



УЧЕБНИК

**КОНСЕРВИРОВАНИЕ
ПИЩЕВЫХ
ПРОДУКТОВ
ХОЛОДОМ**

664.8
К-61



УЧЕБНИКИ И УЧЕБНЫЕ ПОСОБИЯ
ДЛЯ СТУДЕНТОВ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

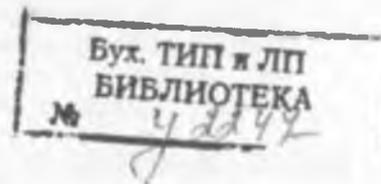
КОНСЕРВИРОВАНИЕ ПИЩЕВЫХ ПРОДУКТОВ ХОЛОДОМ (ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ)

Рекомендовано Министерством общего и профессионального образования Российской Федерации в качестве учебного пособия для студентов высших учебных заведений, обучающихся по специальностям «Технология консервов и пищевых концентратов», «Технология мяса и мясных продуктов», «Технология рыбы и рыбных продуктов», «Технология молока и молочных продуктов»

2-е издание, переработанное и дополненное



МОСКВА «КОЛОС» 1999



УДК 641.437(075.8)
ББК 36-1я73
К65

Авторы: И. А. Рогов, В. Е. Куцакова, В. И. Филиппов, С. В. Фролов

Редактор Г. А. Гусева

Рецензенты: кафедра торгово-технологического оборудования Санкт-Петербургского торгово-экономического института (проф. В. А. Гуляев), кафедра холодильной техники и технологии Казанского государственного технологического университета (доц. В. А. Ерохин)

ISBN 5—10—003580—3

© Издательство «Колос», 1998
© Издательство «Колос», 1999,
с изменениями и дополнениями

ПРЕДИСЛОВИЕ

Настоящее учебное пособие предназначено для студентов, обучающихся по специальности 270800 «Технология консервов и пищевых концентратов» по специализации «Холодильная технология продовольственных товаров». Оно подготовлено на основе длительного опыта преподавания курса «Теплофизические основы холодильной технологии пищевых продуктов» в Санкт-Петербургской государственной академии холода и пищевых технологий.

Этот курс базируется на знаниях, полученных студентами при изучении физической химии, термодинамики, теплопередачи и других наук физического цикла. Кроме того, необходима хорошая подготовка по техническим средствам получения и использования искусственного холода в объеме курсов «Холодильная техника и системы хладоснабжения пищевых производств» и «Холодильное технологическое оборудование». Основная задача курса — показать взаимосвязь этих знаний; помочь будущему специалисту по технологии консервирования получить навыки в постановке и решении реальных задач современной холодильной технологии и техники; научить методам, обеспечивающим повышение эффективности технологических процессов, высокое качество и минимальные потери консервируемых холодом пищевых продуктов; дать необходимые знания о принципах выполнения технологических расчетов для создания эффективных технических средств холодильной обработки и хранения пищевых продуктов.

Содержание и методологическое построение учебного пособия позволяют использовать его при подготовке в вузах специалистов по специальностям 270900 «Технология мяса и мясных продуктов», 271000 «Технология рыбы и рыбных продуктов», 271100 «Технология молока и молочных продуктов». Кроме того, данное учебное пособие необходимо специалистам и слушателям факультетов повышения квалификации пищевых отраслей промышленности.

ВВЕДЕНИЕ

Дефицит в общемировом производстве продуктов питания (как в количественном, так и в качественном отношении) обусловлен прежде всего ростом населения ряда стран, многие из которых не в состоянии обеспечить себя необходимым рационом питания. Между тем, по данным Международного института холода, ежегодно теряется от 20 до 30 % всех производимых в мире продуктов питания, что составляет почти миллиард тонн. Из указанного количества не менее 50 % — это скоропортящиеся продукты, сохранение которых возможно только с помощью холода. Реально же холод применяют для сохранения примерно половины этого количества.

Поиск методов сохранения продовольственных ресурсов человечество ведет с древнейших времен. Однако только создание достаточно совершенной холодильной машины, относящееся к 1875 г., позволило кардинально решить проблему сохранения долгосрочных запасов пищевых продуктов, а искусственный холод стал неотъемлемой частью многих технологических процессов в пищевой технологии. Со временем способы применения холода совершенствовались, а отрасль знаний и практической деятельности, использующая холод при производстве и сохранении скоропортящихся пищевых продуктов, приобрела самостоятельное значение и получила название холодильной технологии пищевых продуктов.

На современном этапе развития пищевой индустрии роль холода неуклонно возрастает, и в первую очередь в области консервирования сырья и продуктов питания, ассортимент которых непрерывно увеличивается. Воздействие холода на биологические объекты, к числу которых относятся и пищевые продукты, всегда было предметом изучения и исследования многих ученых и специалистов. К базовым работам в этой области следует отнести прежде всего публикации отечественных ученых: Д. А. Христоуло, Д. Г. Рютова, Г. Б. Чижова, Н. А. Головкина, И. Г. Чумака, а также зарубежных — Р. Планка, Т. Лорентцена и др.

В настоящем учебном пособии рассматриваются теплофизические процессы холодильной технологии пищевых продуктов, их содержание, механизм, закономерности и взаимосвязь в технологическом, теоретическом и инженерном аспектах.

Теплофизические процессы занимают в холодильной технологии одно из ведущих мест, поскольку основу холодильной технологии составляет регулирование изменений пищевых продуктов,

влияющих на их качество, посредством регулирования теплофизического параметра — температуры. Поэтому управление этим средством воздействия составляет, по существу, теплофизическую задачу. Это относится ко всем процессам холодильной технологии пищевых продуктов — охлаждению, подмораживанию, замораживанию, отеплению и размораживанию.

При холодильном хранении установление рациональных условий в камерах хранения (температуры и влажности воздуха), обеспечивающих сохранение качества и минимальные естественные потери (усушку), а следовательно, и выбор технических средств для поддержания технологических параметров в камерах хранения, является преимущественно теплофизическим вопросом, без рассмотрения которого нельзя прийти к правильным инженерным решениям.

Явления, происходящие в самих продуктах при холодильном консервировании, во многих случаях должны быть названы теплофизическими. Примером этого служат изменения теплоемкости и теплопроводности при замораживании, вызванные кристаллизацией влаги; миграция влаги и распределение кристаллов льда в тканях в том же процессе; перекристаллизация в замороженных продуктах при хранении и ряд других явлений.

В холодильной технологии теплофизические процессы при холодильной обработке и хранении рассматриваются неразрывно с биохимическими, микробиологическими и биофизическими, направленность развития которых в каждом конкретном случае определяется индивидуальными особенностями продуктов (растительного или животного происхождения). Это, в свою очередь, определяет многообразие процессов и технологических режимов холодильного консервирования пищевых продуктов.

Обобщая сказанное, можно заключить, что основная теплофизическая задача холодильной технологии в области сохранения пищевых продуктов — разработка процессов внешнего воздействия на пищевые продукты при холодильной обработке и хранении и нахождение рациональных режимов такого воздействия с учетом индивидуальных особенностей каждого вида продуктов, продолжительности хранения и потребительского назначения (торговля, промышленная переработка и т. д.).

Данное учебное пособие всесторонне рассматривает как теоретические основы, так и вопросы практического применения теплофизических процессов в холодильной технологии пищевых продуктов.

1. ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ ПЕРЕНОСА ТЕПЛОТЫ

По теплофизическим признакам процессы холодильной технологии можно разделить на три основные группы.

1. Процессы, в которых теплота отводится от продуктов, причем их температура понижается (охлаждение, замораживание и подмораживание).

2. Процессы, в которых теплота подводится к продуктам, причем их температура повышается (отепление и размораживание).

3. Процесс, в котором стремятся к постоянству температуры продукта, но в частных случаях возможен внутренний теплообмен, а также теплообмен с внешней средой при поверхностном испарении влаги и при внутренних тепловыделениях продукта, хотя такой теплообмен невелик (холодильное хранение).

Вместе с тем процессы, относящиеся к трем основным группам, объединены наличием адекватных явлений, которые должны быть изучены перед рассмотрением отдельных процессов, входящих в эти группы.

1.1. ОСНОВНЫЕ ВИДЫ ПЕРЕНОСА ТЕПЛОТЫ

Процессы теплообмена обычно состоят из трех элементарных видов переноса теплоты: теплопроводности (кондукции), конвективного переноса и теплового излучения.

Теплопроводность. Под теплопроводностью понимают перенос внутренней энергии из одной точки вещества в другую путем энергообмена между структурными частицами вещества (столкновения молекул в газах и жидкостях, обмен энергией колебательного движения ионов в кристаллических решетках твердых тел и т. п.).

В теории идеального газа из анализа энергообмена молекул при соударениях выводится градиентный закон теплопроводности. Теплопроводность существует тогда, когда в газе есть разность температур, а молекулы газа в разных местах объема имеют разные средние кинетические энергии. Поэтому при хаотическом тепловом движении молекул происходит направленный перенос энергии. Молекулы, попавшие из нагретых частей газа в более холодные, отдают избыток своей энергии окружающим частицам. Наоборот, медленно

движущиеся молекулы, попадая из холодных частей в более горячие, увеличивают свою энергию в результате соударений с молекулами, обладающими большими скоростями.

Процесс передачи внутренней энергии в форме теплоты происходит так, что количество теплоты dQ , переносимое за время dt через поверхность dS (рис. 1.1), прямо пропорционально скорости изменения внутренней энергии U на единицу длины в направлении нормали \vec{n} к этой поверхности (т. е. в направлении наиболее быстрого изменения U):

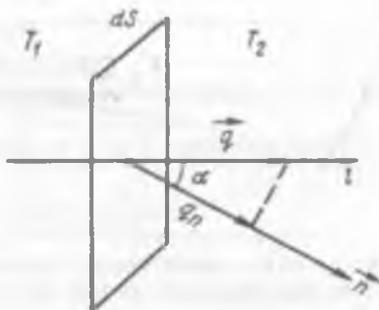


Рис. 1.1. Схема направления теплового потока \vec{q} при $T_1 > T_2$

$$dQ = -d \text{grad } U | dS dt. \quad (1.1)$$

Тогда

$$\vec{q} = \frac{dQ}{dS dt} \vec{n} =$$

вектор теплового потока, проходящий по нормали к единице изотермической поверхности в единицу времени.

Вектор кондуктивного потока теплоты выразится через его проекции на оси координат x , y и z следующим образом:

$$\begin{aligned} \vec{q}_T &= q_{T,x} \vec{i} + q_{T,y} \vec{j} + q_{T,z} \vec{k} = -(1/3)cl \left[\frac{\partial U}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial U}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial U}{\partial z} \vec{k} \right] = \\ &= -(1/3)cl \text{ grad } U = -(1/3)cl \nabla U, \end{aligned} \quad (1.2)$$

где \vec{i} , \vec{j} , \vec{k} — единичные орты по направлениям декартовых осей координат; c и l — средние значения соответственно тепловой скорости движения и длины свободного пробега молекул; U — внутренняя энергия единицы объема газа.

Произведение молекулярных характеристик газа cl определяет способность газа переносить теплоту теплопроводностью при наличии градиента внутренней энергии: $(1/3)cl = a$. Величину a называют коэффициентом диффузионного переноса теплоты (коэффициентом температуропроводности).

Для идеальных газов справедлива следующая связь между внутренней энергией U , удельной теплоемкостью при постоянном объеме C , плотностью ρ и температурой T :

абсолютного нуля, излучает электромагнитные волны в окружающее пространство. Основная количественная характеристика теплового излучения тела — его лучеиспускательная способность $q_{\lambda} = E_{\tau}$, т. е. энергия, испускаемая единицей поверхности тела за единицу времени при температуре тела T (К). Эта энергия уносится с электромагнитными волнами различной длины ($0 \leq \lambda \leq \infty$).

Согласно формуле Стефана—Больцмана лучеиспускательная способность абсолютно черного тела E_{τ} (Вт/м²) пропорциональна четвертой степени его абсолютной температуры:

$$E_{\tau} = \sigma T^4 = 5,7 \left(\frac{T}{100} \right)^4, \quad (1.6)$$

где σ — коэффициент пропорциональности

При теплообмене излучением между двумя телами, нагретыми до температур, равных соответственно T_1 и T_2 , тепловой поток равен разности двух противоположных лучистых потоков.

В общем случае следует учитывать, что реальные тела не являются абсолютно черными ($a < 1$) и, кроме того, в теплообмене участвует лишь некоторая доля ϕ всей поверхности, зависящая от геометрии их взаимного расположения (геометрический коэффициент). Следовательно,

$$q_{\lambda} = E_{\tau} = \phi a \cdot 5,7 \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right]. \quad (1.7)$$

При малых разностях температур, имеющих место в холодильной технологии, равенство (1.7) упрощается:

$$q_{\lambda 1,2} = \alpha_{\lambda} \Delta T, \quad (1.8)$$

где $\Delta T = T_1 - T_2$; $\alpha_{\lambda} \approx 0,227 \phi a \left(\frac{T}{100} \right)^3$.

Геометрический коэффициент ϕ вычислен для ряда типичных взаимных расположений теплообменивающихся поверхностей, и эти значения приводятся в справочной литературе по строительной теплотехнике.

В общем случае при распространении лучистого потока через некоторую среду (рис. 1.3), способную частично поглощать и излучать электромагнитные колебания некото-

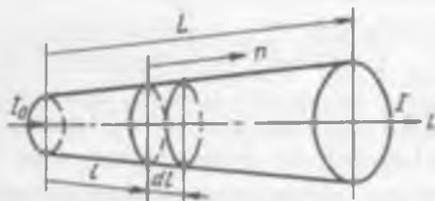


Рис. 1.3. К выводу формулы (1.9) для лучистого потока

рой частоты ν , изменение интенсивности I лучистого потока, приходящееся на единицу расстояния в направлении l , имеет следующий вид:

$$\frac{dI}{dl} = -kI + \epsilon B, \quad (1.9)$$

где k и ϵ — удельные коэффициенты ослабления и собственного излучения вещества, отнесенные к единице расстояния в направлении лучистого потока, м^{-1} ; B — удельное собственное излучение вещества.

Интегрирование дифференциального уравнения (1.9) дает возможность получить значение лучистого потока в любой точке по направлению l . При отсутствии собственного излучения среды ($\epsilon B \ll kI$) уравнение (1.9) обращается в простое соотношение $dI/dl = -kI$, которое легко интегрируется при граничном условии $I|_{l=0} = I_0$:

$$I = I_0 \exp\left(-\int_0^L k dl\right). \quad (1.10)$$

Если коэффициент k не изменяется вдоль пути интегрирования, то формула (1.10) приводит к выражению закона Бугера

$$I = I_0 \exp(-kl). \quad (1.11)$$

1.2. УРАВНЕНИЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ЭНЕРГИИ

Общий закон сохранения энергии, рассматриваемый здесь без учета работы внешних сил, можно сформулировать следующим образом: разность между количеством энергии, входящей в некоторый объем и выходящей из него, равна скорости изменения энергии в этом объеме.

Тепловой баланс можно составить для произвольно выделенного конечного объема V вещества, ограниченного поверхностью S (рис. 1.4):

$$-\int_S (q_{\tau,n} + q_{\kappa,n} + q_{\lambda,n}) dS + \int_V q_n dV = \int_V \frac{\partial q_v}{\partial t} dV, \quad (1.12)$$

где $q_{\tau,n}$, $q_{\kappa,n}$, $q_{\lambda,n}$ — проекции векторов кондуктивного, конвективного и лучистого потоков теплоты, проходящих через поверхность dS , на направленные нормали к поверхности; q_n — мощность внутренних источников теплоты, $\text{Дж}/(\text{м}^3 \cdot \text{с})$; q_v — объемная плотность энергии, $\text{Дж}/\text{м}^3$.

Знак минус перед интегралом по поверхности в уравнении (1.12) показывает, что положительными потоками, проходя-

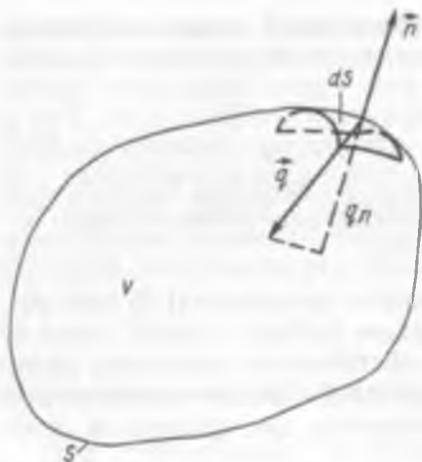


Рис. 1.4. К выводу уравнения распределения энергии

шими через S и увеличивающимися объемное количество энергии, являются входящие потоки, тогда как положительным направлением нормали к поверхности принято считать направление наружу (от поверхности).

Преобразование поверхностного интеграла в объемный по теореме Остроградского—Гаусса и переход к пределу $V \rightarrow 0$ имеют следующую математическую интерпретацию:

$$\int_S b_n dS = \int_V \operatorname{div} \vec{b} dV,$$

где b — некоторый вектор,

или

$$\operatorname{div} \vec{b} = \lim_{V \rightarrow 0} \frac{\Phi_b}{V} = \lim_{V \rightarrow 0} \frac{1}{V} \int_S b_n dS,$$

где Φ_b — поток вектора b через поверхность S .

Использование этого преобразования над уравнением (1.12) приводит к следующему выражению:

$$-\int_V \operatorname{div} (q_T + q_K + q_L) dV + \int_V q_H dV = \int_V \frac{\partial q_v}{\partial t} dV$$

или к дифференциальному уравнению

$$\frac{\partial q_v}{\partial t} + \operatorname{div} (q_T + q_K + q_L) - q_H = 0. \quad (1.13)$$

В общем случае потоки теплоты в уравнении (1.13) определяются равенствами (1.2), (1.4) и (1.8), а объемная плотность энергии q_v включает внутреннюю энергию вещества, кинетическую энергию потока, потенциальные энергии сжатия и возможных превращений, а также объемную плотность лучистой энергии.

При турбулентном переносе теплоты в сумму потоков добавляется $q_{\text{турб}}$ согласно уравнению (1.5). Однако в большинстве практически важных процессов теплообмена, где невелики ско-

рости движения потоков и давления, с достаточной точностью можно принять

$$q_v = \rho c T, \quad (1.14)$$

а энергию превращений, которые имеют место в конкретном процессе, учесть в качестве источников теплоты $q_{\text{н}}$.

Рассмотрим частные случаи общего уравнения (1.13). При переносе теплоты внутри твердых непрозрачных для излучения тел, не имеющих пористой структуры, можно считать отсутствующими лучистый перенос теплоты и перенос теплоты конвекцией ($q_{\text{л}} = q_{\text{к}} = 0$). В таких монолитных телах теплота распространяется только за счет теплопроводности. Подстановка выражения (1.3) для $q_{\text{т}}$ в баланс (1.13) и использование уравнения (1.14) приводят к следующему выражению нестационарной теплопроводности твердых тел:

$$c\rho \frac{\partial T}{\partial \alpha} = \text{div}(\lambda \text{ grad } T) + q_{\text{н}}. \quad (1.15)$$

Если дополнительно принять постоянным коэффициент теплопроводности λ , то уравнение (1.15) примет вид

$$\frac{\partial T}{\partial \alpha} = a \nabla^2 T + \frac{q_{\text{н}}}{c\rho}, \quad (1.16)$$

где дифференциальный оператор Лапласа соответствует сумме вторых производных скалярной величины по координатам.

Для прямоугольных координат

$$\nabla^2 T = \text{div}(\text{grad } T) = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}.$$

1.3. УСЛОВИЯ ОДНОЗНАЧНОСТИ

Выражение (1.16) представляет собой параболическое дифференциальное уравнение в частных производных второго порядка. В тех случаях, когда внутренний источник теплоты $q_{\text{н}}$ характеризуется сложной зависимостью от искомой температуры или когда теплофизические свойства твердого тела являются функциями локальных значений температуры, уравнение нестационарной теплопроводности (1.16) становится нелинейным.

Независимо от методов решения дифференциального уравнения для получения окончательного результата, пригодного для конкретных расчетов, наряду с дифференциальным уравнением нужно иметь дополнительную информацию относительно иско-

мой функции в виде так называемых условий однозначности, позволяющих найти значения констант интегрирования. Необходимое число условий однозначности определяется высшим порядком производных дифференциального уравнения по каждой из независимых переменных. Так, для уравнения (1.16), в котором искомая температура является функцией трех координат и времени $T(x, y, z, \tau)$, число условий однозначности должно быть равно семи: два по каждой из координат и одно условие по времени. Условия по координатам означают, что должны быть известны значения искомой функции или каких-либо величин, связанных с искомой функцией, при конкретных значениях координат (граничные условия). Аналогично условия однозначности по времени означают, что известно значение искомой функции в какой-то определенный момент времени. Чаще всего — это начальный момент времени; тогда временное условие называют начальным условием.

В зависимости от того, что именно известно при определенной координате (на границе тела) — искомая функция, ее производная или комбинация этих величин, — различают четыре рода граничных условий.

Согласно условиям первого рода на определенной границе должно быть известно значение искомой функции:

$$T|_{x=x_{гр}} = T_{гр}. \quad (1.17)$$

Если известно значение производной искомой функции, то это — условие второго рода:

$$-\frac{\partial T}{\partial x}|_{x=x_{гр}} = \frac{q_{гр}}{\lambda}. \quad (1.18)$$

Здесь правая часть равенства соответствует заданию величины теплового потока $q_{гр}$, проходящего через границу $x = x_{гр}$. Задание теплового потока осуществляется при электрообогреве с обычно известной мощностью или при нагреве открытой поверхности тела источником лучистого потока, когда возрастающая температура поверхности тела все же остается значительно ниже температуры источника излучения.

Наиболее распространены в теплообменных процессах условия конвективного теплообмена наружной поверхности твердого тела с окружающей текучей средой — условия третьего рода, которые соответствуют линейной комбинации значений искомой функции и ее производной на границе тела:

$$\alpha(T|_{x=x_{гр}} - T_r) = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x}|_{x=x_{гр}}. \quad (1.19)$$

Физический смысл уравнения (1.19) состоит в равенстве количества теплоты, проводимого изнутри охлаждаемого тела к его наружной границе (правая часть уравнения), количеству теплоты, отдаваемому поверхностью тела окружающей среде. Предполагается, что поток теплоты от поверхности теплообмена к среде пропорционален разности температур поверхности $T|_{x=x_{\text{гп}}}$ и среды $t_{\text{г}}$. Коэффициент теплоотдачи α определяет интенсивность процесса теплообмена и зависит от большого числа факторов: скорости движения среды у поверхности, свойств среды, геометрической конфигурации, размеров поверхности и т. д. Методы определения значений коэффициентов теплоотдачи α составляют предмет исследования конвективного теплообмена; при решении задач нестационарного внутреннего прогрева (охлаждения) твердых тел значение α обычно считается известным. В уравнении (1.19) дополнительно предполагается отсутствие источника теплоты на внешней границе тела; при наличии источника его поверхностная мощность вводится в уравнение конвективной теплоотдачи в качестве дополнительного слагаемого.

Условия четвертого рода реализуются в тепловых задачах на границе контакта двух тел, где должны быть одинаковыми температуры тел и потоки теплоты:

$$T_1|_{x_{\text{гп}}} = T_2|_{x_{\text{гп}}}; \quad -\lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial x}|_{x_{\text{гп}}} = -\lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial x}|_{x_{\text{гп}}}. \quad (1.20)$$

В условиях (1.20) T_1 и T_2 — температурные поля в первом и втором телах, теплопроводность которых λ_1 и λ_2 соответственно. Контакт двух тел предполагается идеальным, без какого-либо зазора, и на границе контакта отсутствует источник (сток) теплоты; в противном случае зазор рассматривается как третье тело, а мощность источника вводится во второе уравнение системы (1.20).

В заключение отметим, что граничные условия следует формулировать на основе физической информации об исследуемом процессе при конкретных условиях, причем эта информация в общем случае не зависит от дифференциального уравнения. При постановке многих практических задач в исследовании тех или иных физических процессов (в том числе и теплообменных) дифференциальные уравнения, описывающие общее поведение искомых функций (температуры), известны и вся сложность анализа состоит в правильной формулировке условий однозначности, адекватно отражающих сущность процесса в конкретных условиях. Уравнения для условий однозначности определенной задачи должны являться результатом анализа конкретных особенностей физического процесса.

2. ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИЕ, МЕХАНИЧЕСКИЕ И ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПИЩЕВЫХ ПРОДУКТОВ

Тепловые расчеты процессов холодильной технологии пищевых продуктов могут быть выполнены только в том случае, если известны теплофизические характеристики (ТФХ) этих продуктов.

2.1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ

Наиболее важными ТФХ пищевых продуктов являются удельная энтальпия I , удельная теплоемкость C , коэффициент теплопроводности λ и коэффициент температуропроводности a . При льдообразовании и затвердевании жиров в теплоемкость C и температуропроводность a пищевых продуктов в качестве составляющей входит теплота фазового превращения. Плотность ρ продуктов должна быть тоже учтена, поскольку ТФХ продуктов и их плотность связаны между собой известным соотношением

$$a = \frac{\lambda}{C\rho}$$

Иногда к теплофизическим свойствам относят температуру начала замерзания пищевых продуктов и теплоту дыхания растительных продуктов. Температура начала замерзания определяет числовые значения основных ТФХ замороженных продуктов, и поэтому отдельное рассмотрение ее утрачивает смысл. Выделение теплоты дыхания свойственно только продуктам растительного происхождения, поэтому эта величина не может служить общей характеристикой продуктов.

ТФХ продуктов зависят от их природных свойств (состав, строение) и состояния, связанного прежде всего с температурой. Различия свойств продуктов определяются их химической и физической неоднородностью. Химическая неоднородность зависит от состава продукта, физическая — от структуры и стереометрического распределения отдельных составных частей в продукте. В понятие структуры включают размер и направление волокон у животных продуктов, пористость, размер клеток и распределение газовых включений у растительных.

Различие ТФХ у продуктов одного товарного наименования связано с различием их химического состава (содержание влаги, белка, жира и сухих веществ): Одноименные продукты (напри-

мер, говядина) могут различаться по возрасту, упитанности и степени зрелости, которые, в свою очередь, зависят от условий развития и произрастания, почвы, климата и других причин. Вследствие этого различие значений ТФХ продуктов одного наименования может достигать 10...20 % и более. Так, для говядины, содержащей от 62,0 до 78,5 % воды, различие опытных значений удельной теплоемкости достигает 22 %, а для свинины, содержащей 42,0...76,8 % воды, это различие достигает 47 %.

Различия в теплопроводности пищевых продуктов связаны с их физической неоднородностью как явной, так и скрытой. Явная структурная неоднородность легко различима визуально и проявляется в различии свойств отдельных составных частей продукта. Например, теплопроводность мяса в туше определяется соотношением количества и распределением мышечной, жировой и костной тканей. Другим примером может служить теплопроводность сливы, величина которой зависит от соотношения свойств мякоти, косточки и кожицы; цитрусовых фруктов — от соотношения свойств мякоти и кожуры. Причем теплопроводность каждого из компонентов также непостоянна. Более компактное расположение структурных элементов увеличивает λ . Всевозможные включения (например, жира), воздушные прослойки и образования снижают λ , поскольку λ воздуха в 23 раза меньше λ воды, составляющей большую часть продукта.

Содержание газов в плодах и овощах составляет 5,6...43 % общего объема продукта. Теплопроводность жировой ткани в 3...4 раза меньше, чем мышечной. Скрытая структурная неоднородность продукта связана с непостоянством размеров клеток и волокон, их расположением относительно друг друга и плотности упаковки, количества и размеров пустот, заполненных газом. Так, теплопроводность очищенных от кожицы цитрусовых фруктов заметно превосходит λ неочищенных, а λ самой кожицы меняется в зависимости от степени заполнения ее газом, занимающим 30...50 % объема кожицы. Помимо указанного значения λ могут различаться в разных направлениях. Например, теплопроводность мышечной ткани говядины вдоль волокон на 20...30 % больше, чем поперек волокон. Поскольку перенос теплоты в продукте по условиям холодильной обработки обычно трехмерный, то в практике распределение теплопроводности по направлениям теплового потока не применяют. Трудно также предвидеть расположение продукта относительно направления теплового потока.

Даже при производстве стандартизуемой продукции (плодово-ягодное пюре, мороженое, котлеты, фарш и др.) невозможно добиться идентичности их ТФХ из-за различия свойств исходных компонентов. При строгом соблюдении технологических условий производства технические средства не обеспечивают выпуск абсо-

Бух. ТИП и ЛП
БИБЛИОТЕКА

отно одинаковой готовой продукции. Например, структура мороженого и его теплопроводность существенно зависят от взбитости и меняются при небольших колебаниях температуры. Структура мясных, рыбных и овощных полуфабрикатов (котлеты, фарш и др.) зависит от степени измельчения сырья. При замораживании продуктов в блок-формах морозильных аппаратов эффективные ТФХ замораживаемой массы зависят от размеров и пористости содержимого блок-формы (рыба или куски мяса), давления его подпрессовки.

Льдообразование приводит к значительным структурным изменениям в продукте, глубина которых зависит от условий протекания этого процесса, и в итоге влияет на λ . Так, для говядины, содержащей 74,0...78,5 % влаги, различие значений λ при 0°C составляет всего 2,3 %, а при -20°C оно достигает уже 16 %. Соответственно для свинины эти различия составляют 4,6 и 17 %.

ТФХ замороженных продуктов будут меняться в зависимости от исходного состояния продукта перед замораживанием. Иллюстрацией может служить замораживание рыбы или мяса до и после наступления посмертного окоченения. При замораживании до наступления посмертного окоченения образуются мелкие кристаллы льда, после разрешения посмертного окоченения — крупные. Льдообразование создает неповторимую картину механических повреждений клеточных элементов продукта. Все эти моменты в совокупности учесть невозможно, а между тем они вносят в каждом конкретном случае определенные коррективы, приводя к различию значений ТФХ.

При замораживании структура продуктов изменяется в зависимости от условий проведения этого процесса. Изменяется плотность структурных элементов, происходят сдавливание и разрыв клеток, прокалывание их кристаллами льда, денатурация белков. На теплопроводность продукта влияют размеры, распределение и структура формируемых кристаллов льда, а также количество воздушных прослоек, которое может уменьшаться при сжатии клеток кристаллами льда. Однако при льдообразовании сами кристаллы захватывают воздух, образуя новые воздушные ячейки.

Известно, что технические средства холодильной обработки не создаются для продуктов со строго определенными свойствами, поскольку последние неодинаковы даже для одного вида и товарного наименования продукта. При холодильной обработке в камеры и аппараты одновременно поступают пищевые продукты, ТФХ которых неодинаковы. Из сказанного выше следует, что поскольку свойства пищевых продуктов наперед задать невозможно, то при выполнении тепловых расчетов процессов холодильной технологии пользуются средними значениями ТФХ, ко-

торые лежат в пределах их изменений для одного вида продукта. При поступлении в камеру или аппарат продукта другого вида корректируют продолжительность холодильной обработки, но опять же с учетом средних значений ТФХ для данного вида продукта.

В области положительных температур, которыми оперирует холодильная технология, ТФХ меняются незначительно, и их принимают постоянными. При низких температурах жиры затвердевают, вода частично превращается в лед, а белки могут денатурироваться. Весь этот комплекс явлений непосредственно влияет на ТФХ. Фазовые переходы жиров в основном происходят в области температур выше криоскопической $t_{кр}$. При понижении температуры продукта ниже $t_{кр}$ характер зависимости ТФХ от температуры меняется. Значительные их изменения при льдообразовании связаны с различием свойств воды и льда (табл. 2.1), а также с тепловыми эффектами, которыми сопровождается этот процесс.

2.1. Теплофизические характеристики (ТФХ) воды и льда

Характеристика	Вода	Лед
Удельная теплоемкость C , кДж/(кг · К)	4,19	2,10
Теплопроводность λ , Вт/(м · К)	0,554	2,210
Температуропроводность $a \cdot 10^6$, м ² /с	0,13	0,17
Плотность ρ , кг/м ³	999,5	916,2

Рассмотрим закономерности изменения каждой из величин ТФХ.

2.2. ПЛОТНОСТЬ

Плотность $\rho = m/V$ подчиняется закону аддитивности, и соответственно этому можно представить пищевые продукты как смеси отдельных компонентов. Если массу продукта обозначить как $M_{см}$, а массы составляющих ее компонентов — как m_1, m_2, \dots, m_n , где $M_{см} = m_1 + m_2 + \dots + m_n$, тогда плотность продукта можно обозначить как $\rho_{см}$, а плотности составляющих компонентов — как $\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_n$. Соответственно тогда $\rho_{см}$ можно представить как

$$\rho_{см} = \rho_1 \frac{m_1}{M_{см}} + \rho_2 \frac{m_2}{M_{см}} + \dots + \rho_n \frac{m_n}{M_{см}}$$

Испарение влаги из продукта (усушка), приводящее к уменьшению его массы, незначительно изменяет его плотность.

При замораживании плотность продуктов уменьшается обыч-

но на 5...8 % за счет снижения плотности воды, которая превращается в лед. Как правило, в расчетах холодильной технологии изменение ρ при льдообразовании не учитывают.

Свободное пространство в штабеле груза, заполненное воздухом, играет важную роль при хранении плодов и овощей, так как необходимые технологические параметры хранения следует поддерживать в самой насыпи сырья. Скорость воздуха в насыпи при активном вентилировании зависит от соотношения между физической ρ и насыпной ρ_n плотностями растительного сырья:

для капусты и яблок

$$\rho_n = 0,55\rho;$$

для остальных видов сырья, кроме листовых овощей,

$$\rho_n = 0,6\rho.$$

Скважность (порозность) насыпи ϵ_k плодов и овощей представляет собой часть объема насыпи сырья, занятую воздухом, и может быть выражена уравнением (в долях единицы)

$$\epsilon_k = 1 - \frac{V_n}{V} = 1 - \frac{V_{np}}{V},$$

где V_{np} — объем насыпи сырья, m^3 ; V — общий объем, m^3 .

Для большинства растительных продуктов $\epsilon_k = 0,35...0,47$.

2.3. УДЕЛЬНАЯ ТЕПЛОЕМКОСТЬ

Удельная теплоемкость — это величина, численно равная количеству теплоты, которое необходимо подвести (отвести) для нагревания (охлаждения) единицы массы тела на 1 К:

$$C = \frac{dQ}{dm dt} = \frac{Q}{m \Delta t},$$

где Q — количество теплоты, Дж; m — масса тела, кг; Δt — разность температур, К.

Массовая C [Дж/(кг · К)] и объемная C_v [Дж/(m^3 · К)] удельные теплоемкости связаны соотношением

$$C_v = C\rho.$$

В связи с тем что пищевые продукты в значительной степени

состоят из воды, первоначально рассмотрим зависимость удельной теплоемкости воды в трех ее агрегатных состояниях — твердом, жидком и парообразном — от температуры (рис. 2.1).

Массовая удельная теплоемкость так же, как и плотность, подчиняется закону аддитивности и вычисляется по формуле

$$C = \frac{m_1}{M_{см}} C_1 + \frac{m_2}{M_{см}} C_2 + \dots + \frac{m_n}{M_{см}} C_n, \quad (2.1)$$

где C_1, C_2, \dots, C_n — массовые удельные теплоемкости компонентов смеси.

Если считать пищевые продукты двухкомпонентными смесями, содержащими W частей воды и $(1 - W)$ частей сухих веществ, с соответствующими массовыми удельными теплоемкостями воды C_w и сухих веществ C_c , то теплоемкость продукта до начала льдообразования

$$C_0 = C_w W + C_c (1 - W). \quad (2.2)$$

Теплоемкость сухих веществ для продуктов животного происхождения составляет 1,38...1,68 кДж/(кг · К), растительного происхождения — 0,71...1,36 кДж/(кг · К).

Поскольку при отрицательных температурах часть воды в продукте ω превращается в лед, теплоемкость которого C_l , то расчетная удельная теплоемкость продукта C_M определяется по формулам

$$C_M = C_w W (1 - \omega) + C_l W \omega + C_c (1 - W); \quad (2.3)$$

$$\omega = 1 - \frac{t_{кр}}{t}, \quad (2.4)$$

где $t_{кр}$ — криоскопическая температура, °С; t — температура продукта, °С.

Открыв скобки в последнем слагаемом уравнения (2.3), группируя подобные члены и принимая во внимание выражение (2.2), получим

$$C_M = C_0 - (C_w - C_l) W \omega.$$

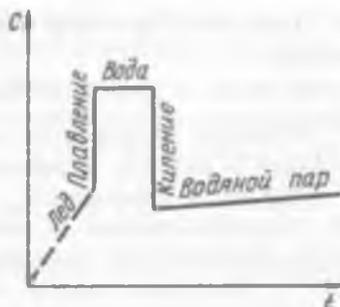


Рис. 2.1. Зависимость теплоемкости воды C (в различных агрегатных состояниях) от температуры t

но на 5...8 % за счет снижения плотности воды, которая превращается в лед. Как правило, в расчетах холодильной технологии изменение ρ при льдообразовании не учитывают.

Свободное пространство в штабеле груза, заполненное воздухом, играет важную роль при хранении плодов и овощей, так как необходимые технологические параметры хранения следует поддерживать в самой насыпи сырья. Скорость воздуха в насыпи при активном вентилировании зависит от соотношения между физической ρ и насыпной ρ_n плотностями растительного сырья:

для капусты и яблок

$$\rho_n = 0,55\rho;$$

для остальных видов сырья, кроме листовых овощей,

$$\rho_n = 0,6\rho.$$

Скважность (порозность) насыпи ϵ_k плодов и овощей представляет собой часть объема насыпи сырья, занятую воздухом, и может быть выражена уравнением (в долях единицы)

$$\epsilon_k = 1 - \frac{\rho_n}{\rho} = 1 - \frac{V_{np}}{V},$$

где V_{np} — объем насыпи сырья, m^3 ; V — общий объем, m^3

Для большинства растительных продуктов $\epsilon_k = 0,35...0,47$.

2.3. УДЕЛЬНАЯ ТЕПЛОЕМКОСТЬ

Удельная теплоемкость — это величина, численно равная количеству теплоты, которое необходимо подвести (отвести) для нагревания (охлаждения) единицы массы тела на 1 К:

$$C = \frac{dQ}{dm dt} = \frac{Q}{m\Delta t},$$

где Q — количество теплоты, Дж; m — масса тела, кг; Δt — разность температур, К.

Массовая C [Дж/(кг · К)] и объемная C_v [Дж/(m^3 · К)] удельные теплоемкости связаны соотношением

$$C_v = C\rho.$$

В связи с тем что пищевые продукты в значительной степени

состоят из воды, первоначально рассмотрим зависимость удельной теплоемкости воды в трех ее агрегатных состояниях — твердом, жидком и парообразном — от температуры (рис. 2.1).

Массовая удельная теплоемкость так же, как и плотность, подчиняется закону аддитивности и вычисляется по формуле

$$C = \frac{m_1}{M_{см}} C_1 + \frac{m_2}{M_{см}} C_2 + \dots + \frac{m_n}{M_{см}} C_n, \quad (2.1)$$

где C_1, C_2, \dots, C_n — массовые удельные теплоемкости компонентов смеси.

Если считать пищевые продукты двухкомпонентными смесями, содержащими W частей воды и $(1 - W)$ частей сухих веществ, с соответствующими массовыми удельными теплоемкостями воды C_w и сухих веществ C_c , то теплоемкость продукта до начала льдообразования

$$C_0 = C_w W + C_c (1 - W). \quad (2.2)$$

Теплоемкость сухих веществ для продуктов животного происхождения составляет 1,38...1,68 кДж/(кг · К), растительного происхождения — 0,71...1,36 кДж/(кг · К).

Поскольку при отрицательных температурах часть воды в продукте ω превращается в лед, теплоемкость которого C_l , то расчетная удельная теплоемкость продукта C_m определяется по формулам

$$C_m = C_w W (1 - \omega) + C_l W \omega + C_c (1 - W); \quad (2.3)$$

$$\omega = 1 - \frac{t_{кр}}{t}, \quad (2.4)$$

где $t_{кр}$ — криоскопическая температура, °С; t — температура продукта, °С.

Открыв скобки в последнем слагаемом уравнения (2.3), группируя подобные члены и принимая во внимание выражение (2.2), получим

$$C_m = C_0 - (C_w - C_l) W \omega.$$

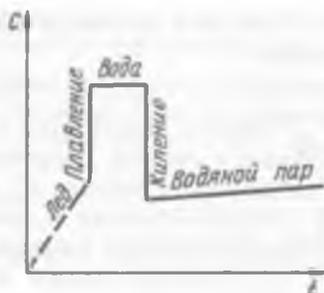


Рис. 2.1. Зависимость теплоемкости воды C (в различных агрегатных состояниях) от температуры t

Приняв $C_w = 4,19$ кДж/(кг · К) и $C_l = 2,1$ кДж/(кг · К), имеем

$$C_M = C_0 - 2,1 W \omega. \quad (2.5)$$

Точность результатов расчета C_M зависит от точности принимаемых в расчете значений C_0 , W и ω .

Учитывая значения C_M , вычисленные по формуле (2.5) до начала льдообразования и после полного превращения воды в лед, когда количество вымороженной воды соответственно $\omega = 0$ и $\omega = 1$, получим полное изменение (приращение) теплоемкости в интервале от криоскопической температуры $t_{кр}$ до эвтектической t_3 :

$$\Delta C = C_0 - (C_0 - 2,1 W) = 2,1 W. \quad (2.6)$$

С учетом формул (2.5) и (2.6) получим другую форму записи C_M :

$$C_M = C_0 - \omega \Delta C.$$

При $\omega = 1$ $C = C_{min}$, тогда в соответствии с обозначениями, показанными на рис. 2.2, получим

$$\begin{aligned} C_0 &= C_{min} + \Delta C; \\ C_M &= C_{min} + \Delta C - \omega \Delta C. \end{aligned}$$

Выразив количество вымороженной воды с помощью формулы (2.4), получим

$$C_M = C_{min} + \frac{t_{кр}}{t} \Delta C. \quad (2.7)$$

Основная причина изменения теплоемкости продуктов при замораживании состоит в различии теплоемкостей воды и льда.

Поэтому функциональная зависимость C_M от температуры t такая же, как соответствующая зависимость ω от t . Отличие состоит в убывании теплоемкости с понижением температуры, так как $C_w > C_l$, и необходимости учесть теплоемкость продукта до начала льдообразования. По аналогии с эмпирической зависимостью ω от t получена эмпирическая формула для C_M в зависимости от t

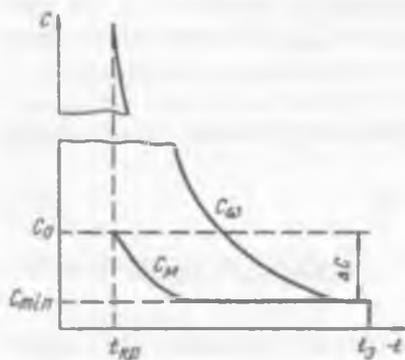


Рис. 2.2. Зависимость расчетной и полной удельной теплоемкости C_w пищевых продуктов от температуры t

$$C_M = C_0 - \frac{A_c}{1 + \frac{B_c}{|t|}}, \quad (2.8)$$

где A_c и B_c — постоянные, для мышеч-

ной ткани говядины $A_c = 1,66$, $B_c = 0,343$; для частиковой рыбы $A_c = 1,74$, $B_c = 0,369$; t — температура (по абсолютной величине) по стоградусной шкале.

При замораживании пищевых продуктов теплота льдообразования, отводимая от единицы массы продукта при понижении его температуры на один градус,

$$q = L_3 W \frac{d\omega}{dt},$$

где L_3 — удельная теплота льдообразования (замерзания), которую принимают в технических расчетах равной 335 кДж/кг.

Более точно можно вычислить удельную теплоту льдообразования в зависимости от температуры по формуле

$$L_3 = 334,2 + 2,12t + 0,0042t^2.$$

Количество отводимой теплоты льдообразования замораживаемой единицы массы продукта при изменении температуры на один градус приблизительно может быть аппроксимировано выражением

$$q = L_3 W (\omega_2 - \omega_1).$$

Следует обратить внимание на то, что величина $(\omega_2 - \omega_1)$ зависит от диапазона температур, в котором выбирается один градус $t_{кр}$.

Сумма расчетной теплоемкости C_M и теплоты льдообразования q при изменении температуры на один градус даст полную удельную теплоемкость

$$C_\omega = C_M + L_3 W (\omega_2 - \omega_1).$$

Величина C_ω максимальна при криоскопической температуре, в начале льдообразования (когда $\lim \Delta\omega \rightarrow 1$, причем $\omega = 0$ и $C_M = C_0$), и минимальна при эвтектической температуре t_3 (когда $\lim \Delta\omega \rightarrow 0$, причем $\omega = 1$, $C_\omega = C_M$).

Если для пищевых продуктов принять $t_{кр} = -1$ °С, $C_0 = 3,35$ кДж/(кг · К), $W = 0,7$, то получим в интервале от -1 до -2 °С $C_\omega = 120$ кДж/(кг · К) или $C_\omega/C_M = 36$. При полном вымораживании влаги $\omega = 1$, $q = 0$ и $C_\omega = C_M$ или $C_\omega/C_M = 1$.

Характер изменения C_M и C_ω от температуры схематично показан на рис. 2.2.

Статистическая обработка опытных данных позволила получить эмпирическую зависимость C_ω от t

$$C_\omega = m - n/t,$$

где m и n — эмпирические коэффициенты (табл. 2.2).

2.2. Значения эмпирических коэффициентов m и n для различных продуктов

Продукт	m , Дж/(кг · К)	n , Дж/кг
Бобы	0,92	28,09
Брокколи	0,75	38,02
Брюква	0,33	45,64
Горох	0,42	36,38
Дыня	0,54	46,60
Инжир	0,50	49,45
Капуста цветная	0,71	37,56
Морковь	0,17	51,88
Огурцы	0,96	29,18
Персики	0,17	57,31
Помидоры	0,88	35,63
Фасоль зеленая	1,17	21,98
Овощи (средние значения)	0,63	37,89
Пикша, треска, морской окунь	0,75	37,22
Креветки	0,50	42,33
Свинина:		
$W = 0,52$	0,54	29,18
$W = 0,768$	2,80	11,51
Средние значения	1,88	17,33
Говядина	0,67	39,32

2.4. КОЭФФИЦИЕНТ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ

Коэффициент теплопроводности λ [Дж/(с · м · К) или Вт/(м · К)] характеризует теплопроводящие свойства продукта, а его значение определяет количество теплоты, проходящей через единицу площади поверхности продукта в единицу времени при градиенте температуры, равном единице:

$$\lambda = \frac{q}{|\text{grad } T|}$$

В отличие от теплоемкости коэффициент теплопроводности не является аддитивной функцией, поскольку зависит не только от состава, но и от строения и направления теплового потока.

Когда в продуктах не происходит льдообразования, теплопроводность их λ_0 с изменением температуры мало меняется и в технических расчетах принимается постоянной, если не происходит каких-либо существенных изменений (например, плавление или отвердевание жиров в продуктах).

Поскольку теплопроводность льда приблизительно в 4 раза

больше теплопроводности воды (см. табл. 2.1), то при замораживании с понижением температуры λ возрастает в соответствии с закономерностями изменения количества вымороженной воды в зависимости от температуры. Графически это показано на рис. 2.3. В соответствии с обозначениями на этом рисунке аналогично зависимости ω от t [см. формулу (2.4)] зависимость теплопроводности замороженных продуктов λ_m от t может быть представлена в виде

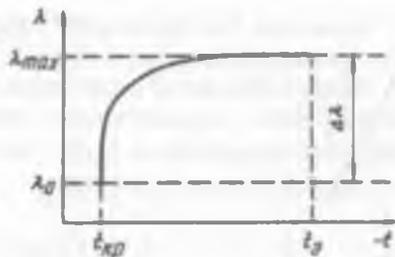


Рис. 2.3. Зависимость коэффициента теплопроводности λ пищевых продуктов от температуры t

$$\lambda_m = \lambda_{\max} - \frac{t_{\text{кр}} \Delta \lambda}{t}, \quad (2.10)$$

где λ_{\max} — теплопроводность при $\omega = 1$; $\Delta \lambda$ — изменение теплопроводности в интервале температур от $t_{\text{кр}}$ до температуры, соответствующей завершению льдообразования.

Тогда

$$\lambda_{\max} = \lambda_0 + \Delta \lambda.$$

Учитывая уравнение (2.10), можно получить выражение, аналогичное выражению для теплоемкости,

$$\lambda_m = \lambda_0 + \omega \Delta \lambda.$$

Для продуктов, содержащих 70...80 % влаги, $\Delta \lambda = 0,928...1,16$ Вт/(м · К).

По аналогии с формулой (2.8) получена эмпирическая формула вида

$$\lambda_m = \lambda_0 + \frac{A}{1 + \lg t},$$

где A и B — постоянные, для мышечной ткани говядины $A = 1,09$; $B = 0,186$; для частиковой рыбы $A = 0,776$; $B = 0,148$; t — температура по абсолютной величине по стоградусной шкале.

Подобно эмпирической зависимости C_{ω} от t получена зависимость λ_m от t

$$\lambda_m = m + \frac{n}{t}.$$

Значения эмпирических коэффициентов m и n для различных продуктов приведены в табл. 2.2.

Используя закон аддитивности и введя корректирующие коэффициенты, согласующие опытные и расчетные величины λ , получим зависимость λ от t для замороженных продуктов с различным влагосодержанием

$$\lambda_M = 1,74 W \left(1 - \frac{t_{\text{кр}}}{t} \right) + 0,23.$$

Расчет теплоемкости и теплопроводности по эмпирическим формулам дает наибольшее отклонение от опытных данных вблизи криоскопической температуры.

2.5. КОЭФФИЦИЕНТ ТЕМПЕРАТУРОПРОВОДНОСТИ

Коэффициент температуропроводности a ($\text{м}^2/\text{с}$) характеризует теплоинерционные свойства тела, т. е. его способность нагреваться или охлаждаться, и интенсивность этих процессов.

Коэффициент температуропроводности пищевых продуктов до начала льдообразования a_0 так же, как величины ρ , C , λ , принимается величиной постоянной. С началом льдообразования температуропроводность резко меняется, так как одновременно уменьшается теплоемкость и увеличивается теплопроводность.

Плотность во время льдообразования меняется менее значительно, и при технических расчетах допустимо пренебречь ее изменениями.

Соответственно расчетной C_M и полной C_ω удельными теплоемкостями коэффициент температуропроводности можно представить в виде расчетного a_M и полного a_ω коэффициентов температуропроводности

$$a_M = \frac{\lambda_M}{C_M \rho}; \quad a_\omega = \frac{\lambda_\omega}{C_\omega \rho}.$$

При криоскопической температуре значение a_ω намного меньше значения a_M . С понижением температуры a_M и a_ω увеличиваются, что вытекает из характера зависимости C_M и C_ω от температуры при замораживании.

Качественный характер зависимости a_M и a_ω от температуры представлен на рис. 2.4.

Учитывая зависимость C_M и λ_M от температуры при льдообразовании, можно представить зависимость a_M от t в виде

$$a_M = a_{\max} - \frac{t_{\text{сп}} \Delta a}{t}, \quad (2.11)$$

так как $a_{\max} = a_0 + \Delta a$, то $a_M = a_0 + \omega \Delta a$.

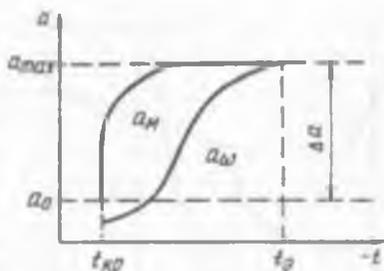


Рис. 2.4. Зависимость расчетного a_M и полного a_ω , коэффициентов температуропроводности от температуры t

2.6. ЭНТАЛЬПИЯ

Энтальпию используют при расчете теплоты, отводимой во время холодильной обработки.

