

Ф. М. КОСТЕРЕВ,
В. И. КУШНЫРЕВ

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ТЕПЛОТЕХНИКИ

Допущено Министерством энергетики и электрификации СССР в качестве учебника для учащихся энергетических и энергостроительных техникумов



МОСКВА
ЭНЕРГИЯ
1978

ББК 31.31
К 72
УДК 621.1.016.4(075)

Костерев Ф. М., Кушнырев В. И.

К 72 Теоретические основы теплотехники: Учебник для энергетических и энергостроительных техникумов. — М.: Энергия, 1978. — 360 с., ил.

В пер.: 75 к.

В книге изложены основные положения технической термодинамики и теплопередачи, знание которых необходимо для понимания принципов работы теплотехнического оборудования. Рассмотрены первый и второй законы термодинамики, термодинамические процессы, циклы двигателей внутреннего сгорания и паротурбинных установок, истечение и дросселирование газов и паров. Изложены основы переноса теплоты теплопроводностью, конвекцией и излучением. Книга снабжена справочными таблицами и расчетными примерами.

Книга является учебником для учащихся энергетических и энергостроительных техникумов и может быть использована как пособие для повышения квалификации.

К $\frac{30302-385}{051(01)-78}$ 6-78

ББК 31.31
6П2.2

**ФЕДОР МИХАЙЛОВИЧ КОСТЕРЕВ
ВАЛЕРИЙ ИОСИФОВИЧ КУШНЫРЕВ**

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ТЕПЛОТЕХНИКИ

Редактор В. А. Андрианова
Редактор издательства Н. М. Пеунова
Переплет художника П. П. Первалова
Художественный редактор Т. А. Алябьева
Технический редактор Г. Г. Хацкевич
Корректор Г. А. Полонская

ИБ № 1269

Сдано в набор 31.05.78 Подписано к печати 18.07.78 Т-13845
Формат 84×108^{1/32} Бумага типографская № 2 Гарн. шрифта литературная
Печать высокая Усл. печ. л. 18,9 Уч.-изд. л. 19,18
Тираж 40 000 экз. Зак. 702 Цена 75 к.

Издательство «Энергия», 113114, Москва, М-114, Шлюзовая наб., 10
Московская типография № 10 Союзполиграфпрома при Государственном
комитете Совета Министров СССР по делам издательств, полиграфии
и книжной торговли. 113114, Москва, М-114, Шлюзовая наб., 10

© Издательство «Энергия», 1978 г.

ПРЕДИСЛОВИЕ

Книга предназначена для использования в качестве учебника по курсу «Теоретические основы теплотехники» для средних технических учебных заведений. Содержание книги соответствует программе для теплоэнергетических специальностей, утвержденной Управлением учебных заведений Министерства энергетики и электрификации СССР.

Книга состоит из двух частей: первая посвящена технической термодинамике, вторая—теплопередаче. В первой части рассматриваются основные понятия, первое и второе начала термодинамики, термодинамические процессы идеальных и реальных газов, циклы двигателей внутреннего сгорания, паротурбинных установок и компрессоров, процессы истечения газов. Во второй части освещены вопросы переноса теплоты теплопроводностью, конвекцией и излучением, метод подобия и основы теплового расчета теплообменников. При изложении материала авторы старались обращать особое внимание на физическую сущность изучаемых явлений, формировать у учащихся научное понимание основ теплотехники и прививать им практические навыки в решении задач прикладного характера. При этом авторы исходили из того, что изучение теоретических основ теплотехники должно предшествовать изучению специальных курсов, посвященных парогенераторам, паротурбинным установкам, автоматизации тепловых процессов, эксплуатации теплоэнергетических установок.

Первая часть книги «Техническая термодинамика» написана Ф. М. Костеревым, вторая часть «Теплопередача» — В. И. Кушныревым.

Авторы с благодарностью примут все критические замечания и пожелания читателей, которые можно направлять по адресу: 113114, Москва, М-114, Шлюзовая наб., 10, издательство «Энергия».

Авторы

ВВЕДЕНИЕ

Интересы развития нашей страны требуют всесторонней интенсификации производства, ускорения научно-технического прогресса, роста производительности труда. Важным фактором в решении этих проблем является энергетика. В решениях XXV съезда КПСС были поставлены грандиозные задачи ее дальнейшего развития. Производство электроэнергии в 1980 г. будет доведено до 1340—1380 млрд. кВт·ч, будут построены новые электростанции мощностью 67—70 млн. кВт, в том числе на атомных станциях будут введены мощности 13—15 млн. кВт.

Поставленные задачи представляют собой очередной крупный этап в реализации идеи В. И. Ленина о том, что «коммунизм — это есть Советская власть плюс электрификация всей страны». В 1913 г. производство электроэнергии на душу населения в России составляло 14 кВт·ч, а в 1975 г. этот показатель в СССР превысил 4000 кВт·ч.

В нашей стране около 81% электроэнергии вырабатывается на тепловых электростанциях (примерно такая же цифра характерна для США). В последние годы в нашей стране сооружены крупнейшие тепловые электростанции: Криворожская — мощностью 3 млн. кВт, Приднепровская, Бурштынская, Змиевская — каждая по 2,4 млн. кВт, Угледорская и Запорожская — каждая по 3,6 млн. кВт. Сооружается Чигиринская тепловая электростанция мощностью до 5 млн. кВт. Идет строительство новых атомных станций — Курской, Чернобыльской, Южно-Украинской и др.

Специалист в области современной теплоэнергетики должен обладать глубокими знаниями физико-технических процессов, связанных с получением энергии на тепловых и атомных электрических станциях. Изучение теоретических основ теплотехники (технической термодинамики и теплопередачи) преследует цель создания

общей базы, необходимой для последующего усвоения особенностей устройства и работы теплоэнергетических установок и систем. Изучением последних занимаются специальные дисциплины, имеющие более конкретный прикладной характер.

Основная задача технической термодинамики заключается в создании общей теории тепловых машин. Предметом такой теории являются взаимные превращения двух видов энергии — механической и тепловой. Теплоту получают при сжигании топлива на тепловой электростанции и преобразуют в механическую энергию вращающегося вала паровой турбины. Преобразование осуществляется путем организации так называемого цикла теплосиловой установки. В технической термодинамике изучаются методы построения циклов и методы анализа их эффективности, что является необходимым для обеспечения экономичности производства энергии.

Отдельные процессы цикла осуществляются в соответствующих агрегатах тепловой электростанции: в парогенераторах происходит получение и перегрев пара, в турбине — расширение пара с получением механической работы, в конденсаторе — конденсация пара, после чего цикл повторяется. Расчет и проектирование указанных агрегатов производится с учетом параметров цикла, определяемых на основе термодинамического анализа, а также с учетом интенсивности теплопередачи. Так, например, определение температуры и давления перегретого пара производится на основе термодинамического анализа, а расчет и проектирование пароперегревателя осуществляется методами теплопередачи. Предметом теплопередачи является изучение различных способов переноса теплоты — теплопроводности, конвекции и теплового излучения. Знание интенсивности переноса теплоты позволяет определять площадь поверхности теплообмена и тем самым размеры теплообменных аппаратов.

Историческое развитие термодинамики связано с именами выдающихся ученых. Закон сохранения энергии был сформулирован М. В. Ломоносовым и позволил получить первое начало термодинамики, создателями которого считаются Майер, Джоуль, Гельмгольц. Открытие второго начала термодинамики, указывающего на направленность термодинамических процессов, связано с именами Карно, Клаузиуса, Томсона, Больцмана

и других ученых. Промышленное использование паросиловых двигателей началось в XVIII в. Впервые в мире универсальную паровую машину непрерывного действия сконструировал и построил русский изобретатель Ползунов (1765 г.). В 1784 г. свою паровую машину построил англичанин Уатт. В конце XIX в. появилась паровая турбина, получившая в настоящее время самое широкое распространение.

Теплопередача является относительно молодой наукой, и развивалась она в основном в текущем столетии. Большой вклад в развитие учения о теплообмене сделали советские ученые В. М. Кирпичев, М. А. Михеев и др. Особенно бурное развитие теплопередачи происходит в последние десятилетия в связи с внедрением интенсивных способов переноса теплоты в тепловой и атомной энергетике, ракетной и космической технике и т. п.

Изложение материала в книге предполагает знакомство читателя с такими первоначальными понятиями математического анализа, как производная и интеграл, а также с разделами физики, посвященными механике и теплоте. По ходу изложения в книге приводятся примеры решения задач. Для знакомства с практическими методами решения задач и закрепления материала можно рекомендовать задачки: Рабинович О. М. «Сборник задач по технической термодинамике». М., «Машиностроение», 1969; Краснощеков Е. А., Сукомел А. С. «Задачник по теплопередаче». М., «Энергия», 1975 (материал этого задачника был частично использован при составлении примеров).

В книге используется Международная система единиц измерения (СИ).

Часть первая

ТЕХНИЧЕСКАЯ ТЕРМОДИНАМИКА

ГЛАВА ПЕРВАЯ

ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ. ЗАКОНЫ ИДЕАЛЬНЫХ ГАЗОВ

1-1. Предмет технической термодинамики и ее задачи

Термодинамика изучает закономерности превращения энергии в разнообразных физических и химических процессах. Предметом технической термодинамики является изучение процессов взаимного превращения теплоты и работы в различных тепловых машинах. Поскольку главным элементом с точки зрения превращений энергии в таких машинах служит так называемое рабочее тело (например, пар в паровой турбине), то представляют интерес и свойства рабочих тел. Термодинамика не использует в явном виде известных представлений о молекулярном строении вещества и лишь привлекает их для дополнительного объяснения протекающих процессов или полученных конечных результатов.

Основой термодинамики как науки являются два закона, полученных на основании опыта — первый и второй законы термодинамики. Первый закон термодинамики устанавливает количественную меру при переходе одного вида энергии в другой и является частным случаем всеобщего закона сохранения и превращения энергии. Второй закон термодинамики имеет более ограниченный характер и приложим к телам, имеющим конечные размеры, но состоящим из большого числа частиц — атомов и молекул. Этот закон устанавливает направление тепловых процессов, протекающих в природе, и условия преобразования теплоты в работу.

Применяя основные законы, техническая термодинамика исследует процессы, протекающие в тепловых двигателях, и устанавливает наиболее экономичные условия их работы.

1-2. Основные параметры состояния газа

В тепловых машинах применяется рабочее тело — газ, который при любом взаимодействии с внешней окружающей средой изменяет свое состояние. Физические макроскопические величины, характеризующие состояние рабочего тела, называются термодинамическими параметрами состояния или просто параметрами состояния. Основными параметрами состояния являются давление, температура и удельный объем. Эти параметры определяют состояние газа в том случае, когда в любой момент давление и температура, а следовательно, и удельный объем по всей массе будут иметь одно и то же значение. Такое состояние газа называется равновесным.

Давление. Давление газа есть средний результат ударов большого количества частиц (атомов или молекул) о стенки сосуда, в котором находится газ. Давление измеряется силой, приходящейся на единицу поверхности тела и направленной перпендикулярно этой поверхности; обозначается давление буквой p .

В Международной системе единиц (СИ) исходная единица давления представляет собой действие силы в один ньютон на площади в один квадратный метр и называется паскалем (Па), т. е.

$$1 \text{ Па} = 1 \text{ Н/м}^2.$$

Эта единица давления очень мала, и поэтому на практике применяются производные внесистемные единицы: кПа = 10^3 Па (килопаскаль); МПа = 10^6 Па (мегапаскаль); весьма распространена также внесистемная единица — бар, равная 10^5 Па. Между приведенными единицами существуют следующие соотношения:

$$1 \text{ бар} = 10^5 \text{ Па} = 10^2 \text{ кПа} = 0,1 \text{ МПа}.$$

В технике применяется также внесистемная единица измерения давления, называемая технической атмосферой и представляющая собой действие килограмм-силы (кгс) на площади в 1 см^2 . Следовательно,

$$1 \text{ ат} = 1 \text{ кгс/см}^2 = 10^4 \text{ кгс/м}^2.$$

Известно, что 1 Н — это сила, которая массе 1 кг сообщает ускорение 1 м/с^2 , а килограмм-сила сообщает

той же массе ускорение в $9,81 \text{ м/с}^2$. Отсюда вытекает соотношение $1 \text{ кгс/м}^2 = 9,81 \text{ Па}$. Очевидно,

$$1 \text{ Па} = 0,101927 \text{ кгс/м}^2 \approx 0,102 \text{ кгс/м}^2.$$

Давление атмосферного воздуха измеряется барометром, поэтому оно называется барометрическим, или атмосферным, и обозначается $p_{\text{бар}}$. Давление газа, большее атмосферного, измеряется манометром. Оно называется избыточным, или манометрическим, и обозначается $p_{\text{изб}}$ или $p_{\text{ман}}$. Если давление газа меньше атмосферного, то оно называется разреже-

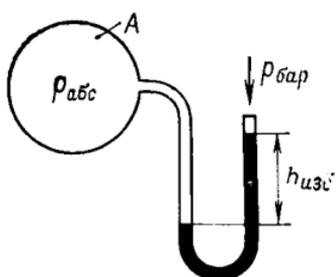


Рис. 1-1. Измерение избыточного давления жидкостным манометром ($p_{\text{абс}} > p_{\text{бар}}$).

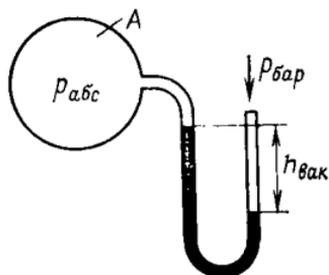


Рис. 1-2. Измерение разрежения (вакуума) жидкостным вакуумметром ($p_{\text{абс}} < p_{\text{бар}}$).

нием, или вакуумом, измеряется вакуумметром и обозначается $p_{\text{вак}}$. Избыточное и вакуумметрическое давления не являются параметрами состояния, так как при одном и том же давлении газа в сосуде показания манометра или вакуумметра будут различны в зависимости от атмосферного давления воздуха в момент измерения.

Параметром состояния является абсолютное давление, обозначаемое $p_{\text{абс}}$, которое может быть найдено из следующих соображений. Рассмотрим прибор, состоящий из сосуда A , наполненного газом с абсолютным давлением $p_{\text{абс}}$, и U-образной трубки, частично заполненной жидкостью (рис. 1-1). С левой стороны на жидкость действует абсолютное давление газа $p_{\text{абс}}$, а с правой — атмосферное давление воздуха $p_{\text{бар}}$. Если $p_{\text{абс}} > p_{\text{бар}}$, то жидкость будет перемещаться в трубке слева направо до тех пор, когда образующийся столб жидкости высотой h уравновесит разность давлений $p_{\text{абс}} - p_{\text{бар}}$.

В этом случае прибор показывает, насколько давление газа в сосуде A больше атмосферного, т. е. избыточное давление. На основании изложенного можно написать:

$$p_{\text{абс}} = p_{\text{бар}} + p_{\text{изб.}} \quad (1-1)$$

Таким образом, абсолютное давление газа в сосуде равно сумме показаний барометра и манометра.

Если $p_{\text{абс}} < p_{\text{бар}}$, то жидкость в правом колене трубки опустится, а в левом поднимется и займет положение, указанное на рис. 1-2. В этом случае прибор показывает, насколько давление газа в сосуде A меньше атмосферного, и высота столба жидкости h определяет вакуумметрическое давление $p_{\text{вак.}}$. Следовательно, абсолютное давление газа равно разности показаний барометра и вакуумметра, т. е.

$$p_{\text{абс}} = p_{\text{бар}} - p_{\text{вак.}} \quad (1-2)$$

Отсюда видно, что давление измеряется либо в единицах «сила/поверхность», либо в единицах высоты столба жидкости. Соотношение между этими величинами устанавливается уравнением

$$p = h\rho g, \quad (1-3)$$

где h — высота столба жидкости, м; ρ — плотность жидкости, кг/м³; g — ускорение свободного падения, равное 9,81 м/с².

В качестве примера выразим давление в 1 бар соответствующей высотой столба жидкости.

1. При заполнении трубки ртутью

$$h = \frac{p}{\rho g} = \frac{10^5}{13\,595 \cdot 9,81} = 0,75 \text{ м} = 750 \text{ мм},$$

где $\rho = 13\,595 \text{ кг/м}^3$ — плотность ртути при 0°C.

2. При заполнении трубки водой

$$h = \frac{p}{\rho g} = \frac{10^5}{1000 \cdot 9,81} = 10,2 \text{ м} = 10\,200 \text{ мм},$$

где $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$ — плотность воды при 4°C.

В технической термодинамике используется также единица — физическая атмосфера, равная среднему давлению атмосферного воздуха на уровне моря; эта величина составляет:

$$1 \text{ атм} = 1,0332 \text{ кгс/см}^2 = 10\,332 \text{ кгс/м}^2 = 760 \text{ мм рт. ст.}$$

Физическая атмосфера принимается как некое стандартное давление и называется нормальным давлением.

В Международной системе единиц нормальное давление равно:

$$p = 10\,332 \cdot 9,81 = 101\,325 \text{ Па} = 1,01325 \text{ бар.}$$

Соотношения между различными единицами измерения давления приводятся в табл. 1-1.

Таблица 1-1

Соотношения между единицами измерения давления

Единицы измерения	Па	бар	кгс/см ²	мм рт. ст.	мм вод. ст.
1 Па	1	10^{-5}	$1,02 \cdot 10^{-5}$	$7,502 \cdot 10^{-3}$	0,102
1 бар	10^5	1	1,02	$7,502 \cdot 10^2$	$1,02 \cdot 10^4$
1 кгс/см ²	$9,807 \cdot 10^4$	0,9807	1	735	10^4
1 мм рт. ст.	133	$1,33 \cdot 10^{-3}$	$1,36 \cdot 10^3$	1	13,6
1 мм вод. ст.	9,807	$9,807 \cdot 10^{-5}$	10^{-4}	$7,35 \cdot 10^{-2}$	1

Показания ртутных приборов давления изменяются в зависимости от температуры ртути вследствие ее расширения с повышением температуры. Поэтому показания барометра (манометра, вакуумметра), измеренные высотой ртутного столба, приводятся к 0°C, для чего используется уравнение

$$p^0_{\text{бар}} = p^t_{\text{бар}} (1 - 0,000172 t),$$

где $p^0_{\text{бар}}$ — показание барометра, приведенное к 0°C; $p^t_{\text{бар}}$ — действительная высота ртутного столба барометра при температуре ртути t , °C; 0,000172 — коэффициент объемного расширения ртути.

Температура. Температура характеризует тепловое состояние тела, например газа. Из физики известно, что температура газа изменяется пропорционально средней кинетической энергии поступательного движения молекул.

В технике температура измеряется по Международной стоградусной шкале (шкала Цельсия) и обозначается через t , °C. В этой шкале при нормальном давлении (760 мм рт. ст.) состоянию тающего льда соответствует температура 0°C, а точке кипения чистой воды — 100°C.

Для измерения температуры используется также термодинамическая шкала температур (шкала абсолютных температур, или шкала Кельвина). Нуль абсолютной шкалы температур соответствует значению $t = -273,15^\circ\text{C}$. Градус абсолютной шкалы температур носит название кельвина, обозначается через T , К, и равен градусу по шкале Цельсия. Из сказанного следует связь между значениями одной и той же температуры, выраженными в различных шкалах:

$$T = t + 273,15,$$

или округленно

$$T \approx t + 273. \quad (1-4)$$

Параметром состояния является абсолютная температура.

Удельный объем. Удельным объемом называется объем 1 кг газа, он обозначается буквой v , т. е.

$$v = \frac{V}{m}, \quad (1-5)$$

где V — полный объем газа, м^3 ; m — масса газа, кг.

Плотностью ρ называется масса газа, содержащаяся в единице объема, т. е.

$$\rho = \frac{m}{V}. \quad (1-6)$$

Из формул (1-5) и (1-6) следует, что удельный объем и плотность газа — величины взаимно обратные и их произведение равно единице:

$$\rho v = 1. \quad (1-7)$$

1-3. Законы идеальных газов. Уравнение состояния идеального газа

Реально существующие газы состоят из атомов и молекул, которые находятся в непрерывном хаотическом движении; между молекулами действуют силы притяжения и отталкивания, объем частиц имеет конечную величину. Однако очень часто газы находятся в таком состоянии, когда силы взаимодействия ничтожны, как и объем молекул, поэтому и тем и другим можно пренебречь.

Газ, у которого отсутствуют силы взаимодействия между молекулами, а их объем равен нулю, называется идеальным.

Такие газы, как кислород, водород, азот, воздух при относительно низких давлениях и высоких температурах по своим свойствам близки к свойствам идеального газа. Поэтому при термодинамических исследованиях процессов, протекающих в этих газах, используют законы и уравнение состояния идеального газа. Введение понятия идеального газа облегчило задачу термодинамических исследований, позволило получить простые математические уравнения для подсчета различных физических величин, характеризующих изменение состояния рабочего тела.

Из изложенного вытекает необходимость изучения законов идеального газа.

Закон Бойля — Мариотта. Опытным путем было установлено, что если постоянное количество газа, например 1 кг, при постоянной температуре ($T_1=T_2$) будет переходить из одного состояния с параметрами p_1 и v_1 в другое — с параметрами p_2 и v_2 , то его давление будет изменяться обратно пропорционально объему, т. е.

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{v_2}{v_1} \quad (1-8)$$

или

$$p_1 v_1 = p_2 v_2 = \text{const.} \quad (1-9)$$

Следовательно, при *постоянной температуре произведение давления на объем данной массы газа есть величина постоянная.*

Закон Гей-Люссака. Если нагревать или охлаждать одно и то же количество газа при постоянном давлении ($p_1=p_2$), то *объем газа изменяется прямо пропорционально его абсолютной температуре*; для 1 кг газа можно записать:

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{T_1}{T_2}. \quad (1-10)$$

Закон Авогадро. В равных объемах разных газов содержится одинаковое число молекул, если эти газы будут иметь одинаковые температуры и давление.

Из закона Авогадро вытекает, что при одинаковых температурах и давлениях плотность газов пропорциональна их молекулярным массам μ , т. е.

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{\mu_1}{\mu_2}; \quad (1-11)$$

так как

$$\rho = 1/v,$$

$$\frac{\mu_1 v_1}{\mu_2 v_2} = \frac{\mu_1}{\mu_2}$$

откуда

$$\mu_1 v_1 = \mu_2 v_2 \dots = \mu v = \text{idem.} \quad (1-12)$$

Количество газа в граммах, равное числу единиц молекулярной массы, называется молем.

Моль определяется как количество вещества, содержащее столько молекул, сколько содержится атомов в углероде-12 массой 0,012 кг. Один киломоль содержит 1000 молей. Введем для киломоля обозначение μ , кг/кмоль. Тогда произведение μv есть объем киломоля газа V_μ , м³/кмоль.

