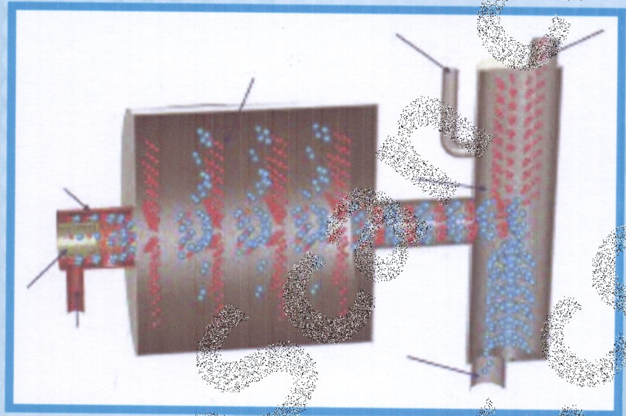
Х.К. Сайидов

ДИФФУЗИОННОЕ ГОРЕНИЕ. МЕТОДЫ РАСЧЕТА ДЛЯ СТРУЙ РЕАГИРУЮЩИХ ГАЗОВ



УДК 532.72:621.1.035.221.743

С 22

Х. Саидов. Диффузионное горение. Методы расчета для струй реагирующих газов. Монография. Бухара. 2021, 104 с.

ББК 35.113

В монографии изложены результаты теоретических и экспериментальных исследований турбулентных струй реагирующих газов. Проведен подробный анализ существующих моделей кинематического коэффициента турбулентной вязкости. Предложена модифицированная однопараметрическая модель коэффициента турбулентной вязкости в виде дифференциального уравнения. С использованием данной модели сформулированы и решены задачи турбулентных струй реагирующих газов. Разработан численный алгоритм решения дифференциальных уравнений турбулентного пограничного слоя реагирующих газов применительно к задачам тепло - и массообмена в плоских и осесимметричных свободных струях, в ограниченном пространстве, а также в системе плоских струй со сложными граничными условиями.

Для инженеров-теплофизиков, энергетиков, механиков, докторантов и студентов старших курсов.

Рецензенты:

Главный научный сотрудник Бухарского отделения института Математики им. В.И. Романовского АН РУз, доктор физико-математических наук (DSc), М.Х. Тешаев

Доцент кафедры «Прикладной математики и технология программирования» Бухарского Государственного университета, кандидат физико-математических наук (DPh), Ж.Ж. Жумаев

Утверждена к печати Научно-методическим советом Бухарского инженерно-технологического института

Протокол № 3 от 22.09.2021 г.

ISBN:978-9943-7595-9-6

Содержание

Х. САЙИДОВ

Диффузионное горение. Методы расчета для струй реагирующих газов

Muharrir: *A. Qalandarov*
Texnik muharrir: *G. Samiyeva*
Musahhih: *Sh. Qahhorov*
Sahifalovchi: *M. Ortiqova*

Nashriyot litsenziyasi AI № 178. 08.12.2010. Original-maketdan bosishga ruxsat etildi: 21.12.2021. Bichimi 60x84. Kegli 16 shponli. «Times New Roman» garn. Ofset bosma usulida bosildi. Ofset bosma qog`ozi. Bosma tobog`i 6,5. Adadi 100. Buyurtma №453.

Buxoro viloyat Matbuot va axborot boshqarmasi
"Durdona" nashriyoti: Buxoro shahri Muhammad Iqbol ko`chasi, 11-uy.
Bahosi kelishilgan narxda.

"Sadriddin Salim Buxoriy" MCHJ bosmaxonasida chop etildi.
Buxoro shahri Muhammad Iqbol ko`chasi, 11-uy. Tel.: 0(365) 221-26-45

ISBN 978-9943-7595-9-6
9 789943 759596

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕ-СПЕЦИАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ УЗБЕКИСТАН

БУХАРСКИЙ ИНЖЕНЕРНО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

Кафедра «Высшая математика»

САЙИДОВ ХАМРОКУЛ КУВОНДИКОВИЧ

МОНОГРАФИЯ

Диффузионное горение. Методы расчета для струй реагирующих газов

Бухара, 2021 г.

Содержание

Посвящается памяти моего наставника, доктора технических наук, профессору Жумаеву Заиру Шакировичу.

1. Введение

1.1. Исторический обзор

Изучение процессов тепло- и массообмена всегда играло важную роль в развитии науки и техники. Исследования в этой области еще в конце прошлого века стимулировались потребностями, появившихся в то время в теплоэнергетике, аппаратов химической технологии и других отраслях.

Современное развитие авиации, атомной энергетики, ракетно-космической техники выдвинуло новые задачи процессов тепло- и массообмена.

В последнее время сфера интенсивного исследования и применения процессов тепло- и массообмена чрезвычайно расширилась. Она включает как ведущие направления техники (химическая технология, металлургия, нефтеразработка и т.д), так и основные естественные науки (биология, теоретическая физика, экология и др).

Особую важность приобретает исследование законов движения в тепло- и массобменных процессах в вышеуказанных отраслях. В основном эти процессы происходят по законам распространения турбулентных струй реагирующих газов.

Существующие в этой области исследования, далеки от полного разрешения, несмотря на большое количество опубликованных работ в нашей стране и зарубежом.

Это связано с одной стороны, с незавершенностью теории турбулентности, с другой, со специфическими особенностями турбулентных движений, с необходимостью располагать достоверной информацией о локальных характеристиках турбулентных течений.

При решении задач турбулентных течений с химическими реакциями именно локальные характеристики оказываются чрезвычайно чувствительными к условиям теплового взаимодействия среды.

Высокие требования, предъявляемые к точности и достоверности результатов исследований тепло-и массообмена, приводят к необходимости учета максимального количества факторов, влияющих на развитие физических процессов.

Аналитический метод расчета подобных задач невозможен, а экспериментальный – связан с высокой стоимостью и сложностью исследований. Поэтому основной способ изучения заключается в разработке численной модели процесса и последующего численного эксперимента.

Численное моделирование часто дает достаточно полную информацию, позволяет изучать явления, не поддающиеся моделированию в лабораторном эксперименте.

Преимущество численных методов заключается еще и в том, что рассмотрение аналогичных задач (другой диапазон параметров течения, иная геометрия) не требует дополнительных усилий.

Наконец, они позволяют глубже разобраться в механизме того или иного явления, выделив эффекты, связанные с каждым отдельным процессом, установить определяющие параметры. Поэтому вопросам численного моделирования процессов тепло- и массообмена многокомпонентных струйных течений реагирующих газов уделяется большое внимание.

Решение проблемы турбулентных течений с химическими реакциями имеет чрезвычайно большое научное и практическое значение в связи с непрерывным ростом удельного веса природного газа в топливном балансе страны, прогрессирующим ростом единичной мощности тепловых агрегатов и т.д.

Основное внимание уделяется увеличению эффективности сжигания топлива и уменьшению вредных выбросов в условиях нарастания энергетического и экологического кризисов.

В связи с этим совершенствование существующих и создание новых универсальных теорий и методов расчета гидрогазодинамики и тепло- и массообмена многокомпонентных струйных течений реагирующих газовых смесей по прежнему остаются актуальными и практически важными вопросами.

1.2. Состояние вопроса

Интерес к исследованию теории турбулентных струйных течений с реакциями всегда был в поле зрения исследователей. Это объясняется, с одной стороны, все возрастающими практическими потребностями, а с другой, – совершенствованием численных методов решения уравнений теории пограничного слоя с использованием современных ЭВМ с большим объемом памяти и большим быстродействием, т.е. возможностями проведения в широком диапазоне так называемого численного эксперимента.

Проблема численного моделирования коэффициента турбулентного обмена связана как с вопросами математического моделирования струйных течений, так и с методами решения.

Основы теории турбулентных струйных течений с реакциями горения изложены в трудах Г.Н. Абрамовича[1] [1–3], Ф.А. Алиева[2] [5, 6], Бай- Ши-И[3] [12–14], В.К. Баева[4] [9–11], Ф.А. Вильямса[5] [18, 74], Л.А. Вулиса[6] [21–23], И.П. Гинзбурга[7] [25], Г.С. Глушко[8] [27], Ю.А. Гостинцева[9] [29–31], Ш.А. Ершина [10] [22, 34–35], З.Ш. Жумаева[11] [6, 36–40], Я.Б. Зельдовича[12] [41], Г.Ф. Кнорре[13] [47], Ю.В. Лапина[14] [52, 53], В.А. Левина[15] [44], Б. Льюиса[16] [54], Л.Г. Лойцянского[17] [55], А.Н. Секундова[18] [63, 68], А. Ферри[19] [87], Д.А. Франк-Каменецкого[20] [77], Е.С. Щетинкова[21] [82], Л.П. Ярина[22] [22, 23] и других. В многочисленных публикациях авторов рассматриваются отдельные задачи этой проблемы.

Большинство работ вышеперечисленных авторов посвящено задачам турбулентных струйных течений для несжимаемой жидкости. В этом случае решения задачи значительно упрощается.

В случае сжимаемой жидкости расчет струйных течений реагирующих газов

[1]**Г.Н. Абрамович** – Российский учёный в области теоретической и прикладной газовой динамики.
[2]**Ф.А. Алиев** – Узбекский ученый в области теоретической и прикладной газовой динамики и гидродинамики.
[3]**Бай- Ши-И** – Американский ученый в области теоретической и прикладной газовой динамики и гидродинамики.
[4]**В.К. Баев** – Российский учёный в области физической газодинамики, аэрофизики, физики горения и энергетики.
[5]**Ф.А. Вильямс** – Американский учёный-физик, специалист в области горения.
[6]**Л.А. Вулис** – Российский учёный в области физической газодинамики, аэрофизики, физики горения и энергетики.
[7]**И.П. Гинзбург** – Российский учёный в области аэрогазодинамики и динамики полёта летательных аппаратов.
[8]**Г.С. Глушко** – Российский учёный в области физической газодинамики, аэрофизики, физики горения и энергетики.
[9]**Ю.А. Гостинцев** – Российский учёный в области физики горения и взрыва
[10]**Ш.А. Ершин** – Казахский ученый в области физической газодинамики, аэрофизики, физики горения и энергетики.
[11]**З.Ш. Жумаев** – Узбекский ученый в области физической газодинамики, аэрофизики, физики горения и энергетики.
[12]**Я.Б. Зельдович** – Российский физик и физикохимик.
[13]**Г.Ф. Кнорре** – Российский ученый в области топочной техники и теории горения.
[14]**Ю.В. Лапин** – Российский ученый в области аэрофизики, физики горения и энергетики.
[15]**В.А. Левин** – Российский учёный-механик, специалист в области механики сплошных сред.
[16]**Б. Льюис** – Американский ученый в области термодинамики процессов горения, химической кинетики горения, распространение пламени в газах, горение жидких и твердых топлив.
[17]**Л.Г. Лойцянский** – Российский специалист в области механики механики жидкости и газа, крупный учёный по теории пограничного слоя и турбулентности.
[18]**А.Н. Секундов** – Российский учёный в области механики жидкости и газа.
[19]**А. Ферри** – Итальянский и американский учёный-механик, известный научными трудами в области аэродинамики со специализацией в области гиперзвуковых и сверхзвуковых полётов.
[20]**Д.А. Франк-Каменецкий** – Российский физик-теоретик. Предложил метод разложения зависимости константы скорости хим. реакции, при котором применяется разложение в ряд Тейлора не самой константы скорости, а показателя в экспоненте.
[21]**Е.С. Щетинков** – Российский ученый в области создания гиперзвуковых прямоточных воздушно-реактивных двигателей, стоявший у истоков космонавтики.
[22]**Л.П. Ярин** – Российский (Казахский) учёный в области механики жидкости и газа.

является громоздкой процедурой, не всегда дающей удовлетворительные результаты. В этом направлении методы расчета струйных течений реагирующих газов требуют дальнейшего исследования.

Основные дифференциальные уравнения теории турбулентного пограничного слоя химически реагирующих газовых смесей изложены в трудах [1–6, 9–14, 21–23, 25, 27, 51–55, 68, 70, 76]. В этих работах для описания коэффициента турбулентной вязкости использованы различные модели. Чтобы рассчитать турбулентные течения путем решения уравнений пограничного слоя необходимо принять гипотезу замыкания для коэффициента турбулентной вязкости.

Все известные модели имеют свои преимущества и недостатки. Эти модели с той или иной степенью достоверности описывают конкретной задачи, которая решается. Надо отметить, что все модели турбулентности должны проверяться с результатами экспериментов.

Цель наших рассуждений – дать краткий обзор существующих моделей. При моделировании теории турбулентных струйных течений в большинстве работ используется так называемая гипотеза Буссинеска[23], выдвинутая в 1877 году [86]. Согласно этой гипотезе, кажущиеся турбулентные сдвиговые напряжения связаны со скоростью средней деформации через кажущуюся эффективную турбулентную вязкость.

Для тензора рейнольдсовых напряжений общего вида это дает

$$-\overline{\rho \cdot u_i' \cdot u_j'} = \varepsilon_T \cdot \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right) - \frac{2}{3} \cdot \delta_{ij} \cdot \left(\varepsilon_T \cdot \frac{\partial u_k}{\partial x_k} + \rho \cdot E_T\right), \tag{1.1}$$

где $E_T = \dfrac{\overline{u_i' \cdot u_i'}}{2}$ – кинетическая энергия турбулентности, $u_i'u_j'$– турбулентное напряжение. δ_{ij} – символ Кронекера[24],

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1, \text{если} \quad i = j \\ 0, \text{если} \quad i \neq j \end{cases},$$

ε_T – коэффициент турбулентной вязкости. В отличие от коэффициента молекулярной вязкости ε коэффициент ε_T не является собственно свойством жидкости, а прямо зависит от состояния турбулентности. Он может сильно меняться как от точки к точке в течении, так и от слоя к слою.

Например, течение в открытом канале имеет параболическое распределение ε_T по глубине, а для плоской струи ε_T меняется пропорционально квадратному корню из расстояния от источников. Поэтому (1.1) определяет только структуру модели.

[23]**Ж.В. Буссинеск** – Французский учёный, механик, член Парижской Академии наук, доктор и профессор Парижского университета, автор ряда работ по гидродинамике, оптике, термодинамике, теории упругости.

[24]**Леопольд Кронекер** – немецкий математик, занимавшимся теорией чисел, алгеброй и логикой.

Основной задачей при моделировании процесса является задание функции ε_T.

Согласно кинетической теории газов турбулентную вязкость с достаточной точностью можно представить в виде

$$\varepsilon_T = \rho \cdot v_T \cdot l, \tag{1.2}$$

где v_T и l характерные масштабы скорости и длина турбулентности. Проблема состоит в том, как оценить v_T и l.

Модели турбулентности для замыкания уравнений пограничного слоя можно разделить на две группы.

К **первой группе** относятся модели, в которых используется гипотеза Буссинеска. Их называют моделями турбулентной вязкости. На основе анализа многочисленных экспериментов [8, 21–24, 100], можно сказать, что гипотеза турбулентной вязкости пригодна для многих течений.

К **другой группе** относятся модели, где не используется гипотеза Буссинеска, такие модели называют моделями с уравнениями для напряжений. Еще можно классифицировать модели по числу (однопараметрические, двухпараметрические и.т.д.) и по видам уравнений (алгебраические, дифференциальные).

Одну из самых распространенных и успешно применяемых моделей предложил Л. Прандтль[25] [94]. Его модель положила начало современной полуэмпирической теории турбулентных струйных течений, которые основываются на локальности механизма турбулентного переноса, заключающиеся в том что, количества движения, тепла и вещества определяются лишь значениями локальных осредненных параметров течения. Модель Л. Прандтля имеет вид:

$$\varepsilon_T = l^2 \cdot \left|\frac{\partial u}{\partial y}\right|, \tag{1.3}$$

где l – длина пути смешения, ее можно трактовать как расстояние в поперечном направлении, на котором частица еще сохраняет свой собственный импульс. По порядку величина l равна длине среднего свободного пробега жидких частиц до столкновения или смешения и должна определяться эмпирически; $l\left|\frac{\partial u}{\partial y}\right|$ – характерная скорость турбулентности. Формулу (1.3) можно записать также в виде:

$$\varepsilon_T = k_0 \cdot b_u \cdot \Delta u_m, \tag{1.4}$$

где b_u – характерная толщина исследуемой области с градиентом скорости $\left|\frac{\partial u}{\partial y}\right| \neq 0$,

[25]**Л. Прандтль** – Немецкий механик и физик. Внёс существенный вклад в основы гидродинамики и разработал теорию пограничного слоя. В честь его назван один из критериев подобия, а также гидроаэрометрическое устройство, ставшее классическим приёмником воздушного давления для самолётов и вертолётов.

Δu_m – максимальная разница средних скоростей в данном сечении, k_0 – эмпирическая константа.

Недостатки такой модели, связанные с неуниверсальностью функции $l = l(x)$ и константы k_0, особенно ярко проявляющиеся при исследовании неавтомодельных течений, заставили обратиться к более сложным соотношениям для ε_T.

Наиболее успешной оказалась идея о связи турбулентной вязкости ε_T с кинетической энергией e и масштабом l турбулентности, впервые высказанная А.Н. Колмогоровым[26] [48–49] и Л. Прандтлем [95]:

$$\varepsilon_T = k \cdot \sqrt{e} \cdot L, \tag{1.5}$$

где $e = \dfrac{(u')^2 + (v')^2 + (w')^2}{2}$ – кинетическая энергия турбулентности; L – интегральный масштаб турбулентности.

Для случая плоского турбулентного потока в качестве масштаба турбулентности Л. Прандтль принял

$$l = k \cdot y, \tag{1.6}$$

где y – расстояние от точки до обтекаемой стенки, k – константа Кармана[27].

При $l = ky$ во многих случаях обеспечивала удовлетворительное решение гидродинамических задач гипотеза Прандтля, согласно которой

$$\rho \cdot \overline{u' \cdot v'} = \rho \cdot \varepsilon_T \cdot \left| \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right|,$$

где $\varepsilon_T = l^2 \cdot \left| \dfrac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right|$, l – длина «пути смешения» молей.

Теории Прандтля [96] и Тейлора[28] [101] по существу не решают задачи о турбулентном движении, если из дополнительных соображений не принять зависимость масштаба турбулентности l от расстояния y или каких-либо характеристик турбулентного потока.

Первая попытка установления связи между длиной «пути смещения» и полем скоростей усредненного турбулентного движения была сделана Т. Карманом[29] [89–

[26] **А.Н. Колмогоров** – Российский математик, один из крупнейших математиков XX века. Один из основоположников современной теории вероятностей, а также им получены фундаментальные результаты в теории турбулентности, теории сложности алгоритмов, теории информации и в ряде других областей математики и её приложений.

[27] **Константа Кармана** часто используется в моделировании турбулентности, например, в пограничном слое метеорологии для вычисления потоки количества количества движения, тепла и влаги из атмосферы на поверхность земли. Считается универсальным ($k \approx 0,40$).

[28] **Б. Тейлор** – Английский математик, именем которого называется известная формула, выражающая значение голоморфной функции через значения всех её производных в одной точке.

[29] **Теодор фон Карман** – Американский инженер и учёный–механик венгерского происхождения,

90], рассматривавшим двумерное усреднение движения между двумя плоскостями. Карман делает предположение о локальном подобии турбулентных процессов в различных точках потока: «*... процессы, протекающие в малых областях, заполненных жидкостью, подобны и отличаются только масштабами пространства и времени*».

Согласно гипотезе Кармана пульсационные скорости в различных точках потока отличаются между собой некоторым множителем подобия и линейным размером l нестационарных турбулентных вихрей. Таким образом, поле пульсационной скорости в окрестности произвольной точки M_0 плоского турбулентного потока Кармана записывается в виде

$$\psi'(y,z) = A_0(y_0, z_0) \cdot f(\xi, \eta), \tag{1.7}$$

где $\psi'(y,z)$ – функция тока для пульсаций скорости u' и v', x_0, y_0 – координаты точки M_0,

$$\xi = \frac{y - y_0}{l_0}, \;\; \eta = \frac{x - x_0}{l_0} \tag{1.8}$$

причем

$$f \sim \frac{\partial f}{\partial \xi} \sim \frac{\partial f}{\partial \eta} \sim \frac{\partial^2 f}{\partial \xi^2} \sim \cdots \sim \frac{\partial^3 f}{\partial \xi^3} \sim 1,$$

где $\sim$ означает эквивалентность величин.

Для отыскания связи масштабов A_0 и l_0 с характеристиками усредненного плоского турбулентного потока в окрестности точки M_0 Карман использует соизмеримость различных составляющих локального изменения турбулентного вихря в системе координат, движущихся с усредненной скоростью

$$(\bar{u} - \bar{u_0}) \cdot \frac{\partial \Delta \psi'}{\partial x} \sim u' \cdot \frac{\partial \Delta \bar{\psi}}{\partial y}, \tag{1.9}$$

$$u' \cdot \frac{\partial \Delta \psi'}{\partial y} \sim v' \cdot \frac{\partial \Delta \bar{\psi}}{\partial y}, \tag{1.10}$$

где $\bar{\psi}(y)$ – функция тока усредненного турбулентного движения $\bar{u}$(y), Δ – оператор Лапласа[30] .

Разлагая поле скорости $\bar{u}$ и функцию тока $\bar{\psi}(y)$ в окрестности точки (x_0, y_0) в ряд Тейлора получим:

$$\bar{u}(y) = \bar{u}_0 + \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial y}\right)_0 \cdot (y - y_0) + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial y^2}\right)_0 \cdot (y - y_0)^2 + \cdots \tag{1.11}$$

специалист в области воздухоплавания.

[30]**Оператор Лапласа** (лапласиан, оператор дельта) – дифференциальный оператор, действующий в линейном пространстве гладких функций и обозначаемый символом Δ. Функции F он ставит в соответствие функцию $\Delta F = \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 F}{\partial y^2}$. Оператор Лапласа эквивалентен последовательному взятию операций градиента и дивергенции: $\Delta = div\, grad$.

$$\bar{\psi}(y) = \bar{u}_0 \cdot (y - y_0) + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial y}\right)_0 \cdot (y - y_0)^2 + \frac{1}{6} \cdot \left(\frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial y^2}\right)_0 \cdot (y - y_0)^3 + \cdots \qquad (1.12)$$

из условий (1.9) и (1.10) Карман получает (при $\frac{1}{2}\left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial y}\right)_0 \neq 0$):

$$\left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial y}\right)_0 \cdot l_0 \cdot \frac{A_0}{l_0^3} \sim \frac{A_0}{l_0} \cdot \left(\frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial y^2}\right)_0, \ \frac{A_0}{l_0} \cdot \frac{A_0}{l_0^3} \sim \frac{A_0}{l_0} \cdot \left(\frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial y^2}\right)_0;$$

или

$$l_0 \sim \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial y}\right)_0 \cdot \left(\frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial y^2}\right)_0^{-1}, \ A_0 \sim l_0^3 \cdot \left(\frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial y^2}\right)_0 \sim l_0^2 \cdot \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial y}\right)_0. \qquad (1.13)$$

Интересно отметить, что согласно (1.7) и (1.13)

$$v_0' \sim l_0 \cdot \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial y}\right)_0.$$

далее Карман принимает ряд гипотез и получает известное выражение для масштаба

$$l = k \cdot \left|\frac{\partial \bar{u}}{\partial y}\right| \cdot \left|\frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial y^2}\right|^{-1}, \ k = const, \qquad (1.14)$$

$$v' = l \cdot \left|\frac{\partial \bar{u}}{\partial y}\right|, \qquad (1.15)$$

$$\tau_{xy} = -\rho \cdot \overline{u' \cdot v'} = k^2 \cdot \rho \cdot l^2 \cdot \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial y}\right)^2, \qquad (1.16)$$

т.е. получается тот же результат, что и по гипотезе Прандтля.

Таким образом, кармановский масштаб (1.14), как и введенный Прандтлем, вблизи стенки изменяется линейно с расстоянием y.

Аппроксимация (1.9) для напряжения τ_{xy} с учетом (1.14) получила широкое применение для различных задач теории турбулентного пограничного слоя.

В работах А.Н. Колмогорова [48–49], Л. Прандтля [95–96] и Ю. Ротта[31] [98–99] были получены дифференциальные соотношения для e и l, при этом были введены простые гипотезы о механизме переноса и диссипации e.

Эти соотношения для ε_T устраняли существенный недостаток формул (1.3) и (1.4), поскольку при этом турбулентная вязкость ε_T оказывалась зависящей от предыстории течения и граничных условий, тем самим была более универсальной.

Более подробное исследование применительно к струйным течениям были сде-

[31]**Юлиус Карл Ротта** – Немецкий механик и математик.

ланы В. Роди[32] [97] и Д. Сполдингом[33] [62, 70], а также Г. Меллором[34] и Х. Херрингом[35] [56]. Они описывали турбулентную вязкость системой двух дифференциальных и одним алгебраическим уравнением, в которые входят эмпирические константы. Причем количество констант доходит до тринадцати.

Однопараметрическая модель турбулентной вязкости для несжимаемой жидкости получена также А.Н. Секундовым [68]. Но идея была положена Ни и Коважным [93]. Эта модель достаточно проста и доступна для численного анализа. В то же время это уравнение описывает достаточно широкий класс неавтомодельных турбулентных и переходных течений в следе, струе, канале и пограничном слое.

1.3. Постановка задачи исследования и ценность результатов

Приведенной обзор основных моделей турбулентной вязкости показывает, что все существующие модели не полностью описывают вышеперечисленные проблемы. Некоторые вопросы требуют дальнейшего исследования. Это в основном относится к струям реагирующих газовых смесей. К струйным задачам относится определение коэффициента турбулентной вязкости, который достаточно полно отвечал бы требованиям физики течения и был бы пригоден для всех участков факела.

Изложенные соображения определили цели данной монографии, заключающейся в проведении анализа существующих методических подходов к численному моделированию, разработке математической модели струйных течений реагирующих газов на основе выбранной полуэмпирической модели турбулентности, разработке эффективных численных методов применительно к задачам струйных течений реагирующих газов и изучение на основе этих методов закономерностей тепло-и массообменных процессов в двумерных струях реагирующих газов, развитии моделей турбулентности, предложенные другими авторами, теоретическом исследовании на основе предложенной модели турбулентности зависимости эмпирических констант и их уточнении, выявлены степени пригодности полученных численных решений путем сопоставления их с известными экспериментальными данными и решениями других авторов.

Приведенные методы решения задач могут быть применены для более точного расчета параметров факела топочных устройств, для обеспечения нормальной экологической обстановки окружающей среды путем уменьшения выброса в атмосферу вредных веществ.

В главе 2 описаны основные дифференциальные уравнения теории многоком-

[32]**Вольфганг Роди** – Немецкий ученый в области механики, технологический институт Карлсруэ.

[33]**Дадли Брайен Сполдинг** – Английский механик, член отделение – энергетики, машиностроения, механики и процессов управления РАН, награжден за многочисленные оригинальные концепции процессов тепло массообмена, которые в механике жидких сред и вычислительной механике жидких сред стали базой практических расчетов в энергетике.

[34]**Г. Меллор** – Американский механик и физик.

[35]**Х. Херринг** – Американский механик и физик.

понентного турбулентного пограничного слоя реагирующих газов. Сделаны соответствующие преобразования. С помощью преобразований упрощена система уравнений для осесимметричного случая.

Решена задача для круглых турбулентных струй в спутном потоке при диффузионном горении с помощью модифицированной модели турбулентной вязкости, решена аналогичная задача при горении с конечной скоростью химической реакции. Дано подробное описание массовой скорости ω_i химической реакции.

В главе 3 решена задача о процессах тепло- и массообмена в области перемешивания турбулентных струй реагирующих газовых смесей в полуограниченном цилиндрическом канале с помощью однопараметрической модели турбулентности в дифференциальной форме.

Изучен сложный теплообмен. При проведении расчетов результаты сравнены с известными экспериментальными данными. При этом на стенке канала использованы различные граничные условия. Условия прилипания относительно скорости $\bar{u}$, закон сопротивления стенки. Для температуры $\bar{T}$ и концентрации C_i использован закон Фурье[36] и Фика[37] соответственно.

Сделаны соответствующие выводы. Решена также задача о струе, истекающей из круглого сопла и распространяющейся в полубесконечном расщиряюшимися канале.

В главе 4 рассмотрена задача о течении, образующемся в зоне смешения бесконечной системы периодически расположенных струй, истекающих из плоских сопел, для которых решена задача о течении реагирующих с конечной скоростью химической реакции газовых смесей, с учетом толщины стенки между горючим и окислителем.

Исследован сложный теплообмен при взаимодействии факелов. Здесь же изучено влияние коэффициента избытка воздуха α на параметры факела.

* * * * *

[36]**Жан-Батист Жозеф Фурье** – Французский математик и физик. **Закон Фурье** – тепловой поток в плоской стенке направлен от горячей поверхности к холодной и вычисляется через теплопроводность стенки, её толщину и площадь и разницу температур: $\Phi = \lambda * (T_2 - T_1)/d * S$.

[37]**Адольф Ойген Фик** — Немецкий физик и физиолог. **Закон Фика** — скорость диффузии вещества пропорциональна поверхности мембраны, через которую переносится вещество, и градиенту концентрации вещества.

2. Основные уравнения теории турбулентного пограничного слоя реагирующих газов. Осесимметричная задача

2.1. Основные уравнения теории турбулентного пограничного слоя и их преобразование

В основе математического моделирования течений сжимаемого газа в режиме сплошной среды лежат фундаментальные законы сохранения массы, импульса и энергии.

Основные дифференциальные уравнения теории турбулентного пограничного слоя многокомпонентных реагирующих газовых смесей можно записать в виде [1–3, 10, 12–15, 21–24, 46, 51–55, 68, 70, 71, 74–79, 81–84]:

уравнения неразрывности

$$\frac{\partial(\rho u y^n)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v y^n)}{\partial y} = 0; \tag{2.1}$$

уравнения сохранения количества движения

$$\rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{y^n}\frac{\partial}{\partial y}\left(\rho \varepsilon y^n \frac{\partial u}{\partial y}\right); \tag{2.2}$$

уравнения баланса химических компонентов

$$\rho u \frac{\partial C_i}{\partial x} + \rho v \frac{\partial C_i}{\partial y} = \frac{1}{Sc}\frac{1}{y^n}\frac{\partial}{\partial y}\left(\rho \varepsilon y^n \frac{\partial C_i}{\partial y}\right) + \omega_i; \tag{2.3}$$

уравнение полной энтальпии

$$\rho u \frac{\partial H}{\partial x} + \rho v \frac{\partial H}{\partial y} = \frac{1}{y^n}\frac{\partial}{\partial y}\left[\frac{\rho \varepsilon y^n}{Pr}\frac{\partial H}{\partial y} + \rho \varepsilon y^n \sum_{i=1}^{N} \frac{Le-1}{Pr} h_i^* \frac{\partial C_i}{\partial y}\right] + \\ + \frac{1}{y^n}\frac{\partial}{\partial y}\left[\frac{Pr-1}{Pr}\rho \varepsilon y^n \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{u^2}{2}\right)\right] + \frac{1}{y^n}\frac{\partial q}{\partial y}. \tag{2.4}$$

Для замыкания системы уравнений (2.1) – (2.4) необходимы сведения о свойствах рассматриваемой среды.

Предполагается, что она представляет собой совершенный газ, состояние которого описывается уравнением Менделеева[38]-Клапейрона[39]

$$P = \rho T R_0 \sum_{i=1}^{N} \frac{C_i}{m_i}. \qquad (2.5)$$

Полная энтальпия газа H также выражается алгебраическим уравнением:

$$H = C_p T + u^2/2 + \sum_{i=1}^{N} C_i h_i^*, \qquad (2.6)$$

где

$$C_p = \sum_{i=1}^{N} C_i C_{p_i}. \qquad (2.7)$$

Для замыкания системы (2.1) – (2.6) используется относительно турбулентной вязкости модифицированная модель в виде дифференциального уравнения в частных производных [27, 68]:

$$\rho u \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} + \rho v \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} = \frac{1}{y^n} \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\rho \varepsilon y^n}{Pr_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} \right) + \rho \varepsilon k_0 \left(\frac{T}{T_0} \right)^{\alpha_{cm}} \left| \frac{\partial u}{\partial y} \right| + C_0 \varepsilon \left(u \frac{\partial \rho}{\partial x} + v \frac{\partial \rho}{\partial y} \right), \quad (2.8)$$

где α_{cm} – степень температурного фактора, эмпирическая константа; член с постоянной C_0 – описывает влияние продольного градиента давления на интенсивность турбулентного смешения (и в частности, эффект реламинаризации при ускорении потока) использование $(T/T_0)^{\alpha_{cm}}$ позволяет учитывать физические свойства при неизотермическом течении.

Перейдя в замкнутой системе уравнений (2.1) – (2.8) к безразмерным величинам по следующим формулам:

$$\left.\begin{array}{llll} \bar{u} = u/u_M; & \bar{v} = v/v_M; & \bar{\rho} = \rho/\rho_M; & \bar{\varepsilon} = \varepsilon/(\alpha u_M); \\ \bar{H} = H/H_M; & \bar{T} = T/T_M; & \bar{h}_i^* = h_i^*/H_M; & \bar{P} = P/(\rho_M u_M^2); \\ \bar{C}_p = C_p/C_{p_M}; & \bar{x} = x/a; & \bar{y} = y/a, & \end{array}\right\} \qquad (2.9)$$

[38]**Дмитрий Иванович Менделеев** – Русский учёный-энциклопедист: химик, физикохимик, физик, метролог, экономист, технолог, геолог, метеоролог, нефтяник, педагог, воздухоплаватель, приборостроитель. Среди самых известных открытий — периодический закон химических элементов, один из фундаментальных законов мироздания, неотъемлемый для всего естествознания.

[39]**Бенуа Поль Эмиль Клапейрон** – Французский физик и инженер. Член-корреспондент Петербургской академии наук.

