O‘ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIY VA O‘RTA MAXSUS TA’LIM VAZIRLIGI

Abu Rayhon Beruniy nomidagi TOSHKENT DAVLAT TEXNIKA UNIVERSITETI

OLIY MATEMATIKA

Ehtimollar nazariyasi va matematik statistika bo‘yicha mustaqil ishlarni bajarish uchun qo‘llanma

Oliy texnika o‘quv yurtlarining bakalavriat ta’lim yo‘nalishi talabalari uchun

Toshkent 2013

OLIY MATEMATIKA. Ehtimollar nazariyasi va matematik statistika bo‘yicha mustaqil ishlarni bajarish uchun qo‘llanma. R.R. Abzalimov, G.R. Abdurahmonov, A.S. Holmuhamedov. Toshkent davlat texnika universiteti. 2013.

O‘quv- uslubiy qo‘llanma ehtimollar nazariyasi va matematik statistika bo‘yicha mustaqil ish masalalaridan iborat. Nazariy ma’lumotlar va namuna uchun masalalar yechimi ko‘rsatilgan. O‘quv- uslubiy qo‘llanma oliy texnika o‘quv yurtlarining bakalavriat yo‘nalishi talabalari uchun mo‘ljallangan. Shuningdek, bu o‘quv-uslubiy qo‘llanmadan oily texnika o‘quv yurtlarining professor-o‘qituvchilari ham foydalanishlari mumkin.

Abu Rayhon Beruniy nomidagi Toshkent davlat texnika universiteti ilmiy-uslubiy kengashining qaroriga muvofiq chop etildi.

Taqrizchilar: A. Djamirzayev-O‘z.MU, f.-m.f.n. dotsent;
E. Esonov- Tosh. DTU, f.-m.f.n. dotsent.

So‘z boshi.

Zamonaviy kadrlarni yetishtirish borasida respublikamiz oliy ta’limi tizimida tub o‘zgarishlar amalga oshirilmoqda. Bunga sabab, «Ta’lim to‘g‘risida»gi qonun va «Кadrlar tayyorlash milliy dasturi»ning qabul qilinishi va ularda ilmiy-texnika taraqqiyoti yutuqlarini xalq xo‘jaligiga tatbiq qilish, ijtimoiy-iqtisodiy rivojlanish bilan uzviy bog‘liq ekanligining aniq ko‘rsatilishidir.

Bundan shunday xulosa chiqarish kerakki, hozirgi zamonda fundamental fanlar bilan bir qatorda ularning tatbiqiga bag‘ishlangan maxsus kurslarni ko‘proq o‘qitish dolzarb masalalardan biri bo‘lib qoladi.

«Ehtimollar nazariyasi va matematik statistika» maxsus kursi oliy matematikaning tatbiqiy bo‘limlaridan biri bo‘lib, uning mavjud qonuniyatlarini ma’lum darajada bilish, tasodifiy holatlarni hisobga olgan holda mantiqiy xulosalar chiqarish va mavjud vaziyat uchun optimal yechimlarni topa olishga imkon yaratadi.

O‘quv uslubiy qo‘llanma oliy matematikaning ehtimollar nazariyasi va matematik statistika bo‘limi bo‘yicha mustaqil ish masalalaridan iborat. Nazariy ma’lumotlar va namuna uchun masalalar yechimi ko‘rsatilgan. Talabalar mustaqil yechishlari uchun shahsiy variantlar yetarlicha keltirilgan

Mualliflar.

1–BOB. EHTIMOLLAR NAZARIYASI

1-§. Na'zariy ma'lumotlar

Tasodifiy hodisalar ustida amallar

Ehtimollar nazariyasida «tajriba» tushunchasi biror shartlar majmuasini anglatadi. Bu shartlar bajarilganda (tajriba o'tkazilganda) kuzatilishi mumkin bo'lgan hodisalar-«tasodifiy hodisalar» deyiladi. Shartlari majmui T bir xil bo'lgan ikkita tajriba – o'zaro teng tajribalar deyiladi. Bunday holda T tajriba ikki marta takrorlanadi deymiz.

T tajriba natijasida albatta ro'y beradigan U_T hodisa, bu tajriba uchun muqarrar hodisa deyiladi. Boshqacha aytganda, U_T muqarrar hodisa – shunday hodisaki, T tajriba necha marta takrorlanmasin, u har gal ro'y beraveradi, T tajriba natijasida hech qachon ro'y bermaydigan hodisa, bu tajriba uchun mumkin bo'lmagan hodisa deyiladi, ya'ni V_T mumkin bo'lmagan hodisa – shunday hodisaki, T tajriba har qancha takrorlanmasin V_T biror marta ham ro'y bermaydi. Tasodifiy hodisalarni lotin harflari $A,B,C, \ldots$ bilan belgilaymiz.

A hodisaning ro'y berishi B hodisa ro'y berishini va aksincha, B hodisaning ro'y berishi A hodisa ro'y berishini ta'minlasa, A va B hodisalar – o'zaro teng hodisalar deyiladi ($A=B$). Ikkala A va B hodisalarning bir vaqtda ro'y berishini ifodalovchi AB hodisa - A va B hodisalarning ko'paytmasi deyiladi. A va B hodisalardan hech bo'lmaganda bittasining ro'y berishini ifodalovchi $A+B$ hodisa - A va B hodisalarning yig'indisi deyiladi.

A hodisa ro'y berib, B hodisa ro'y bermasligini ifodalovchi $A\backslash B$ hodisa - A va B hodisalarning ayirmasi deyiladi. A hodisa ro'y bermaganligini ifodalaydigan $\overline{A}$ hodisa – A ga teskari (qarama-qarshi) hodisa deyiladi .E – shunday hodisa bo'lsaki, T tajriba natijasida ro'y berishi mumkin bo'lgan har qanday A hodisa uchun, E hodisa, yo A hodisa ro'y berishini, yoki $\overline{A}$ hodisa ro'y berishini ta'minlasa, E hodisa T tajriba uchun elementar hodisa deyiladi.

Elementar hodisalarni ω_n, $n=1,2\ldots$, ko'rinishida kichik harflar bilan, T tajribaning barcha elementar hodisalar to'plamini Ω_T yoki Ω bilan belgilaymiz. T tajriba natijasida ro'y berishi mumkin bo'lgan har qanday A tasodifiy hodisa, ma'lum (A ning ro'y berishini ta'minlaydigan) elementar hodisalarning yig'indisi shaklida, ya'ni

$$A = \sum_{i \in I} \omega_i \qquad (1)^1$$

ko‘rinishida tasvirlanadi. Agar qo‘shiluvchilarning (1) yig‘indidagi o‘rni e’tiborga olinmasa, (1) yig‘indi A hodisa uchun yagonadir. Shu sababli har qanday A tasodifiy hodisani $A = \{ \omega_i \backslash\ i \epsilon I \}$ ko‘rinishda, ya’ni (1) yig‘indiga kirgan elementar hodisalarning to‘plami ko‘rinishida tasvirlash mumkin.Xususan, $U_T=\Omega_T$, $V_T=\emptyset$. A to‘plamga kiruvchi ω_i, i∊I elementar hodisalar – A hodisaga imkon yaratuvchi elementar hodisalar deyiladi.

Ehtimollik fazosi

Ω - biror T tajriba natijasida ro‘y berishi mumkin bo‘lgan barcha elementar hodisalar to‘plami, $\mathcal{A}$ esa Ω ning qism to‘plamlaridan tuzilgan, quydagi shartlarni qanoatlantiruvchi sistema bo‘lsin:

1) $\Omega \epsilon\ \mathcal{A}$;

2) agar $A \in \mathcal{A}$ bo‘lsa , $\overline{A} \in \mathcal{A}$, bunda $\overline{A} = \Omega \backslash A$;

3)agar $A_1, A_2\ \epsilon\ \mathcal{A}$ bo‘lsa , $A_1 \cup A_2\ \epsilon\ \mathcal{A}$

u holda $\mathcal{A}$ -hodisalar algebrasi deyiladi,

Agar hodisalar algebrasi

3) $A_n\ \epsilon\ \mathcal{A}, n\ \epsilon\ N \Rightarrow \bigcup_{n=1}^{\infty} A_n \epsilon\ \mathcal{A}$

shartni qanoatlantirsa, y σ-algebra deyiladi.

$\mathcal{A}$ sistemada aniqlangan va

1) $P(A) \geq 0; \quad \forall A \in \mathcal{A};$

2) $P(\Omega)=1$.

3) agar $A, B\ \epsilon\ \mathcal{A}$ va $A B=\emptyset$ bo‘lsa, $P(A+B)=P(A)+P(B)$

shartlarni qanoatlanturivchi P funksiya-ehtimollik funksiyasi deyiladi. $P(A)$ son esa A hodisaning ehtimolligi (yoki ehtimoli) deyiladi.

Ehtimollik funksiyasi quydagi xossalarga ega;

1) $P(\emptyset)=0$;

2) $A \subset B \Longrightarrow P(A) \leq P(B), \quad A,B\ \epsilon\ \mathcal{A};$

3) $0 \leq P(A) \leq 1 \quad \forall A \in \mathcal{A}$;

4) $P(\overline{A}) = 1-P(A);$

---

1) Umuman aytganda (1) yig‘indidagi qo‘shiluvchilar soni chekli yoki cheksiz (hatto sanoqsiz) bo‘lishi mumkin.

5) $P(A+B)=P(A)+P(B)-P(AB)$;

6) $P(A-B)=P(A)-P(AB)$.

$(\Omega, \mathcal{A}, P)$ uchlik-ehtimollik fazosi deyiladi

Ehtimollikning klassik tarifi

Agar tajriba natijasida ro‘y berishi mumkin bo‘lgan elementar hodisalar soni chekli va ular teng imkoniyatli bo‘lsa, A hodisani ehtimoli, shu A hodisa ro‘y berishiga imkoniyat yaratuvchi elementar hodisalar soni m ning tajriba natijasida ro‘y beruvchi barcha elementar hodisalar soni n ga nisbatiga teng, yani

$$P(A) = \frac{m}{n}.$$

Geometrik ehtimollik

Agar tajriba natijasi ro‘y berishi mumkin bo‘lgan elementar hodisalar cheksiz ko‘p bo‘lib, teng imkoniyatli bo‘lsa, A hodisaning ehtimolini hisoblash uchun barcha elementar hodisalar to‘plami Ω ni R^n fazoning biror o‘lchovli qismiga tenglashtiramiz. Agar bu qismning o‘lchovi S, A hodisaga imkoniyat yaratuvchi elementar hodisalarga mos qismining o‘lchovi S_A bo‘lsa, y holda A hodisaning ehtimolligi

$$P(A) = \frac{S_A}{S}.$$

formula orqali hisoblanadi.

Shartli ehtimollik. Ehtimollar ko‘payitmasi haqidagi teorema

B hodisa ro‘y berdi degan shart ostida A hodisaning ro‘y berishi ehtimolligi-shartli ehtimollik deyiladi va $P(A/B)$ ko‘rinishda yoziladi. Shartli ehtimollik $P(B) \neq 0$ bo‘lganda

$$P(A/B) = \frac{P(AB)}{P(B)}$$

formula bilan, $P(B)=0$ bo‘lganda $P(A/B)=0$ tenglik bilan hisoblanadi. Yo‘qoridagi formuladan, hodisalar ko‘payitmasining ehtimolligi uchun

$$P(AB) = P(A) \cdot P(B/A) = P(B) \cdot P(A/B)$$

ayniyat kelib chiqadi.

Agar $P(A/B)=P(A)$ tenglik bajarilsa, A hodisa B hodisaga bog‘liq emas deyiladi. Bu holda $P(B/A)=P(B)$ tenglik ham bajariladi, ya’ni

B hodisa ham *A* hodisaga bog‘liq bo‘lmaydi. O‘zaro bog‘liq bo‘lmagan hodisalarning ko‘payitmasi uchun .

$$P(AB) = P(A)P(B)$$

tenglik o‘rinli.

Umuman n ta hodisalar ko‘payitmasi uchun quydagi formula o‘rinli

$$P(A_1A_2 \ldots \ldots . A_n) = P(A_1)\, P(A_2/A_1)\, P(A_3/A_1A_2) \ldots$$
$$\ldots P(A_n/A_1 \ldots . . A_{n-1})$$

Agar $A_1, A_2 \ldots \ldots, A_n$ lar shunday hodisalar bo‘lsaki, ixtiyoriy *m* (*m=2,3…,n*) va $1 \leq k_1 < k_2 < \ldots < k_m \leq n$ tengsizliklarni qanoat-lantiruvchi k_j *(j=1,2,…,m)* natural sonlar uchun

$$P(A_{k_1} \ldots A_{k_m}) = P(A_{k_1}) \ldots P(A_{k_m})$$

tenglik o‘rinli bo‘lsa, y holda $A_1, A_2, \ldots \ldots . , A_n$ hodisalar o‘zaro bog‘liq bo‘lmagan hodisalar deyiladi, ya’ni $A_1, A_2, \ldots \ldots . , A_n$ hodisa-larning har qanday *m* tasi (*m*≤*n*) ko‘payitmasining ehtimoli, shu ko‘payitmaga kirgan hodisalar ehtimollarining ko‘payitmasiga teng bo‘lsa, bu hodisalar o‘zaro bog‘liq bo‘lmagan hodisalarni tashkil eta-di.

Ehtimollar yig‘indisi haqida teorema

Ikki hodisa yig‘indisining ehtimoli

$$P(A+B)=P(A)+P(B)-P(A)P(B/A)$$

yoki

$$P(A+B)=P(A)+P(B)-P(B)P(A/B)$$

formula bilan aniqlanadi. Agar *A* va *B* hodisalar o‘zaro bog‘liq bo‘lmagan hodisalar bo‘lsa u holda

$$P(A+B)=P(A)+P(B)-P(A)P(B),$$

o‘zaro birgalikda bo‘lmagan hodisalar bo‘lsa

$$P(A+B)=P(A)+P(B)$$

tengliklar o‘rinliy.

Ixtiyoriy *n* hodisalar uchun

$$P\left(\sum_{k=1}^{n} A_k\right) = \sum_{k=1}^{n} P(A_k) - \sum_{k=1}^{n-1} \sum_{j=k+1}^{n} P(A_k A_j) +$$

$$+\sum_{k=1}^{n-2}\sum_{j=k+1}^{n-1}\sum_{i=j+1}^{n} P(A_k A_j\ A_i)+\cdots+(-1)^{n-1}P(\prod_{k=1}^{n} A_k)$$

tenglik o‘rinli, birgalikda bo‘lmagan hodisalar uchun esa

$$P\left(\sum_{k=1}^{n} A_k\right)=\sum_{k=1}^{n} P(A_k)$$

tenglik o‘rinli.

To‘la ehtimollik formulasi.

$$1)\ \sum_{k=1}^{n} H_{k=}\ \Omega;\quad 2)\ H_i\cdot H_J=\emptyset\quad i\neq j,\qquad i,j=1,\dots,n$$

shartlarni qanoatlantiruvchi $H_1,H_2,\dots,H_n$ hodisalar - gipotezalar deyiladi. Yuqoridagi 1) va 2) shartlar bajarilganda $H_{1,}H_{2\dots\dots,}H_n$ lar, hodisalarning to‘la guruhini tashkil qiladi deymiz. Tajriba natijasida ro‘y beradigan har qanday A hodisaning ehtimolini topish uchun

$$P\ (A)=\sum_{k=1}^{n} P\ (H_k)\ P\ (A/H_k)$$

tenglik o‘rinli. Bu tenglik to‘la ehtimollik formulasi deyiladi.

Gipotezalar ehtimolini hisoblash (Bayes formulasi)

A hodisa ro‘y berganda H_k gipotezaning ehtimoli

$$P(H_k\ /A)=\frac{P\ (H_k)P\ (A/H_k)}{P\ (A)}$$

formula bilan hisoblanadi , bunda

$$P(A)=\sum_{j=1}^{n} P(H_j)P\ (A/H_k)$$

Bog‘liq bo‘lmagan tajribalar ketma- ketligi .
Bernulli formulasi

Har bir tajribada A hodisa p ehtimollik bilan ro‘y bersin. n ta bog‘liq bo‘lmagan tajribalar ketma – ketligida A hodisaning m marta ro‘y berish ehtimoli $P_n(m)$ ni Bernulli formulasi deb ataladigan, $P_n(m)$=$C_n^m\ p^m\ q^{n-m}$ tehglik bilan hisoblanadi. Bunda $q=1-p$. n ta tajribada A hodisani kami bilan m marta ro‘y berish ehtimoli quydagi formula bilan hisoblanadi:

$$P_n(k \geq m) = \sum_{k=m}^{n} P_n(k)$$

yoki

$$P_n(k \geq m) = 1 - \sum_{k=0}^{m-1} P_n(k).$$

n ta tajribada A hodisaning hech bo‘lmaganda bir marta ro‘y berish ehtimoli

$$P_n\ (m\ \geq 1) = 1 - q^n$$

formula bilan hisoblanadi. n ta tajribada A hodisani hech bo‘lmaganda bir marta ro‘y berishi P ehtimollikdan kam bo‘lmasligini tasdiqlovchi tajribalar soni

$$n \geq \frac{\ln(1-\overline{p})}{\ln(1-p)}$$

formula bilan hisoblanadi . Bunda p har bir tajribada A hodisaning ro‘y berish ehtimoligi. n ta tajribada A hodisaning ro‘y berishlar soni m ning eng katta ehtimolikka erishadigan qiymati μ

$$\left(P_n(\mu) = \max_{0 \leq m \leq n} P_n(m)\right)$$

(n+1)p sonining butun qismiga teng. Agar *(n+1)p* butun son bo‘lsa, u holda $P_n(m)$ eng katta qiymatga ikkita: $\mu_1 = (n+1)p-1$ va $\mu_2 = (n+1)\,p$ sonlarida erishadi .

Agar bog‘liq bo‘lmagan tajribalar ketma-ketligining har bir tajribasida A hodisaning ro‘y berish ehtimolligi har xil bo‘lsa , n ta tajribada A hodisaning m marta ro‘y berishi quydagi

$$g(u) = \prod_{k=1}^{n} P_k(u = q_k) = \sum_{m=0}^{n} P_n\ (m) u^m$$

ifodadagi u^m ning koeffitsiyenti orqali aniqlanadi , bunda $q_k = 1 - p_k$, p_k esa $k-$tajribada A hodisaning ro‘y berishi ehtimolligi. $g\ (u)$ funksiyadan olingan hosila yordamida $P_n\ (m)$ ehtimollikni aniqlash mumkin:

$$P_n(m) = \frac{1}{m!}\left\{\frac{d^m g(u)}{du^m}\right\}.$$

Xususan , P_n *(0)=* $q_1, q_2, \dots, q_n$.

Tasodifiy miqdorlar

(Ω, 𝒜,P) – ehtimollik fazosi bo‘lib, ξ miqdor *Ω* to‘plamda aniqlangan funksiya bo‘lsin. Agar ixtiyoriy $x \epsilon R$ uchun

$$(\xi < x) := (\omega/\xi(\omega) < x) \epsilon \boldsymbol{\mathcal{A}}$$

shart bajarilsa, *ξ* funksiya – tasodifiy miqdor deyiladi .

F (x):= *P* $(\xi < x)$ funksiya - *ξ* tasodifiy miqdorning taqsimot funksiyasi deyiladi .

Taqsimot funksiyasi quydagi xossalarga ega:

1. *P(a*$\le \xi < b) = F$ *(b) - F (a);*
2. Agar $x_1 < x_2$ bo'lsa, $F(x_1) \le F(x_2)$;
3. $\lim_{x\to\infty} F(x) = 1$, $\lim_{x\to-\infty} F(x) = 0$;
4. $\lim_{\substack{x\to 0 \\ x<x_0}} F(x) = F(x_0)$

Diskret tasodifiy miqdorlar

Agar tasodifiy miqdorning qabul qilishi mumkin bo‘lgan qiymatlar to‘plami chekli yoki sanoqli bo‘lsa , bu tasodifiy miqdor – diskret tasodifiy miqdor deyiladi . Diskret tasodifiy miqdor taqsimot qonuni yoki jadval ko‘rinishida berilishi mumkin.

ξ tasodifiy miqdorning qiymatlari x_i va bu qiymatlarga mos ehtimol-lari

$$p_i = P(\xi = x_i)$$

lar yordamida tuzilgan

x_i	x_1	x_2	.....	x_n
p_i	p_1	p_2	.....	p_n

jadval – taqsimot jadvali deyiladi. Bu jadvalda $p_i > 0$, $i = \overline{1, n}$,

$$\sum_{i=1}^{n} p_i = 1$$

(*n*- chekli yoki sanoqli bo‘lishi mumkin) shartlar bajariladi.

Argumentning $x_1, x_2, \dots, x_n$ qiymatlari uchun aniqlangan

$P(\xi = x_i) = f(x_i), i = 1, \dots, n$ funksiya - ξ diskret tasodifiy miqdorning taqsimot qonuni deyiladi. Bunda

$$f(x_i) > 0, i = 1, \dots, n; \ \sum_{i=1}^{n} f(x_i) = 1$$

shartlar ta'minlanishi lozim.

Amalyotda ko'p uchraydigan ba'zi diskret tasodifiy miqdorlar :

1. Qiymatlari a ga to'plangan aynigan taqsimot: $P(\xi = a) = 1$,

2. p $(0<p<1)$ parametrli Bernulli taqsimoti:

$$P(\xi = 1) = p, \quad P(\xi = 0) = 1 - p;$$

3. (n, p) $(0 < p < 1)$ parametrliy binomial taqsimot :

$$P(\xi = m) = C_n^m \, p^m \, (1-p)^{n-m}, \ m = 0.1 \dots, n$$

4. (N, M, n) $(N, M, n$ – natural sonlar , $M \leq N, n \leq N)$ parametrli gipergeometrik taqsimot

$$P(\xi = m) = \frac{C_n^m \ C_{N-M}^{n-m}}{C_N^n}.$$

$$m = 0, 1, \dots, \min(M, n)$$

5. p $(0 < p < 1)$ parametrliy geometrik taqsimot :

$$P(\xi = m) = (1-p)^{m-1} p, \qquad m = 1, 2 \dots$$

6. γ $(\gamma > 0)$ parametrli Puasson taqsimoti:

$$P(\xi = m) = \frac{\gamma^m}{m!} e^{-\gamma}, m = 0, 1, 2, \dots$$

7. p $(0 < p < 1)$ parametrli logarifmik taqsimot

$$P(\xi = m) = \frac{(1-P)^m}{m \ Lnp}, \quad m = 1, 2 \dots$$

Absolut uzluksiz tasodifiy miqdor

Agar ξ tasodifiy miqdorning $F(x)$ taqsimot funksiyasi uchun

$$F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(x)\, dx$$

tenglikni qanoatlantiruvchi $f(x)$ funksiya mavjud bo'lsa, ξ tasodifiy miqdor - absolut uzluksiz tasodifiy miqdor deyiladi. $f(x)$ funksiya esa ξ absolut uzluksiz tasodifiy miqdorning zichlik funksiyasi deyiladi .

Zichlik funksiyasi quydagi xossalarga ega :

1. $f(x)$ - uzluksiz bo'lgan x nuqtalarda $f(x) = F'(x)$;

2. $f(x) \geq 0$;

3. $\int_{-\infty}^{+\infty} f\,(\,x\,)\,dx = 1$;

4. $P(\,a \leq \xi\, <\, b) = \int_a^b \quad f\,(\,x\,)\,dx$.

$F\,\,(x_p\,) = p$ tenglik bilan aniqlangan x_p qiymat p - tartibli kvantil deyiladi. $x_{0,5}$ kvantil mediyana deyiladi. Zichlik funksiya maksimmumga erishadigan *x* ning qiymati moda deyiladi .

Absolut uzluksiz tasodifiy miqdorlarga misollar

1.*(a , b) (a< b*) kesmada tekis taqsimlangan tasodifiy miqdor:

$$f\,(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{b-a}, & x\epsilon\,[a,b], \\ 0, & x\,\notin\,[a,b]. \end{cases}$$

2. $\gamma\quad(\gamma\,>0\,)$ parametrli ko'rsatkichli taqsimot:

$$f\,(x) = \begin{cases} \gamma\,e^{-\gamma x}, & x \geq 0, \\ 0, & x < 0. \end{cases}$$

3. *(a,b) (b> a*) parametrli normal (Gauss) taqsimoti:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \quad e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}.$$

Normal taqsimlangan ξ tasodifiy miqdorning $(\,x_1, x_2\,)$ oraliqqa tushish ehtimolligi quydagi formula bilan aniqlanadi :

$$P(x_1\,<\xi\,<x_2) = \Phi\left(\frac{x_2-a}{b}\right) - \Phi\left(\frac{x_1-a}{b}\right),$$

bunda

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_0^x e^{-\frac{t^2}{2}}\,dt$$

– Laplas funksiyasi. Laplas funksiyasining qiymatlari jadval yordamida topiladi .

Tasodifiy miqdorning sonli xarakteristikalari

$$p_i = P(\xi = x_i), \qquad i = \overline{1,n}$$

taqsimot qonuni bilan berilgan diskret tasodifiy miqdorning matematik kutilmasi deb ,

$$M\,(\xi) = \sum_{i=1}^{n} x_i \cdot p_i$$

tenglik bilan aniqlangan songa aytiladi . *f (x)* zichlik funksiyasi bilan berilgan absolut uzliksiz tasodifiy miqdorning matematek kutilmasi deb ,

$$M\ (\ \xi\ ) = \int_{-\infty}^{+\infty} x\ \cdot f\ (\ x\ )dx$$

tenglik bilan aniqlangan songa aytiladi. ξ tasodifiy miqdorning matematek kutilmasi ba'zan $\bar{x}$ ko'rinishda ham belgilanadi:

$$m_k = M(\xi^k), \qquad \mu_k = M\ (\xi - \overline{x})^k$$

formulalar bilan aniqlangan m_k va μ_k sonlari mos ravishda ξ tasodifiy miqdorning k – tartibli boshlang'ich va markaziy momentlari deyiladi . Xususan, 1-tartibli boshlang'ich moment – matematik kutilmadir. ξ tasodifiy miqdorning 2 – tartibli markaziy momenti - uning dispersiyasi deyiladi va *D(ξ)* ko'rinishida belgilanadi, ya'ni

$$D\ (\ \xi\ )\ =\ M(\xi\ -\ \overline{x}\ )^2 = M\xi^2 - (M\xi)^2$$

ξ tasodifiy miqdorning dispersiyasidan olingan kvadrat ildiz

$$\sigma(\xi) = \sqrt{D\ (\xi)}$$

ξ tasodifiy miqdorning o'rta kvadiratik chetlanishi deyiladi .

Tasodifiy miqdorning k-tartibli momentlari – uning sonliy xarakteristikalari deyiladi.

Matematek kutilma va dispersiyaning xossalari

X, Y tasodifiy miqdor va *C* o'zgarmas son uchun quyidagi tengliklar o'rinli:

1) *M (C) =C;*
2) *M (CX)=CM(X);*
3) *M (X)*|≤ *M | X |;*
4) $M\ (\ X + Y) = M\ (X) +\ M\ (Y)$;
5) agar X va Y o'zaro bog'liq bo'lmasa, u holda

$$M\ (X \cdot Y) = M(X) \cdot M(Y);$$

6) *D (X)*> 0;
7) *D (C)=0*;
8) *D (CX)=*C^2 *D* (X);
9) agar X va Y o'zaro bog'liq bo'lmasa, u holda

$$D\ (X+Y)=\ D\ (X)+D\ (Y).$$

2-§. Namunaviy misol va masalalar yechimi

1-misol. Tasodifiy sonlar jadvalidan ixtiyoriy ravishda ikkita son tanlab olindi. A hodisa ulardan hech bo‘lmaganda bittasi tub son, B hodisa esa, ulardan hech bo‘lmaganda bittasi juft son ekanini bildirsa, AB va $A+B$ hodisalar nimani anglatadi?

Yechimi. AB hodisa ikkala hodisaning bir vaqtda ro‘y berishini, ya’ni tanlangan sonlardan biri tub, ikkinchisi juft ekanligini yoki sonlardan biri 2, ikkinchisi esa ihtiyoriy tasodifiy son ekanini anglatadi.

$A+B$ hodisa, yo tanlangan sonlar tub ekanini, yo tanlangan sonlar juft ekanini, yoki tanlangan sonlarning biri tub, boshqasi esa juft ekanligini anglatadi.

2-misol. Ixtiyoriy tanlab olingan N natural sonning uchinchi darajasining oxirgi ikkita raqami 1 bo‘lishi ehtimoli topilsin.

Bunda N natural son deyilganda – 0 dan 9 gacha bo‘lgan, teng imkoniyatli hind-arab raqamlari yordamida yozilgan son nazarga tutilgan.

Yechimi. N sonni $N = a + 10b + ...$ ko‘rinishda ifodalaymiz, bunda a, b, … lar – ixtiyoriy raqamlar.

U holda $N^3 = a^3 + 3a^2 10b + 100c$, c — natural son, bundan ko‘rinadiki, N^3 ning oxirgi ikkita raqami a va b raqamlarining qiymatiga bog‘liq. U holda ro‘y berishi mumkin bo‘lgan imkoniyatlar soni 100 ta. N^3 sonining oxirgi raqami a ning faqat bitta qiymatida , ya’ni $a = 1$da 1 bo‘ladi. Oxiridan ikkinchi raqami ham 1 bo‘lishi uchun

$$\frac{N^3-1}{10}$$

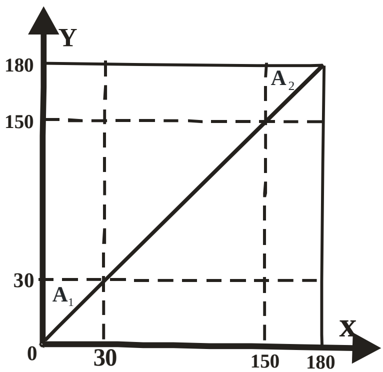
ning oxirgi raqami 1 ga teng bo‘lishi kerak, ya’ni $3b$ son 1raqami bilan tugashi kerak. Bu faqat $b = 7$ bo‘lganda amalga oshadi. Shunday qilib, ro‘y berishi mumkin bo‘lgan imkoniyat bitta: $a = 1$, $b = 7$. Bu holda izlanayotgan ehtimollik $p = 0{,}01$ga teng bo‘ladi.

3-misol. Uzinligi 200*m* bo‘lgan magnitafon tasmasining 1-qatorining 20*m* ga ma’lumotnoma yozilgan. 2-qatorining ham 20*m* ga ma’`lumotnoma shunday yozilganki, tasma magnitafon kallagidan o‘tganda avval 1-qatordagi ma’lumotnoma keladi. Agar ma’lumotnoma yozilishi tasmaning hamma qismi uchun teng imkoniyatli bo‘lsa, tasmaning 50- metridan 150- metrigacha bo‘lgan qismiga ma’lumotnoma yozilmagan bo‘lishi ehtimoli topilsin.

Yechimi. Magnitafon tasmasi chapdan o‘ngga tarang tortilgan deb faraz qilib, uning 1-qatoridagi ma’lumotnoma yozilgan qismining chap chegarasini x bilan 2-qatordagi ma’lumotnoma yozilgan qismining chap chegarasini y bilan belgilaymiz. U holda

$$o \le x \le 180 \quad ,0 \le y \le 180,\ x \le y \text{ (1- rasm).}$$

Bu tajriba uchun elementlar hodisalar to‘plami xy tekislikdagi $\Omega = \left\{(x,y)/0 \le x \le 180, x \le y\right\}$ uchburchakdan iborat bo‘ladi. Agar



1-rasm

A orqali tasmaning 50- metridan 150- metrigacha bo‘lgan qismiga ma’lumotnoma yozilmagan bo‘lishi hodisasini belgilasak, u holda A ga Ω ning

$$A_1 = \{(x,y)/0 \le x \le y \le 30\}$$

va

$$A_2 = \{(x,y)/150 \le x \le 180, x \le y \le 180\}$$

qismlari mos keladi.

Ω uchburchakning yuzasi $S(\Omega) = \frac{1}{2}180^2$ ga, A qismining yuzasi esa $S(A) = S(A_1) + S(A_2) = \frac{1}{2} \cdot 30^2 + \frac{1}{2} \cdot 30^2 = 30^2$ ga teng bo‘ladi. Ehtimollikning geometrik tarifiga asosan

$$P(A)=\frac{30^2}{\frac{1}{2}\cdot 180^2}=2\left(\frac{30}{180}\right)^2=2\left(\frac{1}{6}\right)^2=\frac{1}{18}.$$

4-misol. Umumiy mahsulotning 4% yaroqsiz bo‘lib, yaroqli mahsulotlarning 75% birinchi navli bo‘lsa, ixtiyoriy olingan mahsulot birinchi navli bo‘lishi ehtimoli topilsin.

Yechimi. A- olingan mahsulot yaroqli bo‘lishi hodisasi, B- mahsulot birinchi navli bo‘lishi hodisasi, C-olingan mahsulot birinchi navli bo‘lishi hodisasi bo‘lsin. U holda $C=AB$;

$P(\bar{A})=0{,}04$; $\quad P(A)=1-P(\bar{A})=1-0{,}04=0{,}96$;

$P\left(B/A\right)=0{,}75.$

Ehtimollikni ko‘paytirish formulasiga asosan

$$P(C)=P(A\cdot B)=P(A)\cdot P\left(B/A\right)=0{,}96\cdot 0{,}75=0{,}72.$$

5-misol. Ichida 5 tasi yaroqsiz bo‘lgan 100 ta mahsulotdan tavakkaliga 50 tasi olindi. Shu 50 ta mahsulotdan ko‘pi bilan 1 tasi yaroqsiz bo‘lishi ehtimoli topilsin.

Yechimi. A- tavakkaliga olingan 50 ta mahsulotdan bittasi ham yaroqsiz bo‘lmaslik hodisasi, B- olingan 50 ta mahsulotdan bittasi yaroqsiz bo‘lishi hodisasi bo‘lsin. U holda A va B lar birgalikda bo‘lmagan hodisalar bo‘lib, ularning ehtimolliklari gipergeometrik taqsimot formulasi bilan, bu hodisalardan hech bo‘lmaganda bittasining ro‘y berishi ehtimoli esa $P=P(A+B)=P(A)+P(B)$ formula bilan hisoblanadi:

$$P(A+B)=P(A)+P(B)=\frac{C_{95}^{50}\cdot C_5^0}{C_{100}^{50}}+\frac{C_{95}^{49}\cdot C_5^1}{C_{100}^{50}}=\frac{47\cdot 37}{99\cdot 97}=0{,}181.$$

6-misol. Korxonaga favqulodda hodisa ro‘y berganda xabar beradigan, bir-biridan mustaqil ishlovchi 2 ta asbob o‘rnatilgan. Favqulodda hodisa ro‘y berganda birinchi asbobning ishlash ehtimoli 0,85 ga, ikkinchisi uchun bu ehtimollik 0,8 ga teng. Favqulodda hodisa ro‘y berganda faqat bitta asbobning ishlash ehtimoli topilsin.

Yechimi. A_1 - birinchi asbobning ishlash hodisasi, A_2 - ikkinchi asbobning ishlash hodisasi bo‘lsin. U holda $P(A_1)=0{,}85$,

$P(A_2)=0{,}8$, $P(\overline{A}_1)=1-P(A_1)=0{,}15$, $P(\overline{A}_2)=1-P(A_2)=0{,}2.$

$B=A_1\overline{A}_2+\overline{A}_1A_2$ - hodisa faqat bitta asbobning ishlashini ifodalaydi. $A_1\overline{A}_2$ va $\overline{A}_1A_2$ lar birgalikda bo‘lmagan hodisalar bo‘lgani uchun

$P(B)=P(A_1\overline{A}_2)+P(\overline{A}_1A_2)=P(A_1)\cdot P(\overline{A}_2)+P(\overline{A}_1)\cdot P(A_2)$

tenglik o‘rinli bo‘ladi.

$P(B)=0{,}85\cdot 0{,}2+0{,}15\cdot 0{,}8=0{,}17+0{,}12=0{,}27.$

7-misol. Samolyot bortiga o‘rnatilgan qurilma ikki xil rejimda — samolyotning tekis parvozi vaqtidagi normal rejimda hamda samolyotning ko‘tarilishi va qo‘nishi vaqtidagi zo‘riqish rejimida ishlashi mumkin. Samolyotning tekis parvozi, uning umumiy parvozining 80% ini, ko‘tarilish va qo‘nish vaqtidagi parvozi esa 20% ini tashkil etadi. Qurilmaning normal rejimda ishlash vaqtida ishdan chiqish ehtimoli $0{,}1$, zo‘riqish rejimida ishlash vaqtida ishdan chiqish ehtimoli $0{,}4$ ga teng.

a)Qurilmaning parvoz vaqtidagi ishonchliligi topilsin;

b)Agar qurilma ishdan chiqqan bo‘lsa, bu hodisa tekis parvoz vaqtida sodir bo‘lishi ehtimoli topilsin.

Yechimi. A-parvoz vaqtida qurilmaning buzilmay ishlashi hodisasi, H_1-qurilmaning normal rejimda ishlashi hodisasi, H_2-qurilmaning zo‘riqish rejimida ishlashi hodisasi bo‘lsin.
U holda ,

$$P(H_1)=0{,}8;\ P(H_2)=0{,}2;\ P\left(A/_{H_1}\right)=1-0{,}1=0{,}09;$$

$$P\left(A/_{H_2}\right)=0{,}6.$$

a)To‘la ehtimollik formulasiga ko‘ra

$$P(A)=P(H_1)\cdot P\left(A/_{H_1}\right)+P(H_2)\cdot P\left(A/_{H_2}\right)=0{,}8\cdot 0{,}9=$$

$$=0{,}2\cdot 0{,}6=0{,}84$$

b)Bayes formulasiga ko‘ra

$$P\left(H_1/A\right)=\frac{P(H_1)P\left(\bar{A}/H_1\right)}{P(\bar{A})}=\frac{0{,}8\cdot 0{,}1}{1-0{,}84}=0{,}5\,.$$

8-misol. Teng kuchli raqiblar orasidagi o‘yinda qaysi hodisaning ehtimoli katta:

a)bir o‘yinchining to‘rtta o‘yindan uchtasida g‘olib bo‘lishimi yoki sakkizta o‘yindan beshtasida g‘olib bo‘lishimi?

b)bir o‘yinchining to‘rtta o‘yindan kamida uchtasida g‘olib bo‘lishimi yoki sakkizta o‘yindan kamida beshtasida g‘olib bo‘lishimi? O‘yinda durang holat ro‘y bermaydi deb hisoblanadi.

Yechimi. O‘yinchilar teng imkoniyatli bo‘lgani uchun ularning yutishi yoki yutqazishi ehtimolliklari tengdir: $p=q=\frac{1}{2}$.

a)Bir o‘yinchining to‘rtta o‘yindan uchtasida yutish ehtimoli

$$P_4(3)=C_4^3p^3q=4\cdot\frac{1}{2^3}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{4}.$$

Sakkizta o‘yindan beshtasida yutish ehtimoli

$$P_8(5)=C_8^5pq^3=\frac{8\cdot 7\cdot 6}{1\cdot 2\cdot 3}\cdot\frac{1}{2^5}\cdot\frac{1}{2^3}=\frac{7}{32.}$$

Demak, $\frac{1}{4}>\frac{7}{32}$ bo‘lganligi uchun, to‘rtta o‘yinda uch marta yutish ehtimoli ortiq.

b)Bir o‘yinchining to‘rtta o‘yinda kamida uch marta yutish ehtimoli

$$P_4(K\geq 3)=P_4(3)+P_4(4)=\frac{1}{4}+\frac{1}{16}=\frac{5}{16}.$$

Sakkizta o‘yinda kamida besh marta yutish ehtimoli

$$P_8(K \geq 5) = P_8(5) + P_8(6) + P_8(7) + P_8(8) =$$
$$= \frac{7}{32} + \left(\frac{8 \cdot 7}{2} + 8 + 1 \right) \frac{1}{2^8} = \frac{93}{256}.$$

Demak, $\frac{93}{256} > \frac{5}{16}$ bo‘lgani uchun, sakkizta o‘yinda kamida besh marta yutish ehtimoli ortiq.

9-misol. Partiyadagi 100 ta mahsulotdan 10 tasi yaroqsiz. Mahsulot sifatini tekshirish uchun shu partiyadan ixtiyoriy 5 tasi tanlab olindi. X tasodifiy miqdor – tanlab olingan mahsulotlar ichidagi yaroqsiz mahsulotlar soni bo‘lsa, shu tasodifiy miqdorning taqsimot jadvali tuzilsin.