Из уравнения (1-12) следует, что при одинаковых давлении и температуре объем 1 киломоля любого газа будет иметь одно и то же значение (*idem*). Так, например, при нормальных условиях ($p=760$ мм рт. ст.; $t=0^\circ\text{C}$) объем 1 киломоля любого газа равен 22,4 м³/кмоль, поэтому

$$\mu v = V_\mu = 22,4. \quad (1-13)$$

Отсюда плотность и удельный объем любого газа при нормальных условиях определяются из простых соотношений:

$$v = \frac{22,4}{\mu}; \quad (1-14)$$

$$\rho = \frac{\mu}{22,4}. \quad (1-15)$$

Уравнение состояния идеального газа. Для равновесного состояния газа существует вполне определенная, однозначная зависимость между его основными параметрами p , v и T . Эта зависимость выражается аналитическим уравнением, которое называется уравнением состояния. Впервые уравнение состояния идеального газа было получено Клапейроном в 1834 г. путем использования опытных законов Бойля — Мариотта и Гей-Люссака; это уравнение имеет вид:

для 1 кг газа

$$pv = RT; \quad (1-16)$$

для произвольной массы газа m

$$pV = mRT. \quad (1-17)$$

Наиболее общее выражение имеет уравнение состояния для 1 кмоль газа, предложенное Д. И. Менделеевым и называемое уравнением Менделеева — Клапейрона. Это уравнение имеет вид:

$$pV_{\mu} = \mu RT. \quad (1-18)$$

Величина μR называется универсальной газовой постоянной, так как для всех газов и в любом состоянии она имеет одно и то же значение. Определить это числовое значение можно по уравнению (1-18), если параметры состояния p и T газа взять при нормальных условиях ($p=101\,325$ Па, $T=273,15$ К):

$$\mu R = \frac{pV_{\mu}}{T} = \frac{101\,325 \cdot 22,4}{273,15} = 8314 \text{ Дж}/(\text{кмоль} \cdot \text{К}).$$

Величина R , Дж/(кг·К), является индивидуальной характеристикой данного вещества и называется газовой постоянной. Газовая постоянная определяется выражением

$$R = \frac{8314}{\mu}. \quad (1-19)$$

Напомним, что джоуль (Дж) в системе СИ есть работа силы 1 ньютон на пути в 1 м, т. е. $1 \text{ Дж} = 1 \text{ Н} \cdot \text{м}$. Эта единица работы очень мала, поэтому в технических расчетах применяются производные единицы: килоджоуль ($1 \text{ кДж} = 10^3 \text{ Дж}$), мегаджоуль ($1 \text{ МДж} = 10^6 \text{ Дж}$) и др.

Как видно, μR и R по единицам измерения есть работа, которую совершает либо 1 кмоль, либо 1 кг газа при изменении температуры на один градус.

Ниже будет показано, что такую работу совершает соответствующее количество газа в процессе при постоянном давлении.

Свойства реально существующих газов отличаются от свойств идеальных газов и тем больше, чем выше давление и ниже температура. В этом случае реальные газы не подчиняются законам идеальных газов и уравнению Менделеева — Клапейрона. Для реальных газов

было предложено значительное количество эмпирических уравнений состояния, однако эта задача не может считаться решенной окончательно.

Приведем в качестве примера известное в физике уравнение Ван-дер-Ваальса, которое имеет вид:

$$\left(p + \frac{a}{v^2}\right)(v - b) = RT; \quad (1-20)$$

здесь a/v^2 — величина, учитывающая силы взаимодействия между молекулами; b — величина, учитывающая объем молекул в объеме газа.

Коэффициенты a и b для каждого газа находятся опытным путем, но могут быть также вычислены и теоретически.

Уравнение Ван-дер-Ваальса является приближенным уравнением, его отклонение от опыта тем больше, чем выше давление и ниже температура газа, т. е. чем больше плотность газа.

1-4. Газовые смеси

В энергетике и в других отраслях промышленности в большинстве случаев в качестве рабочего тела или теплоносителя используются не однородные газы, а газовые смеси. Такими газовыми смесями являются продукты сгорания различных топлив в топках парогенераторов, в камерах сгорания газотурбинных установок и в цилиндрах двигателей внутреннего сгорания. Типичными представителями газовых смесей можно считать также природные газы, газы, являющиеся побочными продуктами различных технологических процессов, и, наконец, атмосферный воздух.

Все эти газы являются механическими смесями, в которых никаких химических реакций не происходит. Эти газовые смеси рассматриваются как смеси идеальных газов, подчиняющихся законам идеальных газов и уравнению Менделеева — Клапейрона. Каждый газ, входящий в смесь, занимает объем смеси, имеет температуру смеси, но находится под своим давлением, которое называется парциальным.

По закону Дальтона давление смеси газов равно сумме парциальных давлений:

$$p = p_1 + p_2 + \dots + p_n, \quad (1-21)$$

где p — давление смеси; p_1, p_2, \dots, p_n — парциальные давления первого, второго и т. д. газов, составляющих смесь.

Составляющие газовую смесь однородные газы называются компонентами газовой смеси.

Если при температуре смеси поднять давление какого-либо компонента от парциального до давления смеси, то этот компонент займет объем, который называется парциальным.

Способы задания смеси. При расчетах с газовыми смесями необходимо знать значения ряда величин, характеризующих смесь, например: газовую постоянную смеси, плотность, молекулярную массу и др. Чтобы можно было найти необходимые характеристики, нужно знать состав газовой смеси. Состав смеси может быть задан или массами компонентов и их объемами, или массовыми и объемными долями.

Пусть газовая смесь состоит из n компонентов, массы которых равны m_1, m_2, \dots, m_n соответственно для первого, второго и т. д. компонентов. Так как в смеси не происходит никаких химических реакций, то масса смеси m равна сумме масс компонентов

$$m = m_1 + m_2 + \dots + m_n. \quad (1-22)$$

Отношение массы компонента m_i к массе смеси m есть массовая доля этого компонента, она обозначается g_i , т. е.

$$g_1 = \frac{m_1}{m}; \quad g_2 = \frac{m_2}{m}; \quad \dots; \quad g_n = \frac{m_n}{m}, \quad (1-23)$$

где g_1, g_2, \dots, g_n — массовые доли первого, второго и т. д. компонентов газовой смеси.

Очевидно, что сумма массовых долей равна единице, т. е.

$$g_1 + g_2 + \dots + g_n = 1. \quad (1-24)$$

Смесь может быть задана объемами компонентов V_i , взятыми при давлении и температуре смеси, т. е. парциальными объемами. Пусть V_1, V_2, \dots, V_n — соответственно парциальные объемы первого, второго и т. д. компонентов, тогда объем смеси V равен их сумме, т. е.

$$V = V_1 + V_2 + \dots + V_n. \quad (1-25)$$

Отношение парциального объема компонента к объему смеси называется его объемной долей и обо-

значается r_i :

$$r_1 = \frac{V_1}{V}; r_2 = \frac{V_2}{V}; \dots; r_n = \frac{V_n}{V}, \quad (1-26)$$

где r_1, r_2, \dots, r_n есть объемная доля первого, второго и т. д. компонентов; сумма их равна единице:

$$r_1 + r_2 + \dots + r_n = 1. \quad (1-27)$$

Между массовыми и объемными долями существуют простые соотношения, которые имеют вид:

$$g_i = \frac{m_i}{m} = \frac{V_i \rho_i}{V \rho} = r_i \frac{\rho_i}{\rho} = r_i \frac{\mu_i}{\mu} = r_i \frac{R}{R_i} \quad (1-28)$$

или

$$r_i = \rho \frac{g_i}{\rho_i} = \mu \frac{g_i}{\mu_i} = \frac{g_i R_i}{R}, \quad (1-29)$$

где ρ, μ, R — плотность, кажущаяся* молекулярная масса и газовая постоянная смеси; $\rho_i = m_i/V_i$ — плотность компонента, взятая при температуре и давлении смеси.

Приведенные соотношения позволяют произвести пересчет состава смеси, заданной массовыми долями, в объемные и наоборот.

Основные формулы для определения параметров смеси при задании смеси объемными долями приведены ниже.

Плотность ρ . Пусть смесь состоит из n компонентов. Из уравнения (1-28) для каждого компонента можно написать:

$$g_1 = r_1 \frac{\rho_1}{\rho}; g_2 = r_2 \frac{\rho_2}{\rho}; \dots; g_n = r_n \frac{\rho_n}{\rho}.$$

Суммируя почленно левые и правые части всех соотношений с учетом уравнения (1-24), получаем:

$$g_1 + g_2 + \dots + g_n = 1 = 1/\rho (r_1 \rho_1 + r_2 \rho_2 + \dots + r_n \rho_n),$$

откуда

$$\rho = r_1 \rho_1 + r_2 \rho_2 + \dots + r_n \rho_n, \quad (1-30)$$

причем плотности компонентов $\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_n$ должны быть взяты при температуре и давлении смеси.

* Молекулярная масса названа здесь «кажущейся» в связи с условностью этого понятия для смеси, представляющей собой совокупность различных молекул со своими молекулярными массами.

Кажущаяся молекулярная масса смеси μ . Согласно закону Авогадро плотности газов пропорциональны их молекулярным массам, поэтому после замены ρ на μ уравнение (1-30) приводится к виду:

$$\mu = r_1\mu_1 + r_2\mu_2 + \dots + r_n\mu_n. \quad (1-31)$$

Газовая постоянная R . Из уравнения (1-28) для каждого компонента имеем:

$$g_1 = \frac{r_1}{R_1} R; \quad g_2 = \frac{r_2}{R_2} R; \quad \dots; \quad g_n = \frac{r_n}{R_n} R.$$

Так как

$$\Sigma g_i = R \Sigma \frac{r_i}{R_i} = 1,$$

то

$$R = \frac{1}{\Sigma \frac{r_i}{R_i}} = \frac{1}{\frac{r_1}{R_1} + \frac{r_2}{R_2} + \dots + \frac{r_n}{R_n}}. \quad (1-32)$$

Газовую постоянную смеси можно также определить по уравнению (1-19)

$$R = \frac{8314}{\mu} = \frac{8314}{r_1\mu_1 + r_2\mu_2 + \dots + r_n\mu_n},$$

где μ — кажущаяся молекулярная масса смеси.

Парциальное давление p_i . Любой компонент газовой смеси занимает объем смеси V , но находится под своим парциальным давлением p_i ; если же при постоянной температуре смеси поднять его давление p_i до давления смеси p , то объем компонента уменьшится до парциального V_i . Используя закон Бойля — Мариотта, можно написать:

$$p_i V = V_i p,$$

откуда

$$p_i = \frac{V_i}{V} p = r_i p, \quad (1-33)$$

т. е. парциальное давление компонента определяется как произведение его объемной доли на давление смеси.

Основные формулы для определения параметров смеси при задании смеси массовыми долями имеют следующий вид.

Плотность ρ . Пусть смесь состоит из n компонентов. Для каждого компонента из уравнения (1-29) можно написать:

$$r_1 = \rho \frac{g_1}{\rho_1}; \quad r_2 = \rho \frac{g_2}{\rho_2}; \quad \dots; \quad r_n = \rho \frac{g_n}{\rho_n}.$$

Складывая отдельно левые и правые части соотношений с учетом уравнения (1-24), получаем:

$$r_1 + r_2 + \dots + r_n = 1 = \rho(g_1/\rho_1 + g_2/\rho_2 + \dots + g_n/\rho_n),$$

откуда

$$\rho = \frac{1}{g_1/\rho_1 + g_2/\rho_2 + \dots + g_n/\rho_n}. \quad (1-34)$$

Кажущаяся молекулярная масса смеси μ . В соответствии с уравнением (1-11) молекулярные массы газа пропорциональны их плотностям, поэтому, заменяя в уравнении (1-34) ρ на μ , получаем:

$$\mu = \frac{1}{g_1/\mu_1 + g_2/\mu_2 + \dots + g_n/\mu_n}. \quad (1-35)$$

Газовая постоянная R . Из уравнения (1-29)

$$r_1 = g_1 R_1 / R; \quad r_2 = g_2 R_2 / R; \quad \dots; \quad r_n = g_n R_n / R.$$

Так как $\sum r_i = 1$, то после почленного суммирования получим:

$$R = g_1 R_1 + g_2 R_2 + \dots + g_n R_n. \quad (1-36)$$

Следовательно, газовая постоянная смеси равна сумме произведений массовой доли на газовую постоянную каждого компонента.

Парциальное давление p_i . Напишем уравнение состояния для компонента

$$p_i V = m_i R_i T \quad (a)$$

и для смеси газов

$$p V = m R T. \quad (б)$$

Разделив уравнение (а) на (б) и выполнив элементарные преобразования, получим необходимое уравнение для определения парциального давления

$$p_i = g_i \frac{R_i}{R} p = g_i \frac{\mu}{\mu_i} p. \quad (1-37)$$

Пример 1-1. Давление 1 мм рт. ст. и 1 мм вод. ст., взятые соответственно при 0°C и 4°C , выразить в паскалях.

Решение. При принятых температурах для ртути $\rho = 13595 \text{ кг/м}^3$, для воды $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$. Ускорение свободного падения $g = 9,81 \text{ м/с}^2$.

По формуле (1-3) имеем:
для 1 мм рт. ст.

$$p = h\rho g = 0,001 \cdot 13595 \cdot 9,81 = 133,3 \text{ Па};$$

для 1 мм вод. ст.

$$p = h\rho g = 0,001 \cdot 1000 \cdot 9,81 = 9,81 \text{ Па}.$$

Пример 1-2. Разрежение в конденсаторе по вакуумметру равно 700 мм рт. ст. при $t = 50^\circ\text{C}$, атмосферное давление по барометру составляет 750 мм рт. ст. при $t = 20^\circ\text{C}$.

Определить абсолютное давление в кгс/см^2 и МПа.

Решение. Приводим показания ртутных приборов давления к 0°C :

$$p_{\text{вак}}^0 = p_{\text{вак}}^t (1 - 0,000172t^\circ\text{C}) = \\ = 700 (1 - 0,000172 \cdot 50) = 694 \text{ мм рт. ст.};$$

$$p_{\text{бар}}^0 = p_{\text{бар}}^t (1 - 0,000172t^\circ\text{C}) = \\ = 750 (1 - 0,000172 \cdot 20) = 747,4 \text{ мм рт. ст.};$$

$$p_{\text{абс}} = p_{\text{бар}}^0 - p_{\text{вак}}^0 = 747,4 - 694 = 53,4 \text{ мм рт. ст.};$$

$$p_{\text{абс}} = \frac{53,4}{735,6} = 0,0726 \text{ кгс/см}^2;$$

$$p_{\text{абс}} = \frac{53,4}{750} = 0,0713 \text{ бар} = 0,00713 \text{ МПа}.$$

Пример 1-3. Давление* в парогенераторе по манометру составляет 15 МПа. Найти абсолютное давление в парогенераторе.

Решение. При больших избыточных давлениях атмосферное давление обычно не задается и его принимают равным 0,1 МПа (1 бар). Поэтому

$$p_{\text{абс}} = p_{\text{изб}} + p_{\text{бар}} = 15 + 0,1 = 15,1 \text{ МПа}.$$

Пример 1-4. Определить газовую постоянную для воздуха, водорода, кислорода и азота.

Решение. По формуле (1-19) имеем:

$$R_{\text{в}} = \frac{8314}{\mu_{\text{в}}} = \frac{8314}{28,95} = 287,7 \text{ Дж/(кг}\cdot\text{К)};$$

$$R_{\text{H}_2} = \frac{8314}{\mu_{\text{H}_2}} = \frac{8314}{2,016} = 4124 \text{ Дж/(кг}\cdot\text{К)};$$

$$R_{\text{O}_2} = \frac{8314}{\mu_{\text{O}_2}} = \frac{8314}{32} = 260 \text{ Дж/(кг}\cdot\text{К)};$$

$$R_{\text{N}_2} = \frac{8314}{\mu_{\text{N}_2}} = \frac{8314}{28} = 297,0 \text{ Дж/(кг}\cdot\text{К)}.$$

* Во всех случаях, когда не указано, о каком давлении идет речь, имеется в виду абсолютное давление.

Пример 1-5. Определить плотность кислорода и азота при нормальных условиях (760 мм рт. ст., 0°C).

Решение. По формуле (1-15) имеем:

$$\rho_{\text{O}_2} = \frac{\mu_{\text{O}_2}}{22,4} = \frac{32}{22,4} = 1,429 \text{ кг/м}^3;$$

$$\rho_{\text{N}_2} = \frac{\mu_{\text{N}_2}}{22,4} = \frac{28}{22,4} = 1,251 \text{ кг/м}^3.$$

Пример 1-6. Определить плотность кислорода при $p = 4,0$ МПа и $t = 127^\circ\text{C}$.

Решение. По уравнению (1-16)

$$\rho = \frac{p}{RT} = \frac{4,0 \cdot 10^6}{260 \cdot 400} = 38,5 \text{ кг/м}^3.$$

Пример 1-7. Атмосферный воздух состоит по объему из 21% кислорода и 79% азота. При нормальных условиях определить плотность, газовую постоянную и кажущуюся молекулярную массу смеси. Найти также парциальное давление компонентов.

Решение. Плотность

$$\rho = (r\rho)_{\text{O}_2} + (r\rho)_{\text{N}_2} = 0,21 \cdot 1,429 + 0,79 \cdot 1,251 = 1,293 \text{ кг/м}^3.$$

Молекулярная масса

$$\mu = (r\mu)_{\text{O}_2} + (r\mu)_{\text{N}_2} = 0,21 \cdot 32 + 0,79 \cdot 28 = 28,95.$$

Газовая постоянная

$$R = \frac{1}{\left(\frac{r}{R}\right)_{\text{O}_2} + \left(\frac{r}{R}\right)_{\text{N}_2}} = \frac{1}{\frac{0,21}{260} + \frac{0,79}{297,0}} = 287 \text{ Дж/(кг}\cdot\text{К)}.$$

Парциальное давление:

$$p_{\text{O}_2} = r_{\text{O}_2} p = 0,21 \cdot 760 = 159,5 \text{ мм рт. ст.};$$

$$p_{\text{N}_2} = r_{\text{N}_2} p = 0,79 \cdot 760 = 600,5 \text{ мм рт. ст.}$$

ГЛАВА ВТОРАЯ

ПЕРВЫЙ ЗАКОН ТЕРМОДИНАМИКИ

2-1. Эквивалентность теплоты и работы

Закон сохранения и превращения энергии устанавливает, что энергия не уничтожается и не создается вновь, а лишь переходит из одной формы в другую в различных физических, химических и других процессах. Переход энергии одного вида в другой происходит по закону эквивалентности, т. е. определенному количеству

энергии данного вида всегда соответствует одно и то же количество энергии другого вида.

Экспериментальное подтверждение закона сохранения энергии было получено в работах русских и зарубежных ученых. В 1840 г. русский академик Г. Гесс впервые после М. В. Ломоносова сформулировал закон сохранения энергии применительно к термохимическим процессам; в 1844 г. русский академик Р. Ленц установил количественное соотношение между электрической энергией и теплотой. Немецкий ученый Р. Майер, изучая тепловые процессы, теоретически вычислил механический эквивалент теплоты, положив в основу расчета значения теплоемкостей воздуха. Так как эти теплоемкости были весьма неточны, то и конечный результат, т. е. значение механического эквивалента, значительно отличался от истинного. Позднее на основе большого количества опытов с использованием различных веществ английский исследователь Д. Джоуль также определил механический эквивалент.

Эквивалентность между теплотой и работой выражается уравнением

$$Q=AL$$

или

$$L=EQ,$$

где L — работа, перешедшая в теплоту, кгс·м; Q — теплота, полученная за счет работы, ккал; A — коэффициент пропорциональности, называемый термическим эквивалентом работы; E — механический эквивалент теплоты.

В настоящее время значение механического эквивалента принимают равным

$$E=427 \text{ кгс} \cdot \text{м} / \text{ккал}$$

и, следовательно,

$$A=\frac{1}{427} \text{ ккал} / (\text{кгс} \cdot \text{м}).$$

В последующем изложении для измерения теплоты и работы используется единица системы СИ — джоуль (1 Дж).

2-2. Термодинамический процесс

Всякое изменение параметров состояния рабочего тела называется термодинамическим процессом, или просто процессом. Каждый процесс со-

вершается при тепловом и механическом взаимодействии рабочего тела с внешней окружающей средой, при этом состояние последней также изменяется. При бесконечно медленном изменении состояния внешней среды процесс будет совершаться с бесконечно малой скоростью, вследствие чего температура и давление внешней среды и рабочего тела в каждый момент будут различаться на бесконечно малую величину. При осуществлении такого процесса можно считать, что температура и давление по всей массе рабочего тела (которым чаще всего служит газ) будут иметь одно и то же значение и, следовательно, газ находится в равновесном состоянии.

Термодинамический процесс, состоящий из непрерывного ряда равновесных состояний, называется равновесным.

Равенство давлений по всей массе газа характеризует его механическое равновесие, а равенство температур — термическое равновесие.

Используя эти понятия, можно установить, что *необходимым условием протекания равновесных процессов является существование механического и термического равновесия газа.*

При изучении термодинамических процессов используется их графическое изображение в различных координатных системах, в частности, в системе координат p и v , которое называется p, v -диаграммой. По оси ординат откладываются абсолютные давления, а по оси абсцисс — удельные объемы газа. При заданных p и v равновесное состояние изображается точкой, а равновесный процесс — в общем случае кривой линией.

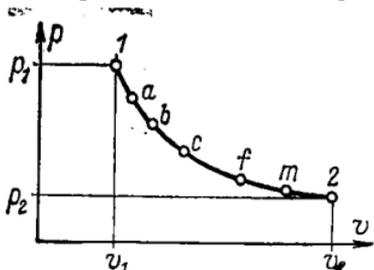


Рис. 2-1. Изображение обратимого процесса.

Изобразим в p, v -диаграмме произвольный равновесный процесс линией 1—2 (рис. 2-1). Из графика видно, что при переходе газа из начального 1 в конечное состояние 2 происходит понижение давления и увеличение удельного объема газа. Это есть процесс расширения газа, который считается прямым процессом. Обратным процессом считается процесс сжатия газа, когда он из состояния 2 переходит в начальное состояние 1; при этом происходит уменьшение удельного объема и повышение давления.

Характерным свойством равновесных процессов является их обратимость. Это значит, что если при расширении из состояния 1 газ проходит через промежуточные равновесные состояния a, b, c, f, m (рис. 2-1), то при обратном процессе сжатия из состояния 2 газ пройдет через те же состояния, но в обратной последовательности m, f, c, b, a и возвратится в начальное состояние 1.

В связи с этим *равновесные процессы называются обратимыми процессами.*

Вышеизложенное позволяет сделать вывод, что в результате протекания сначала прямого, а затем обратного равновесных процессов в термодинамической системе «рабочее тело — окружающая среда» никаких изменений не произойдет.

Равновесные обратимые процессы являются идеальными процессами, которые в первую очередь рассматриваются термодинамикой.

Все реальные процессы протекают с большой скоростью и при наличии конечной разности температур и давлений между газом и внешней средой. В связи с этим термическое и механическое равновесие газа не соблюдается, поэтому эти процессы будут неравновесными и, следовательно, необратимыми. Как при расширении, так и при сжатии газа с большой скоростью в нем возникают вихревые движения, энергия которых вследствие трения переходит в тепло и усваивается газом. Наличие трения является характерным признаком необратимых процессов и сопровождается потерей внешней работы.

При отсутствии механического и термического равновесия газа его состояние не определяется однозначно величинами p и v и поэтому изображение состояния и процесса в p, v -диаграмме, как и в других координатах, будет условно.

