НИ

ГОРНОЕ ДЕЛО

ОСНОВЫ научных исследований

Е. Г. БАРАНОВ
В. А. БУНЬКО
О. В. КОЛОКОЛОВ
А. И. ДЕНИСЕНКО
А. П. ЖЕНДРИНСКИЙ

Е. Г. БАРАНОВ
В. А. БУНЬКО
О. В. КОЛОКОЛОВ
А. И. ДЕНИСЕНКО
А. П. ЖЕНДРИНСКИЙ

НИ ОСНОВЫ НАУЧНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

ГОРНОЕ ДЕЛО

Допущено Министерством высшего и среднего специального образования УССР в качестве учебного пособия для студентов горных специальностей вузов

КИЕВ — ДОНЕЦК
ГОЛОВНОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО
ИЗДАТЕЛЬСКОГО ОБЪЕДИНЕНИЯ
«ВИЩА ШКОЛА»
1984

33с
0—75

УДК 622.001.5

Основы научных исследований. Руковод. авт. кол. Баранов Е. Г.— Киев; Донецк: Вища школа. Головное изд-во, 1984.— 176 с.

В учебном пособии освещены основы организации и методики выполнения научно-исследовательских работ студентами горных вузов, излагаются некоторые положения математической статистики, приводятся сведения о государственной системе научно-технической информации и патентном поиске, о теории подобия и моделирования оборудования, описаны методы нахождения оптимального режима обогащения полезных ископаемых, обработки результатов исследований с применением математических методов, принципы определения эффективности научных разработок.

Для студентов вузов второй группы горных специальностей. Может быть полезно инженерно-техническим работникам проектных организаций и научно-исследовательских институтов.

Табл. 22. Ил. 16. Библиогр.: 123 назв.

Авторы: **Евгений Герасимович Баранов, Виктор Александрович Бунько, Олег Васильевич Колоколов, Александр Иванович Денисенко, Андрей Павлович Жендринский**

Рецензенты: кафедры обогащения полезных ископаемых Криворожского горнорудного института (зав. кафедрой проф. Губин Г. В.) и Донецкого политехнического института (зав. кафедрой доц. Оглоблин Н. Д.)

Редакция общетехнической литературы Головного издательства «Вища школа» при Донецком государственном университете
Зав. редакцией *М. Х. Тахтаров*

$$O\ \frac{1403000000-161}{M211(04)-84}\ 84-83$$

ПРЕДИСЛОВИЕ

Научно-технический прогресс в горной промышленности — одно из главных направлений повышения эффективности этой важнейшей отрасли народного хозяйства. Для его успешного развития, кроме других условий, большую роль должно сыграть улучшение организации всей системы научных исследований и, что очень важно, системы подготовки инженеров, способных их вести.

Учитывая это, Минвуз СССР в феврале 1974 года ввел в учебную программу горных вузов специальный курс «Основы научных исследований». По программе данного курса с учетом опыта его преподавания в Днепропетровском горном институте и написано настоящее учебное пособие.

В *первой* главе книги излагаются основы исследовательской методологии, во *второй* — сведения о государственной системе научно-технической информации и патентном поиске.

В *третьей* главе описаны методы выявления оптимального режима обогащения полезных ископаемых в процессе лабораторных исследований. Они основаны на планировании экстремальных экспериментов и позволяют получить количественные математические модели процесса.

Четвертая глава посвящена методике обработки результатов исследований, в ней изложены также основные положения теории вероятности, регрессионного и корреляционного анализа.

В пятой главе приведены сведения о теории подобия и моделирования оборудования, процессов при добыче и переработке полезных ископаемых.

Здесь же приведены сведения, необходимые для обработки результатов исследований с использованием математических методов.

Основные положения научных исследований по добыче полезных ископаемых и принципы определения эффективности научных разработок рассмотрены в *шестой — девятой* главах.

Авторы выражают благодарность сотрудникам Днепропетровского горного института доцентам Г. З. Рудякову, А. М. Эрперту, инженерам Е. А. Семенеку, Н. Н. Потаповой, В. В. Соловьевой за техническую помощь при подготовке материалов к некоторым разделам книги.

Замечания по содержанию и художественному оформлению пособия просим направлять по адресу: 252054, Киев-54, ул. Гоголевская, 7, Головное изд-во «Вища школа».

Авторы

Глава первая. ОСНОВЫ МЕТОДОЛОГИИ НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИХ РАБОТ

1.1. Общие сведения

Методика научного познания достаточно разработана как в популярной, так и специальной литературе. Она является частью всеобщего метода — материалистической диалектики, которая служит основой объективного познания материального мира, процессов и общества. К одним из главных определений, необходимых для правильного понимания методологии научно-исследовательских работ, относится определение науки.

Наука — это динамическая система объективно истинных знаний о существенных связях действительности, получаемых в результате специальной общественной деятельности, которые благодаря их применению превращаются в практическую силу общества. Являясь одним из основных инструментов познания объективного мира, она играет важную роль в формировании мировоззрения людей. Без учета достижений науки невозможно создать крупное промышленное производство и правильно планировать развитие народного хозяйства. Непосредственная цель науки — описание, объяснение настоящих и предвидение будущих процессов и явлений действительности на основе открываемых ею законов, т. е. теоретическое отражение действительности.

Деятельность, направленная на получение новых знаний, называется *научным исследованием*. Оно характеризуется объективностью, воспроизводимостью, доказательностью и точностью. Различают два уровня научных исследований — эмпирический и теоретический. На первом уровне посредством наблюдений в естественных условиях устанавливаются новые факты науки и на основе их обобщения формулируются выводы. На втором — выдвигаются и формулируются общие для данной предметной области теоретические закономерности, позволяющие объяснить ранее открытые факты и эмпирические закономерности, предвидеть будущие события и явления.

Научные дисциплины, образующие в совокупности систему науки, делятся на три группы (подсистемы): естественные, общественные и технические, различающиеся отдельными рамками знаний и методами. Деление это условное, потому что, например, над решением таких проблем, как «охрана природы» или «освоение космоса», работают инженеры, биологи, экономисты, математики, геологи, медики, социологи и другие специалисты различных областей научных знаний. Следовательно, для современной науки характерно изучение проблемы в комплексе, средствами нескольких различных наук.

По направленности и непосредственному отношению к практике науки делятся на фундаментальные и прикладные.

Цель первых — познание законов, управляющих поведением и взаимодействием базисных структур природы, общества и мышления. Изучаются они безотносительно к возможному использованию и потому иногда называются «чистыми» науками. Задача вторых — применение результатов фундаментальных наук для решения не только познавательных, но и социально-практических проблем.

Как правило, фундаментальные науки опережают в своем развитии прикладные, создавая для них теоретическую основу. Сейчас 80...90 % всех исследований и ассигнований приходится на долю последних.

1.2. Значение научных исследований на современном этапе научно-технической революции

Соотношение современных производительных сил и производственных отношений требует интенсивного развития трех тесно связанных факторов общественного прогресса: науки, образования и управления. Они стали важнейшими формами роста всего материального и духовного богатства общества. От возможностей их дальнейшего развития во многом зависит будущее не только отдельных стран, но и исход исторического соревнования двух мировых социально-политических систем.

При этом исключительная роль в развитии социальной, экономической и культурной жизни общества принадлежит науке. В отличие от других видов деятельности, итог которых может быть известен заранее, научная деятельность дает приращение нового знания, а это значит, что результат ее принципиально нетрадиционен.

Именно поэтому наука выступает как сила, постоянно революционизирующая другие виды деятельности.

Развитие науки характеризуется единством непрерывности (преемственности) и прерывности (научной революции).

Каково же понятие научной революции?

Общее определение революции сформулировал В. И. Ленин: «Революция есть такое преобразование, которое ломает старое в самом основном и коренном, а не переделывает его осторожно, медленно, постепенно, стараясь ломать как можно меньше»*. Оно целиком применимо к характеристике революции и в науке.

В каждой научной революции ясно выражены две неразрывные стороны: негативная — разрушительная и творческая — созидательная. Научная революция неизбежно вызывает изменение прежних представлений о естествознании, пересматривает его фундаментальные понятия и одновременно приводит к созданию новой картины мира, более широкой и обобщающей системы знаний.

Научные революции происходят в сфере теорий, общих понятий и принципов, а следовательно, и в сфере методологии мышления, подходе к объяснению и толкованию явлений природы учеными.

Сумма знаний, накопленных в разные исторические эпохи, позволяет выделить три основных революционных этапа науки.

Первая научная революция (вторая половина XV — конец XVIII вв.) сломала узкие рамки системы Аристотеля, разрушила геоцентрическое учение Птоломея, преодолела средневековую схоластику и создала усилиями ряда выдающихся ученых основы математики, астрономии, механики, медицины. В результате возникла новая, основывающаяся на эмпирическом значении, «механическая» (или «классическая») система миропонимания.

Вторая научная революция (XIX в.) благодаря созданию атомистической теории и периодического закона в химии, учения о сохранении и превращении энергии в физике, клеточной и эволюционной теории в биологии сокрушила метафизическую идею неизменности природы и утвердила диалектическое понимание всеобщего развития и связи природных явлений.

Третья научная революция явилась продолжением второй и началась с разрушения концепций неизменного

* Ленин В. И. Полн. собр. соч., т. 44, с. 222.

и неделимого атома как «конечной» частицы материи. Ее развитие связано с диалектическим отрицанием прежних механических представлений и последовательным утверждением новых электромагнитной и релятивистской квантово-механической теорий. В ходе третьей революции наука вышла из границ системы Ньютона, которые в течение двух столетий считались окончательными.

Особенности новой физической картины мира наиболее ярко проявились в общей теории относительности Эйнштейна, где органически связаны трехмерное пространство и одномерное время в единый четырехмерный пространственно-временной континнум, в терминах которого могут быть сформулированы все законы физики. Новая физическая картина мира дополнилась впоследствии квантовой теорией, изучающей мир элементарных частиц и полей.

Современная научная революция, начавшаяся в физике, распространилась на химию, вызвала к жизни теоретическую и техническую кибернетику, космосоведение и другие новые отрасли знаний. К середине 50-х годов она охватила биологию и приобрела всеобщий характер.

Процесс сближения науки с промышленностью привел к росту масштабов исследований, к невиданному ускорению развития науки и техники, открытию возможностей резкого увеличения объемов производства. Он характерен для современной научно-технической революции, охватывающей все стороны человеческой деятельности. Решающая сфера ее действия — качественные преобразования в развитии техники, научного познания, в становлении науки как непосредственной производительной силы, что оказывает большое воздействие на развитие материального производства, и социально-общественной структуры. Поэтому значение науки в период строительства коммунизма будет неуклонно возрастать.

1.3. Основные закономерности, проблемы и противоречия в развитии науки

Одной из основных закономерностей развития науки является ее преемственность, базирующаяся на фундаменте знаний, накопленных предыдущими поколениями. Если бы каждому поколению нужно было заново открывать все основные законы природы и общества, то система знаний складывалась бы очень медленно. Поэтому К. Маркс определил науку как продукт всеобщего исторического процесса развития.

Преемственность в развитии науки неразрывно связана с ее интернациональным характером. Большинство научных открытий и изобретений появилось благодаря ученым различных стран.

Основное средство передачи научных знаний — книги, журнальные статьи и другие публикации, в которых излагаются результаты исследований. Таким образом, только письменность может обеспечить возникновение науки, преемственность в ее формировании и подлинно интернациональный характер науки.

Развитие науки подчиняется как общим, характерным для всего общества, так и специфическим внутренним законам.

Общие законы связывают научное знание с другими социальными явлениями, куда можно отнести его эволюцию посредством возникновения и разрешения противоречий, отрицания, опоры на преемственность связи, переход количественных изменений в качественные. Сюда же причисляют социальные законы, определяющие отношения науки и потребностей материального производства, базиса и надстройки (в нее, как известно, входит ряд общественных наук и научно-исследовательских учреждений).

Внутренние законы выражают относительную самостоятельность науки, ее особое качество и раскрываются через исторические обобщения и анализ особенностей поступательного движения научного знания. Конкретизируя и дополняя общие, они раскрывают глубинные механизмы прогресса, особенности создания и развития научных систем, характер связи общих теорий и отдельных фактов, предмета и метода познания, отношение науки к уже имеющимся данным теории и практики, путь создания достоверных обобщений и построения доказательств, специфику диалектики понятий.

Ф. Энгельс, философски рассмотрев историю развития закона сохранения и превращения энергии, указал путь, ведущий к выявлению такой внутренней закономерности, как движение познания от единичных фактов к выявлению особенного, и далее, к раскрытию всеобщего. Так, например, был открыт периодический закон химических элементов.

Сформулирован целый ряд других внутренних законов науки:

экспоненциального развития, устанавливающий пропорциональность темпа роста науки ее величине в данный момент времени. Он особенно характерен для современного этапа, когда объем научных результатов удваивается через каждые 10...15 лет. Это находит выражение в ускорении роста научной информации, открытий и числа людей, занятых научной деятельностью. Ежегодное число научных работников увеличивается на 7 %, а народонаселения — всего на 1,7 %;

соответствия, неразрывно связанный с кумулятивным характером развития науки, строящей свое здание на базе проверенных практикой знаний. Это значит, что новая, более широкая теория должна содержать в себе предшествующую как частный или предельный случай;

преемственности, который приводит науку к единой линии поступательного развития и необратимому его характеру;

дифференциации — утверждающий, что освоение новых областей реальности и углубление познания приводят к дроблению фундаментальных дисциплин на все более специальные области знания, которые совершенствуют собственные методы исследования, изучают свои макро- и микрообъекты;

интеграции, показывающий, что потребность в синтезе знания постоянно приводит к укрупнению науки. Первоначально она формировалась по предметному признаку, но через проблемную ориентацию постепенно переходила ко все более широкой математизации;

кристаллизации, доказывающий, что каждое новое открытие симметрично и пропорционально обрастает новыми знаниями.

Установлено, что все науки проходят в своем развитии ряд этапов: описательный, связанный со сбором фактов и их первоначальной систематизацией; логико-аналитический, основанный на качественном анализе предметов и явлений; сочетания, объединяющий качественные и количественные методы научного познания.

1.4. Основные положения методологии

Цель науки — познание законов развития природы и общества. Эти знания позволяют воздействовать на природу, получать необходимые продукты труда, создавать культурные и духовные богатства.

Процесс познания идет от сбора, изучения и систематизации фактов обобщения и раскрытия отдельных закономерностей до логически стройной системы знаний, позволяющей объяснить известные понятия и предсказать новые. Факты систематизируются и обобщаются с помощью простейших абстракций — понятий (определений), которые являются важными структурными элементами науки. Наиболее широкие понятия называются *категориями*. Например, в политэкономии — товар, стоимость; в обогащении полезных ископаемых — извлечение, выход, содержание.

Важную форму знаний представляют собой принципы аксиом — исходное положение какой-либо отрасли науки. Более главным звеном в системе научных знаний являются научные законы, ведущие к высшей форме обобщения и систематизации — теории.

Теория — учение об обобщенном опыте (практике), формулирующее научные принципы и методы, которые позволяют предложить рекомендации по использованию установленных положений на практике. Теория строится на результатах, полученных при экспериментировании, приведенных в стройную систему, и должна отвечать требованиям эвристичности, конструктивности и простоты.

Эвристичность теории характеризуется привлечением математического аппарата для предсказания количественных данных.

Конструктивность теории состоит в приведении к адекватности изучаемого процесса или явления с использованием принятых методов. Решающей основой проверки созданной теории является практика. Научная теория должна заключать в себе элементы предвидения и, опережая практику, указывать путь дальнейшего развития процесса.

Основными инструментами научного познания являются методы исследования — способ теоретического исследования или практического осуществления какого-либо явления или процесса, способствующий открытию объективных законов действительности и определяющий необходимые степени сравнения теоретических и экспериментальных исследований. Любая научная теория связана с определенным общим или частным методом, пользуясь которым, можно решить, с чего начинать исследования, как относиться к фактам, как обобщать, каким путем идти к выводам.

К методам теоретических исследований относятся идеализация, формализация, аксиоматический и математический. Идеализация состоит в том, что исследуемому объекту присваиваются несуществующие, нереальные свойства (но в допустимых пределах). При *формализации* изучение объекта ведется с привлечением математической статистики, теории вероятности и других разделов математики, что позволяет формировать модель процесса, явления, объекта.

В основе *аксиоматического* метода лежит исследование объекта при помощи обращения к аксиомам.

В настоящее время все большее значение получает *математический* метод исследования, или метод количественного изучения явлений. Он позволяет производить точные инженерные расчеты. При недостаточности фактического материала для объяснения явления строится гипотеза. Она формулируется как научно обоснованное предположение и может быть истинной или ложной.

Формой становления и развития науки являются научные исследования, изучающие с помощью научных методов явления и процессы для получения полезных науке и практике решений с максимальным эффектом *.

Основа разработки каждого научного исследования — методология — представляет собой совокупность способов и приемов в определенной последовательности. Примером методологии является методика исследования.

Важную роль в научном исследовании играют эмпирические и теоретические познавательные задачи, которые изучаются методами наблюдения и сравнения. Первый дает возможность получить первичную документацию и проводится без вмешательства в течение процесса. В результате наблюдения возникает объективное суждение об изучаемом явлении. Иными словами — это фотография процесса по заранее составленному плану с объективным заключением о конечных его показателях.

Сравнение позволяет установить общность факторов, влияющих на конечные результаты процесса и данные об их переменных. При этом производится измерение постоянных и переменных факторов. Для более полного изучения рекомендуется проводить сравнение с объектом, изученным ранее. После наблюдения и полученных предварительных выводов намечается план проведения эксперимента.

Экспериментом называется метод объективного изучения исследуемого объекта. Для его проведения обязательна подготовка, при которой определяют методику, схему и объект исследования (процесс, аппарат и т. д.), измерительную аппаратуру, а также план эксперимента. Эксперимент тесно связан с теорией и помогает исследованию подтвердить предварительные теоретические

* К методам исследования относится также моделирование — распространенный метод, основывающийся на использовании модели в качестве средства исследований.

предпосылки и выводы, являясь в то же время базой для разработки теории изучаемого процесса. Правильная постановка эксперимента — важнейший этап исследований, позволяющий сделать объективные выводы.

При экспериментальном исследовании рекомендуется использовать метод абстрагирования, т. е. выделения в исследуемой области основных параметров изучаемого объекта от второстепенных.

К основным видам этого метода относятся:

отождествление — представление об объекте путем объединения различных объектов, имеющих одинаковые основные свойства;

изолирование — изучение одного основного параметра явления, процесса или аппарата;

конструктивизация — отвлечение от границ, в которых изучается объект;

актуальная бесконечность — отвлечение от возможности учета множества изменений во время экспериментирования.

С целью познания объективно существующей истины применяют анализ и синтез изучаемого объекта. *Анализ* — это изучение объекта путем расчленения всего процесса на отдельные части, а *синтез* — объединение всех отдельных изучаемых факторов.

Анализ и синтез неотделимы друг от друга и бывают прямыми, возвратными и структурно-генетическими. При прямых — выделяется один основной фактор или параметр и изучаются его свойства; при возвратных — изучаются причинные связи основных факторов без учета второстепенных, а при структурно-генетических — выявляются сложные связи между основными элементами, оказывающие существенное влияние на наиболее полное изучение объекта.

Выводы о проведенном эксперименте оформляются методами дедукции и индукции. Содержание *дедукции* заключается в использовании общих положений при исследовании данного объекта. *Индукция* — метод познания, общего течения процесса через некоторые его свойства. Научная индукция позволяет установить причинную связь параметров изучаемого объекта.

1.5. Выбор темы исследований

Без глубоких знаний фундаментальных наук прикладное исследование не будет иметь успешного завершения.

Основу при выборе темы исследований составляют направления и проблемы, актуальные для данной отрасли промышленности. Началу исследований предшествует подготовительный период, который делится на три этапа: сбор материалов, необходимых для решения проблемы; процесс выполнения исследований; обработка полученных материалов и оформление результатов исследований.

Кроме того, в подготовительный период производится выбор темы, ознакомление с исследуемым вопросом, составление плана работы.

Тему выбирают исходя из общего плана работы научно-исследовательского учреждения, вуза. Главное требование к ней — актуальность. Критерием актуальности служит ее соответствие основной задаче, поставленной перед горной наукой в СССР.

Вслед за этим обязательно знакомятся с историей исследуемого вопроса, современным уровнем его разработки, что позволяет избежать повторения уже выполненных работ, глубже изучить проблематику вопроса его развития, уточнить формулировку темы. Кроме того, предварительное ознакомление дает возможность точнее определить объем предстоящей работы. Итогом подготовительного периода является составление технико-экономического обоснования научно-исследовательской работы (ТЭО). В нем обосновывается актуальность и целесообразность выполнения работы, доказывается новизна и патентная чистота, а также определяются необходимые затраты средств, сроки выполнения исследования, план последовательности решения проблемы, ожидаемая экономическая эффективность, возможная область применения или использования и др.

В процессе ознакомления с исследуемым вопросом почти всегда получают некоторые материалы, используемые в дальнейшей работе. Основным методом *сбора научных данных* является анализ литературных источников. При этом необходимо обращать внимание не только на сведения по узкоспециальному вопросу, но и при собирании материалов необходимо прежде всего обращать внимание на смежные области, включая положения фундаментальных наук. Литературные источники содержат сведения о решениях этой или аналогичной проблемы, данные о технике и средствах выполнения научных наблюдений, экспериментов, измерений. При изучении литературы следует делать выписки по вопросам, относящимся к теме исследования, и записи собственных мыслей.

Сбор научных данных заканчивается составлением общей методики исследования, которая должна предусматривать методы решения отдельных задач, их взаимоувязку, чтобы в конечном итоге решить поставленную проблему.

Первичные документы могут быть получены только при непосредственном выполнении исследований, из личных научных наблюдений и экспериментов.

Научное наблюдение — это целенаправленное восприятие, обусловленное сознательным выбором объекта или определенных его сторон с целью установления закономерных диалектических связей между отдельными явлениями. В сферу наблюдения исследователь должен включать все существенные признаки изучаемого объекта и выявить их взаимодействия между собой и проблемой в целом. Во время наблюдения необходимо сразу же фиксировать факты, имеющие отношение к исследуемому вопросу. Следует остерегаться преждевременных выводов, основанных на первых впечатлениях.

Эксперимент — чувствительно-предметная деятельность, дающая возможность разностороннего изучения того или иного явления, позволяющая преднамеренно варьировать условия протекания процесса, устанавливая их в зависимости от тех или иных соображений. Применяя его, можно вызывать явление, заставить его многократно повториться, наблюдать его в упрощенном виде или изолированно от других сопутствующих ему явлений.

Используется эксперимент главным образом как метод доказательства или проверки положений, построенных на основании данных, которые получены другими методами или являются лишь вероятными догадками (гипотезами).

После подготовительной работы приступают непосредственно к выбору темы исследований, которая должна быть привязана к основным проблемам данной отрасли промышленности, оканчиваться самостоятельной разработкой определенного актуального вопроса с использованием материалов исследования при реальном дипломном проектировании. Отсюда вытекают задачи прикладных исследований: создание нового оборудования, усовершенствование технологического процесса.

Практика показала, что для студентов II группы горных специальностей приемлемы следующие основные направления исследований:

испытание полезных ископаемых для комплексного их использования;

усовершенствование технологических схем и режима обогащения с целью снижения потерь и повышения качества концентрата;

испытание аппаратуры и новых конструкций машин;

установление механизма действия основных факторов, определяющих процесс обогащения или режим работы того или иного агрегата;

проведение исследований, направленных на утилизацию отходов производства и устранение различных причин, порождающих загрязнение окружающей среды.

Предлагаемый перечень ориентировочный и зависит от характера исследований кафедры, оснащенности лабораторий и других факторов.

Перед началом исследования формулируется его задача в виде названия темы. Например: «Исследование марганцевой руды Никопольского месторождения на обогатимость». Если исследование носит поисковый характер и проводится по стандартной методике без углубленной проработки отдельных вопросов, то к названию темы добавляется «Предварительная». «Полупромышленные испытания» ставятся, когда в лабораторных условиях уже разработана схема процесса и необходимо подтверждение полученных результатов на непрерывно действующей установке с уточнением количественных показателей, и наконец, «Промышленные испытания», — если требуется установить конечные результаты. Последние проводятся на действующих обогатительных фабриках, перед проектированием новых фабрик, цехов или новых агрегатов и машин.

После того как тема сформулирована и четко определены цель и задачи, которые предстоит решать, составляется план исследования. Ниже приведен примерный годовой план работы по теме: «Исследование марганцевой руды Никопольского месторождения на обогатимость» (предварительная).

При составлении подобного плана особое внимание уделяется разработке методик, включающих схему исследования и планирование эксперимента. Точное соблюдение указанных методик обеспечит успех выполнения поставленной задачи, приведет к сокращению материалов и рабочего времени исследователя, при экспериментах даст возможность получить математическую модель процесса.

Этапы работы	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
Сбор и изучение литературных данных	×											
Составление библиографии, патентный поиск, ТЭО и т. д.	×											
Составление методик исследования		×										
Планирование экспериментов			×	×								
Подготовка рабочего места и аппаратуры				×								
Проведение исследования					×	×	×	×	×	×		
Обработка данных исследований										×		
Анализ результатов, разработка рекомендаций и выводы											×	
Составление аннотации, отчета и статьи												×

1.6. Технико-экономическое обоснование (ТЭО) темы

При составлении плана научно-исследовательских работ обязательно учитываются затраты денежных и материальных ресурсов, расчет которых предусмотрен в технико-экономическом обосновании. Оно состоит из следующих разделов: титульный лист; исходное положение; результаты предварительно выполненных патентных проработок, их новизна и перспективность; народнохозяйственная потребность в результатах исследовательских работ; объем и место внедрения; технико-экономические результаты; социальные результаты; выводы и предложения.

Разделы, в свою очередь, содержат в себе:

исходные данные — наименование научно-исследовательской или опытно-конструкторской работы, основные цели работы, обоснование актуальности и необходимости ее проведения;

ожидаемые результаты, их уровень в сравнении с лучшими отечественными и зарубежными достижениями в данной области. Использование открытий, изобретений и данных патентной проработки в соответствии с положениями по обеспечению патентоспособности и патентной чистоты;

назначение, область использования научно-исследовательских работ, условия и возможности их внедрения;

объем и масштабы внедрения в соответствии с перспективными и текущими планами развития отрасли;

экономическую эффективность: затраты на выполнение работ и их внедрение, рост производительности труда, ожидаемая себестоимость и другие технико-экономические показатели;

обеспечение механизации труда, техники безопасности, экологические показатели;

общая оценка проводимой научно-исследовательской работы, требования к заказчикам, возникающие при ее проведении и внедрении.

Разработка ТЭО производится головными научно-исследовательскими институтами, отделами научно-исследовательских секторов в вузах, отраслевыми лабораториями при согласовании с соответствующими министерствами.

ТЭО оформляется в виде пояснительной записки с приложением к ней необходимых расчетных документов.

При проведении студенческих научно-исследовательских работ рекомендуется составление ТЭО по отдельным этапам работ, которые кафедры выполняют в порядке творческого содружества или по хозяйственно-договорной тематике.

1.7. Составление первичной документации

Непосредственно перед началом исследования составляется первичная документация, куда входят *рабочий журнал наблюдений* для внесения данных о режиме опытного технологического процесса, дата и время проведения опыта, замечания по визуальному наблюдению, число опытов и другие параметры. Кроме рабочего журнала наблюдений необходимо иметь *журналы сдачи проб*, направляемых для обработки и производства химических, минералогических и других анализов.

Форма ведения записей может изменяться в зависимости от объекта исследования и задач наблюдения за переменными факторами процесса. Рабочий журнал является обязательным документом, подтверждающим количество проведенных опытов, и после завершения этапа исследования должен визироваться научным руководителем. Его содержание служит основным материалом для составления предварительного отчета по отдельным этапам исследования.

Аналогично ведется *журнал записи проб*. Но при направлении проб на анализ обязательно составляется специальная ведомость, форма которой может быть произвольной. Для исключения субъективных влияний на результаты анализов в ведомости ставится только нумерация проб с предварительной их зашифровкой.

1.8. Методика проведения научно-исследовательских работ

В общей методологии проведения НИР обязательным является составление методик, которые обеспечивают планомерное выполнение сроков работ и успешное их завершение. Методика должна содержать следующие разделы:

введение, где формулируются тема и задачи исследования, кратко отражается состояние изучаемого процесса к моменту начала работ;

план и схема исследований с указанием затрат времени на выполнение каждого этапа;

планирование эксперимента;

спецификация оборудования, приборов и измерительной аппаратуры;

описание приемов работы на оборудовании, контрольно-измерительной аппаратуре;

схема, принцип действия и регулировка аппарата, если исследования проводятся на нестандартном оборудовании;

детальное описание режима исследования с указанием изучаемых переменных факторов, их взаимосвязи и числа опытов по каждому этапу;

рекомендуемая форма записи первичных документов.

Методика визируется составителем и утверждается научным руководителем. В зависимости от вида работ (лабораторные, полупромышленные и промышленные) содержание методики должно полностью соответствовать задачам исследования.

1.9. Оформление результатов работы и составление отчета

По окончании исследований (или отдельных этапов) составляется отчет о проведенной работе, который выполняется в соответствии с ГОСТ 7.32—81 и состоит из титульного листа со списком исполнителей (см. форму 1 с. 20.); реферата; оглавления; перечня условных обозначений, символов, единиц и терминов; введения; основной части; заключения; приложения; списка использованных источников.

Содержание отчета должно отвечать ряду требований.

В реферате отражаются данные об объеме, количестве иллюстраций, таблиц, использованных источников, сообщаются наименование объекта исследования, цель работы, метод исследования и применяемая для этого аппаратура, полученные результаты и их новизна, степень внедрения и область применения, основные конструктивные и технико-экономические характеристики.

Введение содержит оценку современного состояния решаемой научно-технической проблемы, доказательства актуальности и новизны темы.

Основная часть включает выбор направления работы, теоретические и экспериментальные исследования, обобщение и оценку их результатов.

В *заключении* приводятся краткие выводы о результатах исследований, предложения по их использованию, включая технико-экономические показатели эффективности внедрения. Здесь же необходимо указать народнохозяйственную, научную и социальную ценность результатов работы.

В *приложении* содержится отчет о патентных исследованиях.

Форма 1

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО СПЕЦИАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ УССР

ДНЕПРОПЕТРОВСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ ГОРНЫЙ ИНСТИТУТ ИМ. АРТЕМА

УДК, № государственной регистрации и инвентарный номер отчета	Специальные отметки
СОГЛАСОВАНО	УТВЕРЖДАЮ
Главный инженер объединения (ученая степень, звание, личная подпись и расшифровка, дата, печать)	Проректор института, ученая степень, звание, подпись, ее расшифровка, дата, печать

ОТЧЕТ

Наименование зарегистрированной НИР
(прописными буквами)

Вид отчета строчными буквами;
(в скобках «промежуточный или заключительный»)

Шифр этапа, задания в соответствии с программой работ

Подписи:

Инициалы и фамилии лиц, подписавших отчет, и даты подписания	Проректор института, ученая степень, звание Руководитель НИР, ученая степень, звание Исполнитель, ученое звание, степень

Город и год выпуска отчета

Если научно-исследовательская работа выполняется группой, желательно, чтобы каждый студент самостоятельно составил тот или иной раздел отчета. Кроме этого, студентам рекомендуется подготовка научных статей о проведении исследований, которые оформляются в виде машинописного текста и помещаются в сборниках кафедр.

1.10. Применение вычислительной техники при проведении научно-исследовательской работы

При выполнении студентами научно-исследовательской работы целесообразно использовать вычислительную технику, применение которой имеет такие учебно-методические аспекты:

облегчается выполнение сложных и громоздких математических расчетов, автоматизируется выполнение малоинформационных вычислительных операций, благодаря чему студент может сосредоточить свое внимание на творческой части решаемой задачи;

формализация вычислительного процесса позволяет выработать у студента навыки детерминированного, алгоритмического мышления.

Для обучения студентов горных специальностей вузов введен курс «Вычислительная техника в инженерных и экономических расчетах», который предусматривает изумостельно, для третьего и четвертого — использует стандартные подпрограммы из БСП.

3. Если предполагается решение задачи достаточно сложной математической и логической структуры, содержательная сторона и методы решения которой известны студенту, за основу при разработке своей программы студент может взять программу «скелет». Суть такого подхода заключается в том, что ему предлагается готовая программа, подлежащая модификации в соответствии с условиями конкретной решаемой задачи. В этой программе присутствует ряд «формальных» параметров (константы, арифметические и логические выражения, функции), заданных в общем виде. Модифицируя ее применительно к условиям своей задачи, студент должен выполнить замену «формальных» параметров «фактическими», для чего потребуется детально разобраться в структуре алгоритма и программы.

4. При решении задач, связанных с имитационным моделированием, оптимизационными и математическими моделями сложной, нелинейной структуры, целесообразно использовать подготовленные заранее программы, которые помещены в библиотеку операционной системы ЭВМ в виде загрузочных модулей. Для этого студент по инструкции знакомится с порядком подготовки исходных данных, форматами вводимой информации, форматами и последовательностью представления результирующей информации. Чтобы решить задачу, требуется подготовить операторы языка управления заданиями, обеспечивающие загрузку фаз программы из библиотеки в основную память ЭВМ, а также подготовить числовой материал в соответствующем формате. Тогда активное программирование задачи заменяется изучением информационных входов-выходов готовой программы. Однако этот метод оправдывает себя в том случае, если целевой установкой научно-исследовательских работ является освоение какой-либо технической проблемы по специальности, а расчетная сторона задачи имеет второстепенный характер. Эффективен он особенно на старших курсах. При этом практическое приобретение навыков работы со стандартными программами позволяет использовать вычислительную технику и в дальнейшем, при выполнении дипломного проекта.

Одна из разновидностей стандартных программ — программа с настраиваемой структурой, которая составляется как универсальная и пригодна для решения различных задач некоторого узкого класса. Настройка ее регрессии парной корреляционной зависимости y от x. Предполагается, что значения x и y получены на основании некоторого эксперимента на исследуемом объекте. Экспериментальные можно заменить имитирующими их случайными числовыми данными, полученными с помощью ЭВМ, если возможность проведения натурного эксперимента исключена. Этим обеспечивается имитация эксперимента на ЭВМ.

На рис. 1.1 приведена укрупненная схема алгоритма получения дискретных вариационных рядов x и y в предположении, что уравнение регрессии задано в виде $Y = A + Bx$. Задавая параметры A и B, а также количество элементов N в дискретных вариационных рядах, можно получить различные варианты данных, имитирующих эксперименты.

1.11. Научно-исследовательская работа студентов на практике

Правильная организация учебного процесса и производственной практики — важнейшее условие успешного формирования и воспитания высококвалифицированных специалистов. Студенты должны не только иметь знания, необходимые для будущей инженерной деятельности, но и владеть навыками проведения исследований как в лабораторных, так и в производственных условиях.

Для углубленного изучения отдельных вопросов, связанных с программой практики, разработкой курсовых и дипломных проектов научные руководители выдают каждому студенту индивидуальное задание, которое содержит элементы научных исследований в соответствии с программой, выполняемой студенческим научным кружком или конструкторским бюро при выполнении работ по хозяйственно-договорной тематике. Индивидуальные задания должны включать вопросы, способствующие глубокому изучению процессов проектирования, изготовления, эксплуатации и ремонта современной горно-обогатительной техники.

Дипломный проект исследовательского характера выполняется на материалах, полученных студентом при научной работе над темой, а также во время учебной и преддипломной практики. Это дает возможность реализации в производстве результатов, полученных студентами во время выполнения научно-исследовательских работ.

В задачи преддипломной практики входят: расширение и закрепление навыков самостоятельной инженерной чение одного из языков программирования высокого уровня (АЛГОЛ, ФОРТРАН, АЛМИР) и алгоритмов решения типовых инженерных и экономических задач по специальности, подкрепляемых фрагментами соответствующих программ.

Обязательная составная часть курса — выработка умения работать с библиотекой стандартных подпрограмм, а также со специальными стандартными программами, вызов которых из библиотеки в оперативную память осуществляется операторами языка управления задания. В зависимости от сложности задачи могут применяться различные формы использования вычислительной техники.

1. При выполнении научно-исследовательской работы студент самостоятельно формализует задачу, разрабатывает схему алгоритма ее решения, составляет программу на одном из алгоритмических языков и передает на вычислительный центр или решает задачу на ЭВМ сам, выполняя функции оператора. Последнее возможно, если сложность и объем работ на ЭВМ невелики, а алгоритмы вычислений имеют сравнительно простую логическую структуру (объем программы не превышает 200...250 операторов языка высокого уровня). При этом в программу могут включаться стандартные подпрограммы из библиотеки стандартных подпрограмм (БСП), а также фрагменты программ, рассмотренных в соответствующих курсах.

2. Для решения более сложных задач, чем описанная выше, студент должен самостоятельно составить укрупненную схему алгоритма. Каждый блок этой схемы (кроме самых простых) должен соответствовать некоторой стандартной процедуре, программа которой или находится в БСП, или известна студенту из соответствующего курса лекций. Таким образом, в его задачу входит установление информационных связей между отдельными процедурами, формирование операторов вызова стандартных подпрограмм из БСП, составление недостающих фрагментов программы.

Например, при выполнении задачи, связанной с составлением и решением системы линейных алгебраических уравнений, схема алгоритма может содержать следующие этапы: ввод исходных данных, формирование матрицы коэффициентов при неизвестных и столбца свободных членов обращения матрицы, умножение матрицы на столбец свободных членов, вывод результатов. Первый, второй и пятый этапы студент программирует самостоятельно, для третьего и четвертого — использует стандартные подпрограммы из БСП.

3. Если предполагается решение задачи достаточно сложной математической и логической структуры, содержательная сторона и методы решения которой известны студенту, за основу при разработке своей программы студент может взять программу «скелет». Суть такого подхода заключается в том, что ему предлагается готовая программа, подлежащая модификации в соответствии с условиями конкретной решаемой задачи. В этой программе присутствует ряд «формальных» параметров (константы, арифметические и логические выражения, функции), заданных в общем виде. Модифицируя ее применительно к условиям своей задачи, студент должен выполнить замену «формальных» параметров «фактическими», для чего потребуется детально разобраться в структуре алгоритма и программы.

4. При решении задач, связанных с имитационным моделированием, оптимизационными и математическими моделями сложной, нелинейной структуры, целесообразно использовать подготовленные заранее программы, которые помещены в библиотеку операционной системы ЭВМ в виде загрузочных модулей. Для этого студент по инструкции знакомится с порядком подготовки исходных данных, форматами вводимой информации, форматами и последовательностью представления результирующей информации. Чтобы решить задачу, требуется подготовить операторы языка управления заданиями, обеспечивающие загрузку фаз программы из библиотеки в основную память ЭВМ, а также подготовить числовой материал в соответствующем формате. Тогда активное программирование задачи заменяется изучением информационных входов-выходов готовой программы. Однако этот метод оправдывает себя в том случае, если целевой установкой научно-исследовательских работ является освоение какой-либо технической проблемы по специальности, а расчетная сторона задачи имеет второстепенный характер. Эффективен он особенно на старших курсах. При этом практическое приобретение навыков работы со стандартными программами позволяет использовать вычислительную технику и в дальнейшем, при выполнении дипломного проекта.

Одна из разновидностей стандартных программ — программа с настраиваемой структурой, которая составляется как универсальная и пригодна для решения различных задач некоторого узкого класса. Настройка ее регрессии парной корреляционной зависимости y от x. Предполагается, что значения x и y получены на основании некоторого эксперимента на исследуемом объекте. Экспериментальные можно заменить имитирующими их случайными числовыми данными, полученными с помощью ЭВМ, если возможность проведения натурного эксперимента исключена. Этим обеспечивается имитация эксперимента на ЭВМ.

На рис. 1.1 приведена укрупненная схема алгоритма получения дискретных вариационных рядов x и y в предположении, что уравнение регрессии задано в виде $Y=A+$ $+Bx$. Задавая параметры A и B, а также количество элементов N в дискретных вариационных рядах, можно получить различные варианты данных, имитирующих эксперименты.

1.11. Научно-исследовательская работа студентов на практике

Правильная организация учебного процесса и производственной практики — важнейшее условие успешного формирования и воспитания высококвалифицированных специалистов. Студенты должны не только иметь знания, необходимые для будущей инженерной деятельности, но и владеть навыками проведения исследований как в лабораторных, так и в производственных условиях.

Для углубленного изучения отдельных вопросов, связанных с программой практики, разработкой курсовых и дипломных проектов научные руководители выдают каждому студенту индивидуальное задание, которое содержит элементы научных исследований в соответствии с программой, выполняемой студенческим научным кружком или конструкторским бюро при выполнении работ по хозяйственно-договорной тематике. Индивидуальные задания должны включать вопросы, способствующие глубокому изучению процессов проектирования, изготовления, эксплуатации и ремонта современной горно-обогатительной техники.

Дипломный проект исследовательского характера выполняется на материалах, полученных студентом при научной работе над темой, а также во время учебной и преддипломной практики. Это дает возможность реализации в производстве результатов, полученных студентами во время выполнения научно-исследовательских работ.

В задачи преддипломной практики входят: расширение и закрепление навыков самостоятельной инженерной деятельности; углубление знаний по теме дипломного проекта; выбор наиболее рациональных и эффективных технических решений при разработке специальной части проекта; выбор объекта для проверки и внедрения результатов научно-исследовательской работы.

Практика по теме дипломного проекта является завершающей и проводится на основе изучения теоретических курсов, выполнения научно-исследовательских работ и предыдущих практических занятий.

