R_K}{r_c}} = \eta (p_K^2 - p_c^2),$$

где

$$\eta = \frac{\pi k h}{\mu p_{ат} \ln \frac{R_K}{r_c}} = \frac{3,14 \cdot 0,5 \cdot 1,02 \cdot 10^{-12} \cdot 12}{0,015 \cdot 10^{-3} \cdot 2,3 \lg \frac{500}{0,1} \cdot 1,01 \cdot 10^5} =$$

$$= 1,487 \cdot 10^{-12} \frac{\text{м}^3}{\text{с} \cdot \text{Па}^2} = 1,23 \cdot 10^3 \frac{\text{м}^3}{\text{сут} (\text{кгс/см}^2)^2},$$

найдем давление на забое скважины

$$p_c = \sqrt{p_K^2 - \frac{Q_{ат}}{\eta}}. \quad (\text{XIII.17})$$

По значению забойного давления в конце разработки $p_{c, \text{кон}}$ найдем конечное значение давления на внешней границе $p_{K, \text{кон}}$

$$p_{K, \text{кон}} = \sqrt{(p_{c, \text{кон}})^2 + \frac{Q_{ат}}{\eta}} =$$

$$= \sqrt{(1,012 \cdot 10^5)^2 + \frac{5 \cdot 10^5}{0,864 \cdot 10^5 \cdot 1,487 \cdot 10^{-12}}} =$$

$$= 1,975 \text{ МПа} = 20,2 \text{ кгс/см}^2.$$

Подставляя полученное значение $p_{K, \text{кон}}$ в (XIII.16), найдем время истощения газовой залежи:

$$T = \frac{p_H - p_{K, \text{кон}}}{\frac{Q_{ат} p_{ат}}{\Omega}} =$$

$$= \frac{9,8 (100 - 20,2) 10^4}{9,8 \cdot 5 \cdot 10^5 \cdot 1,033 \cdot 10^4} = 291 \text{ сут.}$$

$$\frac{3,14 \cdot 500^2 \cdot 12 \cdot 0,2}{}$$

Изменение во времени p_K и p_c определяется из (XIII.16) и (XIII.17).

Результаты подсчетов приведены на рис. 86 и ниже.

t , сут	0	50	100	150	200	291
p_K , кгс/см ²	100	86,3	72,6	58,9	45,2	20,2
p_c , кгс/см ²	97,9	83,9	69,7	55,3	40,5	1,033

Задача 121

Определить изменение во времени дебита газовой скважины, давления на внешней непроницаемой границе $p_k(t)$ и давления на забое скважины $p_c(t)$, эксплуатирующейся при поддержании постоянной скорости движения газа в призабойной зоне пласта. Начальное пластовое давление $p_n = 9,8$ МПа (100 кгс/см²), радиус контура зоны дренирования $R_k = 750$ м, мощность пласта $h = 10$ м, коэффициент проницаемости пласта $k = 0,3$ Д, коэффициент пористости пласта $m = 20\%$, динамический коэффициент вязкости газа в пластовых условиях $\mu = 0,012$ сП, радиус скважины $r_c = 0,1$ м. Коэффициент c , который соответствует максимально допустимой скорости фильтрации в призабойной зоне, определяемый практически, равен $c = 0,0314 \frac{\text{м}^3}{\text{с} \cdot (\text{кгс/см}^2)} =$
 $= 2,71 \cdot 10^3 \frac{\text{м}^3}{\text{сут} \cdot (\text{кгс/см}^2)}$. Принять атмосферное давление $p_{ат} = 0,098$ МПа (1 кгс/см²).

Решение. Если газ отбирается при поддержании максимально допустимой скорости фильтрации $w_{\max}$ у забоя скважины, то приведенный дебит

$$Q_{ат} = 2\pi r_c h w_{\max} \frac{p_c}{p_{ат}}; \quad (\text{XIII.18})$$

обозначая

$$\frac{2\pi r_c h w_{\max}}{p_{ат}} = c,$$

получим

$$Q_{ат} = c p_c. \quad (\text{XIII.19})$$

С другой стороны,

$$Q_{ат} = \frac{\pi k h (p_k^2 - p_c^2)}{\mu p_{ат} \ln \frac{R_k}{r_c}} = \eta (p_k^2 - p_c^2), \quad (\text{XIII.20})$$

где

$$\eta = \frac{\pi k h}{\mu p_{ат} \ln \frac{R_k}{r_c}}.$$

Приравнявая соотношения (XIII.19) и (XIII.20), найдем

$$c p_c = \eta (p_k^2 - p_c^2),$$

откуда

$$p_c = \frac{c}{2\eta} \left[-1 + \sqrt{1 + \left(\frac{2\eta}{c} \right)^2 p_k^2} \right].$$