Изучать реальные необратимые процессы затруднительно, и поэтому термодинамика изучает только теоретические обратимые процессы. Это оправдывается также и тем, что чаще всего на практике отклонение реальных процессов от идеальных незначительно и не принимается во внимание. В случаях больших отклонений переход от идеальных процессов к реальным осуществляется путем введения поправочных коэффициентов, полученных на основании опыта.

2-3. Внутренняя энергия газа

В технической термодинамике понятие внутренней энергии газа распространяется лишь на ту часть энергии, которая в термодинамических процессах подвергается изменениям. Это есть внутренняя кинетическая и внутренняя потенциальная энергии, сумма их и составляет внутреннюю энергию газа.

Внутренняя кинетическая энергия зависит от скорости движения и массы молекул и состоит из энергии поступательного и вращательного движения молекул, а также энергии колебательного движения атомов в самих молекулах. Согласно кинетической теории перечисленные виды энергии зависят только от температуры и при ее повышении увеличиваются.

Внутренняя потенциальная энергия обуславливается силами взаимодействия между молекулами и зависит от расстояния между ними и, следовательно, от удельного объема газа, который в свою очередь зависит от давления и температуры газа.

Таким образом, внутренняя энергия реального газа зависит от основных параметров газа: p , v и T .

В идеальных газах силы взаимодействия между молекулами отсутствуют и поэтому внутренняя энергия идеального газа равна его внутренней кинетической энергии и зависит только от температуры.

В каждом состоянии газ обладает вполне определенным запасом внутренней энергии, поэтому сама внутренняя энергия характеризует его состояние, т. е. является параметром состояния. Внутренняя энергия 1 кг газа обозначается буквой u и в системе СИ измеряется в Дж/кг; используется также внесистемная единица ккал/кг, между ними существует соотношение

$$1 \text{ ккал/кг} = 4186,8 \text{ Дж/кг} = 4,19 \text{ кДж/кг}.$$

В технической термодинамике определяется не абсолютное значение внутренней энергии, а ее изменение при переходе газа из одного состояния в другое; поэтому совершенно безразлично, в каком состоянии принять ее значение равным нулю. Обычно считают, что внутренняя энергия газа равна нулю при нормальных условиях, т. е. при $t=0^\circ\text{C}$ и при $p=760 \text{ мм рт. ст.}$

Поскольку изменение внутренней энергии зависит только от начального и конечного состояний газа и не зависит от свойств процесса, то с математической точки

зрения это означает, что дифференциал внутренней энергии есть полный дифференциал, т. е.

$$\int_1^2 du = u_2 - u_1, \quad (2-1)$$

где u_1 и u_2 — внутренняя энергия 1 кг газа в начальном и конечном состояниях.

Известно, что дифференциалом независимой переменной величины, например температуры, называют просто ее приращение. Дифференциал функции, которая зависит только от одного аргумента, представляет собой основную часть приращения функции (но не равняется ему в точности). Полным дифференциалом называют дифференциал функции, зависящей от нескольких аргументов, который получен в результате того, что все эти аргументы получили приращения. Методами высшей математики можно вычислить полный дифференциал, но с точки зрения термодинамики в данном случае важно лишь одно: является ли дифференциал функции нескольких переменных полным или нет. Важно это потому, что только для полного дифференциала справедливо выражение (2-1). Например, из курса физики известно, что для вычисления работы сил тяготения достаточно взять значение потенциальной энергии перемещаемого тела в конечной точке и вычесть из него значение потенциальной энергии тела в начальной точке. В то же время очевидно, что вычисление работы сил трения не может быть произведено таким простым способом: в этом случае необходимо умножить силу трения на путь, пройденный телом. В первом случае малое приращение работы будет являться полным дифференциалом, а во втором — нет. В последующем изложении всегда будет указано, для какой функции приращение представляет собой полный дифференциал, а для какой — не представляет. Первые являются функциями состояния (параметрами состояния), вторые — функциями процесса.

2-4. Работа расширения

Работа совершается только при изменении объема газа. Если происходит расширение газа, то в этом случае работа совершается против внешних сил; при сжатии, наоборот, газ воспринимает работу внешних сил.

Пусть в цилиндре тепловой машины перемещается без трения невесомый поршень площадью F из положения I в другое положение — II . Это перемещение происходит при расширении газа с абсолютным давлением p , который находится в цилиндре с левой стороны поршня (рис. 2-2).

При перемещении поршня на бесконечно малое расстояние ds 1 кг газа совершит элементарную работу, равную

$$dl = pF ds,$$

где pF — полная сила, действующая на поршень. Одновременно $Fds=dv$ есть приращение объема газа, поэтому элементарная работа расширения газа равна:

$$dl=p dv. \quad (2-2)$$

Так как абсолютное давление p — величина положительная, то dl и dv по знаку одинаковы. Поэтому если $dv>0$, т. е. когда газ расширяется, то и $dl>0$, следовательно, работа расширения положительна. Если $dv<0$, т. е. газ сжимается, то и $dl<0$, следовательно, работа сжатия отрицательна.

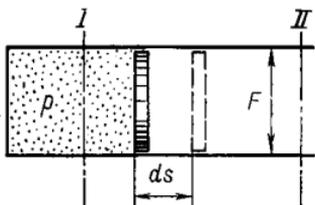


Рис. 2-2. Расширение газа в цилиндре.

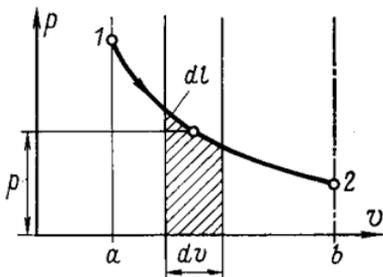


Рис. 2-3. Изображение работы расширения газа в p, v -диаграмме.

Предположим, что при перемещении поршня из положения I в другое крайнее положение II удельный объем газа изменяется от значения v_1 до значения v_2 . Тогда полная работа 1 кг газа будет найдена путем суммирования бесконечно большого числа элементарных работ, т. е. интегрированием (2-2) в пределах от v_1 до v_2 , следовательно,

$$l = \int_{v_1}^{v_2} p dv. \quad (2-3)$$

В общем случае при изменении объема газа давление его также изменяется. Поэтому для определения работы по уравнению (2-3) нужно знать зависимость p от v в данном процессе, т. е. знать характер или свойства процесса.

Пусть в p, v -диаграмме линия 1—2 изображает равновесный процесс расширения 1 кг газа (рис. 2-3). Из p, v -диаграммы видно, что при изменении объема газа на dv заштрихованная площадка с основанием dv и высотой p изображает элементарную работу $dl=p dv$.

Следовательно, вся площадь $a12b$, равная бесконечно большому числу элементарных площадок, изображает полную работу 1 кг газа в процессе $1-2$, которая измеряется интегралом

$$l = \text{пл. } a12b = \int_1^2 p dv.$$

Таким образом, в p, v -диаграмме работа расширения (или сжатия) изображается площадью $a12b$, ограниченной кривой процесса, осью абсцисс и крайними ординатами. Отсюда следует, что работа расширения газа зависит от характера процесса или от пути, которым газ переходит из начального в конечное состояние. Например, при переходе из начального 1 в конечное состояние 2 в процессе $1-m-2$ работа газа изображается площадью $a1m2b$, а в процессе $1-n-2$ — площадью $a1n2b$ (рис. 2-4). Следовательно, работа расширения не является функцией состояния и ее дифференциал dl не является полным дифференциалом.

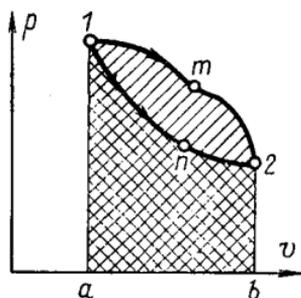


Рис. 2-4. Зависимость работы расширения от характера процесса.

2-5. Аналитическое выражение первого закона термодинамики.

Энтальпия

Пусть 1 кг газа совершает произвольный процесс за счет тепла q , подводимого извне, при этом температура и объем газа увеличиваются. В результате повышения температуры и увеличения объема газа его внутренняя энергия возрастает. Если в начале процесса внутренняя энергия газа равна u_1 , а в конце u_2 , то полное изменение внутренней энергии равно:

$$\Delta u = u_2 - u_1.$$

Кроме того, увеличение объема газа означает, что газ совершает работу против внешних сил, т. е. работу расширения l .

Если в процессе не изменяется внешняя кинетическая энергия газа и в нем не происходят химические и какие-либо другие изменения, то по закону сохранения

энергии для рассматриваемого процесса баланс энергии выражается уравнением

$$q = u_2 - u_1 + l. \quad (2-4)$$

Это уравнение является математическим выражением *первого закона термодинамики для конечного процесса*. Из уравнения (2-4) следует, что в общем случае подводимая теплота расходуется на изменение внутренней энергии газа и на совершение внешней работы.

С учетом уравнения (2-3) полученное выражение первого закона термодинамики можно представить в следующем виде:

$$q = u_2 - u_1 + \int_{v_1}^{v_2} p \, dv, \quad (2-5)$$

или в дифференциальной форме

$$dq = du + p \, dv. \quad (2-6)$$

Как известно, изменение внутренней энергии зависит только от начального и конечного состояния и не зависит от свойств процесса, а работа есть функция процесса, поэтому и теплота, равная их сумме, также зависит от свойств или характера процесса и, следовательно, dq не является полным дифференциалом.

Каждая величина, входящая в уравнения (2-4) — (2-6), может быть положительной, отрицательной или равной нулю. В технической термодинамике подводимое к телу тепло считается положительным, отводимое — отрицательным. Изменение внутренней энергии газа считается положительным при возрастании температуры газа и отрицательным при ее уменьшении.

Во многих тепловых расчетах используется величина i , называемая энтальпией, которая определяется из выражения

$$i = u + pv. \quad (2-7)$$

Отсюда следует, что энтальпия является величиной, определяемой состоянием тела, и, в свою очередь, она определяет состояние тела, т. е. является параметром состояния. Действительно, для идеального газа внутренняя энергия u , произведение pv , равное RT , зависят только от температуры, поэтому энтальпия идеального газа зависит только от температуры.

Изменение энтальпии как функции состояния не зависит от характера процесса и определяется только начальным и конечным состояниями газа, т. е. значениями температуры газа в этих состояниях, и поэтому является полным дифференциалом.

Дифференцируя выражения (2-7), получаем:

$$di = du + p dv + v dp, \quad (2-8)$$

откуда

$$du = di - p dv - v dp. \quad (2-9)$$

Подставляя выражение (2-9) в уравнение (2-6), после преобразования получаем:

$$dq = di - v dp, \quad (2-10)$$

т. е. уравнение первого закона термодинамики, выраженное через энтальпию.

Из уравнения (2-10) при $p = \text{const}$ находим:

$$dq = di. \quad (2-11)$$

Таким образом, для идеальных газов изменение энтальпии равно теплоте процесса при $p = \text{const}$.

ГЛАВА ТРЕТЬЯ

ТЕПЛОЕМКОСТЬ ГАЗОВ

3-1. Определения. Истинная и средняя теплоемкость

Удельной теплоемкостью или просто теплоемкостью называется количество теплоты, которое необходимо сообщить единице количества газа для изменения температуры на 1°C в данном процессе.

В зависимости от единицы количества газа теплоемкости могут быть массовые, объемные и мольные.

Теплоемкость 1 кг газа называется массовой, она обозначается буквой c и измеряется в Дж/(кг·К).

Теплоемкость 1 м³ газа, взятого при нормальных условиях, называется объемной, обозначается буквой c' и измеряется в Дж/(м³·К). Теплоемкость 1 киломоля газа называется мольной, обозначается μc и измеряется в Дж/(кмоль·К).

Между указанными теплоемкостями существуют простые соотношения, например:

$$c = c' v_H = \mu c / \mu \quad (3-1)$$

или

$$c' = c\rho_H = \mu c / 22,4, \quad (3-2)$$

где v_H , ρ_H и 22,4 — соответственно удельный объем, плотность и объем одного киломоля газа при нормальных условиях.

Различают теплоемкости истинные и средние. Истинной теплоемкостью называется отношение количества тепла dq , сообщенное в элементарном процессе 1 кг газа, к бесконечно малому изменению температуры dt :

$$c = dq / dt. \quad (3-3)$$

Средней теплоемкостью c_m называется количество тепла, которое в среднем расходуется в процессе нагревания 1 кг газа на 1°C в интервале температур от t_1 до t_2 :

$$c_m = q / (t_2 - t_1). \quad (3-4)$$

3-2. Изобарная и изохорная теплоемкость идеального газа

В гл. 2 было установлено, что количество теплоты зависит от характера процесса, поэтому и теплоемкость газа также зависит от свойств процесса.

Обычно изучают теплоемкости только двух наиболее важных процессов нагревания газов: изохорного ($v = \text{const}$) и изобарного ($p = \text{const}$).

Теплоемкость газа в изохорном процессе ($v = \text{const}$) называется изохорной и обозначается: c_v — массовая, c'_v — объемная и μc_v — мольная.

Теплоемкость газа в изобарном процессе ($p = \text{const}$) называется изобарной и обозначается: c_p — массовая, c'_p — объемная и μc_p — мольная.

Между изохорной и изобарной теплоемкостями существует вполне определенное соотношение, которое устанавливается следующим образом.

Используя уравнение первого закона термодинамики (2-6) и уравнение (3-3), напишем выражение для определения теплоемкости газа в произвольном процессе

$$c = \frac{dq}{dt} = \frac{du}{dt} + \frac{p dv}{dt}. \quad (3-5)$$

В процессе $v = \text{const}$ работа расширения $p dv = 0$. Тогда изохорная теплоемкость равна:

$$c_v = \frac{dq_v}{dt} = \frac{du}{dt}, \quad (3-6)$$

откуда следует, что

$$du = c_v dt. \quad (3-7)$$

Внутренняя энергия идеального газа зависит только от температуры и не зависит от свойств процесса (§ 2-3). Поэтому полученное уравнение (3-7) является единственным для подсчета изменения внутренней энергии в любом термодинамическом процессе.

Подставляя в исходное уравнение (3-5) найденное значение изохорной теплоемкости c_v из выражения (3-6), получаем уравнение для определения изобарной теплоемкости в следующем виде:

$$c_p = c_v + \frac{p dv}{dt}. \quad (3-8)$$

Дифференцируя уравнение $pv = RT$ при $p = \text{const}$, получаем:

$$p dv = R dT = R dt, \quad (3-9)$$

откуда

$$\frac{p dv}{dt} = \frac{R dt}{dt} = R. \quad (3-10)$$

После подстановки полученного выражения в уравнение (3-8) получим окончательно

$$c_p = c_v + R. \quad (3-11)$$

Это выражение действительно и для средних теплоемкостей.

Уравнение (3-11) впервые было получено немецким ученым Р. Майером в 1842 г., и поэтому оно называется уравнением Майера.

Из выражения (3-10) следует, что *газовая постоянная R есть работа 1 кг газа в изобарном процессе, измеряемая в джоулях, при изменении температуры на 1°C.*

Умножая обе части уравнения (3-11) на μ , получаем соотношение между молярными теплоемкостями тех же процессов:

$$\mu c_p = \mu c_v + \mu R. \quad (3-12)$$

С учетом уравнения (1-21)

$$\mu c_p = \mu c_v + 8314. \quad (3-13)$$

Разделив обе части уравнения (3-13) на объем 1 киломоля при нормальных условиях. (22,4 м³/кмоль) и утя выражение (3-2), получим соотношение между объемными теплоемкостями газа:

$$c'_p = c'_v + 371,2. \quad (3-14)$$

Из уравнений (3-11), (3-12) и (3-14) видно, что изобарная теплоемкость больше изохорной на значение удельной работы соответствующего количества газа.

3-3. Зависимость теплоемкости газов от температуры

Теплоемкости всех газов, кроме одноатомных, с повышением температуры увеличиваются. В небольшом температурном интервале для двухатомных и, реже, для трехатомных газов зависимость теплоемкости от температуры принимается линейной (рис. 3-1).

В этом случае истинная массовая теплоемкость выражается уравнением вида

$$c = a + bt, \quad (3-15)$$

где a — значение теплоемкости при $t = 0^\circ\text{C}$; b — постоянный коэффициент, характеризующий скорость возрастания теплоемкости с повышением температуры.

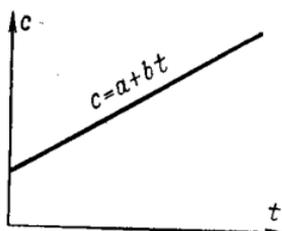


Рис. 3-1. Линейная зависимость теплоемкости от температуры.

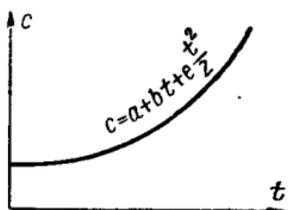


Рис. 3-2. Нелинейная зависимость теплоемкости от температуры.

Теплоемкость газа, подчиняющаяся уравнению (3-15), называется **линейной**.

Однако для трех- и многоатомных газов зависимость теплоемкости от температуры носит более сложный характер и не может быть выражена линейным уравнением. Скорость изменения теплоемкости газа с возрастанием температуры непрерывно увеличивается и графическая зависимость $c = f(t)$ изображается кривой (рис. 3-2). Теплоемкость газа, имеющая подобную зависимость от температуры, называется **нелинейной**. Сложная зависимость $c = f(t)$ для многоатомных газов объясняется тем, что вместе с повышением температуры увеличивается интенсивность колебаний атомов в молекулах и расход энергии на повышение температуры газа непрерывно увеличивается.

Из уравнений (3-3) и (3-4) видно, что теплоту процесса можно подсчитать либо через истинную, либо через среднюю теплоемкость. Обычно при тепловых расчетах применяется средняя теплоемкость и для ее определения используются эмпирические уравнения, полученные на основании опыта. Такие уравнения для определения массовых и объемных теплоемкостей процессов $p=\text{const}$ и $v=\text{const}$ при линейной зависимости от температуры для наиболее часто встречающихся газов приведены в табл. 3-1.

Таблица 3-1

Средние теплоемкости газов (линейная зависимость)

Наименование газа	Массовая теплоемкость, кДж/(кг·К)	Объемная теплоемкость, кДж/(м³·К)
В пределах от 0 до 1000°C		
Кислород	$c_{pm}=0,9127+0,00012724t$ $c_{vm}=0,6527+0,00012724t$	$c'_{pm}=1,3046+0,00018183t$ $c'_{vm}=0,9337+0,00018183t$
Азот	$c_{pm}=1,0258+0,00008382t$ $c_{vm}=0,7289+0,00008382t$	$c'_{pm}=1,2833+0,00010492t$ $c'_{vm}=0,9123+0,00010492t$
Воздух	$c_{pm}=0,9952+0,00009349t$ $c_{vm}=0,7084+0,00009349t$	$c'_{pm}=1,2870+0,00012091t$ $c'_{vm}=0,9161+0,00012091t$
Оксид углерода	$c_{pm}=1,0304+0,00009575t$ $c_{vm}=0,7335+0,00009575t$	$c'_{pm}=1,2883+0,00011966t$ $c'_{vm}=0,9173+0,00011966t$

При определении средней линейной теплоемкости по этим формулам вместо t нужно подставлять сумму температур (t_1+t_2) начала и конца процесса.

Более точные значения средней теплоемкости получаются при учете ее нелинейной зависимости от температуры.

Из уравнения (3-3) имеем:

$$q = \int_{t_1}^{t_2} c dt = \int_0^{t_2} c dt - \int_0^{t_1} c dt, \quad (3-16)$$

откуда после интегрирования получим:

$$c_m \Big|_{t_1}^{t_2} (t_2 - t_1) = c_m \Big|_0^{t_2} t_2 - c_m \Big|_0^{t_1} t_1. \quad (3-17)$$

Окончательное выражение средней нелинейной теплоемкости имеет вид:

$$c_m \Big|_{t_1}^{t_2} = \frac{c_m \Big|_0^{t_2} t_2 - c_m \Big|_0^{t_1} t_1}{t_2 - t_1}, \quad (3-18)$$

где $c_m|_0^{t_2}$ и $c_m|_0^{t_1}$ — средние, нелинейные теплоемкости от 0°C до t_2 и от 0°C до t_1 , которые берутся из табл. П1 — П4.

Аналогично уравнению (3-18) могут быть написаны формулы для определения средней нелинейной объемной и мольной теплоемкостей.

При выполнении расчетов, не требующих большой точности, или в случаях, когда изменение температуры газов в процессе незначительно, можно пользоваться значениями теплоемкостей, которые получены на основании кинетической теории газов без учета зависимости от температуры и поэтому постоянны. Кинетическая теория газов позволила получить уравнение для определения мольной изохорной теплоемкости газа в зависимости от его атомности. Теплоемкость зависит от числа степеней свободы газа z^* , которое равно 3, 5 и 6 для одно-, двух- и трехатомных газов соответственно, в системе СИ, кДж/(кмоль·К):

$$\mu c_v = 4,155z; \quad (3-19)$$

$$\mu c_p = \mu c_v + 8,314, \quad (3-20)$$

или, ккал/(кмоль·°C),

$$\mu c_v = 0,9925z; \quad (3-21)$$

$$\mu c_p = \mu c_v + \frac{8,314}{4,1868} = \mu c_v + 1,985,$$

или округленно

$$\mu c_p \approx \mu c_v + 2. \quad (3-22)$$

Для одно- и двухатомных газов опытные значения мольных теплоемкостей в пределах до 100°C достаточно хорошо согласуются со значениями, полученными на основании кинетической теории. Для трех- и многоатомных газов между опытными значениями теплоемкостей и найденными по формулам (3-19) — (3-22) имеются значительные расхождения. В связи с этим, чтобы получить даже при приближенных расчетах значения теплоемкостей, близкие к действительным значениям, число степеней свободы трех- и многоатомных газов увеличивается на единицу.

Приближенные значения мольных теплоемкостей, подсчитанные по формулам (3-19) — (3-22), с некоторым

* Число степеней свободы газа z определяется числом координат, описывающих движение молекулы газа. Подробнее этот вопрос излагается в курсах физики.

округлением и с указацной поправкой приведены в табл. 3-2.

Таблица 3-2

Киломолярная теплоемкость при постоянном объеме и постоянном давлении

Атомность газа	μc_v	μc_p	μc_v	μc_p
	ккал/(кмоль·°С)		кДж/(кмоль·К)	
Одноатомный	3	5	12,6	20,9
Двухатомный	5	7	20,9	29,2
Трех- и многоатомный	7	9	29,2	37,5

При термодинамических исследованиях часто используется отношение изобарной теплоемкости к изохорной. Оно обозначается буквой k :

$$k = \frac{c_p}{c_v} = \frac{c'_p}{c'_v} = \frac{\mu c_p}{\mu c_v}. \quad (3-23)$$

Численные значения коэффициента k для газов получим, если используем значения молярных теплоемкостей, приведенные в табл. 3-2:

Для одноатомных газов $k = \frac{5}{3} = 1,67$

Для двухатомных газов $k = \frac{7}{5} = 1,4$

Для трехатомных газов $k = \frac{9}{7} = 1,29$

Теплоемкости газов изменяются вместе с изменением температуры, а следовательно, изменяется и коэффициент k . Так, из уравнения (3-23) имеем:

$$k = \frac{c'_p}{c'_v} = \frac{c_v + R}{c_v} = 1 + \frac{R}{c_v}, \quad (3-24)$$

т. е. с повышением температуры теплоемкость c_v увеличивается и, следовательно, коэффициент k уменьшается.