Во время практики студенты собирают материалы для дипломного проекта, осваивают технологические процессы, участвуют в мероприятиях по совершенствованию механизации и автоматизации технологических процессов, изучают вопросы охраны труда, планирования производства, защиты окружающей среды от загрязнений. Более детальная задача определяется темой дипломного проекта и заданием на проведение исследований в период практики.

Собранные материалы и результаты исследований оформляются в виде таблиц, чертежей и пояснительных записок. Они должны иметь конкретный характер и соответствовать указанным в задании на проектирование условиям эксплуатации и параметрам оборудования. Эти материалы — основа дипломного проекта.

Глава вторая. НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКАЯ ИНФОРМАЦИЯ

2.1. Государственная система научно-технической информации в СССР

Творческой деятельностью человечества создается огромное количество литературы, в которой подводятся итоги научных исследований, производственных разработок и изобретений, обобщаются исторические события.

По статистическим данным в мире ежегодно издается по науке и технике свыше 75 тыс. названий книг, свыше 60 тыс. названий журналов, содержащих от полутора до двух миллионов статей, более 1500 реферативных журналов, около 300 тыс. описаний к авторским свидетельствам и патентам, подготавливается 800 тыс. отчетов и других неопубликованных информационных материалов. Общий объем научно-технической литературы в настоящее время удваивается каждые 8,5 лет. Но это лишь около одной трети материалов. Остальные две трети — отчеты, диссертации, материалы совещаний, ведомственная документация и т. д. — не попадают в печать, хотя во многих случаях такие источники представляют для ученых и специалистов не меньший научно-технический интерес, чем опубликованные.

Перед специалистом всегда стоит проблема: как из такой огромной массы информации выбрать ту, которая ему необходима. Ведь научный работник тратит чуть ли не треть своего рабочего времени на то, чтобы установить, что уже сделано по теме его исследования.

Поэтому современный специалист нуждается в помощи специальной службы, призванной ориентировать его в литературе. Такую задачу и выполняют современные органы научно-технической информации (НТИ).

Служба НТИ включает в себя следующие организации.

Всесоюзный институт научной и технической информации (ВИНИТИ), который обрабатывает огромный поток зарубежной и отечественной литературы в области естественных и технических наук и является самым крупным информационным центром в мире. Результатом научной обработки огромного потока информации института становится сигнальная, реферативная и обзорная информация.

Реферативный журнал ВИНИТИ — наиболее фундаментальное издание, предназначенное для текущей и ретроспективной информации, издаваемое как сводным томом, так и отдельными выпусками. Ценность его определяется прежде всего полнотой охвата литературы по соответствующим отраслям науки и техники, т. е. огромным количеством источников информации, которые используются для его подготовки. Для РЖ отбираются лишь те публикации, которые представляют наибольший научный или практический интерес. Библиографическое описание в нем сопровождается аннотациями или развернутыми рефератами. Для облегчения поиска материала РЖ снабжен справочным аппаратом: авторским и предметным указателями, а в отдельных случаях — географическим, патентным и др.

Обзорную информацию институт публикует в виде периодического издания «Итоги науки и техники», в котором дается анализ современного состояния и тенденций развития основных направлений мировой науки и техники в отдельных отраслях за определенный период (как правило, за календарный год) по материалам, освещенным в Реферативном журнале.

ных записок или диссертаций. Заказы на копии отчетов оформляются по форме, приведенной на последней странице каждого сборника.

Об изобретениях в СССР сообщает *Центральный научно-исследовательский институт патентной информации и технико-экономических исследований (ЦНИИПИ)*. Его главное назначение — оперативное обеспечение предприятий и организаций необходимой патентной информацией и документацией (весь патентный фонд сосредоточен во Всесоюзной патентно-технической библиотеке).

Основным информационным изданием ЦНИИПИ является бюллетень «Открытия. Изобретения. Промышленные образцы. Товарные знаки», выходящий 3 раза в месяц. Бюллетень снабжен годовыми вспомогательными указателями: заявок, авторов, авторских свидетельств и патентов, выданных в СССР, систематическим, нумерационным и др.

Всесоюзный научно-исследовательский институт технической информации, классификации и кодирования (ВНИИКИ) ведет работу по обработке информации в области стандартизации, измерений и измерительной техники. В нем создан Всесоюзный информационный фонд стандартов и технических условий, издаются их указатели.

К всесоюзным органам НТИ следует также отнести *Всесоюзный центр переводов научно-технической литературы и документации (ВЦП)*. Он осуществляет по заказам предприятий и организаций переводы с иностранных языков на русский и с русского на иностранные, издает «Указатель переводов научно-технической литературы».

Крупнейшим центром информации в СССР является *Всесоюзная книжная палата (ВКП),* которая сообщает о всей печатной продукции, выходящей в нашей стране, в том числе о научно-технической литературе. Поэтому подбор литературы по теме нельзя считать исчерпывающим, если не использованы издания ВКП.

Главное издание ВКП — «Книжная летопись», которая печатается в двух выпусках — основном и дополнительном. В первом, выходящем еженедельно, регистрируются монографии, брошюры, справочники, учебники и т. п. Материалы этого выпуска объединяются в «Ежегодник книги СССР». В дополнительном, публикуемом ежемесячно, регистрируются официально-документальные, инструктивные, нормативные, учебно-методические и информационные издания. Материал систематизирован по отраслям знаний.

Всесоюзная книжная палата издает также еженедельно «Летопись журнальных статей», охватывающую содержание почти всех журналов, трудов и ученых записок различных учебных и научных учреждений. Принцип построения материалов здесь аналогичен с «Книжной летописью».

Помимо всесоюзных информационных институтов сведения о новой литературе по технике публикуют также центральные отраслевые органы совместно с научно-техническими библиотеками соответствующей отрасли. В задачу центральных отраслевых органов НТИ входит обеспечение предприятий, организаций, ученых и специалистов своевременной и полной информацией по проблемам, которые решаются в соответствующей отрасли. На основании сообщений, поступающих сюда из научно-исследовательских и проектно-конструкторских организаций, вузов, а также по материалам всесоюзных информационных органов институты готовят и издают для своей отрасли тематические библиографические указатели, обзоры, каталоги, информационные листки.

Ведущий отраслевой орган НТИ в угольной промышленности *ЦНИЭИУголь,* который издает:

1. Семь реферативных тематических сборников («Технология добычи угля подземным способом», «Технология добычи угля открытым способом», «Обогащение и брикетирование угля» и др.) и реферативные карты по этим же сериям, которые включают неопубликованные и ведомственные материалы.

2. Обзоры по основным вопросам науки, техники и экономики.

3. Специальные ретроспективные библиографические указатели по отдельным направлениям науки и техники.

Центральным отраслевым органом информации в геологии является *Отдел научно-технической информации Всесоюзного научно-исследовательского института экономики минерального сырья и геологоразведочных работ (ОНТИ ВИЭМС)* Министерства геологии СССР, подготавливающий к выпуску обзоры, бюллетени, информационные сообщения, экспресс-информацию, материалы конференций.

Важная роль в системе библиографической информации отводится *Государственной публичной научно-технической библиотеке СССР (ГПНТБ).* Здесь подготавливаются текущие и ретроспективные указатели, аннотированный указатель литературы «Алгоритмы и программы», бюллетень «Новые промышленные каталоги» и др.

Научно-технические библиотеки нашей страны издают также библиографические указатели, в которых приведены данные о книгах и статьях, посвященных определенной теме, например: охране окружающей среды, организации управления промышленностью и др. Специалисты, заинтересованные в изучении этих вопросов, найдут в них необходимый перечень публикаций.

В ГПНТБ СССР сосредоточены все библиографические справки, выполненные библиотеками страны. На основании поступивших материалов она выпускает «Каталог библиографических указателей по технике, составленный библиотеками СССР», с помощью которого можно установить, где подготовлен указатель или список литературы по интересующей специалиста теме, сэкономить средства на составление указателей и списков литературы, избежать дублирования этой работы.

По запросам организаций производственная мастерская ГПНТБ СССР изготавливает копии указателей и списков литературы, имеющихся в фонде библиотеки.

В общегосударственную систему информации теперь включены универсальные библиотеки (Государственная ордена Ленина библиотека СССР им. В. И. Ленина, Государственная публичная библиотека им. Салтыкова-Щедрина, Всесоюзная государственная библиотека иностранной литературы, республиканские, краевые, областные библиотеки).

2.2. Информация о зарубежной литературе, поступившей в СССР

Сведения о зарубежной литературе, поступившей в СССР, печатает «Общесоюзный сводный каталог зарубежных книг. Естественные науки. Техника. Сельское хозяйство. Медицина» (ОСК — ЗК), издаваемый ГПНТБ в трех частях: 1. Алфавитный каталог; 2. Систематический каталог; 3. Региональный каталог. В конце каждого библиографического описания приводится код (условное обозначение) библиотеки, в которую поступило издание.

«Новые книги за рубежом». Критико-библиографический журнал публикует рецензии на новые иностранные издания и выходит в 3-х сериях (А. Естественные науки. Б. Техника. В. Биология. Медицина. Сельское хозяйство). В нем также указывается название библиотек СССР, в которых эти книги имеются.

«Общесоюзный сводный каталог зарубежных периодических изданий» в двух частях — алфавитной и систематической — издает ГПНТБ. В первой дан перечень организаций, выписывающих иностранные журналы, с условными обозначениями (кодами) этих организаций и адресами. Выписать иностранные журналы из любой библиотеки Советского Союза можно по Межбиблиотечному абонементу (МБА). Подобные указатели издаются также в республиках и областях страны.

Новой формой информации о публикациях за границей являются копии оглавлений зарубежных журналов и переводы оглавлений, которые выпускаются соответственно ЦНИЭИУглем и ВИЭМС.

В нашей стране существует также перспективная информация, которая информирует о подготавливаемых к изданию и выходу в свет произведений печати. Пример ее — тематические планы издательств.

2.3. Каталоги и картотеки библиотек — источники информации

Богатство каждой библиотеки — ее фонды. Однако чем больше они, тем сложнее ими пользоваться. Чтобы помочь читателю ориентироваться в многообразии публикаций, в библиотеках издаются каталоги и справочные картотеки.

По алфавитному каталогу можно отыскать любую информацию по фамилии автора или названию первоисточника, а по систематическому несложно подобрать литературу по различным отраслям знаний. Облегчить поиск призван алфавитно-предметный указатель («ключ»).

Нельзя полностью удовлетворить запросы читателя, раскрывая перед ним только книжные фонды, так как все новейшие достижения науки и техники, последние политические события освещаются прежде всего в периодической печати, а затем обобщаются в книгах. Поэтому в библиотеках создаются библиографические картотеки, ведущие учет статей из журналов, сборников, трудов научных организаций. Причем нередко в них отражаются фонды не только данной, но и других библиотек.

В вузовских библиотеках особое внимание обращается на составление картотек по тематике изучаемых предметов и проводимых научных исследований в вузе.

2.4. Правила библиографического описания

Оформлению библиографии в научной работе следует уделять серьезное внимание. В книге, диссертации, статье или дипломном проекте она представляет самостоятельную ценность как справочный материал для дальнейших исследований.

Библиографическое описание составляется строго в соответствии с государственным стандартом ГОСТ 7.1.—76. «Система информационно-библиографической документации. Библиографическое описание произведений печати».

Предмет описания — произведение печати: книга, периодическое, продолжающееся и серийное издание, материалы технических документов (стандарт, описание изобретения, техническое условие и др.), а также статья, раздел, глава и т. п.

Источником сведений для библиографического описания является произведение печати в целом. За основу принимается титульный лист. Каждое описание начинается с новой строки и составляется на языке текста произведения.

А. БИБЛИОГРАФИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ КНИГ

Индивидуальный автор

Книги одного, двух и трех авторов описывают под их фамилиями.

Примеры:

1. Житная И. П. Проблемы экономического анализа эффективности функционирования основных производственных фондов машиностроительной промышленности.— К.: Вища школа. Головное изд-во, 1983. — 175 с.

2. Барский Л. А., Козин В. З. Системный анализ в обогащении полезных ископаемых.— М.: Недра, 1978.— 486 с., ил.

3. Васильев М. В., Волотковский В. С., Кармаев Г. Д. Конвейеры большой протяженности на открытых работах.— М.: Недра, 1977.—248 с., ил.

Описание под заглавием

Книги четырех и более авторов описываются под заглавием.

Примеры:

1. Технический прогресс на марганцевых карьерах. / Яровой И. И., Середа Г. А., Герчель М. Г. и др. — М.: Недра, 1977.—95 с., ил.

2. Теория горных машин и рабочих процессов: Сб. статей/ АН УССР, Ин-т геотехн. механики; Ред. кол.: Потураев В. Н. (отв. ред.) и др. — Киев: Наук. думка, 1977.—215 с., ил.

3. Подземная разработка тонких и средней мощности угольных пластов: Сборник статей / Тул. политехн. ин-т; Научн. ред. Попов В. Л.— Тула: ТПИ, 1977.— 153 с., ил.

Официально-документальные материалы

1. Материалы XXVI съезда КПСС.— М.: Политиздат, 1981.— 223 с.

2. Основные направления экономического и социального развития СССР на 1981 — 1985 годы и на период до 1990 года.— М.: Политиздат, 1981. — 95 с.

Многотомные издания

1. Добыча и обогащение асбестовых руд: Сб. статей.— Асбест: ВНИИпроектасбест, 1977. — 165 с., ил. — (Науч. тр.) Всесоюзн. гос. н.-и. и проект. ин-т асбестовой пром-сти; Вып. 19).

Б. Аналитическое библиографическое описание

Объектом аналитического библиографического описания является глава, раздел или часть какого-либо произведения. Она состоит из двух основных частей — сведения о статье или главе произведения и сведения об издании, в котором опубликована статья либо другой материал.

Примеры:

1. Петренко Е. Верный курс «Сибири»: Об опыте работы центр. горн. обогатит. ф-ки Юж. Кузбасса. — Строит. газ., 1978, 30 июля.

2. Шахта без отвалов породы.— Уголь Украины, 1977, № 9, с. 47—48.

3. Михайлов В. А., Кинтилый Н. С. Особенности эксплуатации карьерных автомобильных дорог.— В кн.: Разработка рудных месторождений, 1977, вып. 23, с. 37—41.

Описание статей, опубликованных в номере, выпуске или томе сериального издания, имеющих частное заглавие.

1. Алексеев Н. Б. Планирование научно-технического прогресса.— Научн. тр./Моск. инж.-экон. ин-т, 1975, вып. 86. Совершенствование организации и планирования производства в машиностроении, ч. 2, с. 22—26.

При описании произведений, опубликованных в советских изданиях, сочинений К. Маркса и Ф. Энгельса и сочинений В. И. Ленина в сведениях об издании, в котором помещено данное произведение, не указывают место и год издания.

1. Ленин В. И. О национальной гордости великороссов.— Полн. собр. соч., т. 26, с. 106—110.

2. Маркс К. Рабочий вопрос.— Маркс К., Энгельс Ф. Соч., 2-е изд., т. 9, с. 479—482.

В. Библиографическое описание специальных видов нормативно-технических и технических документов и литературы

I. Стандарты

ГОСТ 6309—73. Перфоратор ручной: Взамен ГОСТ 6309—59.
Введ. 01.01.75; Срок действия до 01.01.80.— 12 с. УДК 622.242.05.
Группа М62 (47) СССР.

II. Патентные документы

А. с. 621874 (СССР). Устройство для разрушения горных пород / Ордена Труд. Красного Знамени ин-т горного дела им. А. А. Скочинского; Авт. изобрет. И. П. Сорокин, М. Ф. Сафонов.— Заявл. 23.05.77, № 2488087 / 22—03, Опубл. в Б. И., 1978, № 32, МКИ E21 C 37) 14—УДК 62.232 (72).

III. Прейскуранты

Прейскурант № 36—07; Оптовые цены на электровакуумные приборы. Утв. Гос. ком. цен Совета Министров СССР 30.04.71. Ввод 01.01.73.— М.: Прейскурантиздат, 1971.— 592 с.

IV. Отчет о научно-исследовательской работе

Определение основных параметров системы разработки для Пешеланского месторождения гипса: Отчет / Днепропетровск. горный ин-т (ДГИ); Руководитель темы С. Г. Борисенко;— № ГР 75048115; Инв. № Б514865.— Днепропетровск, 1976.— 93 с.— Библиограф.: с. 93.

V. Перевод статей из иностранного журнала

Изготовление оборудования для АЭС. — Tooling up for Nuclear Power / O'Keefe W.; ВЦП. N Ц-26318.—20 с., ил. — Power, 1969, vol. 13, N 7, p. 62—66.

2.5. Библиографические ссылки

Существуют различные способы указания использованных источников: отсылка к списку литературы в конце работы или конце главы в подстрочных примечаниях, указание источника в тексте вслед за цитатой.

В работах научного и технического профиля чаще применяется первый способ. Сведения заключаются в квадратные скобки. Например: [4, с. 32], что означает — четвертый источник, 32-я страница.

В тех случаях, когда окончательная нумерация списка еще не установлена, при перепечатке текста следует оставлять в прямых скобках место для порядкового номера источника.

2.6. Цитирование

При включении в текст цитат необходимо учитывать следующее:

1. Цитаты, как правило, выписываются из первоисточников, причем из последних изданий.

2. Если же цитирование производится не по первоисточнику, то в подстрочных примечаниях следует указать: «Цит. по кн.» и дать описание использованного источника.

3. Цитата должна дословно воспроизводить текст, сохранять в точности пунктуацию подлинника.

4. Любые выделения шрифта, внесенные в цитату, оговаривают в примечании, заключаемом в скобки с указанием начальных букв имени и фамилии автора рукописи, например: (разрядка моя. — *Л. П.*).

5. Вместо пропуска в цитате ставят три точки.

6. Первое слово цитаты, помещенной в начале предложения, всегда пишется с прописной буквы, даже если в подлиннике оно дано со строчной.

7. Если цитата прерывается словами автора, то они с обеих сторон выделяются запятыми и тире (как в прямой речи).

8. Цитаты обязательно заключаются в кавычки.

2.7. Патентный поиск

Прежде чем начинать научно-исследовательскую работу, необходимо установить, что в этой области сделано в СССР и за рубежом, т. е. провести патентное исследование. Под этим понимается поиск, отбор, анализ патентной и научно-технической информации, относящейся к научным открытиям и техническим решениям. Патентные исследования проводятся в целях обеспечения высокого уровня, патентоспособности и патентной чистоты объектов техники.

В СССР основным документом в области изобретательства является «Положение об открытиях, изобретениях и рационализаторских предложениях», утвержденное постановлением Совета Министров СССР от 21 августа 1973 г. и введенное в действие с 1 января 1974 г.

Предусматриваются две формы охраны изобретений — авторское свидетельство и патент. Первое выдается на имя автора и удостоверяет признание предложения изобретением, его приоритет, авторство на изобретение, исключительное право государства на изобретение. Патент отличается тем, что исключительное право на изобретение дается патентообладателю.

Авторское свидетельство действует бессрочно. Патент выдается на 15 лет, считая со дня подачи заявки.

Согласно Положению изобретением признается новое и обладающее существенными отличиями техническое решение задачи в любой области народного хозяйства, социально-культурного строительства или обороны страны, дающее положительный эффект (пп. 21; 22 Положения).

Охранные документы (авторское свидетельство или патент) выдаются на объекты:

новое устройство (машины, приборы, инструмент и др.);

новый способ (изготовления изделия, получения вещества, способ лечения и др.);

новое вещество (сплав, смесь, раствор, полученный не химическим путем материал, химическое соединение и др.);

применение ранее известных устройств, способов, веществ по новому назначению (дающее положительный эффект без изменения по существу устройств, способов, веществ);

новые штаммы микроорганизмов.

На изобретения оформляются заявки в соответствии с требованиями, установленными в «Указаниях по составлению заявки на изобретения», утвержденных постановлением Госкомитета СССР по делам открытий и изобретений 21 ноября 1973 г.

Заявка подается в Госкомитет авторами изобретений либо их правопреемниками, а также организациями. По заявкам изобретение проходит предварительную и государственную научно-техническую экспертизы. Первая проводится в 15-дневный срок, вторая — в течение 6 мес с момента поступления заявки. Устанавливается дата приоритета изобретения и соответствие заявки как формальным, так и материальным требованиям. Заявителю направляется решение о выдаче охранного документа на изобретение либо об отказе с указанием его мотивов.

Если решение положительное, то изобретение вносится в Государственный реестр изобретений СССР и о нем сообщается в официальном бюллетене Госкомитета «Открытия, изобретения, промышленные образцы, товарные знаки». Сведения о поданных заявках и зарегистрированных изобретениях других стран даются в официальных бюллетенях и реферативных патентных журналах этих стран.

Поиск информации в патентном фонде может проводиться при экспертизе изобретений на новизну, патентную чистоту или для других целей. В зависимости от сведений, положенных в основу при поиске и отборе описаний изобретений к авторским свидетельствам и патентам, различают три вида поиска: тематический, нумерационный и именной (или фирменный).

Глубина поиска зависит от цели его проведения, от характера объекта изобретения и др. Оптимальный интервал времени, за который следует просмотреть описания изобретений и другие источники научно-технической информации, равен 10...15 годам.

Тематический поиск считают самым распространенным и трудоемким. При его проведении в фонде описания изобретений СССР необходимо использовать справочно-поисковый аппарат.

Рассмотрим пример. Тема поиска — магнитное разделение. По алфавитно-предметному указателю к МКИ находим: ВОЗС. Используя указатель МКИ, уточняем рубрики — ВОЗС 1/00—1/30.

Следующий этап — выборка из указателей номеров авторских свидетельств и патентов на все релевантные темы поиска рубрики с помощью «Итогового систематического указателя авторских свидетельств и патентов СССР» за 1924—1969 гг., а после июля 1969 г.— по годовым указателям к официальному бюллетеню Госкомитета «Открытия, изобретения, промышленные образцы, товарные знаки».

Имея список номеров авторских свидетельств и патентов, отвечающих теме поиска, анализируют их по полным описаниям изобретений к авторским свидетельствам и патентам.

Завершают поиск, используя «Указатель изменений в правовой охране изобретений СССР» (1924 по 1970 гг.), а после 1970 г.— годовые приложения к патентному бюллетеню (т. 3), «Указатель патентов, прекративших действие, и патентов, замененных авторскими свидетельствами» и «Указатель аннулированных авторских свидетельств и патентов». Кроме того, желательно просмотреть «Библиографический указатель патентов, действующих в СССР».

Нумерационный поиск в фонде описаний изобретений СССР за период с 1924 по 1969 гг. можно провести по «Итоговому нумерационному указателю авторских свидетельств и патентов СССР», а с 1970 г.— по годовым указателям к бюллетеню «Открытия, изобретения, промышленные образцы, товарные знаки».

Для именного поиска в фонде СССР можно использовать годовые указатели к бюллетеню «Открытия, изобретения, промышленные образцы, товарные знаки» с 1962 г.

Результаты патентных исследований оформляются в виде отчета или справки о поиске согласно «Методическим указаниям о проведении патентных исследований при создании и освоении в производстве машин, приборов, оборудования, материалов и технологических процессов», введенным в действие с 1 мая 1978 г.

Глава третья. ПЛАНИРОВАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТА ПРИ ПОИСКЕ ОПТИМАЛЬНЫХ РЕШЕНИЙ

3.1. Общие положения *

Технологические процессы добычи и переработки полезных ископаемых представляет собой сложный комплекс взаимосвязанных факторов. Совершенствование известных и создание новых, более эффективных процессов возможно при непрерывных исследованиях, проводимых на достаточном уровне с использованием методов и достижений в области фундаментальных наук.

Прогресс в технологии, а также установление оптимальных параметров этих процессов зависят от исследований, основой которых является эксперимент как метод изучения объекта. Различают активные и пассивные эксперименты. При активном условия выполнения задаются и находятся в руках исследователя. Это основной тип исследований, проводимых в лабораторных условиях. Достоинство метода — возможность планирования хода эксперимента и его оптимизации.

Осуществление пассивного эксперимента не зависит от экспериментатора и ему приходится довольствоваться наблюдением за ходом процесса чаще всего в производственных условиях.

В начале текущего столетия исследования проводили по широко распространенному однофакторному эксперименту. При изменении одного фактора процесса все остальные оставались постоянными. Технологические процессы переработки полезных ископаемых, например флотация полезных ископаемых, зависят от большого количества факторов: времени флотации, расхода собирателя, вспенивателя, плотности и щелочности пульпы и т. д. Установление оптимальных условий процесса при использовании методики однофакторного эксперимента потребует астрономического количества опытов, так как необходимо варьировать все переменные. Канд. техн. наук Л. П. Шупов приводит такой пример. Предположим, предстоит исследовать схему, включающую десять операций. В результате каждой получают два продукта. Если 0,001 % всех возможных комбинаций операций и про-

* Целью настоящей главы является не изучение математической теории эксперимента, а обучение студентов (при проведении исследований) методике планирования по полному факторному эксперименту (ПФЭ) и методу Бокса — Уилсона.

дуктов имеет реальный смысл, то нужно рассмотреть $3{,}36 \cdot 10^{13}$ вариантов схем, что выполнить невозможно. Исследователю необходимо иметь также полную априорную информацию * и интуицию в поиске направления исследования.

В начале 20-х годов английский статистик Рональд Фишер впервые разработал и доказал целесообразность метода одновременного варьирования всеми факторами, влияющими на результаты исследований в области прикладных наук. Практически применили его в 1951 г. Бокс и Уилсон. По этому методу исследователь должен ставить последовательные небольшие серии опытов, в каждой из которых одновременно варьируются по определенным правилам все факторы. Организуются они таким образом, чтобы после математической обработки предыдущей можно было выбрать условия проведения (т. е. спланировать) следующую серию, что в конечном итоге позволит выйти в область оптимума.

В настоящее время разработаны и другие методы: полного факторного эксперимента (ПФЭ) и дробной реплики, планирования эксперимента в «почти стационарной области», симплексного планирования и др. Начатые в 1960 г. под руководством проф. В. В. Налимова работы в области теории и практического применения планирования эксперимента при исследовании успешно развиваются и достигли такого уровня, при котором возможно появление новой научной дисциплины — математической теории эксперимента.

3.2. Планирование исследования по методу полного факторного эксперимента

Нередко исследования сводятся к решению экстремальных задач, направленных на отыскание оптимальных условий протекающего процесса, например, на новом месторождении при разработке режима флотации руды имеют не типичные для них вкрапленность и минералогический состав. Требуется получить при максимальном извлечении оптимальный выход концентрата с высоким содержанием металла.

Существуют два различных подхода к решению многофакторных экстремальных задач.

---

* Априорной называют информацию, известную исследователю до постановки эксперимента (доопытная), дающую возможность выбрать экспериментальную область — условия эксперимента.

I. Нахождение оптимальных условий процесса флотации при всестороннем раскрытии механизма взаимодействия реагентов с поверхностью минералов и изучении вещественного состава руды. На основании этого можно попытаться создать теорию процесса, с помощью которой будут решаться все экстремальные задачи. Несмотря на большие достижения в области создания теории флотации, описывающую многокомпонентную систему, разработать и получить оптимум теоретическим путем не представляется возможным. Поставленная задача, как правило, решается экспериментально. II. В последние 25... 30 лет в нашей стране начала развиваться математическая теория экстремальных экспериментов, дающих возможность выбрать оптимальный план и схему проведения исследования при неполном знании процесса. Развитие математической статистики, особенно после того как в регрессионный анализ было введено планирование эксперимента, помогло осуществить новый подход к исследованию. В нем математическим методам отводится основная роль.

На математическом языке задачи планирования эксперимента формулируются так: на каждом этапе исследования нужно выбрать оптимальные расположения точек в так называемом факторном пространстве *. Это позволит найти направление движения к той области, где условия протекания процесса оптимальны. В дальнейшем, при необходимости получения полного представления о поверхности отклика ее аппроксимируют полиномами второго и третьего порядка. Основная задача планирования эксперимента — возможность оптимально управлять им без знания условий протекания процесса, что, в свою очередь, значительно повышает достоверность лабораторных исследований и сокращает их время. А главное, позволяет создать математическую модель сложных технологических процессов.

Задача на математическом языке выглядит так. Нужно получить представление о функции отклика — выходной величине

$$Y = F(X_1 X_2 \ldots X_n),$$

где Y — параметр процесса, подлежащий оптимизации (в нашем примере ε — извлечение); X_1, X_2, ..., X_n — параметры, которыми можно варьировать при постановке экс-

* Факторы — входные независимые переменные, факторное пространство — область существования фактора.

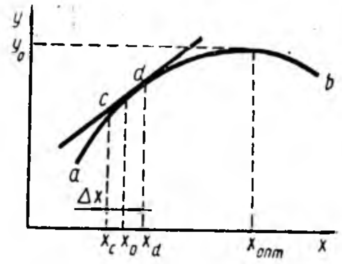

Рис. 3.1. Одномерная функция отклика

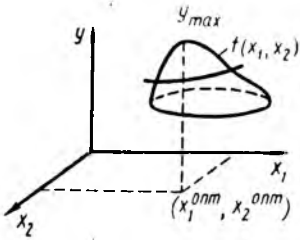

Рис. 3.2. Геометрическое представление функции вида $y=f(x_1, x_2)$

перимента (в нашем примере плотность пульпы, расход реагентов, время флотации и т. д.).

Пусть $X_1, X_2, X_3, ..., X_n$ есть факторы, а координатное пространство с координатами $X_1, X_2, X_3, ..., X_n$ есть факторное пространство. Геометрическое представление о функции отклика будем называть поверхностью отклика.

Если на процесс влияет только один фактор, то аналитически его можно представить в виде уравнения $y=f(x_1)$.

Геометрически изменение параметра оптимизации этой функции представлено на рис. 3.1 в виде кривой *аб*. Тогда экстремуму ее отклика соответствуют координаты y_0, $x_{опт}$, и планирование эксперимента нецелесообразно.

При двух факторах функция отклика выглядит в виде уравнения

$$y=f(x_1, x_2).$$

На рис. 3.2 она преставлена как поверхность в трехмерном пространстве.

В случае большего числа факторов функцию отклика можно выразить уравнением

$$y=f(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n).$$

Геометрическое представление этой функции невозможно. При исследовании процессов добычи и переработки полезных ископаемых аналитический вид функции неизвестен, поэтому необходимо найти аппроксимирующую функцию.

Для одного фактора она имеет вид

$$y=b_0+b_1x_1 \ \ldots \qquad (3.1)$$

Уравнение аппроксимирующей функции в виде полинома второй степени для двух и n факторов выглядит так:

$$y=b_0+b_1x_1+b_2x_2+b_{1,2}x_{1,2}+b_1x_1^2+b_2x_2^2 \ldots \qquad (3.2)$$

Исследователя при двух факторах не интересует подобное изучение зависимости параметра оптимизации от факторов в отдалении от экстремальной точки, поэтому поверхность отклика на небольшом участке аппроксимируется гиперплоскостью. В этом случае уравнение имеет вид

$$y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 \ \ldots \qquad (3.3)$$

3.3. Методика планирования по полному факторному эксперименту или план 2^K

Планирование эксперимента основано на следующих положениях:

существует единственное оптимальное соотношение факторов, при котором функция цели имеет максимальное (минимальное) значение;

при изменении значений факторов функция цели изменяется непрерывно.

Одним из методов планирования является оптимальный двухуровневый план, когда условия опыта представляют собой фиксированное значение уровней для каждого фактора *. Если эксперименты проводятся только на двух уровнях и при этом в процессе эксперимента осуществляются все комбинации из К факторов, то постановка опытов по такому плану носит название полного факторного эксперимента (ПФЭ или план 2^K). Он позволяет свести до минимума число опытов и одновременно выявить оптимальное значение функций.

Уровни факторов представляют собой в этом случае границы исследуемой области по данному технологическому фактору.

Для составления плана исследований или матрицы планирования необходимо определить:

1. Основной уровень (центр плана) для любого фактора (z_1^0)

$$z_1^0 = \frac{z_1^{max} + z_1^{min}}{2}. \qquad (3.4)$$

2. Интервал варьирования

$$\Delta z_1 = \frac{z_1^{max} - z_1^{min}}{2}. \qquad (3.5)$$

---

* Абсолютное значение переменного фактора, выбранное на основании априорных данных.

3. От системы координат $z_1, z_2, \ldots, z_n$ следует перейти к новой безразмерной системе координат: $x_1, x_2, \ldots, x_n$. Формула перехода

$$x_i = \frac{z_i^0 - z_1^0}{2}; \quad i = 1, 2, \ldots, k. \qquad (3.6)$$

Рассмотрим планирование эксперимента на следующем примере. Требуется изучить влияние на выход флотационного концентрата медной руды трех факторов: расхода ксантата Т в диапазоне 100—200 г/т, плотности пульпы Р = 20—60 % и времени флотации t, равном 10—30 мин. Верхний уровень по расходу ксантата $z_1^{max} = 200$ г/т, а нижний — $z_1^{min} = 100$ г/т. Тогда центр плана или основной уровень $z_1^0 = \frac{200 + 100}{2} = 150$.

Находим единицу варьирования или интервал планирования

$$\Delta z_1 = \frac{200 - 100}{2} = 50.$$

В безразмерной системе координат верхний уровень составит +1, нижний —1.

В нашей задаче число переменных факторов К=3, а число возможных комбинаций из трех факторов на двух уровнях

$$N = 2^3 = 8. \qquad (3.7)$$

План проведения эксперимента запишем в виде табл. 3.1, которая называется «матрицей планирования». В графы 2, 3, 4 записываются возможные комбинации для 8 опытов по переменным факторам: расходу ксантата, плотности пульпы и времени флотации. Для заполнения графы 5 находим значение

$$x_1' = \frac{100 - 150}{50} = -1; \qquad x_2' = \frac{200 - 150}{50} = +1;$$

$$x_3' = \frac{100 - 150}{50} = -1; \qquad x_4' = \frac{200 - 150}{50} = +1;$$

$$x_5' = \frac{100 - 150}{50} = -1; \qquad x_6' = \frac{200 - 150}{50} = +1;$$

$$x_7' = \frac{100 - 150}{50} = -1; \qquad x_8' = \frac{200 - 150}{50} = +1;$$

Таблица 3.1. **Матрица планирования**

Значение факторов в натуральном масштабе				Значение факторов в безразмерной системе координат			Выход, %
1	2	3	4	5	6	7	8
$N_{оп}$	z_1	z_2	z_3	x'_1	x''_2	x'''_3	y
1	100	20	10	−1	−1	−1	2
2	200	20	10	+1	−1	−1	6
3	100	60	10	−1	+1	−1	4
4	200	60	10	+1	+1	−1	8
5	100	20	30	−1	−1	+1	10
6	200	20	30	+1	−1	+1	18
7	100	60	30	−1	+1	+1	8
8	200	60	30	+1	+1	+1	12

Значения для графы 6 получим таким образом:

$$z_2^0 = \frac{z_2^{\max} + z_2^{\min}}{2} = \frac{60 + 20}{2} = 40;$$

$$\Delta z_2 = \frac{z_2^{\max} - z_2^{\min}}{2} = \frac{60 - 20}{2} = 20;$$

$$x''_1 = \frac{20 - 40}{20} = -1; \qquad x''_2 = \frac{20 - 40}{20} = -1;$$

$$x''_3 = \frac{60 - 40}{20} = +1; \qquad x''_4 = \frac{60 - 40}{20} = +1;$$

$$x''_5 = \frac{20 - 40}{20} = -1; \qquad x''_6 = \frac{20 - 40}{20} = -1;$$

$$x''_7 = \frac{60 - 40}{20} = +1; \qquad x''_8 = \frac{60 - 40}{20} = +1.$$

Для заполнения графы 7

$$z_3^0 = \frac{z_3^{\max} + z_3^{\min}}{2} = \frac{30 + 10}{2} = 20;$$

$$\Delta z_3 = \frac{z_3^{\max} - z_3^{\min}}{2} = \frac{30 - 10}{2} = 10;$$

$$x'''_1 = \frac{10 - 20}{10} = -1; \qquad x'''_2 = \frac{10 - 20}{10} = -1;$$

Таблица 3.2. **Матрица планирования с фиктивной переменной**

$N_{оп}$	x_0	x_1	x_2	z_3	y
1	+1	−1	−1	−1	2
2	+1	+1	−1	−1	6
3	+1	−1	+1	−1	4
4	+1	+1	+1	−1	8
5	+1	−1	−1	+1	10
6	+1	+1	−1	+1	18
7	+1	−1	+1	+1	8
8	+1	+1	+1	+1	12

$$x_3''' = \frac{10-20}{10} = -1;$$

$$x_4''' = \frac{10-20}{10} = -1;$$

$$x_5''' = \frac{30-20}{10} = +1;$$

$$x_6''' = \frac{30-20}{10} = +1;$$

$$x_7''' = \frac{30-20}{10} = +1;$$

$$x_8''' = \frac{30-20}{10} = +1.$$

В графу 8 записываем выходы концентрата y, полученные в результате реализации плана экспериментов. Для составления линейного уравнения регрессии (уравнения, которому адекватен исследуемый процесс флотации) необходимо записать кодированную матрицу и результаты эксперимента, введя так называемую фиктивную переменную — $x_0=1$ (табл. 3.2).

Линейное уравнение регрессии для этого случая имеет вид

$$y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 \ldots \quad (3.8)$$

Следует найти коэффициенты при x_1, x_2, x_3 и свободный член. Любой коэффициент уравнения регрессии определяется скалярным произведением столбца y на соответствующий столбец x, деленный на число опытов:

$$\mathrm{B}_i = \frac{1}{N}\sum y_i x_i;\ i = 1, 2, \ldots, n. \quad (3.9)$$

Пользуясь матрицей планирования с фиктивной переменной, вычисляем коэффициенты регрессии линейного уравнения

$$\begin{bmatrix} -1 \\ +1 \\ -1 \\ +1 \\ -1 \\ +1 \\ -1 \\ +1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 2 \\ 6 \\ 4 \\ 8 \\ 10 \\ 18 \\ 8 \\ 12 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ +6 \\ -4 \\ +8 \\ -10 \\ +18 \\ -8 \\ +12 \end{bmatrix}$$

$$\sum_{i=1}^{N=8} y_1x_1 = -2+6-4+$$

$$+8-10+18-8+12=20;$$

$$B_1 = \frac{20}{8} = 2{,}5.$$

Аналогично получаем $B_0=8,5$; $B_2=-0,5$; $B_3=+3,5$.

Линейное уравнение регрессии после определения коэффициентов имеет слеующий вид:

$$y = 8,5 + 2,5x_1 - 0,5x_2 + 3,5x_3.$$

Рассмотрим также уравнение регрессии с коэффициентами взаимодействия

$$y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + b_{1,2}x_1x_2 + \\ + b_1x_1x_3 + b_{2,3}x_2, x_3 + b_{1,2,3}x_1, x_2, x_3. \quad (3.10)$$

Для определения коэффициентов $b_{1,2}$ (эффективность двойного взаимодействия) и $b_{1,2,3}$ (эффект тройного взаимодействия) необходимо расширить матрицы (табл. 3.3).

Так, чтобы узнать значения коэффициента $b_{1,2}$, надо данные граф 6 и 10 перемножить

$$\begin{bmatrix} +1 \\ -1 \\ -1 \\ +1 \\ +1 \\ -1 \\ -1 \\ +1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 2 \\ 6 \\ 4 \\ 8 \\ 10 \\ 18 \\ 8 \\ 12 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +2 \\ -6 \\ -4 \\ +8 \\ +10 \\ -18 \\ -8 \\ +12 \end{bmatrix}$$

$$\sum_{i=1}^{N=8} y_1(x_1x_2) = 2 - 6 - 4 + \\ + 8 + 10 - 18 - 8 + 12 = -4;$$

$$b_{1,2} = \frac{\sum_1^8 y(x_1x_2)}{N} = \\ = \frac{-4}{8} = -0,5.$$

Остальные коэффициенты определяются аналогично

$$b_{1,3} = +0,5; \ b_{2,3} = -1,5; \ b_{1,2,3} = -0,5.$$

Таблица 3.3. **Развернутая матрица планирования**

№ опыта	x_0	x_1	x_2	x_3	x_1x_2	$x_1 x_3$	$x_2 x_3$	$x_1 x_2 x_3$	y
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	+1	−1	−1	−1	+1	+1	+1	−1	2
2	+1	+1	−1	−1	−1	−1	+1	+1	6
3	+1	−1	+1	−1	−1	+1	−1	+1	4
4	+1	+1	+1	−1	+1	−1	−1	−1	8
5	+1	−1	−1	+1	+1	−1	−1	+1	10
6	+1	+1	−1	+1	−1	+1	−1	−1	18
7	+1	−1	+1	+1	−1	−1	+1	−1	8
8	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	12

Теперь уравнение регрессии примет вид

$$y = 8{,}5 + 2{,}5x_1 - 0{,}5x_2 + 1{,}5x_3 - 0{,}5x_1x_2 + $$
$$+ 0{,}5x_1x_3 - 1{,}5x_2x_3 - 0{,}5x_1x_2x_3.$$

В дальнейшем необходимо провести статистический анализ полученного уравнения, т. е. определить значимость всех коэффициентов регрессии, а также проверить, насколько полученная математическая модель описывает исследуемый процесс флотации, т. е. адекватно ли уравнение регрессии. Первое проверяется по критерию Стьюдента, второе — по критерию Фишера.

3.4. Проверка значимости коэффициентов и адекватности модели

Последовательность методики проверки значимости коэффициентов регрессии такова:

каждый эксперимент содержит элемент неопределенности, вследствие ограниченности материала;

по критерию Стьюдента после выполнения плана эксперимента необходимо поставить повторные (параллельные) опыты.