получим следующую систему уравнений в безразмерных переменных:

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{\partial(\bar\rho\bar u\bar y^n)}{\partial\bar x}+\frac{\partial(\bar\rho\bar v\bar y^n)}{\partial\bar y}=0, && (a)\\
&\bar\rho\bar u\frac{\partial\bar u}{\partial\bar x}+\bar\rho\bar v\frac{\partial\bar u}{\partial\bar y}=-\frac{\partial\bar p}{\partial\bar x}+\frac{1}{\bar y^n}\frac{\partial}{\partial\bar y}\left(\bar\rho\bar\varepsilon\bar y^n\frac{\partial\bar u}{\partial\bar y}\right), && (b)\\
&\bar\rho\bar u\frac{\partial C_i}{\partial\bar x}+\bar\rho\bar v\frac{\partial C_i}{\partial\bar y}=\frac{1}{Sc}\frac{1}{\bar y^n}\frac{\partial}{\partial\bar y}\left(\bar\rho\bar\varepsilon\bar y^n\frac{\partial C_i}{\partial\bar y}\right)+\frac{a}{\rho_M u_M}\omega_i, && (c)\\
&\bar\rho\bar u\frac{\partial\bar H}{\partial\bar x}+\bar\rho\bar v\frac{\partial\bar H}{\partial\bar y}=\frac{1}{\bar y^n}\frac{\partial}{\partial\bar y}\left[\frac{\bar\rho\bar\varepsilon\bar y^n}{Pr}\frac{\partial\bar H}{\partial\bar y}+\bar\rho\bar\varepsilon\bar y^n\sum_{i=1}^{N}\frac{Le-1}{Pr}\bar h_i^*\frac{\partial C_i}{\partial\bar y}\right]\frac{u_M^2}{H_M}+\\
&+\frac{1}{\bar y^n}\frac{\partial}{\partial\bar y}\left[\frac{Pr-1}{Pr}\bar\rho\bar\varepsilon\bar y^n\frac{\partial}{\partial\bar y}\left(\frac{\bar u^2}{2}\right)\right]\frac{u_M^2}{H_M}+\frac{1}{\bar y^n}\frac{\partial q}{\partial\bar y}, && (d)\\
&\bar P=\bar\rho R_0\bar T\frac{T_M}{u_M^2}\sum_{i=1}^{N}\frac{C_i}{m_i}, && (e)\\
&\bar H=\bar C_p\bar T+\frac{\gamma-1}{2}M^2\bar u^2+\sum_{i=1}^{N}C_i\bar h_i^*, && (f)\\
&\bar\rho\bar u\frac{\partial\bar\varepsilon}{\partial\bar x}+\bar\rho\bar v\frac{\partial\bar\varepsilon}{\partial\bar y}=\frac{1}{\bar y^n}\frac{\partial}{\partial\bar y}\left(\frac{\bar\rho\bar\varepsilon\bar y^n}{Pr_\varepsilon}\frac{\partial\bar\varepsilon}{\partial\bar y}\right)+\bar\rho\bar\varepsilon k_0\left(\frac{T}{T_0}\right)^{\alpha_{cm}}\times\\
&\times\left|\frac{\partial\bar u}{\partial\bar y}\right|+C_0\bar\varepsilon\left(\bar u\frac{\partial\bar\rho}{\partial\bar x}+\bar v\frac{\partial\bar\rho}{\partial\bar y}\right). && (g)
\end{aligned}\right\}\quad(2.10)$$

Выбрав масштабную величину для H_M в виде [6]

$$H_M=C_{p_M}T_M\left[1+\frac{\gamma-1}{2}M_1^2+\left(\sum_{i=1}^{N}C_ih_i^*\right)_M\right],\qquad(2.11)$$

где γ – отношение удельных теплоёмкостей при $p=const$ и $v=const$,

$$\gamma=C_p/C_v=1{,}4,\quad M_1^2=u_M^2/\sqrt{R_0\gamma T_M}\text{ – число Маха}^{40}.$$

[40]**Число Маха** – в механике сплошных сред – один из критериев подобия в механике жидкости и газа. Представляет собой отношение скорости течения в данной точке газового потока к местной скорости распространения звука в движущейся среде. **Эрнст Мах** – Австрийский учёный физик, механик и философ-позитивист. Член Венской Императорской академии наук.

$$\bar{H} = \frac{H}{H_M} = \frac{\bar{C}_p\bar{T} + \dfrac{\gamma-1}{2}M^2\bar{u}^2 + \sum\limits_{i=1}^{N} C_i\bar{h}_i^*}{1 + \dfrac{\gamma-1}{2}M_1^2 + \left(\sum\limits_{i=1}^{N} C_i h_i^*\right)_M}. \tag{2.12}$$

Можно определить температуру $\bar{T}$:

$$\bar{T} = \frac{C_{pM}}{C_p}\left(1 + \frac{\gamma-1}{2}M^2\right)\left(\bar{H} - \frac{1+\dfrac{\gamma-1}{2}M^2}{1+\dfrac{\gamma-1}{2}M_1^2}\bar{u}^2 - \sum_{i=1}^{N} C_i\bar{h}_i^*\right). \tag{2.13}$$

Плотность $\bar{\rho}$ определяется из уравнения (e) системы (2.10)

$$\bar{\rho} = \frac{\bar{p}u_M^2 m}{R_0 T_M \bar{T}} = \frac{u_M^2 \bar{p} m}{T_M R_0}\cdot\frac{1}{\bar{T}}. \tag{2.14}$$

Далее рассматривается два вида модели горения: диффузионный модель горения и модель горения с конечной скоростью химической реакции. Когда реакция протекает с бесконечно большой скоростью на бесконечно тонкой поверхности, то детали химического процесса являются не существенными. Одной из сложных проблем является оценка «средней скорости реакции».

При турбулентном движении реагирующих газовых смесей средняя скорость химического превращения реагентов, (скорость образования или исчезновении k – ой компоненты) определяющая состав смеси, существенным образом зависит от параметров, характеризующих интенсивность пульсационного движения.

Каждая химическая реакция протекает по закону постоянных кратных отношений и в общем виде может быть описана следующим стехиометрическим уравнением [10, 50, 77, 82]:

$$\sum_{k=1}^{N} \nu'_{kj}A'_{kj} \leftrightarrows \sum_{k=1}^{N} \nu''_{kj}A''_{kj}, \quad j = 1, 2, \cdots, s \tag{2.15}$$

где ν'_{kj}, ν''_{kj} – стехиометрические коэффициенты соответственно для реагентов ($'$) и продуктов реакции ($''$); A_{kj} – химические символы реагирующих веществ; N – общее число химических компонент; $K_П, K_O$ – константы скоростей соответственно прямой и обратной реакций, которые зависят от температуры; S – количество смесей (реакций).

Основное соотношение, описывающее скорость химической реакции является закон действующих масс, согласно которому скорость образования химического вещества пропорциональна произведению концентраций (C'_{kj}, C''_{kj}) реагирующих компонент. Причем каждая концентрация входит в произведение в степени, равной соответствующему стехиометрическому коэффициенту (ν'_{kj}, ν''_{kj}).

Если химическая реакция протекает слева направо (прямая реакция), то для уравнения (2.15) можно записать

$$\left(\frac{d[n_i]}{dt}\right)' = K_П(T)\prod_{k=1}^{N}\left(\rho\frac{C_i}{m_i}\right)^{\nu'_{kj}}, \qquad (2.16)$$

а для обратной реакции (справа налево):

$$\left(\frac{d[n_i]}{dt}\right)'' = K_O(T)\prod_{k=1}^{N}\left(\rho\frac{C_i}{m_i}\right)^{\nu''_{kj}}, \qquad (2.17)$$

где $[n_i]$ – число молей i – ой компоненты в единице объёме; $d[n_i]/dt$ – скорость изменения числа молей i – ой компоненты в и данном объёме.

Уравнения (2.16) – (2.17) написаны в расчете на *1 моль* смеси.

Если реакция такова, что в уравнении (2.15) реагенты участвуют и слева, и справа (в частности, инертные газы), то (2.16) и (2.17) можно писать соответственно:

$$\left(\frac{d[n_i]}{dt}\right)' = K_П(T)(\nu''_{kj}-\nu'_{kj})\prod_{k=1}^{N}\left(\rho\frac{C_i}{m_i}\right)^{\nu'_{kj}}, \qquad (2.18)$$

$$\left(\frac{d[n_i]}{dt}\right)'' = K_O(T)(\nu''_{kj}-\nu'_{kj})\prod_{k=1}^{N}\left(\rho\frac{C_i}{m_i}\right)^{\nu''_{kj}}. \qquad (2.19)$$

Формулы (2.18) и (2.19) записаны в расчете на $(\nu''_{kj}-\nu'_{kj})$ молей смеси.

Итак, общая скорость образования i – ой компоненты равна разности скоростей прямой и обратной реакций:

$$\frac{d[n_i]}{dt} = \omega_i = K_П(T)(\nu''_{kj}-\nu'_{kj})\prod_{k=1}^{N}\left(\rho\frac{C_i}{m_i}\right)^{\nu'_{kj}} - K_O(T)\prod_{k=1}^{N}\left(\rho\frac{C_i}{m_i}\right)^{\nu''_{kj}} \qquad (2.20)$$

когда скорости (2.18) и (2.19) равны т.е. $\omega_i = 0$, имеем

$$\frac{K_П(T)}{K_O(T)} = \prod_{k=1}^{N}\left(\rho\frac{C_i}{m_i}\right)^{\nu''_{kj}-\nu'_{kj}} = K_N(T). \qquad (2.21)$$

Уравнение (2.21) может быть использовано для определения состава продуктов реакции при химическом равновесии.

Уравнение (2.20) с учетом (2.21) можно записать:

$$\omega_i = K_{\Pi}(T)(\nu''_{kj} - \nu'_{kj}) \prod_{k=1}^{N} \left(\rho \frac{C_i}{m_i}\right)^{\nu'_{kj}} - \left[1 - \frac{1}{K_N(T)} \prod_{k=1}^{N} \left(\rho \frac{C_i}{m_i}\right)^{\nu''_{kj}-\nu'_{kj}}\right]. \quad (2.22)$$

Полная скорость образования i – ой компоненты равняется сумме скоростей образования той же компоненты в каждой из реакций:

$$\omega_{ki} = \sum_{i=1}^{S} K_{\Pi S}(T)(\nu''_{kj} - \nu'_{kij}) \prod_{k=1}^{N} \left(\rho \frac{C_i}{m_i}\right)^{\nu'_{kj}} - \left[1 - \frac{1}{K_{OS}(T)} \prod_{k=1}^{N} \left(\rho \frac{C_i}{m_i}\right)^{\nu''_{ks}-\nu'_{ks}}\right]. \quad (2.23)$$

Здесь рассматривается несколько реакций одновременно. Для расчета полной скорости используется принцип независимости отдельных реакций. Все эти реакции подчиняются закону действующих масс.

Далее, следует отметить, что точные выражения для ω_i до настоящего времени не установлены. В данной монографии используется закон С. Аррениуса[41], для реакций, протекающих в одном направлении. Окончательный вид формулы для определения скорости образования по закону Аррениуса следующий

$$\omega_i = K_i(T) \frac{\rho^{\nu'_i+\nu''_i}}{m_1^{\nu'_i} m_2^{\nu''_i}} C_1^{\nu'_i} C_2^{\nu''_i} exp(-E/(R_0 T)). \quad (2.24)$$

В уравнении (c) системы (2.10) для некоторых задач, т.е. при модели диффузионного горения можно избавится от источникового члена ω_i. Ниже проводятся соответствующие преобразования.

Для $i = 3$, т.е. для продуктов реакции из (2.10, c) имеем

$$\bar{\rho}\bar{u}\frac{\partial C_3}{\partial \bar{x}} + \bar{\rho}\bar{v}\frac{\partial C_3}{\partial \bar{y}} = \frac{1}{Sc}\frac{1}{\bar{y}^n}\frac{\partial}{\partial \bar{y}}\left(\bar{\rho}\bar{\varepsilon}\bar{y}^n\frac{\partial C_3}{\partial \bar{y}}\right) + \frac{\alpha}{\rho_M u_M}\omega_3. \quad (2.25)$$

Умножив на $\nu_3 m_3$ уравнение **(c)** системы (2.10), а (2.25) на $\nu_i m_i$ и сложив полученное соотношение имеем

$$\begin{aligned}\bar{\rho}\bar{u}\frac{\partial}{\partial \bar{x}}(C_i\nu_3 m_3 + C_3\nu_i m_i) + \bar{\rho}\bar{v}\frac{\partial}{\partial \bar{y}}(C_i\nu_3 m_3 + C_3\nu_i m_i) =\\ = \frac{1}{Sc}\frac{1}{\bar{y}^n}\frac{\partial}{\partial \bar{y}}\left[\bar{\rho}\bar{\varepsilon}\bar{y}^n\frac{\partial}{\partial \bar{y}}(C_i\nu_3 m_3 + C_3\nu_i m_i)\right] + \frac{\alpha}{\rho_M u_M}(\omega_i\nu_3 m_3 + \omega_3\nu_i m_i). \quad (2.26)\end{aligned}$$

[41]**Сванте Август Аррениус** – Шведский физико–химик, автор теории электролитической диссоциации, лауреат Нобелевской премии по химии.

Обозначив через

$$\tilde{C}_i = C_i \nu_3 m_3 + C_3 \nu_i m_i \tag{2.27}$$

и учитывая стехиометрическое соотношение [85]

$$\omega_i \nu_3 m_3 + \omega_3 \nu_i m_i = 0, \quad i = 1, 2, \tag{2.28}$$

т.е. равенство количеств расходуемых и образуемых веществ, вместо (2.26) имеем

$$\bar{\rho}\bar{u}\frac{\partial \tilde{C}_i}{\partial \bar{x}} + \bar{\rho}\bar{v}\frac{\partial \tilde{C}_i}{\partial \bar{y}} = \frac{1}{Sc}\frac{1}{\bar{y}^n}\frac{\partial}{\partial \bar{y}}\left(\bar{\rho}\varepsilon\bar{y}^n\frac{\partial \tilde{C}_i}{\partial \bar{y}}\right) \tag{2.29}$$

Введем консервативную функцию

$$\tilde{\tilde{C}} = \frac{(\tilde{C}_i)_1 - \tilde{C}_i}{(\tilde{C}_i)_1 - (\tilde{C}_i)_2}, \quad i = 1, 2. \tag{2.30}$$

Тогда вместо (2.29) можем написать:

$$\bar{\rho}\bar{u}\frac{\partial \tilde{\tilde{C}}}{\partial \bar{x}} + \bar{\rho}\bar{v}\frac{\partial \tilde{\tilde{C}}}{\partial \bar{y}} = \frac{1}{Sc}\frac{1}{\bar{y}^n}\frac{\partial}{\partial \bar{y}}\left(\bar{\rho}\varepsilon\bar{y}^n\frac{\partial \tilde{\tilde{C}}}{\partial \bar{y}}\right). \tag{2.31}$$

Таким образом удается избавиться от источникового члена ω_i в уравнении (c) системы (2.10) и тем самым сократили количество уравнений до одного.

Далее, преобразуем уравнение (b) системы (2.10) к следующему виду:

$$\frac{\partial(\bar{\rho}\bar{u}^2\bar{y}^n)}{\partial \bar{x}} + \frac{\partial(\bar{\rho}\bar{u}\bar{v}\bar{y}^n)}{\partial \bar{y}} - \bar{u}\frac{\partial(\bar{\rho}\bar{u}\bar{y}^n)}{\partial \bar{x}} - \bar{u}\frac{\partial(\bar{\rho}\bar{v}\bar{y}^n)}{\partial \bar{y}} = \frac{\partial}{\partial \bar{y}}\left(\bar{\rho}\varepsilon\bar{y}^n\frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{y}}\right) - \frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{x}}\bar{y}^n.$$

Отсюда, учитывая уравнение неразрывности (a) системы (2.10), имеем

$$\frac{\partial(\bar{\rho}\bar{u}^2\bar{y}^n)}{\partial \bar{x}} + \frac{\partial(\bar{\rho}\bar{u}\bar{v}\bar{y}^n)}{\partial \bar{y}} = \frac{\partial}{\partial \bar{y}}\left(\bar{\rho}\varepsilon\bar{y}^n\frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{y}}\right) - \frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{x}}\bar{y}^n,$$

или

$$\frac{\partial}{\partial \bar{x}}(\bar{\rho}\bar{u}^2\bar{y}^n + \bar{p}\bar{y}^n) + \frac{\partial}{\partial \bar{y}}(\bar{\rho}\bar{u}\bar{v}\bar{y}^n) = \frac{\partial}{\partial \bar{y}}\left(\bar{\rho}\varepsilon\bar{y}^n\frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{y}}\right).$$

Интегрируя последнее выражение по $\bar{y}$ от 0 до $\bar{y}_{+\infty}$ имеем

$$\frac{\partial}{\partial \bar{x}}\int\limits_0^{\bar{y}_{+\infty}}(\bar{\rho}\bar{u}^2 + \bar{p})\bar{y}^n d\bar{y} + \int\limits_0^{\bar{y}_{+\infty}}\frac{\partial}{\partial \bar{y}}(\bar{\rho}\bar{u}\bar{v}\bar{y}^n) = \frac{\partial}{\partial \bar{y}}\left(\bar{\rho}\varepsilon\bar{y}^n\frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{y}}\right),$$

отсюда, учитывая условие симметрии и граничные условия

$$v\mid_{\bar{y}=0} = v\mid_{\bar{y}=\bar{y}_{+\infty}} = 0,\ \left.\frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{y}}\right|_{\bar{y}=\bar{y}_{+\infty}} = \left.\frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{y}}\right|_{\bar{y}=0} = 0$$

имеем

$$\frac{\partial}{\partial \bar{x}} \int\limits_{0}^{\bar{y}_{+\infty}} (\bar{\rho}\bar{u}^2 + \bar{p})\bar{y}^n d\bar{y} = 0.$$

Отсюда следует, что

$$\int\limits_{0}^{\bar{y}_{+\infty}} (\bar{\rho}\bar{u}^2 + \bar{p})\bar{y}^n d\bar{y} \approx const_1. \tag{2.32}$$

При распространении струй в однородном спутном потоке давление в струе и в спутном потоке одинаково и равны $P_{\text{атм}} = P_1 = const$. В этом случае (2.32) имеет следующий вид:

$$\int\limits_{0}^{\bar{y}_{+\infty}} \bar{\rho}\bar{u}^2\bar{y}^n d\bar{y} \approx const_2. \tag{2.33}$$

Соотношения (2.32) и (2.33) называются интегральными условиями сохранения полного импульса.

Приведем также аналогичные интегральные условия сохранения полного количества массы и полной энтальпии соответственно

$$\int\limits_{0}^{\bar{y}_{+\infty}} \bar{\rho}\bar{u}\bar{y}^n d\bar{y} \approx const_3, \tag{2.34}$$

$$\int\limits_{0}^{\bar{y}_{+\infty}} \bar{H}\bar{\rho}\bar{u}\bar{y}^n d\bar{y} \approx const_4. \tag{2.35}$$

2.2. Исследование круглых турбулентных струй при диффузионном горении в спутном потоке окислителя. Конечно-разностные схемы. Методы решения

В большинстве практических задач процесс горения является диффузионным, т.е. горючее и окислитель подается раздельно. При решении таких задач систему дифференциальных уравнений описывающих рассматриваемый процесс, можно упростить.

В настоящем параграфе рассматривается осесимметричная задача о диффузионном горении в пространстве окислителя.

Постановка задачи

Из круглого сопла радиусом a вытекает горючее и распространяется в спутном (или покоящейся) среде окислителя. Образованная в результате смешения смесь выгорает за счет химической реакции.

На рис. 2.1, где изображена схема горения, параметры с индексом **2** относятся к горючему, а с индексом **1** – к окислителю. Истечение струи считается близким к расчетному, т.е. статическое давление в струе и спутном потоке одинаково $P_1 = P_2 = P_{\text{атм}}$.

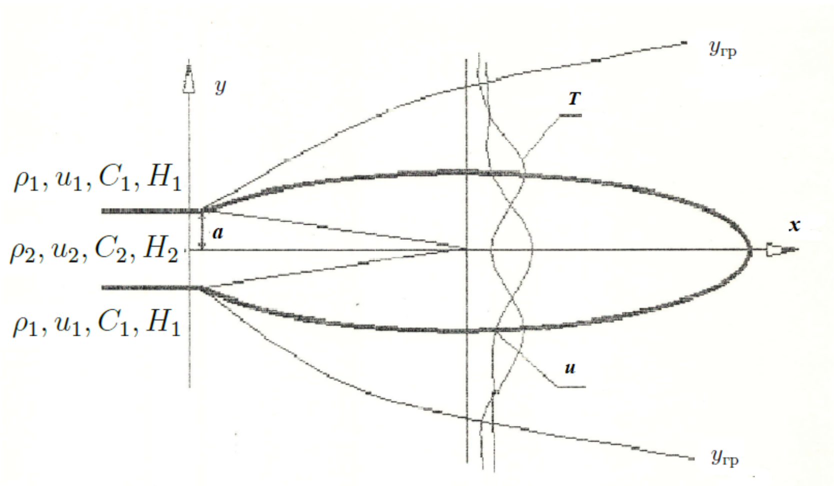


Рис. 2.1: Схематическая картина течения процесса.

Так как процесс горения диффузионный, то скорость химической реакции можно считать бесконечно большой, а зону горения – бесконечно тонкой поверхностью, на которой все поступившее количество горючего и окислителя полностью выгорает.

Система дифференциальных уравнений (2.10), описывающая рассматриваемый физико-химический процесс, в предположении что турбулентное число Льюиса[42] [43] равно единице (т.к. смесь содержит атомы углерода, азота, кислорода и их соединения, то можем предполагать, что ($Le = 1 \div 1,5$) имеет вид (с учетом (2.31) при

[42]**Число Льюиса** – характеризует соотношение между интенсивностями переноса массы компонента диффузией и переноса теплоты теплопроводностью. При $Le = 1$ уравнения диффузии и теплопроводности становятся идентичными, и профили концентраций компонентов и температуры оказываются подобными.

[43]**Гильберт Ньютон Льюис** – Американский физикохимик. Основные научные работы в области химической термодинамики, фотохимии, химии изотопов, ядерной физики. Предложил новую формулировку третьего начала термодинамики.

$q = 0, n = 1, P = const$):

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{\partial(\bar\rho\bar u\bar y)}{\partial\bar x} + \frac{\partial(\bar\rho\bar v\bar y)}{\partial\bar y} = 0,\\
&\bar\rho\bar u\frac{\partial\bar u}{\partial\bar x} + \bar\rho\bar v\frac{\partial\bar u}{\partial\bar y} = \frac{1}{\bar y}\frac{\partial}{\partial\bar y}\left(\bar\rho\bar\varepsilon\bar y\frac{\partial\bar u}{\partial\bar y}\right),\\
&\bar\rho\bar u\frac{\partial\tilde{\tilde C}}{\partial\bar x} + \bar\rho\bar v\frac{\partial\tilde{\tilde C}}{\partial\bar y} = \frac{1}{Sc}\frac{1}{\bar y}\frac{\partial}{\partial\bar y}\left(\bar\rho\bar\varepsilon\bar y\frac{\partial\tilde{\tilde C}}{\partial\bar y}\right),\\
&\bar\rho\bar u\frac{\partial\bar H}{\partial\bar x} + \bar\rho\bar v\frac{\partial\bar H}{\partial\bar y} = \frac{1}{\bar y}\frac{\partial}{\partial\bar y}\left[\frac{\bar\rho\bar\varepsilon\bar y}{Pr}\frac{\partial\bar H}{\partial\bar y}\right] + \frac{Pr-1}{Pr}\frac{u_M^2}{H_M}\times\\
&\times\frac{1}{\bar y}\frac{\partial}{\partial\bar y}\left[\bar\rho\bar\varepsilon\bar y\frac{\partial}{\partial\bar y}\left(\frac{\bar u^2}{2}\right)\right].
\end{aligned}\right\} \tag{2.36}$$

Система дифференциальных уравнений (2.36) дополняется алгебраическим уравнением полной энтальпии соответственно

$$\bar H = \frac{\bar C_p\bar T + \dfrac{\gamma-1}{2}M^2\bar u^2 + \sum\limits_{i=1}^{N} C_i\bar h_i^*}{1 + \dfrac{\gamma-1}{2}M_1^2 + \left(\sum\limits_{i=1}^{N} C_i h_i^*\right)_M}\ , \tag{2.37}$$

$$\bar P = \bar\rho R_0\bar T\frac{T_M}{u_M^2}\sum_{i=1}^{N}\frac{C_i}{m_i}. \tag{2.38}$$

Проблема замыкания системы (2.36) с учетом (2.37) и (2.38) является до настоящего времени не полностью решенной.

Многие исследователи используют различные алгебраические модели турбулентной вязкости. В частности модель Прандтля [96], Либби[44] [91], Магера [92], Кармана [88] и других.

У всех этих моделей есть свои преимущества и недостатки. Предложенная нами модифицированная [68] одно параметрическая модель в дифференциальной форме относительно коэффициента турбулентной вязкости записывается в виде:

$$\bar\rho\bar u\frac{\partial\bar\varepsilon}{\partial\bar x} + \bar\rho\bar v\frac{\partial\bar\varepsilon}{\partial\bar y} = \frac{1}{\bar y^n}\frac{\partial}{\partial\bar y}\left(\frac{\bar\rho\bar\varepsilon\bar y^n}{Pr_\varepsilon}\frac{\partial\bar\varepsilon}{\partial\bar y}\right) + \bar\rho\bar\varepsilon k_0\left(\frac{T}{T_0}\right)^{\alpha_{cm}}\left|\frac{\partial\bar u}{\partial\bar y}\right| + C_0\bar\varepsilon\left(\bar u\frac{\partial\bar\rho}{\partial\bar x} + \bar v\frac{\partial\bar\rho}{\partial\bar y}\right), \tag{2.39}$$

[44]**Пол Эндрюс Либби** – Профессор механики и аэрокосмической техники в Калифорнийском университете в Сан-Диего, специалист в области горения и аэрокосмической техники.

где k_0, Pr_ε, C_0 и α – эмпирические постоянные.

Для решения системы дифференциальных уравнений (2.36) с учетом (2.37) – (2.39) граничные условия задавались однородными и ступенчатыми:

$$\left.\begin{array}{l} \bar{x}=0: \begin{cases} \bar{u}=\bar{u}_2, \bar{H}=\bar{H}_2, \bar{C}=1, \bar{\varepsilon}=\bar{\varepsilon}_2 & \text{при } 0 \le \bar{y} \le 1 \\ \bar{u}=\bar{u}_1, \bar{H}=\bar{H}_1, \bar{C}=0, \bar{\varepsilon}=\bar{\varepsilon}_1 & \text{при } 1 < \bar{y} \le \bar{y}_{+\infty} \end{cases} \\ \\ \bar{x}>0: \begin{cases} \dfrac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{y}}=\dfrac{\partial \bar{H}}{\partial \bar{y}}=\dfrac{\partial \bar{C}}{\partial \bar{y}}=\dfrac{\partial \bar{\varepsilon}}{\partial \bar{y}}=0 & \text{при } \bar{y}=0 \\ \bar{u}\to\bar{u}_1, \bar{H}\to\bar{H}_1, \bar{C}\to 0, \bar{\varepsilon}\to\bar{\varepsilon}_1 & \text{при } \bar{y}\to\bar{y}_{+\infty} \end{cases} \end{array}\right\} \tag{2.40}$$

Использованы также следующие интегральные условия

$$\int\limits_0^{\bar{y}_{+\infty}} \bar{\rho}\bar{u}^2\bar{y}d\bar{y} = I_0. \tag{2.41}$$

$$\int\limits_0^{\bar{y}_{+\infty}} \bar{H}\bar{y}d\bar{y} = H_0. \tag{2.42}$$

Из вышесказанных соображений следует, что на поверхности фронта пламени концентрации горючего и окислителя равны нулю (т.е. $\mathrm{C}_{1\text{ф}} = \mathrm{C}_{2\text{ф}} = 0$).

Из (2.27) для горючего и окислителя соответственно

$$(\tilde{\mathrm{C}}_1)_\text{ф} = (\mathrm{C}_3)_\text{ф}\nu_1 m_1, (\tilde{\mathrm{C}}_2)_\text{ф} = (\mathrm{C}_3)_\text{ф}\nu_2 m_2. \tag{2.43}$$

Используя (2.43) из (2.27) можем определить значение концентрации на фронте пламени

$$\frac{\nu_3 m_3}{\nu_1 m_1}(\mathrm{C}_1)_1(1-\tilde{\mathrm{C}}_\text{ф}) = \frac{\nu_3 m_3}{\nu_2 m_2}\ \tilde{\mathrm{C}}_\text{ф}(\mathrm{C}_2)_2$$

отсюда

$$\tilde{\mathrm{C}}_\text{ф} = 1/\left(1 + \frac{\nu_1 m_1 (\mathrm{C}_2)_2}{\nu_2 m_2 (\mathrm{C}_1)_1}\right). \tag{2.44}$$

Численное решение задач процессов тепло- и массообмена связано с тремя проблемами: во первых, решением уравнений движения, во вторых, решением уравнения переноса энергии и массы, и наконец, созданием алгоритма, позволяющего совместно решать систему уравнений.

Для численного решения систему уравнений (2.36) с учетом (2.37) – (2.39) в основном применяются неявные разностные схемы. Результаты решения подтверждаются наилучшим совпадением с известными экспериментальными данными. Здесь задача решена численно с применением двухслойной четырех точечной аппроксимации, метода прогонки и простого итерационного процесса.

Для этого рассматриваемую область покроем прямоугольной сеткой (Рис.2.2):

$$x_i = i\Delta x, y_j = j\Delta y, i = \overline{0, n-1}, j = \overline{0, k-1}.$$

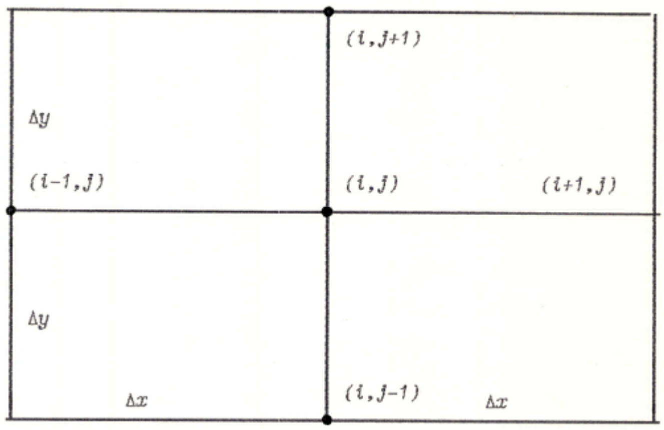


Рис. 2.2: Шаблон сетки для расчета.

Для аппроксимации частных производных используем следующие разностные соотношения [7, 28, 60, 61, 64, 72]:

$$\left.\begin{array}{ll}
A\dfrac{\partial F}{\partial x} = A_{ij}^{(s-1)}\dfrac{F_{ij}^{(s)} - F_{i-1j}^{(s)}}{\Delta x} + O(\Delta x) & (a) \\
A\dfrac{\partial F}{\partial y} = A_{ij}^{(s-1)}\dfrac{F_{ij+1}^{(s)} - F_{ij-1}^{(s)}}{2\Delta y} + O((\Delta y)^2) & (b) \\
\dfrac{\partial}{\partial y}\left(A\dfrac{\partial F}{\partial y}\right) = \dfrac{A_{ij+1/2}^{(s-1)}\left(F_{ij-1}^{(s)} - F_{ij}^{(s)}\right) - A_{ij-1/2}^{(s-1)}\left(F_{ij}^{(s)} - F_{ij-1}^{(s)}\right)}{(\Delta y)^2} + & \\
+O((\Delta y)^2) & (c)
\end{array}\right\} \qquad (2.45)$$

где

$$A_{ij\pm1/2}^{(s-1)} = \frac{1}{2}\left(A_{ij}^{(s-1)} + A_{ij\pm1}^{(s-1)}\right),$$

F – некоторая аппроксимируемая функция; A – некоторый переменный коэффициент.

Описанные выше схемы имеют ошибку аппроксимации: **(a) 1** – го порядка; **(c) 2** – го порядка. Ниже приводятся подробное описание аппроксимации для второго уравнения системы (2.36), остальные уравнения системы преобразуются аналогично. Разностный аналог второго уравнения системы (2.36) имеет вид (для удобства опущены черточки над переменными):

$$\left.\begin{aligned}&(\rho u)_{ij}^{(s-1)}\frac{u_{ij}^{(s)}-u_{i-1j}^{(s)}}{\Delta x}+(\rho v)_{ij}^{(s-1)}\frac{u_{ij+1}^{(s)}-u_{ij-1}^{(s)}}{2\Delta y}=\frac{1}{j\Delta y}\times\\&\times\frac{(\rho\varepsilon y)_{ij+1/2}^{(s-1)}\left(u_{ij-1}^{(s)}-u_{ij}^{(s)}\right)-(\rho\varepsilon y)_{ij-1/2}^{(s-1)}\left(u_{ij}^{(s)}-u_{ij-1}^{(s)}\right)}{(\Delta y)^2}\end{aligned}\right\}\qquad(2.46)$$

где

$$(\rho\varepsilon y)_{ij+1/2}^{(s-1)}=\frac{1}{2}\left((\rho\varepsilon y)_{ij}^{(s-1)}+(\rho\varepsilon y)_{ij+1}^{(s-1)}\right),$$

$$(\rho\varepsilon y)_{ij-1/2}^{(s-1)}=\frac{1}{2}\left((\rho\varepsilon y)_{ij}^{(s-1)}+(\rho\varepsilon y)_{ij-1}^{(s-1)}\right)$$

Отсюда после несложных преобразований имеем:

$$\left[\frac{(\rho v)_{ij}^{(s-1)}}{2\Delta y}-\frac{(\rho\varepsilon y)_{ij+1/2}^{(s-1)}}{j(\Delta y)^3}\right]u_{ij+1}^{(s)}+\left[\frac{(\rho u)_{ij}^{(s-1)}}{\Delta x}+\frac{(\rho\varepsilon y)_{ij+1/2}^{(s-1)}+(\rho\varepsilon y)_{ij-1/2}^{(s-1)}}{j(\Delta y)^3}\right]u_{ij}^{(s)}+$$

$$+\left[-\frac{(\rho\varepsilon y)_{ij-1/2}^{(s-1)}}{j(\Delta y)^3}-\frac{(\rho v)_{ij}^{(s-1)}}{2\Delta y}\right]u_{ij-1}^{(s)}=\frac{(\rho u)_{ij}^{(s-1)}}{\Delta x}u_{i-1j}^{(s)}.\qquad(2.47)$$

Коэффициенты разностного уравнения (2.46) являются переменными величинами и зависят от значений $\rho_{ij}^{(s)}, u_{ij}^{(s)}, v_{ij}^{(s)}$ и $\varepsilon_{ij}^{(s)}$.