Yechimi. Tanlab olingan 5 ta mahsulot ichidagi yaroqsizlari soni 0 dan 5 gacha bo‘lishi mumkin. Shu sababli X tasodifiy miqdor

$$X_1 = 0, \quad X_2 = 1, \quad X_3 = 2, \quad X_4 = 3, \quad X_5 = 4, \quad X_6 = 5$$

qiymatlarni gipergeometrik taqsimot qonuni bo‘yicha,

$$P(X = K) = \frac{C_{10}^K \cdot C_{90}^{5-K}}{C_{100}^5}, \quad K = 0,1,\ldots,5$$

ehtimolliklar bilan qabul qiladi. Bu ehtimolliklarni 0,001 aniqlikda taqriban hisoblaymiz:

$$P_1 = P(X = 0) = 0{,}584, \quad P_2 = P(X = 1) = 0{,}339,$$
$$P_3 = P(X = 2) = 0{,}07, \quad P_4 = P(X = 3) = 0{,}007,$$
$$P_5 = P(X = 4) = 0, \quad P_6 = P(X = 5) = 0.$$

Endi bu tasodifiy miqdorning taqsimot jadvalini tuzishimiz mumkin

X_i	0	1	2	3	4	5
P	0,584	0,339	0,070	0,007	0	0

10-misol. a radiusli aylana ixtiyoriy nuqtasi radius – vektorining shu aylana diametriga proyeksiyasi – X quyidagi taqsimot funksiyasi (arksinus qonuni) ga ega

$$F(x)=\begin{cases} 1, & -x \le a, \\ \dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{\pi}arcsin\dfrac{x}{a}, & -a<x<a, \\ 0, & x \ge a. \end{cases}$$

X tasodifiy miqdorning

a) Qiymatlari $\left(-\frac{a}{2},\frac{a}{2}\right)$ oraliqqa tushishi ehtimoli;

b) $f(x)$ zichlik funksiyasi;

c)Taqsimotning moda va medianasi aniqlansin.

Yechimi. X-tasodifiy miqdorning qiymatlari $\left(-\frac{a}{2},\frac{a}{2}\right)$ oraliqqa tushish ehtimoli

$$P\left(-\frac{a}{2}<X<\frac{a}{2}\right)=F\left(\frac{a}{2}\right)-F\left(-\frac{a}{2}\right)=\frac{1}{\pi}arcsin\frac{1}{2}+\frac{1}{\pi}arcsin\frac{1}{2}=\frac{1}{3};$$

b) Zichlik funksiyasi $(\ a,a)$ oraliqda

$$f(x)=\frac{dF(x)}{dx}=\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{\pi}\arcsin\frac{x}{a}\right)=\frac{1}{\pi\sqrt{a^2-x^2}}$$

tenglik bilan,

$$(-\infty,-a)\cup(a,+\infty)$$

to‘plamda

$$f(x)=0$$

tenglik bilan aniqlanadi.

c) Zichlik funksiyasining modasi mavjud emas, chunki

$$f(x)=\frac{1}{\pi\sqrt{a^2-x^2}}$$

funksiyasining maksimum qiymati yo‘q.

Quyidagi

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{\pi}\arcsin\frac{x}{a}=\frac{1}{2}$$

tenglamani yechib, mediana nolga teng ekanligiga ishonch hosil qilamiz.

11-misol. 100 ta mahsulotdan 10 tasi sifatsiz bo‘lib, mahsulot sifatini tekshirish maqsadida 5 tasi tanlab olindi. Agar X - tasodifiy miqdor - tanlab olingan mahsulotlar ichidagi sifatsiz mahsulotlar soni bo‘lsa, shu tasodifiy miqdorning matematik kutilmasi topilsin.

Yechimi. X tasodifiy miqdor $x_1 = 0,$ $x_2 = 1,$ $x_3 = 2,$ $x_4 = 3,$ $x_5 = 4,$ $x_6 = 5$ qiymatlarni qabul qilishi mumkin. Bu qiymatlarni qabul qilish ehtimolliklari

$$P(X = k) = \frac{C_{10}^k \cdot C_{10}^{5-k}}{C_{100}^5} \qquad (k = 0,1,...,6)$$

formula bilan hisoblanadi. X tasodifiy miqdorning matematik kutilmasi

$$MX = \sum_{k=0}^{5} k \cdot \frac{C_{10}^k \cdot C_{90}^{5-k}}{C_{100}^5} = \frac{1}{C_{100}^5} \cdot \sum_{k=1}^{5} k \cdot C_{10}^k \cdot C_{90}^{5-k} =$$

$$= \frac{10}{C_{100}^5} \cdot \sum_{k=1}^{5} C_9^{k-1} \cdot C_{90}^{5-k} = \frac{10}{C_{100}^5} \cdot \sum_{j=0}^{4} C_9^j \cdot C_{90}^{4-j}$$

ga teng. Bu ifodadagi

$$\sum_{j=0}^{4} C_9^j \cdot C_{90}^{4-j}$$

yig‘indini hisoblash uchun

$$(1+u)^9 (1+u)^{90} = (1+u)^{99}$$

ayniyatdan foydalanamiz. Bu ayniyatning chap tomonidagi ko‘phadda u^4 ning koeffitsienti

$$\sum_{j=0}^{4} C_9^j \cdot C_{90}^{4-j}$$

ga teng. Bu koeffitsient o‘ng tomondagi ko‘phad uchun C_{99}^4 ga teng. Demak,

$$\sum_{j=0}^{4} C_9^j \cdot C_{90}^{4-j} = C_{99}^4$$

va

$$MX = \frac{10 \cdot C_{99}^4}{C_{100}^5} = \frac{1}{2}$$

12-misol. Kemaning yonboshga tebranish amplitudasi – zichlik funktsiyasi

$$f(x) = \frac{x}{a^2} \cdot e^{-\frac{x^2}{2a^2}}, \quad x \geq 0$$

(Releу qonuni) dan iborat X tasodifiy miqdordir. Shu tasodifiy miqdorning

a) MX matematik kutilmasi;

b) DX dispersiyasi va σ_X o‘rta kvadratik chetlanishi;

c) μ_3 va μ_4 - mos ravishda uchinchi va to‘rtinchi tartibli markaziy momentlari topilsin.

Yechimi. Quyidagi

$$J_n = \int_0^{\infty} t^n \cdot e^{-t^2} dt$$

(n-natural son) integral yordamida ixtiyoriy tartibli momentlarni hisoblash mumkin. n - juft bo‘lganda

$$J_{2k} = \frac{1}{2} \overline{A}\left(k + \frac{1}{2}\right) = \frac{(2k-1)!!}{2^{k+1}} \sqrt{\pi},$$

bunda $(2k-1)!! = (2k-1)(2k-3)...3 \cdot 1,$

n-toq bo‘lganda

$$J_{2k+1} = \frac{1}{2} \overline{A}(k+1) = \frac{k!}{2}.$$

a)Matematik kutilma

$$MX = \int_0^{\infty} x \cdot f(x) dx = \frac{1}{a^2} \int_0^{\infty} x^2 e^{-\frac{x^2}{2a^2}} dx$$

$\frac{x}{a\sqrt{2}} = t$ almashtirish bajarsak,

$$\bar{x} := MX = 2 \cdot \sqrt{2} \cdot a \cdot \int_0^{\infty} t^2 e^{-t^2} dt = 2 \cdot \sqrt{2} \cdot a \cdot J_2 =$$

$$= 2 \cdot \sqrt{2} \cdot a \cdot \frac{\sqrt{\pi}}{4} = a \cdot \sqrt{\frac{\pi}{2}}$$

ga teng bo‘ladi.

b) $D(X) = M(X^2) - (MX)^2,$ bunda

$$m_2 := M(X^2) = \frac{1}{a^2} \int_0^{\infty} x^3 e^{-\frac{x^2}{2a^2}} dx = 4a^2 J_3 = 4a^2 \frac{1}{2} = 2a^2.$$

Shu sababli $D(X) = 2a^2 - \frac{a^2 \pi}{2} = \left(2 - \frac{\pi}{2}\right) a^2,$

bundan

$$\delta_x = \sqrt{D(X)} = a \sqrt{2 - \frac{\pi}{2}}.$$

c)

$$\mu_3 = M[(X - \bar{x})^3] = m_3 - 3\bar{x} m_2 + 2(\bar{x})^3,$$

bunda

$$m_3 = 4 \cdot \sqrt{2} \cdot a^3 J_4 = 4 \cdot \sqrt{2} \cdot a^3 \cdot \frac{3}{8} \sqrt{\pi} = 3a^3 \sqrt{\frac{\pi}{2}},$$

U holda

$$\mu_3 = 3a^3 \sqrt{\frac{\pi}{2}} - 3a \sqrt{\frac{\pi}{2}} \cdot 2a^2 + 2a^3 \cdot \frac{\pi}{2} \cdot \sqrt{\frac{\pi}{2}} = a^3 (\pi - 3) \sqrt{\frac{\pi}{2}},$$

$$\mu_4 = M((X - \bar{x})^4) = m_4 - 4\bar{x} m_3 + 6\bar{x}^2 m_2 - 3\bar{x}^4,$$

bunda $m_4 = 8a^4 \cdot J_5 = 8a^4,$ shuning uchun

$$\mu_4 = a^4\left(8 - \frac{3}{4}\pi^2\right).$$

13-misol. Radioapparat 1000 ta elektroelementga ega. Yil davomida bitta elementning ishdan chiqishi ehtimolligi 0,0001 ga teng.

a)Ikkita elementning;

b)Kamida ikkita elementning ishdan chiqishi ehtimoli topilsin.

Yechimi. Ishdan chiqqan elementlar soni – tasodifiy miqdor bo‘lib, uni $\lambda = n \cdot p = 1000 \cdot 0{,}001 = 1$ parametrli Puasson taqsimoti qonuniga bo‘ysunadi deb hisoblash mumkin. U holda

a) ikkita elementning ishdan chiqishi ehtimolligi

$$P(X = 2) = P_{1000}(2) \approx \frac{\lambda^2}{2!}e^{-\lambda} = \frac{1}{2e} \approx 0{,}184$$

ga,

b) kamida ikkita elementning ishdan chiqishi ehtimolligi

$$P(X \geq 2) = 1 - P(X < 2) = 1 - P_{1000}(0) - P_{1000}(1) \approx$$

$$\approx 1 - e^{-\lambda}(1 + \lambda) = 1 - \frac{2}{e} \approx 0{,}262$$

ga teng.

14-misol. Ma’lum ob’yektgacha bo‘lgan uzoqlikni o‘lchash sistematik va tasodifiy xatolarni keltirib chiqaradi. Uzoqlikning o‘lchashdagi sistematik xato - 50 m ga teng. Tasodifiy xatolar esa o‘rta kvadratik chetlanishi $\sigma = 100$ m bo‘lgan, normal taqsimot qonuniga bo‘ysunadi.

a)Uzoqlikni o‘lchashdagi xatolik, absolut qiymati bo‘yicha, 150 m. dan oshmaslik ehtimoli;

b)Uzoqlikni o‘lchashdagi xatolik, shu uzoqlikning haqiqiy qiymatidan oshmaslik ehtimoli toplilsin.

Yechimi. Uzoqlikni o‘lchashdagi xatolikni X deb olsak, masala shartiga ko‘ra X - parametrlari (-50, 100) bo‘lgan normal taqsimot qonuniga bo‘ysinuvchi tasodifiy miqdor bo‘ladi. Shu sababli a)

$$P(|X|<150)=P(-150<X<150)=$$
$$=\Phi\left(\frac{150+50}{100}\right)-\Phi\left(\frac{-150+50}{100}\right)=$$
$$=\Phi(2)-\Phi(-1)=\Phi(2)+\Phi(1)=0{,}4772+0{,}3413=0{,}8185$$

bunda $\Phi(2)$ va $\Phi(1)$

$$\Phi(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_0^x e^{-\frac{u^2}{2}}du$$

Laplas funksiyasining $x=2$ va $x=1$ nuqtadagi qiymatlari bo‘lib, ular jadval yordamida topildi.

b) Uzunlikni o‘lchashdagi xatolik, shu uzunlikning haqiqiy qiymatidan oshmasligi ehtimoli

$$P(-\infty<X<0)=\Phi\left(\frac{0+50}{100}\right)-\Phi\left(\frac{-\infty+50}{100}\right)=$$
$$=\Phi(0{,}5)+\Phi(\infty)=0{,}1915+0{,}5=0{,}6915$$

3–§. Mustaqil yechish uchun misol va masalalar

1-variant

1. *A+A* va *A-A* hodisalar nimani anglatadi ?

2.Talaba dasturdagi 60 savoldan 45 tasini biladi. Har bir imtihon bileti uchta savoldan tashkil topgan. Quyidagi hodisalarning ehtimolini toping:

Talaba tushgan biletning:

a) barcha uchta savolini biladi;

b) faqat ikkita savolini biladi;

d) faqat bitta savolini biladi.

3.Uzunligi *L* ga teng bo‘lgan *AB* telefon liniyasining *C* nuqtasida uzilish sodir bo‘ldi. (Bunday uzulish telifon liniyasining har bir nuqtasida teng imkoniyat bilan sodir bo‘lishi mumkin) Shu *C* nuqta *A* nuqtadan *l* dan kam bo‘lmagan masofada joylashishi ehtimoli topilsin.

4. Birgalikda bo‘lmagan 4 ta hodisani ro‘y berish ehtimolliklari mos ravishda 0,012, 0,010, 0,006 va 0,002 ga teng . Tajriba natijasi-

da shu hodisalardan hech bo‘lmaganda 1 tasining ro‘y berishi ehtimoli topilsin.

5. 10 ta bir xil idishning 9 tasida 2 tadan qora va 2 tadan oq shar , 1 tasida esa 5 ta oq va 1 ta qora shar bor. Idishlarning biridan oq shar olindi. Bu sharning 5 ta oq shari bor idishdan olingan bo‘lishi ehtimoli topilsin.

6. Basketbolchi to‘pni korzinaga otadi. Agar to‘p korzinaga tushsa, basketbolchi to‘pni yana korzinaga otadi. Shu jarayon, to to‘p korzinaga birinchi bor tushmay qolgunga qadar davom ettiriladi. To‘pning 1ta otishda korzinaga tushishi ehtimoli p=0,3 ga teng. Korzinaga tushgan to‘plarning tasodifiy soni uchun taqsimot qatori va taqsimot funksiyasi tuzilsin.

7. Bitta asbob ishonchliligi tekshirilmoqda. Uning tekshiruv vaqtida ishdan chiqish ehtimoli p ga teng. Agar X-tekshiruv vaqtida ishdan chiqqan asboblar soni bo‘lsa, shu tasodifiy miqdorning matematik kutilmasi topilsin.

8.Radioapparatning 10000 soat ichida ishdan chiqishlari sonining matematik kutulmasi 10 ga teng. Radioapparatning 100 soat ichida ishdan chiqishi ehtimoli topilsin .

9. X – tasodifiy miqdor o‘zining taqsimot funksiyasi $F(x)$ bilan berilgan. Uning zichlik funksiyasi, matematik kutilmasi va dispersiyasi topilsin. Taqsimot va zichlik funksiyalarining grafigi chizilsin.

$$F(x)=\begin{cases} 0, & \text{agar} \quad x\le 0 \text{ bo‘lsa,}\\ x^2, & \text{agar} \quad 0<x\le 1 \text{ bo‘lsa,}\\ 1, & \text{agar} \quad x>1 \text{ bo‘lsa.}\end{cases}$$

2-variant

1. Tavakkaliga olingan domino donasi dubl emas. Tavakkaliga olingan 2- domino donasi ham dubl bo‘lmaslik ehtimoli topilsin .

2. Ikkita yashikning birida 5 ta oq va ikkinchisida 10 ta qora shar bor. Birinchi yashikdan ikkinchisiga tavakkaliga bir shar olindi, so‘ngra ikkinchi yashikdan tavakkaliga bir shar olindi. Olingan shar qora bo‘lishligi ehtimolini toping.

3. t vaqt davomida hisoblash mashinasning k - blokining ishdan chiqish ehtimoli p_k (k=1,2,…,n) ga teng. Agar mashina bloklarining har biri, boshqalarga bog‘liq bo‘lmagan holda ishlasa, shu t vaqt da-

vomida n ta blokdan kamida 1 tasining ishdan chiqishi ehtimoli nimaga teng?

4. Domino donalarining to‘la naboridan tavakkaliga 2 tasi olindi. 2-donaning 1 - dona ketidan qo‘yilishi mumkin bo‘lishi ehtimoli topilsin.

5. Oilada 10 ta farzand bor. O‘g‘il farzand tug’ilish ehtimoli 0,5 ga teng bo‘lsa:

a) oilada 5 ta o‘g‘il bo‘lishi;

b) oilada kamida 3 ta, ko‘pi bilan 8 ta o‘g‘il farzand bo‘lishi ehtimoli topilsin.

6. Tasodifiy miqdorning

$$F(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{t^2}{2}} dt$$

taqsimot funksiyasi berilgan. Shu tasodifiy miqdorning zichlik funksiyasi topilsin .

7. X tasodifiy miqdorning taqsimot funksiyasi

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{agar } x \leq -1 \text{ bo‘lsa,} \\ a + b \cdot arcsinx, & \text{agar } -1 < x \leq 1 \text{ bo‘lsa,} \\ 1, & \text{agar } x > 1 \text{ bo‘lsa.} \end{cases}$$

ko‘rinishga ega (arksinus qonuni). a va b o‘zgarmaslarning qiymati aniqllansin hamda *M(X)* va *D(X)* lar topilsin .

8. Samolyotning ma’lum balandlikni saqlagan holda uchishida yo‘l qo‘yiladigan sistematik xatolik 20 metr. Balandlikni saqlashdagi tasodifiy xatolik 75 metr ga teng o‘rta kvadratik chetlanishga ega. Samolyot uchishi uchun balandligi 100 metr bo‘lgan yo‘lak ajratilgan. Agar samolyot uchun shu yo‘lakning o‘rtasi ko‘rsatilgan bo‘lsa, samolyotning yo‘lakdan pastda, yo‘lakning ichida va yo‘lakdan yo‘qorida uchishi ehtimollari topilsin

9. X – tasodifiy miqdor o‘zining taqsimot funksiyasi F(x) bilan berilgan. Uning zichlik funksiyasi, matematik kutilmasi va dispersiyasi topilsin.Taqsimot va zichlik funksiyalarining grafigi chizilsin.

$$F(x)=\begin{cases} 0\,, & \text{agar} \quad x \le 1 \quad \text{bo‘lsa,} \\ \dfrac{1}{10}(3x^2+x-4), & \text{agar} \quad 1 < x \le 2 \ \text{ bo‘lsa,} \\ 1, & \text{agar} \quad x > 2 \ \text{ bo‘lsa.} \end{cases}$$

3-variant

1.Nishon 10 ta konsentrik aylanalardan iborat bo‘lib, bu aylana-larning radiyuslari r_k $(k = 1,2,\dots,10)$

$$r_1 < r_2 < \cdots < r_{10}$$

shartni qanoatlantiradi. Agar A_k - nuqtaning r_k radiyusli aylanaga tushishi hodisasi bo‘lsa,

$$B = \sum_{k=1}^{6} A_k \ , \qquad N = \sum_{k=5}^{10} A_k$$

hodisalar nimani anglatadi?

2.Uchta mergan bir xil va bog‘liqsiz sharoitda bitta mo‘ljalga qarab bir martadan o‘q uzishdi. Birinchi merganning mo‘ljalga o‘q tekki-zish ehtimoli 0,9 ga, ikkinchisiniki 0,8 ga, uchinchisiniki esa 0,7 ga teng. Quyidagi hodisalarning ehtimolini toping:

a) faqat bir mergan mo‘ljalga o‘q tekkizdi;

b) faqat ikkita mergan mo‘ljalga o‘q tekkizdi;

d) uchta mergan ham mo‘ljalga o‘q tekkizdi

3. Radiyusi *R* ga teng bo‘lgan doirada, berilgan yo‘nalishga parallel bo‘lgan vatarlar o‘tkazilgan. Agar vatarlar berilgan yo‘nalishga per-pendekular bo‘lgan diametrni teng imkonyat bilan kesib o‘tsa, shu vatarlardan tavakkaliga olingan 1 tasining uzunligi *R* dan oshmasligi ehtimoli nimaga teng ?

4. n^2 ta bir xil katakchaga bo‘lingan kvadratga sharcha tashlandi. Sharchaning *i*- qator, *j* –ustundagi katakchaga tushush ehtmoli p_{ij} ga teng

$$\left(\sum_{i,j=1}^{u} p_{ij} = 1\right).$$

Sharchaning *k*-qatorga tushush ehtimoli topilsin .

5. Ishlab chiqarilayotgan mahsulotning 96% standartga to‘g‘ri keladi. Nazoratning soddalashtirilgan sxemasida , tekshirilayotgan

mahsulot - 0,98 ehtimollik bilan standartga to‘g‘ri keladi deb, 0,05 ehtimollik bilan nostandart deb topiladi. Soddalashtrilgan nazoratdan o‘tgan mahsulotning standartga to‘g‘ri kelishi ehtimoli topisin.

6. 5 ta asbobning ishonchliligi birin-ketin shunday tekshirilmoqdaki, agar tekshirilgan asbob ishonchli bo‘lsa, keyingisi tekshiriladi ,aks holda tekshirish to‘xtatiladi. Har bir asbob tekshirish natijasida 0,9 ehtimollik bilan ishonchli deb topiladi.Tekshirilgan asboblarning tasodifiy soni uchun taqsimot qatori (jadvali) tuzilsin.

7.Tekshiraliyotgan asbob 5 ta elementdan tuzilgan. i - elementning ishdan chiqishi ehtimoli $p_i = 0{,}2 + 0{,}1(i-1)$ ga teng. Agar elementlarning ishdan chiqishi o‘zaro bog‘liq bo‘lmasa, ishdan chiqqan elementlar tasodifiy sonining matematik kutilmasi va dispersiyasi topilsin.

8. Apparat 2000 ta, ishonchliliklari bir xil bo‘lgan elementlardan iborat. Har bir elementning ishdan chiqish ehtimoli p=0,0005 ga teng. Shu elementlardan hech bo‘lmaganda 1 tasining ishdan chiqishi natijasida, apparatning ishlamay qolish ehtimoli nimaga teng ?

9. X – tasodifiy miqdor o‘zining taqsimot funksiyasi $F(x)$ bilan berilgan. Uning zichlik funksiyasi, matematik kutilmasi va dispersiyasi topilsin. Taqsimot va zichlik funksiyalarining grafigi chizilsin.

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{agar} \quad x \le -0{,}2 \ \text{ bo‘lsa,} \\ 5x+1, & \text{agar} \quad -0{,}2 < x \le 0 \ \text{ bo‘lsa,} \\ 1, & \text{agar} \quad x > 0 \ \text{ bo‘lsa.} \end{cases}$$

4-variant

1.Harfli qulf umumiy o‘qqa joylashtirilgan 5 ta disska ega. Disklarning har biri 6 ta sektorga bo‘lingan va sectorlarga turli harflar yozilgan. Disklar o‘q atrofida aylantrilib, ulardagi harflarning 1 ta – ma’lum kombinatsiyasi tuzilganda va faqat shu holdagina qulf ochiladi. Disklardagi harflarning tavakkaliga olingan kombinatsiyasida qulfning ochilish ehtimoli topilsin .

2.Bir xil va bog‘liqsiz tajribalarning har birida hodisaning ro‘y berish ehtimoli 0,8 ga teng. 1600 tajribada hodisa 1200 marta ro‘y berish ehtimolini toping

3. Detall 1-dastgohda tayyorlanganda, uning 1-navli bo‘lishi ehtimoli - 0,7 ga teng. Shu detal 2-dastgohda tayyorlanganda, bu ehtimollik 0,8 ga teng. 1- dastgohda 2 ta, 2-dastgohda 3 ta detall tayyorlandi.Tayyorlangan hamma detalning 1-navli bo‘lishi ehtimoli topilsin .

4. n ta idishning har birida m tadan oq va k tadan qora shar bor.1-idishdan tavakkaliga 1 ta shar olinib, 2-siga solindi. Shundan so‘ng 2-idishdan 1 ta shar olinib, 3-siga solindi, va hokazo. Oxirgi idishdan oq shar olinishi ehtimoli topilsin .

5. Kutubxonada faqat texnika va matematikaga oid kitoblar bor. Ixtiyoriy o‘quvchnining texnikaga oid kitobni olish ehtimoli 0,7 va matematikaga oid kitobni olish ehtimoli 0,3 ga teng. Ketma- ket kelgan 5 o‘quvchining, yoki faqat texnikaga oid kitobni, yoki faqat matematikaga oid kitobni olgan bo‘lishi ehtimoli topilsin .

6. Radioapparaturaning uzluksiz buzulmay ishlash vaqtining taqsimot funksiyasi

$$F(t) = 1 - e^{-\frac{t}{2}} \qquad (t \geq 0)$$

ga teng   (eksponensial taqsimot).

a) radioapparaturaning t vaqt mobaynida uzluksiz buzulmay ishlash ehtimoli;

b) shu tasodifiy miqdorning zichlik funksiyasi $f(t)$ topilsin .

7. X tasodifiy miqdorning zichlik funksiyasi

$$\mathrm{f}(x) = \frac{1}{\pi\sqrt{a^2 - x^2}} \quad (-a < x < a)$$

ko‘rinishga (arksinus qonuni) ega bo‘lsa, shu tasodifiy miqdorning dispersiyasi va o‘rta kvadratik chetlanishi topilsin .

8. Detal ma’lum dastgohda tayyorlanganda uning o‘lchamining nominal o‘lchamdan tasodifiy chetlanishi –matematik kutilmasi 0 ga, o‘rta kvadratik chetlaninishi 5 mk. ga teng bo‘lgan tasodifiy miqdordir. Agar o‘lchamining nominal o‘lchamdan chetlanishi 2 mk. dan kichik bo‘lgan detallar –yaroqli detal deb qaralsa, mazkur dastgohda

nechta detal tayyorlanganda, shu detallardan hech bo‘lmaganda 1 tasi yaroqli bo‘lishi hodisasining ehtimoli 0,9 dan kam bo‘lmaydi .

9. X – tasodifiy miqdor o‘zining taqsimot funksiyasi $F(x)$ bilan berilgan. Uning zichlik funksiyasi, matematik kutilmasi va dispersiyasi topilsin. Taqsimot va zichlik funksiyalarining grafigi chizilsin.

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{agar} \quad x \leq -\pi \quad \text{bo‘lsa}, \\ \sqrt{2}cos\dfrac{x}{2}, & \text{agar} \quad -\pi < x \leq \dfrac{\pi}{2} \quad \text{bo‘lsa}, \\ 1, & \text{agar} \quad x > \dfrac{\pi}{2} \quad \text{bo‘lsa}. \end{cases}$$

5-variant

1.Har birida kamida 3 ta tom bo‘lgan 3 ta turli asarlar to‘plami mavjud. A, B va C hodisalar – mos ravishda 1-2-3 - to‘plamdan kamida 1 ta kitob olinganini anglatadi. A_s va B_k hodisalar esa mos ravishda 1-asarlar to‘plamidan s ta, 2- asarlar to‘plamidan k ta tom olinganini anglatadi.

a) $A+B+C$; b) ABC; d) $A_1 + B_3$; e) A_2B_2; f) $(A_1B_3 + B_1A_3)C$ hodisalar nimani anglatadi?

2.Avariya ro‘y berishini bildirish uchun uchta bir-biriga bog‘liq bo‘lmagan holda ishlovchi qurilma o‘rnatilgan. Avariya vaqtida birinchi qurilma ishga tushishining ehtimoli 0,9 ga, ikkinchi qurilma ishga tushishining ehtimoli 0,95 ga va uchinchisi ishga tushishining ehtimoli 0,85 ga teng. Quyidagi hodisalarning ehtimoli topilsin: avariya vaqtida:

a) faqat bitta qurilma ishga tushishi;

b) faqat ikkita qurilma ishga tushishi;

d) barcha qurilmalar ishga tushishi.

3.To‘g‘ri to‘rtburchak shaklidagi panjara ko‘ndalang qismining radiusi r ga teng bo‘lgan, silindr shaklidagi prutlardan (hivchinlardan) yasalgan. Ikkita yonma-yon joylashgan (o‘zaro parallel holda) prutlarning o‘qlari orasidagi masofa mos ravishda a va b ga teng. Shu panjaraga d diametrli sharcha tashlandi. Agar sharcha trayektoriyasi panjara tekisligiga perpendikular bo‘lsa, sharchaning panjaradan (prutlarga urilmasdan) o‘tib ketish ehtimoli topilsin.

4. O‘yin kartasining 52 talik to‘la to‘plamidan suratli kartani yoki qarg‘a mastli kartani sug‘urib olinishi ehtimoli nimaga teng? (suratli karta deyilganda valet, dama va karol nazarda tutiladi).

5. 1000 ta lampochkaning ichidagi yaroqsizlarining soni teng ehtimol bilan 0 tadan 5 tagacha bo‘lishi mumkin. Agar shu 1000 ta lampochkadan tavakkaliga olingan 100 tasining ichida birorta ham yaroqsizi bo‘lmasa, 1000 ta lampochkaning hammasi yaroqli bo‘lishi ehtimoli nimaga teng?

6. Ikki basketbolchi, to ulardan biri to‘pni korzinaga tushura olmay qolgunga qadar, galma-gal to‘pni korzinaga tashlamoqdalar. Agar birinchi basketbolchi 0,4 ehtimollik bilan, ikkinchi basketbolchi esa 0,6 ehtimollik bilan to‘pni korzinaga tushura olsa, har bir o‘yinchining to‘pni korzinaga tashlashlari soni uchun taqsimot jadvali tuzilsin.

7. Agar *n* ta asbobning har biri *t* vaqt mobaynida *p* ehtimollik bilan ishdan chiqishi mumkin bo‘lsa, shu vaqt mobaynida ishdan chiqqan asboblar tasodifiy sonining matematik kutulmasi topilsin.

8. Mahsulotning sinovdan o‘ta olmaslik ehtimoli 0,001 ga teng. 5000 ta mahsulotdan kamida 2 tasining sinovdan o‘ta olmaslik ehtimoli topilsin. Binomial taqsimot va Puasson taqsimoti orqali topilgan natijalar taqqoslansin. Hisoblashlar logarifmning 7 xonali jadvali yordamida amalga oshirilsin.

9. *X* – tasodifiy miqdor o‘zining taqsimot funksiyasi *F(x)* bilan berilgan. Uning zichlik funksiyasi, matematik kutilmasi va dispersiyasi topilsin. Taqsimot va zichlik funksiyalarining grafigi chizilsin.

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{agar} \quad x \leq 0 \ \text{bo‘lsa}, \\ \dfrac{\sqrt{x}}{2}, & \text{agar} \quad 0 < x \leq 4 \ \text{bo‘lsa}, \\ 1, & \text{agar} \quad x > 4 \ \text{bo‘lsa}. \end{cases}$$

6-variant

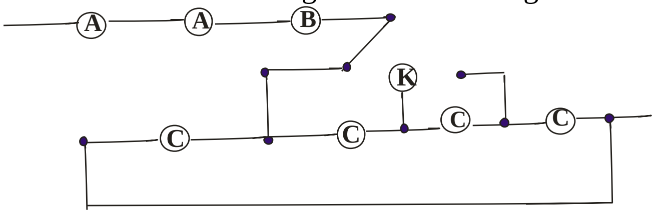
1.Hamyonda 3 ta 1000 so‘mlik va 7 ta 500 so‘mlik pul qog‘ozlari bor. Shu hamyondan 1 ta pul qog‘ozi olindi. Shundan so‘ng yana 1 ta pul qog‘ozi olindi. Keyingi olingan pul qog‘ozi 1000 so‘mlik bo‘lib chiqdi. Birinchi olingan pul qog‘ozining ham 1000 so‘mlik ekani ehtimoli topilsin.

2.Bir xil va bog‘liqsiz tajribalarning har birida hodisaning ro‘y berish ehtimoli 0,02 ga teng. 150 ta tajriba o‘tkazilganda hodisa 5 marta ro‘y berish ehtimolini toping.

3. *N* ta lampaga ega bo‘lgan asbob bitta lampasi ishdan chiqishi bilan ishlashdan to‘xtaydi. Shu ishdan chiqqan lampani aniqlash uchun, asbobdagi lampalar, to shu lampaga yetib kelguncha ketma-ket tekshiriladi. Agar har bir lampaning ishdan chiqish ehtimoli bir xil bo‘lsa, *n* ta lampaning tekshiruvdan o‘tishi ehtimoli topilsin.

4.Birinchi partiyadagi detallarning $\frac{2}{3}$ qismi yaroqsiz. Qolgan 2 partiyadagi detallarning hammasi sifatli. Shu 3 ta partiyaning biridan tavakkaliga bitta detal olindi. Olingan detalning yaroqsiz bo‘lishi ehtimoli topilsin.

5. 2 ta *A* tipdagi, 1 ta *B* tipdagi, 4 ta *C* tipdagi blokka ega bo‘lgan elektr qurilma 2-rasmda ko‘rsatilgan sxemada tuzilgan.



2-rasm

Agar *A* tipdagi blokning ishdan chiqish ehtimoli 0.3, *B* tipdagisiniki 0.4, *C* tipdagisiniki esa 0.2 bo‘lsa, elektr zanjirining *K* kalit yordamida tiklab bo‘lmaydigan uzilishi ehtimoli topilsin.

6.Veybulaning

$$F(x) = 1 - e^{-\frac{x^m}{x_0}} \quad (x \geq 0)$$

taqsimot funksiyasi berilgan. Shu taqsimotning:

a) *f (x)* zichlik funksiyasi;

b) *p*-tartibliy kvantili;

d) modasi topilsin.

7.Gaz molekulalari tezligi zichlik funksiyasi

$$f(v) = A \cdot v^2 \cdot e^{-h^2v^2} \qquad (v \geq 0)$$

(Makcvell qonuni) bo‘lgan tasodifiy miqdordir.

A va *h* kattaliklar hamda *M(v)* matematek kutilma va *D(v)* dispersiya topilsin.

8.Normal taqsimlangan *X* tasodifiy miqdor $\sigma=10\ m$ o‘rta kvadratik chetlanishga ega. Argumentning, qadami 10 *m* ga teng diskret qiymatlari uchun, taqsimot funksiyasining qiymatlari jadvali tuzilsin va grafigi chizilsin.

9. X – tasodifiy miqdor o‘zining *F(x)* taqsimot funksiyasi bilan berilgan. Uning zichlik funksiyasi, matematik kutilmasi va dispersiyasi topilsin. Taqsimot va zichlik funksiyalarining grafigi chizilsin.

$$F(x)=\begin{cases}0, & \text{agar} \quad x\le 4 \quad \text{bo‘lsa,}\\ Ln\dfrac{x}{2}, & \text{agar} \quad 4<x\le 4e \quad \text{bo‘lsa,}\\ 1, & \text{agar} \quad x>4e \quad \text{bo‘lsa.}\end{cases}$$

7-variant

1.Agar *A* olingan 4 ta mahsulotdan kamida 1 tasi yaroqsizligi hodisasini, *B* esa shu 4 ta mahsulotdan kamida 2 tasi yaroqsiz bo‘lishi hodisasini anglatsa, $\overline{A}$ va $\overline{B}$ hodisalar nimani bildiradi?

2.1000 dona tovarda 10 ta yaroqsizmahsulotuchraydi. Shu 1000 dona tovardan tavakkaliga 50 dona olinganda ularning rosa 3 donasi yaroqsiz bo‘lishligi ehtimolini toping.

3.Radiuslari $k\cdot r$ (k=1,2,3,4,5) ga teng bo‘lgan 5 ta konsentrik aylanalar chizilgan. *r* radiusli doira va tashqi radiuslari 3*r* va 5*r* bo‘lgan halqalar bo‘yalgan. Radiusi 5*r* ga teng bo‘lgan doiraga nuqta tashlandi. Nuqtaning:

a) 2*r* radiusli doiraga tushushi;

b) Bo‘yalgan sohaga tushush ehtimoli topilsin;

4. *A*, *B* va *AB* hodisalarning ehtimoli ma’lum. $A\overline{B}$ hodisaning ehtimoli va

$$P({}^{\bar{A}}/_{\overline{B}})$$

shartliy ehtimolik topilsin .

5.18 ta mergandan 5 tasi 0,8 ehtimollik bilan, 7 tasi 0,7 ehtimollik bilan, 4 tasi 0,6 ehtimollik bilan va 2 tasi 0,5 ehtimollik bilan o‘qni nishonga tekkiza oladi. Merganlardan biri nishonga o‘q otib, tekkiza olmadi. Shu merganning qaysi guruhga tegishli bo‘lishi ehtimoli kattaroq.

6.Asboblarning ishga tushurish uchun har 5 sekundda signal yuboriladi .Signal yuborilgan vaqtdan asbob ishga tushgan vaqtgacha 16 sekund vaqt o‘tadi. 1 ta asbob ishga tushishi bilan signal yuborish to‘xtaydi. Agar har bir asbob signal yuborilganda $\frac{1}{2}$ ehtimollik bilan ishga tushsa, yuborilgan signallarning tasodifiy soni uchun taqsimot qatori tuzulsin.

7.Birinchi o‘yinchi 3 ta, 2- o‘yinchi esa 2 ta bir xil tangani tashlamoqda. Qaysi o‘yinchiga gerb ko‘proq tushsa o‘sha o‘yinchi yutadi va tashlangan 5 ta tanganing hammasini oladi. Agar gerblar soni teng bo‘lib qolsa, o‘yin aniq natijaga erishilguncha qaytadan o‘ynalaveradi. Har bir o‘yinchining yutib olgan tangalarining tasodifiy sonlarining matematik kutulmasi topilsin.

8.Agar yaroqsiz mahsulotlar miqdori, mahsulotlar umumiy miqdorining 1% ni tashkil qilsa, olingan 200 ta mahsulotning 3 tadan ortig‘i yaroqsiz bo‘lishi ehtimoli topilsin.

9. X – tasodifiy miqdor o‘zining taqsimot funksiyasi *F(x)* bilan berilgan. Uning zichlik funksiyasi, matematik kutilmasi va dispersiyasi topilsin. Taqsimot va zichlik funksiyalarining grafigi chizilsin.

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{agar} \quad x \le 0 \quad \text{bo‘lsa,} \\ \frac{1}{3}(2x^2 + x), & \text{agar} \quad 0 < x \le 1 \quad \text{bo‘lsa,} \\ 1, & \text{agar} \quad x > 1 \quad \text{bo‘lsa.} \end{cases}$$

8-variant

1. Tavakkaliga olingan natural sonning

a) kvadrati;

b) 4-darajasi;

d) ixtiyoriy natural songa ko‘paytmasi

1 raqami bilan tugashi ehtimoli topilsin.

2.Bir xil va bog‘liqsiz tajribalarning har birida *A* hodisaning ro‘y berish ehtimoli 0,8 ga teng. 125 ta tajriba o‘tkazilganda *A* hodisa 75 dan kam bo‘lmagan va 90 dan ko‘p bo‘lmagan marta ro‘y berish ehtimolini toping.

3. 4 ta bog‘liq bo‘lmagan tajribada *A* hodisaning kamida 1 marta ro‘y berishi ehtimoli 0,5 ga teng. Agar *A* hodisa hamma tajribada bir

xil ehtimollik bilan ro‘y bersa, uning 1 ta tajribaga ro‘y berishi ehtimoli topilsin.

4. Tasodifiy nuqta faqatgina rombning B_j (j=1,2,3,4) uchlaridan birida bo‘lishi mumkin. Bunda, bir qadamda p_k $(k = 1,2,3,)$ ehtimollik bilan B_k dan B_{k+1} ga, $q_j = 1 - p_j$ (j=1,2) ehtimollik bilan B_j dan B_j+2 ga, $q_3 = 1 - P_3$ ehtimollik bilan B_3 dan B_2 ga o‘ta oladi. Tasodifiy nuqtaning

a) s dan ortiq bo‘lmagan qadamda (s=3,4);

b) qachondir B_2 dan B_4 ga o‘tishi ehtimoli topilsin .

5. Bog‘liq bo‘lmagan 4 ta tajribaning har birida A hodisaning ro‘y berishi ehtimoli 0,3 ga teng. Agar A hodisa kamida 2 marta ro‘y bersa, B hodisa 1 ehtimollik bilan ro‘y beradi; A hodisa ro‘y bermasa, B hodisa ham ro‘y bermaydi, agar A hodisa bir marta ro‘y bersa, u holda B 0,6 ehtimollik bilan ro‘y beradi. B hodisaning ro‘y berishi ehtimoli topilsin.

6. X tasodifiy miqdorning $F(X)=c+b \; arctg \frac{x}{a}$ $(-\infty < x < +\infty)$ taqsimot funksiyasi (Koshi qonuni) berilgan.

a) c va b o‘zgarmaslar;

b) $P\,(\gamma < X < \beta)$ ehtimollik;

d) zichlik funksiyasi topilsin.

7 .X tasodifiy miqdorning zichlik funksiyasi

$$f(x) = \begin{cases} 1 - \dfrac{x_0^3}{x^3}, & \text{agar } x \geq x_0 \text{ bo'lsa;} \\ 0, & \text{agar } x < x_0 \text{bo'lsa;} \end{cases} \qquad (x_0 > 0)$$

ko‘rinishga ega. $M(X)$ va $D(X)$ topilsin.

8.Normal taqsimlangan X tasodifiy miqdorning

$$E_1 = M(|X - \bar{X}|)$$

o‘rta arifmetik chetlanishi bilan uning o‘rta kvadiratik chetlanishi orasidagi munosabat aniqlansin.