Из уравнения (3-24) можно получить выражение для определения массовой изохорной теплоемкости в виде

$$c_v = \frac{R}{k-1}; \quad (3-25)$$

умножая это уравнение на k , получаем выражение для изобарной теплоемкости

$$c_p = \frac{k}{k-1} R. \quad (3-26)$$

3-4. Теплоемкость смеси газов

При задании смеси массовыми долями массовая теплоемкость смеси определяется по формуле:

$$c = g_1 c_1 + g_2 c_2 + \dots + g_n c_n, \quad (3-27)$$

где $g_1 c_1, g_2 c_2, \dots, g_n c_n$ — произведения массовой доли на массовую теплоемкость каждого газа из состава смеси в данном процессе.

При задании смеси объемными долями объемная теплоемкость смеси может быть найдена по формуле

$$c' = r_1 c'_1 + r_2 c'_2 + \dots + r_n c'_n, \quad (3-28)$$

где $r_1 c'_1, r_2 c'_2, \dots, r_n c'_n$ — произведения объемной доли на объемную теплоемкость каждого газа из состава смеси в данном процессе.

Пример 3-1. Определить массовую и объемную теплоемкости кислорода процессов $p = \text{const}$ и $v = \text{const}$, считая, что теплоемкость не зависит от температуры.

Решение. Для решения используем значение мольной теплоемкости (табл. 3-2).

Массовая теплоемкость по формуле (3-1) равна:

$$c_v = \frac{20,9}{32} = 0,655 \text{ кДж/(кг·К)};$$

$$c_p = c_v + R = 0,655 + 0,26 = 0,915 \text{ кДж/(кг·К)}.$$

Объемная теплоемкость по формулам (3-2) и (3-14) равна:

$$c'_v = 0,655 \cdot 1,429 = 0,935 \text{ кДж/(м}^3 \cdot \text{К)};$$

$$c'_p = c'_v + 0,371 = 0,935 + 0,371 = 1,306 \text{ кДж/(м}^3 \cdot \text{К)}.$$

Пример 3-2. Определить среднюю объемную теплоемкость азота c'_{pm} в интервале от $t_1 = 100^\circ\text{C}$ до $t_2 = 1000^\circ\text{C}$. Зависимость теплоемкости от температуры нелинейная.

Решение. Из табл. ПЗ находим значения объемных теплоемкостей:

$$c'_p|_0^{100} = 1,300 \text{ кДж/(м}^3 \cdot \text{К)}; \quad c'_{pm}|_0^{1000} = 1,397 \text{ кДж/(м}^3 \cdot \text{К)}.$$

По формуле (3-18)

$$c'_{pm} = \frac{c'_{pm}|_0^{t_2} t_2 - c'_{pm}|_0^{t_1} t_1}{t_2 - t_1} = \frac{1,397 \cdot 1000 - 1,300 \cdot 100}{1000 - 100} = 1,405 \text{ кДж/(м}^3 \cdot \text{К)}.$$

Пример 3-3. Дана газовая смесь следующего состава:

$$r_{\text{CO}_2} = 0,1; r_{\text{N}_2} = 0,8; r_{\text{H}_2\text{O}} = 0,1.$$

Требуется определить среднюю объемную теплоемкость заданной смеси при изобарном нагревании ее от $t_1 = 200^\circ\text{C}$ до $t_2 = 1200^\circ\text{C}$. Зависимость теплоемкости от температуры нелинейная.

Решение. По формуле (3-18)

$$c'_{pm} = \frac{c'_{pm}|_0^{t_2} t_2 - c'_{pm}|_0^{t_1} t_1}{t_2 - t_1};$$

пользуясь табл. ПЗ, находим:

для азота

$$c'_{pm} = \frac{1,4202 \cdot 1200 - 1,3038 \cdot 200}{1200 - 200} = 1,437 \text{ кДж}/(\text{м}^3 \cdot \text{К});$$

для углекислоты

$$c'_{pm} = \frac{2,2638 \cdot 1200 - 1,7873 \cdot 200}{1200 - 200} = 2,363 \text{ кДж}/(\text{м}^3 \cdot \text{К});$$

для водяных паров

$$c'_{pm} = \frac{1,7769 \cdot 1200 - 1,5223 \cdot 200}{1200 - 200} = 1,825 \text{ кДж}/(\text{м}^3 \cdot \text{К}).$$

По формуле (3-28)

$$(c'_{pm})_{\text{см}} = (rc'_{pm})_{\text{N}_2} + (rc'_{pm})_{\text{CO}_2} + (rc'_{pm})_{\text{H}_2\text{O}} = 0,8 \cdot 1,437 + 0,1 \cdot 2,363 + 0,1 \cdot 1,825 = 1,568 \text{ кДж}/(\text{м}^3 \cdot \text{К}).$$

ГЛАВА ЧЕТВЕРТАЯ

ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ В ГАЗАХ

4-1. Основные процессы и их исследование

Изменение состояния газа характеризуется в общем случае изменением всех его основных параметров p , v , t , при этом теплота либо подводится к газу, либо от него отводится. Такие процессы называются политропными. Наибольший практический и теоретический интерес представляют такие процессы, в которых какой-либо из основных параметров не меняется или процесс осуществляется без теплообмена с внешней средой. Таких процессов всего четыре: изохорный ($v = \text{const}$), изобарный ($p = \text{const}$), изотермический ($t = \text{const}$) и адиабатный ($dq = 0$). Эти процессы называются основными.

При изучении процесса определяют:

1) зависимости между изменяющимися параметрами состояния газа;

2) количество теплоты, подводимой к газу, и изменение его внутренней энергии;

3) работу, совершаемую газом при расширении.

Все процессы рассматриваются как равновесные и обратимые, при исследовании применяются уравнение состояния идеального газа и первый закон термодинамики.

4-2. Изохорный процесс

Изохорным называется процесс, протекающий при постоянном объеме; его уравнение:

$$v = \text{const.} \quad (4-1)$$

Зависимость между изменяющимися параметрами находим из уравнения состояния:

$$\frac{p}{T} = \frac{R}{v} = \text{const}$$

или

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{T_2}, \quad (4-2)$$

т. е. давление изменяется пропорционально абсолютной температуре. Это значит, что при подводе теплоты к газу (нагревание) его давление и температура увеличиваются, при отводе теплоты (охлаждение) — уменьшаются.

При $v = \text{const}$ имеем: $dv = 0$ и $dl = p dv = 0$; следовательно, в этом процессе работа не совершается и поэтому подводимая теплота расходуется полностью на изменение внутренней энергии газа:

$$dq_v = du = c_v dt. \quad (4-3)$$

Поэтому для конечного процесса имеем:
при постоянной теплоемкости

$$q_v = \Delta u = c_v (t_2 - t_1); \quad (4-4)$$

при переменной теплоемкости

$$q_v = \Delta u = c_{vm} (t_2 - t_1). \quad (4-5)$$

Изменение внутренней энергии идеального газа не зависит от свойств или характера процесса, поэтому полученные уравнения (4-4) и (4-5) действительны для любых процессов.

Изменение энтальпии подсчитывается по уравнению (2-11), как теплота процесса $p = \text{const}$:

$$\Delta i = \int_1^2 c_p dt,$$

откуда получим:

при постоянной теплоемкости

$$\Delta i = c_p (t_2 - t_1); \quad (4-6)$$

при переменной теплоемкости

$$\Delta i = c_{pm} (t_2 - t_1). \quad (4-7)$$

В соответствии со свойствами энтальпии можно отметить, что уравнения (4-6) и (4-7) действительны для любых процессов в идеальных газах.

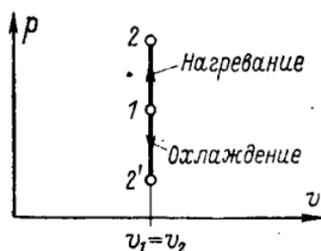


Рис. 4-1. Изохорный процесс.

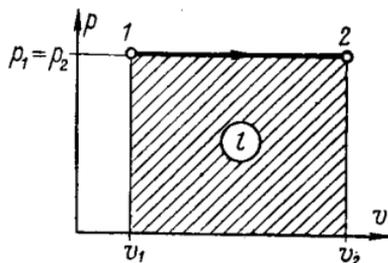


Рис. 4-2. Изобарный процесс.

В координатах p, v изохора изображается вертикальной линией, при нагревании направленной вверх, при охлаждении — вниз (рис. 4-1).

4-3. Изобарный процесс

Процесс, протекающий при постоянном давлении, называется изобарным. В координатной системе p, v изобара изображается прямой 1—2, параллельной оси абсцисс (рис. 4-2); уравнение ее

$$p = \text{const}. \quad (4-8)$$

Зависимость между переменными значениями удельных объемов и абсолютных температур известна из закона Гей-Люссака:

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{T_1}{T_2}. \quad (4-9)$$

Таким образом, при увеличении объема газа температура его повышается, при уменьшении объема — понижается.

Работа расширения на рис. 4-2 изображается заштрихованной площадью под линией 1—2 и определяется по уравнению

$$l = \int_1^2 p dv = p(v_2 - v_1) = R(T_2 - T_1). \quad (4-10)$$

Количество теплоты, подведенной к газу в изобарном процессе, можно найти по уравнению (3-3)

$$q = \int_1^2 c_p dt,$$

откуда имеем:

при постоянной теплоемкости

$$q = c_p(t_2 - t_1) = i_2 - i_1; \quad (4-11)$$

при переменной теплоемкости

$$q = c_{pm}(t_2 - t_1). \quad (4-12)$$

При термодинамических исследованиях процессов используют коэффициент α , который определяет долю теплоты процесса, идущую на изменение внутренней энергии:

$$\alpha = \frac{\Delta u}{q}. \quad (4-13)$$

Если в изобарном процессе рабочим телом служат двухатомные газы, при $c = \text{const}$ имеем:

$$\alpha = \frac{\Delta u}{q} = \frac{c_v \Delta t}{c_p \Delta t} = \frac{1}{k} = \frac{1}{1,4} = 0,715,$$

т. е. в этом процессе 71,5% всей теплоты расходуется на изменение внутренней энергии и, следовательно, остальные 28,5% — на работу расширения.

4-4. Изотермический процесс

Процесс, протекающий при постоянной температуре ($T = \text{const}$), называется изотермическим.

В соответствии с уравнением состояния для идеального газа получим:

$$pv = RT = \text{const},$$

поэтому уравнение процесса, выражающее закон Бойля — Мариотта, имеет вид:

$$pv = \text{const.} \quad (4-14)$$

В координатах pv изотермический процесс изображается гиперболической кривой, т. е. линией, симметрично расположенной относительно координатных осей (рис. 4-3).

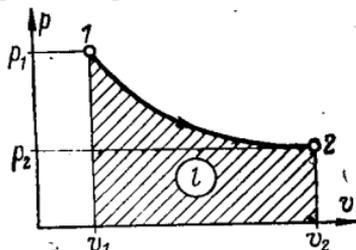


Рис. 4-3. Изотермический процесс.

Из уравнения (4-14) следует:

$$p_1 v_1 = p_2 v_2 \quad (4-15)$$

ИЛИ

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{v_2}{v_1} \quad (4-16)$$

Таким образом, при постоянной температуре давление газа изменяется обратно пропорционально его объему (закон Бойля — Мариотта).

Изменения внутренней энергии и энтальпии идеального газа зависят только от температуры, поэтому в изотермическом процессе

$$\Delta u = c_v (t_2 - t_1) = 0 \text{ и } u = \text{const.};$$

$$\Delta i = c_p (t_2 - t_1) = 0 \text{ и } i = \text{const.}$$

Тогда в соответствии с первым законом термодинамики по уравнению (2-4) получим:

$$q = l,$$

т. е. в изотермическом процессе вся теплота, сообщаемая газу, расходуется полностью на работу расширения.

Найдем работу процесса, воспользовавшись уравнением (2-3):

$$l = \int_1^2 p dv.$$

Так как

$$pv = p_1 v_1 \text{ и } p = \frac{p_1 v_1}{v},$$

то

$$l = \int_1^2 p_1 v_1 \frac{dv}{v} = p_1 v_1 \ln \frac{v_2}{v_1} = RT \ln \frac{v_2}{v_1}, \quad (4-17)$$

или при замене натурального логарифма десятичным

$$l = 2,303 p_1 v_1 \lg \frac{v_2}{v_1} = 2,303 RT \lg \frac{v_2}{v_1}. \quad (4-18)$$

Путем замены отношений объемов обратным отношением давлений из уравнения (4-18) можно получить другие уравнения для определения работы изотермического процесса.

В рассматриваемом процессе

$$a = \frac{\Delta u}{q} = 0$$

и

$$c = \frac{dq}{dt} = \infty.$$

4-5. Адиабатный процесс

Адиабатным называется процесс, который осуществляется без теплообмена между газом и внешней средой. Известно, что любой термодинамический процесс можно представить как последовательность элементарных (бесконечно малых) процессов. В каждом таком процессе в данном случае теплота не подводится и не отводится, поэтому характеристикой процесса служит равенство

$$dq=0,$$

следовательно, для конечного процесса теплота $q=0$.

Уравнение процесса найдем путем совместного решения уравнений состояния и первого закона термодинамики. При $dq=0$ имеем:

$$du + p dv = 0$$

или

$$c_v dt + p dv = 0.$$

Подставляя из уравнения (3-26) $c_v = R/(k-1)$, получаем:

$$\frac{R}{k-1} dt + p dv = 0$$

или

$$R dt + (k-1) p dv = 0. \quad (4-19)$$

Дифференцирование уравнения $p v = RT$ дает выражение

$$p dv + v dp = R dT.$$

Подставив его в уравнение (4-19), получим:

$$p dv + v dp + (k-1)p dv = 0,$$

откуда

$$kp dv + v dp = 0.$$

Путем деления последнего уравнения на $p v$ приведем его к виду:

$$k \frac{dv}{v} + \frac{dp}{p} = 0.$$

Интегрируя это выражение при постоянном значении k , получаем:

$$k \ln v + \ln p = \text{const},$$

или

$$p v^k = \text{const}. \quad (4-20)$$

Это и есть уравнение адиабаты, дающее аналитическую зависимость между переменными параметрами p и v . В p, v -диаграмме адиабатный процесс изображается кривой линией, близкой к гиперболе, которая смещена относительно координатных осей (рис. 4-4).

Из уравнения (4-20) следует:

$$\frac{p_1}{p_2} = \left(\frac{v_2}{v_1} \right)^k \quad \text{или} \quad \frac{v_2}{v_1} = \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{1}{k}}. \quad (4-21)$$

Решая совместно уравнения (4-21) и уравнение состояния (1-16), получаем соотношение между температурами и объемами:

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^{k-1} \quad (4-22)$$

или между температурами и давлениями:

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}}. \quad (4-23)$$

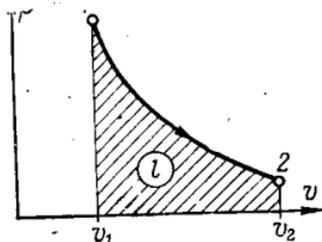


Рис. 4-4. Адиабатный процесс.

Работа процесса. В адиабатном процессе теплота не подводится и не отводится ($dq=0$). Поэтому работа в этом процессе совершается за счет внутренней энергии газа, тогда

$$l = -\Delta u = c_v(t_1 - t_2), \quad (4-24)$$

но $c_v = R / (k-1)$, поэтому можно записать:

$$l = \frac{R}{k-1} (t_1 - t_2). \quad (4-25)$$

Так как

$$p_1 v_1 = RT_1 \text{ и } p_2 v_2 = RT_2,$$

то

$$l = \frac{1}{k-1} (p_1 v_1 - p_2 v_2). \quad (4-26)$$

В результате дальнейших преобразований, имеем:

$$l = \frac{p_1 v_1}{k-1} \left(1 - \frac{p_2 v_2}{p_1 v_1}\right) = \frac{p_1 v_1}{k-1} \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right). \quad (4-27)$$

Если в уравнение (4-27) вместо отношения температур из уравнений (4-22) и (4-23) подставить отношения объемов и отношения давлений, то получим уравнения:

$$l = \frac{p_1 v_1}{k-1} \left[1 - \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{k-1}\right] \quad (4-28)$$

и

$$l = \frac{p_1 v_1}{k-1} \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}}\right]. \quad (4-29)$$

• Коэффициент

$$\alpha = \frac{\Delta u}{q} = \infty;$$

теплоемкость процесса

$$c = \frac{dq}{dt} = 0.$$

4-6. Политропные процессы

Политропным называется всякий обратимый термодинамический процесс, который подчиняется уравнению

$$p v^n = \text{const}, \quad (4-30)$$

где показатель n может иметь любое значение от $-\infty$ до $+\infty$. Для каждого процесса показатель n — величина постоянная. Ранее рассмотренные процессы являются также политропными, каждый из них имеет определенный показатель n . Действительно, уравнение $p v^n = \text{const}$ приводится: при $n=0$ к уравнению изобарного процесса $p = \text{const}$, при $n=1$ к уравнению изотермического про-

цесса $p v = \text{const}$, при $n = k$ к уравнению адиабатного процесса $p v^k = \text{const}$. Извлекая корень n -й степени из уравнения $p v^n = \text{const}$, приведем его к виду $p^{1/n} v = \text{const}$, откуда при $n \pm \infty$ получим: $v = \text{const}$, т. е. уравнение изохорного процесса.

Из уравнения (4-30) можно получить соотношения между параметрами p и v для каких-либо произвольных состояний, характеризующихся точками 1 и 2, политропного процесса, а именно:

$$p_1 v_1^n = p_2 v_2^n$$

или

$$\frac{p_1}{p_2} = \left(\frac{v_2}{v_1} \right)^n \quad \text{и} \quad \frac{v_2}{v_1} = \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{1}{n}}. \quad (4-31)$$

Уравнение политропы отличается от уравнения адиабаты только показателем степени при v . Поэтому, чтобы получить соотношения между параметрами p и T , T и v для политропного процесса, используются уравнения (4-22) и (4-23). Заменяем в них показатель адиабаты k на показатель политропы n :

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}}; \quad (4-32)$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^{n-1}. \quad (4-33)$$

Аналогично, используя уравнения (4-25) — (4-29) для работы в адиабатном процессе, получаем уравнения для работы в политропном процессе, а именно:

$$l = \frac{R}{n-1} (t_1 - t_2); \quad (4-34)$$

$$l = \frac{1}{n-1} (p_1 v_1 - p_2 v_2); \quad (4-35)$$

$$l = \frac{p_1 v_1}{n-1} \left(1 - \frac{T_2}{T_1} \right); \quad (4-36)$$

$$l = \frac{p_1 v_1}{n-1} \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} \right]; \quad (4-37)$$

$$l = \frac{p_1 v_1}{n-1} \left[1 - \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^{n-1} \right]. \quad (4-38)$$

В политропном процессе теплота расходуется на изменение внутренней энергии и на работу расширения

$$q = \Delta u + l.$$

Если теплоемкость политропного процесса c_n , то

$$c_n(t_2 - t_1) = c_v(t_2 - t_1) - \frac{R}{n-1}(t_2 - t_1),$$

откуда

$$c_n = c_v - \frac{R}{n-1} = c_v - \frac{c_p - c_v}{n-1}.$$

После элементарных преобразований получим выражение для определения теплоемкости политропного процесса через показатель степени n :

$$c_n = c_v \frac{n-k}{n-1}. \quad (4-39)$$

Таким образом, теплота, расходуемая в политропном процессе, может быть подсчитана непосредственно по уравнению

$$q = c_v \frac{n-k}{n-1} (t_2 - t_1). \quad (4-40)$$

Взяв отношение изменения внутренней энергии Δu к теплоте q соответственно по уравнению (4-4) и (4-40), получим общее выражение для определения коэффициента α в политропном процессе:

$$\alpha = \frac{\Delta u}{q} = \frac{c_v \Delta t}{c_v \frac{n-k}{n-1} \Delta t}$$

или окончательно:

$$\alpha = \frac{n-1}{n-k}. \quad (4-41)$$

где $k = c_p / c_v$ находится в зависимости от атомности газа.

Показатель политропы n можно найти расчетным путем, логарифмируя соотношения между любой парой основных параметров, определяемых из уравнений (4-31) — (4-33).

Например, если точки 1 и 2 принадлежат политропе, то из уравнения (4-31) имеем:

$$\frac{p_1}{p_2} = \left(\frac{v_2}{v_1} \right)^n,$$

откуда после логарифмирования находим:

$$n = \lg \frac{p_1}{p_2} / \lg \frac{v_2}{v_1}. \quad (4-42)$$

Таким же путем можно найти показатель n , если в начальном и конечном состояниях политропного процесса будут известны одновременно значения p и T или T и v .

4-7. Исследование политропных процессов

Проведем графики четырех основных процессов в координатной системе p v так, чтобы они проходили через одну и ту же точку A (рис. 4-5). Рассматривая график и зная свойства процессов, можно сделать ряд выводов:

1. При расширении газа кривые процессов будут располагаться тем ниже, чем больше показатель n ; при сжатии — наоборот.

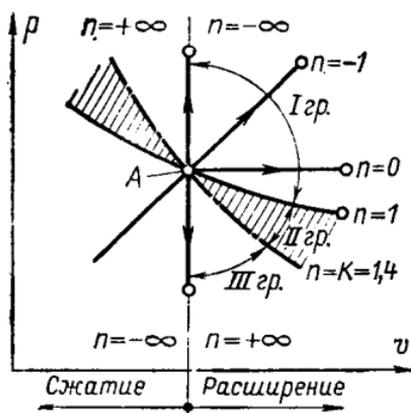


Рис. 4-5. Три группы политропных процессов в p , v -диаграмме.

2. Изотермический процесс ($n=1$) делит все политропные процессы на две группы. Выше и правее изотермы все процессы расширения и сжатия протекают с увеличением внутренней энергии и температуры; процессы, расположенные ниже и левее изотермы, идут с уменьшением внутренней энергии и температуры.

3. Все процессы расширения и сжатия, расположенные правее и выше адиабаты ($n=k$), протекают с подводом тепла и, наоборот, расположенные левее и ниже адиабаты — с отводом тепла.

По характеру преобразования энергии политропные процессы можно разделить на три группы, каждая из которых обладает определенными свойствами. Рас-

смотрим свойства каждой группы применительно к процессам расширения.

К первой группе относятся политропные процессы со значениями показателя от $-\infty < n < 1$, т. е. расположенные между изохорой и изотермой. В процессах расширения теплота подводится, причем часть ее расходуется на работу, а другая часть — на изменение внутренней энергии. При удалении от изохоры и приближении к изотерме, т. е. с увеличением показателя политропы n , доля теплоты, расходуемая на работу, будет непрерывно увеличиваться, а доля теплоты, идущая на изменение внутренней энергии, уменьшаться. Коэффициент $\alpha = \Delta u/q$ меньше единицы, но положителен. Поскольку в процессах $dq > 0$, $\Delta u > 0$ и $dt > 0$, то теплоемкость в этой группе политропных процессов положительна.