Приращение энтальпии при элементарном изменении температуры представляют как теплоту изобарного процесса:

$$dI = C_p dt.$$

Интегрирование дает полное приращение энтальпии, равное теплоте изобарного процесса:

$$q = \Delta I = C_p \Delta t.$$

Условие постоянства удельной теплоемкости продукта удовлетворительно соблюдается при охлаждении, но нарушается при льдообразовании, особенно в области температур, близких к $t_{\text{кр}}$.

Приращение энтальпии при изменении температуры продукта до начала льдообразования

$$dI = C_0 dt.$$

При льдообразовании

$$dI = C_\omega dt,$$

где $C_\omega = f(t)$.

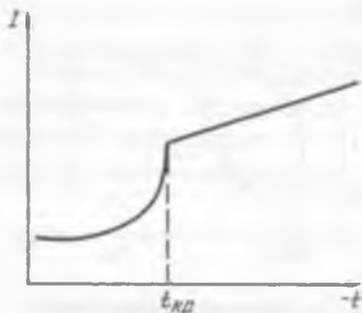


Рис. 2.5. Зависимость энтальпии I пищевых продуктов от температуры t

туры при $I = 0$. Однако температура одинакова.

Различное влияние изменения температуры на значения C_0 и C_{∞} приводит к резкому изменению энтальпии пищевых продуктов при льдообразовании в области температур, близких к $t_{кр}$, что наглядно иллюстрирует график зависимости $I = f(t)$, представленный на рис. 2.5.

В литературе встречаются разные значения энтальпии для одного и того же наименования продукта при одной и той же температуре, так как приняты разные точки отсчета температуры энтальпий для любых

2.7. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ПИЩЕВЫХ ПРОДУКТОВ

В связи с тем что влага в пищевых продуктах содержит значительное количество ионов, она является проводником II рода. При наличии внешнего электрического поля напряженностью E положительные заряды движутся в направлении напряженности поля, а отрицательные — в противоположную сторону (рис. 2.6).

Согласно закону Ома электрическое сопротивление объекта можно определить как отношение напряжения к силе тока, а следовательно, оно зависит от влагосодержания и температуры.

Зависимость от температуры связана с возможным фазовым переходом жидкой фазы в твердую. Лед же является хорошим изолятором. Движение зарядов в нем практически невозможно, и если вся вода перешла в лед, то сопротивление материала очень велико. Тогда появление жидкой фазы должно сопровождаться резким падением сопротивления.

В точке A (рис. 2.7) наблюдается резкое падение сопротивления, что соответствует началу таяния льда ($t_{н.з.}$). Точка B (см. рис. 2.7), соответствующая температуре $t_{в.з.}$, характеризует наиболее рациональные условия хранения и сублимации. При более высокой температуре наблюдаются появление жидкой фазы в значительном количестве и структурные изменения.

Оптимальные температуры для молока -14 °С; кефира -22 °С; яблочного пюре -18 °С; сока вишни -35 °С.

Это свойство можно использовать и для определения лежкоспособности плодов и овощей.



Рис. 2.6. Схема движения зарядов во внешнем электрическом поле напряженностью E

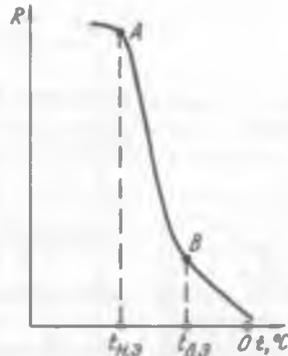


Рис. 2.7. Зависимость электрического сопротивления R пищевых продуктов от температуры t

Свежие плоды и овощи, закладываемые на хранение, имеют определенное электрическое сопротивление. Когда в процессе хранения увеличивается проницаемость клеток и влага попадает в межклеточное пространство, резко падает сопротивление системы, связанное со значительным увеличением свободных носителей тока.

В этот момент плоды и овощи вполне пригодны для потребления, но дальнейшее их хранение нецелесообразно, и они должны быть отданы в реализацию.

2.8. СТРУКТУРНО-МЕХАНИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ПИЩЕВЫХ ПРОДУКТОВ

Механические свойства биологических материалов зависят от температуры. Особое место занимают поверхностные свойства, которые в значительной мере характеризуются адгезией.

Адгезия позволяет оценить связь между конструкционным материалом и продуктом при нормальном отрыве и сдвиге. Например, адгезия мясных продуктов зависит от длительности контакта пищевого продукта с конструкционным материалом, давления продукта, материала подложки и площади контакта, скорости отрыва продукта, температуры и пр. Увеличение давления и длительности предварительного контакта приводит к росту адгезии. Адгезия продуктов к подложке различна в зависимости от вида материала. Ряд материалов, расположенных в порядке убывания адгезии, имеет следующий вид: алюминий, титан, цинк, латунь, медь, фторопласт. Следовательно, выбирать материал противней, на которых будет храниться продукт, подвергаемый холодильной обработке, следует с учетом вышеназванного ряда.

Замораживание влагосодержащих продуктов сопровождается их примерзанием к блок-форме. Максимальная адгезия наблюдается при $t = -10...-20$ °C. Существуют температуры, при кото-

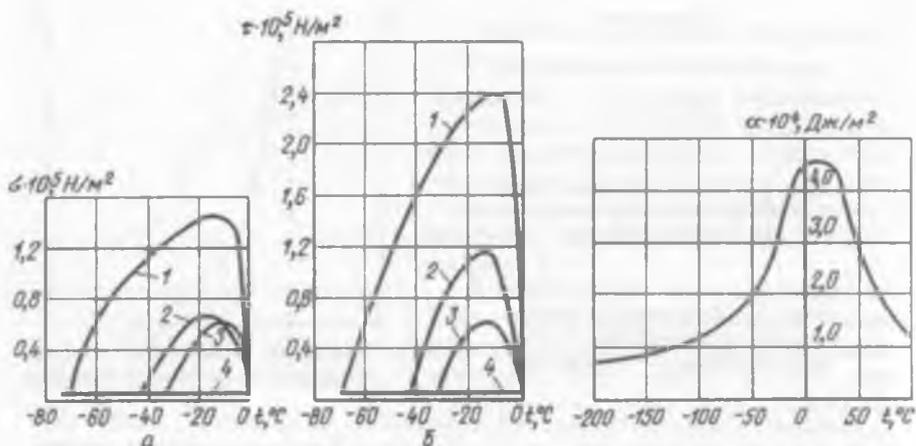


Рис. 2.8. Изменение нормальных напряжений σ при отрыве (а) и касательных напряжений τ при сдвиге (б) мышечной ткани в зависимости от температуры t на границе сред:

1 — нержавеющая сталь; 2 — алюминий; 3 — кремнийорганический каучук; 4 — фторопласт

Рис. 2.9. Зависимость ударной вязкости α поджелудочной железы от температуры $t, ^\circ\text{C}$

рых адгезии нет или она минимальна. Например, такая температура для фторопласта равна 0°C , для стали -60°C . С повышением температуры от -18 до -5°C адгезия уменьшается на 30...40 % (рис. 2.8, а, б).

Максимальная ударная вязкость и прочность наблюдаются у пищевых продуктов при температуре $t = 15^\circ\text{C}$ (рис. 2.9). Следовательно, при отеплении мяса перед измельчением не следует повышать температуру выше $-5...-1^\circ\text{C}$. В этом случае расходы энергии на измельчение будут минимальными.

3. СТАЦИОНАРНАЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ ТВЕРДЫХ ТЕЛ

В тех многочисленных случаях, когда аппаратура работает в стационарных условиях, тепловые параметры тел, участвующих в стационарном теплообмене, не изменяются во времени. Таким образом, в уравнении (1.16) $\partial T / \partial \tau = 0$, что означает неизменность температуры в любой точке тела во времени:

$$a\nabla^2 T + \frac{q_n}{C_p} = 0. \quad (3.1)$$

Дифференциальное уравнение второго порядка в частных производных (3.1) определяет стационарные поля температур при наличии в теле распределенного источника теплоты.

3.1. ПЛОСКАЯ СТЕНКА

Наиболее просты для решения одномерные задачи, в которых искомая температура зависит только от одной координаты, например от x , и не зависит от двух других координат. Это упрощение переводит уравнение (3.1) в разряд дифференциальных уравнений в полных производных

$$\frac{d^2 T}{dx^2} + \frac{q_n}{\lambda} = 0, \quad (3.2)$$

где λ — коэффициент теплопроводности, Дж/(м · К · с).

Уравнение (3.2) будет решено ниже, а здесь в качестве примера приводится постановка задачи о стационарной теплопроводности тела плоской формы толщиной δ , имеющего достаточно протяженные размеры вдоль координат y и z , чтобы можно было пренебречь изменением температуры по этим направлениям (например, стены, ограничивающей холодильную камеру). Источник теплоты в теле считается отсутствующим ($q_n = 0$), а теплообмен наружных поверхностей тела происходит конвективно со средами, имеющими температуры T_{r1} и T_{r2} и коэффициенты теплоотдачи соответственно α_1 и α_2 (рис. 3.1, а). Математическая модель этой простой задачи представляется следующей системой дифференциального уравнения и двух граничных условий конвективного теплообмена:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2 T}{dx^2} &= 0; \\ \alpha_1(T_{r1} - T|_{x=0}) &= -\lambda \frac{dT}{dx} \Big|_{x=0}; \\ -\lambda \frac{dT}{dx} \Big|_{x=\delta} &= \alpha_2(T|_{x=\delta} - T_{r2}). \end{aligned} \right\} \quad (3.3)$$

Решение уравнения дает линейное распределение температуры поперек стенки:

$$T(x) = C_1 x + C_2, \quad (3.4)$$

где C_1 и C_2 — константы интегрирования, которые определяются из граничных условий путем подстановки в них общего решения (3.4):

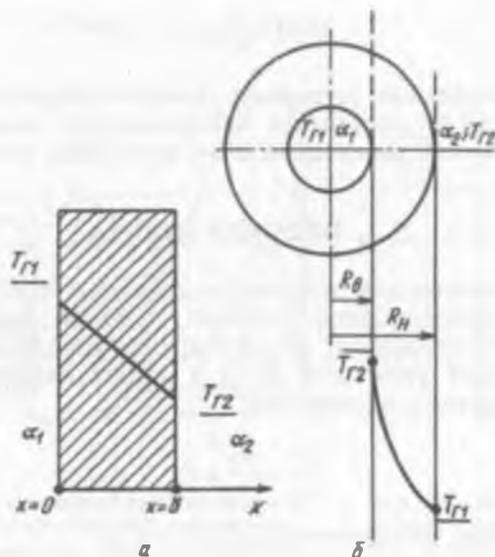


Рис. 3.1. Стационарное распределение температуры в стенке:

a — плоской; *b* — цилиндрической; T_{r1} , T_{r2} — температуры газа, К °С; α_1 , α_2 — коэффициенты теплоотдачи, Вт/(м² · К); °С; δ — толщина пластины, м; $R_{в}$, $R_{н}$ — радиусы (внутренний и наружный), м

$$\left. \begin{aligned} \alpha_1(T_{r1} - C_2) &= -\lambda C_1; \\ -\lambda C_1 &= \alpha_2[(C_1\delta + C_2) - T_{r2}]. \end{aligned} \right\} \quad (3.5)$$

Определив из системы (3.5) константы C_1 и C_2 и подставив их в выражение (3.4), нетрудно получить (рис. 3.1, б) решение системы (3.3)

$$T(x) = T_{r1} - \frac{T_{r1} - T_{r2}}{\lambda \left(\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2} \right)} \left(\frac{\lambda}{\alpha_1} + x \right). \quad (3.6)$$

По соотношению (3.6) можно вычислить значение температуры в любой точке тела, в том числе и на его поверхности, полагая $x = 0$ и $x = \delta$. Тепловой поток через стенку определяют по закону теплопроводности Фурье $q = -\lambda(dT/dx)$, что после дифференцирования решения (3.6) дает

$$q = \frac{T_{r1} - T_{r2}}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}}. \quad (3.7)$$

В знаменателе соотношения (3.7) суммируются термические сопротивления процессу переноса теплоты от первого теплоносителя ко второму: сопротивление переносу теплоты от первого теплоносителя к соприкасающейся с ним поверхности тела; сопротивление стенки; сопротивление переносу теплоты от правой поверхности тела ко второму теплоносителю.

Нетрудно показать, что при наличии не одной, а n стенок общее термическое сопротивление системы R_T примет следующий вид:

$$R_T = \frac{1}{\alpha_1} + \sum_{i=1}^n \frac{\delta_i}{\lambda_i} + \frac{1}{\alpha_2} \quad (3.8)$$

В тепловых расчетах чаще принято использовать термическую проводимость K , которую называют коэффициентом теплопередачи:

$$K = \frac{1}{R_T} = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \sum_{i=1}^n \frac{\delta_i}{\lambda_i} + \frac{1}{\alpha_2}} \quad (3.9)$$

Когда значения коэффициентов теплоотдачи α_1 и α_2 достаточно велики, чтобы можно было пренебречь термическими сопротивлениями внешнего теплообмена по сравнению с сопротивлением стенки ($1/\alpha_1, 1/\alpha_2 \ll \delta/\lambda$), уравнения (3.6)...(3.9) соответственно упрощаются. При этом температуры наружных поверхностей тела стремятся к температурам соответствующих сред $T_{|x=0} \rightarrow T_{r1}$ и $T_{|x=\delta} \rightarrow T_{r2}$. Это следует также из анализа граничного условия конвективного теплообмена (3.3). Действительно, по физическому смыслу поток теплоты q , определяемый уравнением (3.7), в общем случае является величиной конечной, поэтому при $\alpha \rightarrow \infty$ второй множитель левой части уравнения (3.3) должен стремиться к нулю, что означает $T \rightarrow T_r$ при $x \rightarrow x_{тр}$.

Отметим также, что стены холодильных камер подвержены быстрому износу. Вследствие значительной разности температур наружного воздуха и воздуха в камере, чаще всего имеющего отрицательную температуру, пустоты в стене, образовавшиеся в результате разрушения, заполняются льдом (ледяные линзы), имеющим коэффициент теплопроводности, отличный от коэффициента теплопроводности материала стены, а следовательно, температура внутренней поверхности стены, рассчитанная по формуле (3.6), в месте расположения линзы будет отличной от температуры других точек поля. Это дает возможность замены трудоемкого и дорогостоящего традиционного способа отыска-

ния нарушения целостности теплоизоляции (ледяных линз) бурением шурфов на метод измерения температуры поверхности стены. Где наблюдается значительное отклонение температуры, там скорее всего нарушена монолитность строительного ограждения (стены).

3.2. ЦИЛИНДРИЧЕСКАЯ СТЕНКА

Стационарная теплопроводность тел цилиндрической формы также описывается уравнением (3.1), в котором следует использовать выражение оператора Лапласа в цилиндрических координатах.

Если ограничиться практически наиболее распространенным случаем осесимметрической задачи для цилиндрических тел, имеющих достаточную протяженность, для того чтобы потоками теплоты вдоль оси цилиндра можно было пренебречь, то выражение для оператора ∇^2 в цилиндрических координатах примет вид

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}$$

В частном случае стационарного теплового режима и отсутствия тепловыделений уравнение (3.1) упрощается:

$$\frac{d^2 T}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dT}{dr} = 0. \quad (3.10)$$

Если внутри полого цилиндра проходит хладоноситель температурой T_{r1} , а теплота снаружи отводится от среды температурой T_{r2} , то условия однозначности к уравнению (3.10) формулируются как граничные условия конвективной теплоотдачи:

$$\left. \begin{aligned} \alpha_2(T_{r2} - T|_{r=R_n}) &= -\lambda \frac{dT}{dr} \Big|_{r=R_n}; \\ -\lambda \frac{dT}{dr} \Big|_{r=R_n} &= \alpha_1(T|_{r=R_n} - T_{r1}), \end{aligned} \right\} \quad (3.11)$$

где α_1 и α_2 — коэффициенты теплоотдачи внутреннего и внешнего теплоносителей (рис. 3.2).

Системы дифференциального уравнения (3.10) и двух граничных условий

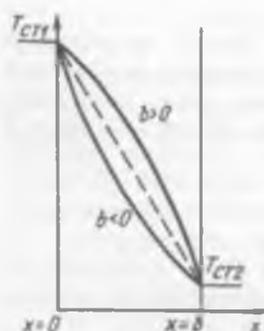


Рис. 3.2. Распределение температуры при стационарной теплопроводности поперек плоской стенки в случае линейной зависимости теплопроводности от температуры:

T_{c1} , T_{c2} — температура стенок при $x = 0$ и $x = \delta$; δ — толщина стенки

(3.11) составляют математическую модель процесса стационарной теплопроводности цилиндрической стенки в рамках принятых упрощений.

Интегрирование (3.10) определяет логарифмический профиль температуры в цилиндрической стенке:

$$T = C_1 \ln r + C_2. \quad (3.12)$$

Подстановка общего решения (3.12) в граничные условия (3.11) приводит к системе

$$\left. \begin{aligned} \alpha_2 [T_{r2} - (C_1 \ln R_H + C_2)] &= -\lambda \frac{C_1}{R_H}; \\ -\lambda \frac{C_1}{R_B} &= \alpha_1 [(C_1 \ln R_B + C_2) - T_{r1}], \end{aligned} \right\} \quad (3.13)$$

которая решается относительно двух неизвестных констант интегрирования C_1 и C_2 .

Окончательное выражение для стационарного температурного профиля примет вид

$$T = T_{r2} - \frac{T_{r2} - T_{r1}}{\lambda \left(\frac{1}{\alpha_1 R_H} + \frac{1}{\alpha_2 R_B} \right) + \ln \frac{R_H}{R_B}} \left(\frac{\lambda}{\alpha_1 R_H} + \ln \frac{r}{R_B} \right). \quad (3.14)$$

Количество теплоты, проходящей через любую цилиндрическую поверхность единичной длины (Вт/м), вычисляется по закону Фурье, в котором значение производной определится дифференцированием выражения (3.14),

$$Q = -\lambda \frac{dT}{dr} \Big|_r 2\pi r l = \frac{T_{r2} - T_{r1}}{\frac{1}{2\pi} \left(\frac{1}{\alpha_1 R_H} + \frac{1}{\lambda} \ln \frac{R_H}{R_B} + \frac{1}{\alpha_2 R_B} \right)}. \quad (3.15)$$

Знаменатель соотношения (3.15) имеет смысл суммарного термического сопротивления переносу теплоты от одного теплоносителя к другому. Сопротивления конвективной теплоотдаче $[1/(\alpha R)]$ оказываются обратно пропорциональными радиусам цилиндрических поверхностей R_B и R_H .

При помощи аналогичного решения можно показать, что для многослойной цилиндрической стенки суммарное термическое сопротивление процессу переноса теплоты будет иметь следующий общий вид:

$$R_T = \frac{1}{K} = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{1}{\alpha_1 R_1} + \sum_{i=1}^n \frac{1}{\lambda_i} \ln \frac{R_{i+1}}{R_i} + \frac{1}{\alpha_2 R_n} \right), \quad (3.16)$$

где суммируются выражения для термических сопротивлений всех n цилиндрических стенок.

3.3. СТЕНКА СФЕРИЧЕСКОЙ ФОРМЫ

Распределение температуры в теле сферической формы определяется уравнением (1.16), в котором должно быть использовано выражение оператора Лапласа в сферических координатах

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{q_n}{C\rho}. \quad (3.17)$$

В случае стационарной теплопроводности через тело сферической формы без внутреннего тепловыделения уравнение (3.17) упрощается до вида

$$\frac{d^2 T}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{dT}{dr} = 0. \quad (3.18)$$

Уравнение (3.18) отличается от уравнения (3.10) лишь множителем 2 перед dT/dr , который является следствием различия геометрических характеристик цилиндра и шара и приводит к иным решениям для температурных полей в телах цилиндрической и сферической формы.

Условия конвективного теплообмена внутренней и наружной сферических поверхностей с соответствующими средами имеют здесь тот же вид, что и для тела цилиндрической формы (3.11).

Интегрирование приводит к гиперболическому стационарному профилю распределения температур в сферической стенке:

$$T = -\frac{C_1}{r} + C_2. \quad (3.19)$$

Подстановка решения (3.19) в граничные условия (3.11) дает систему алгебраических уравнений, из которых находят константы интегрирования C_1 и C_2 :

$$\left. \begin{aligned} \alpha_2 \left(T_{r2} + \frac{C_1}{R_2} - C_2 \right) &= -\lambda \frac{C_1}{R_2^2}; \\ -\lambda \frac{C_1}{R_2^2} &= \alpha_1 \left(\frac{C_1}{R_1} + C_2 - T_{r1} \right). \end{aligned} \right\} \quad (3.20)$$

Значения констант, выраженные согласно уравнениям (3.20) через все заданные параметры задачи, подставляют в решение (3.19), что и дает явный вид распределения температуры в теле сферической формы:

$$T(r) = T_{r2} - \frac{T_{r2} - T_{r1}}{\lambda \left(\frac{1}{\alpha_1 R_1^2} + \frac{1}{\alpha_2 R_2^2} \right) + \left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1} \right)} \left(\frac{1}{R_2} + \frac{\lambda}{\alpha_2 R_2} - \frac{1}{r} \right) \quad (3.21)$$

Количество теплоты, проходящее в единицу времени через стенку, вычисляют по закону теплопроводности

$$Q = -\lambda(dT/dr)|_r 4\pi r^2.$$

Вычисление градиента температуры по известному профилю распределения температур (3.21) приводит к соотношению

$$Q = 4\pi \frac{T_{r2} - T_{r1}}{\frac{1}{\alpha_1 R_1^2} + \frac{1}{\lambda} \left(\frac{1}{R_n} - \frac{1}{R_1} \right) + \frac{1}{\alpha_2 R_n^2}} \quad (3.22)$$

Значение текущего радиуса внутри стенки сокращается, что и следует ожидать для стационарной задачи, когда через любое сферическое (или цилиндрическое) сечение тела в единицу времени проходит одинаковое количество теплоты.

Формула (3.22) может быть обобщена для любого числа сферических слоев n :

$$Q = \frac{T_{r2} - T_{r1}}{\frac{1}{4\pi} \left[\frac{1}{\alpha_1 R_1^2} + \sum_{i=1}^n \frac{1}{\lambda_i} \left(\frac{1}{R_i} - \frac{1}{R_{i+1}} \right) + \frac{1}{\alpha_2 R_n^2} \right]} \quad (3.23)$$

где λ_i — теплопроводность i -го слоя; R_i и R_{i+1} — соответственно внутренний и наружный радиусы i -го слоя.

3.4. ВНУТРЕННИЕ ТЕПЛОВЫДЕЛЕНИЯ

В пищевой технологии многие процессы происходят с выделением теплоты: химические реакции, теплота дыхания плодов и овощей в гетерогенных средах (например, в слое засыпанного на хранение картофеля) и выделение теплоты фазового перехода при отвердевании жиров и т. д. Основой анализа температурного режима таких процессов служат задачи о стационарной теплопроводности тел с источниками теплоты q_{in} .

Для одномерной плоской задачи дифференциальное соотношение, определяющее стационарное распределение температуры, соответствует ранее полученному уравнению (3.2), означающему равенство выделяемой теплоты разности между значениями входящей и выходящей теплоты. В наиболее простом случае симметричного источника теплоты и конвективного теплоотвода с двух сторон плоского тела толщиной $2R$ математическая модель процесса формулируется следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} (d^2\vartheta/dx^2) + (q_{II}/\lambda) &= 0; \\ (d\vartheta/dx)|_{x=0} &= 0; \\ -\lambda(d\vartheta/dx)|_{x=R} &= \alpha\vartheta|_{x=R}, \end{aligned} \right\} \quad (3.24)$$

где ϑ — избыточная температура, К.

Распределение избыточной температуры внутри тела, получаемое посредством решения задачи (3.24), имеет вид квадратичной параболы

$$\vartheta = \frac{q_{II}}{\lambda} \left[\frac{\lambda}{\alpha} R + 0,5(R^2 - x^2) \right]. \quad (3.25)$$

Экстремальное значение избыточной температуры находится в центре тела при $x = 0$.

Если интенсивность внутреннего тепловыделения является известной функцией координат $q_{II}(x)$, то интегрирование дифференциального уравнения (3.24) не представляет трудностей, поскольку переменные в уравнении разделяются.

Более распространены, однако, тепловые процессы, в которых интенсивность тепловыделения зависит не от внутренней координаты, а от искомой температуры в каждой точке тела, что делает дифференциальное уравнение системы (3.24) нелинейным, и в общем случае здесь возможны, как правило, лишь численные решения.

При постоянном значении внутреннего источника $q_{II} = \text{const}$ легко могут быть получены решения стационарных задач теплопроводности для тел цилиндрической и сферической формы. Так, для одномерного тела цилиндрической формы при симметричном наружном теплообмене

$$\vartheta = \frac{q_{II}}{4\lambda} (R^2 - r^2) + \frac{q_{II} R}{2\alpha}. \quad (3.26)$$

Тела цилиндрической формы с внутренним тепловыделением в процессах пищевой технологии моделируют, например, охлаждение рыб осетровых пород при наличии фазовых переходов, связанных с отвердеванием некоторых фракций жира и конвективной теплоотдачей от наружной поверхности рыбы к хладоносителю, омывающему поверхность рыбы.

Аналогично для стационарного температурного профиля в теле сферической формы

$$\vartheta(r) = \frac{q_{II} R}{3} \left(\frac{R^2 - r^2}{2\lambda R} + \frac{1}{\alpha} \right). \quad (3.27)$$

Экстремальная температура в центре шара в полтора раза меньше, чем в цилиндрическом теле, и в три раза ниже, чем в теле плоской формы.

3.5. ПЕРЕМЕННЫЙ КОЭФФИЦИЕНТ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ

Предыдущие задачи о стационарном распределении температуры в твердых телах рассматривались в предположении постоянства коэффициента теплопроводности материала λ , что, вообще говоря, справедливо лишь для незначительных разностей температур сред и для тех материалов, коэффициент теплопроводности которых незначительно изменяется в зависимости от температуры.

Ниже приводится наиболее простой пример стационарной теплопроводности поперек одномерного плоского тела с граничными условиями первого рода и линейной зависимостью коэффициента теплопроводности от температуры:

$$\lambda = \lambda_0 (1 + bT), \quad (3.28)$$

где λ_0 — коэффициент теплопроводности; b — числовой коэффициент.

Простая аппроксимационная зависимость (3.28) с экспериментально определяемым коэффициентом b обычно с достаточной степенью точности соответствует опытным данным по температурным зависимостям λ материалов в умеренных диапазонах температуры. Существенно, что градиентный закон теплопроводности Фурье (1.3) справедлив для любой точки внутри тела и на его поверхности при любой зависимости коэффициента теплопроводности от температуры. Для линейной зависимости (3.28) уравнение (1.3) запишется следующим образом:

$$q = -\lambda_0(1 + bT)\frac{dT}{dx}. \quad (3.29)$$

Стационарность процесса переноса теплоты означает неизменность величины теплового потока $q = \text{const}$ в любом сечении плоского тела, и в данной задаче дифференциальным уравнением, подлежащим решению, является выражение закона теплопроводности в форме (3.29). Условия однозначности первого рода соответствуют известным значениям температур поверхностей тела (см. рис. 3.2)

$$T|_{x=0} = T_{ct1}; \quad T|_{x=\delta} = T_{ct2}. \quad (3.30)$$

Путем разделения переменных и интегрирования уравнения (3.29) получают распределение температуры по толще тела в форме квадратичной параболы

$$\frac{q}{\lambda_0} x + T + b \frac{T^2}{2} + C_1 = 0, \quad (3.31)$$

где кроме константы интегрирования C_1 неизвестной, но постоянной величиной является тепловой поток q . Значения этих двух постоянных определяют подстановкой общего решения (3.31) в граничные условия (3.30):

$$\left. \begin{aligned} \frac{q}{\lambda_0} 0 + T_{\text{ст1}} + b \frac{T_{\text{ст1}}^2}{2} + C_1 &= 0; \\ \frac{q}{\lambda_0} \delta + T_{\text{ст2}} + b \frac{T_{\text{ст2}}^2}{2} + C_1 &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (3.32)$$

откуда находят тепловой поток:

$$q = \frac{\lambda_0}{\delta} \left[(T_{\text{ст1}} - T_{\text{ст2}}) + b \frac{T_{\text{ст1}}^2 - T_{\text{ст2}}^2}{2} \right] = \bar{\lambda} (T_{\text{ст1}} - T_{\text{ст2}}), \quad (3.33)$$

где $\bar{\lambda}$ — среднее значение коэффициента теплопроводности материала в диапазоне изменения температуры в конкретной задаче:

$$\bar{\lambda} = \frac{1}{T_{\text{ст1}} - T_{\text{ст2}}} \int_{T_{\text{ст2}}}^{T_{\text{ст1}}} \lambda_0 (1 + bT) dT = \lambda_0 \left(1 + b \frac{T_{\text{ст1}} + T_{\text{ст2}}}{2} \right).$$

Таким образом, стационарный поток теплоты при переменном коэффициенте теплопроводности вычисляют так же, как и при $\lambda = \text{const}$, и подстановка выражения для q в решение (3.31) дает профиль температуры в виде параболической зависимости от координаты x :

$$T(x) = -\frac{1}{b} + \sqrt{\left(\frac{1}{b} + T_{\text{ст1}}\right)^2 - \frac{2qx}{\lambda_0}}, \quad (3.34)$$

где постоянное значение q определяют по уравнению (3.33).

Аналогичные решения возможны и для тел другой формы.

4. НЕСТАЦИОНАРНАЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ ТВЕРДЫХ ТЕЛ



Изменение температуры внутри твердых тел при их охлаждении (нагреве) существенно не только при проведении периодических тепловых процессов, но и при непрерывной тепловой обработке материалов, поскольку каждая новая порция или часть подаваемого в камеру (аппарат) материала охлаждается (нагревается) в режиме нестационарной теплопроводности. В качестве примера здесь рассматриваются задачи охлаждения (нагрева) тел простых форм без процессов внутреннего тепловыделения в предположении постоянства теплофизических свойств материалов. При таких предположениях уравнение нестационарной теплопроводности (1.16) приобретает вид

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = a \nabla^2 T. \quad (4.1)$$

Решением линейного дифференциального уравнения (4.1) в частных производных должна быть температура тела, зависящая от времени, координат, коэффициента теплопроводности $a = \lambda / (C\rho)$ и параметров, входящих в условия однозначности [коэффициентов внешней теплоотдачи α и теплопроводности материала λ , наружного размера тела R (см. рис. 4.1 и 4.2)]:

$$T = T(x, y, z, \tau, a, \alpha, \lambda, R).$$

В математической физике разработаны методы решения параболических уравнений в частных производных вида (4.1). Подробный сравнительный анализ этих методов приводится в специальной литературе по теории теплопроводности.

4.1. ОДНОМЕРНОЕ ТЕЛО ПЛОСКОЙ ФОРМЫ

Математическую модель процесса охлаждения одномерного тела плоской формы, равномерно прогретого в начальный момент до температуры T_0 и симметрично охлаждающегося при температуре среды T_r и коэффициентах теплоотдачи α от наружных поверхностей тела к окружающей среде (рис. 4.1), можно представить следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \Theta}{\partial \tau} &= a \frac{\partial^2 \Theta}{\partial x^2}; \\ \Theta|_{\tau=0} &= 1; \\ \frac{\partial \Theta}{\partial x}|_{x=0} &= 0; \\ -\lambda \left. \frac{\partial \Theta}{\partial x} \right|_{x=R} &= \alpha \Theta|_{x=R}, \end{aligned} \right\} \quad (4.2)$$

где $\Theta = \frac{T - T_0}{T_0 - T_r}$ — безразмерная избыточная температура.

Решение задачи об охлаждении тела плоской формы имеет вид

$$\Theta(\tau, x) = 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \mu_n}{\mu_n + \sin \mu_n \cos \mu_n} \cos\left(\mu_n \frac{x}{R}\right) \exp\left(-\mu_n^2 \frac{\alpha \tau}{R^2}\right). \quad (4.3)$$

Значения собственных чисел μ_n задачи определяются решением уравнения

$$\operatorname{ctg} \mu = \mu / \text{Bi}, \quad (4.4)$$

где $\text{Bi} = \frac{\alpha R}{\lambda}$ — критерий (число) Био (Bi), характеризует интенсивность внешнего конвективного теплообмена по отношению к интенсивности кондуктивного переноса теплоты внутри тела.

В решении (4.3) зависимость температуры от внутренней координаты x представлена периодической функцией $\cos\left(\mu_n \frac{x}{R}\right)$, а зависимость от времени охлаждения определяется экспоненциальным множителем в каждом из членов бесконечного ряда. Значения координаты и времени в решении (4.3) представлены в виде безразмерных величин относительно внутренней координаты $0 \leq x/R \leq 1$ и безразмерного времени $\alpha \tau / R^2 = \text{Fo}$ (число Фурье).

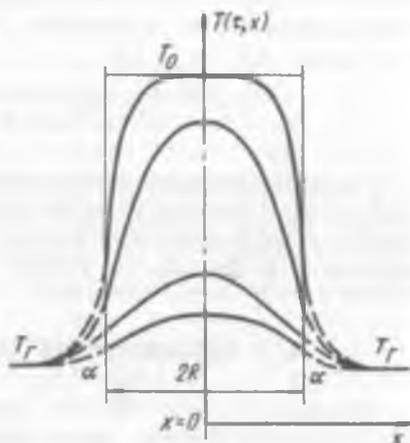


Рис. 4.1. Нестационарное распределение температуры при охлаждении тела плоской формы

По формуле (4.3) рассчитывают поля температур в теле для любого момента времени охлаждения, вычисляют потоки теплоты в любом сечении тела и в любой момент времени, находят количество теплоты, отдаваемой телом окружающей среде, и т. д. Иными словами, наличие знаний о нестационарных полях температуры означает полную информацию о тепловом процессе исследуемого тела. Экстремальные значения температуры тела — в его центре и на поверхности — вычисляют по формуле (4.3) при $x = 0$ и $x = R$ соответственно. Среднюю температуру тела можно получить на основе непосредственного усреднения температурного профиля (4.3) по внутренней координате плоского тела:

$$\begin{aligned}\bar{\Theta}(\tau) &= \frac{1}{R} \int_0^R \Theta(\tau, x) dx = \\ &= \frac{2}{R} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \mu_n}{\mu_n + \sin \mu_n \cos \mu_n} \exp\left(-\mu_n^2 \frac{\alpha \tau}{R^2}\right) \int_0^R \cos\left(\mu_n \frac{x}{R}\right) dx = \\ &= 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2 \mu_n}{(\mu_n + \sin \mu_n \cos \mu_n) \mu_n} \exp\left(-\mu_n^2 \frac{\alpha \tau}{R^2}\right).\end{aligned}\quad (4.5)$$

Помимо текущих значений переменных x/R и $\alpha \tau / R^2$ на скорость эволюции температурного поля внутри тела и на его конфигурацию (в частности, на кривизну температурных профилей) существенно влияет числовое значение критерия Bi , вычисляемое по исходным данным конкретной задачи.

Если значение Bi мало ($Bi \leq 0,1$), то все члены ряда (4.3) оказываются пренебрежимо малыми по сравнению с первым, величина которого становится близкой к единице. Малое числовое значение Bi означает либо низкую интенсивность внешнего теплообмена, либо большое значение внутренней теплопроводности тела малой толщины, когда интенсивность охлаждения тела лимитируется практически одним лишь внешним теплообменом, а значительная внутренняя теплопроводность приводит к отсутствию заметного перепада температуры между центральной зоной тела и его наружной поверхностью (рис. 4.2, а).

В противоположном предельном случае (большие значения Bi) окончательное решение задачи для температурного профиля

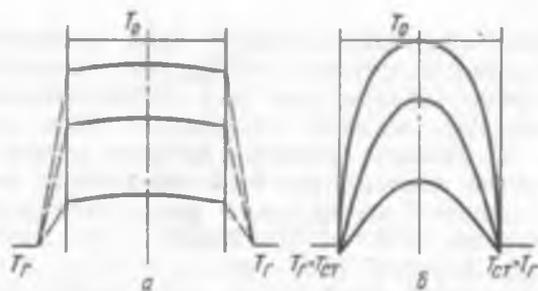


Рис. 4.2. Температурные профили охлаждающихся тел при внешнем (а) и внутреннем (б) лимитирующем термическом сопротивлении

принимает упрощенную форму

$$\Theta(\tau, x) = 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{\mu_n} \cos\left(\mu_n \frac{x}{R}\right) \exp\left(-\mu_n^2 \frac{\alpha\tau}{R^2}\right), \quad (4.6)$$

а средняя температура тела будет изменяться согласно следующему соотношению:

$$\bar{\Theta}(\tau) = 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\exp\left(-\mu_n^2 \frac{\alpha\tau}{R^2}\right)}{\mu_n^2}. \quad (4.7)$$

Предельный случай $Bi \rightarrow \infty$ соответствует полному преобладающему влиянию процесса внутренней теплопроводности и, как показывают расчеты, практически реализуется уже при значениях $Bi \geq 50$. Профили температуры внутри тела здесь имеют максимальную кривизну и для сравнения показаны на рис. 4.2, б.

4.2. ТЕЛО ШАРОВОЙ ФОРМЫ

Шаровая форма тел, подвергаемых тепловой обработке, в холодильной технологии и других отраслях промышленности встречается достаточно часто при межфазном взаимодействии газовой или жидкой среды с дисперсными твердыми материалами — это и ягоды, и яблоки, и другие продукты.

Дифференциальное уравнение нестационарной теплопроводности тела шаровой формы было приведено раньше [см. уравнение (3.17)]. Ниже рассматривается охлаждение однородного сплошного шара, внутри которого отсутствует внут-

ренный источник (сток) теплоты ($q_n = 0$), в среде с постоянными значениями температуры t_r и коэффициента внешней теплоотдачи α . В отличие от предыдущей задачи здесь распределение температуры шара в начальный момент времени принимается не равномерным, а в виде известной произвольной функции координаты $\Theta_0(r)$. Естественное физическое условие — требование ограниченности искомого температурного профиля в центре шара.

Таким образом, математическая модель процесса охлаждения тела сферической формы имеет вид

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \Theta}{\partial \tau} &= a \left(\frac{\partial^2 \Theta}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial \Theta}{\partial r} \right); \\ \frac{\partial \Theta}{\partial r} \Big|_{r=0} &= 0; \quad -\lambda \frac{\partial \Theta}{\partial r} \Big|_{r=R} = \alpha \Theta \Big|_{r=R}; \quad \Theta \Big|_{\tau=0} = \Theta_0(r). \end{aligned} \right\} \quad (4.8)$$

Если начальное распределение температуры $\Theta_0(r)$ центрально симметричное, то условие ограниченности температуры в центре тела может быть заменено требованием сохранения симметрии искомого профиля $\partial \Theta / \partial r \Big|_{r=0} = 0$.

Решение системы (4.8):

$$\Theta(\tau, r) = \frac{2}{R} \sum_{n=1}^{\infty} \mu \frac{\int_0^R r \Theta_0(r) \sin(\mu_n \frac{r}{R}) dr \sin(\mu_n \frac{r}{R})}{\mu_n - \sin \mu_n \cos \mu_n} \frac{1}{r} \exp\left(-\mu_n^2 \frac{a\tau}{R^2}\right). \quad (4.9)$$

В приведенном решении собственные числа задачи μ_n представляют собой корни характеристического уравнения

$$\operatorname{tg} \mu = \mu / (1 - \operatorname{Bi}) \quad (4.10)$$

и являются функциями критерия $\operatorname{Bi} = \alpha R / \lambda$.

Среднюю температуру шара вычисляют как результат деления количества теплоты, содержащейся в теле, на его теплоемкость. Энтальпию твердого тела находят с учетом неравномерного распределения его температуры в каждый момент времени. Значение объемной теплоемкости C_p считают постоянным по объему тела. Общее количество теплоты в теле определяют суммированием теплоты отдельных сферических слоев, а значение средней

температуры тела сферической формы $\bar{\Theta}(\tau)$ может быть представлено выражением

$$\bar{\Theta}(\tau) = \frac{1}{C\rho\frac{4\pi}{3}R^3} \int_0^R 4\pi r^2 C\rho \Theta(\tau, r) dr = \frac{3}{R^3} \int_0^R r^2 \Theta(\tau, r) dr. \quad (4.11)$$

В общем случае в качестве $\Theta(\tau, r)$ в формулу (4.11) подставляют распределение температуры (4.9). При равномерной начальной температуре шара ($\Theta_0 = 1$) использование температурного профиля и интегрирование в выражении (4.11) по частям приводят к следующему результату:

$$\bar{\Theta}(\tau) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{6Bi^2}{\mu_n^2 (\mu_n^2 + Bi^2 - Bi)} \exp(-\mu_n^2 \frac{\pi\tau}{R^2}). \quad (4.12)$$

4.3. ТЕЛО ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ФОРМЫ

Постановка задачи о нестационарном охлаждении (или нагреве) протяженного цилиндра основана на предположениях о пренебрежимой малости осевых потоков теплоты по сравнению с радиальными, постоянстве коэффициента конвективной теплоотдачи α от наружной поверхности и температуры окружающей среды t_r , а также о существовании симметрии начального распределения температуры $\Theta_0(r)$ по радиусу цилиндра. Внутренние источники теплоты полагают отсутствующими ($q_{in} = 0$). Сделанные предположения соответствуют следующей математической модели процесса нестационарной теплопроводности тел цилиндрической формы:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \Theta}{\partial \tau} &= a \left(\frac{\partial^2 \Theta}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \Theta}{\partial r} \right); \\ \frac{\partial \Theta}{\partial r} \Big|_{r=0} &= 0; \quad -\lambda \frac{\partial \Theta}{\partial r} \Big|_{r=R} = \alpha \Theta \Big|_{r=R}; \quad \Theta \Big|_{\tau=0} = \Theta_0(r). \end{aligned} \right\} \quad (4.13)$$

Вместо условия равенства нулю производной искомой температуры на оси цилиндра здесь оказывается достаточным менее жесткое требование ограниченности температуры: $\Theta \Big|_{r=0} \neq \infty$.

Общее решение задачи нестационарной теплопроводности цилиндра в рамках сделанных допущений

$$\Theta(\tau, r) = \frac{2}{R^2} \sum_{n=1}^{\infty} \int_0^R r \Theta_0(r) J_0\left(\mu_n \frac{r}{R}\right) dr \frac{J_0\left(\mu_n \frac{r}{R}\right)}{J_0^2(\mu_n) + J_1^2(\mu_n)} \exp\left(-\mu_n^2 \frac{\alpha \tau}{R^2}\right), \quad (4.14)$$

где μ_n — корни характеристического уравнения задачи;

$$J_0(\mu)/J_1(\mu) = \mu/\text{Bi}. \quad (4.15)$$

В уравнение (4.15) входят функции Бесселя действительного аргумента $J_0(\mu)$ и $J_1(\mu)$.

Свойства этих функций хорошо изучены, а численные значения табулированы. Согласно решению (4.14) собственной функцией задачи о теле цилиндрической формы является функция Бесселя $J_0\left(\mu_n \frac{r}{R}\right)$ действительного аргумента.

Среднюю температуру цилиндра определяют суммированием количеств теплоты отдельных элементарных цилиндрических слоев

$$\bar{\Theta}(\tau) = \frac{1}{C_p R^2 \cdot 1} \int_0^R C_p \cdot 2\pi r dr \Theta(\tau, r) = \frac{2}{R^2} \int_0^R r \Theta(\tau, r) dr. \quad (4.16)$$

4.4. КРАТКИЙ АНАЛИЗ ПОЛУЧЕННЫХ РЕШЕНИЙ

Сравнивая полученные решения для тел плоской (4.3), шаровой (4.9) и цилиндрической (4.14) формы, отметим их одинаковую общую структуру, представляющую собой бесконечные ряды, члены которых содержат различные для каждой формы тела собственные функции, различные коэффициенты и одинаковые экспоненциальные множители, определяющие зависимость температуры от времени.

В литературе по теории нестационарной теплопроводности имеются вспомогательные данные, облегчающие практические расчеты по аналитическим данным. Приводятся значения собственных чисел и коэффициентов рядов для задач об охлаждении (нагреве) тел разной формы при их равномерном начальном прогреве ($\Theta_0 = 1$), а также графики (рис. 4.3), построенные по результатам расчетов температур в центре тел, на их поверхности и средних температур пластины, шара и цилиндра. Однако следует иметь в виду, что практические расчеты по таким графикам не отличаются высокой точностью, особенно в области значений безразмерной избыточной температуры Θ , близких к нулю или к

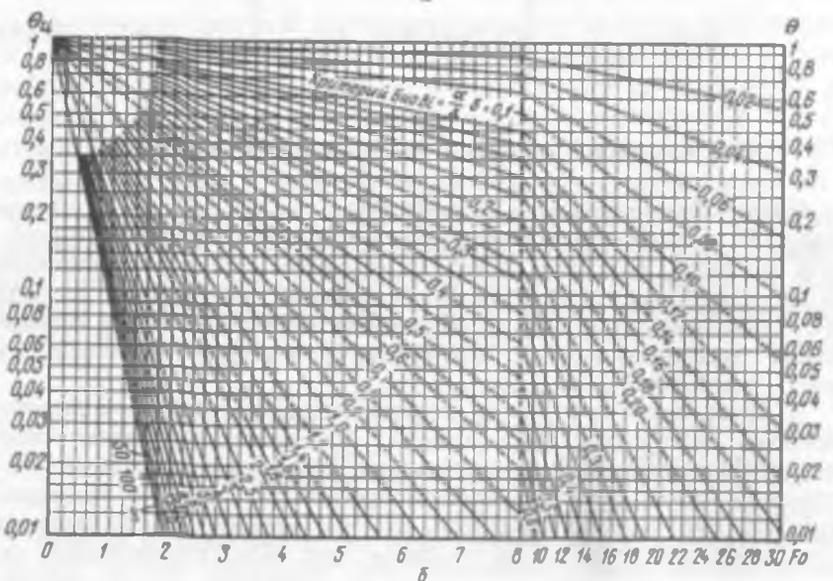
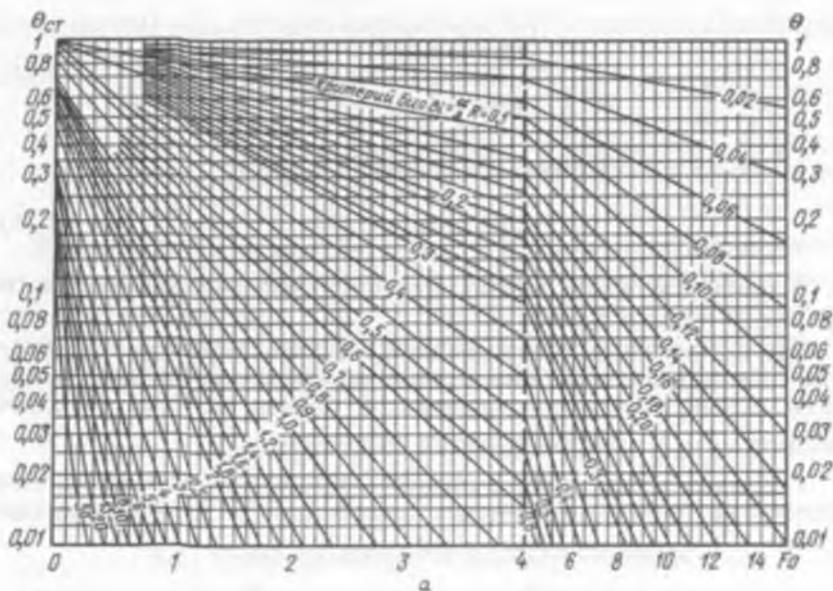
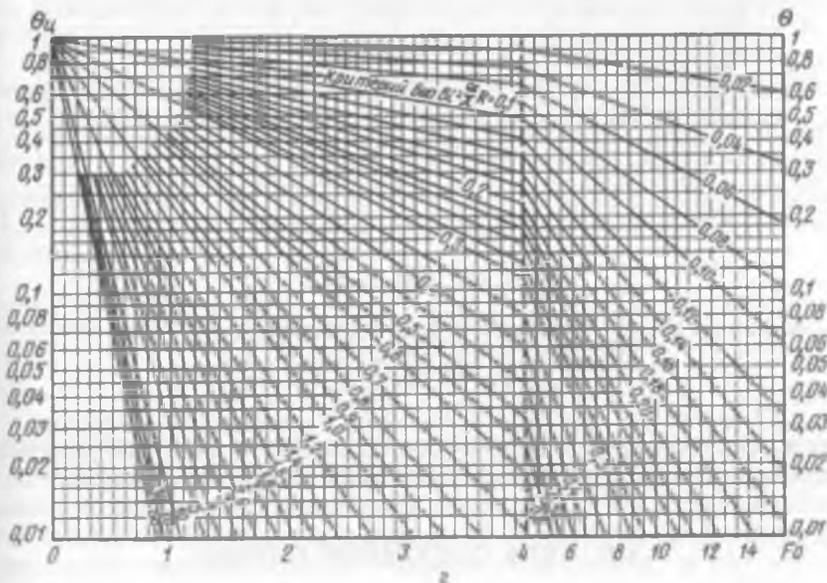
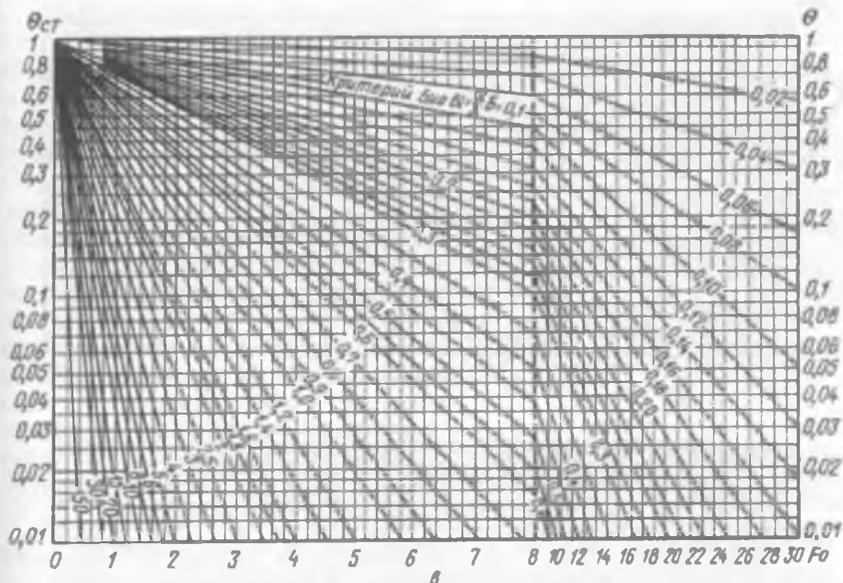


Рис. 4.3. Безразмерная

a — на поверхности цилиндра бесконечной длины: критерии $Bi = \frac{hR}{\lambda}$, $Fo = \frac{\pi}{R^2}$; $\Theta_{ст} = \frac{t_{ср} - t_f}{t_{ср} - t_f}$ b —

ности неограниченной пластины: критерии $Bi = \frac{h\delta}{\lambda}$, $Fo = \frac{\pi}{\delta^2}$; $\Theta_{ст} = \frac{t_{ср} - t_f}{t_{ср} - t_f}$



температура:

в середине неограниченной пластины: критерии: $Bi = \frac{\alpha x}{\lambda}$; $Fo = \frac{\alpha t}{x^2}$; $\Theta_u = \frac{t - t_1}{t_0 - t_1}$; x — на поверх-

т — на оси цилиндра бесконечной длины: критерии: $Bi = \frac{\alpha R}{\lambda}$; $Fo = \frac{\alpha t}{R^2}$; $\Theta_u = \frac{t_u - t_1}{t_0 - t_1}$.