9. X – tasodifiy miqdor o‘zining $F(x)$ taqsimot funksiyasi bilan berilgan. Uning zichlik funksiyasi, matematik kutilmasi va dispersiyasi topilsin. Taqsimot va zichlik funksiyalarining grafigi chizilsin.

$$F(x)=\begin{cases}0, & \text{agar} \quad x\le 0 \ \text{bo‘lsa},\\ \frac{1}{2}(x^3+x), & \text{agar} \quad 0<x\le 1 \ \text{bo‘lsa},\\ 1, & \text{agar} \quad x>1 \ \text{bo‘lsa}.\end{cases}$$

9-variant

1. Qaysi hollarda a) $A+B=\bar{A}$; b) $AB=\bar{A}$; d) $A+B=AB$ tengliklar o‘rinli bo‘ladi?

2.Biri ikkinchisiga bog‘liq bo‘lmagan holda ishlaydigan uchta dastgohda bir turdagi detal tayyorlanadi.Tayyorlangan barcha detallarning 10 foizi birinchi dastgohda, 30 foizi ikkinchisida, 60 foizi uchinchisida ishlab chiqilgan.Detalning yaroqli bo‘lib tayyorlanish ehtimoli birinchi dastgoh uchun 0,7, ikkinchi dastgoh uchun 0,8 va uchinchi dastgoh uchun 0,9 ga teng. Barcha tayyorlangan detallardan tavakkaliga olingan bitta detalning yaroqli bo‘lishi ehtimoli topilsin.

3. L uzunlikdagi kesmadan ihtiyoriy 2 ta nuqta olingan. Bu nuqtalar orasidagi masofa k dan kichik bo‘lishi ehtimoli topilsin, bunda

$$0\le k\le L.$$

4. Agar A hodisa B hodisaning qismi bo‘lsa, $P(A)\le P(B)$ tengsizlikning to‘g‘riligi isbotlang.

5. 3 ta ovchi birdaniga to‘ng‘izga qarata o‘q uzishdi va u 1 ta o‘qdan halok bo‘ldi. Agar birinchi, ikkinchi va uchinchi ovchining o‘qni nishonga tekkaza olishi ehtimollari mos ravishda 0,2; 0,4 va 0,6 ga teng bo‘lsa, to‘ng‘izning a) birinchi; b) ikkinchi; d) uchinchi ovchi o‘qiodan halok bo‘lganligi ehtimoli topilsin .

6. n ta mahsulotning ishonchliligi tekshirimoqda har bir mahsulot tekshiruvdan so‘ng p ehtimollik bilan ishonchli deb topiladi. Tekshiruv natijasida ishonchli deb topilgan mahsulotlar tasodifiy sonining taqsimot qonuni topilsin .

7. Uchta A,B,C o‘yinchilar quyidagai shartlar asosida o‘yinni o‘ynashmoqda; har partiyada 2 tadan o‘yinchi ishtirok etadi. Yutqazgan o‘yinchi o‘rnini 3 – o‘yinchiga bo‘shatib beradi. Har partiyada o‘ynayotgan o‘yinchilarning imkonyatlari teng. O‘yin, o‘yinchilardan biri to 2 ta partiyani ketma – ket yutmaguncha davom ettiriladi va yutgan o‘yinchi barcha o‘ynalgan partiyalar soniga teng bo‘lgan yutuq oladi. Agar birinchi partiyani A va B o‘yinchilar o‘ynagan bo‘lsa,

A va C o‘yinchilarning yutuqlari sonining matematik kutulmasi nimaga teng .

8. Rezerford va Xeygerning kuzatuvlariga ko‘ra radioaktiv modda 7,5 sekund davomida o‘rtacha 3,37 ta α-zarracha chiqaradi. Shu moddaning bir sekund davomida hech bo‘lmaganda 1 ta α -zarracha chiqarishi ehtimoli topilsin .

9. X – tasodifiy miqdor o‘zining taqsimot funksiyasi *F(x)* bilan berilgan. Uning zichlik funksiyasi, matematik kutilmasi va dispersiyasi topilsin. Taqsimot va zichlik funksiyalarining grafigi chizilsin.

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{agar} \quad x \le 0 \ \text{bo‘lsa}, \\ 3x^2 + 2x, & \text{agar} \quad 0 < x \le \dfrac{1}{3} \ \text{bo‘lsa}, \\ 1, & \text{agar} \quad x > \dfrac{1}{3} \ \text{bo‘lsa}. \end{cases}$$

10- variant

1.Birinchi uchragan avto mashinaning nomeri

a) turli raqamlardan tashkil topishi ;

b) ikkta bir xil raqamga ega bo‘lishi ;

d) uchta bir xil raqamga ega bo‘lishi ;

e) ikki juft bir xil raqamga ega bo‘lishi ;

f) bir xil raqamlardan tashkil topishi ehtimoli topisin. Bunda, nomerlar 4 xonali, 0001dan boshlanadi va takrorlanmaydi hamda barcha nomerlar teng imkonyatli deb hisoblanadi.

2.Aka-uka har biri 12 kishidan iborat ikkita sport komandasiga qatnashadilar. Ikki yashikda 1 dan 12 gacha nomerlangan 12 ta bilet bor. Har bir komanda a’zolari tavakkaliga bittadan biletni aniq bir yashikdan olishadi. Olingan bilet yashikka qaytarilmaydi. Ikkala aka-ukaning 6- nomerli bilet olishligi ehtimoli topilsin.

3.Tavakaliga yozilgan oddiy kasrning qisqarmaydigan kasr bo‘lishi ehtimoli toplisin (Chebishev masalasi).

4.Chorrahaga o‘rnatilgan aftomat svetoforning chiroqlari yashil – sariq–qizil-sariq–yashil -… shemada navbatma- navbat yonib –uchib turadi. Yashil chiroqning o‘chmasdan uzluksiz yonib turish davri - 1 minut. Bu davr qizil chiroq uchun - 0,5 minut, sariq chiroq uchun esa 5 sekund. Agar vaqtning ixtiyori momentida svetoforning 3 ta chirog‘idan biri (navbati kelgani) yonib turadi deb faraz qilinsa, shu chorrahaga tasodifan kelib qolgan yengil mashinaning to‘xtamay o‘tib ketish ehtimoli nimaga teng?

5. 6 ta oq, 4 ta qora shar solingan idishdan to qora shar chiqqunga qadar 1 ta – 1tadan shar olinmoqda. Agar a) olingan shar oq bo‘lsa, u qaytadan idishga solinib, so‘ng keyingi shar olinayotgan bo‘lsa; b) olingan sharlar qayta idishga solinmayotgan bo‘lsa, idishdan 4 marta shar olinganligi ehtimoli topilsin.

6.

$$f(x) = \frac{a}{1 + x^2} \qquad (-\infty < x < +\infty)$$

funksiya, *X* tasodifiy miqdorning zichlik funksiyasi.

a) a parametr;

b) *X* tasodifiy miqdorning taqsimot funksiyasi;

d) Tasodifiy miqdorning (-1;1) oraliqqa tushishi ehtimoli topilsin.

7. *X* tasodifiy miqdor

$$f(x) = \begin{cases} Ax^2\ e^{-\frac{x}{\beta}}, & \text{agar } x \geq 0 \quad \text{bo'lsa,} \\ 0, & \text{agar} \quad x < 0 \quad \text{bo'lsa,} \end{cases} \quad (x > 1; \beta > 0)$$

zichlik funksiyasiga ega. *A* parametr, *X* tasodifiy miqdorning matematek kutulmasi va dispersiyasi topilsin.

8.Ov miltig‘i o‘qining porox zaryadi, og‘irlikni o‘lchashdagi o‘rta kvadiratik xatoligi 150 mg. bo‘lgan tarozida tortiladi. Porox zaryadining nominal og‘irligi 2,3 gr. Agar yo‘l qo‘yiladigan maksimal porox zaryadi 2,5 gr bo‘lsa, miltiqning ishdan chiqishi ehtimoli topilsin.

9. *X* – tasodifiy miqdor o‘zining *F(x)* taqsimot funksiyasi bilan berilgan. Uning zichlik funksiyasi, matematik kutilmasi va dispersiyasi topilsin. Taqsimot va zichlik funksiyalarining grafigi chizilsin.

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{agar} \quad x \leq 0 \quad \text{bo‘lsa,} \\ 2sinx, & \text{agar} \quad 0 < x \leq \frac{\pi}{6} \quad \text{bo‘lsa,} \\ 1, & \text{agar} \quad x > \frac{\pi}{6} \quad \text{bo‘lsa.} \end{cases}$$

11-variant

1.Bitta tajriba natijasida sodir bo‘lishi mumkin bo‘lgan ixtiyoriy *A* va *B* hodisalar uchun $\bar{A} \cdot B + A \cdot \bar{B} + \bar{A}\ \cdot \bar{B} = \overline{AB}$ tenglikning to‘g‘ri ekani isbotlansin.

2.Uchta quroldan bir vaqtda mo‘ljalga qarab o‘q uzishdi. Bir otishda mo‘ljalga tekkizish ehtimoli birinchi qurol uchun 0,8 ga, ikkinchi qurol uchun 0,7 ga va uchinchi qurol uchun esa 0,9 ga teng. Quyidagi hodisalarning ehtimolini toping:

a) faqat bir o‘q mo‘ljalga tegishi;

b) faqat ikkita o‘q mo‘ljalga tegishi;

d) barcha uchta o‘q mo‘ljalga tegishi;

e) hech bo‘lmaganda bir o‘q mo‘ljalga tegishi

3. *L* uzunlikdagi kesma tavakkaliga olingan 2 nuqta yordamida uch qismga bo‘lindi. Shu uch kesmadan uchburchak yasash mumkinligi ehtimoli topilsin.

4.Yo‘l chetidagi chiziq bo‘ylab bir-biridan teng uzoqlikda o‘simlik ko‘chatlari o‘tqazilgan. Yo‘lni belgilanmagan joydan kesib o‘tayotgan yo‘lovchi p ehtimollik bilan ko‘chatlardan birini bosib o‘tishi mumkin. Agar yo‘lovchilar yo‘lni ketma-ket, bir-birlariga bog‘liq bo‘lmagan holda kesib o‘tishayotgan bo‘lsa, belgilanmagan joydan o‘tayotgan t - yo‘lovchining ko‘chatlardan birini bosib o‘tishi ehtimoli topilsin.

5.Idishdagi n ta sharning har birining rangi, teng ehtimollik bilan, oq va qora bo‘lishi mumkin. Idishdan k marta shar olindi. Bu shunday amalga oshirildiki, har gal olingan sharning rangi aniqlanadi va qaytarib idishga solinadi, shundan so‘ng keyingi shar olinadi. Agar idishdan olingan sharlar ichida birorta ham qora shar bo‘lmasa, idishdagi sharlarning hammasi oq ekani ehtimoli nimaga teng?

6.Bitta otishda o‘qning nishonga tegish ehtimoli p ga teng. Nishonning shu nishonga kelib tekkan m ta o‘q tufayli ishdan chiqish ehtimoli $P(m)=1-(1-\frac{1}{\omega})^m$, $m \geq 0$, $\omega > 1$. Nishon ishdan chiqqunga qadar otilgan o‘qlar soni uchun taqsimot qatori tuzilsin.

7.Bir radiostansiya jo‘natgan chaqiriq signalini boshqa radiostansiya tomonidan qabul qilinishi ehtimoli 0,2 ga teng. Radiostansiya, o‘zi muqarrar tarzda qabul qiladigan javob signalini olmaguncha, har 5 sekundda chaqiriq signalini yuboraveradi. Chaqiriq signali borib, unga javob signali kelguncha 16 sekund o‘tadi. 2 tommonlama aloqa o‘rnatilgunga qadar yuborilgan chaqiriq signallarining o‘rtacha soni topilsin.

8.Uchish vaqtida raketaning apparatlar bo‘limiga

$$P(r,\gamma)=\frac{\gamma^r}{r!}e^{-\gamma}$$

ehtimollik bilan r ta elementar zarracha tushishi mumkin. Shu elementar zarrachalarining har biri p ehtimollik bilan apparatlar bo‘limining nozik blokiga kirib qolishi mumkin. Nozik blokka

a) roppa-rosa k ta;

b) kamida 1 ta elementar zarracha kirib qolishi ehtimoli topilsin.

9. X – tasodifiy miqdor o‘zining $F(x)$ taqsimot funksiyasi bilan berilgan. Uning zichlik funksiyasi, matematik kutilmasi va dispersiyasi topilsin. Taqsimot va zichlik funksiyalarining grafigi chizilsin.

$$F(x)=\begin{cases} 0, & \text{agar} \quad x\le 0 \quad \text{bo‘lsa,}\\ \frac{1}{6}(x^2+3x-4), & \text{agar} \quad 0<x\le 2 \quad \text{bo‘lsa,}\\ 1, & \text{agar} \quad x>2 \quad \text{bo‘lsa.}\end{cases}$$

12-variant

1.Sakkizta bir xil kartochkaga mos ravishda 2,4,6,7,8,11,12 va 13 sonlari yozilgan. Shu kartochkalardan tavakkaliga 2 tasi olindi. Olingan kartochkalardagi sonlardan qisqaradigan kasr tuzish ehtimoli nimaga teng?

2.Uch mergan bir vaqtda nishonga o‘q uzishdi. Nishonga o‘q tekkizish ehtimoli birinchi mergan uchun 0,7 ga, ikkinchi mergan uchun 0,8 ga, uchinchi mergan uchun esa 0,9 ga teng. Quyidagi hodisalarning ehtimolini toping:

a) faqat bir mergan nishonga o‘q tekkizishi;

b) faqat ikki mergan nishonga o‘q tekkizishi;

d) barcha uchta mergan nishonga o‘q tekkizishi;

e) hech bo‘lmaganda bitta mergan nishonga o‘q tekkizishi ehtimolini toping.

3.Elektr zanjiridagi kuchlanishni nominal (me’yoriy) qiymatdan oshishi ehtimoli p_1 ga teng. Elektr tokini iste’mol qiluvchi asbobning kuchlanish oshishi natijasida ishdan chiqishi ehtimoli p_2 ga teng. Shu asbobning ishdan chiqishi ehtimoli topilsin.

4.1000 ta lampaning ichida yaroqsizlari, teng ehtimol bilan, 0 tadan 5 tagacha bo‘lishi mumkin. Shu 1000 ta lampadan tavakkaliga olingan 100 tasining hammasi yaroqli bo‘lishi ehtimoli topilsin.

5.A hodisa o‘zaro bog‘liq bo‘lmagan 18 ta tajribaning har birida 0,2 ehtimollik bilan ro‘y beradi. Shu hodisaning kamida 3 marta ro‘y berganligi ehtimoli topilsin.

6.Azimut burchagini o‘lchash asbobi shkalasi 1^0 dan bo‘lingan. Agar o‘lchash natijasi, eng yaqin butun songacha yaxlitlangan bo‘lsa, azimut burchagini o‘lchashdagi xatolik $\pm 10'$ chegarada bo‘lish ehtimoli topilsin.

7. *X* tasodifiy miqdorning zichlik funksiyasi

$$f(x) = A(1+x^2)^{\frac{n+1}{2}}$$

ga teng. *n>1* butun son, *A* o‘zgarmas son, *M(X)* matematik kutulma va *D(X)* dispersiya topilsin.

8.Tekislikda bir-biridan L masofada joylashgan 2 ta parallel to‘g‘ri chiziq o‘tkazilgan. Shu tekislikka *R* radiusli doira tashlandi. Doira tushishi mumkin bo‘lgan sohaning o‘rtasi, to‘g‘ri chiziqlarning biridan *b* masofaga tashqi tomonda joylashgan. Doira markazining tog‘ri chizqlarga perpendikular yo‘nalishda ortacha chetlashishi *E* ga teng. Agar *L=10m, R=8m, b=5m, E=10m*. bo‘lsa, doiraning

a) kamida 1 ta to‘g‘ri chiziqning ustiga tushish;

b) ikkala chiziqning ustiga tushishi ehtimoli topilsin.

9. *X* – tasodifiy miqdor o‘zining taqsimot funksiyasi *F(x)* bilan berilgan. Uning zichlik funksiyasi, matematik kutilmasi va dispersiyasi topilsin. Taqsimot va zichlik funksiyalarining grafigi chizilsin.

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{agar} \quad x \le \frac{1}{2} \quad \text{bo‘lsa}, \\ \frac{1}{5}(3\mathrm{x}-1), & \text{agar} \quad \frac{1}{3} < x \le 2 \quad \text{bo‘lsa}, \\ 1, & \text{agar} \quad x > 2 \quad \text{bo‘lsa}. \end{cases}$$

13-variant

1. *A* va $\overline{A+B}$ hodisalar birgalikdami?

2.Talaba dasturning 60 ta savolidan 50 tasini biladi.
Imtihon bileti 3 ta savoldan iborat. Quyidagi hodisalarning ehtimolini toping: Talaba

a) faqat ikkita savolni biladi;

b) uchta savolni biladi;

d) hech bo‘lmaganda bitta savolni biladi.

3.Uzunligi l dan katta bo‘lmagan 3 ta kesmadan uchburchak yasash mumkin bo‘lishi ehtimoli topilsin.

4.Biletning nomeri 6 ta raqamli sondan iborat bo‘lib, birinchi 3 ta raqamning yig‘indisi, keying 3 ta raqam yig‘indisiga teng bo‘lish ehtimoli 0,05525 ga teng. Tavvakaliga 3 ta bilet olindi. Agar

a) Olingan biletlarning raqamlari ketma-ket bo‘lsa;

b) Biletlar ihtiyoriy olingan bo‘lsa,

bu 2 biletdqan birining dastlabki 3 ta raqamining yig‘indisi, keying 3 ta raqam yig‘indisiga teng bo‘lishi ehtimoli topilsin.

5.Bir xil jinsli egizaklarning tug‘ilish ehtimoli, turli jinsliy egizaklarning tug‘ilish ehtimolidan 2 marta ko‘p. Turli jinsli egizaklarning tug‘ilishi ikkala (o‘g‘il-qiz, qiz-o‘g‘il) tartib uchun bir xil imkonyatli. Egizaklarning birinchisi o‘g‘il bo‘lishi ehtimoli 0,51 ga teng. Agar egizaklarning birinchisi o‘g‘il bo‘lsa, ikkinchisining ham o‘g‘il bo‘lishi ehtimoli topilsin.

6.Tanga bir marta tashlanganda, uning gerb tomoni bilan tushishi ehtimoli 0,5 ga teng. Tanga 5 marta tashlandi. Gerblar sonining raqamlar soniga nisbati uchun taqsimot jadvali tuzulsin.

7. *m* ta element ish qobilyatini yo‘qotganda asboblarning ishlamay qolishi ehtimolliklari

a) *A* asbob uchun

$$P(m)=1 - e^{-\gamma m}, \gamma > 0, \quad m = 1,2 \dots \text{ ga teng,}$$

b) *B* asbob uchun

$$P(m) = \begin{cases} 0, & \text{agar } m = 1 \text{ bo‘lsa;} \\ 1 - e^{-\gamma(m-1)}, & \text{agar } m = 2,3 \dots \text{bo‘lsa.} \end{cases}$$

A va *B* asboblarning ishdan chiqishiga sabab bo‘lgan ish qobilyatlarini yo‘qotgan elementlar sonining matematik kutilmasi topilsin.

8.Agar radioaktiv moddaning massasi *M=0,1g.*, atom og‘irligi *A=238*, yarim parchalanish davri $T_2 = 4{,}4 \cdot 10^9$ yil bo‘lsa, shu moddadan *r=5sm* uzoqlikda, zarrachalar yo‘nalishiga perpendikular holatda joylashtirilgan, $S=0{,}12\ sm^2$ yuzali ekranga 1 sekund davomida

a) Roppa-rosa 10 dona α-zarracha tushishi;

b) Ikkitadan kam bo‘lmagan α -zarracha tushishi ehtimoli topilsin.

9. *X* – tasodifiy miqdor o‘zining taqsimot funksiyasi *F(x)* bilan berilgan. Uning zichlik funksiyasi, matematik kutilmasi va dispersiyasi topilsin. Taqsimot va zichlik funksiyalarining grafigi chizilsin.

$$F(x)=\begin{cases}0, & \text{agar} \quad x\le 0 \ \text{bo‘lsa,}\\ x^3, & \text{agar} \quad 0<x\le 1 \ \text{bo‘lsa,}\\ 1, & \text{agar} \quad x>1 \ \text{bo‘lsa.}\end{cases}$$

14-variant

1. 10 ta lotereya bileti ichida 2 tasi yutiqli. Shu biletlardan tavvakaliga 5 tasi olindi. Olingan biletlar ichida:

a) 1 ta yutuqli bilet bo‘lishi;

b) kamida 1 ta yutuqli bilet bo‘lishi ehtimoli topilsin.

2.Har biri 10 sportchidan iborat ikki komanda musobaqa qatnashchilariga nomer berish uchun qur’a tashlashmoqda. Ikki
aka-uka turli komandalarning a’zosidir. Aka-ukaning ikkalasi ham musobaqada 5- nomer bilan qatnashish ehtimolini toping.

3.Uch o‘yinchi quyidagi shart asosida o‘yini o‘ynashmoqda. Avval 1-chi o‘yinchi, 2-chi va 3-chi o‘yinchilarga qarshi o‘ynaydi. Agar bu o‘yinlarda 1- o‘yinchi yutmasa, u holda 2- va 3- o‘yinchilarning yutish ehtimoli bir xil va 0,3 ga teng. Agar 1- o‘yinchi yutqazmasa, u holda u 2- va 3- o‘yinchilar bilan yana bir martadan o‘ynaydi va bu o‘yinlarning har birida 0,4 ehtimollik bilan yuta oladi. Shu bilan o‘yin tugaydi. 1- o‘yinchining kamida 1 ta raqibni umumiy hisobda yutishi ehtimoli topilsin.

4.Yashikdagi 15 ta tennis koptogidan 9 tasi yangi. 1- o‘yin uchun shu koptoklardan tavakkaliga 3 tasi olindi va o‘yin tugagach yana yashikka qaytarib solindi. 2- o‘yin uchin yana tavakkaliga 3 ta koptok olindi. 2- o‘yin uchun olingan uchchala koptokning yangi bo‘lishi ehtimoli topilsin.

5.Agar lotereya bileti yutuqli bo‘lsa, bu yutuqning velosiped yoki kir yuvish mashinasi ekani ehtimoli, mos ravishda 0,03 va 0,02 ga teng. Turli seriyadan tavakkaliga olingan 10 ta yutuqli bilet ichida yuqoridagi buyumlardan hech bo‘lmaganda 1 tasing borligi ehtimoli topilsin.

6.O‘zaro L masofada joylashgan 2 punkt orasida avtobus qatnaydi. Avtobusga qandaydir bir yo‘lovchi chiqdi va ma’lum yo‘lni bosib o‘tib, yana tushib qoldi. Yo‘lovchining x $(0\le x\le L)$ nuqtada avtobusga chiqishi ehtimoli − zichligi $x(L-x)^2$ ga proportsional,

y $(x \leq y \leq L)$ nuqtada tushib qolish ehtimoli − zichligi *(y-*$x)^h$, $h \geq 0$ ga proporsional.

a) yo‘lovchining *z* punktdan avval avtobusga chiqishi;

b) *x* nuqtada avtobusga chiqqan yo‘lovchining *z* punktdan so‘ng aftobusdan tushib qolish ehtimoli topilsin.

7. $lim_{x\to-\infty}[xF(x)] = 0$ $lim_{x\to+\infty}\{x[1-F(x)]\} = 0$ shartlar bajarilganda, matematik kutulma uchun

$$M(X) = \int_0^\infty [1-F(x)]dx - \int_{-\infty}^0 F(x)dx$$

tenglikni to‘g‘riligi isbotlansin.

8.Agar detal o‘lchamining, shu detal o‘lchami uchun yo‘l qo‘yiladigan oraliq o‘rtasidan og‘ishi - $\bar{x}$*=0*, σ=5mk. parametrli normal taqsimlangan tasodifiy miqdor bo‘lsa, ihtiyoriy olingan detal o‘lchami 0,0027 ehtimollik bilan yo‘l qo‘yiladigan oraliqdan tashqariga tushishi uchun yo‘l qo‘yiladigan oraliqning kengligi qanday bo‘lishi kerak?

9. *X* – tasodifiy miqdor o‘zining taqsimot funksiyasi *F(x)* bilan berilgan. Uning zichlik funksiyasi, matematik kutilmasi va dispersiyasi topilsin. Taqsimot va zichlik funksiyalarining grafigi chizilsin.

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{agar} \quad x \leq -1 \quad \text{bo‘lsa,} \\ \sqrt{x+1}, & \text{agar} \quad -1 < x \leq 0 \quad \text{bo‘lsa,} \\ 1, & \text{agar} \quad x > 0 \quad \text{bo‘lsa.} \end{cases}$$

15-variant

1.Ikki shaxmatchi bir partiya o‘yin o‘ynaydi. *A* – birinchi shaxmatchi yutishi hodisasi, *B*–ikkinchi shaxmatchi yutishi hodisasi. Bu ikki hodisaga yana qanday hodisa qo‘shilganda, ular birgalikda hodisalarning to‘liq gruppasini tashkil qiladi.

2.Ikki mergan mo‘ljalga bittadan o‘q uzishdi. Har bir merganning mo‘ljalga o‘q tekkizish ehtimoli 0,8 ga teng. Quyidagi hodisalarning ehtimolini toping:

a) ikkala mergan mo‘ljalga o‘q tekkizishdi;

b) ikkala mergan mo‘ljalga o‘q tekkizishmadi;

d) hech bo‘lmaganda bir mergan mo‘ljalga o‘q tekkizdi

3.Bekatga A yunalishdagi avtobus har 4 minutda, B yo'nalishdagi avtobus esa har 6 minutda keladi. A va B yo'nalish avtobuslarining bekatga kelib to'xtashlari teng imkonyatli .

a) Bekatga kelib to'xtagan avtobus *A* yo'nalishda bo'lishi;

b) ikki minut ichida ikkala yo'nalish avtobuslarining bittasining kelib to'xtash ehtimollari topilsin.

4.$P(X \leq 10) = 0{,}9,\ \ P(|Y| \leq 1) = 0{,}95$ ekani ma'lum. *X* va *Y* ning o'zaro bog'liq va bog'liq emasligidan qat'iy nazar *Z*=*X*+*Y* tasodifiy miqdor uchun $P(Z \leq 11) \geq 0{,}85,\ \ P(Z \leq 9) \geq 0{,}95$, tengliklar o'rinli ekani isbotlansin.

5.Uchta o'zaro bog'liq bo'lmagan tajribaning har birida *A* hodisaning ro'y berish ehtimoli 0,2 ga teng. Boshqa *B* hodisaning ro'y berish ehtimoli *A* hodisaning ro'y berishlari soniga bog'liq: *A* hodisa 1 marta ro'y berganda bu ehtimollik 0,1 ga, 2 marta ro'y berganda esa 0,7 ga teng. *A* hodisa ro'y bermaganda *B* ham ro'y bermaydi. Agar *B* hodisa ro'y bergan bo'lsa, *A* hodisaning eng katta ehtimollik bilan ro'y beradigan soni aniqlansin.

6. a ning qanday qiymatida

$$f(x) = \frac{a}{1+x^2}\ (-\infty < x < \infty)$$

funksiya *X* tasodifiy miqdorning zichlik funksiyasi bo'ladi.

a) *X* tasodifiy miqdorning taqsimot funksiyasi,

b) *X* tasodifiy miqdorning (-1;1) intervalga tushishi ehtimoli topilsin.

7.Asbob kosmik nurlanishga sezgir va birgina zarracha tushishi bilan ishdan chiqadigan 3 ta *A*,*B* va *C* elementlarga ega. Asbob yo *A* element ishdan chiqqanda, yoki *B* va *C* elementlar baravariga ishdan chiqqanda ishlamay qoladi. Asbobga kirgan zarra, mos ravishda 0,1, 0,2 va 0,2 ehtimollik bilan *A*, *B* va *C* elementlarga tushishi mumkin. Agar asbob unga kirgan zarra tufayli ishlamay qolgan bo'lsa, asbobga kirgan zarralarning tasodifiy soni va matematik kutilmasi topilsin.

8. Normal taqsimlangan *X* tasodifiy miqdorning $E_1 = M(|X - \bar{X}|)$ o'rta arifmetik chetlanishi va o'rta kvadratik chetlanishi orasidagi bog'lanish aniqlansin.

9. X – tasodifiy miqdor o‘zining taqsimot funksiyasi *F(x)* bilan berilgan. Uning zichlik funksiyasi, matematik kutilmasi va dispersiyasi topilsin. Taqsimot va zichlik funksiyalarining grafigi chizilsin.

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{agar} \quad x \le 3 \quad \text{bo‘lsa,} \\ Ln\dfrac{x}{3}, & \text{agar} \quad 3 < x \le 3e \quad \text{bo‘lsa,} \\ 1, & \text{agar} \quad x > 3e \quad \text{bo‘lsa.} \end{cases}$$

16-variant

1.Umumiy narxi *n* so‘m bo‘lgan lotereya bileti chiqarilgan. Har bir chiqarilgan lotereya biletining narxi *r* so‘m. *m* ta bilet yutuqli. Tavakkaliga olingan biletning yutuqli bo‘lish ehtimoli topilsin.

2.Ikki o‘q otishda hech bo‘lmaganda bir marta mo‘ljalga o‘q tekkizish ehtimoli 0,96 ga teng. To‘rt marta o‘q otishda uch marta mo‘ljalga o‘q tekkizish ehtimolini toping.

3.O‘qni nishonga tekkizish ehtimollari mos ravishda 0,7 va 0,8 bo‘lgan 2 mergan nishonga 1 martadan o‘q uzishdi .Nishonga kamida 1 ta o‘q tegishi ehtimoli topilsin.

4.Birida 12 ta, ikkinchisida 10 ta mahsuloti bo‘lgan 2 partiyaning har birida 1 tadan yaroqsiz mahsulot bor. 1 - partiyadan tavakkaliga 1 ta mahsulot olinib 2- partiyaga qo‘shildi va 2- partiyadan tavakkaliga 1 ta mahsulot olindi. 2- partiyadan olingan mahsulot yaroqsiz bo‘lishi ehtimoli topilsin.

5.Agar avtomashinalar nomerlari 4 xonali, takrorlanmaydigan va teng imkonyatli bo‘lsa, (bunda 0000 ham nomer deb hisoblanadi) 1- uchragan avtomashinaning nomeri

a) besh raqamini;

b) 2 va undan ortiq besh raqamini;

d) roppa-rosa 2 ta besh raqamini o‘z ichiga olmaslik ehtimoli topilsin.

6.Tekis taqsimlangan *X* tasodifiy miqdorning taqsimot funksiyasi

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{agar} \;\; x < 0 \quad \text{bo'lsa,} \\ x, & \text{agar} \quad 0 \le x \le 1 \quad \text{bo'lsa,} \\ 1, & \text{agar} \quad x > 1 \quad \text{bo'lsa} \end{cases}$$

ko‘rinishga ega. X tasodifiy miqdorning ehtimollar zichligi funksiyasi topilsin.

7. X tasodifiy miqdorning zichlik funksiyasi

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{2L}, & \text{agar } |x-a|\le L \text{ bo'lsa,}\\ 0, & \text{agar } |x-a|>L \text{ bo'lsa}\end{cases}$$

ko‘rinishga ega. X tasodifiy miqdorning

a) matematik kutulmasi;

b) dispersiyasi topilsin.

d) o‘rta kvadratik chetlanishi va o‘rta arifmeyik chetlanishi orasidagi munosabat aniqlansin.

8.O‘lchov asbobi 5m sistematik va 75m o‘rta kvadiratik xatolikka yo‘l qo‘yadi. O‘lchash natijasida yo‘l qo‘yilgan xatolik absalut qiymat bo‘yicha 5m dan oshmaslik ehtimoli nimaga teng?

9. X – tasodifiy miqdor o‘zining taqsimot funksiyasi *F(x)* bilan berilgan. Uning zichlik funksiyasi, matematik kutilmasi va dispersiyasi topilsin. Taqsimot va zichlik funksiyalarining grafigi chizilsin.

$$F(x)=\begin{cases}0, & \text{agar } x\le\dfrac{3\pi}{4} \text{ bo‘lsa,}\\ \cos 2x, & \text{agar } \dfrac{3\pi}{4}<x\le\pi \text{ bo‘lsa,}\\ 1, & \text{agar } x>\pi \text{ bo‘lsa.}\end{cases}$$

17-variant

1.Qanday holda *AB=A* tenglik o‘rinli bo‘ladi?

2.Nashriyot ikkita aloqa bo‘limiga gazetalar yuboradi. Gazeta o‘z vaqtida yetib borishi ehtimoli har bir aloqa bo‘limi uchun 0,9 ga teng. Quyidagi hodisalarning ehtimolini toping:

a) ikkala aloqa bo‘limiga gazeta o‘z vaqtida yetib borishi;

b) faqat bir aloqa bo‘limiga gazeta o‘z vaqtida yetib borishi;

d) hech bo‘lmaganda bitta aloqa bo‘limiga gazeta o‘z vaqtida yetib borishi.

3.Tekislikka parallel chiziqlar chizilgan bo‘lib, ular orasidagi masofalar galma-galdan 1,5 va 8 sm ga teng. Shu tekislikka radiusi 2,5 sm bo‘lgan doira tashlanganda u birorta ham chiziqni kesib o‘tmaslik ehtimoli topilsin.

4.Mergan markaziy doira va 2 ta konsentrik halqalardan iborat bo‘lgan nishonga qarata o‘q uzmoqda. O‘qni doira va halqalarga tegish ehtimoli mos ravishda 0,20 , 0,15 va 0,10 ga teng. O‘qning nishonga tegmaslik ehtimoli topilsin.

5. Har biriga m_1 ta oq va n_1 ta qora shar solingan k_1 ta, har biriga m_2 ta oq va n_2 ta qora shar solingan k_2 ta idish bor. Idishlarning biridan 1 ta shar olindi. Agar olingan shar oq bo‘lsa, uni 1- guruh idishlardan olingan bo‘lishi . ehtimoli topilsin.

6.Tajriba – tangani 3 marta tashlashdan iborat bo‘lib, har bir tajribada “gerb” tushish ehtimoli *p*=0,5 ga teng. Tushgan “gerb” lar soni uchun:

a) taqsimot qonuni;

b) taqsimot ko‘pburchagi;

d) taqsimot funksiyasi yozilsin.

7. Jismning og‘irligi bir xil ehtimollik bilan 1g dan 10g gacha bo‘lgan butun qiymatlar qabul qilishi mumkin. Tarozi toshlarining

a)1g,2g,2g,5g,10g;

b)1g,2g,3g,4g,10g;

d)1g,1g,2g,5g,10g

sistemalari berilgan. Agar tarozining bir pallasiga 1 ta sistemadan olingan (imkoni boricha kamroq sondagi) toshlar, 2- pallasiga esa jism qo‘yilib, uning og‘irligi o‘lchansa, qaysi sistemaning toshlaridan foydalanilganda, ishlatilgan toshlarning o‘rtacha soni eng kichik bo‘ladi.

8. Har bir abonent 1 soat ichida 0,01 ehtimollik bilan kommutatorga qo‘ng‘iroq qilishi mumkin. Telefon stansiyasi 300 abonentga xizmat qiladi. Bir soat ichida kommutatorga 4 ta abonent qo‘ng‘iroq qilishi ehtimoli nimaga teng?

9. *X* – tasodifiy miqdor o‘zining taqsimot funksiyasi *F(x)* bilan berilgan. Uning zichlik funksiyasi, matematik kutilmasi va dispersiyasi topilsin. Taqsimot va zichlik funksiyalarining grafigi chizilsin.

$$F(x)=\begin{cases} 0, & \text{agar} \quad x\le -1 \ \text{ bo‘lsa,} \\ x^2, & \text{agar} \quad -1<x\le 1 \ \text{ bo‘lsa,} \\ 1, & \text{agar} \quad x>1 \ \text{ bo‘lsa.} \end{cases}$$

18-variant

1.Karta dastasida 4 xil mastli 36 ta karta bor. Dastadan 1 ta karta sug‘urib olindi. Uning masti aniqlanib, yana qaytarib dastaga qo‘shildi. Dasta aralashtirilib, yana 1 ta karta sug‘urib olindi. Olingan ikkala karta bir xil mastli bo‘lishi ehtimoli topilsin.

2. Ikkita yashikning har birida 2 ta qora va 8 ta oq shar bor.

Birinchi yashikdan tavakkaliga bir shar olinib, ikkinchi yashikka solindi. So‘ngra ikkinchi yashikdan bir shar olindi. Ikkinchi yashikdan olingan shar oq bo‘lishligining ehtimolini toping.

3. Har bir tajribada A hodisa 0,2 ehtimollik bilan ro‘y beradi. Tajriba to A hodisa ro‘y bermaguncha davom ettirilaveradi. 4- tajriba o‘tkazilishi ehtimoli topilsin.

4.Ikki idishda mos ravishda m_1 va m_2 ta oq, n_1 va n_2 ta qora shar bor. Har bir idishdan 1 tadan shar olindi. So‘ng bu 2 shardan tavakkaliga 1 tasi ajratib olindi. Ajratib olingan shar – oq bo‘lishi ehtimoli topilsin.

5.Tasodifiy sonlar jadvaliga tavakkaliga 200 ta ikki xonali son (00 dan 99 gacha bo‘lgan sonlar) yoziladi. Bu sonlar ichida 33 sonining

a) uch marta;

b) 4 marta uchrashi ehtimoli topilsin.

6. Shaxsning soliqqa tortilgan yillik daromadining taqsimot funksiyasi

$$F(x) = \begin{cases} 1 - (\frac{x_0}{x})^{\gamma}, & \text{agar } x \geq x_0 \text{ bolsa,} \\ 0, & \text{agar } x < x_0 \text{ bo'lsa.} \end{cases} \qquad (\gamma > 0)$$

ko‘rinishda. Shaxsning yillik daromad miqdori qanday bo‘lganda , bu daromad 0,5 dan katta ehtimollik bilan soliqqa tortiladi.

7. X tasodifiy miqdorning zichlik funksiyasi

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2p}{E\sqrt{\pi}} e^{-9^2 \frac{x^2}{E^2}}, & \text{agar } x \geq 0 \quad \text{bo'lsa,} \\ 0, & \text{agar} \quad x < 0 \quad \text{bo'lsa} \end{cases}$$

ga teng bo‘lsa, uning matematik kutilmasi va dispersiyasi topilsin.

8.Radiolokator yordamida uzoqlikni o‘lchashdagi o‘rtacha xatolik 25*m*, sistematik xatolik esa 0 ga teng.

a) uzoqlikni o‘lchashdagi xatolikni dispersiyasi;

b) o‘lchashdagi xatolik absolut qiymati bo‘yicha 20*m* dan oshmasligi ehtimoli topilsin.

9. X – tasodifiy miqdor o‘zining taqsimot funksiyasi $F(x)$ bilan berilgan. Uning zichlik funksiyasi, matematik kutilmasi va dispersiyasi topilsin. Taqsimot va zichlik funksiyalarining grafigi chizilsin.

$$F(x)=\begin{cases} 0, \quad \text{agar } x \leq 0 \quad \text{bo‘lsa,} \\ \frac{x^2}{9}, \quad \text{agar } \quad 0 < x \leq 3 \quad \text{bo‘lsa,} \\ 1, \quad \text{agar } \ x > 3 \ \ \text{bo‘lsa.} \end{cases}$$

19-variant

1.*A* uchta asbobdan kamida 1 tasi nosozligini; *B* uchchala asbob ham yaroqliligini anglatsa,

a) $A+B$;

b) AB hodisalar nimani bildiradi?

2.Ikkita harf teruvchilar bir xil hajmda harf terdilar. Birinchi harf teruvchi xatoga yo‘l qo‘yishining ehtimoli 0,051 ga teng, ikkinchisi xatoga yo‘l qo‘yishining ehtimoli 0,1 ga teng. Terilgan harflarni tekshirilganda xato topishdi. Bu xatoga birinchi harf teruvchi yo‘l qo‘yganligining ehtimolini toping.

3.O‘zgarmas tezlik bilan aylanayotgan disk tekisligida uzunligi $2h$ ga teng bo‘lgan kesma shunday joylashganki, bu kesmaning o‘rtasini disk markazi bilan tutashtiruvchi to‘g‘ri chiziq kesmaga perpendikular. Disk aylanasiga o‘tkazilgan urinma bo‘ylab ihtiyoriy vaqtda zarracha uchib chiqishi mumkin. Agar kesma o‘rtasidan disk markazigacha bo‘lgan masofa L ga teng bo‘lsa, shu zarrachaning kesma ichiga tushish ehtimoli topilsin.

4. Radiuslari r ga teng bo‘lgan ikkita tanga R radiusli doira ichiga joylashtirilgan bo‘lib, shu doiraga tavakkaliga nuqta tashlanmoqda.

Agar tangalar ustma-ust joylashmagan bo‘lsa, shu tashlangan nuqta tangalardan bittasiga tushish ehtimoli topilsin.

5. Beshta mahsulotdan iborat partiyadan bitta mahsulot olinganda, bu mahsulot yaroqsiz chiqdi. Partiyadagi yaroqsiz mahsulotlar soni teng imkoniyat bilan har qanday (1 tadan 5 tagacha) bo‘lishi mumkin. Yaroqsiz mahsulotlar soni haqidagi qanday farazning ehtimoli eng katta?