Из граничного условия для u (при $y=0, \dfrac{\partial u}{\partial y}=0$) имеем:

$$\frac{\partial u}{\partial y}=\frac{u_{ij+1}^{(s)}-u_{ij}^{(s)}}{\Delta y}=0.\qquad(2.48)$$

Отсюда следует, что $u_{i1}^{(s)}\approx u_{i0}^{(s)}$.

Для решения разностного уравнения (2.46) воспользуемся итерационным процессом вида:

$$A_{ij}^{(s-1)}u_{ij-1}^{(s)}+B_{ij}^{(s-1)}u_{ij}^{(s)}+C_{ij}^{(s-1)}u_{ij+1}^{(s)}=D_{ij}^{(s-1)},\qquad(2.49)$$

где

$$\left.\begin{aligned}
&A_{ij}^{(s-1)} = -\frac{\Delta x}{2\Delta y}\frac{(\rho v)_{ij}^{(s-1)}}{(\rho u)_{ij}^{(s-1)}} - \frac{\Delta x}{j(\Delta y)^3}\frac{(\rho\varepsilon y)_{ij-1/2}^{(s-1)}}{(\rho u)_{ij}^{(s-1)}},\\
&B_{ij}^{(s-1)} = 1 + \frac{\Delta x}{j(\Delta y)^3(\rho u)_{ij}^{(s-1)}}\left[(\rho\varepsilon y)_{ij-1/2}^{(s-1)} + (\rho\varepsilon y)_{ij+1/2}^{(s-1)}\right],\\
&C_{ij}^{(s-1)} = \frac{\Delta x}{2\Delta y}\frac{(\rho v)_{ij}^{(s-1)}}{(\rho u)_{ij}^{(s-1)}} - \frac{\Delta x}{j(\Delta y)^3}\frac{(\rho\varepsilon y)_{ij+1/2}^{(s-1)}}{(\rho u)_{ij}^{(s-1)}},\\
&D_{ij}^{(s-1)} = u_{i-1j}^{(s-1)}.
\end{aligned}\right\} \tag{2.50}$$

Здесь $u_{ij}^{(s)}, \rho_{ij}^{(s)}, v_{ij}^{(s)}$ и $\varepsilon_{ij}^{(s)}$ значения сеточных функций u, ρ, v и ε для s–ой итерации; коэффициенты $A_{ij}^{(s-1)}, B_{ij}^{(s-1)}, C_{ij}^{(s-1)}$ и $D_{ij}^{(s-1)}$ находятся по значениям указанных функций для $(s-1)$–й итерации.

Систему разностных уравнений (2.49) решаем для каждого фиксированного i ($i = \overline{0, n-1}$).

На s–ом этапе итерации по известным из начального и граничного условий значениям $A_{ij}^{(s-1)}, B_{ij}^{(s-1)}, C_{ij}^{(s-1)}$ и $D_{ij}^{(s-1)}$ методом прогонки определяются $u_{ij}^{(s)}$ ($j = \overline{1, k-1}$), затем осуществляется переход к $(s+1)$ – му этапу итерации.

По найденным значениям $u_{ij}^{(s)}, \rho_{ij}^{(s)}, v_{ij}^{(s)}$ и $\varepsilon_{ij}^{(s)}$ определяются $A_{ij}^{(s)}$, $B_{ij}^{(s)}$, $C_{ij}^{(s)}$ и $D_{ij}^{(s)}$ методом прогонки ищутся значения $u_{ij}^{(s)}$, $\rho_{ij}^{(s)}$, $v_{ij}^{(s)}$ и $\varepsilon_{ij}^{(s)}$ и.т.д.

Итерационный процесс продолжается до выполнения следующих неравенств для всех значений j в данном слое

$$\left.\begin{aligned}
&|u_{ij}^{(q)} - u_{ij}^{(q-1)}| < \delta_1,\\
&|\rho_{ij}^{(q)} - \rho_{ij}^{(q-1)}| < \delta_2,\\
&|v_{ij}^{(q)} - v_{ij}^{(q-1)}| < \delta_3,
\end{aligned}\right\} \tag{2.51}$$

где $\delta_1, \delta_2, \delta_3$ – заданные достаточно малые положительные числа, которые характеризуют точность вычислений $u_{ij}^{(s)}, \rho_{ij}^{(s)}, v_{ij}^{(s)}$, q – номер итерации.

В качестве начальных $u_{ij}^{(0)}$ принимаются $u_{0j}^{(0)}$.

Такой процесс выполняется для всех $i = \overline{1, n-1}$.

Порядок решения задачи указаны на рис. 2.3 в виде блок-схемы.

«Исходные значения» задаются согласно Таблице 1 (см. «Приложения. Табли-

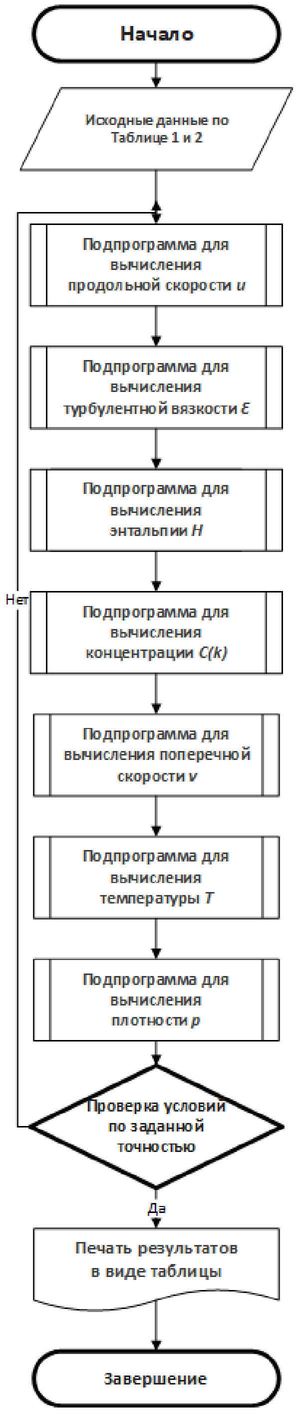


Рис. 2.3: Блок–схема алгоритма решения задачи для i–слоя.

цы»), а «Проверка условий» означает (2.51).

Рассмотрим применение метода прогонки для сеточного уравнения (2.49) подробнее.

Решение системы будем искать в виде

$$u_{ij}^{(s)} = \alpha_{ij}^{(s)} u_{ij+1}^{(s)} + \beta_{ij}^{(s)}, j = \overline{1, k-1}. \tag{2.52}$$

где $\alpha_{ij}^{(s)}, \beta_{ij}^{(s)}$ – неизвестные пока коэффициенты. Отсюда находим

$$u_{ij-1}^{(s)} = \alpha_{ij-1}^{(s)} u_{ij}^{(s)} + \beta_{ij-1}^{(s)}, j = \overline{1, k-1}. \tag{2.53}$$

Подставляя (2.53) в (2.49), после несложных преобразований имеем:

$$\left(A_{ij}^{(s-1)} \cdot \alpha_{ij-1}^{(s)} + B_{ij}^{(s-1)}\right) u_{ij}^{(s)} = \left(D_{ij}^{(s-1)} - A_{ij}^{(s-1)} \cdot \beta_{ij-1}^{(s)}\right) - C_{ij}^{(s-1)} \cdot u_{ij+1}^{(s)}.$$

Отсюда

$$u_{ij}^{(s)} = \frac{-C_{ij}^{(s-1)}}{A_{ij}^{(s-1)} \cdot \alpha_{ij-1}^{(s)} + B_{ij}^{(s-1)}} u_{ij+1}^{(s)} + \frac{D_{ij}^{(s-1)} - A_{ij}^{(s-1)} \cdot \beta_{ij-1}^{(s)}}{A_{ij}^{(s-1)} \cdot \alpha_{ij-1}^{(s)} + B_{ij}^{(s-1)}}. \tag{2.54}$$

Сравнивая (2.54) с (2.52) получим рекуррентную формулу для определения неизвестных коэффициентов $\alpha_{ij}^{(s)}$ и $\beta_{ij}^{(s)}$:

$$\alpha_{ij}^{(s)} = \frac{-C_{ij}^{(s-1)}}{A_{ij}^{(s-1)} \cdot \alpha_{ij-1}^{(s)} + B_{ij}^{(s-1)}} \quad \beta_{ij}^{(s)} = \frac{D_{ij}^{(s-1)} - A_{ij}^{(s-1)} \cdot \beta_{ij-1}^{(s)}}{A_{ij}^{(s-1)} \cdot \alpha_{ij-1}^{(s)} + B_{ij}^{(s-1)}}. \tag{2.55}$$

Из граничного условия $\dfrac{\partial u}{\partial y} = 0$ при $y = 0$ с учетом (2.48) следует, что

$$u_{i1}^{(s)} = u_{i0}^{(s)}. \tag{2.56}$$

из (2.52) имеем

$$u_{i0}^{(s)} = \alpha_{i0}^{(s)} u_{i1}^{(s)} + \beta_{i0}^{(s)}. \tag{2.57}$$

Следовательно, учитывая (2.56)

$$\alpha_{i0}^{(s)} = 1, \beta_{i0}^{(s)} = 0. \tag{2.58}$$

Нахождение коэффициентов $\alpha_{ij}^{(s)}, \beta_{ij}^{(s)}$ по формулам (2.55) с учетом (2.58) называется прямой прогонкой.

После того как коэффициенты прогонки $\alpha_{ij}^{(s)}, \beta_{ij}^{(s)}, j = \overline{1, k-1}$ найдены, решение системы (2.49) с граничным условием (2.48) находится по рекуррентной формуле (2.52).

На границе $y = y_{\text{гр}}$, ($y_{\text{гр}}$ – граница струи, следовательно, за полуширину струи принимались тот значения y, для которого u отличалось от u_1, а $\dfrac{\partial u}{\partial y}$ от нуля на наперед заданную малую величину δ_0) известно.

Постепенно для $j = k-1, k-2, \ldots, 2, 1$, определяем значения $u_{ij}^{(s)}$ так называемой обратной прогонкой.

С помощью вышеописанного алгоритма находим неизвестные $u, v, \varepsilon, H, \tilde{\tilde{C}}$.

Для определения неизвестных ρ, T используются уравнения состояния газовой смеси и энтальпии. Из последнего следует (см. (2.12), что

$$T = \frac{(C_p)_1}{C_p}\left(1 + \frac{\gamma-1}{2}M^2\right) \cdot \left(H - \frac{(\gamma-1)M^2}{1 + \dfrac{\gamma-1}{2}M^2} - \frac{u^2}{2} - \sum_{i=1}^{N} C_i \cdot h_i^*\right). \tag{2.59}$$

Уравнение состояния, записанное соответственно для окислителя и горючего, дает

$$p_1 = R_0 \frac{T_M}{u_M^2} \rho_1 T_1 \sum_{i=1}^{N} \frac{C_i}{m_i},$$

$$p_2 = R_0 \frac{T_M}{u_M^2} \rho_2 T_2 \sum_{i=1}^{N} \frac{C_i}{m_i}.$$

Учитывая, что $P_1 = P_2 = P_{\text{атм}} = const$ и деля почленно первое уравнение на второе получим

$$\rho = \frac{1}{m_1}\frac{1}{T}\left[\sum_{i=1}^{N} \frac{C_i}{m_i}\right]^{-1}. \tag{2.60}$$

Для определения v используется первое уравнение системы (2.36).

Докажем, следуя [67] устойчивость метода решения системы разностных уравнений (2.49).

Прогонку можем применить, если знаменатель выражения (2.54) не обращается в нуль.

Покажем, что для возможности применения метода прогонки достаточно потребовать, что6ы коэффициенты системы (2.48) и (2.49) удовлетворяли условиям

$$A_{ij}^{(s-1)} \neq 0, C_{ij}^{(s-1)} \neq 0, \ \left|B_{ij}^{(s-1)}\right| \geq \left|A_{ij}^{(s-1)}\right| + \left|C_{ij}^{(s-1)}\right|, j = \overline{0, k-1} \tag{2.61}$$

$$\alpha_{i0}^{(s)} \leq 1, \alpha_{iN}^{(s)} < 1, \tag{2.62}$$

заметим, что в общем случае значение A, B, C, α в неравенствах (2.61) и (2.62) могут быть комплексными.

Сначала докажем по индукции, что при условиях (2.61) и (2.62) модули прогоночных коэффициентов $\alpha_{ij}^{(s)}, j = \overline{1, k-1}$ не превосходят единицы. Из (2.58) имеем $\left|\alpha_{i0}^{(s)}\right| = 1$, т.е. условие (2.62) выполняется.

Предположим, что $\left|\alpha_{ij}^{(s)}\right| \leq 1$ для некоторого j и докажем, что $\left|\alpha_{ij+1}^{(s)}\right| \leq 1$.

Из оценок

$$\left|A_{ij}^{(s-1)} \cdot \alpha_{ij-1}^{(s)} + B_{ij}^{(s-1)}\right| \geq \left|B_{ij}^{(s-1)}\right| - \left|A_{ij}^{(s-1)} \cdot \alpha_{ij-1}^{(s)}\right| =$$

$$= \left|B_{ij}^{(s-1)}\right| - \left|A_{ij}^{(s-1)}\right| \cdot \left|\alpha_{ij-1}^{(s)}\right| = \left|B_{ij}^{(s-1)}\right| - \left|A_{ij}^{(s-1)}\right| \times$$

$$\times \left|\frac{-C_{ij-1}^{(s-1)}}{A_{ij-1}^{(s-1)} \cdot \alpha_{ij-2}^{(s)} + B_{ij-1}^{(s-1)}}\right| \geq \frac{\left|-C_{ij-1}^{(s-1)}\right|}{\left|B_{ij-1}^{(s-1)}\right| - \left|A_{ij-1}^{(s-1)}\right| \cdot \left|\alpha_{ij-2}^{(s)}\right|} \left|A_{ij}^{(s-1)}\right| -$$

$$- \left|A_{ij}^{(s-1)}\right| \geq \left|B_{ij}^{(s-1)}\right| - \left|A_{ij}^{(s-1)}\right| \frac{\left|C_{ij-1}^{(s-1)}\right|}{\left|B_{ij-1}^{(s-1)}\right| - \left|A_{ij-1}^{(s-1)}\right|} > \left|B_{ij}^{(s-1)}\right| - \left|A_{ij}^{(s-1)}\right| > 0.$$

следует, что знаменатель (2.55) не обращается в нуль.

Кроме того,

$$\left|\alpha_{ij+1}^{(s)}\right| = \left|\frac{-C_{ij+1}^{(s-1)}}{A_{ij+1}^{(s-1)} \cdot \alpha_{ij}^{(s)} + B_{ij+1}^{(s-1)}}\right| = \frac{\left|-C_{ij+1}^{(s-1)}\right|}{\left|A_{ij+1}^{(s-1)} \cdot \alpha_{ij}^{(s)} + B_{ij+1}^{(s-1)}\right|} \leq$$

$$\leq \frac{\left|C_{ij+1}^{(s-1)}\right|}{\left|B_{ij+1}^{(s-1)}\right| - \left|A_{ij+1}^{(s-1)}\right|} \leq 1.$$

Следовательно,

$$\left|\alpha_{ij+1}^{(s)}\right| \leq 1, j = 2, 3, \cdots, k-1.$$

Таким образом, при выполнении условий (2.61) и (2.62) система (2.49) с учетом (2.48) эквивалентна системе (2.52) и (2.55).

Поэтому условия (2.61) и (2.62) гарантируют существование и единственность решения системы (2.48) и (2.49), а значит возможность нахождения этого решение методом прогонки.

Кроме того, доказанное выше неравенство $\left|\alpha_{ij}^{(s)}\right| \leq 1, j = \overline{1, k}$. обеспечивает устойчивость счета по рекуррентным формулам (2.52).

Здесь устойчивость означает, что погрешность, внесенная на каком-либо шаге вычислений, не будет возрастать при переходе к следующим шагам.

Действительно, пусть в формуле (2.52) при $j = m + 1$ вместо $u_{im+1}^{(s)}$ вычислена величина

$$\tilde{u}_{im+1}^{(s)} = \tilde{u}_{im+1}^{(s)} + \delta_{im+1}^{(s)}.$$

Тогда на следующем шаге вычислений, т.е. $j = m$, вместо

$$u_{im}^{(s)} = \alpha_{im}^{(s)} u_{im+1}^{(s)} + \beta_{im}^{(s)}.$$

получим другую величину

$$\tilde{u}_{im}^{(s)} = \alpha_{im}^{(s)} \tilde{u}_{im+1}^{(s)} + \beta_{im}^{(s)} = \alpha_{im}^{(s)} \left(u_{im+1}^{(s)} + \delta_{im+1}^{(s)} \right) + \beta_{im}^{(s)}.$$

Погрешность равняется

$$\delta_{m}^{(s)} = \tilde{u}_{im}^{(s)} - u_{im}^{(s)} = \alpha_{im}^{(s)} \delta_{m+1}^{(s)}.$$

Отсюда получим, что

$$\left|\delta_{m}^{(s)}\right| = \left|\alpha_{im}^{(s)}\right| \left|\delta_{m+1}^{(s)}\right| \leq \left|\delta_{m+1}^{(s)}\right|.$$

Теперь найдем из (2.27) и (2.28) распределение избыточной концентрации горючего, окислителя, продукта реакции и инертного газа при следующих граничных условиях:

$$\left.\begin{aligned} &(\tilde{C}_1)_1 = (C_1)_1 \nu_3 m_3; (\tilde{C}_1)_2 = 0, \\ &(\tilde{C}_2)_1 = 0; (\tilde{C}_2)_2 = (C_2)_2 \nu_3 m_3. \end{aligned}\right\} \tag{2.63}$$

В области между осью струи и фронтом пламени ($0 \leq y \leq y_{\text{ф}}$), концентрация окислителя равна нулю, $C_1 = 0$:

$$\left.\begin{aligned} &C_2 = \left[(C_2)_2 + \frac{\nu_2 m_2}{\nu_1 m_1}(C_1)_1\right] \tilde{\tilde{C}}_{ij} - \frac{\nu_2 m_2}{\nu_1 m_1}(C_1)_1, \\ &C_3 = \frac{\nu_2 m_2}{\nu_1 m_1}(C_1)_1 \left[1 - \tilde{\tilde{C}}_{ij}\right]. \end{aligned}\right\} \tag{2.64}$$

В области между фронтом пламени и верхней границей зоны смешения ($y_{\text{ф}} \leq$

$y \leq y_{+\infty}$), концентрация горючего равно нулю, $C_2 = 0$:

$$\left.\begin{aligned} C_1 &= (C_1)_1 - \left[(C_1)_1 + \frac{\nu_1 m_1}{\nu_2 m_2}(C_2)_2\right]\tilde{\tilde{C}}_{ij}, \\ C_3 &= \frac{\nu_3 m_3}{\nu_2 m_2}(C_2)_2\tilde{\tilde{C}}_{ij}. \end{aligned}\right\} \tag{2.65}$$

Если в составе горючего газа имеется инертный газ, то для распределения его избыточной концентрации:

$$\frac{(C_4)_1 - C_4}{(C_4)_2 - C_4},$$

граничные условия будут такими же, как для $\tilde{\tilde{C}}_{ij}$.

Поэтому можем записать

$$\frac{(C_4)_1 - C_4}{(C_4)_2 - C_4} = \tilde{\tilde{C}}_{ij}.$$

В качестве примера предложенным методом была проведена серия расчетов по горению смеси пропана и бутана в воздухе для различных исходных значений (см. Таблицу 1).

Реакция данного горения описывается следующими уравнениями:

$$N_2 + C_3H_8 + 5O_2 = 3CO_2 + 4H_2O + N_2$$

для бутана,

$$N_2 + C_4H_{10} + 6,5O_2 = 4CO_2 + 5H_2O + N_2$$

для пропана.

При этом параметры имеют следующие значения:

$$\nu_1 = 5,75; \nu_2 = 1; \nu_3 = 3,5; \nu_4 = 1; \nu_5 = 4,5,$$

$$m_1 = 32\ kg; m_2 = 51\ kg; m_3 = 44\ kg; m_4 = 28\ kg; m_5 = 18\ kg,$$

$$h_1^* = 0; h_2^* = 11490\ kkal/kg; h_3^* = 0; h_4^* = 0; h_5^* = 0; M \approx 0,$$

$$C_{p1} = 7,02\ kkal/(kmol \cdot K); C_{p2} = 20,47\ kkal/(kmol \cdot K);$$

$$C_{p3} = 8,87\ kkal/(kmol \cdot K); C_{p4} = 6,96\ kkal/(kmol \cdot K); P_{\text{атм}} = 101625\ N/m^2$$

Эмпирические константы приравнялись $k_0 = 0,2; Pr_e = 0,5; C_0 = 0,667$.

Расчеты проведены при шагах сетки $\Delta x = 0,005; \Delta y = 0,001$.

Основные результаты расчетов приводятся в выше графиков на рисунках 2.4–

2.13.

На рисунках 2.4 и 2.5 представлены профили относительно – избыточной температуры, которые вычислены по формуле:

$$\Delta\bar{T} = \frac{\bar{T} - \bar{T}_2}{\bar{T}_ф - \bar{T}_2} \text{ или } \Delta\bar{T} = \frac{\bar{T} - 1}{\bar{T}_ф - 1} \quad (2.66)$$

и их сопоставление с известными экспериментальными данными и линеаризованными решениями.

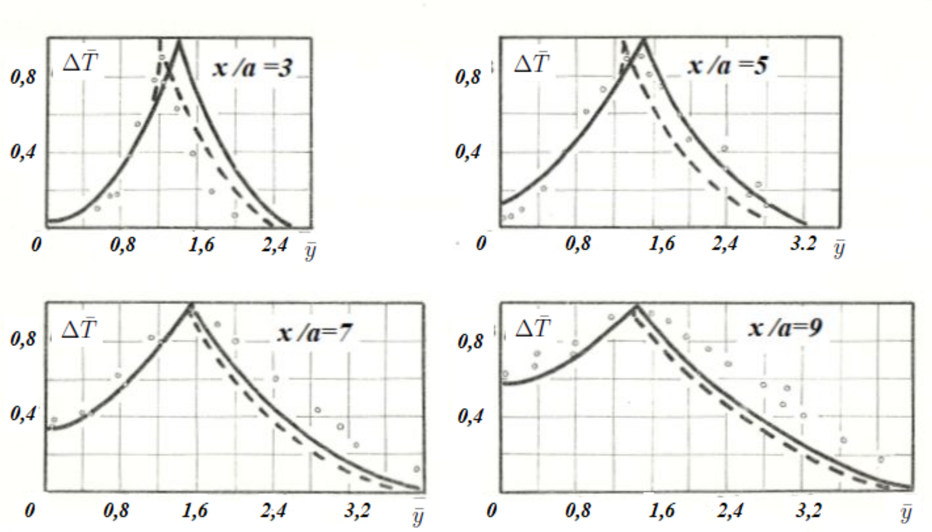


Рис. 2.4: Сравнение результатов расчетов распределения температуры в факеле при $(C_2)_2 = 0,12\ kg/kg, T_2 = 1210\ K$. Остальные параметры см. Таблицу 1 строка № 1. (— - численное решение; ○ ○ ○ – эксперимент [22]; - - - - линеаризованное решение [22].)

Как видно из рисунка, по результатам численного расчета, применение предложенной модифицированной модели относительно кинематического коэффициента турбулентной вязкости дает более точное совпадение с экспериментальными данными по сравнению с линеаризованными решениями.

Следует отметить, что более лучшее совпадение прослеживается как в начальном, так и основном участках струи, что важно для исследований процесса.

На рисунках 2.6 и 2.7 приведены теоретические данные автора монографии и экспериментальные данные по [22] осевых значений избыточной температуры $\Delta\bar{T}$ **(1)**, и динамического напора $\bar{\rho}\bar{u}^2$ **(2)** при различных исходных значениях концентрации (от $0,053\ kg/kg$ до $0,12\ kg/kg$) горючего.

Увеличение количества горючего приводит к росту конфигурации факела и медленному росту температуры по оси струи.

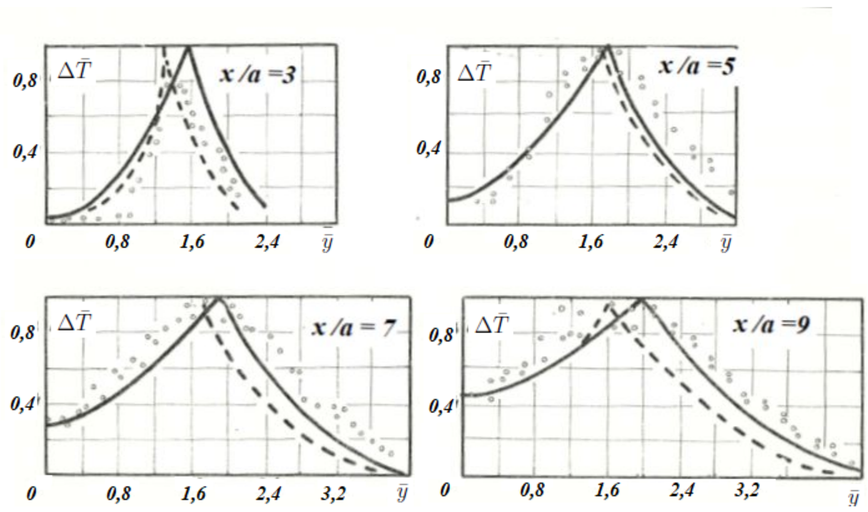


Рис. 2.5: Сравнение результатов расчетов распределения температуры в факеле при $(C_2)_2 = 0,085\ kg/kg, T_2 = 1300\ K$. Остальные параметры см. Таблицу 1 строка № 1. (— - численное решение; ○ ○ ○ – эксперимент [22]; - - - - линеаризованное решение [22].)

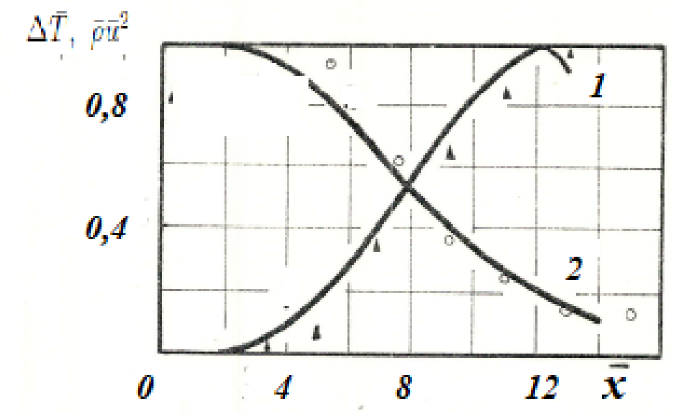


Рис. 2.6: Осевые значение температуры (**1**) динамического напора (**2**) при $(C_2)_2 = 0,053\ kg/kg, T_2 = 1300\ K$. Остальные параметры см. Таблицу 1 строка № 3. (— - численное решение; ○, ▲ – эксперимент [22]).

На рисунке 2.8 приведено сравнение наших результатов с экспериментальными данными формы фронтов пламени при различных исходных значениях концентрации и температуры горючего.

Как видно, из графика при подогреве горючего от $T_2 = 1210\ K$ ***до*** $T_2 = 1300\ K$ ***длина факела укорачивается.***

Это объясняется дополнительным генерированием турбулентной вязко-

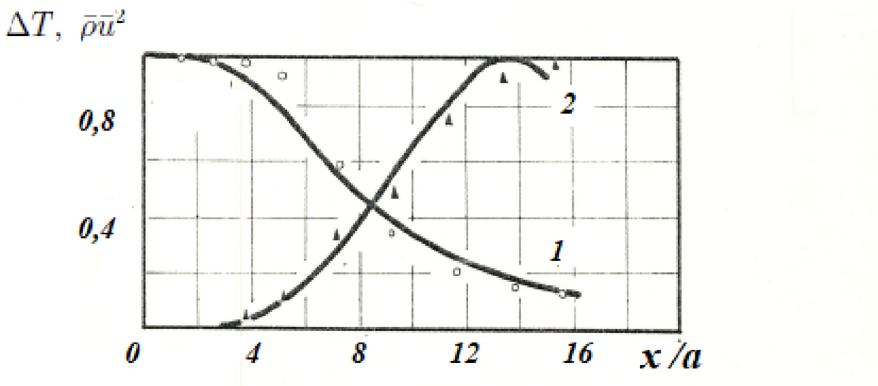


Рис. 2.7: Осевые значение температуры (**1**) динамического напора (**2**) при $(C_2)_2 = 0,12\ kg/kg, T_2 = 1210\ K$. Остальные параметры см. Таблицу 1 строка № 8. (— - численное решение; $\circ, \blacktriangle$ – эксперимент [22])

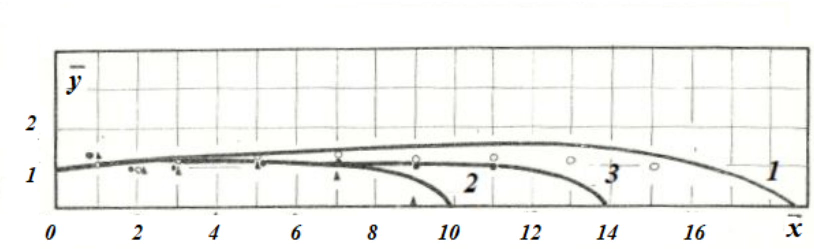


Рис. 2.8: Изменение формы фронта пламени при $u_2 = 61\ m/s$, **1** – $(C_2)_2 = 0,12\ kg/kg, T_2 = 1210\ K$, **2** – $(C_2)_2 = 0,053\ kg/kg, T_2 = 1300\ K$, **3** – $(C_2)_2 = 0,085\ kg/kg, T_2 = 1300\ K$. Остальные параметры см. Таблицу 1 строки № 8, 3, 1, соответственно. (— - численное решение; $\circ, \bullet, \blacktriangle$ – эксперимент [22])

сти в факеле, а также изменением относительного расхода топлива через сопло.

На рисунке 2.9 приведено радиальное распределение динамического напора при $(C_2)_2 = 0,053\ kg/kg$ на различных расстояниях от среза сопла.

Как видно из графиков, сравнение динамического напора по сечению с экспериментом дает незначительное отклонение в начальном сечении (при $x/a = 3$***), однако при удалении от среза сопла совпадение улучшается.***

Это объясняется тем, что быстрый рост температуры в начальном сечении приводит к резкому уменьшению плотности смеси, что снижает динамический напор.

Изменение радиального распределения коэффициента турбулентной вязкости $\bar{\varepsilon}$ на различных расстояниях от среза сопла при различных исходных значениях концентрации горючего приведено на рисунке 2.10.

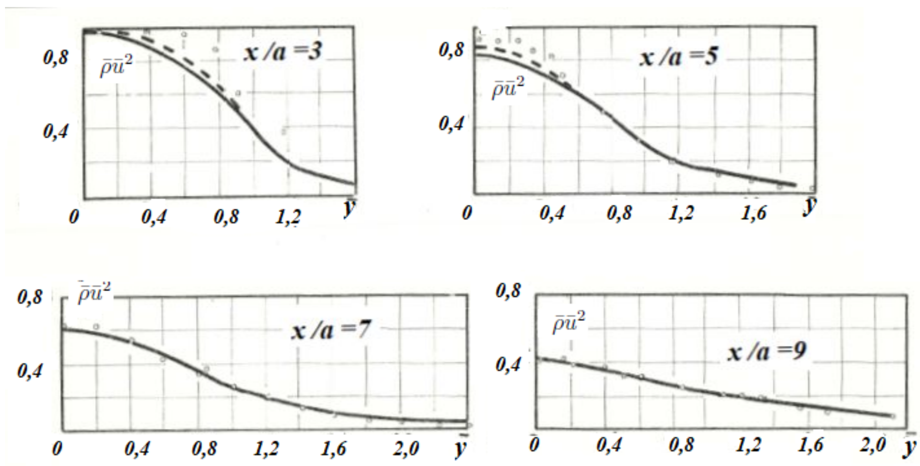


Рис. 2.9: Сравнение радиальных распределений динамического напора при $(C_2)_2 = 0,053\ kg/kg, T_2 = 1300\ K$. Остальные параметры см. Таблицу 1 строк № 3. (— - численное решение; ∘∘∘—эксперимент [22] - - - - линеаризованное решение [22].)