Обозначая $a = 2\eta/c$, запишем

$$p_c = \frac{1}{a} \left(-1 + \sqrt{1 + a^2 p_k^2} \right). \quad (\text{XIII.21})$$

Подставляя (XIII.21) в (XIII.19), найдем зависимость дебита $Q_{ат}$ от p_k

$$Q_{ат} = \frac{c}{a} \left(-1 + \sqrt{1 + a^2 p_k^2} \right).$$

Из уравнения материального баланса, заменяя среднее пластовое давление контурным, найдем

$$dt = - \frac{\Omega dp_k}{Q_{ат} p_{ат}} = - \frac{\Omega a dp_k}{p_{ат} c \left(\sqrt{1 + a^2 p_k^2} - 1 \right)}. \quad (\text{XIII.22})$$

Вводя новую переменную

$$z - ap_k = \sqrt{1 + a^2 p_k^2}$$

и интегрируя дифференциальное уравнение (XIII.22), получим

$$t = \frac{\Omega}{p_{ат} c} \left[\ln \frac{ap_H + \sqrt{1 + a^2 p_H^2}}{ap_k + \sqrt{1 + a^2 p_k^2}} + \frac{2}{ap_k + \sqrt{1 + a^2 p_k^2} - 1} - \frac{2}{\sqrt{1 + a^2 p_H^2} + ap_H - 1} \right]. \quad (\text{XIII.23})$$

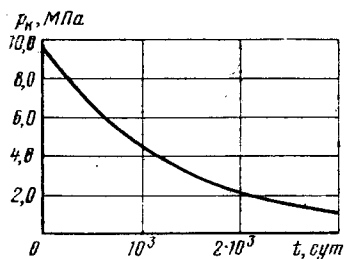


Рис. 87

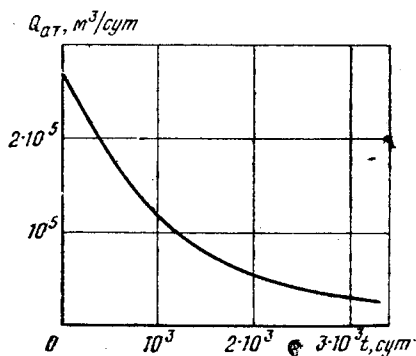


Рис. 88

Подсчитаем объем порового пространства

$$\Omega = 3,14 \cdot 750^2 \cdot 10 \cdot 0,20 = 3,53 \cdot 10^6 \text{ м}^3,$$

значение коэффициента

$$a = \frac{2\eta}{c} = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 0,3 \cdot 1,02 \cdot 10^{-12} \cdot 10 \cdot 0,864 \cdot 10^5 \cdot 9,8 \cdot 10^4}{0,012 \cdot 10^{-3} \cdot 0,098 \cdot 10^6 \cdot 2,3 \lg \frac{750}{0,1} \cdot 2,7 \cdot 10^3} =$$

$$= 0,576 \cdot 10^{-5} \text{ 1/Па}.$$

Подставляя численные значения параметров a , c , $p_{ат}$ и $p_{и}$ в соотношение (XIII.23), задаваясь различными значениями $p_{к}$, определим значения t . Соответствующие значения $p_c(t)$ и $Q_{ат}(t)$ найдем из выражений (XIII.19) и (XIII.21). Результаты вычислений представлены на рис. 87, 88 и ниже.

t , сут	0	226	462	776	1196	1825	3130	4250	6100
$p_{к}$, МПа	9,8	8,33	6,86	5,39	3,92	2,45	0,980	0,490	0,210
p_c , МПа	9,62	8,15	6,68	5,22	3,74	2,28	0,822	0,345	0,098
$Q_{ат} \cdot 10^{-5}$, м ³ /сут .	2,66	2,25	1,85	1,445	1,035	0,632	0,227	0,0955	0,0271

XIV. ДВИЖЕНИЕ ГРАНИЦЫ РАЗДЕЛА ДВУХ ЖИДКОСТЕЙ С УЧЕТОМ НЕПОЛНОТЫ ВЫТЕСНЕНИЯ. ТЕОРИЯ БАКЛЕЯ — ЛЕВЕРЕТТА

При проектировании разработки и эксплуатации нефтяных и газовых месторождений большое внимание уделяется задачам движения границы раздела двух жидкостей в пористой среде. Например, в нефтяных пластах, разрабатываемых при водонапорном режиме, вода обычно не заполняет полностью область, первоначально занятую нефтью. В этой области происходит одновременное движение вторгшейся воды и оставшейся, постепенно вымываемой нефти.