6. Bog‘liq bo‘lmagan tajribalar ketma-ketligi birinchi bor ijobiy natija olinguncha davom ettiriladi, so‘ngra tajriba to‘xtatiladi. Agar bitta

tajribada ijobiy natijaning ro‘y berishi ehtimoli 0,5 ga teng bo‘lsa, shu tajribalar tasodifiy sonining

a) taqsimot jadvali;

b) taqsimot ko‘pburchagi;

d) tajribalarning eng katta ehtimollik bilan ro‘y beradigan soni topilsin.

7. Uchta asbob bir-biridan mustaqil holda tekshirilmoqda. Asboblarning ishdan chiqishi ehtimoli mos ravishda p_1, p_2, va p_3 ga teng. Ishdan chiqqan elementlar tasodifiy sonining matematik kutilmasi $p_1+p_2+p_3$ ga tengligi isbotlansin.

8. Bir soat davomida telefonist 30 sekundga tashqariga chiqib keldi, shu vaqt oralig‘ida birorta ham chaqiriq bo‘lmaganligi ehtimoli topilsin.

9. X – tasodifiy miqdor o‘zining taqsimot funksiyasi $F(x)$ bilan berilgan. Uning zichlik funksiyasi, matematik kutilmasi va dispersiyasi topilsin. Taqsimot va zichlik funksiyalarining grafigi chizilsin.

$$F(x)=\begin{cases} 0, \text{ agar } x \le 0 \text{ bo‘lsa,} \\ \frac{12}{4}(x^3-2x), \text{ agar } 0 < x \le 2 \text{ bo‘lsa,} \\ 1, \text{ agar } x > 2 \text{ bo‘lsa.} \end{cases}$$

20-variant

1. Qora va oq shohlar mos ravishda shaxmat tahtasining birinchi va uchinchi gorizontal qatorlaridagi kataklarda turibdi. Birinchi yoki ikkinchi gorizontal qatorlarning bo‘sh kataklaridan biriga oq farzin qo‘yildi. Agar shohlarning yuqorida aytilgan gorizontal qatorlarda joylashuvlari, mumkin bo‘lgan hamma holatlar uchun teng imkoniyatli bo‘lsa, oq farznning yurishidan so‘ng qora shohning mot bo‘lishi ehtimoli topilsin.

2.Bog‘liqsiz tajribalarning har birida hodisaning ro‘y berishi ehtimoli 0,8 ga teng. 100 ta tajriba o‘tkazilganda hodisaning 70 dan kam bo‘lmagan va 80 dan ortiq bo‘lmagan marta ro‘y berishligining ehtimolini toping.

3. Elektr zanjiridagi uzilish yo K elementning ishdan chiqishi tufayli, yoki K_1 va K_2 elementlarning bir vaqtda ishdan chiqishi tufayli sodir bo‘lishi mumkin. Bu elementlarning ishdan chiqishi ehtimollik-

lari mos ravishda 0,3; 0,2 va 0,2 ga teng. Elektr zanjirida uzilish sodir bo‘lishi ehtimoli topilsin.

4. Tirda beshta qurol bo‘lib, har biridan o‘qning nishonga tegish ehtimoli mos ravishda 0,5; 0,6; 0,7; 0,8 va 0,9 ga teng. Tavakkaliga tanlab olingan quroldan bir marta o‘q uzildi. O‘qning nishonga tegishi ehtimoli topilsin.

5. *B* hodisa, *A* hodisa kamida uch marta ro‘y bergandagina ro‘y beradi. Bitta tajribada *A* hodisa 0,3 ehtimollik bilan ro‘y beradi. Agar

a) 5 ta bog‘liq bo‘lmagan tajriba;

b) 7 ta bog‘liq bo‘lmagan tajriba o‘tkazilgan bo‘lsa, *B* hodisaning ro‘y berish ehtimoli nimaga teng?

6. Uzluksiz tasodifiy miqdorning

$$F(x) = 1 - e^{-\frac{x^2}{2\sigma}} \qquad (x \geq 0)$$

taqsimot funksiyasi berilgan (Reley qonuni). Shu tasodifiy miqdorning:

a) $f(x)$ zichlik funksiyasi;

b) medianasi;

d) modasi topilsin.

7. Kemaning yon tomonga chayqalishi tasodifiy a amplitudasining – zichlik funksiyasi

$$f(a) = \frac{a}{\delta^2} e^{-\frac{a^2}{2\delta^2}} \qquad (a \geq 0)$$

ga teng bo‘lgan tasodifiy miqdordir. Amplitudaning uning o‘rta qiymatidan kichik bo‘lgan va katta bo‘lgan qiymatlari bir xil ehtimollik bilan kuzatiladimi?

8. Dispersiyalari teng bo‘lgan ikki tasodifiy miqdorning birinchisi normal taqsimot qonuniga, ikkinchisi esa tekis taqsimot qonuniga ega. Shu tasodifiy miqdorlarning o‘rta arifmetik chetlanishlari orasidagi bog‘lanish aniqlansin.

9. *X* – tasodifiy miqdor o‘zining taqsimot funksiyasi *F(x)* bilan berilgan. Uning zichlik funksiyasi, matematik kutilmasi va dispersiyasi topilsin. Taqsimot va zichlik funksiyalarining grafigi chizilsin.

$$F(x)=\begin{cases} 0, \ \text{agar} \quad x \le 2 \ \text{bo‘lsa}, \\ \frac{1}{2}(x^3-3x), \ \text{agar} \ \ 2 < x \le 3 \ \text{bo‘lsa}, \\ 1, \ \text{agar} \ \ x > 3 \ \text{bo‘lsa}. \end{cases}$$

21-variant

1. Tasodifiy sonlar jadvalidan tavakkaliga bitta son olindi. $A-$ olingan sonning 5 ga bo‘linishi hodisasi; $B-$ olingan sonning 0 raqami bilan tugashi hodisasi bo‘lsa, $A - B$ va $A \cdot \overline{B}$ lar nimani anglatadi?

2.Talaba dasturdagi 60 savoldan 45 tasini biladi. Har bir imtihon bileti uchta savoldan tashkil topgan. Quyidagi hodisalarning ehtimolini toping:
Talaba tushgan biletning

a) barcha uchta savolini biladi;

b) faqat ikkita savolini biladi;

d) faqat bitta savolini biladi.

3. Yarim o‘qlari $a=100$ sm va $b=10$ sm bo‘lgan ellips ichiga, tomonlari 10 sm va 3 sm bo‘lgan to‘g‘ri to‘rtburchak simmetrik tarzda chizilgan, bunda uning katta tomoni ellipsning katta o‘qiga parallel. Bundan tashqari, ellipsning ichiga har birining diametri 4,3 sm bo‘lgan o‘zaro kesishmaydigan va to‘g‘ri to‘rtburchakni ham kesib o‘tmaydigan to‘rtta aylana chizilgan. Ellipsdan tasodifan bitta nuqta olindi

a) olingan nuqtaning aylanalardan birining ichida yotishi ehtimoli;

b) markazi olingan nuqtada, radiusi 5 sm bo‘lgan aylana to‘g‘ri to‘rtburchakning hech bo‘lmaganda bitta tomonini kesib o‘tishi ehtimoli topilsin.

4. Idishda 10 ta 20 tiyinlik, 5 ta 15 tiyinlik va 2 ta 10 tiyinlik tanga bor. Shu idishdan tavakkaliga 6 ta tanga olindi. Olingan tangalarning umumiy qiymati 1 so‘mdan oshmasligi ehtimoli topilsin.

5. *D* shaxmatchi noma’lum raqib bilan quyidagi shart ostida o‘ynaydi: durang hisobga olinmaydi (durang ro‘y bermaydi deb faraz qilinadi); birinchi yurishni raqib amalga oshiradi; bu partiyada raqib mag‘lub bo‘lsa, ikkinchi partiya o‘ynaladi va bu partiyada birinchi yurishni *D* amalga oshiradi. *D* ning ikkinchi partiyadagi yutug‘i uning raqib ustidan g‘olibligini ta’minlaydi. Agar ikkinchi partiyada *D* yut-

qazsa, o‘yin yuqoridagi shart ostida qaytadan o‘ynaladi. *D* ning raqibi, teng imkoniyat bilan *B* yoki *C* shahmatchi bo‘lishi mumkin. *B* raqib o‘zi boshlagan partiyani 0,4 ehtimollik bilan, *D* boshlagan partiyani 0,3 ehtimollik bilan yuta oladi, *C* raqib o‘zi boshlagan partiyani 0,8 ehtimollik bilan yuta oladi. *D* esa raqib kim bo‘lishidan qat’i nazar o‘zi boshlagan partiyani 0,3 ehtimollik bilan, B raqib boshlagan partiyani 0,5 ehtimollik bilan, *C* raqib boshlagan partiyani 0,7 ehtimollik bilan yuta oladi. O‘yinda *D* g‘olib bo‘ldi. Uning raqibi:

a) *B* shaxmatchi;

b) *C* shaxmatchi bo‘lganligi ehtimoli topilsin.

6. Nishon 1 raqamli doiradan hamda 2 va 3 raqamli ikki konsentrik halqadan iborat. O‘q 1 raqamli doiraga tegsa, 10 ochko; 2 raqamli halqaga tegsa, 5 ochko; 3 raqamli halqaga tegsa, (-1) ochko beriladi. O‘qning 1 raqamli doiraga hamda 2 va 3 raqamli halqalarga tegish ehtimollari mos ravishda 0,5; 0,3 va 0,2 ga teng. Nishonga uch o‘q tegishi natijasida to‘plangan ochkolarning yig‘indisi uchun taqsimot jadvali tuzilsin.

7. Lotereya biletlaridan m_1 tasi k_1 narxli yutuqqa ega, m_2 tasi k_2 narxli yutuqqa, va h.k., m_n tasi k_n narhli yutuqqa ega, biletlarning umumiy soni N ta, lotereya biletini qanday narxlaganda, bitta bilet yutug‘ining matematik kutulmasi, bilet narhining yarmiga teng bo‘ladi?

8. Ma’lum vaqt davomida bir telefon abonentiga o‘rtacha 8 ta noto‘g‘ri ulanish sodir bo‘ladi. Shu telefon abonenti uchun o‘sha vaqt davomida noto‘g‘ri ulanishlar soni 4 tadan ko‘p bo‘lishi ehtimoli nimaga teng?

9. X – tasodifiy miqdor o‘zining taqsimot funksiyasi $F(x)$ bilan berilgan. Uning zichlik funksiyasi, matematik kutilmasi va dispersiyasi topilsin. Taqsimot va zichlik funksiyalarining grafigi chizilsin.

$$F(x)=\begin{cases} 0, & \text{agar } x \le 0 \text{ bo‘lsa}, \\ x^2, & \text{agar } 0 < x \le 1 \text{ bo‘lsa}, \\ 1, & \text{agar } x > 1 \text{ bo‘lsa}. \end{cases}$$

22-variant

1. n ta yaroqli va m ta yaroqsiz detali bor partiyadan tavakkaliga s tasi tekshirish uchun ajratib olindi. Shu ajratib olingan detallarning dastlabki k tasi yaroqli bo‘lib chiqdi. Keyingi tekshiriladigan detal-ning yaroqli bo‘lishi ehtimoli topilsin.

2. Ikki yashikning birida 5 ta oq, ikkinchisida 10 ta qora shar bor.Birinchi yashikdan tavakkaliga bir shar olinib, ikkinchisidagi sharlarga qo‘shildi. so‘ngra ikkinchi yashikdan tavakkaliga bir shar olindi. Olingan shar qora bo‘lishligi ehtimolini toping

3. Tasodifiy sonlar jadvalidan olingan sonlar ichida hech bo‘lmaganda bitta juft son bo‘lishi ehtimoli 0,9 dan kichik bo‘lmasligi uchun nechta son olish yetarli bo‘ladi.

4. Radiolampaning birinchi, ikkinchi va uchinchi partiyaga tegishli bo‘lishi ehtimoli, mos ravishda 0,25; 0,5 va 0,25 ga teng. Birinchi partiyadan olingan radiolampaning t soat davomida kuymasdan uz-luksiz ishlash ehtimoli 0,1 ga teng. Bu ehtimollik ikkinchi va uchin-chi partiya radiolampalari uchun mos ravishda 0,2 va 0,4 ga teng. Ta-sodifan olingan radiolampaning t soat davomida uzluksiz ishlashi ehtimoli topilsin.

5. Agregatni m ta avariyadan so‘ng remontga yuborilishi zarurligi ehtimoli

$$G(m) = 1 - (1 - \frac{1}{\omega})^m$$

formula bilan aniqlanadi, bunda ω agregat remontga yuborilgunga qadar sodir bo‘lgan avariyalarning o‘rtacha soni. Agar bitta ishlab chiqarish ciklida p ehtimollik bilan avariya sodir bo‘lsa, n ta ishlab chiqarish ciklidan so‘ng agregatni remontga yuborish zaruriyati ehti-moli

$$W_n = 1 - (1 - \frac{p}{\omega})^n$$

formula bilan hisoblanishi ehtimoli topilsin.

6. Elektron apparaturaning ma’lum sabablarga ko‘ra bekor turib qolish vaqtining – zichlik funksiyasi

$$f(x)=\frac{M}{x\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(lg\,x-lg\,x_0)^2}{2\sigma^2}}, \quad x>0$$

(bunda $M=\lg e=0{,}4343...$) ko‘rinishda bo‘lgan tasodifiy miqdordir (logarifmik normal taqsimot).

a) $x_0=1,\ \sigma=\sqrt{5M}$ bo‘lganda taqsimot modasi topilsin;

b) taqsimot funksiyasi topilsin.

7. *X* tasodifiy miqdorning zichlik funksiyasi

$$f(x)=\begin{cases} 0, & agar \quad x<0 \quad bo'lsa, \\ \dfrac{x^m}{m!}e^{-x}, & agar \quad x\geq 0 \quad bo'lsa \end{cases}$$

ko‘rinishga ega. *M(X)* va *D(X)* topilsin.

8. Balandlikni o‘lchash asbobining sistematik xatoligi +20m ga teng, tasodifiy xatoligi esa normal taqsimot qonuniga bo‘ysunadi. Balandlikni o‘lchashdagi xatolik, absolut qiymati bo‘yicha 100 m dan oshmasligi ehtimoli 0,9 ga teng bo‘lishi uchun o‘rta kvadratik chetlanish qanday bo‘lishi kerak.

9. *X* – tasodifiy miqdor o‘zining taqsimot funksiyasi *F(x)* bilan berilgan. Uning zichlik funksiyasi, matematik kutilmasi va dispersiyasi topilsin.Taqsimot va zichlik funksiyalarining grafigi chizilsin.

$$F(x)=\begin{cases} 0, & \text{agar} \quad x\leq 1 \quad \text{bo‘lsa}, \\ \frac{1}{10}(3x^2+x-4), & \text{agar} \quad 1<x\leq 2 \quad \text{bo‘lsa}, \\ 1, & \text{agar} \quad x>2 \quad \text{bo‘lsa}, \end{cases}$$

23-variant

1.Hodisalarning $A=(B+C)(B+\overline{C})(\overline{B}+C)$ ifodasi soddalashtirilsin.

2.Uchta mergan bir xil va bog‘liqsiz sharoitda bitta mo‘ljalga qarab bir martadan o‘q uzishdi. Birinchi merganning mo‘ljalga o‘q tekkizish ehtimoli 0,9 ga, ikkinchisiniki 0,8 ga, uchinchisiniki esa 0,7 ga teng. Quyidagi hodisalarning ehtimolini toping:

a) faqat bir mergan mo‘ljalga o‘q tekkizdi;

b) faqat ikkita mergan mo‘ljalga o‘q tekkizdi;

d) uchta mergan ham mo‘ljalga o‘q tekkizdi.

3. Qayiq bo‘g‘ozning bir qirg‘og‘idan ikkinchisiga yuk tashimoqda. U bo‘g‘ozni bir soat davomida kesib o‘tadi. Shu bo‘g‘ozdan, yo‘nalishi qayiq yo‘nalishiga perpendikular bo‘lgan kema ochiq dengiz tomon harakatlanmoqda, qayiq kema yo‘nalishini kesib o‘tayotgan vaqt bilan, kema qayiq yo‘nalishini kesib o‘tayotgan vaqt orasidagi farq 20 daqiqadan ortiq bo‘lmasa, qayiqdagilar kemani ko‘ra oladilar. Qayiqdagilar kemani ko‘ra olishlari ehtimoli topilsin.

4. Agar $P(B/\overline{A}) = P(B/A)$ tenglik o‘rinli bo‘lsa, A va B hodisalarning o‘zaro bog‘liq bo‘lmasligi isbotlansin.

5. 1-, 2- va 3- merganning o‘qni nishonga tekkazish ehtimollliklari mos ravishda $\frac{4}{5}$, $\frac{3}{4}$ va $\frac{2}{3}$ ga teng. Uchchala mergan baravariga nishonga o‘q otishdi. Nishonga ikki o‘q tegdi. 3- merganning o‘qni nishonga tekkaza olmaganligi ehtimoli topilsin.

6. Detal tayyorlash uchun n ta yarimmahsulot bor. Har bir yarimmahsulotdan p ehtimollik bilan yaroqli detal tayyorlanadi.

a) birinchi yaroqli detal tayyorlangandan so‘ng ortib qolgan yarimmahsulotlar sonining taqsimot jadvali tuzilsin;

b) ishlatilgan yarimmahsulotlar sonining taqsimot jadvali tuzilsin.

7. Uchta A, B va C o‘yinchi quyidagi shartlar asosida o‘yin o‘ynashmoqda: har bir partiyada ikki o‘yinchi ishtirok etdi. Yutqazgan o‘rnini uchinchi o‘yinchiga bo‘shatib beradi. Birinchi partiyani A va B o‘ynaydi. Har bir partiyada, har bir o‘yinchining yutish ehtimoli $\frac{1}{2}$ ga teng. O‘yin, o‘yinchilardan biri ketma-ket ikki marta yutmaguncha davom etadi. G‘olib m so‘m yutuq oladi (demak, qolgan ikki o‘yinchining so‘m hisobidagi yutug‘i 0 ga teng bo‘ladi)

a) har bir o‘yinchi uchun shu o‘yinchi qo‘lga kiritgan so‘m hisobidagi yutuqning matematik kutulmasi nimaga teng?

b) agar birinchi partiyani A o‘yinchi yutgan bo‘lsa, har bir o‘yinchining qo‘lga kiritgan yutug‘ining matematik kutulmasi nimaga teng?

8. 500 sahifadan iborat korrekturada 500 ta matbaa xatosi bor. Sahifadagi matbaa xatosi uchtadan kam bo‘lmasligi ehtimoli topilsin.

9. X – tasodifiy miqdor o‘zining taqsimot funksiyasi *F(x)* bilan berilgan. Uning zichlik funksiyasi, matematik kutilmasi va dispersiyasi topilsin. Taqsimot va zichlik funksiyalarining grafigi chizilsin.

$$F(x)=\begin{cases} 0, \ \text{agar} \quad x \le -0{,}2 \ \text{bo‘lsa}, \\ 5x+1, \ \text{agar} \ -0{,}2 < x \le 0 \ \text{bo‘lsa}, \\ 1, \ \text{agar} \quad x > 0 \ \text{bo‘lsa}. \end{cases}$$

24-variant

1. O‘nta bir xil kartochkaning har biriga 0 dan 9 gacha bo‘lgan raqamlardan biri takrorlanmasdan yozib chiqildi. Shu kartochkalarni yonma yon qo‘yib hosil qilingan

a) ikki xonali sonning 18 ga bo‘linishi;

b) uch xonali sonning 36 ga bo‘linish ehtimoli topilsin.

2.Bir xil va bog‘liqsiz tajribalarning har birida hodisaning ro‘y berish ehtimoli 0,8 ga teng. 1600 tajribada hodisa 1200 marta ro‘y berish ehtimolini toping.

3. *R* radiusli doira ichiga teng tomonli uchburchak ichki chizilgan. Shu doiraga tasodifan qo‘yilgan to‘rt nuqtaning uchburchak ichiga tushish ehtimoli nimaga teng.

4. Mahsulot tayyorlash uchun olingan materialning xarakteristikasi mos ravishda 0,09; 0,16; 0,25; 0,25; 0,16 va 0,09 ehtimollik bilan oltita turli intervalga tushishi mumkin. Agar materialning xarakteristikasi birinchi intervalda yotsa, undan birinchi navli mahsulot tayyorlanishi ehtimoli 0,2 ga teng. Bu ehtimollik keyingi intervallar uchun mos ravishda 0,3; 0,4; 0,4; 0,3 va 0,2 ga teng. Birinchi navli mahsulot tayyorlanish ehtimoli topilsin.

5. Tirdagi nishonga bir xil sharoitda 200 ta o‘q otildi, shulardan 116 tasi nishonga tegdi. Agar tajriba o‘tkazilgunga qadar “har bir otilgan o‘q $\frac{1}{2}$ ehtimol bilan nishonga tegadi” va “har bir otilgan o‘q $\frac{2}{3}$ ehtimol bilan nishonga tegadi” degan gipotezalar teng ehtimolli va mumkin bo‘lgan yagona farazlar deb hisoblansa tajribadan so‘ng shu ikki gipotezadan qaysi birining ehtimoli kattaroq bo‘ladi?

6. n ta mahsulotning ishonchliligi tekshirilmoqda, har bir mahsulot uchun tekshiruvdan so‘ng uni ishonchli deb topilishi ehtimoli p ga

teng. Tekshiruvdan so‘ng ishonchli deb topilgan mahsulotlarning tasodifiy sonining taqsimot jadvali tuzilsin.

7. Zichlik funksiyasi $f(x)=\frac{1}{2}e^{-|x|}$ ko‘rinishda bo‘lgan tasodifiy miqdorning matematik kutilmasi va dispersiyasi topilsin.

8. Matematik kutilmasi $M(X)=0$ bo‘lgan, normal taqsimlangan X tasodifiy miqdor uchun

1) $P(X \geq k\sigma)$ 2) $P(|X| \geq k\sigma)$ (k=1,2,3)

ehtimollar hisoblansin.

9. X – tasodifiy miqdor o‘zining taqsimot funksiyasi F(x) bilan berilgan. Uning zichlik funksiyasi, matematik kutilmasi va dispersiyasi topilsin. Taqsimot va zichlik funksiyalarining grafigi chizilsin.

$$F(x)=\begin{cases} 0, \quad \text{agar} \quad x \leq -\pi \quad \text{bo‘lsa}, \\ \sqrt{2}cos\frac{x}{2}, \quad \text{agar} \quad -\pi < x \leq \frac{\pi}{2} \quad \text{bo‘lsa}, \\ 1, \quad \text{agar} \quad x > \frac{\pi}{2} \quad \text{bo‘lsa}. \end{cases}$$

25-variant

1. Quyidagi

$$\overline{X+A}+\overline{X+\overline{A}}=B$$

tenglikdan X tasodifiy hodisa aniqlansin.

2.Avariya ro‘y berishini bildirish uchun uchta bir-biriga bog‘liq bo‘lmagan holda ishlovchi qurilma o‘rnatilgan. Avariya vaqtida birinchi qurilma ishga tushishining ehtimoli 0,9 ga, ikkinchi qurilma ishga tushishining ehtimoli 0,95ga va uchinchisi ishga tushishining ehtimoli 0,85 ga teng. Quyidagi hodisalarning ehtimoli topilsin: avariya vaqtida

a) faqat bitta qurilma ishga tushishi,

b) faqat ikkita qurilma ishga tushishi,

d) barcha qurilmalar ishga tushishi.

3. Uzunligi l ga teng bo‘lgan AB kesmadan tavakkaliga ikkita L va M nuqtalar olingan. L nuqtaning A nuqtadan ko‘ra M nuqtaga yaqinroq joylashishi ehtimoli topilsin.

4. Ikkita idishda faqat ranglari bilangina farq qiluvchi sharlar bor. Birinchi idishda 5 ta oq, 11 ta qora va 8 ta qizil shar, ikkinchi idishda

esa mos ravishda 10, 8 va 6 ta shunday shar bor. Har bir idishdan tavakkaliga bittadan shar olindi. Olingan sharlarning bir xil rangli bo‘lishi ehtimoli topilsin.

5. Soha to‘rt qismga bo‘lingan bo‘lib, bu qismlar umumiy sohaning mos ravishda 50, 30, 12 va 8 foizini tashkil qiladi. Shu sohaga tasodifiy nuqta tashlandi. Nuqta sohaning har bir joyiga teng imkoniyat bilan tushishi mumkin. Shu tajriba natijasida A hodisa ro‘y berdi. A - shunday hodisaki, u tasodifiy nuqta sohaning birinchi qismiga tushganda 0,01 ehtimollik bilan, ikkinchi qismiga tushganda 0,05 ehtimollik bilan, uchinchi qismiga tushganda 0,2 ehtimollik bilan, to‘rtinchi qismiga tushganda esa 0,5 ehtimollik bilan ro‘y beradi. Tasodifiy nuqtaning qaysi qismga tushganligi ehtimoli kattaroq?

6. Asbob a, b_1 va b_2 bloklardan tashkil topgan. A – a blokning ishdan chiqishi hodisasi, B_1 va B_2 esa mos ravishda b_1 va b_2 bloklarni ishdan chiqishi hodisalari bo‘lsin. $C = A + B_1B_2$ hodisa ro‘y berganda asbob ishdan chiqadi. Bloklarning ishdan chiqishi – ularga hech bo‘lmaganda bitta kosmik zarraning kirib qolishi tufayli sodir bo‘ladi. Agar asbobga tushgan kosmik zarraning bloklarga kirib qolishi ehtimollari $P(A) = 0{,}5$, $P(B_1) = P(B_2) = 0{,}25$ ga teng bo‘lsa, asbobga, u ishdan chiqqunga qadar kelib tushgan kosmik zarralarning tasodifiy sonining taqsimot jadvali tuzilsin.

7. Normal sozlangan avtomat liniya p ehtimollik bilan yaroqsiz mahsulot chiqaradi. Birinchi yaroqsiz mahsulot chiqishi bilan liniya qaytadan sozlanadi. Ikki sozlanish orasida chiqarilgan mahsulotlarning o‘rtacha soni topilsin.

8. Puasson qonuni bilan taqsimlangan tasodifiy miqdorning asimmetriyasi aniqlansin (Asimmetriya deb $S = \frac{\mu_3}{\sigma^3}$ nisbatga aytiladi).

9. X – tasodifiy miqdor o‘zining taqsimot funksiyasi F(x) bilan berilgan. Uning zichlik funksiyasi, matematik kutilmasi va dispersiyasi topilsin. Taqsimot va zichlik funksiyalarining grafigi chizilsin.

$$F(x)=\begin{cases} 0, & \text{agar } x \le 0 \text{ bo‘lsa}, \\ \frac{\sqrt{x}}{2}, & \text{agar } 0 < x \le 4 \ \ bo‘lsa, \\ 1, & \text{agar } x > 4 \ \ bo‘lsa. \end{cases} \quad \begin{cases} 0, & agar \quad x \le 0; \\ \frac{\sqrt{x}}{2}, & agar \quad 0 < x \le 4; \\ 1, & agar \quad x > 4. \end{cases}$$

26-variant

1. Javonga 10 ta kitob tasodifan terib qo‘yilgan. Uchta belgilangan kitobning qator turib qolishi ehtimoli topilsin.

2.Bir xil va bog‘liqsiz tajribalarning har birida hodisaning ro‘y berish ehtimoli 0,02 ga teng. 150 ta tajriba o‘tkazilganda hodisa 5 marta ro‘y berish ehtimolini toping.

3. A va B birgalikda bo‘lmagan hodisalar. $P(A) \ne 0$ va $P(B) \ne 0$. Bu hodisalar o‘zaro bog‘liq bo‘ladimi?

4. Telefon stansiyasiga t vaqt ichida k ta chaqiriq tushishi ehtimoli $P_t(k)$ ga teng. Vaqtning ikkita o‘zaro qo‘shni oraliqlaridagi chaqiriqlar soni bir-biriga bog‘liq emas deb hisoblab, vaqtning $2t$ ga teng oralig‘ida s ta chaqiriq tushishi ehtimoli $P_{2t}(s)$ topilsin.

5. To‘rtta o‘zaro bog‘liq bo‘lmagan tajribada A hodisaning hech bo‘lmaganda bir marta ro‘y berish ehtimoli 0,59 ga teng. Agar har bir tajribada A hodisa bir xil ehtimollik bilan ro‘y bersa, uning bitta tajuribada ro‘y berishi ehtimoli topilsin.

6. Sekundomer shkalasi 0,2 sek.dan bo‘lingan. Agar shu sekundomerda o‘lchangan vaqt hisobi eng yaqin turgan butun bo‘linishgacha yaxlitlangan bo‘lsa, vaqt hisobidagi xatolik 0,05 sek.dan oshmaslik ehtimoli qanday?

7. X tasodifiy miqdor

$$f(x)=\begin{cases} Ax^{a-1}(1-x)^{b-1}, & \text{agar } 0 \le x \le 1 \quad \text{bo‘lsa}, \\ 0, & \text{agar } x < 0 \ \ yoki \ \ x > 1 \ \ bo‘lsa. \end{cases}$$

(bunda $a > 0$; $b > 0$) ko‘rinishdagi zichlik funksiyasiga ega (beta taqsimot). A parametr aniqlansin. X tasodifiy miqdorning matematik kutilmasi va dispersiyasi hisoblansin.

8. O‘rta kvadratik xatoligi 30 m, sistematik xatoligi esa 10 m bo‘lgan asbobda ikki marta o‘zaro bog‘liq bo‘lmagan o‘lchash

amalga oshirilmoqda. O‘lchashlarda yo‘l qo‘yilgan xatoliklar har xil ishorali bo‘lib, absolut qiymati bo‘yicha 10 m dan ortiq bo‘lishi ehtimoli nimaga teng.

9. X – tasodifiy miqdor o‘zining taqsimot funksiyasi F(x) bilan berilgan. Uning zichlik funksiyasi, matematik kutilmasi va dispersiyasi topilsin. Taqsimot va zichlik funksiyalarining grafigi chizilsin.

$$F(x)=\begin{cases} 0, \quad \text{agar} \quad x \le 4 \quad \text{bo‘lsa}, \\ Ln\frac{x}{2}, \quad \text{agar} \quad 4A < x \le 4e \quad bo‘lsa, \\ 1, \quad \text{agar} \quad x > 4e \quad bo‘lsa. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0, \quad agar \quad x \le 4; \\ Ln\frac{x}{2}, \quad agar \quad 4 < x \le 4e; \\ 1, \quad agar \quad x > 4e. \end{cases}$$

27-variant

1. $A_k, \quad k=\overline{1,n}$ tasodifiy hodisalar uchun

$$\overline{\sum_{k=1}^{n} A_k} = \prod_{k=1}^{n} \overline{A_k}, \qquad \sum_{k=1}^{n} \overline{A_k} = \overline{\prod_{k=1}^{n} A_k}$$

tengliklar o‘rinli ekani isbotlansin.

2.1000 dona mahsulotda 10 ta yaroqsiz mahsulot uchraydi.Shu 1000 dona mahsulotdan tavakkaliga 50 dona olinganda ularning rosa 3 donasi yaroqsiz bo‘lishligi ehtimolini toping.

3. Radiusi R ga teng bo‘lgan aylanadan uchta – A, B va C tasodifiy nuqtalar olindi. ABC uchburchakning o‘tkir burchakli bo‘lishi ehtimoli topilsin.

4. Tavakkaliga olingan natural sonning

a) na ikkiga, na uchga;

b) ikki yoki uchga bo‘linmasligi ehtimoli topilsin.

5. Egizaklarning ikkalasi o‘g‘il bo‘lishi ehtimoli a ga, ikkalasi qiz bo‘lishi ehtimoli b ga teng. Turli jinsli egizaklarda birinchi bo‘lib tug‘ilish imkoniyati, ikkala jins uchun bir xil. Agar egizaklarning birinchisi o‘g‘il bo‘lsa, ikkinchisini ham o‘g‘il bo‘lish ehtimoli qanday bo‘ladi?

6. O‘tkaziladigan tajribalar soni X – tasodifiy. Tajribalar soni 0 tadan ∞ gacha bo‘lishi mumkin. Har bir tajriba p ehtimol bilan muvaffaqiyatli, $1-p$ ehtimol bilan muvaffaqiyatsiz o‘tadi. Agar

$$P(X=k)=\frac{n^k e^{-m}}{k!},\ k=0,1,...$$

bo‘lsa, muvaffaqiyatli o‘tgan tajribalar sonining taqsimot qonuni topilsin.

7. Normal sozlangan liniya p ehtimollik bilan yaroqsiz mahsulot chiqaradi. K- yaroqsiz mahsulot chiqqandan so‘ng liniya qayta sozlanadi. Ikkita qayta sozlanish oralig‘ida liniyadan chiqqan mahsulotlar sonining matematik kutilmasi va dispersiyasi topilsin.

8. Moddaning M massasi, T_2-yarimparchalanish davri, moddaning A atom og‘irligi, gramm- atomdagi atomlarning N_0 soni berilgan. Vaqt birligida parchalanayotgan radioaktiv moddaning atomlari sonining dispersiyasi topilsin. (Zarrachalarning sochilishi va yutilishi hisobga olinmaydi; Avoagadro soni $N_0=6{,}02\cdot10^{23}-$ moddaning gramm – atomidagi, ya’ni moddaning grammlarda hisoblangan, son jihatidan uning atom og‘irligiga teng bo‘lgan miqdoridagi atomlari soni. Moddaning yarim parchalanish davri T_2 – shunday vaqtki, bu vaqt mobaynida radioaktiv moddaning massasi o‘rtacha ikki marta kamayadi).

9. X – tasodifiy miqdor o‘zining taqsimot funksiyasi F(x) bilan berilgan. Uning zichlik funksiyasi, matematik kutilmasi va dispersiyasi topilsin. Taqsimot va zichlik funksiyalarining grafigi chizilsin.

$$F(x)=\begin{cases} 0, & \text{agar } x\le 0 \text{ bo‘lsa,} \\ \frac{1}{3}(2x^2, & \text{agar } 0<x\le 1 \ \ bo‘lsa, \\ 1, & \text{agar } x>1 \ \ bo‘lsa. \end{cases}$$

28-variant

1. Uzunliklari mos ravishda 1, 3, 5, 7 va 9 birlik bo‘lgan beshta kesma bor. Shu beshta kesmadan tasodifan olingan uchtasidan uchburchak yasash mumkinligi ehtimoli topilsin.

2.Bir xil va bog‘liqsiz tajribalarning har birida hodisaning ro‘y berish ehtimoli 0,8 ga teng. 125 ta tajriba o‘tkazilganda hodisa 75 dan kam bo‘lmagan va 90 dan ko‘p bo‘lmagan marta ro‘y berish ehtimolini toping.

3. Mototsiklchi – poygachi yo‘lining AB qismida 12 ta to‘siq bor. Har bir to‘siqda 0,1 ehtimollik bilan to‘xtab o‘tishi mumkin. Mototsiklchi yo‘lning B nuqtasidan C nuqtasigacha bo‘lgan qismini to‘xtalishlarsiz bosib o‘tishi ehtimoli 0,7 ga teng. Yo‘lning AC qismida birorta ham to‘xtalish bo‘lmasligi ehtimoli topilsin.

4. Ichida n ta shar bor idishga oq shar solindi. Agar idishning dastlabki holati uchun, undagi oq sharlar soni haqida qilinadigan barcha farazlar teng imkoniyatli bo‘lsa, oq shar solingandan so‘ng, undan tavakkaliga olingan shar oq ekanligi ehtimoli nimaga teng?

5. Har bir lotereya biletiga yutuq chiqishi ehtimoli 0,02 ga teng. N ta biletdan hech bo‘lmaganda bittasiga yutuq chiqishi ehtimoli topilsin. (bunda N = 1, 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100 va biletlar turli ***setiyali*** deb hisoblansin).

6. Elektron lampaning Δx kun ichida ishdan chiqishi ehtimoli, tartibi Δx dan kattaroq bo‘lgan aniqlikda $k\Delta x$ ($k\Delta x \le 1$) ga teng va bu ehtimollik, vaqt Δx intervaliga tushgunga qadar lampa ishlatilgan x kunga bog‘liq emas. Lampaning l kun ichida ishdan chiqishi ehtimoli qanday?

7. Manfiy bo‘lmagan X tasodifiy miqdorning zichlik funksiysi

$$f(x) = Ax^{n-2}e^{-\frac{x^2}{2}}$$

(bunda $n > 1$) (χ taqsimot) ko‘rinishda,. X tasodifiy miqdorning A parameter, matematik kutilmasi va dispersiyasi topilsin.

8. Agar mahsulot o‘lchamining, uning nominal o‘lchamidan farqi, absolut qiymati bo‘yicha 3,45 mm dan kichik bo‘lsa, mahsulot yuqori sifatli hisoblanadi. Mahsulot o‘lchamining uning nominal o‘lchamidan og‘ishi – o‘rta kvadratik chetlanishi 3 mm, o‘rta qiymati 0 bo‘lgan, normal taqsimlangan tasodifiy miqdordir. To‘rtta mahsulot tayyorlandi. Shu to‘rtta mahsulot ichidagi yuqori sifatlilarining o‘rtacha soni topilsin.

9. X – tasodifiy miqdor o‘zining taqsimot funksiyasi *F(x)* bilan berilgan. Uning zichlik funksiyasi, matematik kutilmasi va dispersiyasi topilsin. Taqsimot va zichlik funksiyalarining grafigi chizilsin.

$$F(x)=\begin{cases} 0, \quad \text{agar} \quad x \le 0 \quad \text{bo‘lsa}, \\ \frac{1}{2}(x^3+x), \quad \text{agar} \quad 0 < x \le 1 \quad bo‘lsa, \\ 1, \quad \text{agar} \quad x > 1 \quad bo‘lsa. \end{cases}$$

29-variant

1. A, $\overline{A}\cdot B$ va $\overline{A+B}$ hodisalar to‘la guruh tashkil qilishi isbotlansin.

2. Biri ikkinchisiga bog‘liq bo‘lmagan holda ishlaydigan uchta dastgohda bir turdagi detal tayyorlanadi. Tayyorlangan barcha detallarning 20 foizi birinchi dastgohda, 30 foizi ikkinchisida, 50 foizi uchinchisida ishlab chiqarilgan. Detalning yaroqli bo‘lib tayyorlanish ehtimoli birinchi dastgoh uchun 0,6ga, ikkinchi dastgoh uchun 0,8 ga va uchinchi dastgoh uchun esa 0,9 ga teng. Barcha tayyorlangan detallardan tavakkaliga olingan bitta detalning yaroqli bo‘lishi ehtimoli topilsin.

3. Uzunligi l ga teng bo‘lgan AB kesmaga tavakkaliga ikkita – M va N nuqta qo‘yildi. Hosil bo‘ladigan uchala kesmaning uzunligi berilgan a $(\frac{l}{3} \le a \le l)$ sondan oshmasligi ehtimoli topilsin.

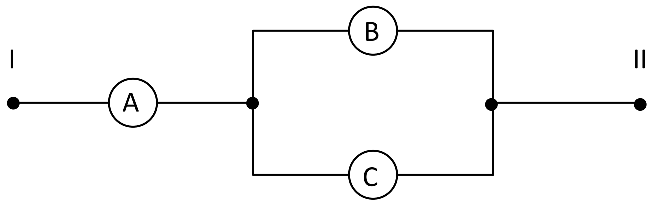
4. Agar $P(A)=a$ va $P(B)=b\neq 0$ bo‘lsa, $P(A/B)\ge \frac{a+b-1}{b}$ ekanligi isbotlansin.

5. Ikki mergan navbat bilan nishonga o‘q otmoqda. Bu merganlarning birinchi otishda o‘qni nishonga tekkazish ehtimolliklari, mos ravishda 0,4 va 0,5 ga teng. Bu ehtimollik keyingi otishlarda, har gal 0,05 ga ortib boradi. Agar beshinchi otilishlarda o‘q nishonga tekkan bo‘lsa, bu o‘q birinchi mergan tomonidan otilgan bo‘lishi ehtimoli nimaga teng?

6. Tajriba natijasida 0 dan 9 gacha bo‘lgan raqamlar teng imkoniyat bilan hosil bo‘lishi mumkin. Shu tajriba bir xil sharoitda, o‘zaro bog‘liq bo‘lmagan holatda uch marta takrorlandi. Shu uch tajribada hosil bo‘lgan tasodifiy raqamlar yig‘indisi uchun taqsimot jadvali tuzilsin.

7. Muhofazalovchi sxema A rele va undan so'ng o'zaro parallel ulangan ikkita – B va C relelardan iborat bo'lib, zanjirdagi I va II klemmalarni tutashtirish uchun xizmat qiladi (3-rasm).

Nosozlik oqibatida A rele 0,18 ehttimollik bilan, B va C relelar esa, bir xil - 0,22 ehtimollik bilan ishlamasligi mumkin. Mugofazalovchi sxema birinchi bor ishlamay qolgunga qadar zanjirdagi ulanishlarning o'rtacha soni topilsin.