Вторая группа политропных процессов расположена между изотермой и адиабатой; следовательно, в эту группу входят процессы при $1 < n < k$.

В процессах расширения работа совершается частично за счет подводимого тепла и частично за счет внутренней энергии, при этом с увеличением показателя политропы n и приближением к адиабате все большая часть работы будет совершаться за счет внутренней энергии и все меньшая — за счет подводимого тепла. Коэффициент $\alpha = \Delta u/q$ будет величиной отрицательной, а по абсолютному значению может быть как меньше, так и больше единицы. Теплоемкость политропных процессов второй группы отрицательна. Это значит, что, несмотря на подвод тепла в процессе, температура газа понижается.

Третья группа процессов расположена между адиабатой и изохорой с отводом теплоты, следовательно, в эту группу входят процессы с показателем политропы

$$k < n < +\infty.$$

В этих процессах работа совершается за счет внутренней энергии, но одновременно часть внутренней энергии в виде теплоты отдается холодному источнику. При удалении от адиабаты и приближении к изохоре, т. е. с увеличением показателя политропы n , все меньше внутренней энергии будет расходоваться на работу и все больше отдаваться холодному источнику. Коэффициент α положительный и больше единицы. Теплоемкость политропных процессов третьей группы положительна.

Пример 4-1. В резервуаре вместимостью 2 м³ находится воздух при $p_1=0,1$ МПа и $t_1=27^\circ\text{C}$. В результате подвода тепла ($v=\text{const}$) температура газа повысилась до $t_2=500^\circ\text{C}$. Определить конечное давление, а также количество подведенной теплоты и изменение энтальпии; теплоемкость нелинейная.

Решение. Из уравнения состояния находим:

$$m = \frac{p_1 v_1}{RT_1} = \frac{0,1 \cdot 10^6 \cdot 2}{287 \cdot 300} = 2,33 \text{ кг.}$$

Конечное давление

$$p_2 = p_1 \frac{T_2}{T_1} = 0,1 \cdot \frac{773}{300} = 0,258 \text{ МПа.}$$

Средняя теплоемкость газа (табл. П3)

$$c_{vm} = \frac{c_{vm} |_{0}^{t_2} t_2 - c_{vm} |_{0}^{t_1} t_1}{t_2 - t_1} = \frac{0,7519 \cdot 500 - 0,7172 \cdot 27}{500 - 27} = 0,755 \text{ кДж/(кг} \cdot \text{K)}.$$

Средняя изобарная теплоемкость

$$c_{mp} = c_{vm} + R = 0,755 + 0,287 = 1,042 \text{ кДж/(кг} \cdot \text{K)}.$$

Количество подведенного тепла

$$Q = m c_{vm} (t_2 - t_1) = 2,33 \cdot 0,755 (500 - 27) = 831 \text{ кДж.}$$

Изменение энтальпии

$$\Delta I = \Delta i m = m c_{pm} (t_2 - t_1) = 2,33 \cdot 1,042 (500 - 27) = 1146 \text{ кДж.}$$

Пример 4-2. Двухокись углерода в количестве 10 кг в результате изобарного подвода теплоты увеличивает температуру от $t_1=200^\circ\text{C}$ до $t_2=1200^\circ\text{C}$. Определить работу расширения, количество подведенной теплоты и изменение внутренней энергии. Постоянное давление $p=1,5$ МПа; теплоемкость нелинейная.

Решение. Используя табл. П1, по уравнению (3-18) находим массовую изобарную теплоемкость:

$$c_{pm} = \frac{1,153 \cdot 1200 - 0,9102 \cdot 200}{1200 - 200} = 1,20 \text{ кДж/(кг} \cdot \text{K)}.$$

Изохорная теплоемкость (табл. П-2):

$$c_{vm} = \frac{0,9638 \cdot 1200 - 0,7214 \cdot 200}{1200 - 200} = 1,011 \text{ кДж/(кг} \cdot \text{K)}.$$

Работа расширения

$$L = mR(t_2 - t_1) = 10 \cdot 0,189 (1200 - 200) = 1890 \text{ кДж.}$$

Изменение внутренней энергии

$$\Delta U = m c_{vm} (t_2 - t_1) = 10 \cdot 1,011 (1200 - 200) = 10110 \text{ кДж.}$$

Количество подведенной теплоты

$$Q = m c_{pm} (t_2 - t_1) = 10 \cdot 1,20 (1200 - 200) = 12000 \text{ кДж.}$$

Пример 4-3. Воздух в количестве 5 кг с начальным давлением $p_1=1,5$ МПа и температурой $t_1=157^\circ\text{C}$ изотермически расширяется до $V_2=4V_1$. Определить объемы V_1 и V_2 , конечное давление p_2 и работу расширения.

Решение. Начальный объем находим по уравнению (1-17):

$$V_1 = \frac{mRT_1}{p_1} = \frac{5 \cdot 287 \cdot 430}{1,5 \cdot 10^6} = 0,412 \text{ м}^3.$$

Конечный объем

$$V_2 = 4V_1 = 4 \cdot 0,412 = 1,648 \text{ м}^3.$$

Конечное давление

$$p_2 = \frac{p_1}{4} = \frac{1,5}{4} = 0,375 \text{ МПа}.$$

Работа расширения

$$L = 2,303mRT \lg V_2/V_1 = 2,303 \cdot 5 \cdot 0,287 \cdot 430 \lg 4 = 852 \text{ кДж}.$$

Пример 4-4. Кислород в количестве 1 кг адиабатно расширяется от начального состояния, определяемого давлением $p_1=1,0$ МПа и температурой $t_1=277^\circ\text{C}$, до конечного состояния, определяемого давлением $p_2=0,1$ МПа. Определить конечные параметры газа и работу расширения.

Решение. По уравнению (1-16)

$$v_1 = \frac{RT_1}{p_1} = \frac{260 \cdot 550}{1,0 \cdot 10^6} = 0,143 \text{ м}^3/\text{кг}.$$

Конечный объем находим по уравнению (4-21):

$$v_2 = v_1 \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{1}{k}} = 0,143 \cdot 10^{\frac{1}{1,4}} = 0,74 \text{ м}^3/\text{кг}.$$

Работа, совершаемая газом в процессе, определяется по уравнению (4-26):

$$l = \frac{1}{k-1} (p_1 v_1 - p_2 v_2) = \\ = \frac{10^6}{1,4-1} (1,0 \cdot 0,143 - 0,1 \cdot 0,74) = 173\,000 \text{ Дж} = 173 \text{ кДж}.$$

Конечная температура газа

$$T_2 = \frac{p_2 v_2}{R} = \frac{0,1 \cdot 10^6 \cdot 0,74}{260} = 285 \text{ К}.$$

Пример 4-5. Азот объемом 6 м³ политропно расширяется от $p_1=0,6$ МПа и $t_1=90^\circ\text{C}$ до конечного давления $p_2=0,15$ МПа и объема $V_2=18$ м³. Определить показатель политропы, теплоту процесса, работу расширения и изменение внутренней энергии.

Решение. По формуле (4-42)

$$n = \frac{\lg \frac{p_1}{p_2}}{\lg \frac{V_2}{V_1}} = \frac{\lg \frac{0,6}{0,15}}{\lg \frac{18}{6}} = 1,26.$$

Таким образом, рассматриваемый процесс относится ко второй группе.

Из уравнения состояния находим массу азота:

$$m = \frac{p_1 V_1}{RT_1} = \frac{0,6 \cdot 10^6 \cdot 6}{297,0 \cdot 363} = 33,4 \text{ кг.}$$

По тому же уравнению находим конечную температуру газа

$$T_2 = \frac{p_2 V_2}{Rm} = \frac{0,15 \cdot 10^6 \cdot 18}{297,0 \cdot 33,4} = 272,5 \text{ К.}$$

По уравнению (3-1), используя табл. 3-2, имеем:

$$c_v = \frac{\mu c_v}{\mu} = \frac{20,9}{28} = 0,748 \text{ кДж/(кг·К).}$$

Работа, совершаемая газом в процессе расширения, по уравнению (4-35) равна:

$$L = \frac{1}{n-1} (p_1 V_1 - p_2 V_2) = \frac{10^6}{1,26-1} (0,6 \cdot 6 - 0,15 \cdot 18) = 3470 \text{ кДж.}$$

Теплота, сообщенная газу в процессе, определяется по формуле (4-40):

$$Q = mc_v \frac{n-k}{n-1} (t_2 - t_1) = 33,4 \cdot 0,748 \frac{1,26-1,4}{1,26-1} (-0,5-90) = 1215 \text{ кДж.}$$

Изменение внутренней энергии:

$$\Delta U = \Delta u m = mc_v (t_2 - t_1) = 33,4 \cdot 0,748 (-0,5-90) = -2255 \text{ кДж.}$$

ГЛАВА ПЯТАЯ

ВТОРОЙ ЗАКОН ТЕРМОДИНАМИКИ

5-1. Круговые процессы (циклы)

Процессы, в которых рабочее тело, пройдя ряд различных состояний, возвращается в исходное состояние, называются круговыми процессами или циклами (рис. 5-1). Циклы бывают прямые и обратные. Прямые циклы осуществляются в тепловых машинах, в которых теплота переходит в работу, а обратные — в холодильных установках, где работа переходит в теплоту.

Если процессы, входящие в цикл, равновесные и обратимые, то цикл *обратимый*. Если какой-либо процесс, входящий в цикл, неравновесный, то и весь цикл будет неравновесным и, следовательно, *необратимым*.

Если процесс, входящий в цикл, неравновесный, то и весь цикл будет неравновесным и, следовательно, *необратимым*.

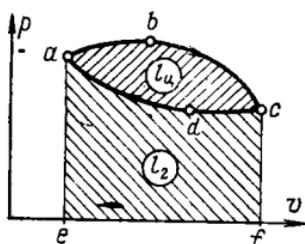


Рис. 5-1. Произвольный прямой круговой процесс (цикл).

мым. Все циклы протекают таким образом, что на некоторых его участках теплота подводится к рабочему телу, а на других, наоборот, рабочее тело отдает теплоту.

В прямых циклах *источники, от которых рабочее тело получает теплоту, называются горячими источниками или теплоотдатчиками, а источники, которым рабочее тело отдает теплоту, называются холодными источниками или теплоприемниками.* В обратных циклах роль источников меняется.

В обратимых циклах подвод и отвод теплоты должен происходить при бесконечно малой разности температур между рабочим телом и источниками теплоты. Поэтому если температура рабочего тела изменяется, то обратимый цикл можно осуществить только при наличии бесконечного большого числа источников теплоты, температуры которых отличаются друг от друга на бесконечно малую величину.

Рассмотрим произвольный прямой обратимый цикл $abcd$, изображенный на рис. 5-1. Из графика видно, что процессы расширения ab и bc расположены выше процессов сжатия cd и da и изменение состояния рабочего тела происходит по часовой стрелке. В этом случае положительная работа расширения $l_1 = \text{пл.} eabcf$ больше отрицательной работы сжатия $l_2 = \text{пл.} eadcf$.

Полезная работа цикла $l_{\text{ц}}$ равна разности работ расширения и сжатия и изображается площадью $abcd$, ограниченной замкнутой линией цикла, т. е. $l_{\text{ц}} = l_1 - l_2$.

В процессах расширения ab и bc к рабочему телу подводится теплота q_1 от горячих источников, а в процессах сжатия cd и da рабочее тело отдает теплоту q_2 холодным источникам или теплоприемникам.

Таким образом, полезно использованная теплота за цикл будет равна:

$$q_{\text{ц}} = q_1 - q_2.$$

В круговых процессах начальное и конечное состояния рабочего тела совпадают, поэтому изменение его внутренней энергии равно нулю. Следовательно,

$$q_{\text{ц}} = l_{\text{ц}}. \quad (5-1)$$

Степень термодинамического совершенства прямого цикла характеризуется термическим коэффициентом полезного действия (к. п. д.), кото-

рый представляет собой отношение работы цикла $l_{\text{ц}}$ к подводимой теплоте q_1 и обозначается η_t , т. е.

$$\eta_t = \frac{l_{\text{ц}}}{q_1} = \frac{q_1 - q_2}{q_1} = 1 - \frac{q_2}{q_1}. \quad (5-2)$$

Так как в прямых циклах q_1 всегда больше q_2 , то термический к. п. д. всегда меньше единицы.

В обратном цикле изменение состояния рабочего тела происходит в обратной последовательности, т. е. против часовой стрелки и процессы расширения ad и dc располагаются ниже процессов сжатия cb и ba (рис. 5-2).

При расширении газа совершается работа

$$l_2 = \text{пл. } eadcf,$$

которая будет меньше работы сжатия

$$l_1 = \text{пл. } eabcf.$$

Рис. 5-2. Произвольный обратный круговой процесс (цикл).

Работа цикла, равная разности работ расширения и сжатия, изображается площадью цикла

$$l_{\text{ц}} = \text{пл. } abcd;$$

она отрицательна.

В процессах расширения ad и dc к рабочему телу подводится теплота в количестве q_2 от холодных источников, а в процессах сжатия cb и ba от рабочего тела отводится теплота q_1 к горячим источникам, следовательно,

$$-q_{\text{ц}} = q_2 - q_1.$$

В обратных циклах, как и в прямых, $\Delta u = 0$, поэтому

$$-l_{\text{ц}} = -q_{\text{ц}},$$

тогда

$$-l_{\text{ц}} = q_2 - q_1$$

или

$$q_1 = q_2 + l_{\text{ц}}. \quad (5-3)$$

Таким образом, горячим источникам передается теплота холодильника и теплота, эквивалентная работе цикла.

Степень совершенства обратного цикла характеризуется холодильным коэффициентом, который представляет собой отношение подводимой теплоты q_2 к работе цикла $l_{ц}$ и обозначается буквой ϵ :

$$\epsilon = q_2 / l_{ц}. \quad (5-4)$$

Холодильный коэффициент может быть как больше, так и меньше единицы; в большинстве случаев он больше единицы.

5-2. Прямой обратимый цикл Карно

В 1824 г. французский инженер Сади Карно предложил простейший цикл, которому в дальнейшем было присвоено его имя. Прямой обратимый цикл Карно является идеальным циклом тепловых машин и осуществляется при наличии горячего источника постоянной температуры T_1 и холодного источника постоянной температуры T_2 . Цикл состоит из двух изотермических и двух адиабатных процессов. Его графическое изображение в координатах p, v приведено на рис. 5-3.

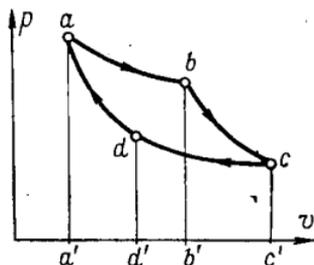


Рис. 5-3. Прямой обратимый цикл Карно.

Рассмотрим свойства цикла Карно, в котором в качестве рабочего тела используется 1 кг идеального газа. Из начального состояния a газ расширяется по изотерме ab при температуре T_1 , получая от горячего источника теплоту q_1 , которая полностью переходит в работу.

По уравнению (4-17) имеем:

$$q_1 = l_1 = RT_1 \ln(v_b / v_a) = \text{пл. } a'abb'. \quad (a)$$

В точке b происходит отключение от горячего источника и газ расширяется по адиабате bc , совершая работу за счет внутренней энергии, вследствие чего температура газа понижается от T_1 до T_2 .

По уравнению (4-24) эта работа равна:

$$l_{bc} = -\Delta u_{bc} = c_v(T_1 - T_2) = \text{пл. } b'bcc'. \quad (б)$$

В точке c газ сообщается с холодным источником и сжимается по изотерме cd , отдавая ему теплоту q_2 , эквивалентную работе сжатия, при постоянной темпе-

ратуре T_2 . По уравнению (4-17)

$$q_2 = l_2 = -RT_2 \ln(v_c/v_d) = \text{пл } d'dcc'. \quad (\text{в})$$

Затем в точке d происходит отключение от холодного источника и газ адиабатным сжатием da возвращается в начальное состояние. При адиабатном сжатии происходит увеличение внутренней энергии газа и температура его повышается от T_2 до T_1 .

В соответствии с уравнением (4-24)

$$l_{da} = -\Delta u_{da} = -c_v(T_1 - T_2) = \text{пл } a'add'. \quad (\text{г})$$

Из уравнений (в) и (г) следует, что в цикле Карно работа адиабатных процессов расширения и сжатия равна по абсолютной величине и обратна по знаку и поэтому на результирующую работу цикла они не оказывают влияния. Таким образом, *работа газа за цикл будет равна разности работ, которую он совершает при изотермическом расширении и сжатии.*

Термический к. п. д. цикла Карно, как и любого другого, определяется по уравнению (5-2)

$$\eta_t = 1 - \frac{q_2}{q_1}.$$

Подставляя из уравнений (а) и (с) значения q_1 и q_2 , получаем:

$$\eta_t = 1 - \frac{RT_2 \ln(v_c/v_d)}{RT_1 \ln(v_b/v_a)}. \quad (5-5)$$

Для адиабатных процессов bc и da имеем:

$$\left(\frac{v_b}{v_c}\right)^{k-1} = \frac{T_c}{T_b} = \frac{T_2}{T_1};$$

$$\left(\frac{v_a}{v_d}\right)^{k-1} = \frac{T_d}{T_a} = \frac{T_2}{T_1},$$

поэтому

$$\frac{v_b}{v_c} = \frac{v_a}{v_d} \quad \text{или} \quad \frac{v_b}{v_a} = \frac{v_c}{v_d}. \quad (5-6)$$

На основании уравнений (5-5) и (5-6) окончательное выражение термического к. п. д. цикла Карно будет иметь вид:

$$\eta_t = 1 - \frac{T_2}{T_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}. \quad (5-7)$$

Полученное уравнение (5-7) позволяет сделать некоторые выводы:

1. Термический к. п. д. цикла Карно зависит только от температуры горячего источника T_1 и температуры холодильника T_2 .

2. Чем выше температура горячего источника и чем ниже температура холодильника, тем выше термический к. п. д.

3. Так как температура холодного источника T_2 всегда положительна, термический к. п. д. цикла Карно всегда меньше единицы. Это значит, что теплоту q_1 , подводимую в цикле к рабочему телу, невозможно полностью превратить в работу, часть ее в количестве q_2 отдается холодному источнику.

4. В уравнение (5-7) не входят какие-либо величины, характеризующие свойства рабочего тела (R , k), поэтому можно утверждать, что термический к. п. д. цикла Карно не зависит от природы рабочего тела.

5-3. Обратный обратимый цикл Карно

Изображение обратного цикла Карно приведено на рис. 5-4. Цикл состоит из тех же процессов, что и прямой цикл, но изменение состояния газа происходит в направлении против часовой стрелки. Сначала происходит адиабатное расширение ad и температура рабочего тела понижается от T_1 до T_2 . При последующем расширении по изотерме dc газ получает теплоту от холодильника в количестве q_2 при постоянной температуре T_2 . Последующим сжатием сначала по адиабате cb , а затем по изотерме ba газ возвращается в исходное состояние. При адиабатном сжатии температура газа повышается от T_2 до T_1 ; при изотермическом сжатии газ отдает горячему источнику теплоту в количестве q_1 при постоянной температуре T_1 .

На осуществление обратного цикла Карно затрачивается внешняя работа $l_{ц}$, которая на диаграмме изображается площадью $abcd$. Эта работа переходит в эквивалентную теплоту и тоже передается горячему источнику.

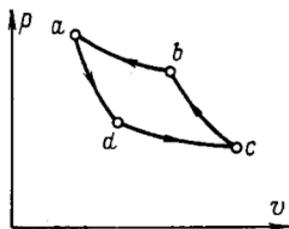


Рис. 5-4. Обратный обратимый цикл Карно.

Тепловой баланс данного цикла выражается уравнением

$$q_2 - q_1 = -l_{ц.}$$

Таким образом, в обратном цикле происходит передача теплоты q_2 от холодного источника к горячему путем затраты внешней работы.

Обратный цикл Карно является идеальным циклом холодильных установок. Это значит, что его холодильный коэффициент ε при одинаковых условиях будет больше, чем в любом произвольном обратном цикле.

Как известно (§ 5-1), холодильный коэффициент равен:

$$\varepsilon = \frac{q_2}{l_{ц.}} = \frac{q_2}{q_1 - q_2}.$$

Используя соотношения, полученные при исследовании прямого цикла Карно (§ 5-2), получаем окончательное выражение холодильного коэффициента:

$$\varepsilon = \frac{T_2}{T_1 - T_2}. \quad (5-8)$$

Поскольку в уравнение (5-8) не входят какие-либо величины, характеризующие физические свойства рабочего тела, то холодильный коэффициент цикла Карно не зависит от свойств или природы рабочего тела. Это уравнение показывает, что холодильный коэффициент увеличивается с понижением температуры T_1 и повышением температуры T_2 .

5-4. Второй закон термодинамики

Рассмотренные прямые и обратные круговые процессы отмечают особые свойства теплоты и устанавливают условия, необходимые для перехода теплоты в работу.

Из уравнения (5-7) видно, что если $T_1 = T_2$, то термический к. п. д. цикла равен нулю. Это значит, что при наличии одного температурного уровня имеющиеся запасы теплоты невозможно перевести в работу. Поэтому для перехода теплоты в работу наряду с горячим источником с температурой T_1 требуется и охладитель с более низкой температурой T_2 .

Поскольку нет естественного охладителя с температурой $T_2 = 0$, то в тепловом двигателе, работающем по

любому циклу, охладителю всегда отдается некоторое количество теплоты q_2 , составляющее часть подводимой теплоты q_1 . Таким образом, в работу можно перевести только часть подводимой теплоты, другая часть отдается охладителю, переходит на более низкий температурный уровень и не может быть использована.

Повседневный опыт показывает, что естественные тепловые процессы всегда сопровождаются переходом теплоты от тел с более высокой температурой к телам с меньшей температурой. Обратный переход теплоты от менее нагретых тел к телам, более нагретым, можно осуществить только при затрате работы.

Таким образом, на основании опытов и наблюдений за работой тепловых машин были установлены особые свойства теплоты, которые формулируются в виде закона, называемого *вторым законом термодинамики*.

Приводим некоторые наиболее распространенные формулировки второго закона термодинамики.

1. В круговом процессе подводимая теплота не может быть полностью превращена в работу.

2. Для превращения теплоты в работу необходимо иметь не только нагреватель, но и холодильник с более низкой температурой, т. е. необходим температурный перепад.

3. Теплота не может сама собой переходить от тел с низшей температурой к телам с более высокой температурой.

5-5. Математическое выражение второго закона термодинамики.

Энтропия

Термический к. п. д. обратимого цикла Карно определяется по уравнению

$$\eta_t = 1 - \frac{q_2}{q_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1},$$

откуда

$$\frac{q_2}{q_1} = \frac{T_2}{T_1} \text{ или } \frac{q_1}{T_1} = \frac{q_2}{T_2} \text{ и } \frac{q_1}{T_1} - \frac{q_2}{T_2} = 0.$$

Согласно принятым знакам подводимая теплота q_1 — величина положительная, а отводимая q_2 — отрицательная. Тогда

$$\frac{q_1}{T_1} + \frac{q_2}{T_2} = 0. \quad (5-9)$$

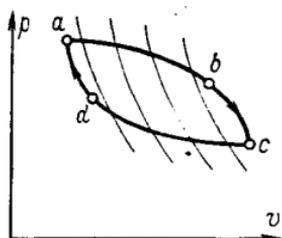


Рис. 5-5. Произвольный цикл как сумма элементарных циклов Карно.