Решение такого важного вопроса, как повышение коэффициента нефтеотдачи нефтяных месторождений, разрабатываемых при поддержании пластового давления закачкой в пласт воды или другого вытесняющего нефть агента, связано с задачами фильтрации многокомпонентных жидкостей.

При фильтрации двухфазной жидкости для каждой фазы в отдельности справедлив закон Дарси. В общем случае при наличии массовых сил фильтрация двухфазной несжимаемой смеси описывается (по числу неизвестных p_1 , p_2 , Q_1 , Q_2 , σ) следующей замкнутой системой уравнений:

$$Q_1 = - \frac{kk_1^*(\sigma)}{\mu_1} \left(\frac{\partial p_1}{\partial x} - \rho_1 X \right) \omega(x), \quad (\text{XIV.1})$$

$$Q_2 = - \frac{kk_2^*(\sigma)}{\mu_2} \left(\frac{\partial p_2}{\partial x} - \rho_2 X \right) \omega(x), \quad (\text{XIV.2})$$

$$p_1 - p_2 = \alpha \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = p_k(\sigma), \quad (\text{XIV.3})$$

$$\frac{\partial Q_1}{\partial x} = - m \omega(x) \frac{\partial \sigma}{\partial t}, \quad (\text{XIV.4})$$

$$\frac{\partial Q_2}{\partial x} = m \omega(x) \frac{\partial \sigma}{\partial t}, \quad (\text{XIV.5})$$

где σ — насыщенность порового пространства первой (вытесняющей) фазой; p_1 и p_2 — соответственно давления каждой фазы,

которые, вообще говоря, не равны друг другу из-за капиллярных эффектов; X — проекция массовых сил, отнесенная к единице массы; $p_k(\sigma)$ — капиллярное давление; R_1 и R_2 — в формуле Лапласа (XIV.3) — главные радиусы кривизны менисков контактной поверхности, зависящие, в основном, от насыщенности; α — поверхностное натяжение. Остальные обозначения прежние.

На практике капиллярное давление считается известной экспериментальной функцией насыщенности и представляется в виде зависимости безразмерной функции Леверетта $I(\sigma) = \frac{1}{\alpha} p_k(\sigma) \cos \theta \sqrt{\frac{k}{m}}$ от насыщенности σ порового пространства вытесняющей жидкостью (рис. 89), θ — статический краевой угол между жидкостями и породой.

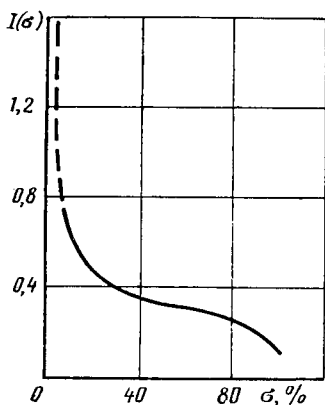


Рис. 89

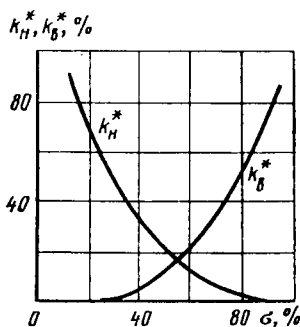


Рис. 90

ценки, сделанные М. Маскетом, показывают, что в пласте градиент капиллярного давления обычно мал по сравнению с градиентом гидродинамического давления всюду, кроме зоны фронта вытеснения, где насыщенность σ резко изменяется, а поэтому имеют место большие значения градиента капиллярного давления (см. рис. 89), которые необходимо учитывать. Однако из-за исключительной сложности решения задач двухфазной фильтрации оба эти фактора не принимаются во внимание, а капиллярность косвенно учитывается самим видом экспериментальных кривых $k_1^*(\sigma)$, $k_2^*(\sigma)$ для несцементированных и слабо сцементированных песков (рис. 90); на графиках $k_1^*(\sigma) = k_v^*(\sigma)$, $k_2^*(\sigma) = k_h^*(\sigma)$.

Наиболее разработанной теорией является теория одномерного движения двухфазной жидкости в пористой среде Баклея — Леверетта.

Рассматривая двухфазную фильтрацию в трубке тока постоянного сечения при отсутствии капиллярного давления и без учета массовых сил и полагая, что суммарная скорость фильтрации является постоянной величиной: $w_1 + w_2 = w = \text{const}$, Баклей и Леверетт из системы уравнений (XIV.1) — (XIV.5) получили дифференциальное уравнение относительно σ

$$wf'(\sigma) \frac{\partial \sigma}{\partial x} + m \frac{\partial \sigma}{\partial t} = 0, \quad (\text{XIV.6})$$

где m — пористость пласта; $f'(\sigma)$ — производная от функции Леверетта

$$f(\sigma) = \frac{\mu_0 k_1^*(\sigma)}{\mu_0 k_1^*(\sigma) + k_2^*(\sigma)}, \quad \mu_0 = \mu_2/\mu_1. \quad (\text{XIV.7})$$

Уравнение (XIV.6) является квазилинейным дифференциальным уравнением 1-го порядка в частных производных.