3-rasm

8. Binomial qonun bo'yicha taqsimlangan tasodifiy miqdorning asimmetriyasi topilsin (asimmetriya deb $S = \frac{\mu_3}{\sigma^3}$ nisbatga aytiladi)

9. X – tasodifiy miqdor o'zining taqsimot funksiyasi $F(x)$ bilan berilgan. Uning zichlik funksiyasi, matematik kutilmasi va dispersiyasi topilsin. Taqsimot va zichlik funksiyalarining grafigi chizilsin.

$$F(x)=\begin{cases} 0, & \text{agar} \quad x \le 0 \quad \text{bo'lsa}, \\ 3x^2 + 2x, & \text{agar} \quad 0 < x \le \frac{1}{3} \quad \text{bo'lsa}, \\ 1, & \text{agar} \quad x > \frac{1}{3} \quad \text{bo'lsa}. \end{cases}$$

30-variant

1. $n+m$ ta lotereya biletining n tasi yutuqli. Shu biletlardan k tasi sotib olindi. Sotib olingan biletlar ichida s tasi yutuqli bo'lishi ehtimoli topilsin.

2.Aka-uka har biri 12 kishidan iborat ikkita sport komandasiga qatnashadilar. Ikki yashikda 1 dan 12 gacha nomerlangan 12 ta bilet bor. Har bir komanda a'zolari tavakkaliga bittadan biletni aniq bir yashikdan olishadi. Olingan bilet yashikka qaytarilmaydi. Ikkala aka-ukaning 6- nomerli bilet olishligi ehtimoli topilsin.

3. Mergan $\frac{2}{3}$ ehtimollik bilan o‘qni birinchi nishonga tekkaza oladi. Agar birinchi nishonga tekkaza olsa, unga ikkinchi nishonga otish huquqi beriladi. Mergan 0,5 ehtimollik bilan ikki otishda ikkala nishonga tekkaza oladi. Uning bir otishda ikkinchi nishonga tekkazish ehtimoli topilsin.

4. O‘ng cho‘ntakda uchta 20 tiyinlik va to‘rtta 3 tiyinlik tanga, chap cho‘ntakda esa oltita 20 tiyinlik va uchta 3 tiyinlik tanga bor. O‘ng cho‘ntakdan tavakkaliga beshta tanga olinib, chap cho‘ntakga solindi. Shundan so‘ng chap cho‘ntakdan tavakkaliga bitta tanga olindi. Olingan tanganing 20 tiyinlik bo‘lishi ehtimoli topilsin.

5. O‘yin – halqani qoziqqa tushirishdan iborat. O‘yinchi 6 ta halqa oladi va birinchi bor qoziqqa tushguncha halqalarni ketma-ket qoziq tomonga otaveradi. Agar har bir otish uchun halqaning qoziqqa tushishi ehtimoli 0,1 ga teng bo‘lsa, hech bo‘lmaganda bitta halqa otilmay qolishi ehtimoli topilsin.

6. Asboblarning ishonchliligini aniqlash uchun ketma-ket o‘tkaziladigan tezkor tekshiruv, birinchi nosoz asbob aniqlanishi bilan to‘xtatiladi. Agar har bir asbob 0,5 ehtimollik bilan nosoz bo‘lsa, tekshirilgan asboblar tasodifiy sonining taqsimot qonuni topilsin.

7. Cho‘kib ketgan kemani t vaqt ichida topish ehtimoli

$$P(t) = 1 - e^{\gamma \cdot t} \qquad (\gamma > 0)$$

formula bilan aniqlanadi. Kemani topish uchun zarur bo‘lgan o‘rtacha vaqt topilsin.

8. Ikkita kema parallel yo‘nalishda harakatlanmoqda. Agar baliq to‘dasini aniqlay olish masofasi, ikkala kema uchun ham, $\bar{x} = 3{,}7$ km. o‘rta qiymatga va $\sigma = 1{,}1$ km. o‘rta kvadratik chetlanishga ega bo‘lgan, normal taqsimlangan tasodifiy miqdor bo‘lsa, baliq to‘dasini aniqlash ehtimoli 0,5 dan kam bo‘lmasligi uchun kemalar orasidagi eng katta masofa qanday bo‘lishi kerak?

9. *X* – tasodifiy miqdor o‘zining taqsimot funksiyasi *F(x)* bilan berilgan. Uning zichlik funksiyasi, matematik kutilmasi va dispersiyasi topilsin. Taqsimot va zichlik funksiyalarining grafigi chizilsin.

$$F(x)=\begin{cases} 0, \quad \text{agar} \quad x \le 0 \quad \text{bo‘lsa,} \\ 2sinx, \quad \text{agar} \quad 0 < x \le \frac{\pi}{6} \quad \text{bo‘lsa,} \\ 1, \quad \text{agar} \quad x > \frac{\pi}{6} \quad \text{bo‘lsa.} \end{cases}$$

2- BOB. MATEMATIK STATISTIKA

1-§. Na’zariy ma’lumotlar

Matematik statistikaga kirish

Ommaviy tasodifiy hodisalar bo‘ysunadigan qonuniyatlarni o‘rganish, kuzatishlar natijalari – statistik ko‘rsatkichlarni o‘rganishga asoslangan.

Matematik statistikaning birinchi masalasi:

– statistik ko‘rsatkichlarni yig‘ish va guruhlash metodlarini ko‘rsatish.

Matematik statistikaning ikkinchi masalasi:

– tadqiqotning maqsadiga bog‘liq ravishda statistik ko‘rsatkichlarni analiz qiluvchi usullarni ishlab chiqish.

Shunday qilib matematik statistikaning asosiy masalasi:

– statistik ko‘rsatkichlarini yig‘ish va ularni ilmiy va amaliy xulosalar qilish uchun ishlab chiqishdir.

Bosh va tanlanma to‘plam

Bir jinsli ob’yektlar to‘plamini, bu ob’yektlarni xarakterlovchi ularning miqdoriy yoki sifat belgilariga nisbatan o‘rganish talab qilingan bo‘lsin. Agar bu tekshirish ob’yektlarni yo‘q qilish yoki moddiy zarar-keltirish bilan bog‘langan bo‘lsa, bu holda barcha ob’yektlar to‘plamidan tasodifiy ravishda chekli sondagilari tanlanib, ular tekshiriladi.

Tanlanma to‘plam deb yoki oddiygina tanlanma deb, tasodifiy ravishda tanlangan ob’yektlar to‘plamiga aytiladi.

Bosh to‘plam deb tanlanma olingan ob’yektlar to‘plamiga aytiladi. To‘plamning (bosh yoki tanlanma) hajmi deb bu to‘plamdagi ob’yektlar soniga aytiladi.

Tanlanmalar hosil qilinish usuli bo‘yicha takror va takrormas tanlanmalarga bo‘linadi.

Agar tanlanmaning elementlari bosh to‘plamdan tanlangan elementni (keyingisini olishdan oldin) yana bosh to‘plamga qaytarish yo‘li bilan ajratilsa, bunday tanlanma takror tanlanma deyiladi. Agar tanlanma elementlarini bosh to‘plamga qaytarmasdan uning elementlari bosh to‘plamdan ajratilsa, bunday tanlanma takrormas tanlanma deyiladi.

Tanlash usullari

Tajribada tanlashning turli usullari qo‘llaniladi. Bu usullarni asosan ikki turga bo‘lish mumkin:

1.Bosh tanlanmani qismlarga ajratish talab etilmaydigan tanlash. Bularga:

a) Oddiy tasodifiy takror tanlash,

b) Oddiy tasodifiy takrormas tanlash kiradi.

2.Bosh tanlanmani qismlarga bo‘lib tanlash usuli.

Bularga:

a) Tipik tanlash,

b) Mexanik tanlash,

c) Seriyali tanlash.

Tipik tanlash deb shunday tanlashga aytiladiki, ob’yektlar barcha bosh to‘plamdan emas, ularning har bir «tipik» qismlaridan tanlanadi.

Mexanik tanlash usuli deb shunday tanlashga aytiladiki, bunda bosh to‘plam «mexanik» ravishda tanlanmaga necha ob’yekt kerak bo‘lsa, shuncha qismlarga bo‘linadi va har bir qismdan bittadan ob’yekt olinadi.

Seriyali tanlash deb shunday tanlashga aytiladiki, bunda ob’yektlar bosh to‘plamdan bittadan emas «seriyalar» bilan tanlanib yoppasiga tekshiriladi.

Tanlanmaning statistik taqsimoti

X - (diskret yoki uzluksiz) belgining miqdoriy xususiyatini o‘rganish uchun bosh to‘plamdan n hajmli tanlanma olingan bo‘lsin, bunda X_1 $-n_1$ marta, X_2 $-n_2$ marta va hakozo X_k $-n_k$ marta uchrasin. $\sum n_i = n$ - tanlanmaning hajmi bo‘ladi. Kuzatilgan X_i -qiymat varianta deb ataladi va variantalarning o‘sib borish tartibda yozilgan ketma-ketligi variasion qator deyiladi.

Кuzatmalarning soni - n_i ga chastota deyiladi, yoki variantalar qiymatlarining takrorlanish soni. Chastotaning tanlanma hajmiga nisbati

$$W_i = \frac{n_i}{n}$$

nisbiy chastota deyiladi.

Tanlanmaning statistik taqsimoti deb belgining turli qiymatlari bilan ularning chastotalari yoki nisbiy chastotalaridan tuzilgan quyidagi jadvalga aytiladi:

$$\left.\begin{array}{l} X_i : X_1, X_2, X_3, \dots X_k \\ W_i : W_1, W_2, W_3, \dots W_k \end{array}\right\}$$

Empirik taqsimot funksiyasi.

Miqdoriy belgi X ning chastotalarining statistik taqsimoti ma'lum bo'lsin. Quyidagi belgilashlar kiritamiz:

n_x - belgining x - dan kichik qiymatlari soni

n - tanlanma hajmi.

$X < x$ hodisaning nisbiy chastotasi $\frac{n_x}{n}$ bo'ladi. Agar x - o'zgarsa, umuman aytganda, nisbiy chastota ham o'zgaradi, ya'ni nisbiy chastota $\frac{n_x}{n}$ x - ning funksiyasidir. Bu funksiya empirik (tajriba) yo'li bilan topilgani uchun uni empirik funksiya deyiladi. Empirik taqsimot funksiyasi deb (yoki tanlanmaning taqsimot funksiyasi deb) shunday $F_n*(x)$ funksiyaga aytiladiki, u har bir x uchun $X < x$ hodisaning nisbiy chastotasini aniqlaydi. Ta'rifga ko'ra:

$$F_n*(x) = \frac{n_x}{n};$$

Bunda n_x x- dan kichik bo'lgan variantlar soni, n - tanlanmaning hajmi. Bosh tanlanmaning taqsimoti $F(x)$ - funksiyaga nazariy taqsimot funksiyasi deyiladi. Empirik va nazariy taqsimot funksiyasi orasidagi farq shundan iboratki, nazariy taqsimot funksiya $\{X < x\}$ - hodisaning ehtimolini ifodalasa, empirik taqsimot funksiyasi shu hodisaning nisbiy chastotasini ifodalaydi.

Bernulli teoremasidan $X < x$ hodisaning nisbiy chastotasi $F_n*(x)$ ehtimol bo'yicha, shu hodisaning ehtimoli bo'lgan $F(x)$ - nazariy taqsimot funksiyasiga intilishi kelib chiqadi. Boshqa so'z bilan aytganda $F_n*(x)$ bilan $F(x)$ bir-biridan yetarlicha katta n- larda kam farq qiladi.

Yuqorida aytilganlardan kelib chiqadiki, bosh to'plamning nazariy taqsimot funksiyasini empirik taqsimot funksiyasi bilan yetarlicha aniqlikda almashtirish mumkin ekan.

Poligon va gistogramma.

X- belgining diskret taqsimoti.

Chastotalar poligoni deb, kesmalari $(x_1,n_1),(x_2,n_2),...(x_k,n_k)$ nuqtalarni tutashtiradigan siniq chiziqqa aytiladi, bunda x_i - tanlanmaning variantalari va n_i - ularga mos chastotalardir.

Nisbiy chastotalar poligoni deb, $(x_1,w_1),(x_2,w_2),...(x_k,w_k)$ nuqtalarni tutashtiradigan siniq chiziqqa aytiladi, bunda x_i - tanlanmaning variantalari va w_i - ularga mos nisbiy chastotalar.

X - belgining uzluksiz taqsimoti.

Belgi uzluksiz taqsimlangan holda belgining barcha kuzatilgan qiymatlari yotgan intervalni uzunligi *h* bo‘lgan qator qismiy intervallarga bo‘linadi va *i*-intervalga tushgan variantalarning chastotalari yig‘indisi n_i - topiladi.

Chastotalar gistogrammasi deb, asoslari *h* uzunlikdagi intervallar, balandliklari esa $\frac{n_i}{h}$ nisbatlarga (chastota zichligi) teng bo‘lgan to‘g‘ri to‘rtburchaklardan iborat pog‘onaviy figuraga aytiladi. Nisbiy chastotalar gistogrammasi deb, asoslari *h* uzunlikdagi intervallar, balandliklari esa $\frac{w_i}{h}$ nisbatga (nisbiy chastota zichligi) teng bo‘lgan to‘g‘ri to‘rtburchaklardan iborat pog‘onaviy figuraga aytiladi.

Taqsimot parametrlarining statistik baholari

Bosh tanlanmaning miqdoriy belgisini o‘rganish talab etilgan bo‘lsin. Faraz qilamizki, nazariy mulohazalarga asosan belgi taqsimoti aniqlangan bo‘lsin. Tabiiy ravishda taqsimotni xarakterlovchi parametrlarni baholash masalasi kelib chiqadi. Masalan, normal taqsimot uchun bu parametrlar matematik kutilma bilan dispersiyadir. Odatda, biz faqatgina tanlanmaning berilishiga ega bo‘lamiz. Masalan, tanlanmaning berilishi – miqdoriy belgining qiymatlari $x_1,x_2,x_3,...x_n$ lar- *n*-ta kuzatishlar natijasi bo‘lsin. U holda baholanayotgan parametr shu miqdoriy belgining qiymatlari $x_1,x_2,x_3,...x_n$ lar orqali ifodalanadi. Ya’ni parametrning statistik bahosi $\Theta^*=\Theta^*(x_1,x_2,x_3,...x_n)$ - *n* o‘zgaruvchili funksiya bo‘ladi. Statistik baho o‘zi baholanayotgan parametrlarga etarlicha yaqin bo‘lishi uchun ma’lum talabalarni bajarishi kerak;

Aytaylik $\Theta^* = \Theta^*(x_1, x_2, x_3, ... x_n)$ statistik baho berilgan nazariy taqsimotning noma’lum parametr Θ - ning bahosi bo‘lsin. Θ^* - ni har bir n hajmli tanlanmada qiymati Θ_i^* ga teng tasodifiy miqdor sifatida karash mumkin.

-Siljimagan baho deb, tanlanmaning hajmi istalgancha bo‘lganda ham matematik kutilishi baholanayotgan parametrga teng bo‘lgan statistik bahoga aytiladi. Ya’ni $M(\Theta^*) = \Theta$. Siljigan baho deb, matematik kutilishi baholanayotgan parametrga teng bo‘lmagan bahoga aytiladi.

-Effektli baho deb, berilgan *n* hajmli tanlanma uchun eng kichik dispersiyali statistik bahoga aytaladi (yetarlicha katta n lar uchun).

-Salmoqli baho deb $n \to \infty$ bo‘lganda baholanayotgan bahoga ehtimol bo‘yicha yaqinlashuvchi statistik bahoga aytiladi, ya’ni:

$$p(\omega : /\Theta^* - \Theta/ > \varepsilon) = 0$$

Bosh to‘plamning nazariy o‘rtacha qiymati.

$\overline{x}_b$ - bosh o‘rtacha qiymat deb bosh to‘plam belgisi qiymatlarining o‘rtacha arifmetik qiymatiga aytiladi. Agar bosh to‘plam hajmi *N* ga teng bo‘lsa, u holda

$$\overline{x}_b = \frac{x_1 + \ldots + x_N}{N}.$$

Agar x_i ning chastotasi N_i bo‘lsa $\overline{x}_b = \frac{\sum_{i=1}^{k} x_i N_i}{N}$; $N_1 + ... + N_k = N$.

Bosh o‘rtacha qiymat bosh to‘plam miqdoriy belgisi *X* ning nazariy matematik kutilmasidir:

$$\overline{x}_b = M(X).$$

Tanlanma o‘rtacha qiymat

Bosh to‘plamning *X* belgisining miqdoriy xususiyatini o‘rganish uchun bosh to‘plamdan *n*-hajmli $x_1, x_2, x_3, ... x_n$ tanlanma olingan bo‘lsin.

Tanlanma o‘rtacha qiymat deb tanlanma to‘plam belgisining o‘rtacha arifmetik qiymatiga aytiladi va $\overline{x}_t$ - bilan belgilanadi:

$$\overline{x}_t = \frac{x_1 + ... + x_n}{n}.$$

Agar x_i ning chastotasi n_i ga teng bo‘lsa u holda

$$\overline{x}_t = \frac{\sum_{i=1}^{k} x_i n_i}{n}; \quad n_1 + ... + n_i = n.$$

Bosh o‘rtacha qiymatning bahosi sifatida tanlanma o‘rtacha qiymatni qabul qilinadi. $\overline{x}_t$ - bu siljimagan, salmoqli baho.

Bosh to‘plamning nazariy dispersiyasi

Bosh dispersiya deb bosh to‘plami belgisi qiymatlari bilan bosh to‘plam o‘rtacha qiymati $\overline{x}_b$ orasidagi kvadratik chetlanishlarining o‘rta arifmetigiga aytiladi.

$$D_b = \frac{\sum_{i=1}^{N} (x_i - \overline{x}_б)^2}{N}.$$

Bosh dispersiya bosh to‘plamning miqdoriy belgisi X ning nazariy dispersiyasidir:

$$D_b = D(X).$$

Agarda x_i lar N_i chastotalarga ega bo‘lsalar, u holda

$$D_b = \frac{\sum_{i=1}^{k} N_i \cdot (x_i - \overline{x}_b)^2}{N} \quad \text{bunda} \quad N_1 + N_2 + ... + N_k = N.$$

Misol. Bosh to‘plam quyidagi taqsimot jadvali bilan berilgan:

x_i	2	4	5	6
N_i	8	9	10	3

Bosh dispersiya topilsin.

Yechish: Bosh o‘rtacha qiymatni topamiz:

$$\overline{x}_b = \frac{8 \cdot 2 + 4 \cdot 9 + 5 \cdot 10 + 6 \cdot 3}{8 + 9 + 10 + 3} = \frac{120}{30} = 4.$$

Bosh dispersiyani topamiz:

$$D_b = \frac{8\cdot(2-4)^2 + 9\cdot(4-4)^2 + 10\cdot(5-4)^2 + 3\cdot(6-4)^2}{30} = 1{,}8.$$

Bosh o‘rtacha kvadratik chetlashish deb bosh dispersiyadan olingan kvadrat ildizga aytiladi.

$$\sigma_b = \sqrt{D_b}.$$

Tanlanma dispersiya

Bosh to‘plam miqdoriy belgisi X ning kuzatilgan qiymatlari o‘zining tanlanma o‘rtacha qiymati $\overline{x}_m$ atrofida tarqoqlik xarakteristikasi sifatida tanlanma dispersiya kiritiladi. Tanlanma dispersiya deb X-belgining kuzatilgan qiymatlari bilan tanlanma o‘rtacha qiymati orasidagi kvadratik chetlanishlarning o‘rtacha arifmetigiga aytiladi.

$$D_t = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x}_t)^2}{n}$$

Agarda x_i lar n_i chastotalarga ega bo‘lsalar, u holda:

$$D_t = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i(x_i - \overline{x}_t)^2}{n},$$

bunda $n_1 + n_2 + ... + n_k = n$.

Teorema. Belgining dispersiyasi shu belgi qiymatlari kvadratlari o‘rtacha qiymati bilan belgining o‘rtacha qiymati ayirmasiga teng:

$$DX = \overline{x^2} - [\overline{x}]^2$$

Bunda $\overline{x} = \frac{\sum_{i=1}^{k} x_i n_i}{n};\qquad \overline{x^2} = \frac{\sum_{i=1}^{k} x_i^2 n_i}{n};$

Bosh dispersiyani tuzatilgan tanlanma dispersiya bilan quyidagicha baholanadi. Bizda quyidagi tanlanma berilgan bo‘lsin:

$$X: \quad x_1, x_2, ... x_k$$

$$n: \quad n_1, n_2, ... n_k$$

va $n_1 + n_2 + ... + n_k = n$ - tanlanmaning hajmi bo‘lsin. Tanlanmaning berilishiga qarab noma’lum bosh dispersiya D_b ni baholash (taxminiy topish) talab qilingan bo‘lsin. Agarda D_b - bosh dispersiya bahosi sifatida D_t - tanlanma dispersiyani olsak, u holda bu baho sistematik xatoliklarga olib keladi, chunki D_t tanlanma dispersiya bosh dispersiya D_b - uchun siljigan bahodir. Ya’ni:

$$M\,(D_t) = \frac{n-1}{n} D_b.$$

Bu oson tuzatiladi. Buning uchun D_t - tanlanma dispersiyani $\frac{n}{n-1}$ ga ko‘paytirish yetarlidir. Shunday qilib biz «tuzatilgan» dispersiya hosil qilamiz va uni s^2 bilan belgilaymiz:

$$s^2 = \frac{n}{n-1} D_t = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i (x_i - \bar{x}_t)^2}{n-1}.$$

Endi s^2 - tuzatilgan dispersiya D_b bosh dispersiya uchun siljimagan baho bo‘ladi:

$$M(s^2) = M\left(\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{k} n_i (x_i - \bar{x}_t)^2\right) \overset{(1)}{=} \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{k}\left(D(x_i - \bar{x}_t) + M^2(x_i - \bar{x}_t)\right) =$$

$$= \frac{1}{n-1}\sum_{k=1}^{n} D\left[(1-\frac{1}{n})x_k - \frac{1}{n}\sum_{\substack{i=1 \\ i\neq k}}^{n} x_i\right] + \frac{1}{n-1}\sum_{k=1}^{n}[Mx_k - M\bar{x}_t]^2 \overset{(2)}{=}$$

$$= \frac{1}{n-1}\sum_{k=1}^{n}\left[\left(1-\frac{1}{n}\right)^2 Dx_k + \frac{1}{n^2}\sum_{\substack{i=1 \\ i\neq k}}^{n} Dx_i\right] = \frac{1}{n-1}\sum_{k=1}^{n}\left[\left(\frac{n-1}{n}\right)^2 DX + \frac{n-1}{n^2} DX\right] =$$

$$= \frac{1}{n-1}\cdot n\cdot\left[\left(\frac{n-1}{n}\right)^2 D_b + \frac{n-1}{n^2} D_b\right] = D_б\left(\frac{n-1}{n} + \frac{1}{n}\right) = D_b.$$

(1): $D\eta = M\eta^2 - M^2\eta$ dan $M\eta^2 = D\eta + M^2\eta$ kelib chiqadi va uni $\eta = x_k - \overline{x}_t$ ga qo‘llaymiz.

(2): $Mx_k = M\overline{x}_b$ va $M\overline{x}_t = M\overline{x}_b$ bo‘lgani uchun $Mx_k - M\overline{x}_t = 0$ bo‘ladi.

Nuqtaviy baholar, ishonchli ehtimol, ishonchli interval

Nuqtaviy baho deb, bitta son bilan aniqlanadigan statistik bahoga aytiladi. Yuqorida ko‘rilgan barcha baholar nuqtaviy baholardir. Agar tanlanmaning hajmi kichik bo‘lsa nuqtaviy baho o‘zi baholayotgan parametrdan anchagina farq qilishi mumkin, ya’ni qo‘pol xatoliklarga yo‘l qo‘yiladi. Shu sababdan kichik hajmli tanlanmalar uchun intervallik baholardan foydalanish maqsadga muvofiq bo‘ladi.

Intervallik baho deb baholanayotgan parametrni qoplaydigan intervalning uchlari bo‘lgan ikkita son bilan aniqlanadigan bahoga aytiladi.

Intervallik baholar – bahoning aniqligini va ishonchini aniqlashni ta’minlaydilar.

Faraz qilamiz, tanlanma berilishiga qarab topilgan statistik xarakteristika Θ^*, noma’lum parametr Θ ning bahosi bo‘lsin.

Θ - o‘zgarmas son deb hisoblaymiz. Agar $\left|\Theta - \Theta^*\right|$ qiymat qanchalik kichik bo‘lsa, shuncha Θ^* - statistik baho Θ parametrni aniq baholaydi. Boshqacha aytganda, agar ixtiyoriy $\delta > 0$ uchun $\left|.\Theta - \Theta^*\right| < \delta$ bo‘lsa, shunchalik baho aniq bo‘ladi. Shunday qilib, $\delta > 0$ son bahoning aniqligini ifodalaydi. Ammo statistik metodlar Θ^* bahoning $\left|\Theta - \Theta^*\right| < \delta$ tengsizlikni muqarrar qanoatlantirishini tasdiq qilishga ojizlik qiladi. Faqat bu tengsizlik bajarilishining ehtimoli γ haqida gapirish mumkin.

Θ^*- statistik bahoning ishonchli ehtimoli deb $\left|\Theta - \Theta^*\right| < \delta$ tengsizlikning bajarilish ehtimoliga aytiladi.

Odatda, bahoning ishonchli qiymati deb oldindan birga yaqin son olinadi. Ko‘pincha 0,95; 0,99 va 0,999 ga teng ishonch qiymatlari beriladi.

Faraz qilamiz, $\left|\Theta - \Theta^*\right| < \delta$ tengsizlikning ehtimoli γ ga teng bo‘lsin, ya’ni

$$P(\left|\Theta-\Theta^*\right|<\delta)=\gamma. \qquad (1)$$

Endi $\left|\Theta-\Theta^*\right|<\delta$ tengsizlikni unga ekvivalent bo‘lgan qo‘sh tengsizlik bilan almashtiramiz:

$$-\delta<\Theta-\Theta^*<\delta \text{ yoki } \Theta^*-\delta<\Theta<\delta+\Theta^*.$$

Natijada (1) o‘rniga quyidagini olamiz:

$$P(\Theta^*-\delta<\Theta<\delta+\Theta^*)=\gamma.$$

Bu tenglikni quyidagicha tushunish mumkin: $(\Theta^*-\delta;\delta+\Theta^*)$ interval noma’lum parametr Θ ni o‘z ichiga olishining (qoplashining) ehtimoli γ ga teng. Ishonchli interval $(\Theta^*-\delta;\delta+\Theta^*)$ deb noma’lum parametr Θ ni berilgan γ ishonch bilan qoplaydigan $(\Theta^*-\delta;\delta+\Theta^*)$ intervalga aytiladi.

Normal taqsimot parametrlari uchun ishonchli baholar.

Asosiy masalaning qo‘yilishi

Berilgan o‘zgarmas *a* sonini aniqlash maqsadida *n*-ta o‘zaro bog‘liqsiz o‘lchashlar o‘tkazilgan bo‘lsin. Bu o‘lchashlar hatoliklari *Z* tasodifiy miqdor bo‘ladi. Ihtiyoriy o‘lchashlar natijalarida turli xil turdagi hatoliklarga yo‘l qo‘yiladi. Bular sistematik, tasodifiy va qo‘pol hatoliklardan iborat bo‘ladi.

1. Sistematik hatoliklar.

Sistematik hatoliklarga birinchi navbatda asboblar hatoliklari kiradi. Ya’ni o‘lchashlar uchun ishlatiladigan asboblarni ishlab chiqishda aniqlikni yuz foyiz ta’minlash mumkin emas. Oddiy asboblar hatoliklariga asbobdagi o‘lchash shkalalarini hatoliklar bilan belgilash, yoki hisob boshini noto‘g‘ri belgilashlar kiradi. Bu hatoliklar tufayli o‘lchash natijalari aniq qiymatdan har doim bir xil ishorali qiymatga farq qiladi. Shu sababdan ham bu hatoliklar sistematik hatoliklar deb ataladi.

2. Tasodifiy hatoliklar.

Tasodifiy hatoliklarga asosan o‘lchashlar natijalariga oldindan bilib bo‘lmaydirgan tasodifiy fizik sabablar ta’siri ostida yo‘l qo‘yiladigan hatoliklar kiradi.

Hatoliklar nazariyasi deganda biz tasodifiy hatoliklarni o‘rganadigan nazariyani ko‘zda tutamiz. Hatoliklar nazariyasini qurish uchun ehtimollar nazariyasini ishlatiladi.

3. Qo‘pol hatoliklar.

O‘lchashlar natijalarini qayta ishlash jarayonida tashqi ta’sirlar yoki mumkin bo‘lgan chetlanishlar ta’sirida shunday hatoliklarga yo‘l qo‘yish mumkinki, o‘lchash natijasi katta hatolik bilan aniqlanadi. Eng oddiy mumkin bo‘lgan chetlanishlardan biri shunday bo‘lishi mumkin: o‘lchov o‘tkazuvchi asbobdagi o‘lchov natijasi 20 o‘rniga jadvalga 30 sonini yozadi.Qo‘pol hatolikka olib keluvchi eng oddiy tashqi sabablardan biri, kuzatuvchining o‘zi sezmagan holda yo‘l qo‘ygan hatoligidir. Qo‘pol hatolikning borligini ko‘rsatuvchi belgilardan biri, bir biridan kam farq qiladigan o‘lchash natijalari orasida ulardan tubdan farq qiladigan natija-larning mavjudligidir.

Umuman olganda o‘lchash natijalarining tasodifiy hatoliklari turlicha taqsimot qonunlariga bo‘ysinishi mumkin. Lekin amalda juda ko‘p hol-larda tasodifiy hatoliklar normal taqsimot qonuniga boysinadi.

Gauss postuloti: O‘lchash haqiqiy kattaligining eng ehtimolli qiymati o‘lchash natijalarining o‘rta arifmetigiga teng.

TEOREMA:

Agar tasodifiy hatoliklar Gauss postulotini qanoatlantirsalar, u holda tasodifiy hatoliklarining taqsimot qonuni normal qonun bo‘ladi.

Shunday qilib, agar Gauss postulotini qobul qilinsa tasodifiy hatolikla normal qonun bilan taqsimlangan bo‘ladi. Huddi shunday buning teska-risi ham o‘rinli.

Agar tasodifiy hatoliklar normal taqsimot bilan taqsimlangan bo‘lsalar, u holda o‘lchash haqiqiy kattaligining eng ehtimolli qiymati o‘lchash natijalarining o‘rta arifetigiga teng.

Shuni alohida qayd qilish joizki bu teoremadan tasodifiy hatoliklarn-ing har doim ham normal taqsimot bilan taqsimlanganligi kelib chiq-maydi, Ba’zi bir tip o‘lchashlarda (ayniqsa kam sondagi o‘lchashlarda) Gauss postuloti bajarilmaydi va bu hollarda boshqa taqsimot qonunlarini qarashga to‘g‘ri keladi.

Lyapunovning markaziy limit teoremasi shunday umumiy yetarli shar-tlarni berganki bu shartlar bajarilganda bog‘liq bo‘lmagan tasodifiy miq-dorlar yig‘indisi asimptotik normal qonunga bo‘ysinadi.

Bu shartlar asosan shunga olib keladiki, markazlashtirilgan qo‘shiluvchilar orasida qolgan markazlashtirilgan qo‘shiluvchilardan tubdan farq qiluvchilari yo‘q.

Albatta $MX_к=a_к$.matematik kutilmaning mavjudligi talab qilinadi. Bundan tashqari markazlashtirilgan tasodifiy miqdorning kvadratining matematik kutilmasi mavjudligi ham talab qilinadi.

Ko‘rsatilgan shartlarda $X_1+X_2+...+X_n$ yig‘indi $a = a_1+a_2+...+a_n$ va $\sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^{n}(X_i - a_i)^2}$ parametrli asimptotik normal qonunga ega bo‘ladi.

Agar o‘lchash natijalari sistematik hatoliklardan holi bo‘lsa u holda hatolikning ta’rifidan *(Z=X-a)* o‘lchash natijalari $X=a+Z$, a va σ parametrli normal qonunga bo‘ysinishligi kelib chiqadi.Demak, o‘lchash natijalarining taqsimot markazi o‘lchanayotgan kattalikning haqiqiy qiymati bilan ustma-ust tushadi, ya’ni $MX=a$.(Bu esa o‘lchash natijasida sistematik hatoliklarning yo‘qligini bildiradi)

O‘lchashlarning birinchi asosiy masalasi – o‘lchanayotgan kattalikning haqiqiy qiymatini baholash,- matematik tilda aytganda, normal taqsimotning markazini, ya’ni matematik kutilmasini baholashdir. Normal taqsimot markazining bahosi deb quyidagi kattalikni olishadi:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}.$$

O‘lchashlarning ikkinchi asosiy masalasi – o‘lchash aniqligini baholashdir (o‘lchash asbobining aniqligini). Matematik tilda bu masala normal taqsimotning σ parametrini, yoki uning dispersiyasi σ^2 ni baholashni bildiradi. Dispersiya yoki o‘lchash aniqligining bahosi sifatida quyidagi kattalikni olishadi:

$$S^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2.$$

Shunday qilib ko‘rsatilgan ikki asosiy masala normal taqsimotning ikki parametrini baholashga keltiriladi.

Taqsimot markazining ishonchli baholari.

Taqsimot markazining bahosini biz ikki holda o‘rganamiz: σ^2 ma’lum bo‘lgan hol (o‘lchanayotgan kattalikning haqiqiy qiymatining bahosini o‘lchash aniqligi ma’lum bo‘lgan holda) va σ^2 noma’lum bo‘lgan hol.

1. Agar dispersiya σ^2 ma'lum bo'lsa, u holda o'rta arifmetik qiymat $\overline{x}$ ning, a va $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ parametrli normal taqsimotga ega bo'lishligidan foydalanish mumkin. Bu esa $Z = \frac{\overline{x} - a}{\sigma}\sqrt{n}$ kattalik normallashtirilgan *N(0;1)* normal taqsimotga ega ekanligini bildirib, $\overline{x}$ ni dispersiya oldindan ma'lum bo'lgan holda baholash imkoniyatini beradi. $|\overline{x} - a|$ ning ihtiyoriy chetlanishining ehtimolini quyidagi formula yordamida aniq hisoblash mumkin:

$$\mathrm{P}\left(\left|\overline{x} - a\right| < t\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = \Phi(t).$$

Aniq bir ishonchli ehtimollik δ ni berib, biz $t(\delta)$ ning qiymatini $\Phi(t) = \delta$ tenglamadan jadval yordamida topamiz, va ishonchli bahoni δ ishonchli ehtimoligi bilan topamiz:

$$|\overline{x} - a| < t(\delta)\frac{\sigma}{\sqrt{n}}.$$

Bu bahoni, odata, quyidagi ko'rinishda yozishadi:

$$\overline{x} - t(\delta)\frac{\sigma}{\sqrt{n}} < a < \overline{x} + t(\delta)\frac{\sigma}{\sqrt{n}}.$$

Masalan, $\delta = 0{,}99$ ishonchli ehtimol bilan quyidagi baho o'rinli:

$$\overline{x} - 2{,}576\frac{\sigma}{\sqrt{n}} < a < \overline{x} + 2{,}576\frac{\sigma}{\sqrt{n}}.$$

$\delta = 0{,}997$ ishonchli ehtimol bilan esa quyidagi baho o'rinlidir:

$$\overline{x} - 3\frac{\sigma}{\sqrt{n}} < a < \overline{x} + 3\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

(uch sigma qoyidasi).

Endi biz tasodifiy hatoliklarning normal taqsimlanganligiga asoslangan holda qo'pal hatoliklarni yo'qatish usulini ko'rib o'tamiz. Faraz qilamiz, bir nechta o'lchashlar natijasida biz o'lchanayotgan kattalikning taqribiy qiymati $\overline{x}$ va o'rtacha kvadratik hatolik σ ni topdik. Har bir o'lchash hatoligining taqribiy qiymatini aniqlaymiz:

$$\varepsilon_k = x_k - \overline{x} \approx \delta_k .$$

Normal taqsimotning hossasiga asosan:

$$P(|\delta| < 3\sigma) = 0{,}9973.$$

Demak,

$$P(|\delta| > 3\sigma) = 0{,}0027.$$

Odatda, hatolikning absolut qiymati 3σ dan oshishining ehtimoli juda ham kam deb hisoblashadi.Shuning uchun ham agar ε_k lardan birortasining moduli 3σ dan oshgan bo'lsa u holda bu o'lchash qo'pol hatolik bilan o'tkazilgan hisoblanib uning natijasini tashlab yuboriladi. Ba'zi bir o'lchash natijalari shu usulda tashlab yuborilgandan so'ng $\bar{x}$ va σ larning taqribiy qiymatlari qaytadan hisoblanishi kerak.

2. Agar σ^2 dispersiya noma'lum bo'lsa u holda Styudent taqsimotidan foydalanish mumkin. Uning uchun empirik dispersiyani qaraymiz:

$$S^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2$$

$\bar{x}$ miqdor a va $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ paramatrli normal taqsimotga ega bo'lganligidan $\frac{\overline{x} - a}{\sigma / \sqrt{n}}$ miqdor 0 va 1 parametrli normal taqsimotga ega bo'ladi. Ularga bo'g'liq bo'lmagan holda $u = \frac{S^2(n-1)}{\sigma^2}$ miqdor χ^2_{n-1} - hi-kvadrat taqsimotga ega bo'ladi.

$T = \frac{\overline{x}-a}{\sigma / \sqrt{n}} : \sqrt{\frac{u}{n-1}} = \frac{\overline{x}-a}{S / \sqrt{n}}$ kattalik esa Styudent taqsimotiga ega bo'lib bu taqsimot uchun ham zichlik funksiyasining ko'rinishi mavjud bo'lib, uning qiymatlarining jadvallari tuzilgan. Bu nisbat σ ga bog'liq bo‘lmaganligi uchun u taqsimotning markazi bahosini qurish imkonini beradi. Buning uchun Styudent taqsimotining jadvali yordamida berilgan

$$P\left(\left|\frac{\bar{x}-a}{s/\sqrt{n}}\right| < t(\gamma, n-1)\right) = 2\int_0^t p_T^k(t)dt = \gamma$$

ehtimollikka ko‘ra t ning qiymati topiladi.
Bunda

$$p_T^k(t) = \frac{1}{\sqrt{\pi k}} \frac{\Gamma(\frac{k+1}{2})}{\Gamma(\frac{k}{2})} (1+\frac{t^2}{k})^{-\frac{k+1}{2}} \qquad (-\infty < t < \infty)$$

$$\lim_{k\to\infty} P_T^k(t) = \varphi_{0,1}(t).$$

Bu esa quyidagi ishonchli bahoni beradi:

$$\left|\frac{\bar{x}-a}{s/\sqrt{n}}\right| < t(\gamma, n-1).$$

Ya’ni

$$\bar{x} - t(\gamma, n-1)\frac{s}{\sqrt{n}} < a < \bar{x} + t(\gamma, n-1)\frac{s}{\sqrt{n}}.$$

Bunda t faqatgina γ dan emas balki tajribalar sonidan ham bog‘liq. Bu narsa kam sonli o‘lchashlarda sezilarlidir.Masalan:$n=5$, $\kappa=4, \gamma=0,99$ bo‘lsa

$$\bar{x} - 4{,}604\frac{s}{\sqrt{n}} < a < \bar{x} + 4{,}604\frac{s}{\sqrt{n}}$$

bo‘ladi.

Shunday qilib, o‘lchashlar soni kamayganda ishonchli interval kattalashadi (bir xil ishonchli ehtimollikda). Agar intervalni o‘zgartirmasak, o‘lchashlar soni kamayganda ularning ishonchli ehtimolligi kamayadi. HusDusan

$$\bar{x} - 3\frac{s}{\sqrt{n}} < a < \bar{x} + 3\frac{s}{\sqrt{n}}$$

ko‘rinishdagi uch sigma qoidasi, kam sonli o‘lchashlarda, 0,997 dan kam bo‘lgan ishonchli ehtimollikka ega bo‘ladi:

n=14 bo‘lganda $\gamma < 0{,}99$,

n=8 bo‘lganda $\gamma < 0{,}98$,

n=5 bo‘lganda $\gamma < 0{,}96$.

Styudent taqsimotini tajribalar soni katta bo‘lganda ishlatish tavsiya etilmaydi, chunki *n=20* da u normal taqsimotdan juda ham kam farq qiladi.