Однако и это не дает результатов, полностью совпадающих с предварительными, так как всегда существует ошибка опыта (ошибка эксперимента). Оценить ее нужно по дополнительным опытам. Параллельные опыты воспроизводятся при соблюдении одинаковых условий и затем определяется среднее арифметическое y всех результатов

$$\bar{y} = \frac{y_1 + y_2 + \ldots + y_n}{n} = \frac{\Sigma\, y_1}{n}. \qquad (3.11)$$

Наличие отклонений свидетельствует об изменчивости значений повторных опытов, которую определяют, используя дисперсию S^2, т. е. среднее значение квадрата отклонений величины от ее среднего значения:

$$S^2 = \frac{\sum\limits_1^n (y_q - \bar{y})^2}{n-1}, \qquad (3.12)$$

где $(n-1) = f$ — число степеней свободы равно количеству опытов минус единица: y_q — результаты отдельных опытов.

$$S = \sqrt{\frac{\sum\limits_1^n (y_q - \bar{y})^2}{n-1}}. \qquad (3.13)$$

Корень квадратный из дисперсий называется средним квадратическим отклонением, квадратичной ошибкой или стандартом (см. 3.13).

Дисперсия и стандарт — это меры рассеивания, изменчивости опыта. Было рассмотрено, как подсчитывается дисперсия в каждом опыте, но матрица планирования состоит из серии опытов. Поэтому необходимо установить дисперсию экспериментов, т. е. определить дисперсию воспроизводимости опыта $S^2_{\text{воспр}}$.

При подсчете квадрата разности между значением y_q в каждом опыте и средним значением из n повторных наблюдений — $\bar{y}$ нужно просуммировать по числу опытов в матрице N и затем разделить на $N\ (n-1)$.

Чтобы узнать $S_{\text{воспр}}$, применяют формулу

$$S^2_{\text{воспр}} = \frac{\sum_1^N \sum_1^n (y_{iq} - \bar{y}_i)^2}{N(n-1)}, \tag{3.14}$$

где $i = 1, 2, \ldots, N$; $q = 1, 2, \ldots, n$.

Для определения ошибки были поставлены, соблюдая все условия первичных опытов, три дополнительных.

В результате опытов получен следующий результат:

$$y_1^0 = 8; \quad y_2^0 = 9; \quad y_3^0 = 8 \cdot 8.$$

Находим среднеарифметическое опытов

$$\bar{y} = \frac{\sum_1^n y_i}{n} = \frac{8 + 9 + 8{,}8}{3} = 8{,}6.$$

Для измерения изменчивости повторных опытов определим дисперсию S^2

$$S^2 = \frac{\sum_1^n (y_{iq} - \bar{y})^2}{n-1} = \frac{(8 - 8{,}6)^2}{2} + \frac{(9 - 8{,}6)^2}{2} + \frac{(8{,}8 - 8{,}6)^2}{2} =$$

$$= \frac{0{,}36}{2} + \frac{0{,}16}{2} + \frac{0{,}04}{2} = \frac{0{,}56}{2} = 0{,}28.$$

Теперь узнаем дисперсию воспроизводимости всей матрицы

$$S^2_{\text{воспр}} = \frac{\sum_1^N \sum_1^n (y_q - \bar{y})^2}{N(n-1)} = \frac{8 \cdot 0{,}56}{8(3-1)} = 0{,}28;$$

$$S_{\text{воспр}} = \sqrt{0{,}28} = 0{,}53.$$

Свойства составления диагональной матрицы (см. табл. 3.3) таковы: диагональные элементы равны между собой, поэтому все уравнения регрессии определяются с одинаковой точностью:

$$S_{bi} = \frac{S_{\text{воспр}}}{\sqrt{N}}; \qquad S_{bi} = \frac{0{,}53}{\sqrt{8}} = 0{,}2. \qquad (3.15)$$

Находим значимость коэффициентов по критерию Стьюдента:

$$t_0 = \frac{[b_0]}{S_{bi}} = \frac{8{,}5}{0{,}2} = 42{,}5; \;\; t_1 = \frac{2{,}5}{0{,}2} = 12{,}5;$$

$$t_2 = \frac{0{,}5}{0{,}2} = 2{,}5;$$

$$t_3 = \frac{3{,}5}{0{,}2} = 17{,}5; \;\; t_{1,2} = \frac{0{,}5}{0{,}2} = 2{,}5; \;\; t_{1,3} = \frac{0{,}5}{0{,}2} = 2{,}5;$$

$$t_{2,3} = \frac{1{,}5}{0{,}2} = 7{,}5; \qquad t_{1,2,3} = \frac{0{,}5}{0{,}2} = 2{,}5.$$

Для уровня значения $q = 0{,}05$ и числа степеней свободы $f = 2$ значение критерия Стьюдента по таблице будет 4,3.

Таким образом, коэффициенты b_2, $b_{1,2}$, $b_{1,3}$, $b_{1,2,3}$ незначимы и их следует исключить из уравнения, после чего оно примет вид

$$y = 8{,}5 + 2{,}5x_1 + 3{,}5x_3 - 1{,}5x_2x_3. \qquad (3.16)$$

Причины незначимости коэффициентов регрессии таковы:

интервал варьирования для данного фактора близок к почти стандартной области;

узок интервал варьирования, поэтому сильно влияющий фактор не оказывает своего влияния на процесс;

параметр оптимизации процесса не зависит от варьирования фактора.

Если имеет место первая или третья причина, значение фактора стабилизируется на определенном уровне, если вторая — увеличивают интервал варьирования.

3.5. Проверка уравнения на адекватность

После вычисления коэффициента модели проверяют ее пригодность, т. е. адекватность. Она обычно производится по критерию Фишера

$$F = S^2_{\text{ост}}/S^2_{\text{воспр}}. \qquad (3.17)$$

Дисперсия адекватности есть остаточная сумма квадратов, деленная на число степеней свободы, и определяется по формуле

$$S^2_{\text{ост}} = \frac{\sum\limits_1^N \Delta y_1^2}{f}. \qquad (3.18)$$

Здесь величина $\sum\limits_1^N \Delta y_1$ — остаточная сумма квадратов; f = число степеней свободы.

По уравнениям находим

$$f_1 = N - n - 1 = 8 - 3 - 1 = 4; \qquad (3.19)$$

$$f_2 = n - 1 = 3 - 1 = 2, \qquad (3.20)$$

где N, n — соответственно число предварительных и дополнительных опытов.

Примечание.

Определение $S^2_{\text{ост}}$ необходимо тогда, когда опыты в матрице планирования не дублируются и дисперсию адекватности устанавливают из параллельных опытов.

1. Если опыты во всех точках плана дублируются равномерно, то дисперсию адекватности надо умножать на n

$$S^2_{\text{ост}} = \frac{\sum\limits_{i=1}^N \Delta y_i^2}{f}. \qquad (3.21)$$

Здесь n — число повторных опытов.

2. В том случае, когда число параллельных опытов не одинаково (неравномерное дублирование), то нахождение $S^2_{\text{ост}}$ усложняется и его узнают по формуле

$$S^2_{\text{ост}} = \frac{\sum\limits_{i=1}^N n_i(\bar{y}_i - \hat{y})^2}{f}, \qquad (3.22)$$

где N — число различных опытов (строк матрицы); $\bar{y}$ — среднеарифметическое из ni параллельных опытов; y — предсказанные по уравнению значения в этом опыте; ni — число параллельных опытов в i-й строке матрицы.

По уравнению (3.15) и матрицы планирования (3.3) определяем для каждого опыта.

$$\hat{y}_1 = 8{,}5 - 2{,}5 - 3{,}5 - 1{,}5 = 1;$$

$$\hat{y}_2 = 8{,}5 + 2{,}5 - 3{,}5 - 1{,}5 = 6;$$

$$\hat{y}_3 = 8{,}5 - 2{,}5 - 3{,}5 + 1{,}5 = 4;$$

$$\hat{y}_4 = 8{,}5 + 2{,}5 - 3{,}5 + 1{,}5 = 9;$$

$$\hat{y}_5 = 8{,}5 - 2{,}5 + 3{,}5 + 1{,}5 = 11;$$

$$\hat{y}_6 = 8{,}5 + 2{,}5 + 3{,}5 + 1{,}5 = 16;$$

$$\hat{y}_7 = 8{,}5 - 2{,}5 + 3{,}5 - 1{,}5 = 8;$$

$$\hat{y}_8 = 8{,}5 + 2{,}5 + 3{,}5 - 1{,}5 = 13.$$

Остаточная сумма квадратов будет

$$\sum_{i=1}^{N} \Delta y_i^2 = (2-1)^2 + (6-6)^2 + (4-4)^2 + (8-9)^2 + (10-11)^2 + (18-16)^2 + (8-8)^2 + (12-13)^2 = 8.$$

Дисперсия адекватности (остаточная)

$$S^2_{\text{ост}} = \frac{\sum_{i=1}^{N} \Delta y_i^2}{f_2} = \frac{8}{2} = 4.$$

Находим критерий Фишера из выражения

$$F = \frac{S^2_{\text{ост}}}{S^2_{\text{воспр}}} = \frac{4}{0{,}28} = 14{,}3.$$

Табличные значения критерия Фишера для доверительной вероятности $p = 0{,}05$ и степени свободы $f_1 = n$ и $f_2 = 2$

$$F_{\text{т}}(f_1 f_2) = 14{,}3.$$

Так как

$$F < F_{\text{т}}(f_1 f_2);\ 14{,}3 < 19{,}3,$$

то уравнение (3.16) адекватно описывает проведенный эксперимент.

3.6. Метод крутого восхождения (метод Бокса — Уилсона)

При исследовании в области добычи и переработки полезных ископаемых для планирования эксперимента используют метод Бокса — Уилсона, или метод крутого восхождения. Его универсальность и вместе с тем простота позволяют получить статистические модели процессов, применяя факторное планирование, регрессивный анализ и движение по градиенту.

Метод крутого восхождения требует ряда предположений; задача допускает выбор одного параметра оптимизации; многие определяющие факторы заданы; каждый из факторов управляем; результаты опытов воспроизводимы; опыты равноценны; решается задача поиска оптимальных условий; математическая модель процесса неизвестна.

При планировании эксперимента выбирают параметр оптимизации, т. е. реакцию (отклик) на воздействие факторов, которые определяют поведение изучаемой системы.

Параметр оптимизации должен быть: эффективным, с точки зрения достижения цели; универсальным; количественным и выражаться одним числом; статистически эффективным; имеющим физический смысл, простым и легко вычислимым.

Установив его, находят факторы процесса, т. е. способы воздействия на объект. *Фактором* называется измеримая переменная величина, принимающая в некоторый момент времени определенное значение. При исследовании добычи и переработки полезных ископаемых при планировании всегда используются дискретные области применения факторов.

Факторное планирование в том виде, как оно изложено в предыдущем параграфе, может успешно приниматься только тогда, когда исследователь находится в оптимальной области. Новый подход к решению задач оптимального планирования экспериментов, предложенный Боксом и Уилсоном, предполагает сочетание движения по градиенту с методами факторного планирования. При этом достижение оптимума совершается кратчайшим путем и минимальным числом опытов.

Области, описываемые линейными уравнениями, определяют только направление движения к оптимуму. Если после проведения ПФЭ получена адекватная модель процесса, следует по кратчайшему пути (градиенту) приступить к достижению оптимума, отсюда и название метода — крутое восхождение.

Для движения по градиенту необходимо изменять факторы пропорционально их коэффициенту регрессии, причем в ту сторону, в которую указывает знак коэффициента. Произведение коэффициентов вычисляется на интервал варьирования. Фактор с максимальным произведением принимается за базовый и для него выбирается шаг варьирования. Пропорционально базовому определяются шаги варьирования и по другим факторам.

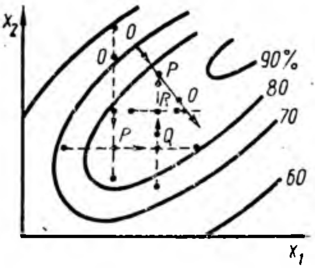

Рис. 3.3. Крутой путь подъема по поверхности отклика $y=f(x_1, x_2)$

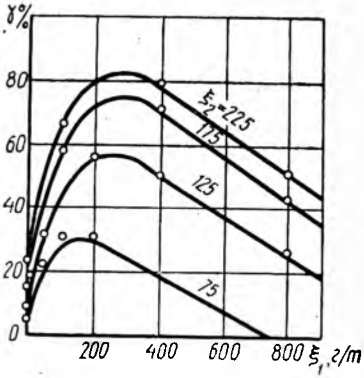

Рис. 3.4. Результаты экспериментального исследования флотации шеелитовой руды

На рис. 3.3 показан наиболее крутой путь подъема по поверхности отклика. Здесь нанесена кривая равного значения параметра оптимизации (например, выхода концентрата от 60—90 % для двух переменных X_1, X_2). Вначале необходимо фиксировать X_1 и двигаться из точки O в направлении переменной X_2, определяя точку P, соответствующую экстремальному значению параметра оптимизации (X_1, %). В точке P фиксируется переменная X_2 и начинается движение в направлении оси X_1, что позволяет найти точку Q. В окрестности точки Q необходимо поставить следующую серию экспериментов и выбрать новое направление движения. Так продолжается до тех пор, пока возможна аппроксимация модели плоскости.

3.7. Определение области оптимума методами планирования эксперимента

На рис. 3.4 представлены результаты экспериментального исследования флотации нефелиновой руды при влиянии двух переменных факторов: количества активатора ξ_1 и собирателя ξ_2. В качестве активатора применялся азотнокислый свинец, а собирателя — олеиновая кислота.

Линии равного выхода концентрата γ, %, полученные на основании данных путем нахождения точек пересечения линий, параллельных оси абсцисс, с экспериментальными кривыми, показаны на рис. 3.4.

Из рисунка видно, что y имеет максимум в области

$$y = 80\ \% = \text{const}.$$

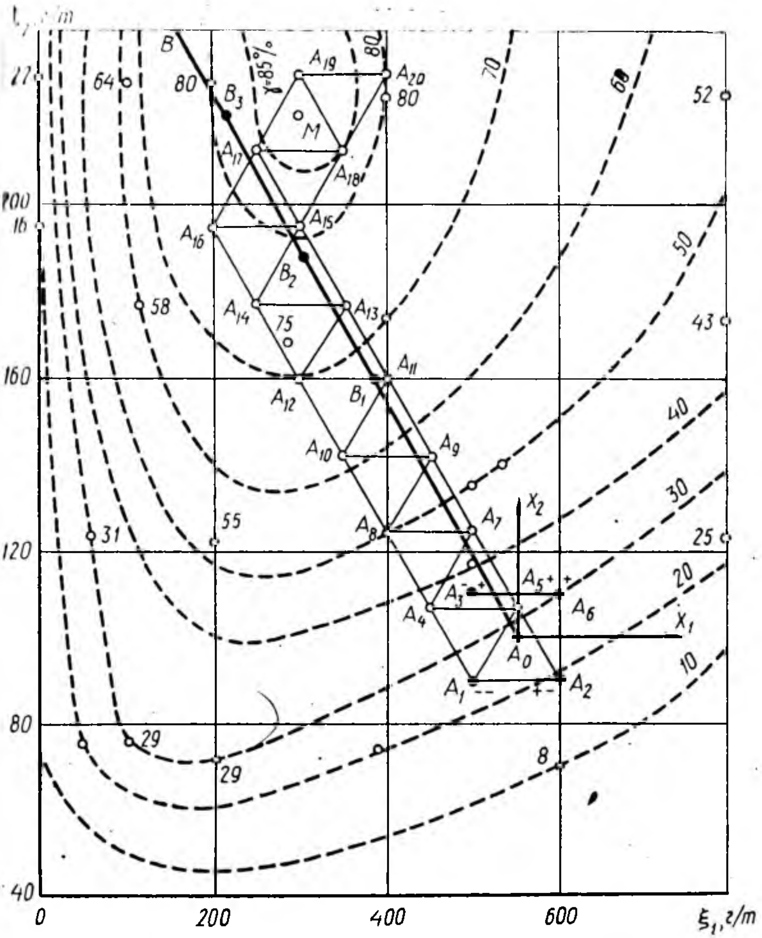

Рис. 3.5. Линии равного выхода концентрата

Для определения области оптимума по методу Бокса — Уилсона выбирается какая-либо точка A_0 на поверхности отклика, например с координатами $\xi_1=550$ г/т и $\xi_2=100$ г/т. При этом $y=27{,}6$ % (см. рис. 3.4). Исходные данные эксперимента вокруг точки A_0 приведены в табл. 3.4.

Была принята гипотеза об адекватном представлении результатов эксперимента полиномом первой степени в районе окрестности точки A_0. В этом случае

$$y=b_0+b_1x_1+b_2x_2.$$

Таблица 3.4. **Исходные данные эксперимента**

Показатели	X_1(ξ_1, г/т)	X_2(ξ_2, г/т)	y (y, %)
Основной уровень (точка A_0) ...	550	100	27,6
Нижний уровень −1	500	90	—
Верхний уровень +1	600	110	—
Интервал варьирования	— 50	— 10	— —

Таблица 3.5. **Матрица планирования**

Порядок опыта	Матрица планирования входных переменных		y		$\bar{y}_i$	y_i^*	σ_{yi}
	x_1	x_2	y_1	y_2			
Опыт 1 (точка A_1)	−1	−1	24,4	25,6	25,0	24,75	0,72
Опыт 2 (точка A_2)	+1	−1	18,2	17,8	18,0	18,25	0,08
Опыт 3 (точка A_3)	−1	+1	36,4	37,2	36,8	37,05	0,32
Опыт 4 (точка A_4)	+1	+1	31,0	30,2	30,6	30,45	0,32

На рис. 3.5 приведен план эксперимента. Матрица планирования представлена в табл. 3.5.

Предположим, что средние построчные значения y были получены по данным двух параллельных опытов ($m = 2$) y_1 и y_2.

Коэффициенты b_0, b_1 и b_2 вычисляются по формуле

$$b_i = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} y_i x_i; \; i = 1, 2, \ldots, n,$$

следовательно,

$$b_1 = \frac{1}{4}(-y_1 + y_2 - y_3 + y_4) =$$

$$= \frac{1}{4}(-25 + 18 - 36{,}8 + 30{,}6) = -3{,}30;$$

$$b_2 = \frac{1}{4}(-25 - 18 + 36{,}8 + 30{,}6) = +6{,}10;$$

$$b_0 = \frac{1}{4}(25 + 18 + 36{,}8 + 30{,}6) = 27{,}65.$$

С учетом найденных коэффициентов b_0, b_1, b_2 уравнение принимает следующий вид:

$$y = 27{,}65 - 3{,}30x_1 + 6{,}10x_2 \ldots \qquad (A)$$

Для того чтобы избежать систематической ошибки, порядок испытаний, приведенный в матрице планирования (см. табл. 3.4), выбирают по таблице случайных чисел. Такой прием называется рандомизацией.

В последнем столбце табл. 3.5 приведены значения построчных дисперсий, вычисленных по формуле (3.23). Например, для первой строки

$$\sigma_1^2 = \frac{\sum_{i=1}^{N} \sigma_i^2}{N}; \qquad (3.23)$$

$$\sigma_i^2 = \frac{(24{,}4 - 25)^2 + (25{,}6 - 25)^2}{2 - 1} = 0{,}72.$$

Дисперсия единичного измерения σ_y^2, вычисленная по формуле, составляет 0,36, а дисперсия среднего значения выходной величины y_i

$$\sigma_{\bar{y}_i}^2 = \frac{\sigma_{y_i}^2}{m} = \frac{0{,}36}{2} = 0{,}18. \qquad (3.24)$$

Ошибка эксперимента

$$\sigma_{\bar{y}} = \sqrt{\sigma_{y_i}^2} = \sqrt{0{,}18} = 0{,}425. \qquad (3.25)$$

Равноточность опытов проверяется по выражению (3.26)

$$G = \frac{\sigma_i^2 \max}{\sum_{i=1}^{N} \sigma_i^2} = \frac{0{,}72}{0{,}72 + 0{,}08 + 0{,}32 + 0{,}32} = 0{,}5. \qquad (3.26)$$

Поскольку $\sigma = 0{,}5 < \sigma_т = 0{,}9065$ при $f_1 = 4$ и $f_2 = 2 - 1 = 1$, то опыты равноточны, т. е. воспроизводимы. Следовательно, при планировании можно предсказать ожидаемые результаты эксперимента.

Оценка достоверности влияния каждого из входных факторов X_1 и X_2 производится по выражению (3.27). Для определения достоверности найденных коэффициентов используется критерий Стьюдента. Действие фактора X_1 является достоверным, если

$$\frac{b_i}{\sigma b_i} > t, \text{ где } \sigma^2 b_i = \frac{\sigma y^2}{N}. \qquad (3.27)$$

Коэффициент t берется из таблиц для доверительной вероятности $P=0{,}05$ и степени свободы $f=N-1=4-1=3$.

Адекватность аппроксимации результатов эксперимента гиперплоскостью проверяется по формуле (3.28)

$$F=\frac{\sigma^2 y_{\text{ад}}}{\sigma^2 y_i}, \tag{3.28}$$

где σ_{yi} вычисляется из равенства (3.29):

$$\sigma^2 y_i=\frac{\sigma^2 y}{m}, \tag{3.29}$$

и следовательно,

$$\sigma^2_{\text{ад}}=\frac{(25-24{,}75)^2+(18-18{.}25)^2+(36{,}8-37{,}05)^2+(30{,}6+30{,}45)^2}{4-(2+1)}=0{,}21,$$

тогда

$$\frac{\sigma^2 y_{\text{ад}}}{\sigma^2 y_i}=\frac{0{,}21}{0{,}18}=1{,}166.$$

Так как $F_{\text{т}}=200>F=1{,}166$, то аппроксимация адекватна. $F_{\text{т}}$ определено для доверительной вероятности $p=0{,}05$ и числа степеней свободы $f_1=N-(n-1)=1$ и $f_2=nm-1=2$.

Найденные коэффициенты b_1 и b_2 однозначно определяют направление градиента, так как представляют собой частные производные выходной переменной y по входным переменным X_1 и X_2 уравнения регрессии (А, с. 57).

На рис. 3.5 проекция градиента на плоскость $\xi_1 O \xi_2$ совпадает с лучом A_0B (она найдена согласно уравнению А). Если двигаться в направлении возрастания градиента (по линии A_0B), выходная переменная y должна также возрастать.

Реализуем следующий (пятый) опыт в направлении градиента на расстоянии одного шага (b_iS_i) от точки A_0:

$$\Delta\xi_1=b_iS_1=-33\cdot 5=-165 \text{ г/т};$$
$$\Delta\xi_2=b_2S_2=6{,}1\cdot 10=61 \text{ г/т}.$$

Значения коэффициента b_1 и b_2 берутся из уравнения (А), а величина интервала варьирования — из табл. 3.4. В результате эксперимента получим точку B_1 на плоскости $\xi_1 O \xi_2$ с координатами

$$\xi_2 b_1=550-165=365 \text{ г/т и } \xi_2 b_2=100+61=161 \text{ г/т}.$$

Выходная величина yb_1 в точке B_1 равна 67,0 %.

Так как выходная величина y возросла с 27,6 % в точке A_0 до 67 % в точке B_1, то производится еще один опыт в том же направлении (вдоль линии A_0B) на расстоянии 0,5 шага от точки B_1:

$$\Delta\xi_1 = 0{,}5b_1S_i = -82{,}5;$$

$$\Delta\xi_2 = 0{,}5b_2S_2 = 30{,}5.$$

Координаты точки B_2 составят: $\xi^1 b_2 = 385 - 82{,}5 = 302{,}5$ г/т и $\xi_2 b_2 = 161 + 30{,}5 = 191{,}5$. Выходная величина yb_2 в точке B_2 равна 79 %.

Проведем еще один опыт в том же направлении на расстоянии 0,5 шага от точки B_2. Получим точку B_3 с координатами $\xi_1 b_3 = 220$ г/т и $\xi_2 b_2 = 222$ г/т. Выходная величина yb_3 в точке B_3 равна 80,5 %.

При дальнейшем проведении экспериментов вдоль линии градиента A_0B выходная переменная y начнет убывать, что можно проследить на рис. 3.6. Из него же видно, что после седьмого опыта достигнуто почти оптимальное значение величины $y = 80{,}5$, находящейся вблизи точки М. Значит, для выхода в область оптимума потребовалось всего семь опытов. Если поставить серию уточняющих экспериментов в пределах почти стационарной области, то можно определить уравнение регрессии в виде параболы второго порядка.

Глава четвертая. МЕТОДИКА СТАТИСТИЧЕСКОЙ ОЦЕНКИ РЕЗУЛЬТАТОВ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

Основные приемы математической статистики, необходимые для обработки результатов экспериментов, полученных при проведении научно-исследовательских работ, и их последовательность следующие:

сбор экспериментальных данных при условии, что исходная предпосылка обеспечена взаимной независимостью результатов измерения;

проверка исходной предпосылки нормальности (не слишком ли резко распределение β отклоняется от нормального) и гипотезы относительно дисперсий изучаемых переменных;

нанесение экспериментальных данных на график, предварительный анализ полученного корреляционного поля, разбиение в случае большого n диапазонов изменения переменных на интервалы;

измерения степени тесноты связи (вычисление коэффициента корреляции $\bar{\eta}$ и корреляционного отношения $\hat{\rho}$), проверка гипотезы статистической зависимости связи;

установление общего вида регрессионной зависимости (прямолинейная, параболическая, степенная, показательная и т. д.);

исследование точности эмпирической регрессионной зависимости;

построение линии регрессии методом наименьших квадратов.

4.1. Элементы теории вероятностей

Математическая основа методов статистической обработки экспериментальных данных — теория вероятности, которая имеет дело с закономерностями, присущими случайным событиям. По определению, событие A случайно, если частота его появления N при многократном (n-кратном) воспроизведении некоторого комплекса условий S стремится к заданному числовому значению $P = P(A/S) \leqslant 1$, называемому «вероятностью» события A.

Гипотеза о существовании такого числа P, обусловленного характером связи между комплексом условий S и событием A, к которому частоты N оказываются тем ближе, чем больше число испытаний n, хорошо оправдывается для широкого класса явлений, которые в силу наличия у них этого свойства, принято называть вероятностно-случайными или стохастическими. Они образуют некоторый класс внутри множества всех явлений, характеризующихся «неопределенностью» в том смысле, что связанные с ними события могут либо происходить, либо не происходить при наличии комплекса условий S. Принято говорить, что этот класс явлений обладает «статистической устойчивостью», наличие которой необходимо всегда иметь в виду при использовании вероятностных законов. Соотношение, устанавливающее связь между возможными значениями случайной величины и соответствующими им вероятностями, называется *законом* или *функцией распределения.*

Интегральная функция распределения $F(x)$ выражает вероятность того, что выборочное значение случайной величины ξ окажется меньше некоторого предела, ограниченного x. Значит, вероятность события $\xi \leqslant x$. Дифференциальная функция распределения (плотность распределения вероятности) $f(x)$ характеризует вероятность попадания ξ в заданный интервал от x до $x+\Delta x$, т. е. вероятность события $x < \xi < x + \Delta x$. Обе эти функции связаны соотношением

$$\underset{+\infty}{F_{+}}(x) = \int_{-\infty}^{x} f(x)dx. \tag{4.1}$$

Причем

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1.$$

К важнейшим числовым характеристикам положения относятся математическое ожидание (среднее значение) M, а также мода M_0, дающая наиболсе вероятное значение случайной величины, и медиана Ml, указывающая значение случайной величины, соответствующее вероятности 0,5.

Математическое ожидание непрерывной величины выражается через плотность распределения

$$M = \int_{-\infty}^{+x} xf(x)dx, \tag{4.2}$$

а для дискретной случайной величины она является суммой произведений всех возможных значений на соответствующие им вероятности

$$M = \sum_{i=1}^{n} xp_i. \tag{4.3}$$

В общем случае математическое ожидание, медиана и мода случайной величины имеют различные значения. Они совпадают только для симметричных распределений. Характеристиками рассеяния, определяющими степень разброса значений случайной величины вокруг ее математического ожидания, служат центральные моменты различных порядков. Главной характеристикой является центральный момент второго порядка — дисперсия случайной величины

$$\mu_2 = \sigma^2. \tag{4.4}$$

Дисперсия дискретной случайной величины

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^{n} (x_i - M)^2 p_i, \tag{4.5}$$

а дисперсия непрерывной случайной величины

$$\sigma^2 = \int_{-\infty}^{+x} (x - M)^2 f(x)dx. \tag{4.6}$$

Корень квадратный из дисперсии называется средне-квадратичным отклонением: $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$ или стандартом Применяется также коэффициент вариации

$$v = \frac{\sigma}{M} 100\ \%. \qquad (4.7)$$

Центральный момент третьего порядка μ_3 используется для характеристики степени асимметрии распределения случайной величины относительно ее математического ожидания

$$\mu_3 = \sum_{i=1}^{n} (x_i - M)^3 p_i \qquad (4.8)$$

или

$$\mu_3 = \int_{-\infty}^{+x} (x - M)^3 f(x) dx. \qquad (4.9)$$

Для симметричного распределения $\mu = 0$. Если распределение асимметрично, то его значение отличается от нуля в положительную или отрицательную сторону тем сильнее, чем больше выражена асимметрия.

Из широкого множества различных видов функции $F(x)$ для приближенного описания эмпирических распределений на практике чаще всего используются нормальный, логарифмически нормальный и биномиальный законы распределения.

Нормальным законом распределения называется закон, для которого интегральная функция распределения имеет вид

$$F(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{(x-M)^2}{2\sigma^2}} dx. \qquad (4.10)$$

Параметрами распределения здесь являются математическое ожидание M и среднеквадратичное отклонение σ. Функция плотности нормального распределения выражается формулой

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-M)^2}{2\sigma^2}}. \qquad (4.11)$$

Кривая плотности нормального распределения симметрична относительно математического ожидания (гауссовский колокол) и, следовательно, M, M_0 и Ml совпадают между собой, а $\mu_3 = 0$.

Нормальное распределение возникает тогда, когда случайная величина может рассматриваться как сумма очень большого числа независимых случайных величин, влияние каждой из которых на эту сумму будет малым и равномерным.

Нормальному закону следуют распределения случайных ошибок измерений всякого рода химических и спектральных анализов, плотности, пористости и влажности горных пород и т. д. Он является предельным законом, к которому в определенных условиях сходятся многие другие распределения.

Распределение величины $\tau = \frac{x - M}{\sigma}$ с математическим ожиданием $M_\tau = 0$ и дисперсией $\sigma^2 = 1$ называется нормированным. Переход к нему заключается в переносе центра распределения в начало координат с выражением случайной величины в долях ее стандарта (среднеквадратического отклонения σ). Значения функции нормированного распределения $\Phi(\tau)$ табулированы (нормированная функция Лапласа).

Логарифмически нормальным (логнормальным) называется закон, при котором нормально распределены логарифмы значений случайной величины. Логнормальное распределение асимметрично и имеет положительный третий центральный момент. Его математическое ожидание, мода и медиана не совпадают, причем $M_0 < Ml < M$. Функция плотности выражается формулой

$$f(\ln x) = \frac{1}{\sigma \ln x \sqrt{2}} e^{\frac{(\ln x - M \ln x)^2}{2\sigma^2 \ln x}}. \qquad (4.12)$$

Условия возникновения этого закона, как и нормального, определяются равномерной малостью независимых слагаемых в сумме. Однако в качестве таких слагаемых здесь должны рассматриваться логарифмы случайной величины. Поэтому проявление логнормальности связано с эффектом пропорционального влияния отдельных составляющих случайных факторов (эффект мультипликативности).

А. Н. Колмогоровым было показано, что логарифмически нормально распределяется диаметр частиц при дроблении их в различных процессах измельчения, что затем подтвердилось экспериментами. Кроме того, логнормальное распределение свойственно содержаниям редких элементов и минералов в горных породах, цветных металлов в рудах, абсолютным отметкам горного рельефа и др.

Биномиальное распределение используется для описания таких явлений или объектов, изучение которых дает в результате каждого испытания либо событие A, либо событие B. При проведении n независимых испытаний число появлений события A выразится случайной величиной x, а при проведении неограниченно большого количества серий по n испытаний в каждой среднее значение величины x/n (т. е. частота появления события A) будет соответствовать p-вероятности события A. Вероятность альтернативного события B равна $g = 1 - p$. Биномиальный закон распределения описывает совокупность вероятностей случайной величины x при $x = 0, 1, 2$ и фиксированных количеств испытаний n. Это важный пример дискретного распределения. Величины n и p называются параметрами биномиального распределения, а вероятность события x определяется из формулы

$$p_n(x) = c_n^x\ p^x\ g^{n-x} = c^x p^x (1 - p), \qquad (4.13)$$

где c_n^x — число сочетаний из n по x, т. е.

$$c_n^x = \frac{n!}{x!(n-x)!}. \qquad (4.14)$$

Математическое ожидание $M = np$; дисперсия $\sigma^2 = np(1 - n)$. С увеличением n биномиальное распределение стремится к нормальному.

Закон находит применение в теории надежности, при статистическом контроле качества, выборочном обследовании и во многих других областях. Рассмотрим типичный пример его использования.

Промышленная продукция определенного вида изготавливается крупными партиями. Из каждой произвольно выбирается 20 изделий и она принимается при содержании в выборке не более трех дефектных изделий. Какова же вероятность принятия партии, если в процессе производства в среднем 10 % изделий получаются дефектными? Эту задачу можно сформулировать иначе: какова вероятность появления не более трех успешных исходов в 20 независимых испытаниях Бернулли (с вероятностями исходов p и g), если вероятность успешного исхода при одном испытании составляет 0,1? По формуле (4.13) при $p = 0{,}1$ и $n = 20$ получаем

$$p(x \leqslant 3) = \sum_{x=0}^{3} c_{20}^x (0{,}1)^x \cdot (0{,}9)^{20-x} = 0{,}867.$$

Вспомним и используем еще два вида распределений. Пусть $\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n$ — набор независимых, одинаково нормально распределенных случайных величин с параметрами $\mu = 0$, $\sigma = 1$. ξ_0 — также распределенная величина. Тогда новая случайная величина

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{n} \xi_i^2 \tag{4.15}$$

имеет функцию «распределения *хи*-квадрат», определяемую выражением

$$P(\chi^2 < x) = \frac{1}{2^{\frac{n}{2}} \Gamma\left(\frac{n}{2}\right)} \int_0^x v^{\frac{n}{2} - 1} e^{-\frac{v}{2}} \, dv, \tag{4.16}$$

где $\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)$ — гамма-функция.

Для другой новой случайной величины

$$\tau = \frac{\xi_0}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n} \xi_i^2}} \tag{4.17}$$

имеет место «распределение Стьюдента» вида

$$p(\tau < t) = \frac{\Gamma\left(\frac{n+1}{2}\right)}{\sqrt{n\pi}\, \Gamma\left(\frac{n}{2}\right)} \int_{-\infty}^{t} \left(1 - \frac{v^2}{2}\right)^{-\frac{n+1}{2}} dv. \tag{4.18}$$

Оба распределения находят, используя только один параметр, который называется числом степеней свободы. Указанные функции табулированы, и их таблицы имеются во многих учебниках математической статистики.

4.2. Проверка гипотезы о нормальном распределении

Выбор вида одномерной статистической модели заключается в подборе теоретического распределения, наилучшим образом описывающего закономерности, наблюдаемые в эмпирическом ряду. Взяв некоторую модель, решают вопрос о согласованности ее теоретического распределения с эмпирическим распределением выборочных значений случайной величины. Они считаются согласующимися, если расхождение между ними можно отнести за счет случайного различия, обусловленного случайностью самой выборки. Поскольку для нормального распределения значения числовых характеристик $A\frac{\mu_3}{\sigma_3}$ и $E=\frac{\mu_4}{\sigma_4}-3$ равны нулю, то выборочные могут быть использованы для оценки согласованности эмпирического распределения с нормальным. Этот метод удобен при проверке гипотезы о законе распределения по выборкам среднего (30—50 наблюдений) объема.

Пример. Предположим, были произведены замеры диаметра буровой штанги. При разделении на интервалы (их было принято 10) получен следующий статистический ряд распределения, в мм:

24,80 24,85	24,85 24,90	24,90 24,95	24,95 25,0	25,0 25,5	25,05 25,10	25,10 25,15	25,15 25,20	25,20 25,25	25,25 25,30
2	8	15	20	38	24	19	17	10	7

Необходимо сравнить это распределение с нормальным. Первый метод — с помощью нормированных величин (центральных моментов инерции) (табл. 4.1)

$$\bar{x}=\frac{\sum m_i x_i}{\sum x_i}=\frac{4008\cdot 95}{160}=250;$$

$$S=\sqrt{\frac{5\cdot 809}{160}}=\sqrt{0,0363}=0,191;$$

$$A=\frac{0,806}{0,1913}=116;\ E=\frac{0,261}{0,1914}-3=193.$$

Таблица 4.1. **Результаты расчета центральных моментов инерции**

Середина интервала x_i	m_i	$m_i\ x_i$	$x_i-\bar{x}$	$m_i\ (x_i-\bar{x})^2$	$m_i\ (x_i-\bar{x})^3$	$m_i\ (x_i-\bar{x})^4$
24,825	2	49,65	−0,175	0,762	−0,133	0,023
24,875	8	199,00	−0,125	0,388	−0,048	0,006
24,925	15	373,875	−0,075	0,140	−0,011	0,000
24,975	20	499,600	−0,25	0,016	−0 004	0,000
25,025	38	950,500	+0,025	0,016	−0,004	0,000
25,075	24	601,800	+0,075	0,141	0,011	0,000
25,125	19	477,375	0,125	0,992	0,049	0,006
25,175	17	427,975	0,175	0,770	0,135	0,024
25,225	10	252,250	0,225	1,280	0,288	0,065
25,275	7	176,925	0,275	1,910	0,525	0,144
	160	4008,95		5,809	0,806	0,268

Таблица 4.2. **Результаты расчета начальных моментов инерции**

x_i	m_i	$m_i\ x_i$	$m_i\ x^2_i$	$m_i\ x^3_i$	$m_i\ x^4_i$
24,825	2	49,65	1230	30500	755000
24,825	8	199,00	4950	123000	3060000
24,925	15	373,875	9300	232000	5750000
24,925	20	499,600	12500	312500	782500
25,025	38	950,500	23800	595000	14850000
25,075	24	601,800	15100	378000	9500000
25,125	19	477,375	11950	300000	7530000
25,175	17	427,975	10800	272000	6850000
25,225	10	252,250	6350	160000	4010000
25,275	7	176,925	4500	113500	2870000
Итого:	160	4008,95	100480	2517500	88850000

Как видим, распределение резко отличается от нормального. Второй метод — сравнение с помощью начальных моментов инерции (табл. 4.2); $x = 25$. Дисперсия

$$S^2 = \frac{\Sigma\, m_i x_i}{m_i} - x^2 - 625 = 627 - 625 = 2;$$

$$S = \sqrt{2} = 1{,}41.$$

Находим

$$A = \frac{250}{1{,}41^3} = 89;\ \mu_4 = \alpha_4 - 4\alpha_3 x + 6\alpha_2 (x)^2 - 3(\bar{x})^4.$$

$$\mu_4 = \frac{88\,860\,000}{160} - 4\cdot 15\,700\cdot 25 + 6\cdot 627\cdot 25^2 - 3\cdot 25^4 =$$

$$= 555\,000 - 1\,570\,000 + 2\,350\,000 - 1\,170\,000 = 165\,000.$$

$$E = \frac{165\,000}{1{,}41^4} - 3 = 286.$$

Расхождение в величинах A и E объясняется решением задачи на линейке. Знаки те же и величины далеки от нуля. Следовательно, наблюдается резкое отличие от нормального закона распределения.

Наиболее точно и полно задача о согласованности данного эмпирического распределения с некоторым теоретическим решается с помощью критерия Пирсона $\varkappa^2$. Сначала вычисляются частоты теоретического распределения. Его параметры M и σ^2 равны значениям этих параметров данного эмпирического распределения. Затем частоты, наблюдаемые в обоих распределениях, сравниваются. Гипотеза о согласовании распределений принимается, если вычисленное значение $\varkappa^2$ оказывается меньше табличного для заданной доверительной вероятности и при данном числе степеней свободы. И отвергается тогда, когда оно больше. Критерий $\varkappa^2$ может применяться только для выборок значительного объема (60 и больше значений).

4.3. Способы определения принадлежности двух выборок к одной генеральной совокупности

Такая задача возникает при двойных испытаниях одной детали, узла или машины в разнородных условиях (например, при исследовании продукции одного станка при разных настройках, бурении одинаковым резцом в разных породах и т. д.).

Сравнение двух экспериментальных выборок большого объема (более 100). Имеются выборки объемов N_1 и N_2 с неизвестными распределениями частот. Требуется определить, являются ли они выборками одной генеральной совокупности, т. е. можно ли объединить результаты экспериментов для совместного рассмотрения.

Чтобы решить задачи, обе выборки разделяют на равные интервалы и устанавливают частоту интервала. Для сравнения пользуются критерием Пирсона, который для данного случая вычисляется по формуле

$$\varkappa^2 = N_1 N_2 \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{m_i' + m_i''} \left(\frac{m_i'}{N_1} - \frac{m_i''}{N_2} \right). \qquad (4.19)$$

Если $N_1 = N_2$, то тогда

$$\varkappa^2 = \sum_{i=1}^{n} \frac{(m_i' - m_i'')^2}{m_i' + m_i''}.$$

Пример. Предположим, надо установить износ резцов в миллиметрах на погонный метр шпура в двух условиях (табл. 4.3). В первой серии испытаний сделали 200, во второй — 100 экспериментов.

Определяем критерий Пирсона $\varkappa^2 = 200 \times 100 \times \times 0{,}000234 = 4{,}68$. По таблице распределения $\varkappa^2$ для числа степеней свободы $K = 14 - 1 = 13$ находим:

$$p(\varkappa^2) = 0{,}975,\ \alpha = 0{,}05,$$

т. е. обе выборки принадлежат к одной генеральной совокупности.