Решение уравнения (XIV.6) имеет вид:

$$x = x(\sigma, 0) + \frac{wt}{m} f'(\sigma), \quad (\text{XIV.8})$$

где $x(\sigma, 0)$ — координата точки с заданной насыщенностью σ в момент $t=0$.

Уравнение (XIV.8) определяет перемещение точки с заданной насыщенностью σ с течением времени.

Скорость распространения заданной насыщенности σ получим из уравнения (XIV.8), взяв производную dx/dt ,

$$\frac{dx}{dt} = \frac{w}{m} f'(\sigma). \quad (\text{XIV.9})$$

Функция Леверетта $f(\sigma)$ и ее производная $f'(\sigma)$ представлены на рис. 91. Как видно из графика, одному и тому же значению $f'(\sigma)$, определяющему скорость распространения насыщенности заданной величины, соответствуют два разных значения насыщенности σ .

Это означает, что, начиная с некоторого момента, распределение насыщенности становится многозначным, а это физически невозможно. Многозначность означает, что в зоне движения двухфазной жидкости имеет место скачок насыщенности (рис. 92).

Баклей и Леверетт из условия материального баланса получили формулу для определения значения фронтальной насыщенности σ_Φ (насыщенности на скачке)

$$\sigma_\Phi f'(\sigma_\Phi) - f(\sigma_\Phi) = 0. \quad (\text{XIV.10})$$

Очевидно, что фронтовую насыщенность σ_Φ можно легко определить графически. Проведя из начала координат касательную к кривой $f(\sigma)$ (рис. 93) и опустив перпендикуляр из

точки касания на ось σ , получим значение фронтовой насыщенности.

Подставив σ_Φ в (XIV.8), можем найти координату скачка насыщенности x_Φ .

Чтобы найти среднее значение насыщенности в переходной зоне, разделим объем поступившей вытесняющей жидкости на объем порового пространства переходной зоны, определяемого

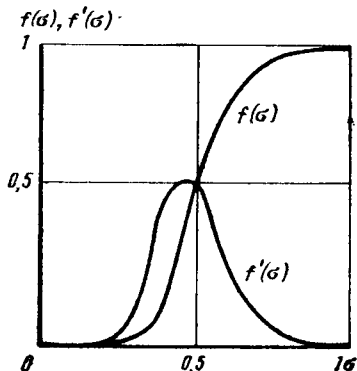


Рис. 91

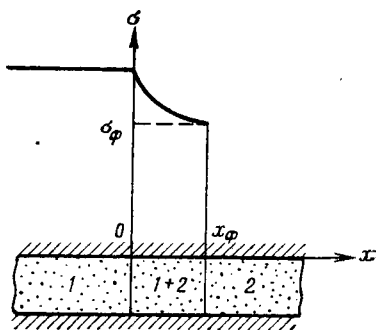


Рис. 92

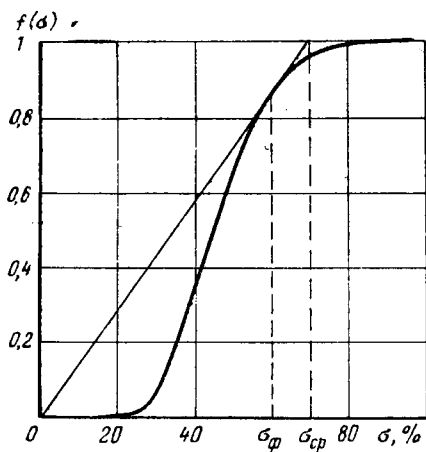


Рис. 93

координатой x_Φ при площади поперечного сечения пласта, равной единице,

$$\sigma_{\text{ср}} = \frac{wt}{mx_\Phi \cdot 1}. \quad (\text{XIV.11})$$

Среднюю насыщенность $\sigma_{\text{ср}}$ можно определить графически следующим образом. Если продлить касательную к кривой $f(\sigma)$ до пересечения с прямой $f(\sigma) = 1$, то значение σ в точке пересечения и есть средняя насыщенность $\sigma_{\text{ср}}$ (см. рис. 93).

Как правило, среднее значение насыщенности порового пространства водой $\sigma_{\text{ср}}$ значительно меньше единицы. Поэтому, например, в процессах вытеснения нефти водой для более полного извлечения нефти из пласта на объем добытой нефти нужно закачать несколько объемов воды.