Normal taqsimot o‘rtacha kvadratik chetlanishi σ ning bahosi uchun ishonchli intervallar

Bosh to‘plamning *X*-sonli belgisi normal taqsimlangan bo‘lsin. Tuzatilgan tanlanma o‘rtacha kvadratik chetlanish *s* orqali noma’lum bosh o‘rtacha kvadratik chelanish σ ni baholash talab etilgan bo‘lsin. Oldimizga γ ishonchli ehtimollik bilan σ parametrni qoplaydigan ishonchli intervalni topish masalasini qo‘yamiz:

$$P(|\sigma - s| < \delta) = \gamma$$

munosabat bajarilishini talab etamiz. Bu munosabat quyidagiga teng kuchli:

$$P(s-\delta < \sigma < s+\delta) = \gamma.$$

Mavjud jadvallardan foydalanish mumkin bo‘lishligi uchun quyidagi

$$s - < \sigma < s + \delta.$$

Qo‘sh tengsizlikni unga teng kuchli bo‘lgan quyidagi tengsizlikka almashtiramiz:

$$s\left(1-\frac{\delta}{s}\right) < \sigma < s\left(1+\frac{\delta}{s}\right).$$

$\frac{\delta}{s} = q$ deb belgilab

$$\mathrm{s}(1-\mathrm{q}) < \sigma < \mathrm{s}(1+\mathrm{q}) \qquad (1)$$

tengsizlikka kelamiz. q ni topish uchun quyidagi “xi” tasodifiy miqdorini kiritamiz: $\chi = \frac{s}{\sigma}\sqrt{n-1}$; n-tanlanma hajmi. Isbot qilinganki,

$\dfrac{s^2(n-1)}{\sigma^2}$ miqdor xi-kvadrat qonun bilan taqsimlangan, shuning uchun ham uning kvadrat ildizini χ bilan belgilaymiz.

χ ning taqsimotining zichlik funktsiyasi quyidagi ko‘rinishda bo‘ladi:

$$p(\chi, n) = \frac{\chi^{n-2} e^{-\frac{\chi^2}{2}}}{2^{\frac{n-3}{2}} \Gamma\left(\frac{n-1}{2}\right)} \qquad (2)$$

Bunda Γ - gamma funksiya. Ko‘rinib turibdiki, bu taqsimot baholanayotgan σ parametrga bog‘liq bo‘lmay, faqatgina tanlanma hajmi *n* ga bog‘liq. (1) tengsizlikni shunday almashtiramizki, u quyidagi ko‘rinishga kelsin:

$$\chi_1 < \chi < \chi_2.$$

Bu tengsizlik bajarilishining ehtimoli γ gat eng bo‘lgani uchun

$$P(\chi_1 < \chi < \chi_2) = \int_{\chi_1}^{\chi_2} p(\chi, n) d\chi = \gamma \, .$$

$q < 1$ deb faraz qilib, (1) tengsizlikni boshqa ko‘rinishda yozib olamiz:

$$\frac{1}{s(1+q)} < \frac{1}{\sigma} < \frac{1}{s(1-q)} \, .$$

Bu tengsizlikni $s\sqrt{n-1}$ ga ko‘paytirib quyidagini hosil qilamiz:

$$\frac{\sqrt{n-1}}{1+q} < \frac{s\sqrt{n-1}}{\sigma} < \frac{\sqrt{n-1}}{1-q} \, ,$$

yoki

$$\frac{\sqrt{n-1}}{1+q} < \chi < \frac{\sqrt{n-1}}{1-q} \, .$$

Bu tengsizlik bajarilishi ehtimoli, yoki unga teng kuchli bo‘lgan (1) tengsizlik bajarilishi ehtimoli quyidagicha:

$$\int_{\frac{\sqrt{n-1}}{1+q}}^{\frac{\sqrt{n-1}}{1-q}} p(\chi, n)d\chi = \gamma .$$

Bu tenglikdan berilgan *n* va γ larga ko‘ra q topiladi. Amalda *q* ni topishda jadvaldan foydalaniladi. Tanlanmadan *s* ni hisoblab va jadvaldan *q* ni topib, izlanayotgan (1) ishonchli interval, ya’ni σ ni γ ishonchli ehtimol bilan qoplovchi

$$s(1-q) < \sigma < s(1+q)$$

Interval topiladi.

Statistik gipotezalarni tekshirish.

Agar bosh to‘plam taqsimoti qonuni noma’lum bo‘lib, lekin uning qo‘rinishini *F(x)* ekanligini taxmin qilishga asos bo‘lsa, u holda quyidagi gipoteza (faraz) ni oldinga surishadi: bosh to‘plam *F(x)* qonuni bo‘yicha taqsimlangan.

Boshqacha hol ham bo‘lishi mumkin: taqsimot qonuni ma’lum; lekin uning parametrlari noma’lum. Agar noma’lum parametr Θ ni aniq bir qiymat Θ_0 ga tengligini faraz qilishga asos bo‘lsa, quyidagi gipotezani oldinga surishadi: $\Theta = \Theta_0$.

Yana boshqacha gipotezalarni oldinga surish mumkin: ikki yoki bir necha taqsimotlarning parametrlari tengligi, tanlanmaning bog‘liqsizligi va boshqalar.

Statistik gipoteza. Nolinchi, konkurent (alternativ), oddiy va murakkab gipotezalar

Statistik gipoteza deb, noma’lum taqsimotning ko‘rinishi yoki ma’lum taqsimotlarning parametrlari haqidagi gipotezalarga aytiladi.
Masalan:

1) Bosh to‘plam Puasson qonuniga asosan taqsimlangan;
2) Ikki normal taqsimlangan to‘plamning dispersiyalari o‘zaro teng;

degan farazlarni oldinga suruvchi gipotezalar statistik gipotezalardir.

Ammo lekin «2010 yilda urush bo‘lmaydi» degan gipoteza statistik gipoteza emas. Oldinga surilgan gipoteza bilan bir qatorda unga qarama-qarshi (zid) gipoteza ham qaraladi. Agar *F(x)* o‘rinli bo‘lmasa, u holda uning aksi o‘rinlidir. Nolinchi (asosiy) gipoteza deb, quyilgan H_0 gipotezaga aytiladi. Konkurent (alternativ) gipoteza deb, nolinchi gipotezaga zid H_1 gipotezaga aytiladi.

Sodda gipoteza deb, yolg‘iz bir farazdan tashkil topgan gipotezaga aytiladi. Masalan: $H_0 : \lambda = 5$, bunda λ - ko‘rsatkichli taqsimotning parametri.

Murakkab gipoteza deb, chekli yoki cheksiz sondagi oddiy gipotezalardan tashkil topgan gipotezalarga aytiladi.

Birinchi va ikkinchi tur xatoliklar

Qo‘yilgan gipotezalar to‘g‘ri yoki noto‘g‘ri bo‘lishi mumkin, shuning uchun uni tekshirishga ehtiyoj tug‘iladi. Tekshirish statistik metodlar asosida olib borilgani uchun uni statistik tekshirish deyiladi. Natijada gipotezalarni statistik tekshirish davomida ikki holda xato xulosa qabul qilinishi mumkin, ya’ni ikki tur xatolikka yul quyilishi mumkin.

Birinchi tur xato shundan iboratki, bunda to‘g‘ri gipoteza rad qilinadi.

Ikkinchi tur xato shundan iboratki, bunda noto‘g‘ri gipoteza qabul qilinadi.

Birinchi tur xatoning ehtimoli qiymatdorlik darajasi deyiladi va α bilan belgilanadi. Ko‘proq $\alpha = 0.05$, $\alpha = 0.01$ qiymatlar beriladi. Agar, $\alpha = 0.05$ qiymatdorlik darajasi qabul qilingan bo‘lsa, bu 100 ta holdan 5 tasida birinchi tur xatolikka yo‘l qo‘yilish xavfi borligini bildiradi. (to‘g‘ri gipotezani rad etish). Ikkinchi tur xatoning ehtimolini β orqali belgilanadi.

Nolinchi gipotezani tekshiruvchi ba’zi bir statistik kriteriyalar

Nolinchi gipotezani tekshirish uchun maxsus tanlangan tasodifiy miqdor ishlatiladi. Uning aniq yoki taxminiy taqsimoti ma’lum bo‘ladi.
Bu miqdorni:

-taqsimoti normal bo‘lganda U yoki Z bilan,

-taqsimoti Fisher-Snedekor qonuni bo‘lganda F yoki V^2 bilan,

-taqsimoti Stьyudent qonuni bo‘lganda T bilan,

-taqsimoti «xi- kvadrat» qonun bo‘lganda χ^2 - bilan, va hokazolar bilan belgilanadi.

Statistik kriteriya (yoki oddiygina kriteriya) deb, nolinchi gipotezani tekshirish uchun xizmat qiladigan K - tasodifiy miqdorga aytiladi.

Gipotezani tekshirish uchun tanlanmaning qiymatlariga asosan kriteriya tarkibiga kirgan kattaliklarning xususiy qiymatlari hisoblanadi va shu taxlikada kriteriyaning xususiy (kuzatilgan) qiymatini hosil qilinadi va uni K_{kuz} deb belgilaymiz.

Кritik soha. Gipotezani qabul qilish sohasi.

Кritik nuqtalar

Aniq bir kriteriya qabul qilingan. Uning qabul qiladigan qiymatlari to‘plami ikkita kesishmaydigan to‘plam ostlariga quyidagicha bo‘linadi: ularning biri kriteriyaning nolinchi gipotezani rad etadigan qiymatlaridan, ikkinchisi kriteriyaning nolinchi gipotezani qabul etadigan qiymatlaridan tashkil topgan bo‘ladi.

- Кritik soha deb kriteriyaning nolinchi gipoteza rad qilinadigan qiymatlari to‘plamiga aytiladi.
- Gipotezaning qabul qilinish sohasi (yo‘l qo‘yilgan qiymatlar sohasi) deb kriteriyaning nolinchi gipoteza qabul qilinadigan qiymatlari to‘plamiga aytiladi.

Statistik gipotezalarni tekshirishning asosiy prinsipi quyidagicha: agar kriteriyaning kuzatilayotgan qiymati kritik sohaga tegishli bo‘lsa, nolinchi gipoteza rad qilinadi; agar kriteriyaning kuzatiladigan qiymati gipotezaning qabul qilinish sohasiga tegishli bo‘lsa, gipoteza kabul qilinadi.

Agar *К* bir o‘lchovli tasodifiy miqdor bo‘lsa, u holda kriteriyaning qiymati biror intervalga tegishli bo‘ladi. Bizga ma’lumki bu interval ikki intervalga, kritik interval va yo‘l qo‘yiladigan qiymatlar intervaliga ajraladi.

- Кritik nuqtalar (chegaralar) $K_{\kappa r}$ deb, kritik sohani gipotezaning qabul qilinish sohasidan ajratib turadigan nuqtalarga aytiladi.
- o‘ng tomonlama kritik soha deb, $K > K_{\kappa r}$ tengsizlik bilan aniqlanadigan kritik sohaga aytiladi, bunda $K_{\kappa r}$ - musbat son (1-rasm).

4-rasm

- Chap tomonlama kritik soha deb $K < K_{кr}$ tengsizlik bilan aniqlanadigan kritik sohaga aytiladi, bunda $K_{кr} < 0$ son (2-rasm).

5-rasm

Bir tomonlama kritik soha deb, o‘ng tomonlama yoki chap tomonlama kritik sohaga aytiladi. Ikki tomonlama kritik soha deb, $K < K^1_{кr}$, $K > K^2_{кr}$ tengsizliklar bilan aniqlanadigan kritik sohaga aytiladi, bunda $K^2_{кr} > K^1_{кr}$. Xususan, kritik nuqtalar nolga nisbati simmetrik bo‘lsa, u holda ikki tomonlama kritik soha ($K_{кr} > 0$ degan farazda) $K < -K_{кr}, k > K_{кr}$ tengsizliklar bilan yoki bunga teng kuchli bo‘lgan $|K| > K_{кr}$ tengsizlik bilan aniqlanadi. Endi $K_{кr}$ qanday topilinishini ko‘raylik. Shu maqsadda avvalo qiymatdorlik darajasi α beriladi. So‘ngra o‘ng tomonlama kritik soha uchun kritik nuqta $K_{кr}$ ni H_0 gipoteza o‘rinli bo‘lganda kriteriya qiymati K ning $K_{кr}$ dan katta bo‘lish ehtimoli oldindan berilgan α ga teng bo‘lishlik shartidan topiladi. Ya’ni H_0 o‘rinli bo‘lganda

$$P(K > K_{кr}) = \alpha \qquad (1)$$

dan topiladi.

Har bir kriteriya uchun maxsus jadvallar berilgan bo‘lib [1,2] ulardan berilgan munosabatni qanoatlantiruvchi kritik nuqtaning qiymati topiladi.

ESLATMA: kritik nuqta $K_{кr}$ topilgandan keyin tanlanmaning berilganiga ko‘ra kriteriyaning kuzatilgan qiymati hisoblanadi va agar $K_{кuz} > K_{кr}$ bo‘lsa, u holda H_0 - rad etiladi; agar $K_{кuz} < K_{кr}$ bo‘lsa u holda H_0 ni rad etishga asos yo‘q. (1)– tenglikdan foydalanganda biz α ehtimollik bilan birinchi tur xatolikka yo‘l qo‘yayapmiz. Chap tomonlama kritik sohani topish uchun $K < K_{кr}$ tengsizlikdan foydalanamiz.

Bunda $K_{кr}$ - kritik nuqta H_0 o‘rinli bo‘lgan holda $P(K < K_{кr}) = \alpha$ shartdan topiladi.

Ikki tomonlama kritik sohani topish uchun $K < K^1_{кr}$, $K > K^2_{кr}$ tengsizliklardan foydalanamiz, bunda $K^1_{кr}$ va $K^2_{кr}$ - kritik nuqtalar H_0 o‘rinli bo‘lgan holda $P(K < K^1_{кr}) + P(K > K^2_{kr}) = \alpha$ shartdan topiladi.

Kriteriyaning quvvati

Biz kritik sohani, H_0 o‘rinli bo‘lganda bu sohaga kriteriya qiymati tegishli bo‘lishning ehtimoli α teng bo‘lishlik shartidan topdik. Tajriba shuni ko‘rsatadiki, kriteriya qiymatining kritik sohaga tegishli bo‘lishlik ehtimolini, H_0 - noto‘g‘ri bo‘lganda, ya’ni H_1 o‘rinli bo‘lganda, kiritish maqsadga muvofiq ekan. Kriteriyaning quvvati deb H_1- o‘rinli bo‘lganda kriteriya qiymatining kritik sohaga tegishli bo‘lish ehtimoliga aytamiz. Ya’ni: kriteriya quvvati, H_1 to‘g‘ri bo‘lganda H_0-rad etilishi ehtimoliga teng. Gipotezani tekshirish uchun qiymatdorlik darajasi qabul qilingan va tanlanma hajmi fiksirlangan songa teng bo‘lib, faqat kritik sohani tanlashda erkinlik qolgan bo‘lsin. Kritik sohani, kriteriyaning quvvati eng katta bo‘ladigan qilib qurish maqsadga muvofiqligini ko‘rsataylik. Avvalo ikkinchi tur xatolikning (noto‘g‘ri gipoteza qabul qilishning) ehtimoli β ga teng bo‘lsa, u holda kriteriyaning quvvati 1-β ga teng bo‘lishiga ishonch hosil qilaylik. Haqiqatdan, agar β - ikkinchi tur xatolikning, ya’ni «H_0- qabul qilindi, H_1- o‘rinli» hodisasining ehtimoli bo‘lsa, u holda unga teskari «H_0- rad etildi, H_1- o‘rinli» hodisaning ehtimoli, ya’ni kriteriyaning quvvati 1- β ga teng. Agar quvvat 1-β o‘ssa, albatta β ehtimol, ya’ni ikkinchi tur xatolikka yo‘l qo‘yish kamayadi. Demak, qanchalik kriteriyaning quvvati katta bo‘lsa, shunchalik ikkinchi tur xatolikka yo‘l quyish ehtimoli kichik bo‘ladi.

ESLATMA. Kriteriya quvvati, bu ikkinchi tur xatolikka yo‘l quyilmaslik ehtimolidir. Shu narsa aniq bo‘ldiki, α va β lar qanchalik kichik bo‘lsalar, shunchalik kriteriya yaxshi hisoblanadi. Lekin bir vaqtning o‘zida α ni ham, β ham kichik qilish mumkin emas. Agar α ni kichraytirsak, β oshib ketib qoladi.

Pirsonning muvofiqlik kriteriyasi

Agar, bosh to‘plamning taqsimot qonuni noma’lum bo‘lib, lekin bu qonun ko‘rinishi *G‘* ekanligini tahmin qilishga asos bo‘lsa, u holda quyidagi nolinchi gipoteza H_0 ni tekshirishadi: H_0: bosh to‘plam *G‘* taqsimot qonuni bilan taqsimlangan. Buning uchun maxsus tanlangan tasodifiy miqdor – muvofiqlik kriteriyasidan foydalaniladi. Muvofiqlik kriteriyasi deb noma’lum taqsimotning taxmin qilingan qonuni haqidagi gipotezani tekshirish kriteriyasiga aytiladi.

Muvofiqlik kriteriyalaridan biri Pirsonning muvofiqlik kriteriyasi bo‘lib, bu kriteriya yordamida empirik va nazariy chastotalar taqqoslanadi. Empirik chastotalar deb tanlanmaning kuzatilayotgan chastotalariga aytiladi. Nazariy chastotalar deb bosh to‘plamning X miqdoriy belgisi faraz qilingan taqsimot bilan taqsimlangan degan shart bo‘yicha nazariy yo‘l bilan hisoblangan chastotalarga aytiladi va ular $n_i^{/} = n \cdot P_i$ tenglikdan topiladi. Bunda n- tanlanma hajmi, P_i – X miqdoriy belgi diskret bo‘lgan holda shu miqdoriy belgining qiymati x_i – ning, faraz qilingan taqsimot bo‘yicha hisoblangan ehtimolidir. Agar X – miqdoriy belgi ma’lum bir uzluksiz taqsimot qonuni bilan taqsimlangan degan gipotezani tekshirish kerak bo‘lsa, bu holda X-ning barcha qabul qiladigan qiymatlari sohasini teng uzunlikdagi, kesishmaydigan s intervalga bo‘lishadi. Tanlanmaning qiymatlari sifatida intervallar o‘rtalarini, mos chastotalari sifatida tanlanmaning shu intervalga tushgan qiymatlarining sonini olishadi. Bu holda P_i tanlanma x_i qiymatining i- intervalga tushish ehtimolidir.Pirsonning muvofiqlik kriteriyasini bosh to‘plam normal taqsimlanganligini tekshirishda ko‘rsatamiz (kriteriya boshqa taqsimotlar uchun ham xuddi shunday ishlatiladi).

Faraz qilamiz, n-hajmli tanlanma berilgan bo‘lsin:

$$X_i: \ x_1, x_2, \ldots, x_s$$

$$n_i: \ n_1, n_2, \ldots, n_s$$

$$n = n_1 + n_2 + \ldots + n_s$$

Berilgan qiymatdorlik darajasi α da bosh to‘plam normal taqsimlangan degan gipotezani tekshirish talab qilingan bo‘lsin. Buning uchun

H_0: - bosh to‘plam normal taqsimlangan degan farazda $n_i^{/}$ nazariy chastotalar hisoblanadi. H_0 – ni tekshirish kriteriyasi sifatida quyidagi tasodifiy miqdor olinadi:

$$\chi^2 = \sum \frac{(n_i - n_i')^2}{n_i'}; \qquad (1)$$

$n \to \infty$ da bu tasodifiy miqdor taqsimoti ozodlik darajasi k ga teng bo‘lgan χ^2-ning taqsimot qonuniga intiladi. k ozodlik darajasi quyidagi tenglikdan topiladi:

$$k = r - s - 1.$$

Bunda s – tanlanma gruppalari soni (xususiy intervallar).

r – faraz qilingan taqsimotning parametrlari soni.

H_0 gipoteza to‘g‘ri degan faraz ostida $P(\chi^2 > \chi^2_{kr}(\alpha; k)) = \alpha$ bo‘lishlik shartidan kelib chiqib o‘ng tomonlama kritik sohani tuzamiz. Shunday qilib o‘ng tomonlama kritik soha quyidagi tengsizlik orqali ifodalanadi:

$$\chi^2 > \chi^2_{kr}(\alpha; k).$$

H_0 ni qabul etish sohasi esa quyidagi tengsizlik bilan ifodalanadi.

$$\chi^2 < \chi^2_{\mathrm{kr}}(\alpha; \mathrm{k}).$$

Kuzatishlar natijasida hisoblangan kriteriyaning qiymatini χ^2_{kuz} bilan belgilaymiz va H_0 ni tekshirish qoidasini keltiramiz:

Qoida. Qiymatdorlik darajasining berilgan qiymatida, H_0 gipotezani tekshirish uchun avvalo nazariy chastota hisoblanadi, so‘ngra kriteriyaning kuzatilgan qiymati:

$$\chi^2_{kuz} = \sum \frac{(n_i - n_i')^2}{n_i'} \qquad (2)$$

hisoblanadi va χ^2- taqsimotning kritik nuqtalari jadvalidan [1] berilgan qiymatdorlik darajasi bilan, ozodlik darajasi $k = s - 3$ (normal taqsimot uchun $r = 2$) ga mos keluvchi o‘ng tomonlama kritik sohaning kritik nuqtasi $\chi^2_{kr}(\alpha; k)$ topiladi. Agarda $\chi^2_{kuz} < \chi^2_{kr}$ bo‘lsa, bosh to‘plamning normal taqsimlanganligi haqidagi H_0 gipotezani rad etishga asos yo‘q.

Boshqacha aytganda, empirik va nazariy chastotalar farqi muhim emas (tasodifiy).

Agar $\chi^2_{kuz} > \chi^2_{kr}$ bo‘lsa, nolinchi gipoteza rad qilinadi. Boshqacha aytganda, empirik va nazariy chastotalar farqi muhim.

Normal taqsimotning nazariy chastotalarini hisoblash usuli

Biz ko‘rdikki, Pirson kriteriyasining asosi empirik va nazariy chastotalarni taqqoslashdan iborat. Empirik chastotalar tajriba yo‘li bilan topiladi. Endi bosh to‘plam normal taqsimlangan degan faraz ostida nazariy chastotalar qanday topilishining bir usulini ko‘ramiz.

1. X belgining kuzatilgan qiymatlar intervalini (tanlanma hajmi n ga teng) s ta bir xil uzunlikdagi xususiy (x_i, x_{i+1}) intervallarga bo‘linadi. Ularning o‘rtalari topiladi:

$$x*_i = \frac{x_i + x_{i+1}}{2}$$

$x*_i$ variantaning chastotasi n_i^* sifatida bu intervalga tushgan variantlar sonini olamiz. Shunday qilib, teng uzoqlikda turuvchi variantalar va ularga mos keluvchi chastotalar ketma-ketligiga ega bo‘lamiz:

$$\begin{array}{ll} X*_i & x*_1, x*_2, \dots, x*_n \\ n_i^* & n*_1, n*_2, \dots, n*_n \\ \sum n_i^* = n & \end{array}$$

2. Ko‘paytmalar yoki yig‘indilar usuli yordamida $\overline{X}*_i$ - tanlanma o‘rta qiymat va $\tau*$- tanlanma o‘rtacha kvadratik chetlashishni hisoblaymiz.

A) Ko‘paytmalar metodi:

$$\begin{array}{ll} X*_i & x*_1, x*_2, \dots, x*_m \\ n_i^* & n*_1, n*_2, \dots, n*_m \end{array}$$

Bunda x_i^* -lar teng uzoqlashgan variantalar va n_i^* -lar mos chastotalar.

$$\overline{X}*_i = M_1 * h + C$$

$$\tau*_i = [M*_2 - (M_1*)] \cdot h^2$$

larni ko‘paytmalar metodi bilan topish usuli quyidagicha: Bunda h qadam (ikkita qo‘shni varianta orasidagi ayirma); C - soxta nol (eng katta chastotaga ega bo‘lgan varianta)

$u_i = \dfrac{x_i^* - C}{h}$ - shartli variantaga o‘tib olib so‘ngra

$M_1* = \dfrac{\sum (n_i^* u_i)}{n}$, $M_2* = \dfrac{\sum (n_i^* u_i^{\ 2})}{n}$ larni hisoblaymiz.

Hisoblashlarni tekshirish uchun

$\sum n_i^* (u_i + 1)^2 = \sum n_i^* u_i^{\ 2} + 2\sum n_i^* u_i + n$ ayniyatdan foydalaniladi.

$M_1 * \text{ва} \quad M_2 *$ larni hisoblashlar qo‘yidagi jadval ko‘rinishiga olib boriladi:

1-jadval

1	2	3	4	5	6
x_i	n_i^*	u_i	$n_i^* u_i$	$n_i^* u_i^2$	$n_i^* (u_i + 1)^2$
. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .
	$n=N$		$\sum n_i^* u_i$	$\sum n_i^* u_i^2$	$\sum n_i^* (u_i + 1)^2$

B) Yig‘indilar usuli:

(1) – tanlanma empirik taqsimoti berilgan bo‘lsin.

Huddi ko‘paytmalar usulidagidek bunda ham

$$\overline{X} *_i = M_1 * h + C$$

$$\tau *_i = [M *_2 - (M_1 *)] \cdot h^2$$

larni hisoblash talab etiladi. Yig‘indilar usulidan foydalanishda birinchi va ikkinchi tartibli shartli momentlar ushbu formulalar bilan topiladi.

$$M_1 * = \frac{d_1}{n} \quad M_2 * = \frac{S_1 - 2 \cdot S_s}{n}$$

Bunda

$$d_1 = a_1 - b_1, \quad S_1 = a_1 + b_1, \quad S_2 = a_2 + b_2 .$$

Shunday qilib pirovardida $a_1, \quad a_2, \quad b_1, \quad b_2$ larni hisoblash lozim. Hisoblashlar quyidagi jadval ko‘rinishida olib boriladi.

2-jadval

x_1	n_1	n_1	n_1
x_2	n_2	n_1+n_2	$n_1+(n_1+n_2)$
x_3	n_3	$n_1+n_2+n_3$	$n_1+(n_1+n_2)+$ $+(n_1+n_2+n_3)$
...	...	...	...
x_{S-2}	n_{S-2}	$n_1+n_2+...+n_{S-2}$	$n_1+(n_1+n_2)+...+$ $+(n_1+n_2+...+n_{S-2})$
x_{S-1}	n_{S-1}	$n_1+n_2+...+n_{S-1}$	0
x_S	n_S	0	0
x_{S+1}	n_{S+1}	$n_1+n_2+...+n_{S+1}$	0
x_{S+2}	n_{S+2}	$n_1+n_2+...+n_{S+2}$	$n_1+(n_1+n_2)+...+$ $+(n_1+n_2+...+n_{S+2})$
...	...	...	...
x_{m-2}	n_{m-2}	$n_m+n_{m-1}+n_{m-2}$	$n_m+(n_m+n_{m-1})+$ $+(n_m+n_{m-1}+n_{m-2})$
x_{m-1}	n_{m-1}	n_m+n_{m-1}	$n_m+(n_m+n_{m-1})$
x_m	n_m	n_m	n_m

Bunda x_S - eng katta chastotaga ega bo‘lgan varianta

$$n=n_1+n_2+...+n_m,\ \ b_1=(s-1)n_1+(S-2)n_2+...+2n_{s-1}+n_s$$

$$a_1=(m-s)n_m+(m-s-1)n_{m-1}+...+2n_{s+1}+n_{s+1}$$

$$b_2=\frac{(s-1)(s-2)}{2}n_1+\frac{(s-2)(s-3)}{2}n_2+...+2n_{s-3}+n_{s-2}$$

$$a_2=\frac{(m-s)(m-s-1)}{2}n_m+\frac{(m-s-1)(m-s-2)}{2}n_{m-1}++...+2n_{s+3}+n_{s+2}$$

3) X ni normalaymiz, ya'ni

$$Z=\frac{X-\bar{x}^*}{\tau^*}.$$

Tasodifiy miqdorga o'tamiz intervallarning uchlarini hisoblaymiz:

$$z_i=\frac{x_i-\bar{x}^*}{\tau^*};\quad z_{i+1}=\frac{x_{i+1}-\bar{x}^*}{\tau^*}.$$

Bunda Z-ning eng kichik qiymatini, ya'ni z_1 ni $-\infty$ ga teng, eng katta qiymatini, ya'ni z_m ni esa $+\infty$ ga teng deb olamiz.

4) Ushbu nazariy chastotalar hisoblanadi:

$$n_i'=n\cdot P_i$$

Bunda n-tanlanma hajmi (barcha chastotalar yig'indisi).
$P_i=\Phi(z_{i+1})-\Phi(z_i)$ esa X ning $(x_i;x_{i+1})$ intervallarga tushish ehtimoli, $\Phi(z)$ - Laplas funksiyasi.

Korrelyatsiyon analiz elementlari.
Masalaning qo'yilishi va yechilishi

Amaliyotda biror tasodifiy miqdor Y ning ikkinchi tasodifiy miqdor X dan bog'liqligini formula ko'rinishda ifodalash va bu bog'liqlik kuchini aniqlash masalasi qo'yiladi. Bu ikki masala korrelatsion analizning asosiy masalalaridir.

Kuzatishlar natijasida olingan Y va X o'zaro bog'liq tasodifiy miqdorlarning qiymatlarini dastlabki sifat analizi yordamida quyidagi korrelatsion jadval ko'rinishida yozib olamiz:

3-jadval

Y / X	Y_1	Y_2	Y_3	....	Y_n	Σn_{x_i}
X_1	n_{11}	n_{12}	n_{13}	....	n_{1n}	Σn_{x_1}
X_2	n_{21}	n_{22}	n_{23}	....	n_{2n}	Σn_{x_2}
X_3	n_{31}	n_{32}	n_{33}	....	n_{3n}	Σn_{x_3}
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
X_m	n_{m1}	n_{m2}	n_{m3}	....	n_{mn}	Σn_{x_m}

Σn_{y_i}	Σn_{y_2}	Σn_{y_3}	Σn_{y_3}	....	Σn_{y_n}	Σn_{xy}

Ikki tasodifiy miqdorlar o‘zaro funksional bog‘langan bo‘lishi, statistik bog‘langan bo‘lishi yoki o‘zaro bog‘liqsiz bo‘lishi mumkin.

Funksional bog‘lanish deb,

$$Y=\varphi(X) \qquad (1)$$

ko‘rinishdagi bog‘lanishga aytiladi.

Bir tasodifiy miqdorning o‘zgarishi, ikkinchi tasodifiy miqdorning taqsimoti o‘zgarishiga olib keladigan bog‘lanishga statistik bog‘lanish deyiladi.

Korrelatsion bog‘lanish- statistik bog‘lanishning xususiy holi bo‘lib, bunda bir miqdorning o‘zgarishi ikkinchi miqdorning o‘rtacha qiymati o‘zgarishiga olib keladi.

Agar bir miqdorning o‘zgarishi ikkinchi miqdorning o‘zgarishiga umuman ta’sir etmasa, bu ikki miqdor o‘zaro bog‘liqsiz deyiladi.

Y miqdor bilan *X* miqdor funksional bog‘liq bo‘lmay, korrelyatsion bog‘liq bo‘lishiga misol keltiramiz.

Y- bug‘doy hosili, *X*- bug‘doy dalasiga solingan mineral o‘g‘it bo‘lsin.

Ma’lumki, bir xil dala va bir xil mineral o‘g‘it berilishiga qaramay ikki daladan ikki xil hosil yig‘iladi.

Bunga sabab, har xil o‘zga tasodifiy omillarning ta’siridir (yog‘insochin, havoning darajasi va boshqalar). Lekin, tajriba shuni ko‘rsatadiki, olingan o‘rtacha hosil dalaga solingan mineral o‘g‘it miqdoriga bog‘liq bo‘ladi, ya’ni *Y* va *X* lar korrelyatsion bog‘langandir.

Korrelatsion bog‘lanish ta’rifining matematik modelini qurish uchun, shartli o‘rtacha qiymat tushunchasini kiritamiz.

Bizga *X* va *Y* tasodifiy miqdorlar bog‘lanishini o‘rganish talab etilgan bo‘lsin.

Shartli o‘rtacha_qiymat $\bar{y}_x$ deb, *Y* miqdorning $X=x$ qiymatiga mos keluvchi o‘rtacha arifmetik qiymatiga aytiladi.

Agar *X* ning har bir *x* qiymatiga yagona shartli o‘rtacha qiymat mos kelsa, bu holda shartli o‘rtacha qiymat *x* ning funksiyasi bo‘ladi va *Y* miqdor *X* miqdordan korrelyatsion bog‘liq bo‘ladi.

Demak, *Y* ning *X* dan korrelatsion bog‘liqligi deb, $\bar{y}_x$ shartli o‘rtacha qiymatning *X* dan funksional bog‘liqligiga aytiladi:

$$\bar{y}_x = f(X) \qquad (2)$$

(2) tenglama *Y* ning *X* ga regressiya tenglamasi deyiladi. *f(X)* funksiya *Y* ning *X* ga regressiyasi va uning grafigi nazariy regressiya chizig‘i deyiladi.

Shunday qilib, biz korrelatsion analizning ikki asosiy masalasini yechishning matematik modelini yaratdik. Endi korrelatsion analizning ikki asosiy masalasini alohida aniqlab olamiz.

Birinchi masala:— korrelatsion bog‘liqlikning formasini, ya’ni regressiya funksiyasi *f(X)* ning ko‘rinishini topish (chiziqli, kvadratik, ko‘rsatkichli va hokazolar).

Ikkinchi masala:— korrelatsion bog‘liqlikning zichligini (kuchini) sonli harakteristika bilan ifodalash.

Birinchi masalani yechish uchun regressiyaning empirik chizig‘ini topamiz.

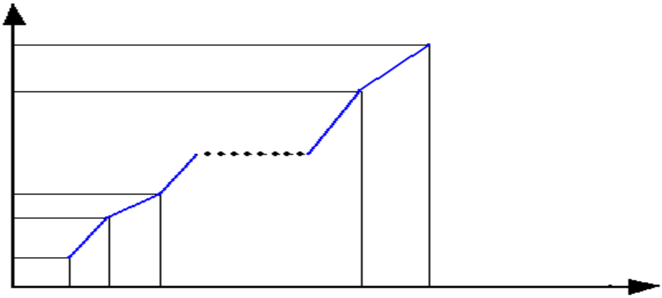
1-korrelyatsion jadvalga asosan *X* miqdorning qiymatlari x_i lar bilan shartli o‘rta qiymatlar $\bar{y}_{x_i}$ lar bilan orasidagi moslik jadvalini tuzamiz.

4-jadval

X_i	X_1	X_2	X_3	...	X_m
$\bar{y}_{x_i}$	$\bar{y}_{x_1}$	$\bar{y}_{x_2}$	$\bar{y}_{x_3}$	...	$\bar{y}_{x_m}$

So‘ngra dekart koordinatalar sistemasida *Y* o‘qni $\bar{y}_x$ bilan belgilaymiz. Bu sistemada $M_i(x_i, \bar{y}_{x_i})$ nuqtalarni belgilab, ulrani kesmalar bilan o‘zaro tutashtiramiz. Hosil bo‘lgan siniq chiziq *Y* ning *X* ga regressiyasining empirik chizig‘i deyiladi (6- rasm).

$\bar{y}_{x_i}$



6-rasm

Chiziqli korrelatsiya

Regressiya chizig'ining formasi va tenglamasini regressiyaning empirik chizig'i ko'rinishiga qarab taxmin qilishadi. Agar $M_i(x_i, \ \bar{y}_{x_i})$ nuqtalar biror to'g'ri chiziq atrofida taqsimlangan bo'lsa, u holda regressiya chizig'i *f(X)* to'g'ri chiziqli regressiya deb ataladi va *f(X)* funksiyaning ko'rinishini ga teng

$$\bar{y}_x = aX + b \tag{3}$$

funksiya parametrlari *a* va *b* larni topishga keltiriladi.

Eng kichik kvadratlar usuli yordamida *a* va *b* lar quyidagi tengliklardan topiladi:

$$a = \frac{\overline{xy} - \bar{x}\bar{y}}{\overline{x^2} - (\bar{x})^2}; \qquad b = \bar{y} - a\bar{x}.$$

Bunda:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{m} n_{x_i} x_i}{N}; \qquad \bar{y} = \frac{\sum_{j=1}^{n} n_{y_j} y_j}{N};$$

$$\overline{xy} = \frac{\sum_{\substack{i=1\\ j=1}}^{\substack{j=n\\ i=m}} n_{x_i y_j} x_i y_j}{N}; \qquad \overline{x^2} = \frac{\sum_{i=1}^{m} n_{x_i} x_i^{2}}{N}; \qquad \overline{y^2} = \frac{\sum_{j=1}^{n} n_{y_j} y_j}{N}.$$

Bularni (3) ga qo'yib,

$$\bar{y}_x - \bar{y} = a(x - \bar{x}) \tag{4}$$

ni hosil qilamiz.

$$a=\frac{\overline{xy}-\overline{x}\,\overline{y}}{\overline{x^2}-(\overline{x})^2}$$

kattalikni Y ning X ga tanlanma regressiya koeffisienti deb ataymiz, va ρ_{yx} bilan belgilaymiz, ya'ni

$$\rho_{yx}=\frac{\overline{xy}-\overline{x}\,\overline{y}}{\overline{x^2}-(\overline{x})^2}; \qquad (5)$$

(5) ni (4) ga qo'yib,

$$\overline{y}_x-\overline{y}=\rho_{yx}(x-\overline{x}) \qquad (6)$$

tenglamani hosil qilamiz.

Endi $\overline{x^2}-(\overline{x})^2=\sigma_x{}^2$ va $\overline{y^2}-(\overline{y})^2=\sigma_y{}^2$ ekanligini hisobga olib, (5) tenglikdan

$$\rho_{yx}=\frac{\overline{xy}-\overline{x}\,\overline{y}}{\sigma_x{}^2}$$

yoki

$$\rho_{yx}\cdot\frac{\sigma_x}{\sigma_y}=\frac{\overline{xy}-\overline{x}\,\overline{y}}{\sigma_x\sigma_y}$$

tengliklarni hosil qilamiz.

$\rho_{yx}\cdot\dfrac{\sigma_x}{\sigma_y}$ ni korrelatsiya koeffitsienti deb ataymiz va r_T bilan belgilaymiz:

$$r_T=\rho_{\text{yx}}\cdot\frac{\sigma_x}{\sigma_y}=\frac{\overline{xy}-\overline{x}\,\overline{y}}{\sigma_x\sigma_y}.$$

Bu oxirgi tenglikdan:

$$\rho_{yx}=r_T\cdot\frac{\sigma_y}{\sigma_x};$$

tenglikni hosil qilamiz va bu qiymatni (6) tenglikka qo'yib,

$$\overline{y}_x-\overline{y}=r_T\,\frac{\sigma_y}{\sigma_x}(x-\overline{x}) \qquad (7)$$

Y ning *X* ga e’g‘ri chiziqli regressiyasining tanlanma tenglamasini hosil qilamiz. Shunday qilib, birinchi masala yechildi.

Endi ikkinchi masalani qaraymiz. *Y* ning *X* dan bog‘liqlik zichligi, *Y* ning qiymatlari shartli o‘rtacha qiymat $\overline{y}_x$ atrofida tarqalish (sochilish) kattaligiga bog‘liq bo‘ladi.

Agar tarqalish kattaligi katta bo‘lsa, *Y* ning *X* dan kuchsiz bog‘liqligini yoki umuman bog‘liq emasligini ko‘rsatadi.

Tarqalish kattaligining kichik bo‘lishi yetarlicha kuchli bog‘liqlik borligini ko‘rsatadi. Ba’zan, *Y* bilan *X* funksional bog‘lanishda bo‘lsada, ikkilamchi tasodifiy faktorlar ta’siri ostida bu bog‘lanish buzilgan, natijada *X* ning yagona qiymatida, *Y* bir necha qiymat olishi mumkin.

Agar biz S_y deb *Y* ning $\overline{y}_x$ shartli o‘rta qiymat atrofida kuzatilgan qiymatlarining dispersiyasi (sochilishi) ni, D_y deb *Y* ning $\overline{y}$ umumiy o‘rta qiymat atrofida kuzatilgan qiymatlarining dispersiyasini belgilasak, u holda

$$S_y=D_y(1-r_T^2) \tag{8}$$

tenglik o‘rinli bo‘ladi.

Bu tenglikdan ko‘rinib turibdiki, $|r_T| \leq 1$ bo‘ladi (chunki $S_y \geq 0$) va S_y katta bo‘lishi uchun r_T ning 0 ga yaqin bo‘lishi yetarli. Xuddi shunday, S_y kichik bo‘lishi uchun $|r_T|$ ning 0 ga yaqin bo‘lishi yetarli. Yuqorida aytilganlardan r_T tanlanma korrelatsiya koeffisienti *Y* belgi bilan *X* belgi orasidagi to‘g‘ri chiziqli bog‘liqlikning zichligi me’yorini aniqlab berishi kelib chiqadi. $|r_T|$ qanchalik 1 ga yaqin bo‘lsa, bog‘liqlik shuncha kuchli, $|r_T|$ qanchalik 0 ga yaqin bo‘lsa shuncha kuchsiz bo‘ladi.

2-§. Namunaviy misol va masalalar yechimi

1-misol. Tanlanma taqsimot berilgan:

x_i	2	4	5	7
n_i	15	15	10	10

Nisbiy chastotali taqsimoti yozilsin.

Yechish: To‘plam hajmi: $n=\sum_{i=1}^{4} n_i = 15+15+10+10=50$.