Таблица 4.3. **Промежуточные результаты статистической обработки данных об износе резцов**

№ п/п	Интервалы	m'_i	m''_i	$m'_i + m''_i$	$\frac{m'_i}{N_1}$	$\frac{m''_i}{N_2}$	$\left(\frac{m'_i}{N_1} - \frac{m''_i}{N_2}\right)$	$\frac{\left(\frac{m'_i}{N_1} - \frac{m''_i}{N_2}\right)}{m'_i + m''_i}$
1	0,01—0 03	3	1	4	0,015	0,010	0,00025	0,000060
2	0,03—0,05	8	5	13	0,040	0,050	0,00010	0,000008
3	0,05—0,07	11	8	19	0,055	0,080	0,000625	0,000033
4	0,07—0,09	20	12	32	0,100	1,120	0,00040	0,000012
5	0,09—0,11	27	15	42	0,135	0,150	0,000225	0,000005
6	0,11—0,13	36	18	54	0,180	0,180	0,0	0,00000
7	0,13—0,15	29	13	42	0,145	0,130	0,000225	0,000005
8	0,15—0,17	18	10	28	0,090	0,100	0,00010	0,000004
9	0,17—0,19	17	8	25	0,085	0,080	0,000025	0,000001
10	0,19—0,21	17	6	23	0,085	0,060	0,000625	0,000027
11	0,21—0,23	8	3	11	0,040	0,030	0,00010	0,000019
12	0,23—0,25	4	1	5	0,020	0,010	0,00010	0,000020
13	0,25—0,27	1	—	1	0,005	—	0,000025	0,000025
14	0,27—0,29	1	—	1	0,005	—	0,000025	0,000025
×	×	200	100	300	×	×	0,0002825	0,000234

Сравнение двух выборок небольшого объема. Возьмем $N \leqslant 10$. Пусть имеем две выборки объемом N_1 и N_2.

$$x_1;\ x_2;\ \ldots;\ x_{N_1}\ y_1;\ y_2;\ \ldots;\ y_{N_2}.$$

Расположим все значения выборок в возрастающем порядке, отмечая знаком (+) элементы первой и знаком (—) — элементы второй. Получим последовательность:

$$\underset{\text{1-я серия}}{\overset{+}{Z_1}} \leqslant Z_2 \leqslant \underset{\text{2-я серия}}{\overset{-}{Z_3}} \leqslant \ldots \leqslant Z_{N_1+N_2} \quad \text{и т. д.}$$

Например, при двух настройках станка получены следующие отклонения:

$$x_1 = 40;\ x_2 = 0{,}20;\ x_3 = 0{,}28;\ x_4 = 0{,}35;\ x_5 = 0{,}3;$$

$$y_1 = 0{,}15;\ y_2 = 0{,}29;\ y_3 = 0{,}32;\ y_4 = 0{,}12;\ y_5 = 0{,}10.$$

Разместив значения в порядке, указанном выше, будем иметь:

0,10 0,12 0,15	0,20 0,28	0,29 0,32	0,34 0,35 0,40
— — —	+ +	— —	+ + +
1-я серия	2-я серия	3-я серия	4-я серия

Из курса теории вероятности известно, что если обе выборки x_1 и y_1 принадлежат к одной генеральной совокупности, то вероятность получения m серий выражается функцией. При четном $m = 2i$, где $i = \frac{m}{2}$

$$h(m) = 2\frac{C_{N_1-1}^{i-1}\, C_{N_2-1}^{i-1}}{C_{N_1+N_2}^{N_1}};$$

при нечетном $m = 2i + 1$, где $i = \frac{m-1}{2}$

$$h(m) = \frac{1}{C_{N_1+N_2}^{N_1}}(C_{N_1-1}^{1}\, C_{N_2-1}^{i-1} + C_{N_1-1}^{i-1} C_{N_2-1}^{i}).$$

Для исследования однородности обычно принимают $N_1 = N_2 = N$, тогда формулы упрощаются:
при $m = 2i$

$$h(m) = 2\frac{(C_{N-1}^{i-1})^2}{N};$$

при $m = 2i + 1$

$$h(m) = 2\frac{C_{N-1}^{1}\, C_{N-1}^{i-1}}{C_{2N}^{N}}.$$

Возникает вероятность того, что число серий m окажется равным некоторому числу d_0 или менее его $P(m \leqslant d_0) = \sum_{m=2}^{m=d_0} h(m)$. Примем за уровень значимости $\beta = 0{,}05$. Если $\sum_{m=2}^{m=0} h(m) \leqslant \beta$, тогда различие между выборками существенное, если больше, то — несущественное, и их можно считать принадлежащими к одной генеральной совокупности.

Возьмем предыдущий пример: получены 4 серии. Найдем выражения функции

$$h(4) = 2\frac{(C_4^1)^2}{C_{10}^5} = \frac{2\cdot 4^2}{\frac{10\cdot 9\cdot 8\cdot 7\cdot 6}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5}} = 0{,}127;$$

$$h(3) = 2\frac{(C_4^1)(C_4^0)}{C_{10}^5} = 2\,\frac{C_4^1}{C_{10}^5} = \frac{2\cdot 4}{\frac{10\cdot 9\cdot 8\cdot 7\cdot 6}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5}} = 0{,}032;$$

$$h(2) = 2\frac{(C_4^0)^2}{C_{10}^5} = 2\,\frac{1}{C_{10}^5} = \frac{2}{\frac{10\cdot 9\cdot 8\cdot 7\cdot 6}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5}} = 0{,}008;$$

$$P(m \leqslant 4) = h(4) + h(3) + h(2) = 0{,}167.$$

Выборки принадлежат к общей генеральной совокупности.

Так поступают при N_1 и $N_2 \leqslant 10$. Если же одно из $N_{1,2}$ больше 10 или N_1 и $N_2 > 10$, то можно пользоваться формулой нормального распределения.

Предположим, $N = N_1 - N_2$, тогда

$$P(m \leqslant d_0) = 0{,}5 - \Phi\left(\frac{\frac{2N_1 - N_2}{N} - d_0}{2\sqrt{N}\frac{N_1 N_2}{N}}\right).$$

Приняв выражение, взятое в скобки, за t, находим $\Phi(t)$ (функцию распределения Лапласа).

Даны две выборки:

x — 0,76; 0,78; 0,81; 0,77; 0,80; 0,76; 0,80; 0,75; 0,78; 0,75; 0,74; 0,77; всего $N_1 = 12$.

y — 0,80; 0,77; 0,79; 0,78; 0,81; 0,77; 0,80; 0,80; 0,77; 0,81; 0,81; 0,81; всего $N_2 = 11$.

Расположим все значения в возрастающем порядке и подсчитаем число серий:

0,74	0,75	0,75	0,76	0,76	0,77	0,77
+	+	+	+	+	+	—
1						2

0,77	0,77	0,78	0,78	0,78	0,79	0,80	0,80
—	—	+	+	—	—	+	+
2		3		4		5	

0,80	0,80	0,80	0,81	0,81	0,81	0,81
—	—	—	+	—	—	—
6			7	8		

Таким образом, число серий $d_0 = 8$.

$$t = \frac{2\frac{12 \cdot 11}{23}}{2 \cdot 23 \frac{12 \cdot 11}{23}} = 1{,}5; \quad \Phi(t) = 0{,}43;$$

$$P(m \leqslant d_0) = 0{,}5 - 0{,}43 = 0{,}07 > 0{,}05.$$

Следовательно, при уровне значимости 0,05 обе выборки можно считать принадлежащими к одной генеральной совокупности.

4.4. Оценка достоверности различия средних

Возьмем две выборки N_1 и N_2, которые имеют средние значения $\bar{x}_1$ и $\bar{x}_2$ (приближенные значения математических ожиданий) и соответствующие S_1 и S_2 (приближенные значения квадратичных отклонений). Необходимо произвести оценку случайности расхождения $\bar{x}_1$ и $\bar{x}_2$.

Для решения такой задачи употребляется распределение Стьюдента.

Пример. Имеются две выборки случайных величин

A — 35,50; 32,66; 30,56; 36,63; 42,28; 34,78; 40,20.

B — 43,44; 47,51; 53,80. $N_1 = 7$, $N_2 = 3$.

Надо установить: принадлежат ли эти выборки к одной генеральной совокупности.

Определяем для каждой выборки $\bar{x}$ и S.

$$\bar{x}_1 = \frac{35{,}50 + 32{,}66 + \ldots}{7} = 36{,}09;$$

$$\bar{x}_2 = \frac{42{,}44 + 47{,}51 + \ldots}{3} = 48{,}26.$$

Вычисляем величины S'_1 и S'_2:

x_1	$x_1 - \bar{x}_1$	$(x_1 - \bar{x}_1)^2$	x_2	$x_2 - \bar{x}_2$	$(x_2 - \bar{x}_2)^2$
35,50	—0,59	0,35	43,44	—4,82	23,20
32,66	—3,43	11,75	47,51	—0,75	0,56
30,56	—5,53	30,09	53,80	+5,51	30,60
36,63	+0,54	0,29			
42,28	+6,19	38,20			

$\left(S'_1\right)^2 = 101{,}3$ $\qquad$ $\left(S'_2\right)^2 = 54{,}36$

Находим

$$S = \sqrt{\frac{(S'_1)^2 + (S'_2)^2}{N_1 + N_2 - 2}} = \sqrt{\frac{101{,}3 + 54{,}35}{7 + 3 - 2}} = 4{,}41.$$

Определяем модуль разности

$$\Delta = (\bar{x}_1 - \bar{x}_2) = 48{,}26 - 36{,}09 = 12{,}17.$$

Узнаем по формуле

$$t = \sqrt{\frac{N_1 N_2}{N_1 + N_2}}\ \frac{\Delta}{S} = \sqrt{\frac{7 \cdot 3}{10}}\ \frac{12 \cdot 17}{4{,}41} = 4{,}0.$$

Для $K = N_1 + N_2 - 1 = 7 + 3 - 1 = 9$ и $t = 4{,}0$, $S(t) =$

$= 0{,}997$ [по таблице критических значений $t(R, K)$ для распределения Стьюдента].

Находим вероятность того, что полученная разность между выборочными средними случайна

$$P[(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) \geqslant 12{,}17] = 2[1 - S(t)] = 2(1 - 0{,}997) = \\ = 0{,}006 < 0{,}05.$$

Расхождение существенное. Поэтому выборки не принадлежат к одной генеральной совокупности.

Второй способ оценки — метод Романовского.

Величина t определяется по той же формуле и имеет следующие параметры распределения

$$m_t = 0 \quad \text{и} \quad \sigma_t = \sqrt{\frac{N_1 + N_2 - 2}{N_1 + N_2 - 4}}.$$

Если $\frac{|t|}{\sigma} \geqslant 3$, то расхождение существенное, если меньше — несущественное. Произведем проверку

$$\sigma_t = \sqrt{\frac{7 + 3 - 2}{7 + 3 - 4}} = 1{,}155; \quad \frac{4{,}0}{1{,}155} = 3{,}46 > 3.$$

Расхождение не случайно. Следовательно, пришли к аналогичным выводам.

4.5. Оценка случайности расхождения между двумя выборочными дисперсиями

Для решения этой задачи воспользуемся распределением величины Z_0 Фишера.

$$Z_0 = 1{,}15129; \quad \lg \frac{S_1^2}{S_2^2}.$$

За S_1 всегда надо принимать бо́льшую дисперсию.

Вычисляем эти выражения из данных предыдущей задачи:

$$S_1^2 = \frac{1}{N_1 - 1} \sum_1^7 (x_1 - \bar{x}_2)^2 = \frac{1}{7 - 1} \cdot 101{,}3 = 16{,}90;$$

$$S_2^2 = \frac{1}{N_2 - 1} \sum_1^3 (x_2 - \bar{x}_2)^2 = \frac{1}{3 - 1} \, 54{,}36 = 27{,}18;$$

$$Z_0 = 1{,}151 (\lg 27{,}18 - \lg 16{,}90) = 1{,}151 \; (1{,}433 - \\ - 1{,}228) = 0{,}237.$$

По таблице оценок среднеквадратичного отклонения находим для $K_1 = N_2 - 1 = 2$ и $K_2 = N_1 - 1 = 6$, $Z =$

$= 0{,}819 > 0{,}237$, т. е. расхождение можно считать случайным. Если же $Z_0 > \bar{Z}$, то расхождение будет неслучайным.

Произведем расчет по второму способу (Романовского). Критерием Романовского можно пользоваться при объеме выборок $N > 5$.

Введем величину

$$\Theta = \frac{N_1 - 3}{N_1 - 1} \frac{S_2^2}{S_1^2}.$$

Если выборки принадлежат к одной совокупности и независимы, то $m_0 = 1$

$$\sigma_\Theta = \sqrt{\frac{2(N_1 + N_2 - 4)}{(N_1 - 5)(N_2 - 1)}}.$$

Когда $\frac{|\Theta - 1|}{\sigma_\Theta} \geqslant 3$, расхождение S_1^2 и S_2^2 неслучайно, если менее 3 — случайно и выборки принадлежат к одной совокупности.

Вычисляем по предыдущим данным:

$$\Theta = \frac{7-3}{7-1} \frac{27{,}18}{16{,}90} = 1{,}07;$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{27+3-4}{7-5+3-1}} = \sqrt{\frac{12}{4}} = 1{,}732;$$

$$\frac{1{,}07}{17{,}32} = 0{,}06 < 3.$$

Расхождение случайное. Результат тот же.

Среднее арифметическое и дисперсия для двух объединенных выборок. Определив, что обе выборки принадлежат к одной генеральной совокупности, надо уметь находить их объединенные характеристики. Пример *первый:*

$$x = \frac{N_1\bar{x}_1 + N_2 S}{N_1 + N_2};$$

$$S^2 = \frac{N_1 S_1^2 + N_2 S_2^2}{N_1 + N_2} + \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)^2 N_1 - (x^2 - \bar{x})^2 N_2}{N_1 + N_2}.$$

Для нашего примера $x = \frac{36{,}09 \cdot 7 + 48{\cdot}26{\cdot}3}{10} = 39{,}678$,

$$S^2 = \frac{7{,}16 \cdot 90 + 3 \cdot 27 \cdot 8}{10} + \frac{7 \cdot 3 \cdot 588^2 + 3 \cdot 8 \cdot 58^2}{10} = 51{,}44.$$

Второй пример:

$N_1 = 100$; $\bar{x}_1 = 8$; $S^2_1 = 4$ — первая выборка;

$N_2 = 50$; $\bar{x}_2 = 12$; $S^2_1 = 6{,}25$ — вторая выборка.

Для объединенной выборки параметры вычислим по тем же формулам

$$\bar{x} = \frac{100\cdot 8 + 50\cdot 12}{150} = 9{,}33;$$

$$S_0^2 = \frac{100\cdot 4 + 50\cdot 6{,}25 + 100(8 - 9{,}33)^2 + 50(12 - 9{,}33)^2}{150} = 8{,}33.$$

Третий пример. Имеются две выборки: 25, 35, 26, 34, 27, 33, 28, 32; $N_1 = 8$ и 30, 31, 32, 34, 35; $N_2 = 5$.

Определяем для каждой выборки

$$\bar{x}_1 = \frac{25+35+26+34+27+33+28+32}{8} = 30;$$

$$\bar{x}_2 = \frac{30+31+32+33+35}{5} = 32{,}4.$$

Вычисляем величины дисперсий

x_1	$x_1 - x_1$	$(x_1 - \bar{x}_1)^2$	x_2	$x_2 - x_2$	$(x_2 - \bar{x}_2)^2$
25	—5	25	30	—2,4	5,76
35	+5	25	31	—1,4	1,96
26	—4	16	32	—0,4	0,16
34	+4	16	34	+1,6	2,56
27	—3	9	35	+2,6	6,76
33	+3	9			17,2
28	—2	4			
32	+2	4			
		108			

Величину средней дисперсии рассчитываем по формуле

$$S = \sqrt{\frac{S_1^2 \ -S_2^2}{N_1 + N_2 - 2}} = \sqrt{\frac{108 + 17{,}2}{8 + 5 - 2}} = 3{,}38.$$

Находим критерий Стьюдента

$$t = \sqrt{\frac{N_1 N_2}{N_1 + N_2}} = \frac{2\cdot 4}{3\cdot 38} = 1{,}48;$$

$$t = \sqrt{\frac{N_1 N_2}{N_1 + N_2}} = \frac{2\cdot 4}{3\cdot 38} = 1{,}48.$$

Определяем модуль $\Delta = |\bar{x}_1 - \bar{x}_2| = 2{,}4$.

По таблице для

$$K = N_1 + N_2 - 1 = 12;\ t = 1{,}48.$$

Расхождение несущественно и обе выборки можно считать одной генеральной совокупностью.

4.6. Введение в рассмотрение корреляционного и регрессионного анализа

В двумерной статистической модели объект исследования рассматривается как двумерная статистическая совокупность, а ее основной характеристикой является двумерная функция распределения случайных величин X и Y.

Между двумя случайными величинами проявляются стохастические (вероятностные) связи, когда заданному значению случайной величины $X = x$ отвечает не определенное значение величины Y, а некоторый набор ее значений $y_1, y_2, \ldots, y_n$, каждое из которых имеет свою вероятность P_i. Функция распределения величины Y, соответствующая значению $X = x$, характеризуется математическим ожиданием $\bar{Y}_x$ и дисперсией $\sigma^2_{\bar{Y}}$. Распределения величины Y, отвечающие выбранным значениям величины x, называются *условными распределениями,* а дисперсии $\sigma^2_{\bar{Y}}$ — *условными дисперсиями.* Геометрическое место точек, которые обусловлены центрами условных распределений, называют *линией регрессии,* а уравнение этой линии — *уравнением регрессии.* Аналогично каждому значению случайной величины $Y = y$ отвечает некоторая функция распределения величины с математическим ожиданием x_y и дисперсией $\sigma^2_{\bar{x}}$.

Системе из двух случайных величин всегда будут соответствовать две линии регрессии: $y_x = f(x)$ — регрессия y по x и $x_Y = f(y)$ — регрессия x по y. Если линии регрессии прямые, то регрессия двух величин называется *линейной.* В более сложных случаях ее линии оказываются кривыми. Тогда регрессия случайных величин называется *нелинейной.*

Линии регрессии могут быть заданы аналитически в прямоугольной системе координат. Для линейной регрессии имеет место следующая пара уравнений:

$$y = a_1 + b_1 x \text{ (регрессия } y \text{ на } x);$$

$$x = a_2 + b_2 y \text{ (регрессия } x \text{ на } y).$$

Уравнения нелинейной регрессии зависят от вида кривой. Например, для параболической регрессии:

$$y = a_1 + b_1 x + c_1 x^2; \quad x = a_2 + b_2 y + c_2 y^2.$$

Регрессия может быть описана однозначно, если известен вид уравнения и значения коэффициентов a, b, c и т. д. В системе двух уравнений линейной регрессии коэффициенты a_1 и a_2 определяют положения начальных точек линий регрессии. Степень значимости случайных величин выражается коэффициентами b_1 и b_2, которые называются *коэффициентами линейной регрессии*. Они представляют собой тангенсы углов наклона прямых регрессии к оси абсцисс (угол α) и оси ординат (угол β).

В общем случае линии регрессии пересекаются в центре тяжести поля корреляции, т. е. в точке, координаты которой равны математическим ожиданиям величин x и Y, а угол γ между ними изменяется от 0 до 90°. Чем меньше величина угла γ, тем сильнее связь между величинами. Если угол $\gamma = 0$ и обе линии регрессии сливаются в прямую, то $b_{y/x} = 1/b_{x/y}$, а связь между величинами становится функциональной. Когда же линии регрессии параллельны осям координат и взаимно перпендикулярны, то зависимости между случайными величинами не существует.

Стохастическая связь между случайными величинами вызывается тем, что среди действующих на них факторов имеются как общие, так и факторы, влияющие только на величину x и только на величину Y. Задача совместного исследования двух (и более) признаков сводится к выявлению их вероятностной сопряженности. При ее наличии можно обосновать прогноз тех пределов, в которых с наперед заданной надежностью содержится искомая случайная величина, если сопряженная с ней величина принимает определенное значение.

Основными числовыми характеристиками двумерного распределения случайных величин являются показатели их связи: ковариация (или корреляционный момент), коэффициент корреляции и корреляционное отношение.

Ковариация представляет собой математическое ожидание произведения отклонений двух случайных величин от их математических ожиданий

$$\operatorname{cov}(x, y) = M[(x - M_y)(y - M_y)].$$

Коэффициентом корреляции называют ковариацию, нормированную по стандартам

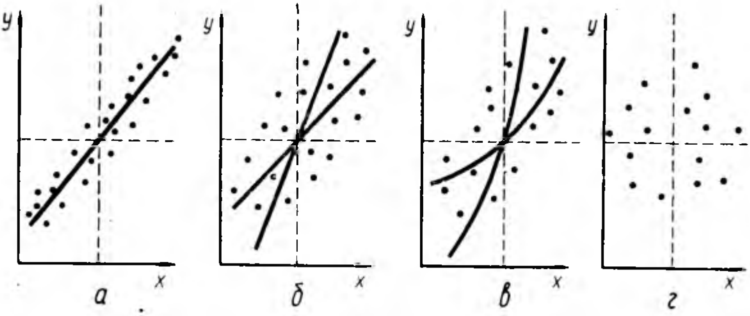

Рис. 4.1. Типичные значения коэффициентов корреляции и корреляционных отношений

$$r = \frac{\operatorname{cov}(x;\ y)}{\sigma_x \sigma_y}.$$

Пределами его изменения являются $r = \pm 1$, когда переменные оказываются в линейной функциональной связи между собой. При $r = 0$ линейная связь полностью отсутствует. Знак коэффициента (+) или (—) указывает на характер связи (прямая или обратная). Если оба уравнения регрессии линейные, то коэффициент корреляции

$$r = \sqrt{b_1 b_2}.$$

Корреляционное отношение — это отношение дисперсий (стандартов) центров условных распределений к общей дисперсии (стандарту) величины. Таких отношений также может быть два:

$$\eta_{y/x} = \sigma_{y/x} / \sigma_y; \quad \eta_{x/y} = \sigma_{x/y} / \sigma_x.$$

В случае линейности обоих уравнений регрессии значения $\eta_{y/x}$ и $\eta_{x/y}$ совпадают между собой.

Величины корреляционных отношений изменяются в пределах от 0 до 1. Значение $\eta = 0$ свидетельствует о независимости величин, образующих двумерное распределение. Характерные случаи значений коэффициентов корреляции r и корреляционных отношений η показаны на рис. 4.1.

а) $\eta = r = 1$; б) $\eta_{y/x} = \eta_{x/y}\ |r|$, $r = \sqrt{b_1 b_2}$;

в) $\eta_{y/x} \neq \eta_{x/y}$; г) $\eta = r = 0$.

4.7. Выявление корреляционной зависимости

Выборочная оценка коэффициента корреляции может быть рассчитана по формуле

$$\hat{r} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{(n-1)S_x S_y}, \tag{4.20}$$

где $\bar{x}$ и $\bar{y}$ — выборочные оценки средних значений случайных величин X и Y; S_x и S_y — выборочные оценки их стандартов; n — количество сравниваемых пар значений.

Приближенное значение этой оценки можно также получить графическим методом. Если корреляционное поле разбить на четыре квадранта прямыми, проходящими через его центр параллельно осям координат, то можно использовать формулу:

$$\hat{r} = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2}. \tag{4.21}$$

Здесь n_1, n_2 — число наблюдений соответственно в квадрантах I и III и в II и IV.

Построение доверительных интервалов для r. Уменьшение n ведет к ослаблению надежности статистических характеристик. При достаточно большом n и нормальном распределении η и ξ распределение $\hat{r}$ также подчинено нормальному закону с $M\hat{r} = r$ и $D\hat{r} = \sigma^2 \frac{(1-r^2)^2}{n-1}$. При малых n следует принимать во внимание, что

$$M\hat{r} = r - \frac{r(1-r^2)}{2n}.$$

Для проверки гипотезы $r = 0$ (об отсутствии корреляционной связи между переменными) используется тот факт, что величина $t(\hat{r}) \frac{r\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-\hat{r}^2}}$ при условии $r = 0$ распределяется по закону Стьюдента с $n - 2$ степенями свободы. Поэтому, если окажется, что

$$\frac{|r|\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-\hat{r}^2}} < t_{0,05}(n-2), \tag{4.22}$$

где $t_{0,05}(n-2)$ — пятипроцентная точка распределения Стьюдента с $n - 2$ степенями свободы, то гипотеза об отсутствии корреляционной связи принимается.

Доверительные интервалы для истинного значения коэффициента корреляции r можно построить, исходя из нормального распределения величины $\hat{r}$.

Концы интервала $(r_1;\ r_2)$ можно вычислить приближенно по формуле

$$r_{1,2} \approx \hat{r} + \frac{\hat{r}(1+\hat{r}^2)}{2n} \pm U_{\frac{\alpha}{2}} \frac{1-\hat{r}^2}{\sqrt{n-1}}. \qquad (4.23)$$

Здесь $U_{\frac{\alpha}{2}} - 100\frac{\alpha}{2}$ — процентная точка стандартного (0,1) нормального распределения.

Если ввести преобразование Фишера, то величина

$$Z = \frac{1}{2} \ln \frac{1+\hat{r}}{1-\hat{r}}, \qquad (4.24)$$

уже при небольших n следует нормальному закону с

$$M(Z) = \frac{1}{2} \ln \frac{1+r}{1-r} + \frac{r}{2(n-1)} \qquad (4.25)$$

и дисперсией

$$D_Z = \frac{1}{n-3},$$

тогда доверительный интервал будет

$$Z_{1,2} = \frac{1}{2} \ln \frac{1+\hat{r}}{1-\hat{r}} \pm \frac{U_{\frac{\alpha}{2}}}{\sqrt{n-3}} - \frac{\hat{r}}{2(n-1)},$$

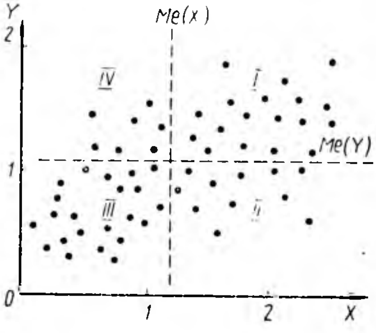

Рис. 4.2. Корреляционное поле точек содержания серы в нефти (Y) и во вмещающих породах (X) в %

а истинное значение коэффициента с той же доверительной вероятностью $1-\alpha$ заключено в пределах

$$t_{hz_1} < r < t_{hz_2}. \qquad (4.26)$$

Пример 1. На рис. 4.2 изображено корреляционное поле точек содержания серы в пробах нефти Y и вмещающих породах — коллекторах X одного месторождения. Оценку коэффициента корреляции между содержани-

Таблица 4.4. **Размеры буровых колонок**

Деталь	Номер опыта							
	1	2	3	4	5	6	7...	100
X	21,867	21,845	21,871	21,878	21,847	21,867	21,867	21,86
Y	21,852	21,843	21,864	21,871	21,838	21,852	21,853	21,85

нием серы в нефти и породах вычисляем по формуле (4.21)

$$r = \frac{41 - 19}{60} = 0{,}37.$$

Значение критерия t, рассчитанное по формуле (4.22), будет:

$$t = \frac{0{,}37}{\sqrt{1 - 0{,}37^2}} \sqrt{60 - 2} = 3{,}03.$$

Табличное значение критерия Стьюдента для доверительной вероятности 0,95 и числа степеней свободы 58 равно 2 (т. е. меньше расчетного). Следовательно, можно принять гипотезу о наличии корреляционной связи между содержанием серы в нефти и во вмещающих породах.

Пример 2. Найти коэффициент корреляции между случайными размерами двух буровых коронок, изготавливаемых на одном и том же станке (табл. 4.4).

В каждом ряду отыскивается максимальное и минимальное значения случайной величины и находится их разность. Для ряда x — 21,878 — 21,845 = 0,0033 мм, а для ряда y — 21,871 — 21,838 = 0,033 мм.

Примем ширину интервала $h = 0{,}002$ мм. Вводим новые случайные величины

$$y_i' = \frac{y_i - y_0}{h} = \frac{y_i - 21{,}862}{0{,}002} \text{ и } x_i' = \frac{x_i - 21{,}855}{0{,}002}.$$

Далее заполняем корреляционную таблицу, пользуясь данными измерений.

Берем первый результат измерения: 21,867 — 21,852 и ставим в таблице точку на пересечении. Заполняем всю таблицу, подсчитываем сумму, а затем и коэффициент корреляции по формуле

$$\hat{r} = \frac{n \sum_{x'} \sum_{y'} nx'y'x_i' \ y_i' - (\sum_x n_i x_i)(\sum_y n_i - y_i')}{\sqrt{[h\sum_{x'} n_i(x_i')^2 - (\sum_{x'} n_i x_i)][n\sum_y n_i(y_i')^2(\sum n_i' \ y_i')^2]}};$$

$$\hat{r} = \frac{100 \cdot 708 \cdot 147 \cdot 57}{\sqrt{(100 - 1169 - 147^2)(100 - 909 - 57^2)}} =$$

$$= \frac{62420}{309 \cdot 296} = 0{,}68.$$

Теперь необходимо оценить, существенно ли отличие полученного r от нуля. Воспользуемся методом Фишера. Случайная величина $Z = \frac{1}{2} \lg \frac{1+r}{1-r}$ подчинена нормальному закону с $\sigma_Z = \frac{1}{\sqrt{n-3}}$. Для $r = 0{,}68$, вычисляя, находим $Z = 0{,}8291$. Определяем

$$\sigma_Z = \frac{1}{\sqrt{100-3}} = 0{,}1015.$$

В таком случае

$$t = \frac{Z}{\sigma_Z} = \frac{0{,}8291}{0{,}1051} = 7{,}85.$$

Теперь находим по таблице функцию нормального распределения $\Phi\ (7{,}85) = 0{,}5$. Вероятность, что отклонение r от нуля случайно, равна $P_2 = 0{,}5 - \Phi(t) = 0$. Следовательно, отклонение не случайное, а существенное. Если $P_r = 0 \geqslant 0{,}05$, тогда отклонение случайное и величины x и y независимы.

Найдем доверительный интервал. Задаемся надежностью $\Phi(t) = 0{,}95$, т. е.

$$\frac{1}{\ldots} \int_0^t e^{-\frac{t^2}{2}} dt = 0{,}475.$$

Это значение соответствует $t = 1{,}96$, тогда

$$Z - 1{,}96\sigma_Z < Z_{\text{иск}} < Z + 1{,}96\sigma_Z;$$

$$0{,}826 - 1{,}96 \cdot 0{,}105 < Z_{\text{иск}} < 0{,}826 + 1{,}96 \cdot 0{,}105;$$

$$0{,}623 < Z_{\text{иск}} < 1{,}035.$$

Значение ρ может колебаться в следующих пределах:

$$0{,}554 < \rho < 0{,}776.$$

Теоретическое значение коэффициента корреляции с надежностью 0,95 лежит в указанном интервале.

О характере связи судят по виду эмпирических линий регрессии. Если они заметно отличаются от прямой линии, гипотезу о наличии корреляционной связи следует проверить с помощью корреляционного отношения, группируя для вычисления их оценок выборочные данные в классы по значениям одного из исследуемых свойств. По каждому классу рассчитываются групповые средние $\bar{y}_i$ или (x_i) и оценки стандартных отклонений групповых средних $S_{\bar{y}_i}$ и $S_{\bar{x}_i}$ по формулам

$$S_{\bar{y}_i} = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{m} n_i(\bar{y}_i - y)^2}\ ; \qquad (4.27)$$

$$S_{\bar{x}_i} = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{n} n_i(\bar{x}_i - \bar{x})^2}\ , \qquad (4.28)$$

где N — общее число наблюдений; m — число групп; n_i — число наблюдений в i-й группе.

Выборочные значения корреляционных отношений определяются из выражений

$$r_{y/x} = S_{\bar{y}_i}/S_y;$$

$$r_{x/y} = S_{\bar{x}_i}/S_x.$$

Здесь S_x и S_y — оценки общего стандартного отклонения исследуемых случайных величин.

Статистическая значимость отличия корреляционного отношения $r_{y/x}$ от нуля проверяется с помощью критерия

$$\Theta_y = \frac{n^2_{y/x}(N-m-2)}{(1-\eta^2_{y/x})(m-2)}\sqrt{\frac{(m-2)(N-m-4)}{2(N-4)}}. \qquad (4.29)$$

При равенстве истинного корреляционного отношения нулю величина Θ_y распределена нормально с математическим ожиданием 0 и дисперсией 1, что позволяет определять критические значения Θ_y для заданных доверительных вероятностей по таблицам нормального распределения. Если расчетное значение Θ_y превышает критическое, гипотеза об отсутствии корреляционной связи отвергается. Аналогично проверяется гипотеза о наличии корреляционной связи по $\eta_{x/y}$.

4.8. Ранговая корреляция

Если не удается проверить гипотезу о соответствии эмпирического распределения определенному закону (из-за малого количества данных или существенного отличия распределения от нормального закона), то используют ранговый коэффициент корреляции Спирмена.

Его расчет основан на замене выборочных значений исследуемых величин их рангами в порядке возрастания. Например, имеется выборка из десяти изделий (предпочтительнее чуть больше). По признаку B изделия расположились в порядке: $x_i = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10$. По тому же признаку изделия образуют упорядоченную выборку вида $y_i = 2, 3, 1, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10$. Предполагается, что если между значениями случайных величин нет корреляционной зависимости, то ранги этих величин также будут независимыми. Выражение для расчета рангового коэффициента корреляции Спирмена τ_c имеет вид

$$\tau_c = 1 - \frac{6 \sum_{i=1}^{n} d_i^2}{n^3 - u}, \qquad (4.30)$$

где n — объем выборки.

Пример. На Кальмакырском карьере Алмалыкского горно-металлургического комбината было проведено прозвучивание взрывных скважин с целью микрорайонирования горных пород. Одновременно была сделана запись удельных энергозатрат на бурение этих скважин прибором «Прогноз-2».

Методикой экспериментальных работ предполагалась проверка достоверности различных методов микрорайонирования массивов. Сопоставление произведено на участках между скважинами. Данные по наблюдениям приведены в табл. 4.5.

Для проведения корреляционного анализа по методу Спирмена табличный материал расположен в порядке нарастания скорости звука, в привязке к которой приведены соответствующие данному участку значения удельной энергоемкости бурения. Величина коэффициента корреляции 0,886 является показателем высокой сходимости обоих методов, что подтверждает их достоверность

$$\tau_c = 1 - \frac{6 \sum_{i=1}^{n} d_i^2}{n^3 - n}; \qquad \tau_c = 1 - \frac{6 \cdot 212}{10648,22} = 0,866,$$

где n — объем выборки.

Таблица 4.5. **Результаты микрорайонирования массивов**

№ п/п	Скорость звука C_p на участке, м/с	Ранг по C_p	Средние энергетические затраты на 1 п. м., кВт·ч	Ранг по E (энергетические затраты на п. м.)	Квадрат разности рангов
1	1500	1	0,461	1	0
2	1720	2	1,034	5	9
3	1730	3	1,15	9	36
4	1800	4	0,86	3	1
5	1820	5	1,096	6	1
6	1880	6	0,981	4	4
7	2060	7	1,35	13	36
8	2200	8	0,82	2	36
9	2219	9	1,16	10	1
10	2350	10	1,18	11	1
11	2400	11	1,495	15	16
12	2410	12	1,133	8	16
13	2770	13	1,281	12	1
14	2960	14	1,125	7	49
15	3100	15	1,415	14	1
16	3600	16	1,73	17	1
17	3700	17	1,652	16	1
18	3700	18	1,828	18	0
19	4200	19	1,858	19	0
20	4200	20	2,052	21	1
21	4500	21	1,96	20	1
22	4700	22	2,50	22	0

Таблица 4.6. **Удельный вес и зольность углей**

№ пробы	Удельная плотность x_i	Зольность, % y_i	№ пробы	Удельная плотность x_i	Зольность, % y_i
1	1,5	25	10	1,3	4
2	1,2	4	11	1,5	17
3	1,7	30	12	1,5	24
4	1,4	20	13	1,6	25
5	1,8	36	14	1,4	6
6	1,3	7	15	1,6	26
7	1,3	5	16	1,5	24
8	1,5	24	17	1,4	20
9	1,7	33	18	1,4	9

Приведем еще один пример на парную корреляцию. В табл. 4.6 приведены результаты определения удельной плотности и зольности в 18 пробах угля. Необходимо про-

Таблица 4.7. **Неубывающий порядок расположения величин**

x_i	y_i	x_i	y_i
1,2	4	1,5	24
1,3	4	1,5	24
1,3	5	1,5	24
1,3	7	1,5	25
1,4	6	1,6	25
1,4	9	1,6	25
1,4	20	1,7	30
1,4	20	1,7	33
1,5	17	1,8	36

Таблица 4.8. **Неповторяющиеся значения** x

x	y	$\bar{y}$
1,2	4	4,00
1,3	4, 5, 7	5,33
1,4	6, 9, 20, 20	13,75
1,5	17, 24, 24, 24, 25	22,80
1,6	25, 26	25,50
1,7	30, 33	31,50
1,8	36	36,00

верить, зависимы или нет друг от друга значения этих двух признаков.

Для более наглядного представления данной закономерности в неубывающем порядке расположим величины x, а внутри групп с одинаковым значением x-пробы величины y. В результате получим таблицу упорядоченных данных (табл. 4.7).

Табл. 4.7 можно упростить, если выписать только неповторяющиеся значения x и соответствующие им значения y, а затем вычислить среднее значение y, т. е. $\bar{y}$ (табл. 4.8).

Таблица 4.9. **Повторная обработка результатов при замене** x **на** y

y	x	$\bar{x}$
4	1,2; 1,3	1,25
5	1,3	1,30
6	1,4	1,40
7	1,3	1,30
9	1,4	1,40
17	1,5	1,50
20	1,4; 1,4	1,40
24	1,5; 1,5; 1,5	1,50
25	1,5; 1,5	1,55
26	1,6	1,60
30	1,7	1,70
33	1,7	1,70
36	1,8	1,80

Аналогично получают значения $\bar{x}$ для y (табл. 4.9). Эти результаты сведены в общую табл. 4.10.

Числа, стоящие в клетках на пересечении того или иного x с тем или иным y, означают количество проб с такими показателями; x_i и y_i — соответственно средние арифметические по строкам и столбцам. Общие средние: $\bar{x}=1{,}41$; $\bar{y}=18{,}83$.

При большом числе значений x и y табл. 4.11 становится очень громоздкой. Поэтому ее можно преобразовать так, чтобы

Таблица 4.10. **Сводные результаты обработки**

x	y													Всего проб	y_j
	4	5	6	7	9	17	20	24	25	26	30	33	36		
1,2	1													1	4,00
1,3	1	1		1										3	5,33
1,4			1		1		2							4	13,75
1,5						1		3	1					5	22,80
1,6									1	1				2	25,50
1,7											1	1		2	31,50
1,8													1	1	36,0
Итого проб	2	1	1	1	1	1	2	3	2	1	1	1	1	18	
$\bar{x}_i$	1,25	1,30	1,40	1,30	1,40	1,50	1,50	1,40	1,55	1,60	1,70	1,70	1,80		

вместо конкретных x и y брать их интервалы, которые могут быть равными или неравными. Эту таблицу называют корреляционной (табл. 4.11).

Таблица 4.11. **Определение корреляционной зависимости**

x	y				
	0—10	10—20	20—30	30—40	Всего
1,0—1,2	1				1
1,2—1,4	5	2			7
1,4—1,6		1	6		7
1,6—1,8			1	2	3
	6	3	7	2	18

По приведенным выше данным оценим коэффициент корреляции (табл. 4.12). Здесь x означает удельную плотность, y — зольность. Средняя удельная плотность $\bar{x} = \frac{26,6}{18} = 1,48$, а средняя зольность $\bar{y} = \frac{339}{18} = 18,8$.