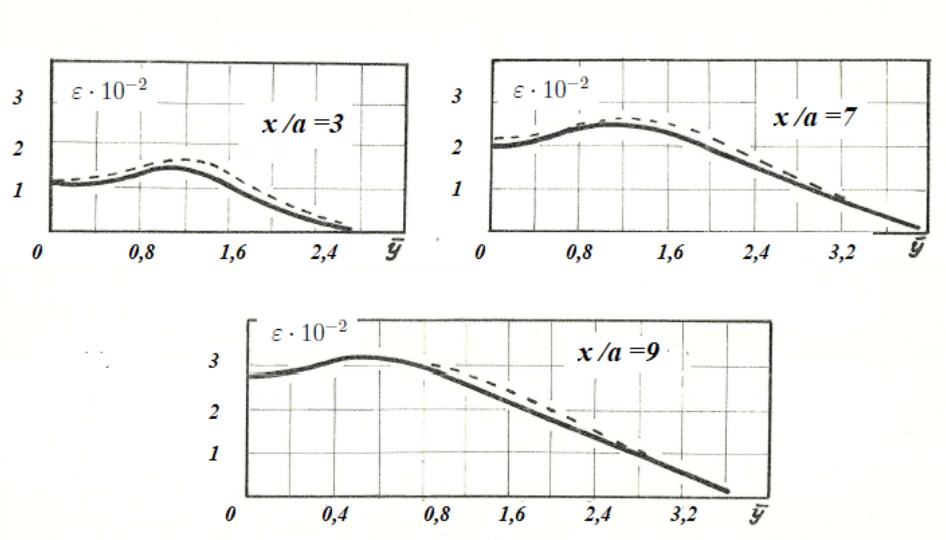


Рис. 2.10: Радиальное изменение коэффициента турбулентной вязкости струи. — - $(C_2)_2 = 0,053\ kg/kg, T_2 = 1300\ K$, - - - - $(C_2)_2 = 0,12\ kg/kg, T_2 = 1300\ K$. Остальные параметры см. Таблицу 1 №№ строк 3, 8.

Как следует из рисунка, влияние исходных значений концентрации горючего на радиальное изменение коэффициента турбулентной вязкости незначительное.

На рисунках 2.11 и 2.12 приведено радиальное распределение коэффициента турбулентной вязкости.

В частности, на рис. 2.11 приведено радиальное распределение вязкости в зависимости от спутности потока. На рисунке 2.12 приведено радиальное распределение

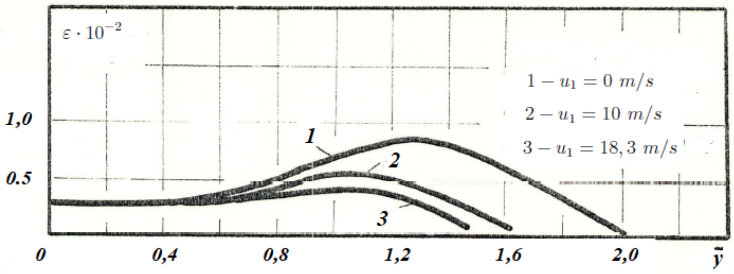


Рис. 2.11: Радиальное распределение коэффициента турбулентной вязкости при $x/a = 7$ в зависимости от спутности потока. Остальные параметры см. Таблицу 1. **1** – строка № 5, **2** – строка № 6, **3** – строка № 7.

турбулентной вязкости на различных расстояниях от среза сопла.

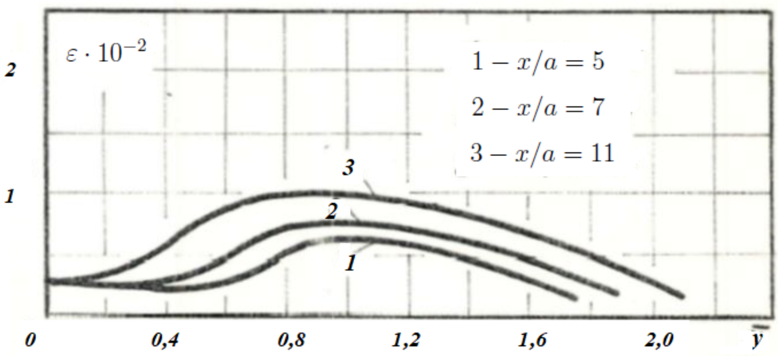


Рис. 2.12: Радиальное распределение коэффициента турбулентной вязкости на различных расстояниях от среза сопла при $(C_2)_2 = 0,12\ kg/kg, T_2 = 1300\ K$. Остальные параметры см. Таблицу 1 строка № 4.

Как видно из рисунка, возрастание температуры приводит к увеличении коэффициента турбулентной вязкости, что соответствует принятой модели для газов.

И наконец, на рисунке 2.13 приведены осевые изменение коэффициента турбулентной вязкости при различных исходных значениях концентрации горючего.

Как видно из рисунка, возрастание осевого значения температуры увеличивает значение коэффициента турбулентной вязкости, что соответствует физики течения газов.

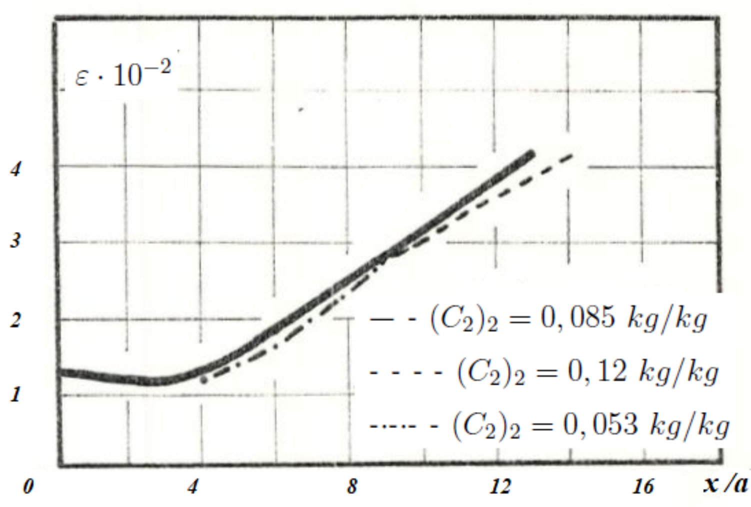


Рис. 2.13: Осевые изменение коэффициента турбулентной вязкости при различных исходных значениях концентрации горючего. Остальные параметры см. Таблицу 1 №№ строк соответственно 1, 8, 3.

2.3. Расчет круглых турбулентных струй газов, реагирующих с конечной скоростью химической реакции

Исследуем течение реагирующего газа в круглой турбулентной струе при конечной скорости химической реакции. При этом предполагается, что химическая реакция происходит в одном направлении согласно известному закону Аррениуса, а коэффициент турбулентной вязкости выражается дифференциальным уравнением (2.8).

Постановка задачи

Рассматривается горение топлива, истекающей из круглого сопла и распространяющейся в спутном (затопленном) потоке окислителя (воздуха).

Так как в общем случае смесь состоит из четырех основных: компонент, горючее и окислитель могут быть разбавлены инертным газом и продуктами реакции.

Считаем, что давление струи и спутного потока окислителя постоянны и равны между собой:

$$P_1 = P_2 = P_{\text{атм}} = const.$$

Схематическая картина течения аналогична приведенной на рис. 2.1. Система дифференциальных уравнений, описывающих рассматриваемый процесс, с учетом предложенной выше модели (2.8) и $n=1, q=0, Pr=Sc, Le=1$ выражается в виде

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{\partial(\rho u y)}{\partial x}+\frac{\partial(\rho v y)}{\partial y}=0,\\
&\rho u\frac{\partial u}{\partial x}+\rho v\frac{\partial u}{\partial y}=\frac{1}{y}\frac{\partial}{\partial y}\left(\rho\varepsilon y\frac{\partial u}{\partial y}\right),\\
&\rho u\frac{\partial C_i}{\partial x}+\rho v\frac{\partial C_i}{\partial y}=\frac{1}{Sc}\frac{1}{y}\frac{\partial}{\partial y}\left(\rho\varepsilon y\frac{\partial C_i}{\partial y}\right)+\omega_i,\\
&\rho u\frac{\partial H}{\partial x}+\rho v\frac{\partial H}{\partial y}=\frac{1}{y}\frac{\partial}{\partial y}\left[\frac{\rho\varepsilon y}{Pr}\frac{\partial H}{\partial y}\right]+\frac{Pr-1}{Pr}\frac{u_M^2}{H_M}\times\\
&\times\frac{1}{y}\frac{\partial}{\partial y}\left[\rho\varepsilon y\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{u^2}{2}\right)\right].
\end{aligned}\right\}\qquad(2.67)$$

К этой системе присоеденим уравнение состояния газовой смеси и полной энтальпии соответственно:

$$P=\rho R_0 T\sum_{i=1}^{N}\frac{C_i}{m_i},\qquad(2.68)$$

$$H=C_pT+\frac{u^2}{2}+\sum_{i=1}^{N}C_ih_i^*.\qquad(2.69)$$

Для массовой скорости образования i – ой компоненты ω_i используем формулу Аррениуса:

$$\omega_i=K(T)\frac{\rho^{\nu_i'+\nu_i''}}{m_1^{\nu_i'}m_2^{\nu_i''}}C_1^{\nu_i'}C_2^{\nu_i''}exp(-E/(R_0T)),\qquad(2.70)$$

где $K(T)$ – предэкспоненциальный коэффициент.

Переход к безразмерным величинам осуществляется по формулам (2.9). После обезразмерования все уравнения из системы (2.67), кроме третьего, не меняют свой вид, а последнее записывается в следующем виде:

$$\rho u\frac{\partial C_i}{\partial x}+\rho v\frac{\partial C_i}{\partial y}=\frac{1}{Sc}\frac{1}{y}\frac{\partial}{\partial y}\left(\rho\varepsilon y\frac{\partial C_i}{\partial y}\right)+\frac{a}{\rho_M u_M}\omega_i\qquad(2.71)$$

(для удобства здесь и в дальнейшем опускаем черточки над переменными).

Система дифференциальных уравнений (2.67) – (2.69) с учетом (2.70) – (2.72) решается при следующих граничных условиях:

$$\left.\begin{aligned}
&x=0:\begin{cases} u=u_2, H=H_2, C_i=(C_i)_2, \varepsilon=\varepsilon_2, v=0 & \text{при } 0\le y\le 1\\ u=u_1, H=1, C_i=(C_i)_1, \varepsilon=\varepsilon_1, v=0 & \text{при } 1<y\le y_{+\infty}\end{cases}\\
&x>0:\begin{cases} \dfrac{\partial u}{\partial y}=\dfrac{\partial H}{\partial y}=\dfrac{\partial C_i}{\partial y}=\dfrac{\partial \varepsilon}{\partial y}=v=0 & \text{при } y=0\\ u\to u_1, H\to H_1, C_i\to (C_i)_1, \varepsilon\to\varepsilon_1 & \text{при } y\to y_{+\infty}\end{cases}
\end{aligned}\right\}\tag{2.72}$$

Система дифференциальных уравнений (2.67) – (2.69) с учетом (2.70) – (2.72) решена численно с использованием двухслойной четырех точечной неявной конечно-разностной схемы и простого итерационного процесса.

Первые два уравнения (т.е. уравнения движения и энтальпии), а также уравнение для турбулентной вязкости (2.8) решаются выше описанным методом (см. п. 2.2), на решении уравнения (2.71) остановимся более подробно.

Напишем (2.71) и граничные условия (2.72) для C_i в конечных разностях в следующем виде (см. (2.45)):

для окислителя ($i=1$):

$$\left.\begin{aligned}
&(\rho u)_{ij}^{(s-1)}\frac{(C_1)_{ij}^{(s)}-(C_1)_{i-1j}^{(s)}}{\Delta x}+(\rho v)_{ij}^{(s-1)}\frac{(C_1)_{ij+1}^{(s)}-(C_1)_{ij-1}^{(s)}}{2\Delta y}=\frac{1}{j\Delta y}\times\\
&\times\frac{(\rho\varepsilon y)_{ij+1/2}^{(s-1)}\left((C_1)_{ij-1}^{(s)}-(C_1)_{ij}^{(s)}\right)-(\rho\varepsilon y)_{ij-1/2}^{(s-1)}\left((C_1)_{ij}^{(s)}-(C_1)_{ij-1}^{(s)}\right)}{(\Delta y)^2}+\\
&+\frac{a}{\rho_M u_M}\omega_1.
\end{aligned}\right\}\tag{2.73}$$

для горючего ($i=2$):

$$\left.\begin{aligned}
&(\rho u)_{ij}^{(s-1)}\frac{(C_2)_{ij}^{(s)}-(C_2)_{i-1j}^{(s)}}{\Delta x}+(\rho v)_{ij}^{(s-1)}\frac{(C_2)_{ij+1}^{(s)}-(C_2)_{ij-1}^{(s)}}{2\Delta y}=\frac{1}{j\Delta y}\times\\
&\times\frac{(\rho\varepsilon y)_{ij+1/2}^{(s-1)}\left((C_2)_{ij-1}^{(s)}-(C_2)_{ij}^{(s)}\right)-(\rho\varepsilon y)_{ij-1/2}^{(s-1)}\left((C_2)_{ij}^{(s)}-(C_2)_{ij-1}^{(s)}\right)}{(\Delta y)^2}+\\
&+\frac{a}{\rho_M u_M}\omega_2.
\end{aligned}\right\}\tag{2.74}$$

для продукта реакции ($i = 3$):

$$\left.\begin{aligned}
&(\rho u)_{ij}^{(s-1)}\frac{(C_3)_{ij}^{(s)}-(C_3)_{i-1j}^{(s)}}{\Delta x}+(\rho v)_{ij}^{(s-1)}\frac{(C_3)_{ij+1}^{(s)}-(C_3)_{ij-1}^{(s)}}{2\Delta y}=\frac{1}{j\Delta y}\times\\
&\times\frac{(\rho\varepsilon y)_{ij+1/2}^{(s-1)}\left((C_3)_{ij-1}^{(s)}-(C_3)_{ij}^{(s)}\right)-(\rho\varepsilon y)_{ij-1/2}^{(s-1)}\left((C_3)_{ij}^{(s)}-(C_3)_{ij-1}^{(s)}\right)}{(\Delta y)^2}+\\
&+\frac{a}{\rho_M u_M}\omega_3.
\end{aligned}\right\} \tag{2.75}$$

В уравнениях (2.73) – (2.75)

$$(\rho\varepsilon y)_{ij+1/2}^{(s-1)}=\frac{1}{2}\left((\rho\varepsilon y)_{ij}^{(s-1)}+(\rho\varepsilon y)_{ij+1}^{(s-1)}\right),$$

$$(\rho\varepsilon y)_{ij-1/2}^{(s-1)}=\frac{1}{2}\left((\rho\varepsilon y)_{ij}^{(s-1)}+(\rho\varepsilon y)_{ij-1}^{(s-1)}\right)$$

Величина ω_i, $(i = 1, 2, 3)$ определяется отдельно в конкретном случае.

В качестве примера проведен расчет горения струи окиси углерода (CO) в воздухе, реакция которого определяется уравнением

$$2CO + O_2 = 2CO_2,$$

отсюда $\nu_1 = 1, \nu_2 = 2, \nu_3 = 2, \nu_4 = 0$.

Зная $\nu_1, \nu_2, \nu_3, \nu_4$. можно определить ω_i $(i = 1, 2, 3)$:

$$\omega_1=\frac{K_1(T)}{2}\frac{\rho_{ij}^3}{m_1m_2^2}(C_1)_{ij}(C_2)_{ij}^2exp(-E/(R_0T_MT_{ij})),$$

$$\omega_2=\frac{K_2(T)}{2}\frac{\rho_{ij}^3}{m_1m_2^2}(C_1)_{ij}(C_2)_{ij}^2exp(-E/(R_0T_MT_{ij})),$$

$$\omega_3=\frac{K_3(T)}{2}\frac{\rho_{ij}^3}{m_1m_2^2}(C_1)_{ij}(C_2)_{ij}^2exp(-E/(R_0T_MT_{ij})),$$

Для решения сеточных уравнений (2.73) – (2.75) используется итерационный процесс вида

$$A_{ij}^{(s-1)}(C_k)_{ij-1}^{(s)}+B_{ij}^{(s-1)}(C_k)_{ij}^{(s)}+D_{ij}^{(s)}(C_k)_{ij+1}^{(s)}=E_{ij}^{(s)},\ k=\overline{1,4} \tag{2.76}$$

Далее приводится методика решения для первого уравнения (2.73), остальные преобразуется аналогично.

Из (2.76) при $k=1$ следует

$$A_{ij}^{(s-1)}(C_1)_{ij-1}^{(s)} + B_{ij}^{(s-1)}(C_1)_{ij}^{(s)} + D_{ij}^{(s)}(C_1)_{ij+1}^{(s)} = E_{ij}^{(s)}, \tag{2.77}$$

где

$$A_{ij}^{(s-1)} = -\frac{\Delta x}{2\Delta y}\frac{(\rho v)_{ij}^{(s-1)}}{(\rho u)_{ij}^{(s-1)}} - \frac{1}{Sc}\frac{\Delta x}{j(\Delta y)^3}\frac{(\rho\varepsilon y)_{ij-1/2}^{(s-1)}}{(\rho u)_{ij}^{(s-1)}}, \tag{2.78}$$

$$\begin{aligned} B_{ij}^{(s-1)} &= 1 + \frac{1}{Sc}\frac{\Delta x}{2\Delta y}\left[(\rho\varepsilon y)_{ij+1/2}^{(s-1)} + (\rho\varepsilon y)_{ij-1/2}^{(s-1)}\right] + \\ &+ \frac{a}{\rho_M u_M}\frac{K_2(T)}{2}\frac{\rho_{ij}^3}{m_1 m_2^2}\left[(C_2)_{ij}^{(s-1)}\right]^2 exp(-E/(R_0 T_M T_{ij})) \end{aligned} \tag{2.79}$$

$$D_{ij}^{(s-1)} = \frac{\Delta x}{2\Delta y}\frac{(\rho v)_{ij}^{(s-1)}}{(\rho u)_{ij}^{(s-1)}} - \frac{1}{Sc}\frac{\Delta x}{j(\Delta y)^3}\frac{(\rho\varepsilon y)_{ij+1/2}^{(s-1)}}{(\rho u)_{ij}^{(s-1)}}, \tag{2.80}$$

$$E_{ij}^{(s-1)} = (C_1)_{i-1j}. \tag{2.81}$$

Аналогично можно определить коэффициенты уравнения (2.76) для $k=2,3:$

При $k=2$,

$A_{ij}^{(s-1)}$ и $D_{ij}^{(s-1)}$ остаются без изменения как и в (2.77) и (2.79) соответственно, а $B_{ij}^{(s-1)}$ и $E_{ij}^{(s-1)}$ определяется следующим образом:

$$\begin{aligned} B_{ij}^{(s-1)} &= 1 + \frac{1}{Sc}\frac{\Delta x}{2\Delta y}\left[(\rho\varepsilon y)_{ij+1/2}^{(s-1)} + (\rho\varepsilon y)_{ij-1/2}^{(s-1)}\right] - \\ &- \frac{a}{\rho_M u_M}\frac{K_2(T)}{2}\frac{\rho_{ij}^3}{m_1 m_2^2}(C_1)_{ij}^{(s-1)}(C_2)_{ij}^{(s-1)} exp(-E/(R_0 T_M T_{ij})) \end{aligned}$$

$$E_{ij}^{(s-1)} = (C_2)_{i-1j}^{(s-1)}.$$

При $k=3$,

$A_{ij}^{(s-1)}$ и $D_{ij}^{(s-1)}$ остаются без изменения, а остальные коэффициенты принимают вид:

$$B_{ij}^{(s-1)} = 1 + \frac{1}{Sc}\frac{\Delta x}{2\Delta y}\left[(\rho\varepsilon y)_{ij+1/2}^{(s-1)} + (\rho\varepsilon y)_{ij-1/2}^{(s-1)}\right]$$

$$E_{ij}^{(s-1)} = (C_3)_{i-1j}^{(s-1)} + \frac{a}{\rho_M u_M}\frac{\rho_{ij}^3}{m_1 m_2^2}(C_1)_{ij}^{(s-1)}\left[(C_2)_{ij}^{(s-1)}\right]^2 exp(-E/(R_0 T_M T_{ij}))$$

Определение всех этих коэффициентов и метод прогонки подробно описаны в п. 2.2.

Теперь определяем расчетные параметры для (2.76). В расчетах турбулентные числа Прандтля и Шмидта[45] равнялись $Pr = Sc = 0,75$.

Остальные параметры имели значение:

$m_{O_2} = 32$; $m_{CO} = 28$; $m_{CO_2} = 44$; $m_{N_2} = 28$; $M \approx 0$.

Теплотворная способность окислителя и продукта реакции

$h_1^* = h_3^* = 0$, а горючего – $h_2^* = 2700\ kkal/kg$.

За экспериментальные постоянные турбулентности приняты

$k_0 = 0,2; Pr_\varepsilon = 0,5; C_0 = 0,67; \alpha_{\text{ст}} = 0,5$.

Кинетические параметры $K(T) = 5,2 \cdot 10^8$; $E/(R_0 T_M) = 4$ определялись из условия соответствия значения температуры на фронте пламени с экспериментальными данными [22].

Результаты расчетов, полученные для различных исходных данных, приведенных в таблице 2 (см. «Приложения. Таблицы»), изображены в виде графиков на рисунках 2.14 – 2.21.

На рис. 2.14 приведено радиальное распределение скорости струи на различных расстояниях от среза сопла.

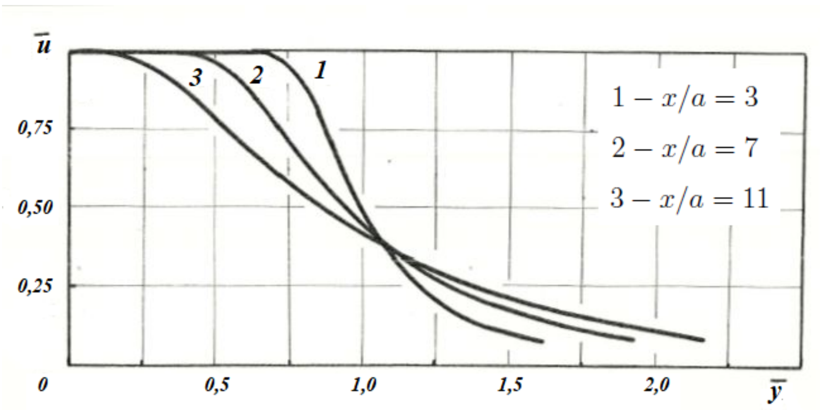


Рис. 2.14: Радиальное распределение профиля скорости при различных расстояниях от среза сопла. При $u_1 = 5\ m/s, u_2 = 61\ m/s, T_1 = 300\ K, T_2 = 1300\ K$. Остальные параметры см. Таблица 2 строка № 3.

Как следует из графика, при удалении от среза сопла граница зоны смешения струи возрастает, а радиальное распределение скорости уменьшается и стремится к скорости набегающего потока.

[45]**Число Шмидта** — безразмерное число, показывающее соотношение интенсивностей диффузии импульса и диффузии вещества, то есть характеризует относительную роль молекулярных процессов переноса количества движения и переноса массы примеси диффузией.

На рис. 2.15 (**а**) и 2.15 (**б**) приводится сравнение радиальных распределений концентрации i – ой компоненты и температуры на трех калибрах от среза сопла при модели диффузионного горения и конечной скоростью химической реакции.

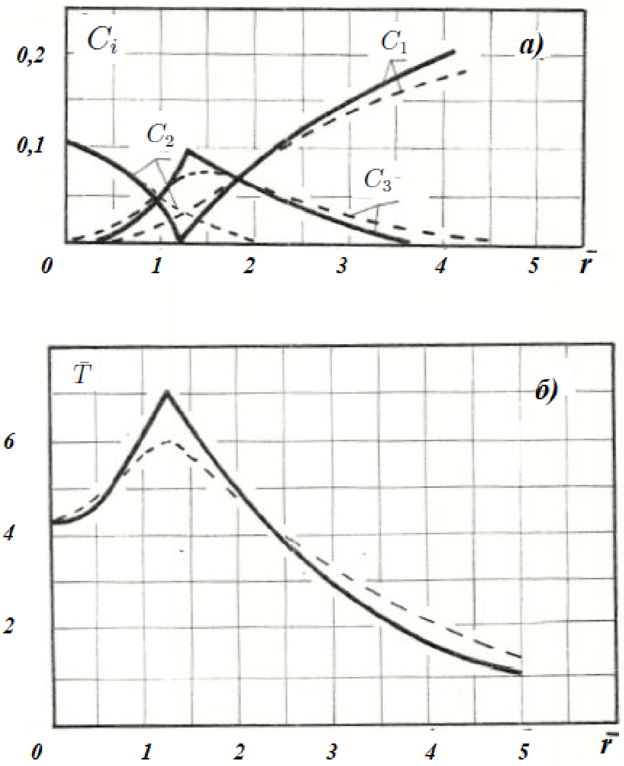


Рис. 2.15: Радиальное распределение концентрации компонентов (**а**) и температуры (**б**) при $x/a = 3, (C_2)_2 = 0,085\ kg/kg, T_1 = 300\ K, T_2 = 1300\ K$. Остальные параметры см. Таблица 1 строка № 3. (— - диффузионное горение, - - - - горение с конечной скоростью химической реакции.)

Как следует из этих рисунков, при диффузионном горении на поверхности фронта пламени наблюдается максимальное значение концентрации продукта реакции C_3 и максимальное значение температуры, а концентрации исходных реагентов равны нулю $C_1 = C_2 = 0$ (пунктирная линия).

При конечной скорости химической реакции максимальному значению температуры соответствует максимальное значение концентрации продукта реакции.

По величине T_{max} и $(C_3)_{max}$ ниже чем при диффузионном горении, а исходных концентрация реагентов не равны нулю (сплошная линия), что соответствует принятой модели горения.

На рис. 2.16 приведено сравнение радиального распределения скорости, динамического напора и температуры при $\bar{x} = x/a = 7$ с экспериментальными материалами [22].

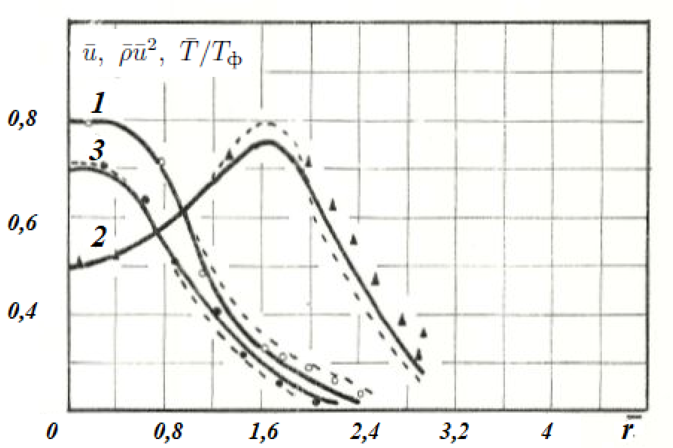


Рис. 2.16: Сравнение результатов расчетов профилей скорости течения (**1**); температуры (**2**) и динамического напора (**3**) при $(C_2)_2 = 0,085\ kg/kg, T_1 = 300\ K, T_2 = 1300\ K$. Остальные параметры см. Таблицу 2 строка № 3. (— - численное решение, - - - - линеаризованное решение [8],$\circ, \bullet, \blacktriangle$ – эксперимент [22])

Из рисунка видно, что профили радиального распределения скорости и динамического напора примерно одинаковы по сравнению с линеаризованными решениями. Однако как показывают расчеты распределение температуры дает намного лучшее соответствие эксперименту.

Это дает основание сказать о том, что предложенная модель коэффициента турбулентного обмена и метод расчета позволяют более точно определить поле температур и конфигурацию факела по сравнению линеаризованными решениями [8].

На рис. 2.17 приводится сопоставление радиальных распределений скорости, динамического напора и температуры при $x/a = 7$ с работами [22], но при других исходных данных.

Как видно из рисунка здесь также наблюдается хорошее совпадение с экспериментом. Это говорит о том, что принятая модель коэффициента турбулентной вязкости и отказ от линеаризации системы уравнений позволяют описывать рассматриваемый физический процесс более точно.

На рис. 2.18 в приведено изменение осевого значения динамического напора в зависимости от исходного значения концентрации горючего.

Как следует из графика малые изменения исходного значения концентрации горючего почти не влияют на динамический напор. Анализ существующих

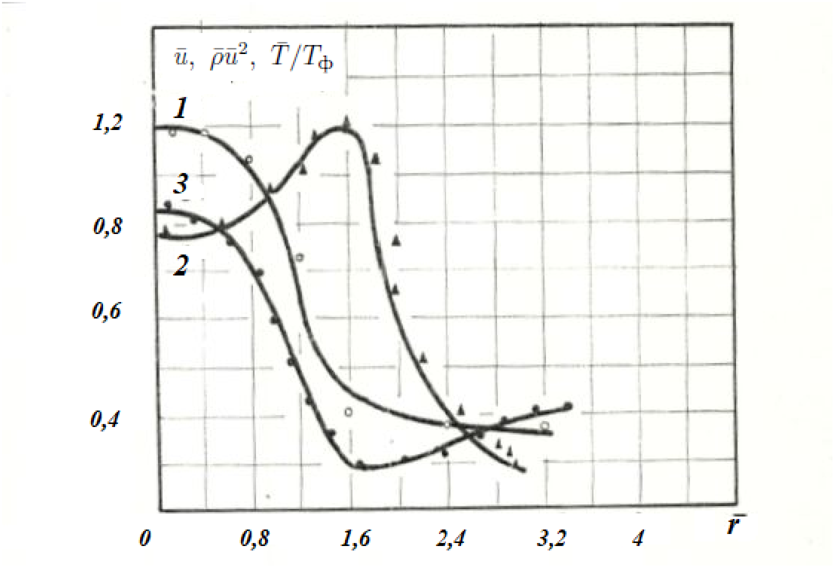


Рис. 2.17: Сравнение результатов расчетов профилей скорости течения (**1**); температуры (**2**) и динамического напора (**3**) при $x/a = 7$. Исходные данные: $(C_2)_2 = 0,085\ kg/kg, T_1 = 300\ K, T_2 = 1140\ K$. Остальные параметры см. Таблицу 2 строка № 4. (— - численное решение; - - - - линеаризованное решение [8]; ∘, •, ▲ – эксперимент [22])

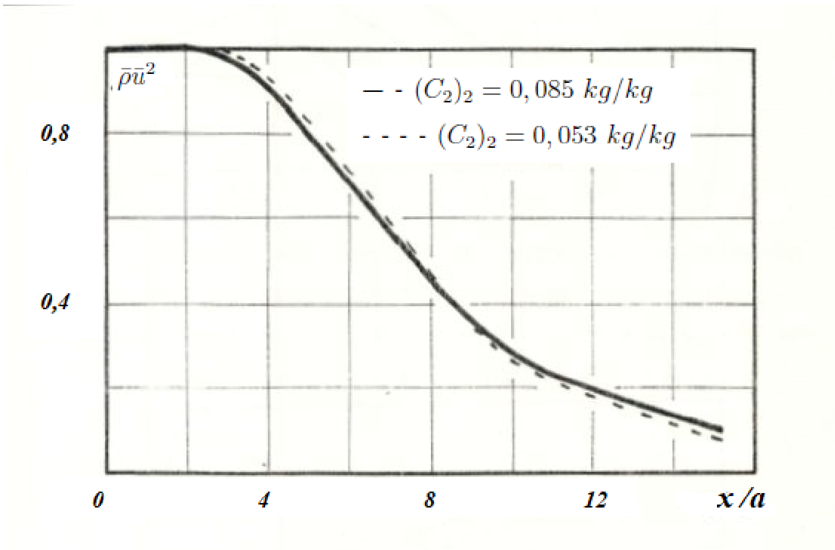


Рис. 2.18: Изменение осевого значение динамического напора в зависимости от исходного значения концентрации горючего. Параметры см. Таблицу 2 №№ строк 5, 7, соответственно.

работ также подтверждает, что влияние исходных значений концентрации горючего или температуры на динамический напор незначительно по сравне-

нию изменениями исходных значений скорости потока.

На рис. 2.19 приведено радиальное распределение кинематического коэффициента турбулентной вязкости на различных расстояниях от среза сопла.

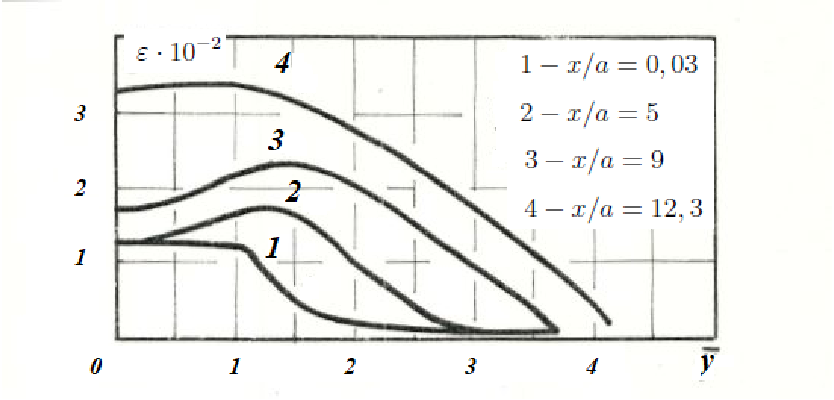


Рис. 2.19: Радиальное распределение коэффициента турбулентной вязкости в различных расстояниях от среза сопла при $(C_2)_2 = 0,085\ kg/kg, T_1 = 300\ K, T_2 = 1300\ K, u_1 = 5\ m/s, u_2 = 61\ m/s$. Остальные параметры см. Таблица 2 строка № 3.

Здесь также можно сделать вывод о том, что от сечения к сечению значение коэффициента турбулентной вязкости растет в соответствии с температурой, так как увеличение температуры газа приводит к увеличению его вязкости, что подтверждают полученные результаты.