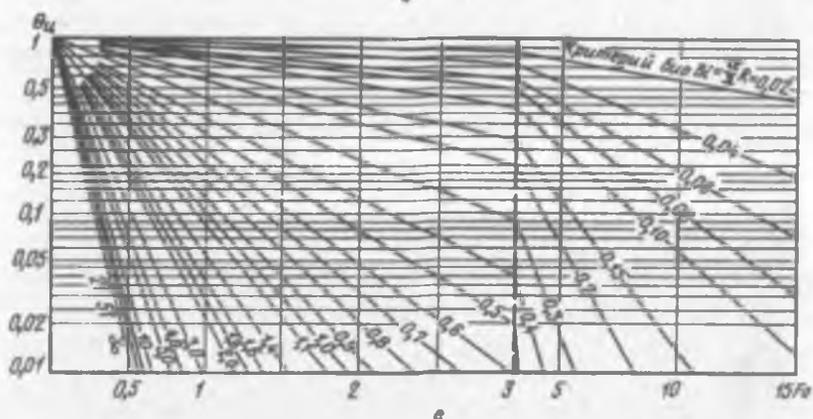
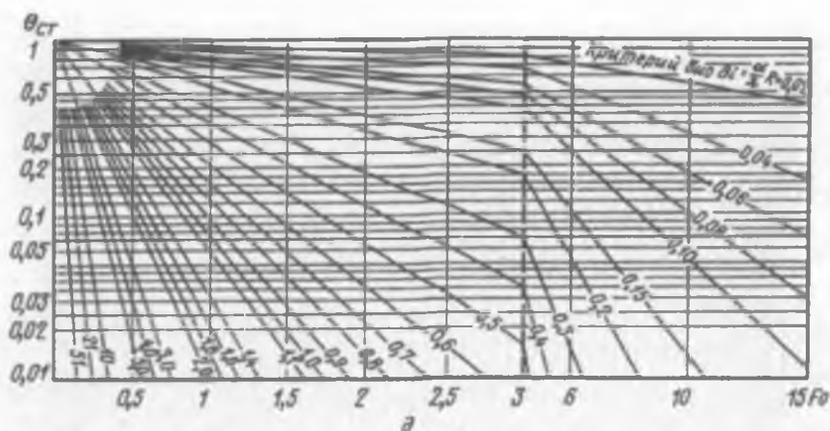


Рис. 4.3. (Продолжение)

δ — на поверхности шара: критерии: $Bi = \frac{\alpha R}{\lambda}$; $Fo = \frac{\alpha t}{R^2}$; $\theta_{ст} = \frac{t_1 - t}{t_1 - t_0}$; e — в центре шара: критерии:

$$Bi = \frac{\alpha R}{\lambda}; Fo = \frac{\alpha t}{R^2}; \theta_{ц} = \frac{t_1 - t}{t_1 - t_0}$$

единице. Расчетные графики для определения температур некоторых внутренних точек тел приводятся в литературе.

4.5. ТЕЛА СОСТАВНОЙ ФОРМЫ

Решения для одномерных тел простых форм (безграничная пластина, цилиндр бесконечной длины и шар) могут быть использованы для расчета температурных полей внутри тел, форма которых состоит из комбинации простых форм.

Можно показать, что температурное поле тела составной формы может быть представлено в виде произведения температурных полей, полученных для составляющих одномерных тел. Следовательно, практические расчеты для тел составных форм проводят путем перемножения результатов вычисления безразмерных избыточных температур для составляющих тел, причем размеры тела по осям координат и коэффициенты теплоотдачи могут быть различными. Возможно также различие и в коэффициентах теплопроводности тела по направлениям x , y и z ($\lambda_x, \lambda_y, \lambda_z$), т. е. в общем случае могут быть разными значения $Bi_i = \alpha_i R_i / \lambda_i$, но коэффициент температуропроводности a должен быть постоянным.

Таким образом, решаются задачи об охлаждении (нагревании) цилиндра конечной длины L $\Theta(r, z, \tau) = \Theta_r(r, \tau, Bi_R) \times \Theta_z(z, \tau, Bi_L)$, где $\Theta_r(r, \tau, Bi_R)$ — решение для бесконечного цилиндра и $\Theta_z(z, \tau, Bi_L)$ — решение для плоского тела, толщина которого равна высоте цилиндра (рис. 4.4) [в формулах (4.2)...(4.7) нужно положить $R = L/2$], а также для прямоугольно-параллелепипеда.

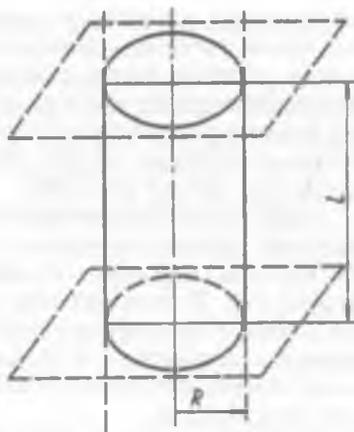


Рис. 4.4. Представление цилиндра конечной длины в виде комбинации простых тел: бесконечного цилиндра и бесконечной плоскости

4.6. ВЛИЯНИЕ ФОРМЫ И РАЗМЕРОВ ТЕЛА НА ВНУТРЕННИЙ ТЕПЛООБМЕН

Задачи о теплообмене решаются достаточно строго для однородных тел простой формы. Если усложняется форма тела и его приходится рассматривать как теплофизически неоднородное, то задача о теплообмене становится более трудной и часто возможны только приближенные решения ее. Трудность задачи возрастает, когда теплофизические свойства тела зависят от его температуры, когда в нем действуют внутренние источники теплоты переменной мощности, а условия теплообмена неодинаковы по его поверхности и изменяются во времени.

Какая-либо из этих сложностей, а часто совокупность их обычно проявляются в теплофизических задачах холодильной

технологии, а поэтому приходится часто пользоваться приближенными частными решениями. Достаточно универсальным методом решения таких сложных теплофизических задач является метод численного интегрирования в различных его модификациях. Однако пользование таким методом расчета в сколько-нибудь сложных случаях, когда его применение оправдано, возможно лишь при работе на ЭВМ.

Даже оставив объектом внимания только форму тела, не затрагивая других названных усложнений задачи о теплообмене, приходится признать большие трудности учета особенностей формы тел. В большинстве случаев учет формы тела приходится связывать с теплофизическим смыслом анализируемого теплообменного процесса, а предложенные приближенные решения такой задачи относятся обычно к процессам простого нагрева или охлаждения.

Можно, однако, в первом приближении дать общее решение задачи об учете формы однородного тела в теплообменных процессах, опираясь на геометрические представления.

Известно соотношение продолжительности охлаждения и замораживания однородных пластин, круглого прямого цилиндра и шара $1:1/2:1/3$ при одинаковых теплофизических свойствах тел, одинаковых условиях охлаждения и при равенстве толщины пластины и диаметров цилиндра и шара. В этом отношении любая правильная призма эквивалентна вписанному цилиндру, а любой правильный многогранник — вписанному шару. Это дает повод искать из геометрических соотношений приближенное решение задачи о продолжительности охлаждения или замораживания тел, отклоняющихся от трех основных простых форм (пластина, цилиндр, шар) по условиям симметрии. Такое решение гораздо проще и универсальнее, чем решение аналогичной теплофизической задачи, но заранее ясно, что оно грубее, так как не учитывает непосредственно искажения температурного поля тела, вызываемого изменениями положения векториальных градиентов температуры при отводе теплоты от несимметричного тела сравнительно с симметричным.

Однако приближенные решения названной задачи, если ими разумно воспользоваться, могут быть полезны для холодильной технологии, так как часто встречаются случаи охлаждения и замораживания тел с частично нарушенной симметрией.

Если принять половину толщины пластины, а также радиусы цилиндра и шара взаимно равными ($l = R$), то отношения объемов этих тел к площади охлаждаемой поверхности $1:1/2:1/3$ повторяют уже названное соотношение продолжительности охлаждения или замораживания этих тел в одинаковых условиях. При этом теплота отводится только от двух противоположащих плоскостей пластины либо от цилиндрической поверхности цилиндра (равно от всех боковых граней правильных призм), либо от всей

поверхности шара (равно от всех граней правильных многогранников).

Обозначим продолжительность теплообменного процесса пластины, цилиндра и шара τ_n, τ_u, τ_w и отношения объемов к площадям охлаждаемым поверхностям тех же тел при $l = R$ как $\Phi_n = V_n/(S_n l) = 1$; $\Phi_u = V_u/(S_u l) = 1/2$; $\Phi_w = V_w/(S_w l) = 1/3$.

Тогда в общем случае будут справедливы соотношения

$$\tau_u \Phi_n = \tau_n \Phi_u; \quad (4.17)$$

$$\tau_w \Phi_n = \tau_n \Phi_w; \quad (4.18)$$

$$\tau_w \Phi_u = \tau_u \Phi_w. \quad (4.19)$$

Эти простые соотношения интересны не по очевидным их числовым выражениям, а по распространению структуры соотношений на различные условия переноса теплоты в телах. Представив такие тела в прямоугольных координатах с точкой начала отсчета в середине тела, можно назвать перенос теплоты в пластине одномерным, в цилиндре и его аналогах (призмах) — двухмерным, а в шаре и его аналогах (многогранниках) — трехмерным.

Пользуясь высказанными соображениями, для расчета процессов в телах с выпуклыми или плоскими поверхностями введем множитель, связывающий объем и площадь теплообменной поверхности тела. Это можно сделать не только для расчета продолжительности процессов, но и в некоторых других случаях. Например, множитель Ψ (см. главу 5) численно соответствует отношению $1/\Phi$.

Пусть в системе прямоугольных координат, начало которых расположено в центре тела, действительно соотношение: $l_1 \geq l_2 \geq l_3$. При этом l_3 — наименьшее из трех обозначенных расстояний — будет половиной толщины пластины или прямоугольного параллелепипеда, полудиagonalю ромба или октаэдра, радиусом цилиндра или шара, наименьшей полуосью эллипса или эллипсоида.

Тогда для тела с плоскими параллельными поверхностями при одномерном отводе теплоты через эти поверхности (пластина)

$$\Phi_n = \frac{V_n}{S_n l_3} = 1.$$

Для параллелепипеда при двухмерном отводе теплоты

$$\Phi_{nn} = \frac{l_2}{l_2 + l_3};$$

для эллиптического цилиндра при двухмерном отводе теплоты

$$\Phi_{\text{э.ц}} = \frac{l_2}{(l_2 + l_3) \left(1 + \frac{m^2}{4} + \frac{m^4}{64} + \frac{m^6}{256} \right)},$$

где $m = \frac{l_2 - l_3}{l_2 + l_3}$,

для ромбической призмы при двухмерном отводе теплоты

$$\Phi_{\text{р.п}} = \frac{l_2}{2\sqrt{\beta_2^2 + \beta_3^2}}.$$

На основании этих формул получены величины, представленные в табл. 4.1.

4.1. Отношение объема к площади поверхности охлаждаемых тел: параллелепипеда при двухмерном отводе теплоты $\Phi_{\text{п.п}}$; эллиптического цилиндра $\Phi_{\text{э.ц}}$; ромбической призмы $\Phi_{\text{р.п}}$

h/h	$\Phi_{\text{п.п}}$	$\Phi_{\text{э.ц}}$	$\Phi_{\text{р.п}}$	h/h	$\Phi_{\text{п.п}}$	$\Phi_{\text{э.ц}}$	$\Phi_{\text{р.п}}$
1	0,500	0,500	0,352	20	0,952	0,782	0,499
2	0,667	0,648	0,446	50	0,980	0,786	0,500
5	0,833	0,748	0,490	100	0,990	0,787	0,500
10	0,909	0,773	0,497	1000	0,999	0,788	0,500

Для параллелепипеда при трехмерном отводе теплоты

$$\Phi_{\text{п.п}} = \frac{l_1 l_2}{l_1 l_2 + l_2 l_3 + l_1 l_3},$$

для трехосного эллипсоида при трехмерном отводе теплоты

$$\Phi_{\text{эл}} = \frac{2l_1 l_2}{3 \left[\beta_3 + \frac{l_2}{\sqrt{\beta_1^2 - \beta_3^2}} [E(\mu, K) + (\beta_1^2 - \beta_3) E(\mu, K)] \right]},$$

где $\mu = \arcsin \sqrt{\frac{\beta_1^2 - l_3^2}{l_1^2}}$; $K = l_1 \frac{\sqrt{\beta_1^2 - \beta_3}}{2\sqrt{\beta_1^2 - \beta_3}}$; $E(\mu, K)$, $E(\mu, K)$ — эллиптические интегралы первого и второго рода;

для трехосного октаэдра при трехмерном отводе теплоты

$$\Phi_{\text{ок}} = \frac{2l_1 l_2}{3\sqrt{(A+B+C)(B+C-A)(A+C-B)(A+B-C)}},$$

где $A = \sqrt{l_1^2 + l_2^2}$; $B = \sqrt{l_2^2 + l_3^2}$; $C = \sqrt{l_1^2 + l_3^2}$.

Величины, полученные по этим формулам, даны в табл. 4.1 и 4.2.

4.2. Отношение объема к площади поверхности охлаждаемых тел: параллелепипеда при трехмерном отводе теплоты $\Phi_{\text{пл}}$; трехосных эллипсоида $\Phi_{\text{эл}}$ и октаэдра $\Phi_{\text{ок}}$

l_1/h	b/h	$\Phi_{\text{пл}}$	$\Phi_{\text{эл}}$	$\Phi_{\text{ок}}$
1	1	0,333	0,333	0,192
2	1	0,400	0,390	0,222
5	1	0,454	0,417	0,233
10	1	0,476	0,422	0,235
20	1	0,488	0,423	0,236
50	1	0,495	0,424	0,236
100	1	0,497	0,425	0,236
1000	1	0,500	0,426	0,236
2	2	0,500	0,483	0,272
5	2	0,588	0,529	0,293
10	2	0,625	0,545	0,297
20	2	0,645	0,549	0,298
50	2	0,658	0,550	0,298
100	2	0,662	0,551	0,298
1000	2	0,666	0,552	0,298
5	5	0,714	0,609	0,321
10	5	0,769	0,628	0,325
20	5	0,800	0,637	0,326
50	5	0,820	0,640	0,327
100	5	0,826	0,641	0,327
1000	5	0,833	0,642	0,327
10	10	0,833	0,650	0,330
20	10	0,869	0,656	0,331
50	10	0,893	0,660	0,332
100	10	0,901	0,661	0,332
1000	10	0,909	0,662	0,332
20	20	0,900	0,662	0,332
50	20	0,934	0,663	0,333
100	20	0,943	0,664	0,333
1000	20	0,951	0,664	0,333
50	50	0,961	0,664	0,333
100	50	0,976	0,665	0,333
1000	50	0,979	0,666	0,333
100	100	0,980	0,666	0,333
1000	100	0,989	0,666	0,333
1000	1000	0,998	0,666	0,333

В табл. 4.1 и 4.2 наибольшие значения Φ соответствуют форме прямоугольного параллелепипеда, а наименьшие — формам ромбической призмы и трехосного октаэдра. Те же величины для эллипсоидального цилиндра и трехосного эллипсоида занимают промежуточное положение между двумя крайними.

Поясним примером предлагаемое использование данных, представленных в табл. 4.1 и 4.2.

Если надо ориентировочно определить продолжительность охлаждения рыбы, теплофизические свойства которой известны, равно как и соотношение размеров по трем пространственным осям, и заданы условия охлаждения, то прежде всего необходимо подобрать ближайший аналог геометрической формы. При выпуклых боках рыбы и умеренной оттянутости головной и хвостовой ее частей таким аналогом будет трехосный эллипсоид. При плоских стопах боков, значительной оттянутости головной и хвостовой частей, существенном убывании толщины (расстояние между боками) от средней части в направлении к голове и хвосту и к спине и брюху в качестве аналога формы уместнее избрать октаэдр. Далее по соотношению длины трех пространственных осей подбирают одну из ближайших простых форм тела (пластина, цилиндр, шар) и для такой формы решают задачу о продолжительности охлаждения в условиях, тождественных заданным, и при теплофизических свойствах тела, также тождественных заданным. Результат решения умножается на величину Φ , взятую из табл. 4.1 или 4.2 (или интерполированную) для соотношения размеров тела такого же, как у рыбы, с учетом связи τ_n , $\tau_{ш}$, $\tau_{ш}$ со значениями Φ , рассчитанными по формулам (4.17)...(4.19). Так же следует поступить при определении продолжительности замораживания той же рыбы с учетом различия методов расчета охлаждения и замораживания.

Интерес к соотношениям основных геометрических размеров, массы, объема и площади поверхности разнообразных пищевых продуктов, для которых есть какая-то устойчивость этих соотношений, проявляется уже давно, так как он вызван многими технологическими потребностями. В справочниках и специальных руководствах, а также в публикациях, представленных в журналах и сборниках, можно найти немало таких данных. Имеются данные о названных соотношениях для говяжьих, свиных и бараньих туш, для распространенных промысловых пород рыб и некоторых растительных продуктов. Их можно с успехом использовать в тех случаях, когда форма тел далека от форм, для которых приведены данные в табл. 4.1 и 4.2.

Предлагаемый способ учета формы тел в теплообменных процессах дает ощутимо меньшую погрешность, чем простое условное уподобление, к которому часто прибегают в холодильной

технологии, когда плоскую рыбу (например, леща) просто уподобляют пластине, а округлую (например, сома) — цилиндру. Так же поступают во многих случаях, не отклоняясь в расчете от простых форм тел, для которых имеются достаточно точные решения.

Все же предлагаемый способ учета формы тел, подвергаемых холодильной обработке, можно оценивать только как ориентировочный, поэтому отношение $V/(SI)$ достаточно точно корректирует тепловые расчеты для тел простой формы, но эта точность уменьшается при нарушении симметрии, особенно если велик коэффициент теплоотдачи на поверхности. Погрешность предлагаемого метода корректировки меньше при двухмерном отводе теплоты, чем при трехмерном. Она наиболее значительна в случаях, когда $l_1/l_3 = 2$ и $l_2/l_3 = 2$, убывая по мере уменьшения или увеличения любого из этих отношений.

Преимущество описанного способа учета формы тел — в его простоте и широкой универсальности для различных теплообменных процессов холодильной технологии, несовершенство — в его недостаточной точности.

В некоторых частных процессах теплообмена, реализуемых в холодильной технологии, для учета влияния формы тел можно пользоваться и другими приемами, которые будут рассмотрены далее.

5. ОБЩИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ ПРИ ХОЛОДИЛЬНОЙ ОБРАБОТКЕ ПИЩЕВЫХ ПРОДУКТОВ

5.1. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ СООТНОШЕНИЯ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПОЛЯ ТЕМПЕРАТУР И СРЕДНЕОБЪЕМНЫЕ ТЕМПЕРАТУРЫ

В технических задачах холодильной технологии применяют изложенные в главе 4 решения одномерной задачи. Использование этих решений возможно в аналитической или графической форме.

Исторически в холодильной технологии применяют и эмпирические соотношения для определения поля температур.

Приняв $x = 0$ в центре тела, $x = l$ на его поверхности, при расположении оси x в направлении кратчайшего расстояния от

центра к поверхности при температурах центра t_u и поверхности t_{CT} (рис. 5.1), можно представить зависимость, описывающую поле температур, как

$$t_x = t_u - \left(\frac{x}{l}\right)^n (t_u - t_{CT}). \quad (5.1)$$

Показатель степени n в этом выражении постоянен в каждый данный момент, но меняется во времени при развитии типичных нестационарных процессов холодильной технологии. Представление об изменении температуры по оси x в случае отвода или подвода теплоты в зависимости от показателя степени n даст рис. 5.1.

Изменение значения n в нестационарных процессах холодильной технологии зависит от размера и теплофизических свойств тела, а также от коэффициента теплоотдачи α . При $\alpha \rightarrow \infty$ также $n \rightarrow \infty$, но обычно значения n конечные и всегда положительные.

Например, при размораживании говяжьей полутуши, покрытой полиэтиленовой пленкой и орошаемой теплой водой, изменяли температуру поверхности, центра и промежуточного слоя бедра полутуши.

В табл. 5.1 представлены результаты измерений температуры в моменты времени от 0 до 16 ч в каждой из трех точек на различной глубине, где измерялась температура (температурные изобаты), и в виде зависимости температуры от координаты точки измерения в различные моменты времени (температурные изохроны).

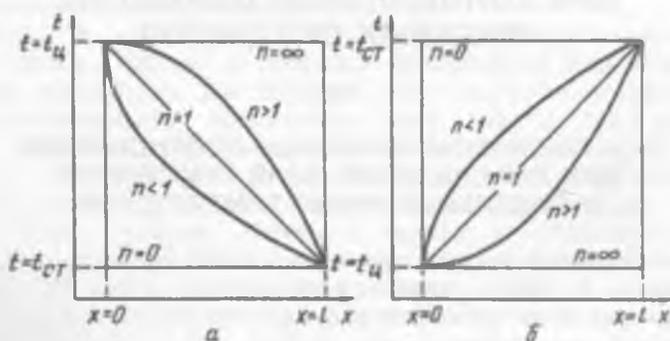


Рис. 5.1. Зависимость изменения температуры t по толщине тела x от показателя степени n в формуле (5.1) в нестационарных теплообменных процессах:

$n=0$ — при отводе теплоты от поверхности тела; $n=1$ — при подводе теплоты к поверхности тела

5.1. Результаты измерения температуры в трех точках говяжьей полушши, °С

Координата x точки измерения температуры	Температура	Время τ , ч									
		0	2	4	6	8	10	12	14	16	
0	$t_{ц}$	-7,8	-5,0	-3,6	-3,0	-2,2	-1,8	-1,0	0,0	+1,8	
0,5/	t_x	-7,2	-4,6	-3,0	-2,0	-0,8	-0,1	+1,0	+2,4	+4,8	
1	$t_{ст}$	-6,6	-2,0	+1,0	+5,2	+9,4	+12,4	+15,0	+17,0	+17,2	
n		1,00	2,91	2,94	3,04	3,09	3,06	3,00	2,82	2,38	

Тогда, используя эти экспериментальные данные, по формуле (5.1) можно рассчитать значения n для фиксированных моментов времени и построить зависимость $n = f(\tau)$ (рис. 5.2).

Если холодильная обработка продуктов выполняется в воздухе, то обычно $3 \geq n \geq 1$, а если она осуществляется с применением жидкостей, то $4 \geq n \geq 1$ на протяжении всего процесса. Отклонения от этих пределов возникают сравнительно редко.

Формула (5.1) не всегда точно описывает любую температурную изохрону тела; отклонения реальных изохрон от соответствующих формуле (5.1) легко обнаруживаются вычислением. Так, если по реальным опытным температурным изохронам вычислить показатель степени n , приняв различные значения $l > x > 0$ и соответствующие им значения t_x , то вычисленные показатели степени n могут не вполне совпадать один с другим. Однако формулу (5.1) можно считать вполне приемлемой аппроксимацией для описания реальных температурных изохрон, простой и удобной при математическом описании температурного поля тела.

Обычно числовые значения n , соответствующие наибольшему приближению расчетного изменения температуры тела по его толщине к действительному, удается получить, когда для расчета n берут точку с координатой $x = 0,5l$ или близкую к ней.

Однако, чтобы воспользоваться этой формулой для расчета нестационарного температурного поля, необходимо из графиков (см. рис. 4.3) или результатов эксперимента отыскать значения $t_{ц}$ и $t_{ст}$, а также иметь экспериментально найденную зависимость $n = f(\tau)$ (см. рис. 5.2).

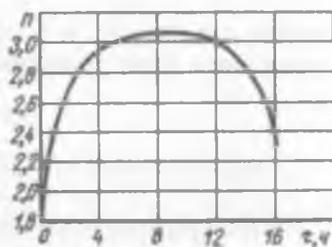


Рис. 5.2. Зависимость показателя степени n от времени τ при размораживании бедра говяжьей полушши в полиэтиленовой пленке орошаемой теплой водой

В анализе теплофизических процессов холодильной технологии и соответствующих тепловых расчетах необходимой величиной является среднеобъемная температура тела, которая в нестационарных процессах меняется во времени в соответствии с изменением поля температур и в зависимости от влияния температуры на теплофизические свойства тела. Физически следует представлять среднеобъемную температуру тела как достигаемую в адиабатных условиях, если задана характеристика температурного поля тела в предшествующий момент. Если теплоемкость тела представляет собой функцию температуры, а температурное поле его неравномерно, то отыскание среднеобъемной температуры становится сложной задачей. Задача упрощается, когда теплоемкость можно считать не зависящей от температуры или пользоваться представлением о среднеобъемной теплоемкости. Тогда среднеобъемная температура тела представляется интегралом

$$t_v = \frac{1}{V} \int_V t_x dV. \quad (5.2)$$

Из формулы (5.2) можно получить частные решения для трех классических простых форм однородных тел:

для пластины (при решении в прямоугольных координатах)

$$t_v = \frac{1}{l} \int_0^l t_x dx;$$

для бесконечного прямого цилиндра (при решении в цилиндрических координатах)

$$t_v = \frac{2}{\rho} \int_0^2 t_x x dx;$$

для шара (при решении в сферических координатах)

$$t_v = \frac{3}{\rho} \int_0^3 t_x x^2 dx.$$

В этих трех решениях сохраняется условие $x = 0$ в центре тела и $x = l$ на его поверхности.

Используя формулу (5.1), получим в общем случае

$$t_v = t_{ц} - \psi(t_{ц} - t_{cm}), \quad (5.3)$$

где ψ — продолжительность теплообменного процесса для различных видов тел: для пластины $\psi = 1/(n + 1)$; для цилиндра $\psi = 2/(n + 2)$; для шара $\psi = 3/(n + 3)$.

Сопоставляя формулы (5.1) и (5.3), легко определить координату точки, температура которой оказывается численно равной среднеобъемной температуре тела. Эту координату находят из зависимости

$$x = l\psi^{1/n}.$$

Для использования формулы (5.3) при теплофизических расчетах холодильной технологии требуется задать температуру поверхности тела, что соответствует по этому признаку граничным условиям первого рода. Обычно нет возможности задать численно температуру поверхности тела или продукта при его холодильной обработке. Поэтому возникает необходимость перейти к граничным условиям третьего рода, задав температуру теплоотводящей среды и коэффициент теплоотдачи на поверхности тела, что вполне осуществимо.

Из дифференциального уравнения теплообмена, выражающего граничные условия третьего рода в виде равенства количества теплоты, передаваемого внутри тела теплопроводностью и на его поверхности конвекцией и представленного в форме

$$-\lambda \frac{\partial t}{\partial x} = \alpha(t_{\text{CT}} - t_{\text{T}}),$$

получим производную

$$\frac{\partial t}{\partial x} = -\frac{\alpha}{\lambda}(t_{\text{CT}} - t_{\text{T}}).$$

Из выражения (5.1) при $x = l$ та же производная будет иметь вид

$$\frac{\partial t}{\partial x} = -\frac{n}{l}(t_{\text{Ц}} - t_{\text{CT}}).$$

Приравняв оба выражения производной и приняв во внимание критерий Био $Bi = \alpha l / \lambda$, получим далее

$$n(t_{\text{Ц}} - t_{\text{CT}}) = Bi(t_{\text{CT}} - t_{\text{T}}).$$

Несложное преобразование последнего соотношения дает

$$t_{\text{Ц}} - t_{\text{CT}} = \frac{Bi}{Bi + n}(t_{\text{Ц}} - t_{\text{T}}). \quad (5.4)$$

Тогда совместное решение формул (5.3) и (5.4) позволяет получить выражение среднеобъемной температуры тела для граничных условий третьего рода

$$t_{\text{V}} = t_{\text{Ц}} - \frac{Bi}{Bi + n}\psi(t_{\text{Ц}} - t_{\text{T}}). \quad (5.5)$$

Для краткости записи обозначим

$$\frac{B_i}{B_i + n} = B.$$

Представления, связанные с характеристиками поля температур продукта и его среднеобъемной температурой, важны для описания и анализа теплофизических процессов холодильной технологии и имеют большую практическую значимость. Например, когда продукты после охлаждения или замораживания направляют в камеру холодильного хранения, то это не должно вызывать повышения или понижения температуры в камере. При этом продолжительность охлаждения или замораживания определяется временем достижения продуктом температуры его последующего хранения. Такое условие будет соблюдено, если принять среднеобъемную температуру продукта равной температуре воздуха в камере хранения.

5.2. ПРОДОЛЖИТЕЛЬНОСТЬ ОХЛАЖДЕНИЯ

Продолжительность охлаждения можно рассчитать на основе закона регулярного теплового режима. В холодильной технологии этим методом пользуются особенно широко вследствие его простоты и универсальности.

Для холодильной технологии представляют интерес лишь некоторые стороны содержания и практических приложений этих исследований.

Первая стадия простого охлаждения или нагревания тела сильно зависит от его начального температурного поля; это иррегулярная стадия охлаждения или нагревания.

Вторая стадия независимо от начального температурного поля характеризуется экспоненциальным изменением температуры во всех точках тела, а также его среднеобъемной температуры во времени; эта стадия называется регулярным тепловым режимом.

Третья стадия, теоретически наступающая спустя лишь бесконечно длительное время от начала охлаждения, характеризуется достижением теплового равновесия, когда температура тела во всех его точках становится равной температуре внешней охлаждающей или нагревающей среды.

Таким образом, регулярный тепловой режим наступает лишь спустя некоторое время после начала теплообмена, но затем длится неограниченный период времени. Продолжительность первой иррегулярной стадии процесса зависит от сочетания геометрических, теплофизических свойств тела, его начального тем-

пературного поля и условий охлаждения. В частных случаях она может быть представлена как функция критерия Био.

Из классического решения задачи о простом охлаждении или нагревании тел следует, что существуют условия, когда при достаточно большой величине критерия Фурье наступает регулярный тепловой режим.

Пусть при охлаждении в среде с неизменной температурой и постоянным коэффициентом теплоотдачи не меняются теплофизические свойства тела и можно пренебречь тепловыделениями и теплопотерями, не учитываемыми постоянной теплоемкостью тела.

Представим уравнение теплового баланса при охлаждении в виде равенства произведения массы G , теплоемкости C и изменения температуры dt , с одной стороны, и количества теплоты, отведенного от поверхности тела, — с другой,

$$-GCdt = \alpha(t-t_r)Sdt.$$

Обозначим комплекс величин $\alpha S/(GC) = m$.

В этом случае из написанного уравнения теплового баланса при малых значениях критерия Био или без учета неравномерности температурного поля тела во время охлаждения скорость понижения температуры t в любой точке тела выражают законом Ньютона

$$\frac{dt}{dt} = -m(t - t_r). \quad (5.6)$$

Переходя к переменной избыточной температуре $\vartheta = t - t_0$, имеем

$$d\vartheta/dt = -m\vartheta,$$

или

$$d\vartheta/\vartheta = -m dt. \quad (5.7)$$

Интегрируя выражение (5.7) и принимая во внимание, что постоянная интегрирования из условия $\tau = 0$ окажется начальной избыточной температурой $\vartheta_H = t_H - t_r$, получим

$$\tau = \frac{1}{m} \ln(\vartheta_H/\vartheta). \quad (5.8)$$

Из выражения (5.8) найдем продолжительность охлаждения в пределах действия закона, представленного формулой (5.6).

Отыскание величины m — темпа охлаждения — связано с проведением эксперимента.

Пусть для моментов времени τ_1 и τ_2 формула (5.8) примет вид

$$\tau_1 = \frac{1}{m} \ln(\vartheta_H/\vartheta_1) \quad (5.8a)$$

$$\tau_2 = \frac{1}{m} \ln(\vartheta_H/\vartheta_2) \quad (5.8b)$$

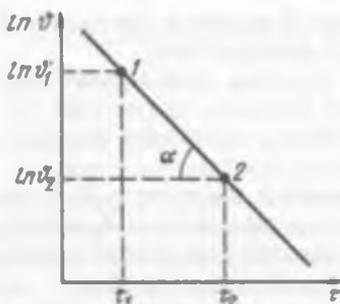


Рис. 5.3. Зависимость логарифма избыточной температуры $\ln \theta$ от времени τ при регулярном режиме охлаждения

Вычтя из формулы (5.8а) формулу (5.8б), получим

$$(\tau_2 - \tau_1) = \frac{1}{m} [\ln (\theta_H / \theta_1) - \ln (\theta_H / \theta_2)].$$

Тогда

$$m = (\ln \theta_1 - \ln \theta_2) / (\tau_2 - \tau_1).$$

Представим графическую интерпретацию формулы (рис. 5.3).

Из анализа графика прямой линии между точками 1 и 2 на рис. 5.3 видно, что m представляет собой угловой коэффициент

$$m = \operatorname{tg} \alpha = (\ln \theta_1 - \ln \theta_2) / (\tau_2 - \tau_1).$$

Как видно из рис. 5.3, чем быстрее понижается температура тела, тем больше будет угол наклона α , а значит, тем больше m . Параметр m назван темпом охлаждения, так как по его значению можно судить о скорости процесса.

Формулу (5.8) можно представить в виде

$$\theta = \theta_H \exp(-m\tau). \quad (5.9)$$

Для характеристики поля температур тела вводят также коэффициент неравномерности температурного поля Ψ в виде отношения избыточной температуры поверхности тела к его среднеобъемной избыточной температуре

$$\Psi = \theta_{\text{ст}} / \theta_v.$$

В предельных случаях при $\alpha \rightarrow \infty$ $\theta_{\text{ст}} \rightarrow 0$ и $\Psi \rightarrow 0$; при $\alpha \rightarrow 0$ $\theta_{\text{ст}} \rightarrow \theta_v$ и $\Psi \rightarrow 1$.

Таким образом, коэффициент неравномерности температурного поля тела представляет собой положительную правильную дробь. Он остается постоянным, когда охлаждение или нагревание любого данного тела совершается по закону регулярного теплового режима.

С учетом коэффициента неравномерности температурного поля общее выражение темпа охлаждения таково:

$$m = \Psi \frac{nS}{GC} \quad (5.10)$$

При $\alpha = 0$ темп охлаждения обращается в нуль, а это соответствует прекращению охлаждения, что совершенно логично.

Формула (5.10) выражает темп охлаждения как величину, пропорциональную отношению площади поверхности тела к его общей теплоемкости с множителем в виде произведения $\Psi\alpha$, превращающегося в неопределенность при $\alpha = \infty$. Но по физическому смыслу явлений условие $\alpha = \infty$ означает, что температура поверхности постоянна на протяжении всего охлаждения и равна температуре внешней среды, а это сводит теплообменный процесс к граничным условиям первого рода. Тогда темп охлаждения при $\alpha = \infty$, обозначаемый m , будет, очевидно, зависеть от теплопроводности тела a и его геометрической характеристики K_{ϕ} , связывающей форму и размеры:

$$m = \frac{a}{K_{\phi}} \quad (5.11)$$

Темп охлаждения m есть конечная положительная величина, постоянная для тела данных размеров и формы при данной величине коэффициента его теплопроводности.

Таким выражением для определения продолжительности охлаждения часто пользуются в холодильной технологии; применимость его неоднократно подтверждена даже в случаях охлаждения плодов и мяса в воздухе, хотя при этом происходят внутренние тепловыделения и отвод теплоты испарением. При расчетах по выражению (5.8) множитель m берут по данным опыта. Видимо, постепенное убывание внутренних тепловыделений продуктов и одновременное сокращение отвода теплоты испарением взаимно компенсируются. Так, оказывается, что экспоненциальное понижение температуры тела, выраженное формулой (5.9), в случае простого охлаждения происходит не только при малых значениях критерия Био, но и в том случае, когда охлаждается тело значительных размеров с малой теплопроводностью и при интенсивном теплообмене на его поверхности. Именно поэтому законом, представленным формулами (5.6)...(5.9), в простых теплофизических задачах холодильной технологии пользуются с удобством и с успехом, хотя этот закон не дает полного представления о регулярном тепловом режиме — его можно считать лишь частным вариантом, применимым к однородным и неоднородным телам любой формы.

6. ОСНОВЫ КОНВЕКТИВНОГО ТЕПЛООБМЕНА

В данной главе рассматриваются физические основы и математическая постановка различных задач конвективного теплообмена между теплоносителями и теплообменными поверхностями.

6.1. ТЕПЛООБМЕН ПРИ ВЫНУЖДЕННОМ ТЕЧЕНИИ ТЕПЛОНОСИТЕЛЯ

Элементарный вид конвективного переноса теплоты движущейся средой записывается в виде вектора $\vec{q}_k = \vec{u} C_p t$, где \vec{u} — скорость движения среды. На практике конвективный теплообмен сопровождается переносом теплоты путем теплопроводности в движущейся среде, причем относительная интенсивность этих двух элементарных переносов может изменяться в зависимости от расстояния до теплообменной поверхности.

При взаимодействии потока теплоносителя с твердой поверхностью, температура которой отличается от температуры потока, между поверхностью и потоком происходит теплообмен, интенсивность которого в первом приближении принято считать пропорциональной разности между температурой потока t_r , усредненной по направлению передаваемого потока теплоты q , и температурой поверхности $t_{ст}$ (рис. 6.1).

$$q = \alpha(t_r - t_{ст}). \quad (6.1)$$

В уравнении (6.1) коэффициент теплоотдачи α представляет собой величину, обратную термическому сопротивлению процесса переноса теплоты от теплоносителя к теплообменной поверхности. На коэффициент теплоотдачи α заметно влияет гидродинамическая обстановка в потоке теплоносителя, особенно в непосредственной близости от стенки. Значение α зависит также от вязкости среды, формы и шероховатости поверхности и других факторов. Во многих процессах коэффициент теплоотдачи является функцией температур t_r и $t_{ст}$.

Основная задача конвективной теплоотдачи. Определение теплового потока между теплоносителем и теплообменной поверхностью (точнее, нахождение α) представляет собой основную задачу конвективной теплоотдачи.

Теплота, отдаваемая теплоносителем, передается теплообменной поверхности за счет теплопроводности пристенного ламинарного слоя вязкой среды:

$$q = \alpha(t_r - t_{ст}) = \lambda \left. \frac{\partial t}{\partial n} \right|_{ст}, \quad (6.2)$$

где λ — коэффициент теплопроводности теплоносителя; $\left. \frac{\partial t}{\partial n} \right|_{ст}$ — значение градиента температуры в направлении нормали к стенке, взятое при координате стенки.

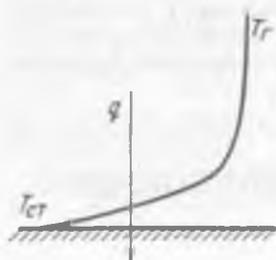


Рис. 6.1. Теплообмен потока теплоносителя с поверхностью

Из уравнения конвективной теплоотдачи (6.2) путем деления левой его части на правую и замены производной $\left. \frac{dt}{dn} \right|_{ст}$ на пропорциональное ей отношение разности температур $t_r - t_{ст}$ к характерному геометрическому размеру системы l получается безразмерная группа величин

$$\frac{\alpha(t_r - t_{ст})}{\lambda \frac{t_r - t_{ст}}{l}} = \frac{\alpha l}{\lambda} = Nu. \quad (6.3)$$

Таким образом, число (критерий) Нуссельта Nu является отношением количества теплоты, передаваемой поверхности за счет конвективного теплообмена, к количеству теплоты, которое передавалось бы только за счет теплопроводности поперек неподвижного слоя теплоносителя толщиной l при разности температур на внешних сторонах такого слоя, равной $t_r - t_{ст}$. Критерий Nu содержит коэффициент теплопроводности теплоносителя, а не твердой стенки, как это было в критерии Bi .

Критерий Нуссельта является основной безразмерной формой записи коэффициента теплоотдачи и широко используется в расчетной практике и при анализе теоретических результатов процесса конвективного теплообмена.

Аналитический расчет коэффициента теплоотдачи α в настоящее время не представляется возможным. Поэтому наиболее надежны обобщенные данные экспериментального исследования реальных процессов.

Критериальные соотношения. Экспериментальные данные обычно представляются в безразмерном виде как зависимость между определяемым значением критерия Нуссельта и критериями подобия, в которые входят многочисленные величины, влияющие на интенсивность процесса теплообмена.

Согласно теории подобия исходное математическое описание процесса в виде дифференциальных уравнений и соответствующих условий однозначности может быть эквивалентно представлено как некоторая связь между безразмерными комплексами, составленными из исходных размерных величин, входящих в математическое описание процесса. Явная форма зависимости между этими комплексами (критериями подобия) получается путем проведения экспериментальных исследований и часто представляется в виде степенной зависимости, которая удобна при обработке опытных данных и достаточно гибка для описания экспериментальных результатов в широком диапазоне изменения безразмерных переменных. Можно сказать, что критериальные соотношения представляют собой результат опытного интегрирования уравнений математического описания процесса.

6.2. ТЕПЛОТДАЧА, НЕ СОПРОВОЖДАЮЩАЯСЯ ИЗМЕНЕНИЕМ АГРЕГАТНОГО СОСТОЯНИЯ

Вынужденное движение. Теплоотдача при развитом турбулентном течении и прямых трубах ($Re > 10\,000$)

$$Nu = 0,021 \epsilon_r Re^{0,8} Pr^{0,43} \left(\frac{Pr}{Pr_{ст}} \right)^{0,25}, \quad (6.4)$$

где $Nu = \frac{\alpha d_s}{\lambda}$ — критерий Нуссельта; α — коэффициент теплоотдачи, Дж/(м²сК); d_s — эквивалентный диаметр, м; λ — коэффициент теплопроводности, Дж/(мсК); ϵ_r — поправочный коэффициент; $Re = \frac{w d_s \rho}{\mu}$ — критерий Рейнольдса; $w = V_{сек}/f$ — средняя скорость потока, м/с (здесь $V_{сек}$ — секундный расход жидкости (газа), м³/с; f — площадь сечения); ρ — плотность, м³/с; μ — динамический коэффициент вязкости, Н·с/м²; Pr и $Pr_{ст}$ — критерии Прандтля для потока; $Pr = \frac{c_p \mu}{\lambda}$; c_p — удельная теплоемкость при $p = const$, Дж/(кг·К).

Если f — площадь живого сечения потока, а Π — полный (смоченный) периметр независимо от того, какая часть этого периметра участвует в теплообмене, то

$$d_s = \frac{4f}{\Pi}. \quad (6.5)$$

Для труб круглого сечения $d_s = d$.

Значения поправочного коэффициента ϵ_r , учитывающего влияние на коэффициент теплоотдачи отношения длины трубы l к диаметру d , приведены в табл. 6.1 (при турбулентном режиме).

6.1. Значения поправочного коэффициента ϵ_r при различных значениях отношения длины трубы l к ее диаметру d

Re	l/d				
	10	20	30	40	50 и более
1·10 ⁴	1,23	1,13	1,07	1,03	1
2·10 ⁴	1,18	1,10	1,05	1,02	1
5·10 ⁴	1,13	1,08	1,04	1,02	1
1·10 ⁵	1,10	1,06	1,03	1,02	1
1·10 ⁶	1,05	1,03	1,02	1,01	1

Формулу (6.4) можно использовать для расчета теплоотдачи в трубах и каналах любой формы поперечного сечения как при нагревании, так и при охлаждении жидкостей и газов. Влияние направления теплового потока учитывается отношением $Pr/Pr_{ст}$.

В формуле (6.4) значения физических констант следует брать:

- а) в случае вычисления критерия Pt_{CT} при температуре стенки, соприкасающейся с потоком;
- б) в случае вычисления критериев Nu , Re и Pt при средней температуре жидкости (газа)

$$t_{ж} = \frac{t_{ст} + t_{жст}}{2} \quad (6.6)$$

Следует отметить, что поправка, учитывающая направление теплового потока $(Pt/Pt_{CT})^{0,25}$ в формуле (6.4) и в других формулах, приведенных ниже, при небольших значениях разности $t_{ж} - t_{CT}$ мало отличается от единицы.

У капельных жидкостей с увеличением температуры значение критерия Pt уменьшается. Поэтому для капельных жидкостей величина Pt/Pt_{CT} будет больше единицы при нагревании жидкости и меньше единицы при охлаждении жидкости.

Ниже приведены приближенные значения критерия Pt для газов:

одноатомных	0,67
двухатомных	0,72
трехатомных	0,80
четырёх- и многоатомных	1,00

Таким образом, формулу (6.4) для газов можно привести к виду

$$Nu = \text{const } \epsilon / Re^{0,8} \quad (6.7)$$

Например, для воздуха

$$Nu = 0,018\epsilon / Re^{0,8} \quad (6.8)$$

Теплоотдача при переходном режиме ($2300 < Re < 10\ 000$) в прямых трубах и каналах. Надежных формул для этой области не имеется. Рекомендуется расчет производить по графику (рис. 6.2).

Теплоотдача при ламинарном режиме ($Re < 2300$) в прямых трубах. В неизотермических условиях параллельно-струйчатого движения не может быть, так как возникают конвекционные токи, турбулизирующие поток. Эта турбулизация зависит от того, горизонтально или вертикально расположена труба, совпадают

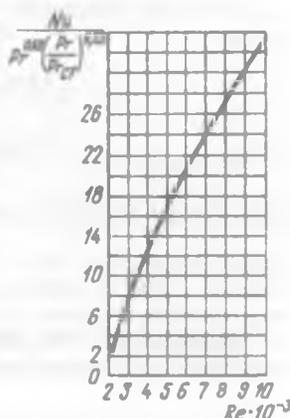


Рис. 6.2. Зависимость критерия Nu от критерия Re при переходном режиме

или не совпадают направления свободного и вынужденного движения жидкостей и т. д. Точно учесть влияние всех факторов весьма трудно. Для практических расчетов при $10 < Re < 2000$ рекомендуется во всех случаях пользоваться следующей приближенной формулой:

$$Nu = 0,15 \epsilon_l Re^{0,33} Pr^{0,43} Gr^{0,1} \left(\frac{Pr}{Pr_{ст}} \right)^{0,25}, \quad (6.9)$$

где $Gr = \frac{d^3 \rho^2 \beta \Delta t g}{\mu}$ — критерий Грасгофа; β — коэффициент объемного расширения, $1/^\circ C$; Δt — разность температур жидкости и стенки (или наоборот), $^\circ C$; g — ускорение свободного падения, m/c^2 .

Значения коэффициента ϵ_l для ламинарного режима приведены ниже.

$l/d,$	10	15	20	30	40	50 и более
ϵ_l	1,28	1,18	1,13	1,05	1,02	1

В формуле (6.9) значения физических констант следует брать: а) в случае вычисления критерия $Pr_{ст}$ при температуре стенки, соприкасающейся с потоком;

б) в случае вычисления остальных критериев при средней температуре потока

$$t_{ж} = \frac{t_{нач} + t_{кон}}{2}, \quad (6.10)$$

Для воды формула (6.9) приводится к виду

$$\alpha = B w^{0,33} \Delta t^{0,1} \left(\frac{Pr}{Pr_{ст}} \right)^{0,25} d_{0,63}. \quad (6.11)$$

Величина $B = \frac{0,17 (\epsilon \beta)^{0,1} Pr^{0,43}}{\nu^{0,33}}$ имеет следующие значения в зависимости от средней температуры воды:

$t_w, ^\circ C$	10	20	30	40	60	80	100	200
B	140	162	178	188	203	215	224	245

Теплоотдача при движении потока вдоль плоской стенки. Для значений критерия $Re > 10^5$ применяется приближенная формула

$$Nu = 0,037 Re^{0,8} Pr^{0,43} \left(\frac{Pr}{Pr_{ст}} \right)^{0,25}, \quad (6.12)$$

где $Nu = \frac{\alpha l}{\lambda}$; $Re = \frac{w l}{\nu}$; $Pr = \frac{\nu}{a}$.

Для воздуха формула (6.12) упрощается:

$$\text{Nu} = 0,032\text{Re}^{0,8}. \quad (6.13)$$

В уравнениях (6.12) и (6.13) значения физических констант надо брать при начальной температуре потока.

В качестве определяющего линейного размера, входящего в критерии Re и Nu, берется длина l теплоотдающей стенки по направлению движения потока.

Теплоотдача при движении потока вдоль плоской стенки при ламинарном режиме движения жидкостей ($\text{Re} < 10^5$). Расчетная формула для критерия Nu имеет вид

$$\text{Nu} = 0,76\text{Re}^{0,5}\text{Pr}^{0,43} \left(\frac{\text{Pr}}{\text{Pr}_{\text{ст}}} \right)^{0,25}. \quad (6.14)$$

Для воздуха формула упрощается:

$$\text{Nu} = 0,66\text{Re}^{0,5}. \quad (6.15)$$

Формулы (6.12)...(6.15) не учитывают начальной турбулентности, а при малых скоростях не учитывают также влияния свободного движения.

В случае возможности возникновения свободных токов следует проводить поверочный расчет для свободного движения и принимать большее из двух значений коэффициента теплоотдачи.

Теплоотдача при стекании жидкости пленкой по вертикальной поверхности. При турбулентном стекании пленки ($\text{Re} < 2000$)

$$\text{Nu} = 0,01(\text{GaPrRe})^{1/3}; \quad (6.16)$$

при ламинарном стекании пленки ($\text{Re} < 2000$)

$$\text{Nu} = 0,67(\text{Ga}^2\text{Pr}^3\text{Re})^{1/9}, \quad (6.17)$$

где в формулах (6.16) и (6.17): $\text{Nu} = \frac{\alpha H}{\lambda}$; $\text{Ga} = \frac{H^3 \rho^2 g}{\mu^2 \lambda}$; $\text{Re} = \frac{vd\rho}{\mu}$; α — коэффициент теплоотдачи, Дж/(м²с·К); H — высота поверхности, м; λ — коэффициент теплопроводности жидкости, Дж/(м·с·К); ρ — плотность жидкости, кг/м³; μ — динамический коэффициент вязкости жидкости, Н·с/м²; g — ускорение свободного падения, м/с²; $d_s = 4f/\Pi$ — эквивалентный диаметр пленки, м; f — площадь поперечного сечения пленки, м²; Π — омываемый пленкой периметр, м.

Значения физических констант следует брать при средней температуре пограничного слоя (пленки)

$$t_{\text{пл}} = \frac{t_{\text{ст}} + t_{\text{ж}}}{2}. \quad (6.18)$$

6.3. СВОБОДНАЯ (ЕСТЕСТВЕННАЯ) КОНВЕКЦИЯ

Свободная конвекция возникает вследствие разности плотности текучей среды в различных точках ее объема, если среда находится в поле какой-либо массовой (объемной) силы. В практических задачах массовой силой обычно является сила тяжести. Наличие разности температур в различных точках теплоносителя при теплообмене вызывает изменение плотности теплоносителя и появление естественной конвекции в поле силы тяжести. Слои жидкого (газообразного) теплоносителя, непосредственно прилегающие к горячей поверхности, нагреваются до температуры, которая выше температуры основной массы жидкости ($t_{ст}$), и уменьшают свою плотность на величину $\Delta\rho = \beta\Delta t$, где β — температурный коэффициент объемного расширения среды, а $\Delta t = t - t_{ст}$ — разность температур слоев нагретой и холодной сред. В поле силы тяжести более легкие слои теплоносителя поднимаются вверх вдоль поверхности, а на их место из нижних зон основного объема теплоносителя поступает более холодная масса. Таким образом, около поверхности возникает непрерывное движение среды, скорость которого определяет интенсивность конвективного теплообмена поверхности с основной массой охлаждающей среды.

Режим течения может быть как ламинарным, так и турбулентным в зависимости от величины установившейся скорости свободной циркуляции среды, вязкости среды и характерного геометрического размера теплообменной поверхности. Существенно, что скорость течения теплоносителя около поверхности не является известной величиной, как это было при вынужденной конвекции, а есть функция процесса теплообмена. На теплообменной поверхности скорость вязкой среды должна быть равной нулю. На достаточном удалении от поверхности скорость теплоносителя при отсутствии вынужденной конвекции также равна нулю.