Nisbiy chastotalarni hisoblaymiz:

$w_i = \frac{n_i}{n} = \frac{15}{50} = 0{,}3, \quad w_i = \frac{n_i}{n} = \frac{15}{50} = 0{,}3, \quad w_i = \frac{n_i}{n} = \frac{10}{50} = 0{,}2,$

$w_i = \frac{n_i}{n} = \frac{10}{50} = 0{,}2,$

Demak,

x_i	2	4	5	7
n_i	0,3	0,3	0,2	0,2

$$\sum_{i=1}^{4} w_i = 0{,}3 + 0{,}3 + 0{,}2 + 0{,}2 = 1$$

2-misol. Berilgan tanlanma taqsimotga ko‘ra empirik funksiya tuzing:

x_i	2	6	10
n_i	12	18	30

Yechish:

$$n = 12 + 18 + 30 = 60.$$

Tanlanmaning hajmi $n = 60$ ga teng. Eng kichik varianta 2 ga teng bo‘lgani uchun, $x \le 2$ qiymatlarda $F_n^*(x) = 0$ bo‘ladi. Belgining $X < 6$ qiymatlari, chunonchi $x_1 = 2$ qiymati 12 marta kuzatilgan, demak, $2 < x \le 6$ bo‘lganda

$$F_n^*(x) = \frac{12}{60} = \frac{1}{5} = 0{,}2.$$

Belgining $X < 10$ qiymatlari, chunonchi $x_1 = 2$ va $x_2 = 6$ qiymatlari 12+18=30 marta kuzatilgan, demak, $6 < x \le 10$ bo‘lganda

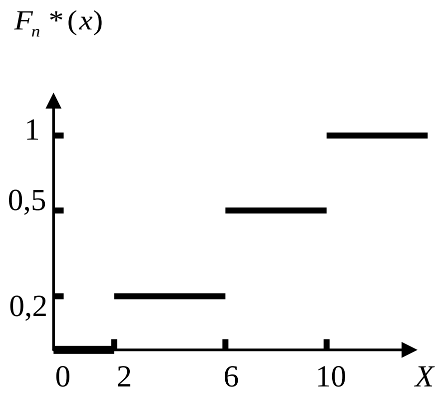
$$F_n^*(x) = \frac{30}{60} = 0{,}5\,.$$

Belgining $x_3 = 10$ qiymati eng katta variantaga teng bo‘lgani uchun $x > 10$ bo‘lganda $F_n^*(x) = 1$ ga teng bo‘ladi.

Izlanayotgan empirik funksiyani yozamiz:

$$F_n^*(x) = \begin{cases} 0, & x \le 2; \\ 0.2, & 2 < x \le 6; \\ 0.5, & 6 < x \le 10; \\ 1, & x > 10. \end{cases}$$

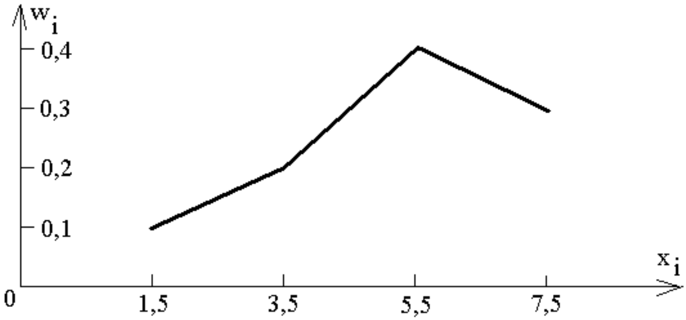
Bu funksiyaning grafigi 7-rasmda berilgan.



7-rasm.

3-misol. Tanlanmaning quyida berilgan taqsimoti bo‘yicha nisbiy chastotalar poligonini yasang:

x_i	*1,5*	*3,5*	*5,5*	*7,5*
w_i	*0,1*	*0,2*	*0,4*	*0,3*



8-rasm.

Yechish: absissalar o‘qida x_i variantalarni, koordinatalar o‘qida esa mos keluvchi w_i nisbiy chastotalarni qo‘yamiz; (x_i, w_i) nuqtalarni to‘g‘ri chiziq kesmalari bilan tutashtirib, izlanayotgan nisbiy chastotalar poligonini hosil qilamiz (8-rasm).

4-misol.Tanlanmaning quyida berilgan taqsimoti bo‘yicha chastotalar gistogrammasini yasang:

5-jadval

Interval nomeri	Qismiy interval	Intervaldagi variantalar chastotalari yig‘indisi	Chastota zichligi
i	$x_i - x_{i-1}$	n_i	n_i/h
1	5-10	4	0,8
2	10-15	6	1,2
3	15-20	16	3,2
4	20-25	36	7,2
5	25-30	24	4,8
6	30-35	10	2,0
7	35-40	4	0,8

Yechish: Abssissalar o‘qida *h=5* uzunlikdagi berilgan intervallarni yasaymiz. Bu intervallarning ustida abssissalar o‘qiga parallel va undan tegishli chastota zichliklari $\frac{n_i}{h}$ ga teng masofada bo‘lgan kesmalar o‘tkazamiz. Masalan, (5;10) intervalning ustida abssissalar o‘qiga parallel qilib, $\frac{n_i}{h} = 4/5 = 0{,}8$ masofada kesma yasaymiz. Qolgan kesmalar ham shunga o‘xshash yasaladi. Izlanayotgan chastotalar gistogrammasi 9-rasmda tasvirlangan.

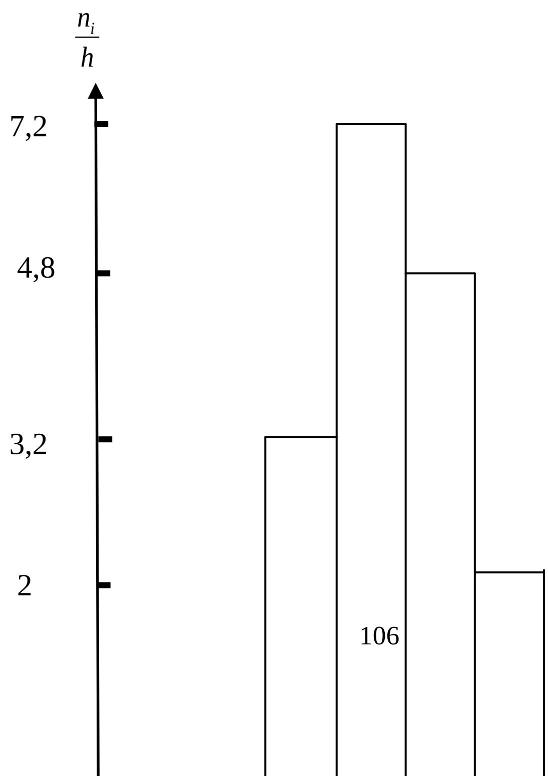
5-misol. Bosh to‘plamdan hajmi *n=100* ga teng tanlanma olingan va taqsimoti yozilgan:

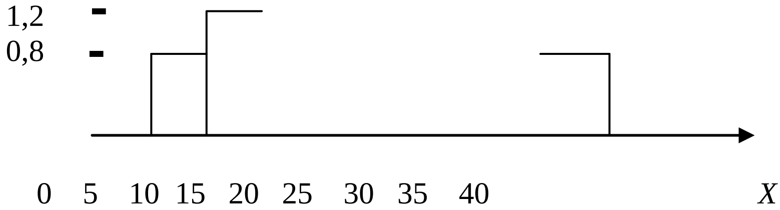
varianta x_i:	1220	1270	1290	1330
chastota n_i:	40	10	20	30

Bosh to‘plamning o‘rta qiymati uchun siljimagan baho topilsin.

Yechish. Bu holda quyidagi shartli variantalarga o‘tamiz.Buning uchun: $u_i = x_i - c.$ $c = 1280$ deb olamiz.

$$\bar{x}_T = \frac{\sum n_i x_i}{n} = c + \frac{\sum n_i u_i}{n}$$





9-rasm

$$u_1 = 1220 - 1280 = -60, \quad u_2 = 1270 - 1280 = -10,$$
$$u_3 = 1290 - 1280 = 10 \qquad u_4 = 1330 - 1280 = 50$$

Sartli variantalar uchun taqsimotini yozamiz:

varianta u_i:	-60	-10	10	50
chastota n_i:	40	10	20	30

Bosh to‘plamning o‘rta qiymati uchun siljimagan bahoni yozamiz:

$$\overline{x}_T = c + \frac{\sum n_i u_i}{n} = 1280 + \frac{-60 \cdot 40 - 10 \cdot 10 + 10 \cdot 20 + 50 \cdot 30}{100} =$$

$$= 1280 - \frac{800}{100} = 1280 - 8 = 1272. \text{ Demak, } \overline{x}_T = 1272.$$

6-misol. Tanlanma to‘plamning hajmi $n = 196$, o‘rta qiymati $\overline{x}_T = 75{,}09$ va o‘rta kvadratik chetlanishi $\sigma = 14$, ishonchliligi $\gamma = 0{,}95$ ga teng bo‘lganda normal taqsimotga ega bo‘lgan bosh to‘plamning matematik kutilmasi a uchun ishonchlilik intervali topilsin.

Yechish: Tanlanma to‘plamning hajmi n, o‘rta kvadratik chetlanishi σ va o‘rta qiymati $\overline{x}_T$ ma’lum bo‘lganda, a parameter uchun ishonchlilik intervali

$$\overline{x}_T - t\frac{\sigma}{\sqrt{n}} < a < \overline{x}_T + t\frac{\sigma}{\sqrt{n}}.$$

tenglik yordamida aniqlanadi; bunda t ni

$$\Phi(t) = \frac{\gamma}{2}$$

tenglik yordamida 1-jadvaldan topiladi.

$$\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} = \frac{0,95}{2} = 0,475;$$

1-jadvaldan t=1,96.

Demak, ishonchlilik intervali quyidagicha bo‘ladi:

$$75,09 - 1,96\frac{14}{\sqrt{196}} < a < 75,09 + 1,96\frac{14}{\sqrt{196}}$$

$$75,09 - 1,96 < a < 75,09 + 1,96$$

$$73,13 < a < 77,05$$

7-misol.

$$\alpha = 0,05$$

Empirik chastotalar:

n_i : 6, 13, 38, 74, 106, 85, 30, 14

Nazariy chastotalar:

n_i' : 6, 14, 42, 82, 99, 76, 37, 13

H_0 : bosh to‘plam normal taqsimlangan.

Yechish: Quyidagi hisoblash jadvalini to‘ldiramiz:

6-jadval

1	2	3	4	5	6	7	8
i	n_i	n_i'	$n_i - n_i'$	$(n_i - n_i')^2$	$\frac{(n_i - n_i')^2}{n_i}$	n_i^2	$\frac{n_i^2}{n_i'}$
1	6	3	3	9	3	36	12
2	13	14	-1	1	0.07	169	12.07
3	38	42	4	16	0.38	1444	34.38
4	74	82	-8	64	0.78	5476	66.78
5	106	99	7	49	0.49	4236	113.49
6	85	76	9	81	1.07	7225	95.07
7	30	37	-7	49	1.32	900	24.32
8	14	13	1	1	0.08	196	15.08
$\sum$	366	366			$\chi^2_{kuz} =$ $= 7.19$		373.19

Tekshirish: $\chi^2_{kuz} = 7.19$ $\sum \frac{n^2{}_i}{n'_i} - n = 373.19 - 366 = 7.19$

Demak, hisoblashlar to‘g‘ri bajarilgan. Tanlanma guruhlari soni $s = 8$. Demak $k = 8 - 3 = 5$.

χ^2 taqsimotining kritik nuqtalari jadvalidan $\alpha = 0{,}05$ va $k = 5$ ga mos keluvchi $\chi^2_{кr}$ qiymatini topamiz:

$$\chi^2_{kr}(0.05;5) = 11.1$$

$\chi^2_{kuz} < \chi^2_{kr}$ bo‘lgani uchun H_0 gipotezani rad etishga asos yo‘q.

Boshqacha aytganda, empirik va nazariy chastotalar farqi muhim emas (tasodifiy).

Demak, kuzatishlar natijasi bilan bosh to‘plam normal taqsimlangan degan gipoteza muvofiq keladi.

8-misol. Bosh to‘plam normal taqsimlangan deb faraz qilib, n=200 hajmli tanlanmaning, bir xil uzunlikdagi intervallar ketma-ketligi va ularga mos chastotalar ko‘rinishida berilgan empirik taqsimoti bo‘yicha nazariy chastotalarini toping.

7-jadval

Interval nomeri	Interval uchlari		Chastotalar
i	x_i	x_{i+1}	h_i
1	4	6	15
2	6	8	26
3	8	10	25
4	10	12	30
5	12	14	26
6	14	16	21
7	16	18	24
8	18	20	20
9	20	22	19

Yechish:

1) $X*_i = \frac{X_i + X_{i+1}}{2}$ o‘rtalarini topib quyidagi jadvalni olamiz;

8-jadval

x_i *	5	7	9	11	13	15	17	19	21
n_i	15	26	25	30	26	21	24	20	13

2) Ko‘paytmalar usulidan foydalanib $X^* = 12.63$, $\tau^* = 4.695$ larni topamiz;

3) $(z_i; z_{i+1})$ intervallarni topamiz;

9-jadval

i	x_i	x_{i+1}	$x_i - x^*$	$x_{i+1} - x^*$	$z_i = \frac{x_i - x^*}{\tau^*}$	$z_{i+1} = \frac{x_{i+1} - x^*}{\tau^*}$
1	4	6	-	-6,63	- ∞	-1,41
2	6	8	-6,63	-4,63	-1,41	-0,99
3	8	10	-4,63	-2,63	-0,99	-0,156
4	10	12	-2,63	-0,63	-0,156	-0,13
5	12	14	-0,63	1,37	-0,13	0,29
6	14	16	1,37	3,37	0,29	0,72
7	16	18	3,37	5,37	0,72	1,14
8	18	20	5,37	7,37	1,14	1,57
9	20	22	7,37	-	1,57	∞

4) P_i -nazariy ehtimollarni va n_i' - izlanayotgan nazariy chastotalarni topamiz: $n_i' = n \cdot P_i$

10-jadval

Interval uchlari					
z_i	z_{i+1}	$\Phi(z_i)$	$\Phi(z_{i+1})$	$P_i = \Phi(z_i) - \Phi(z_{i+1})$	$n_i' = nP_i = 200P_i$
- ∞	-1,41	-0,5	-0,4207	0,0793	15,86
-1,41	-0,99	-0,4209	-0,3389	0,0818	16,36
-0,99	-0,156	-0,3389	-0,2123	0,1266	25,32
-0,156	-0,13	-0,2123	-0,0517	0,1606	32,16
-0,13	0,29	-0,0517	0,1141	0,1658	33,16
0,29	0,72	0,1141	0,2642	0,1501	30,02

0,72 1,14 1,57	1,14 1,57 ∞	0,2642 0,3729 0,4418	0,3729 0,4418 0,5	0,1087 0,0689 0,0582	21,74 13,78 11,64
				$\sum P_i = 1$	$\sum n_i' =$ $= 200$

3-§. Mustaqil yechish uchun misol va masalalar

1-variant

1.Tanlanma taqsimot berilgan:

x_i	3	5	6	8
n_i	9	15	16	10

Nisbiy chastotali taqsimoti yozilsin

2. Berilgan tanlanma taqsimotga ko‘ra empirik funksiya tuzing:

x_i	4	6	9
n_i	12	18	24

3. Tanlanmaning quyida berilgan taqsimoti bo‘yicha nisbiy chastotalar poligonini yasang:

x_i	1,2	2,6	3,4	5
w_i	0,2	0,3	0,4	0,1

4. Tanlanmaning quyida berilgan taqsimoti bo‘yicha chastotalar gistogrammasini yasang:

Interval nomeri	Qismiy interval	Intervaldagi variantalar chastotalari yig‘indisi	Chastota zichligi
i	$x_{i-1}-x_i$	n_i	n_i/h
1	2-4	8	4
2	4-6	12	6
3	6-8	18	9
4	8-10	22	11
5	10-12	20	10
6	12-14	12	6
7	14-16	8	4

5. Bosh to‘plamdan hajmi n=100 ga teng tanlanma olingan va taqsimoti yozilgan:

varianta x_i:	1	5	7	10
chastota n_i:	12	8	17	13

Bosh to‘plamning o‘rta qiymati uchun siljimagan baho topilsin.

6. $\alpha = 0{,}05$. H_0 gipotezani tekshiring.

Empirik chastotalar:

***n_i* : 7, 39, 76, 104, 81, 32, 30, 13**

Nazariy chastotalar:

***n_i'* : 6, 13, 43, 75, 98, 79, 52, 12**

H_0 : bosh to‘plam normal taqsimlangan.

7. Bosh to‘plam normal taqsimlangan deb faraz qilib, n=200 hajmli tanlanmaning, bir xil uzunlikdagi intervallar ketma-ketligi va ularga mos chastotalar ko‘rinishida berilgan empirik taqsimoti bo‘yicha nazariy chastotalarini toping.

Interval nomeri	Interval uchlari		Chastotalar
i	x_i	x_{i+1}	h_i
1	1	4	14
2	4	7	22

3	7	10	26
4	10	13	32
5	13	16	36
6	16	19	26
7	19	22	18
8	22	25	16
9	25	28	10

2-variant

1.Tanlanma taqsimot berilgan:

x_i	6	8	9	12
n_i	14	10	10	16

Nisbiy chastotali taqsimoti yozilsin.

2. Berilgan tanlanma taqsimotga ko‘ra empirik funksiya tuzing:

x_i	3	8	14
n_i	16	32	22

3. Tanlanmaning quyida berilgan taqsimoti bo‘yicha nisbiy chastotalar poligonini yasang:

x_i	2	3,5	5	6,5
w_i	0,23	0,2	0,36	0,21

4. Tanlanmaning quyida berilgan taqsimoti bo‘yicha chastotalar gistogrammasini yasang:

Interval nomeri	Qismiy interval	Intervaldagi variantalar chastotalari yig‘indisi	Chastota zichligi
i	$x_{i-1}-x_i$	n_i	n_i/h
1	3-6	6	2
2	6-9	12	4
3	9-12	18	6
4	12-15	21	7
5	15-18	15	5
6	18-21	12	4
7	21-24	6	2

5. Bosh to‘plamdan hajmi n=100 ga teng tanlanma olingan va taqsimoti yozilgan:

varianta x_i:	2	4	7	12
chastota n_i:	18	10	11	11

Bosh to‘plamning o‘rta qiymati uchun siljimagan baho topilsin.

6. $\alpha = 0{,}05$. H_0 gipotezani tekshiring.

Empirik chastotalar:

n_i : 5, 13, 36, 72, 102, 84, 31, 12

Nazariy chastotalar:

n_i' : 6, 14, 40, 86, 90, 52, 16, 9

H_0: bosh to‘plam normal taqsimlangan.

7. Bosh to‘plam normal taqsimlangan deb faraz qilib, n=200 hajmli tanlanmaning, bir xil uzunlikdagi intervallar ketma-ketligi va ularga mos chastotalar ko‘rinishida berilgan empirik taqsimoti bo‘yicha nazariy chastotalarini toping.

Interval nomeri	Interval uchlari		Chastotalar
i	x_i	x_{i+1}	h_i
1	4	8	16
2	8	12	24
3	12	16	22
4	16	20	30
5	20	24	26
6	24	28	24
7	28	32	22
8	32	36	20
9	36	40	16

3-variant

1.Tanlanma taqsimot berilgan:

x_i	1	3	6	8
n_i	12	11	14	13

Nisbiy chastotali taqsimoti yozilsin.

2. Berilgan tanlanma taqsimotga ko‘ra empirik funksiya tuzing:

x_i	-4	0	6
n_i	15	20	25

3.Tanlanmaning quyida berilgan taqsimoti bo‘yicha nisbiy chastotalar poligonini yasang:

x_i	2	4	7	9
w_i	0,22	0,33	0,26	0,19

4.Tanlanmaning quyida berilgan taqsimoti bo‘yicha chastotalar gistogrammasini yasang:

Interval nomeri	Qismiy interval	Intervaldagi variantalar chastotalari yig‘indisi	Chastota zichligi
i	$x_{i-1}-x_i$	n_i	n_i/h
1	4-8	8	2
2	8-12	16	4
3	12-16	28	7
4	16-20	36	9
5	20-24	26	6,5
6	24-28	16	4
7	28-32	10	2,5

5. Bosh to‘plamdan hajmi n=100 ga teng tanlanma olingan va taqsimoti yozilgan:

varianta x_i:	6	9	12	14
chastota n_i:	10	14	12	14

Bosh to‘plamning o‘rta qiymati uchun siljimagan baho topilsin.

6. $\alpha = 0{,}05$. H_0 gipotezani tekshiring.

Empirik chastotalar:

n_i : 8, 15, 39, 72, 106, 84, 35, 12

Nazariy chastotalar:

n_i' : 6, 14, 42, 91, 89, 46, 18, 10

H_0: bosh to‘plam normal taqsimlangan.

7. Bosh to‘plam normal taqsimlangan deb faraz qilib, n=200 hajmli tanlanmaning, bir xil uzunlikdagi intervallar ketma-ketligiva ularga mos chastotalar ko‘rinishida berilgan empirik taqsimoti bo‘yicha nazariy chastotalarini toping.

Interval nomeri	Interval uchlari		Chastotalar
i	x_i	x_{i+1}	h_i
1	4	6	13
2	6	8	26
3	8	10	24
4	10	12	32
5	12	14	28
6	14	16	22
7	16	18	18
8	18	20	20
9	20	22	17

4-variant

1.Tanlanma taqsimot berilgan:

x_i	**5**	**7**	**8**	**10**
n_i	**10**	**15**	**13**	**12**

Nisbiy chastotali taqsimoti yozilsin.

2. Berilgan tanlanma taqsimotga ko‘ra empirik funksiya tuzing:

x_i	**2**	**5**	**8**
n_i	**18**	**30**	**12**

3. Tanlanmaning quyida berilgan taqsimoti bo‘yicha nisbiy chastotalar poligonini yasang:

x_i	**1,8**	**2,7**	**3,1**	**4,5**
w_i	**0,14**	**0,2**	**0,4**	**0,26**

4. Tanlanmaning quyida berilgan taqsimoti bo‘yicha chastotalar gistogrammasini yasang:

Interval nomeri	Qismiy interval	Intervaldagi variantalar chastotalari yig‘indisi	Chastota zichligi
i	$x_{i-1}-x_i$	n_i	n_i/h
1	5-10	5	1
2	10-15	10	2
3	15-20	20	4

4	20-25	25	5
5	25-30	20	4
6	30-35	15	3
7	35-40	5	1

5. Bosh to‘plamdan hajmi n=100 ga teng tanlanma olingan va taqsimoti yozilgan:

varianta x_i: 5 9 13 17

chastota n_i: 16 12 10 12

Bosh to‘plamning o‘rta qiymati uchun siljimagan baho topilsin.

6. $\alpha = 0{,}05$. H_0 gipotezani tekshiring.

Empirik chastotalar:

n_i : ***10, 16, 28, 92, 98, 43, 30, 12***

Nazariy chastotalar:

n_i' : ***11, 18, 34, 98, 98, 40, 17, 10***

H_0: bosh to‘plam normal taqsimlangan.

7.Bosh to‘plamni normal taqsimlangan deb faraz qilib, n=200 hajmli tanlanmaning bir xil uzunlikdagi intervallar ketma-ketligi va ularga mos chastotalar ko‘rinishida berilgan empirik taqsimoti bo‘yicha nazariy chastotalarini toping.

Interval nomeri	Interval uchlari		Chastotalar
i	x_i	x_{i+1}	h_i
1	6	8	15
2	8	10	25
3	10	12	23
4	12	14	34
5	14	16	36
6	16	18	22
7	18	20	19
8	20	22	16
9	22	24	10

5-variant

1.Tanlanma taqsimot berilgan:

x_i	***2***	***5***	***7***	***10***
n_i	***11***	***14***	***14***	***11***

Nisbiy chastotali taqsimoti yozilsin.

2. Berilgan tanlanma taqsimotga ko‘ra empirik funksiya tuzing:

x_i	6	9	14
n_i	14	20	16

3. Tanlanmaning quyida berilgan taqsimoti bo‘yicha nisbiy chastotalar poligonini yasang:

x_i	2,3	4	6,2	8
w_i	0,2	0,32	0,3	0,18

4. Tanlanmaning quyida berilgan taqsimoti bo‘yicha chastotalar gistogrammasini yasang:

Interval nomeri	Qismiy interval	Intervaldagi variantalar chastotalari yig‘indisi	Chastota zichligi
i	$x_{i-1}-x_i$	n_i	n_i/h
1	2-6	4	1
2	6-10	10	2,5
3	10-14	16	4
4	14-18	20	5
5	18-22	18	4,5
6	22-26	12	3
7	26-30	10	2,5

5. Bosh to‘plamdan hajmi n=100 ga teng tanlanma olingan va taqsimoti yozilgan:

varianta x_i:	3	5	10	17
chastota n_i:	8	11	16	15

Bosh to‘plamning o‘rta qiymati uchun siljimagan baho topilsin.

6. $\alpha = 0{,}05$. H_0 gipotezani tekshiring.

Empirik chastotalar:

n_i : 6, 12, 24, 81, 110, 82, 30, 14

Nazariy chastotalar:

n_i' : 6, 14, 40, 96, 99, 68, 20, 12

H_0: bosh to‘plam normal taqsimlangan.

7. Bosh to‘plam normal taqsimlangan deb faraz qilib, n=200 hajmli tanlanmaning, bir xil uzunlikdagi intervallar ketma-ketligi va ularga mos chastotalar ko‘rinishida berilgan empirik taqsimoti bo‘yicha nazariy chastotalarini toping.

Interval nomeri	Interval uchlari		Chastotalar
i	x_i	x_{i+1}	h_i
1	3	6	12
2	6	9	26
3	9	12	24
4	12	15	35
5	15	18	33
6	18	21	26
7	21	24	22
8	24	27	16
9	27	30	6

6-variant

1.Tanlanma taqsimot berilgan:

x_i	3	6	7	9
n_i	12	14	13	11

Nisbiy chastotali taqsimoti yozilsin.

2. Berilgan tanlanma taqsimotga ko‘ra empirik funksiya tuzing:

x_i	5	8	12
n_i	15	20	15

3. Tanlanmaning quyida berilgan taqsimoti bo‘yicha nisbiy chastotalar poligonini yasang:

x_i	3	5	8	11
w_i	0,1	0,4	0,3	0,2

4. Tanlanmaning quyida berilgan taqsimoti bo‘yicha chastotalar gistogrammasini yasang:

Interval nomeri	Qismiy interval	Intervaldagi variantalar chastotalari yig‘indisi	Chastota zichligi

i	$x_{i-1}-x_i$	n_i	n_i/h
1	2-5	3	1
2	5-8	6	2
3	8-11	12	4
4	11-14	18	6
5	14-17	12	4
6	17-20	6	2
7	20-23	3	1

5. Bosh to‘plamdan hajmi n=100 ga teng tanlanma olingan va taqsimoti yozilgan:

varianta x_i:	11	13	7	18
chastota n_i:	11	12	17	13

Bosh to‘plamning o‘rta qiymati uchun siljimagan baho topilsin.

6. $\alpha=0{,}05$. H_0 gipotezani tekshiring.

Empirik chastotalar:

n_i :	***4,***	***12,***	***38,***	***76,***	***108,***	***84,***	***32,***	***13***

Nazariy chastotalar:

n'_i :	***6,***	***14,***	***42,***	***86,***	***98,***	***67,***	***35,***	***12***

H_0: bosh to‘plam normal taqsimlangan.

7. Bosh to‘plam normal taqsimlangan deb faraz qilib, n=200 hajmli tanlanmaning, bir xil uzunlikdagi intervallar ketma-ketligi va ularga mos chastotalar ko‘rinishida berilgan empirik taqsimoti bo‘yicha nazariy chastotalarini toping.

Interval nomeri	Interval uchlari		Chastotalar
i	x_i	x_{i+1}	h_i
1	1	3	14
2	3	6	28
3	6	9	21
4	9	12	34
5	12	15	34
6	15	16	24
7	16	19	23
8	19	22	14
9	22	25	8

7-variant

1.Tanlanma taqsimot berilgan:

x_i	4	6	9	11
n_i	14	12	11	13

Nisbiy chastotali taqsimoti yozilsin.

2. Berilgan tanlanma taqsimotga ko‘ra empirik funksiya tuzing:

x_i	1	5	8
n_i	12	28	20

3. Tanlanmaning quyida berilgan taqsimoti bo‘yicha nisbiy chastotalar poligonini yasang:

x_i	2,5	4	5,5	8
w_i	0,1	0,4	0,3	0,2

4. Tanlanmaning quyida berilgan taqsimoti bo‘yicha chastotalar gistogrammasini yasang:

Interval nomeri	Qismiy interval	Intervaldagi variantalar chastotalari yig‘indisi	Chastota zichligi
i	$x_{i-1}-x_i$	n_i	n_i/h
1	1-3	4	2
2	3-5	8	4
3	5-7	10	5
4	7-9	16	8
5	9-11	12	6
6	11-13	6	3
7	13-15	4	2

5. Bosh to‘plamdan hajmi n=100 ga teng tanlanma olingan va taqsimoti yozilgan:

varianta x_i:	7	10	15	21
chastota n_i:	14	12	14	10

Bosh to‘plamning o‘rta qiymati uchun siljimagan baho topilsin.

6. $\alpha = 0{,}05$. H_0 gipotezani tekshiring.

Empirik chastotalar:

n_i :	10,	14,	36,	92,	86,	42,	21,	14

Nazariy chastotalar:

n_i' :	12,	16,	42,	94,	92,	38,	18,	13

H_0: bosh to‘plam normal taqsimlangan.

7.Bosh to‘plam normal taqsimlangan deb faraz qilib, n=200 hajmli tanlanmaning, bir xil uzunlikdagi intervallar ketma-ketligi va ularga mos chastotalar ko‘rinishida berilgan empirik taqsimoti bo‘yicha nazariy chastotalarini toping.

Interval nomeri	Interval uchlari		Chastotalar
i	x_i	x_{i+1}	h_i
1	2	5	13
2	5	8	26
3	8	11	20
4	11	14	36
5	14	17	32
6	17	20	28
7	20	23	25
8	23	26	12
9	26	29	8

8-variant

1.Tanlanma taqsimot berilgan:

x_i	6	7	9	12
n_i	12	15	13	10

Nisbiy chastotali taqsimoti yozilsin.

2. Berilgan tanlanma taqsimotga ko‘ra empirik funksiya tuzing:

x_i	-5	-2	3
n_i	24	40	16

3. Tanlanmaning quyida berilgan taqsimoti bo‘yicha nisbiy chastotalar poligonini yasang:

x_i	3	5	7	9
w_i	0,22	0,26	0,24	0,28

4. Tanlanmaning quyida berilgan taqsimoti bo‘yicha chastotalar gistogrammasini yasang:

Interval nomeri	Qismiy interval	Intervaldagi variantalar chastotalari yig‘indisi	Chastota zichligi
i	$x_{i-1}-x_i$	n_i	n_i/h
1	3-8	8	1,6
2	8-13	14	2,8
3	13-18	20	4
4	18-23	25	5
5	23-28	15	3
6	28-33	12	2,4
7	33-38	6	1,4

5. Bosh to‘plamdan hajmi n=100 ga teng tanlanma olingan va taqsimoti yozilgan:

varianta x_i:	4	11	15	19
chastota n_i:	12	14	12	12

Bosh to‘plamning o‘rta qiymati uchun siljimagan baho topilsin.

6. $\alpha = 0{,}05$. H_0 gipotezani tekshiring.

Empirik chastotalar:

***n_i* : 12, 16, 42, 98, 104, 46, 18, 10**

Nazariy chastotalar:

***n_i'* : 11, 18, 44, 98, 99, 42, 16, 10**

H_0: bosh to‘plam normal taqsimlangan.

7.Bosh to‘plam normal taqsimlangan deb faraz qilib, n=200 hajmli tanlanmaning, bir xil uzunlikdagi intervallar ketma-ketligi va ularga mos chastotalar ko‘rinishida berilgan empirik taqsimoti bo‘yicha nazariy chastotalarini toping.

Interval nomeri	Interval uchlari		Chastotalar
i	x_i	x_{i+1}	h_i
1	2	6	6
2	6	10	25
3	10	14	24
4	14	18	32
5	18	22	36

6	22	26	30
7	26	30	20
8	30	34	22
9	34	38	5

9-variant

1.Tanlanma taqsimot berilgan:

x_i	2	6	7	11
n_i	10	15	15	10

Nisbiy chastotali taqsimoti yozilsin.

2. Berilgan tanlanma taqsimotga ko‘ra empirik funksiya tuzing:

x_i	4	7	9
n_i	12	40	28

3. Tanlanmaning quyida berilgan taqsimoti bo‘yicha nisbiy chastotalar poligonini yasang:

x_i	2,4	5	6,6	8
w_i	0,18	0,34	0,26	0,22

4. Tanlanmaning quyida berilgan taqsimoti bo‘yicha chastotalar gistogrammasini yasang:

Interval nomeri	Qismiy interval	Intervaldagi variantalar chastotalari yig‘indisi	Chastota zichligi
i	$x_{i-1}-x_i$	n_i	n_i/h
1	3-7	8	2
2	7-11	14	3,5
3	11-15	16	4
4	15-19	22	5,5
5	19-23	18	4,5
6	23-27	12	3
7	27-31	10	2,5

5. Bosh to‘plamdan hajmi n=100 ga teng tanlanma olingan va taqsimoti yozilgan:

varianta x_i:	5	7	10	16
chastota n_i:	15	10	11	14

Bosh to‘plamning o‘rta qiymati uchun siljimagan baho topilsin.

6. $\alpha = 0{,}05$. H_0 gipotezani tekshiring.

Empirik chastotalar:

n_i :	***8,***	***14,***	***40,***	***96,***	***106,***	***48,***	***16,***	***12***

Nazariy chastotalar:

n_i' :	***8,***	***16,***	***42,***	***98,***	***96,***	***44,***	***15,***	***9***

H_0: bosh to‘plam normal taqsimlangan.

7.Bosh to‘plam normal taqsimlangan deb faraz qilib, n=200 hajmli tanlanmaning, bir xil uzunlikdagi intervallar ketma-ketligi va ularga mos chastotalar ko‘rinishida berilgan empirik taqsimoti bo‘yicha nazariy chastotalarini toping.

Interval nomeri	Interval uchlari		Chastotalar
i	x_i	x_{i+1}	h_i
1	4	7	8
2	7	10	18
3	10	13	30
4	13	16	26
5	16	19	38
6	19	22	40
7	22	25	26
8	25	28	8
9	28	31	6

10-variant

1.Tanlanma taqsimot berilgan:

x_i	***1***	***4***	***6***	***9***
n_i	***9***	***16***	***15***	***10***

Nisbiy chastotali taqsimoti yozilsin.

2. Berilgan tanlanma taqsimotga ko‘ra empirik funksiya tuzing:

x_i	***6***	***9***	***14***
n_i	***16***	***40***	***24***

3. Tanlanmaning quyida berilgan taqsimoti bo‘yicha nisbiy chastotalar poligonini yasang:

x_i	***3***	***6***	***10***	***14***
w_i	***0,19***	***0,27***	***0,33***	***0,21***

4. Tanlanmaning quyida berilgan taqsimoti bo‘yicha chastotalar gistogrammasini yasang:

Interval nomeri	Qismiy interval	Intervaldagi variantalar chastotalari yig‘indisi	Chastota zichligi
i	$x_{i-1}-x_i$	n_i	n_i/h
1	4-7	6	2
2	7-10	9	3
3	10-13	15	5
4	13-16	21	7
5	16-19	18	6
6	19-22	12	4
7	22-15	9	3

5. Bosh to‘plamdan hajmi n=100 ga teng tanlanma olingan va taqsimoti yozilgan:

varianta x_i:	12	15	18	22
chastota n_i:	10	14	12	14

Bosh to‘plamning o‘rta qiymati uchun siljimagan baho topilsin.

6. $\alpha = 0{,}05$. H_0 gipotezani tekshiring.

Empirik chastotalar:

$\boldsymbol{n_i}$ **:** ***5, 12, 38, 94, 100, 42, 18, 10***

Nazariy chastotalar:

$\boldsymbol{n_i'}$ **:** ***8, 16, 40, 96, 98, 46, 10, 6***

H_0: bosh to‘plam normal taqsimlangan.

7. Bosh to‘plam normal taqsimlangan deb faraz qilib, *n*=200 hajmli tanlanmaning, bir xil uzunlikdagi intervallar ketma-ketligi va ularga mos chastotalar ko‘rinishida berilgan empirik taqsimoti bo‘yicha nazariy chastotalarini toping.

Interval nomeri	Interval uchlari	Chastotalar

i	x_i	x_{i+1}	h_i
1	5	9	10
2	9	13	15
3	13	17	32
4	17	21	39
5	21	25	45
6	25	29	26
7	29	33	24
8	33	37	16
9	37	41	3

11-variant

1.Tanlanma taqsimot berilgan:

x_i	***4***	***7***	***8***	***11***
n_i	***11***	***15***	***14***	***10***

Nisbiy chastotali taqsimoti yozilsin.

2. Berilgan tanlanma taqsimotga ko‘ra empirik funksiya tuzing:

x_i	***7***	***10***	***15***
n_i	***12***	***24***	***24***

3. Tanlanmaning quyida berilgan taqsimoti bo‘yicha nisbiy chastotalar poligonini yasang:

x_i	***5***	***8***	***10***	***13***
w_i	***0,24***	***0,23***	***0,17***	***0,36***

4. Tanlanmaning quyida berilgan taqsimoti bo‘yicha chastotalar gistogrammasini yasang:

Interval nomeri	Qismiy interval	Intervaldagi variantalar chastotalari yig‘indisi	Chastota zichligi
i	$x_{i-1}-x_i$	n_i	n_i/h
1	2-8	9	1,5
2	8-14	15	2,5

3	14-20	18	3
4	20-26	24	4
5	26-32	18	3
6	32-38	12	2
7	38-44	4	2/3

5. Bosh to‘plamdan hajmi n=100 ga teng tanlanma olingan va taqsimoti yozilgan:

varianta x_i:	15 18 20 24
chastota n_i:	12 11 14 13

Bosh to‘plamning o‘rta qiymati uchun siljimagan baho topilsin.

6. $\alpha = 0{,}05$. H_0 gipotezani tekshiring.

Empirik chastotalar:

n_i : ***14, 20, 42, 96, 102, 52, 22, 16***

Nazariy chastotalar:

n'_i : ***12, 24, 48, 98, 104, 44, 20, 14***

H_0: bosh to‘plam normal taqsimlangan.

7.Bosh to‘plam normal taqsimlangan deb faraz qilib, n=200 hajmli tanlanmaning, bir xil uzunlikdagi intervallar ketma-ketligi va ularga mos chastotalar ko‘rinishida berilgan empirik taqsimoti bo‘yicha nazariy chastotalarini toping.

Interval nomeri	Interval uchlari		Chastotalar
i	x_i	x_{i+1}	h_i
1	8	10	9
2	10	12	21
3	12	14	19
4	14	16	34
5	16	18	38
6	18	20	41
7	20	22	18
8	22	24	12
9	24	26	8

12-variant

1.Tanlanma taqsimot berilgan:

x_i	5	8	9	12
n_i	8	15	17	10

Nisbiy chastotali taqsimoti yozilsin.

2. Berilgan tanlanma taqsimotga ko‘ra empirik funksiya tuzing:

x_i	8	12	16
n_i	15	50	35

3. Tanlanmaning quyida berilgan taqsimoti bo‘yicha nisbiy chastotalar poligonini yasang:

x_i	4,5	6	7,5	8
w_i	0,1	0,3	0,4	0,2

4. Tanlanmaning quyida berilgan taqsimoti bo‘yicha chastotalar gistogrammasini yasang:

Interval nomeri	Qismiy interval	Intervaldagi variantalar chastotalari yig‘indisi	Chastota zichligi
i	$x_{i-1}-x_i$	n_i	n_i/h
1	4-6	8	4
2	6-8	12	6
3	8-10	16	7
4	10-12	18	9
5	12-14	16	8
6	14-16	12	6
7	16-18	10	5

5. Bosh to‘plamdan hajmi n=100 ga teng tanlanma olingan va taqsimoti yozilgan:

varianta x_i:	8	12	16	20
chastota n_i:	14	11	10	15

Bosh to‘plamning o‘rta qiymati uchun siljimagan baho topilsin.

6. $\alpha = 0{,}05$. H_0 gipotezani tekshiring.

Empirik chastotalar:

n_i : 10, 16, 40, 95, 108, 42, 23, 12

Nazariy chastotalar:

n_i' : 10, 18, 42, 96, 98, 46, 20, 11

H_0: bosh to‘plam normal taqsimlangan.

7. Bosh to‘plam normal taqsimlangan deb faraz qilib, n=200 hajmli tanlanmaning, bir xil uzunlikdagi intervallar ketma-ketligi va ularga mos chastotalar ko‘rinishida berilgan empirik taqsimoti bo‘yicha nazariy chastotalarini toping.