Отношение теплоты к абсолютной температуре, при которой она подводится к телу или от него отводится, называется приведенной теплотой. Следовательно, для обратимого цикла Карно алгебраическая сумма приведенных теплот равна нулю.

Это будет справедливо и для любого обратимого цикла, что не трудно доказать. Рассмотрим произвольный обратимый цикл $abcd$ (рис. 5-5). Проведя ряд адиабат на бесконечно малом расстоянии друг от друга, мы разобьем цикл $abcd$ на большое число элементарных циклов n , каждый из которых состоит из двух адиабат и двух элементарных отрезков контура. Изменения температур по этим отрезкам будут бесконечно малы, и поэтому их можно считать изотермами, тогда каждый элементарный цикл будет элементарным циклом Карно, для которого

$$\left(\frac{\Delta q_1}{T_1} + \frac{\Delta q_2}{T_2}\right)_i = 0, \quad (5-10)$$

а для всего произвольного цикла

$$\sum_{i=1}^n \left(\frac{\Delta q_1}{T_1} + \frac{\Delta q_2}{T_2}\right)_i = 0. \quad (5-11)$$

Выражение (5-11) можно переписать следующим образом:

$$\sum_{i=1}^n \left(\frac{\Delta q_1}{T_1}\right)_i + \sum_{i=1}^n \left(\frac{\Delta q_2}{T_2}\right)_i = 0;$$

здесь $\left(\frac{\Delta q_1}{T_1}\right)_i$ — отношение количества теплоты, которое подводится в i -м элементарном цикле, к температуре, при которой осуществляется этот подвод; $\left(\frac{\Delta q_2}{T_2}\right)_i$ — отношение количества теплоты, которое отводится в i -м элементарном цикле, к температуре, при которой осуществляется этот отвод; i — номер элементарного цикла.

При изменении i от 1 до n будут просуммированы величины $\frac{\Delta q}{T}$ по всему контуру рассматриваемого цикла $abcd$, т. е.

$$\sum \frac{\Delta q}{T} = 0. \quad (5-12)$$

Таким образом, анализ произвольного обратимого цикла показал, что существует некоторая величина, обладающая особыми свойствами. Обозначим приращение этой величины символом Δs , т. е.

$$\frac{\Delta q}{T} = \Delta s.$$

Пользуясь обозначениями дифференциального исчисления, получаем:

$$\frac{dq}{T} = ds. \quad (5-13)$$

Одно из особых свойств величины s , которая называется энтропией, состоит в том, что сумма ее небольших изменений по всему контуру произвольного обратимого цикла равна нулю. Более коротко эту мысль можно выразить следующим образом: *изменение энтропии системы* в результате прохождения обратимого цикла равно нулю.*

Более подробный анализ показывает, что указанное свойство энтропии равносильно тому, что ее дифференциал является полным дифференциалом и, следовательно, *энтропия представляет собой параметр состояния вещества.*

Таким образом, для того чтобы вычислить изменение энтропии в каком-либо процессе (не цикле), необходимо из значения энтропии в конечном состоянии вычесть значение энтропии в начальном состоянии вещества. Введение нового параметра состояния — энтропии позволяет существенно упростить многие расчеты, ввести T, s -диаграмму, весьма удобную для анализа процессов и циклов, а также создать количественное выражение второго закона термодинамики.

Поскольку энтропия является параметром состояния, она может быть использована и для анализа *необрати-*

* Система в данном случае состоит из горячего источника, рабочего тела и холодного источника.

мых процессов и циклов. Рассмотрим необратимый процесс в изолированной системе**, состоящей из двух тел, имеющих различную температуру, причем $T_1 > T_2$.

При переходе теплоты от более нагретого тела к менее нагретому энтропия первого изменится на величину

$$ds_1 = -\frac{dq}{T_1}.$$

Энтропия второго тела изменится на величину

$$ds_2 = \frac{dq}{T_2}.$$

Энтропия всей системы изменится на величину, представляющую собой сумму изменений энтропии составных частей системы

$$ds_c = dq \left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} \right). \quad (5-14)$$

Поскольку $T_1 > T_2$, $ds_c > 0$, при протекании необратимого процесса в изолированной системе энтропия этой системы возрастает.

Если осуществить необратимый цикл в системе, включающей горячий источник, рабочее тело и холодный источник, изменение энтропии горячего источника за цикл будет равно:

$$\Delta s_1 = -\frac{q_1}{T_1}.$$

Изменение энтропии холодного источника будет равно.

$$\Delta s_2 = \frac{q_2}{T_2}.$$

Анализ выражения для к. п. д. необратимого цикла показывает, что по абсолютной величине уменьшение энтропии горячего источника меньше, чем увеличение энтропии холодного источника; энтропия рабочего тела в результате осуществления цикла не изменяется. Таким образом, энтропия изолированной системы в результате осуществления необратимого цикла возрастает.

Покажем это на примере необратимого цикла Карно, осуществляемого в изолированной системе. Термический

** Изолированной системой называется система, для которой невозможны теплообмен и механическое взаимодействие с окружающей средой.

к. п. д. необратимого цикла Карно всегда меньше, чем к. п. д. обратимого цикла, в связи с потерями. Соотношение между этими к. п. д. может быть записано в форме неравенства

$$\eta_{тн} < \eta_t.$$

Поскольку

$$\eta_{тн} = 1 - \frac{q_{2н}}{q_1},$$

то

$$1 - \frac{q_{2н}}{q_1} < 1 - \frac{T_2}{T_1}.$$

Последнее неравенство можно переписать так:

$$-\frac{q_{2н}}{T_2} > -\frac{q_1}{T_1}.$$

Отсюда получаем:

$$\Delta s_c > 0. \quad (5-15)$$

Таким образом, энтропия системы возрастает (энтропия системы в конечном состоянии больше, чем в начальном). Соотношение, которое выражает собой второй закон термодинамики для изолированной системы, может быть представлено в виде

$$ds_c \geq 0. \quad (5-16)$$

При этом знак равенства относится к обратимым процессам, а знак неравенства — к необратимым.

Найдем общие уравнения для подсчета изменения энтропии 1 кг идеального газа при постоянной теплоемкости.

На основании первого закона термодинамики

$$ds = \frac{dq}{T} = \frac{du}{T} + \frac{p dv}{T};$$

но $du = c_v dT$, а $p/T = R/v$, поэтому

$$ds = c_v \frac{dT}{T} + R \frac{dv}{v}. \quad (5-17)$$

После интегрирования этого уравнения получим искомую зависимость изменения энтропии от параметров T и v в следующем виде:

$$s_2 - s_1 = c_v \ln T_2/T_1 + R \ln v_2/v_1. \quad (5-18)$$

Дифференцируя уравнение $pv = RT$, находим:

$$p dv + v dp = R dT.$$

Разделив левую часть уравнения на $p v$, а правую — на $R T$, получим:

$$\frac{dv}{v} + \frac{dp}{p} = \frac{dT}{T}, \quad (a)$$

или

$$\frac{dv}{v} = \frac{dT}{T} - \frac{dp}{p}. \quad (б)$$

Подставляя выражение (a) в уравнение (5-17), получаем:

$$ds = c_v \left(\frac{dv}{v} + \frac{dp}{p} \right) + R \frac{dv}{v},$$

но

$$R + c_v = c_p,$$

поэтому

$$ds = c_p \frac{dv}{v} + c_v \frac{dp}{p}.$$

После интегрирования этого уравнения получим искомую зависимость от параметров p и v в следующем виде:

$$s_2 - s_1 = c_p \ln \frac{v_2}{v_1} + c_v \ln \frac{p_2}{p_1}. \quad (5-19)$$

Если теперь в уравнение (5-17) подставить выражение (б), получим:

$$ds = c_v \frac{dT}{T} + R \left(\frac{dT}{T} - \frac{dp}{p} \right)$$

или

$$ds = c_p \frac{dT}{T} - R \frac{dp}{p}.$$

Интегрируя, получаем искомую зависимость от параметров T и p в следующем виде:

$$s_2 - s_1 = c_p \ln \frac{T_2}{T_1} - R \ln \frac{p_2}{p_1}. \quad (5-20)$$

Как следует из уравнений (5-18) — (5-20), энтропия измеряется в тех же единицах, что и массовая теплоемкость, т. е. в кДж/(кг·К).

5-6. T, s -диаграмма

В технической термодинамике при исследовании процессов широко применяется T, s -диаграмма, на которой по оси ординат откладываются значения абсолютных температур, а по оси абсцисс — энтропии.

Изобразим произвольный обратимый процесс линией AB и рассмотрим свойства T, s -диаграммы (рис. 5-6). Как видно из диаграммы, заштрихованная элементарная

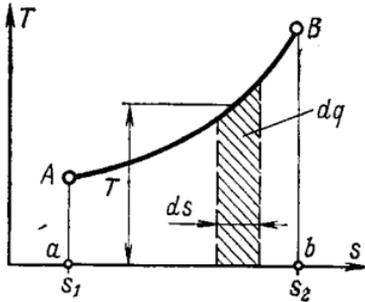


Рис. 5-6. Произвольный процесс с подводом тепла в T, s -диаграмме.

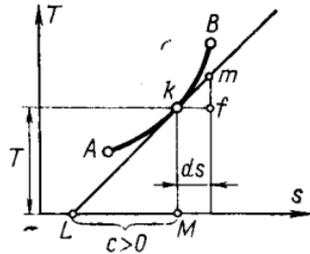


Рис. 5-7. Изображение истинной теплоемкости газа в T, s -диаграмме.

площадка с основанием ds и высотой T изображает теплоту $dq = T ds$. Тогда вся площадь $aABb$, равная сумме бесконечно большого числа элементарных площадок, будет изображать полную теплоту процесса $A-B$, т. е.

$$\text{пл. } aABb = \int_A^B T ds = q.$$

В уравнении $dq = T ds$ величина T всегда положительна, поэтому dq и ds по знаку одинаковы. Значит, если в процессе теплота подводится, то $dq > 0$, следовательно, и $ds > 0$, т. е. энтропия газа увеличивается. Если в процессе теплота отводится, то $dq < 0$, следовательно, и $ds < 0$, т. е. энтропия газа уменьшается. Таким образом, T, s -диаграмма позволяет определить количество теплоты, которое подводится к газу или отводится от него в термодинамическом процессе и изображается площадкой под кривой процесса. Кроме того, T, s -диаграмма позволяет определить в любом процессе теплоемкость рабочего тела в заданном состоянии и установить ее знак.

Чтобы это доказать, проведем касательную к политропе AB через точку k и рассмотрим два подобных треугольника LkM и kfm (рис. 5-7). Из подобия этих треугольников получим

$$\frac{LM}{kM} = \frac{kf}{mf}.$$

Так как

$$kM = T, \quad kf = ds \quad \text{и} \quad mf = dT,$$

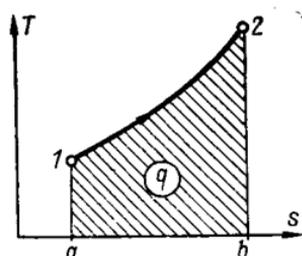
то

$$LM = kM \frac{kf}{mf} = T \frac{ds}{dT} = c,$$

что и требовалось доказать. Следовательно, в T, s -диаграмме массовая теплоемкость рабочего тела в состоянии k измеряется подкасательной кривой политропного процесса AB . Если подкасательная расположена слева от вертикали kM , то теплоемкость положительна, если справа — то отрицательна.

5-7. Термодинамические процессы газов в T, s -диаграмме

Изохорный процесс. При $v = \text{const}$ из уравнения (5-18) получим:



$$s_2 - s_1 = c_v \ln \frac{T_2}{T_1}$$

или

$$s_2 - s_1 = 2,303 c_v \lg \frac{T_2}{T_1}. \quad (5-21)$$

Рис. 5-8. Изохорный процесс в T, s -диаграмме.

Следовательно, изохора изображается логарифмической кривой, обращенной выпуклостью в сторону оси абсцисс. Площадь под кривой процесса изображает подводимую теплоту, которая в этом случае равна изменению внутренней энергии (рис. 5-8).

Изобарный процесс. При постоянном давлении уравнение (5-20) приводится к виду

$$s_2 - s_1 = c_p \ln \frac{T_2}{T_1},$$

или

$$s_2 - s_1 = 2,303 c_p \lg \frac{T_2}{T_1}. \quad (5-22)$$

Таким образом, изобарный процесс в T, s -диаграмме изображается также логарифмической кривой. Однако из уравнений (5-21) и (5-22) видно, что при одних и тех же значениях температур T_1 и T_2 изменение энтропии в изобарном процессе будет больше, чем в изохорном, так как $c_p > c_v$. Поэтому изобара будет более пологой линией, чем изохора (рис. 5-9).

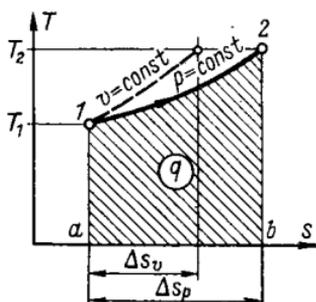


Рис. 5-9. Изобарный процесс в T, s -диаграмме.

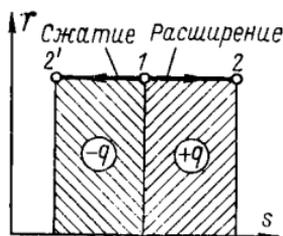


Рис. 5-10. Изотермический процесс в T, s -диаграмме.

Изотермический процесс. Так как процесс протекает при $T = \text{const}$, то изотерма — горизонтальная линия, причем при расширении — это линия $1-2$, так как процесс протекает с подводом теплоты, и следовательно, с увеличением энтропии; при сжатии — линия $1-2'$, т. е. энтропия уменьшается, так как в этом случае теплота отводится (рис. 5-10).

Изменение энтропии в изотермическом процессе определяется из уравнений (5-18) и (5-20), которые приводятся к виду:

$$s_2 - s_1 = R \ln \frac{v_2}{v_1} = R \ln \frac{p_1}{p_2}, \quad (5-23)$$

или

$$s_2 - s_1 = 2,303R \lg \frac{v_2}{v_1} = 2,303R \lg \frac{p_1}{p_2}. \quad (5-24)$$

Адиабатный процесс. В адиабатном процессе $dq = 0$, поэтому

$$ds = \frac{dq}{T} = 0 \text{ и } s = \text{const.}$$

Следовательно, обратимый адиабатный процесс изображается вертикальной линией (рис. 5-11); процесс

сжатия направлен в сторону повышения температуры — вверх, а процесс расширения — вниз, в сторону понижения температуры.

На рис. 5-12 в координатах T, s изображены четыре процесса, проходящие через точку A . Из графика видно их взаимное расположение как при расширении, так и при сжатии. На этом графике показаны также три группы рассмотренных ранее политропных процессов.

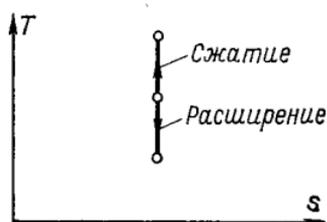


Рис. 5-11. Адиабатный процесс в T, s -диаграмме.

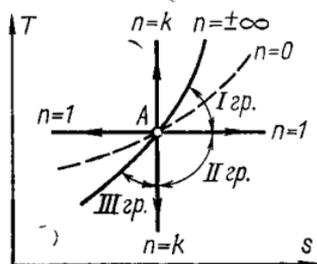


Рис. 5-12. Три группы политропных процессов в T, s -диаграмме.

Для любого политропного процесса изменение энтропии рабочего тела можно найти из уравнений (5-18) — (5-20) или найти другое уравнение следующим образом. Очевидно,

$$ds = dq/T,$$

но

$$dq = c_v \frac{n-k}{n-1} dT,$$

поэтому

$$ds = c_v \frac{n-k}{n-1} \frac{dT}{T},$$

откуда после интегрирования получим:

$$s_2 - s_1 = c_v \frac{n-k}{n-1} \ln \frac{T_2}{T_1}.$$

5-8. Круговые процессы в T, s -диаграмме

Круговой процесс в T, s -диаграмме изображается, как и в p, v -диаграмме, замкнутой линией. В прямых циклах изменение состояния рабочего тела происходит по часовой стрелке и линии с подводом теплоты распо-

лагаются выше линий с отводом теплоты. В обратных циклах изменение состояния рабочего тела происходит против часовой стрелки и линии с подводом теплоты расположены ниже линий с отводом теплоты.

На рис. 5-13 изображен прямой обратимый цикл $abcd$. На участке abc от горячего источника к рабочему телу подводится количество теплоты

$$q_1 = \text{пл. } 1abc2,$$

а на участке cda от рабочего тела в холодильник отводится количество теплоты

$$q_2 = \text{пл. } 1adc2.$$

Разность между подводимой теплотой и отводимой есть полезная теплота цикла q , она изображается площадью замкнутого контура $abcd$ и равна работе цикла $l_{ц}$, т. е.

$$q = q_1 - q_2 = l_{ц} = \text{пл. } abcd.$$

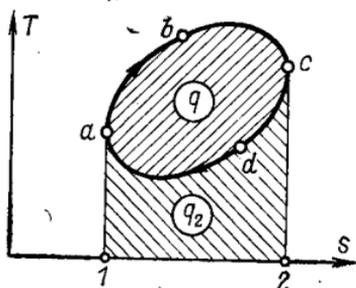


Рис. 5-13. Произвольный прямой обратимый цикл.

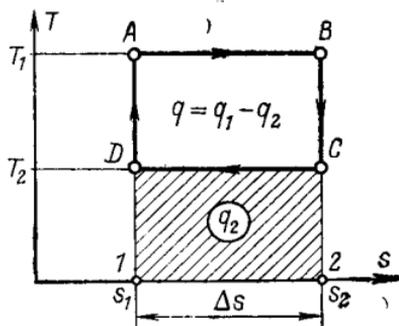


Рис. 5-14. Обратимый цикл Карно в T, s -диаграмме.

Термический к. п. д. кругового процесса определяется как отношение площади $abcd$ к площади $1abc2$.

Обратимый прямой цикл Карно, состоящий из двух изотерм и двух адиабат, в T, s -диаграмме изображается прямоугольником $ABCD$ (рис. 5-14) и протекает в интервале температур T_1 горячего источника теплоты и T_2 — холодного. Найдем термический к. п. д. цикла при помощи T, s -диаграммы.

На рис. 5-14 AB — изотермический процесс расширения, в котором к газу подводится теплота

$$q_1 = \text{пл. } 1AB2 = T_1 \Delta s;$$

CD — изотермический процесс сжатия, в котором газ отдает теплоту

$$q_2 = \text{пл. } 1DC2 = T_2 \Delta s.$$

Вертикальные линии BC и DA изображают соответственно адиабатные процессы расширения и сжатия.

Подставляя в уравнение (5-2) значения q_1 и q_2 , получаем уже известное выражение термического к. п. д. цикла

$$\eta_t = 1 - \frac{q_2}{q_1} = 1 - \frac{\text{пл. } IDC2}{\text{пл. } IAB2} = 1 - \frac{T_2 \Delta s}{T_1 \Delta s} = 1 - \frac{T_2}{T_1}.$$

Таким образом, выражение термического к. п. д. цикла Карно здесь получено значительно проще, чем ранее при использовании p, v -диаграммы.

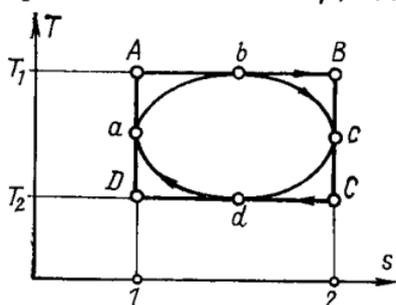


Рис. 5-15. Сравнение произвольного цикла и цикла Карно при одинаковых температурах T_1 и T_2 .

в интервале температур T_1 и T_2 . Оба цикла прямые и обратимые.

Из общего уравнения (5-2) имеем:

$$\eta_t = 1 - \frac{q_2}{q_1},$$

откуда следует, что термический к. п. д. цикла будет тем больше, чем меньше отношение q_2/q_1 .

Из Ts -диаграммы видно, что в цикле Карно

$$\left(\frac{q_2}{q_1}\right)_K = \frac{\text{пл. } IDC2}{\text{пл. } IAB2},$$

а для произвольного цикла

$$\left(\frac{q_2}{q_1}\right)_{\text{пр}} = \frac{\text{пл. } Iabcd2}{\text{пл. } Iabc2}.$$

Так как

$$\left(\frac{q_2}{q_1}\right)_K < \left(\frac{q_2}{q_1}\right)_{\text{пр}},$$

то

$$\eta_{tK} > \eta_{t\text{пр}}.$$

5-9. Физический смысл энтропии

Выше рассматривалось изменение энтропии изолированной системы, состоящей из горячего источника с постоянной температурой T_1 , рабочего тела и холодильника с постоянной температурой T_2 . При осуществлении в данной системе обратимого цикла Карно уменьшение энтропии горячего источника равно увеличению энтропии холодильника, а энтропия рабочего тела не меняется. Следовательно, *энтропия изолированной системы остается постоянной*. То же самое получается и при осуществлении любого обратимого цикла, так как его можно представить как сумму элементарных циклов Карно (§ 5-5).

При осуществлении любого необратимого цикла возрастание энтропии холодильника будет больше, чем уменьшение энтропии горячего источника, и энтропия изолированной системы возрастает, т. е. $ds > 0$. Возрастание энтропии сопровождается понижением работоспособности системы или деградацией энергии.

Пусть в изолированной системе протекает обратимый адиабатный процесс расширения газа $1-2$ (рис. 5-16). В этом случае совершаемая работа, пропорциональная падению температуры газа, равна:

$$l_{об} = c_v(T_1 - T_2).$$

Так как процесс протекает без подвода и отвода теплоты, то энтропия системы остается неизменной и $ds = 0$. При протекании в такой системе необратимого адиабатного процесса часть работы, например, будет расходоваться на преодоление трения и перейдет в теплоту, которая усваивается газом. В связи с этим энтропия системы будет увеличиваться пропорционально теплоте трения. При одинаковом понижении давления конечная температура газа T_3 будет больше температуры T_2 обратимого процесса и работа расширения, пропорциональная падению температуры и равная

$$l_{нб} = c_v(T_1 - T_3),$$

будет меньше, чем в обратимом процессе.

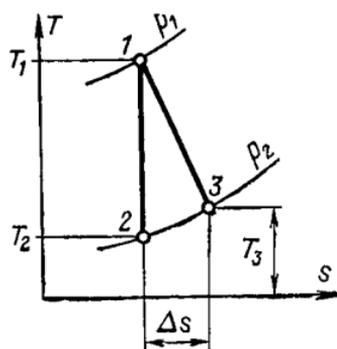


Рис. 5-16. Адиабатные процессы: обратимый ($1-2$) и необратимый ($1-3$).

На рис. 5-16 необратимый адиабатный процесс условно изображен наклонной линией 1—3. Таким образом, необратимый процесс сопровождается увеличением энтропии системы и потерей работы.