Зависимость интенсивности теплоотдачи от критериев Грасгофа и Прандтля может быть представлена в виде аппроксимационных соотношений для отдельных участков:

$$\left. \begin{array}{l} \text{а) } Nu = 1,18(GrPr)^{1/8}; \quad GrPr < 500; \\ \text{б) } Nu = 0,54(GrPr)^{1/4}; \quad 5 \cdot 10^2 < GrPr < 2 \cdot 10^7; \\ \text{в) } Nu = 0,13(GrPr)^{1/3}; \quad GrPr > 2 \cdot 10^7; \\ \text{г) } Nu = const = 0,5GrPr < 10^3 \text{ — пленочный режим.} \end{array} \right\} \quad (6.19)$$

Соотношения (6.19) справедливы для диапазона $0,5 < Pr < 200$ и содержат коэффициент теплоотдачи α , усредненный по высоте теплообменной поверхности, т. е.

$$\bar{\alpha} = \frac{1}{L} \int_0^L \alpha(x) dx.$$

Средняя интенсивность теплоотдачи для невертикальных поверхностей оказывается меньшей. Одно из предложенных критериальных уравнений для ламинарной свободной конвекции около горизонтальных труб имеет вид

$$Nu = 0,50(GrPr)^{0,25}(Pr/Pr_{ст})^{0,25}, \quad (6.20)$$

где за определяющую принимается температура $t_{ср}$ среды вне пограничного слоя, а в качестве характерного размера в критериях Nu и Gr берется диаметр горизонтальной трубы.

В уравнение теплопроводности вместо коэффициента теплопроводности λ внесем эквивалентный коэффициент теплопроводности $\lambda_{эКВ}$. Используя это уравнение, можно обобщить экспериментальные данные для вертикальных и горизонтальных плоских щелей, кольцевых и сферических слоев, заполненных капельными жидкостями или газами, что приводит к следующим расчетным соотношениям:

$$1) \text{ при } GrPr < 10^3 \quad \lambda_{эКВ}/\lambda = 1, \quad (6.21)$$

т. е. конвективное движение практически не влияет на чистую теплопроводность зазора;

$$2) \text{ при } 10^3 < GrPr < 10^6 \quad \lambda_{эКВ}/\lambda = 0,105(GrPr)^{0,3}, \quad (6.22)$$

$$3) \text{ при } 10^6 < GrPr < 10^{10} \quad \lambda_{эКВ}/\lambda = 0,40(GrPr)^{0,2}. \quad (6.23)$$

Приближенный характер формул для $\lambda_{эКВ}$ допускает единую зависимость при $GrPr > 10^3$

$$\lambda_{эКВ}/\lambda = 0,18(GrPr)^{0,25}. \quad (6.24)$$

В приведенных соотношениях за характерный размер принята толщина прослойки независимо от ее формы, а в качестве определяющей температуры используется среднеарифметическая температура среды в зазоре: $0,5(T_{ст1} + T_{ст2})$.

В специальной литературе предложен ряд формул для свободной конвекции в иных геометрических конфигурациях ограниченных объемов.

Внешний теплообмен плохообтекаемых тел. Обтекание потоком теплоносителя плохообтекаемых тел с отрывом пограничного слоя от поверхности не поддается удовлетворительному теоретическому расчету.

Экспериментальные данные по теплоотдаче к одиночным цилиндрам обычно обрабатывают в форме зависимости среднего по цилиндрической поверхности коэффициента теплоотдачи от определяющих факторов. Конкретная форма расчетных соотношений у разных авторов может быть неодинаковой. Ниже приводится одна из существующих в литературе аппроксимационных зависимостей, учитывающая направление потока теплоты отношением $(Pr/Pr_{ст})^{0,25}$.

1) для $5 \leq Re \leq 10^3$

$$Nu = \alpha d / \lambda = 0,5 Re^{0,5} Pr^{0,38} (Pr/Pr_{ст})^{0,25};$$

2) для $10^3 \leq Re \leq 2 \cdot 10^5$

$$Nu = 0,25 Re^{0,6} Pr^{0,38} (Pr/Pr_{ст})^{0,25};$$

3) для $Re = 3 \cdot 10^5 \dots 2 \cdot 10^6$

$$Nu = 0,023 Re^{0,8} Pr^{0,37} (Pr/Pr_{ст})^{0,25}.$$

Критериальные расчетные соотношения для нахождения средних значений коэффициентов теплоотдачи пучков труб коридорной и шахматной компоновки в зависимости от поперечного и продольного расстояний между осями труб приводятся в литературе.

В холодильной технологии часто используют твердые дисперсные материалы сферической формы, обменивающиеся теплотой с внешним потоком теплоносителя.

Для тела сферической формы оказывается возможным теоретически установить минимальное значение коэффициента теплоотдачи, которое будет иметь место при стремлении к нулю относительной скорости шара и теплоносителя. Такой предельный случай означает распространение теплоты от поверхности шара за счет теплопроводности в безграничной неподвижной среде теплоносителя.

Простой анализ приводит к известному предельному результату

$$Nu_{\min} = 2; \quad \alpha_{\min} = 2\lambda/d. \quad (6.25)$$

Опытные данные для теплообмена одиночных сферических

частиц подтверждают, что при $Re \rightarrow 0$ критерий Нуссельта стремится к значению, равному 2. Данные многих авторов обобщаются в виде корреляционной зависимости

$$Nu = 2 + 0,03Pr^{0,33}Re^{0,54} + 0,35Pr^{0,35}Re^{0,58}, \quad (6.26)$$

в которой физические свойства теплоносителя отнесены к его средней температуре. При $Re < 200$ часто используют более простую полуэмпирическую зависимость

$$Nu = 2 + 0,61Re^{0,5}Pr^{0,33}. \quad (6.27)$$

Формулы (6.26) и (6.27) при $Re < 60$ дают одинаковый результат (6.25).

6.4. ПАКЕТ ШАРОВ

Пакет характеризуется геометрической формой составляющих его элементов, их характерными размерами, поверхностью и пористостью. Объемная пористость определяется формулой

$$\varepsilon = 1 - \rho_n / \rho_T, \quad (6.28)$$

где ρ_n — плотность пакета (слоя, насыпи) и ρ_T — плотность твердой компоненты (собственно тел, образующих пакет).

Пористость монодисперсного слоя шаров меняется от 0,476 при максимально рыхлой структуре до 0,259 при максимально плотной (рис. 6.3).

Средняя расходная скорость течения сквозь слой определяется как

$$\bar{v} = G / (S\rho\varepsilon), \quad (6.29)$$

где G — массовый расход газа (жидкости) через поперечное сечение слоя площадью S ; ρ — плотность текущей среды.

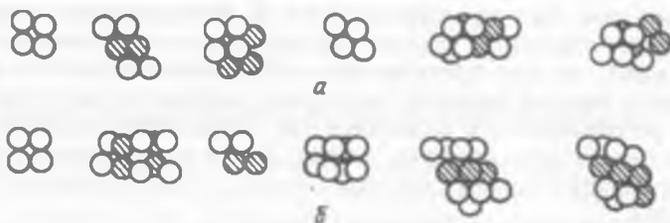


Рис. 6.3. Регулярные расположения шаров, поддерживающих друг друга в пространстве:

a — вид сверху; *b* — вид спереди

Средняя максимальная расходная скорость течения определяется по минимальному проходному сечению слоя φ . Для монодисперсного слоя шара

$$\bar{v}_{\max} \approx G/(S\varphi\phi). \quad (6.30)$$

Для кубической структуры слоя $\varepsilon = 0,476$ и $\varphi = 0,215$; для тетраэдрической формы $\varepsilon = 0,259$ и $\varphi = 0,0931$. Эквивалентный гидравлический диаметр слоя определяется формулой

$$d_3 = 4\varepsilon/\sqrt{f_0(1 - \varepsilon)}, \quad (6.31)$$

где f_0 — удельная поверхность частиц; для шара $f_0 = 6/d$.

При ламинарном режиме течения в слое коэффициент теплоотдачи от сферических частиц к протекающей жидкости может быть определен по формуле Пфедфера

$$Nu = f(\varepsilon)Re^{1/3}, \quad (6.32)$$

$$\text{где } f(\varepsilon) = \frac{1 - (1 - \varepsilon)^{0,85}}{2 - 3(1 - \varepsilon)^{1/3} + 3(1 - \varepsilon)^{2/3} - 2(1 - \varepsilon)^2}.$$

Для различных областей значений критерия Рейнольдса критерии Nu_3 отыскиваются по следующим зависимостям:

$$\left. \begin{aligned} Re_3 < 2; & \quad Nu_3 = 0,51Pr^{1/3}Re_3^{0,85}; \\ 2 < Re_3 < 30; & \quad Nu_3 = 0,72Pr^{1/3}Re_3^{0,47}; \\ Re_3 > 30; & \quad Nu_3 = 0,39Pr^{1/3}Re_3^{0,64}. \end{aligned} \right\} \quad (6.33)$$

6.5. КИПАЩИЙ СЛОЙ

Если слой частиц удерживается в неподвижном состоянии некоторой объемной силой (гравитационной, центробежной, магнитной), то при достижении определенного значения динамического напора текущей через слой жидкости наступает нарушение устойчивости и возникает так называемое псевдооживленное состояние слоя твердых частиц. Такой взрыхленный динамическим воздействием жидкой среды слой называют также кипящим.

Возникновение кипящего слоя можно характеризовать первым критическим значением скорости течения жидкости через слой. Полное разрушение, сопровождающееся выносом всех или большинства частиц слоя, характеризуется второй критической

скоростью течения жидкости через слой. В промежуточной области кипящий слой обладает механизмом саморегулирования, основанным на дисбалансе подъемной силы, действующей на частицы, и изменением скорости течения с изменением порозности слоя. Повышение динамического напора в какой-то части слоя приводит к увеличению свободного прохода для текущей среды и, следовательно, к уменьшению ее скорости и динамического воздействия на твердые частицы. Для оценочного расчета коэффициента теплоотдачи можно воспользоваться формулой

$$Nu = 0,03Pr^{1/3}Re. \quad (6.34)$$

6.6. ТЕПЛОТДАЧА, СОПРОВОЖДАЮЩАЯСЯ ИЗМЕНЕНИЕМ АГРЕГАТНОГО СОСТОЯНИЯ

Пленочная конденсация пара. В случае конденсации на вертикальных трубах и стенах насыщенного пара любого вещества, не содержащего неконденсирующих газов, при ламинарном стекании пленки конденсата коэффициент теплоотдачи [кДж/(м²·с·К)] может быть рассчитан по формуле Нуссельта

$$\alpha = 1,34 \sqrt{\frac{r \rho^2 \lambda^3 \cdot 3600 g}{\mu \Delta t H}}, \quad (6.35)$$

где r — теплота конденсации, Дж/кг; ρ — плотность конденсата, кг/м³; λ — теплопроводность конденсата, Дж/(м·с·К); g — ускорение свободного падения, м/с²; μ — динамический коэффициент вязкости конденсата, кг/(с·м); Δt — разность температур $t_{\text{конд}} - t_{\text{ст}}$, К; H — высота вертикальной трубы или стенки, м.

При турбулентном стекании пленки фактические значения будут больше вычисленных по формуле (6.35).

Значение теплоты конденсации r надо брать при температуре конденсации $t_{\text{конд}}$, а значения λ , μ , ρ — при средней температуре пленки конденсата

$$t_{\text{пл}} = \frac{t_{\text{ст}} + t_{\text{конд}}}{2}, \quad (6.36)$$

где $t_{\text{ст}}$ — средняя температура стенки, на которой конденсируется пар.

Кипение жидкостей. Различают три режима кипения.

1. Неинтенсивное кипение, соответствующее малым температурным напорам (Δt) и низким тепловым напряжениям (q). Например, при кипении воды под атмосферным давлением этот режим соответствует до $\Delta t = t_{\text{ст}} - t_{\text{нас}} = 5^\circ\text{C}$ и $q = 5000$ Дж/(м²·с).

Теплоотдача для этого режима определяется лишь гидродина-

мическими условиями процесса и рассчитывается при свободном движении кипящей жидкости по формуле (6.19в), а при вынужденном движении кипящей жидкости — соответственно по формулам (6.4) и др.

2. Область пузырькового режима кипения, в которой теплоотдача определяется конвекцией жидкости вследствие интенсивного движения паровых пузырей.

Этот режим кипения характеризуется значительным увеличением коэффициента теплоотдачи α с ростом температурного напора Δt .

Пузырьковый режим существует до момента слияния пузырей пара в сплошную паровую пленку на поверхности нагрева, что происходит при вполне определенном, но различном для разных жидкостей значении критической тепловой нагрузки $q_{кр}$ и критической разности температур $\Delta t_{кр}$, причем

$$q_{кр} = \alpha_{кр} \Delta t_{кр}.$$

Величина $q_{кр}$ представляет собой значение максимально возможного теплового напряжения, при котором еще существует пузырьковый режим кипения.

При кипении смачивающих стенку чистых жидкостей $q_{кр}$ [кДж/(м²·с)] можно определить по формуле

$$q_{кр} = 2 \cdot 10^4 \cdot \frac{\lambda_{ж}^{0.5} (\rho_{ж} - \rho_{п})^{0.542} (\rho_{п} r_{нас})^{0.333} \sigma^{0.042} g^{0.542}}{\rho_{ж}^{0.417} C_{ж}^{0.167}}, \quad (6.37)$$

где $\lambda_{ж}$ — теплопроводность жидкости, кДж/(м·с·К); $\rho_{ж}$ — плотность жидкости, кг/м³; $\rho_{п}$ — плотность пара, кг/м³; r — теплота парообразования, Дж/кг; $t_{нас}$ — температура кипения, К; g — ускорение свободного падения, м/с²; σ — поверхностное натяжение на границе раздела между жидкостью и паром, Н/м; $C_{ж}$ — удельная теплоемкость жидкости, Дж/(кг·К).

Физические параметры жидкости в формуле (6.37) взяты при температуре кипения $t_{нас}$, °С.

Формула (6.37) не учитывает влияния вынужденного движения жидкостей, которое увеличивает значение $q_{кр}$.

Для воды, кипящей при атмосферном давлении, область пузырькового кипения ограничивается тепловыми нагрузками от $q = 5800$ кДж/(м²·с) до $q_{кр} = 1,45 \cdot 10^6$ кДж/(м²·с) и соответственно температурными напорами от 5 °С до $\Delta t_{кр} = 25$ °С; при этом коэффициент теплоотдачи достигает $\alpha_{кр} = 5,8 \cdot 10^4$ кДж/(м²·с·К).

Критические значения $q_{кр}$ и $\Delta t_{кр}$ для других жидкостей иные. Так, при кипении бензола в тех же условиях $q_{кр} = 4,6 \cdot 10^5$ кДж/(м²·с), $\Delta t_{кр} = 47$ °С.

3. Область пленочного режима кипения существует при значении $\Delta t > \Delta t_{кр}$. Вследствие большого термического сопротивления паровой пленки, покрывающей поверхность нагрева, интенсивность теплоотдачи при пленочном режиме кипения резко падает и величина α становится почти независимой от температурного напора.

Расчетные формулы для пузырькового режима кипения. Теплоотдача при кипении чистых жидкостей и растворов изучена недостаточно. Предложено много критериальных формул, различных по форме и по содержанию. Ниже приводятся некоторые из них.

При пузырьковом режиме кипения в большом объеме (в условиях естественной конвекции) для всех жидкостей, смачивающих поверхность нагрева, и для любого давления вплоть до критического предложена формула для расчета α [кДж/(м²·с·К)]:

$$\alpha = 8 \cdot 10^{-3} \left(\frac{\rho_{ж} r}{\rho_{ж} - \rho_{п}} \right)^{0,033} \left(\frac{\rho_{ж}}{\sigma} \right)^{0,333} \frac{\lambda_{ж}^{0,75} q^{0,70}}{\mu_{ж}^{0,45} C_{ж}^{0,11} \nu_{ж}^{0,37}} \quad (6.38)$$

где q — тепловая нагрузка, кДж/(м²·с); $\mu_{ж}$ — динамический коэффициент вязкости жидкости, Н·с/м².

Формула (6.38) получена путем обобщения опытных данных по теплообмену при кипении воды, сахарных растворов и некоторых органических жидкостей на стальных (без оксидной пленки), латунных, медных и хромированных поверхностях. Влияние вынужденного движения жидкости и условий смачивания поверхности нагрева формула не учитывает.

Расчет по формуле (6.38) может быть произведен лишь при наличии надежных данных по физическим параметрам жидкостей. Для воды формула (6.38) упрощается. При пузырьковом кипении воды для расчета α [кДж/(м²·с·К)] можно применять формулы

$$\alpha = 3,5 q^{0,7} p^{0,15}; \quad (6.39)$$

$$\alpha = 45,5 \Delta t^{2,33} p^{0,5}. \quad (6.40)$$

Для приближенного расчета коэффициента теплоотдачи α [кДж/(м²·с·К)] при пузырьковом кипении в больших объемах (в том числе и на внешней поверхности пучков труб) в условиях естественной конвекции для области умеренных тепловых нагрузок до $0,4 q_{кр}$ и давлений от 0,02 до 1 МПа (от 0,2 до 10 ат) можно применять формулу

$$\alpha = 3 \psi p^{0,4} q^{0,7}, \quad (6.41)$$

где ψ — множитель, учитывающий физические свойства жидкостей.

Экспериментально найденные значения ψ (для случая кипения на трубах из цветного металла) следующие:

Вода	1
Водный раствор NaCl:	
9%-ный	0,86
24%-ный	0,62
26%-ный водный раствор глицерина	0,83
25%-ный водный раствор сахара	0,57
Спирт:	
этиловый	0,45
метилловый	0,36

Как видно из приведенных выше формул конвективной теплоотдачи, коэффициенты теплоотдачи во многих случаях зависят от температуры поверхности стенки, заранее неизвестной. Поэтому приходится в начале расчета задаваться этой температурой (или удельной тепловой нагрузкой q), затем находить коэффициент теплоотдачи α и, наконец, проверить принятое значение $t_{ст}$ (или q).

7. СОСТОЯНИЕ ВЛАГИ В ПИЩЕВЫХ ПРОДУКТАХ ПРИ ЛЬДООБРАЗОВАНИИ

Вода — основной компонент сырья и готовых пищевых продуктов. Содержание воды колеблется в широких пределах: в растительных продуктах — от 80 % для груш до 95 % для помидоров и огурцов; в животных продуктах — от 50 % для жирной свинины до 78 % для говядины. Наличие в пищевых продуктах большого количества влаги влияет на теплофизические процессы при холодильной обработке и хранении продуктов, что обусловлено особенностями ее распределения и связи с другими компонентами продукта, большой ее теплоемкостью и теплотой фазового перехода при кристаллизации и испарении.

Преобразование воды в лед при замораживании сопровождается миграцией влаги и изменениями теплофизических и механических свойств продуктов. Испарение влаги с поверхности продуктов при холодильной обработке и хранении приводит к потере массы и ухудшению качества продукта. Изменение фазового состояния воды — главный фактор, обуславливающий торможение нежелательных диффузионных, химических, биохимических и микробиологических процессов в пищевых продуктах при их

замораживании. Поэтому значительное влияние влаги на ход теплофизических процессов при холодильной обработке и хранении приводит к необходимости рассмотрения поведения воды в пищевых продуктах при холодильном консервировании.

7.1. СВОЙСТВА И ФОРМЫ СВЯЗИ ВОДЫ В ПИЩЕВЫХ ПРОДУКТАХ

Воду в пищевых продуктах можно представить как непрерывную фазу, в которой другие составляющие (компоненты химического состава) распределены в виде истинных и коллоидных растворов, а также в виде эмульсий.

Содержащиеся в воде пищевых продуктов сахара, соли и кислоты образуют в основном истинные растворы; коллоидные растворы образуются при растворении высокомолекулярных соединений (например, белков). При диспергировании в воде соединений низкой растворимости образуются эмульсии.

Состояние воды уникально обилием аномалий, отличающих ее поведение от других жидкостей. К числу таких аномалий относятся увеличение объема воды при температуре, близкой к температуре замерзания, понижение температуры замерзания с увеличением внешнего давления, максимальная плотность при температуре 3,98 °С, минимальная теплоемкость при этой же температуре и большая ее величина по сравнению с теплоемкостью других жидкостей.

Очевидно, эти и многие другие специфические свойства воды можно объяснить особым расположением ее молекул, изменяющимся под влиянием различных воздействий.

Согласно современным физическим теориям молекулы воды представляют собой равнобедренный треугольник с атомом кислорода в вершине, или, точнее, тетраэдр с центрально расположенным ионом кислорода. Электрические заряды расположены по тетраэдрической схеме. Это позволяет молекулам воды объединяться в агрегатные структуры, подобные структурам льда, создавая своеобразный каркас со множеством пустот. Наибольшее признание получила двухструктурная модель, согласно которой вода представляет собой определенную систему, включающую одновременно два вида структур льда: ажурную и с нарушенными водородными связями. Согласно этим представлениям ближе упорядоченное расположение молекул в воде может быть охарактеризовано как структура льда, размытая вследствие теплового движения. Заполнение полостей этой структуры свободными диполями воды начинается с таяния льда. С повышением температуры доля заполненных полостей ледяной структуры увеличивается, с понижением температуры увеличиваются упорядоченность и взаимная ориентация отдельных молекул

воды и строение воды становится все более сходным со строением льда, особенно в области температуры, близкой к температуре начала замерзания воды.

Таким образом, при понижении температуры воды идет подготовка к ее кристаллизации.

Пространственное, или стереометрическое, распределение влаги в продуктах зависит от вида и состояния продукта.

В продуктах, не имеющих отчетливо выраженного тканевого строения (молоко, яичный меланж, плодовые соки), вода распределена микроскопически однородно. В сливочном масле и маргарине влага включена в жировую массу в виде мелких капелек и капиллярных заполнений.

В тканях продуктов животного происхождения, например в мышечной ткани, влага неравномерно распределена в волокнах, между волокнами и в пространствах между пучками волокон. Обычно между пучками волокон заключено большее количество воды, нежели между отдельными волокнами. Это относится и к растительным тканям, для которых типична клеточная структура, не всегда формирующая волокна.

Пищевые продукты следует рассматривать как полидисперсные системы, в которых чаще всего вода является дисперсионной средой, а дисперсная фаза включает в себя большое количество органических и неорганических веществ с различной степенью дисперсионности частиц, условный радиус которых лежит в диапазоне от 10^{-9} до 10^{-7} м.

В пищевых продуктах вода содержится в виде растворов. Содержание в воде веществ, образующих с ней истинный раствор, обуславливает изменение ее характерных свойств: снижение температуры начала замерзания (криоскопическая температура), повышение температуры кипения и снижение давления водяного пара над раствором. Понижение криоскопической температуры раствора по сравнению с температурой чистого растворителя Δt ($^{\circ}\text{C}$) выражают уравнением Рауля

$$\Delta t_{\text{кр}} = - \epsilon C,$$

где ϵ — коэффициент, называемый криоскопической постоянной, $\text{кг} \cdot ^{\circ}\text{C}/\text{моль}$ (для воды $\epsilon = 1,86 \text{ кг} \cdot ^{\circ}\text{C}/\text{моль}$); C — молярная концентрация раствора (моль растворенного вещества на единицу массы растворителя), $\text{кмоль}/\text{кг}$.

В зависимости от состава криоскопическая температура колеблется от $-0,5$ до $-3,5$ $^{\circ}\text{C}$ и может быть еще ниже.

В разных частях пищевого продукта состав водного раствора (тканевого сока) может быть различен. Концентрация его внутри клеток несколько выше, чем во внеклеточном пространстве. По этой причине криоскопическая температура тканевого сока внутри клеток на $0,2 \dots 0,4$ $^{\circ}\text{C}$ ниже, чем в межклеточном пространст-

ве. Такое же различие отмечается в волокнах и межволоконном пространстве мышечной ткани.

Белки и полисахариды с большой молекулярной массой образуют водные растворы, в которых происходит гидратация молекул фазы, и часть воды постоянно связана в структуре белков и полисахаридов. Поэтому на свойства раствора влияет не только содержание в нем посторонних веществ, но и характер связи растворенных веществ с водой, формы которой могут быть различными.

Существует несколько классификаций форм связи воды в пищевых продуктах. Наиболее совершенной из них признана классификация Ребиндера. Она построена на приближенной оценке энергии связи с материалом. Каждая форма связи характеризуется ее природой, условиями образования и нарушения. Наиболее важное значение приобретает величина энергии связи для фазового превращения, т. е. для перевода воды в продукте в иное агрегатное состояние (в твердое при замораживании или газообразное при сушке).

Согласно этой теории связь воды в пищевых продуктах подразделена на три группы: химическую, физико-химическую и механическую.

Наиболее прочна химическая связь влаги в химических соединениях и в кристаллогидратах. Эта связь осуществляется в строго определенных соотношениях, нарушается с большим трудом (например, прокаливанием) и влияет на химическую природу вещества. При нарушении такой связи наблюдаются значительные изменения вещества. Понижение температуры не нарушает химической связи влаги в пищевых продуктах.

Менее прочна физико-химическая связь влаги, которая удерживается путем адсорбции под действием осмотических сил и в структурах гелей. Эта связь не обусловлена постоянным соотношением воды с другими компонентами вещества.

Некоторое количество физико-химической связанной воды удаляется из пищевых продуктов без энергичных воздействий. Полностью же удалить такую влагу трудно.

Еще менее прочна механическая связь влаги, удерживаемой материалом в неопределенном количестве. Механически связанную с материалом воду подразделяют на воду, находящуюся в микрокапиллярах, диаметр которых более 10^{-7} м, и частично на воду, находящуюся в микрокапиллярах диаметром менее 10^{-7} м, и воду смачивания, находящуюся на поверхности материала. Влага смачивания и влага незамкнутых микрокапилляров свободно испаряется, не вызывая повреждений материала. Влага микрокапилляров удерживается материалом несколько сильнее, но и она может испаряться. Однако очень тонкий слой воды связан адсорбционно и, как было сказано ранее, удаляется гораздо труднее, чем основная масса механически связанной воды.

Связанная вода по термодинамическим свойствам отличается

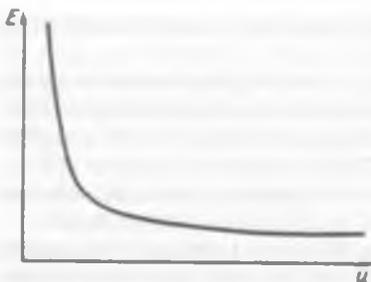


Рис. 7.1. Зависимость энергии связи влаги E от влажности материала u

от свободной и характеризуется упорядоченным расположением молекул. Удельная проводимость связанной воды практически равна нулю, а плотность достигает $1,74 \cdot 10^3$ кг/м³.

По мере обезвоживания материала энергия связи оставшейся влаги увеличивается, так как с уменьшением влажности возрастает доля удаляемой воды, которая связана адсорбционно, о чем свидетельствует кривая (рис. 7.1), характеризующая зависимость

энергии связи влаги E (Дж/кг) от влажности u (доли единицы).

По величине энергии формы связанной воды можно расположить в следующей последовательности: химически связанная вода; адсорбционно-связанная вода; капиллярно-связанная вода; осмотически связанная вода.

Наибольший интерес для холодильной технологии представляет адсорбционно-связанная вода в пищевых продуктах.

Белки животной ткани и капиллярно-пористая структура растительной ткани имеют развитую поверхность, обладающую значительной поверхностной энергией. В результате адсорбции на активных участках поверхности образуется мономолекулярный слой. При адсорбции молекулы воды пространственно ориентируются, в результате чего поверхность первого слоя может сорбировать второй и т. д., но уже менее прочно связанный, чем первый. Эта часть адсорбционно-связанной воды в пищевых продуктах не вымерзает даже при очень низких отрицательных температурах.

7.2. ПЕРЕОХЛАЖДЕНИЕ И КРИСТАЛЛИЗАЦИЯ ВЛАГИ

Движение молекул и ионов жидкости представляет собой сочетание колебательного и вращательного движения их около некоторых условных центров и одновременное хаотическое (беспорядочное) трансляционное перемещение этих центров. Понижение температуры жидкости приводит к замедлению движения частиц, причем у одних жидкостей сокращается преимущественно энергия трансляционного перемещения центров колебательного и вращательного движения, у других — энергия колебательного и вращательного движения.

Жидкости первого рода с понижением температуры «сгущаются» (растет их вязкость) и в конечном счете образуют твердую аморфную структуру. Подобные тела рассматриваются как переохлажденные жидкости, несмотря на их большую хрупкость и отсутствие текучес-

ти. Типичным примером такого образования может служить за- тверждение стекол, не имеющих кристаллической структуры.

У жидкостей второго рода, к которым принадлежит вода, переход в твердое состояние происходит путем кристаллизации. Элементар- ные кристаллы льда имеют тетраэдрическое строение, повторяющее пространственную схему молекул воды, что показано на рис. 7.2.

При отводе теплоты от жидкости температура ее понижается, при этом уменьшаются энергия и интенсивность движения частиц и увеличивается их взаимная ориентация. Кристаллизация воды возможна лишь в том случае, когда образуется некоторое количество правильно ориентированных частиц, которые затем служат центрами этого процесса. Образованию центров кристал- лизации в определенной мере способствует наличие в жидкости посторонних примесей. При этом образование и рост кристаллов возможны только при условии, когда разбрасывающее действие теплового движения будет меньше энергии ориентации частиц.

Выделение теплоты кристаллизации — результат изменения общей внутренней энергии вещества вследствие сокращения движения молекул воды, а освободившаяся при этом энергия выделяется в виде теплоты фазового превращения, обычно назы- ваемой скрытой теплотой льдообразования (335,2 кДж/кг). Об- ратная картина наблюдается при плавлении кристаллов льда.

При малой величине ориентирующих сил можно достигнуть температуры жидкости ниже криоскопической без образования кристаллов льда. Такое состояние, т. е. охлаждение раствора до температуры ниже точки замерзания, называется переохлаждени- ем. Типичный график, показывающий температуру переохлажде- ния жидкости $t_{пер}$, представлен на рис. 7.3.

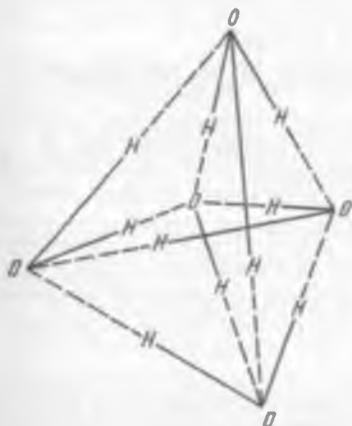


Рис. 7.2. Тетраэдрическое стро- ение элементарного кристалла льда

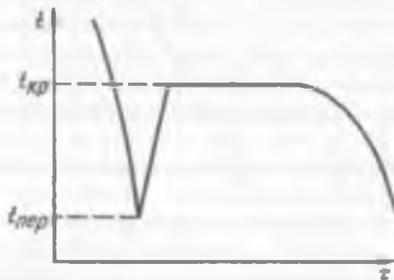


Рис. 7.3. Зависимость температуры t от времени τ в переохлажденной жидкости

Граница перехода из одного агрегатного состояния в другое, т. е. глубина переохлаждения, зависит не только от концентрации раствора и свойств его отдельных компонентов, но и от воздействия дополнительных факторов (чистоты, вязкости, подвижности жидкости). В некоторых случаях могут быть достигнуты достаточно низкие температуры переохлаждения (порядка -70°C). Однако в обычных условиях температура переохлаждения пищевых продуктов значительно выше. Так, для мяса граница переохлаждения не превышает -5°C , для куриных яиц -11°C .

Явление переохлаждения воды было впервые отмечено Фаренгейтом в 1724 г. В области холодильной технологии переохлаждение воды изучали с целью выяснения влияния этого явления при холодильной обработке и хранении таких продуктов, как мясо, рыба, куриное яйцо, яблоки и др.

Достаточно глубокие экспериментальные исследования переохлаждения были проделаны с водой, раствором хлорида натрия, гелем агар, яичным белком и др.

Воду и растворы переохлаждали в одном и том же сосуде различной формы и объемов при различной температуре охлаждающей среды и различных коэффициентах теплопередачи α от 4,65 до 2326 Вт/(м²К), но в каждой серии опытов они оставались постоянными. Температуру переохлаждения $t_{\text{пер}}$ измеряли в средней части сосуда и фиксировали в момент начала температурного скачка (см. рис. 7.3).

Результаты опытов оказались качественно однотипными, и характерный график зависимости разности температур $\Delta t = t_{\text{пер}} - t_0$ от температуры охлаждающей среды t_0 представлен на рис. 7.4.

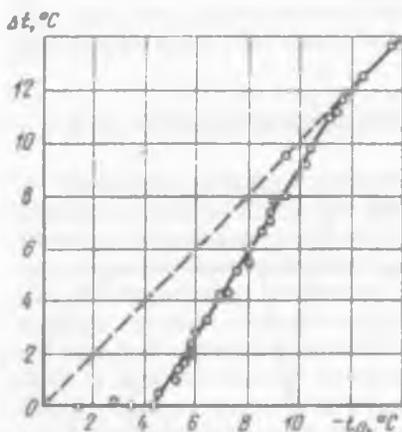


Рис. 7.4. Температурный график переохлаждения воды

Рассмотрим отдельно три части графика.

Первая часть графика (от 0 до $-4,2^{\circ}\text{C}$) характерна выравниванием температуры объекта и охлаждающей среды в конце опыта, т. е. $t_0 = t_{\text{пер}}$ и $\Delta t = 0$.

В этом случае жидкость могла находиться в переохлажденном состоянии довольно продолжительное время, пока не образовывался устойчивый центр кристаллизации. Так, дистиллированная вода в переохлажденном до -4°C состоянии находилась в течение 5 сут.

Вторая часть графика (от $-4,2$ до $-11,7$ °С) характерна тем, что температура переохлаждения выше температуры охлаждающей среды, т. е. $t_{\text{пер}} > t_0$ и $\Delta t > 0$. Причем чем ниже температура среды, тем выше температура переохлаждения в момент температурного скачка, тем больше Δt .

Температура переохлаждения на границе первой и второй частей графика была названа предельной, т. е. самой низкой температурой переохлаждения.

Третья часть графика (от $-11,7$ °С и ниже) характерна равенством абсциссы и ординаты любой точки линии. В этом случае вода замерзает без переохлаждения ее в центральной части сосуда. Это объясняется тем, что при очень низких температурах охлаждающей среды в периферийной части сосуда достигается достаточное переохлаждение и начинается кристаллизация прежде, чем центральная часть сосуда охладилась до криоскопической температуры, т. е. $t_{\text{пер}} = 0$ и $\Delta t = t_0$. Это отмечено изломом между второй и третьей частью графика.

Кристаллизация начинается в той области, где прежде всего достигается предельная температура переохлаждения. Многим пищевым продуктам присуща неоднородность их внутреннего строения и распределения влаги. Например, в периферийных слоях яблок клетки мельче, чем в глубоких. Благодаря этому кристаллизация может начаться в толще яблока, распространяясь затем по всему объему.

В пищевых продуктах влага распределена как в разобщенных клетках, так и в сообщающихся межклеточных пространствах капиллярного характера. Так, в сливочном масле влага, заключенная в очень малых капиллярных объемах, сохраняет капельно-жидкое состояние при достаточно низких отрицательных температурах.

Экспериментально установлено, что вода в макроскопических объемах может переохлаждаться до -30 °С, а в микрокапиллярах — до -72 °С. Это связано с особенностями строения жидкости, прилегающей к границе с инородным телом. Для наглядности рассмотрим условия кристаллизации воды при охлаждении ее в некапиллярной трубке радиусом R (рис. 7.5, а) и капиллярной трубке радиусом r , причем $R \gg r$ (рис. 7.5, б).

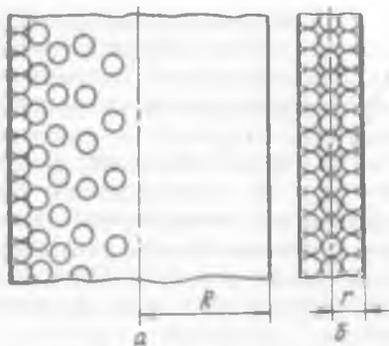


Рис. 7.5. Структура поверхностного слоя жидкости в некапиллярных (а) и капиллярных (б) объемах

Рассмотрим структуру поверхностного слоя воды на границе раздела стенка сосуда — вода. За счет поверхностной энергии мономолекулярный пограничный слой фиксирован на поверхности сосуда наиболее прочно и обладает наибольшей устойчивостью.

По мере удаления последующих слоев от поверхности порядок их расположения все более нарушается, а прочность удержания ослабляется. На некотором расстоянии от поверхности влияние указанных факторов на молекулы воды полностью исчезает. Поэтому можно говорить об анизотропии поверхностного слоя в отличие от изотропии внутреннего объема жидкости.

Для образования кристаллов льда необходимо соблюдение двух условий: энергия молекул воды минимальна, и они расположены в определенном порядке. Молекулы воды в мономолекулярном слое упорядоченно расположены и прочно зафиксированы, в то же время в глубине жидкости они имеют большую кинетическую энергию неупорядоченного движения. Поэтому наиболее энергетически слабое место для образования кристаллов льда должно находиться недалеко от поверхности сосуда, где подвижность молекул наименьшая, а расположение их наиболее упорядоченное. Благодаря тому что анизотропный слой у капиллярных трубок (диаметр менее 1 мм) занимает весь объем, местом зарождения кристаллов может быть любая точка, расположенная на ее осевой линии (см. рис. 7.5). Чем меньше диаметр капилляра, тем ниже температура переохлаждения. У некапиллярных трубок благодаря полноте анизотропного поверхностного слоя и наличию изотропной области место вероятного зарождения кристаллов смещается от осевой линии к периферии и закономерная связь между диаметром трубки (размер вместилища) и предельной температурой переохлаждения перестает существовать.

Хранение продуктов в переохлажденном состоянии, несомненно, имеет ряд преимуществ. Однако ряд факторов стимулирует кристаллизацию и нарушает состояние переохлажденной жидкости: внесение кристалла — затравки; сотрясение; перемешивание; наличие твердых острых углов и ребер, соприкасающихся с переохлажденной жидкостью.

В производственных условиях состояние переохлаждения может быть нарушено попаданием на поверхность продукта кристаллов из холодного воздуха или при использовании низкой температуры теплоотводящей среды.

Наличие сохраняющих оболочек позволяет избежать замерзания при хранении в переохлажденном состоянии таких продуктов, как куриное яйцо и баночные консервы.

7.3. КОЛИЧЕСТВО ВЫМОРОЖЕННОЙ ВОДЫ КАК ФУНКЦИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ

В пищевых продуктах образование льда начинается при температурах ниже температуры замерзания их растворов $t_{кр}$, величины которых для одного вида продукта меняются в широких пределах (см. табл. 7.1).

Количество вымороженной воды ω представляют как долю от общей массы ее в продукте. Так как в воде пищевых продуктов растворены различные минеральные и органические вещества, то понижение температуры при определенных условиях сопровождается изменением концентрации раствора.

В простейшем случае (для двухкомпонентного раствора) зависимость концентрации C от температуры замерзающего раствора t представлена на рис. 7.6, где область I соответствует однородному жидкому раствору.

Если начальная концентрация раствора $C_{кр}$, соответствующая начальной $t_{кр}$, меньше эвтектической C_3 , то отвод теплоты вызывает понижение температуры раствора, образование чистого льда (область II) и увеличение концентрации остаточного незамерзшего раствора, пока не будут достигнуты эвтектическая температура t_3 и соответствующая ей концентрация C_3 . При этой температуре и концентрации эвтектический раствор отвердевает изотермически без разделения растворителя и растворенного вещества.

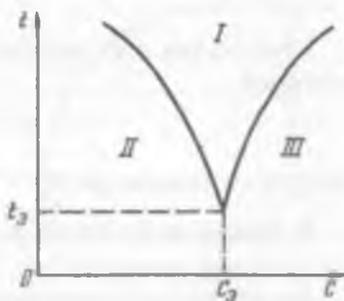
Таким образом, из диаграммы видно, что процесс льдообразования в пищевых продуктах с понижением температуры можно представить как плавный непрерывный процесс повышения концентрации остаточного незамороженного раствора и понижения его температуры замерзания.

Если начальная концентрация раствора больше эвтектической, что в натуральных пищевых продуктах не встречается (правая ветвь кривой на рис. 7.6), то отвод теплоты и понижение температуры вызывают кристаллизацию растворенного вещества (область III) и уменьшение концентрации раствора, пока не будет достигнута эвтектическая точка.

В поле диаграммы отдельные области соответствуют соотношению компонентов системы и ее температуры: I — раствор, II — чистый лед, III — растворенное вещество.

Рис. 7.6. Диаграмма состояния при замерзании двухкомпонентного раствора. Связь между концентрацией C и температурой t :

I — раствор; II — чистый лед; III — растворенное вещество



Эвтектическая температура для большинства пищевых продуктов составляет от -55 до -86 °С.

Количество вымороженной воды ω можно представить как отношение массы льда $G_{\text{л}}$ при данной температуре к суммарной массе льда и незамерзшей воды, равной начальной массе воды $G_{\text{н}}$, т. е.

$$\omega = \frac{G_{\text{л}}}{G_{\text{н}}} = 1 - \frac{G_{\text{н}} - G_{\text{л}}}{G_{\text{н}}} \quad (7.1)$$

Зависимость количества вымороженной воды от температуры можно получить, воспользовавшись законом для разбавленных недиссоциированных растворов. Так как температура замедзания растворителя — воды 0 °С, то начальная криоскопическая температура

$$t_{\text{кр}} = \varepsilon C_{\text{кр}}$$

Концентрация при $t_{\text{кр}}$

$$C_{\text{кр}} = \frac{G_{\text{р}}}{G_{\text{н}} \mu},$$

где $G_{\text{р}}$ — масса растворенного вещества, кг; μ — молекулярная масса растворенного вещества, кг/кмоль.

При понижении температуры и льдообразовании в растворе то же количество растворенного вещества $G_{\text{р}}$ окажется растворенным в меньшем количестве растворителя ($G_{\text{н}} - G_{\text{л}}$), что соответствует росту концентрации и понижению криоскопической температуры раствора, которую можно записать

$$t = \varepsilon C,$$

где $C = \frac{G_{\text{р}}}{(G_{\text{н}} - G_{\text{л}}) \mu}$.

Отсюда следует

$$\frac{t_{\text{кр}}}{t} = \frac{C_{\text{кр}}}{C} = \frac{G_{\text{н}} - G_{\text{л}}}{G_{\text{н}}}$$

Сопоставив этот результат с выражением ω в уравнении (7.1), получим

$$\omega = 1 - \frac{t_{\text{кр}}}{t} = \frac{t - t_{\text{кр}}}{t} \quad (7.2)$$

где $t_{\text{кр}}$ и t — температуры, °С.

В общем виде формула (7.2) имеет вид

$$\omega = \frac{T - T_{\text{кр}}}{T - T_0} \quad (7.3)$$

В этом случае значения температуры могут быть взяты по любой температурной шкале.

Считая, что при криоскопической температуре $\omega_0 = 0$, а эвтектической температуре соответствует максимальное количество вымороженной воды в пределе $\omega_{\max} = 1$, тогда предельное приращение количества вымороженной воды

$$\Delta\omega = \omega_{\max} - \omega_0 = 1, \quad (7.4)$$

что соответствует интервалу температур от $t_{\text{кр}}$ до t_3 .

Из формул (7.2) и (7.4) следует (рис. 7.7)

$$\omega = \omega_{\max} - \frac{t_3}{t} \Delta\omega. \quad (7.5)$$

Как уже отмечалось выше, вода в лед полностью не превращается даже при эвтектической температуре. Объясняется это присутствием в пищевых продуктах связанной воды, отличающейся по свойствам от чистой воды. Если не считать небольшого количества воды, удерживаемой механически, то вся вода в пищевых продуктах является связанной. Прочно связанная вода характеризуется большой теплотой испарения и не замерзает даже при низких температурах, так как энергия ее связи составляет от 80 до 155 кДж/кг. Так, при температуре -100°C и ниже в пищевых продуктах не замерзает от 5 до 13 % воды. Это обстоятельство не учитывается в расчетных формулах (7.2)...(7.5), полученных на основании закона Рауля. Поэтому опытные и расчетные значения ω различаются на 7...10 %, причем наибольшее различие приходится на область низких температур, поскольку прочно связанная вода составляет основную долю всей невымороженной воды.

В формулу (7.2) может быть внесен множитель, учитывающий в пищевых продуктах количество прочно связанной воды,

$$\omega = \left(1 - b \frac{1 - W_n}{W_n}\right) \left(1 - \frac{t_3}{t}\right), \quad (7.6)$$

где b — содержание прочно связанной воды на единицу массы сухого вещества, кг/кг; W_n — начальное содержание влаги в продукте, доли единицы.

Максимальное значение $\omega = \omega_{\max}$ будет при $t_3/t = 0$, где $t_3 = 0^\circ\text{C}$. Обозначим $\omega_{\max} = A$.

$$A = 1 - b \frac{1 - W_n}{W_n}. \quad (7.7)$$

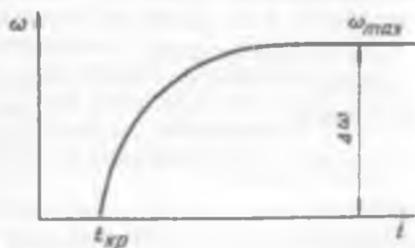


Рис. 7.7. Зависимость доли вымороженной воды ω от температуры t

Тогда формула (7.6) примет вид

$$\omega = A \left(1 - \frac{t_{кр}}{t} \right).$$

По сути своей множитель A — это отношение количества способной превратиться в лед воды W_3 к общему количеству воды W_H в продукте:

$$A = \frac{W_3}{W_H}.$$

Следовательно, $A < 1$.
Из формулы (7.7) найдем

$$b = \frac{(1-A) W_H}{1 - W_H}.$$

Для продуктов растительного происхождения $b = 0,08...0,352$ кг/кг, животного происхождения $b = 0,257...0,280$ кг/кг. Для отдельных продуктов значения b представлены в табл. 7.1.

7.1. Криоскопические температуры $t_{кр}$ и содержание прочно связанной воды b в единице массы сухого вещества для пищевых продуктов

Продукт	W_H , доли единицы	$t_{кр}$, °C	b , кг/кг
Мясо говядины	0,74...0,77	-1,00	0,258
Пикша	0,836	-0,83	0,270
Треска	0,803	-0,91	0,278
Морской окунь	0,791	-0,83	0,280
Меланж куриных яиц	0,745	-0,47	0,225
Яичный белок	0,864	-0,45	0,275
Мойва	0,632	-1,2	0,158
Паста «Океан» из криля	0,736	-1,55	0,279
Дрожжи	0,720	-1,37	0,167
Картофель	0,746	-0,50	0,341
	0,810	-0,63	0,352
Зеленый горошек	0,760	-1,74	0,080
Шпинат	0,800	-0,55	0,117

Как видно из графика, представленного на рис. 7.8, с понижением температуры влияние прочно связанной воды на результат расчета ω возрастает.

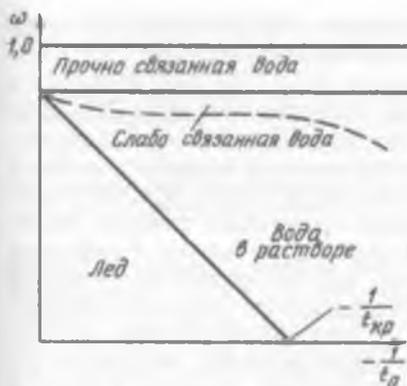


Рис. 7.8. Зависимость количества вымороженной воды ω от величины, обратной температуре, $1/t$ и соотношения количества льда, воды в растворе, слабо и прочно связанной воды

Величину A можно определить при $t_{кр}|_{t=0}$ из графика, показанного на рис. 7.8, $\omega = f(-1/t)$ путем линейной экстраполяции опытных ω в область низких отрицательных температур.

На основе опытных данных получена эмпирическая формула для определения ω :

$$\omega = \frac{1,105}{1 + \frac{0,31}{\lg |t + (1 - t_{кр})|}}$$

При $t_{кр} = 1$

$$\omega = \frac{1,105}{1 + \frac{0,31}{\lg t}} \quad (7.8)$$

8. ПРОДОЛЖИТЕЛЬНОСТЬ ЗАМОРАЖИВАНИЯ

Вопрос о продолжительности процесса замораживания — один из наиболее сложных в теплофизике замораживания. Наличие большого числа факторов, влияющих на процесс замораживания, делает решение этого вопроса весьма затруднительным.

Каждый из предложенных в литературе методов вычисления продолжительности замораживания специфически связан с исходной физической схемой процесса, его начальными и граничными условиями, задаваемыми в частном виде, а в решения обычно вводятся упрощающие допущения.

Задача о замораживании давно привлекала внимание теплофизиков различных направлений. Она решалась не для нужд холодильной технологии, хотя физическая постановка задачи была во многом близка к той, которая соответствует условиям замораживания пищевых продуктов.

Обычно такую задачу называют задачей о теплопроводности в системах с подвижной границей раздела. Схема рассуждений, оправдывающая такое наименование задачи, состоит в представлении о перемещении границы раздела между отвердевшей и жидкой фазами от периферии в глубь тела по мере отвода тепло-

ты от его поверхности. Отвердевающую в таком процессе жидкость рассматривают как не подверженную свободному или вынужденному конвективному движению, если она распределена в виде мелких включений в пористом твердом теле или как-либо иначе, механически связана с неподвижной скелетной структурой тела, а также если вязкость отвердевающей жидкости велика.

Еще в прошлом веке были предложены решения задачи теплопроводности в системе с подвижными границами раздела, полученные Ляме и Клапейроном, Нейманом, а затем Стефаном. Позже были даны многочисленные другие варианты решения той же задачи. Они различались неодинаковым заданием граничных условий, стереометрическими и теплофизическими особенностями замораживаемых тел либо упрощениями, вводимыми в ходе выполнения решений. В монографиях, полных курсах и руководствах по теплопередаче приводятся различные решения таких задач.

8.1. ФОРМУЛА ПЛАНКА

В холодильной технологии чаще всего пользуются решением задачи о замораживании, разработанным Р. Планком в 1913 г. и существенно развитым им и другими исследователями в последующие годы. Решения, созданные Р. Планком, стали классическими, а полученная им формула, выражающая продолжительность замораживания, известна под названием формулы Планка. Эта формула и ее модификации многократно публиковались в литературе по холодильной технике и технологии. Как фундаментальная формула она включена в рекомендации Международного института холода.

Последовательность дальнейшего изложения такова: мы получим формулу Планка, а далее подробно обсудим каждое из допущений и модификации формулы Планка, позволяющие от этих допущений хотя бы частично отказаться.

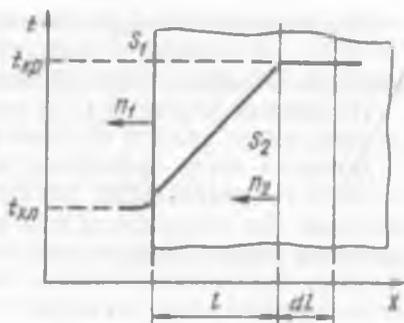
При выводе формулы Планка полагают:

1. Теплоемкость замороженной части тела равна нулю.
2. Тело перед началом замораживания охлаждено до криоскопической температуры.
3. Льдообразование в теле происходит без переохлаждения при криоскопической температуре; теплофизические свойства замороженной части (коэффициент теплопроводности и удельная теплоемкость) не зависят от температуры.
4. Тело однородно, его плотность при замораживании не меняется; коэффициент теплоотдачи и температура хладоносителя не зависят от времени.