На рис. 2.20 приведены кривые выгорания в зависимости от исходного значения концентрации горючего, которые построены в соответствии с формулой

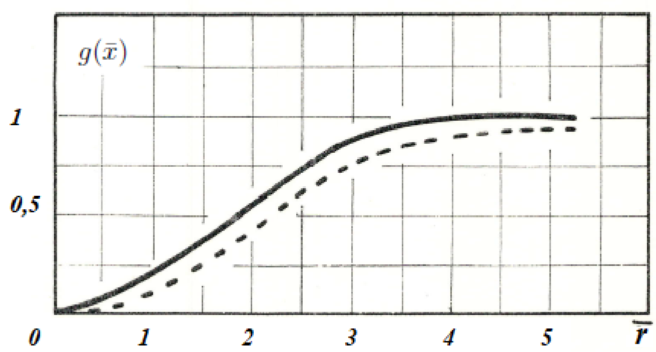


Рис. 2.20: Кривые выгорания при конечной скорости химической реакции при различных значений концентрации горючего: — - $(C_2)_2 = 0,085\ kg/kg$, - - - - $(C_2)_2 = 0,12\ kg/kg$. Остальные параметры см. Таблицу 2 строка № 3, 4, соответственно.

$$\left.\begin{aligned} g(x) &= \frac{G(\bar{x})_{\bar{x}=0} - G(\bar{x})}{G(\bar{x})_{\bar{x}=0}} \\ \int\limits_0^{\bar{y}_{\text{гр}}} & G_2(\bar{y})\bar{u}\bar{v}\bar{r}d\bar{r} = G(\bar{x}). \end{aligned}\right\} \tag{2.82}$$

позволяющей определить количество выгоревшего горючего газа в данном сечении.

На рис. 2.21 представлено осевое значение турбулентной вязкости при различных исходных данных.

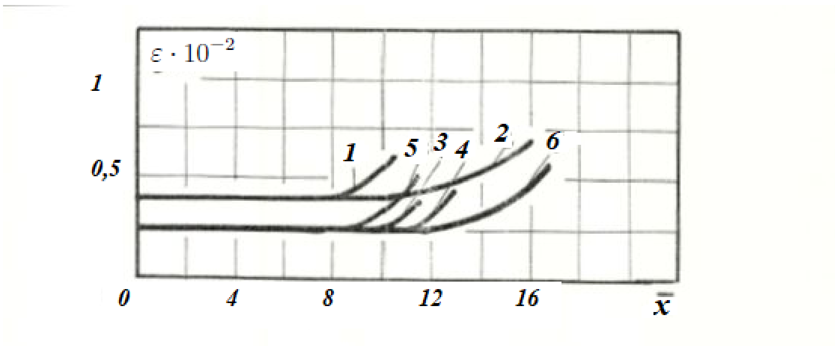


Рис. 2.21: Осевые изменение коэффициента турбулентной вязкости при $u_2 = 61\ m/s$: (**1**) – $C_2)_2 = 0,085\ kg/kg, T_2 = 1300\ K, \varepsilon_2 = 4 \cdot 10^{-2}\ m^2/s$; (**2**) – $C_2)_2 = 0,2\ kg/kg, T_2 = 500\ K; \varepsilon_2 = 4 \cdot 10^{-2}\ m^2/s$; (**3**) – $C_2)_2 = 0,055\ kg/kg, T_2 = 1300\ K, \varepsilon_2 = 2,5 \cdot 10^{-2}\ m^2/s$; (**4**) – $C_2)_2 = 0,12\ kg/kg, T_2 = 1300\ K; \varepsilon_2 = 2,5 \cdot 10^{-2}\ m^2/s$; (**5**) – $C_2)_2 = 0,12\ kg/kg, T_2 = 500\ K, \varepsilon_2 = 2,5 \cdot 10^{-2}\ m^2/s$; (**6**) – $C_2)_2 = 0,2\ kg/kg, T_2 = 500\ K; \varepsilon_2 = 2,5 \cdot 10^{-2}\ m^2/s$. Другие параметры $k_0 = 0,2$; $Pr_\varepsilon = 0,5$; $C_0 = 0,7$; $\alpha_{\text{ст}} = 0,5$.

Как видно из рисунка, осевое значение в растет вдоль струи в соответствии с ростом температуры, что соответствует физике течению газов, рост температуры потока приводит к увеличению значения кинематического коэффициента турбулентной вязкости.

* * * * *

3. Исследование процессов тепло-и массообмена турбулентных струй реагирующих газов в полуограниченном цилиндрическом канале

3.1. Расчет круглых турбулентных струй в полубесконечном цилиндрическом канале

В данном параграфе исследуется горение газообразного топлива, истекающего из круглого сопла и распространяющегося в спутном потоке воздуха в осесимметричном канале. Считаем истечение струи ступенчатым и однородным, статическое давление в струе и спутном потоке одинаковым, т.е.

$$P_1 = P_2 = P_{\text{атм}} = 1 \text{ атм}.$$

Влияние турбулентности на смешение и горение учитываем посредством эффективных коэффициентов турбулентной вязкости (см. (2.8)).

Предполагаем, что химическая реакция протекает в одном направлении и описывается формулой С. Аррениуса ([24]).

Постановка задачи

Пусть в цилиндрический канал радиусом R через круглое сопла радиусом a, расположенное соосно с цилиндром (см. рис. 3.1), подается горючее (например, окись углерода (CO) или смесь пропана и бутана ($C_3H_8 + C_4H_{10}$).

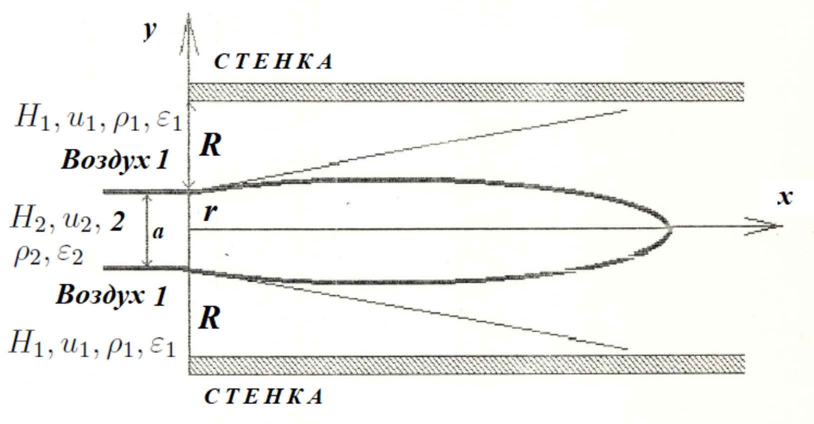


Рис. 3.1: Схематическая картина течения процесса.

Окислитель (кислород (O_2) или воздух) подается коаксиально по тому горючего. На срезе сопла исходные скорость потока (u_2) , энтальпия (H_2), концентрации горючего (C_2) и окислителя C_1 постоянны по ширине канала.

Если считать что, $R \geq 5a$, то данный физико-химический процесс можно описывать с помощью уравнений теории пограничного слоя, которые при $n = 1, q = 0, Le = 1$ имеют вид (см. (2.10)):

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{\partial(\bar{\rho}\bar{u}\bar{r})}{\partial\bar{x}} + \frac{\partial(\bar{\rho}\bar{v}\bar{r})}{\partial\bar{r}} = 0,\\
&\bar{\rho}\bar{u}\frac{\partial\bar{u}}{\partial\bar{x}} + \bar{\rho}\bar{v}\frac{\partial\bar{u}}{\partial\bar{r}} = -\frac{\partial\bar{p}}{\partial\bar{x}} + \frac{1}{\bar{r}}\frac{\partial}{\partial\bar{r}}\left(\bar{\rho}\bar{\varepsilon}\bar{r}\frac{\partial\bar{u}}{\partial\bar{r}}\right),\\
&\bar{\rho}\bar{u}\frac{\partial C_i}{\partial\bar{x}} + \bar{\rho}\bar{v}\frac{\partial C_i}{\partial\bar{r}} = \frac{1}{Sc}\frac{1}{\bar{r}}\frac{\partial}{\partial\bar{r}}\left(\bar{\rho}\bar{\varepsilon}\bar{r}\frac{\partial C_i}{\partial\bar{r}}\right) + \frac{a}{\rho_M u_M}\omega_i,\\
&\bar{\rho}\bar{u}\frac{\partial\bar{H}}{\partial\bar{x}} + \bar{\rho}\bar{v}\frac{\partial\bar{H}}{\partial\bar{r}} = \frac{1}{\bar{r}}\frac{\partial}{\partial\bar{r}}\left[\frac{\bar{\rho}\varepsilon\bar{r}}{Pr}\frac{\partial\bar{H}}{\partial\bar{r}}\right] + \frac{Pr-1}{Pr}\frac{u_M^2}{H_M}\times\\
&\times\frac{1}{\bar{r}}\frac{\partial}{\partial\bar{r}}\left[\bar{\rho}\bar{\varepsilon}\bar{r}\frac{\partial}{\partial\bar{r}}\left(\frac{\bar{u}^2}{2}\right)\right].
\end{aligned}\right\} \tag{3.1}$$

Далее

$$\bar{H} = \bar{C}_p\bar{T} + \frac{\gamma-1}{2}M^2\bar{u}^2 + \sum_{i=1}^{N} C_i\bar{h}_i^*, \tag{3.2}$$

$$\bar{P} = \frac{C_{PM}}{m_m}\frac{T_M}{u_M^2}\frac{\bar{T}R_0}{\bar{m}}, \tag{3.3}$$

где

$$m_m = \left(m_M\sum_{i=1}^{N}\frac{C_i}{m_i}\right)^{-1}.$$

m_m – молекулярный вес окислителя, m_M – масштаб для m (см. (2.9)).

Поставленную задачу решаем с использованием закона сохранения массы в каждом сечении вдоль по цилиндрическому каналу

$$2\pi\int_0^1 \bar{\rho}\bar{u}\bar{r}d\bar{r} = I_0, \tag{3.4}$$

и при следующих граничных условиях:

$$
\left.
\begin{array}{l}
\bar{x}=0:\begin{cases}\bar{u}=\bar{u}_2,\bar{v}=0,\bar{H}=\bar{H}_2,C_i=(C_i)_2,\bar{\varepsilon}=\bar{\varepsilon}_2,\bar{\rho}=\bar{\rho}_2 & \text{при } 0\le\bar{r}\le\bar{a}_c\\ \bar{u}=\bar{u}_1,\bar{v}=0,\bar{H}=1,C_i=(C_i)_1,\bar{\varepsilon}=\bar{\varepsilon}_1,\bar{\rho}=\bar{\rho}_1 & \text{при } \bar{a}_c<\bar{r}<1\\ \bar{u}=\bar{v}=\bar{\varepsilon}=0,C_i=(C_i)_1 & \text{при } \bar{r}=1\end{cases}\\
\\
\bar{x}>0:\begin{cases}\dfrac{\partial\bar{u}}{\partial\bar{r}}=\dfrac{\partial\bar{H}}{\partial\bar{r}}=\dfrac{\partial C_i}{\partial\bar{r}}=\dfrac{\partial\bar{\varepsilon}}{\partial\bar{r}}=\bar{v}=0 \quad \text{при } \bar{r}=0\\ \\ \bar{u}=0,\dfrac{\partial\bar{H}}{\partial\bar{r}}=\dfrac{\partial C_i}{\partial\bar{r}}=\dfrac{\partial\bar{\varepsilon}}{\partial\bar{r}}=0 \qquad \text{при } \bar{r}=1\end{cases}
\end{array}
\right\} \tag{3.5}
$$

Система дифференциальных уравнений (3.1) – (3.3) с привлечением граничных условий (3.5) решалась численно с применением конечно-разностного метода.

Определение $\bar{H}, C_i \ (i = \overline{1,N}), \bar{v}, \bar{T}, \bar{\varepsilon}$ проводились методами, описанными в предыдущих параграфах.

Для определения статического давления использовался метод, предложенный в [69], сущность которого заключается в следующем.

Второе уравнение системы (3.1) представим в виде

$$
A_{ij}^{(s-1)}u_{ij-1}^{(s)}+B_{ij}^{(s-1)}u_{ij}^{(s)}+C_{ij}^{(s-1)}u_{ij+1}^{(s)}+D_{ij}^{(s-1)}P_i^{(s)}=E_{ij}^{(s-1)}, \tag{3.6}
$$

где

$$
A_{ij}^{(s-1)}=-(\rho v)_{ij}^{(s-1)}-\frac{2(\rho\varepsilon)_{ij-1}^{(s-1)}}{\Delta r},
$$

$$
B_{ij}^{(s-1)}=\frac{2\Delta r}{\Delta x}(\rho u)_{ij}^{(s-1)}+\frac{2(\rho\varepsilon)_{ij+1}^{(s-1)}}{\Delta r},
$$

$$
C_{ij}^{(s-1)}=(\rho v)_{ij}^{(s-1)}-\frac{2\left((\rho\varepsilon)_{ij+1}^{(s-1)}-(\rho\varepsilon)_{ij-1}^{(s-1)}\right)}{\Delta x},
$$

$$
D_{ij}^{(s-1)}=\frac{2\Delta r}{\Delta x},
$$

$$
E_{ij}^{(s-1)}=\frac{2\Delta r}{\Delta x}\left((\rho u)_{ij}^{(s-1)}u_{i-1j}^{(s-1)}+P_{i-1}^{(s-1)}\right).
$$

Далее, использовав метод прогонки, описанный в параграфе 2.2, имеем

$$
u_{ij}^{(s)}=\alpha_{ij}^{(s)}u_{ij+1}^{(s)}+\beta_{ij}^{(s)}+\gamma_{ij}^{(s)}P_i^{(s)}, \tag{3.7}
$$

где $\alpha_{ij}^{(s)}, \beta_{ij}^{(s)}, \gamma_{ij}^{(s)}$ – неизвестные пока коэффициенты.

Отсюда

$$u_{ij-1}^{(s)} = \alpha_{ij-1}^{(s)} u_{ij}^{(s)} + \beta_{ij-1}^{(s)} + \gamma_{ij-1}^{(s)} P_i^{(s)}, \tag{3.8}$$

Подставив (3.8) в (3.7), после несложных преобразований получим:

$$\left.\begin{aligned} u_{ij}^{(s)} = -\frac{B_{ij}^{(s-1)}}{A_{ij}^{(s-1)} + B_{ij}^{(s-1)} \cdot \alpha_{ij-1}^{(s)}} u_{ij+1}^{(s)} + \frac{E_{ij}^{(s-1)} - A_{ij}^{(s-1)} \cdot \beta_{ij-1}^{(s)}}{A_{ij}^{(s-1)} + B_{ij}^{(s-1)} \cdot \alpha_{ij-1}^{(s)}} - \\ -\frac{A_{ij}^{(s-1)} \cdot \gamma_{ij-1}^{(s)} + \dfrac{2\Delta r}{\Delta x}}{A_{ij}^{(s-1)} + B_{ij}^{(s-1)} \cdot \alpha_{ij-1}^{(s)}} P_i^{(s)}. \end{aligned}\right\} \tag{3.9}$$

Из граничного условия при $y = 0, \dfrac{\partial u}{\partial r} = 0$ следует, что

$$\frac{\partial u}{\partial r} \approx \frac{u_{ij}^{(s)} - u_{ij-1}^{(s)}}{\Delta r} = 0$$

Отсюда $u_{ij}^{(s)} = u_{ij-1}^{(s)}$, т.е. при $j = 1$ имеем $u_{i1}^{(s)} = u_{i0}^{(s)}$.

Следовательно, $\alpha_{i1}^{(s)} = 1, \beta_{i1}^{(s)} = 0, \gamma_{i1}^{(s)} = 0$.

С помощью прямой прогонки вычислим прогоночные коэффициенты по следующим рекуррентным формулам

$$\left.\begin{aligned} \alpha_{ij}^{(s)} &= -\frac{B_{ij}^{(s-1)}}{A_{ij}^{(s-1)} + B_{ij}^{(s-1)} \cdot \alpha_{ij-1}^{(s)}}, \quad \beta_{ij}^{(s)} = \frac{E_{ij}^{(s-1)} - A_{ij}^{(s-1)} \cdot \beta_{ij-1}^{(s)}}{A_{ij}^{(s-1)} + B_{ij}^{(s-1)} \cdot \alpha_{ij-1}^{(s)}}, \\ \gamma_{ij}^{(s)} &= -\frac{A_{ij}^{(s-1)} \cdot \gamma_{ij-1}^{(s)} + \dfrac{2\Delta r}{\Delta x}}{A_{ij}^{(s-1)} + B_{ij}^{(s-1)} \cdot \alpha_{ij-1}^{(s)}}, \quad j = \overline{2, k-1}. \end{aligned}\right\} \tag{3.10}$$

Обратной прогонкой по формулам (3.7) найдем значения $u_{ij}^{(s)}$ на $(s+1)$–м слое.

Для определения $P_i^{(s)}, u_{ij}^{(s)}$ – представим в виде

$$u_{ij}^{(s)} = \varepsilon_{ij}^{(s)} + \varphi_{ij}^{(s)} P_i^{(s)} \tag{3.11}$$

где $\varepsilon_{ij}^{(s)}, \varphi_{ij}^{(s)}$ неопределенные пока коэффициенты.

Отсюда

$$u_{ij+1}^{(s)} = \varepsilon_{ij+1}^{(s)} + \varphi_{ij+1}^{(s)} P_i^{(s)} \tag{3.12}$$

Далее, подставив (3.12) в (3.7), получим

$$u_{ij}^{(s)} = \left[\alpha_{ij}^{(s)}\varepsilon_{ij+1}^{(s)} + \beta_{ij}^{(s)}\right] + \left[\alpha_{ij}^{(s)}\varphi_{ij+1}^{(s)} + \gamma_{ij}^{(s)}\right] P_i^{(s)} \tag{3.13}$$

Сравнивая полученное соотношение с (3.11) можно записать

$$\left.\begin{aligned} \varepsilon_{ij}^{(s)} &= \alpha_{ij}^{(s)}\varepsilon_{ij+1}^{(s)} + \beta_{ij}^{(s)}, \\ \varphi_{ij}^{(s)} &= \alpha_{ij}^{(s)}\varphi_{ij+1}^{(s)} + \gamma_{ij}^{(s)}. \end{aligned}\right\} \tag{3.14}$$

коэффициенты $\alpha_{ij}^{(s)}, \beta_{ij}^{(s)}, \gamma_{ij}^{(s)}$ – определяются по формулам (3.10).

Из граничного условия $u|_{r=r_{\text{гр}}} = 0$ находим

$$\varepsilon_{iN}^{(s)} = 0, \varphi_{iN}^{(s)} = 0,$$

Теперь по формулам (3.14) последовательно можем вычислить все коэффициенты $\varepsilon_{ij}^{(s)}, \varphi_{ij}^{(s)}$ для $j = \overline{n-1, 0}$.

Для нахождения давления $P_i^{(s)}$ привлекаем интеграл сохранения (3.4), который с учетом (3.12) имеет вид

$$2\pi \int\limits_0^1 \rho_{ij}^{(s)} \left[\varepsilon_{ij}^{(s)} + \varphi_{ij}^{(s)} P_i^{(s)}\right] r dr = I_0. \tag{3.15}$$

Из (3.15) следует, что

$$P_i^{(s)} = \frac{I_0 - 2\pi \int\limits_0^1 \rho_{ij}^{(s)}\varepsilon_{ij}^{(s)} r dr}{2\pi \int\limits_0^1 \rho_{ij}^{(s)}\varphi_{ij}^{(s)} r dr}. \tag{3.16}$$

После определения $P_i^{(s)}$ с помощью (3.8) находим $u_{ij}^{(s+1)}, H_{ij}^{(s+1)}, (C_k)_{ij}^{(s+1)}, T_{ij}^{(s+1)}$ и $\rho_{ij}^{(s+1)}$ методом описанным, в главе 2.

Поперечную скорость $\bar{v}$ определим из уравнения неразрывности, т.е. из первого уравнения системы (3.1)

$$\bar{v} = -\frac{1}{\bar{\rho}\bar{r}} \int\limits_0^{\bar{r}} \frac{\partial}{\partial \bar{x}} \left(\bar{\rho}\bar{u}\bar{r}\right) d\bar{r}. \tag{3.17}$$

В качестве примера было рассчитано горение смеси пропана и бутана в воздухе.

При расчетах значения исходных данных приняты согласно Таблиц 1 и 2 (см. «Приложения. Таблицы»).

Кроме того, во всех расчетах коэффициент избытка воздуха α равнялся единице. Основные результаты расчетов приведены в виде графиков на рис. 3.2 – 3.6 при следующих исходных значениях параметров

$$u_1 = 18,3\ m/s; u_2 = 61\ m/s; T_1 = 300\ K; T_2 = 1000\ K; M \approx 0; (C_2)_2 = 0,2\ kg/kg.$$

На рис 3.2 приведено радиальное распределение скорости на различных калибрах от среза сопла.

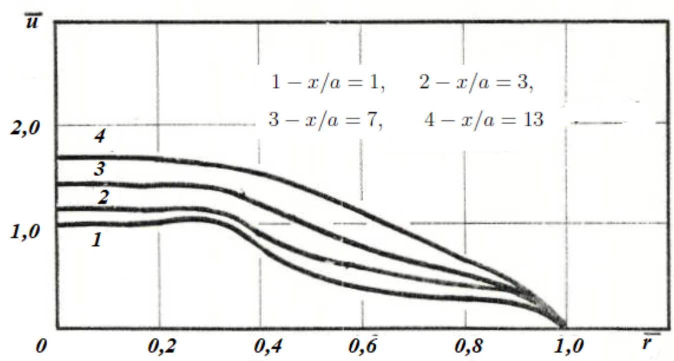


Рис. 3.2: Радиальное распределение скорости при различных значениях от среза сопла при $u_1 = 18,3\ m/s; u_2 = 61\ m/s; T_1 = 300\ K; T_2 = 1300\ K; (C_2)_2 = 0,2\ kg/kg$.

Как видно из рисунка, при движении осесимметричных струй реагирующих газов в полуограниченном цилиндрическом канале, где имеет место горение газа с конечной скоростью химической реакции, максимальное значение продольной скорости достигается не на оси струи, а внутри области перемешивания.

Видно, что значение скорости увеличивается вдоль струи, а ее максимальное значение стремится к оси струи. Это можно объяснить тем, что в начальной и переходных областях непрерывный рост тепловыделения приводит к ускорению потока.

На рис 3.3 приведены радиальные распределения температуры на различных расстояниях от среза сопла.

Здесь для изменения температуры от сечения к сечению, сходная со скоростью наблюдается закономерность. Кроме того, максимальному значению температуры соответствует максимальное значение концентрации продукта реакции.

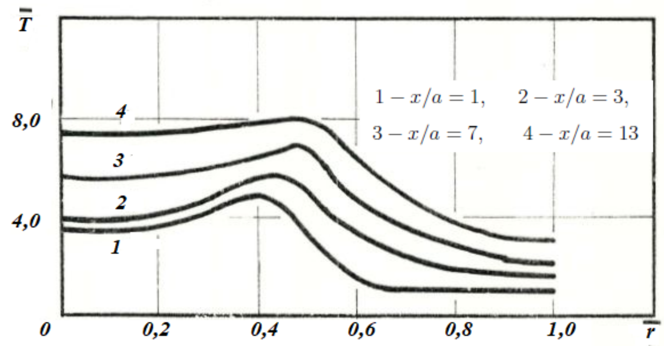


Рис. 3.3: Радиальное распределение температуры при различных значениях от среза сопла (Исходные данные см. рис. 3.2).

Следует отметить, что максимальному значению температуры, условно – фронту пламени, соответствуют значения концентрации горючего и окислителя, не равные нулю. Из-за конечности скорости химической реакции реагенты не успевают прореагировать до конца, что соответствует принятой модели горения.

На рисунке 3.4 приведено изменение осевых значений температуры и скорости вдоль струи в пределах факела.

Рост осевого значения скорости и температуры очевиден (см. рис. 3.2 и 3.3).

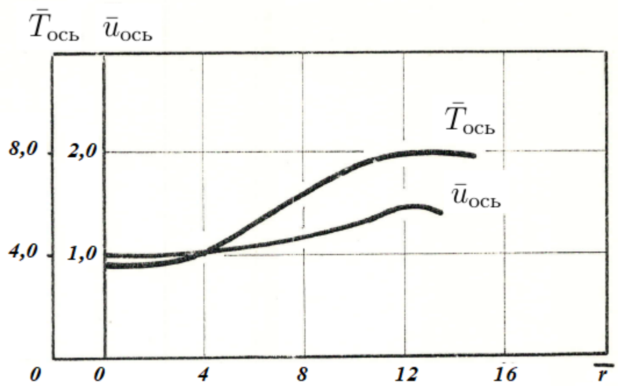


Рис. 3.4: Изменение осевых значений температуры и скорости. Исходные данные см. рис. 3.2.

На рис. 3.5 приведена кривые перепада давления $(P_0 - P)$ (**1**) и выгорания (**2**), характеризующая количество выгоревшего горючего газа вдоль струи, вычисленное по формуле (2.82).

Относительно увеличения перепада давления можно сказать, что, если

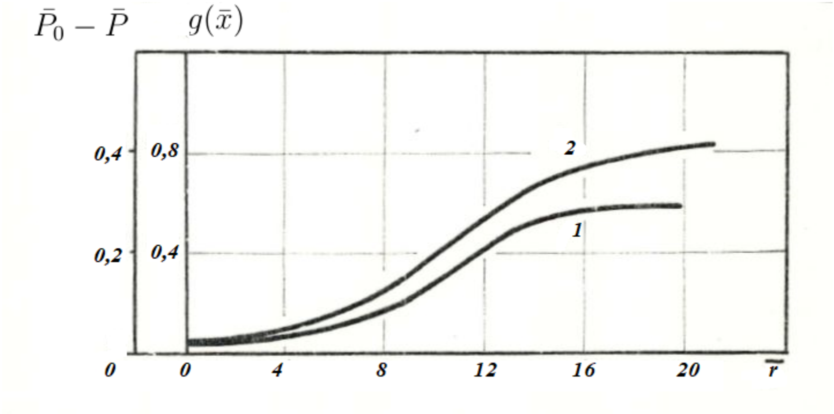


Рис. 3.5: Изменение разности давления (**1**) и кривой выгорания (**2**) вдоль струи. Исходные данные см. рис. 3.2.

скорости потока вдоль струи увеличиваются, то для сохранения интегрального условия (3.3) давление должно падать, а перепад давления – увеличивается. Таким образом, наблюдаемый на рис. 3.5 рост перепада давления является закономерным.

На рис 3.6 приведено радиальное распределение концентрации компонентов: горючего (C_2), окислителя (C_1) и продуктов горения (C_3) в сечении $x/a = 5$.

Видно, что максимальному значению концентрации продукта горения (C_3) ***соответствует максимальное значение температуры.***

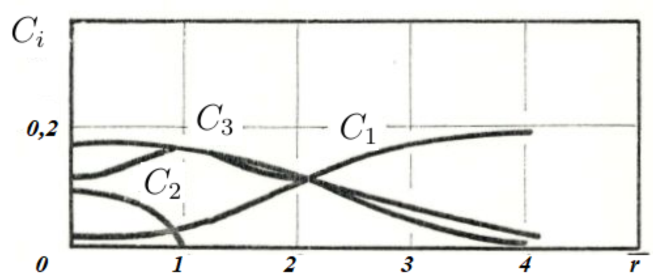


Рис. 3.6: Профили концентрации горючего (C_2), окислителя (C_1) и продуктов горения (C_3) при сечении $x/a = 5$ для исходных данных $(C_2)_2 = 0,2\ kg/kg, T_1 = 500\ K, T_2 = 1300\ K, u_1 = 18,3\ m/s, u_2 = 61\ m/s$.

Из за конечности скорости химической реакции не успевают полностью прореагировать исходные реагенты, поэтому часть горючего диффундирует и проникает в зону окислителя, а часть окислителя – в зону горючего, что и показывают результаты расчета.

3.2. Роль смешения и горения струи реагирущихся газов в расширяющемся канале

Как известно, в основе процесса горения лежат химические реакции соединения топлива с окислителем. А смешение газа с окислителем является первой и очень важной стадией всего процесса горения газообразного топлива.

От процесса смешения во многом зависят и все дальнейшие стадии, через которые проходит топливо при превращении химической энергии в тепловую. В данном параграфе изучается роль смешения и горения в уменьшении тепловыделения.

Постановка задачи

Рассматривается горение заранее неперемешанных горючих газов, истекающих из круглого сопла и распространяющих в спутном потоке воздуха в осесимметричном комбинированном канале, который имеет расширяющийся участок (Рис. 3.7).

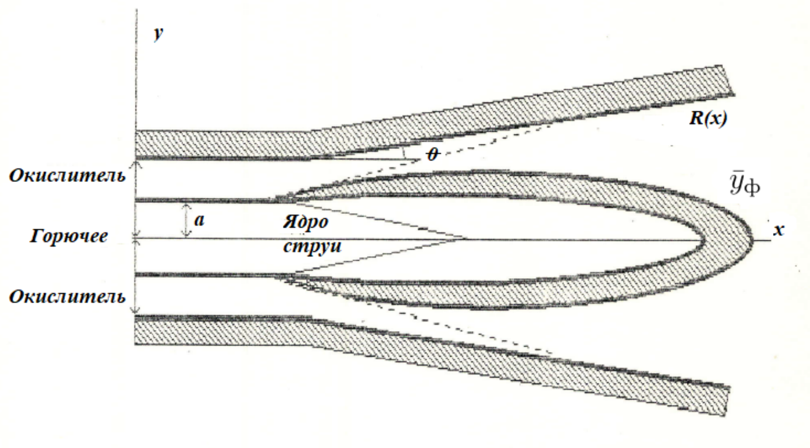


Рис. 3.7: Схематическая картина течения процесса.

Система дифференциальных уравнений, которая описывает данный физико-химический процесс, имеет вид (2.10).

В качестве коэффициента турбулентного обмена используем предложенную выше модель в дифференциальной форме (2.8).

Исходные значения параметров однородны. На срезе сопла и стенке канала их значения задаются кусочно-непрерывными функциями.

Очень важно отношение исходных значений для коэффициента турбулентного обмена в спутном (ε_1) и основном (ε_2) потоках ε.

В расчетах для ε используется соотношение примерно $\varepsilon_1 : \varepsilon_2 = 3 : 5$.

Итак, данная задача решалась при следующих граничных условиях:

$$
\left.
\begin{array}{l}
x=0:\begin{cases}
u=u_2, v=0, H=H_2, C_i=(C_i)_2, & \\
\varepsilon=\varepsilon_2, \rho=\rho_2 & \text{при } 0\le r\le a\\
u=u_1, H=1, C_i=(C_i)_1, & \\
\varepsilon=\varepsilon_1, \rho=\bar\rho_1 & \text{при } a<r<R(x)\\
u=0, H=H_1, \varepsilon=0, C_i=(C_i)_1 & \text{при } r=R(x)
\end{cases}\\
x>0:\begin{cases}
\dfrac{\partial u}{\partial r}=\dfrac{\partial H}{\partial r}=\dfrac{\partial C_i}{\partial r}=\dfrac{\partial \rho}{\partial r}=\dfrac{\partial T}{\partial r}=\dfrac{\partial \varepsilon}{\partial r}=v=0 & \text{при } r=0\\
\\
\dfrac{\partial u}{\partial r}=-\dfrac{\rho_e u_e^2}{\rho_{\text{ст}}\varepsilon_{\text{ст}}}\dfrac{c_f}{2}, \dfrac{\partial H}{\partial r}=-\dfrac{q_{\text{ст}}}{\rho_{\text{ст}}\varepsilon_{\text{ст}}(C_p)_{\text{ст}}}, \dfrac{\partial \varepsilon}{\partial r}=0 & \text{при } r=R(x)
\end{cases}
\end{array}
\right\}
\quad (3.18)
$$

где ρ_e, u_e – значение переменных на отрезке от стенки до ближайшего узла расчетной сетки.

Система дифференциальных уравнений, описывающий рассматриваемую задачу, с учетом (2.8) и граничными условиями (3.18) решено методом описанным в п. 2.2. Здесь надо отметить, что при расчетах методом, сеток, рассматриваемая область была покрыта неравномерной сеткой, т.е. у стенки сопла и стенки цилиндрического канала шаги сетки уменьшались.

Например, внутри области $\Delta x = 0,05$ около стенки $\Delta x = 0,001$. Для определения давления используем интегральное условие:

$$
\int\limits_0^{R(x)} \left(\rho u^2 + P\right) r dr = I_0(x). \quad (3.19)
$$

Для фиксированного значения x_i в качестве нулевого приближения $P_i^{(0)}$ принимаем его значение из предыдущего сечения $P_i^{(0)} = P_{i-1}$ затем вычисляем все неизвестные величины с заданной точностью.

По найденным значениям ρ и u проверим выполнение условия (3.19).

Если это условие выполняется, то выбранное $P_i^{(s)}$ считаем правильным, в противном случае в зависимости от значения интеграла (3.19) изменяем значение $P_i^{(s)} = P_i^{(s)} \pm \Delta P$, где $\Delta P = 10^{-4}$.

Данный процесс повторяем вплоть до выполнения условия (3.19) с заданной точностью.

В качестве примера было рассчитано горение окись углерода (CO) в воздухе:

$$2CO + O_2 = 2CO_2.$$

Расчеты проведены при следующих исходных данных:

$$M \approx 0, T_1 = 300\ K, T_2 = 900 \div 1500\ K, P_1 = P_2 = 1 \text{ атм} = \mathrm{co}nst,$$

$$u_1 = 18,3\ m/s, u_2 = 61\ m/s.$$

Кинетические параметры принимали значения, приведенные в параграфе 2.2. Изменение значения концентрации окислителя осуществлялось с помощью варьирования коэффициента избытка воздуха α, равным отношению количества воздуха, поступившего на сгорание 1 kg топлива, к теоретически необходимому количеству воздуха для полного сгорания 1 kg топлива:

$$\alpha = \frac{(C_1)_1 \rho_1 u_1 (R^2 - \alpha^2) \nu_2 m_2}{(C_2)_2 \rho_2 u_2 \alpha^2 \nu_1 m_1}.$$

Коэффициент α изменялся в пределах от $0,76$ до $1,1$.

Расширяющиеся каналы представляют собой комбинацию цилиндрического участка длиной $\sim 5R$, и последующего конусообразного участка (Рис. 3.7). Угол конусности $\theta = 0 \div 5°$.

В расчетах учитывалось трение на стенке с коэффициентом трения $c_f = 2,5 \cdot 10^{-3}$ $[43 - 45]$.