Вычислим оценки среднеквадратичных отклонений:

$$S_x = \sqrt{\frac{0,4312}{18}} = 0,1548 \approx 0,155;$$

$$S_y = \sqrt{\frac{1866 \cdot 52}{18}} = 10,128 \approx 10,13.$$

Оценка коэффициента корреляции определяется по формуле (4.20)

$$\hat{r} = \frac{26,132}{18 \cdot 0,155 \cdot 10,13} = 0,94.$$

Таблица 4.12. **Оценка коэффициентов корреляции**

x_i	y_i	$x_i - \bar{x}$	$y_i - \bar{y}$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(y_i - \bar{y})^2$	$(x_i - \bar{x}) \times (y_i - \bar{y})$
1,2	4	–0,28	–11,8	0,0784	219,04	4,144
1,3	4	–0,18	–14,8	0,0324	219,04	2,664
1,3	6	–0,18	–13,8	0,0324	190,44	2,484
1,3	7	–0,18	–11,8	0,0324	139,24	2,124
1,4	6	–0,08	–12,8	0,0064	163,84	1,024
1,4	9	–0,08	–9,8	0,0064	96,04	0,784
1,4	20	–0,08	–1,2	0,0064	1,44	–0,096
1,4	20	–0,08	–1,2	0,0064	1,44	–0,096
1,5	17	0,02	–1,8	0,0004	3,24	–0,036
1,5	24	0,02	–5,2	0,0004	27,04	0,104
1,5	24	0,02	5,2	0,0004	27,04	0,104
1,5	24	0,02	5,2	0,0004	27,04	0,104
1,5	25	0,02	6,2	0,0004	38,44	0,124
1,6	25	0,12	6,2	0,0144	38,44	0,744
1,6	26	0,12	7,2	0,0144	51,84	0,864
1,7	30	0,22	11,2	0,484	125,44	2,464
1,7	33	0,22	14,2	0,0484	201,64	3,124
1,8	36	0,32	17,2	0,1024	295,84	5,504
26,6	339			0,4312	1866,52	26,132

Вернемся к примеру на с. 84:

$d_1 = 1 - 2 = -1;$ $d_6 = 6 - 6 = 0;$

$d_2 = 2 - 3 = -1;$ $d_7 = 7 - 7 = 0;$

$d_3 = 3 - 1 = 2;$ $d_8 = 8 - 8 = 0;$

$d_4 = 4 - 4 = 0;$ $d_9 = 9 - 9 = 0;$

$d_5 = 5 - 5 = 0;$ $d_{10} = 10 - 10 = 0.$

$$\tau_c = 1 - \frac{6 \cdot 6}{1000 - 10} = 1 - 0{,}037 = 0{,}963.$$

Удовлетворительная точность получается при $n > 8$ Величина τ указывает на высокую ранговую связь между признаками. Поэтому улучшение показателя A повлечет за собой улучшение показателя B. По данным того же примера определим ранговый коэффициент корреляции Кендалла

$$\tau_к = \frac{S}{\frac{1}{2}(n-1)n}. \tag{4.31}$$

Здесь $S = \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^{n} v_{ij}$, где $v_{ij} = \left.\begin{matrix} +1, \text{ если } y_i < y_j \\ -1, \text{ если } y_i > y_j. \end{matrix}\right\}$ В восьми случаях $y_i<y_j$ и в одном случае $y_i>y_j$, следовательно, $v_i=\sum_{j=2}^{10}, v_{ij}=8-1=7$;

$$
\begin{array}{ll}
\text{для } y_2=7-1=6; & \text{для } y_6=4-1=3; \\
\text{для } y_3=7-0=7; & \text{для } y_7=4-0=4; \\
\text{для } y_4=6-0=6; & \text{для } y_8=1-1=-1; \\
\text{для } y_5=4-1=3; & \text{для } y_9=2-0=2; \\
 & y_{10}=1.
\end{array}
$$

Таким образом,

$$S=\sum_{i=1}^{9}\sum_{j=i+1}^{10} v_{ij}=\sum_{i=1}^{9} v_i=35;$$

$$\tau_к=\frac{35}{\frac{1}{2}\cdot 10\cdot 9}=0{,}778$$

— высокая ранговая связь.

4.9. Способы проверки гипотезы об общем виде сглаживающей кривой

Когда установлено, что исследуемые величины y и x связаны некоторым соотношением, тогда переходят к выводу эмпирического уравнения связи. Эта работа распадается на 2 этапа:

установление общего вида аналитического выражения искомой зависимости;

вычисление оценок параметров, входящих в данное уравнение, которые наиболее хорошо согласуются с данными эксперимента.

Нужно также иметь в виду следующие общие замечания:

при выборе кривой сочетать исследование расположения точек корреляционного поля с логически-профессиональным анализом;

функции, с помощью которых описывается взаимосвязь между исследуемыми переменами, должны быть линейными относительно оцениваемых параметров;

для описания криволинейных зависимостей не использовать параболы высоких порядков.

При проверке гипотезы об общем виде искомой зависимости можно пользоваться следующими критериями:

1. Критерий, использующий конкретный вид эмпирической регрессионной зависимости,

$$\hat{y}=\hat{f}(x). \tag{4.32}$$

Он основан на том факте, что в случае правильного выбора общего вида линии регрессии величина

$$V^2 = \frac{(n - к) \sum_{i=1}^{к} m_i[y_i - \hat{y}(x_i^0)]^2}{(к - 2) \sum_{i=1}^{к} \sum_{j=1}^{mi} [y_{ij} - \bar{y}_i]^2} \qquad (4.33)$$

должна иметь $F(m, l)$ распределение с числом степеней свободы числителя $m = к - 2$ и знаменателя $l = n - к$. (Все обозначения соответствуют ранее изложенным).

Числитель в уравнении (4.33) характеризует меру рассеяния экспериментальных данных вокруг эмпирической регрессионной кривой $\hat{y}(x)$, а знаменатель — меру рассеяния экспериментальных данных около своих частных средних $\bar{y}_i$.

Если $V^2 \gg 1$, то гипотезу о данном виде зависимости следует отвергнуть. Делается это так. Задаемся малым уровнем значимости α. Находим по таблицам распределения точку со степенями свободы $(к - 2)(n - к)$. Когда вычисленный $V^2 > V^2_\alpha$ по таблицам, гипотеза несостоятельна. Если $V^2 > V^2_\alpha$, то она не противоречит экспериментальным данным.

2. Условная дисперсия зависимой переменной пропорциональна некоторой известной функции аргумента, т. е. $D(2/x) = \sigma^2 h^2(x)$.

Тогда формула (4.33) преобразуется в вид

$$V^{2\prime} = \frac{(n - к) \sum_{i=1}^{к} w_i m_i[\bar{y}_i - \hat{y}(x_i^0)]^2}{(к - 2) \sum_{i=1}^{к} w_i \sum_{j=1}^{m_i} [y_{ij} - \bar{y}_i]^2}. \qquad (4.34)$$

3. Критерий, не требующий построения эмпирической кривой и проверяющий только линейный вид зависимости:

$$W^2 = \frac{(n - к)(\hat{\rho}_2^2/\xi - \hat{r}^2)}{(к - 2)(1 - \hat{\rho}B^2/\xi)}. \qquad (4.35)$$

Величина W^2 распределена по тому же закону $F(m, l)$. Степень свободы для числителя $m = к - 2$ и знаменателя $l = n - к$.

Также по таблицам находят точку V^2_α. Если окажется, что $W^2 > V^2_\alpha$, гипотеза считается необоснованной.

И наоборот, гипотеза принимается, если $W^2 < V^2_\alpha$. Возможно, что при вычислении W^2 окажется меньше единицы, тогда числитель и знаменатель в формуле (4.35) следует поменять местами, проделав то же и с числами степеней свободы.

4.10. Построение регрессионных прямых с помощью метода наименьших квадратов

Если вид искомой зависимости линеен, т. е.

$$y(x) = a' + b'x, \tag{4.36}$$

то переходят к вычислению оценок коэффициентов a' и b' уравнения

$$\hat{a}' = \hat{a}(x_1 x_2 \ldots x_n; \quad y_1 y_2 \ldots y_n); \tag{4.37}$$

$$\hat{b}' = \hat{b}(x_1 x_2 \ldots x_n; \quad y\, y_2 \ldots y_n). \tag{4.38}$$

Основные требования метода

$$S^2 = \frac{1}{n-2} \sum_{i=1}^{n} [y_i - \hat{y}(x_i^0)]^2 = \frac{1}{n-2} [y_i - \hat{a} - \hat{b}x_i]^2 =$$

$$= \frac{1}{n-2} \sum_{i=1}^{к} \sum_{j=1}^{m_i} (y_{ij} - \hat{a} - \hat{b}\, x_i^0)^2. \tag{4.39}$$

Если $D(^2/_x) = \sigma^2 h^2(x)$, то в формулу подсчета вводятся веса $w_i = h^{-2}(x_i^0)$

$$\bar{S} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{к} \sum_{j=1}^{m} w_i (y_{ij} - \hat{a} - \hat{b}\, x_i^0)^2. \tag{4.40}$$

Это требование необходимо для того, чтобы S^2 и $\bar{S}^2$ были минимальными.

Выбор аргумента и функции

$$\hat{y}(x) = \hat{a} + \hat{b}x; \quad x(y) = \hat{c}' + dy. \tag{4.41}$$

Угол между этими прямыми равен $j \simeq \operatorname{arctg} \frac{1 - \bar{r}^2}{\hat{r}} \times$ $\times \frac{S_x S_y}{S^2_x S^2_y}$.

При этом линия $x(y)$ всегда более круто расположена к горизонтали.

Дифференцируя формулу (4.40) по каждому из параметров, получаем два уравнения с двумя неизвестными. Решение их дает

$$\hat{a} = y = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{к} m_i \bar{y}_i;$$

$$\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{nS_x^2} = \frac{\sum_{i=1}^{к} m_i x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{nS_x^2} = \hat{r}\frac{S_y}{S_x}. \quad (4.42)$$

Если

$$D(2/x) = \sigma_x^2 h^2(x), \text{ то}$$

$$\hat{a} = \bar{y} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} W_i y_i = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{к} W_i m_i \bar{y}_i; \quad (4.43)$$

$$\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^{n} W_i x_i y_i - \bar{x}\bar{y}\sum_{i=1}^{n} W_i}{\sum_{i=1}^{n} (W_i x_i - \bar{x})^2} = \frac{\sum_{i=1}^{к} W_i m_i x_i^0 \bar{y}_i - \bar{x}\bar{y}\sum_{i=1} W_i m_i}{\sum_{i=1}^{к} W_i m_i (x_i^0 - \bar{x})^2}.$$

Формулы подсчета оценок (4.37) и (4.38) можно получить из уравнений (4.43) взаимообразной перестановкой величин x и y и заменой весов $W_i = h^{-2}(x) \to W'_i = h^{1-2}(y)$, где W_i — функция пропорционального изменения условной дисперсии, т. е.

$$D(\xi/n = 4) = \sigma\xi^2 h'^2(y).$$

Прямая ортогональной регрессии зависит от принятых шкал на координатных осях. Тогда

$$\hat{y} = a + \frac{2\hat{r}}{S_0 + \sqrt{S_0^2 + 4\hat{r}^2}}(\hat{x} + x); \quad (4.44)$$

$$S_0 = \frac{S_x}{S_y} - \frac{S_y}{S_x}.$$

Здесь $\hat{a}$ находят по формулам (4.43). Вычисления остальных величин были изложены ранее.

Эллипс рассеяния

$$\frac{1}{1-\hat{r}^2}\left[\left(\frac{x-\bar{x}}{S_x}\right) - 2\hat{r}\frac{x-\bar{x}}{S_x}\frac{y-\bar{y}}{S_y} + \left(\frac{y-\bar{y}}{S_y}\right)^2\right] = x_3^2(2). \quad (4.45)$$

Все точки должны расположиться внутри эллипса. $x^2{}_{\alpha(2)}$ — стопроцентная α; точка x^2 — распределения с двумя степенями свободы.

Исследование точности эмпирической линии регрессии и построение доверительных границ

Оценка отклонений эмпирической регрессионной прямой $\hat{y} = \hat{a} + \hat{b}(x - \bar{x})$ от истинной $y = a + b(x - \bar{x})$ дает ответ на вопрос, как сильно могут отклоняться усредненные значения η от $M(\eta/x)$. Она производится при каждом фиксированном значении независимой переменной x и основана на том, что величина

$$t(x) = \frac{[\hat{y}(x) - y(x)]\sqrt{n}}{S\sqrt{1 + \frac{(x - \bar{x})^2}{Sy^2}}}. \qquad (4.46)$$

При всяком фиксированном x имеет t-распределение с $n-2$ степенями свободы. Поэтому, задавшись α-мерой достоверности, $n(1-\alpha)$ находят по таблицам $t(n-2)$-распределения $100\frac{\alpha}{2}$ — процентную точку $t_{\frac{\alpha}{2}}(n-2)$.

Это позволяет утверждать, что разность между $\hat{y}(x)$ и $y(x)$, когда значение аргумента x задано по абсолютной величине, не превосходит

$$t_{\frac{\alpha}{2}}(n-2)\frac{S}{\sqrt{n}}\sqrt{1 + \frac{(x - \bar{x})^2}{Sx^2}};$$

$$y(x) + t_{\frac{\alpha}{2}}(n-2)\frac{S}{\sqrt{n}}c_1(x) \leqslant \hat{y}(x) + t_{\frac{\alpha}{2}}(n-2)\frac{S}{\sqrt{n}}c_1(x);$$

$$c_1^2(x) = 1 + \frac{(x - \bar{x})^2}{S_x^2} = 1 + \frac{n(x - \bar{x})^2}{\sum\limits_{i=1}^{n} m_i(x_i^0 - \bar{x})^2}. \qquad (4.47)$$

Оценка индивидуальных отклонений наблюдений от эмпирической регрессионной прямой

Наиболее точным является метод построения допустимых или толерантных границ. При известных истинных (теоретических) значениях условного среднего

$y(x)=M(\eta/x)$ и дисперсии $\sigma^2=D(\eta/x)$ находят 100-процентиую точку нормального распределения

$$y_{1,2}(x) = y(x) \pm u_{\frac{\alpha}{2}} \sigma. \qquad (4.48)$$

Так как в действительности известны только оценки $\hat{y}(x)$ и S, остается вероятность того, что для некоторых выборок соответствующие границы не будут охватывать заданного процента экспериментальных точек

$$\hat{y}_{1,2}(x) > \hat{y}(x) \pm \lambda_1 S. \qquad (4.49)$$

При построении односторонней границы

$$\hat{y}_{\min} = \hat{y}_1(x) = \hat{y}(x)\lambda_i S$$

или

$$\hat{y}_{\max} = y_2(x) = \hat{y}(x) + \lambda_i S$$

с доверительной вероятностью $1-\alpha$ и коэффициентом доверия $1-\beta$, множитель определяется по формуле

$$\lambda = \frac{u_\alpha + u_\beta \sqrt{\frac{c_1^2(x)}{n}\left(1 - \frac{u_\beta^2}{2n-2}\right) + \frac{u_\alpha}{2n-2}}}{\frac{u_\beta^2}{2n-2}}. \qquad (4.50)$$

Если ведут построение двусторонних границ с теми же величинами $(1-\alpha)$ и $(1-\beta)$, то

$$\lambda = \frac{u_\alpha}{2} \sqrt{\frac{n-1}{x^2_{1-\beta}(n-1)}\left(1 + \frac{c_1^2(x)}{2n}\right)}. \qquad (4.51)$$

Здесь u_α — 100α-процентная точка нормального распределения, $x^2_{1-\beta}(n-1)$ — $100_{(1-\beta)}$ — точка x^2 распределения с $(n-1)$ степенью свободы.

На практике используется формула

$$y_{1,2}(x) = \hat{y}(x) \pm t_{\frac{\alpha}{2}} S \sqrt{1 + \frac{c_1^2(x)}{n}}, \qquad (4.52)$$

где $t_{\frac{\alpha}{2}}$ — $100\frac{\alpha}{2}$-процентная точка распределения с $(n-2)$ степенями свободы. При односторонней границе следует применять 100α-процентную точку.

Исследование точности статистических оценок $\hat{b}$ и $\hat{a}$ параметров a и b, входящих в уравнение

Для этого используют t_{n-2}-распределение

$$t^{(a)} = \frac{(\hat{a} - a)\sqrt{n}}{S} \quad \text{и} \quad t^{(b)} = \frac{(\hat{b} - b)\sqrt{n}\,S_x}{S},$$

подсчитывается по формуле (4.41).

Затем по доверительной вероятности $(1 - \alpha)$ приходим к следующему виду доверительных интервалов для a и b:

$$\hat{a} - t_{\frac{\alpha}{2}}(n-2)\frac{S}{\sqrt{n}} < a < \hat{a} + t_{\frac{\alpha}{2}}(n-2)\frac{S}{\sqrt{n}}; \qquad (4.53)$$

$$\hat{b} - t_{\frac{\alpha}{2}}(n-2)\frac{S}{\sqrt{n}} < b < \hat{b} + t_{\frac{\alpha}{2}}(n-2)\frac{S}{\sqrt{n}}. \qquad (4.54)$$

Сравнение различных эмпирических линий регрессии

Предположим, что для построения принимались данные двух выборок n_1 и n_2, в результате чего получены две различные регрессионные прямые, описывающие связь между двумя переменными

$$\hat{y}^{(1)}(x) = \hat{a}^{(1)} + \hat{b}^{(1)}(x - x^{(1)});$$

$$\hat{y}^{(2)}(x) = \hat{a}^{(2)} + \hat{b}^{(2)}(x - \bar{x}^{(2)}).$$

Возникает вопрос, случайно или нет расхождение между ними. Следует сравнить выборочные дисперсии $S^{(1)^2}$ и $S^{(2)^2}$, подсчитанные для каждой из выборок по формуле (4.41). Если дисперсионное отношение $V^2 = \frac{S^{(1)^2}}{S^{(2)^2}}$ не слишком отличается от единицы, т. е.

$$V^2_{1-\alpha}(n_1 - 2,\ n_2 - 2) < \frac{S^{(1)2}}{S^{(2)2}} < V^2_2(n_1 - 2,\ n_2 - 2), \qquad (4.55)$$

то принимается гипотеза, что $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$.

Далее рассматривают две возможности.

Случай А. Так как дисперсии $S^{(1)2}$ и $S^{(2)2}$ не различаются значимо, то проверяется гипотеза тождественности угловых коэффициентов $b^{(1)}$ и $b^{(2)}$, т. е.

$$|\hat{b}^{(1)} - \hat{b}^{(2)}| < t_{\frac{\alpha}{2}}(n_1 - n_2 - 4)S\sqrt{\frac{1}{n_1 S_x^{(1)2}} + \frac{1}{n_2 S_x^{(2)2}}}, \qquad (4.56)$$

где $t_{\frac{\alpha}{2}}(n_1+n_2-4)-100\frac{\alpha}{2}$-процентная точка распределения с (n_1+n_2-4) степенями свободы.

Сводная оценка общей теоретической дисперсии σ^2

$$S^2=\frac{(n_1-2)S^{(1)2}+(n_2-2)S^{(2)2}}{n_1+n_2-4}.$$

По формуле

$$S_x^2=\frac{1}{n}\sum_{j=1}^{\kappa}m_i(x_i-\bar{x})^2$$

подсчитывается для каждой выборки $S_x^{(1)^2}$ и $S_x^{(2)^2}$.

Если используют выражение (4.56), гипотеза о равенстве угловых коэффициентов принимается: $b^{(1)}=b^{(2)}=b$.

Остается проверить соотношение

$$|\hat{b}-\hat{b}'|<t_{\frac{\alpha}{2}}(n_1+n_2-4)S\times$$

$$\times\sqrt{\frac{1}{n_1S_x^{(1)2}+n_2S^{(2)2}}+\frac{1/n+1/n}{(\bar{x}^{(1)}-\bar{x}^{(2)})^2}}. \qquad (4.57)$$

Здесь $\hat{b}=\dfrac{n_1S_x^{(1)^2}\hat{b}^{(1)}+n_2S_x^{(2)^2}\hat{b}^{(2)}}{n_1S_x^{(1)^2}+n_2S_x^{(2)^2}}$ — сводная оценка общего углового коэффициента b; $b'=\dfrac{y^{(1)}-y^{(2)}}{x^{(1)}-x^{(2)}}$ — оценка того же коэффициента b, получаемая из условия равенства свободных членов рассматриваемых прямых:

$$\bar{y}=\frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n}y \quad \text{и} \quad \bar{x}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i \quad \text{или} \quad \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{\kappa}m_jx_j.$$

Выполнение условия (4.57) означает, что и свободные члены равны.

Пример. Построим доверительный интервал по данным замера мощности рудных жил, известным из табл. 4.13.

Найдем оценку $\bar{x}$ — среднего значения мощности рудных жил и оценку среднеквадратичного отклонения

$$\bar{x}=\frac{1}{\sum_{i=1}^{n}n_i}\sum_{i=1}^{n}n_ix_i=\frac{1}{29}(10+60+180+320+$$

$$+400+120+70)=\frac{1}{29}\cdot1160=40;$$

Таблица 4.13. **Результаты замеров рудных жил**

i	x_i	n_i
1	10	1
2	20	3
3	30	6
4	40	8
5	50	8
6	60	2
7	70	1
		29

Примечание. Здесь i — номер класса; x_i — среднее значение мощности рудных жил в классе, см; n_i — число рудных жил в i-м классе.

Таблица 4.14. **Построение доверительного интервала**

$1-q$	$t_{q/2}$	$1-q$	$t_{q/2}$
0,80	1,282	0,91	1,694
0,81	1,310	0,92	1,750
0,82	1,340	0,93	1,810
0,83	1,371	0,94	1,880
0,84	1,404	0,95	1,960
0,85	1,439	0,96	2,053
0,86	1,475	0,97	2,169
0,87	1,513	0,98	2,325
0,88	1,554	0,99	2,576
0,89	1,597	0,9973	3,00
0,90	1,643	0,9990	3,290

$$S^2 = \frac{1}{\sum\limits_{i=1}^{m} n_i - 1}\left[\sum_{i=1} n_i x_i^2 - \frac{\sum\limits_{i=1}^{m} n_i x_i}{\sum\limits_{i=1}^{m} n_i}\right] = 185;$$

$$S_{\bar{x}} = \frac{13,6}{\sqrt{29}} = 2,53; \qquad S = \sqrt{185} + 13,6.$$

Если нужен доверительный интервал, который соответствует вероятности (надежности) $1-q=0,95$, то по табл. 4. 14 значений $t_q/_2$, отвечающих заданной надежности $1-q$, определим, что $t_{0,025} = 1,96$.

Узнаем теперь $t_{0,025}$, $S_{\bar{x}} = 1,96 \cdot 2,53 = 4,96 \cong 5$.

Доверительные границы таковы: $x-\alpha_1=40-5=35$; $x-\alpha_2=40+5=45$.

Доверительный интервал, отвечающий вероятности 0,95, составляет 35, 45.

Случай В. Дисперсии $S^{(1)2}$ и $S^{(2)2}$ различаются значимо. Тогда для установления факта неразличимости угловых коэффициентов следует проверить

$$|\hat{b}^{(1)} - \hat{b}^{(2)}| < t_{\frac{\alpha}{2}}(l)\sqrt{\frac{S^{(1)2}}{n_1 S_x^{(1)2}} + \frac{S^{(2)2}}{n_2 S_x^{(2)}}}\,. \tag{4.58}$$

Число степеней свободы $100\frac{\alpha}{2}$-процентной точки $t_{\frac{\alpha}{2}}(l)$ находим по формуле

$$l = \left(\frac{c^2}{n_1 - 2} - \frac{(1-l)^2}{n_2 - 2}\right).$$

Здесь

$$c = \frac{S^{(1)2}}{n_i S_x^{(1)2}} \left(\frac{S^{(1)2}}{n_1 S_x^{(1)2}} + \frac{S^{(2)2}}{n_2 S_x^{(2)2}}\right).$$

Если выполняется условие (4. 58), то гипотеза $b^{(1)} = b^{(2)}$ принимается и проверяется гипотеза равенства свободных членов $a'^{(1)} = a'^{(2)} = a$, которая признается справедливой при соблюдении соотношения

$$|\hat{b} - \hat{b}'| = u_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{n_2 S^{(1)2} + n_1 S^{(2)2}}{n_1 x_2 (\bar{x}^{(1)} - \bar{x}^{(2)})} + \frac{S^{(1)2}\, S^{(2)2}}{n_1 S_x^{(1)2} + n_2 S_x^{(2)2}\, S^{(1)2}}}, \tag{4.59}$$

где

$$\hat{b} = \left[\hat{b}^{(1)} n \frac{S_x^{(1)2}}{S^{(1)2}} + \hat{b}^{(2)} \frac{n_2 S_x^{(2)2}}{S^{(2)2}}\right] : \left[\frac{n_1 S_x^{(1)2}}{S^{(1)2}} + \frac{n_2 S_x^{(2)2}}{S^{(2)2}}\right],$$

а

$$\hat{b}' = \frac{y^{(1)} - y^{(2)}}{x^{(1)} - x^{(2)}}.$$

В случае выполнения соотношений (4. 56) и (4. 57) или (4. 58) и (4. 59) две эмпирические регрессионные линии, несмотря на их видимое различие, следует считать экспериментальными приближениями к одной и той же теоретической прямой.

4.11. Пример построения сглаживающего полинома методом наименьших квадратов

Построение сглаживающей кривой производится с помощью параболы n-й степени

$$y = a_0 + a_1 x + a_2 x + \ldots a_n x^n,$$

для нахождения неизвестных коэффициентов которой используем интерполяционную формулу Чебышева

$$y = K_0 q_0(x) + K_i q_i(x) + \ldots + K_\lambda q_\lambda(x).$$

Здесь $\lambda \leqslant n-1$ — степень параболы; n — число значений независимой переменной.

Таблица 4.15. **Построение сглаживающего полинома**

№ п/п	Функция	Аргумент	y_i^2	$x_i = u_i - \bar{u}$	$y_i x_i$	x_i^2	$y_i x_i^2$	x_i^3	x_i^4	$y_i x_i^3$	x_i^5	x_i^6
1	2	1	4	−6	−1[illegible]	36	72	−216	1296	−482	−7776	46656
2	10	3	100	−4	−40	16	160	−64	255	−640	−1024	4096
3	17	4	289	−3	−5[illegible]	9	153	−27	81	−459	−243	729
4	33	6	1089	−1	−33	1	33	−1	1	−33	−1	1
5	51	7	2601	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	66	8	4356	+1	66	1	66	+1	+1	66	+1	1
7	96	10	9216	+2	192	4	864	27	81	2592	243	729
8	120	11	14400	+4	480	16	1920	64	256	7680	1024	4059
9	172	13	29584	+6	1032	36	6192	216	1296	37152	7776	46656
	567	63	61639		+1730	124	9460	0	3268	45926	0	102964

В этой формуле аргументом является $x = u - \bar{u}$, где $\bar{u} = \frac{\Sigma u_i}{n}$.

Приведенные в табл. 4. 15 исходные данные для конкретного примера обрабатываются в следующем порядке. Вначале находим среднее значение аргумента

$$\bar{u} = \frac{63}{9} = 7.$$

Затем, чтобы определить параболу нулевой степени, узнаем величину

$$K_0 = \frac{\Sigma y_i}{n} = \frac{567}{9} = 63.$$

Для такой параболы $q_0(x) = x^0 = 1$.

Следовательно, уравнение $f(x) = K_0 q_0(x) = 63$.

Вычисляя величину

$$\sum\nolimits_0 = \sum y_i^2 - \frac{(\sum y_i)^2}{n} = 61\,639 - \frac{567^2}{9} = 25\,918,$$

находим основную ошибку

$$\sigma_0 = \sqrt{\frac{\sum_0}{n-1}} = \sqrt{\frac{25\,918}{8}} = 56{,}9.$$

Определение параболы первого порядка начинаем с вычисления значения $\sum n_i = 63$. Заполняем колонки 5 и 6. После установления величины x_i^2 проставляем данные в колонку 7 и узнаем

$$K_1 = \frac{\sum y_i x_i}{\sum x_1^2} = \frac{1730}{124} = 13{,}95.$$

Для параболы первого порядка $q(x) = x$, поэтому искомое уравнение $f(x) = 63 + 13{,}95$.

Находим основную ошибку

$$\Sigma_1 = \Sigma_0 - K_1^2 \sum x_i^2 = 25\,918 - 13{,}95^2 \cdot 124 = 1788;$$

$$\sigma_1 = \sqrt{\frac{\Sigma_1}{n-2}} = \frac{1784{,}5}{7} = 15{,}9.$$

Для определения параболы второго порядка вычисляем y_i и x_i^2, заполняем колонку 8. Узнав x_i^3 и x_i^4, переносим данные в колонки 9 и 10. Находим величины

$$A_2 = \frac{\sum x_i^2}{n} = \frac{124}{9} = 13{,}78; \quad B_2 = \frac{\sum x_i^3}{\sum x_i^2} = \frac{0}{124} = 0;$$

$$C_2 = \sum x_i^4 - B_2 \sum x_i^3 - A_2 \sum x_i^2 = 3268 - 1709 = 1559.$$

Определяем величину $K_2 q_2(x)$:

$$K_2 = \frac{\sum x_i^2 \; y_i - K_0 \sum x_i^2 - K_i \sum x_i^3}{c_2} =$$

$$= \frac{9460 - 63 \cdot 124 - 13{,}95 \cdot 0}{1559} = 1{,}06;$$

$$q_2(x) = (x^2 - b_2 x - A_2) = x^2 - 0x - 13{,}78 =$$
$$= x^2 - 13{,}78;$$
$$K_2 q_2(x) = 1{,}06x^2 - 14{,}6.$$

Отсюда получим искомое уравнение

$$2f(x) = 63 + 13{,}95x + 1{,}06x^2 - 14{,}6 =$$
$$= 1{,}06x^2 + 13{,}95x + 48{,}4.$$

Находим основную ошибку

$$\Sigma_2 = \Sigma_1 - K_2^2 - C_2 = 1788 - 1{,}06^2 -$$
$$- 1559 = 32{,}12;$$

$$\sigma_2 = \sqrt{\frac{\Sigma_2}{n-3}} = \sqrt{\frac{228}{6}} = 6{,}2.$$

Если полученное значение устраивает, то дальнейшие вычисления прекращают. При этом надо в уравнение подставить числа

$$2f(x) = 1{,}06(u-7)2 + 13{,}95(u-7) + $$
$$+ 48{,}4 = 1{,}06u^2 - 0{,}894u_1 + 2{,}74.$$

Аналогичным путем находят параболу третьего порядка. После вычисления величин $x_i^3 y_i$; x_i^5; x_i^6 заполняем колонки 11, 12 и 13. Решаем уравнения

$$C_3 = \sum x_i^5 - B_2 \sum x_i^4 - A_2 \sum x_i^3 =$$
$$= 0 - 0 \cdot 3268 - 13{,}78 \cdot 0 = 0;$$

$$Д_3 = \sum x_i^6 - B_2 \sum x_i^5 - A_4 \sum x_i^4 =$$
$$= 102\,964 - 0 - 13{,}78 \cdot 3268 = 45\,025{,}8;$$

$$A_3 = \frac{C_2}{\sum x_i^2} = \frac{1559}{124} = 12{,}58;$$

$$B_3 = \frac{C^3}{C_2} - \frac{\sum x_i^3}{\sum x_i^2} = 0 - 0 = 0;$$

$$E_3 = Д_3 - B_3C_3 - A_3 = 45025{,}8 - 0 - 0 -$$
$$- 12{,}58 \cdot 3268 = 3914{,}3.$$

Находим число

$$K_3 = \frac{\sum y_i x_i^3 \quad K_0 \sum x_i^3 - K_i \sum x_i^4 - K_2C_3}{E_3},$$

отсюда $K_3 = 0{,}086$;

$$K_3q_3(x) = 0{,}086x^3 - 2{,}27x.$$

Вычисляем искомое уравнение

$$3f(x) = K_0q_0(x) + K_1q_1(x) + K_2q_2(x) + K_3q_3(x) =$$
$$= 63 + 13{,}95x + 1{,}06x^2 - 14{,}6 + 0{,}086x^2 - 2{,}27x =$$
$$= 0{,}086x + 1{,}06x^2 + 11{,}68x + 48{,}4.$$

Находим основную ошибку:

$$\Sigma_3 = \Sigma_2 - K_3^2E_3 = 228 - 0{,}086^2 \cdot 3914{,}3 = 200;$$

$$\sigma_3 = \sqrt{\frac{\Sigma_3}{n-4}} = \sqrt{\frac{200}{5}} = 6{,}6.$$

Подставив числовые значения вместо $x = u - 7$, получим окончательное уравнение

$$3f(u) = 0{,}086u^3 - 0{,}75u^2 + 9{,}51u - 10{,}99.$$

Не следует вручную производить выравнивание параболой более высоких порядков, так как эти вычисления сложны и уравнения громоздки. В настоящее время расчет парабол среднеквадратического приближения высокого порядка выполняют обычно по стандартным программам на ЭВМ.

Глава пятая. ОБЩИЕ ВОПРОСЫ МЕТОДИКИ НАУЧНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

5.1. Основы теории подобия и моделирования

Теория подобия находит большое применение в моделировании различных физических явлений, которое позволяет значительно уменьшить трудовые и материальные затраты на создание машин и аппаратов, сократить сроки проектирования и внедрения в промышленность, выбор и расчет оптимальных значений их геометрических и механических параметров.

Изучать некоторые технологические процессы, например в горной промышленности, с целью получения математических зависимостей для инженерных расчетов можно чисто теоретически. Однако многие из них (добыча, подготовка и передел, обогащение полезных ископаемых) характеризуются большим числом переменных параметров, учесть которые при их математическом описании практически невозможно. Лишь в отдельных случаях удается сформулировать приближенно математическую задачу и установить начальные и граничные условия.

Поэтому чаще всего при исследованиях процессов, машин и аппаратов прибегают к проведению экспериментов. Но и они после соответствующей математической обработки большого статистического коллектива данных дают частные эмпирические зависимости, которые можно распространить лишь на ограниченный круг технологических процессов, машин и аппаратов.

Научно обобщать результаты экспериментов и охватить ими большой круг подобных явлений можно, используя теорию подобия — учение о методах научного обобщения экспериментальных данных исследований, применяемое при моделировании. Моделированием называется замена изучения исследуемого явления в натуре аналогичным изучением его на модели в лабораторных условиях. Два явления признаются подобными, если по характеристикам модели можно получить характеристики натуры [9,18].

Предсказать с большой достоверностью параметры технологических процессов, машин и аппаратов, протекающих в промышленных условиях, — таков основной смысл моделирования. По меткому выражению Бэкеланда, проведение опытов на моделях позволяет делать ошибки в малых масштабах, а выгоды получать в больших, так как исключаются дорогостоящие опыты в производственных условиях.

Различают воображаемые (мысленные, познавательные) и материальные модели.

К числу *воображаемых* относится, например, модель идеальной жидкости, которой мысленно заменяют реальную жидкость при изучении ее движения. Воображаемые модели не полностью отражают действительность и потому их еще называют идеальными, не существующими в природе. На основе идеальной физической модели составляется соответствующая ей математическая модель, т. е. математическое описание процесса (например, в ядерной физике модель идеальной жидкости).

Материальные модели в виде различных объектов (машин, аппаратов, механизмов и др.) воспроизводят в определенном масштабе процесс, имеющий место в действительности. Они бывают физическими и математическими, в связи с чем различают физическое и математическое моделирование.

В первом случае модель воспроизводит изучаемое явление в натуре с сохранением всех его свойств, во втором — исследование процесса ведется путем изучения аналогичных явлений с новым физическим содержанием, которые описываются при помощи тех же математических зависимостей.

Необходимым и достаточным условием подобия двух явлений будет постоянство численных значений безразмерных комплексов разнородных величин. Комплексы величин, полученные преобразованием дифференциальных уравнений и описывающие процесс, называются критериями подобия, они всегда имеют физический смысл и являются мерой соотношения между двумя эффектами, существенными для рассматриваемого процесса.

Основные положения теории подобия обобщаются теоремами подобия.

Первая теорема Ньютона: «Подобные явления характеризуются численно равными критериями подобия, или при подобии рассматриваемых систем всегда могут быть найдены такие безразмерные комплексы величин, которые для сходственных точек данных систем одинаковые». Например, при движении двух твердых тел в среде их движения будут подобны, если режимы обтекания одинаковые, т. е. $\mathrm{Re}''=\mathrm{Re}'$ или

$$\frac{V''d''\Delta''}{\mu''}=\frac{V'd'\Delta'}{\mu'}, \tag{5.1}$$

где Re — критерий Рейнольдса; d — размер зерна; Δ — плотность среды; μ — коэффициент динамической вязкости среды.

Вторая теорема Букингема, Федермана, Афанасьевой-Эренфест: «Решение любого дифференциального уравнения, связывающего между собой переменные, влияющие на процесс, может быть представлено в виде зависимости между безразмерными комплексами этих величин, т. е. между критериями подобия». Эту теорему в литературе еще именуют π-теоремой. Полученные при этом уравнения называются уравнениями в обобщенных переменных или критериальными. Например, при решении задачи о движении минеральных зерен в среде в свободных условиях критериальное уравнение имеет вид

$$\mathrm{Re_м}=\mathrm{K}\mathrm{K_б}Ga_{\text{м}}S_{\text{А}} \tag{5.2}$$

или, если критерии подобия обозначить

$$\mathrm{Re_м}=\pi_1,\ Ga_{\text{м}}=\pi_2,\ S_{\text{А}}=\pi_3,\ \mathrm{K_б}=\pi_4,$$

тогда уравнение (5. 2) можно представить в виде

$$\pi_1=f(\pi_2,\pi_3,\pi_4), \tag{5.3}$$

где $\mathrm{Re_м}$ — модифицированный критерий Рейнольдса; K — безразмерный коэффициент; $\mathrm{K_б}$ — безразмерный комплекс, характеризующий форму, шероховатость, смачиваемость зерна и сопротивление среды; $Ga_{\text{м}}$ — модифицированный критерий Галилея; $S_{\text{А}}$ — симплекс Архимеда.

Третья теорема М. В. Кирпичева и А. А. Гухмана: «Подобны те явления, которые описываются одной и той же системой дифференциальных уравнений и у которых соблюдается подобие условий однозначности или явления подобны, если их определяющие критерии численно равны». Например, согласно уравнению (5. 2) должно быть равенство определяющих критериев для модели и натуры

$$\mathrm{Re}''=\mathrm{Re}'_{\text{м}},\ Ga''_{\text{м}}=Ga'_{\text{м}},$$

т. е. зависимость, полученная путем обобщения результатов опытов на модели в лабораторных условиях, справедлива и для всех подобных явлений в натуре.

По третьей теореме подобия условие однозначности предполагает ограничение дифференциальных уравнений дополнительными условиями, если это уравнение описывает целый класс однородных по своей сущности явлений, а из него выделяется конкретное явление. Например, движение подводной лодки, самолета, минерального зерна в среде описывается одними и теми же дифференциальными уравнениями и решение задачи сводится к определению поступательного движения твердого тела с постоянной скоростью внутри безграничной массы жидкости вне тела. Из этой задачи можно выделить конкретное явление, например движение минеральных зерен в среде в свободных условиях. Ограничивающими условиями при этом являются геометрическая форма поверхности зерна, характерный размер (эквивалентный диаметр зерна), концентрация зерен в среде, отсутствие их столкновения и др.

Исследование технологических процессов, машин и аппаратов методом теории подобия состоит из нескольких этапов:

1. Математическое описание технологического процесса, протекающего в машине или аппарате, т. е. составление дифференциального уравнения процесса.

2. Установление условия однозначности для конкретного случая.

3. Подобное преобразование дифференциального уравнения и нахождение критериев подобия.

4. Выявление конкретного вида зависимости между критериями подобия посредством постановки опытов на модели, т. е. составление обобщенного расчетного уравнения, которое справедливо для всех подобных явлений в пределах изменения определяющих критериев подобия. Показатели при критериях подобия можно вычислять путем обработки экспериментальных данных, например методом наименьших квадратов.

Рассмотрим применение теории подобия на примере моделирования технологии и машин для обогащения, которые имеют общие признаки: определенную геометрию рабочего пространства; разделение минералов происходит в среде с заданными параметрами; движение вязких пульп осуществляется через рабочие пространства машин и аппаратов различной формы; движение пульпы или режимы обтекания зерен характеризуются одними и теми же критериями; наличие разделительных

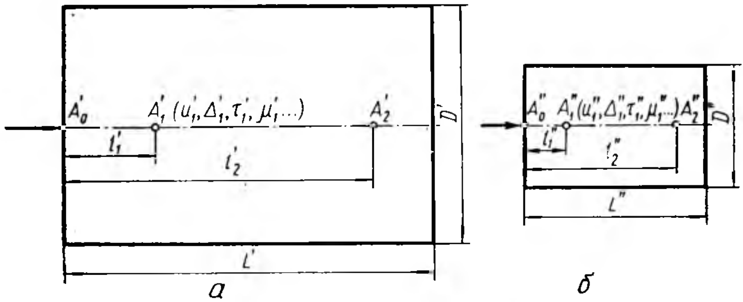

Рис. 5.1. К формулировке условий подобия потоков (*а*) в натуре и в модели (*б*) [9]

сил (гравитационные, центробежные, магнитные, электрические и др.) и сил сопротивления.

Таким образом, процессы разделения минералов при обогащении можно причислить к одной группе подобных явлений, так как они описываются одними и теми же дифференциальными уравнениями, т. е. относятся к подобным явлениям одного и того же класса.

К основным условиям подобия для процессов разделения, машин и аппаратов следует отнести: геометрическое подобие; временное подобие; подобие физических величин; кинематическое подобие; динамическое подобие; подобие технологических параметров; подобие начальных и граничных условий.

На рис. 5. 1 приведены геометрически подобные — натура (*а*) и модель (*б*), где указаны некоторые геометрические, физические, гидродинамические параметры.

Геометрическое подобие соблюдается при равенстве отношений всех сходственных линейных размеров натуры и модели аппарата:

$$\frac{D'}{D''} = \frac{L'}{L''} = \frac{l'_1}{l''_1} = \frac{l'_2}{l''_2} = \mathrm{const} = K_l, \qquad (5.4)$$

где K_l — константа геометрического подобия; D', D'', L', L'' — диаметр и длина натуры и модели; l'_1, l''_1, l'_2, l''_2 — пути, проходимые сходственными элементарными струйками жидкости от входа до произвольной точки, сходственной для натуры и модели.

Подобные геометрические параметры аппарата можно выразить в относительных единицах с помощью инвариантов подобия или параметрических критериев и симплексов:

$$L'/D' = L''/D'' = \mathrm{inv} = \mathrm{idem} = i_L; \qquad (5.5)$$

Таблица 5.1. **Коэффициенты геометрического подобия**

$\frac{D'}{D''}$	$\frac{1000}{25}$	$\frac{1000}{50}$	$\frac{1000}{75}$	$\frac{1000}{150}$	$\frac{1000}{250}$	$\frac{1000}{360}$	$\frac{1000}{500}$	$\frac{1000}{710}$	$\frac{1000}{1400}$	$\frac{1000}{2000}$
K_l	40	20	13	6,5	4,0	2,86	2,0	1,42	0,78	0,52

$$l'_1/D' = l''_1/D'' = \mathrm{inv} = \mathrm{idem} = i_D; \tag{5.6}$$

$$l'_1/L'_1 = l''_1/D'' = \mathrm{inv} = \mathrm{idem} = i_l. \tag{5.7}$$

Здесь i_L, i_D, i_l — инварианты геометрического подобия.