Пусть при соблюдении этих допущений замораживается неограниченное тело с плоской поверхностью. Спустя некоторое

Рис. 8.1. Схема замораживания тела с плоской поверхностью при перемещении границы раздела:

l — толщина промерзшего слоя; dl — приращение ее за время dt ; $t_{кр}$ — криоскопическая температура; $t_{хл}$ — температура хладагента; S_1 — внешняя поверхность тела; n_1 — внешняя нормаль к ней; S_2 — поверхность раздела фаз; n_2 — внешняя нормаль к ней



время от момента начала замораживания граница раздела между замерзшей и незамерзшей частями тела продвинулась на расстояние l в глубину от поверхности тела, иначе говоря, замерз слой толщиной l (рис. 8.1).

Далее за время dt граница раздела продвигается на расстояние dl . Если теплоту, выделяемую единицей массы тела при замораживании, обозначить символом q , плотность тела — символом ρ , а площадь поверхности границы раздела на ограниченном участке — символом S , то теплота dQ , выделенная при продвижении границы раздела на расстояние dl , будет

$$dQ = q\rho Sdl. \quad (8.1)$$

Эта теплота передается внешней среде через замороженный слой, теплоемкость которого принята равной нулю. Поэтому, опираясь на выражение коэффициента теплопередачи плоской стенки в стационарном процессе, отведенную теплоту представим выражением

$$dQ = \frac{1}{\frac{l}{\lambda} + \frac{1}{\alpha}} S (t_{кр} - t_{хл}) dt, \quad (8.2)$$

где λ — теплопроводность замороженной части тела, Вт/(м·К); α — коэффициент теплоотдачи от поверхности тела, Вт/(м²·К); $t_{кр}$ — криоскопическая температура, °С; $t_{хл}$ — температура хладоносителя, °С.

Приравняв выделенную (8.1) и отведенную (8.2) теплоту, получим следующее дифференциальное уравнение, определяющее функцию $\tau(l)$:

$$dt = \frac{q\rho}{t_{кр} - t_{хл}} \left(\frac{l}{\lambda} + \frac{1}{\alpha} \right) dl.$$

Согласно исходным допущениям здесь все величины, кроме времени и толщины замороженного слоя, считаются постоянными. Поэтому при интегрировании получим

$$\tau_3 = \frac{q\rho}{t_{кр} - t_{хл}} l \left(\frac{l}{2\lambda} + \frac{1}{\alpha} \right). \quad (8.3)$$

Постоянная интегрирования равна нулю, так как при $t = 0$ $l = 0$, т. е. в начале процесса граница раздела находится на внешней поверхности замораживаемого тела.

Из вывода формулы (8.3) становится ясно, почему необходимо принимать каждое из исходных допущений.

Большая часть принятых допущений нужна для того, чтобы достигнуть постоянства величин q , ρ , $t_{кр}$, λ , $t_{хл}$, α , без чего возникли бы осложнения при интегрировании и математическом решении задачи. Кроме того, эти допущения позволили для выражения отведенной теплоты воспользоваться представлениями о теплопередаче через плоскую стенку при стационарных условиях, причем коэффициент теплоотдачи на подвижной границе раздела считался бесконечно большим, а термическое сопротивление на этой границе было равно нулю.

Условие о теплоемкости замороженного слоя, равной нулю, было необходимо, чтобы приравнять выделенную теплоту и теплоту, отведенную от тела к внешней среде. Это соответствует условному представлению о стационарности переноса теплоты в замороженном слое и приводит к линейному понижению температуры в нем от границы раздела к внешней поверхности, как показано на рис. 8.1. В действительности теплота, отведенная к внешней среде, больше теплоты, выделяемой на границе раздела, так как одновременно с ее продвижением понижается температура замороженного соля.

Условие о предварительном охлаждении замораживаемого тела до криоскопической температуры во всем объеме позволило считать, что на границе раздела выделяется лишь теплота льдообразования, причем замораживание изотермично.

Если вместо неограниченного тела с плоской поверхностью замораживается плоскопараллельная пластина толщиной $2R$ с соблюдением всех оговоренных исходных допущений, то замораживание закончится, когда границы раздела, движущиеся от противоположных поверхностей пластины навстречу друг другу, встретятся на осевой плоскости пластины.

Тогда $l = R$, и из формулы (8.3) получим продолжительность двустороннего замораживания плоской пластины

$$\tau_{\Sigma} = \frac{q\rho R}{t_{кр} - t_{хл}} \left(\frac{R}{2\lambda} + \frac{1}{\alpha} \right) \quad (8.4)$$

Иногда встречается случай, когда коэффициент теплоотдачи различен на разных сторонах пластины (например, когда контейнер с замораживаемым продуктом лежит на полке в морозильном аппарате, коэффициенты теплоотдачи на нижней и верхней сторонах его, разумеется, заметно отличаются). В этом случае границы раздела фаз, движущиеся с противоположных сторон пластины, сойдутся не на осевой плоскости пластины, а ближе к

той поверхности, на которой больше коэффициент теплоотдачи. Пусть коэффициент теплоотдачи на одной поверхности равен α_1 , а на другой — α_2 . Тогда мы будем иметь систему уравнений (три уравнения с тремя неизвестными: l_1, l_2, τ_3).

$$\tau_3 = \frac{q \rho}{t_{\text{сп}} - t_{\text{сн}}} l_1 \left(\frac{l_1}{2\lambda} + \frac{1}{\alpha_1} \right) = \frac{q \rho}{t_{\text{сп}} - t_{\text{сн}}} l_2 \left(\frac{l_2}{2\lambda} + \frac{1}{\alpha_2} \right),$$

где l_1 и l_2 — толщины замороженных слоев с разных сторон пластины; $l_1 + l_2 = 2R$

Решая систему, получим

$$\begin{cases} l_1 = 2R \frac{\frac{R}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_1}}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{\alpha_2} + 2\frac{R}{\lambda}}; \\ l_2 = 2R \frac{\frac{R}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{\alpha_2} + 2\frac{R}{\lambda}}; \\ \tau_3 = \frac{q \rho}{t_{\text{сп}} - t_{\text{сн}}} R \frac{2 \left[\frac{R}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{\alpha_2} \right] \left\{ \left(\frac{R}{\lambda} \right)^2 + \frac{R}{\lambda} \left(\frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{\alpha_2} \right) + \frac{1}{\alpha_1 \alpha_2} \right\}}{\left(2 \frac{R}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{\alpha_2} \right)^2} \end{cases}$$

Пусть теперь замораживаемое тело имеет форму бесконечного прямого круглого цилиндра и соблюдаются те же исходные допущения, которые были названы выше. Обозначим внешний радиус цилиндра символом R . Толщина замороженного слоя $l = R - r$, где r — радиус незамороженной сердцевины цилиндра. В начале замораживания $r = R$, а в конце $r = 0$. На ограниченном участке цилиндра длиной h площадь поверхности, охватываемой подвижной границей раздела, $S = 2\pi r h$.

Повторяя общий ход решения, изложенный применительно к телу с плоской поверхностью, будем считать, что при наличии замороженного слоя толщиной l (рис. 8.2) граница раздела продвигается ближе к центру на расстояние $dl = -dr$.



Рис. 8.2. Схема замораживания цилиндрического или сферического тела при перемещении границы раздела:

R — внешний радиус цилиндра; r — радиус незамороженной части цилиндра; l — толщина промерзшего слоя; dl — приращение ее за время dt

Постоянная интегрирования равна нулю, так как при $l = 0$ $l = 0$, т. е. в начале процесса граница раздела находится на внешней поверхности замораживаемого тела.

Из вывода формулы (8.3) становится ясно, почему необходимо принимать каждое из исходных допущений.

Большая часть принятых допущений нужна для того, чтобы достигнуть постоянства величин q , ρ , $t_{кр}$, λ , $t_{кл}$, α , без чего возникли бы осложнения при интегрировании и математическом решении задачи. Кроме того, эти допущения позволили для выражения отведенной теплоты воспользоваться представлениями о теплопередаче через плоскую стенку при стационарных условиях, причем коэффициент теплоотдачи на подвижной границе раздела считался бесконечно большим, а термическое сопротивление на этой границе было равно нулю.

Условие о теплоемкости замороженного слоя, равной нулю, было необходимо, чтобы приравнять выделенную теплоту и теплоту, отведенную от тела к внешней среде. Это соответствует условному представлению о стационарности переноса теплоты в замороженном слое и приводит к линейному понижению температуры в нем от границы раздела к внешней поверхности, как показано на рис. 8.1. В действительности теплота, отведенная к внешней среде, больше теплоты, выделяемой на границе раздела, так как одновременно с ее продвижением понижается температура замороженного слоя.

Условие о предварительном охлаждении замораживаемого тела до криоскопической температуры во всем объеме позволило считать, что на границе раздела выделяется лишь теплота льдообразования, причем замораживание изотермично.

Если вместо неограниченного тела с плоской поверхностью замораживается плоскопараллельная пластина толщиной $2R$ с соблюдением всех оговоренных исходных допущений, то замораживание закончится, когда границы раздела, движущиеся от противоположных поверхностей пластины навстречу друг другу, встретятся на осевой плоскости пластины.

Тогда $l = R$, и из формулы (8.3) получим продолжительность двустороннего замораживания плоской пластины

$$\tau_2 = \frac{q_0 R}{t_{кр} - t_{кл}} \left(\frac{R}{2\lambda} + \frac{1}{\alpha} \right). \quad (8.4)$$

Иногда встречается случай, когда коэффициент теплоотдачи различен на разных сторонах пластины (например, когда контейнер с замораживаемым продуктом лежит на полке в морозильном аппарате, коэффициенты теплоотдачи на нижней и верхней сторонах его, разумеется, заметно отличаются). В этом случае границы раздела фаз, движущиеся с противоположных сторон пластины, сойдутся не на осевой плоскости пластины, а ближе к

той поверхности, на которой больше коэффициент теплоотдачи. Пусть коэффициент теплоотдачи на одной поверхности равен α_1 , а на другой — α_2 . Тогда мы будем иметь систему уравнений (три уравнения с тремя неизвестными: l_1, l_2, τ_3).

$$\tau_3 = \frac{q_0}{t_{\text{сп}} - t_{\text{ст}}} l_1 \left(\frac{l_1}{2\lambda} + \frac{1}{\alpha_1} \right) = \frac{q_0}{t_{\text{сп}} - t_{\text{ст}}} l_2 \left(\frac{l_2}{2\lambda} + \frac{1}{\alpha_2} \right),$$

где l_1 и l_2 — толщины замороженных слоев с разных сторон пластины; $l_1 + l_2 = 2R$

Решая систему, получим

$$\begin{cases} l_1 = 2R \frac{\frac{R}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_1}}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{\alpha_2} + 2\frac{R}{\lambda}}; \\ l_2 = 2R \frac{\frac{R}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{\alpha_2} + 2\frac{R}{\lambda}}; \\ \tau_3 = \frac{q_0}{t_{\text{сп}} - t_{\text{ст}}} R \frac{2 \left[\frac{R}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{\alpha_2} \right] \left\{ \left(\frac{R}{\lambda} \right)^2 + \frac{R}{\lambda} \left(\frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{\alpha_2} \right) + \frac{1}{\alpha_1 \alpha_2} \right\}}{\left\{ 2 \frac{R}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{\alpha_2} \right\}^2}. \end{cases}$$

Пусть теперь замораживаемое тело имеет форму бесконечного прямого круглого цилиндра и соблюдаются те же исходные допущения, которые были названы выше. Обозначим внешний радиус цилиндра символом R . Толщина замороженного слоя $l = R - r$, где r — радиус незамороженной сердцевины цилиндра. В начале замораживания $r = R$, а в конце $r = 0$. На ограниченном участке цилиндра длиной h площадь поверхности, охватываемой подвижной границей раздела, $S = 2\pi r h$.

Повторяя общий ход решения, изложенный применительно к телу с плоской поверхностью, будем считать, что при наличии замороженного слоя толщиной l (рис. 8.2) граница раздела продвигается ближе к центру на расстояние $dl = -dr$.

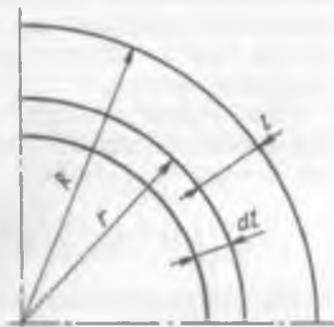


Рис. 8.2. Схема замораживания цилиндрического или сферического тела при перемещении границы раздела:

R — внешний радиус цилиндра; r — радиус незамороженной части цилиндра; l — толщина замороженного слоя; dl — приращение ее за время dt

Теплота, выделенная на границе раздела,

$$dQ = q\rho \cdot 2\pi r h dl.$$

Эта теплота, отводимая к внешней среде через замороженный слой, выражается формулой, описывающей теплопередачу через цилиндрическую стенку в стационарном процессе,

$$dQ = \frac{1}{\frac{1}{\lambda} \ln \frac{R}{r} + \frac{1}{\alpha R}} \cdot 2\pi h (t_{кр} - t_{хл}) dt.$$

Затем количество теплоты, выделенной на границе раздела, приравнивают к количеству теплоты, отведенной к внешней среде, и находят выражение для определения продолжительности продвижения границы раздела на расстояние dr .

$$dt = - \frac{q\rho}{t_{кр} - t_{хл}} \left(\frac{1}{\lambda} \ln \frac{R}{r} + \frac{1}{\alpha R} \right) r dr.$$

Интегрирование этого выражения дает

$$\tau = \frac{q\rho}{2(t_{кр} - t_{хл})} \left[(R^2 - r^2) \left(\frac{1}{\alpha R} + \frac{1}{2\lambda} \right) - \frac{1}{\lambda} r^2 \ln \frac{R}{r} \right].$$

Здесь константа интегрирования была выбрана, исходя из условия, что при $\tau = 0$ $r = R$.

Таким образом, для полного замораживания цилиндра, когда граница раздела достигает оси цилиндра, что соответствует $r = 0$ или $l = R$, продолжительность процесса представляется в виде

$$\tau_3 = \frac{q\rho}{t_{кр} - t_{хл}} \frac{R}{2} \left(\frac{R}{2\lambda} + \frac{1}{\alpha} \right). \quad (8.5)$$

Иногда требуется вычислить продолжительность замораживания кольцевого цилиндрического слоя толщиной $l = R - r$ при отводе теплоты от внутренней поверхности этого слоя. Для этого можно воспользоваться формулами, которые выводятся при решении той же задачи о продолжительности замораживания цилиндрических тел.

При отводе теплоты от внутренней поверхности (радиус r) продолжительность замораживания кольцевого слоя толщиной $l = R - r$

$$\tau_3 = \frac{q\rho}{2(t_{кр} - t_{хл})} \left[(R^2 - r^2) \left(\frac{1}{\alpha R} + \frac{1}{2\lambda} \right) + \frac{1}{\lambda} R^2 \ln \frac{R}{r} \right].$$

По той же общей схеме, по которой решается задача о продолжительности замораживания пластины и цилиндра, решается эта

задача для шара. При этом отличие состоит в использовании выражения коэффициента теплопередачи для сферической стенки.

Соответствующее дифференциальное уравнение будет иметь вид

$$dt = - \frac{q\rho}{t_{кр} - t_{жл}} \left(\frac{1}{\lambda} + \left(\frac{1}{\alpha R} - \frac{1}{\lambda} \right) \frac{r}{R} \right) r dr.$$

Интегрирование этого выражения дает

$$\tau = \frac{q\rho}{(t_{кр} - t_{жл})} \left[\frac{R^2 - r^2}{2\lambda} + \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\alpha R} \right) \frac{r^3 - R^3}{3R} \right]$$

Тогда при сохранении всех названных исходных допущений полное замораживание однородного шара радиусом R , когда граница раздела достигает центра шара при $r = 0$ или $l = R$, произойдет за время

$$\tau_3 = \frac{q\rho}{t_{кр} - t_{жл}} \frac{R}{3} \left(\frac{R}{2\lambda} + \frac{1}{\alpha} \right). \quad (8.6)$$

Сравнив полученные формулы (8.4)...(8.6), выражающие продолжительность замораживания плоской пластины, цилиндра и шара, можно представить формулу Планка в общем виде

$$\tau_3 = \frac{q\rho R}{t_{кр} - t_{жл}} \Phi \left(\frac{R}{2\lambda} + \frac{1}{\alpha} \right), \quad (8.7)$$

где Φ — коэффициент формы, равный 1 для пластины, 1/2 для цилиндра и 1/3 для шара.

Отметим, что для этих простых тел можно определить Φ как $\Phi = V/SR$, где V — объем тела, S — площадь его поверхности, аналогично тому, как это имело место в случае охлаждения (см. главу 4). Тот факт, что формула Планка для трех простых тел имеет одинаковый вид, отличаясь только множителем Φ , позволяет применять эту формулу для тел произвольной формы, определяя для них Φ по формулам, приведенным в главе 4.

Если перенос теплоты от поверхности продукта к теплоотводящей среде происходит через какие-либо промежуточные слои, создающие добавочное термическое сопротивление (например, когда замораживают продукт в упаковке), то его следует учесть, дополнив внешнее термическое сопротивление суммой термических сопротивлений дополнительных слоев, теплопроводность каждого из которых $\lambda_{д}$, а толщина $\delta_{д}$. С этими изменениями формула (8.7) примет вид

$$\tau_3 = \frac{q\rho R}{t_{кр} - t_{жл}} \Phi \left[\frac{R}{2\lambda} + \frac{1}{\alpha} + \sum_n \left(\frac{\delta_{дn}}{\lambda_{дn}} \right) \right].$$

Теперь обсудим каждое из допущений, сделанных при выводе формулы Планка.

8.2. УЧЕТ ТЕПЛОЕМКОСТИ ЗАМОРОЖЕННОЙ ЧАСТИ ТЕЛА

1. Реальная невыполнимость этого допущения очевидна. Поскольку замороженная часть тела в процессе замораживания охлаждается до некоторой среднеобъемной температуры t_{cp} , меньшей криоскопической $t_{кл} < t_{cp} < t_{кр}$, то помимо теплоты кристаллизации qrV от тела должна быть отведена некоторая дополни- тельная теплота

$$C_p V(t_{кр} - t_{cp}),$$

где C — удельная теплоемкость замороженной части тела,

что приводит к увеличению продолжительности замораживания по сравнению с временем, даваемым формулой Планка. Однако в некоторых случаях это увеличение не очень существенно.

В ряде случаев теплота, отводимая от замороженной части тела, невелика по сравнению с теплотой кристаллизации воды в продукте. В качестве численного критерия соотношения той и другой теплоты используют критерий Коссовича

$$Ko = \frac{q}{C(t_{кр} - t_{кл})}.$$

Этот критерий представляет собой отношение полной теплоты кристаллизации воды в теле к теплоте, которую необходимо отвести от замороженной части тела для того, чтобы понизить ее температуру от криоскопической до температуры хладоносителя. Поскольку реально среднеобъемная температура тела после окончания процесса замораживания будет выше температуры хладоносителя, то отношение теплоты кристаллизации к теплоте, реально отведенной от замороженной части тела, будет больше рассчитанного по соотношению для Ko . Таким образом, если $Ko \gg 1$, то теплотой, отводимой от замороженной части тела, можно пренебречь, и формула Планка будет давать время замораживания, близкое к реальному. Например, если тело замораживается хладоносителем с $t_{кл} = -30^\circ\text{C}$, $t_{кр} = 0^\circ\text{C}$ и тело обладает стопроцентным влагосодержанием, то

$$Ko = \frac{3,3 \cdot 10^5 \text{ Дж/кг}}{1,8 \cdot 10^3 \text{ Дж/(кг}\cdot\text{К)} \cdot 30 \text{ К}} \approx 6,1.$$

Таким образом, теплота, отводимая от замороженной части тела, будет составлять менее 14 % теплоты кристаллизации. Та-

кого же порядка будет и расхождение времени, рассчитанного по формуле Планка, с реальным.

Однако на практике критерий Коссовича иногда оказывается и заметно меньше. На этот критерий оказывают существенное влияние два фактора:

а) концентрация сухих веществ в продукте; чем она выше, тем меньше относительное влагосодержание тела. Тогда q следует рассчитывать по следующему соотношению:

$$q = (1 - \mu_c)q_b,$$

где μ_c — массовая доля сухих веществ в теле; q_b — удельная теплота кристаллизации воды; $q_b \approx 3,3 \cdot 10^5$ кДж/кг.

В этом случае, например, если $\mu_c = 0,8$, то число $Ko \approx 1,2$, т. е. теплота, отводимая от замороженной части, соизмерима с теплотой кристаллизации;

б) температура хладоносителя $t_{хл}$; чем она ниже, тем больше разность $t_{кр} - t_{хл}$ и, следовательно, меньше критерий Ko .

Таким образом, пренебрегать теплоемкостью замороженной части можно лишь в случае, когда продукт обладает высоким влагосодержанием, а температура хладагента не слишком низка. В противном случае в формулу Планка необходимо вносить поправочные члены, учитывающие влияние теплоемкости замороженной части.

Для того чтобы это сделать, необходимо решить уравнение теплопроводности для замороженной части тела с соответствующими краевыми условиями. Само уравнение выглядит как обычно:

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \nabla^2 t \quad (8.8)$$

с начальным условием $t|_{\tau=0} = t_{кр}$.

Краевое условие на внешней границе тела с хладоносителем (поверхность S_1) — см. рис. 8.1 — также является стандартным условием 3-го рода:

$$-\lambda \left. \frac{\partial t}{\partial n_1} \right|_{S_1} = \alpha (t - t_{хл})|_{S_1}, \quad (8.9)$$

где производная берется по направлению нормали n_1 к S_1 .

Далее, на границе между замороженной и незамороженной

частями S_2 (т. е. на фронте замерзания) температура должна быть равна криоскопической:

$$t|_{S_2} = t_{кр}. \quad (8.10)$$

Однако этих условий недостаточно. Дело в том, что сама замороженная часть тела расширяется во времени (фронт S_2 продвигается в глубь тела), причем закон ее движения заранее неизвестен, наоборот, он-то и должен быть найден из решения уравнения теплопроводности.

Пусть $l(\tau)$ — толщина замерзшего слоя. Тогда $q\rho dl(\tau)$ суть теплота кристаллизации, выделившаяся за время $d\tau$ с единицы поверхности фронта кристаллизации. Эта теплота должна быть отведена от границы теплопередачей через замороженную часть. Но теплоток от единицы поверхности фронта за единицу времени равен

$$-\lambda \left. \frac{\partial t}{\partial n_2} \right|_{S_2},$$

где $\partial t/\partial n_2$ — производная от температуры замороженного слоя по направлению нормали n_2 к поверхности фронта S_2 .

Итак, мы получаем уравнение

$$q\rho \frac{dl}{d\tau} = -\lambda \left. \frac{\partial t}{\partial n_2} \right|_{S_2}. \quad (8.11)$$

Уравнение (8.11) обычно называют условием Стефана с начальным условием $l(0) = 0$. Уравнения (8.8)...(8.11) представляют собой математическую постановку задачи о промораживании [уравнение теплопроводности для незамороженной части мы не составляем, так как считаем выполненным допущение 2 (см. подраздел 8.1): температура незамороженной части в продолжение всего времени замораживания не меняется и равна криоскопической]. Такого рода задачи с движущейся границей области называют задачей Стефана. Эта задача является существенно нелинейной и почти никогда точно не решается (единственное известное точное решение — для случая промораживания плоской пластины с первым краевым условием на границе — было получено еще самим Стефаном в 1889 г.). Было предложено много различных вариантов приближенного решения этой задачи, где распределение температуры в замороженной части тела аппроксимировали каким-либо выражением (либо явной функцией, либо рядом по какому-либо параметру), которое затем подставляли в уравнения (8.8)...(8.11), и далее коэффициенты в этом выражении подбира-

ли так, чтобы оно, по возможности, лучше этим уравнениям удовлетворяло. Некоторые из этих способов были полуэмпирическими — в окончательных формулах оставались неопределенные коэффициенты, которые затем должны были определяться по экспериментальным данным. Обычно полученные таким путем расчетные соотношения хорошо согласуются с экспериментом. Однако, поскольку эти коэффициенты оказываются различными для разных замораживаемых продуктов и разных условий замораживания, общность таких формул невелика. Имеются также чисто аналитические способы приближенного решения задачи Стефана, которые никаких экспериментальных коэффициентов не содержат. Обладая большой общностью (практически такой же, как формула Планка), они, однако, хуже согласуются с экспериментальными данными.

Мы изложим здесь один из этих чисто аналитических методов, приведенный Вейником для случая пластины, а для цилиндра и шара — авторами. Итак, пусть у нас имеется пластина толщиной $2R$. Выберем начало координат на осевой плоскости пластины, направим ось x поперек пластины и обозначим через $\lambda(\tau)$ половину толщины незамерзшего слоя в момент времени τ (это делается для того, чтобы достичь единообразия в обозначениях с цилиндром и шаром). Толщина замороженного слоя $l(\tau) = R - \lambda(\tau)$. Обозначим температуру в замороженной части пластины $t(x; \tau)$; $\lambda(\tau) \leq x \leq R$. Тогда уравнения (8.8)...(8.11) приобретут вид

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = \frac{\lambda}{C_p} \frac{\partial^2 t}{\partial x^2}, \quad (8.12)$$

$$\frac{\partial t}{\partial x}(R; \tau) = -\frac{\alpha}{\lambda} t(R; \tau); \quad (8.13)$$

$$t[\lambda(\tau); \tau] = t_{кр}; \quad (8.14)$$

$$q_p \frac{d\lambda(\tau)}{d\tau} = -\lambda \frac{\partial t}{\partial x}[\lambda(\tau); \tau]; \quad l(0) = 0. \quad (8.15)$$

Для удобства введем новые безразмерные переменные:

длину $z = \frac{x}{R}$;

время $Fo = \frac{\lambda \tau}{C_p R^2}$;

толщину промерзшего слоя $\delta(Fo) = \frac{\lambda(\tau)}{R}$;

температуру $\Theta(z; Fo) = \frac{t(x, \tau) - t_{ли}}{t_{кр} - t_{ли}}$.

В этих переменных уравнения (8.12)...(8.15) выглядят следующим образом:

$$\frac{\partial \Theta}{\partial Fo} = \frac{\partial^2 \Theta}{\partial z^2}; \quad (8.16)$$

$$\frac{\partial \Theta}{\partial z}(1; \tau) = -Bi\Theta(1; Fo); \quad (8.17)$$

$$\Theta(1 - \delta(Fo); Fo) = 1; \quad (8.18)$$

$$\delta(Fo) = -\frac{1}{Ko} \frac{\partial \Theta}{\partial z}[1 - \delta(Fo); Fo]. \quad (8.19)$$

Чтобы найти приближенное решение системы (8.16)...(8.19), необходимо как-то аппроксимировать распределение температуры в замороженном слое $\Theta(z; Fo)$. При выводе формулы Планка предполагали, что теплоемкость замороженной части равна нулю, а это фактически означает, что вместо уравнения (8.16) брали уравнение $\partial^2 \Theta / \partial z^2 = 0$. Решением этого уравнения является так называемое квазистационарное распределение $\Theta(z; Fo) = a_0(Fo) + a_1(Fo)z$, где $a_0(Fo)$ и $a_1(Fo)$ — какие-то функции времени. Это распределение в любой фиксированный момент времени представляет собой стационарное (т. е. для пластины линейное) распределение, параметры которого, однако, меняются во времени. Если это квазистационарное распределение подставить в уравнения (8.16)...(8.19), то мы определим из них $a_0(Fo)$, $a_1(Fo)$ и $\delta(Fo)$, а следовательно, и время замораживания, которое будет равно времени, полученному по формуле Планка. Поэтому естественно аппроксимировать $\Theta(z; Fo)$ выражением, главными членами которого будут $a_0(Fo) + a_1(Fo)z$, плюс некоторая добавка, которая и будет учитывать теплоемкость замороженной части. Это добавка, в свою очередь, может быть получена итерацией уравнения (8.16). Представим функцию $\Theta(z; Fo)$ в виде следующего ряда:

$$\Theta(z; Fo) = \sum_{i=0}^{\infty} a_i(Fo) J_i(z), \quad (8.20)$$

где

$$\left. \begin{aligned} J_0''(z) = J_1''(z) = 0; \\ a_{i+2}(Fo) J_{i+2}''(z) = a_i'(Fo) J_i'(z); \\ J_{i+2}(1) = J_{i+2}(0) = 0. \end{aligned} \right\} \quad (8.21)$$

Смысл условий (8.21) следующий. Первые два члена ряда (8.20) представляют собой квазистационарное приближение, а

остальные добавляются для того, чтобы $\Theta(z; Fo)$ удовлетворяло уравнению (8.16). Действительно

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \Theta}{\partial z^2}(z, Fo) &= \sum_{l=0}^{\infty} a_l(Fo) J_l''(z) = \sum_{j=0}^{\infty} a_{j+2}(Fo) J_{j+2}''(z) = \\ &= \sum_{j=0}^{\infty} a_j(Fo) J_j(z) = \frac{\partial \Theta}{\partial z}(z, Fo). \end{aligned}$$

Последнее же из уравнений (8.21) необходимо для того, чтобы члены ряда (8.20), начиная со второго, не портили краевое условие (8.17).

Найдем решение уравнений (8.21). Очевидно, мы можем принять $J_0(z) = 1$; $J_1(z) = 1 - z$ (квазистационарное приближение). Тогда для $J_2(z)$ и $J_3(z)$ мы получим дифференциальное уравнение второго порядка с начальными условиями. Решив их, мы получим

$$\left. \begin{aligned} J_2(z) &= (1 - z)^2; \quad J_3(z) = (1 - z)^3; \\ a_2(Fo) &= (1/2)a_0'(Fo); \quad a_3(Fo) = (1/6)a_1'(Fo). \end{aligned} \right\} \quad (8.22)$$

Этими членами мы и ограничимся. Подставляя два первых члена в краевое условие (8.17), получим

$$a_1(Fo) = Bi a_0(Fo). \quad (8.23)$$

Далее, подставляя те же два первых члена в условие (8.18) и учитывая (8.23), получим

$$a_0(Fo) = \frac{1}{1 + Bi \delta(Fo)}. \quad (8.24)$$

Если подставить в условие (8.18) весь ряд (8.20), это привело бы к непреодолимым аналитическим трудностям. Поэтому ограничимся первыми двумя членами. Теперь, подставив первые четыре члена ряда (8.20) в уравнение (8.19), учитывая (8.22)...(8.24), получим

$$\begin{aligned} \delta(Fo) &= -\frac{1}{Ko} \left\{ -Bi a_0(Fo) - 2\delta(Fo) \frac{1}{2} a_0'(Fo) - 3\delta^2 \frac{1}{6} a_1'(Fo) \right\} = \\ &= -\frac{1}{Ko} \left\{ -\frac{Bi}{1 + Bi \delta(Fo)} + \frac{Bi \delta(Fo) \delta'(Fo)}{[1 + Bi \delta(Fo)]^2} + \frac{Bi^2 \delta^2(Fo) \delta'(Fo)}{2[1 + Bi \delta(Fo)]^2} \right\}. \end{aligned}$$

Это уравнение легко преобразовать в дифференциальное уравнение с разделяющимися переменными

$$\frac{dFo}{d\delta} = \frac{Ko}{Bi} (1 + Bi\delta) + \frac{\delta}{2} + \frac{1}{2Bi} - \frac{1}{2Bi(1 + Bi\delta)}. \quad (8.25)$$

Интегрируем уравнение (8.25), учитывая $\delta(0) = 0$,

$$Fo = \left(Ko + \frac{1}{2}\right) \delta \left(\frac{\delta}{2} + \frac{1}{Bi}\right) - \frac{1}{2Bi^2} \ln(1 + Bi\delta). \quad (8.26)$$

Подставив в (8.26) $\delta = 1$, получим время замораживания. Запишем его в размерных величинах

$$\tau_3 = \frac{q\rho R}{t_{кр} - t_{жл}} \left(\frac{R}{2\lambda} + \frac{1}{\alpha}\right) + \frac{R\rho C}{2} \left(\frac{R}{2\lambda} + \frac{1}{\alpha}\right) \left(1 - \frac{\ln(1 + Bi)}{Bi}\right). \quad (8.27)$$

Видно, что первый член в формуле (8.27) — это формула Планка, а второй — добавка, учитывающая теплоемкость замороженной части тела (при $C = 0$ он обращается в нуль). Если критерий Bi достаточно велик, то формулу (8.27) можно упростить:

$$\tau_3 = R\rho \left(\frac{q}{t_{кр} - t_{жл}} + \frac{C}{2}\right) \left(\frac{R}{2\lambda} + \frac{1}{\alpha}\right). \quad (8.28)$$

Реально, при $Bi \geq 5$ формула (8.28) дает отличие от выражения (8.27) всего в несколько процентов, что для практики несущественно. Формула (8.28) ненамного сложнее формулы Планка, однако значительно лучше соответствует реальному времени замораживания.

На практике кроме времени замораживания бывает необходимо знать среднеобъемную температуру продукта после окончания замораживания, так как предназначенный для длительного хранения продукт должен быть не только заморожен, но и охлажден до заданной среднеобъемной температуры (для широкого класса продуктов она составляет -18°C). Если после окончания процесса замораживания продукт имеет среднеобъемную температуру выше -18°C , то его необходимо доохладить. Чтобы определить среднеобъемную температуру пластины в момент $\tau = \tau_3$ (или $\delta = 1$), аппроксимируем распределение в пластине первыми двумя членами ряда (8.20):

$$\Theta(z, Fo) = \frac{1}{1 + Bi\delta(Fo)} \left\{1 + Bi(1 - z)\right\}.$$

В момент окончания замораживания $\delta = 1$, отсюда

$$\Theta(z, Fo_3) = 1 - \frac{1}{Bi + 1} z.$$

Следовательно, безразмерная среднеобъемная температура

$$\Theta_{\text{ср}}(\text{Fo}_3) = \frac{\text{Bi} + 2}{2(\text{Bi} + 1)} ;$$

в размерных величинах

$$t_{\text{ср}}(\tau_3) = \frac{\text{Bi} t_{\text{ст}} + (\text{Bi} + 2) t_{\text{кр}}}{2(\text{Bi} + 1)} \quad (8.29)$$

Теперь рассмотрим промерзание цилиндра. Все обозначения те же самые, а в системе уравнений (8.16)...(8.19) изменится только первое уравнение, которое примет вид

$$\frac{\partial \Theta}{\partial \text{Fo}} = \frac{\partial^2 \Theta}{\partial z^2} + \frac{1}{z} \frac{\partial \Theta}{\partial z} \quad (8.30)$$

Здесь в правой части стоит радиальная часть оператора Лапласа в цилиндрических координатах (мы считаем задачу цилиндрически-симметричной и опускаем члены с производными по углу и по направлению вдоль оси цилиндра).

Опять же представим функцию $\Theta(z, \text{Fo})$ в виде ряда (8.20) с условиями

$$\left. \begin{aligned} J_0''(z) + \frac{1}{z} J_0'(z) &= J_1''(z) + \frac{1}{z} J_1'(z) = 0 ; \\ a_{i+2}(\text{Fo}) \left\{ J_{i+2}''(z) + \frac{1}{z} J_{i+2}'(z) \right\} &= a_i'(\text{Fo}) J_i(z) ; \\ J_{i+2}(1) = J_{i+2}'(1) &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (8.31)$$

В качестве $J_0(z)$ и $J_1(z)$ выбираем $J_0(z) = 1$; $J_1(z) = \ln z$ (квазистационарное приближение для цилиндра). Тогда, решая уравнения (8.31) для $J_2(z)$ и $J_3(z)$, получаем

$$\left. \begin{aligned} J_2(z) &= z^2 - 2 \ln z - 1 ; \\ J_3(z) &= z^2 (\ln z - 1) + \ln z + 1 ; \\ \alpha_2(\text{Fo}) &= (1/4) \alpha_0'(\text{Fo}) ; \\ \alpha_3(\text{Fo}) &= (1/4) \alpha_1'(\text{Fo}). \end{aligned} \right\} \quad (8.32)$$

Подставляя первые два члена ряда (8.20) в условие (8.17), получим $\alpha_1(\text{Fo}) = -\text{Bi} \alpha_0(\text{Fo})$. Подставляя их же в условие (8.18), имеем

$$\alpha_0(\text{Fo}) = \frac{1}{1 - \text{Bi} \ln [1 - \xi(\text{Fo})]} \quad (8.33)$$

Теперь надо было бы, как и для пластины, подставить первые четыре члена ряда в уравнение (8.19), получить дифференциальное уравнение для $\delta(Fo)$ и проинтегрировать его. Однако если все это сделать, то мы получим бесконечно большое время замораживания (интеграл разойдется), что свидетельствует о неудачном выборе приближения. Тем не менее положение можно спасти. Преобразуем уравнение (8.19) следующим образом:

$$\begin{aligned} \delta(Fo) &= -\frac{1}{Ko} \ln z \left\{ \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\Theta(z; Fo)}{\ln z} \right) + \frac{\Theta(z; Fo)}{z \ln^2 z} \right\} \Bigg|_{z=\delta} = \\ &= -\frac{1}{Ko} \left[\ln(1-\delta) \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\Theta(z; Fo)}{\ln z} \right) \Bigg|_{z=\delta} + \frac{1}{(1-\delta) \ln(1-\delta)} \right]. \end{aligned} \quad (8.34)$$

Здесь мы использовали уравнение (8.18). Теперь подставим первые четыре члена ряда (8.20) в выражение (8.30). В результате преобразований получим следующее дифференциальное уравнение:

$$\begin{aligned} \frac{dFo}{d\delta} &= \frac{Ko}{Bi} (1 - Bi \ln(1-\delta)) (1-\delta) - \frac{1}{2}(1-\delta) - \\ &- \frac{2Bi(1-\delta)^2 \ln(1-\delta) + (Bi+1)\delta(2-\delta)}{4(1-Bi \ln(1-\delta))(1-\delta) \ln(1-\delta)}. \end{aligned} \quad (8.35)$$

Уравнение (8.35) может быть проинтегрировано в квадратурах:

$$\begin{aligned} Fo &= \frac{Ko}{2} \left\{ \left(1 + \frac{2}{Bi} \right) \left(\delta - \frac{\delta^2}{2} \right) + (1-\delta)^2 \ln(1-\delta) \right\} - \frac{\delta}{2} + \frac{\delta^2}{4} - \\ &- \frac{1}{4} \int_0^{\delta} \frac{2Bi(1-z)^2 \ln(1-z) + (Bi+1)z(2-z)}{(1-Bi \ln(1-z))(1-z) \ln(1-z)} dz. \end{aligned} \quad (8.36)$$

Интеграл в уравнении (8.36) не удастся выразить через какие-либо табулированные функции, однако он легко может быть найден численно. Подставляя в выражение (8.36) $\delta = 1$, получим безразмерное время замораживания. Сделаем в интеграле замену $\xi = -2 \ln(1-z)$ и запишем время сразу в размерных величинах

$$\tau_3 = \frac{q_0 R}{2(t_{кр} - t_{ст})} \left(\frac{R}{2\lambda} + \frac{1}{\alpha} \right) + \frac{C_p R^3}{k} \text{Int}_1(Bi), \quad (8.37)$$

где $\text{Int}_1(Bi) = \int_0^{\infty} \frac{Bi+1-(1+Bi)\xi e^{-\xi}}{\xi(2+Bi\xi)} d\xi - \frac{1}{4}$.

Здесь опять же первое слагаемое — формула Планка, а второе — добавка, учитывающая теплоемкость замороженной части. Интеграл $\text{Int}_1(\text{Bi})$ удастся явно вычислить лишь при $\text{Bi} = \infty$: $\text{Int}_1(\text{Bi}) = 1/4$. Однако результаты численного счета показывают, что уравнение (8.37) можно хорошо аппроксимировать выражением

$$\tau_3 = \frac{q \rho R}{2(t_{\text{сп}} - t_{\text{хл}})} \left(\frac{R}{2\lambda} + \frac{1}{\alpha} \right) + \frac{R \rho C}{2} \left(\frac{R}{2\lambda} + \frac{1}{\alpha} (0,084 \ln \text{Bi} + 0,27) \right).$$

Опять-таки при достаточно больших значениях Bi ($\text{Bi} \geq 5$) формулу (8.37) можно упростить:

$$\tau_3 = R \rho \left(\frac{q}{2(t_{\text{сп}} - t_{\text{хл}})} + \frac{C}{2} \right) \left(\frac{R}{2\lambda} + \frac{1}{\alpha} \right). \quad (8.38)$$

Теперь нам необходимо вычислить среднеобъемную температуру цилиндра после окончания процесса замораживания. Здесь уже не подходит метод, использовавшийся для пластины. Действительно, квазистационарное распределение для цилиндра содержит $\ln z$, который имеет особенность в центре цилиндра, и поэтому аппроксимировать этим распределением температуру во всем цилиндре невозможно. Однако искомую среднеобъемную температуру найти можно. Для этого вычислим общий теплоток через всю поверхность цилиндра за все время замораживания, используя известную нам температуру поверхности цилиндра

$$\begin{aligned} \Theta(1; \text{Fo}) = a_0(\text{Fo}) &= \frac{1}{1 - \text{Bi} \ln(1 - \delta)}; \\ Q &= \frac{2\pi R^2 \alpha (t_{\text{сп}} - t_{\text{хл}}) C \rho}{\lambda} \int_0^{\text{Fo}} \frac{dt}{1 - \text{Bi} \ln[1 - \delta(\text{Fo})]} = \\ &= \frac{2\pi R^2 \alpha (t_{\text{сп}} - t_{\text{хл}}) C \rho}{\lambda} \int_0^1 \frac{\frac{d\text{Fo}}{d\delta} d\delta}{1 - \text{Bi} \ln(1 - \delta)}. \end{aligned} \quad (8.39)$$

Подставляя в формулу (8.39) выражение для $d\text{Fo}/d\delta$ из уравнения (8.35) и делая ту же замену $\xi = -2 \ln(1 - \delta)$, получим после преобразований

$$Q = \pi R^2 \rho q + \pi R^2 (t_{\text{кр}} - t_{\text{хл}}) C \rho \text{Int}_2(\text{Bi}), \quad (8.40)$$

где $\text{Int}_2(\text{Bi}) = \text{Bi} \int_0^{\infty} \frac{2(\text{Bi} + 1) - (\text{Bi} \xi^2 + 2(\text{Bi} + 1)(1 + \xi) e^{-\xi}}{\xi(\text{Bi} \xi + 2)^2} d\xi$.

Здесь опять же интеграл $\text{Int}_2(\text{Bi})$ удастся вычислить в явном виде лишь при $\text{Bi} = 0$, $\text{Int}_2(0) = 0$ и $\text{Bi} = \infty$, $\text{Int}_2(\infty) = 1/2$. В выражении (8.40) для Q первый член — теплота фазового перехода на единицу длины цилиндра, а второй — теплота, отведенная от замороженной части. Отсюда среднеобъемная температура цилиндра по окончании замораживания будет равна

$$t_{\text{ср}} = t_{\text{кр}} - (t_{\text{кр}} - t_{\text{жл}}) \text{Int}_2(\text{Bi}). \quad (8.41)$$

Опять-таки результаты численного счета показывают, что уравнение (8.41) можно хорошо аппроксимировать выражением

$$t_{\text{ср}} = t_{\text{жл}} \frac{3\text{Bi}}{6\text{Bi} + 5} + t_{\text{кр}} \frac{3\text{Bi} + 5}{6\text{Bi} + 5}.$$

Отметим, что при $\text{Bi} = \infty$ (т. е. в пределе бесконечно большого коэффициента теплоотдачи или при первом краевом условии на границе) получим

$$t_{\text{ср}} = \frac{t_{\text{жл}} + t_{\text{кр}}}{2},$$

т. е. цилиндр охлаждается наполовину — так же, как и пластина.

Рассмотрим охлаждение шара по той же схеме. Теперь в системе уравнений (8.16)...(8.19) уравнение (8.16) будет выглядеть так:

$$\frac{\partial \theta}{\partial \text{Fo}} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} + \frac{2}{z} \frac{\partial \theta}{\partial z} \quad (8.42)$$

(радиальная часть оператора Лапласа в сферических координатах).

Уравнения членов ряда (8.20) выглядят следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} J_0''(z) + \frac{2}{z} J_0'(z) &= J_1''(z) + \frac{2}{z} J_1'(z) = 0; \\ a_{i+2}(\text{Fo}) \left\{ J_{i+2}'' + \frac{2}{z} J_{i+2}'(z) \right\} &= a_i'(\text{Fo}) J_1(z); \\ J_{i+2}'(1) &= J_{i+2}(1) = 0. \end{aligned} \right\} \quad (8.43)$$

В качестве $J_0(z)$ и $J_1(z)$ выбираем $J_0(z) = 1$; $J_1(z) = (1 - z)/z$ (квазистационарное распределение для шара). Решая уравнение (8.43), находим $J_2(z)$ и $J_3(z)$:

$$J_2(z) = z^2 + \frac{2}{z} - 3; \quad J_3(z) = \frac{(1-z)^3}{z};$$

$$\alpha_2(\text{Fo}) = \frac{1}{6} \alpha_0'(\text{Fo}); \quad \alpha_3(\text{Fo}) = -\frac{1}{6} \alpha_1'(\text{Fo}).$$

Далее из уравнения (8.17) имеем $\alpha_1(Fo) = Bi \alpha_0(Fo)$, из уравнения (8.18) получим

$$\alpha_0(Fo) = \frac{1 - \delta(Fo)}{1 + (Bi - 1)\delta(Fo)}$$

При определении времени замораживания для шара возникает та же сложность, что и для цилиндра. Выход из положения такой же: преобразуем уравнение (8.19):

$$\begin{aligned} \delta(Fo) &= -\frac{1}{Ko} \frac{1}{z} \left\{ \frac{\partial}{\partial z} [z \Theta(z, Fo)] - \Theta(z, Fo) \right\} \Big|_{z=1-\delta} = \\ &= -\frac{1}{Ko} \frac{1}{1-\delta} \left\{ \frac{\partial}{\partial z} [z \Theta(z, Fo)] \Big|_{z=1-\delta} - 1 \right\}. \end{aligned}$$

Теперь, подставив сюда первые четыре члена ряда (8.20), после преобразований получим

$$\frac{d\delta}{dFo} = \frac{Bi [1 + (Bi - 1)\delta]}{Ko (1 - \delta) [1 + (Bi - 1)\delta]^2 + Bi \delta + 0,5Bi (Bi - 1)\delta^2}. \quad (8.44)$$

Уравнение (8.44) легко интегрируется:

$$\begin{aligned} Fo &= \frac{Ko}{Bi} \left[- (Bi - 1) \frac{\delta^3}{3} + (Bi - 2) \frac{\delta^2}{2} + \delta \right] + \frac{\delta}{4} + \\ &+ \frac{\delta}{2(Bi - 1)} - \frac{1}{2(Bi - 1)^2} \ln [1 + (Bi - 1)\delta]. \end{aligned} \quad (8.45)$$

Подставляя в (8.45) $\delta = 1$, получим время замораживания. Запишем его сразу в размерных величинах

$$\tau_3 = \frac{q \rho R}{3(t_{кр} - t_{лв})} \left(\frac{R}{2\lambda} + \frac{1}{\alpha} \right) + \frac{R \rho C}{2} \left[\frac{R}{2\lambda} + \frac{Bi}{\alpha (Bi - 1)} \left(1 - \frac{\ln Bi}{Bi - 1} \right) \right]. \quad (8.46)$$

Первое слагаемое в выражении (8.46) — формула Планка (8.6), а второе — поправка на ненулевую теплоемкость льда.

Отметим, что формула (8.46) не имеет особенностей при $Bi = 1$, как это может показаться на первый взгляд, — члены с особенностями сокращаются, и при $Bi = 1$ добавка к формуле Планка равна

$$\frac{R \rho C}{2} \left[\frac{R}{2\lambda} + \frac{1}{2\alpha} \right].$$

Для вычисления среднеобъемной температуры шара по окончании замораживания воспользуемся тем же приемом, что и для

цилиндра, — вычислим общий теплоток через поверхность шара за все время замораживания

$$Q = \frac{4\pi R^2 \alpha (t_{кр} - t_{хл}) C_p}{\lambda} \int_0^1 \alpha_0(\delta) \frac{dFo}{d\delta} d\delta =$$

$$= V \rho + V C_p (t_{кр} - t_{хл}) \frac{3Bi}{2(Bi-1)} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{Bi-1} + \frac{\ln Bi}{(Bi-1)^2} \right),$$

где V — объем шара, m^3 .

Отсюда среднеобъемная температура шара по окончании замораживания

$$t_{ср} = t_{кр} - (t_{кр} - t_{хл}) \frac{3Bi}{2(Bi-1)} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{Bi-1} + \frac{\ln Bi}{(Bi-1)^2} \right) \quad (8.47)$$

Здесь опять же нет особенностей при $Bi = 1$; в этом случае

$$t_{ср} = \frac{t_{кр} + t_{хл}}{2}.$$

В пределе $Bi = \infty$ получим $t_{ср} = 3/4 t_{хл} + 1/4 t_{кр}$, т. е. шар охлаждается на три четверти.

Опять же при больших Bi ($Bi \geq 5$) можно упростить формулу (8.46):

$$\tau_3 = R \rho \left(\frac{q}{3(t_{кр} - t_{хл})} + \frac{C}{2} \right) \left(\frac{R}{2\lambda} + \frac{1}{\alpha} \right). \quad (8.48)$$

Объединяя формулы (8.28), (8.38) и (8.48), получаем универсальную формулу для продолжительности замораживания тел простой формы при $Bi \geq 5$

$$\tau_3 = R \rho \left(\frac{\Phi q}{t_{кр} - t_{хл}} + \frac{C}{2} \right) \left(\frac{R}{2\lambda} + \frac{1}{\alpha} \right), \quad (8.49)$$

где Φ — знакомый нам фактор формы.

Таким образом, при достаточно больших Bi добавка к формуле Планка, учитывающая теплоемкость замороженной части, не зависит от формы.

8.3. УЧЕТ НАЧАЛЬНОЙ ТЕМПЕРАТУРЫ ТЕЛА

Допущение 2 (см. подраздел 8.1) на практике также не выполняется. Чтобы тело перед замораживанием имело во всех точках криоскопическую температуру, необходимо выдерживать его при

этой температуре длительное время, что, разумеется, не делается. Реально продукт перед замораживанием имеет температуру $t_{\text{нач}} > t_{\text{кр}}$, где $t_{\text{кр}}$ равно температуре помещения, в котором хранился продукт. Такое тело, попав в морозильный аппарат, начинает замерзать не сразу. Вначале оно охлаждается до тех пор, пока температура поверхности не станет равна криоскопической, и только после этого начнется замораживание. Отметим, что в этот момент температура тела только на поверхности равна криоскопической, внутри тела она будет выше. Таким образом, в момент начала собственно замораживания тело будет охлаждено неравномерно.

Существующие способы учесть влияние начальной температуры тела на продолжительность замораживания можно подразделить на «наивный» способ, «полунаивный» способ и «ненаивные» способы. Разберем их по отдельности.

«Наивный» способ заключается в том, что в формуле Планка удельная теплота кристаллизации q заменяется на $q' = q + C_0(t_{\text{нач}} - t_{\text{кр}})$, где C_0 — удельная теплоемкость незамороженного тела. Таким образом, теплоту, которую необходимо отвести от тела для того, чтобы оно охладилось до криоскопической температуры, просто прибавляют к теплоте кристаллизации. Этот способ, конечно, очень приближенный, но он весьма прост и в ряде случаев неплохо согласуется с экспериментальными данными.