Interval nomeri	Interval uchlari		Chastotalar
i	x_i	x_{i+1}	h_i
1	5	8	7
2	8	11	18
3	11	14	35
4	14	17	38
5	17	20	39
6	20	23	21
7	23	26	25
8	26	29	13
9	29	32	14

13-variant

1.Tanlanma taqsimot berilgan:

x_i	3	8	9	12
n_i	11	14	14	11

Nisbiy chastotali taqsimoti yozilsin.

2. Berilgan tanlanma taqsimotga ko‘ra empirik funksiya tuzing:

x_i	-6	-1	5
n_i	21	30	39

3. Tanlanmaning quyida berilgan taqsimoti bo‘yicha nisbiy chastotalar poligonini yasang:

x_i	2	4,5	7,5	9
w_i	0,17	0,18	4,2	0,23

4. Tanlanmaning quyida berilgan taqsimoti bo‘yicha chastotalar gistogrammasini yasang:

Interval nomeri	Qismiy interval	Intervaldagi variantalar chastotalari yig‘indisi	Chastota zichligi

i	$x_{i-1}-x_i$	n_i	n_i/h
1	5-10	5	1
2	10-15	7	1,4
3	15-20	16	3,2
4	20-25	26	5,2
5	25-30	14	2,8
6	30-35	8	1,6
7	35-40	6	1,2

5. Bosh to‘plamdan hajmi n=100 ga teng tanlanma olingan va taqsimoti yozilgan:

varianta x_i: 14 17 18 20
chastota n_i: 10 12 14 14

Bosh to‘plamning o‘rta qiymati uchun siljimagan baho topilsin.

6. $\alpha = 0{,}05$. H_0 gipotezani tekshiring.

Empirik chastotalar:

***n_i* : 8, 13, 36, 82, 96, 40, 23, 10**

Nazariy chastotalar:

***n_i'* : 9, 14, 38, 94, 96, 40, 20, 11**

H_0: bosh to‘plam normal taqsimlangan.

7.Bosh to‘plam normal taqsimlangan deb faraz qilib, *n*=200 hajmli tanlanmaning, bir xil uzunlikdagi intervallar ketma-ketligi va ularga mos chastotalar ko‘rinishida berilgan empirik taqsimoti bo‘yicha nazariy chastotalarini toping.

Interval nomeri	Interval uchlari		Chastotalar
i	x_i	x_{i+1}	h_i
1	6	10	11
2	10	14	19
3	14	18	28

4	18	22	24
5	22	26	42
6	26	30	31
7	30	34	22
8	34	38	14
9	38	42	9

14-variant

1.Tanlanma taqsimot berilgan:

x_i	7	9	12	15
n_i	13	12	15	10

Nisbiy chastotali taqsimoti yozilsin.

2. Berilgan tanlanma taqsimotga ko‘ra empirik funksiya tuzing:

x_i	5	9	14
n_i	24	36	40

3. Tanlanmaning quyida berilgan taqsimoti bo‘yicha nisbiy chastotalar poligonini yasang:

x_i	2,5	6	9	11,5
w_i	0,32	0,26	1,4	0,28

4. Tanlanmaning quyida berilgan taqsimoti bo‘yicha chastotalar gistogrammasini yasang:

Interval nomeri	Qismiy interval	Intervaldagi variantalar chastotalari yig‘indisi	Chastota zichligi
i	$x_{i-1}-x_i$	n_i	n_i/h
1	4-8	6	1,5
2	8-12	10	2,5
3	12-16	16	4
4	16-20	24	6
5	20-24	18	4,5
6	24-28	16	4
7	28-32	10	2,5

5. Bosh to‘plamdan hajmi n=100 ga teng tanlanma olingan va taqsimoti yozilgan:

varianta x_i:	10 15 18 2
chastota n_i:	14 11 12 13

Bosh to'plamning o'rta qiymati uchun siljimagan baho topilsin.

6. $\alpha = 0{,}05$. H_0 gipotezani tekshiring.

Empirik chastotalar:

n_i : 6, 14, 38, 86, 104, 39, 24, 12

Nazariy chastotalar:

n_i' : 8, 16, 39, 96, 98, 38, 14, 6

H_0: bosh to'plam normal taqsimlangan.

7.Bosh to'plam normal taqsimlangan deb faraz qilib, n=200 hajmli tanlanmaning, bir xil uzunlikdagi intervallar ketma-ketligi va ularga mos chastotalar ko'rinishida berilgan empirik taqsimoti bo'yicha nazariy chastotalarini toping.

Interval nomeri	Interval uchlari		Chastotalar
i	x_i	x_{i+1}	h_i
1	7	9	12
2	9	11	19
3	11	13	26
4	13	15	24
5	15	17	42
6	17	19	34
7	19	21	26
8	21	23	8
9	23	25	9

15-variant

1.Tanlanma taqsimot berilgan:

x_i	1	4	6	9
n_i	9	16	14	11

Nisbiy chastotali taqsimoti yozilsin.

2. Berilgan tanlanma taqsimotga ko'ra empirik funksiya tuzing:

x_i	2	6	9
n_i	16	60	24

3. Tanlanmaning quyida berilgan taqsimoti bo'yicha nisbiy chastotalar poligonini yasang:

x_i	4	7	9	13
w_i	0,28	0,22	0,18	3,2

4. Tanlanmaning quyida berilgan taqsimoti bo'yicha chastotalar gistogrammasini yasang:

Interval nomeri	Qismiy interval	Intervaldagi variantalar chastotalari yig'indisi	Chastota zichligi
i	$x_{i-1}-x_i$	n_i	n_i/h
1	6-9	9	3
2	9-12	15	5
3	12-15	18	6
4	15-18	24	8
5	18-21	15	5
6	21-24	12	4
7	24-27	3	1

5. Bosh to'plamdan hajmi n=100 ga teng tanlanma olingan va taqsimoti yozilgan:

varianta x_i:	9	12	16	20
chastota n_i:	12	13	12	13

Bosh to'plamning o'rta qiymati uchun siljimagan baho topilsin.

6. $\alpha = 0{,}05$. H_0 gipotezani tekshiring.

Empirik chastotalar:

***n_i* : 9, 15, 39, 78, 106, 85, 32, 12**

Nazariy chastotalar:

***n'_i* : 9, 16, 42, 94, 98, 50, 18, 11**

H_0: bosh to'plam normal taqsimlangan.

7.Bosh to'plam normal taqsimlangan deb faraz qilib, n=200 hajmli tanlanmaning, bir xil uzunlikdagi intervallar ketma-ketligi va ularga mos chastotalar ko'rinishida berilgan empirik taqsimoti bo'yicha nazariy chastotalarini toping.

Interval nomeri	Interval uchlari	Chastotalar

i	x_i	x_{i+1}	h_i
1	7	10	10
2	10	13	23
3	13	16	14
4	16	19	28
5	19	22	39
6	22	25	36
7	25	28	24
8	28	31	14
9	31	34	12

16-variant

1.Tanlanma taqsimot berilgan:

x_i	8	10	13	15
n_i	10	19	11	10

Nisbiy chastotali taqsimoti yozilsin.

2. Berilgan tanlanma taqsimotga ko‘ra empirik funksiya tuzing:

x_i	12	16	18
n_i	21	40	39

3. Tanlanmaning quyida berilgan taqsimoti bo‘yicha nisbiy chastotalar poligonini yasang:

x_i	5,2	6,8	7,4	9
w_i	0,18	0,3	0,2	0,32

4. Tanlanmaning quyida berilgan taqsimoti bo‘yicha chastotalar gistogrammasini yasang:

Interval nomeri	Qismiy interval	Intervaldagi variantalar chastotalari yig‘indisi	Chastota zichligi
i	$x_{i-1}-x_i$	n_i	n_i/h
1	7-12	4	0,8
2	12-17	16	3,2
3	17-22	24	4,8
4	22-27	36	7,2
5	27-32	10	2

6	32-37	6	1,2
7	37-42	4	0,8

5. Bosh to‘plamdan hajmi n=100 ga teng tanlanma olingan va taqsimoti yozilgan:

varianta x_i: 14 17 20 24

chastota n_i: 15 10 12 13

Bosh to‘plamning o‘rta qiymati uchun siljimagan baho topilsin.

6. $\alpha = 0{,}05$. H_0 gipotezani tekshiring.

Empirik chastotalar:

n_i : ***8, 16, 38, 78, 102, 84, 18, 10***

Nazariy chastotalar:

n_i' : ***10, 18, 42, 94, 96, 40, 16, 8***

H_0: bosh to‘plam normal taqsimlangan.

7.Bosh to‘plam normal taqsimlangan deb faraz qilib, n=200 hajmli tanlanmaning, bir xil uzunlikdagi intervallar ketma-ketligi va ularga mos chastotalar ko‘rinishida berilgan empirik taqsimoti bo‘yicha nazariy chastotalarini toping.

Interval nomeri	Interval uchlari		Chastotalar
i	x_i	x_{i+1}	h_i
1	6	9	11
2	9	12	25
3	12	15	18
4	15	18	30
5	18	21	42
6	21	24	28
7	24	27	16
8	27	30	18
9	30	33	12

17-variant

1.Tanlanma taqsimot berilgan:

x_i	5	8	10	13
n_i	11	18	12	9

Nisbiy chastotali taqsimoti yozilsin.

2. Berilgan tanlanma taqsimotga ko‘ra empirik funksiya tuzing:

x_i	-3	1	5
n_i	24	12	24

3. Tanlanmaning quyida berilgan taqsimoti bo‘yicha nisbiy chastotalar poligonini yasang:

x_i	8	10	14	18
w_i	0,19	0,21	0,24	0,36

4. Tanlanmaning quyida berilgan taqsimoti bo‘yicha chastotalar gistogrammasini yasang:

Interval nomeri	Qismiy interval	Intervaldagi variantalar chastotalari yig‘indisi	Chastota zichligi
i	$x_{i-1}-x_i$	n_i	n_i/h
1	5-8	6	2
2	8-11	12	4
3	11-14	18	6
4	14-17	17	9
5	17-20	18	6
6	20-23	13	$4\frac{1}{3}$
7	23-26	6	2

5. Bosh to‘plamdan hajmi n=100 ga teng tanlanma olingan va taqsimoti yozilgan:

varianta x_i:	7	12	16	22
chastota n_i:	12	13	14	11

Bosh to‘plamning o‘rta qiymati uchun siljimagan baho topilsin.

6. $\alpha = 0{,}05$. H_0 gipotezani tekshiring.

Empirik chastotalar:

n_i : 7, 14, 42, 76, 105, 50, 18, 10

Nazariy chastotalar:

n_i':	9,	18,	38,	89,	92,	40,	16,	8

H_0: bosh to‘plam normal taqsimlangan.

7. Bosh to‘plam normal taqsimlangan deb faraz qilib, n=200 hajmli tanlanmaning, bir xil uzunlikdagi intervallar ketma-ketligi va ularga mos chastotalar ko‘rinishida berilgan empirik taqsimoti bo‘yicha nazariy chastotalarini toping.

Interval nomeri	Interval uchlari		Chastotalar
i	x_i	x_{i+1}	h_i
1	4	8	6
2	8	12	18
3	12	16	29
4	16	20	26
5	20	24	41
6	24	28	36
7	28	32	18
8	32	36	21
9	36	40	5

18-variant

1.Tanlanma taqsimot berilgan:

x_i	4	7	9	12
n_i	13	11	12	14

Nisbiy chastotali taqsimoti yozilsin.

2. Berilgan tanlanma taqsimotga ko‘ra empirik funksiya yo‘zing:

x_i	-6	2	10
n_i	18	72	90

3. Tanlanmaning quyida berilgan taqsimoti bo‘yicha nisbiy chastotalar poligonini yasang:

x_i	4	7	9	11
w_i	0,26	0,31	0,24	0,19

4. Tanlanmaning quyida berilgan taqsimoti bo‘yicha chastotalar gistogrammasini yasang:

Interval nomeri	Qismiy interval	Intervaldagi variantalar chastotalari yig‘indisi	Chastota zichligi
i	$x_{i-1}-x_i$	n_i	n_i/h
1	1-6	4	0,8
2	6-11	8	1,6
3	11-16	15	3
4	16-21	35	7
5	21-26	25	5
6	26-31	7	1,4
7	31-36	6	1,2

5. Bosh to‘plamdan hajmi n=100 ga teng tanlanma olingan va taqsimoti yozilgan:

varianta x_i:	11 14 17 18
chastota n_i:	10 14 12 16

Bosh to‘plamning o‘rta qiymati uchun siljimagan baho topilsin.

6. $\alpha = 0,05$. H_0 gipotezani tekshiring.

Empirik chastotalar:

n_i : 6, 14, 40, 78, 106, 30, 15, 9

Nazariy chastotalar:

n_i' : 6, 15, 46, 94, 94, 44, 14, 6

H_0: bosh to‘plam normal taqsimlangan.

7. Bosh to‘plam normal taqsimlangan deb faraz qilib, n=200 hajmli tanlanmaning, bir xil uzunlikdagi intervallar ketma-ketligi va ularga mos chastotalar ko‘rinishida berilgan empirik taqsimoti bo‘yicha nazariy chastotalarini toping.

Interval nomeri	Interval uchlari		Chastotalar
i	x_i	x_{i+1}	h_i
1	6	8	7
2	8	10	19
3	10	12	30

4	12	14	28
5	14	16	40
6	16	18	36
7	18	20	14
8	20	22	18
9	22	24	8

19-variant

1.Tanlanma taqsimot berilgan:

$$\begin{array}{ccccc} x_i & -2 & 1 & 3 & 6 \\ n_i & 12 & 11 & 17 & 10 \end{array}$$

Nisbiy chastotali taqsimoti yozilsin.

2. Berilgan tanlanma taqsimotga ko‘ra empirik funksiya tuzing:

$$\begin{array}{cccc} x_i & -4 & 1 & 9 \\ n_i & 12 & 30 & 18 \end{array}$$

3. Tanlanmaning quyida berilgan taqsimoti bo‘yicha nisbiy chastotalar poligonini yasang:

$$\begin{array}{ccccc} x_i & 6 & 9 & 10 & 13 \\ w_i & 0{,}24 & 0{,}32 & 0{,}16 & 0{,}28 \end{array}$$

4. Tanlanmaning quyida berilgan taqsimoti bo‘yicha chastotalar gistogrammasini yasang:

Interval nomeri	Qismiy interval	Intervaldagi variantalar chastotalari yig‘indisi	Chastota zichligi
i	$x_{i-1}-x_i$	n_i	n_i/h
1	3-7	4	1
2	7-11	12	3
3	11-15	20	5
4	15-19	28	7
5	19-23	16	4
6	23-27	6	1,5
7	27-31	4	1

5. Bosh to‘plamdan hajmi n=100 ga teng tanlanma olingan va taqsimoti yozilgan:

varianta x_i: 8 14 18 24

chastota n_i: 16 10 9 15

Bosh to‘plamning o‘rta qiymati uchun siljimagan baho topilsin.

6. $\alpha = 0{,}05$. H_0 gipotezani tekshiring.

Empirik chastotalar:

n_i : 8, 16, 42, 76, 108, 44, 18, 10

Nazariy chastotalar:

n_i' : 9, 18, 44, 96, 98, 46, 16, 8

H_0: bosh to‘plam normal taqsimlangan.

7. Bosh to‘plam normal taqsimlangan deb faraz qilib, n=200 hajmli tanlanmaning, bir xil uzunlikdagi intervallar ketma-ketligiva ularga mos chastotalar ko‘rinishida berilgan empirik taqsimoti bo‘yicha nazariy chastotalarini toping.

Interval nomeri	Interval uchlari		Chastotalar
i	x_i	x_{i+1}	h_i
1	7	11	8
2	11	15	16
3	15	19	28
4	19	23	22
5	23	27	38
6	27	31	34
7	31	35	18
8	35	39	14
9	39	43	12

20-variant

1.Tanlanma taqsimot berilgan:

x_i	8	15	18	20
n_i	14	12	10	14

Nisbiy chastotali taqsimoti yozilsin.

2. Berilgan tanlanma taqsimotga ko‘ra empirik funksiya tuzing:

x_i	−2	4	8
n_i	25	50	25

3. Tanlanmaning quyida berilgan taqsimoti bo‘yicha nisbiy chastotalar poligonini yasang:

x_i	***2,5***	***3,5***	***5,5***	***8***
w_i	***0,27***	***0,28***	***0,33***	***0,12***

4. Tanlanmaning quyida berilgan taqsimoti bo‘yicha chastotalar gistogrammasini yasang:

Interval nomeri	Qismiy interval	Intervaldagi variantalar chastotalari yig‘indisi	Chastota zichligi
i	$x_{i-1}-x_i$	n_i	n_i/h
1	(-4)-2	6	1
2	2-8	9	1,5
3	8-14	15	2,5
4	14-20	36	6
5	20-26	21	3,5
6	26-32	9	1,5
7	32-38	4	2/3

5. Bosh to‘plamdan hajmi n=100 ga teng tanlanma olingan va taqsimoti yozilgan:

varianta x_i:	9	13	16	29
chastota n_i:	8	16	12	14

Bosh to‘plamning o‘rta qiymati uchun siljimagan baho topilsin.

6. $\alpha = 0{,}05$. H_0 gipotezani tekshiring.

Empirik chastotalar:

n_i : ***6, 15, 40, 74, 106, 38, 14, 8***

Nazariy chastotalar:

n_i' : ***6, 16, 38, 94, 96, 36, 14, 6***

H_0: bosh to‘plam normal taqsimlangan.

7. Bosh to‘plam normal taqsimlangan deb faraz qilib, n=200 hajmli tanlanmaning, bir xil uzunlikdagi intervallar ketma-ketligiva ularga mos chastotalar ko‘rinishida berilgan empirik taqsimoti bo‘yicha nazariy chastotalarini toping.

Interval nomeri	Interval uchlari		Chastotalar
i	x_i	x_{i+1}	h_i
1	3	7	9
2	7	11	12
3	11	15	30
4	15	19	24
5	19	23	38
6	23	27	45
7	27	31	17
8	31	35	12
9	35	39	8

21-variant

1.Tanlanma taqsimot berilgan:

x_i	5	7	9	12
n_i	13	14	11	12

Nisbiy chastotali taqsimoti yozilsin.

2. Berilgan tanlanma taqsimotga ko‘ra empirik funksiya tuzing:

x_i	-5	2	7
n_i	12	28	40

3. Tanlanmaning quyida berilgan taqsimoti bo‘yicha nisbiy chastotalar poligonini yasang:

x_i	2	4	6	9
w_i	0,21	0,24	0,16	0,39

4. Tanlanmaning quyida berilgan taqsimoti bo‘yicha chastotalar gistogrammasini yasang:

Interval nomeri	Qismiy interval	Intervaldagi variantalar chastotalari yig‘indisi	Chastota zichligi
i	$x_{i-1} - x_i$	n_i	n_i/h
1	(-3)-0	6	2
2	0-3	12	3
3	3-6	15	5
4	6-9	24	8

5 6 7	9-12 12-15 15-18	21 15 7	7 5 7/3

5. Bosh to‘plamdan hajmi n=100 ga teng tanlanma olingan va taqsimoti yozilgan:

varianta x_i: 12 15 18 24

chastota n_i: 14 10 12 14

Bosh to‘plamning o‘rta qiymati uchun siljimagan baho topilsin.

6. $\alpha = 0{,}05$. H_0 gipotezani tekshiring.

Empirik chastotalar:

***n_i* : 8, 16, 42, 76, 99, 38, 18, 10**

Nazariy chastotalar:

***n_i'* : 8, 18, 44, 90, 92, 40, 16, 9**

H_0: bosh to‘plam normal taqsimlangan.

7. Bosh to‘plam normal taqsimlangan deb faraz qilib, n=200 hajmli tanlanmaning, bir xil uzunlikdagi intervallar ketma-ketligiva ularga mos chastotalar ko‘rinishida berilgan empirik taqsimoti bo‘yicha nazariy chastotalarini toping.

Interval nomeri	Interval uchlari		Chastotalar
i	x_i	x_{i+1}	h_i
1	4	6	7
2	6	8	13
3	8	10	25
4	10	12	45
5	12	14	39
6	14	16	23
7	16	18	32
8	18	20	19
9	20	22	6

22-variant

1.Tanlanma taqsimot berilgan:

x_i	**4**	**6**	**8**	**9**
n_i	**9**	**14**	**19**	**8**

Nisbiy chastotali taqsimoti yozilsin.

2. Berilgan tanlanma taqsimotga ko‘ra empirik funksiya tuzing:

x_i	-4	5	9
n_i	14	70	56

3. Tanlanmaning quyida berilgan taqsimoti bo‘yicha nisbiy chastotalar poligonini yasang:

x_i	$1{,}5$	2	6	$8{,}5$
w_i	$0{,}14$	$0{,}23$	$0{,}36$	$0{,}27$

4. Tanlanmaning quyida berilgan taqsimoti bo‘yicha chastotalar gistogrammasini yasang:

Interval nomeri	Qismiy interval	Intervaldagi variantalar chastotalari yig‘indisi	Chastota zichligi
i	$x_{i-1}-x_i$	n_i	n_i/h
1	2-4	8	4
2	4-6	10	5
3	6-8	22	11
4	8-10	28	14
5	10-12	20	10
6	12-14	8	4
7	14-16	4	2

5. Bosh to‘plamdan hajmi n=100 ga teng tanlanma olingan va taqsimoti yozilgan:

varianta x_i:	13	15	17	20
chastota n_i:	10	12	14	14

Bosh to‘plamning o‘rta qiymati uchun siljimagan baho topilsin.

6. $\alpha = 0{,}05$. H_0 gipotezani tekshiring.

Empirik chastotalar:

n_i : 5, 17, 44, 78, 106, 62, 24, 12

Nazariy chastotalar:

n_i' : 6, 14, 42, 96, 98, 56, 20, 8

H_0: bosh to‘plam normal taqsimlangan.

7.Bosh to‘plam normal taqsimlangan deb faraz qilib, n=200 hajmli tanlanmaning, bir xil uzunlikdagi intervallar ketma-ketligiva ularga mos chastotalar ko‘rinishida berilgan empirik taqsimoti bo‘yicha nazariy chastotalarini toping.

Interval nomeri	Interval uchlari		Chastotalar
i	x_i	x_{i+1}	h_i
1	5	8	11
2	8	11	19
3	11	14	28
4	14	17	21
5	17	20	42
6	29	23	32
7	23	26	18
8	26	29	16
9	29	32	13

23-variant

1.Tanlanma taqsimot berilgan:

x_i	6	8	9	12
n_i	7	12	21	10

Nisbiy chastotali taqsimoti yozilsin.

2. Berilgan tanlanma taqsimotga ko‘ra empirik funksiya tuzing:

x_i	2	8	12
n_i	24	60	36

3. Tanlanmaning quyida berilgan taqsimoti bo‘yicha nisbiy chastotalar poligonini yasang:

x_i	4	7	8	12
w_i	0,18	0,26	0,24	0,32

4. Tanlanmaning quyida berilgan taqsimoti bo‘yicha chastotalar gistogrammasini yasang:

Interval nomeri	Qismiy interval	Intervaldagi variantalar chas-totalari yig‘indisi	Chastota zichligi
i	$x_{i-1}-x_i$	n_i	n_i/h
1	3-8	5	1
2	8-13	10	2
3	13-18	15	3
4	18-23	30	6
5	23-28	20	4
6	28-33	15	3
7	33-38	5	1

5. Bosh to‘plamdan hajmi n=100 ga teng tanlanma olingan va taqsimoti yozilgan:

varianta x_i:	11	14	18	22
chastota n_i:	15	10	12	13

Bosh to‘plamning o‘rta qiymati uchun siljimagan baho topilsin.

6. $\alpha = 0{,}05$. H_0 gipotezani tekshiring.

Empirik chastotalar:

n_i :   4,   12,   42,   86,   98,   64,   18,   6

Nazariy chastotalar:

n_i' :   6,   13,   44,   92,   94,   48,   16,   6

H_0: bosh to‘plam normal taqsimlangan.

7. Bosh to‘plam normal taqsimlangan deb faraz qilib, n=200 hajmli tanlanmaning, bir xil uzunlikdagi intervallar ketma-ketligiva ularga mos chastotalar ko‘rinishida berilgan empirik taqsimoti bo‘yicha nazariy chastotalarini toping.

Interval nomeri	Interval uchlari		Chastotalar
i	x_i	x_{i+1}	h_i

1	3	5	10
2	5	7	18
3	7	9	32
4	9	11	26
5	11	13	46
6	13	15	50
7	15	17	22
8	17	19	19
9	19	21	9

24-variant

1.Tanlanma taqsimot berilgan:

x_i	9	12	14	17
n_i	12	15	14	9

Nisbiy chastotali taqsimoti yozilsin.

2. Berilgan tanlanma taqsimotga ko‘ra empirik funksiya tuzing:

x_i	4	7	12
n_i	15	40	25

3. Tanlanmaning quyida berilgan taqsimoti bo‘yicha nisbiy chastotalar poligonini yasang:

x_i	3	5	6,5	8
w_i	0,34	0,26	0,2	0,2

4. Tanlanmaning quyida berilgan taqsimoti bo‘yicha chastotalar gistogrammasini yasang:

Interval nomeri	Qismiy interval	Intervaldagi variantalar chastotalari yig‘indisi	Chastota zichligi
i	$x_{i-1} - x_i$	n_i	n_i/h
1	(-6)-0	4	2/3
2	0-6	9	1,5
3	6-12	15	2,5
4	12-18	36	6
5	18-24	18	3

6	24-30	12	2
7	30-36	6	1

5. Bosh to‘plamdan hajmi n=100 ga teng tanlanma olingan va taqsimoti yozilgan:

varianta x_i: 7 11 15 18

chastota n_i: 12 13 13 12

Bosh to‘plamning o‘rta qiymati uchun siljimagan baho topilsin.

6. $\alpha = 0{,}05$. H_0 gipotezani tekshiring.

Empirik chastotalar:

n_i : **9, 14, 40, 76, 104, 62, 16, 10**

Nazariy chastotalar:

n'_i : **8, 16, 42, 94, 96, 46, 18, 9**

H_0: bosh to‘plam normal taqsimlangan.

7. Bosh to‘plam normal taqsimlangan deb faraz qilib, n=200 hajmli tanlanmaning, bir xil uzunlikdagi intervallar ketma-ketligiva ularga mos chastotalar ko‘rinishida berilgan empirik taqsimoti bo‘yicha nazariy chastotalarini toping.

Interval nomeri	Interval uchlari		Chastotalar
i	x_i	x_{i+1}	h_i
1	4	7	9
2	7	10	22
3	10	13	14
4	13	16	38
5	16	19	49
6	19	22	26
7	22	25	30
8	25	28	8
9	28	31	4

25-variant

1.Tanlanma taqsimot berilgan:

x_i	**7**	**10**	**12**	**15**
n_i	**7**	**17**	**18**	**8**

Nisbiy chastotali taqsimoti yozilsin.

2. Berilgan tanlanma taqsimotga ko‘ra empirik funksiya tuzing:

x_i	8	12	15
n_i	12	18	60

3. Tanlanmaning quyida berilgan taqsimoti bo‘yicha nisbiy chastotalar poligonini yasang:

x_i	4	6,5	7	8,5
w_i	0,28	0,22	0,18	3,2

4. Tanlanmaning quyida berilgan taqsimoti bo‘yicha chastotalar gistogrammasini yasang:

Interval nomeri	Qismiy interval	Intervaldagi variantalar chastotalari yig‘indisi	Chastota zichligi
i	$x_{i-1}-x_i$	n_i	n_i/h
1	0-4	8	2
2	4-8	12	3
3	8-12	16	4
4	12-16	24	6
5	16-20	20	5
6	20-24	12	3
7	24-28	8	2

5. Bosh to‘plamdan hajmi n=100 ga teng tanlanma olingan va taqsimoti yozilgan:

varianta x_i:	15	18	22	25
chastota n_i:	14	10	16	10

Bosh to‘plamning o‘rta qiymati uchun siljimagan baho topilsin.

6. $\alpha = 0{,}05$. H_0 gipotezani tekshiring.

Empirik chastotalar:

n_i : 10, 17, 42, 75, 106, 63, 18, 12

Nazariy chastotalar:

n_i' : 9, 18, 44, 95, 98, 42, 16, 8

H_0: bosh to‘plam normal taqsimlangan.

7. Bosh to‘plam normal taqsimlangan deb faraz qilib, n=200 hajmli tanlanmaning, bir xil uzunlikdagi intervallar ketma-ketligiva ularga mos chastotalar ko‘rinishida berilgan empirik taqsimoti bo‘yicha nazariy chastotalarini toping.

Interval nomeri	Interval uchlari		Chastotalar
i	x_i	x_{i+1}	h_i
1	6	10	8
2	10	14	20
3	14	18	16
4	18	22	39
5	22	26	46
6	26	30	28
7	30	34	19
8	34	38	18
9	38	42	6

26-variant

1.Tanlanma taqsimot berilgan:

x_i	9	11	13	16
n_i	9	19	18	10

Nisbiy chastotali taqsimoti yozilsin.

2. Berilgan tanlanma taqsimotga ko‘ra empirik funksiya tuzing:

x_i	5	12	16
n_i	18	27	45

3. Tanlanmaning quyida berilgan taqsimoti bo‘yicha nisbiy chastotalar poligonini yasang:

x_i	1,5	6	7,5	9
w_i	0,24	0,18	0,26	0,32

4. Tanlanmaning quyida berilgan taqsimoti bo‘yicha chastotalar gistogrammasini yasang:

Interval nomeri	Qismiy interval	Intervaldagi variantalar chastotalari yig‘indisi	Chastota zichligi
i	$x_{i-1}-x_i$	n_i	n_i/h
1	3-5,5	5	2
2	5,5-8	15	6
3	8-10,5	20	8
4	10,5-13	30	12
5	13-15,5	15	6
6	15,5-18	10	4
7	18-20,5	5	2

5. Bosh to‘plamdan hajmi n=100 ga teng tanlanma olingan va taqsimoti yozilgan:

varianta x_i:	4	9	11	14
chastota n_i:	12	15	10	12

Bosh to‘plamning o‘rta qiymati uchun siljimagan baho topilsin.

6. $\alpha = 0{,}05$. H_0 gipotezani tekshiring.

Empirik chastotalar:

***n_i* : 6, 14, 38, 76, 104, 84, 32, 12**

Nazariy chastotalar:

***n_i'* : 6, 16, 42, 88, 96, 54, 20, 12**

H_0: bosh to‘plam normal taqsimlangan.

7.Bosh to‘plam normal taqsimlangan deb faraz qilib, n=200 hajmli tanlanmaning, bir xil uzunlikdagi intervallar ketma-ketligiva ularga mos chastotalar ko‘rinishida berilgan empirik taqsimoti bo‘yicha nazariy chastotalarini toping.

Interval nomeri	Interval uchlari		Chastotalar
i	x_i	x_{i+1}	h_i

1	2	4	11
2	4	6	19
3	6	8	34
4	8	10	28
5	10	12	42
6	12	14	23
7	14	16	16
8	16	18	20
9	18	20	7

27-variant

1.Tanlanma taqsimot berilgan:

x_i	8	11	14	17
n_i	8	16	17	9

Nisbiy chastotali taqsimoti yozilsin.

2. Berilgan tanlanma taqsimotga ko‘ra empirik funksiya tuzing:

x_i	2	7	13
n_i	24	36	60

3. Tanlanmaning quyida berilgan taqsimoti bo‘yicha nisbiy chastotalar poligonini yasang:

x_i	2	4	5,5	6
w_i	0,2	0,24	0,3	0,26

4. Tanlanmaning quyida berilgan taqsimoti bo‘yicha chastotalar gistogrammasini yasang:

Interval nomeri	Qismiy interval	Intervaldagi variantalar chastotalari yig‘indisi	Chastota zichligi
i	$x_{i-1}-x_i$	n_i	n_i/h
1	1-4	6	2
2	4-7	9	3
3	7-10	15	5
4	10-13	24	8
5	13-16	21	7
6	16-19	15	5

7	19-22	10	10/3

5. Bosh to‘plamdan hajmi n=100 ga teng tanlanma olingan va taqsimoti yozilgan:

varianta x_i: 10 13 17 21
chastota n_i: 9 14 15 12

Bosh to‘plamning o‘rta qiymati uchun siljimagan baho topilsin.

6. $\alpha = 0{,}05$. H_0 gipotezani tekshiring.

Empirik chastotalar:

n_i : 8, 16, 42, 78, 104, 43, 14, 10

Nazariy chastotalar:

n_i' : 6, 14, 40, 92, 94, 38, 12, 6

H_0: bosh to‘plam normal taqsimlangan.

7.Bosh to‘plam normal taqsimlangan deb faraz qilib, n=200 hajmli tanlanmaning, bir xil uzunlikdagi intervallar ketma-ketligiva ularga mos chastotalar ko‘rinishida berilgan empirik taqsimoti bo‘yicha nazariy chastotalarini toping.

Interval nomeri	Interval uchlari		Chastotalar
i	x_i	x_{i+1}	h_i
1	5	8	12
2	8	11	18
3	11	14	31
4	14	17	29
5	17	20	46
6	20	23	32
7	23	26	16
8	26	29	10
9	29	32	6

28-variant

1.Tanlanma taqsimot berilgan:

x_i	2	5	7	9
n_i	9	10	15	16

Nisbiy chastotali taqsimoti yozilsin.

2. Berilgan tanlanma taqsimotga ko‘ra empirik funksiya tuzing:

x_i	***9***	***13***	***18***
n_i	***28***	***52***	***20***

3. Tanlanmaning quyida berilgan taqsimoti bo‘yicha nisbiy chastotalar poligonini yasang:

x_i	***6***	***7,5***	***8,2***	***9,6***
w_i	***0,18***	***0,32***	***0,24***	***0,26***

4. Tanlanmaning quyida berilgan taqsimoti bo‘yicha chastotalar gistogrammasini yasang:

Interval nomeri	Qismiy interval	Intervaldagi variantalar chastotalari yig‘indisi	Chastota zichligi
i	$x_{i-1}-x_i$	n_i	n_i/h
1	4-6	4	2
2	6-8	8	4
3	8-10	22	11
4	10-12	28	14
5	12-14	20	10
6	14-16	10	5
7	16-18	8	4

5. Bosh to‘plamdan hajmi *n*=100 ga teng tanlanma olingan va taqsimoti yozilgan:

varianta x_i:	14	17	21	24
chastota n_i:	13	12	10	15

Bosh to‘plamning o‘rta qiymati uchun siljimagan baho topilsin.

6. $\alpha = 0{,}05$. H_0 gipotezani tekshiring.

Empirik chastotalar:

n_i : ***10, 18, 40, 79, 106, 42, 16, 9***

Nazariy chastotalar:

n_i' : ***9, 18, 42, 86, 94, 50, 22, 14***

H_0: bosh to‘plam normal taqsimlangan.

7.Bosh to‘plam normal taqsimlangan deb faraz qilib, *n*=200 hajmli tanlanmaning, bir xil uzunlikdagi intervallar ketma-ketligiva ularga mos chastotalar ko‘rinishida berilgan empirik taqsimoti bo‘yicha nazariy chastotalarini toping.

Interval nomeri	Interval uchlari		Chastotalar
i	x_i	x_{i+1}	h_i
1	5	9	10
2	9	13	16
3	13	17	29
4	17	21	33
5	21	25	48
6	25	29	20
7	29	33	18
8	33	37	21
9	37	41	5

29-variant

1.Tanlanma taqsimot berilgan:

x_i	4	8	12	16
n_i	7	11	17	15

Nisbiy chastotali taqsimoti yozilsin.

2. Berilgan tanlanma taqsimotga ko‘ra empirik funksiya tuzing:

x_i	12	15	18
n_i	15	35	50

3. Tanlanmaning quyida berilgan taqsimoti bo‘yicha nisbiy chastotalar poligonini yasang:

x_i	2	3,5	5	7,5
w_i	0,21	0,32	0,29	0,8

4. Tanlanmaning quyida berilgan taqsimoti bo‘yicha chastotalar gistogrammasini yasang:

Interval nomeri	Qismiy interval	Intervaldagi variantalar chastotalari yig‘indisi	Chastota zichligi
i	$x_{i-1} - x_i$	n_i	n_i/h
1	4-9	6	1,2
2	9-14	15	3

3	14-19	20	4
4	19-24	25	5
5	24-29	14	2,8
6	29-34	12	2,4
7	34-39	8	1,6

5. Bosh to‘plamdan hajmi n=100 ga teng tanlanma olingan va taqsimoti yozilgan:

varianta x_i:	9	14	18	22
chastota n_i:	11	13	14	12

Bosh to‘plamning o‘rta qiymati uchun siljimagan baho topilsin.

6. $\alpha = 0{,}05$. H_0 gipotezani tekshiring.

Empirik chastotalar:

n_i : 7, 16, 40, 75, 105, 56, 80, 12

Nazariy chastotalar:

n_i' : 8, 14, 42, 90, 94, 46, 20, 14

H_0: bosh to‘plam normal taqsimlangan.

7. Bosh to‘plam normal taqsimlangan deb faraz qilib, n=200 hajmli tanlanmaning, bir xil uzunlikdagi intervallar ketma-ketligiva ularga mos chastotalar ko‘rinishida berilgan empirik taqsimoti bo‘yicha nazariy chastotalarini toping.

Interval nomeri	Interval uchlari		Chastotalar
i	x_i	x_{i+1}	h_i
1	4	6	12
2	6	8	18
3	8	10	26
4	10	12	39
5	12	14	41
6	14	16	31
7	16	18	18
8	18	20	8
9	20	22	7

30-variant

1.Tanlanma taqsimot berilgan:

x_i	6	9	12	14
n_i	12	13	14	11

Nisbiy chastotali taqsimoti yozilsin.

2. Berilgan tanlanma taqsimotga ko‘ra empirik funksiya tuzing:

x_i	6	14	16
n_i	28	32	40

3. Tanlanmaning quyida berilgan taqsimoti bo‘yicha nisbiy chastotalar poligonini yasang:

x_i	4	6,5	8	10,5
w_i	0,2	0,34	0,2	0,26

4. Tanlanmaning quyida berilgan taqsimoti bo‘yicha chastotalar gistogrammasini yasang:

Interval nomeri	Qismiy interval	Intervaldagi variantalar chastotalari yig‘indisi	Chastota zichligi
i	$x_{i-1}-x_i$	n_i	n_i/h
1	5-9	4	1
2	9-13	12	3
3	13-17	18	4,5
4	17-21	26	6,5
5	21-25	20	5
6	25-29	12	3
7	29-33	8	2

5. Bosh to‘plamdan hajmi n=100 ga teng tanlanma olingan va taqsimoti yozilgan:

varianta x_i:	11	13	17	20
chastota n_i:	14	10	12	14

Bosh to‘plamning o‘rta qiymati uchun siljimagan baho topilsin.

6. $\alpha = 0,05$. H_0 gipotezani tekshiring.

Empirik chastotalar:

n_i : 9, 17, 38, 78, 106, 82, 21, 16

Nazariy chastotalar:

n_i' **:** ***8, 18, 44, 86, 98, 74, 32, 10***

H_0: bosh to‘plam normal taqsimlangan.

7. Bosh to‘plam normal taqsimlangan deb faraz qilib, n=200 hajmli tanlanmaning, bir xil uzunlikdagi intervallar ketma-ketligiva ularga mos chastotalar ko‘rinishida berilgan empirik taqsimoti bo‘yicha nazariy chastotalarini toping.

Interval nomeri	Interval uchlari		Chastotalar
i	x_i	x_{i+1}	h_i
1	4	8	10
2	8	12	17
3	12	16	28
4	16	20	37
5	20	24	52
6	24	28	21
7	28	32	22
8	32	36	7
9	36	40	6

Adabiyotlar

1. В.П. Гмурман. Теория вероятностей и математическая статистика. М.: Изд. «Высшая школа».1999 г.
2. С.Х.Сирожиддинов, М.М.Маматов. Эҳтимоллар назарияси ва математик статистика. Т. “Ўқитувчи” 1980 й.
3. Б.А. Севостьянов. Курс теории вероятностей и математической статистики.М.:Изд.«Высшая школа».1982 г.
4. А.Н.Бородин. Элементарный курс теории вероятностей и математической статистики. СПБ-Лань, 2002 г..
5. R.R. Abzalimov. Ehtimollar nazariyasi va matematik statistika. “O‘zbekiston faylasuflari milliy jamiyati” nashriyoti. Toshkent-2005.
6. Р.Р. Абзалимов, Г. Абдурахмонов. Теория вероятностей в задачах и упражнениях. Ташкент. ТГТУ. 2010.
7. М.У. Гафуров, Ф.М. Зокиров, Р.Х. Кенджаев. «Эхтимоллар назарияси ва математик статистика» курсидан таълим технологияси. Услубий кулланма. -ZiyoNET. Тошкент 2010.
8. А.И. Кибзун, Е.Р.Горяинова, А.В. Наумов, А.Н. Сиротин. Теория вероятностей и математическая статистика. Базовый курс с примерами и задачами. Учебное пособие.-М.: Физматлит.2002.
9. А.Р. Панков,Е.Н. Платонов. Практикум по математической статистике. М.: Изд. «Май». 2006.

Mundarija

Muharrir: X.Po‘latho‘jayev