Задача 122

Построить функцию Леверетта $f(\sigma)$ в случае, если зависимости относительных фазовых проницаемостей нефти k_n^* и воды k_v^* от насыщенности водой порового пространства σ задаются кривыми Леверетта (см. рис. 90), отношение $\mu_0 = \mu_n/\mu_v = 4$.

Решение. Задаемся рядом значений σ , для каждого значения σ по графику Леверетта (см. рис. 90) определяем соответствующие k_n^* и k_v^* ; подставляя их в (XIV.7), подсчитываем $f(\sigma)$ и строим график $f(\sigma)$ (см. рис. 93). Результаты расчетов приведены ниже.

$\sigma, \%$	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
k_n^*	—	—	0,70	0,50	0,34	0,23	0,13	0,06	0,02	0	0
k_v^*	0	0	0	0,01	0,05	0,11	0,21	0,33	0,51	0,72	—
$f(\sigma)$	0	0	0	0,074	0,37	0,66	0,87	0,96	0,99	1	1

Задача 123

Используя полученный в задаче 122 график функции Леверетта (см. рис. 93), определить значение фронтальной насыщенности σ_f и средней насыщенности $\sigma_{\text{ср}}$ порового пространства водой в зоне вытеснения нефти водой.

Решение. Для определения фронтальной насыщенности σ_f из начала координат проведем касательную к кривой, выражающей функцию Леверетта (см. рис. 93). Значение насыщенности в точке касания соответствует фронтальной насыщенности $\sigma_f = 59\%$.

Значение средней насыщенности найдем, продолжая касательную к кривой $f(\sigma)$ до пересечения ее с горизонтальной прямой $f(\sigma) = 1$. Значение насыщенности в точке пересечения касательной с прямой $f(\sigma) = 1$ определяет значение $\sigma_{\text{ср}} = 69\%$.

Задача 124

В однородном по мощности, пористости и проницаемости пласте происходит прямолинейно-параллельное вытеснение нефти водой по закону Дарси. Определить положение фронта вытеснения в различные моменты времени, если пористость пласта $m = 20\%$, отношение $\mu_0 = \mu_2/\mu_1 = 2$, дебит галерей $Q = 21,6 \cdot 10^3 \text{ м}^3/\text{сут}$, ширина фильтрационного потока $B = 500 \text{ м}$, мощность пласта $h = 10 \text{ м}$. Зависимости относительных проницаемостей нефти и воды от насыщенности порового пространства водой задаются графиками Эфроса, для которых графики

функции Леверетта $f(\sigma)$ и ее производной $f'(\sigma)$ представлены на рис. 94 и 95.

Насыщенность пласта связанной водой составляет $\sigma_{св}=18\%$.

Решение. Определим значение σ_{Φ} , для чего проведем из начала координат касательную к кривой $f(\sigma)$ (см. рис. 94). Как видно из чертежа, $\sigma_{\Phi}=0,84$ и соответствующее значение произ-

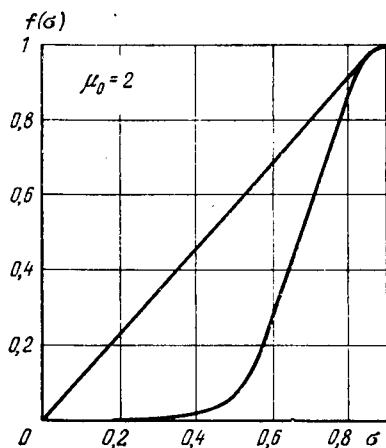


Рис. 94

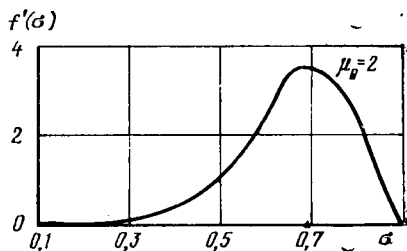


Рис. 95

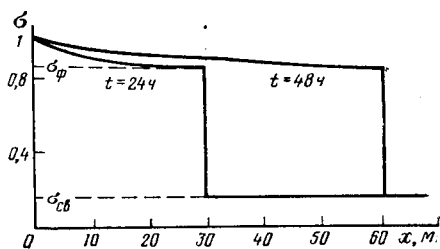


Рис. 96

водной $f'(\sigma_{\Phi})=1,4$ (см. рис. 95). Суммарная скорость фильтрации

$$w = w_1 + w_2 = \frac{Q}{Bh} = \frac{21,6 \cdot 10^3}{0,864 \cdot 10^5 \cdot 500 \cdot 10} = 5 \cdot 10^{-5} \text{ м/с.}$$

Задаваясь различными значениями t , подсчитаем по (XIV.8) координату фронта вытеснения x_{Φ} , учитывая, что в начальный момент времени $x(\sigma_{\Phi}, 0) = 0$:

$$x_{\Phi}(\sigma_{\Phi}, t) = \frac{wt}{m} f'(\sigma_{\Phi}) = \frac{5 \cdot 10^{-5}}{0,2} 1,4t = 3,5 \cdot 10^{-4} t \text{ (в м).}$$

Результаты вычислений приведены ниже.

t , ч	1	12	24	48	240
x_{Φ} , м	1,26	15,1	30,2	60,4	302

На рис. 96 представлено распределение насыщенности для двух моментов времени.