«Полунаивный» способ заключается в следующем. Вначале по известным формулам для охлаждения тела вычисляют: время τ_1 , за которое поверхность тела достигнет криоскопической температуры; среднеобъемную температуру тела t_1 , которую оно будет иметь в этот момент ($t_{\text{кр}} < t_1 < t_{\text{нач}}$). Далее, как в «наивном» способе, вычисляют время собственно замораживания τ_{II} по формуле Планка, в которой q заменено на $q'' = q + C_0(t_1 - t_{\text{кр}})$. Окончательно время замораживания определяют как $\tau_3 = \tau_1 + \tau_{II}$. Этот способ технически значительно более сложен, чем «наивный». Его преимущества перед «наивным» проявляются в случае, когда:

1. τ_1 не является пренебрежимо малым по сравнению с τ_{II} (т. е. поверхность тела охлаждается до $t_{\text{кр}}$ достаточно долго);

2. $\frac{t_{\text{нач}} - t_1}{t_{\text{нач}} - t_{\text{кр}}}$ не должно быть много меньше единицы (т. е. за время τ_1 среднеобъемная температура тела успевает заметно понизиться).

Выполнимость этих условий определяется коэффициентом теплоотдачи с поверхности тела α , а точнее, критерием Био (Bi). Если теплоотдача идет очень интенсивно, т. е. $Bi \gg 1$, то поверхность тела остывает до $t_{\text{кр}}$ очень быстро, в то время как

основная масса тела сколько-нибудь заметно остыть не успевает. В этом случае, очевидно, нет смысла прибегать к «полунаивному» способу, достаточно ограничиться «наивным». Если же теплоотдача не очень интенсивна, т. е. $Bi < 1$, то лучше воспользоваться «полунаивным» способом.

«Ненаивные» способы заключаются в попытках проследить динамику распределения температуры в незамерзшей части тела во время замораживания. С этой целью к уравнениям задачи Стефана (8.8)...(8.11) добавляют уравнение теплопроводности для незамороженной части

$$\frac{\partial t_0}{\partial \tau} = a_0 \nabla^2 t_0, \quad (8.50)$$

где $t_0(x, \tau)$ — распределение температуры в незамороженной части тела; a_0 — коэффициент теплопроводности незамороженной части тела (отметим, что он сильно отличается от соответствующего коэффициента для замороженной части, теплопроводность воды почти в 11 раз меньше, чем у льда).

Также еще необходимо начальное условие

$$t_0|_{\tau=0} = t_0(x), \quad (8.51)$$

где правая часть представляет собой распределение температуры в теле в момент τ_1 (когда температура поверхности тела станет равна криоскопической) и может быть вычислена по известным формулам для охлаждения тела. Этот путь является, безусловно, наиболее корректным.

Задача, описываемая уравнениями (8.8)...(8.11), (8.50), (8.51), значительно более сложна, чем задача (8.8)...(8.11). Был предпринят ряд попыток приближенного решения задачи (8.8)...(8.11), (8.50), (8.51), как и задачи (8.8)...(8.11), однако все эти попытки имеют следующие недостатки:

1. Выражения, которыми аппроксимировалось распределение температуры в незамороженной части, брались, по сути дела, «с потолка», причем исходя не столько из каких-то физических предпосылок [как это в большинстве случаев имело место для задачи (8.8)...(8.11)], сколько из соображений удобства интегрирования получающихся уравнений.

2. Итоговые формулы получались чрезвычайно громоздкими и вследствие этого малоприменимыми для практических расчетов.

3. Время замораживания, вычисленное по этим формулам, отличается от времени, полученного «наивным» и «полунаивным» способами, как правило, всего на несколько процентов, что для практических расчетов несущественно.

Суммируя все вышесказанное, приходим к выводу: разумнее всего при $Bi \gg 1$ пользоваться «наивным» способом, а при $Bi < 1$ — «полунаивным».

8.4. УЧЕТ ВЛИЯНИЯ РАСТВОРЕННЫХ ВЕЩЕСТВ

Допущение 3 (см. подраздел 8.1) реально также не выполняется. Как было показано в главе 7, вода в пищевых продуктах вымораживается постепенно с падением температуры от криоскопической и ниже. Это означает, что теплота кристаллизации выделяется не только на границе раздела фаз, но и во всем объеме замороженной части, причем интенсивность выделения этой теплоты зависит как от координаты точки внутри замороженной части (наибольшая теплота выделяется вблизи границы раздела фаз), так и от времени.

Кроме того, структура замороженной части тела является неоднородной — при движении от границы раздела фаз к внешней поверхности тела температура понижается, а следовательно, возрастает доля вымороженной воды в продукте. Но, как известно (см. главу 2), доля вымороженной воды влияет на теплофизические параметры продукта — коэффициенты теплопроводности и теплоемкости, поэтому и они зависят от координаты и времени.

Все эти обстоятельства делают задачу строгого учета влияния растворенных веществ на продолжительность замораживания чрезвычайно сложной и практически неразрешимой. Поэтому для реальных расчетов пользуются все теми же формулами (8.27), (8.37) и (8.46), только несколько корректируют входящие в них параметры. Теплоту кристаллизации вычисляют по следующей формуле:

$$q = (1 - \mu_c)\omega q_b,$$

где μ_c — массовая доля сухих веществ в продукте; ω — количество вымороженной воды при среднеобъемной температуре, достигаемой к концу процесса; q_b — удельная теплота кристаллизации воды: $q_b \approx 3,3 \cdot 10^3$ кДж/кг.

Поскольку основная доля воды во время процесса вымерзает вблизи границы раздела фаз, вносимая этим способом ошибка не слишком велика. В качестве теплофизических параметров замороженной части тела берут средние значения этих параметров по промежутку температур от криоскопической до среднеобъемной температуры тела, достигаемой к концу процесса.

Допущения 4 (см. подраздел 8.1), как правило, выполняются. Коэффициент теплоотдачи и температуру среды в процессе замораживания обычно стараются поддерживать хотя бы приблизительно постоянными. Плотность широкого класса пищевых продуктов при замораживании уменьшается не очень сильно, примерно на 5...8 %, чем обычно пренебрегают. Что же касается однородности тела, то, очевидно, некоторые продукты являются однородными, а некоторые — нет. Если продукт неоднороден, то

время замораживания все равно приходится вычислять по тем же формулам, беря в качестве теплофизических параметров продукта их средние значения по объему тела.

9. ОСНОВЫ МАССОПЕРЕДАЧИ

Массообменом (массопереносом) называют процессы переноса массы какого-либо вещества или веществ (целевого компонента или компонентов) из одной точки пространства в другую. Под массоотдачей понимают перенос целевого компонента из основного объема потока-носителя к границе его раздела с другой фазой. Массопередача — это процесс переноса целевого компонента из одного потока-носителя в основную массу другого вещества через границу раздела фаз между веществами.

Перенос целевого компонента происходит только при отсутствии концентрационного равновесия в различных точках пространства или между веществами-носителями по обе стороны от границы их раздела. Направление самопроизвольных процессов массообмена согласно второму закону термодинамики соответствует достижению состояния равновесия, т. е. выравниванию значений содержания целевого компонента в гомогенной фазе и установлению равновесного соотношения составов двух или нескольких фаз. Скорость переноса компонента пропорциональна степени отклонения системы от состояния равновесия. Равновесные соотношения для конкретных систем обычно известны из опытных данных во всем возможном диапазоне изменения содержания компонента. При этом факт наличия равновесия составов фаз не означает числового равенства содержаний целевого компонента в каждой из фаз.

9.1. ОСНОВНЫЕ ЗАВИСИМОСТИ И РАСЧЕТНЫЕ ФОРМУЛЫ

1. Молярная (или равная ей объемная) доля y компонента смеси идеальных газов (паров)

$$y = p/P, \quad (9.1)$$

где p — парциальное давление компонента газовой смеси; $P = p_A + p_B + p_C + \dots + p_n$ — общее давление смеси газов или паров, равное сумме парциальных давлений всех компонентов смеси.

2. Существует два элементарных вида переноса массы: диффузия и конвективный массоперенос.

Диффузия целевого компонента, перенос которого рассматривается, может происходить как в неподвижной среде-носителе, так и в движущейся. Причина возникновения диффузионного потока компонента — наличие градиента его концентрации. Поверхностная плотность диффузионного потока $[кг/(м^2 \cdot с)]$ соответствует закону Фика

$$\vec{j}_d = - D \text{ grad } C_y, \quad (9.2)$$

где D — коэффициент диффузии компонента в среде, $м^2 \cdot с$; $\text{grad } C_y$ — градиент концентрации C_y ($кг/м^3$) целевого компонента в среде-носителе в направлении диффузионного потока \vec{j}_d . Знак «минус» соответствует положительному значению диффузионного потока в направлении уменьшения концентрации.

Конвективный перенос осуществляется в результате перемещения целевого компонента вместе с потоком вещества-носителя:

$$\vec{j}_k = \vec{w} C_y, \quad (9.3)$$

где j_k — плотность конвективного потока компонента, $кг/(м^2 \cdot с)$; w — скорость движения вещества-носителя, $м/с$; C_y — массовая концентрация целевого компонента, $кг/м^3$.

3. Движущая сила процесса массопереноса, которая служит причиной перехода компонента из одной фазы в другую, в технических расчетах выражается как абсолютное значение разности между действительным значением концентрации в одной из фаз и тем ее значением, которое является равновесным с содержанием компонента в другой фазе: $|y^*(x) - y|$ или $|x - x^*(y)|$. Составы фаз могут быть выражены в различных единицах, поэтому движущая сила процесса массопередачи может иметь различные значения.

В соответствии с двумя возможными способами выражения движущей силы процесса массопередачи: по газовой (паровой) фазе ($\Delta y = y^* - y$) или по жидкой фазе ($\Delta x = x - x^*$) — уравнение массопередачи может быть написано в двух видах:

$$M = K_y \Delta y_{ср} F \quad (9.4)$$

или

$$M = K_x \Delta x_{ср} F, \quad (9.5)$$

где M — молярный расход компонента, переходящего из одной фазы в другую, $кмоль/с$; K_y — коэффициент массопередачи, отнесенный к движущей силе Δy , выраженный через молярные доли компонента в газовой фазе, $кмоль/(м^2 \cdot с)$; $\Delta y_{ср}$ и $\Delta x_{ср}$ — соответствующие движущие силы процесса, усредненные по F ; F — площадь поверхности массопередачи, $м^2$; K_x — коэффициент массопередачи, отнесенный к движущей силе Δx , выраженный через молярные доли компонента в жидкой фазе, $кмоль/(м^2 \cdot с)$.

Справедливы следующие соотношения между коэффициентами массопередачи K_y и K_x и фазовыми коэффициентами массоотдачи β_y и β_x в уравнениях $M = \beta_y (y^* - y)F = \beta_x (x - x^*)F$:

$$K_y = 1/(1/\beta_y + m/\beta_x); \quad (9.6)$$

$$K_x = 1/[1/(m\beta_y) + 1/\beta_x], \quad (9.7)$$

где m — коэффициент распределения; $m = y^*/x$.

4. Основные диффузионные критерии подобия процессов массоотдачи.

Диффузионный критерий Нуссельта, представляющий собой меру отношений интенсивностей конвективной массоотдачи и диффузии поперек неподвижного слоя вещества-носителя,

$$Nu' = \beta l/D, \quad (9.8)$$

где β — коэффициент массоотдачи, м/с [кмоль/(м²·с)/(кмоль/м³) или кг/(м²·с)/(кг/м³)]; l — характерный линейный размер для потока-носителя, м; D — коэффициент молекулярной диффузии целевого компонента, м²/с.

Диффузионный критерий Пекле (мера отношения интенсивностей конвективного и диффузионного переноса в основном потоке-носителе)

$$Pe' = w l/D, \quad (9.9)$$

где w — скорость потока-носителя, м/с.

Диффузионный критерий Прандтля (мера отношения вязкостных и диффузионных свойств потока-носителя)

$$Pr' = Pe'/Pe = \nu/D, \quad (9.10)$$

где ν — кинематическая вязкость среды, м²/с.

Коэффициенты массоотдачи могут быть найдены из критериальных уравнений типа

$$Nu' = f(Re, Pr'), \quad (9.11)$$

явный вид которых находится экспериментально применительно к каждой конкретной задаче.

9.2. СУШКА (УСУШКА)

Сушка состоит в испарении части влаги, первоначально содержащейся в капиллярно-пористом материале, и удалении образующихся паров. При этом на процесс парообразования затра-

чивается значительное количество теплоты, получаемой материалом от газообразного агента путем конвекции, либо от горячей поверхности путем кондукции, либо за счет выделения теплоты диэлектрических потерь (высокочастотная сушка).

Ниже приведены основные зависимости и расчетные формулы.

1. Содержание влаги в материале может выражаться в процентах либо от общей массы влажного вещества (u — влажность), либо от массы абсолютно сухого вещества (u' — влагосодержание). Значения u и u' связаны определяющими соотношениями

$$u' = \frac{100u}{100 - u}; \quad u = \frac{100u'}{100 + u'} \quad (9.12)$$

2. Количество удаляемой из материала влаги W (кг/с или кг) пропорционально изменению влажности (влагосодержания) материала:

$$W = G_n \frac{u_n - u_k}{100 - u_k} = G_k \frac{u_n - u_k}{100 - u_n} = G_{\text{сух}} \frac{u'_n - u'_k}{100}, \quad (9.13)$$

где G_n и G_k — начальный и конечный массовые расходы (при периодической сушке — начальная и конечная массы) высушиваемого материала, кг/с или кг; $G_{\text{сух}}$ — расход по абсолютно сухой основе материала, остающийся одинаковым в процессе сушки, кг/с или кг.

Влажность материала (или влагосодержание) может выражаться не только в процентах, но и в долях единицы. Тогда в формулах (9.12) и (9.13) число 100 должно быть заменено на единицу.

3. Паросодержание парогазовой смеси (сушильного агента) (кг пара/кг сухого газа)

$$d = \frac{M_p}{M_r} \frac{\varphi p_{\text{нас}}}{p - \varphi p_{\text{нас}}}, \quad (9.14)$$

где M_p и M_r — молярные массы пара и газа (для водяного пара в воздухе или, что практически то же самое, в топочных газах $M_p/M_r = 0,622$); φ — относительная влажность газа; $p_{\text{нас}}$ — давление насыщенного водяного пара, в значительной степени зависящее от температуры, Н/м²; p — общее давление паровоздушной смеси, Н/м².

Если температура влажного воздуха выше температуры насыщенного водяного пара при общем давлении p , то $p_{\text{нас}} = p$ и $d = 0,622\varphi/(1 - \varphi)$.

$$\varphi = p_p/p_{\text{нас}}, \quad (9.15)$$

где p_p — парциальное давление водяного пара в газе (воздухе).

4. Энтальпия влажного воздуха I (кДж/кг сухого воздуха) состоит из энтальпий сухого воздуха и содержащейся в нем влаги и отсчитывается от состояния жидкой влаги при 0 °С.

$$I = (C_B + C_{пd})t + r_0d = (1,01 + 1,97d)t + 2493d, \quad (9.16)$$

где $C_B = 1,01$ и $C_{п} = 1,97$ кДж/(кг·К) — удельные теплоемкости сухого воздуха и водяного пара при постоянном давлении; d — влагосодержание воздуха, кг водяного пара/кг сухого воздуха; t — температура паровоздушной смеси (влажного воздуха), °С; $r_0 = 2493$ кДж/кг — удельная теплота парообразования воды при 0 °С.

5. Температура $t_{т.р.}$ точки росы для влажного воздуха соответствует достижению насыщенного состояния воздуха ($\phi = 1$) при его охлаждении при постоянном влагосодержании ($d = \text{const}$) и определяется из соотношения (9.14) при $\phi = 1$

$$d = 0,622 \frac{p_{\text{нас}}(t_{т.р.})}{p - p_{\text{нас}}(t_{т.р.})}, \quad (9.17)$$

решаемого относительно $t_{т.р.}$ с использованием табличной зависимости $p_{\text{нас}}$ от температуры $p_{\text{нас}}(t)$. Решение трансцендентного соотношения (9.17) требует итерационной процедуры или графических построений.

6. Температура мокрого термометра t_M для влажного воздуха соответствует его охлаждению при постоянной энтальпии до насыщенного состояния $d_{\text{нас}}$ при $\phi = 1$ и определяется путем решения трансцендентной системы

$$\begin{cases} d = 0,622 \frac{p_{\text{нас}}(t_M)}{p - p_{\text{нас}}(t_M)}; \\ (C_B + C_{пd})t + r_0d = (C_B + C_{пd_{\text{нас}}})t_M + r_0d_{\text{нас}}, \end{cases}$$

решаемой относительно двух неизвестных: $x_{\text{нас}}$ — влагосодержание насыщенного воздуха при $t_M = t$ воздуха и искомой температуры t_M .

7. Связь между основными параметрами влажного воздуха (t , d , I , ϕ , $p_{п}$, $t_{т.р.}$ и t_M) представлена в $I-d$ диаграмме Рамзина (рис. 9.1), с помощью которой с достаточной для практики точностью преимущественно и решаются балансовые задачи процессов конвективной сушки горячим воздухом.

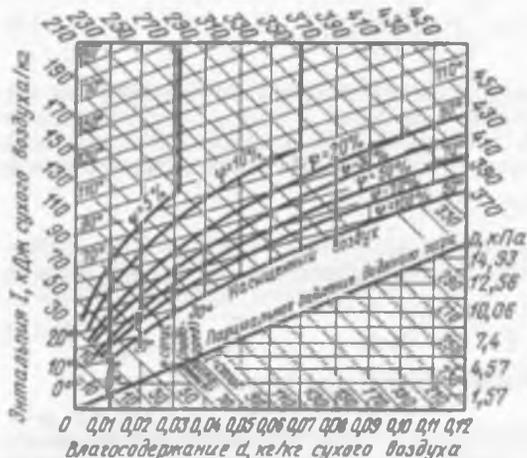


Рис. 9.1. Диаграмма Рамзина

к температуре мокрого термометра, более низкой, чем температура теплоотводящего воздуха. Убывание разности влагосодержаний воздуха от его изменения в начале процесса по линии $1-2_H$ до изменения в конце процесса по линии $1-2_K$ соответствует уменьшению скорости испарения по мере развития процесса или постепенному убыванию приращения усушки продукта.

В интервале от $1-2_H$ до $1-2_0$ направления переноса теплоты и переноса массы совпадают; они совершаются от продукта к воздуху. В интервале от $1-2_0$ до $1-2_K$ перенос теплоты происходит от воздуха к продукту, а перенос массы — от продукта к воздуху. Если в продукте не протекают какие-либо экзотермические реакции, то количество испаряемой влаги становится эквивалентно теплоте, получаемой извне.

В практике охлаждения и замораживания продуктов в воздухе направления переноса теплоты и массы, как правило, совпадают на всем протяжении процесса.

В рассматриваемых процессах математическое описание массопереноса становится наиболее простым, если пренебречь радиационным переносом теплоты.

Представим теплоту, отводимую от продукта, как сумму теплот, отводимых конвекцией Q_K и испарением Q_H :

$$Q = Q_K + Q_H \quad (9.18)$$

Величины в равенстве (9.18) можно представить таким образом:

$$Q = G(I_H - I_K); \quad Q_K = \alpha (\bar{t}_{CT} - t_0) S\tau; \quad Q_H = r g,$$

где G — масса продукта, кг; I_H и I_K — удельные энтальпии продукта при его начальной и конечной среднеобъемных температурах t_{H0} и t_{K0} , кДж/кг; α — коэффициент теплоотдачи конвекцией на поверхности продукта, Вт/(м²·К); \bar{t}_{CT} — средняя в рассматриваемом процессе температура поверхности продукта при отсутствии массопереноса, °С; t_0 — постоянная температура теплоотводящего воздуха, °С; S — площадь поверхности продукта, м²; τ — продолжительность охлаждения, с; r — удельная теплота превращения, 2500 кДж/кг для испарения воды или 2835 кДж/кг для сублимации льда; g — масса влаги, испаренной на протяжении рассматриваемого процесса, кг.

При испарении чистой воды, не содержащей растворенных примесей и со свободной поверхностью, количество испаренной влаги g пропорционально разности влагосодержаний у поверхности d_{CT} и в окружающем воздухе ϕd_0 , площади S и времени τ :

$$g = \beta_B (\bar{d}_{CT} - \phi d_0) S\tau, \quad (9.19)$$

где β_B — коэффициент испарения для чистой воды.

Когда испаряется влага из раствора или есть какие-либо иные

препятствия испарению в виде частично проницаемых пленок, то вместо коэффициента испарения для чистой воды β_B следует ввести иной, меньший по величине коэффициент испарения β_{Π} или же ввести коэффициент сопротивления испарению $\mu = \beta_B/\beta_{\Pi} > 1$. Опираясь на известное соотношение Льюиса $\alpha/\beta_B = C_p = 1,0$ кДж/(кг К), можно представить $\beta_B = \alpha/C_p$. Тогда уравнение испарения (9.19) примет вид

$$g = \frac{\alpha}{\mu C_p} (\bar{d}_{\text{ст}} - \varphi d_0) S \tau. \quad (9.20)$$

Коэффициент сопротивления испарению — важная величина, которую можно определить только опытным путем; пока еще сведения о ее числовых значениях ограничены. По данным Ф. Леви, при охлаждении туш мяса этот коэффициент меняется в зависимости от температуры поверхности мяса, даже средние его значения связаны со скоростью охлаждения и достигают 2,5. При охлаждении колбас и сарделек в кишечной оболочке этот коэффициент составляет 1,7...2,8, а в целлофановой оболочке — 5,6.

Если пренебречь динамикой изменений коэффициента μ и искать лишь средние его значения, допуская, что в стационарном процессе коэффициент сопротивления испарению такой же, как в нестационарном, то можно воспользоваться сравнительно простым методом экспериментального определения искомого коэффициента.

Для этого в закрытом сосуде (например, в эксикаторе достаточной вместимости) с известной постоянной температурой воздуха и постоянной его влажностью φ поместим открытую чашку Петри с водой, две такие же чашки с растворами глюкозы различных известных концентраций и испытуемый образец продукта. Чтобы температура в сосуде не изменилась, поставим сосуд со всем его содержимым в термостат, а для поддержания постоянной влажности воздуха в сосуде поместим в него соответствующий влагопоглотитель (например, достаточно большое количество влагопоглощающего раствора — стабилизатора влажности с заранее рассчитанной нужной концентрацией).

При $\varphi < 1$ за время τ с площади S из чашки с водой испарится количество влаги

$$g = \beta_B (p_B - \varphi p_0) S \tau, \quad (9.21)$$

где p_B — давление пара над поверхностью воды при температуре мокрого термометра, соответствующее состоянию насыщения; p_0 — давление насыщенного пара в сосуде при влажности воздуха φ и фактической температуре сосуда.

Значения p_B и p_0 находят из психрометрических таблиц. Аналогичные уравнения испарения можно написать для растворов глюкозы и продукта, но при одинаковой длительности испаре-

ния будут одинаковыми только величины φp_0 . Площадь поверхности испарения S легко определить путем геометрических измерений, а количество испаренной влаги g находят посредством взвешивания перед началом и после окончания опыта. Таким путем коэффициент β_B находят по уравнению (9.21) из непосредственных результатов опыта.

Для продукта и растворов глюкозы коэффициенты сопротивления испарению будут соответственно

$$\mu_n = \frac{\beta_n}{\beta_n}; \quad \mu_1 = \frac{\beta_n}{\beta_1}; \quad \mu_2 = \frac{\beta_n}{\beta_2}.$$

Давление водяного пара над растворами глюкозы находят по известным концентрациям растворов на основании закона Рауля:

$$p_1 = p_B \frac{n_n}{n_n + n_1}; \quad p_2 = p_B \frac{n_n}{n_n + n_2},$$

где n_n — число молей воды в единице массы каждого из растворов; n_1 и n_2 — число молей растворенного вещества в единице массы каждого из растворов.

Тогда на основании уравнений, аналогичных уравнению (9.21), для двух растворов глюкозы, включающих величины p_1 и p_2 , находят соответственно β_1 и β_2 и отсюда вычисляют μ_1 и μ_2 .

В условиях опытного определения коэффициента μ существует однозначное соотношение между количеством испаренной влаги и коэффициентом испарения для каждого из четырех объектов (вода, два раствора глюкозы, продукт). Поэтому существует также однозначная связь между отношениями количества испаренной влаги для чистой воды и каждого из других объектов опыта. Такое же соотношение повторится и для коэффициентов сопротивления испарению.

Обозначим для воды, двух растворов глюкозы и продукта соответственно количество влаги, испаренной с единицы площади за единицу времени, как

$$\frac{g}{S\tau} = m_B; \quad \frac{g_1}{S_1\tau} = m_1; \quad \frac{g_2}{S_2\tau} = m_2; \quad \frac{g_n}{S_n\tau} = m_n.$$

Далее воспользуемся отношениями

$$\frac{m_n}{m_n} = \nu_n; \quad \frac{m_n}{m_1} = \nu_1; \quad \frac{m_n}{m_2} = \nu_2.$$

Результаты опыта изобразим графически, представив ν и μ

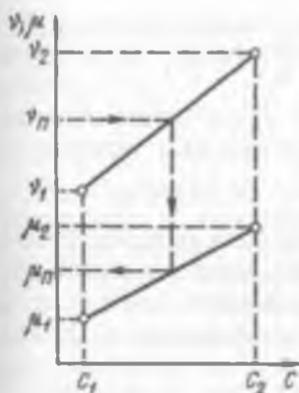


Рис. 9.3. Графическое изображение обработки данных опыта при определении коэффициента сопротивления испарению μ

для двух растворов как функции их концентраций C (моль/л) и допустив, что величины v и μ в узком интервале концентраций линейно зависят от концентраций, как показано на рис. 9.3.

Взяв величину v_n из результатов опыта на оси ординат графика, перенесем ее на линию $v = f(C)$, затем при $C = \text{idem}$ (по вертикали) перейдем к линии $\mu = f(C)$, а от последней точки возвратимся к вертикальной оси, как показано на рис. 9.3. Так получим величину μ_n , поскольку она должна быть равной аналогичной величине для раствора глюкозы некоторой промежуточной концентрации между двумя концентрациями растворов, участвующих в опыте.

Результаты опытных данных, изображенных графически на рис. 9.3 с целью разъяснения, представляются формулой

$$\mu_n = \mu_1 + \frac{\mu_2 - \mu_1}{v_2 - v_1} (v_n - v_1).$$

Как следует из описания постановки опыта и обработки его результатов, отыскание коэффициента μ_n сведено к подбору такой концентрации раствора глюкозы, чтобы испарение из него происходило со скоростью, равной скорости испарения с поверхности продукта. Поэтому для успеха опыта нужно выбрать концентрации растворов глюкозы так, чтобы испарение влаги из одного раствора происходило быстрее, а из другого — медленнее, чем с поверхности продукта, но чем меньше это различие, тем лучше опыт.

Описанный метод дает устойчивые и заслуживающие доверия результаты, в частности, для мышечной ткани говядины μ_n при 18 °С составляет от 1,36 до 1,40, а для сарделек из говяжьего фарша в кишечной оболочке μ_n — от 1,67 до 1,77.

Выяснив возможность определения коэффициента сопротивления испарению, обратимся к формуле (9.20), чтобы видоизменить ее, установив предварительно соотношение между влагосодержанием воздуха и давлением водяного пара в нем.

При обычных давлениях и температурах влажный воздух хорошо подчиняется законам, действительным для идеальных газов. Поэтому

$$d = \frac{G_n}{G_s} = \frac{p_n V_n R_s T_s}{R_n T_n p_n V_n} = 0,622 \cdot \frac{p_n}{p_s},$$

где температуры воздуха и пара равны ($T_B = T_n$), а также объемы $V_B = V_n$, тогда как отношение газовых постоянных воздуха и пара равно 0,622.

Считая, что давление воздуха можно принять равным барометрическому давлению ($p_B = p$) вследствие малости давления пара, а также принимая относительную влажность воздуха φ и давление насыщенного пара $p_{нас}$, получим из формулы (9.20) ее видоизмененную запись

$$g = 0,622 \cdot \frac{\alpha}{\mu c_p} \frac{\bar{p}_{ст} - \varphi p_{нас}}{P} St. \quad (9.22)$$

Опираясь на выражение величин, входящих в формулу (9.18), можно написать

$$Q_k + Q_n = \alpha St \left[(\bar{t}_{ст} - t_0) + 0,622 \cdot \frac{r}{\mu c_p} \frac{\bar{p}_{ст} - \varphi p_{нас}}{P} \right], \quad (9.23)$$

где первое слагаемое в прямых скобках формулы (9.23) представляет собой среднюю разность температур поверхности тела и теплоотводящего воздуха, созданную конвективным теплообменом,

$$\bar{t}_{ст} - t_0 = \bar{\vartheta}_{ст},$$

второе слагаемое в прямых скобках той же формулы представляет собой среднюю эквивалентную разность температур поверхности тела и теплоотводящего воздуха, возникающую в результате массопереноса или испарения,

$$0,622 \cdot \frac{r}{\mu c_p} \frac{\bar{p}_{ст} - \varphi p_{нас}}{P} = \bar{\vartheta}_з.$$

Теплота, отведенная испарением Q_n и представленная в виде доли всей теплоты, отнятой от тела, выражается соотношением

$$Q_n / (Q_k + Q_n) = \bar{\vartheta}_з / (\bar{\vartheta}_{ст} + \bar{\vartheta}_з).$$

Если учесть, что

$$Q_n = Q \frac{Q_n}{Q_k + Q_n}; \quad g = \frac{Q_n}{r},$$

то окончательно можно представить количество влаги, испаренной при охлаждении или замораживании продукта, формулой

$$g = \frac{G}{r} (I_n - I_k) \bar{\vartheta}_з / (\bar{\vartheta}_{ст} + \bar{\vartheta}_з). \quad (9.24)$$

При необходимости легко перейти к обычному в холодильной технологии выражению относительной усушки продукта в процентах

$$g_0 = \frac{g}{G} \cdot 100 \%$$

Для вычисления усушки по формуле (9.24) необходимо знать начальную и конечную среднеобъемные температуры тела, по которым находят соответствующие энтальпии, а также среднюю для процесса температуру поверхности тела $t_{ст}$, по которой из таблиц берут давление пара p_n . Нужные температуры можно найти, используя формулы (4.3), (4.5), (4.9), (4.12), (4.14), (4.16) или графики (см. рис. 4.3).

Обозначив начальную и конечную избыточные температуры поверхности

$$\vartheta_{с.т.н} = t_{с.т.н} - t_0, \quad \vartheta_{с.т.к} = t_{с.т.к} - t_0,$$

определим среднюю за процесс избыточную температуру поверхности

$$\bar{\vartheta}_{с.т} = (\vartheta_{с.т.н} - \vartheta_{с.т.к}) / \ln (\vartheta_{с.т.н} / \vartheta_{с.т.к}). \quad (9.25)$$

Из формулы (9.25) легко найти температуру $\bar{t}_{ст}$ и по таблицам взять p_n как давление насыщенного пара при этой температуре.

В случае вычисления абсолютной усушки или количества испаренной влаги при замораживании продукта в воздухе использование формулы (9.23) требует разделения всего процесса на две части: первая — понижение температуры поверхности тела от начальной до криоскопической (когда испаряется капельно-жидкая влага), и вторая — дальнейшее понижение температуры до конечной температуры поверхности (когда происходит сублимация льда).

Тогда количество испаренной влаги по формуле (9.24) можно рассчитать при охлаждении и замораживании продуктов в воздухе. При сопоставлении с модельными опытами охлаждения и замораживания шаров из геля агара этот расчет дал результаты, расхождения которых с экспериментальными данными составляли до 8...10 %, но, как правило, расхождения были менее названных.

Формула (9.24) интересна тем, что в нее не входят продолжительность процесса и площадь охлаждаемой поверхности. Скорость движения воздуха включена в расчет в скрытом виде, так как коэффициент теплоотдачи, который зависит от скорости движения воздуха, непосредственно влияет на величину критерия Bi , использованного для нахождения температуры поверхности тела. Избыточная температура поверхности ϑ_n зависит также от температуры теплоотводящего воздуха. Относительная

влажность воздуха учтена в расчете, но она мало влияет на усушку. Решающее влияние на усушку оказывают коэффициент сопротивления испарению μ и разность энтальпий при начальном и конечном состоянии охлаждаемого или замораживаемого продукта $I_n - I_k$.

Общий метод вычисления количества испаренной влаги при охлаждении и замораживании продуктов в воздухе, который здесь описан, привлекает своей простотой и универсальностью.

10. ХРАНЕНИЕ ПИЩЕВЫХ ПРОДУКТОВ



10.1. ОСОБЕННОСТИ УСЛОВИЙ ХРАНЕНИЯ ОХЛАЖДЕННЫХ И ЗАМОРОЖЕННЫХ ПРОДУКТОВ

Охлаждение, замораживание или подмораживание — операции, предваряющие подготовку продуктов к холодильному хранению. Операции, завершающие холодильное хранение, — отепление, размораживание — необходимы для подготовки продуктов к розничной продаже или дальнейшей обработке на предприятиях общественного питания, а также для промышленного производства.

Таким образом, холодильная обработка, предшествующая хранению или следующая за ним, подчинена задачам сохранения продуктов. При этом эффективность холодильной обработки можно оценить только в связи с хранением. Если обсуждается вопрос об обратимости охлаждения, замораживания или подмораживания, то он приобретает реальный смысл лишь в связи с изменениями, которые произошли в продукте во время хранения, и в связи с тем, как проведено отепление либо размораживание. Пищевые продукты не замораживают и не охлаждают, чтобы тотчас разморозить или отеплить их. Поэтому вне учета изменений продукта во время хранения вопрос об обратимости охлаждения, замораживания и подмораживания становится более теоретическим, чем практическим.

Важно также, что длительность холодильного хранения многократно превосходит длительность холодильной обработки пищевых продуктов. Поэтому производственные площади и емкости, отводимые для холодильной обработки, гораздо меньше площадей и емкостей, предназначенных для холодильного хранения продуктов.

Холодильное хранение принципиально отличается от холодильной обработки.

Цель холодильной обработки — изменение состояния продукта в зависимости от температуры как главного параметра холодильной технологии. Но это изменение сопровождается многими другими факторами, тесно с ним связанными. Коль скоро любая разновидность холодильной обработки представляет собой целенаправленное изменение состояния объекта, она заслуживает названия процесса в самом строгом смысле этого слова. Для осуществления холодильной обработки от продукта должна быть отведена теплота (охлаждение, замораживание, подмораживание) или к продукту должна быть подведена теплота (отепление, размораживание), при хранении это обычно не требуется.

Цель хранения — исключить изменения состояния хранимых продуктов, и с этой стороны, казалось бы, хранение нельзя считать процессом. Однако такая цель недостижима. Поэтому реально достижимая цель холодильного хранения пищевых продуктов ограничивается замедлением изменений и именно тех, которые так или иначе ухудшают качество продукта. Основное средство достижения такой цели — стабильная, достаточно низкая температура хранения, но помимо низкой температуры немаловажную роль играют и другие условия.

Если при холодильном хранении пищевых продуктов основной задачей является торможение присущих им изменений, то именно этой задаче с учетом свойств продукта подчинен выбор режима хранения независимо от того, хранится охлажденный или замороженный продукт.

Иногда при хранении ставится задача не просто торможения изменений, а направленного их регулирования, как это бывает, например, при созревании сыров, при дозревании хранимых плодов, при выдержке охлажденного мяса с целью его размягчения, достигаемого соответствующим развитием посмертных изменений, и в других случаях. При такой постановке задачи выбирают режим хранения, наиболее благоприятный для развития нужных изменений продукта, а хранение, в сущности, становится производственным процессом. Это типично для хранения некоторых продуктов в охлажденном состоянии.

Разнообразие свойств продуктов приводит к значительным различиям рекомендуемых режимов их хранения в охлажденном состоянии. При хранении замороженных продуктов различия режимов невелики. Можно все же выделить некоторые общие принципы, регламентирующие основы выбора режимов хранения.

Температура хранения большинства охлажденных продуктов находится в пределах от 2 до -2°C . При более высоких температурах хранят некоторые растительные продукты (помидоры, дыни, цитрусовые и др.), при более низких — переохлажденные куриные яйца, продукты, содержащие много жира, и подсоленные продукты. Температуры хранения охлажденных продуктов

таковы, что они не прекращают развития микрофлоры и тем более ферментативных процессов. При таких температурах отчетливо ощущаются запахи продуктов и сами продукты адсорбируют посторонние запахи. Внутренние изменения в продуктах протекают с ощутимой быстротой, продолжая изменения, происходящие при охлаждении. Охлажденные продукты обычно не упакованы герметично, поэтому с их поверхности испаряется влага в воздух камеры.

Вследствие этих причин в представления о режиме хранения охлажденных продуктов помимо поддержания заданной температуры входят и другие условия.

Чрезмерно высокая влажность воздуха и местные застои его создали бы опасность недопустимого развития микрофлоры и затхлость. Чтобы избежать этого, применяют воздушные или смешанные системы охлаждения, а продукт размещают, обеспечивая возможность достаточного движения воздуха во всем объеме камеры. Скорость движения воздуха от 0,1 до 0,3 м/с около поверхности продукта или около штабеля обычно считают удовлетворительной.

Рекомендуется относительная влажность воздуха в пределах от 80 до 90 % (для различных продуктов), причем созданы средства для ее регулирования, хотя ими пользуются еще редко. При такой относительной влажности воздуха и побудительном его движении усушка хранимых продуктов значительна, поскольку велик дефицит влажности воздуха, если его представить в единицах влагосодержания. Например, при температуре 0 °С и относительной влажности 90 % дефицит влагосодержания воздуха составляет 0,390 г/кг, а при -20 °С и той же относительной влажности — только 0,065 г/кг. Если скорость испарения при хранении считать приблизительно пропорциональной дефициту влагосодержания воздуха, то, следовательно, при одной и той же относительной влажности воздуха можно ожидать, что при 0 °С усушка может быть в 5,1 раза больше, чем при -20 °С.

Таким образом, тремя основными регулируемыми параметрами, значения которых должны быть благоприятны для хранения охлажденных продуктов и устойчиво постоянны, являются температура, относительная влажность и скорость движения воздуха.

При хранении замороженных продуктов температура достаточно низка, чтобы жизнедеятельность микрофлоры прекратилась, а ферментативные процессы затормозились гораздо сильнее, чем в охлажденных продуктах. Поэтому индивидуальные особенности замороженных продуктов проявляются слабее, чем охлажденных, а режимы хранения замороженных продуктов более единообразны. Применение особых дополнительных средств, какими пользуются, когда хранят охлажденные продукты (регулирование газового состава среды, ультрафиолетовое облучение, озонирование), становится неэффективным и нецелесо-

образным. Поэтому основным регулируемым параметром остается температура хранения, а значение других условий хранения несколько снижается, поскольку их влияние на успех существенно зависит от температуры.

Считают, что понижение температуры хранения способствует длительной сохранности продукта, и потому в зависимости от предполагаемого срока хранения можно выбрать тот или иной температурный режим. Все же в рекомендациях Международного института холода в качестве допустимой для хранения мороженных продуктов названа температура -12°C , а в качестве рекомендуемых указаны температуры -18°C и ниже. Особенно важно понижение температуры хранения для продуктов, содержащих глицериды непредельных жирных кислот, существенно подверженные окислению и гидролизу. В первую очередь это относится к жирной рыбе, которую хранят при наиболее низких температурах (до -45°C).

При герметичной упаковке продукта побудительное движение воздуха позволяет применять интенсивные охлаждающие приборы сравнительно малой металлоемкости, допускающие автоматизацию регулирования работы и обеспечивающие равномерность температурного поля в камерах. Если продукт не упакован герметично, то побудительное движение воздуха увеличивает усушку. Сочетание достаточно низкой температуры воздуха камер с его побудительным движением может даже сократить усушку продукта, но не все специалисты считают этот путь технически и экономически целесообразным.

Так называемое тихое охлаждение камер хранения мороженных продуктов без побудительного движения воздуха пока еще широко применяют как систему, способствующую сокращению усушки, хотя у этой системы есть серьезные технические недостатки.

Относительная влажность в камерах хранения мороженных продуктов не регулируется искусственно, а устанавливается самопроизвольно в зависимости от условий, создаваемых в камере, особенностей продуктов, действия охлаждающих приборов и наличия теплопритоков. В инструкциях и рекомендациях обычно указывают, что в камерах хранения мороженных продуктов желательна максимальная относительная влажность воздуха, но она не должна быть ниже 92 или 95 %.

Таким образом, из изложенного вытекают общие требования, учитываемые при выборе режимов хранения охлажденных и замороженных продуктов, и соответствующие им требования к холодильным сооружениям и системам охлаждения камер хранения.

Первым общим требованием, одинаковым для хранения охлажденных и замороженных продуктов, следует считать устойчивое, возможно более строгое постоянство и равномерность поля режимных параметров в камерах хранения. Если меняются

какие-либо внешние условия, воздействующие на режимные параметры в камере, то они должны быть компенсированы таким образом, чтобы режим в камере не нарушался. Так как полностью этого достигнуть не удается, то ограничиваются стремлением к минимальным отклонениям от заданного режима по величине параметров и по времени. Наиболее полно это осуществляется при совершенной теплоизоляции камер, правильном выборе и размещении охлаждающих устройств с автоматическим регулированием их работы.

Когда камера используется для хранения продуктов при различных режимах в разное время, то применяемая система охлаждения должна быть достаточно гибкой, чтобы обеспечить нужные режимы. Такая универсализация систем охлаждения делает их более сложными, но нередко она все же необходима.

Другое общее требование к условиям холодильного хранения пищевых продуктов — сокращение внешних и внутренних теплопритоков, которые не только нарушают температурный режим, но и отражаются на влажности воздуха и вызывают его нерегулируемое свободное конвективное движение, создавая неравномерность поля режимных параметров в камерах хранения.

10.2. ВОЗМОЖНАЯ ПРОДОЛЖИТЕЛЬНОСТЬ ХОЛОДИЛЬНОГО ХРАНЕНИЯ ПИЩЕВЫХ ПРОДУКТОВ

Возможная продолжительность холодильного хранения пищевых продуктов определяется исходными свойствами продукта, способом его холодильной обработки и условиями хранения. Однако если рассматривать любой из трех определяющих факторов сколько-нибудь подробно, то он превращается в многообразную и сложную систему взаимных связей, изучение которых составляет предмет холодильной технологии.

Допустимые сроки хранения обычно связывают с видом продукта и условиями хранения, выделяя при этом температуру хранения как наиболее важный фактор. Остальные обстоятельства, влияющие на допустимые сроки хранения продуктов, обычно не учитывают, так как они труднее поддаются обобщению.

Не всегда можно твердо признать преимущество одного из условий хранения по сравнению с другим. Например, герметичная упаковка продуктов исключает необходимость регулирования влажности воздуха в камерах, сокращает возможность окисления и предотвращает обсеменение продуктов микроорганизмами из воздуха, т. е. герметичная упаковка может в некоторой мере компенсировать понижение температуры хранения на несколько градусов.

То же можно сказать об использовании других дополнительных средств увеличения стойкости продуктов при хранении, со-

четание которых с поддержанием теплофизических режимных параметров хранения требует сугубо индивидуального подхода, когда оценивается применимость рассматриваемых средств.

Обобщения этого рода являются еще сравнительно узкими, ограниченными и приближенными. Для решения такой задачи требуются дальнейшее развитие методов исследования и накопление сопоставимых экспериментальных данных.

В значительной мере именно недостаточность имеющихся знаний о взаимосвязи внешних воздействий с изменениями, происходящими в продукте, приводит к неполной четкости суждений о рациональных условиях хранения и его допустимых сроках. Установление связи между температурой и допустимыми сроками хранения продуктов полезно и позволяет создать обобщенные представления о влиянии внешних условий на изменения, происходящие в продуктах, несмотря на то, что установленные связи не раскрывают детально содержание этих изменений. Чтобы судить о допустимых сроках хранения, следует из происходящих в продукте изменений, которые могут вызвать осязаемое ухудшение качества, выделить изменение, опережающее все остальные. В качестве такого изменения можно назвать одну из реакций, затрагивающих какой-либо важный компонент пищевых продуктов. Так, при хранении охлажденных растительных продуктов определенную роль играет выделение углекислого газа, образуемого при дыхании, хотя общая картина химических реакций может быть очень сложной. При хранении жиросодержащих продуктов о происходящих превращениях судят по изменению перекисных чисел, накоплению кетонов и других продуктов распада. В типичных продуктах животного происхождения денатурация и распад белков, вплоть до нарастания количества свободных аминокислот, являются обычными признаками, по которым судят об изменениях белка как важнейшей составной части этих продуктов.

Скорость протекания любой из типичных реакций такого рода у представляется как накопление продукта реакции во времени и является функцией температуры t :

$$y = \frac{dG}{dt} = f(t).$$

Вообще говоря, скорость реакции зависит не только от температуры, но и от других причин, включая постепенное убывание количества реагирующих веществ и накопление продуктов реакции. Однако в первом приближении, незначительно расходящемся с результатами опыта, применительно к холодильному хранению пищевых продуктов допустимо считать температуру основным фактором, определяющим скорость реакции их изменения.

Связь скорости реакции с температурой выражается уравнением

$$\frac{dy}{dt} = ny.$$

Решение этого уравнения при постоянном температурном коэффициенте скорости реакции n позволяет представить скорость реакции y_t при температуре t , если при t_0 скорость реакции будет y_0 :

$$y_t = y_0 e^{nt}.$$

Отношение скоростей одной и той же реакции при температурах, отличающихся на десять градусов, будем называть температурным фактором скорости реакции в отличие от температурного коэффициента скорости реакции. Температурный фактор скорости реакции принято обозначать символом Q_{10} .

Этот символ не следует путать с теплотой, обозначенной также символом Q с различными индексами, зависящими от применяемых обозначений.

Итак, температурный фактор скорости реакции представляется в виде отношения

$$Q_{10} = \frac{y_{(t+10)}}{y_t}.$$

Вант-Гофф сформулировал правило, согласно которому для большинства химических реакций числовые значения Q_{10} находятся в пределах от 2 до 3 и не зависят от температуры. Однако более поздние исследования показали, что нередко Q_{10} оказывается больше 3 и не остается строго постоянным при изменении температуры.

Для величины $y_{(t+10)}$ можно получить решение, аналогичное решению для y_t :

$$y_{(t+10)} = y_0 e^{n(t+10)}.$$

Тогда температурный фактор скорости реакции, так же как и температурный коэффициент реакции, представляется постоянной величиной

$$Q_{10} = e^{10n}.$$

Для дыхания различных плодов величина Q_{10} , найденная таким образом, равна 2,38, что хорошо согласуется с правилом Вант-Гоффа.

Из $\ln y_t = \ln y_0 + nt$ получим

$$n = \frac{d(\ln y_t)}{dt}.$$

Отсюда связь между Q_{10} и y_t представится выражением

$$\ln Q_{10} = 10 \frac{d(\ln y_t)}{dt}.$$

В отличие от скорости реакций, вызывающих нежелательные изменения продуктов, допустимая продолжительность их хранения находится в обратной связи с температурой. Поэтому функциональная связь этих величин представится уравнением

$$\frac{d\tau}{dt} = -n'\tau.$$

Тогда для продолжительности хранения τ_t при температуре t , постоянном коэффициенте n' и возможной продолжительности хранения τ_0 при температуре $t = 0$ получим

$$\tau_t = \tau_0 e^{-n't}.$$

Сопоставим температурный фактор Q_{10} с температурным фактором продолжительности хранения Q'_{10} , представляющим собой отношение возможных продолжительностей хранения при температурах, отличающихся на десять градусов,

$$Q'_{10} = \tau_{t+10} / \tau_t + 10.$$

Так как для величины τ_{t+10} решение представляется в виде

$$\tau_{t+10} = \tau_0 e^{-n'(t+10)},$$

то фактор Q'_{10} выражается той же формулой, как и Q_{10} , а именно:

$$Q'_{10} = e^{10n'}.$$

Если принять, что Q_{10} и Q'_{10} не зависят от температуры, то оказывается, что они численно равны так же, как и температурные коэффициенты n и n' . Если же учесть реальное влияние температурных факторов, то обнаруживается различие их числовых значений. Например, для тощей рыбы при различных температурах числовые значения температурных факторов таковы (табл. 10.1).

10.1. Зависимость температурных факторов Q_{10} и Q'_{10} от температуры

Температурный фактор	Температура t , °C		
	-10	-20	-30
Q_{10}	4,22	2,87	2,13
Q'_{10}	3,64	2,62	2,04

Из приведенных данных видно, что по мере понижения температуры значения Q_{10} и Q'_{10} сближаются.

Экспериментальные данные о возможном сроке хранения $\tau_{\text{сут}}$ (мес) тощей рыбы представлены на рис. 10.1, а, где сетка времени логарифмическая, а три кривые 1, 2, 3 характеризуют разный уровень сохранения качества рыбы. Данные для построения графика (см. рис. 10.1, а) взяты по средним статистическим результатам ряда исследований. Заметим, что допустимые сроки хранения рыбы, показанные на рис. 10.1, а, несколько преувеличены.

Обращает на себя внимание излом линии при криоскопической температуре -1 °C. Он означает, что льдообразование оказывает большое влияние на стойкость замороженных продуктов

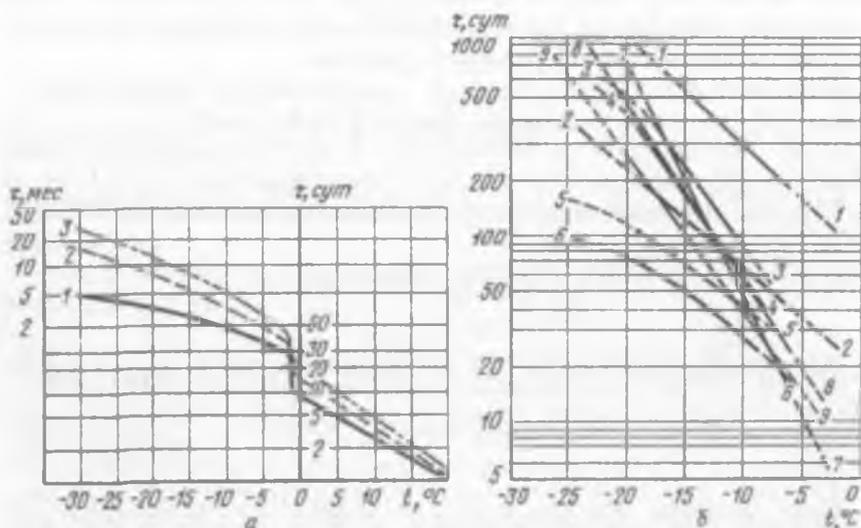


Рис. 10.1. Зависимость возможной длительности хранения τ (в полулогарифмических координатах) от температуры t .

n — тощей рыбы: 1 — сохранение качества от отличного до очень хорошего; 2 — сохранение очень хорошего качества; 3 — сохранение удовлетворительного качества; б — различных продуктов: 1 — тушки шпльят в паронепроцааняемой упаковке; 2 — тушки шпльят в бумажной упаковке; 3 — говядина; 4 — свинина; 5 — рыба тошая; 6 — рыба жирная; 7 — малина без сахара; 8 — зеленый горошек, фасоль; 9 — шпинат

при хранении как обстоятельство, органически дополняющее благотворное действие понижения температуры. Реально в результате льдообразования значительно увеличивается стойкость продукта во время его хранения. Увеличение стойкости даже при ограниченном льдообразовании создает наряду с другими доводами, полученными путем биохимических и биофизических исследований, еще один довод в пользу подмораживания как реального средства, позволяющего увеличить сроки возможного хранения замороженных продуктов по сравнению со сроками хранения охлажденных.

Смысл излома линии, очевидно, состоит в том, что в результате превращения жидкой влаги в лед сокращается перенос реагирующих веществ и ухудшаются условия жизнедеятельности микроорганизмов. По этим признакам существует некоторая приближенная аналогия между стойкостью при хранении замороженных продуктов и высушенных продуктов.