Тепловыделение за счет трения не учитывается.

Большинство расчетов были проведены при следующих размерах канала: $R = 50\ mm = 0,05\ m; a = 10\ mm = 0,01\ m; \theta = 3°$.

Основные результаты расчетов приведены на рисунках 3.8 – 3.14.

На рис. 3.8 приведено радиальное распределение скорости потока u на различных расстояниях от среза сопла.

Из рисунка видно, что максимальное значение скорости соответствует оси струи. При удалении от среза сопла осевые значения скорости уменьшаются, но параболический вид сохраняется.

Как было показано в п. 3.1 (при $R(x) = R = const$***), при увеличении температуры поток ускорялся, а давление уменьшалось. Здесь непрерывный рост выделения тепла не привел ускорению потока. Это объясняется тем, что в расширяющимся участке динамический напор*** ρu^2 ***падает, а давление*** P ***возрастает и приближается к атмосферному.***

На рис. 3.9 приведено радиальное распределение температуры на различных расстояниях от среза сопла.

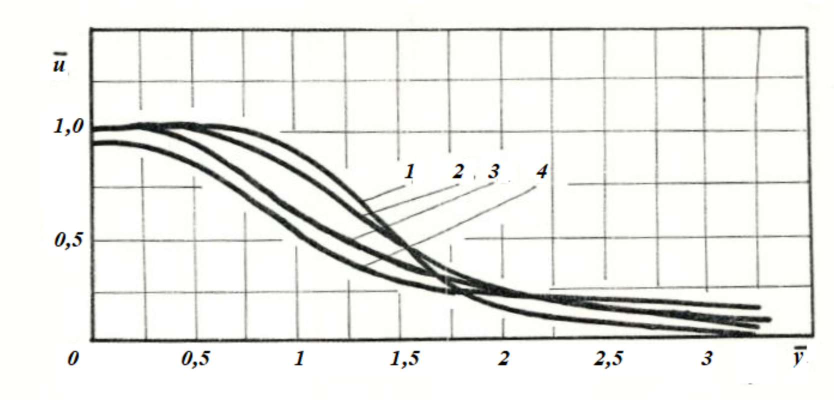


Рис. 3.8: Радиальное распределение скорости потока на различных расстояниях от среза сопла при $\mathbf{1} - \bar{x} = 1; \mathbf{2} - \bar{x} = 5; \mathbf{3} - \bar{x} = 7; \mathbf{4} - \bar{x} = 12$. Исходные данные $T_1 =\ 300\ K; T_2 = 1300\ K; u_1 = 18,3\ m/s; u_2 = 61\ m/s$.

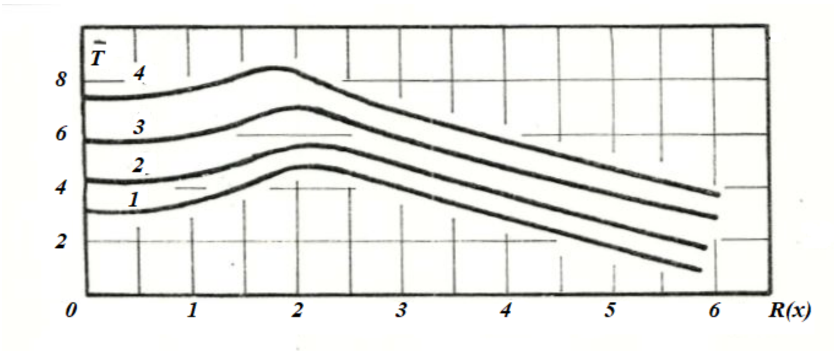


Рис. 3.9: Радиальное распределение температуры на различных расстояниях от среза сопла при $\mathbf{1} - \bar{x} = 1; \mathbf{2} - \bar{x} = 5; \mathbf{3} - \bar{x} = 7; \mathbf{4} - \bar{x} = 12$. Исходные данные см. рис. 3.8.

Из рисунка видно, что при удалении от среза сопла пик максимальной температуры приближается к оси струи. Кроме того, возрастание температуры на оси струи и стенке канала на расстояниях примерно $12 - 14$ ***калибров***[46] ***от среза сопла.***

Температура по сечению канала начинает выравниваться и стремиться к однородному распределению вдоль струи.

Здесь можно отметить, что хотя на срезе сопла обеспечит, коэффициент избытка воздуха $\alpha = 1$***, однако*** α ***вдоль струи уменьшается и факел становиться более растянутым. В случае, когда на срезе сопла значение а меньше единицы, факел становиться разомкнутым.***

[46]**Калибр** (единица измерения) — неметрическая единица измерения длины, применяемая в США и Великобритании, равная $1/100\ inch = 0,0254\ sm = 254\ mkm$. Численно равен точке в старой русской системе мер.

Самым благоприятным случаем оказываются значение a в пределах от $1,05$ ***до*** $1,1$***. В этом случае факел замыкается на оси струи и дальнобойность струи соответствует экспериментальным материалам [22].***

На рис. 3.10 представлены осевые значения температуры T и скорости потока u.

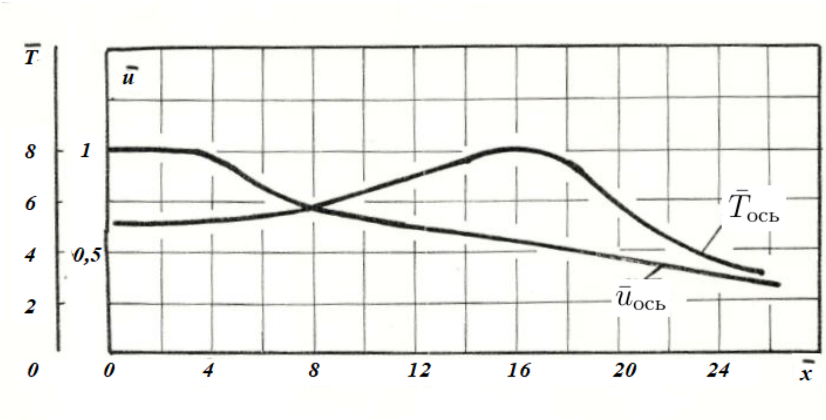


Рис. 3.10: Осевые значения температуры и скорости потока. Исходные данные см. рис. 3.8.

Как следует из рисунка, осевые значения скорости струи падают, а температура растет вдоль струи в пределах до опускания координаты максимального значения температуры на оси струи.

В дальнейшем на расстояние примерно в один калибр значение температуры сохраняется максимальным, затем ее значение падает, что соответствует экспериментальными данными авторов [21–23].

На рис. 3.11 приведено распределение давления вдоль струи при различных исходных данных.

Видно, что в начальных сечениях струи из-за большой разности скоростей горючего и окислителя при их соприкасании и смешении на границе двух струй возрастает коэффициент трения, за счет чего наибольшая скорость струи уменьшается, а давление возрастает.

При удалении от среза сопла скорость потока сглаживается, давление падает и стремится к постоянному значению.

На рис. 3.12 приведены кривые выгорания, характеризующие количество выгоревшего газа вдоль струи, в соответствии с формулой

$$g(x) = \frac{(G(x))_0 - G(x)}{(G(x))_0},$$

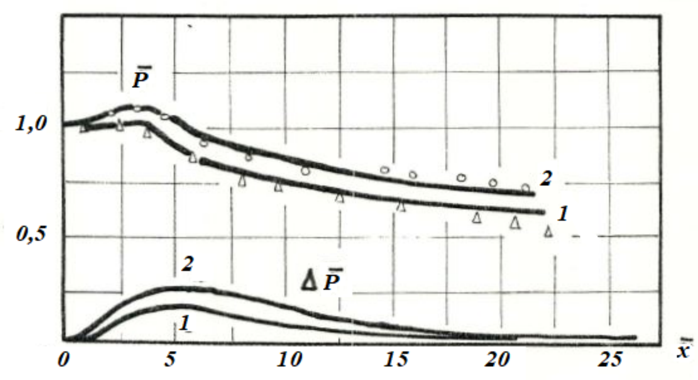


Рис. 3.11: Распределение давления при различных исходных данных: (**1**) – $P_1 =$ 1 атм; (**2**) – $P_1 = 2$ атм; (**3**) – $P_1 = 3$ атм;. Точки $\circ, \triangle$ – эксперимент [58]. Исходные данные см. рис. 3.8.

где

$$(G(x))_0 = \left(\int\limits_0^{R(x)} C_2 \bar{\rho}\bar{u}\bar{r}d\bar{r} \right)_{x=0}, \quad G(x) = \left(\int\limits_0^{R(x)} C_2 \bar{\rho}\bar{u}\bar{r}d\bar{r} \right)_x.$$

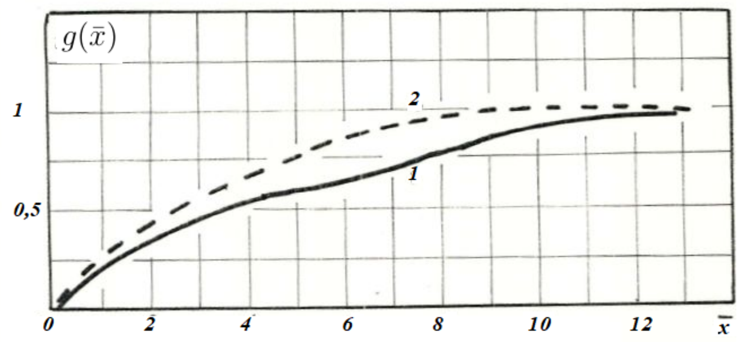


Рис. 3.12: Кривые выгорания. Исходные данные см. рис. 3.8.

3.3. Исследование сложного теплообмена при горении неперемешанных газов в цилиндрическом канале

В данном параграфе исследуется сложный теплообмен в области перемешивания газовых смесей, т.е. наряду с конвективным переносом тепла и теплопроводностью рассматривается радиационный теплообмен.

Радиационный теплообмен играет важную роль в современной технике и технологии, в частности в металлургических печах, различных высокотемпературных реакторах, химической технологии, электрических печах и многих других агрегатах и устройствах, работающих при высоких температурах.

Излучение является одной из основных форм переноса энергии между телами. Велика роль теплообмена с излучением в технологии топочных процессов.

Постановка задачи

Система дифференциальных уравнений, описывающих рассматриваемый: физико-химический процесс имеет следующий вид (см.(2.10)):

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{\partial(\bar{\rho}\bar{u}\bar{r})}{\partial\bar{x}}+\frac{\partial(\bar{\rho}\bar{v}\bar{r})}{\partial\bar{r}}=0,\\
&\bar{\rho}\bar{u}\frac{\partial\bar{u}}{\partial\bar{x}}+\bar{\rho}\bar{v}\frac{\partial\bar{u}}{\partial\bar{r}}=-\frac{\partial\bar{p}}{\partial\bar{x}}+\frac{1}{\bar{r}}\frac{\partial}{\partial\bar{r}}\left(\bar{\rho}\bar{\varepsilon}\bar{r}\frac{\partial\bar{u}}{\partial\bar{r}}\right),\\
&\bar{\rho}\bar{u}\frac{\partial C_i}{\partial\bar{x}}+\bar{\rho}\bar{v}\frac{\partial C_i}{\partial\bar{r}}=\frac{1}{Sc}\frac{1}{\bar{r}}\frac{\partial}{\partial\bar{r}}\left(\bar{\rho}\bar{\varepsilon}\bar{r}\frac{\partial C_i}{\partial\bar{r}}\right)+\frac{a}{\rho_M u_M}\omega_i,\\
&\bar{\rho}\bar{u}\frac{\partial\bar{H}}{\partial\bar{x}}+\bar{\rho}\bar{v}\frac{\partial\bar{H}}{\partial\bar{r}}=\frac{1}{\bar{r}}\frac{\partial}{\partial\bar{r}}\left[\frac{\bar{\rho}\bar{\varepsilon}\bar{r}}{Pr}\frac{\partial\bar{H}}{\partial\bar{r}}\right]+\frac{Pr-1}{Pr}\frac{u_M^2}{H_M}\times\\
&\times\frac{1}{\bar{r}}\frac{\partial}{\partial\bar{r}}\left[\bar{\rho}\bar{\varepsilon}\bar{r}\frac{\partial}{\partial\bar{r}}\left(\frac{\bar{u}^2}{2}\right)\right]+\frac{1}{\bar{r}}\frac{\partial q}{\partial\bar{r}}.
\end{aligned}\right\} \tag{3.20}$$

Уравнения состояния и энтальпии используются обычной алгебраической форме

$$\bar{P}=\rho R_0\bar{T}\sum_{i=1}^{N}C_i/m_i, \tag{3.21}$$

$$\bar{H}=\bar{C}_p\bar{T}+\sum_{i=1}^{N}C_i\bar{h}_i^*. \tag{3.22}$$

Рассмотрим радиационный случай переноса излучения. Так как $\dfrac{\partial q}{\partial x}\ll\dfrac{\partial H}{\partial x}$, для пограничного слоя предположим $\dfrac{\partial q}{\partial x}\backsim 0$.

Для определения лучистого теплового потока $-\dfrac{1}{\bar{r}}\dfrac{\partial}{\partial\bar{r}}(rq)$ дополним систему

(3.20) уравнением переноса излучения [14]:

$$\left.\begin{aligned} &\cos\theta = \frac{\partial I}{\partial r} = -k\left(I - \frac{\sigma}{\pi}T^4\right), \\ &q = \pi\int\limits_0^{\pi} I(r,\theta)\sin 2\theta d\theta. \end{aligned}\right\} \tag{3.23}$$

Введем новую координату τ – оптическую толщину[47] слоя газа

$$\tau = \int\limits_0^r k dr, dr = k\ dr. \tag{3.24}$$

тогда уравнение (3.23) преобразуется к виду

$$\frac{1}{m}\frac{\partial I}{\partial \tau} = -I + \frac{\sigma}{\pi}T^4, \tag{3.25}$$

где $m = \dfrac{1}{\cos\theta}$.

Граничным условием для этого уравнения принимаем равенство $I(0,\theta) = I_0$.

Общее решение уравнения (3.25) имеет вид:

$$I(\tau,\theta) = \left(I_0 - \int\limits_0^{\infty} m\frac{\sigma}{\pi}T^4\ e^{-mt}dt\right)\ e^{mt}, \tag{3.26}$$

где t – переменная интегрирования для оптической толщины.

Следовательно,

$$\begin{aligned} &q = \pi\int\limits_0^{\pi} I(\tau,\theta)\sin 2\theta d\theta = 2\pi\int\limits_0^{\pi/2}\left(\int\limits_0^{\infty}\frac{\sigma}{\pi}T^4\ e^{-m(t-\tau)}dt\right)\sin\theta d\theta + \\ &+\int\limits_{\pi/2}^{\pi}\left[I_0\ \cos\theta\ e^{m\tau} - \int\limits_0^{\pi}\frac{\sigma}{\pi}T^4\ e^{-m(t-\tau)}dt\right]\sin\theta d\theta \end{aligned} \tag{3.27}$$

Введем интегро экспоненциальную функцию

$$E_n(t) = \int\limits_0^{\infty} m^{-n}\ e^{-mt}dt. \tag{3.28}$$

[47]**Оптическая толщина** (оптическая толща, оптическая глубина, τ) среды – безразмерная величина, которая характеризует ослабление света в среде за счёт его поглощения и рассеяния.

Тогда вместо (3.27) можем записать

$$q = -2\int\limits_0^{\pi} \sigma T^4 E_2(|t-\tau|)dt + 2\int\limits_0^{\tau_2} \sigma T^4 E_2(|t-\tau|)dt + 2q(0)E_3(t), \quad (3.29)$$

где $q(0)$ – поток теплового излучения на границе.

В уравнении энергии необходимо иметь выражение дивергенции потока излучения:

$$\frac{\partial q}{\partial r} = \frac{\partial q}{\partial \tau}\ \frac{\partial \tau}{\partial r} = 4\sigma k\left[\int\limits_0^{\tau_1} T^4 E_1(|t-\tau|)dt - T^4\right] + 2\sigma k T_c^4\ E_2(t), \quad (3.30)$$

При конечной длине свободного пробега радиационный член уравнения энергии представляет собой, таким образом интегральное выражение. В двух предельных случаях (приближение Росселанда[48] это выражение упрощается [42]:

1) для приближения оптически тонкого слоя, когда длина свободного пробега фотона гораздо больше характерного линейного размера (среда прозрачна):

$$\frac{\partial q}{\partial r} = 4\ Bo\ Bu\,(T_{\text{ст}}^4 - T^4) \quad \text{при} \quad Bu \ll 1, \quad (3.31)$$

2) для приближения оптически толстого слоя, когда среда сильно поглощает лучистую энергию:

$$\frac{\partial q}{\partial r} = \frac{16Bo}{3Bu}\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(rT^3\frac{\partial T}{\partial r}\right) \quad \text{при} \quad Bu \gg 1, \quad (3.32)$$

где, Bu, число Бугера[49].

В общем случае коэффициенты поглощения в уравнениях (3.31) и (3.32) являются переменными величинами, которые зависят от T, ρ и спектральных свойств газов.

При расчете были сделаны следующие допущения:

1) среда серая, т.е. коэффициент поглощения не зависит от длины волны. Наиболее подходящим коэффициентом является коэффициент поглощения Планка[50] k: для оптически тонкого слоя

$$k = \int\limits_0^{\infty} \frac{1}{k_\nu}\frac{dI_\nu}{dT}d\nu; \quad (3.33)$$

[48]**Свен Росселанд** – Норвежский астрофизик.

[49]**Пьер Бугер** – Французский физик и астроном, основатель фотометрии. Имя Бугера внесено в список 72 величайших учёных Франции, размещённый на Эйфелевой башни.

[50]**Макс Карл Эрнст Людвиг Планк** – Немецкий физик–теоретик, основоположник квантовой физики. Лауреат Нобелевской премии по физике и других наград, член Прусской академии наук, ряда иностранных научных обществ и академий наук. На протяжении многих лет один из руководителей немецкой науки.

для оптически толстого слоя

$$k = \int\limits_0^\infty \frac{dI_\nu}{dT} d\nu; \tag{3.34}$$

2) среда нерассеивающая, т.е. в каждой точке находится в состоянии термодинамического равновесия и представляет собой диффузионный поглотитель. Излучатель имеет показатель преломления, равный единице;

3) как было оговорено выше цилиндрическая поверхность непрозрачная, непроницаемая, серая, служит диффузным отражателем.

Система дифференциальных уравнений (3.20) с учетом (3.32) решена при следующих граничных условиях:

$$\left.\begin{aligned}
&x=0:\begin{cases} u=u_2, H=H_2, C_i=(C_i)_2, \varepsilon=\varepsilon_2 & \text{при } 0\le r\le 1\\ u=u_1, H=H_1, C_i=(C_i)_1, \varepsilon=\varepsilon_1 & \text{при } a<r<R\end{cases}\\
&x>0:\begin{cases} \dfrac{\partial u}{\partial r}=\dfrac{\partial H}{\partial r}=\dfrac{\partial C_i}{\partial r}=\dfrac{\partial \rho}{\partial r}=\dfrac{\partial \varepsilon}{\partial r}=v=0 & \text{при } r=0\\ \dfrac{\partial u}{\partial r}=-\dfrac{\rho_e u_e^2}{\rho_{\text{ст}}\varepsilon_{\text{ст}}}\dfrac{c_f}{2}, \dfrac{\partial C_i}{\partial r}=0, \dfrac{\partial H}{\partial r}= & \\ =-\dfrac{q_{\text{ст}}}{\rho_{\text{ст}}\varepsilon_{\text{ст}}(C_p)_{\text{ст}}}, \dfrac{\partial \varepsilon}{\partial r}=0 & \text{при } r=R\end{cases}
\end{aligned}\right\} \tag{3.35}$$

Здесь (кроме общепринятых обозначений):

$\varepsilon_{\text{ст}}$ – коэффициент турбулентной вязкости у стенки, следуя [58] $\varepsilon_{\text{ст}} = kru_\tau, k = 0,4$ – постоянная Кармана;

$u_\tau = \sqrt{\dfrac{\rho_e u_e^2}{\rho_{\text{ст}}\varepsilon_{\text{ст}}}\dfrac{c_f}{2}}$ – динамическая скорость трения, индекс e означает значение величин на отрезке от стенки до ближайшего узла расчетной сетки.

C_f – коэффициент трения потока о стенку;

$q_{\text{ст}}$ – значения теплового потока у стенки, для определения которого используется аналогия Рейнольдса[51], т.е. $St = C/2$, где St – число Стэнтона[52] [53].

Считается, что C_f не зависит от продольной координаты (выбирается по реко-

---

[51]**Осборн Рейнольдс** – Английский механик, физик и инженер, специалист в области гидромеханики и гидравлики. Член Лондонского королевского общества

[52]**Число Стэнтона** – один из критериев подобия тепловых процессов, характеризующий интенсивность диссипации энергии в потоке жидкости или газа: $\mathrm{St} = \dfrac{\alpha}{c_p \cdot r \cdot v}$, где α – коэффициент теплоотдачи; c_p – удельная теплоёмкость среды при постоянном давлении.

[53]**Т. Стэнтон** – Английский учёный, физик, гидромеханик.

мендациям [59]), $C_f = 5,2 \cdot 10^{-3}$. Такое допущения вполне оправдано при больших Re и умеренних значениях продольного градиента давления.

Метод решения было подробно рассмотрен в предыдущей главе.

В качестве примера приводим расчет струи с горением пропано-бутановой смеси в воздухе. Значение кинетических параметров и экспериментальных постоянных $k_0 = 0,2;\ C_0 = 0,667;\ Pr_\varepsilon = 0,5;\ \alpha_{\text{ст}} = 0,5$.

Серия расчетов проведена при следующих исходных данных:

$u_2 = 61\ m/s; u_1 = 18,3\ m/s; \varepsilon_1 = 2,5 \cdot 10^{-3}\ m^2/s,$

$T_1 = 300\ K; T_2 = 500\ K; \varepsilon_2 = 1,5 \cdot 10^{-3}\ m^2/s,$

$(C_1)_1 = 0,232\ kg/kg; (C_2)_2 = 0,085;\ 0,12;\ 0,2\ kg/kg.$

В зависимости от исходных данных концентрации горючего $(C_2)_2$ коэффициент избытка окислителя принимали в пределах $\alpha = 0,65;\ 0,975;\ 1,05;\ 1,1;\ 1,2$, согласно формуле:

$$\alpha = \frac{(C_1)_1 \rho_1 (R^2 - \alpha^2) \nu_2 m_2}{(C_2)_2 \rho_2 \alpha^2 \nu_1 m_1}.$$

Основные результаты расчетов приведены в виде графиков на рис. 3.13 – 3.16.

Из этих графиков видно, что влияние излучения В приближении оптически толстого слоя $Bu = 10;\ 50$ ***более существенно, чем в приближении оптически тонкого слоя*** $Bu = 0,1$.

При учете излучения заметно интенсифицируется процесс горения, что способствует уменьшению конфигурации факела, кроме того, на поверхности факела температура значительно снижается, особенно при $Bu = 50$ ***– примерно на*** $180 - 250\ K$***, но на оси струи и на стенке цилиндрического канала температура почти на столько же возрастает (см. рис. 3.15). Пик максимального значения температуры сглаживается и снижается примерно на*** $8 - 12\%$ ***(см. рис. 3.13 и 3.15).***

На рис. 3.14 показано влияние учета излучения на осевую скорость и температуру.

Как видно из рисунка, при учете излучения (оптически тонкий слой с $Bu = 0,1$***) осевые значения температуры и скорости растут вдоль струи быстрее (пунктирная линия), чем без учета излучения (сплошная линия).***

При тепловом излучении заметно интенсифицируется процесс горения.

Это способствует уменьшению длину факела (см. рис. 3.15).

За счет излучения температура на поверхности факела уменьшается, но на оси и на стенке цилиндрического канала заметно возрастает.

Как известно, незначительное уменьшение максимальной температуры при горении значительно сокращает образование концентрации токсичных

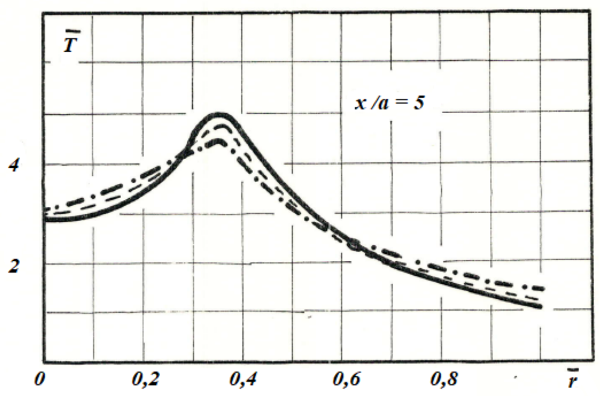


Рис. 3.13: Влияние учета излучения на радиальное профили температуры при $u_1 = 18,3\ m/s, u_2 = 61\ m/s, T_1 = 300\ K, T_2 = 1000\ K, (C_2)_2 = 0,12\ kg/kg$. — - $Bu = 0$; - - - - $Bu = 0,1$; -·-·- - $Bu = 10$.

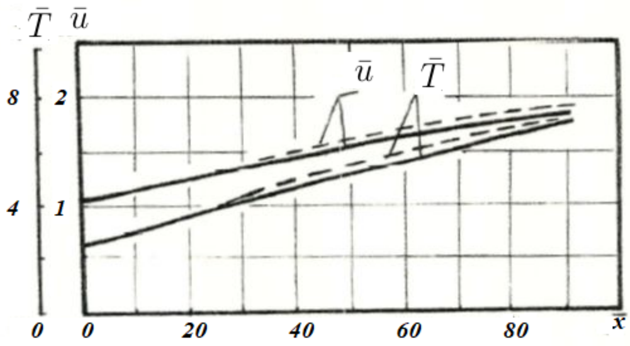


Рис. 3.14: Влияние учета излучения на осевую скорость и температуру. Исходные данные см. рис. 3.13. — - без учета излучения; - - - - $Bu = 0,1$.

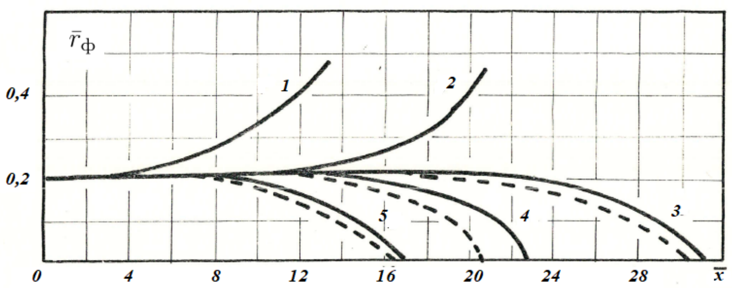


Рис. 3.15: Влияние учета излучения на конфигурации факела при исходных данных из рис. 3.13. **(1)** – $\alpha = 0,65$; **(2)** – $\alpha = 0,975$; **(3)** – $\alpha = 1,05$; **(4)** – $\alpha = 1,1$; **(5)** – $\alpha = 1,2$.

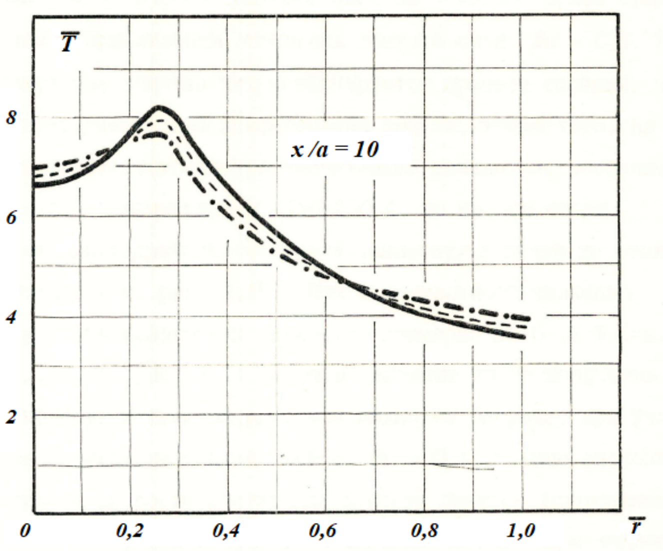


Рис. 3.16: Влияние учета излучения на продольные профили температуры при $x/a = 10$. Исходные данные см. рис. 3.13. — - $Bu = 0$; - - - - $Bu = 0,1$; -·-·- - $Bu = 10$.

газов, в частности, оксида азота $(NO)_x$ в продуктах реакции и выбросах в атмосферу [57], поэтому данный факт весьма существенен для практики сжигания газов [16].

* * * * *

4. Процессы тепло-и массообмена при перемешивании системы периодических струй

4.1. Особенности горения газообразного топлива в системе плоских турбулентных струй

Одно из направлений повышения эффективности использования топлива – сжигание газообразного топлива с разбиением его на мелкие струйки и подачей между ними окислителя (воздуха).

Исследования горения в системе турбулентных струй показали, что такой метод организации сжигания за счет увеличения площади соприкосновения топлива с окислителем приводит к резкой интенсификации процесса, позволяющей значительно повысить тепловое напряжение топочного пространства, которое в этом случае на два порядка выше, чем при одиночном струйном режиме горения [1, 5, 6, 22, 52, 65, 83, 87].

Наряду с технологическими показателями при работе горелочных устройств важна токсикологическая характеристика выбрасываемых продуктов сгорания, которая при работе установки на газообразном топливе определяется главным образом содержанием окислов азота.

Наша цель – исследование закономерностей развития параметров факела в процессе горения в системе плоских турбулентных струй.

Для решения данной задачи необходимо установить диапазон изменения параметров, обеспечивающих полноту выгорания топлива и их влияние на максимальную температуру факела.

Рассматривается турбулентное движение заранее неперемешанных химически активных газов в бесконечной системе плоских турбулентных струй при протекании химической реакции горения с конечной скоростью.

Предлагаемый метод расчета позволяет определить распределение всех параметров в зоне смешения.

Исследование процессов тепло- и массообмена в струйных течениях представляет в настоящее время большие трудности. Поэтому все существующие методы расчета струйных течений при наличии тепло- и массообмена и химических процессов [5, 6, 22] основываются на обобщении известных полуэмпирических теорий свободной турбулентности на указанные более сложные случаи течения при протекании химической реакции горения с конечной скоростью.

Постановка задачи

Рассматривается течение, образующееся в зоне смешения бесконечной системы турбулентных струй, истекающих из плоских сопел высотой $2a+b$ каждое, толщина между соплами равна $2c$ (рис. 4.1).

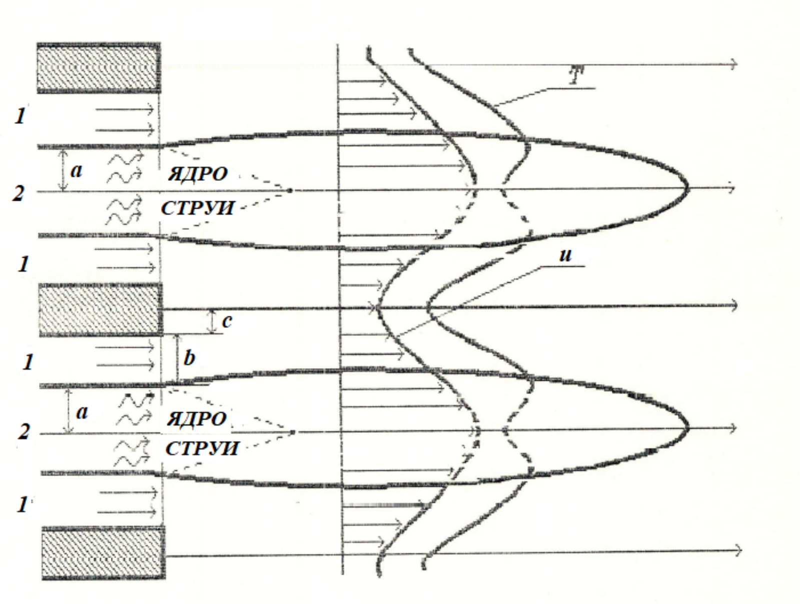


Рис. 4.1: Схематическая картина течения процесса.

Из сопла **1** вытекает окислитель, а из соседнего сопла **2** – горючее. Параметры на выходе из сопел имеют однородное распределение, так что во всей правой полуплоскости будет иметь место периодическое течение с периодом $a + b + c$.

Основные уравнения, описывающие осреднённое стационарное движение и процессы переноса в такой системе струй в предположении, что турбулентное число Льюиса равно единице ($Le = 1$), можно записать в виде [1, 5, 6, 22, 52, 55, 57, 81]:

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{\partial(\bar{\rho}\bar{u})}{\partial\bar{x}} + \frac{\partial(\bar{\rho}\bar{v})}{\partial\bar{y}} = 0, \\
&\bar{\rho}\bar{u}\frac{\partial\bar{u}}{\partial\bar{x}} + \bar{\rho}\bar{v}\frac{\partial\bar{u}}{\partial\bar{y}} = -\frac{\partial\bar{p}}{\partial\bar{x}} + \frac{\partial}{\partial\bar{y}}\left(\bar{\rho}\bar{\varepsilon}\frac{\partial\bar{u}}{\partial\bar{y}}\right), \\
&\bar{\rho}\bar{u}\frac{\partial C_i}{\partial\bar{x}} + \bar{\rho}\bar{v}\frac{\partial C_i}{\partial\bar{y}} = \frac{1}{Sc}\frac{\partial}{\partial\bar{y}}\left(\bar{\rho}\bar{\varepsilon}\frac{\partial C_i}{\partial\bar{y}}\right) + \omega_i, \\
&\bar{\rho}\bar{u}\frac{\partial\bar{H}}{\partial\bar{x}} + \bar{\rho}\bar{v}\frac{\partial\bar{H}}{\partial\bar{y}} = \frac{1}{Pr}\frac{\partial}{\partial\bar{y}}\left[\bar{\rho}\bar{\varepsilon}\frac{\partial\bar{H}}{\partial\bar{y}}\right] + \frac{Pr-1}{Pr}\frac{\partial}{\partial\bar{y}}\left[\bar{\rho}\bar{\varepsilon}\frac{\partial H}{\partial\bar{y}}\left(\frac{\bar{u}^2}{2}\right)\right].
\end{aligned}\right\} \tag{4.1}$$

$$\bar{P} = R_0\frac{\rho}{m}\bar{T}, \tag{4.2}$$

где

$$\bar{H} = \bar{C}_p\bar{T} + \frac{u^2}{2} + \sum_{i=1}^{N} C_i\bar{h}_i^*. \tag{4.3}$$

Так как удельные теплоемкости смешивающихся веществ C_{p_i} являются линейными функциями температуры $C_{p_i} = a_i T + b_i$, то

$$C_p = \sum_{i=1}^{N} C_i C_{p_i} = T \sum_{i=1}^{N} C_i a_i + \sum_{i=1}^{N} C_i b_i, \tag{4.4}$$

$$m = \left(\sum_{i=1}^{N} \frac{C_i}{m_i} \right)^{-1}, \quad (N = 5) \tag{4.5}$$

где a_i, b_i – не зависящие от температуры коэффициенты аппроксимации, которые определяются по данным [17].