XV. ФИЛЬТРАЦИЯ НЕНЬЮТОНОВСКОЙ ЖИДКОСТИ

Для некоторых нефтей закон Дарси не имеет места при малых значениях скорости фильтрации. Это связано с тем, что нефти, содержащие повышенное количество парафинов и смолисто-асфальтеновых веществ, представляют собой неньютоновские жидкости, т. е. жидкости, для которых зависимость касательного напряжения τ от градиента скорости du/dn не подчиняется закону Ньютона

$$\tau = \pm \mu \frac{du}{dn}.$$

Эти нефти, главным образом, при низких температурах обладают вязко-пластическими свойствами и их течение приближенно описывается моделью Бингама — Шведова с реологическим уравнением

$$\begin{aligned} \tau &= \tau_0 + \mu \frac{du}{dn}, \quad \tau \geq \tau_0, \\ \frac{du}{dn} &= 0, \quad \tau < \tau_0. \end{aligned} \quad (\text{XV.1})$$

Величина τ_0 называется предельным напряжением сдвига.

Эта же зависимость приближенно выполняется для глинистых и цементных растворов, растворов жидкостно-песчаных смесей и т. д.

Проявление неньютоновских свойств жидкостей при их фильтрации приводит к закону фильтрации с предельным градиентом давления G :

$$\begin{aligned} w &= -\frac{k}{\mu} \left(\frac{dp}{ds} - G \right), \quad \left| \frac{dp}{ds} \right| \geq G, \\ w &= 0, \quad \left| \frac{dp}{ds} \right| < G. \end{aligned} \quad (\text{XV.2})$$

Величина G зависит от предельного напряжения сдвига τ_0 и среднего диаметра пор ($G = \alpha \tau_0 / \sqrt{k}$, где α — безразмерная константа).

Закон фильтрации (XV.2) может иметь место и в том случае, когда наблюдается физико-химическое взаимодействие фильтрующихся жидкостей и газожидкостных смесей с пористой средой, содержащей примеси глины.

Формула дебита скважины при плоскорадиальной фильтрации неньютоновской жидкости получается при интегрировании (XV.2)

$$Q = \frac{2\pi kh [p_k - p_c - G(R_k - r_c)]}{\mu \ln \frac{R_k}{r_c}}, \quad (\text{XV.3})$$

а формула, выражающая закон распределения в пласте, в виде

$$p = p_c + \frac{p_k - p_c - GR_k}{\ln \frac{R_k}{r_c}} \ln \frac{r}{r_c} + G(r - r_c). \quad (\text{XV.4})$$

Из (XV.3) видно, что дебит неньютоновской жидкости меньше, чем ньютоновской на $\frac{2\pi khG(R_k - r_c)}{\mu \ln(R_k/r_c)}$, а при депрессии $p_k - p_c \leq G(R_k - r_c)$ обращается в нуль. Индикаторная линия прямолинейна, но не проходит через начало координат, а отсекает на оси депрессий отрезок, равный

$$\Delta p_0 = G(R_k - r_c).$$

При фильтрации неньютоновской жидкости по закону (XV.2) в пласте возможно образование застойных зон, в которых движение жидкости отсутствует. Эти зоны образуются в тех участках пласта, где градиент давления меньше предельного. На рис. 97 застойная зона, расположенная между двумя эксплуатационными скважинами с равными дебитами, заштрихована. Возникновение застойных зон уменьшает нефтеотдачу пластов. Величина застойной зоны зависит от параметра $\lambda = Q\mu/kGL$. Здесь L — характерный размер, например половина расстояния между соседними скважинами.

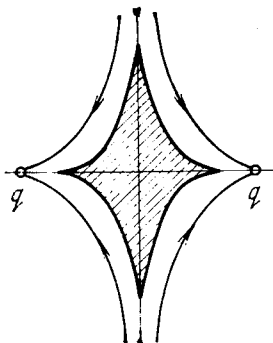


Рис. 97

Задача 125

В пласте происходит фильтрация неньютоновской жидкости с предельным градиентом давления $G = 0,03$ (кгс/см²)/м. Найти дебит скважины и построить индикаторную линию при плоско-радиальной установившейся фильтрации, а также сопоставить с дебитом ньютоновской жидкости, если мощность пласта $h = 7$ м, коэффициент проницаемости $k = 0,7$ Д, давление на контуре питания $p_k = 100$ кгс/см², забойное давление $p_c = 70$ кгс/см², радиус контура питания $R_k = 400$ м, радиус скважины $r_c = 0,1$ м, динамический коэффициент вязкости нефти $\mu = 17$ сП.