Была установлена связь между температурой и возможным сроком хранения замороженных продуктов. Математическое описание этой связи в пределах от -6 до -20 °С, в котором принято основание десятичных логарифмов вместо натуральных в соответствующих предыдущих формулах, представлено зависимостью

$$\tau = A \cdot 10^{-0,05t}$$

Для говядины, баранины $A = 2,15$, свинины (нежирной) — $1,78$, мяса кур — $1,58$, мяса гусей, кроликов — $1,26$.

Для нежирной рыбы коэффициент A примерно такой же, как для свинины, а для жирной — как для мяса гусей и кроликов.

Аналогичная зависимость для сливочного масла отличается величиной показателя степени

$$\tau = 2,85 \cdot 10^{-0,036t}$$

В двух последних выражениях для определения возможной продолжительности хранения имеются в виду отрицательные температуры по стоградусной шкале. Поэтому возрастание их абсолютных величин соответствует увеличению допустимых сроков хранения. Экспоненциальная зависимость допустимого или возможного срока хранения от температуры подтверждена результатами исследований поведения многих продуктов, хотя эта зависимость не всегда соблюдается достаточно строго. Это видно, например, из рис. 10.1, а для мороженой рыбы.

По мере накопления опытных данных несколько уточнялись и даже менялись представления о связи между температурой хранения и его возможной продолжительностью. Так, на рис. 10.1, б большинство линий соответствует экспоненциальной связи между

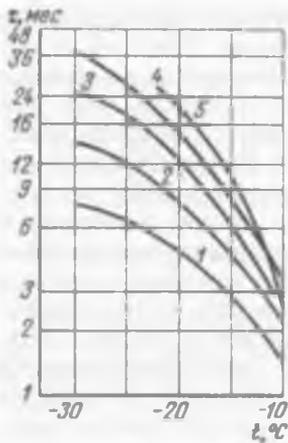


Рис. 10.2. Зависимость возможной практической продолжительности хранения τ различных продуктов от температуры t , °C (в полулогарифмических координатах):

1 — жирная рыба, форель; 2 — тощая рыба; 3 — фасоль, брюссельская капуста; 4 — зеленый горошек, клубника; 5 — малина

возможной продолжительностью хранения и температурой для различных продуктов. На рис. 10.2 представлены практические кривые продолжительности хранения, которые заметно искривлены. Однако не всегда понижение температуры хранения в полной мере способствует его успеху, и отклонение от экспоненциальной связи зависит от природных свойств продукта, его состояния до холо-

дильной обработки и некоторых, еще не вполне выясненных дополнительных условий.

До настоящего времени не предложено каких-либо количественных связей условий хранения и его возможной продолжительности, помимо изложенных здесь.

Если продукт принимают для холодильного хранения после того, как он уже хранился, то для определения нового срока хранения следует учесть итог предшествующего хранения. Для этого вводят понятия начальной стойкости и скорости ее падения, которая зависит от природных свойств продукта и условий его хранения. Тогда допустимую продолжительность хранения τ выражают как отношение начальной стойкости продукта u к скорости ее падения ϑ при данных условиях хранения:

$$\tau = u/\vartheta.$$

Если скорость падения стойкости при -18 °C принять за единицу, то $\vartheta = 10^{0.05(18 + t)}$.

Отсюда легко показать, что $u = 7,95A$, т. е. коэффициент A также можно рассматривать как числовое выражение начальной стойкости продукта.

Если продукт с начальной стойкостью u хранился последовательно в течение времени $\tau_1, \tau_2, \tau_3, \dots$ в условиях, при которых скорость падения стойкости была соответственно $\vartheta_1, \vartheta_2, \vartheta_3, \dots$, а затем был предназначен для хранения в условиях, при которых скорость падения стойкости будет ϑ_n , то допустимую продолжительность хранения τ_n можно найти из соотношения

$$u > \tau_1 \vartheta_1 + \tau_2 \vartheta_2 + \tau_3 \vartheta_3 + \dots + \tau_n \vartheta_n.$$

В этом соотношении каждое из слагаемых представляет собой выражение потери стойкости за время τ при скорости ее падения \dot{Q} . Таким образом, хранение допустимо до тех пор, пока не будет исчерпана стойкость продукта.

Скорость падения стойкости \dot{Q} , являющаяся функцией температуры, представляет собой, в сущности, совокупную скорость изменений продукта и более всего именно тех изменений, которые развиваются быстрее других. В этом смысле скорость падения стойкости \dot{Q} находится в ближайшем родстве со скоростью реакции u , ссылкой на которую было начато рассмотрение вопроса о связи между температурой и возможной продолжительностью холодильного хранения пищевых продуктов.

В соответствии с той же схемой представлений стойкость u можно характеризовать некоторым условным числовым выражением накопления продукта реакции до количества, создающего ощутимые изменения качества. Однако u убывает во времени, и в этом состоит одна из условностей ее выражения, которую легко ввести в простые логические рамки, считая уменьшение u мерой накопления продуктов реакции распада, меняющейся от нуля в начале хранения до допустимого предела к концу хранения.

Вопрос о связи между температурой и допустимым сроком хранения занимает одно из значительных мест в холодильной технологии пищевых продуктов. По-английски этот вопрос называют проблемой T—T—T (Time—Temperature—Tolerance), и под таким названием он часто упоминается и обсуждается в специальной литературе. Разработка этого вопроса привела к созданию нескольких типов цветных температурных индикаторов изменения стойкости продуктов, выпускаемых преимущественно в США. В таких индикаторах меняется окраска со скоростью, зависящей от температуры, либо со временем появляется цветная надпись, предупреждающая о недопустимости дальнейшего хранения продукта, либо смещается окрашенная граница в ампуле, причем скорость ее смещения зависит от температуры.

В литературе имеются сведения о сравнительных достоинствах температурных индикаторов, но специалисты пока еще не выражают удовлетворенности достигнутым, и работы по созданию новых типов индикаторов того же назначения продолжают.

Изложенная постановка вопроса о связи между температурой и возможной продолжительностью холодильного хранения пищевых продуктов пока еще далека от совершенства. Тем более неполны и полученные решения, поскольку они не учитывают других условий хранения, кроме температурных, и не позволяют различать и обособлять по содержанию действие каждого условия на изменения пищевых продуктов, ограничивающие продолжительность их хранения.

Все же сама попытка установить наиболее общие зависимости

ти, определяющие возможную продолжительность хранения, и то обстоятельство, что главным фактором в этом оказывается температура хранения, очень важны. Этим устанавливается влияние теплофизических условий на успех холодильного хранения пищевых продуктов.

10.3. ИСПАРЕНИЕ ВЛАГИ ПРИ ХОЛОДИЛЬНОМ ХРАНЕНИИ ПИЩЕВЫХ ПРОДУКТОВ (УСУШКА)

Теоретическими и экспериментальными исследованиями испарения влаги с поверхности пищевых продуктов при их хранении в холодильной технологии занимаются давно. Это простое на первый взгляд явление оказывается практически важным, поскольку вызывает усушку хранимого продукта, зависящую от свойств продукта и от условий его хранения. Поэтому, когда хотят учесть все существенно важные факты, влияющие на усушку хранимых продуктов, задача оказывается далеко не простой. Первые ее решения, созданные путем рассмотрения взаимодействия поверхности продукта с омывающим ее воздухом, оказались недостаточными. Далее исследователи признали необходимым учитывать приток и поглощение теплоты и влаги в камере, отводя воздуху лишь роль переносчика теплоты, которую он выполняет в действительности. Причиной же переносов, взаимно сочетающихся, являются источники теплоты и влаги, с одной стороны, и их поглотители — с другой.

Наглядная принципиальная схема переноса теплоты и влаги в камере хранения в случае, когда сам продукт не выделяет теплоты, представлена на рис. 10.3. Качественное описание, соответствующее представленной схеме переноса, удастся довести до математических выражений, удобных для расчетов и сопоставлений лишь с некоторыми упрощающими допущениями.

Примем, что влага в воздух камеры поступает только путем испарения (или сублимации) с поверхности продукта, а продукт получает теплоту от воздуха только конвекцией. Последнее суще-

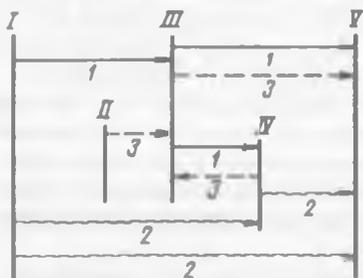


Рис. 10.3. Принципиальная схема переноса тепла и влаги в камере холодильного хранения:

1 — перенос теплоты конвекцией; 2 — перенос теплоты радиацией; 3 — перенос влаги испарением и конденсацией; I — наружные стены и другие источники теплоты; II — любые источники влаги, помимо хранимого продукта; III — воздух камеры; IV — хранимый продукт; V — охлаждающие устройства

ственно упрощает задачу. Расчет показывает незначительность усушки, вызываемой радиационным теплопереносом.

Для оговоренных выше упрощающих условий можно написать уравнение теплового баланса, выражающее равенство количеств теплоты при испарении влаги с поверхности продукта в воздух (символы с индексом «п») и при конденсации этой влаги из воздуха на поверхности охлаждающих приборов (символы с индексом «б»),

$$r_n \beta_n S_n (p_n - \varphi p_0) = r_b \beta_b S_b (\varphi p_0 - p_b). \quad (10.1)$$

Для упрощения дальнейших записей обозначим

$$\frac{r_n \beta_n S_n}{r_b \beta_b S_b} = N.$$

Тогда из уравнения (10.1) получим выражение для равновесной относительной влажности воздуха камеры

$$\varphi = \frac{p_n N + p_b}{p_0 (N + 1)}. \quad (10.2)$$

Если вопреки оговоренному допущению надо учесть поступление влаги в воздух камеры от каких-либо источников, помимо испарения с поверхности продукта, то следует ввести дополнительную величину

$$m = 1 - \frac{Q_d}{Q_k},$$

где Q_d — теплота, вносимая в воздух камеры действием дополнительных источников поступления влаги, кДж, Q_k — теплота конденсации дополнительно поступившей влаги, кДж.

Q_d и Q_k можно выразить по такой общей схеме, по какой написаны правая и левая части уравнения (10.1). При этом в изложенных и в последующих общих описаниях явлений не делается различий между испарением и сублимацией, с одной стороны, и конденсацией и десублимацией — с другой, если это особо не оговаривается.

Если учитывается поступление влаги в воздух камеры от дополнительных источников, то в формуле (10.2) следует писать вместо N отношение N/m , но основное содержание формулы при этом не меняется. Дальнейшее решение удобнее вести, подставив в формулу (10.2) давление пара в виде функции температуры. Учтем, что в большинстве случаев давление пара над поверхностью продуктов близко к состоянию насыщения. Если же следует учитывать отклонение от состояния насыщения, то это можно

сделать, введя коэффициент сопротивления испарению или постоянный множитель к давлению p_n , меньший единицы и представляющий собой отношение равновесного давления водяного пара над соответствующим продуктом к давлению насыщения при той же температуре.

Для выражения давления насыщенного водяного пара в виде функции температуры предложено несколько зависимостей. Чем уже интервал температур, для которого ведется решение, тем точнее получаемый результат.

11. ОТЕПЛЕНИЕ И РАЗМОРАЖИВАНИЕ ПИЩЕВЫХ ПРОДУКТОВ

Отепление и размораживание — заключительные операции в непрерывной холодильной цепи, осуществляемые непосредственно перед выпуском пищевых продуктов в розничную продажу, перед промышленной переработкой или перед кулинарной обработкой. Цель этих операций — привести продукт в состояние, удобное для дальнейшего использования и возможно более близкое к состоянию, свойственному натуральному продукту высокого качества.

Исключив из рассмотрения чисто условно посмертные изменения в мясе и рыбе, дозревание плодов и другие сходные явления, происходящие в некоторых продуктах во время охлаждения или хранения их, часто говорят, что цель отепления или размораживания сводится к возвращению продукта в первоначальное состояние, присущее этому продукту перед холодильной обработкой и хранением.

Это схематичное представление подчеркивает, что в качестве идеального результата холодильной обработки и хранения рассматривается абсолютное восстановление первоначальных свойств продукта. Как следствие такого представления, в холодильную технологию проник термин, заимствованный из термодинамики, «обратимость».

При отеплении или размораживании проявляется технологическая обратимость всей совокупности операций и процессов, составляющих непрерывную холодильную цепь, а сама эта заключительная операция, будучи важной составной ее частью, все же не может считаться решающей для достижения наилучшего конечного эффекта.

В промышленной практике организованное и регулируемое отепление или размораживание осуществляют обычно при работе

с большими партиями однородных продуктов или при необходимости систематической подачи продукта для производственных нужд. Последнее типично, например, при использовании замороженного мяса в колбасном производстве, мороженой рыбы в консервном производстве и в других случаях. Мясо и рыбу часто размораживают также на предприятиях общественного питания, но к регулируемому отоплению продуктов здесь прибегают реже.

В целом же регулируемое отопление и размораживание в практике холодильной технологии занимает несколько более скромное место, чем начальные процессы холодильной обработки — охлаждение и замораживание. Скорее всего именно поэтому технология отопления и размораживания пищевых продуктов разработана не столь полно, этим процессам посвящено относительно меньшее число исследований и не очень многочисленны технические средства, предложенные и используемые для отопления и размораживания.

Так как отепленные и размороженные продукты предназначаются для немедленного использования, но отнюдь не для дальнейшего хранения, то нередко по чисто оперативным причинам стремятся к наибольшей скорости и простоте выполнения этих заключительных операций холодильной цепи. Признавая обоснованность такого стремления, все же необходимо подчеркнуть, что оно никак не должно быть доминирующим по отношению к качеству продукта.

При выборе технологии отопления и размораживания, как и технологии всех остальных операций, составляющих непрерывную холодильную цепь, следует исходить из требований к качеству продукта.

11.1. ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ ПРИ ОТЕПЛЕНИИ И РАЗМОРАЖИВАНИИ

Отопление охлажденных продуктов сводится к повышению их температуры до желаемой. Однако при этом не следует допускать конденсации паров влаги из воздуха на поверхности продукта.

Конденсация влаги на продукте нежелательна в связи с тем, что увлажнение его поверхности создает благоприятные условия для развития микрофлоры, способствует прилипанию атмосферных загрязнений к продукту и портит его внешний вид.

Отопление продуктов, осуществляемое в результате теплообмена с нагретым воздухом, необходимо проводить так, чтобы воздух вблизи поверхности продукта не достигал точки росы. Вместе с тем чрезмерно сухой отепляющий воздух может вызвать значительную усушку продуктов, что также нежелательно. Поэтому при отоплении требуется регулировать состояние и движение воздуха, омывающего продукт, в соответствии с постепен-

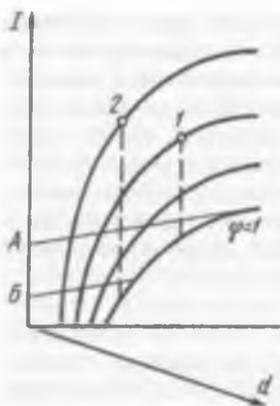


Рис. 11.1. Схема определения наличия конденсации влаги на поверхности продукта по $I-d$ -диаграмме

ным повышением температуры поверхности продукта так, чтобы обеспечить достаточно интенсивный теплообмен, избежать излишнего нагревания поверхности продукта и чтобы при температуре поверхности продукта воздух был близок к состоянию насыщения парами влаги. Отопление заканчивается, когда температура поверхности продукта становится такой, что при перенесении продукта в новые условия будет исключена поверхностная конденсация влаги.

Задачу о выборе параметров воздуха для отепления принципиально можно решить с помощью диаграммы $I-d$ для влажного воздуха (рис. 11.1).

Если состояние воздуха изобразить точкой 1, то конденсации влаги на продукте не произойдет при условии, что температура его поверхности соответствует изотерме А, а произойдет, когда температура поверхности соответствует изотерме В.

При состоянии воздуха, представленном точкой 2, конденсации не будет при любой из двух температур поверхности продукта, названных в примере.

Разумеется, что температура поверхности продукта не должна значительно понижаться при внутреннем теплообмене в нем после того, как регулируемое отопление будет завершено. Опасность значительного понижения температуры поверхности после окончания регулируемого отепления возникает в том случае, если велики размеры отепляемого тела и мала его теплопроводность, а отепление осуществляется при интенсивном теплообмене омывающего воздуха с поверхности тела.

Помимо отмеченных теплофизических особенностей, связанных со стремлением избежать увлажнения поверхности, отепление пищевых продуктов рассматривается как теплообменный процесс, обратный охлаждению. Соответственно этому определяют количество теплоты, подводимой к продукту в заданном интервале температур, и длительность отепления. Все же имеются некоторые специфические черты, отличающие теплообмен при отеплении и связанные с поведением продукта и режимом отепления.

Так, экзотермические процессы при отеплении не исследованы, но, по-видимому, они столь слабы, что нет нужды вводить тепловыделения продукта в расчет в отличие от расчета охлаждения. Различие между теплотой испарения влаги и теплотой конденсации атмосферного пара в кристаллическое состояние на поверхности приборов, о котором было сказано при рассмотре-

нии охлаждения, остается в силе и для отопления. Но при правильном режиме отопления испарение влаги из продукта может быть ничтожно малым, а при таких условиях циркулирующий воздух потребует скорее увлажнять, чем осушать. Тогда отпадает необходимость в учете теплоты конденсации.

Как было показано, продолжительность охлаждения наиболее удобно вычислять для условия постоянства температуры охлаждающей среды, и, в сущности, нет других методов расчета, если отказаться от этого условия. Между тем для предотвращения поверхностной конденсации влаги на продукте при его отоплении потребовался бы очень сухой обогревающий воздух в начале отопления, в случае постоянства температуры воздуха на протяжении всего процесса. Поэтому рациональнее постепенно повышать температуру циркулирующего воздуха по мере развития отопления и при благоприятных условиях дополнить конвективный теплообмен воздуха и продукта радиационным теплообменом каких-либо нагревательных приборов и продукта.

Таковыми условиями выбора режимов и технических средств отопления объясняются соответствующие трудности в расчете продолжительности процесса. Методы расчета, применяемые для определения продолжительности охлаждения, становятся менее надежными при расчете продолжительности отопления. Надежными остаются аналитические методы решения, связанные с процессами нагрева и охлаждения.

Явления, происходящие в пищевых продуктах при их размораживании, гораздо сложнее, чем при отоплении. Технологические цели размораживания, сложность изменений, происходящие при этом процессы в продуктах и недостаточная еще изученность таких изменений привели к отсутствию общепринятых суждений о рациональных режимах размораживания.

Существуют разнообразные рекомендации по режимам размораживания, предлагаются и используются различные технические средства для выполнения этого процесса.

Обычно при размораживании не стремятся избежать конденсации атмосферной влаги на поверхности продукта и даже рекомендуется размораживание, сопровождаемое поверхностным увлажнением путем контакта продукта с водой или путем пуска пара в помещение, где проводят размораживание. При реализации таких способов требуется тщательное соблюдение санитарно-гигиенических условий, а сама возможность их применения связана с тем, как и для каких целей используют замороженный продукт.

В первом приближении размораживание можно рассматривать как процесс, теплофизически обратный замораживанию. Подводимую теплоту находят так же, как теплоту, отводимую при замораживании; так же определяют и продолжительность размораживания.

11.2. ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЕ ТРЕБОВАНИЯ К РЕЖИМАМ, СПОСОБЫ ОТЕПЛЕНИЯ И РАЗМОРАЖИВАНИЯ

К режиму отопления предъявляют требование предотвращения конденсации атмосферной влаги на поверхности продукта при минимальной его усушке.

Обычно отепляют продукты с сухой поверхностью, уложенные в ящики; чаще всего это куриные яйца и плоды.

В таком случае можно считать, что воздух, отепляющий продукт, не увлажняется при контакте с ним, а радиационный подвод теплоты к продукту не играет заметной роли.

Поэтому регулирование состояния воздуха в камере отопления, а следовательно, и регулирование процесса отопления в целом проще осуществить, если необходимую обработку воздуха проводить вне камеры в отдельном кондиционере. Циркуляция воздуха в системе кондиционер—камера должна обеспечивать поддержание необходимого переменного режима в камере отопления, согласованного с постепенным повышением температуры поверхности отепляемого продукта.

Действительный непрерывный процесс отопления продукта без учета его усушки вследствие ее малости можно представить схематично как ступенчатый. Тогда изменения состояния отепляющего воздуха при отоплении можно изобразить в диаграмме $I-d$, как это показано на рис. 11.2.

Вертикальные линии 1—2, 3—4, 5—6, 7—8 представляют собой охлаждение воздуха при соприкосновении его с отепляемым продуктом. При этом точки 2, 4, 6 и 8 показывают состояние воздуха у поверхности продукта, которое должно быть близким к насыщению ($\phi = 1$), в соответствии с постепенным повышением температуры поверхности продукта, наиболее низкой в начале процесса (точка 2) и высокой в конце (точка 8). Линии 2—3, 4—5, 6—7 характеризуют обработку воздуха в кондиционере, включающую его нагревание и увлажнение до состояний, изображенных точками 3, 5 и 7. Состояние воздуха в этих точках должно удовлетворять требованиям, вытекающим из условий его охлаждения на каждой ступени процесса.

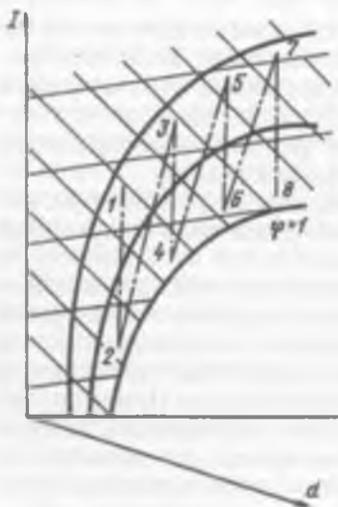


Рис. 11.2. Изображение изменений состояния воздуха в кондиционере и камере отопления пищевых продуктов в $I-d$ -диаграмме

Если принять во внимание усушку отепляемого продукта, а быть может, и тары, то с учетом увлажнения воздуха в камере отепления вертикальные линии охлаждения станут наклонными, но в остальном ход процесса не изменится. В случае чрезмерного увлажнения воздуха в камере отепления стало бы необходимым осушение его в кондиционере, но такие условия маловероятны.

Разумеется, параметры воздуха при отеплении правильнее регулировать не путем резких изменений от ступени к ступени, а плавно и постепенно на основе координации всех величин, существенных для развития процесса. Это требует применения надежных и чувствительных автоматических систем контроля и регулирования.

Вопрос о технологических требованиях к режимам размораживания, хотя бы только в теплофизическом аспекте, нельзя обсуждать, не затрагивая разноречивых опытных данных и мнений об эффективности различных принципов и методов размораживания.

Неполнота разработки вопроса о размораживании определяется многими причинами, о которых уже говорилось, и особенно большой внутренней сложностью процесса, обусловленной неоднозначным изменением свойств объекта при повышении его температуры, сопряженной с плавлением кристаллов льда.

Основные продукты, подвергаемые промышленному размораживанию, — это мясо и рыба. Поверхность таких продуктов в натуральном виде увлажнена, к тому же перед дальнейшим использованием эти продукты моют, поэтому при размораживании сухость поверхности необязательна, а иногда даже вредна. В таких случаях отпадают соображения, принятые во внимание как наиболее важные применительно к отеплению пищевых продуктов.

Примерно до конца первой четверти XX столетия считалось, что медленное размораживание в воздухе технологически совершенно, так как приводит к наиболее полному восстановлению свойств мяса. Такое суждение соответствовало принятой в то время практике медленного замораживания мяса после его охлаждения и выдержки.

Позже было установлено, что скорость размораживания рыбы не влияет существенно на ее пищевкусовые достоинства, причем это заключение не связывали с полнотой развития посмертных изменений в мышечной ткани рыбы.

Далее было учтено общее для техники стремление к ускорению производственных процессов; кроме того, медленно размораживаемый продукт, не будучи стерильным, становится средой, благоприятной для развития микрофлоры, и в нем по мере повышения температуры активизируются ферменты. Это не способствует сохранению доброкачественности медленно размораживаемого продукта.

Так как техника и технология замораживания совершенствовались, в практике все чаще пользовались методами быстрого замораживания, при котором сокращается перемещение влаги при льдообразовании. Поэтому ослабилось действие одного из веских доводов в пользу медленного размораживания, основанного на необходимости иметь достаточное время для восстановления натурального распределения влаги.

Появились предложения о форсировании размораживания путем повышения температуры теплоотводящей среды и коэффициента теплоотдачи на поверхности продукта. Последнее достигалось применением быстродвижущегося теплого воздуха, жидкостей и даже пара, однако при большой толщине размораживаемых продуктов и при ограниченной их теплопроводности интенсивный подвод теплоты к поверхности приводит к значительному нагреванию периферийных слоев, в то время как внутренняя масса еще не разморожена. Такие условия неблагоприятны для качества продукта. Приходится проявлять также осторожность в выборе теплоподводящей среды, контакт которой с продуктом не должен причинять ему ущерба.

Возникли также предложения о размораживании продуктов посредством переменных электромагнитных полей высокой и сверхвысокой частоты (ТВЧ и СВЧ). Этот метод позволяет прогревать толщу продукта, регулируя прогрев по мере надобности, и, таким образом, устраняет неудобства, связанные с неравномерностью прогрева.

ПРИЛОЖЕНИЯ

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

РАСЧЕТ УСУШКИ ПРИ ЗАМОРАЖИВАНИИ

Для определения усушки при замораживании продукта не вполне корректно использовать среднюю логарифмическую температуру поверхности, вычисляемую по формуле (9.25). Дело в том, что использование этой величины подразумевает экспоненциальный характер изменения температуры поверхности во время процесса. Это условие справедливо для случая охлаждения, но заведомо не выполняется при замораживании. Как было показано в главе 8, температура поверхности тела в ходе процесса замораживания меняется достаточно сложным образом, который существенно зависит от формы тела и динамики процесса. Поэтому для вычисления усушки при замораживании нельзя применять усредненное уравнение (9.22), а необходимо записать это уравнение в дифференциальной форме и проинтегрировать его.

В настоящем приложении мы, опираясь на уравнения, полученные в главе 8 для тел простой формы, изложим способ расчета усушки, а также изменения времени замораживания вследствие усушки для пластины, цилиндра и шара.

Итак, запишем соотношение (9.22) в дифференциальной форме

$$dg = 0,622 \frac{\alpha}{\mu C_p} \frac{\rho_{ст} (t_{ст}(t)) - \rho_{нас}(t_{ст})}{F} S dt. \quad (\text{П.1.1})$$

Здесь вместо среднего давления у стенки $\rho_{ст}$, как это было сделано в главе 9, мы взяли мгновенное значение $\rho_{ст}$, которое зависит от температуры стенки $t_{ст}$, которая, в свою очередь, является функцией времени. Кроме того, мы учли зависимость давления насыщенного водяного пара $\rho_{нас}$ от температуры среды $t_{ст}$. Для нахождения полной усушки g за время замораживания τ , необходимо проинтегрировать выражение (П.1.1) по всему времени замораживания, предварительно подставив в него выражения для $t_{ст}(t)$ и $\rho_{ст}(t)$. Поскольку в главе 8 были получены выражения для $t_{ст}(\delta)$ и $d\delta/dt$ для тел простых форм, где δ — безразмерная толщина промерзшего слоя, то удобнее переписать (П.1.1) через переменную δ :

$$dg = 0,622 \frac{\alpha}{\mu C_p} \frac{\rho_{ст}(t_{ст}(\delta)) - \rho_{нас}(t_{ст})}{F} S \frac{dt}{d\delta} d\delta. \quad (\text{П.1.2})$$

Подставим в уравнение (П.1.2) выражения для $t_{ст}(\delta)$ и $dt/d\delta$ из главы 8, а также зададимся каким-либо выражением для зависимости $\rho_{ст}(t) = \rho_{нас}(t)$. Напомним, что

для пластины

$$t_{ст}(\delta) = t_{ср} + \frac{t_{ср} - t_{сн}}{1 + \text{Bi} \delta}, \quad \frac{dt}{d\delta} = \frac{\alpha R}{t_{ср} - t_{сн}} \left(\frac{\delta R}{\lambda} + \frac{1}{\alpha R} \right);$$

для цилиндра

$$t_{ст}(\delta) = t_{сн} + \frac{t_{ср} - t_{сн}}{1 - \text{Bi} \ln(1 - \delta)},$$

$$\frac{dt}{d\delta} = \frac{\alpha R^2}{t_{ср} - t_{сн}} \left(-\frac{\ln(1 - \delta)}{\lambda} + \frac{1}{\alpha R} \right) (1 - \delta);$$

для шара

$$t_{ст}(\delta) = t_{сн} + \frac{(t_{ср} - t_{сн})(1 - \delta)}{1 - (\text{Bi} - 1)\delta};$$

$$\frac{dt}{d\delta} = \frac{\alpha R^2}{t_{ср} - t_{сн}} \left(\frac{1}{\lambda} + \left(\frac{1}{\alpha R} - \frac{1}{\lambda} \right) (1 - \delta) \right) (1 - \delta).$$

(П.1.3)

Все выражения в формулах (П.1.3) взяты в приближении формулы Планка, т. е. без учета теплоемкости замороженной части, как это было сделано в главе 8. Дело в том, что основная часть процесса усушки происходит в начале замораживания, пока температура поверхности тела еще заметно выше температуры хладоносителя. А на этом этапе динамика замораживания хорошо описывается простой формулой Планка (теплоемкость замороженной части начинает заметно сказываться лишь в конце процесса).

Что же касается зависимости $p_{\text{нас}}(t)$, то мы воспользуемся известной эмпирической формулой Филоненко для давления насыщенного влажного пара при заданной температуре (давление берется в паскалях):

$$\ln p_{\text{нас}}(t) = 23,7 - \frac{4110}{T - 35} \quad (\text{П.1.4})$$

Подставив выражения (П.1.3) и (П.1.4) в уравнение (П.1.2) и проинтегрировав его по δ в пределах от 0 до 1, получим искомое значение усушки g . Интегрирование возможно лишь в численном виде.

Теперь получим соотношения для изменения времени замораживания вследствие усушки. Поскольку сублимация льда приводит к дополнительному отводу теплоты от тела, то время замораживания должно уменьшиться на некоторую величину Δt . Для нахождения этой величины приравняем отведенную от тела теплоту, выраженную уравнением (9.23), теплоте фазового перехода, как это было сделано в главе 8 при выводе формулы Планка:

$$q\rho S(\delta) R d\delta = \alpha S (t_{\text{кр}}(\delta) - t_{\text{жл}}) dt + r d\delta, \quad (\text{П.1.5})$$

где $S(\delta)$ — площадь поверхности границы раздела фаз, т. е. для пластины $S(\delta) = S$, для цилиндра $S(\delta) = (1 - \delta) S$, а для шара $S(\delta) = (1 - \delta)^2 S$. Подставляя выражение (П.1.2) в уравнение (П.1.5), получим

$$0,622 \frac{w\rho}{\mu c_p} \frac{p_{\text{нас}}(t_{\text{кр}}(\delta)) - p_{\text{нас}}(t_{\text{жл}})}{p} S dt + \alpha S (t_{\text{кр}}(\delta) - t_{\text{жл}}) dt = q\rho S(\delta) R d\delta$$

или после преобразований

$$dt = \frac{q\rho S(\delta) R d\delta}{0,622 \frac{w\rho}{\mu c_p} \frac{p_{\text{нас}}(t_{\text{кр}}(\delta)) - p_{\text{нас}}(t_{\text{жл}})}{p} S + \alpha S (t_{\text{кр}}(\delta) - t_{\text{жл}})} \quad (\text{П.1.6})$$

Интегрирование выражения (П.1.6) по δ от 0 до 1 даст нам время замораживания в приближении формулы Планка с учетом усушки. Затем к нему можно отдельно присовокупить добавки на теплоемкость замороженной части, начальную температуру тела и т. д. (см. главу 8). Интеграл (П.1.6) также может быть найден только численно.

Далее приведена программа для расчета усушки при замораживании на языке QuickBasic.

DEFINT F, I

```

1 INPUT «Задайте температуру окружающей среды (C): », TA
INPUT «Задайте относительную влажность воздуха: », v
INPUT «Задайте криоскопическую температуру (C): », TC
INPUT «Задайте характерный размер тела (м): », R
INPUT «Задайте влажность тела (доля единицы): », W
INPUT «Задайте долю вымороженной воды: », o
INPUT «Задайте плотность тела (кг/м^3): », rho
INPUT «Задайте коэффициент теплоотдачи (Вт/м^2*К): », a
INPUT «Задайте теплопроводность замороженной части (Дж/(м*с*К)): », I
INPUT «Задайте коэффициент сопротивления испарению: », mu

```

```

INPUT «Задайте форму тела (1 — пластина, 2 — цилиндр, 3 — шар): », f
c = 330000 * ro * W * o / (TC - TA)
XA = v * EXP(23.7 - 4110 / (TA + 238)) / (TA + 273)
M = 0
TM = 0
FOR i = 0 TO 999 STEP 1
d = i * R/1000
IF f = 1 THEN
TS = TA + (TC - TA) * i / (i + a * d)
DT = .001 * c * R * (d/i + 1/a)
ELSEIF f = 2 THEN
TS = TA + (TC - TA) * i / (i - a * R * LOG(1 - d/R))
DT = .001 * c * R * (R - d) * (LOG(R/(R - d)) / i + 1 / (a * R))
ELSE
TS = TA + (TC - TA) * i * (R - d) / (i * R + (a * R - 1) * d)
DT = .001 * c * R * (R - d) * (1/i + (1/(a * R) - 1/i) * (R - d) / R)
END IF
XS = EXP(23.7 - 4110 / (TS + 238)) / (TS + 273)
M = M + .00157 * a * (XS - XA) * DT / mu
TM = TM + 330 * ro * W * o * (1 - i/1000 ^ (f - 1) * R / (a *
* (TS - TA) + 3.97 * a * (XS - XA) / mu)
NEXT i
TMPL = c * R * (.5 * R / i + 1/a) / f
PRINT «Усушка в граммах на 1 кв метр поверхности», M
PRINT «Время замораживания по Планку и с учетом усушки в секундах»
PRINT TMPL, TM
PRINT «Хотите запустить программу снова (Д/Н) ?»
WHILE INKEYS <> «» WEND
DO
kbd$ = UCASE$(INKEYS)
LOOP UNTIL kbd$ = «L» OR kbd$ = «Y»
IF kbd$ = «L» THEN GOTO 1
END

```

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

УЧЕТ НАЧАЛЬНОЙ ТЕМПЕРАТУРЫ ТЕЛА ПРИ РАСЧЕТЕ ВРЕМЕНИ ЗАМОРАЖИВАНИЯ ТЕЛ ПРОСТОЙ ФОРМЫ

Здесь предложен «неназванный» способ учета начальной температуры, при использовании которого не требуется привлечения каких-либо искусственных предположений о распределении температуры в незамороженной части тела. Способ основан на применении адиабатического приближения для зависимости среднеобъемной температуры незамерзшей части тела от времени, а именно — мы возьмем дифференциальное уравнение, которому удовлетворяет среднеобъемная температура в случае, когда происходит остывание неизменной по размерам незамороженной части, температура границы которой равна криоскопической. Далее в этом уравнении заменим постоянный размер незамороженной части тела на меняющийся во времени согласно уравнению Планка, описывающему движение фронта промораживания. Поскольку замораживание представляет собой значительно более медленный процесс, чем охлаждение, то использование такого адиабатического приближения представляется оправданным. Проинтегрировав полученное уравнение, мы будем иметь зависимость среднеобъемной температуры замороженной части тела от толщины замороженного слоя. Далее, записав уравнения теплового баланса и проинтегрировав его, мы получим время замораживания.

Рассмотрим вначале промерзание пластины. Пусть $t_{cp}(\tau)$ — среднеобъемная температура незамороженного слоя, $t_{cp}(0) = t_1$ — она же в момент начала собст-

венно замораживания (см. главу 8). Как известно (см. главу 4), в случае охлаждения пластины толщиной $2R$, температура поверхности которой поддерживается равной $t_{кр}$, среднеобъемная температура $t_{cp}(\tau)$ описывается бесконечным рядом, причем при достаточно больших значениях времени основной вклад в ряд вносит первый член. Поскольку замораживание — длительный процесс, будем использовать приближение первого члена ряда. Тогда уравнение для $t_{cp}(\tau)$ будет выглядеть следующим образом:

$$\frac{dt_{cp}(\tau)}{t_{cp}(\tau) - t_{кр}} = - \frac{\pi^2 \lambda_n d\tau}{4 C_{нр} R^2}, \quad (\text{П.2.1})$$

где λ_n — теплопроводность незамороженной части тела. Заменим в уравнении (П.2.1) R на $R-l$, а $d\tau$ выразим через dl , используя уравнение Планка, описывающее движение фронта для пластины (см. главу 8):

$$\frac{dt_{cp}(l)}{t_{cp}(l) - t_{кр}} = - \frac{\pi^2 \lambda_n}{4 C_{нр} (R-l)^2} \frac{q\rho}{t_{кр} - t_{хл}} \left(\frac{l}{\lambda} + \frac{1}{\alpha} \right) dl. \quad (\text{П.2.2})$$

Интегрируя уравнение (П.2.2) с учетом начального условия, получим

$$t_{cp}(l) - t_{кр} = (t_1 - t_{кр}) \left(\frac{R-l}{R} \right)^{\pi^2 A/4} \exp \left[\frac{\pi^2 A}{4} (1 + 1/Bi) \left(1 - \frac{R}{R-l} \right) \right], \quad (\text{П.2.3})$$

где мы обозначили

$$A = \frac{\lambda_{нр}}{C_{нр} (t_{кр} - t_{хл}) \lambda}.$$

Коэффициент A представляет собой безразмерный критерий, физический смысл которого следующий: он представляет собой отношение характерного времени замораживания к характерному времени остывания незамороженного тела. Для удобства обозначим $A_n = \pi^2 A/4$.

Избыточное теплосодержание замороженной части (избыточное по сравнению со случаем, когда вся незамороженная часть имеет криоскопическую температуру) в расчете на единицу поверхности

$$Q(l) = C_{нр} (R-l) (t_{cp}(l) - t_{кр}). \quad (\text{П.2.4})$$

Запишем уравнение теплового баланса

$$q\rho dl - dQ(l) = (t_{кр} - t_{хл}) \left(\frac{l}{\lambda} + \frac{1}{\alpha} \right)^{-1} d\tau. \quad (\text{П.2.5})$$

Смысл уравнения (П.2.5) следующий: теплота кристаллизации (первое слагаемое в левой части) и теплота, отведенная от незамороженной части (второе слагаемое), должны быть отведены теплопроводностью через замороженный слой. Интегрирование уравнения (П.2.5) даст нам время замораживания, причем первое слагаемое — формулу Планка, а второе — добавку на начальную температуру тела. Таким образом, подставляя уравнения (П.2.3) и (П.2.4) в выражение (П.2.5) и интегрируя его, мы получим искомую добавку

$$\Delta\tau = C_{нр} \frac{t_1 - t_{кр}}{t_{кр} - t_{хл}} \exp \left[\left(1 + \frac{1}{Bi} \right) A_n \right] \int_0^R \left(\frac{R-l}{R} \right)^{A_n - 1} \exp \left[\left(1 + \frac{1}{Bi} \right) A_n \frac{R-l}{R} \right] \times \quad (\text{П.2.6})$$

$$\times \left[\left(1 - A_n \right) \frac{R-l}{R} + \left(1 + \frac{1}{Bi} \right) A_n \right] \left(\frac{R}{\lambda} + \frac{1}{\alpha} - \frac{R-l}{\lambda} \right) dl = C_{нр} R \frac{t_1 - t_{кр}}{t_{кр} - t_{хл}} \left[\frac{R}{\lambda} f_n(A_n, Bi) + \frac{1}{\alpha} \right],$$

$$\text{где } f_n(A_n, Bi) = \left[\left(1 + \frac{1}{Bi}\right) A_n \right]^{2-A_n} \exp \left[\left(1 + \frac{1}{Bi}\right) A_n \right] \Gamma \left[A_n - 2, \left(1 + \frac{1}{Bi}\right) A_n \right]; \quad \Gamma(a, z) =$$

$= \int_z^{\infty} t^{a-1} e^{-t} dt$ — неполная гамма-функция.

Точно так же могут быть получены выражения для цилиндра и шара, аналогичные (П.2.6):

$$\Delta \tau = \Phi C_{\text{н}} \rho \frac{(1 - \frac{1}{\text{кр}}) R}{1 - \frac{1}{\text{кр}} - \frac{1}{\text{эл}}} \left(\frac{R}{\lambda} f(A, Bi) + \frac{1}{\alpha} \right), \quad (\text{П.2.7})$$

но с другими функциями $f(A, Bi)$.

Именно, для цилиндра

$$f_{\text{ц}}(A_{\text{ц}}, Bi) = \sqrt{2/A_{\text{ц}}} \exp \left[\frac{(A_{\text{ц}}/Bi + 2)^2}{2A_{\text{ц}}} \right] \text{Erfc} \left[(A_{\text{ц}}/Bi + 2) / \sqrt{2A_{\text{ц}}} \right], \quad (\text{П.2.8})$$

где $\text{Erfc}(x) = \int_x^{\infty} \exp(-t^2) dt$ — интеграл ошибок; $A_{\text{ц}} = \mu^2 A$; $\mu = 2,4048$.

Для шара

$$f_{\text{ш}}(A_{\text{ш}}, Bi) = \left[\left(1 - \frac{1}{Bi}\right) A_{\text{ш}} \right]^{-A_{\text{ш}} - 2} \exp \left[\left(1 - \frac{1}{Bi}\right) A_{\text{ш}} \right] \gamma \left[A_{\text{ш}} + 2, A_{\text{ш}} \left(1 - \frac{1}{Bi}\right) \right], \quad (\text{П.2.9})$$

где $\gamma(a, z) = \int_0^z t^{a-1} e^{-t} dt$ — неполная гамма-функция; $A_{\text{ш}} = \pi^2 A$.

Используя известные асимптотические свойства неполной гамма-функции и интеграла ошибок, можно подобрать аппроксимирующие выражения для $f(A, Bi)$:

$$\left. \begin{aligned} f_n(A, Bi) &= [2 + \pi^2 (1/2Bi + 1/4)A]^{-1}; \\ f_{\text{ц}}(A, Bi) &= [2 + \mu^2 (1/Bi + 1/2)A]^{-1}; \\ f_{\text{ш}}(A, Bi) &= [2 + \pi^2 (2/3Bi + 1/3)A]^{-1}. \end{aligned} \right\} \quad (\text{П.2.10})$$

Выражения (П.2.10) позволяют достаточно просто и надежно рассчитывать добавку к формуле Планка, учитывающую начальную температуру тела.

ПРИЛОЖЕНИЕ 3

НЕКОТОРЫЕ ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ЭМПИРИЧЕСКИЕ СООТНОШЕНИЯ ДЛЯ КОНВЕКТИВНЫХ КОЭФФИЦИЕНТОВ ТЕПЛОТДАЧИ

В данном приложении к главе 6 мы приведем некоторые дополнительные данные по определению коэффициентов теплоотдачи при конвекции.

Теплоотдача при поперечном обтекании одиночного цилиндра. По опытным данным, результаты которых аппроксимировались степенной зависимостью:

$$Nu = C \varepsilon (\varphi) \text{Pr}^{0.4} \text{Re}^m \quad (\text{П.3.1})$$

получены значения C и m (табл. П.3.1).

П.3.1. Значения коэффициентов C и m в формуле (П.3.1)

Коэффициент	Критерий Рейнольдса Re			
	$5 \dots 80$	$80 \dots 5 \cdot 10^4$	$5 \cdot 10^4 \dots 5 \cdot 10^6$	$> 5 \cdot 10^6$
C	0,923	0,792	0,225	0,026
m	0,40	0,46	0,60	0,80

Коэффициент $\epsilon(\varphi)$ учитывает угол атаки (т. е. угол между осью цилиндра и вектором скорости среды). Значения этого коэффициента приведены в табл. П.3.2.

П.3.2. Значения коэффициента $\epsilon(\varphi)$, учитывающего угол атаки

φ	90	80	70	60	50	40	30	20	10	0
$\epsilon(\varphi)$	1	1	0,98	0,94	0,88	0,78	0,67	0,52	0,42	0,40

Теплоотдача при поперечном обтекании пучка гладких труб. В технологических аппаратах наиболее часто встречаются два типа расположения пучка труб: коридорный (оси труб образуют квадратную решетку) и шахматный (оси труб образуют треугольную решетку). Передние ряды труб турбулизируют поток, поэтому в общем случае интенсивность теплоотдачи меняется от ряда к ряду по направлению течения. Первый ряд труб любого пучка находится в условиях, соответствующих обтеканию одиночного цилиндра. Исключения составляют только пучки с тесным шагом, когда начинают взаимодействовать пограничные слои соседних труб. Последующие ряды труб в коридорном пучке попадают в вихревую область, образующуюся за впереди стоящими трубами. Условия омывания в этой области лучше, чем в лобовой части одиночной трубы, но лишь при достаточно больших значениях критерия Рейнольдса ($Re > 1000$). Таким образом, максимальное значение локального коэффициента теплоотдачи сдвигается вглубь, по течению потока. В шахматном же пучке омывание глубоко расположенных труб меньше отличается по характеру от омывания труб первого ряда.

Вид расчетной формулы при $Re < 1000$ для коридорных и шахматных пучков:

$$Nu = 0,56\epsilon(\varphi)Re^{0,5} Pr^{0,33} \left(\frac{Pr}{Pr_{ст}} \right)^{0,25} \quad (П.3.2)$$

При $Re > 1000$ для коридорных пучков:

$$Nu = 0,23\epsilon(\varphi)Re^{0,65} Pr^{0,33} \left(\frac{Pr}{Pr_{ст}} \right)^{0,25} \quad (П.3.3)$$

При $Re > 1000$ для шахматных пучков:

$$Nu = 0,41\epsilon(\varphi)Re^{0,6} Pr^{0,33} \left(\frac{Pr}{Pr_{ст}} \right)^{0,25} \quad (П.3.4)$$

Определяющая температура для критериев Nu , Re , Pr — средняя температура жидкости (газа), а для критерия $Pr_{ст}$ — температура стенки, соприкасающейся с по-

током. Определяющий размер — наружный диаметр трубы (а не эквивалентный). Скорость потока, входящая в критерий Re ,

$$w = V/S_{c_{\text{ж}}}, \quad (\text{П.3.5})$$

где V — объемный расход жидкости (газа), $\text{м}^3/\text{с}$; $S_{c_{\text{ж}}}$ — площадь самого узкого сечения в пучке.

Коэффициент ϵ (φ) берется из табл. П.3.2. По формулам (П.3.2)...(П.3.4) находят коэффициенты теплоотдачи для третьего и последующих рядов труб. Значение α для первого ряда труб рассчитывают умножением α , определенного из формул (П.3.2)...(П.3.4), на коэффициент 0,6; для труб второго ряда при коридорном расположении — на 0,7; при шахматном расположении — на 0,9. Среднее значение $\alpha_{\text{пуч}}$ для всего пучка в целом

$$\alpha_{\text{пуч}} = \frac{\alpha_1 F_1 + \alpha_2 F_2 + \alpha_3 F_3 + \dots}{F_1 + F_2 + F_3 + \dots}, \quad (\text{П.3.6})$$

где $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ — коэффициенты теплоотдачи каждого ряда; F_1, F_2, F_3 — площади поверхности нагрева всех труб в каждом ряду.

Для газов формулы упрощаются, так как $Pr/Pr_{\text{ст}} = 1$, а Pr зависит только от атомности газа. В частности, для воздуха при $Re < 1000$:

$$Nu = 0,5\epsilon(\varphi)Re^{0,5}. \quad (\text{П.3.7})$$

При $Re > 1000$ для коридорных пучков:

$$Nu = 0,21\epsilon(\varphi)Re^{0,65}. \quad (\text{П.3.8})$$

При $Re > 1000$ для шахматных пучков:

$$Nu = 0,37\epsilon(\varphi)Re^{0,6}. \quad (\text{П.3.9})$$

ПРИЛОЖЕНИЕ 4

РАСЧЕТ ПРОДОЛЖИТЕЛЬНОСТИ ГИДРОАЭРОЗОЛЬНО-ИСПАРИТЕЛЬНОГО ОХЛАЖДЕНИЯ ПРОДУКТОВ

На практике такой способ применяют для охлаждения, например, тушек птиц и кроликов после убоя. Поверхность тушки увлажняют гидроаэрозольной средой с последующим охлаждением потоком холодного воздуха. При этом на поверхности тушки постоянно присутствует свободная влага. Гидроаэрозольно-испарительный способ предложен как альтернативный традиционным: воздушному, водяному (погружному и оросительному). Он имеет ряд серьезных преимуществ. В отличие от чисто воздушного способа здесь не происходит усушки продукта во время процесса и, следовательно, не теряется масса продукта и не ухудшается его товарный вид. Кроме того, испарение влаги с поверхности продукта приводит к дополнительному его охлаждению, а следовательно, к сокращению продолжительности охлаждения. С другой стороны, в отличие от чисто водяного охлаждения здесь не происходит перекрестного обсеменения тушек патогенной микрофлорой, а также достигается большая экономия воды.

Расчет продолжительности гидроаэрозольно-испарительного охлаждения продукта представляет собой непростую задачу: интенсивность испарения воды с поверхности продукта зависит от ее температуры, которая, в свою очередь, меняется во времени, и поэтому значительно (вдвое-втрое) изменяется «мокрый» коэффициент

теплоотдачи. Таким образом, необходимо решать задачу нестационарной теплопроводности тела сложной формы при коэффициенте теплоотдачи, зависящем от температуры поверхности.

В настоящем приложении приводится методика расчета, позволяющая определять темп охлаждения тушки (с учетом испарения влаги) и скорость испарения. Это дает возможность в последующем отыскать как продолжительность одного цикла «напыление—обдув», так и число таких циклов, необходимое для достижения тушкой требуемой среднеобъемной температуры.

Как было показано в главе 4, задача охлаждения даже сухого тела может быть точно решена лишь для однородных тел простой формы (бесконечная пластина, бесконечный цилиндр и шар) и некоторых их комбинаций. Тушка же птицы представляет собой неоднородное тело достаточно сложной формы, которая не может быть с достаточной степенью точности аппроксимирована какой-либо из простых форм. Однако как было показано в п. 5.2, если время охлаждения достаточно велико, то можно воспользоваться приближением регулярного теплового режима, т. е. положить, что температура в любой точке тела убывает по экспоненциальному закону:

$$t = t_{\text{ср}} + (t_{\text{нач}} - t_{\text{ср}}) A \exp(-m\tau), \quad (\text{П.4.1})$$

где $t_{\text{ср}}$ — температура среды, окружающей тело, °С; $t_{\text{нач}}$ — начальная температура тела, °С; τ — время охлаждения, с; A — безразмерный коэффициент; m — темп охлаждения, с⁻¹.

Темп охлаждения не зависит от того, в какой точке тела измеряют температуру t , а безразмерный коэффициент A зависит от точки измерения. Для расчета по формуле (П.4.1) нужно знать темп охлаждения m и значение константы A для интересующей нас точки.

Введем число Био

$$Bi = \alpha R / \lambda,$$

где α — коэффициент теплоотдачи, Вт/(м² · К); R — его характерный размер (т. е. расстояние от поверхности тела до наиболее удаленной от нее точки тела); λ — теплопроводность тела, Вт/(м · К).

Введем также коэффициент формы

$$\Phi = V / SR,$$

где V — объем тела, м³, а S — площадь поверхности тела, м².

Для тушки курицы, например, $\Phi = 0,37$. Тогда темп охлаждения (см. п. 5.2)

$$m = \frac{a}{R^2} \kappa \quad (\text{П.4.2})$$

где a — коэффициент температуропроводности тела, м²/с; κ — коэффициент, который зависит только от числа Био и формы тела.