Причем inv или idem означает инвариантно или «одно и то же». Инварианты подобия для различных сходственных геометрических размеров подобных аппаратов неодинаковые, но не зависят от размера натуры и модели. Это значит, что при переходе от одного типоразмера аппарата к другому они не изменяют своих значений. Для геометрически подобных аппаратов.

$$F'/F'' = K_l^2, \quad v'/v'' = K_l^3,$$

где F', v', F'', v'' — некоторые площади и объемы натуры и модели аппарата.

Например, для геометрически подобных гидроциклонов, выпускаемых в СССР, коэффициенты геометрического подобия K_l приведены в табл. 5.1. За натуру принят гидроциклон диаметром $D' = 1000$ мм, за модель — гидроциклоны типового ряда.

По значениям коэффициентов геометрического подобия и инвариантов подобия при известных оптимальных значениях параметров модели, полученных опытным путем в лабораторных условиях, можно произвести расчет оптимальных значений параметров для геометрически подобных гидроциклонов натурного образца. Например, в лабораторных условиях на модели гидроциклона диаметром $D'' = 25$ мм получены оптимальные технологические показатели по эффективности разделения и степени концентрации твердой фазы в сливном и песковом продуктах при $d''_с = 7,5$ мм и $d''_п = 6$ мм. Тогда для натуры гидроциклона с определяющим геометрическим параметром $D = 1000$ мм при $i_{dc} = 0,3$ и $i_{dп} = 0,24$ размеры сливной и песковой насадок соответственно составят $d'_с = 300$ м и $d'_п = 240$ мм.

Подобным образом производится при конструировании расчет и других геометрических размеров натуры гидроциклона. Такие же расчеты можно выполнять если известно значение коэффициента геометрического подобия для модели и натуры. Так, при $K_l = D'/D'' = 40$ диаметры сливной и песковой насадок составят $d'_c = 300$ мм и $d'_п = 240$ мм.

Временное подобие и подобие физических величин. Аналогично при прохождении зернами подобных путей получают константы и инварианты временного подобия:

$$\tau_0'/\tau_0'' = \tau_1'/\tau_1'' = \tau_2'/\tau_3'' = \cdots = \mathrm{const} = K_\tau ; \quad (5.8)$$

$$\tau_0'/\tau_1' = \tau_0''/\tau_1'' = \mathrm{idem} = i_\tau \quad (5.9)$$

и подобие физических величин

$$\Delta_0'/\Delta_0'' = \Delta_1'/\Delta_1'' = \cdots = \mathrm{const} = K_\Delta ; \quad (5.10)$$

$$\mu_0'/\mu_0'' = \mu_1'/\mu_1'' = \cdots = \mathrm{const} = K_\mu . \quad (5.11)$$

Последнее достигается, если применить для модели жидкости другой плотности и вязкости. Однако практически такой путь затруднителен, ибо для существующих в природе жидкостей $\mu'/\mu'' = 1$ и $\Delta'/\Delta'' = 1$. Поэтому моделирование приходится осуществлять с некоторыми приближениями.

Подобие начальных и граничных условий предполагает соблюдение геометрического, временного и физического подобия для сходственных точек натуры и модели. Например, для подобных гидроциклонов константа временного подобия для модели $D'' = 25$ мм и натуры $D' = 1000$ мм при производительности соответственно 0,651 и 484 м³/ч, давлении $P' = P'' = 0{,}1$ МПа и скорости потока на входе $U'_в = 2{,}39$ и $U''_в = 6{,}05$ м/с составит $\tau'/\tau'' = 82{,}4$, где τ'' и τ' — время нахождения пульпы соответственно в модели и натуре гидроциклона.

Константа временного подобия позволяет изучать кинетику разделения минеральных зерен в аппаратах, рассчитывать конструктивные и гидродинамические параметры, исследовать и оптимизировать форму рабочего пространства аппарата и др.

Кинематическое подобие потоков пульпы в обогатительном аппарате будет иметь место, если траектории элементарных потоков жидкости и зерен геометрически подобны и одинаково ориентированы по отношению к границам (внутренней поверхности аппарата) системы. Отношение скоростей потоков U, зерен V и ускорений a_u и a_v в сходственных точках в соответствующие моменты времени — величины постоянные. При прохождении потоками и зернами подобных путей можно получить константы подобия скоростей потоков K_u и зерен K_v, константы подобия ускорений потоков и зерен K_{au} и K_{av}:

$$U_0'/U_0'' = U_1'/U_1'' = U_2'/U_2'' = \cdots = \text{const} = K_U; \quad (5.12)$$

$$V_0'/V_0'' = V_1'/V_1'' = V_2'/V_2'' = \cdots = \text{const} = K_V; \quad (5.13)$$

$$a_{0u}'/a_{0u}'' = a_{1u}'/a_{1u}'' = a_{2u}'/a_{2u}'' = \cdots = \text{const} = K_{au}; \quad (5.14)$$

$$a_{0v}'/a_{0v}'' = a_{1v}'/a_{1v}'' = a_{2v}'/a_{2v}'' = \cdots = \text{const} = K_{av}. \quad (5.15)$$

Соотношение скоростей и ускорений можно представить в относительных единицах — инвариантах подобия:

$$U_1'/U_0' = U_1''/U_0'' = \text{inv} = \text{idem} = i_u; \quad (5.16)$$

$$V_1'/V_0' = V_1''/V_0'' = \text{inv} = \text{idem} = i_v; \quad (5.17)$$

$$a_{1u}'/a_{0u}' = a_{1u}''/a_{0u}'' = \text{inv} = \text{idem} = i_{au}; \quad (5.18)$$

$$a_{1v}'/a_{0v}' = a_{1v}''/a_{0v}'' = \text{inv} = \text{idem} = i_{av}. \quad (5.19)$$

Если известны константы или инварианты подобия скоростей движения и ускорений потоков и зерен в модели аппарата, то тогда можно найти скорость и ускорение потоков и зерен в натуре.

Постоянство констант кинематического подобия K_u, K_v, K_{au}, K_{av} следует рассматривать по всему объему для геометрически подобных аппаратов. Например, для геометрически подобных гидроциклонов скорости потока пульпы на входе U'_0 и U''_0 подобны, т. е. соблюдается условие

$$\frac{U_0'}{U_0''} = \frac{W'F''}{W''F'}, \quad (5.20)$$

где F', F'', W', W'' — поперечные сечения входных патрубков и производительность натуры и модели.

Заменив производительность W', W'' и сечения F' и F'' геометрическими и гидродинамическими параметрами при $\alpha' = \alpha'' = \text{const}$, будем иметь

$$K_u = \frac{K_D' d_c' d_в'}{K_D'' d_c'' d_в''} \sqrt{\frac{P'}{P''}}. \quad (5.21)$$

Здесь K'_D и K''_D — поправочные коэффициенты на диаметры натуры и модели.

Если за модель выбрать гидроциклон диаметром $D'' = 25$ мм при $U''_0 = 6{,}05$ м/с и натуру с $D'' = 1000$ мм при $U'_0 = 2{,}39$ м/с со стандартными $d'_с$, $d''_с$, $d'_в$, $d''_в$ и $P' = P''$ значение константы скорости составит $K_u = 0{,}65$.

Динамическое подобие движения потоков и минеральных зерен в модели и натуре обогатительного аппарата будет соблюдаться при условии, если в сходственных точках действуют одноименные и одинаково ориентированные силы, а отношение этих сил по всему объему является постоянным. В динамически подобных системах векторные поля сил, действующих на жидкость, образованы одноименными силами. Причем эти поля являются геометрически подобными и одинаково ориентированы относительно границ систем.

Динамическое подобие (если оно относится к жидкости — гидродинамическое) в аппаратах может быть при кинематическом, а значит, и геометрическом подобии и будет иметь место, когда определяющие критерии подобия в сходственных точках потока численно равны.

В связи с этим необходимо рассмотреть силы, действующие на жидкость: объемная сила тяжести G, гидродинамического давления P и трения R, инерции I. В зависимости от их соотношения динамическое подобие можно характеризовать различными (определяющими) критериями подобия.

Когда на жидкость действует только сила трения, тогда динамическое подобие будет соблюдаться при наличии геометрического и кинематического подобия и равенства чисел Рейнольдса в сходственных точках модели Re″ и натуры Re′ аппарата

$$\mathrm{Re}'' = \mathrm{Re}' \tag{5.22}$$

или

$$\frac{U''l''\Delta''}{\mu''} = \frac{U'l'\Delta'}{\mu'}. \tag{5.23}$$

Полагая что физические свойства жидкости при моделировании для модели и натуры те же, т. е. $\Delta'' = \Delta'$ и $\mu'' = \mu'$, соотношение скростей потока будет находиться в обратной зависимости с константой геометрического подобия согласно уравнению (5.23)

$$\frac{U''}{U'} = \frac{l'}{l''} = \frac{1}{K_l}. \tag{5.24}$$

Если на жидкость действуют только силы тяжести, то динамическое подобие будет достигаться при наличии геометрического и кинематического подобия и равенства чисел Фруда в сходственных точках модели Fr' и натуры Fr'' аппарата, т. е. $Fr'' = Fr'$.

Для рассматриваемого случая

$$I''/G'' = I'/G' = \mathrm{inv} = \mathrm{idem} = i_{I-G} \qquad (5.25)$$

или

$$I''/I' = G''/G' = K_{I-G}. \qquad (5.26)$$

Динамическое подобие будет обеспечиваться в модели и натуре аппарата при уравновешенном состоянии сил тяжести и инерции. По Чугаеву Р. Р. [19],

$$\frac{I'}{I''} = \frac{\Delta'' l'' U''^2}{\Delta' l' U'^2} \qquad (5.27)$$

и

$$\frac{G''}{G'} = \frac{\Delta'' g'' l''^3}{\Delta' g' l'^3}. \qquad (5.28)$$

Тогда

$$\frac{\Delta'' l''^2 U''^2}{\Delta' l'^2 U'^2} = \frac{\Delta'' g'' l''^3}{\Delta' g' l'^3} \qquad (5.29)$$

или

$$\frac{U'^2}{U''^2} = \frac{g'' l''}{g' l'}. \qquad (5.30)$$

Преобразовав выражение (5.30), получим критерий Фруда

$$Fr = \frac{U''^2}{g'' l''} = \frac{U'^2}{g' l'}. \qquad (5.31)$$

Он представляет собой отношение сил тяжести к силе инерции (отражает влияние тяжести на движение жидкости). Чтобы избежать значений $Fr < 1$, обычно пользуются обратным выражением $1/Fr$.

При $g'' = g' = g$ из формулы (5.31) следует

$$\frac{U''}{U'} = \sqrt{\frac{l''}{l'}} = \sqrt{K_l}. \qquad (5.32)$$

На поток жидкости (пульпы) одновременно действуют разные по природе силы (тяжести, инерции, вязкости). Для соблюдения динамического подобия между моделью и натурой аппарата необходимо кроме кинематического и геометрического подобия одновременно выдерживать равенство критериев Фруда и Рейнольдса в сходственных сечениях, т. е.

$$Fr'' = Fr'; \qquad (5.33)$$

$$\mathrm{Re}'' = \mathrm{Re}'. \qquad (5.34)$$

Доказано [21], что выражения (5.33) и (5.34) не совместимы, так как при переходе от модели к натуре критерий Рейнольдса требует, чтобы скорость потока изменялась в $К_l^{-1}$, а критерий Фруда — в $К_l^{-0,5}$ раз. Поэтому, если гидравлические явления протекают под действием двух или нескольких сил и применяются жидкости с теми же физическими свойствами в модели и натуре, динамического подобия достигнуть невозможно. В рассматриваемом случае подобие достигается путем применения в лабораторных условиях жидкости с другими физическими свойствами.

Для модели, которая в n раз меньше натуры, берут жидкость, кинематическая вязкость которой в $n^{3/2}$ раза меньше по сравнению с существующей в натуре. Так, если для гидроциклонов 25 мм и 1000 мм $К_l = 40$, то коэффициент кинематической вязкости среды ν в модели должен быть в 253 раза меньше, чем у воды. Однако такой путь весьма затрудняет моделирование процесса разделения минеральных зерен в гидроциклоне. Поэтому в ряде случаев моделирование приходится осуществлять приближенно с учетом одного критерия подобия, включающего главные действующие силы.

Например, при моделировании процессов в гидроциклоне необходимо учитывать число Фруда

$$Fr = \frac{\omega^2 r}{g},$$

так как режим движения в области квадратичного закона сопротивления автомодельный (не зависит от Re). Если движение жидкости турбулентно, то в гидроциклоне влияние силы тяжести пульпы на эпюры распределения составляющих скоростей (радиальной U_r, тангенциальной $U_т$, аксиальной — осевой U_L) и перепад давления мало.

Согласно π-теореме, решение уравнения Навье-Стокса с учетом симплекса геометрического подобия можно представить в виде функциональной зависимости [9]

$$\Phi(Ho, Fr, Eu, Re, L/D) = 0. \qquad (5.35)$$

Зависимость (5.35) называют обобщенным, или критериальным, уравнением гидродинамики. Критерий гомохронности учитывает неустановившийся характер движения жидкости в подобных потоках

$$Ho = U_\tau / l. \tag{5.36}$$

Критерий Эйлера характеризует соотношение между силами давления и инерции

$$\mathrm{Eu} = \frac{P}{\Delta U^2} \text{ или } \mathrm{Eu} = \frac{\Delta P}{\Delta U^2}. \tag{5.37}$$

При турбулентном установившемся движении жидкости (пульпы) в обогатительном аппарате критерий гомохронности может быть исключен, а влияние силы тяжести пульпы на эпюры распределения составляющих скоростей (радиальной U_r, тангенциальной U_τ и осевой U_L) и перепад давления будут малыми. Поэтому условием равенства значений критерия Фруда разрешается пренебречь.

Тогда

$$\mathrm{Eu}'' = \mathrm{Eu}'. \tag{5.38}$$

Если подставить параметры в критерий Эйлера, получим

$$\frac{\Delta P''}{\Delta'' U''^2} = \frac{\Delta P'}{\Delta' U'^2} \tag{5.39}$$

или

$$\left(\frac{U'}{U''}\right)^2 = \frac{\Delta P' \Delta'}{\Delta P'' \Delta'}, \tag{5.40}$$

где для автомодельного режима движения жидкости $U'/U'' = K_l$. Значит, давление для сходственных точек (например, на входе в гидроциклон) в натуре составит

$$\Delta P' = \Delta P'' K_l \frac{\Delta'}{\Delta''}. \tag{5.41}$$

При движении минеральных зерен с подобными скоростями критерии Архимеда должны быть равны $Ar'' = Ar'$ и включать определяющий линейный размер и физические свойства среды

$$Ar = \frac{d_э^2 \Delta^2 g}{\mu^2} \frac{\delta - \Delta}{\delta}, \tag{5.42}$$

где $d_э$ и δ — эквивалентный диаметр и плотность зерна; $\frac{\delta - \Delta}{\delta} = S_A$ — симплекс Архимеда.

Применяя отношение, исключающее скорость зерна Re^2/Fr в критериальной форме, можно записать

$$\frac{(\mathrm{Re}')^2}{Fr'} S_A = \frac{(\mathrm{Re}'')^2}{Fr''} S_A \tag{5.43}$$

или

$$\mathrm{Re}' = \mathrm{Re}'' \frac{Fr'}{Fr''} \sqrt{\frac{S_A''}{S_A'}}. \tag{5.44}$$

Для подобных процессов разделения минеральных зерен в обогатительных аппаратах коэффициенты турбулентной диффузии ε_D, гранулометрический состав продуктов и граничный размер зерна $d_{\text{гр}}$, коэффициенты разрыхленности гидровзвеси Θ, концентрации твердых фаз в продуктах, кривые и эффективность разделения должны быть подобными. Массоперенос в потоке можно характеризовать критерием Пекле, который отражает тепло- и массообмен:

$$Pe = Ul/\varepsilon_D. \tag{5.45}$$

Для модели и натуры гидроциклона при $Pe'' = Pe'$

$$\frac{U'D'}{\varepsilon_D'} = \frac{U''D''}{\varepsilon_D''} \quad \text{или} \quad \frac{U'L'}{\varepsilon_D'} = \frac{U''L''}{\varepsilon_D''}. \tag{5.46}$$

Но так как $Pe = PrFr$, то тогда для модели и натуры гидроциклона $Re' = Re''$ и $Pr' = Pr''$, где Pr — критерий Прандтля составлен из величин, характеризующих свойства жидкости, и является мерой подобия полей температуры и скоростей.

Приведенные примеры физического и математического моделирования технологических и гидродинамических параметров обогатительных аппаратов подтверждают, что, основываясь на теории подобия, при моделировании можно изучить сущность явлений, проверить теоретические предпосылки и результаты, полученные в лабораторных условиях, перенести с достаточной точностью в промышленные, уточнить соответствующие проектные данные и сократить сроки на разработку, исследование и внедрение технологии и машин. Они также дают возможность выбрать оптимальные параметры технологического процесса, обрабатывать и обобщать результаты экспериментальных исследований и получать обобщенные зависимости для инженерных расчетов.

5.2. Эффективность научных исследований

В Основных направлениях экономического и социального развития СССР на 1981—1985 годы и на период до 1990 года указывается, что необходимо **«обеспечить дальнейший экономический прогресс общества, глубокие качественные сдвиги в материально-технической базе на основе ускорения научно-технического прогресса, интенсификации общественного производства, повышения его эффективности» *.** Дальнейшее ускорение научно-технического прогресса будет осуществляться путем технического перевооружения производства, создания и выпуска высокопроизводительных машин и оборудования, рационального использования природных и материальных ресурсов.

Партия и государство нацеливают работников науки на повышение эффективности научных исследований и сокращение сроков внедрения законченных разработок в производство, на применение малооперационных и безотходных технологических процессов, более производительного единичного оборудования при одновременном уменьшении его габаритов, металлоемкости и энергоемкости. В области горнорудной промышленности намечается повысить извлечение и содержание железа, марганца и хрома в товарных концентратах.

Необходимо также совершенствовать взаимные связи науки и производства, повышать эффективность использования научного потенциала высших учебных заведений, внедрять эффективные методы комплексного использования сырья.

Научно-исследовательские работы можно разделить на две большие группы: фундаментальные и прикладные.

В зависимости от цели и проведения они делятся на поисковые, лабораторные, полупромышленные и промышленные. Завершающим этапом научно-исследовательских работ является внедрение технологии и серийное производство изделий.

Оценить эффективность научного труда и научных фундаментальных исследований в момент разработок невозможно. Например, 40 лет назад фундаментальные научные теоретические исследования в области ядерной физики нельзя было выразить конкретными технико-

---

* Материалы XXVI съезда КПСС. — М.: Политиздат, 1981, с. 137.

экономическими показателями. А в настоящее время на их базе разработаны и действуют атомные электростанции, атомоходы и т. д.

Прикладные исследования обычно оцениваются экономическим эффектом. Он может быть ожидаемым (если разработки использованы при составлении ТЭО, при техническом и рабочем проектировании объекта) и реальным (когда изделия, технология уже внедрены в производство). Интегральным критерием оценки результатов научно-исследовательских работ после их внедрения в производство может быть прибыль.

В условиях научно-технической революции разработки быстро морально устаревают. Поэтому сроки реализации идей, исследований в производстве должны все время сокращаться. Эти сроки с относительно высокой степенью достоверности можно определить методом инженерного прогнозирования.

В процессе научных исследований в лабораториях, полупромышленных и промышленных условиях расходуются материальные средства, которые слагаются из затрат на работы и материалы:

при научных исследованиях;

при проектировании, например, экспериментальных изделий;

при изготовлении опытных изделий для лабораторных и полупромышленных исследований;

при изготовлении опытных (головных) образцов изделий; на опытно-промышленное производство изделий (малой серии) с целью проверки результатов научно-исследовательских работ и определения их экономической эффективности.

Эффективность научных исследований в народном хозяйстве достигается посредством планирования, финансирования, стимулирования научного труда и технических разработок. В зависимости от путей использования ее факторы делятся на организационные (специализация, кооперирование, концентрация в сфере науки, научная организация труда, автоматизация и механизация труда при исследованиях); экономические (форма и уровень оплаты труда, экономическое и материальное стимулирование, финансирование новой техники); плановые (нормирование и планирование затрат и эффекта, планирование научно-технического прогресса); общественно-политические (моральное стимулирование, социалистическое соревнование, повышение культурно-технического уровня кадров).

Основным показателем исследований является эффективность внедрения новой техники или технологии, так как она обеспечивает на данном уровне развития науки и техники в течение определенного периода повышение экономической эффективности производства (производительности труда, надежности и долговечности изделий, уменьшение металлоемкости и энергоемкости).

Отдача от внедрения новой разработки определяется с помощью метода сравнительного экономического эффекта, при котором определяют: разность приведенных затрат с учетом фактического годового эффекта в сфере производства новой техники (руб./год); стоимость в рублях на единицу продукции до и после внедрения новой техники; нормативный коэффициент эффективности дополнительных затрат для данной отрасли; удельные капитальные затраты до и после внедрения новой техники; удельные производственные затраты (руб/ед); годовой выпуск новой продукции (единиц); период эффективного использования разработок (год).

Если эффект разработки образуется в сфере потребления средств новой техники, то при его расчете учитывается цена старого и нового средства труда, годовой выпуск продукции до и после внедрения новой техники. Фактический сравнительный экономический эффект в год внедрения представляет собой сумму приведенных затрат и эффекта в сфере потребления.

Результаты исследований не всегда реализуются в производстве в виде вещественной формы новой техники (научно-техническая информация в виде стандартов, нормативов, технических условий; научная организация труда). В этом случае эффект на производстве образуется в результате новых форм организации производства.

Исследования должны планироваться, так как без анализа и планирования управлять наукой практически невозможно. Конкретное научное исследование имеет свои цели и задачи, которые необходимо решить. При планировании необходимо конкретизировать цели исследований, установить очередность задач, предусмотреть возможность изменения направлений исследований и при необходимости обеспечить наилучшую расстановку сил и распределение ресурсов, координировать научные исследования.

Пятилетние планы научно-исследовательских работ и использование достижений науки и техники в народном хозяйстве являются составной частью государственного пятилетнего плана развития народного хозяйства СССР.

Координационные планы научно-технических проблем, например, в горнорудной промышленности, рассматриваются на уровне головных научно-исследовательских и проектных институтов соответствующих министерств и ведомств с последующим утверждением в Государственном комитете СССР по науке и технике.

5.3. Элементы инженерного прогнозирования

Янч Э. дает определение [23]: «Прогноз — вероятное утверждение о будущем с относительно высокой степенью достоверности. Предсказание— аподиктическое (невероятное) утверждение о будущем, основанное на абсолютной достоверности».

Произведение В. И. Ленина «Набросок плана научно-технических работ» и план электрификации России (план ГОЭЛРО) можно назвать гениальными образцами длительного прогноза научно-технического прогресса. Управление социально-экономическим и научно-техническим развитием общества немыслимо без прогнозирования и планирования, сознательного и целенаправленного управления процессами развития общества.

В СССР теоретические основы инженерного прогнозирования разработали В. Г. Гмошинский, Г. И. Флиорент, Я. С. Гольдин. К основным его методам следует отнести: метод патентов, который предполагает оценку инженерно-технической значимости новых изобретений; метод «целей — стратегий», который используется для прогнозирования на срок до 25—30 лет, а обобщенных параметров — до 5—10 лет [6, 7].

Инженерное прогнозирование может осуществляться на основе экстраполяции, морфологического расчленения, моделирования и экспертных оценок.

Метод *экстраполяции* предполагает перенос развития техники или технологии недалекого прошлого периода на развитие в будущем.

Метод *морфологического расчленения* основан на расчленении проблемы на «цели» прогнозирования и конкретные задачи с определением «удельного веса» цели.

Метод *моделирования* предполагает абстрагирование при исследованиях процесса развития техники и технологии с помощью логических информационных и математических моделей. Предпочтение отдается математическому моделированию как наиболее точному и общему.

Метод *экспертных оценок* основан на выяснении мнений по рассматриваемому вопросу специалистов-экспертов. Он включает методы мозговых атак, ассоциаций, «проб — и ошибок», сценария события и др.

Как уже говорилось, предпочтение отдается математическому моделированию, которое позволяет посредством математического анализа выяснить прогнозные ситуации.

Операционная модель прогнозирования предусматривает системный подход, который можно расчленить на такие этапы:

периодизацию прогнозов (краткосрочный, среднесрочный, долгосрочный прогноз); преобразование информации; синтез данных информации в форме аттестационных шкал; формирование содержания прогнозов; проверка прогнозов.

Преобразователи информации можно представить в виде частей общей модели, каждая из которых предусматривает формализацию информации в виде обобщенных критериев, функциональных зависимостей, графиков, таблиц, алгоритмов и др. Модель позволяет механизировать процесс прогнозирования путем применения вычислительной техники.

Синтез информации дает возможность формировать представления об объектах прогнозирования и характерных направлениях развития техники, определять аттестационную шкалу. При этом учитывается дополнительная информация в виде наиболее интересных инженерных решений в проектах, монографиях, статьях, докладах, сообщениях и др.

Прогноз основан на синтезированной информации в критериальной форме. Гмошинский В. Г. считает, что «формализация информации позволяет в максимальной степени устранить при прогнозировании произвольную интерпретацию фактов, субъективизм и проявление волевых тенденций. Составители и потребители прогноза в одинаковой мере находятся в строгих рамках количественных оценок, положенных в основу прогноза, хотя сам прогноз всегда выдается в вероятностной форме...» [6, 7].

Проверка прогноза представляет определенные трудности, так как фактическая оценка результатов отдалена периодом прогнозирования. Они преодолеваются с по-

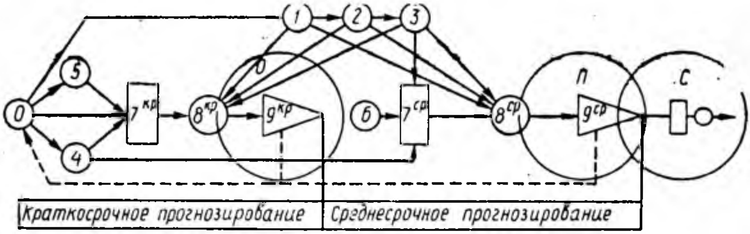

Рис. 5.2. Операционная модель прогнозирования

мощью «обратного прогнозирования» за предшествующий период проигрыванием модели.

Операционная модель прогнозирования включает программные документы, социологическую и историко-техническую информацию, теоретические исследования, существующие технические решения, новые проектно-конструкторские разработки, патенты и др. На рис. 5.2 приведена операционная модель.

Рассмотрим некоторые методы инженерного прогнозирования. В качестве примеров будут использованы данные по прогнозированию развития оборудования для классификации измельченных продуктов на обогатительных фабриках.

Прогнозирование по патентным источникам. Патенты на изобретения опережают по времени любые другие источники информации. Они, как правило, не содержат числовых технико-экономических параметров, по которым можно оценить инженерные решения. Поэтому патентную информацию приводят в систему, удобную для прогнозирования в виде генеральной определительной таблицы (ГОТ). Прибегнув к ранжированной последовательности распределения (место характеристики строго определено) и системе оценок в баллах (от 1 до n), получают простую форму записи инженерно-технической значимости изобретений (обратная связь по отношению к ГОТ)

$$О = |i|_{i=1}^{i=n}. \tag{5.47}$$

Характеристики намечают в соответствии с требованиями научно-технического прогресса в области техники. В качестве типовых характеристик используются: оригинальное конструктивное решение $[i_1, \varphi(i_1)=1]$; теоретическая обоснованность источника информации

$$[i_2, \varphi(i_2) = 1];$$

надежность и долговечность $[i_3, \varphi(i_3)=0{,}75]$;

обеспечение техники безопасности и эстетичность

$$[i_4,\ \varphi(i_4)=0{,}5];$$

лицензионно-коньюнктурный фактор $[i_5,\ \varphi(i_5)=0{,}3]$ и т. д.

Без должного обоснования переносить характеристики из одной области техники в другую нельзя. Суть преобразования информации заключается в сопоставлении с ГОТ по ключевым словам. По каждой характеристике определяется позиция, т. е. устанавливается оценка.

Патентную информацию обрабатывают с определением следующих критериев.

Коэффициента полноты изобретения (критерий I) или коэффициента инженерно-технической значимости Г, которые характеризуют вероятность внедрения и потенциальный технический уровень прогнозируемого объекта

$$\Gamma=\frac{q}{Q}=\frac{\sum\limits_{i=1}^{i=n} j\varphi(i)}{n\sum\limits_{i=1}^{i=n}\varphi(i)}, \qquad (5.48)$$

где q — фактическая сумма оценок патента или изобретения; Q — максимальная сумма оценок согласно характеристической матрицы.

Окончательная оценка патента

$$j_{\text{ок}}=j\varphi(i). \qquad (5.49)$$

Здесь $j_{\text{ок}}$ — окончательная оценка патента по данной характеристике; j — базисная оценка. Функция, нормирующая вес характеристик

$$\varphi(i)=\frac{i}{2^{i-1}}, \qquad (5.50)$$

где i — номер цели в ранжированной последовательности.

Если в табл. 5.2 ввести минимальные оценки $j=1$, то $\Gamma=0{,}2$, а верхний предел $\Gamma=1$, тогда перспективность объекта техники можно оценить количественно в пределах коэффициента полноты $0{,}2\leqslant\Gamma\leqslant1$. Чем ближе Г к единице, тем перспективнее инженерное решение. Дефицит [illegible] резерв дальнейшего усовершенствования представляет собой

$$D=1-\Gamma. \qquad (5.51)$$

В табл. 5.2 приведены значения коэффициента полноты.

Таблица 5.2. **Аттестационная шкала для коэффициента полноты Г**

Коэффициент полноты Г	Шенноновская избыточность	Оценка объектов и технических направлений с позиций прогнозирования	Категория прогнозирования
1—0,8	1—0,86	Весьма перспективные	I
0,79—0,6	0,85—0,68	Перспективные	II
0,59—0,4	0,67—0,43	Малоперспективные	III
0,39 - 0,2	0,42—0	Неперспективные	IV

Объект прогнозирования может быть составлен из нескольких изобретений. Тогда он называется техническим комплексом.

Существует математическая связь между $S(\Gamma)$ в виде

$$S = 1 - 0{,}62 \ln \Gamma. \tag{5.52}$$

Здесь S — шенноновская избыточность источника информации (мощность патента).

Приведенное число патентов характеризует технический потенциал конкурирующих групп

$$M = \sum_{\kappa=1}^{\kappa=n} \Gamma_{\kappa}, \tag{5.53}$$

где Γ_{κ} — коэффициент полноты изобретения по функционально-однородным объектам.

Обобщенный коэффициент полноты

$$\Gamma_{об} = \frac{1}{N_i} \sum_{\kappa=1}^{\kappa=n} \eta_{\kappa}\Gamma, \tag{5.54}$$

где N_i — номинальное число патентов; n — число статистических классов; η_{κ} — частота попадания патента в данный статистический класс (на гистограмме ось координат); Г — коэффициент полноты индивидуального патента, определяется по формуле (5. 48).

Его можно также представить в виде отношения площадей приведенного потока патентной информации $M(\tau)$, как нарастающий итог во времени к номинальному $N(t)$

$$\Gamma_{об} = \frac{\int_0^b M(\tau) d\varepsilon}{\int_0^b N(t) dt}. \tag{5.55}$$

Зная $M(\tau)$, можно определить темп роста технического потенциала

$$y = \frac{dM(\tau)}{dt} \qquad (5.56)$$

и прироста

$$Z = \frac{d^2(M)t}{d\tau^2}. \qquad (5.57)$$

Экономическая эффективность индивидуального объекта техники

$$R = \frac{C_1}{C_2}, \qquad (5.58)$$

где C_1 — стоимость единицы готовой продукции в обращении; C_2 — предполагаемая стоимость единицы готовой продукции, созданной на основе нового объекта техники.

При $R=1$ — объект (изобретение) экономичен; $R<1$ — объект неэкономичен; $R=1$ — изобретение на уровне прототипа.

Экономическая эффективность технических направлений характеризует эффективность внедрения нового технического направления

$$R(t) = R_0 + \int_0^t M(\tau)v(t-\tau)d\tau, \qquad (5.59)$$

где R_0 — начальное значение экономической эффективности; $V(t-\tau)$ — функция, отображающая «запаздывание» при условии $t>\tau$.

Для индивидуального объекта техники $R(t)_{\text{инд}}$ она определяется при условии $M(\tau)=\Gamma=\text{const}$; $M(\tau)=\Gamma_{\text{к}}=$ $=\text{const}$

$$\Phi(t-\tau) = \frac{dR(t)}{dt}\frac{1}{\Gamma}. \qquad (5.60)$$

Здесь τ, t — координата времени соответственно в прошлом и в будущем.

Прогнозирование на основе оценки стратегий заключается в составлении набора целей и списка средств (стратегий), направленных на их достижение.

Совокупность целей и стратегий характеризуется объединенным критерием

$$W = \sum_{i=1}^{n} \varphi_0(i)\delta(i), \qquad (5.61)$$

где $\varphi_0(i)$ — относительная доля цели в ранжированной (убывающей) последовательности целей; $\delta(i)$ — вероятность реализации стратегий по каждой цели; n — число целей.

Стратегия будет полезной, если математическое ожидание $\varphi_0(i)\delta(i)$ будет максимальным.

Для нахождения относительного веса цели составляются результаты опроса экспертов на первом и втором этапах, подсчитываются средние значения веса целей и определяется относительный вес цели (доля от суммы весов)

$$\varphi_0(i) = \frac{\varphi(i)_{\text{ср}}}{\sum\limits_{i=1}^{i=n} \varphi(i)}. \tag{5.62}$$

После чего при известных значениях $\varphi_0(i)$ и вероятности реализации стратегии $\sigma(i)$ рассчитывается сила стратегии W.

Нормирующая функция веса целей $\varphi(i)$ определяется из граничных условий и должна отвечать четырем условиям:

$$\text{для } i = 1 \qquad \varphi(i) = 1;$$

$$\text{для } i = \infty \qquad \varphi(i) = 0;$$

$$\text{для } i \to \infty \qquad \operatorname{Lim} \frac{\varphi(i+1)}{\varphi(i)} < \rho < 1;$$

$$\text{для } 1 \leqslant i \leqslant \infty \qquad [\varphi(i)] > [\varphi(i+1)].$$

В окончательном виде

$$\varphi(i) = \frac{1}{2^{i-1}}, \tag{5.63}$$

где i — номер цели в ранжированной последовательности.

Применение девяти — десяти целей не имеет смысла, так как при 10 их вес становится столь незначительным, что учесть эту цель при прогнозировании практически невозможно.

Достоверность ранжирования целей определяется по математическому ожиданию результатов опроса экспертов

$$M(\rho) = \frac{1}{N} \sum_{\text{к}=1}^{\text{к}=N} \rho_{\text{к}} \eta_{\text{к}}; \tag{5.64}$$

при условии, что

$$0{,}68 \leqslant M \leqslant 1,$$

где $\rho_к$ — вероятность совпадения мнений прогнозиста и эксперта; $\eta_к$ — частота попадания события в статистические классы из $\rho_к$ классов; N — число экспертов.

Вероятность совпадения мнений $\rho_к$ при благоприятном числе событий Б и общим числом целей n составит $\rho_к = Б/n$. Между вероятностной оценкой подцели $S(i)$ и ее оценкой в баллах j имеется связь $\delta(i) = j/j_{max}$, где j_{max} — максимальный балл в принятой системе оценок. Например, в шестибалльной системе оценок оценке равной 5 соответствует вероятность

$$\delta(i) = i, j = 5 \to \delta(i) = 0{,}83;$$
$$j = 4 \to \delta(i) = 0{,}666; \; j = 3 \to \delta(i) = 0{,}5;$$
$$j = 2 \to \delta(i) = 0{,}333; \; j = 1 \to \delta(i) = 0{,}166.$$

С учетом неравномерности веса целей окончательно будем иметь

$$\delta(i)_{окон} = \varphi_0(i) \frac{j}{j_{max}}. \tag{5.65}$$

Например, при $\varphi_0(i) = 0{,}149$ для шестибалльной системы оценок $\delta(i) = 0{,}666$ и $j = 4$ будем иметь

$$\delta(i)_{окон} = 0{,}149 \frac{4}{6} = 0{,}099.$$

Прогнозирование по обобщенным числовым параметрам. Этот метод отличается от прогнозирования по патентам наличием количественных (числовых) параметров. Производить оценку по патентам в цифровых параметрах (количественно) фактически невозможно. Прогнозирование по обобщенным числовым параметрам сводится к определению критерия технического уровня K и критерия технической конкурентоспособности

$$К_1' = \frac{\sum\limits_{i=1}^{i=S} К_n(\varphi)i}{\sum\limits_{i=1}^{i=S} \varphi(i)}; \tag{5.66}$$

$$К_2 = \frac{\sum\limits_{i=1}^{i=S} К_m\varphi(i)}{\sum\limits_{i=1}^{i=S} \varphi(i)}, \tag{5.67}$$

где $К_n$, $К_m$ — частные параметры, представляющие отношение числовых значений параметров новой разработки к существующим для рациональных категорий показателей; $\varphi(i)$ — функция, нормирующая вес параметров в ранжированной последовательности.

Система оценок по критериям $К_1$ и $К_2$ следующая. При $К_1 > 1$ — объект в целом разработан выше уровня существующих образцов и перспективен; $К_1 = 1$ — объект разработан на уровне прототипов и не имеет существенных преимуществ; $К_1 < 1$ — объект разработан ниже уровня лучших отечественных образцов и не должен быть реализован. Аналогично оценивается техническая конкурентоспособность по критерию $К_2$.

Аттестационная шкала для критериев $К_1$ и $К_2$ формируется на основе аттестационной шкалы полноты изобретения Г

$$\left.\begin{matrix}К_1\\ К_2\end{matrix}\right\} 0{,}8 + Г. \tag{5.68}$$

Если $К_1 = К_2 = 1{,}6$ — объект с позиций прогнозирования весьма перспективный (для $К_2$ конкурентоспособный);

$К_1 = К_2 = 1{,}59—1{,}4$ — перспективный (конкурентоспособный);

$К_1 = К_2 = 1{,}39—1{,}2$ — малоперспективный (малоконкурентоспособный);

$К_1 = К_2 = 1{,}19—1{,}0$ — неперспективный (неконкурентоспособный).

Определение периода прогнозирования может осуществляться двумя способами:

посредством опроса экспертов;

с помощью простейшей математической модели, построенной на основе опытных фактов.

Если определение периода прогнозирования уже намеченных объектов ведется первым способом, результаты оформляются в виде гистограммы. Медиана вариационного ряда отвечает периоду прогнозирования. По Г. М. Доброву для этого способа его находят по формуле

$$Т = \frac{4Т_{ост} - 2Т_в}{6}, \tag{5.69}$$

где $Т_{ост}$ — период прогнозирования, отмеченный «осторожным» экспертом; $Т_в$ — более вероятный период прогнозирования, отмеченный экспертом — оптимистом.

Способ экспертных оценок громоздкий и не исключает ошибок.

Второй способ базируется на том, что приращение периода прогнозирования ΔT пропорционально абсолютному (полному) периоду прогнозирования T. В основу его положено дифференциальное уравнение

$$\frac{dT}{T} = (1 - y)\,dy. \qquad (5.70)$$

Здесь y — перспективный уровень развития техники.

При начальных условиях $y=\varphi$; $T=t_0$ период прогнозирования будет равен

$$T = t_0 \exp\left[0{,}5y^2 - y - \psi(0{,}5\varphi - 1)\right], \qquad (5.71)$$

где t_0 — период внедрения в производство аналогичных объектов техники от идеи до начала производства изделий.

Когда перспективный уровень φ выражается в виде коэффициента полноты изобретения Γ или в виде силы стратегии W, т. е. $y=\Gamma=W$ при минимальном значении коэффициента инженерно-технической значимости изобретений $\Psi=\Gamma_{\min}=0{,}2$, тогда

$$T = t_0 \exp\left[0{,}5\Gamma^2 - \Gamma + 0{,}18\right] \qquad (5.72)$$

или

$$T = t_0 \exp(0{,}5W^2 - W + 0{,}18). \qquad (5.73)$$

Если y определяется в форме обобщенного числового параметра K, т. е. $y=K=\Gamma+0{,}8$, то

$$T = t_0 \exp(0{,}5K^2 - 1{,}8K + 7{,}3). \qquad (5.74)$$

Из равенств (5. 72) и (5. 74) следует, что период прогнозирования описывается экспоненциальным уравнением.

Год реализации прогнозированного объекта техники определяется по зависимости

$$A_{\text{в}} = A_n + T. \qquad (5.75)$$

Здесь A_n — год формирования идеи по новому объекту техники.

Применительно к прогнозированию по патентам минимальный объем информации и глубина ее ретроспективного поиска для инженерного прогнозирования составят

$$t_{\text{поиск}} \geqslant t_0 \exp(0{,}5\Gamma^2 - \Gamma + 0{,}18). \qquad (5.76)$$

Коэффициент полноты информации Γ колеблется в пределах от 0,2 до 1. Для объектов техники $\Gamma_{\max}=1$, тогда $t_{\text{поиск}}=0{,}73$. Глубина поиска изменяется в пределах

$$t_{\text{поиск}} = t_0 + 0{,}73t. \qquad (5.77)$$

Обычно в технике $t_{\text{поиск}}=10...15$ годам, а в некоторых случаях — 18...20 лет.

Мера достоверности прогнозирования по выборке составляет

$$\sigma=\frac{1}{2\sqrt{N}}100, \qquad (5.78)$$

где N — объем генеральной совокупности.

Например, если $N=300$, то погрешность выборки составит примерно 3 %, что обеспечивает доверительную вероятность прогнозирования по коэффициентам полноты не ниже 98,5 %.