Относительно источникового члена в четвертом уравнении системы (4.1) сделано предположение [82], что химическая реакция протекает в одном направлении и ее скорость задается согласно закону Аррениуса выражением

$$\omega_i = K(T) \frac{\rho^{\nu_1 + \nu_2}}{m_1^{\nu_1} m_2^{\nu_2}} C_1^{\nu_1} C_2^{\nu_2} \quad e^{-E/(R_0 T)}. \tag{4.6}$$

Как было отмечено выше, отсутствие общей теории турбулентности не позволило до настоящего времени установить рационального выражения для коэффициента турбулентного перемешивания ε.

Поэтому в большинстве существующих работ используются те или иные допущения относительно ε.

В частности, в работе [6] используется модифицированная гипотеза Прандтля и Магера [92]

$$\varepsilon = b(x) |u_{max} - u_{min}|. \tag{4.7}$$

В работе Либби [91, 102] вводится следующее соотношение

$$\varepsilon = \varkappa \left(\frac{\rho_0}{\rho} \right) \varepsilon_0, \tag{4.8}$$

где $\varkappa$ – эмпирическая константа, $b(x)$ – полуширина зоны смещения, ρ_0 – некоторая характерная плотность, а ε_0 – кинематический коэффициент турбулентной вязкости несжимаемой жидкости.

В работах [5, 87] указывается на возможность допущения, что произведение $\rho\varepsilon$ – функция только продольной координаты т.е.

$$a) \quad \rho\varepsilon = f(x) \quad \text{или} \quad b) \quad \rho^2 \varepsilon = f(x) \tag{4.9}$$

В данной работе для замыкания системы (4.1) с учетом (4.2) – (4.6) предложена модифицированная модель турбулентной вязкости ε.

При обобщении модели турбулентности использованы результаты [5, 6, 20, 59].

В отличие от известных моделей [59] в предлагаемой обобщенной модели учтен эффект температурного фактора и пульсация плотности одновременно.

Кроме того, в диссипативных слагаемых дополнительно учтена анизотропия масштабов турбулентности из-за деформации под действием градиента давления [59].

Окончательно уравнение для ε имеет вид:

$$\bar{\rho}\bar{u}\frac{\partial\bar{\varepsilon}}{\partial\bar{x}} + \bar{\rho}\bar{v}\frac{\partial\bar{\varepsilon}}{\partial\bar{y}} = \rho k_0 \varepsilon \left(\frac{T}{T_0}\right)^{\alpha_{\text{ст}}} \left|\frac{\partial u}{\partial\bar{y}}\right| + \frac{\partial}{\partial\bar{y}}\left[\frac{\bar{\rho}\bar{\varepsilon}}{Pr_\varepsilon}\frac{\partial\varepsilon}{\partial\bar{y}}\right] + C_0\left[\bar{u}\frac{\partial\bar{\rho}}{\partial\bar{x}} + \bar{v}\frac{\partial\bar{\rho}}{\partial\bar{y}}\right]. \tag{4.10}$$

В отличие от упомянутой модели здесь учитывается влияние температурного фактора путем добавления слагаемого

$$\rho k_0 \varepsilon \left(\frac{T}{T_0}\right)^{\alpha_{\text{ст}}} \left|\frac{\partial u}{\partial\bar{y}}\right|.$$

Здесь (см.(4.10)) Pr_ε – эффективное число Прандтля, k_0 – постоянная Кармана, C_0 – константа.

В расчете принимались $Pr_\varepsilon = 0,5; k_0 = 0,2; C_0 = 2/3$ согласно [1, 58].

Для решения системы дифференциальных уравнений (4.1) с учетом (4.2) – (4.5) используем следующие интегральные

$$\begin{gathered}
\int\limits_0^{a+b+c} (\rho u^2 + p)dy = I_0, \\
\int\limits_0^{a+b+c} \rho u dy = M_0, \quad (I_0, M_0 = const)
\end{gathered} \tag{4.11}$$

и граничные условия

$$\left.\begin{aligned}
&x = 0 : \begin{cases} u = u_2, H = H_2, C_i = (C_i)_2, \varepsilon = \varepsilon_2 & \text{при } 0 \le y \le a \\ u = u_1, H = H_1, C_i = (C_i)_1, \varepsilon = \varepsilon_1 & \text{при } a < y \le b \\ u = 0, H = H_1, C_i = (C_i)_1, \varepsilon = 0 & \text{при } b < y \le c \end{cases} \\
&x > 0 : \left\{ \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial H}{\partial y} = \frac{\partial C_i}{\partial y} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} = v = 0 \quad \text{при } y = 0, \quad y = a + b + c \right.
\end{aligned}\right\} \tag{4.12}$$

Система уравнений (4.1), с учетом (4.4) интегрировалась численно.

Для (4.1), (4.10) использовалась двухслойная монотонная конечно–разностная схема для уравнения параболического типа [39].

Конечно–разностный аналог этих уравнений с граничными условиями (4.12) решаем методом прогонки.

Первое уравнение системы (4.1), из которого определяем поперечную скорость v, интегрировалось по формуле Симпсона[54].

В области перемешивания системы параллельных струй давление заранее неизвестно. Для определения давления была использовано два способа.

Первый способ. Здесь используется первое интегральное условие (4.11). Для фиксированного значения $x = x_i$ в качестве нулевого приближения $P_i^{(0)}$ принимается его значение из предыдущего сечения $P_i^{(0)} = P_{i-1}^{(s)}$. Затем вычисляются все неизвестные величины до заданной точности δ (δ – достаточно малое положительное число).

По найденным значениям ρ, u, v проверялось условие (4.11).

Если равенство (4.11) выполнялось (с заданной точностью δ), то выбранное значение давления считалось правильным. В противном случае в зависимости от значения интеграла (4.11) изменялось значение P в ту или иную сторону, вплоть до выполнения условия (4.11).

Второй способ. Расчетная область покрываем сеткой

$$x_i = i\Delta x, i = \overline{1, m}; y_j = j\Delta y, j = \overline{1, n}.$$

Второе уравнение системы (4.1) аппроксимируется конечно – разностным уравнением

$$(\rho u)_{ij}^{(s-1)} \frac{u_{ij}^{(s)} - u_{i-1j}^{(s)}}{\Delta x} + (\rho v)_{ij}^{(s-1)} \frac{u_{ij+1}^{(s)} - u_{ij-1}^{(s)}}{2\Delta y} = -\frac{P_i^{(s)} - P_{i-1}^{(s-1)}}{\Delta x} + \frac{(\rho\varepsilon)_{ij}^{(s-1)} \left(u_{ij+1}^{(s)} - u_{ij}^{(s)}\right) - (\rho\varepsilon)_{ij-1}^{(s-1)} \left(u_{ij+1}^{(s)} - u_{ij-1}^{(s)}\right)}{(\Delta y)^2}. \tag{4.13}$$

Затем разностное уравнение (4.13) к виду

$$A_{ij}^{(s-1)} u_{ij-1}^{(s)} - C_{ij}^{(s-1)} u_{ij}^{(s)} + B_{ij}^{(s-1)} u_{ij+1}^{(s)} + D_{ij}^{(s-1)} P_i^{(s)} = E_{ij}^{(s-1)}, \tag{4.14}$$

[54]**Томас Симпсон** – Английский математик.

где

$$\left.\begin{aligned}
A_{ij}^{(s-1)} &= -(\rho v)_{ij}^{(s-1)} - \frac{2(\rho\varepsilon)_{ij-1}^{(s-1)}}{\Delta y},\\
C_{ij}^{(s-1)} &= \frac{2\Delta y}{\Delta x}(\rho u)_{ij}^{(s-1)} + \frac{2(\rho\varepsilon)_{ij+1}^{(s-1)}}{\Delta y},\\
B_{ij}^{(s-1)} &= (\rho v)_{ij}^{(s-1)} - \frac{2\left((\rho\varepsilon)_{ij+1}^{(s-1)} - (\rho\varepsilon)_{ij-1}^{(s-1)}\right)}{\Delta x},\\
D_{ij}^{(s-1)} &= \frac{2\Delta y}{\Delta x},\\
E_{ij}^{(s-1)} &= \frac{2\Delta y}{\Delta x}\left((\rho u)_{ij}^{(s-1)} u_{i-1j}^{(s-1)} + P_{i-1}^{(s-1)}\right).
\end{aligned}\right\} \tag{4.15}$$

Представим $u_{ij}^{(s)}$ в виде

$$u_{ij}^{(s)} = \alpha_{ij}^{(s)} u_{ij+1}^{(s)} + \beta_{ij}^{(s)} + \gamma_{ij}^{(s)} P_i^{(s)}, \tag{4.16}$$

где $\alpha_{ij}^{(s)}, \beta_{ij}^{(s)}, \gamma_{ij}^{(s)}$ – неизвестные пока коэффициенты.

Отсюда

$$u_{ij-1}^{(s)} = \alpha_{ij-1}^{(s)} u_{ij}^{(s)} + \beta_{ij-1}^{(s)} + \gamma_{ij-1}^{(s)} P_i^{(s)}. \tag{4.17}$$

Подставив (4.17) в (4.14) после несложных преобразований имеем

$$\left.\begin{aligned}
u_{ij}^{(s)} = &-\frac{C_{ij}^{(s-1)}}{A_{ij}^{(s-1)}\alpha_{ij-1}^{(s)} + C_{ij}^{(s-1)}} u_{ij+1}^{(s)} + \frac{E_{ij}^{(s-1)} - A_{ij}^{(s-1)}\cdot\beta_{ij-1}^{(s)}}{A_{ij}^{(s-1)}\alpha_{ij-1}^{(s)} + C_{ij}^{(s-1)}} -\\
&-\frac{A_{ij}^{(s-1)}\cdot\gamma_{ij-1}^{(s)} + \dfrac{2\Delta y}{\Delta x}}{A_{ij}^{(s-1)}\alpha_{ij-1}^{(s)} + C_{ij}^{(s-1)}} P_i^{(s)}.
\end{aligned}\right\} \tag{4.18}$$

Из граничного условия (4.12) следует, что

$$\frac{\partial u}{\partial y} \approx \frac{u_{ij+1}^{(s)} - u_{ij}^{(s)}}{\Delta y} = 0.$$

При $j = 0$ имеем

$$u_{i1}^{(s)} = u_{i0}^{(s)}. \tag{4.19}$$

Сравнивая (4.19) с (4.16), находим $\alpha_{i1}^{(s)} = 1, \beta_{i1}^{(s)} = 0, \gamma_{i1}^{(s)} = 0$.

С помощью прямой прогонки вычислим коэффициенты прогонки по следующим рекуррентным формулам

$$\left.\begin{aligned}
&\alpha_{ij}^{(s)} = -\frac{C_{ij}^{(s-1)}}{A_{ij}^{(s-1)}\alpha_{ij-1}^{(s)} + C_{ij}^{(s-1)}}, \quad \beta_{ij}^{(s)} = \frac{E_{ij}^{(s-1)} - A_{ij}^{(s-1)}\cdot\beta_{ij-1}^{(s)}}{A_{ij}^{(s-1)}\alpha_{ij-1}^{(s)} + C_{ij}^{(s-1)}},\\
&\gamma_{ij}^{(s)} = -\frac{A_{ij}^{(s-1)}\cdot\gamma_{ij-1}^{(s)} + \dfrac{2\Delta y}{\Delta x}}{A_{ij}^{(s-1)}\alpha_{ij-1}^{(s)} + C_{ij}^{(s-1)}}, \quad j = \overline{2, k-1}.
\end{aligned}\right\} \tag{4.20}$$

Обратной прогонкой по формулам (4.16) найдем значения $u_{ij}^{(s)}$ на $(s+1)$–м слое.

Для определения P воспользуемся методом, аналогичным предложенный Л.М. Симуни[55] [69].

Представим для этого u_{ij} в виде

$$u_{ij}^{(s)} = \varepsilon_{ij}^{(s)} + \varphi_{ij}^{(s)} P_i^{(s)}, \tag{4.21}$$

где $\varepsilon_{ij}^{(s)}, \varphi_{ij}^{(s)}$ неопределенные пока коэффициенты.

Отсюда

$$u_{ij+1}^{(s)} = \varepsilon_{ij+1}^{(s)} + \varphi_{ij+1}^{(s)} P_i^{(s)}. \tag{4.22}$$

Далее, подставив (4.22) в (4.16), получим

$$u_{ij}^{(s)} = \alpha_{ij}^{(s)}\varepsilon_{ij+1}^{(s)} + \alpha_{ij}^{(s)}\varphi_{ij+1}^{(s)} P_i^{(s)} + \beta_{ij}^{(s)} + \gamma_{ij}^{(s)} P_i^{(s)}$$

или

$$u_{ij}^{(s)} = \left[\alpha_{ij}^{(s)}\varepsilon_{ij+1}^{(s)} + \beta_{ij}^{(s)}\right] + \left[\alpha_{ij}^{(s)}\varphi_{ij+1}^{(s)} + \gamma_{ij}^{(s)}\right] P_i^{(s)}. \tag{4.23}$$

Отсюда, сравнивая (4.23) с (4.21) имеем

$$\left.\begin{aligned}
\varepsilon_{ij}^{(s)} &= \alpha_{ij}^{(s)}\varepsilon_{ij+1}^{(s)} + \beta_{ij}^{(s)},\\
\varphi_{ij}^{(s)} &= \alpha_{ij}^{(s)}\varphi_{ij+1}^{(s)} + \gamma_{ij}^{(s)}.
\end{aligned}\right\} \tag{4.24}$$

Коэффициенты $\alpha_{ij}^{(s)}, \beta_{ij}^{(s)}, \gamma_{ij}^{(s)}$ определяются из рекуррентного соотношения (4.19).

Из граничного условия $u|_{y=y_{\text{гр}}} = 0$ находим, что

$$\varepsilon_{iN}^{(s)} = \varphi_{iN}^{(s)} = 0.$$

[55]**Л.М. Симуни** – Российский механик и математик.

Теперь по формулам (4.23) последовательно можно вычислить все коэффициенты $\varepsilon_{ij}^{(s)}, \varphi_{ij}^{(s)}$, при $j = n-1, n-2, \ldots, 0$.

Для нахождения давления привлечем второй интеграл сохранения (4.11) и подставив в него вместо $u_{ij}^{(s)}$ выражения (4.20) получим

$$\int\limits_0^{y_{\text{гр}}} \rho_{ij}^{(s)} \left[\varepsilon_{ij}^{(s)} + \varphi_{ij}^{(s)} P_i^{(s)}\right] dy = M_0. \tag{4.25}$$

Из (4.25) следует, что

$$\int\limits_0^{y_{\text{гр}}} \rho_{ij}^{(s)} \varepsilon_{ij}^{(s)} dy + \left[\int\limits_0^{y_{\text{гр}}} \varphi_{ij}^{(s)} dy\right] P_i^{(s)} = M_0$$

или

$$P_i^{(s)} = \frac{M_0 - \int\limits_0^{y_{\text{гр}}} \rho_{ij}^{(s)} \varepsilon_{ij}^{(s)} dy}{\int\limits_0^{y_{\text{гр}}} \varphi_{ij}^{(s)} dy}. \tag{4.26}$$

Дальнейший ход решения аналогичен описанному в п. 2.2.

Правильность решения контролировалась интегральным условием (4.11), которое должно выполняться с заданной точностью ($\delta = 10^{-5}$).

Далее, отметим, что в плоскости (x, y) задача решена до конца при шагах $\Delta x = 0,05; \Delta y = 0,001$.

Установлено с помощью численного эксперимента, что дальнейшее изменение Δx и Δy приводит к изменению результатов.

В качестве примера приведен расчет горения в области перемешивания периодических струй смеси пропана-бутана в воздухе.

Предполагается, что реакция необратима, т.е. протекает в одном направлении и выражается уравнениями:

$$\text{для пропана}: C_3H_8 + 5O_2 \to 3CO_2 + 4H_2O$$

$$\text{для бутана}: C_4H_{10} + 6,5O_2 \to 4CO_2 + 5H_2O$$

откуда находим параметры:

$$\nu_1 = \frac{\nu'_{O_2} + \nu''_{O_2}}{2} = \frac{5 + 6,5}{2} = 5,75;$$

$$\nu_2 = \frac{\nu'_{C_3H_8} + \nu''_{C_4H_{10}}}{2} = \frac{1+1}{2} = 1;$$

$$\nu_3 = \frac{\nu'_{CO_2} + \nu''_{CO_2}}{2} = \frac{3+4}{2} = 3,5;$$

$$\nu_4 = \frac{\nu'_{H_2O} + \nu''_{H_2O}}{2} = \frac{4+5}{2} = 4,5;$$

$$\nu_5 = 0;$$

$$m_1 = m_{O_2} = \frac{m'_{O_2} + m''_{O_2}}{2} = \frac{32+32}{2} = 32;$$

$$m_2 = m_{C_3H_8+C_5H_{10}} = \frac{m'_{C_3H_8} + m''_{C_4H_{10}}}{2} = \frac{44+58}{2} = 51;$$

$$m_3 = m_{CO_2} = \frac{m'_{CO_2} + m''_{CO_2}}{2} = \frac{44+44}{2} = 44;$$

$$m_4 = m_{O_2} = \frac{m'_{H_2O} + m''_{H_2O}}{2} = \frac{18+18}{2} = 18;$$

$$m_5 = m_{N_2} = \frac{m'_{N_2} + m''_{N_2}}{2} = \frac{28+28}{2} = 28.$$

Параметры с верхним индексом ($'$) относятся к пропану, а ($''$) – к бутану.

Теплоты образования окислителя и продуктов реакции принимаются равными нулю $h_1^* = h_3^* = h_4^* = 0$, а горючего – $h_2^* = 11490\ kkal/kg$.

За кинетические параметры и экспериментальную постоянную турбулентности принимались их значения, определенные в [6] для одиночной струи:

$$K(T) = 2,6 \cdot 10^8\ m^3/(kg \cdot s); E/(R_0 T_M) = 4; \alpha = 0,95.$$

Расчеты проводились при следующих исходных данных

$$Pr = Sc = 0,5; P_1 = P_2 = 1 \text{ атм};$$

$$u_2 = 61\ m/s; u_1 = 5, 10, 18, 3\ m/s$$

$$T_1 = 300\ K; T_2 = 500, 750, 1000\ K;$$

$$(C_1)_1 = 0,232\ kg/kg; (C_5)_1 = 0,768\ kg/kg;$$

$$(C_2)_2 = 0,085, 0,12, 0,2\ kg/kg; (C_5)_2 = 1 - (C_2)_2.$$

В зависимости от исходных данных изменялся также коэффициент избытка окислителя:

$$\alpha = \frac{(C_1)_1 \rho_1 b \nu_2 m_2}{(C_2)_2 \rho_2 a \nu_1 m_1} \tag{4.27}$$

В расчетах $\alpha = 0,541; 1,1; 3,625$.

Основные результаты расчетов приведены в виде графиков на рис. 4.2 – 4.4.

На рис. 4.2 приведены изменение вдоль оси разности давления **а)**, кривая выгорания **б)**, и линия максимальных температур **в)**.

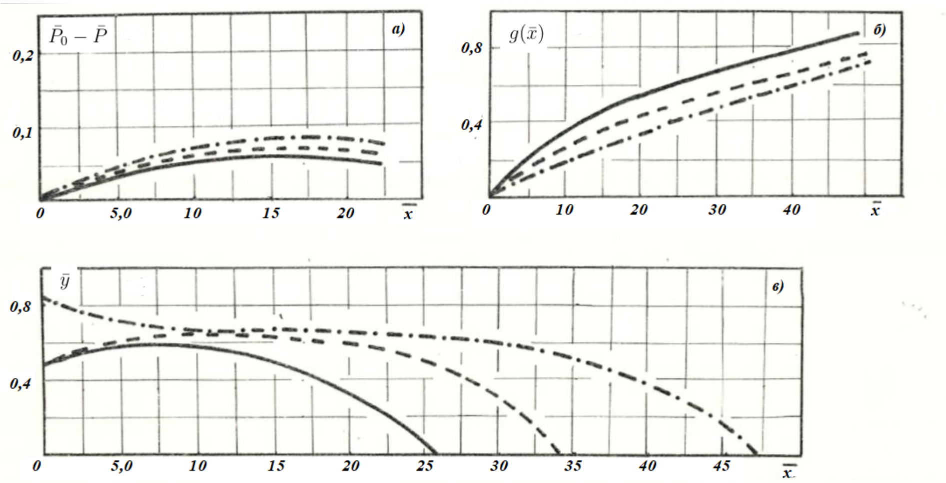


Рис. 4.2: Изменение вдоль оси разности давления **(а)**, кривой выгорания **(б)**, линия максимальных температур **(в)** при $u_1 = 18,3\ m/s; u_2 = 61\ m/s; T_2 = 1000\ K; (C_2)_2 = 0,085\ kg/kg$. Результаты получены при исходной температуры воздуха: $300\ K$ – **(1)**; $600\ K$ – **(2)**; $1000\ K$ – **(3)**.

Из рисунка видно, что увеличение исходных значений температуры окислителя приводит к возрастанию разности давления, к уменьшению количества выгоревшего газа и удлинению формы факела.

Это объясняется тем, что согласно (4.27) увеличение температуры воздуха ведет к уменьшению его плотности.

Уменьшается значение коэффициента избытка воздуха, что при постоянстве остальных величин приводит к удлинению формы факела.

Как видно из рисунка 4.3, при вариации начального значения избытка окислителя $\alpha > 1$ ***фронт пламени замыкается на оси горючего, в противном случае – на оси окислителя.***

Это говорит о том, что a является одним из определяющих параметров в рассматриваемой задаче и существенно влияет на изменение как локальной, так и интегральной по сечению полноты сгорания.

Вариацией начального уровня турбулентной вязкости струи и спутного потока $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ ***[19, 32, 73]***

$$\varepsilon_1 = 10^{-3}; 0,6 \cdot 10^{-3}; \varepsilon_2 = 3 \cdot 10^{-2}; 10^{-2}.$$

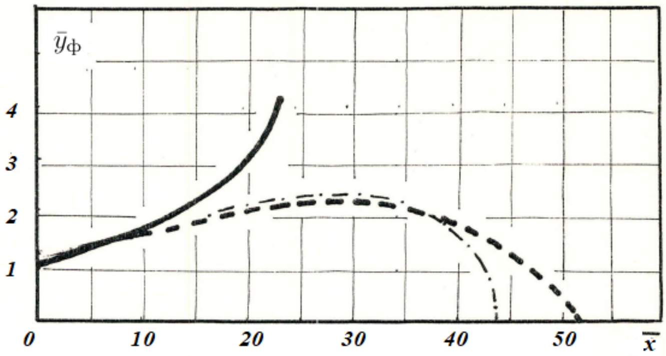


Рис. 4.3: Форма факела. — - $\alpha = 0,541$; - - - - $\alpha = 1,1$; ----- - $\alpha = 3,625$.

при фиксированном значении** $\alpha = 1,13$ **можно управлять изменениям как локальной, так и интегральной по сечению полнотой сгорания (рис. 4.4).

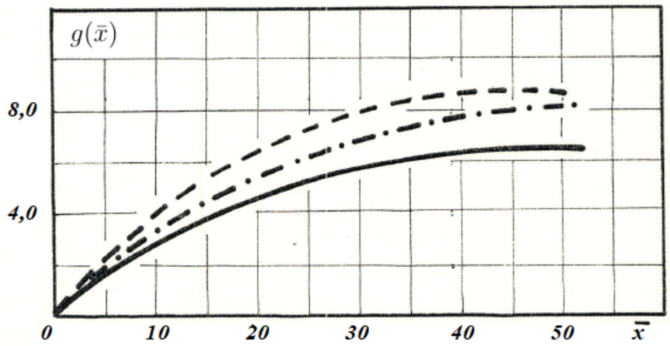


Рис. 4.4: Кривые выгорания. — - $\varepsilon = 4,6 \cdot 10^{-4}\ m^2/s$; - - - - $\varepsilon = 3,5 \cdot 10^{-2}\ m^2/s$; ----- - $\varepsilon = 1,0 \cdot 10^{-2}\ m^2/s$.

Оказалось, что при уменьшении** ε_2 **от** $3,5 \cdot 10^{-2}$ **до** $4,6 \cdot 10^{-4}$ **длина факела возрастает в** $1,35$ **раза, причем дальнейшее уменьшение практически не меняет картину течения.

В рассматриваемом случае имеет место раздельная подача топлива и окислителя.

Горючая струя в среднем по сечению имеет плотность меньшую, чем спутный поток окислителя. Перемешивание разноплотных струй газов при горении в системе струй приводит к непрерывному росту тепловыделения, вследствие чего возникают продольный отрицательный градиент давления и ускорение потока.

С ростом скорости и температуры потока увеличивается кинематический коэффициент турбулентной вязкости.

4.2. Исследование сложного теплообмена при взаимодействии факелов в полуограниченном пространстве

В организации топочного процесса существенное место отводится аэродинамике топки.

При разработке аэродинамики топки стоит цель увеличить эффективность горения, уменьшив выброса окислов азота и других вредных продуктов сгорания в атмосферу.

В последнее время наибольшее применение получило в огнетехнических устройствах параллельное расположение факелов в камере сгорания.

При таком расположении камера разделяется на верхнюю и нижнюю части. Горящие струи, взаимодействуя между собой или ударяясь о стенку канала, направляется в верхнюю и нижнюю части камеры.

Взаимодействие и соударение горящих струй, пересечение их потоком, протекающим из нижней в верхнюю часть камеры сгорания, весьма усложняет аэродинамику топки, делает ее неуправляемой и часто неустойчивой. Вследствие этого ухудшается эффект горения, увеличивается объем выброса вредных газов.

В этом параграфе предпринята попытка исследовать один из путей устранения этих недостатков исключение возможности слияния факелов друг с другом.

Постановка задачи

Рассмотрим течение, образующееся в зоне смешения системы плоских периодических турбулентных струй газов с конечной скоростью химической реакции.

Пусть в цилиндрическом канале с радиусом R симметрично относительно оси канала расположены два сопла с диаметром b (рис. 4.5). При этом из сопел подается горючее, а между ними по каналу – окислитель(воздух). Диаметры сопел удовлетворяют условию $R \geq 10$.

Параметры струй горючего и окислителя на выходе задавались ступенчатыми и однородными.

Давление струи и спутного потока считаем равным атмосферному, т.е.

$$P_1 = P_2 = 1 \text{ атм.}$$

Система дифференциальных уравнений описывающая рассматриваемый физико–химический процесс, состоит из (4.1) – (4.6) и (4.10).

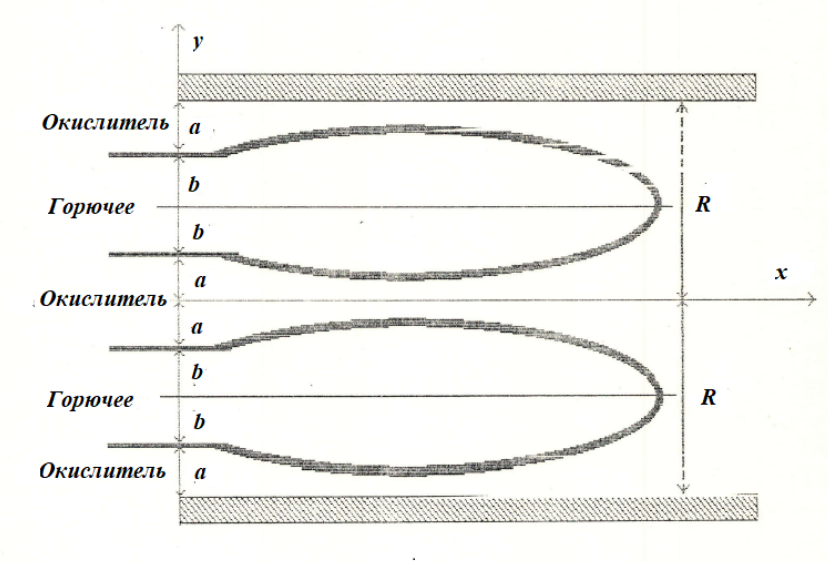


Рис. 4.5: Схематическая картина течения процесса.

Для решения поставленной задачи используем следующие интегральные

$$\left.\begin{aligned} &\int_0^{a+b} (\rho u^2 + p)dy = I_0, \\ &\int_0^{a+b} \rho u dy = M_0, \quad (I_0, M_0 = const) \end{aligned}\right\} \tag{4.28}$$

и граничные условия

$$\left.\begin{aligned} &x = 0: \begin{cases} u = u_2, H = H_2, C_i = (C_i)_2, \varepsilon = \varepsilon_1 & \text{при } 0 \le y \le a \\ u = u_1, H = H_1, C_i = (C_i)_1, \varepsilon = \varepsilon_2 & \text{при } a < y \le b \\ u = 0, H = H_1, C_i = (C_i)_1, \varepsilon = 0 & \text{при } b < y \le R \end{cases} \\ &x > 0: \begin{cases} \dfrac{\partial u}{\partial y} = \dfrac{\partial H}{\partial y} = \dfrac{\partial C_i}{\partial y} = \dfrac{\partial \rho}{\partial y} = \dfrac{\partial \varepsilon}{\partial y} = v = 0 & \text{при } y = 0 \\ \dfrac{\partial u}{\partial y} = -\dfrac{\rho_e u_e^2}{\rho_{\text{ст}} \varepsilon_{\text{ст}}} \dfrac{c_f}{2}, \dfrac{\partial C_i}{\partial r} = \dfrac{\partial \varepsilon}{\partial r} = 0, & \\ \dfrac{\partial H}{\partial r} = -\dfrac{q_{\text{ст}}}{\rho_{\text{ст}} \varepsilon_{\text{ст}} (C_p)_{\text{ст}}}, & \text{при } y = R \end{cases} \end{aligned}\right\} \tag{4.29}$$

Здесь приняты те же обозначения, что и в параграфе 3.3. Метод решения – аналогичный.

В качестве примера проведен расчет горения в области перемешивания периодических плоских струй окиси углерода в воздухе:

$$2CO + O_2 = 2CO_2$$

При этом параметры принимали следующие значения:

$$\nu_1 = 1; \nu_2 = 2; \nu_3 = 2; \nu_4 = 0;$$

$$m_1 = 32; m_2 = 28; m_3 = 44; m_4 = 28$$

Теплота образования окислителя и продуктов реакции принималась равной нулю, $h_1^* = h_3^* = h_4^* = 0$, а горючего $h_1^* = 2700\ kkal/kg$.

Кинетические параметры принимали следующие значения $E/(R_0T) = 5,\ K = 5,2 \cdot 10^8$.

Расчеты проводились при следующих исходных данных:

$$u_2 = 61\ m/s; u_1 = 5; 10; 18,3\ m/s,$$

$$T_1 = 300\ K; T_2 = 1000\ K; 1210\ K; 1300\ K,$$

$$(C_2)_2 = 0,085; 0,12; 0,2\ kg/kg.$$

В зависимости от исходных данных изменялся также коэффициент избытка окислителя а согласно формуле (4.27).

Основные результаты расчетов представлены в виде графиков на рис. 4.6–4.10.

На рис. 4.6 приведено радиальное распределение скорости потока на различных расстояниях от среза сопла при следующих исходных данных: $(C_2)_2 = 0,12\ kg/kg; T_1 = 300\ K; T_2 = 1210\ K; u_1 = 18,3\ m/s; u_2 = 61\ m/s.$

Как видно из рисунка, при удалении от среза сопла максимальные значения скорости потока тоже увеличиваются, поток ускоряется, а давление падает. Это объясняется тем, что происходит непрерывный рост выделения тепла в начальных сечениях потока.

Это видно и из рисунка 4.7, где представлено развитие профиля скорости потока.

При удалении от среза сопла профиль скорости сохраняет параболический вид.

На рис. 4.8 приведена форма факела при различных значениях коэффициента избытка окислителя α.

Как видно из рисунка, при $\alpha = 1$ ***факел замыкается не на оси горючего, а на оси окислителя, тем самым оба факела сливаются. При*** $\alpha > 1$ ***факел***

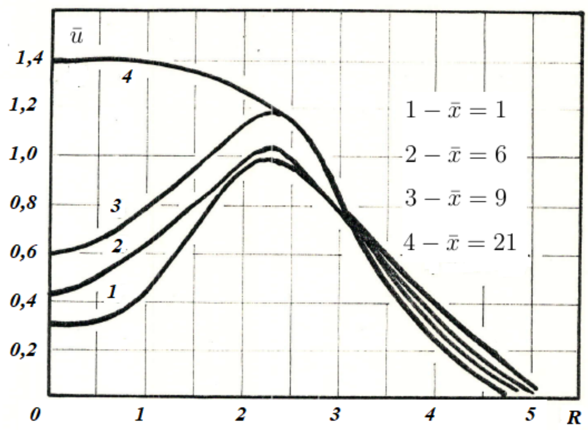


Рис. 4.6: Радиальное распределение скорости потока на различных расстояниях от среза сопла при $T_1 = 300\ K$; $T_2 = 1210\ K$; $(C_2)_2 = 0,12\ kg/kg$; $u_1 = 18,3\ m/s$; $u_2 = 61\ m/s$.