Значение κ можно точно вычислить лишь для тел простой формы как корень некоторого трансцендентного уравнения, поскольку $\kappa = \mu_1^2$ (см. главу 4). Однако имеется следующая аппроксимирующая формула:

$$\kappa = \frac{Bi}{\Phi \sqrt{1 + (0,664 + 0,164Bi) Bi} \Phi^{1/2}}. \quad (\text{П.4.3})$$

Эта формула была получена совместной аппроксимацией трех зависимостей κ (Bi) для трех тел простой формы и совпадает с ними с точностью 1,5%. Что касается коэффициента A , то для среднеобъемной температуры (A_{cp}) тел простой формы при $Bi \leq 2$ имеет место соотношение $0,95 < A_{cp} < 1$. Поскольку при охлаждении в воздухе число Bi , как правило, не превышает 2, то можно принять $A_{cp} = 1$. Что же касается значения этого коэффициента для температуры поверхности ($A_{пов}$), то, поскольку $A_{пов}/A_{cp} = \psi$, где ψ — коэффициент неравномерности температурного поля (см. п. 5.2), и мы приняли $A_{cp} = 1$, то имеем $A_{пов} = \psi$. Из формул (5.10) и (П.4.2) получим:

$$\psi = \frac{\Phi}{Bi} \kappa. \quad (\text{П.4.4})$$

В случае охлаждения тушки, с поверхности которой испаряется влага, коэффициент теплоотдачи

$$\alpha_{вл}(t_{пов} - t_{вл}) = \alpha_{сух}(t_{пов} - t_{вл}) + \beta(d_{пов} - d_{вл})r, \quad (\text{П.4.5})$$

где $\alpha_{вл}$ и $\alpha_{сух}$ — соответственно «влажный» и «сухой» коэффициенты теплоотдачи, Вт/(м²·К); $t_{пов}$ — температура поверхности тела, °С; β — коэффициент массоотдачи, м/с; $d_{пов}$ и $d_{вл}$ — влагосодержание воздуха у поверхности тела и в ядре омывающего потока, кг/м³; r — удельная теплота парообразования воды; $r = 2,3 \cdot 10^6$ Дж/кг.

Коэффициент массоотдачи β можно рассчитать по известному соотношению Льюиса (см. главу 9):

$$\frac{\alpha_{вл}}{\beta} = c_p \rho_a = 1300 \text{ Дж}/(\text{м}^3 \cdot \text{К}), \quad (\text{П.4.6})$$

где c_p — удельная теплоемкость воздуха, Дж/(кг·К); ρ_a — плотность воздуха, кг/м³.

Численное значение величин в формуле (П.4.6) приведено для температуры 0 °С. Для определения разности влагосодержаний $d_{пов} - d_{вл}$ воспользуемся известной эмпирической формулой Филоненко:

$$\ln d(t) = 10,56 - \frac{3654}{t + 230}, \quad (\text{П.4.7})$$

где $d(t)$ — влагосодержание воздуха, кг/м³ при насыщении; t — температура, °С.

На поверхности тела постоянно имеется свободная влага, поэтому $d_{пов} = d(t_{пов})$; $d_{вл} = \varphi d(t_{вл})$, где φ — относительная влажность воздуха в ядре потока (практически можно считать $\varphi = 1$). Комбинируя выражения (П.4.6) и (П.4.7), получим

$$\alpha_{вл} = \alpha_{сух} \left(1 + 8 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{d(t_{пов}) - \varphi d(t_{вл})}{t_{пов} - t_{вл}} \right). \quad (\text{П.4.8})$$

Алгоритм расчета зависимости среднеобъемной температуры продукта и массы испарившейся воды от времени следующий.

1. Выбирают шаг по времени Δt .
2. По формулам (П.4.7) и (П.4.8) определяют «влажный» коэффициент теплоотдачи; при этом принимают $t_{вл} = t_{нач}$.
3. Из дифференциальной формы уравнения (П.4.1):

$$\Delta t_{cp} = -(t_{нач} - t_{хл}) \cdot \exp(-\pi t) m \Delta t, \quad (\text{П.4.9})$$

где t_{cp} — среднеобъемная температура тушки (полагают, что в начальный момент $t_{cp} = t_{нач}$).

С использованием соотношений (П.4.2) и (П.4.3) рассчитывают новое значение t_{cp} через время Δt .

4. Из уравнения теплового баланса:

$$\Delta t_{cp} c \rho V = -\alpha_{вл} S (t_{нов} - t_{хл}) \Delta t, \quad (\text{П.4.10})$$

где c — теплоемкость тела, Дж/(кг · К); ρ — его плотность, кг/м³.

Рассчитывают новое значение $t_{нов}$ через время Δt .

5. Из дифференциальной формы соотношения (9.20):

$$\Delta g = \frac{\alpha_{сух}}{c_{в\text{в}} \rho_{в}} [d(t_{нов}) - \varphi d(t_{хл})] S \Delta t \quad (\text{П.4.11})$$

рассчитывают убыль массы воды Δg за время Δt . Здесь мы приняли коэффициент сопротивления испарению $\mu = 1$, так как влага свободно испаряется с поверхности продукта.

6. Определяют новое значение «влажного» коэффициента теплоотдачи $\alpha_{вл}$ по формулам (П.4.7), (П.4.8) с использованием нового значения $t_{нов}$.

7. И так далее.

Экспериментальные исследования гидроаэрозольно-испарительного охлаждения тушек курицы показали, что приведенная схема расчета позволяет добиться согласования расчетного и экспериментального времени охлаждения в пределах 10%-ной погрешности. Продолжительность охлаждения при этом методе охлаждения примерно в полтора раза меньше, чем при воздушном.

Для сохранения качества продукта при охлаждении необходимо избегать возможного подмораживания поверхности. С этой целью режим процесса выбирают таким образом, чтобы на момент достижения продуктом требуемой среднеобъемной температуры (для тушек птицы она составляет 4 °С) его поверхность имела температуру выше криоскопической $t_{кр}$. Для этого температура охлаждающего воздуха должна быть не очень низкой. С другой стороны, повышение температуры воздуха ведет к увеличению продолжительности охлаждения. Таким образом, для правильного выбора температуры воздуха необходимо умение определять нижнюю границу этой температуры, при которой не будет происходить подмораживания поверхности. Запишем условие того, что температура поверхности выше криоскопической:

$$\frac{t_{нов} - t_{хл}}{t_{cp} - t_{хл}} = \frac{\Phi}{Bi} \kappa > \frac{t_{кр} - t_{хл}}{t_{cp} - t_{хл}} \quad (\text{П.4.12})$$

Здесь мы воспользовались соотношением (П.4.4). Решив неравенство (П.4.12) относительно $t_{хл}$, получим:

$$t_{хл} > \frac{t_{кр} - t_{cp} \frac{\Phi}{Bi} \kappa}{1 - \frac{\Phi}{Bi} \kappa} \quad (\text{П.4.13})$$

Соотношение (П.4.13) позволяет определить искомую нижнюю границу температуры охлаждающего воздуха.

Далее приведена программа расчета продолжительности охлаждения продукта гидроаэрозольно-испарительным способом на языке QuickBasic.

```

INPUT «Задайте температуру окружающей среды (C): », TA
INPUT «Задайте относительную влажность воздуха : », fi
INPUT «Задайте характерный размер тела: », R
INPUT «Задайте плотность тела (кг/м^3): », go
INPUT «Задайте сухой коэффициент теплоотдачи (Вт/м^2 * K): », A
INPUT «Задайте теплопроводность тела (Дж/м * с * K) ): », L
INPUT «Задайте теплоемкость тела (Дж/кг * K) : », C
INPUT «Задайте начальную температуру тела (K) : », TB
INPUT «Задайте коэффициент формы: », f
INPUT «Задайте шаг по времени (с) », DT
INPUT «Задайте поверхность тела (м^2) : », S
INPUT «Задайте требуемую среднеобъемную температуру », TT
C = C * go
XA = fi * EXP (10.56 - 3654 / (TA + 230) )
Bi = A * R / L
ka = Bi / (f * SQR (1 + (.664 + .164 * Bi) * Bi * f ^ .5) )
m = ka * L / (C * R ^ 2)
mass = 0
time = DT / 2
TS = TA + (TB - TA) * ka * f / Bi
TM =TB
DO
XS = EXP (10.56 - 3654 / (TS + 230) )
AW = A * (1 + .0008 * (XS - XA) / (TS - TA) )
DM = .77 * A * (XS - XA) * DT * S
mass = mass + DM
BiW = AW * R / L
kaW = BiW / (f * SQR (1 + (.664 + .164 * BiW) * BiW * f ^ .5) )
mW = kaW * L / (C * R ^ 2)
TM = TM - (TB - TA) * mW * DT * EXP (-mW * time)
TS = TA + C * R * f * (TB - TA) * (mW * EXP (-mW * time) / AW
IF TM < TT THEN EXIT DO
time = time + DT
LOOP
PRINT «Время охлаждения (с) : », time + DT / 2
PRINT «Масса испарившейся воды (г) : », mass
PRINT «Температура поверхности в конце процесса: », TS
END

```

ПРИЛОЖЕНИЕ 5

ПРОГРАММА ДЛЯ РАСЧЕТА ВРЕМЕНИ ОХЛАЖДЕНИЯ И НАГРЕВАНИЯ ТЕЛ ПРОСТОЙ ФОРМЫ

Задача расчета времени охлаждения или нагревания тел простой формы до заданной температуры в какой-либо точке, несмотря на наличие формул в явном виде (см. главу 4), не очень проста, так как приведенные в главе 4 бесконечные ряды выражают лишь температуру через время, а не наоборот. Явно выразить время через температуру из этих рядов невозможно, и определить время процесса можно лишь методом последовательных приближений. Вручную этот процесс чрезвычайно трудоемок, поэтому лучше поручить это машине. В приведенной ниже программе заложен расчет времени охлаждения (нагревания) трех тел простой формы, а также их комбинаций: бесконечного прямоугольного бруса, параллелепипеда и конечного

цилиндра. При этом предусмотрена возможность задания среднеобъемной температуры (наиболее часто встречающаяся задача); температуры в центре тела (необходимо, например, при стерилизации консервов, когда все точки тела должны быть прогреты до температуры стерилизации, а наиболее холодной точкой является, естественно, центр); температуры поверхности (если происходит быстрое охлаждение в среде, температура которой ниже криоскопической, процесс необходимо прервать в тот момент, когда поверхность будет иметь криоскопическую температуру, чтобы не допустить подмораживания продукта; программа выдает и среднеобъемную температуру на этот момент). В случае, если тело составной формы, под температурой поверхности (она неодинакова в различных точках) подразумевается температура на ребре (для бруса и конечного цилиндра) или в угловой точке (для параллелепипеда), так как именно эти точки охлаждаются (нагреваются) быстрее всего. Все вычисления проводят с точностью 0,1%. Программа написана на языке QuickBasic.

DEFINT I

I CLS

INPUT «Введите температуру окружающей тело среды (C) », TA

INPUT «Введите начальную температуру тела (C) », TB

PRINT «Введите температуру, до которой необходимо»

INPUT «охладить или нагреть тело (C) », T

DT = (TB - TA) / (T - TA)

PRINT «Введите номер задачи (1 — если вычисляется время до »

PRINT «заданной среднеобъемной температуры , 2 — до темпера — »

INPUT «туры поверхности , 3 — до температуры в центре) », iw

INPUT «Введите коэффициент теплопроводности тела (Вт/м * К) », L

INPUT «Введите коэффициент теплоотдачи от тела (Вт,м² * К) », A

PRINT «термическое сопротивление (толщину делить на »

PRINT «теплопроводность) упаковки (М² * К/Вт) . »

INPUT «Если ее нет, то введите ноль. », AUP

A = 1 / (1 / A + AUP)

INPUT «Введите теплоемкость тела (Дж/кг * К) », CU

INPUT «Введите плотность тела (кг/м³) », ro

C = CU * ro

PRINT «Введите коэффициент формы (0 — бесконечная пластина , »

PRINT «1 — бесконечный прямоугольный брус, 2 — параллелепипед , »

INPUT «3 — бесконечный а 4 — конечный цилиндры, 5 — шар) », ik

pi = 3.141593

SELECT CASE ik

CASE IS = 0

INPUT «Введите толщину пластины (м) », R

Bi = .5 * A * R / L

mm = pi / 4

SC = C * R ^ 2 / (4 * L)

TIUP = 2 * SC * LOG(DT) * (1 + 1 / Bi)

TIDOWN = 0

DO

TI = (TIUP + TIDOWN) / 2

TEMP = TA

IF iw = 2 THEN TTEMP = TA

in = 1

DO

```

m = mm * (4 * in - 3)
FOR i = 3 TO 15 STEP 1
m = m - (-1) ^ in * pi * SGN (Bi * COS(m) - m * SIN(m)) / 2^i
NEXT i
si = m + .5 * SIN (2 * m)
IF iw = 1 THEN
DTEMP = 2 * (SIN (m)) ^ 2 * EXP (-m ^ 2 * TI / SC) / (m * si)
ELSEIF iw = 2 THEN
DTEMP = SIN (2 * m) * EXP (-m ^ 2 * TI / SC) / si
DDTEMP = 2 * (SIN(m)) ^ 2 * EXP (-m ^ 2 * TI / SC) / (m * si)
ELSE
DTEMP = 2 * SIN (m) * EXP (-m ^ 2 * TI / SC) / si
END IF
DTEMP = (TB - TA) * DTEMP
TEMP = TEMP + DTEMP
IF iw = 2 THEN TTEMP = TTEMP + (TB - TA) * DDTEMP
IF ABS (DTEMP / (TEMP - TA)) < .001 THEN EXIT DO
in = in + 1
LOOP
IF (TEMP - TA) / (T - TA) > 1 THEN TIDOWN = TI ELSE TIUP = TI
LOOP UNTIL ABS ((TEMP - TA) / (T - TA) - 1) < .001

```

CASE IS = 1

INPUT «Введите ширину бруса (м)», R1
INPUT «Введите толщину бруса (м)», R2

Bi1 = .5 * A * R1 / L

Bi2 = .5 * A * R2 / L

mm = pi / 4

SC1 = C * R1 ^ 2 / (4 * L)

SC2 = C * R2 ^ 2 / (4 * L)

TIUP = 2 * (SC1 + SC2) * LOG (DT) * (1 + 1 / Bi1 + 1 / Bi2)

TIDOWN = 0

DO

TI = (TIUP + TIDOWN) / 2

TEMP1 = 0

TEMP2 = 0

IF iw = 2 THEN

TTEMP1 = 0

TTEMP2 = 0

END IF

in = 1

DO

m1 = mm * (4 * in - 3)

m2 = mm * (4 * in - 3)

FOR i = 3 TO 15 STEP 1

m1 = m1 - (-1) ^ in * pi * SGN (Bi1 * COS (m1) - m1 * SIN (m1)) / 2 ^ i

m2 = m2 - (-1) ^ in * pi * SGN (Bi2 * COS (m2) - m2 * SIN (m2)) / 2 ^ i

NEXT i

si1 = m1 + .5 * SIN (2 * m1)

si2 = m2 + .5 * SIN (2 * m2)

IF iw = 1 THEN

DTEMP1 = 2 * (SIN (m1)) ^ 2 * EXP (-m1 ^ 2 * TI / SC1) / (m1 * si1)

DTEMP2 = 2 * (SIN (m2)) ^ 2 * EXP (-m2 ^ 2 * TI / SC2) / (m2 * si2)

ELSEIF iw = 2 THEN

```

DTEMP1 = SIN (2 * m1) * EXP (-m1 ^ 2 * T1 / SC1) / si1
DTEMP2 = SIN (2 * m2) * EXP (-m2 ^ 2 * T1 / SC2) / si2
DDTEMP1 = 2 * (SIN (m1)) ^ 2 * EXP (-m1 ^ 2 * T1 / SC1) / (m1 * si1)
DDTEMP2 = 2 * (SIN (m2)) ^ 2 * EXP (-m2 ^ 2 * T1 / SC2) / (m2 * si2)
ELSE
DTEMP1 = 2 * SIN (m1) * EXP (-m1 ^ 2 * T1 / SC1) / si1
DTEMP2 = 2 * SIN (m2) * EXP (-m2 ^ 2 * T1 / SC2) / si2
END IF
TEMP1 = TEMP1 + DTEMP1
TEMP2 = TEMP2 + DTEMP2
IF iw = 2 THEN
TTEMP1 = TTEMP1 + DDTEMP1
TTEMP2 = TTEMP2 + DDTEMP2
END IF
IF ABS (DTEMP1) + ABS (DTEMP2) < .001 THEN EXIT DO
in = in + 1
LOOP
TEMP = (TB - TA) * TEMP1 * TEMP2 + TA
IF iw = 2 THEN TTEMP = (TB - TA) * TTEMP1 * TTEMP2 + TA
IF (TEMP - TA) / (T - TA) > 1 THEN TIDOWN = T1 ELSE TIUP = T1
LOOP UNTIL ABS ( (TEMP - TA) / (T - TA) - 1) < .001

CASE IS = 2
INPUT «Введите длину параллелепипеда (м)», R1
INPUT «Введите ширину параллелепипеда (м)», R2
INPUT «Введите высоту параллелепипеда (м)», R3
Bi1 = .5 * A * R1 / L
Bi2 = .5 * A * R2 / L
Bi3 = .5 * A * R3 / L
mm = pi / 4
SC1 = C * R1 ^ 2 / (4 * L)
SC2 = C * R2 ^ 2 / (4 * L)
SC3 = C * R3 ^ 2 / (4 * L)
TIUP = 2 * (SC1 + SC2 + SC3) * LOG (DT)
TIUP = TIUP * (1 + 1 / Bi1 + 1 / Bi2 + 1 / Bi3)
TIDOWN = 0
DO
TI = (TIUP + TIDOWN) / 2
TEMP1 = 0
TEMP2 = 0
TEMP3 = 0
IF iw = 2 THEN
TTEMP1 = 0
TTEMP2 = 0
TTEMP3 = 0
END IF
in = 1
DO
m1 = mm * (4 * in - 3)
m2 = mm * (4 * in - 3)
m3 = mm * (4 * in - 3)
FOR i = 3 TO 15 STEP 1
m1 = m1 - (-1) ^ in * pi * SGN (Bi1 * COS (m1) - m1 * SIN (m1)) / 2 ^ i
m2 = m2 - (-1) ^ in * pi * SGN (Bi2 * COS (m2) - m2 * SIN (m2)) / 2 ^ i

```

```

m3 = m3 - (-1) ^ in * pi * SGN (Bi3 * COS (m3) - m3 * SIN (m3)) / 2 ^ i
NEXT i
si1 = m1 + .5 * SIN (2 * m1)
si2 = m2 + .5 * SIN (2 * m2)
si3 = m3 + .5 * SIN (2 * m3)
IF iw = 1 THEN
    DTEMP1 = 2 * (SIN (m1)) ^ 2 * EXP (-m1 ^ 2 * TI / SC1) / (m1 * si1)
    DTEMP2 = 2 * (SIN (m2)) ^ 2 * EXP (-m2 ^ 2 * TI / SC2) / (m2 * si2)
    DTEMP3 = 2 * (SIN (m3)) ^ 2 * EXP (-m3 ^ 2 * TI / SC3) / (m3 * si3)
ELSEIF iw = 2 THEN
    DTEMP1 = SIN (2 * m1) * EXP (-m1 ^ 2 * TI / SC1) / si1
    DTEMP2 = SIN (2 * m2) * EXP (-m2 ^ 2 * TI / SC2) / si2
    DTEMP3 = SIN (2 * m3) * EXP (-m3 ^ 2 * TI / SC3) / si3
    DDTEMP1 = 2 * (SIN (m1)) ^ 2 * EXP (-m1 ^ 2 * TI / SC1) / (m1 * si1)
    DDTEMP2 = 2 * (SIN (m2)) ^ 2 * EXP (-m2 ^ 2 * TI / SC2) / (m2 * si2)
    DDTEMP3 = 2 * (SIN (m3)) ^ 2 * EXP (-m3 ^ 2 * TI / SC3) / (m3 * si3)
ELSE
    DTEMP1 = 2 * SIN (m1) * EXP (-m1 ^ 2 * TI / SC1) / si1
    DTEMP2 = 2 * SIN (m2) * EXP (-m2 ^ 2 * TI / SC2) / si2
    DTEMP3 = 2 * SIN (m3) * EXP (-m3 ^ 2 * TI / SC3) / si3
END IF
TEMP1 = TEMP1 + DTEMP1
TEMP2 = TEMP2 + DTEMP2
TEMP3 = TEMP3 + DTEMP3
IF iw = 2 THEN
    TTEMP1 = TTEMP1 + DDTEMP1
    TTEMP2 = TTEMP2 + DDTEMP2
    TTEMP3 = TTEMP3 + DDTEMP3
END IF
IF ABS (DTEMP1) + ABS (DTEMP2) + ABS (DTEMP3) < .001 THEN EXIT DO
in = in + 1
LOOP
TEMP = (TB - TA) * TEMP1 * TEMP2 * TEMP3 + TA
IF iw = 2 THEN TTEMP = (TB - TA) * TTEMP1 * TTEMP2 * TTEMP3 + TA
IF (TEMP - TA) / (T - TA) > 1 THEN TIDOWN = TI ELSE TIUP = TI
LOOP UNTIL ABS ((TEMP - TA) / (T - TA) - 1) < .001

CASE IS = 3
INPUT «Введите радиус цилиндра (м) », R
Bi = A * R / L
mm = 1.5
SC = C * R ^ 2 / L
TIUP = 2 * SC * LOG (DT) * (1 + 1 / Bi)
TIDOWN = 0
DO
TI = (TIUP + TIDOWN) / 2
TEMP = TA
IF iw = 2 THEN TTEMP = TA
in = 1
DO
m = mm * (2 * in - 1)
FOR i = 2 TO 15 STEP 1
x = m / 2
J0 = 1 - x ^ 2

```

```

J1 = x
xx = -x ^ 2
isc = 2
DO
xx = -xx * x ^ 2 / isc ^ 2
J0 = J0 + xx
J1 = J1 - isc * xx / x
isc = isc + 1
LOOP UNTIL ABS (xx) < .001
m = m - 3 * (-1) ^ in * SGN (Bi * J0 - m * J1) / 2 ^ i
NEXT i
si = m ^ 2 + Bi ^ 2
IF iw = 1 THEN
DTEMP = 4 * Bi ^ 2 * EXP (-m ^ 2 * TI / SC) / (m ^ 2 * si)
ELSEIF iw = 2 THEN
DTEMP = 2 * Bi * EXP (-m ^ 2 * TI / SC) / si
DDTEMP = 4 * Bi ^ 2 * EXP (-m ^ 2 * TI / SC) / (m ^ 2 * si)
ELSE
DTEMP = 2 * Bi * EXP (-m ^ 2 * TI / SC) / (J0 * si)
END IF
DTEMP = (TB - TA) * DTEMP
TEMP = TEMP + DTEMP
IF iw = 2 THEN TTEMP = TTEMP + (TB - TA) * DDTEMP
IF ABS (DTEMP / (TEMP - TA)) < .001 THEN EXIT DO
in = in + 1
LOOP
IF (TEMP - TA) / (T - TA) > 1 THEN TIDOWN = TI ELSE TIUP = TI
LOOP UNTIL ABS ((TEMP - TA) / (T - TA) - 1) < .001

```

```

CASE IS = 4
INPUT «Введите радиус цилиндра (м) », R1
Bi1 = A * R1 / L
mm1 = 1.5
SC1 = C * R1 ^ 2 / L
INPUT «Введите высоту цилиндра (м) », R2
Bi2 = .5 * A * R2 / L
mm2 = pi / 4
SC2 = C * R2 ^ 2 / (4 * L)
TIUP = 2 * (SC1 + SC2) * LOG (DT) * (1 + 1 / Bi1 + 1 / Bi2)
TIDOWN = 0
DO
TI = (TIUP + TIDOWN) / 2
TEMP1 = 0
TEMP2 = 0
IF iw = 2 THEN
TTEMP1 = 0
TTEMP2 = 0
END IF
in = 1
DO
m1 = mm1 * (2 * in - 1)
m2 = mm2 * (4 * in - 3)
FOR i = 3 TO 15 STEP 1
x = m1 / 2

```

```

J0 = 1 - x ^ 2
J1 = x
xx = -x ^ 2
isc = 2
DO
xx = -xx * x ^ 2 / isc ^ 2
J0 = J0 + xx
J1 = J1 - isc * xx / x
isc = isc + 1
LOOP UNTIL ABS (xx) < .001
m1 = m1 - 6 * (-1) ^ in * SGN (Bi1 * J0 - m1 * J1) / 2 ^ i
m2 = m2 - (-1) ^ in * pi * SGN (Bi2 * COS (m2) - m2 * SIN (m2)) / 2 ^ i
NEXT i
si1 = m1 ^ 2 + Bi1 ^ 2
si2 = m2 + .5 * SIN (2 * m2)
IF iw = 1 THEN
DTEMP1 = 4 * Bi1 ^ 2 * EXP (-m1 ^ 2 * TI / SC1) / (m1 ^ 2 * si1)
DTEMP2 = 2 * (SIN (m2)) ^ 2 * EXP (-m2 ^ 2 * TI / SC2) / (m2 * si2)
ELSEIF iw = 2 THEN
DTEMP1 = 2 * Bi1 * EXP (-m1 ^ 2 * TI / SC1) / si1
DDTEMP1 = 4 * Bi1 ^ 2 * EXP (-m1 ^ 2 * TI / SC1) / (m1 ^ 2 * si1)
DTEMP2 = SIN (2 * m2) * EXP (-m2 ^ 2 * TI / SC2) / si2
DDTEMP2 = 2 * (SIN (m2)) ^ 2 * EXP (-m2 ^ 2 * TI / SC2) / (m2 * si2)
ELSE
DTEMP1 = 2 * Bi1 * EXP (-m1 ^ 2 * TI / SC1) / (J0 * si1)
DTEMP2 = 2 * SIN (m2) * EXP (-m2 ^ 2 * TI / SC2) / si2
END IF
TEMP1 = TEMP1 + DTEMP1
TEMP2 = TEMP2 + DTEMP2
IF iw = 2 THEN
TTEMP1 = TTEMP1 + DDTEMP1
TTEMP2 = TTEMP2 + DDTEMP2
END IF
IF ABS (DTEMP1) + ABS (DTEMP2) < .001 THEN EXIT DO
in = in + 1
LOOP
TEMP = (TB - TA) * TEMP1 * TEMP2 + TA
IF iw = 2 THEN TTEMP = (TB - TA) * TTEMP1 * TTEMP2 + TA
IF (TEMP - TA) / (T - TA) > 1 THEN TIDOWN = TI ELSE TIUP = TI
LOOP UNTIL ABS ( (TEMP - TA) / (T - TA) - 1) < .001

CASE IS = 5
INPUT «Введите радиус шара (м)», R
Bi = A * R / L
mm = pi / 2
SC = C * R ^ 2 / L
TIUP = 2 * SC * LOG (DT) * (1 + 1 / Bi)
TIDOWN = 0
DO
TI = (TIUP + TIDOWN) / 2
TEMP = TA
IF iw = 2 THEN TTEMP = TA
in = 1
DO

```

```

m = mm * (2 * in - 1)
FOR i = 2 TO 15 STEP 1
m = m - (-1) ^ in * pi * SGN ((Bi - 1) * SIN (m) + m * COS (m)) / 2 ^ i
NEXT i
cf = SQR (m ^ 2 + (Bi - 1) ^ 2) * (-1) ^ (in + 1)
cf = cf / (m ^ 2 + Bi * (Bi - 1))
IF iw = 1 THEN
DTEMP = 6 * cf * Bi ^ 2 * SIN (m) * EXP (-m ^ 2 * TI / SC) / m ^ 3
ELSEIF iw = 2 THEN
DTEMP = 2 * cf * Bi * SIN (m) * EXP (-m ^ 2 * TI / SC) / m
DDTEMP = 6 * cf * Bi ^ 2 * SIN (m) * EXP (-m ^ 2 * TI / SC) / m ^ 3
ELSE
DTEMP = 2 * cf * Bi * EXP (-m ^ 2 * TI / SC)
END IF
DTEMP = (TB - TA) * DTEMP
TEMP = TEMP + DTEMP
IF iw = 2 THEN TTEMP = TTEMP + (TB - TA) * DDTEMP
IF ABS (DTEMP / (TEMP - TA)) < .001 THEN EXIT DO
in = in + 1
LOOP
IF (TEMP - TA) / (T - TA) > 1 THEN TIDOWN = TI ELSE TIUP = TI
LOOP UNTIL ABS ((TEMP - TA) / (T - TA) - 1) < .001
END SELECT

```

```

CLS
IF TA < TB THEN PRINT *
IF TA > TB THEN PRINT *
IF iw = 1 THEN
PRINT *
PRINT TI
ELSEIF iw = 2 THEN
PRINT *
IF ik = 1 OR ik = 4 THEN PRINT *
IF ik = 2 THEN PRINT *
PRINT TI
PRINT *
PRINT TTEMP
ELSE
PRINT *
PRINT TI
END IF
PRINT *
PRINT *
WHILE INKEY$ <> * : WEND
DO
kbd$ = UCASE$ (INKEY$)
LOOP UNTIL kbd$ = *L* OR kbd$ = *Y*
IF kbd$ = *L* THEN GOTO 1
END

```

Время охлаждения (с) *
 Время нагрева (с) *
 до заданной среднеобъемной температуры *
 до заданной температуры поверхности *
 (температура на ребре) *
 (температура в угловой точке) *
 при этом среднеобъемная температура (С) *
 до заданной температуры в центре *
 Хотите запустить программу снова (Д/Н) ? *

**УЧЕТ ДОЛИ ВЫМОРОЖЕННОЙ ВОДЫ ПРИ ОПРЕДЕЛЕНИИ
ПРОДОЛЖИТЕЛЬНОСТИ ЗАМОРАЖИВАНИЯ
БЕСКОНЕЧНОЙ ПЛАСТИНЫ**

Рассмотрим предложенный авторами «ненаивный» способ учета доли вымороженной воды для случая промерзания бесконечной пластины.

Итак, пусть замораживается пластина толщиной $2R$. Выберем ось координат x (м) поперек пластины так, что условие $x = 0$ отвечает середине пластины $x = R$ — ее поверхности. Пусть $T(x, \tau)$ — распределение температуры в пластине как функция координаты x и времени τ (началу замораживания отвечает условие $\tau = 0$). Запишем уравнение теплового баланса:

$$-\lambda \frac{dT}{dx} \Big|_{x=R} = \rho \frac{d}{d\tau} \int_0^R \omega T(x, \tau) dx, \quad (\text{П.6.1})$$

где λ — теплопроводность замороженной части тела [Вт/(м·К)]; ρ — ее плотность (кг/м³); $\omega(T)$ — доля вымороженной воды при температуре T . Левая часть уравнения (П.6.1) представляет собой теплоток через единицу поверхности тела за единицу времени, а правая — теплоту кристаллизации, выделившуюся в соответствующем объеме тела за единицу времени. Поскольку мы предполагаем выполненным допущение формулы Планка о нулевой теплоемкости замороженной части тела, то эти две величины должны быть равны.

Далее мы должны задаться каким-то видом функции $T(x, \tau)$. Воспользуемся распределением температуры, получающимся при выводе формулы Планка (см. главы 3 и 8):

$$T(x, \Delta) = \begin{cases} T_{\text{кр}} + \frac{\alpha(T_{\text{кр}} - T_{\text{ст}})(R - \Delta - x)}{\alpha\Delta + \lambda}; & R - \Delta < x < R \\ T_{\text{кр}}; & 0 < x < R - \Delta. \end{cases} \quad (\text{П.6.2})$$

где $T_{\text{ст}}$ — температура хладоносителя, К; α — коэффициент теплоотдачи с поверхности тела [Вт/(м²·К)]; Δ — толщина замороженного слоя (м), которая является функцией времени τ , причем $\Delta(0) = 0$; $\Delta(\tau_1) = R$, где τ_1 — искомое время замораживания.

Строго говоря, распределение температуры в теле будет отличаться от (П.6.2), так как (П.6.2) было получено в предположении, что вся теплота кристаллизации выделяется только на фронте промораживания при $x = R - \Delta$, а мы, наоборот, полагаем, что это не так. Тем не менее мы используем распределение (П.6.2), поскольку основная часть воды вымерзает вблизи фронта замораживания, и истинное распределение температуры близко к описываемому уравнением (П.6.2).

В качестве функции $\omega(T)$ возьмем выражение (7.3), получающееся из закона Рауля. Подставляя выражения (7.3) и (П.6.2) в (П.6.1), учитывая тот факт, что $\omega(T_{\text{кр}}) = 0$, и обозначив для удобства $a = (T_0 - T_{\text{кр}})/(T_{\text{кр}} - T_{\text{ст}})$, получим

$$\begin{aligned} \lambda \frac{\alpha(T_{\text{кр}} - T_{\text{ст}})}{\alpha\Delta + \lambda} &= \rho \frac{d}{d\tau} \int_{R-\Delta}^R \frac{\alpha(\Delta + x - R)}{\alpha(\alpha\Delta + \lambda) + \alpha(\Delta + x - R)} dx = \\ &= \rho \frac{d\Delta}{d\tau} \left\{ 1 - a \left[\ln \left(1 + \frac{\alpha\Delta}{\alpha(\alpha\Delta + \lambda)} \right) + \frac{\lambda}{(\alpha + 1)\alpha\Delta + \alpha\lambda} \right] \right\}. \end{aligned} \quad (\text{П.6.3})$$

Соотношение (П.6.3) представляет собой дифференциальное уравнение с разделяющимися переменными на функцию $\tau(\Delta)$. Проинтегрировав его по Δ в пределах от 0 до R , мы получим время замораживания τ_2 , причем первое слагаемое в фигурных скобках правой части (П.6.3) даст формулу Планка, а второе — искомую поправку на долю вымороженной воды. Эта поправка

$$\begin{aligned} \Delta\tau_2 &= -\frac{qR^2 a}{T_{\text{сп}} - T_{\text{ж}} \theta} \int_0^R (\alpha\Delta + \lambda) \left\{ \ln \left(1 + \frac{\alpha\Delta}{a(\alpha\Delta + \lambda)} \right) + \frac{\lambda}{(a+1)\alpha\Delta + \alpha\lambda} \right\} a d\Delta = \\ &= -\frac{qR^2 a}{(T_{\text{сп}} - T_{\text{ж}})\lambda} \left\{ \frac{1}{2} + \frac{1}{\text{Bi}} + \frac{1}{2\text{Bi}^2} \right\} \ln \frac{\text{Bi}(a+1) + a}{a(\text{Bi}+1)} + \\ &+ \frac{1}{2\text{Bi}^2(a+1)^2} \ln \frac{\text{Bi}(a+1) + a}{a} + \frac{1}{2\text{Bi}(a+1)}, \end{aligned} \quad (\text{П.6.4})$$

где $\text{Bi} = \alpha R/\lambda$ — число Био. Естественно, $\Delta\tau_2 < 0$.

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Алямовский И. Г. Теплофизические характеристики пищевых продуктов при замораживании // Холодильная техника. — 1968. — № 5. — С. 35—36.
2. Алямовский И. Г. Естественные потери при охлаждении пищевых продуктов в воздухе // Холодильная техника. — 1971. — № 12. — С. 34—35.
3. Богатырев А. Н., Куцакова В. Е. Консервирование холодом. — Новосибирск, 1992. — 163 с.
4. Бражников А. М. Квалиметрия мясoproductов // Мясная индустрия СССР. — 1971. — № 3. — С. 24—25.
5. Бражников А. М., Карпычев В. А., Пелеев А. И. Аналитические методы исследования процессов термической обработки мясoproductов. — М.: Пищевая промышленность, 1974. — 232 с.
6. Брайловский А. В. О глазировании рыбы // Рыбное хозяйство. — 1955. — № 6. — С. 28—32.
7. Бронштейн И. Н., Семендяев К. А. Справочник по математике. 9-е стереотип. изд. — М.: Физматгиз, 1962. — 608 с.
8. Вейник А. И. Техническая термодинамика и основы теплопередачи. — М.: Металлургиздат, 1956. — 448 с.
9. Вейник А. И. Приближенный расчет процессов теплопроводности. — М.: Госэнергоиздат, 1959. — 320 с.
10. Головкин Н. А., Степанова Л. А., Юшков П. П. Определение времени промерзания пластины при несимметричных условиях отвода тепла // Холодильная обработка и хранение пищевых продуктов. — Л., 1974. — Вып. 2. — С. 132—136.
11. Головкин Н. А., Чернышев В. М. О некоторых закономерностях процесса кристаллизации льда в растительной ткани // Холодильная техника. — 1967. — № 2. — С. 29—35.
12. Головкин Н. А., Юшков П. П. Аналитическое исследование технологических процессов обработки мяса холодом. — М.: ЦНИИТЭИмясомолпром, 1970. — 183 с.
13. Гухман А. А. Применение теории подобия к исследованию процессов теплообмена и массообмена. — 2-е изд., перераб. и доп. — М.: Высшая школа, 1974. — 328 с.
14. Жадан В. З. Влияние теплопритоков на усушку пищевых продуктов при холодильном хранении // Холодильная техника. — 1975. — № 2. — С. 40—45.
15. Жадан В. З. Сравнительная оценка систем охлаждения холодильников // Холодильная техника. — 1975. — № 12. — С. 38—41.
16. Жадан В. З. Теоретические основы кондиционирования воздуха при хранении сочного растительного сырья. — М.: Пищевая промышленность, 1972. — 154 с.
17. Кодзуба Л. А. Решение нелинейных задач теплопроводности. — Киев: Наукова думка, 1976. — 136 с.
18. Кондратьев Г. М. Регулярный тепловой режим. — М.: Гостехтеоретиздат, 1954. — 408 с.
19. Кондратьев Г. М. Тепловые измерения. — М.: Машгиз, 1957. — 244 с.
20. Кончаков Г. Д. Аналитическое исследование процесса размораживания мяса в воздухе // Холодильная техника. 1968. — № 2. — С. 28—31.
21. Кутателадзе С. С. Основы теории теплообмена. — 4-е изд., доп. — Новосибирск: Наука, 1970. — 660 с.

22. Кутателадзе С. С. Основы теории теплообмена. — М.: Атомиздат, 1979. — 415 с.
23. Кутателадзе С. С., Боришанский В. М. Справочник по теплопередаче. — М.: ГЭИ, 1959. — 414 с.
24. Кутателадзе С. С., Леонтьев А. И. Теплообмен и трение в турбулентном пограничном слое. — М.: Энергия, 1972. — 320 с.
25. Кутепов А. М., Стерлин Л. С., Стюшин Н. Г. Гидродинамика и теплообмен при парообразовании. — М.: Высшая школа, 1977. — 352 с.
26. Куцакова В. Е., Фролов С. В. Расчет времени замораживания с учетом времени охлаждения до криоскопической температуры, времени фазового перехода и времени доохлаждения замороженного объекта // Проблема теплофизики и теплообмена в холодильной технике: Межвуз. сб. науч. тр. — СПб.: СПбГАХПТ, 1994. — С. 105.
27. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа. — 5-е изд., перераб. — М.: Наука, 1978. — 736 с.
28. Лыков А. В. Теория теплопроводности. — М.: Высшая школа, 1967. — 589 с.
29. Михеев М. А., Михеева А. И. Теплообмен и трение в турбулентном пограничном слое. — М.: Энергия, 1972. — 320 с.
30. Оленева Г. Е., Чижов Г. Б. Определение энергии связи воды при замораживании растворов крахмала // Холодильная техника. — 1973. — № 5. — С. 32—36.
31. Павлов К. Ф., Романков П. Г., Носков А. А. Примеры и задачи по курсу процессов и аппаратов химической технологии. — Л.: Химия, 1976. — 552 с.
32. Романков П. Г., Рашковская Н. Б., Фролов В. Ф. Массообменные процессы химической технологии. — Л.: Химия, 1975.
33. Рютов Д. Г. О сроках хранения продуктов на холодильниках // Холодильная техника. — 1949. — № 4. — С. 53—58.
34. Рютов Д. Г. Коэффициенты испарения льда и мороженого мяса в холодильных камерах // Холодильная техника. — 1954. — № 2. — С. 45—51.
35. Рютов Д. Г. Влагообмен в камерах хранения замороженных продуктов // Холодильная техника. — 1954. — № 3. — С. 38—44.
36. Рютов Д. Г. Закономерности усушки мороженого мяса при хранении // Труды ЛТИХП. — 1956. — Т. 10. — С. 10—21.
37. Рютов Д. Г. О расчете продолжительности охлаждения пищевых продуктов // Доклады на Московской конференции Международного института холода. — М.: Госторгиздат, 1959. — С. 147—152.
38. Рютов Д. Г. Высококачественные дефростеры для рыбы // Холодильная техника. — 1962. — № 1. — С. 68—70.
39. Рютов Д. Г. Влияние связанной воды на образование льда в пищевых продуктах при их замораживании // Холодильная техника. — 1976. — № 5. — С. 32—37.
40. Савельев И. В. Курс общей физики. — Т. 1. — 3-е изд., перераб. — М.: Наука, 1977. — 416 с.
41. Сенютович В. А. Аналитический метод исследования теплового состояния пластины при ее размораживании // Тр. ЛТИХП. — 1958. — Т. 15. — С. 64—75.
42. Сенютович В. А. К расчету продолжительности размораживания пищевых продуктов // Изв. вузов СССР. Пищевая технология. — 1962. — № 2. — С. 144—150.
43. Симато Д. Давление насыщенного водяного пара над замороженными пищевыми продуктами // Холодильная техника. — 1971. — № 11. — С. 55—56.
44. Смит О. Биологическое действие замораживания и переохлаждения. — М.: Изд-во иностр. лит., 1963. — 503 с.
45. Тейдер В. А. Продолжительность замораживания продукта, лежащего на оребренной поверхности // Холодильная техника. — 1962. — № 6. — С. 37—42; 1963. — № 3. — С. 33—36.

46. Тухшнайд М. В. Холодильная технология. — М.: Пищепромиздат, 1938. — 816 с.
47. Усвят Н. Е., Головкин Н. А., Гейнц Р. Г. Продолжительность размораживания рыбы в воде // Холодильная техника. — 1972. — № 8. — С. 46—48.
48. Холодильная техника (Энциклопедический справочник). — М.: Госторгиздат, 1961, Т. 2. — 575 с.
49. Христодуло Д. А., Рютов Д. Г. Быстрое замораживание мяса. — М.: Пищепромиздат, 1936. — 199 с.
50. Чижов Г. Б. Вопросы теории замораживания пищевых продуктов. — М.: Пищепромиздат, 1956. — 140 с.
51. Чижов Г. Б. Критериальная зависимость для определения продолжительности замораживания мяса в камерных морозилках // Холодильная техника. — 1957. — № 3. — С. 61—63.
52. Чижов Г. Б. Обобщенные численные характеристики изменения качества мяса при холодильной обработке и хранении. — М.: ЦНИИТЭИмясомолпром, 1976. — 36 с.
53. Чижов Г. Б. Приближенное вычисление продолжительности замораживания тел правильной формы // Холодильная техника. — 1977. — № 1. — С. 421—460.
54. Чижов Г. Б. Теплофизические процессы в холодильной технологии пищевых продуктов. — М.: Пищевая промышленность, 1979. — 271 с.
55. Шеффер А. П., Саатчан А. К., Кончаков Г. Д. Интенсификация охлаждения, замораживания и размораживания мяса. — М.: Пищевая промышленность, 1972. — 375 с.
56. Юшков Н. А., Чижов Г. Б., Чистяков В. В. Внешний массоперенос при охлаждении и хранении колбасных изделий // Изв. вузов СССР. Пищевая технология. — 1973. — № 6. — С. 110—112.
57. Levy F. A diagram for the transfer of heat and mass and its application to problems of refrigeration. — Annexe 1970 — 1 au Bulletin de l'I.I. F.P. 271—286.
58. Levy F. A meat — towards better understanding of the mechanism of weight loss. — Annexe 1974 — 3 au Bulletin de l'I.I. F.P. 103—114.
59. Tamm W. Neue untersuchungen über fleischkühlung // Der Kalte—Klima—Praktiker. 1972. № 12. S. 380—387; 1973. № 1. S. 2—8.
60. Tamm W. New investigations on the chilling of pork. — Annexe 1973 — 6 au Bulletin de l'I.I. F.P. 91—101.
61. Tamman G., Buehner A. Die lineare Kristallisationsgeschwindigkeit des eises aus gewonlichen und schwerem wasser // Zeitschrift für anorganische und allgemeine chemi. 1935. Bd. 222. Haupth. 1. S. 12—16; Haupth. 4. S. 12—16.

К65 **Рогов И. А., Куцакова В. Е., Филиппов В. И., Фролов С. В.**
Консервирование пищевых продуктов холодом (теплофизические основы). — 2-е изд., перераб. и доп. — М.: Колос, 1999. — 176 с.: ил. — (Учебники и учеб. пособия для высших учебных заведений).

ISBN 5—10—003580—3.

Первое издание вышло в 1998 г. Рассмотрены основные положения переноса теплоты, даны необходимые сведения о способах определения теплофизических, электрических и механических характеристик пищевых продуктов. Приведены общие характеристики теплофизических процессов при холодильной обработке пищевых продуктов. Уделено внимание особенностям хранения охлажденных и замороженных продуктов, рассмотрены технологические требования к режимам их отепления и размораживания.

Для студентов пищевых вузов.

УДК 641.437(075.8)
ББК 36-1я73

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	3
Введение	4
1. Основные положения переноса теплоты	6
1.1. Основные виды переноса теплоты	6
1.2. Уравнение распространения энергии	11
1.3. Условия однозначности	13
2. Теплофизические, механические и электрические характеристики пищевых продуктов	16
2.1. Общие сведения	16
2.2. Плотность	19
2.3. Удельная теплоемкость	20
2.4. Коэффициент теплопроводности	24
2.5. Коэффициент температуропроводности	26
2.6. Энтальпия	27
2.7. Электрические свойства пищевых продуктов	28
2.8. Структурно-механические свойства пищевых продуктов	29
3. Стационарная теплопроводность твердых тел	30
3.1. Плоская стенка	31
3.2. Цилиндрическая стенка	34
3.3. Стенка сферической формы	36
3.4. Внутренние тепловыделения	37
3.5. Переменный коэффициент теплопроводности	39
4. Нестационарная теплопроводность твердых тел	41
4.1. Одномерное тело плоской формы	41
4.2. Тело шаровой формы	44
4.3. Тело цилиндрической формы	46
4.4. Краткий анализ полученных решений	47
4.5. Тела составной формы	50
4.6. Влияние формы и размеров тела на внутренний теплообмен	51
5. Общие характеристики теплофизических процессов при холодильной обработке пищевых продуктов	57
5.1. Экспериментальные соотношения для определения поля температур и среднеобъемные температуры	57
5.2. Продолжительность охлаждения	62
6. Основы конвективного теплообмена	65
6.1. Теплообмен при вынужденном течении теплоносителя	66
6.2. Теплоотдача, не сопровождающаяся изменением агрегатного состояния	68
6.3. Свободная (естественная) конвекция	72
6.4. Пакет шаров	75
6.5. Кипящий слой	76
6.6. Теплоотдача, сопровождающаяся изменением агрегатного состояния	77
7. Состояние влаги в пищевых продуктах при льдообразовании	80
7.1. Свойства и формы связи воды в пищевых продуктах	81
7.2. Переохлаждение и кристаллизация влаги	84
7.3. Количество вымороженной воды как функция температуры	89
8. Продолжительность замораживания	93
8.1. Формула Планка	94
8.2. Учет теплоемкости замороженной части тела	100

8.3. Учет начальной температуры тела	112
8.4. Учет влияния растворенных веществ	115
9. Основы массопередачи	116
9.1. Основные зависимости и расчетные формулы	116
9.2. Сушка (усушка)	118
9.3. Массоперенос при охлаждении и замораживании пищевых продуктов в воздухе	121
10. Хранение пищевых продуктов	128
10.1. Особенности условий хранения охлажденных и замороженных продуктов	128
10.2. Возможная продолжительность холодильного хранения пищевых продуктов	132
10.3. Испарение влаги при холодильном хранении пищевых продуктов (усушка)	140
11. Отепление и размораживание пищевых продуктов	142
11.1. Теплофизические процессы при отеплении и размораживании	143
11.2. Технологические требования к режимам, способы отепления и размораживания	146
Приложения	149
Список рекомендуемой литературы	169

Учебное издание

РОГОВ ИОСИФ АЛЕКСАНДРОВИЧ
КУШАКОВА ВАЛЕНТИНА ЕРЕМЕЕВНА
ФИЛИППОВ ВАЛЕРИЙ ИВАНОВИЧ
ФРОЛОВ СЕРГЕЙ ВЛАДИМИРОВИЧ

**КОНСЕРВИРОВАНИЕ
ПИЩЕВЫХ ПРОДУКТОВ ХОЛОДОМ**
(теплофизические основы)

Учебное пособие для вузов

Художественный редактор *В. А. Чуракова*
Технический редактор *В. А. Маланичева*
Корректоры *Т. Т. Талдыкина, В. Н. Маркина*

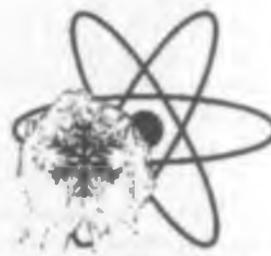
Лицензия № 010159 от 06.03.97 г.

Сдано в набор 03.10.97. Подписано в печать 28.11.97. Формат 60x88¹/₁₆.
Бумага офсетная № 1. Печать офсетная. Усл. печ. л. 10,78. Усл. кр.-отт. 10,9.
Уч.-изд. л. 11,01. Изд. № 016. Тираж 2000 экз. Заказ 371 «С»

Государственное унитарное предприятие
ордена Трудового Красного Знамени издательство «Колос»,
107807, ГСП-6, Москва, Б-78, ул. Садовая-Спасская, 18

Типография ОАО «Внешторгиздат»,
127576, Москва, Илимская, 7

"БИОХИМТЕХ"



BIOCHEMTECH CO. LTD.
MOSCOW

Фирма «БИОХИМТЕХ» работает на российском рынке холодильной техники с 1992 г.

В настоящее время является прямым поставщиком широкого спектра холодильного оборудования ведущих зарубежных фирм: «Derby» (Дания), «Igloo» (Польша), «Herb» (Болгария). Спектр наших зарубежных и российских партнеров постоянно расширяется. Поставляемое нами оборудование — низко- и среднетемпературные холодильные витрины для предприятий торговли, низко- и среднетемпературные шкафы, морозильные прилавки различных модификаций и многое другое. Все виды оборудования характеризуются оптимальным соотношением цены и качества.

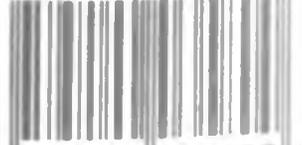
Кроме холодильной техники фирма осуществляет поставки технологического оборудования для производства пищевых продуктов в системе общественного питания (мясорубки, картофелечистки, жарочные шкафы и т. д.), а также мебели для оснащения предприятий торговли. Фирма имеет большой опыт в вопросах техники и технологии сублимационной сушки пищевых продуктов, ферментов, лекарственных средств.

Фирма осуществляет гарантийное и сервисное обслуживание поставляемого оборудования. Имеет сеть дилеров в регионах, заинтересованных в поиске партнеров для долгосрочного сотрудничества. Постоянно поддерживает деловые связи с Московским государственным университетом прикладной биотехнологии.

**Наш адрес: 109316, Москва, ул. Талалихина, 33.
Контактные телефоны: 270-02-27, 277-07-03,
277-07-27**



ISBN 5-10-003580-3



9 785100 035800