Объем поискового массива n при $N=\infty$ будет

$$n=\frac{9\sigma^2}{\varepsilon^2}. \qquad (5.79)$$

Здесь ε — точность прогнозирования.

Более точно он определяется из выражения

$$n=\frac{0{,}04t_{\text{поиск}}b}{\varepsilon}, \qquad (5.80)$$

где b — число элементов классификации.

С учетом $t_{\text{поиск}}=nkt_0\div 0{,}73Kt_0$

$$K=\frac{0{,}04}{\varepsilon}b. \qquad (5.81)$$

Для новых, более перспективных разделов техники n меньше. Темп наращивания количества публикаций можно выразить соотношением

$$T_{п}=\frac{П_1}{П_2};\ T_{э}=\frac{П_{э}}{П_2}, \qquad (5.82)$$

где $П_1$, $П_2$, $П_{э}$ — количество публикаций соответственно за предыдущий период, за последующий период, на прогнозируемое пятилетие.

В качестве числовых примеров по инженерному прогнозированию использована перспектива развития технологического оборудования для классификации измельченных продуктов на железорудных обогатительных фабриках СССР.

Пример 1. Сотрудниками кафедры обогащения полезных ископаемых Днепропетровского горного института имени Артема предложен многопродуктовый центробежный аппарат для классификации (авторское свидетельство № 611672). В нем можно выделять два, три и более продуктов, которые затем дифференцируют по стадиям измельчения и обогащения в зависимости от гранулометрического состава и физических свойств.

Из описания изобретения следует, что лучше оценить его по всем пяти характеристикам ГОТ

$$Q = 5 \sum_{i=1}^{i=5} \varphi(i) = 1{,}78.$$

Фактическая сумма оценок получается следующим образом: i_1 — инженерно-техническая особенность патентного решения $\varphi(i) = 1{,}3$. Изобретением предложено принципиально новое решение по разделению минеральных зерен по крупности. Оценка должна быть произведена по позиции P_5 (см. ГОТ). Тогда $j_1 = 5$; $j_{ок} = j\varphi(i) = 5$.

Аналогично

для i_2 при $j = 5$ и $\varphi(i_2) = 1$; $j_{ок} = 5$;

для i_3 при $j = 4$ и $\varphi(i_3) = 0{,}75$; $j_{ок} = 3$;

для i_4 при $j = 5$ и $\varphi(i_4) = 0{,}50$; $j_{ок} = 2{,}5$;

для i_5 при $j = 1$ и $\varphi(i_5) = 0{,}31$; $j_{ок} = 0{,}31$.

Фактическая сумма оценок

$$q = \sum_{i=1}^{i=5} j\varphi(i) = 5 \cdot 1 + 5 \cdot 1 + 4 \cdot 0{,}75 + 5 \cdot 0{,}5 + 1 \cdot 0{,}31 = 15{,}81.$$

Вероятность внедрения данного изобретения в производство

$$\Gamma = \frac{q}{Q} = \frac{15{,}81}{17{,}8} = 0{,}88.$$

В соответствии с таблицей [2] коэффициент полноты этого изобретения в пределах I категории прогнозирования. Дефицит $D = 1 - \Gamma = 0{,}12$. С позиций инженерного прогнозирования рассматриваемое изобретение оценивается как весьма перспективное. Результат его сопоставления с ГОТ можно записать в виде оценочной формулы $0 = 55451$.

Период прогнозирования для рассматриваемого аппарата при $t_0 = 20$ лет и $\Gamma = 0{,}88$ составит

$$T = 20e^{-0{,}313} = 14{,}6 \approx 15.$$

Он относится к среднесрочному прогнозированию (10...30 лет). Многопродуктовый центробежный аппарат был заявлен в 1973 г. и в соответствии с операционной моделью прогнозирования массовое внедрение можно ожидать к 1988 г., т. е. $А_в = А_n + Т = 1973 + 15 = 1988$ г.

Экономическая эффективность для будущего единичного изобретения при стоимости единицы продукции в обращении в настоящее время $C = 2700$ руб. (гидроциклон диаметром 1000 мм) и предполагаемой (прогнозной) стоимости единицы изделия при реализации нового изобретения $C = 1400$ руб.

Так как $R > 1$ — изобретение экономически эффективно.

Критерий технического уровня равен $К_1 = 0{,}8 + 0{,}88 = 1{,}68$ и критерий технической конкурентоспособности $К_2 = 0{,}8 + 0{,}88 = 1{,}68$. Многопродуктовый центробежный аппарат для классификации соответствует лучшим образцам отечественного производства и относится к I категории прогнозирования.

Пример 2. Требуется оценить экономическую эффективность прогнозируемых инженерных решений в области центробежных аппаратов для классификации измельченных продуктов на обогатительных фабриках. Проанализировано 334 литературных источника, авторских свидетельств и патентов за 22 года. Установлено, что число патентов и изобретений по центробежным аппаратам с 1956 по 1978 гг. возрастает постоянно и по неполным данным составляет 114. Если за начальный период принять 1966 г. (всего патентов и изобретений до 1966 г. опубликовано 10), то среднее количество их в год составит 8. Примем в виде постоянной величины $M(\tau) = M_0 = \text{const}$ (патентов) в год. Приведенный поток патентной информации выразится функцией

$$M(t-\tau) = M_0\left(1 - e^{-\frac{t}{a}}\right), \tag{5.83}$$

а индекс прогнозирования в форме затухающей экспоненты

$$v(t-\tau) = \frac{\alpha}{Q} e^{-\frac{t}{a}}, \tag{5.84}$$

тогда

$$R(t) = R_0 + \alpha M_0\left[\frac{1}{2}\left(1 + e^{-\frac{\alpha t}{a}}\right) - e^{-\frac{t}{a}}\right]. \tag{5.85}$$

При $t = 0$ (в начале отчета) $R(t) = R_0$, а при достаточно большом времени t

$$R(t) = R_0 + 0{,}5\alpha M_0. \tag{5.86}$$

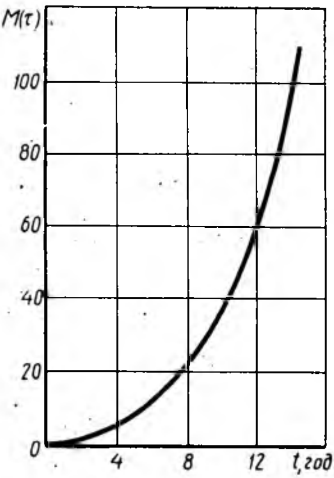

Рис. 5.3. Приведенный поток информации

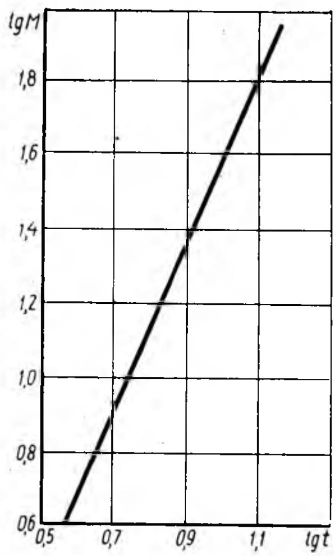

Рис. 5.4. Зависимость $M = at^{(n)}$ в логарифмической форме

Для рассматриваемого примера была обработана патентная информация и построена зависимость $M(\tau)$. Приведенный поток информации $M(\tau)$ или приведенное число патентов в нарастающем по времени итоге описывается степенной функцией (рис. 5. 3)

$$M = at^n. \tag{5.87}$$

Графоаналитически определены значения $a = 0{,}217$ и $n = 2{,}26$. Чтобы упростить решение задачи, зависимость можно представить в виде прямой (рис. 5. 4)

$$\lg M = \lg a + n \lg t.$$

При $M_0 = 8$, $R_0 = 1{,}5$, $\alpha = 0{,}065$ экономическая эффективность технических направлений $R(t)$ составит

$$R(t) = 1{,}5 + 0{,}5 \cdot 0{,}065 \cdot 8 = 1{,}76.$$

Из сопоставления с базисными оценками следует, что экономическая эффективность по данному вопросу больше единицы $R(t) = 1{,}76 > 1$, а патентная информация обеспечивает достаточно высокий уровень инженерных решений.

Мера достоверности прогнозирования по выборке составит

$$\sigma = \frac{1}{2\sqrt{N}} 100 = \frac{1}{2\sqrt{110}} 100 = 4{,}76,$$

что гарантирует высокую доверительную вероятность прогнозирования по коэффициентам полноты.

Методика инженерного прогнозирования развития техники и некоторые методы прогнозирования приведены в сокращенном виде. Более подробно с ней можно познакомиться в специальной литературе [1, 2, 13].

Изучение вопросов инженерного прогнозирования дает возможность сопоставлять новые направления развития техники и технологии производственных процессов, повышать достоверность прогнозирования и избегать грубых ошибок в инженерных решениях.

Глава шестая. ХАРАКТЕРИСТИКА ГОРНОЙ НАУКИ И ЕЕ ЗАДАЧ

6.1. Горная наука. Предмет, цель и разделы

Одно из первых определений понятия «горная наука» принадлежит М. В. Ломоносову: «Наука, которая учит минералы знать, приискивать и приводить в такое состояние, чтобы они в обществе человеческом были пригодны...». Из этого видно, что уже в XVIII веке горная наука носила прикладной характер и включала знания в области геологии и разведки месторождений полезных ископаемых, их разработки и обогащения. Содержание понятия остается фактически тем же и в наши дни.

Горная наука относится к числу технических наук и представляет собой совокупность знаний:

о природных условиях залегания месторождений полезных ископаемых и физических явлениях, происходящих в толще пород при ведении горных работ;

о технологических способах добычи и обогащения полезных ископаемых;

об организации производства, обеспечивающей безопасную и эффективную разработку месторождений.

Предметом горной науки являются процессы разработки полезных ископаемых в их развитии и взаимосвязи с сопутствующими им природными явлениями, т. е. условиями фактического осуществления этих процессов.

Длительное время вместо термина «горная наука» существовал собирательный термин «горное искусство», под которым понималась система приемов и методов практической деятельности, связанная с добычей и обогащением полезных ископаемых. И тем не менее система оставалась наукой, ибо любая наука, как писал академик С. И. Вавилов, это всегда сумма знаний, достигнутых многими людьми, прошлыми поколениями и современниками; это результат сложного коллективного труда.

Развитие советской горной науки сопровождалось ее дифференциацией и стремительным внедрением достижений фундаментальных и смежных наук. В настоящее время в ней можно выделить три раздела: технологический, нормализации условий производственной обстановки и экономики горного производства.

Технологический раздел включает:

горный цикл — подземная и открытая разработка месторождений полезных ископаемых (вскрытие, подготовка и системы разработки; технология очистных и подготовительных работ; механизация и автоматизация производственных процессов; управление горным массивом; разрушение горных пород — резание, буровзрывные работы и т. д.; рудничный и карьерный транспорт, подъем, водоотлив и др.); обогащение полезных ископаемых (технология и способы обогащения минералов — гравитационный, магнитный, электрический, флотационный и др.; машины для переработки и обогащения); проектирование предприятий по добыче и обогащению полезных ископаемых; охрану окружающей среды от вредного воздействия горных работ; маркшейдерское дело, охрану и рациональное использование недр; опробывание и определение состава полезных ископаемых.

В раздел нормализации условий производственной обстановки для горнорабочих входят методы обеспечения безопасных условий труда в шахтах, теория и методы рудничной аэродинамики, теплового режима и борьбы с рудничным газом, внезапными выбросами угля и газа, рудничной пылью; основы безопасного применения электричества в подземных условиях; методы прогноза и предотвращения самовозгорания угля, руд и др.

Раздел экономики горного производства включает: горную экономическую географию; экономику горного предприятия и его подразделений; организацию труда в очистных и подготовительных забоях, а также во всех остальных звеньях технологической цепи шахты; управление горными предприятиями; управление качеством продукции и др.

6.2. Состояние и задачи горной науки на современном этапе

Современная горная наука — это мощный арсенал знаний, на базе которого развивается горнодобывающая промышленность и воспитываются квалифицированные кадры горняков. Вооружение промышленности новыми методами добычи полезных ископаемых и их обогащения, средствами комплексной механизации и автоматизации процессов опирается на достижения фундаментальных научных исследований.

Назовем важнейшие из них.

В горном деле раньше, чем в других отраслях, разработаны математические методы определения оптимальных параметров горных предприятий, в частности, годовой производственной мощности, срока службы, размеров шахтного поля, выбора расположения главных горных выработок, решаемые сейчас с помощью электронно-вычислительных машин.

Для внедрения гидравлического подземного способа разработки угольных пластов, позволяющего реализовать поточную технологию добычи, созданы теоретические и экспериментальные предпосылки. В этой отрасли разработаны теоретические основы геотехнических способов добычи полезных ископаемых и многое другое.

Советским ученым принадлежат и наиболее крупные теоретические работы в области флотационных и химических методов обогащения руд и редких элементов, получения высококачественных концентратов.

Современные цели горной науки определяются экономическими и социальными задачами нашего государства. Большое значение для развития всего народного хозяйства имеет снижение стоимости топливно-энергетических ресурсов и минерального сырья. Добычу полезных ископаемых невозможно вести без участия человека в работе под землей. Там он встречается с опасными условиями, порождаемыми подвижностью рабочего места, с проявлениями горного давления и с рядом стихийных явлений (внезапными выбросами угля и газа, прорывами подземных вод и т. д.).

Вот почему горная наука решает две противоположные, и в то же время единые теоретические и практические задачи: первая — создать способы разрушения полезного ископаемого и вмещающих горных пород, вторая — обеспечить устойчивость горных выработок в течение необходимого времени. Реализовать их можно, овладев методами управления микротектоническими процессами (деформациями горных пород, режимом подземных вод и фильтрацией газов), с тем чтобы сделать добычу полезных ископаемых безопасной, производительной и экономичной, достичь наименьших потерь минералов в недрах.

Разработка месторождений, залегающих на больших глубинах или в сложных горнотехнических условиях, выдвигает важную экономическую и социальную проблему: освободить человека от тяжелого подземного труда. Горная наука должна создать новые автоматизированные комплексы оборудования, разработать технологии и средства добычи полезных ископаемых, которые предусматривают полное или частичное отсутствие людей в очистных забоях. К таким технологиям относятся геотехнические методы добычи полезных ископаемых через скважины — выщелачиванием, расплавлением, растворением и другими способами (без подземных горных работ).

Из этого следует, что горной науке необходимо обеспечить создание крупнейших высокоэффективных предприятий с комплексной механизацией и автоматизацией разработки месторождений, рентабельной экономикой, решение проблемы повышения качества продукции, управления предприятиями и отраслью. Уже сейчас она должна искать и развивать элементы техники будущего.

6.3. Методы исследований в горной науке

Создание и совершенствование способов и средств разработки месторождений полезных ископаемых опирается на знания о процессах, возникающих и протекающих в земной коре при ведении горных работ.

Сложность среды, разнообразие горно-геологических условий залегания полезных ископаемых, стохастический характер протекающих процессов предопределили использование комплексного метода исследований. Его составными частями являются методы экспериментально-производственных, лабораторных, аналитических (математических, графоаналитических) исследований, а также математико-экономического моделирования и др.

Теоретической базой горной науки служат достижения и методы математики, физики, химии, теоретической механики и механики сплошных сред, электротехники и автоматики, кибернетики, экономики и целого ряда других наук.

По существу все методы могут быть разделены на две группы: аналитические и экспериментальные. Первые включают теоретические исследования, вторые — производственные и лабораторные.

Каждому из этих методов свойственны свои преимущества и недостатки. Ни один из них не может обеспечить необходимую полноту решения задачи. Только комплексное изучение на основе производственных, лабораторных и аналитических методов исследований в состоянии приблизить нас к познанию сложных явлений, например, происходящих вокруг очистных и подготовительных выработок в результате выемки полезного ископаемого. При этом, однако, экспериментально-производственные исследования занимают ведущее место во всем комплексе исследований.

Современная горная наука располагает богатым арсеналом методов исследований, высокоточных приборов и измерительной аппаратуры, позволяющих решать многие задачи.

Глава седьмая. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНО-ПРОИЗВОДСТВЕННЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ

7.1. Общие сведения о характере экспериментально-производственных исследований

Улучшить условия труда горняков, повысить технико-экономические показатели в работе — основные задачи горнодобывающей промышленности. Большую роль в их решении играют производственно-технические обобщения, позволяющие на основании статистических данных определить фактическое состояние дел и выявить возможные резервы. Чтобы найти правильные решения, подвергают тщательному анализу влияющие факторы и их взаимосвязи.

Поскольку экономические вопросы тесно переплетаются с техническими, то их следует рассматривать во взаимосвязи, используя *метод технико-экономического анализа*. Сущность его — сбор на предприятиях статистических сведений, последующая их обработка, позволяющая устанавливать количественные зависимости. По совокупностям отдельных точек, соответствующих исходным цифровым данным и нанесенных на координатную сетку, строят кривые, для которых подбираются эмпирические уравнения. Таким образом, статистические исходные данные только фиксируют значения величин, которые относятся к существующим или существовавшим явлениям.

Если же по существу интересующего вопроса готовых статистических данных нет или их мало, то исходные материалы могут быть получены в результате специально поставленных наблюдений, организованных в достаточно полном объеме. При исследовании каких-либо производственных процессов, осуществляемых, как правило, в различных условиях, интересующая нас зависимость может быть установлена на основании экспериментов (опытов). Метод, заключающийся в постановке наблюдений и экспериментов непосредственно в шахтах и рудниках, называется *экспериментально-производственным*.

С целью более точного выяснения характера интересующей нас зависимости экспериментальные наблюдения проводятся в специально организованной обстановке, позволяющей сделать более или менее одинаковым влияние прочих факторов (кроме тех, которые мы изучаем).

Результаты наблюдений группируют (классифицируют) по каждому фактору в отдельности, чтобы выявить влияние каждого из них. Например, при исследовании влияния на производительность комбайна крепости угля, мощности пласта, ширины захвата и скорости подачи комбайна в одну из групп заносят данные, характеризующие величину производительности комбайна при различной крепости угля, но неизменных остальных факторах, в другую группу — данные о производительности комбайна при различной мощности пласта, но неизменных крепости угля, ширине захвата и скорости подачи комбайна и т. д. Благодаря однородности условий проведения каждого отдельного эксперимента, «разброс» точек при вычерчивании экспериментальных кривых будет меньше.

Значительный объем экспериментально-производственных исследований приходится на долю изучения проявлений горного давления в различных горно-геологических условиях и разной технологии ведения очистных работ. Они включают в себя изучение горно-геологических условий и производственно-технических факторов, измерение смещений боковых пород и нагрузок на крепь и ее элементы, определение опорного давления в массиве пород и угля; устойчивости обнажений боковых пород; выявление работоспособности крепи и др.

Преимуществом экспериментально-производственных исследований по сравнению с лабораторными и аналитическими является то, что их результаты отражают реальные натурные условия. Однако проведение таких исследований в шахтах сопряжено с рядом трудностей, обусловленных стесненностью пространства, наличием метана и пыли, обводненностью и т. д. В силу многообразия влияющих факторов трудно подчас определить влияние каждого из них в отдельности.

7.2. Организация экспериментов

Исследования проявлений горного давления должны проводиться по единой для всех угольных бассейнов СССР методике. Только тогда станет возможным сопоставление результатов наблюдений с аналогичными наблюдениями других исследователей и их обобщение. А это позволит решить не только конкретные задачи, но и применить результаты исследования для совершенствования аналитических методов расчета и разработки единой теории горного давления.

Исследование влияния различных естественных и производственных факторов на проявления горного давления обычно проводят на нескольких шахтах. При постановке наблюдений необходимо, чтобы исследуемые шахты по возможности более полно характеризовали бассейн, в котором ведутся наблюдения. Для проверки измерений в каждом отдельном случае разрабатывается методика, содержание которой определяется поставленными целями исследования. Она составляется с учетом горно-геологических условий, типов применяемой аппаратуры и ее метрологических свойств. Разрабатывая методику, необходимо учитывать следующее:

1. При исследовании поведения боковых пород в зависимости от естественных условий необходимо выбрать достаточно большое количество шахт, с тем чтобы иметь возможность изучить разнообразные горно-геологические условия.

2. Изучая взаимодействие крепи и пород, нужно ограничиваться какой-либо одной характерной лавой, в которой можно проследить при постоянных естественных условиях влияние различных характеристик крепи и производственно-технических условий на проявления горного давления.

3. Количество применяемой измерительной аппаратуры и продолжительность наблюдений обусловливаются задачами, поставленными в исследованиях, и могут изменяться в значительных пределах. Они должны быть заранее предопределены методикой проведения наблюдений.

7.3. Методы исследования напряженного состояния горных пород вокруг очистных выработок

Многие важные вопросы, связанные с проявлением горного давления, такие, как горные удары, внезапные выбросы угля и газа и т. п., можно решить лишь на основании непосредственного изучения напряженного состояния в глубине массива горных пород.

Однако при измерениях напряжений возникают большие трудности, главным образом из-за неоднородности массива. В большинстве случаев он пронизан трещинами по плоскостям наслоения, разделяющими его на отдельные части, каждая из которых имеет отличное от всего массива напряженное состояние. Поэтому полную картину напряженного состояния горных пород на больших площадях представить чрезвычайно сложно. Чтобы решить эту задачу, в настоящее время применяют методы сейсмоакустический, разгрузки горных пород, буровых скважин и др.

Основой метода разгрузки является использование характеристики упругого восстановления формы образца при искусственном отделении его от окружающего массива пород. Он впервые был применен в СССР (1935 г.) и теперь широко используется во многих странах. В комплект аппаратуры входят буровой станок (типа БК-1) для установки тензодатчиков на забое скважины и измерительная станция для снятия показаний датчиков.

Сущность метода заключается в следующем. В породах массива на определенную глубину забуривается скважина диаметром 58 или 120 мм. После шлифовки забоя скважины на его поверхность с помощью досылочного устройства устанавливаются тензометры (проволочные розетки, струнные датчики и др.). Измерительная станция снимает их показания. Затем продолжают бурение, образуя в массиве кольцевую щель и отделяя целичок с тензометрами от остального массива в виде цилиндрического керна. По мере бурения непрерывно измеряют деформации вплоть до момента полной разгрузки керна, которая наступает обычно при глубине щели $L \geqslant 3D$.

После измерений на заданной глубине керн обламывается, скважина углубляется до следующей заданной отметки и комплекс работ по разгрузке керна повторяется.

Замеренные величины упругих деформаций при разгрузке элемента массива позволяют определить величину напряжений по формулам теории упругости, действительным для плоского напряженного состояния тел:

$$\sigma_y = \frac{E}{1-\mu^2} (\varepsilon_y + \mu\varepsilon_x); \qquad (7.1)$$

$$\sigma_x = \frac{F}{1-\mu^2} (\varepsilon_x + \mu\varepsilon_y), \qquad (7.2)$$

где σ_y — осевое напряжение, МПа; σ_x — поперечное напряжение, МПа; E — модель упругости породы, МПа; μ — коэффициент Пуассона; ε_y — относительная осевая деформация; ε_x — относительная поперечная деформация.

Метод разгрузки дает возможность производить измерения как на обнаженных поверхностях пород в выработках, так и в глубине массива (в скважинах до 15 м). Он применяется в породах, которые сохраняют свою форму после отделения от массива (прочные угли, песчаники, каменная соль, гипс, руда и др.).

На рис. 7.1 представлены графики измерения напряжения в угольном массиве, полученные на основании результатов метода разгрузки. По оси ординат показаны осевые σ_y и поперечные σ_x напряжения, а по горизонтали отложена глубина скважины. Из графиков следует, что напряжения впереди забоя вначале возрастают, достигая максимума ($\sigma_y = 20$ МПа) на глубине 2—2,5 м, а затем уменьшаются. Такой характер распределения напряжений со-

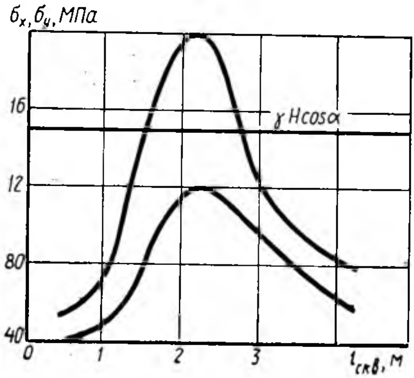

Рис. 7.1. Графики изменения напряжений в угольном массиве

гласовывается с визуальными наблюдениями, проводившимися на этом пласте (при бурении скважин и работе врубовой машины в зоне повышенных напряжений имели место хлопки и стреляния).

Метод разгрузки позволяет решать следующие задачи: определять напряжения угольного массива в зоне опорного давления и коэффициенты концентрации напряжений; узнавать напряжения в кровле выработки; получать сравнительные данные о напряженном состоянии в массиве при различных условиях (подработке и надработке пласта и др.); определять устойчивость и запас прочности целиков.

Недостаток метода заключается в том, что существующей аппаратурой можно измерять только две составляющие напряжений, характеризующие плоское напряженное состояние пород. В настоящее время этот метод является самым распространенным и считается наиболее надежным и доступным.

Сущность метода буровых скважин сводится к получению относительных характеристик напряженного состояния горных пород. Для этого в скважину на различном расстоянии от ее устья помещают один или несколько приборов, регистрирующих величину изменения деформаций или напряжения.

Существуют два способа оценки изменения величины относительных напряжений — косвенный и прямой.

При *косвенном* эту величину определяют путем изменения деформаций стенок скважины (продольных или поперечных) с последующим подсчетом напряжений по формулам теории упругости.

В настоящее время как в СССР, так и за рубежом применяют различные конструкции деформаторов — струнные, проволочные, реостатные, механические и индуктивные, отличающиеся принципом действия, способом заделки прибора в скважине и тарировки и т. д. Наибольшее распространение получили струнные деформометры. Все они являются электрическими и подразделяются на две группы:

однокомпонентные, измеряющие либо поперечные, либо продольные деформации; двухкомпонентные, определяющие одновременно деформации в двух взаимно перпендикулярных плоскостях.

Принцип действия струнных деформометров основан на свойстве натянутой стальной проволоки изменять свою частоту колебаний под влиянием приложенных нагрузок. Колебания преобразуются в электрические, частота которых измеряется прибором. Этот метод впервые был предложен Н. Н. Давиденковым и в настоящее время широко применяется в различных отраслях промышленности. Деформометры используют для сравнительной оценки величины изменения напряжений в зоне опорного давления, в целиках, кровле и т. д. Они могут устанавливаться на больших глубинах (до 50 м).

Для перехода от деформаций, зафиксированных деформаторами, к напряжениям применяют метод лабораторной тарировки или же аналитический метод, предложенный Е. Лиманом. В этом случае вертикальная составляющая напряжения при отсутствии бокового распора определяется по формуле

$$\sigma_b = \frac{1}{3-2\mu^2}\frac{E\Delta d}{D}\ldots, \tag{7.3}$$

а при наличии бокового распора, действующего перпендикулярно и параллельно оси скважины

$$\sigma_b = \frac{1}{(1+\mu)(3-4\mu)}\frac{E\Delta d}{D}\ldots, \tag{7.4}$$

где E — модуль продольной упругости пород в месте измерения, МПа; Δd — изменение диаметра скважины в момент измерения, мм; μ — коэффициент Пуассона исследуемого массива пород; D — первоначальный диаметр скважины, мм.

При *прямом* способе изменение величины и направления самих напряжений в массиве горных пород определяется с помощью приборов, получивших название измерителей напряжения. Принципиальную особенность работы этих приборов рассмотрим на примере датчика давления, разработанного в институте горного дела им. А. А. Скочинского.

Установка состоит из датчика давления и манометра, соединенных медной трубкой. Датчик представляет собой цилиндрический резиновый баллон из эластичной резины диаметром 45 и длиной 300 мм, закрепленный на металлической оправке. Его модуль упругости должен соответствовать модулю упругости угля.

Датчик давления размещают у забоя скважины диаметром 50 мм и длиной 10—12 м, пробуренной в угольном пласте параллельно очистному забою, а манометр устанавливают у устья скважины.

С помощью ручного насоса в датчик нагнетают жидкость (глицерин или масло). Под давлением жидкости баллон увеличивается в диаметре и приходит в контакт со стенками скважины, передавая на эти стенки давление, равное γH. Таким образом, вокруг датчика восстанавливается то давление, под которым находился уголь до проведения скважины.

По мере приближения очистного забоя к скважине в пласте изменяется напряженное состояние, в результате чего меняется и давление на датчик со стороны окружающего массива, что фиксируется оператором по показаниям манометра.

Данные замеров используют, строя графики измерения давления на датчик (в МПа) в зависимости от расстояния до забоя. Измерения позволяют определить положение максимума напряжений относительно груди забоя и величину коэффициентов концентрации напряжений в зоне опорного давления, что имеет большое значение для предупреждения внезапного выброса угля и газа.

При сейсмоакустическом звукометрическом методе исследований регистрируют звуки в тех местах массива, где происходит его микроразрушение.

Возникающие звуковые колебания воспринимаются пьезоэлектрическим датчиком — геофоном, устанавливаемым в скважине глубиной 4—6 м. Эти импульсы, преобразованные геофоном в электрические сигналы, попадают в электронный усилитель и при помощи высокочастотного трансляционного устройства передаются по проводам на поверхность. Здесь они принимаются демодулятором (радиоприемником) и регистрируются магнитофоном. Для высокочастотной передачи могут быть использованы провода шахтной телефонной сети.

Магнитофонные ленты прослушиваются операторами. Количество импульсов, зарегистрированных в единицу времени, соответствует количеству элементарных нарушений сплошности горных пород в районе месторасположения геофона. Изменение числа сейсмоакустических импульсов в единицу времени является показателем относительного изменения напряженного состояния.

Описанный способ относится к числу пассивных методов. Сущность активных заключается в использовании принудительных акустических импульсов, генерируемых аппаратурой и посылаемых в горную породу при помощи специального излучателя. Упругая волна, прошедшая сквозь толщу пород, воспринимается геофоном сейсмоскопа и, преобразованная в электрический импульс, направляется в электронный осциллограф. Положение принятого импульса на экране осциллографа определяется временем пробега упругой волны от излучателя до геофона, т. е. при известной базе измерения — скоростью распространения упругой волны в данной породе. А это, как известно, зависит от величины давления, действующего на породу: чем оно больше, тем выше скорость распространения волн.

Кроме исследования напряженного состояния массива, активный сейсмоакустический метод может быть использован для определения коэффициента Пуассона и модуля упругости E непосредственно в шахте (по скорости распространения звуковых волн). Для этого измерения необходимо проводить в зонах, не подверженных влиянию очистных и подготовительных работ.

Сейсмоакустическая аппаратура как активного, так и пассивного типа применяется только для исследования относительных изменений горного давления. Для определения его абсолютного значения эта аппаратура непригодна.

7.4. Основные направления экспериментально-производственных исследований

Сущность экспериментально-производственных исследований была показана выше на примерах технико-экономического анализа горных работ и изучения напряженного состояния массива горных пород. Однако этим они не ограничиваются. В производственных условиях изучаются также:

строение, физико-механические свойства и процессы разрушения горных пород;

состав и качество полезных ископаемых;

рабочие параметры горных машин и механизмов, взаимодействие машин между собой и с горными породами;

влияние горных работ на сдвижение пород и опускание земной поверхности;

законы движения подземных вод, газов, рудничного воздуха и изменения температуры, запыленность рудничной атмосферы, влияние состояния производственной среды на здоровье и производительность труда горнорабочих;

энергоемкость технологических процессов, энергопотребление и энергоснабжение горных машин, участков и шахты в целом;

способы и параметры обогащения полезных ископаемых и другие вопросы.

Каждое из исследований требует применения особых методов и специальной аппаратуры. Сложность и многофакторность явлений и процессов, их взаимное влияние на конечный результат в большинстве случаев вызывают необходимость одновременного изучения указанных вопросов, что предопределяет объективность и достоверность научных выводов и правильность практических рекомендаций.

Глава восьмая. ЛАБОРАТОРНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ

8.1. Основные направления и методы

Как уже отмечалось, проведение экспериментально-производственных исследований весьма трудоемко и дорого, а большое количество различных геологических и технических факторов, действующих одновременно, усложняют оценку роли каждого из них в изучаемых явлениях.

При лабораторных методах исследования легче интерпретировать результаты экспериментально-производственных наблюдений, что сокращает объем исследовательских работ, выполняемых в шахтных условиях. Они дают также необходимый материал для проверки аналитических решений и являются необходимым этапом при разработке и обосновании гипотез горного давления.

Огромное преимущество лабораторных исследований состоит в том, что для установления взаимосвязи явлений в процессе эксперимента можно менять условия, придавать по желанию решающее значение тем или иным факторам.

Исследования вопросов, связанных с проявлениями горного давления, в лабораторных условиях ведут по двум основным направлениям:

определяют физико-механические свойства горных пород (упругость, пластичность, прочность и т. п.);

проводят экспериментальные исследования на моделях распределения напряжений вокруг горных выработок и механизма процессов сдвижения, деформации и разрушения горных пород при очистных и подготовительных работах.

Знания физико-механических свойств горных пород необходимы для исследования процессов, происходящих в горных породах под воздействием давления, влажности, температуры, упругих и электромагнитных колебаний. Они помогают создать новые физические и физико-химические методы добычи и переработки полезных ископаемых, а также средства контроля и управления процессами горного производства. И, наконец, эти знания нужны для решения вопросов, связанных с моделированием массива горных пород и построением теоретических положений.

Основные сведения о физико-механических свойствах горных пород и их исследовании изложены в специальном курсе «Физика горных пород».

Из лабораторных методов исследования наиболее научно обоснованными и эффективными являются методы моделирования, которые воспроизводят на модели явление или процесс, подобный явлению или процессу в натуре. В современных научных исследованиях существует три вида моделирования: физическое, математическое и функциональное.

Физическое моделирование применяется для изучения процессов и явлений, физическая природа которых еще недостаточно выяснена. На их основе создают модели двух типов:

воспроизводящие изучаемое явление с сохранением физической природы и геометрического подобия и отличающиеся от натуры лишь размерами одноименных параметров и скоростью протекания исследуемого процесса;

изготовляемые из среды, отличной по своей физической природе от натуры (при этом изучение какого-либо явления в натуре заменяется изучением аналогичного явления на модели, изготавливаемой с соблюдением условий подобия).

По мере накопления данных о закономерностях процесса в дальнейшем составляются уже достаточно обоснованные уравнения связей, которые могут быть привлечены для практических расчетов процесса в натуре.

Математическое моделирование используют для изучения тех явлений и процессов, которые имеют математическое описание. В этом случае исследование интересующего явления производится на моделях-аналогах, имеющих иное физическое содержание. Но процессы, происходящие в них и в натуре, описываются аналогичными дифференциальными уравнениями. Науке известны аналогии между электрическими, механическими, тепловыми, гидродинамическими, акустическими, диффузионными и другими физическими явлениями.

Наиболее удобны электрические модели, составленные из активных, индуктивных и емкостных сопротивлений и электронных ламп, так как они позволяют легко и быстро провести исследования сложных процессов в больших объемах с достаточной для практики точностью.

Функциональное моделирование применяется в системах управления. Не раскрывая внутреннюю структуру моделируемого объекта, оно может указать пути управления тем или иным физическим процессом. Не изучая его существа, на основании данных практики устанавливается внешняя зависимость между интересующими параметрами. При этом изменение, например, параметра А рассматривается как функция параметра Б. Электрическая модель изготавливается таким образом, чтобы зависимость между параметрами входа $А_1$ и выхода $Б_1$ была бы сохранена такой, как это имеет место в натуре между параметрами А и Б. После этого, не зная существа физического процесса, на модели можно так подобрать параметры входа $А_1$, чтобы получить заведомо необходимые параметры $Б_1$, т. е. управлять процессом.

В горной науке наиболее широкое распространение получили физическое и математическое моделирование. Исследования проявлений горного давления осуществляются в основном первым способом (методами эквивалентных материалов, фотоупругости и центробежным методом).

8.2. Механическое подобие и его критерии при моделировании

Методы моделирования базируются на теории подобия, в разработке которой ведущее место принадлежит нашим ученым — В. Л. Кирпичеву, Н. Н. Павловскому, Г. И. Покровскому, Н. Н. Давиденкову и др.

Большинство физических процессов и явлений, наблюдаемых при ведении подземных горных работ, описываются условиями механического (силового), гидродинамического и теплового подобия.

Механически подобные системы — это такие, у которых все параметры, характеризующие механические процессы, происходящие в одной системе, могут быть получены простым умножением соответственных параметров другой системы на постоянные переходные множители.

Механическое подобие определяется заданием переходных множителей (масштабов) для длин — геометрическое, для времени — кинематическое и для масс — динамическое подобие.

Динамическое подобие имеет место в том случае, если массы двух любых сходственных частиц отличаются друг от друга постоянным множителем.

В исследованиях проявлений горного давления критерии динамического подобия определяются на основе закона динамического подобия Ньютона:

$$\frac{F}{\rho_{н} L^2 V^2} = \frac{f}{\rho_{м} l^2 v^2} = Ne = \text{inv}, \tag{8.1}$$

где F, f — силы, действующие в натуре и модели; $\rho_{н}$, $\rho_{м}$ — плотность материалов натуры и модели; L, l — размеры натуры и модели; V, v — скорость перемещения сходственных точек натуры и модели.

Обозначив $\left(\frac{F}{L^2} = N \text{ и } \frac{f}{l^2}\right) = n$ и выразив значения квадратов скоростей через ускорение и длину $V^2 = gL$, $v^2 = gl$, а плотность материалов натуры и модели через объемный вес $(\rho_{н}\, g = V_{н} - \rho_{м} g = V_{м})$, получим:

$$\frac{N}{\gamma_{н} L} = \frac{n}{\gamma_{м} l} = \overline{K} = \text{inv} \ldots \tag{8.2}$$

Безразмерное число К является определяющим критерием подобия, а N и n представляют собой константы натуры и модели.

Геометрические размеры модели всегда меньше размеров натуры, т. е. $L \neq l$. Тогда для сохранения инвариантности формулы (8. 1) следует принять $n = N$, $\gamma_{м} = \gamma_{н}$ или $n \neq N$; $\gamma_{м} \neq \gamma_{п}$.

В первом варианте из формулы (8.1) получим $\gamma_{м} = \alpha\gamma_{п} \frac{L}{l} = \gamma_{н}\alpha_{l}$, т. е. объемный вес материала модели должен отличаться от объемного веса материала натуры в α_{l} раз. В качестве такого фиктивного объемного веса может быть взята любая объемная сила, и, в частности, центробежная сила. В данном случае приходим к методу центробежного моделирования.

Во втором варианте из той же формулы находим

$$n = \frac{l}{L} \frac{\gamma_{м}}{\gamma_{п}} N \ldots \tag{8.3}$$

Имея значения механических свойств материала натуры N с учетом соотношений l/L и $\gamma_{м}/\gamma_{н}$, определим механические свойства материала *n*, которые необходимы для обеспечения подобия модели и натуры. Это метод эквивалентных материалов.

8.3. Метод геометрического моделирования

В течение длительного времени механизм деформаций и разрушения горных пород под влиянием выработок исследовали с помощью простых моделей, характеризующихся соблюдением только геометрического подобия между натурой и моделью.

В горном деле этот метод был применен в 80-х годах прошлого столетия М. Файолем. Он создавал модели из искусственных материалов, физико-механические свойства которых были значительно ослаблены по сравнению с материалами натуры.

Исследования методом геометрического моделирования проводили также проф. М. М. Протодьяконов, Л. Г. Павленко и др.

Несмотря на грубую приближенность, результаты опытов М. Файоля и М. М. Протодьяконова помогали в изучении процессов смещения пород и определения величины горного давления. Они явились большим шагом вперед на пути развития горной науки и привели к широкому применению моделирования.

8.4. Моделирование эквивалентными материалами

Сущность метода моделирования эквивалентными материалами, предложенного Г. Н. Кузнецовым в 1936—1937 гг., заключается в изготовлении модели из искусственных материалов, удовлетворяющих условиям механического подобия породам натуры.

Каждая модель представляет собой копию уменьшенного в соответствии с масштабом геометрического подобия геологического разреза пород в натуре на всю глубину: от дневной поверхности земли до места заложения выработки. В тех случаях, если на модели, вследствие недостаточных ее размеров, невозможно представить все слои породы, воспроизводят только несколько непосредственно над выработкой, а масса остальных слоев заменяется специальной пригрузкой модели сверху. В качестве исходных материалов для модели применяют кварцевый песок, молотую слюду, тальк, мел, глину, гипс и парафин.

В процессе моделирования измеряют абсолютные смещения отдельных точек и деформации элементов модели, а также давление с помощью малогабаритных приборов: шкаловых микроскопов, зеркальных, тепловых и гибких тензометров, угольных микродинамометров. По мере разработки пласта систематически ведут фотографирование лицевой поверхности модели и составляют исполнительный график — хронограмму горных работ, производимых в модели. Она служит основой для последующего построения сопряженных с ней графиков деформаций пород и величин давления на крепь. Фотоснимки обеспечивают возможность анализа образования трещин и замер смещений отдельных элементов толщи пород в модели.

8.5. Метод центробежного моделирования

В основу метода положено правило, что на модель должны действовать объемные силы, превосходящие силы тяжести во столько раз, сколько раз размеры модели меньше натуры. Изготовленную в соответствии с геометрическим подобием модель помещают на центрифугу. Механическое подобие сил, действующих в натуре, создают за счет центробежных сил, действующих на модель при ее вращении.

Метод центробежного моделирования был разработан в СССР Г. И. Покровским (1932) и Н. Н. Давиденковым (1933), а в последнее время он успешно применяется в сочетании с методом фотоупругости. Модели могут изготавливаться как из материалов натуры, так и из эквивалентных материалов.