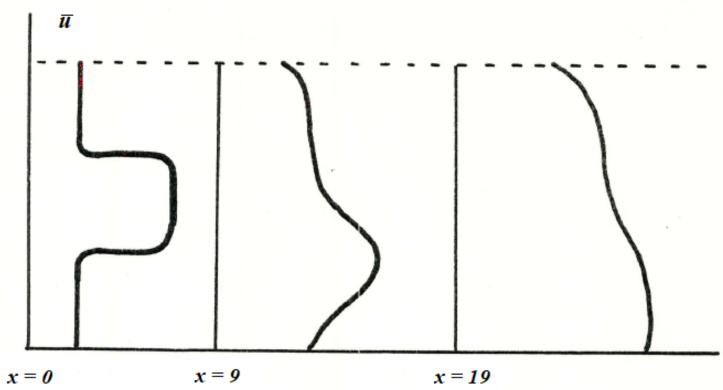


Рис. 4.7: Развитие профили скорости струи для различных сечений.

замыкается на оси горючего, и тем самым с увеличением а факел укорачивается.

На рис. 4.9 приведено осевое изменение скорости потока (**1**) и температуры (**2**) вдоль струи в пределах факела.

На рис. 4.10 приведено изменение значения давления вдоль струи.

Видно, что вдоль струи давление падает.

Таким образом, можно сделать вывод, что при $\alpha > 1$ ***факела не сливаются друг с другом. Это способствует улучшению организации топочного процесса. В противном случае (***$\alpha \leq 1$***) наблюдается недожог горючего газа.***

Это способствует к перерасходу топлива, и тем самым загрязняет окру-

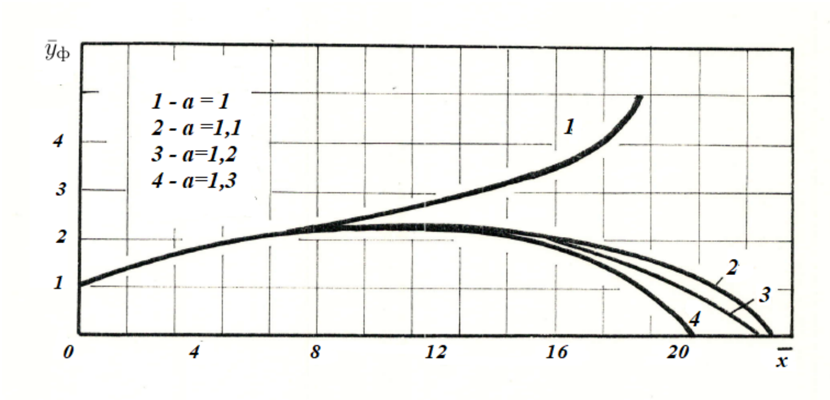


Рис. 4.8: Форма факела.

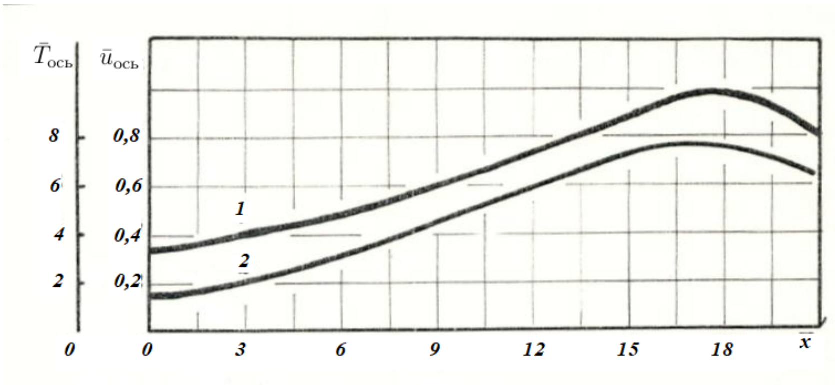


Рис. 4.9: Изменение осевых значений: скорости потока **(1)** и температуры **(2)** вдоль струи. Данные см. рис. 4.6.

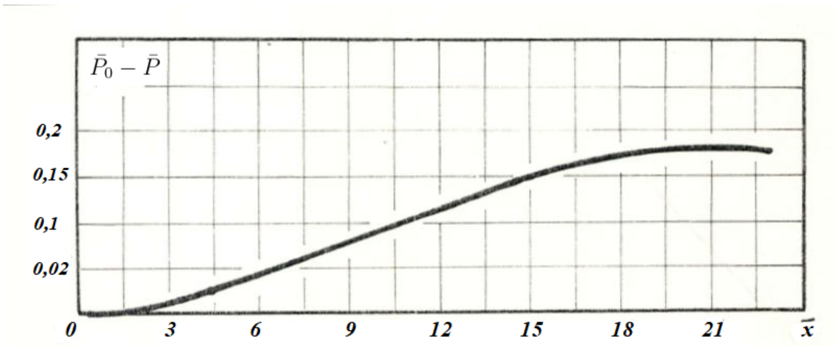


Рис. 4.10: Распределение разности давления вдоль струи при данных из рис. 4.6.

жающую среду с продуктами сгорания.

* * * * *

5. Заключение и выводы

По основным результатам исследований можно сделать следующие выводы:

1. Проведен подробный анализ существующих моделей кинематического коэффициента турбулентной вязкости. На основе критического анализа предложена модифицированная однопараметрическая модель коэффициента турбулентной вязкости в виде

$$\rho u\frac{\partial \varepsilon}{\partial x}+\rho v\frac{\partial \varepsilon}{\partial y}=\frac{1}{y^n}\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\rho\varepsilon y^n}{Pr_\varepsilon}\frac{\partial \varepsilon}{\partial y}\right)+\rho\varepsilon k_0\left(\frac{T}{T_0}\right)^{\alpha_{cm}}\left|\frac{\partial u}{\partial y}\right|+C_0\varepsilon\left(u\frac{\partial \rho}{\partial x}+v\frac{\partial \rho}{\partial y}\right).$$

С использованием данной модели сформулированы и решены задачи турбулентных струй реагирующих газов.

2. Разработан численный алгоритм решения дифференциальных уравнений турбулентного пограничного слоя реагирующих газов применительно к задачам тепло - и массообмена в плоских и осесимметричных свободных струях, в ограниченном пространстве, а также в системе плоских струй со сложными граничными условиями.

На основе разработанного алгоритма составлена универсальная программа на алгоритмических языках **FORTRAN** и **PASCAL**, которые реализованы на ЭВМ.

3. С помощью численного эксперимента уточнены эмпирические константы, входящие в предложенную модель, по наилучшему совпадению с экспериментальными результатами других авторов.

В частности, установлено, что $k_0 = 0,24$; $C_0 = 0,667$; $Pr_\varepsilon = 0,55$; $\alpha_{\text{ст}} = 0,5$.

4. Изучено влияние радиационного излучения на процессы тепло- и массообмена реагирующих газов в двух предельных случаях оптически тонкого и оптически толстого слоя газа.

В частности, установлено, что радиационное излучение существенно влияет на тепло - и массообменный процесс в случае оптически толстого слоя газа.

5. Выявлен эффект уменьшения давления вдоль оси системы плоских струй, а также круглых струй в полубесконечном цилиндрическом канале при горении газов с конечной скоростью химической реакции.

Этот вывод сделан для начального и основного участков струи, где наблюдается непрерывный рост выделения тепла и возрастания температуры вдоль струи, это в свои очередь приводит к ускорению потока.

6. Установлено, что максимальное значение скорости потока в области перемешивания турбулентных струй в полубесконечном цилиндрическом канале и в системе плоских струй достигается не на оси струи а внутри области перемешивания.

7. Установлено, что при изучении турбулентных струй реагирующих газовых смесей в полуограниченном канале, а также в системе плоских периодических струй, существенная роль принадлежит коэффициенту избытка воздуха α.

При $\alpha < 1$ в системе периодических струй наблюдается слияние соседних факелов, а в каналах – замыкание факела со стенкой, что являются неблагоприятным условиями при организации сжигания газообразного топлива. На основе исследований рекомендуется брать значение α из интервала $1 < \alpha \leq 1,3$.

8. Результаты полученные с помощью предложенной математической модели коэффициента турбулентной вязкости, могут быть применены для решения новых классов задач струйных течений реагирующих газовых смесей, а также при проектировании новых газогорелочных установок.

Автор выражает благодарность к.ф.-м.н., доценту Сафару Ходжиеву, к.т.н., доценту Ганишеру Юнусову за ценные советы и за помощь при проведении исследований, а также подготовку монографию к изданию.

* * * * *

6. Приложения. Таблицы

Таблица 1: **Исходные данные для расчета диффузионного горения**

N	k_0	Pr_0	C_0	α_{st}	$\varepsilon_1 \cdot 10^{-3}$	$\varepsilon_2 \cdot 10^{-3}$	T_1	T_2	u_1	u_2	C_{22}	C_{42}
1	$0,2$	$0,5$	$0,7$	$0,1$	$2,50$	$1,50$	300	1300	5	61	$0,085$	$0,915$
2	$0,2$	$0,5$	$0,7$	$0,1$	$4,00$	$2,00$	300	1300	5	61	$0,085$	$0,915$
3	$0,2$	$0,5$	$0,7$	$0,1$	$2,50$	$1,50$	300	1300	5	61	$0,055$	$0,945$
4	$0,2$	$0,5$	$0,7$	$0,7$	$2,50$	$1,50$	300	1300	5	61	$0,12$	$0,88$
5	$0,2$	$0,5$	$0,7$	$0,1$	$2,50$	$1,50$	300	1300	0	61	$0,2$	$0,8$
6	$0,2$	$0,5$	$0,7$	$0,1$	$2,50$	$1,50$	300	1300	10	61	$0,2$	$0,8$
7	$0,2$	$0,5$	$0,7$	$0,1$	$2,50$	$1,50$	300	1300	$18,3$	61	$0,2$	$0,8$
8	$0,2$	$0,5$	$0,67$	$0,2$	$2,50$	$1,50$	300	1210	5	61	$0,12$	$0,88$
9	$0,2$	$0,5$	$0,67$	$0,0$	$2,50$	$1,50$	300	1250	5	61	$0,105$	$0,995$
10	$0,2$	$0,5$	$0,72$	$0,2$	$2,50$	$1,50$	300	300	5	61	$0,085$	$0,915$
11	$0,2$	$0,5$	$0,7$	$0,15$	$2,50$	$1,50$	300	1100	5	61	$0,085$	$0,915$
12	$0,2$	$0,5$	$0,7$	$0,0$	$2,50$	$1,50$	300	500	5	61	$0,2$	$0,8$
13	$0,2$	$0,5$	$0,7$	$0,15$	$2,50$	$1,50$	300	500	5	61	$0,12$	$0,88$
14	$0,1$	$0,5$	$0,02$	$0,5$	$2,50$	$1,50$	300	700	5	61	$0,2$	$0,8$

Таблица 2: **Исходные данные при расчете горения с конечной скоростью химической реакции**

N	k_0	Pr_0	C_0	α_{st}	$\varepsilon_1 \cdot 10^{-3}$	$\varepsilon_2 \cdot 10^{-3}$	T_1	T_2	u_1	u_2	C_{22}	C_{42}
1	$0,2$	$0,5$	$0,7$	$0,1$	$1,25$	$0,80$	300	1300	$18,5$	61	$0,085$	$0,915$
2	$0,2$	$0,5$	$0,7$	$0,1$	$1,25$	$0,80$	300	500	$18,3$	61	$0,085$	$0,915$
3	$0,2$	$0,5$	$0,7$	$0,1$	$1,25$	$0,80$	300	1300	5	61	$0,085$	$0,915$
4	$0,2$	$0,5$	$0,7$	$0,7$	$1,25$	$0,80$	300	1210	1	61	$0,12$	$0,88$
5	$0,2$	$0,5$	$0,7$	$0,1$	$1,25$	$0,80$	300	1300	1	61	$0,053$	$0,947$
6	$0,2$	$0,5$	$0,7$	$0,1$	$1,25$	$0,80$	300	1000	1	61	$0,085$	$0,915$
7	$0,2$	$0,5$	$0,7$	$0,1$	$1,25$	$0,80$	300	1300	1	61	$0,085$	$0,915$
8	$0,2$	$0,5$	$0,67$	$0,2$	$3,0$	$1,0$	300	1300	1	61	$0,085$	$0,915$
9	$0,2$	$0,5$	$0,67$	$0,0$	$3,0$	$1,0$	300	1300	1	61	$0,085$	$0,915$
10	$0,2$	$0,5$	$0,72$	$0,2$	$3,0$	$1,0$	300	1300	1	61	$0,085$	$0,915$
11	$0,2$	$0,5$	$0,7$	$0,15$	$1,2$	$0,80$	300	1300	1	61	$0,053$	$0,947$
12	$0,2$	$0,5$	$0,7$	$0,0$	$1,2$	$0,70$	300	1300	1	61	$0,085$	$0,915$
13	$0,2$	$0,5$	$0,7$	$0,15$	$1,2$	$0,80$	300	1300	1	61	$0,085$	$0,915$
14	$0,1$	$0,5$	$0,02$	$0,5$	$4,0$	$0,80$	300	1300	2	61	$0,085$	$0,915$
15	$0,2$	$0,5$	$0,72$	$0,2$	$4,0$	$1,00$	300	1300	1	61	$0,085$	$0,915$

* * * * *

7. Список использованной литературы

1. Абрамович Г.Н. и др. Турбулентное смешение газовых струй. - М.: Наука. 1974. - 272 с.

2. Абрамович Г.Н. и др. Турбулентные течения при воздействии объемных: сил и неавтомодельности. - М.: Машиностроение. 1975. - 92 с.

3. Абрамович: Г.Н. Теория турбулентных струй. - М.: Наука. - 1960. - 715 с.

4. Акатнов Н.И. Влияние внешней турбулентности на развитие турбулентной струи //Изв. АН СССР. МЖГ. - 1977. - № 1. - с. 24-29.

5. Алиев Ф. Тепло-и массообмен в системе плоских турбулентных: струй при наличии диффузионного горения //Изв. АН СССР. МЖГ. - 1968. - № 2.- с. 56–59.

6. Алиев Ф., Жумаев З.Ш. Струйные течения реагирующих газов. - Ташкент. Фан. 1987. - 132 с.

7. Андерсон Д., Таннехил Дж., Плетчер Р. Вычислительная гидромеханика и теплообмен. - М.: Изд. Мир.. 1990. - т.1,2.

8. Артюх Л.Ю., Закарин Э.А., Крамар В.Ф. Численный расчет поля течения турбулентного диффузионного газового факела// Прикл. и теор. физика. - Алма-Ата. - 1973. Вып. 5. - С. 277–233.

9. Баев В.К., Головичев В.И., Ясаков В.А. Двумерные турбулентные течение реагирующих газов. - Новосибирск.: Наука СО АН СССР. 1976. - 264 с.

10. Баев В.К., Головичев В.И., Третьяков П.К. Горение в сверхзвуковом потоке. - Новосибирск.: Наука. 1984. - 304 с.

11. Баев В.К., Головичев В.И., Димитров В.И. и др. //Физика горения и взрыва. - 1973. - т.9. - № 6. - С. 823–827.

12. Бай-Ши-И. Теория струй. - М.: Физматгиз. 1960. 326 с.

13. Бай-Ши-И. Введение в теорию течения сжимаемой жидкости. ИЛ. - М.: 1962. - 410 с.

14. Бай-Ши-И. Динамика излучающего газа. - М.: Мир. 1968. - 323 с.

15. Белоглазов Б.П., Гиневский А.С. Влияние начальной турбулентности и начального масштаба турбулентности на характеристики спутных струй //Промышленная аэродинамика. Вып. 1(33). Машиностроение. - 198б. - С. 195–212.

16. Бильджер Р.В. Турбулентные течения реагирующих газов /Под ред. Либби П. и Вильямса Ф.А. - М.: Мир. - 1985. - с. 100–160.

17. Варгафрик Н.Б. Справочник по теплофизическим свойством газов и жидкостей. - М.: Физматгиз. 1963. - 708 с.

18. Вильяме Ф.А. Теория горения. - М.: Наука. 1971. - 615 с.

19. Виноградов Ю.В., Грузов В.Н., Мангушев Н.И., Талантов А.В. Исследование влияния начальной турбулентности и степени неизотермичности на смешение затопленной струи. //Газодинамика двигателей летательных аппаратов. Межвуз. сб. Вып. 1. Казань. - 1978. - С. 58–65.

20. Вьете. Модель Прандтля для турбулентной вязкости в коаксиальных струях. //Ракетная техника и космонавтика. - 1972. - № 2.

21. Вулис Л.А., Кашкаров В.П. Теория струй вязкой жидкости. - М.: Наука. 1965.- 431 с.

22. Вулис Л.А., Ершин Ш.А., Ярин Л.П. Основы теории газового факела. - Л.: Энергия. 1968. - 203 с.

23. Вулис Л.А., Ярин Л.П. Аэродинамика факела. - Л.: Энергия. 1978. - 216 с.

24. Гиневский А.С., Почкина К.А. Влияние начальной турбулентности потока на характеристики осесимметричной затопленной струи. //ИФЖ. - 1967. - т.XII. - № 1. - С. 15–19.

25. Гинзбург И.П. Трение и теплопередача при движении смеси газов. - Л.: Изд-во ШУ. 1975. - 278 с.

26. Гольфельд М.А., Тютина Э.Г. Препринт ИТШ. Л № 1 2–82. - Новосибирск. 1982.

27. Глушко Г.С. Турбулентный пограничный слой на плоской пластине в несжимаемой жидкости. //Изв. АН СССР. Механика. - 1965. - № 4. с. 13.

28. Годунов С.К., Рябенький В.С. Разностные схемы. - М.: Наука. 1977. - 439 с.

29. Гостинцев Ю.А., Суханов Л.А., Новиков С.С. Аэродинамика среды при больших пожарах. //Химико-физические процессы горения и взрыва. Горения гетерогенных и газовых систем. - Черноголовка. 1977.- С. 36–39.

30. Гостинцев Ю.А., Солодовничий А.Ф., Лазарев В.В., Щацких Ю.В. Турбулентный термик в сертифицированной атмосфере. - Препринт ОИХФ АН СССР. Черноголовка. - 1985. - 45 с.

31. Гостинцев Ю.А., Едгоров О.О., Файзиев Р.А. Турбулентные струйные течения в стратифицированной атмосфере. I. Вынужденно конвективные струи. - Препринт ОИХФ АН СССР. 1989. - 89 с.

32. Двойнишников В.А., Ларюшкин М.А., Князков В.П. Влияние начальных условий на развитие турбулентной струи. //Изв. АН СССР. Энергия и транспорт. - 1981. - № 4. - С. 167–170.

33. Добречеев О.В., Мотулевич В.П. Турбулентное трение пограничном слое сжимающего газа.// Теплоэнергетика. - 1987. - № 10. - С. 116–121.

34. Ершин Ш.А., Сакипов З.Б. Исследование начального участка турбулентной

струи сжимаемого газа. //ЖТФ. - 1959. - т. XXIX. - Вып. 1. - С. 51–60.

35. Ершин Ш.А., Лучинский С.Ф. Исследование турбулентной структуры плоского слоя смешения спутных струй с начальной неравномерностью профиля скорости //Турбулентные струйные течения. Тез. докл. 3-го вс.ес. науч. совещ. ч.1. - Таллин. ИТЭФ АН ЭССР.- 1979. - С. 107–112.

36. Жумаев З.Ш. К численному расчету задачи диффузионного горения в свободном пространстве// Сб. тезисов докл. 2 - школы-семинара соц. стран "Вычислительная механика и автоматика проектирования"Москва - Ташкент. - 1988. - С. 22.

37. Жумаев З.Ш., Базаров Ж.А., Жумаев Ж. Коэффициент турбулентной вязкости в задаче струйных течений реагирующих газов //ДАН УзССР. - 1989. - № 1. - С. 16–18.

38. Жумаев З.Ш., Саидов Х.К., Сайфутдинов А.И. Особенности горения газообразного топлива в системе плоских турбулентных струй //Изв. АН Р. Уз. с.т.н. - 1991. - № 6. С. 53–58.

39. Жумаев З.Ш., А6драхманов К., Саидов Х.К. Исследование сложного теплообмена при горении неперемешанных газов в цилиндрическом канале. //ДАН УзССР. - 1989.- № 9. - С. 15–16.

40. Жумаев З.Ш., Саидов Х.К., Хожиев С. К расчету круглых турбулентных струй спутном потоке пространстве при диффузионном горении. //В с6. «Механика жидкости газа многофазных сред». - 1991. - с. 120–125.

41. Зельдович Я.Б. К теорию горения неперемешанных газов. //ЖТФ. - Т. 14. - Вып.10. - 1949. - С. 1199–1210.

42. Зигель З., Хауэль Дж. Теплообмен излучением. - М.: Мир. - 1975. - 934 с.

43. Зимонт В.Л., Мещеряков Е.А., Сабельников В.А. К расчету диффузионного горения неперемешанных газов с учетом пульсаций концентрации и влияние турбулентности спутных потоков. //Теория горения и практика сжигания газа. - Л. - 1981. - С. 91–97.

44. Зимонт В.Л, Левин В.М., Мещеряков Е.А., Сабельников В.А. Особенности сверхзвукового горения неперемешанных газов в каналах //Физика горения и взрыва. - 1983. - 19.- 4. - С. 75–78.

45. Зимонт В.Л., Иванов В.И. и др.- В кн.: Горение и взрыв. - М.: Наука. - 1977.

46. Иевлев В.М. Турбулентные движения высокотемпературных сплошных сред. - М.: Наука. 1975. - 256 с.

47. Кнорре Г.Ф., Арефьев К.М., Блох А.Г., Нахапатян Е.А., Палеев И.И., Штейн6ерг В.В. Теория топочных процессов.- М.: Энергия, 1966. - 419 с.

48. Колмогоров А.Н. Локальная структура турбулентности в сжимаемой жид-

кости при очень больших числах Рейнольдса //ДАН СССР. - 1941. т.30. - № 4. - с. 299–303.

49. Колмогоров А.Н. Уравнения турбулентного движения несжимаемой жидкости: //Изв. АН СССР. сер. физ. - 1942. - т.6. - № 1, 2. С. 56–58.

50. Компаниец В.З., Овсяников А.А., Полак Л.С. Химические реакции в турбулентных потоках газа и плазмы. - М.: Наука. 1979. - 240 с.

51. Кузнецов В.Р., Сабельников В.А. Турбулентность и горение. - М.: Наука. 1986. - 288 с.

52. Лапин Ю.В. Турбулентный пограничный слой в сверхзвуковых потоках газа. - М.: Наука. 1970. - 343 с.

53. Лапин Ю.В., Стрелец М.Х. Внутренние течения газовых смесей. - М.: Наука. Гл. ред. физ. - мат. лит. 1989. 368 с.

54. Льюс Б., Пиз К.И., Тейлор Х.С. Процессы горения. - М.: Физматгиз. 1961. - 542 с.

55. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. - М.: Наука. 1987. - 840 с.

56. Меллор Г., Херринг Х. Обзор моделей для замыкания уравнений осредненного турбулентного течения. //Ракетная техника и космонавтика. - 1973. - Т.11. - № 5. - С. 17–30.

57. Методы расчета турбулентных течений. Пер. с англ. /Под ред. В. Кольманна. - М.: Мир. 1984. - 464 с.

58. Мещеряков Е.А., Сабельников В.А. Роль смешения и кинетики в уменьшении: тепловыделении при сверхзвуковом горении неперемешанных газов в расширяющихся каналах. //Физика горения и взрыва. - 1988. - Т. 5. - № 8. - С. 23–32.

59. Мещеряков Е.А., Сабельников В.А. Горение водорода в сверхзвуковом турбулентном потоке в канале при спутной подаче горючего и окислителя //Физика горения и взрыва. - 1981. - Т. 16. - № 2. - с. 55–64.

60. Рихтмайер Р., Мортон К. Разностные методы решения краевых задач. - М.: Изд-во Мир. - 1972. - 412 с.

61. Пасконов В.М., Полежаев В.И., Чудов Л.А. Численное моделирование процессов тепло-и массообмена. - М.: Наука. 1984. - 288 с.

62. Патанкар С., Сполдинг Д.Б. Тепломассообмен в пограничных слоях. - М.: Энергия. 1971.

63. Расщупкин В.И., Секундов А.Н. О применимости приближения пограничного слоя для расчета плоского турбулентного слоя смешения. //МЖГ. - 1976. - № 5. - С. 35–42.

64. Роуч п. Вычислительная гидродинамика. Пер. с англ. - М.: Мир. 1980. -

616 с.

65. Руди Ю.А. Распространение турбулентной изотермической свободной струи из цилиндрического сопла. //в кн. турбулентные струйные течение. Тез. докл. 3-го Всес. науч. совещ. - Ч. 1. - Таллинн. ИТЭФ АН ЭССР. - 1979.- С. 71–80.

66. Саидов Х.К., Махмудов С.А., Жамилов У.Т. Исследование круглых турбулентных струй при горении неперемещанных газов, распространяющихся в спутном (затопленном) потоке окислителя.// Тез. докл. респ.конф. "Современные проблемы алгоритмизации Ташкент. - 1991. - С. 123–124.

67. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы. - М.: - Наука. - 1989. - 432 с.

68. Секундов А.Н. Применение дифференциального уравнения для турбулентной вязкости к анализу плоских неавтомодельных течений. /МЖГ. - 1971. - № 5. - с. 114–127.

69. Симуни Л.М. Численное решение задачи о неизотермическом движении вязкой жидкости в плоской трубе. //ИФЖ. - 1966. Т.Х. - № 1. - с. 32–37.

70. Сполдинг Д.Б. Горение и массообмен. - М.: Машиностроение. 1975 - 240 с.

71. Таунсенд А.А. Структура турбулентного потока с поперечным сдвигом. - М.: Изд-во ИЛ. 1959–399 с.

72. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнение математической физики. - М.: Наука. 1977. - 736 с.

73. Тру6чиков В.Я. Тепловой метод измерения турбулентности в аэродинамических трубах. //Труды ЦАГИ. - 1938. - № 372. - 44 с.

74. Турбулентные течения реагирующих газов. /Под ред. П.А. Либби и Ф.А. Вильямса. - М.: Мир. 1983. - 327 с.

75. Турбулентность. Пер. с англ. под ред. П.Бредшоу. - М.: Машиностроение. 1980. - 340 с.

76. Турбулентность. Принципы и применение. /Под ред. Т. Моулдена, У. Фроста. - М.: Мир. 1980. - 535 с.

77. Франк-Каменецкий Д.А. Диффузия и теплопередача в химической кинетики. - М.: Наука. 1987. - 502 с.

78. Хинце И.О. Турбулентность, ее механизм и теория. /Пер. с англ. Физматгиз. 1963. - 608 с.

79. Хитрин Л.Г. Физика горения и взрыва. Изд-во МГУ, 1957. - 442 с.

80. Шваб А.Б. Связь между температурным и скоростными полями газового факела. //В сб. «Исследование процессов горения натурального топлива». Под ред. Г.Ф. Кнорре. Госэнергоиздат. 1948.

81. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. - М.: Наука. 1969. - 742 с.

82. Щетинков Е.С. Физика горения и взрыва. - М: Наука. 1965. - 739 с.

83. Щец Дж. Турбулентные течения. Процессы вдува и перемешивания. /Пер. с англ. - М.: Мир. 1984. - 247 с.

84. Boguslawsky 1., Popiel Cr.O. Flow structure of the free Round Turbulent jet in the initial region. //J. Fluid Mech., - 1979. - N 3. - pp. 531–539.

85. Burke S.P., Schumann T.E.W. Diffusion flame. // Jnd. Chem., - v. 20. - N 10. - 1928.

86. Buossinesq J. Essai sur la theorie des eans courantes. Memorias presenties par diverseэ Savants a l'. Acad. d. Sci. Paris. t. 23. 1877.

87. Ferri A. Rewiew of Problem in Application of Supersonic Combustion. //Roy. Aeroпaut. Soc., - 1964. - vol. 68. - № 645. - pp. 575–597.

88. Jones W.P., Launder B.E. The calculation of low Reynolds number phenomena with a two-equation model of turbulenze. //Int. J.Heat and Mass transfer. - 1973.- 16. - pp. 1119–1130.

89. von Karman Th. Some aspects of the theory of turbulent motion. //Proc. of the International Congress for applied mechanics. - Carnbridge. - 1934.

90. von Karman Th. Mechanische Ahnlichkeit und Turbulenz. Nachrichten der Geselschaft der Wissenschaften zu Gottingen. Math. Phys. kl. 58. 1930. - p. 271.

91. Libby P.A. Theoretical Analisis of Reactive Gases with Applied to Supersonic Combustion of Hydrogen. //Amer. Roc. Jour. March. - 1962. - vol. 32. - N.3. - pp. 99–113.

92. Mager A. Transformation of the Compressible Turbulent Boundary layer. /J. Aeronaut. Sci., - 1958. - vol. 25. - N 5. - pp. 114–127.

93. Nee V.W., Kowazhnay I.Sc. Simple phenomenological theory of turbulent sher flows. Phys. Fluids. - 1969. - vol. 12. N 3 pp. 515–526.

94. Prandtl L. UЬer die ausgebildete Turbulenz. - 1925. ZAMM. 5. p. 136–139.

95. Prandtl L. Neuere Ergebnisse der Turbulenz forschung. //V.D.I. - 1933. - 77. - N 5.

96. Prandtl L., Wiegkardt K. Uber ein Neues Formelsystem fur die ausgebildete Turbulenz. Nachr. Akad. Wiss., Gottingen. Math. Phys., kl. - 1945. - Nr 6.

97. Rodi W., Spalding D.B. A two-parameter model of turbulence and its application to free jets. Imperial college. Mech. Eng. Dept., B1/TN/B/12. 1 2 . - 1969. Warme und Stoffubettrag.- 1970.- Bd. 3. - Nr. 2.

98. Rotta J.C. Statistische theorie nicthomogener Turbulenz. //Z. Physic. - 1951. - Bd. 19. S. 547–572.

99. Rotta J.C. Statistische Theorie nicthomogener Turbulenz //Z. Physic. - 1951. - Bd.131. S. 51–77.

100. Schetz J.A. Supersonic diffusion flames. // General Applied Science Lab. Inc. Westbury, L.I., New-York. USA. - 1966. pp. 79–91.

101. Taylor Cs.I. The transport of vorticity and heat through fluids 1n turbulent motion //Proc. of the Royal Society Ser. A. - 1932. - v.135. pp. 685–705.

102. Ting L., Libby P.A. Remarks on the eddy viscosity in compressible Mixing flows //J. Aeronaut. Sci., - 1960. - v. 27. - № 10 - pp. 797–798.

103. Сайидов Х.К. Исследование турбулентных струй при диффузионном горении. Метод решения. // Глобаллашув даврида математика ва амалий математиканинг долзарб масалалари. Республика илмий анжумани 1-2 июнь 2021 йил материаллари тўплами. Т.2, С. 126–130.

* * * * *

8. Условные обозначения

u, v – продольная, поперечная составляющие скорости, m/s;
$x, y(r)$ – продольная и поперечная координаты, m;
ρ – плотность газовой смеси, kg/m^3;
ε – кинематический коэффициент турбулентной вязкости, m^2/s;
a, b, c – полуширина или радиус сопла, m;
P – давление, $kg/(m \cdot s^2)$;
T – абсолютная температура, K;
R_0 – универсальная газовая постоянная, $kkal/(kmol \cdot grad)$;
$m = \left(\sum_{i=1}^{N} C_i/m_i\right)^{-1}$ – молекулярная масса смеси газа, kg;
ω_i – массовая скорость образования i–ой компоненты, $kg/(m^3 \cdot s)$;
Pr, Sc – турбулентные аналоги чисел Прандтля и Шмидта, соответственно;
$C_p = \sum_{i=1}^{N} C_i C_{p_i}$ – теплоемкость смеси при постоянном давлении, $kkal/(kg \cdot grad)$;
C_{p_i} – теплоемкость i–ой компоненты, $kkal/(kg \cdot grad)$;
C_i – массовая концентрация i–ой компоненты, kg/kg;
h_i^* – теплота образования i–ой компоненты, $kkal/grad$;
K – коэффициент прямой скорости реакции, $m^3 \cdot s/kg$;
ν_i – стехиометрические коэффициенты реагентов в химической реакции;
H – полная энтальпия смеси газа, $kkal/kg$;
$k_0, Pr, \varkappa, C_0$ – эмпирические постоянные;
M – число Маха;
N – число компонентов;
$\gamma = C_p/C_v$ – отношение удельных теплоемкостей при постоянном давлении и объеме, показатель адиабаты;
σ – постоянная Стефана-Больцмана, $kkal/(m \cdot ch \cdot grad)$;
k – коэффициент поглощения, $1/m$;
$R(x)$ – условная ширина (полуширина) области перемешивания, m;
$Bu = k\alpha$ – критерий Бугера (оптическая толщина);
$Bo = \dfrac{\sigma T_M^4}{\rho_m u_M H_M}$ – критерий Больцмана (скорость относительной лучистой энергии);
q – количество теплоты, Dj.

Нижные индексы

1, 2, 3, 4 – окислитель, горючее, продукт реакции и инертный газ, соответственно;
$(C_i)_1, (C_i)_2, (C_4)_1, (C_4)_2$ – двойными индексами при концентрациях обозначаются их исходные (граничные) значение;
M – относится к масштабным величинам;
$r_{\text{гр}}$ – ширина области перемешивания в системах струй;
O – некоторая характерная величина;
∞ – значение соответствующих величин на границе.

Верхние индексы

$n - 0$ или 1 для плоской или осесимметричной задачи соответственно;
s – номер итерации.

* * * * *

Предметный указатель

Список таблиц

Список иллюстраций

* * * * *