Очевидно, чем больше будет необратимость процесса, тем больше будет увеличиваться энтропия системы и одновременно уменьшаться ее работоспособность. Таким образом, *энтропия является мерой необратимости, мерой снижения работоспособности изолированной системы тел и в этом ее физический смысл.*

Все действительные процессы необратимы, так как протекают при конечной разности температур между рабочим телом и источником теплоты. Они осуществляются с большой скоростью и сопровождаются трением, вследствие чего энтропия изолированной системы возрастает, а ее работоспособность уменьшается.

В свое время Клаузиус, который занимался обоснованием второго начала термодинамики после Карно, использовал положение о возрастании энтропии изолированной системы применительно ко всем реальным процессам, происходящим во Вселенной. При этом сама Вселенная трактовалась как изолированная система, в которой все реальные процессы ведут к возрастанию энтропии и, следовательно, возможности превращения теплоты в работу уменьшаются. Логическим следствием этого исходного положения явилась гипотеза о так называемой «тепловой смерти» Вселенной. Диалектический материал показал глубокую ошибочность этих утверждений Клаузиуса. Вселенная не является изолированной системой, поэтому на нее нельзя распространять выводы второго закона термодинамики, подтверждаемые опытом в земных условиях. Во Вселенной возможно протекание процессов, сопровождающихся уменьшением энтропии. Убедительную критику гипотезы о «тепловой смерти» Вселенной дал Ф. Энгельс в своем произведении «Диалектика природы». Последние научные достижения подтверждают предвидение Ф. Энгельса.

ЦИКЛЫ ГАЗОВЫХ ТЕПЛОВЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ

6-1. Циклы поршневых двигателей внутреннего сгорания.

Общие сведения

Тепловые поршневые машины, использующие в качестве рабочих тел продукты сгорания жидких и газообразных топлив, сжигаемых внутри цилиндра, называются двигателями внутреннего сгорания (ДВС). При исследовании циклов ДВС вводится ряд упрощений, реальные процессы заменяются более или менее тождественными термодинамическими процессами.

Основные упрощения, которые вносятся при термодинамических исследованиях циклов ДВС, сводятся к следующим положениям.

1. Процессы заполнения цилиндра двигателя горючей смесью или воздухом (всасывание) и выталкивания отработавших газов не принимаются во внимание. Эти процессы протекают при переменных количествах рабочего тела и поэтому не являются термодинамическими процессами.

2. Химические свойства и количество рабочего тела на всех стадиях кругового процесса полагаются неизменными.

3. Процессы горения топлива в цилиндре ДВС рассматриваются как процессы подвода эквивалентного количества теплоты к рабочему телу.

4. Удаление продуктов горения из цилиндра ДВС заменяется процессом отвода теплоты от рабочего тела в холодильник.

5. Потери теплоты в окружающую среду, на трение и т. п. не принимаются во внимание. Все процессы рассматриваются как равновесные и обратимые.

6. В качестве рабочего тела принимается 1 кг идеального газа с постоянной теплоемкостью.

В зависимости от способа подвода теплоты к рабочему телу циклы двигателей внутреннего сгорания (ДВС) сводятся к трем основным:

- 1) цикл с подводом теплоты при постоянном объеме;
- 2) цикл с подводом теплоты при постоянном давлении;
- 3) цикл со смешанным подводом теплоты, в котором теплота сначала подводится при постоянном объеме, а затем — при постоянном давлении.

Использование двигателей внутреннего сгорания в энергетике ограничено, что связано в первую очередь с их малой единичной мощностью в сравнении с мощностью современных турбогенераторов.

6-2. Цикл с подводом теплоты при постоянном объеме

По данному циклу работают карбюраторные ДВС, использующие легкое топливо с низкой температурой воспламенения; в цилиндре двигателя происходит сжатие смеси парообразного топлива и воздуха. Зажигание горючей смеси осуществляется от электрической искры.

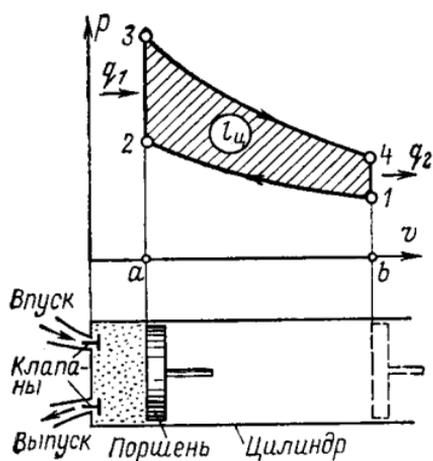


Рис. 6-1. p, v -диаграмма цикла ДВС с подводом теплоты при постоянном объеме.

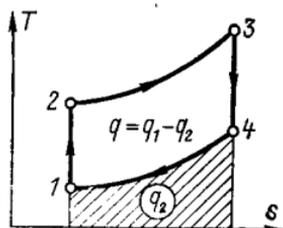


Рис. 6-2. T, s -диаграмма цикла ДВС с подводом теплоты при постоянном объеме.

Рассматриваемый теоретический цикл состоит из двух адиабатных и двух изохорных процессов, графическое его изображение в p, v - и T, s -координатах приведено на рис. 6-1 и 6-2. Изменение состояния рабочего тела осуществляется следующим образом. При движении поршня справа налево происходит адиабатное сжатие газа 1—2 и его объем уменьшается от v_1 до v_2 . Отношение начального объема v_1 к конечному v_2 называется *степенью сжатия* и обозначается через ϵ :

$$\epsilon = v_1/v_2. \quad (6-1)$$

Как известно, работа сжатия отрицательна.

В изохорном процессе 2—3 к газу подводится теплота q_1 , эквивалентная теплоте, выделяющейся при сгорании топлива, которая определяется по уравнению

$$q_1 = c_r(T_3 - T_2). \quad (6-2)$$

При обратном движении поршня направо газ расширяется по адиабате 3—4 до объема v_4 , равного начальному v_1 , при этом газ совершает положительную работу. *Результирующая работа цикла равна разности работ адиабатных процессов расширения и сжатия и изображается в p, v -диаграмме площадью цикла 1234.*

В изохорном процессе 4—1 от газа отводится теплота q_2 , что соответствует его охлаждению в атмосфере, эта теплота равна

$$q_2 = c_v(T_4 - T_1). \quad (6-3)$$

Полезно использованная теплота в цикле равна разности подводимой и отводимой теплот изохорных процессов и в T, s -диаграмме изображается площадью 1234.

Термический к. п. д. находим по общему уравнению (5-2)

$$\eta_t = 1 - \frac{q_2}{q_1}.$$

С учетом уравнений (6-2) и (6-3) имеем:

$$\eta_t = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2}. \quad (6-4)$$

Разделив и умножив числитель на T_1 , а знаменатель на T_2 , приводим уравнение (6-4) к виду:

$$\eta_t = 1 - \frac{T_1}{T_2} \frac{\frac{T_4}{T_1} - 1}{\frac{T_3}{T_2} - 1}. \quad (6-5)$$

Найдем отношения температур. Для адиабатного процесса 1—2:

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^{k-1} = \epsilon^{k-1}, \quad (6-6)$$

откуда

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{1}{\epsilon^{k-1}}. \quad (6-7)$$

Для адиабатного процесса 3—4:

$$\frac{T_3}{T_4} = \left(\frac{v_4}{v_3}\right)^{k-1} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{k-1} = \varepsilon^{k-1}. \quad (6-8)$$

Таким образом, в данном цикле степени расширения и сжатия равны, следовательно,

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{T_3}{T_4} \quad \text{или} \quad \frac{T_4}{T_1} = \frac{T_3}{T_2}. \quad (6-9)$$

Если подставить в уравнение (6-5) найденные отношения температур (6-7) и (6-9), то после сокращений получим окончательное выражение термического к. п. д.:

$$\eta_t = 1 - \frac{1}{\varepsilon^{k-1}}. \quad (6-10)$$

Следовательно, термический к. п. д. рассматриваемого цикла возрастает при увеличении степени сжатия ε .

Однако высокие степени сжатия в двигателях, работающих по данному циклу, недопустимы, так как температура горючей смеси при сжатии может превысить температуру воспламенения и топливо загорится раньше, чем поршень придет в свое крайнее положение, что может привести к аварии. Степень сжатия в этих двигателях зависит от свойств применяемого топлива и изменяется от 4 до 8.

Термический к. п. д. цикла зависит от физических свойств рабочего тела, на что указывает присутствие в формуле (6-10) коэффициента $k = c_p/c_v$. Однако этот коэффициент изменяется в узких пределах и поэтому его влияние на термический к. п. д. невелико.

6-3. Цикл с подводом теплоты при постоянном давлении

В двигателях, работающих по этому циклу (дизельных двигателях), подвергается сжатию только воздух, поступающий в цилиндр из атмосферы. В целях повышения термического к. п. д. в этих двигателях применяются высокие степени сжатия ($\varepsilon = 14 \div 18$). Поэтому в цилиндре двигателя в конце сжатия давление воздуха повышается до 3,5—4,5 МПа, а температура — до 750—900°C, что намного выше температуры самовоспламенения применяемого топлива. При последующем расширении сжатого воздуха в него через форсунку подается мелко распыленное жидкое топливо, оно воспламеняется

и горит при постоянном давлении, что регулируется форсункой. Подача топлива производится при перемещении поршня на некотором участке его хода, после чего происходит адиабатное расширение полученных продуктов сгорания.

Теоретический цикл двигателя с подводом теплоты при постоянном давлении в p, v - и T, s -диаграммах показан на рис. 6-3 и 6-4.

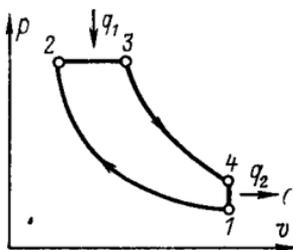


Рис. 6-3. p, v -диаграмма цикла ДВС с подводом теплоты при постоянном давлении.

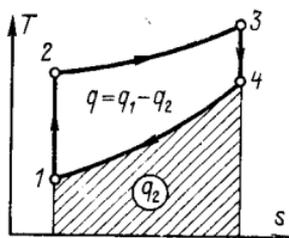


Рис. 6-4. T, s -диаграмма цикла ДВС с подводом теплоты при постоянном давлении.

В этом цикле:

1—2 — адиабатный процесс сжатия воздуха, $\epsilon = v_1/v_2$;

2—3 — изобарный процесс расширения с подводом теплоты q_1 , количество которой находим по уравнению

$$q_1 = c_p (T_3 - T_2). \quad (6-11)$$

Отношение объема v_3 к v_2 называется *степенью предварительного расширения* и обозначается через ρ , т. е.

$$\rho = v_3/v_2 = T_3/T_2. \quad (6-12)$$

Последующие процессы цикла:

3—4 — адиабатное расширение рабочего тела;

4—1 — изохорный процесс с отводом тепла q_2 , что соответствует охлаждению отработанных газов в атмосфере и может быть найдено по формуле

$$q_2 = c_v (T_4 - T_1). \quad (6-13)$$

Подставляя в уравнение (5-2) выражения q_1 и q_2 из уравнений (6-11) и (6-13), получаем:

$$\eta_t = 1 - \frac{q_2}{q_1} = 1 - \frac{c_v (T_4 - T_1)}{c_p (T_3 - T_2)}. \quad (6-14)$$

При $c_v=c_p=\text{const}$ уравнение (6-14) приводится к виду:

$$\eta_t = 1 - \frac{1}{k} \frac{\frac{T_4}{T_1} - 1}{\frac{T_3}{T_2} - 1} \frac{T_1}{T_2}. \quad (6-15)$$

Определим отношение температур. Для адиабатных процессов 3—4 и 1—2 имеем:

$$p_4 v_4^k = p_3 v_3^k; \quad (6-16)$$

$$p_1 v_1^k = p_2 v_2^k. \quad (6-17)$$

Так как $v_4=v_1$ и $p_2=p_3$, что после деления уравнения (6-16) на (6-17) получим:

$$\frac{p_4}{p_1} = \left(\frac{v_3}{v_2} \right)^k = \rho^k. \quad (6-18)$$

Но в изохорном процессе 4—1

$$\frac{p_4}{p_1} = \frac{T_4}{T_1},$$

следовательно,

$$\frac{T_4}{T_1} = \rho^k. \quad (6-19)$$

Подставляя в уравнение (6-15) вместо отношения температур выражения (6-7), (6-12) и (6-19), получаем окончательное выражение термического к. п. д. рассматриваемого цикла:

$$\eta_t = 1 - \frac{1}{k} \frac{\rho^k - 1}{\rho - 1} \frac{1}{\epsilon^{k-1}}. \quad (6-20)$$

Из уравнения (6-20) следует, что *термический к. п. д. цикла тем выше, чем больше степень сжатия ϵ и чем меньше степень предварительного расширения ρ* . Коэффициент k определяет зависимость η_t от свойств рабочего тела, но влияние его незначительно.

По циклу с изобарным подводом теплоты работают компрессорные двигатели внутреннего сгорания, в которых распыливание жидкого топлива осуществляется сжатым воздухом. Эти двигатели называются также двигателями высокого давления.

6-4. Цикл со смешанным подводом теплоты

Этот цикл впервые был предложен в 1904 г. русским инженером Г. В. Тринклером и поэтому также называется *циклом Тринклера*. По смешанному циклу работают бескомпрессорные двигатели, в которых, как и в предыдущем случае (в цикле с подводом теплоты при $p = \text{const}$), в цилиндре сжимается только чистый воздух. Поэтому в двигателе этого типа допускаются те же высокие степени сжатия ($\epsilon = 14 \div 18$).

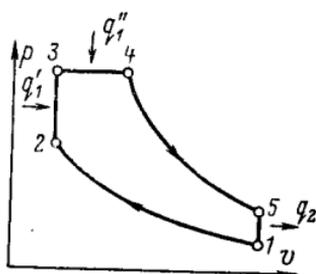


Рис. 6-5. p, v -диаграмма цикла ДВС со смешанным подводом теплоты.

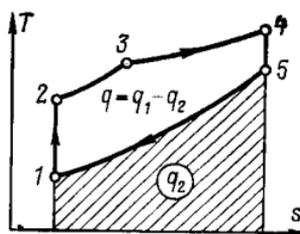


Рис. 6-6. T, s -диаграмма цикла ДВС со смешанным подводом теплоты.

Теоретический цикл со смешанным подводом теплоты, или цикл Тринклера, в p, v - и T, s -диаграммах изображен на рис. 6-5 и 6-6. В этом цикле:

1—2 — адиабатный процесс сжатия воздуха, $\epsilon = v_1/v_2$;

2—3 — изохорный процесс подвода тепла q'_1 , что соответствует горению части топлива, и сопровождается повышением давления и температуры газа.

Отношение давления p_3 к давлению p_2 называется *степенью повышения давления* и обозначается через λ :

$$\lambda = p_3/p_2; \quad (6-21)$$

количество подводимой теплоты равно:

$$q'_1 = c_v(T_3 - T_2). \quad (6-22)$$

Далее следует:

3—4 — изобарный процесс подвода теплоты q''_1 , что соответствует горению другой, основной части топлива. Эта теплота определяется по уравнению

$$q''_1 = c_p(T_4 - T_3); \quad (6-23)$$

степень предварительного расширения в процессе 3—4

$$\rho = v_4/v_3 = T_4/T_3. \quad (6-24)$$

Последующие процессы цикла:

4—5 — адиабатный процесс расширения продуктов горения;

5—1 — изохорный процесс с отводом теплоты q_2 , т. е. охлаждение отработавших газов в атмосфере. Количество теплоты, отводимой в этом процессе, найдем по уравнению

$$q_2 = c_v(T_5 - T_1). \quad (6-25)$$

Термический к. п. д. цикла определяется из выражения

$$\eta_t = 1 - \frac{q_2}{q_1} = 1 - \frac{q_2}{q'_1 + q''_1};$$

с учетом уравнений (6-22), (6-23) и (6-15) получим:

$$\eta_t = 1 - \frac{c_v(T_5 - T_1)}{c_v(T_3 - T_2) + c_p(T_4 - T_3)}. \quad (6-26)$$

Умножив и разделив числитель на T_1 , а знаменатель на T_2 , уравнение (6-26) приводим к виду:

$$\eta_t = 1 - \frac{\frac{T_5}{T_1} - 1}{\left(\frac{T_3}{T_2} - 1\right) + k\left(\frac{T_4}{T_2} - \frac{T_3}{T_2}\right)} \frac{T_1}{T_2}. \quad (6-27)$$

Для определения отношений температур поступаем следующим образом. Для адиабатных процессов 1—2 и 4—5 можно написать:

$$p_1 v_1^k = p_4 v_4^k; \quad (6-28)$$

$$p_1 v_1^k = p_2 v_2^k. \quad (6-29)$$

Разделив почленно равенство (6-28) на (6-29) и учтя, что $v_1 = v_5$, получим:

$$\frac{p_5}{p_1} = \frac{p_4}{p_2} \left(\frac{v_4}{v_2}\right)^k. \quad (6-30)$$

Так как $p_4 = p_3$, а $v_2 = v_3$, после замены соотношение (6-30) приводится к виду:

$$\frac{p_5}{p_1} = \frac{p_3}{p_2} \left(\frac{v_4}{v_3}\right)^k = \lambda \rho^k. \quad (6-31)$$

Для изохорных процессов 2—3 и 5—1 имеем:

$$\frac{p_3}{p_2} = \frac{T_3}{T_2} = \lambda; \quad (6-32)$$

$$\frac{p_5}{p_1} = \frac{T_5}{T_1} = \lambda \rho^k. \quad (6-33)$$

Для изобарного процесса 3—4

$$\frac{v_4}{v_3} = \frac{T_4}{T_3} = \rho. \quad (6-34)$$

Перемножив (6-32) и (6-34), получим:

$$\frac{T_4}{T_2} = \lambda \rho. \quad (6-35)$$

Подставляя найденные значения отношения температур в уравнение (6-27), получаем выражение термического к. п. д. цикла со смешанным подводом теплоты через принятые характеристики:

$$\eta_t = 1 - \frac{1}{\epsilon^{k-1}} \frac{\lambda \rho^k - 1}{(\lambda - 1) + k\lambda(\rho - 1)}. \quad (6-36)$$

Следовательно, термический к. п. д. цикла повышается с увеличением степени сжатия ϵ и степени повышения давления λ ; увеличение степени предварительного расширения ρ снижает к. п. д.

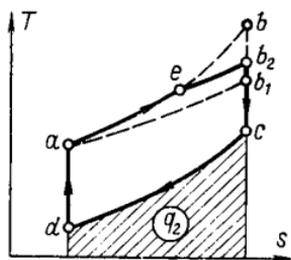


Рис. 6-7. Сравнение циклов ДВС при одинаковой степени сжатия.

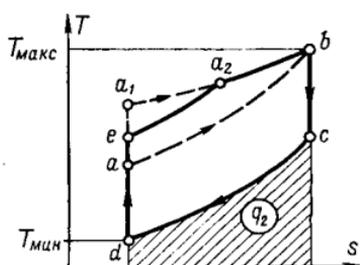


Рис. 6-8. Сравнение циклов ДВС при одинаковых максимальных и минимальных температурах.

Цикл со смешанным подводом теплоты имеет обобщающее значение. Если допустить, что $\lambda=1$, то получается цикл с подводом теплоты при $p = \text{const}$ и уравнение (6-36) переходит в уравнение (6-20). Если допу-

стить, что $\rho=1$, то получается цикл с подводом теплоты при $v=\text{const}$ и уравнение (6-36) переходит в уравнение (6-10).

Проведем сравнение экономичности рассмотренных циклов при одинаковых степенях сжатия ϵ и одинаковых количествах отводимой теплоты q_2 .

Для этого изобразим совместно все три цикла в T,s -диаграмме так, как это показано на рис. 6-7, где отдельные площади изображают:

пл. $dabc$ — цикл с изохорным подводом теплоты;

пл. dab_1c — цикл с изобарным подводом теплоты;

пл. $daeb_2c$ — цикл со смешанным подводом теплоты.

Как известно, эти площади изображают полезно использованную теплоту или, что все равно, работу цикла. Так как

$$\text{пл. } dabc > \text{пл. } daeb_2c > \text{пл. } dab_1c,$$

то

$$\eta_t^{v=\text{const}} > \eta_t^{\text{см}} > \eta_t^{p=\text{const}}.$$

Таким образом, наиболее экономичным будет цикл с изохорным подводом тепла. Однако в ДВС, работающих по данному циклу, степень сжатия ϵ всегда ниже, чем в ДВС других типов, и поэтому на практике сравнение экономичности циклов производят при максимальных давлениях и температурах. Из T,s -диаграммы (рис. 6-8) видно, что в этом случае максимальный к. п. д. имеет цикл da_1bc с изобарным подводом теплоты и наименьший к. п. д. цикл $dabc$ с изохорным подводом теплоты. Термический к. п. д. цикла dea_2bc со смешанным подводом теплоты занимает промежуточное положение.

6-5. Циклы газотурбинных установок

Газотурбинные установки (ГТУ) по сравнению с поршневыми ДВС обладают существенными преимуществами, которые обуславливают их быстрое развитие и внедрение в различные отрасли народного хозяйства в качестве энергетических установок. Газотурбинные установки не имеют механизмов с возвратно-поступательным движением, характерным для поршневых двигателей, поэтому эти установки могут выполняться быстроходными, что облегчает конструирование единичных агрегатов большой мощности при малых габаритах.

Работа газотурбинных установок характеризуется непрерывностью процессов во всех элементах. Расширение рабочего тела в газовой турбине происходит до атмосферного давления, что обеспечивает более высокие к. п. д. циклов, чем в поршневых двигателях.

При термодинамическом исследовании циклов ГТУ, так же как и при изучении циклов поршневых ДВС, реальные процессы идеализируются и заменяются теоретическими обратимыми процессами. Процесс горения топлива заменяется изобарным или изохорным процессом подвода теплоты, которое эквивалентно теплоте, выделяемой при сгорании топлива; удаление газов из турбины заменяется изобарным процессом отвода теплоты холодному источнику; количество рабочего тела в цикле остается постоянным, равным 1 кг, следовательно, цикл считается замкнутым.

В соответствии со способом сгорания топлива газотурбинные установки делятся на две группы:

- а) с подводом теплоты при постоянном давлении;
- б) с подводом теплоты при постоянном объеме.

Цикл газотурбинной установки с подводом тепла при постоянном давлении. Рассмотрим работу простейшей газотурбинной установки со сгоранием топлива при постоянном давлении. На рис. 6-9 приведено изображение принципиальной схемы такой установки. Работа установки протекает следующим образом.

Атмосферный воздух поступает в компрессор 2, где он сжимается и затем направляется в камеру сгорания 3. Туда же топливным насосом 4 через форсунку 5 подается мелкораспыленное жидкое топливо, которое сгорает при постоянном давлении. Образующиеся продукты сгорания проходят сопло 6 и с большой скоростью поступают на ротор газовой турбины 1. Здесь кинетическая энергия газов переходит в энергию вращения вала газовой турбины. Отрабатывающие газы при достаточно высокой температуре покидают турбину и удаляются в атмосферу.