Центробежное моделирование является одним из методов для экспериментального исследования в лабораторных условиях объемных задач. В частности, исследования сдвижения и обрушаемости пород кровли в очистных выработках при различных типах крепи; установления ширины пролета и структуры кровли; определения давления обрушенных пород на рудный массив в зависимости от глубины разработки, угла падения, конфигурации и состояния стенок модели и физико-механических свойств обрушенных пород; изучения характера распределения напряжений вокруг горных выработок и др.

Центробежное моделирование годится в основном для исследования статического распределения напряжений и деформаций. В связи с невозможностью осуществления подработки модели во время вращения центрифуги, изучать влияние производственных процессов и скорости подвигания забоев на проявления горного давления не удается.

8.6. Моделирование методом фотоупругости

Метод фотоупругости, или как его еще называют оптико-поляризационный (просто оптический), базируется на том, что ряд прозрачных изотропных материалов (целлулоид, бакелит, фенолит и др.) при возникновении в них напряжений приобретают свойства двойного лучепреломления и становятся оптически анизотропными.

Теоретические основы метода фотоупругости опираются на закон Гука о прямой пропорциональности между напряжением и деформацией и на оптическую анизотропию напряженных изотропных тел. При прохождении поляризованного света через пластинки из оптически активных материалов появляются ярко окрашенные полосы. Такие полосы, окрашенные одним цветом, называются *изохромами*. Они соединяют точки, в которых имеет место одна и та же разность хода лучей. Опытами установлено, что оптическая разность хода, получаемая при прохождении поляризованного света через напряженную пластинку, пропорциональна разности главных напряжений, которая, как известно из теории упругости, характеризует значение максимальных касательных напряжений.

Таким образом, изохромы — это линии равных максимальных касательных напряжений. Определяют эти напряжения, устанавливая оптическую разность хода лучей, прошедших через напряженную модель.

Для моделирования массива горных пород наиболее часто используют оптически активные материалы на желатино-глицериновой основе — игдантин, агарин (изготовляется из агар-агара — желатиноподобного экстракта из морских водорослей) и эпоксидные смолы. Игдантин и агарин больше подходят для плоских моделей, а эпоксидные смолы, кроме того,— и для объемных.

Применение метода фотоупругости при исследовании распределения напряжений вокруг горных выработок в плоских моделях изложено в курсе «Основы физики горных пород».

Для изучения напряженного состояния в объемных моделях используется метод «замораживания». Модель изготавливают из оптически активных материалов, имеющих двухфазную структуру. При комнатной температуре обе фазы упругие. Нагревание модели до определенной температуры приводит к тому, что большая часть материала размягчается, а меньшая остается в твердом состоянии. Нагрузка, приложенная к нагретой модели, воспринимается лишь твердой частью (скелетом), вследствие чего в ней возникают напряжения и деформации. Если затем, не снимая нагрузки, модель охладить до комнатной температуры, то размягченная часть вновь затвердеет («заморозится») и будет удерживать полученную скелетом деформацию после снятия нагрузки.

Это деформированное состояние не нарушится при последующем распиливании объемной модели на пластинки (срезы) толщиной 1—4 мм. Через каждую такую пластинку пропускают луч поляризованного света и на экране видят плоскостное поле напряжений. После просвечивания всех пластинок получают объемную картину распределения напряжений в модели, соответствующую характеру их распределения в натуре.

Методом фотоупругих покрытий пользуются при определении напряжений и деформаций в конструкции крепи и горных породах непосредственно в шахте без изготовления моделей, а также при изучении напряжений в упругой среде. Следует отметить, что этот метод можно применять только для начального периода напряженного состояния горных пород, когда еще не произошли пластические деформации или когда породы обладают вполне выраженными упругими свойствами.

8.7. Оценка плоских и объемных моделей

Окружающие выработку горные породы в натуре находятся в объемном напряженном состоянии.

При моделировании эквивалентными материалами или методом фотоупругости в модели обычно осуществляется плоское напряженное состояние. Такая модель с торцов ограничена вертикальными жесткими стенками, причем на контакте модели со стенками стенда действуют силы трения, а иногда и сцепления.

Следовательно, граничные условия по торцам модели не соблюдаются, вследствие чего замена объемной задачи плоской приводит к погрешностям, которые по подсчетам проф. А. А. Борисова достигают 50—60 %.

К недостаткам плоских моделей относят:

невозможность представить процессы деформации и разрушения кровли вблизи штреков или околоштрековых целиков;

имитирование производственных процессов (выемка, крепление призабойного пространства и посадка кровли) лишь в одном направлении, хотя в натуре они развиваются в двух: по простиранию и вдоль очистного забоя. Невыполнение особенностей технологии приводит к искажению характера накопления и последовательности деформации;

неосуществимость воспроизводства изгибающих моментов, действующих параллельно забою.

Вместе с тем плоские модели отличаются несложной технологией и экономичностью изготовления, в них легче вести визуальные и инструментальные наблюдения, более проста и сама механическая схема явлений. Все это предопределило широкое распространение таких моделей: почти все решения по изучению проявлений горного давления вокруг подготовительных и очистных горных выработок предлагались для случая плоской задачи.

Применительно к очистным забоям правомерность использования плоских моделей обусловливалась тем, что при работе длинными лавами в средней их части не обнаруживается существенного влияния околоштрековых целиков или бутовых полос. Поэтому напряженное состояние в натуре считалось плоскодеформированным. Это значит, что плоские сечения, перпендикулярные груди забоя до деформации, остаются плоскими и в процессе деформации, а точки в кровле, расположенные в таких плоскостях, не имеют смещений, направленных вдоль забоя. Однако натурные измерения свидетельствуют о наличии этих смещений и более точные данные можно было бы получить при постановке экспериментов на объемных моделях.

Применение объемных моделей сопряжено с рядом трудностей. Так, проведение выработок и очистные работы необходимо осуществлять во внутренней части модели, не нарушая ее наружных частей. Сложно возводить крепь в выработках и вести наблюдения, измерения и регистрацию интересующих величин, а непосредственное наблюдение деформации и разрушения толщи слоев совсем невозможно.

Объемное моделирование находится в стадии разработки и число экспериментов, выполненных на таких моделях, невелико.

8.8. Математическое моделирование

Исследование физических процессов. Как уже отмечалось, математическое моделирование является методом изучения процессов или явлений, которые имеют разное физическое содержание, но описываются одинаковыми математическими соотношениями. Оно базируется на общих законах природы и применимо к любому явлению. Задача заключается в определении формы записи этих законов для конкретного процесса. Часто ее удается решить, используя имеющуюся ограниченную информацию, а также по аналогии со сходными явлениями в смежных областях науки. Следовательно, применение математического моделирования становится возможным в тех случаях, когда известно математическое описание процесса и найдены аналоги.

Математической моделью реального процесса являются уравнения и неравенства, выражающие его основные закономерности. При этом под процессом понимается последовательная смена состояния системы во времени. Моделирование заключается в воспроизведении при помощи специальных моделирующих установок или средств вычислительной техники явлений, описываемых математической моделью, с сохранением их логической структуры, физического содержания и последовательности чередования во времени.

При решении задач горного дела его применяют в основном для исследования процессов и явлений, которые описываются линейными уравнениями в частных производных второго порядка. Так, для установившихся процессов (фильтрация, диффузия, водопонижение, увлажнение и т. д.) применяют уравнения эллиптического типа (уравнение Пуассона), а для неустановившихся (например, теплообмен) — параболического. Неустановившиеся процессы волнового и колебательного характера описывают уравнениями гиперболического типа.

Эти уравнения имеют бесчисленное множество решений. Чтобы выделить нужное, необходимо установить начальные и граничные условия. Если независимым переменным является пространственная координата, то задача решается для определенной области, на границах которой задаются условия. Такие задачи называются краевыми.

Для их решения могут быть использованы различные приближенные аналитические методы — метод конечных разностей (метод Монте — Карло) и др. Аналитическое решение краевых задач весьма сложно и требует больших вычислительных работ. Делать это значительно быстрее и проще на электрических моделирующих машинах, схемы которых составляются таким образом, чтобы удовлетворялась заданная система конечно-разностных уравнений.

Отличительная особенность моделирующей машины состоит в том, что никаких вычислений в обычном смысле этого слова она не производит. Переменные величины, являющиеся в задаче исходными, представляются в виде электрических величин (тока или напряжения) и при работе машины все измерения параметров исследуемого физического процесса наблюдаются непосредственно и непрерывно с помощью соответствующих измерительных приборов. Решают краевые задачи, описываемые дифференциальными уравнениями в частных производных типа Лапласа, Пуассона и Фурье, наиболее часто с помощью резисторных сеточных электроинтеграторов ЭИ-12 и УСМ-1. Для изучения стационарных физических процессов применяют уравнения эллиптического вида (уравнения Лапласа и Пуассона), пользуясь также методом электродинамических аналогий (метод ЭГДА).

Метод ЭГДА основан на математической аналогии между некоторыми физическими процессами (например, стационарное движение электрического тока в проводящей среде и ламинарное движение жидкости в пористой среде или стационарное распространение тепла в твердых телах и диффузия газа и жидкости).

В качестве электропроводящей среды применяют специальный картон или бумагу, позволяющие обеспечить удельную электропроводимость среды на любом участке модели, строго пропорциональную значению соответствующего параметра в натуре.

Изготовлению модели предшествует определение геометрических форм исследуемой области и задание краевых условий на ее границах. Затем выбирается геометрический масштаб моделирования, после чего бумага обрезается вдоль границ моделируемой области. По контуру указанной области устанавливают шины-зажимы, на которые подается требуемый электрический потенциал.

Методика эксперимента сводится к определению геометрических мест точек с одинаковыми значениями потенциала с помощью поисковой иглы. Соединяя указанные точки плавными кривыми, получают эквипотенциальные линии, которые являются аналогами соответствующих параметров в натуре. Результаты экспериментов представляются в виде графиков и таблиц.

Исследование операций. Это научный метод, дающий руководителям производства количественные данные, необходимые для принятия правильных решений по производственным вопросам.

Предметом исследования операций являются такие целенаправленные процессы, на ход которых можно воздействовать с целью изменения выходных результатов в нужном направлении.

Задача операционных исследований — определение лучшего, оптимального решения проблемы, ведущего к увеличению производительности труда, уменьшению себестоимости продукции, сведению к минимуму различных потерь и т. п.

Как и природные явления, производственные процессы в горном деле отличаются большой сложностью, наличием глубоких внутренних связей и влиянием многих изменяющихся факторов. При операционных исследованиях все величины, характеризующие исследуемую систему, условно заменяют символами и соединяют одну с другой арифметическими и логическими знаками в соответствии с существующими между ними зависимостями. Тогда действительные системы представляют в виде математической модели. Посредством вычислительных операций на ней определяется та комбинация влияющих величин, которая обеспечивает максимальное (или минимальное) значение исследуемого показателя, например, прибыли или расходов.

Таким образом, для операционных исследований необходимо, чтобы ход процесса был описан математически, т. е. чтобы были известны количественные связи между его входными параметрами и условиями протекания. Устанавливают также критерии оценки, позволяющие судить об успешности тех или иных воздействий на его ход.

Схематически проведение исследования операций разделяется на четыре этапа:

постановка задачи, изучение сущности рассматриваемой проблемы, определение величины учитываемых параметров, сбор производственных данных, выявление критерия оптимального решения задачи;

выбор метода исследования и детальное математическое описание задачи;

составление алгоритма решения, т. е. совокупности последовательности математических действий, необходимых для выполнения решения задачи. На основе алгоритма составляется программа — это запись последовательности команд, обеспечивающих выполнение расчета на языке конкретной вычислительной машины;

использование полученных результатов на практике, оценка правильности принятой методики исследования, учет дополнительных факторов и корректировка разработанной математической модели производства.

Особое место в исследованиях операций занимают методы математической статистики и методы поиска оптимальных решений. В связи с развитием электронной вычислительной техники сформировались новые математические методы — линейного, нелинейного и динамического программирования, теории массового обслуживания, теории графов, сетевого планирования и др.

Линейное программирование — метод решения задач на отыскание оптимума. Он применим для широкого класса функций, зависящих от многих переменных, подчиняющихся определенным ограничивающим условиям. Постановка задачи линейного программирования предусматривает нахождение таких неотрицательных значений нескольких переменных, связанных линейной функцией, при которых эта функция принимает наименьшее (наибольшее) значение.

Математически задача формулируется в виде оптимизированной (целевой) функции, выраженной уравнением:

$$L = c_1x_1 + c_2x_2 \quad \ldots + c_nx_n \ldots, \tag{8.4}$$

где x_1, x_2, ..., x_n — переменные параметры, связанные ограничениями вида

$$a_{1,1}x_1 + a_{1,2}x_2 + \ldots + a_{1,n}x_n = b_1 \ldots; \tag{8.5}$$

$$a_{i,1}x_1 + a_{i,2}x_2 + \ldots + a_{i,n}x_n = b_n \ldots; \tag{8.6}$$

$$a_{i+1,1}x_1 + a_{i+1,2}x_2 + \ldots + a_{i+1,n}x_n \leqslant b_{i+1}; \tag{8.7}$$

$$a_{m,1}x_1 + a_{m,2}x_2 + \ldots + a_{m,n}x_n \geqslant b_m; \tag{8.8}$$

$$x_i \geqslant 0 \qquad (i = 1, 2, \ldots, n).$$

Здесь c_i, a_i, b_i — некоторые константы.

В такой форме могут быть представлены многие производственные, организационные, проектные и другие задачи. Основная сложность, возникающая перед инженером, заключается в квалифицированной постановке задачи и формировании ее в математическом виде.

В настоящее время имеются разработанные на высоком уровне стандартные программы для различных электронных цифровых вычислительных машин. С их помощью решают задачи:

о загрузке оборудования, т. е. о распределении объема работ, обеспечивающего его максимальную производительность;

о смесях (если требуется определить смесь с заданными свойствами при минимальной стоимости);

о нахождении оптимального плана перевозок, который обеспечивает минимальные затраты или время перевозки и др.

Линейное программирование применяют также для нахождения рационального порядка отработки пластов и способа ведения очистных работ, точной величины запасов угля, наилучшего распределения ограниченного числа горных машин, оптимальных сечений горных выработок и т. д.

Динамическое программирование — метод исследования операций, позволяющий решать задачи с учетом фактора времени, применяя многошаговый процесс отыскания экстремальных значений целевой функции. Необходимость такого метода объясняется многоступенчатой структурой самого процесса или возможностью разделения на ряд последовательных шагов, соответствующих различным моментам времени его протекания.

Применение методов динамического программирования при решении различных горноэкономических задач ведет к громоздким расчетам. Поэтому на практике привлекают, как правило, численные методы решения, дающие возможность расчленять сложные задачи на более простые.

Методы динамического программирования могут быть использованы при проектировании горных предприятий для ряда расчетов:

установления оптимальных сроков строительства (реконструкции) и эксплуатации горных предприятий;

определения рациональных вариантов раскройки шахтного поля, очередности и сроков ввода отдельных его частей в эксплуатацию;

размещения добычи между отдельными участками и предприятиями данного угольного района;

оптимизация сечений сети горных выработок и пр.

Теория массового обслуживания опирается в основном на теорию вероятности и применяется при исследовании взаимодействия сложных систем различного оборудования. С помощью этого метода можно определить потери времени, связанные с непредвиденными простоями, и найти условия, которые сведут их к минимуму (без нарушения принципа экономичности), а также установить численность бригад (электриков, слесарей, механиков), обслуживающих определенное количество производственных объектов, или оптимальное соотношение транспортных единиц и горнодобывающих механизмов и др.

Теория графов широко используется для решения экономических задач, и особенно при планировании сложных объектов. Например о нахождении кратчайшего пути между вершинами графа (между поставщиком и потребителем), о выборе рациональных средств транспорта по сети выработок шахты (если заданы величины грузопотоков и длина транспортирования), об определении рациональных параметров шахты и др. В большинстве случаев из указанных задач строятся так называемые нормированные графы заданной топологии сети. Кроме того, теория графов используется также при исследованиях некоторых вопросов целочисленного линейного программирования.

Метод сетевого планирования (метод оценки и пересмотра программ (PERT) применяется для составления оптимального плана последовательности работ. По этому методу составляется стрелочная диаграмма (логическая сеть разработки). Она состоит из узлов-событий, соединенных направленными дугами или линиями, которые представляют собой отдельные производственные операции или работы. Каждой дуге или линии соответствует время выполнения определенной работы или операции. Считается, что каждое событие происходит мгновенно, когда все сходящиеся к нему в виде дуг или линий работы будут выполнены. Таким образом, каждое событие отражает завершение определенного этапа разработки и порождает ряд новых работ или операций.

Сетевое планирование осуществляется в пять этапов:

составляется перечень всех операций по реализации проектируемого объема работ;

на основании опыта определяется продолжительность выполнения отдельных операций;

строится сетевой график — стрелочная диаграмма, отражающая последовательность выполнения операций и связь между ними;

производится нумерация событий (узлов стрелочной диаграммы);

по стрелочной диаграмме ведутся вычисления, позволяющие составить календарный график работ с минимальным временем реализации проекта.

При незначительном количестве операций и простой стрелочной диаграмме вычисления выполняют вручную, а при сложных сетях и большом количестве операций — с помощью ЭВМ. Стрелочная диаграмма является графической моделью всего производственного процесса. Она отражает в едином документе взаимосвязь всех работ и событий, технологию процесса и его обеспечение материально-техническими ресурсами и технической документацией.

Глава девятая. АНАЛИТИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ

9.1. Общие сведения об аналитических исследованиях

Аналитические исследования в горной науке в последние десятилетия получили широкое развитие, прежде всего в рудничной аэрологии, разрушении горных пород взрывом и особенно в механике горных пород.

Механика горных пород — фундаментальный раздел науки, изучающий свойства горных пород и массивов, а также механические процессы и явления, протекающие в них при ведении работ. Для этого привлекаются прежде всего методы механики сплошной среды: твердых деформируемых тел (теорий упругости, пластичности, ползучести), сыпучих, вязких и жидких тел. В последние годы развиваются вероятностно-статистические методы, отражающие статистическую неоднородность механических свойств породного массива или граничных условий.

Сущность аналитического исследования заключается в доказательстве гипотезы или научного закона, на базе которых создается теория.

Основной вопрос начальной стадии любого, в том числе и аналитического, исследования — выявление задачи. Для ее решения исследователь обычно формулирует одну (несколько) «рабочих гипотез» или выбирает среди множества альтернативных гипотез наиболее приемлемые. Рабочие гипотезы можно рассматривать как концептуальные (понятийные) модели, отвечающие мыслимым картинам изучаемого явления. Концептуальные модели могут содержать описания причинно-следственных связей, которые помогают установить зависимые и независимые переменные.

При решении некоторых задач можно воспользоваться дифференциальными уравнениями; граничные условия, константы и параметры выбираются в соответствии с принятой теорией или особенностями результатов наблюдений. Такой подход приводит к детерминированным моделям, на основании которых предсказание оказывается точным, если модель верна. В противном случае используются модели стохастических процессов.

Очень редко в своей исходной форме модель достаточно хорошо отражает реальную обстановку. При проверке гипотез обычно необходимы некоторые усовершенствования для эффективного ее применения. Они могут заключаться в учете более сложных особенностей изучаемого явления или в переходе к более высокому уровню представления структуры наблюдаемых данных.

Таким образом, аналитическое исследование представляет собой последовательный процесс, на каждой стадии которого проверяется пригодность модели путем установления ее соответствия заданным требованиям. Его преимущество перед экспериментально-производственными и лабораторными методами исследований состоит в том, что оно свободно от влияния частных, нередко случайных факторов, отражающих специфику горнотехнической ситуации, благодаря чему обладает наибольшей общностью при описании механических процессов. Аналитические методы позволяют исследовать эти процессы в более широком диапазоне, причем не только качественно, но и количественно прогнозировать те или иные явления.

Опередить практику ведения горных работ могут только аналитические исследования. Обязательным их этапом является практическая проверка теоретических результатов.

Горный инженер-технолог должен хорошо разбираться в процессах и явлениях, сопровождающих проведение выработки. Всестороннее изучение свойств и состояния горного массива открывает возможности научно обоснованного решения важнейших плоских задач — разработки методов управления состоянием массива и создания высокопроизводительных способов разрушения горных пород.

Руководствуясь этим, содержание аналитических исследований авторы раскрывают на примере механики горных пород.

9.2. Исследование напряженно-деформированного состояния горного массива

Теоретической основой изучения напряженно-деформированного состояния горных пород является механика сплошной среды. Для всех ее теорий общее то, что первоначально рассматривается состояние и поведение материала в некоторых бесконечно малых объемах, на которые можно мысленно разделить исследуемое тело. Иначе говоря — рассматривается процесс в точках тела. Затем математическими методами переходят к полному описанию механического процесса. При этом мысленно расчлененное на бесконечно малые объемы тело вновь собирается воедино.

Следовательно, главным положением для всех математических методов механики сплошной среды является возможность выделения в рассматриваемом теле **элементарных объемов** — бесконечно малых, но обладающих всеми свойствами материала образующего тела. Основные понятия в механике сплошной среды — н а п р я ж е н и е и д е ф о р м а ц и я. Напряжение характеризует интенсивность внутренних сил, действующих на любую элементарную площадку в одной из рассматриваемых точек тела. Деформация определяет упругое перемещение любой точки тела под влиянием внутренних сил. Обычно, при описании напряженного состояния в точке, из тела мысленно вырезается элементарный кубик, грани которого параллельны координатным плоскостям (рис. 9. 1). К каждой его грани будет приложено некоторое напряжение, которое для удобства рассмотрения раскладывают на три составляющие. Эти составляющие обычно называются *компонентами напряжения.*

Напряжения σ_x, σ_y и σ_2 нормальные и действуют параллельно осям координат, остальные — касательные и направлены по плоскостям граней. Из условия равновесия сил, приложенных к элементарному кубику тела, следует, что $\tau_{xy}=\tau_{yx}$; $\tau_{zx}=\tau_{xz}$; $\tau_{yz}+\tau_{zy}$. Таким образом, для определения полного напряженного состояния тела достаточно знать шесть компонентов напряжений. Их совокупность называется *тензором напряжения* и записывается обычно в форме

$$\begin{vmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{vmatrix} \qquad (9.1)$$

Для выяснения понятий «перемещение» и «деформация» рассмотрим одну из граней элементарного кубика до и после приложения к телу некоторой нагрузки (рис. 9.2). *АВСД* и $A_1B_1C_1Д_1$ — грани элементарного кубика, соответственно до и после приложения нагрузки.

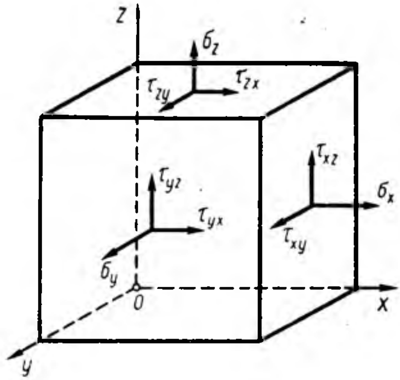

Рис. 9.1. Компоненты напряжений в элементарном объеме породы, находящейся в сложно-напряженном состоянии

В общем случае при нагружении изменяются не только длины соответствующих ребер элементарного кубика, но искажаются и первоначально прямые углы между ними. Величины искажения углов, выраженные в радианной мере, называются *угловыми деформациями* и обозначаются $\gamma_{xy}=\gamma_{yz}=\gamma_{xz}$, а относительные удлинения ребер элементарного кубика — *линейными деформациями* (ε_x, ε_y и ε_z).

Тензор деформации — совокупность компонентов, полностью характеризующая деформированное состояние в точке. Он обычно выражается

$$\begin{vmatrix} \varepsilon_x & \gamma_{xy} & \gamma_{xz} \\ \gamma_{yx} & \varepsilon_y & \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} & \gamma_{zy} & \varepsilon_z \end{vmatrix}, \qquad (9.2)$$

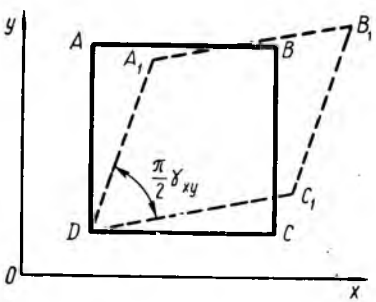

Рис. 9.2. Схема деформации грани элементарного кубика под действием приложенной нагрузки

причем $\gamma_{xy} = \gamma_{yx}$; $\gamma_{yz} = \gamma_{zy}$; $\gamma_{zx} = \gamma_{xz}$, что очевидно из геометрических соображений.

Существуют следующие типы напряженного состояния тел: одноосное (линейное), двухосное (плоское) и трехосное (объемное). При одноосном два нормальных напряжения равны нулю ($\sigma_2=\sigma_3=0$); при двухосном — одно из трех нормальных напряжений равно нулю; при трехосном — все три главных напряжения отличны от нуля, т. е. $\sigma_1 \neq 0$, $\sigma_2 \neq 0$, $\sigma_3 \neq 0$.

По аналогии различают линейное, плоское и объемное состояние деформаций, при которых соответственно две или одна линейные деформации равны нулю.

При определении напряжений и деформаций методами механики твердых деформируемых тел исходят из таких основополагающих гипотез о свойствах массива, как сплошность, изотропность, однородность.

Сплошность с точки зрения механики — это непрерывная зависимость напряжений и деформаций в породном теле от координат рассматриваемых точек. *Изотропной* горная порода называется в том случае, если ее механические свойства по любым произвольно взятым направлениям одинаковы, а *однородной* — при наличии одинаковых механических свойств у материала в различных точках.

Между напряжениями и деформациями в пределах упругости существует определенная зависимость, в которой участвуют упругие характеристики материала, выраженные через соответствующие коэффициенты (модуль продольной упругости E, модуль сдвига G, коэффициент Пуассона μ и объемный модуль K), а именно:

$$\mu = \frac{E}{2G} - 1 \ldots; \tag{9.3}$$

$$E = 2(1+\mu)G \ldots; \tag{9.4}$$

$$K = \frac{E}{3(1-2\mu)} = \frac{2}{3}\frac{1+\mu}{1-2\mu}G \ldots . \tag{9.5}$$

Для решения любой задачи механики прежде всего она должна быть правильно (корректно) поставлена. Задача называется поставленной, если в ее формулировке сказано, что требуется получить в ходе решения задачи, если к тому имеются все необходимые исходные данные.

Практически не всегда может быть найдено решение даже при вполне правильно поставленной задаче. Однако это является гарантией физической правильности и практической пригодности полученного результата, если его удастся получить. Последовательность постановки задачи механики горных пород такова:

формулируется цель решения;

выясняется геометрическая сторона задачи и устанавливается ее тип (плоское напряженное состояние, плоская деформация, осевая симметрия);

принимается физическая модель массива и определяются общие предпосылки для решения задачи — исходное напряженное состояние и свойства массива, действующие силы и др.;

описываются механические свойства горных пород и структурно-механические особенности массива;

выбирается метод решения;

ставятся граничные и начальные условия, проверяется их достаточность.

Метод решения принимают на основании общих соображений о характере напряженного состояния с учетом реальных свойств материала и его поведения в условиях рассматриваемого напряженного состояния. Граничные условия могут быть поставлены только в конкретных задачах. Решение всякой конкретной задачи сводится к решению некоторой задачи механики сплошной среды, в итоге чего должна быть получена картина распределения напряжений и деформаций в некоторой области. Это значит, что напряжения и деформации могут быть представлены как функции координат.

Но нам всегда известны либо напряжения, либо смещения на всей или на части границы рассматриваемой области. Следовательно, найденные из решения функциональные зависимости напряжений и смещений должны на границах обращаться в известные величины.

Решение задачи механики сплошной среды заключается в интегрировании некоторой системы дифференциальных уравнений в частных производных, описывающей рассматриваемый механический процесс. Поэтому необходимо найти не любое решение этой системы, а именно то, которое на границах области дает известные (еще до решения задачи) значения компонентов напряжения или деформации.

Для исследования напряженно-деформированного состояния массива горных пород нужна система общих и физических уравнений. К общим относятся уравнения равновесия, которые связывают между собой компоненты напряжений и геометрические уравнения и устанавливают связь между компонентами деформаций (ε_x, $\varepsilon_y =$ $= \varepsilon_z$) и компонентами смещений (u, v, w). Физические уравнения отражают особенности развития деформаций и включают компоненты напряжений, деформаций, физические константы, температуру, время.

9.3. Методы исследования механических процессов в горном массиве

Применяемые в механике горных пород аналитические методы исследования многочисленны и каждый из них имеет хорошо развитый математический аппарат. Учитывая это, авторы приводят лишь общую характеристику указанных методов. Более детальные сведения о них можно найти в специальной литературе [2, 3, 4].

При использовании *методов теории упругости* полная система уравнений включает общие уравнения механики сплошной среды (уравнения равновесия, геометрические уравнения) и физические уравнения линейно-деформируемого породного массива. Решение задачи сводится к нахождению 15 неизвестных функций координат (шесть компонентов напряжений, шесть — деформаций и три — перемещений), удовлетворяющих указанным уравнениям и граничным условиям.

Существуют три метода решения: сил, перемещений и смешанный метод. За основные неизвестные в первом принимаются напряжения, которые определяются в результате интегрирования уравнений равновесия и уравнений неразрывности деформаций, где деформации выражены через напряжения с помощью физических уравнений. Во втором — перемещения, найденные из решения уравнений равновесия, где напряжения предварительно выражаются через перемещения с помощью физических и геометрических уравнений. При решении задачи смешанным методом берут некоторые неизвестные из напряжений и некоторые из перемещений. В механике горных пород чаще всего используется метод сил.

Для решения сложных задач следует применять ЭВМ и приближенные вариационные методы. В их основе лежит классический вариационный принцип, согласно которому действительная форма равновесия отличается от всех возможных форм равновесия тем, что соответствующая ей полная форма энергии системы имеет минимальные значения. Среди приближенных вариационных методов, особенно для решения пространственных задач, наиболее эффективным в механике горных пород считается метод Бубнова—Галеркина.

Методы теории пластичности применяют в механике горных пород тогда, когда напряженное состояние некоторой области породного массива превосходит соответствующее предельное линейно-деформируемое состояние. Полная система уравнений включает общие уравнения механики сплошной среды и физические уравнения, отражающие зависимость между напряжениями и деформациями за пределами линейно-деформируемого состояния.

В большинстве случаев целесообразным является исследование только условий превышения предельного линейно-деформируемого состояния породного массива. Если при выполнении указанных условий породный массив теряет несущую способность, т. е. перестает сопротивляться дальнейшему увеличению нагрузки, его новое состояние трактуется как предельное или как состояние предельного равновесия. Для исследования подобных задач применяются методы теории предельного равновесия, которая является разделом теории пластичности.

В задачах теории предельного равновесия имеющаяся до начала их решения информация о распределении напряжений более полная, чем в задачах теории упругости: известно, что в областях предельного равновесия компоненты напряжений связаны помимо уравнений равновесия еще и уравнением предельного равновесия. Последнее обстоятельство значительно упрощает решение задач теории предельного равновесия, которое в большинстве случаев может быть получено без исследования деформированного состояния породного массива.

Механические процессы, развивающиеся в породных массивах во времени, исследуются с помощью методов теории ползучести. Полная система уравнений теории ползучести включает общие уравнения механики сплошной среды и физические уравнения, устанавливающие связь между компонентами напряжений и деформаций во времени.

Учет временной координаты помимо пространственных значительно усложняет решения задач механики горных пород. В основу всех схем деформируемости горных пород и материалов вообще положены следующие экспериментальные факты. Деформация тела при постоянном (во времени) напряжении не остается постоянной, а монотонно возрастает с течением времени. Аналогичное происходит и с напряжением при постоянной деформации.

Явление роста деформации при неизменности приложенной к нему системы усилий называется *ползучестью материала,* а ослабления напряжения при постоянной деформации — *релаксацией.* Графическое изображение этих явлений представлено на рис. 9. 3.

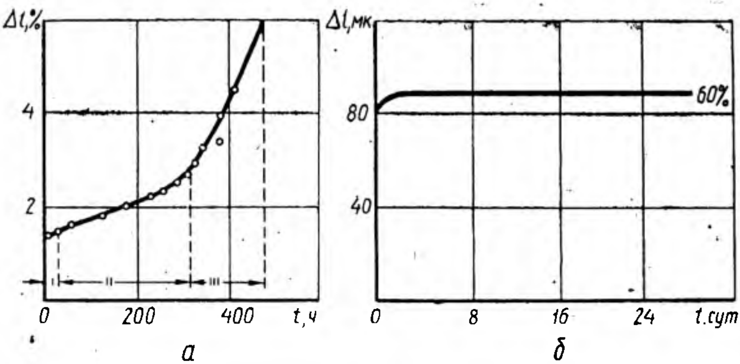

Рис. 9.3. Кривые ползучести (*а*) и релаксации (*б*) горных пород:

I — стадия мгновенной деформации в момент нагружения модели; *II* — стадия установившегося пластичного течения при постоянной нагрузке; *III* — стадия возрастания скорости деформации и наступления момента разрушения породы

Для придания наглядности описанию деформируемости материалов во времени обычно используется метод структурных моделей, при котором свойства тела характеризуют с помощью механической модели. В нее входят пружина, подчиняющаяся закону Гука (так как деформация, измеряемая непосредственно после приложения нагрузки, всегда прямо пропорциональна нагрузке), и элемент, деформация которого может изменяться во времени (например, поршень с отверстиями, погруженный в цилиндр с вязкой жидкостью). После того, как модель построена, качественно анализируется ее поведение и составляется уравнение состояния.

Таким образом, в исследованиях методами теории упругости и пластичности предполагается, что при отсутствии изменений в нагрузке и температуре среды не будет изменений в напряженном и деформированном состоянии. Отсутствие фактора времени — основное в этих методах. В методах теории ползучести фактор времени является главным. Наука, устанавливающая общие законы образования и развития во времени деформации любого тела от различных причин и в различных термодинамических и физико-химических условиях, называется *реологией.*

Итак, методы теории ползучести дают возможность изучить механические процессы в породных массивах как пространственно-временные процессы. В этом отношении уравнения теории упругости, например, можно рассматривать как частный случай уравнений теорий ползучести, когда производные от компонентов напряжений и деформаций по времени равны нулю.

Статистические методы исследования механических процессов в породном массиве стали применяться сравнительно недавно. Необходимость в них вызвана естественной неоднородностью породного массива, а также значительным разбросом наблюдаемых в натуре проявлений механических процессов.

В этом случае решение задачи сводится к нахождению в породном массиве компонентов напряжений и деформаций как случайных функций координат, удовлетворяющих общим уравнениям механики сплошной среды, физическим уравнениям и граничным условиям. Согласно терминологии теории случайных полей, т. е. случайных функций нескольких переменных, решением задачи является случайное поле напряжений и деформаций. В качестве факторов, порождающих его, можно рассматривать: случайный разброс в массиве физико-механических свойств породы (деформационных, прочностных и т. д.), случайные внешние воздействия, случайные отклонения границ массива.

Статистические методы можно использовать в механике горных пород только при наличии массовой статистической информации о величине исходных параметров (нагрузках, свойствах пород, отклонениях границ и т. д.).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Адлер Ю. П. Введение в планирование эксперимента.— М.: Металлургия, 1966.

2. Барский Л. А., Рубинштейн Ю. В. Кибернетические методы в обогащении полезных ископаемых. — М.: Недра, 1970.— 312 с.

3. Барский Л. А., Козин В. З. Системный анализ в обогащении полезных ископаемых.— М.: Недра, 1978.— 481 с.

4. Борисов А. А. Механика горных пород.— М.: Недра, 1981.— 227 с.

5. Вентцель Е. С. Теория вероятности.— М.: Наука, 1964.— 576 с.

6. Гмошинский В. Г., Флиорент Г. И. Теоретические основы инженерного прогнозирования.— М.: Наука, 1973.— 304 с.

7. Гмошинский В. Г., Гольдин Я. С. Основы инженерного прогнозирования на примере свайных фундаментов. — М.: Стройиздат, 1972.—152 с.

8. Каспарьян Э. В., Иорис М. А., Турчанинов И. А. Основы механики горных пород. — Л.: Недра, Ленингр. отд-ние, 1977.— 503 с.

9. Касаткин А. Г. Основные процессы и аппараты химической технологии.— М.: Химия, 1971.— 784 с.

10. Ломоносов М. В. Полн. собр. соч., т. 5. Труды по минералогии, металлургии и горному делу. М.—Л.: Изд-во АН СССР.

11. Марюта А. Н., Бунько В. А. Экспериментальное определение статистических характеристик.— М.: Недра, 1969.— 118 с.

12. Митрофанов С. П. Исследование полезных ископаемых на обогатимость.— М.: Госгортехиздат, 1962.— 580 с.

13. Мельников Н. В. Горные инженеры. — М.: Недра, 1981.— 186 с.

14. Насонов И. Д. Моделирование горных процессов.— М.: Недра, 1978.— 23 с.

15. Налимов В. В., Чернова Н. А. Статистические методы планирования экстремальных экспериментов.— М.: Наука, 1965.— 220 с.

16. Руппенейт К. В., Либерман Ю. М. Введение в механику горных пород.— М.: Госгортехиздат, 1960.— 186 с.

17. Рыжов П. А. Математическая статистика в горном деле.— М.: Высшая школа, 1973.— 186 с.

18. Седов Л. Н. Методы подобия и размерности в механике.— М.: Изд-во техн.-теорет. лит. 1957.— 375 с.

19. Справочно-поисковый аппарат к патентным фондам СССР, Великобритании, США, Франции, ФРГ и Японии и его использование при проведении патентного поиска / Сб. статей. — М.: ЦНИИПИ, 1976.

20. Работа с патентно-информационным сборником «Изобретения за рубежом».— ЦНИИПИ, 1975.

21. Чугаев Р. Р. Гидравлика.— Л.: Энергия, Ленингр. отд-ние, 1975.— 601 с.

22. Чкалова О. Н. Основы научных исследований.— Киев: Вища школа, 1978.— 120 с.

23. Янч Эрих. Прогнозирование научно-технического прогресса — М.: Прогресс, 1974.—587 с.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Е. Г. БАРАНОВ
В. А. БУНЬКО
О. В. КОЛОКОЛОВ
А. И. ДЕНИСЕНКО
А. П. ЖЕНДРИНСКИЙ

ОСНОВЫ НАУЧНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

ГОРНОЕ ДЕЛО

Редактор **В. В. Махов**
Художественный редактор
И. Г. Хороший
Технический редактор
В. М. Авдеенко
Корректоры **Л. И. Зотова,**
Е. Н. Давиденко

Информ. бланк № 7543

Сдано в набор 31.12.82. Подп. в печать 27.12.83. БП 14534. Формат 84×108 1/32. Бумага типогр. № 2. Лит. гарн. Выс. печать. 9,24 усл. печ. л. 9,5 усл. кр.-отт. 9,05 уч.-изд. л. Тираж 2800 экз. Изд. № 5388. Зак. № 825. Цена 30 к.

Головное издательство издательского объединения «Вища школа», 252054, Киев-54, ул. Гоголевская, 7.

Белоцерковская книжная фабрика, 256400, г. Белая Церковь, ул. Карла Маркса, 4.

УВАЖАЕМЫЕ ТОВАРИЩИ!

В Головном издательстве издательского объединения «Вища школа» в 1984 году выйдут из печати следующие книги по горному делу:

Астафьев Ю. П., Полищук Г. К. **Автоматизированные системы управления горнорудными предприятиями.** 15 л. Яз. рус. 80 к.

В учебнике изложены основы построения и создания автоматизированных систем управления горнорудными предприятиями (карьерами); приведены общие положения управления производством, основные понятия и определения АСУ, методы и модели оптимального планирования горных работ на железорудных карьерах. Описаны структура и состав подсистем и задач АСУ горным предприятием; раскрыты особенности построения информационной базы, технического и математического обеспечения, а также вопросы проектирования и создания конкретных АСУ на горно-обогатительных комбинатах страны.

Для студентов горных специальностей.

Кияшко И. А. **Процессы подземных горных работ.** 20 л. Яз. рус. 95 к.

В учебнике рассмотрены вопросы о сущности технологической системы угольной шахты, природе физико-механических процессов, происходящих в горных породах, о механизированных и других крепях и научно обоснованном выборе средств механизации процессов подземной добычи угля. Изложены сущность и методы проектирования производственных процессов добычи угля, а также процессы их участкового обеспечения применительно к выбранным системам машин.

Для студентов горных вузов и факультетов, инженерно-технических работников угольной промышленности.

М у х о п а д Н. Д. **Транспортные машины.** 15 л. Яз. рус. 70 к.

В учебнике излагаются общие сведения о транспортных средствах, применяемых при строительстве подземных сооружений и шахт, принципиальные особенности их конструкции, монтажа и эксплуатации. Рассмотрены область применения транспортных средств и перспективы развития. Освещены основные положения теории и расчета на ЭВМ транспортных машин. Приведены таблицы с характеристикой основных типов и параметров машин.

Для студентов вузов, обучающихся по специальности «Строительство подземных сооружений и шахт».

Р у б и н с к и й Ю. М., Ж и д ч е н к о В. Д., К у р д и н М. П. **Проблемы экономики труда в угольной промышленности.** 20 л. Яз. рус. 1 р.

В учебном пособии рассмотрены практические вопросы совершенствования научной организации нормирования, планирования производительности труда и заработной платы, анализа показателей по труду в одной из ведущих отраслей народного хозяйства — угольной промышленности. Освещен передовой опыт оперативного регулирования норм выработки, внедрения новых методов материального и морального стимулирования, повышения производительности труда, экономии средств.

Для специалистов экономических служб, инженерно-технических работников шахт и производственных объединений Минуглепрома СССР.

Книги можно заказать в любом магазине облкниготорга или облпотребсоюза, а также в магазине «Книга — почтой».