Ответ: $Q = 34,0$ м³/сут; $Q_{\text{ньют}} = 56,7$ м³/сут.

Уравнение индикаторной линии

$$Q = 19,2(p_k - p_c) - 22,6,$$

здесь Q в м³/сут; $(p_k - p_c)$ в МПа.

Задача 126

Используя данные предыдущей задачи, найти распределение давления в пласте при фильтрации неньютоновской нефти с предельным градиентом.

Ответ: $p = 6,86 + 0,49 \lg \frac{r}{r_c} + 2,94 \cdot 10^{-4} \left(\frac{r}{r_c} - 1 \right)$.

МПа:	1	5	10	100	1000	4000
	6,86	7,20	7,35	7,87	8,62	9,80

Задача 127

Оценить предельный градиент G и предельное напряжение дуги τ_0 по промысловым данным исследования. После длительной эксплуатации скважины в пласте с неньютоновской нефтью увеличивают противодавление на пласт до $p'_c = 70$ кгс/см², при котором прекращается поступление нефти в скважину. Затем закачивают в нее такое количество той же нефти, при котором начинается поступление жидкости в пласт; при этом давление на забое будет $p''_c = 120$ кгс/см². Известно, что радиус контура питания $R_k = 500$ м, коэффициент проницаемости пласта $k = 300$ мД, коэффициент α принять равным $\alpha = 1,70 \cdot 10^{-2}$ [10].

Решение. До остановки скважины распределение давления в пласте подчинялось формуле (XV.4). В момент прекращения движения

$$p_k - p'_c = GR_k \quad (\text{XV.5})$$

распределение давления линейно

$$p = p'_c + Gr. \quad (\text{XV.6})$$

При закачке нефти в скважину поступление нефти в пласт начинается не сразу, а лишь по достижении депрессией $(p''_c - p_k)$ значения GR_k :

$$p''_c - p_k = GR_k. \quad (\text{XV.7})$$

Исключив из формул (XV.5) и (XV.7) p_k , получим

$$G = \frac{p''_c - p'_c}{2R_k} = \frac{120 - 70}{2 \cdot 500} = 0,05 \frac{(\text{кгс/см}^2)}{\text{м}} = 4,9 \cdot 10^3 \text{ Па/м}.$$

Учитывая, что $G = \alpha \tau_0 / \sqrt{k}$, найдем

$$\begin{aligned} \tau_0 &= \frac{G \sqrt{k}}{\alpha} = \frac{4,9 \cdot 10^3 \sqrt{0,3 \cdot 1,02 \cdot 10^{-12}}}{1,70 \cdot 10^{-2}} = 0,159 \text{ Н/м}^2 = \\ &= 1,6 \cdot 10^{-6} \text{ кгс/см}^2. \end{aligned}$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Баренблатт Г. И., Ентов В. М., Рыжик В. М. Теория нестационарной фильтрации жидкости и газа: М., Недра, 1972.
2. Бронштейн И. Н., Семендяев К. А. Справочник по математике. М., Физматгиз, 1962.
3. Гиматулинов Ш. К. Физика нефтяного и газового пласта. М., Недра, 1971.
4. Говорова Г. Л. Сборник задач по разработке нефтяных и газовых месторождений. М., Гостоптехиздат, 1959.
5. Градштейн И. С., Рыжик И. М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М., Физматгиз, 1962.
6. Закиров С. Н., Лапук Б. Б. Проектирование и разработка газовых месторождений. М., Недра, 1974.
7. Лапук Б. Б. Теоретические основы разработки месторождений природных газов. М., Гостоптехиздат, 1948.
8. Лейбензон Л. С. Движение природных жидкостей и газов в пористой среде. М., ГИТТЛ, 1947.
9. Маскет М. Течение однородных жидкостей в пористой среде. М., Гостоптехиздат, 1949.
10. Мирзаджанзаде А. Х., Ковалев А. Г., Зайцев Ю. В. Особенности эксплуатации месторождений аномальных нефтей. М., Недра, 1972.
11. Мироненко В. Т. Подсчет дебитов скважин прямолинейной батареей. Труды Московского нефтяного института, вып. 16, 1956.
12. Пирвердян А. М. Нефтяная подземная гидравлика. Баку, Азнефтеиздат, 1956.
13. Пыхачев Г. Б., Исаев Р. Г. Подземная гидравлика. М., Недра, 1973.
14. Пыхачев Г. Б. Сборник задач по курсу «Подземная гидравлика». М., Гостоптехиздат, 1957.
15. Телков А. П., Стеклянин Ю. И. Образование конусов воды при добыче нефти и газа. М., Недра, 1965.
16. Упругий режим фильтрации и термодинамика пласта. М., Недра, 1972.
17. Чарный И. А. О предельных дебитах и депрессиях в водоплавающих и подгазовых нефтяных месторождениях. Труды Совещания по развитию научно-исследовательских работ в области вторичных методов добычи нефти. Баку, Азнефтеиздат, 1953.
18. Чарный И. А. Основы подземной гидравлики. М., Гостоптехиздат, 1956.
19. Чарный И. А. Подземная гидрогазодинамика. М., Гостоптехиздат, 1963.
20. Ширковский А. И., Задора Г. И. Добыча и подземное хранение газа. М., Недра, 1974.
21. Шелкачев В. Н., Лапук Б. Б. Подземная гидравлика. М., Гостоптехиздат, 1949.
22. Шелкачев В. Н. Разработка нефтеводоносных пластов при упругом режиме. М., Гостоптехиздат, 1959.
23. Эфрос Д. А. Исследования фильтрации неоднородных систем. М., Гостоптехиздат, 1963.
24. *Probleme de hidraulica subterana*. Autori: I. Cretu, A. Soare, V. David, A. Osnea. Editura tehnica Bucuresti, 1967 (1966).

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие	8
I. Основные понятия теории фильтрации	4
§ 1. Фильтрация.	4
§ 2. Линейный закон фильтрации Дарси. Коэффициенты проницаемости и фильтрации	6
II. Пределы применимости закона Дарси. Нелинейные законы фильтрации	12
§ 1. Критерий Рейнольдса.	12
§ 2. Нелинейные законы фильтрации	13
III. Одномерное движение несжимаемой жидкости в условиях водонапорного режима.	16
§ 1. Прямолинейно-параллельное движение несжимаемой жидкости, Приток к дренажной галерее	16
§ 2. Плоскорадиальное напорное движение несжимаемой жидкости. Приток к совершенной скважине. Формула Дюпюи	17
§ 3. Радиально-сферическое движение несжимаемой жидкости по закону Дарси.	20
IV. Установившаяся плоская фильтрация жидкости. Интерференция скважин. Связь плоской задачи теории фильтрации с теорией функций комплексного переменного	25
§ 1. Потенциал точечного стока и источника на плоскости. Принцип суперпозиции.	25
§ 2. Интерференция скважин	28
§ 3. Метод эквивалентных фильтрационных сопротивлений.	30
§ 4. Связь плоской задачи теории фильтрации с теорией функций комплексного переменного.	32
V. Влияние гидродинамического несовершенства скважины на ее дебит.	58
VI. Установившееся безнапорное движение жидкости в пористой среде.	67
§ 1. Безнапорное движение жидкости к прямолинейной галерее	68
§ 2. Безнапорное движение жидкости к скважине.	69
VII. Движение жидкости в пласте с неоднородной проницаемостью	73
VIII. Установившаяся фильтрация сжимаемой жидкости и газа	81
§ 1. Аналогия между установившейся фильтрацией сжимаемой жидкости (газа) и несжимаемой жидкости. Функция Лейбензона	81
§ 2. Установившаяся фильтрация сжимаемой жидкости	82
§ 3. Установившаяся фильтрация идеального газа	83
§ 4. Установившаяся фильтрация реального газа	85
IX. Установившаяся фильтрация газированной жидкости	102
X. Движение границы раздела двух жидкостей в пористой среде	111
§ 1. Вытеснение нефти водой.	111
§ 2. Конус подошвенной воды. Определение предельного безводного дебита скважины	114
XI. Установившаяся фильтрация жидкости и газа в деформируемом трещиноватом пласте	119
§ 1. Основные характеристики	119
§ 2. Установившаяся плоскорадиальная фильтрация жидкости и газа в трещиноватом пласте	120
XII. Неустановившаяся фильтрация упругой жидкости в упругой пористой среде	127
§ 1. Основные определения	127
§ 2. Точные решения дифференциального уравнения упругого режима	128
§ 3. Приближенные методы решений	130
§ 4. Суперпозиция в задачах упругого режима	131
XIII. Неустановившаяся фильтрация газа	149
XIV. Движение границы раздела двух жидкостей с учетом неполноты вытеснения. Теория Бакля — Леверетта	159
XV. Фильтрация неньютоновской жидкости	165
Список литературы	168