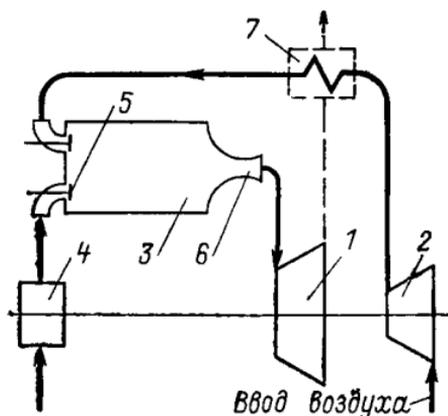


Рис. 6-9. Схема ГТУ со сгоранием топлива при постоянном давлении.

Теоретический цикл ГТУ в p, v - и T, s -диаграммах изображен на рис. 6-10 и 6-11. В цикле:

1—2 — адиабатное сжатие воздуха в турбокомпрессоре;

2—3 — изобарный процесс подвода теплоты q_1 , что соответствует сгоранию топлива в камере горения;

3—4 — адиабатное расширение рабочего тела (продуктов сгорания) в газовой турбине;

4—1 — изобарный процесс отвода теплоты q_2 , что соответствует выходу газов в окружающую среду.

При исследовании цикла применяются следующие характеристики: степень сжатия $\epsilon = v_1/v_2$; степень повышения давления $\beta = p_2/p_1$.

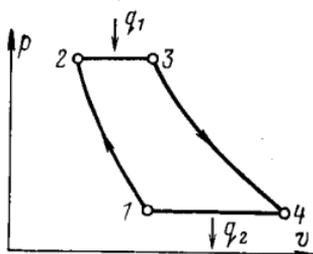


Рис. 6-10. p, v -диаграмма цикла ГТУ с изобарным подводом теплоты.

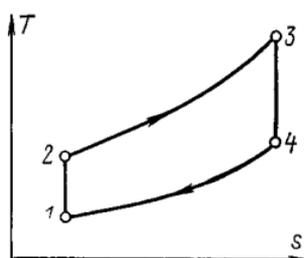


Рис. 6-11. T, s -диаграмма цикла ГТУ с изобарным подводом теплоты.

Количество подводимой и отводимой теплоты находим из уравнений:

$$q_1 = c_p (T_3 - T_2); \quad q_2 = c_p (T_4 - T_1).$$

Термический к. п. д. рассматриваемого цикла равен:

$$\eta_t = 1 - \frac{q_2}{q_1} = 1 - \frac{c_p (T_4 - T_1)}{c_p (T_3 - T_2)} \quad (6-37)$$

и приводится к виду:

$$\eta_t = 1 - \frac{\frac{T_4}{T_1} - 1}{\frac{T_3}{T_2} - 1} \frac{T_1}{T_2}. \quad (6-38)$$

Для адиабатных процессов 1—2 и 3—4 имеем:

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} = \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^{k-1} = \beta^{\frac{k-1}{k}} = \epsilon^{k-1};$$

$$\frac{T_3}{T_4} = \left(\frac{p_3}{p_4}\right)^{\frac{k-1}{k}} = \left(\frac{v_4}{v_3}\right)^{k-1} = \beta^{\frac{k-1}{k}} = \varepsilon^{k-1}. \quad (6-39)$$

Так как $p_1 = p_4$ и $p_2 = p_3$, то

$$\frac{T_3}{T_4} = \frac{T_2}{T_1} \text{ или } \frac{T_4}{T_1} = \frac{T_3}{T_2}. \quad (6-40)$$

Подставляя в уравнение (6-38) соотношения (6-40), находим:

$$\eta_t = 1 - \frac{T_1}{T_2} = 1 - \frac{1}{T_2/T_1}. \quad (6-41)$$

Используя уравнение (6-39), получаем окончательное выражение термического к. п. д. цикла

$$\eta_t = 1 - \frac{1}{\beta^k} = 1 - \frac{1}{\varepsilon^{k-1}}. \quad (6-42)$$

Следовательно, термический к. п. д. повышается с увеличением степени повышения давления β или степени сжатия ε и имеет такое же выражение как и к. п. д. цикла ДВС с подводом теплоты при постоянном объеме.

Рассмотрим некоторые мероприятия, которые дополнительно применяются в газотурбинных установках для повышения их экономичности. Отработавшие газы покидают турбину с температурой T_4 около 400—500°C, что значительно выше температуры воздуха T_2 после компрессора. Последнее позволяет использовать часть тепла уходящих газов на подогрев сжатого воздуха до его поступления в камеру сгорания.

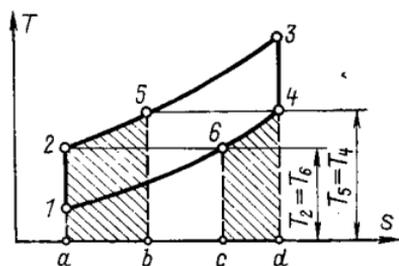


Рис. 6-12. Цикл ГТУ с изобарным подводом теплоты при полной регенерации.

Такой процесс передачи теплоты от отработавших газов к воздуху называется регенерацией теплоты. Этот процесс осуществляется при постоянном давлении в регенеративном подогревателе 7, который на рис. 6-9 изображен пунктиром.

Теоретический цикл газотурбинной установки с подводом теплоты при постоянном давлении и полной реге-

нерацией теплоты отработавших газов изображен на рис. 6-12. В этом цикле:

1—2— адиабатное сжатие воздуха в компрессоре;
2—5— изобарный процесс подогрева воздуха в регенеративном подогревателе 7;

5—3— изобарный процесс сгорания топлива в камере сгорания;

3—4— адиабатный процесс расширения газов в турбине;

4—6— изобарный процесс охлаждения отходящих газов в регенераторном теплообменнике 7;

6—1— изобарное охлаждение газов после регенератора в окружающей среде.

В этом цикле количество подводимой теплоты в камере сгорания на участке 5—3, равное

$$q_1 = \text{пл. } b53d,$$

будет меньше, чем в процессе 2—3 без регенерации, на величину $\text{пл. } a25b = \text{пл. } c64d$ при одинаковой работе цикла $l_{\text{ц}} = \text{пл. } 1234$. Поэтому термический к. п. д. цикла с регенерацией больше, чем без регенерации.

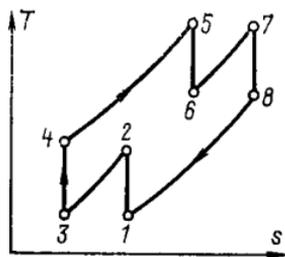


Рис. 6-13. Цикл ГТУ с двухступенчатым расширением газов и двухступенчатым сжатием воздуха.

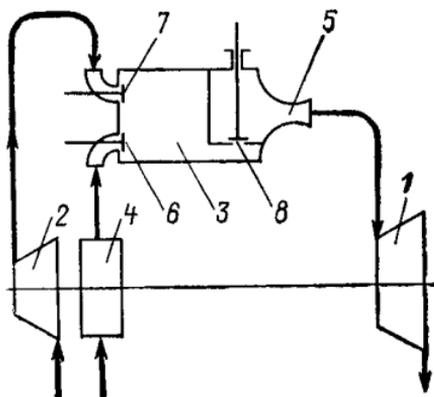


Рис. 6-14. Схема ГТУ со сгоранием топлива при постоянном объеме.

Практически полную регенерацию осуществить невозможно, так как между нагреваемым воздухом и охлаждаемыми газами всегда имеется разность температур, а теплообменник имеет вполне определенную ограниченную поверхность, площадь которой определяется технико-экономическими соображениями.

Повышают термический к. п. д. цикла газотурбинной установки также путем ступенчатого подвода теплоты в нескольких камерах горения, применяя соответственно многоступенчатое сжатие в компрессорах. Такой цикл с несколькими ступенями схематически показан на рис. 6-13. При бесконечно большом числе ступеней процессы подвода и отвода теплоты приближаются к изотермам, а цикл — к циклу Карно, который, как известно, имеет наибольший к. п. д.

Цикл газотурбинной установки с подводом теплоты при постоянном объеме. На рис. 6-14 показана принципиальная схема газотурбинной установки со сгоранием топлива при постоянном объеме. Установка работает следующим образом. После заполнения камеры сгорания 3 топливом, которое подается насосом 4, и воздухом после компрессора 2 клапаны 6 и 7 закрываются, горючая смесь воспламеняется от электрической искры и сгорает при постоянном объеме, вследствие чего давление и температура газов быстро повышаются. По до-

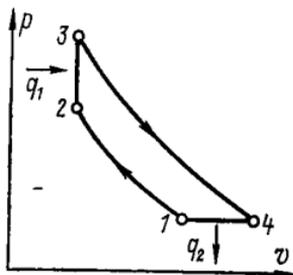


Рис. 6-15. p, v -диаграмма цикла ГТУ с подводом теплоты при постоянном объеме.

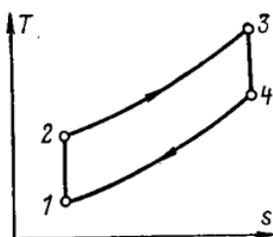


Рис. 6-16. T, s -диаграмма цикла ГТУ с подводом теплоты при постоянном объеме.

стижении расчетного давления открывается сопловой клапан 8 и продукты сгорания через сопло 5 поступают в турбину 1, где они совершают работу и затем удаляются в атмосферу. При истечении газов через клапан 8 и сопло 5 давление в камере сгорания постепенно понижается, пока не достигнет расчетного значения. В этот момент открывается воздушный клапан 7 и в камеру сгорания поступает сжатый воздух, который вытесняет оставшиеся продукты сгорания в турбину (так

называемая продувка). Затем клапан 8 закрывается, а через клапаны 6 и 7 поступают новые порции воздуха и топлива — цикл повторяется. Таким образом, работа этой установки характеризуется периодичностью, чем она и отличается от работы ГТУ со сгоранием топлива при постоянном давлении.

На рис. 6-15 и 6-16 в p, v - и T, s -координатах показан теоретический цикл с подводом теплоты при постоянном объеме. При исследовании цикла применяются те же характеристики, что и в предыдущих циклах: степень сжатия $\epsilon = v_1/v_2$; степень повышения давления $\lambda = p_3/p_2$.

Количество теплоты, подводимой в изохорном процессе 2—3,

$$q_1 = c_v(T_3 - T_2).$$

Количество теплоты, отводимой в изобарном процессе 4—1,

$$q_2 = c_p(T_4 - T_1).$$

Термический к. п. д. рассматриваемого цикла:

$$\begin{aligned} \eta_t &= 1 - \frac{q_2}{q_1} = 1 - \frac{c_p(T_4 - T_1)}{c_v(T_3 - T_2)} = \\ &= 1 - k \frac{\frac{T_4}{T_1} - 1}{\frac{T_3}{T_2} - 1} \frac{T_1}{T_2}. \end{aligned} \quad (6-43)$$

Чтобы получить его выражение через принятые характеристики, найдем отношения температур.

Для изохорного процесса 2—3 имеем:

$$\frac{p_3}{p_2} = \frac{T_3}{T_2} = \lambda \quad (6-44)$$

и

$$T_2 = \frac{T_3}{\lambda}.$$

Для адиабатного процесса 1—2 можно написать:

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{k-1} = \epsilon^{k-1},$$

откуда

$$T_1 = \frac{T_2}{\epsilon^{k-1}} = \frac{T_3}{\lambda \epsilon^{k-1}}. \quad (6-45)$$

Аналогично для адиабатного процесса 3—4

$$\begin{aligned} \frac{T_3}{T_4} &= \left(\frac{p_3}{p_4} \right)^{\frac{k-1}{k}} = \left(\frac{p_3 p_2}{p_2 p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} = \\ &= \left[\frac{p_3}{p_2} \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^k \right]^{\frac{k-1}{k}} = \lambda^{\frac{k-1}{k}} \varepsilon^{k-1}, \end{aligned}$$

откуда получим:

$$T_4 = \frac{T_3}{\lambda^{\frac{k-1}{k}} \varepsilon^{k-1}}. \quad (6-46)$$

Разделив выражение (6-46) на (6-45), после преобразований имеем:

$$\frac{T_4}{T_1} = \frac{\lambda \varepsilon^{k-1}}{\lambda^{\frac{k-1}{k}} \varepsilon^{k-1}} = \lambda^{\frac{1}{k}}. \quad (6-47)$$

Подставляя в уравнение (6-43) найденные отношения температур из выражений (6-44), (6-45) и (6-47), получаем окончательное уравнение термического к. п. д. рассматриваемого цикла:

$$\eta_t = 1 - \frac{k}{\varepsilon^{k-1}} \frac{\lambda^{\frac{1}{k}} - 1}{\lambda - 1}. \quad (6-48)$$

Следовательно, *термический к. п. д. цикла увеличивается с повышением степени сжатия ε и степени повышения давления λ* . Так как всегда $\lambda > 1$, то множитель $k(\lambda^{\frac{1}{k}} - 1)/(\lambda - 1) < 1$, поэтому термический к. п. д. газотурбинной установки с подводом теплоты при постоянном объеме больше, чем установки с подводом теплоты при постоянном давлении, что видно из уравнений (6-42) и (6-48). Однако в подавляющем большинстве газотурбинные установки работают и строятся с изобарным подводом теплоты. Это объясняется рядом причин, в частности тем, что газовая турбина и камера сгорания установки с изохорным горением топлива имеют более сложную конструкцию и, следовательно, более дорогую. Кроме того, периодичность работы снижает эффективный к. п. д. установки.

6-6. Термодинамические основы работы компрессоров

Получение сжатых газов и их перемещение по трубопроводам к месту потребления осуществляется при помощи машин, которые называются компрессорами. Сжатые газы широко используются в различных производственно-технологических процессах многих отраслей народного хозяйства. Сжатый воздух применяется в пневмоинструментах, в тормозных устройствах на транспорте, а также для пуска, продувки и распыливания жидкого топлива в двигателях внутреннего сгорания; компрессоры являются важнейшими агрегатами газотурбинных установок и холодильных машин.

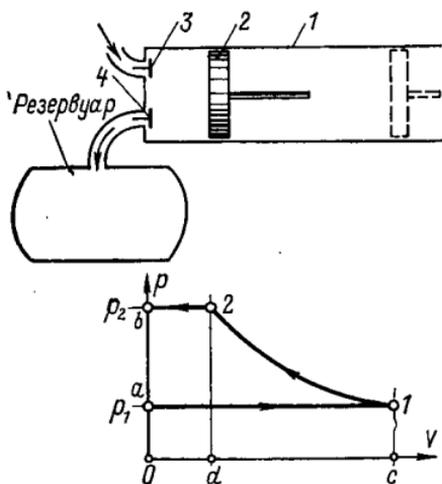


Рис. 6-17. Идеальный одноступенчатый поршневой компрессор и его индикаторная диаграмма.

Различные типы компрессоров отличаются друг от друга конструктивным выполнением и принципом работы, а также технико-экономическими характеристиками, однако с термодинамической точки зрения протекающие в них процессы совершенно одинаковы.

В связи с изложенным термодинамическое исследование работы компрессоров обычно выполняют на примере работы поршневых компрессоров, процессы в которых могут быть рассмотрены наиболее наглядно.

Поршневой одноцилиндровый (одноступенчатый)

компрессор. На рис. 6-17 приведены схематическое изображение поршневого одноцилиндрового компрессора и его теоретическая индикаторная диаграмма.

Компрессор состоит из цилиндра 1, в котором возвратно-поступательно перемещается поршень 2. На крышке цилиндра расположены клапаны — всасывающий 3 и нагнетательный 4, которые при работе компрессора автоматически открываются и закрываются под действием разности давлений газа внутри цилиндра и в трубопроводах. При термодинамических исследованиях принято считать, что поршень перемещается без трения и в своем левом крайнем положении подходит

вплотную к крышке цилиндра; клапаны 3 и 4 мгновенно открываются и закрываются и не оказывают гидравлических сопротивлений проходящему газу. Такой компрессор называется **идеальным**.

Рассмотрим работу компрессора, в котором осуществляется сжатие атмосферного воздуха применительно к диаграмме, изображенной на рис. 6-17. При движении поршня слева направо открывается всасывающий клапан 3 и атмосферный воздух заполняет цилиндр, при этом давление в цилиндре постоянно и равно p_1 . На диаграмме этот процесс изображается линией $a-1$, которая называется линией всасывания.

После заполнения цилиндра воздухом поршень начинает двигаться в обратном направлении и всасывающий клапан закрывается. На определенном участке длины цилиндра поршень перемещается при закрытых всасывающем и нагнетательном клапанах и воздух сжимается по линии $1-2$ до тех пор, пока его давление не достигнет расчетного значения p_2 . В этот момент открывается нагнетательный клапан 4 и при дальнейшем движении поршня сжатый воздух при постоянном давлении p_2 выталкивается из цилиндра в резервуар. Этот процесс на диаграмме изображается линией $2-b$, которая называется линией нагнетания. Всасывание и нагнетание осуществляются при неизменных параметрах рабочего тела и при переменных его количествах, поэтому линия всасывания $a-1$ и линия нагнетания $2-b$ не изображают термодинамические процессы. С началом нового хода поршня нагнетательный клапан закрывается, а всасывающий открывается, вследствие чего давление в цилиндре мгновенно понижается от p_2 до p_1 и процессы повторяются в описанной последовательности. На основании сказанного ранее площадь $a12b$ изображает работу, затраченную в компрессоре на сжатие воздуха.

Цилиндр и крышка компрессора обычно охлаждаются водой, которая циркулирует через так называемую водяную рубашку, образуемую полыми стенками цилиндра (на рис. 6-17 не показана).

В зависимости от степени охлаждения компрессора процесс сжатия воздуха может быть изотермическим ($1-2'$), адиабатным ($1-2''$) и политропным ($1-2$) с показателем $1 < n < k$. Все эти процессы изображены на рис. 6-18, откуда видно, что работа, затрачиваемая

на сжатие воздуха в компрессоре, будет наименьшей при изотермическом сжатии и наибольшей — при адиабатном. Кроме того, необходимо отметить, что при изотермическом сжатии температура воздуха остается неизменной, а при адиабатном сжатии стремительно растет (рис. 6-19), что неблагоприятно сказывается на смазке в цилиндре. Осуществить изотермическое сжатие газа в компрессоре практически невозможно, и в действительности сжатие газа происходит политропно с показателем

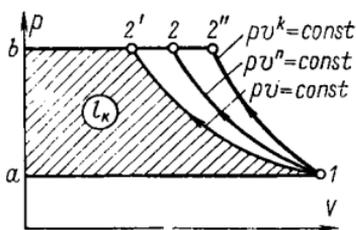


Рис. 6-18. Диаграмма работы компрессора при различных процессах сжатия.

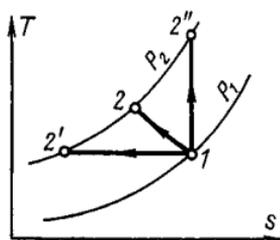


Рис. 6-19. Изменение температуры газа в цилиндре при различных процессах сжатия.

телом $n=1,2\div 1,3$. Показатель политропы n зависит от степени охлаждения цилиндра. При интенсивном охлаждении показатель политропы уменьшается и политропа приближается к изотерме.

Найдем теоретическую работу компрессора, которая затрачивается при получении 1 кг сжатого воздуха. В соответствии с вышеизложенным работа компрессора l_k равна алгебраической сумме работ, совершаемых при всасывании, сжатии и нагнетании газа. Обозначим: l_1 — работа всасывания, $l_{сж}$ — работа сжатия и l_2 — работа нагнетания. При вычислении работы компрессора условимся считать работу сжатия и работу нагнетания положительными, а работу всасывания — отрицательной, поэтому

$$l_k = l_2 + l_{сж} - l_1.$$

На рис. 6-17:

$$\text{работа всасывания } l_1 = \text{пл. } Oa1c = -p_1 v_1; \quad (6-49)$$

$$\text{работа нагнетания } l_2 = \text{пл. } Ob2d = p_2 v_2; \quad (6-50)$$

работа сжатия

$$l_{сж} = \text{пл. } d21c = \int_1^2 p dv.$$

Полная работа компрессора:

$$l_k = \text{пл. } a12b = p_2 v_2 + \int_1^2 p dv - p_1 v_1. \quad (6-51)$$

При изотермическом процессе сжатия

$$p_1 v_1 = p_2 v_2,$$

поэтому работа компрессора равна работе, затраченной на сжатие газа в изотермическом процессе:

$$l_k = 2,303 p_1 v_1 \ln \frac{p_2}{p_1} = 2,303 RT \lg \frac{p_2}{p_1}. \quad (6-52)$$

В политропном процессе работа $l_{сж}$ определяется по формуле (4-35) и работу компрессора можно найти из выражения

$$l_k = p_2 v_2 + \frac{1}{n-1} (p_2 v_2 - p_1 v_1) - p_1 v_1.$$

Отсюда после элементарных преобразований получим окончательное уравнение в виде

$$l_k = \frac{n}{n-1} (p_2 v_2 - p_1 v_1) = n l_{сж}. \quad (6-53)$$

Из уравнения (6-53) следует, что работа компрессора l_k будет в n раз больше, чем работа сжатия в политропическом процессе $l_{сж}$.

Используя различные выражения работы политропного процесса, приведенные в § 4-6, можно получить другие формулы для определения работы компрессора, например:

$$l_k = \frac{n}{n-1} p_1 v_1 \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right]; \quad (6-54)$$

$$l_k = \frac{n}{n-1} RT_1 \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right]. \quad (6-55)$$

Полученные уравнения (6-53) — (6-55) действительны и при адиабатном сжатии воздуха, после замены показателя n на k .

При адиабатном сжатии работа расходуется на увеличение внутренней энергии газа, поэтому работа компрессора в этом случае может быть найдена из выражения

$$l_k = p_2 v_2 + (u_2 - u_1) - p_1 v_1 = i_2 - i_1, \quad (6-56)$$

которое можно применять и при сжатии пара.

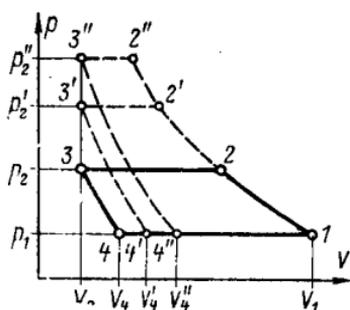


Рис. 6-20. Влияние вредного пространства и степени сжатия на производительность компрессора.

В реальном компрессоре поршень не доходит до крышки цилиндра и между ними остается некоторый объем V_0 , который называется вредным пространством (рис. 6-20). В связи с этим по окончании процесса нагнетания (линия 2—3) во вредном пространстве остается часть сжатого воздуха с давлением p_2 . При обратном ходе поршня всасывающий клапан не откроется до тех пор, пока давление оставшегося воздуха не понизится до атмосферного p_1 . Процесс расширения оставшегося сжатого воздуха осуществляется политропно по линии 3—4 и всасывание новой порции воздуха начнется в точке 4. Таким образом, благодаря наличию вредного пространства объем поступающего воздуха, равный $V_1 - V_4$, будет меньше $V_1 - V_0$ и производительность компрессора уменьшится.

С повышением конечного давления p_2 все большее количество воздуха будет оставаться во вредном пространстве и все меньше будет производительность компрессора (рис. 6-20). При некотором конечном давлении, когда объем сжатого воздуха будет равен объему вредного пространства, производительность компрессора станет равна нулю.

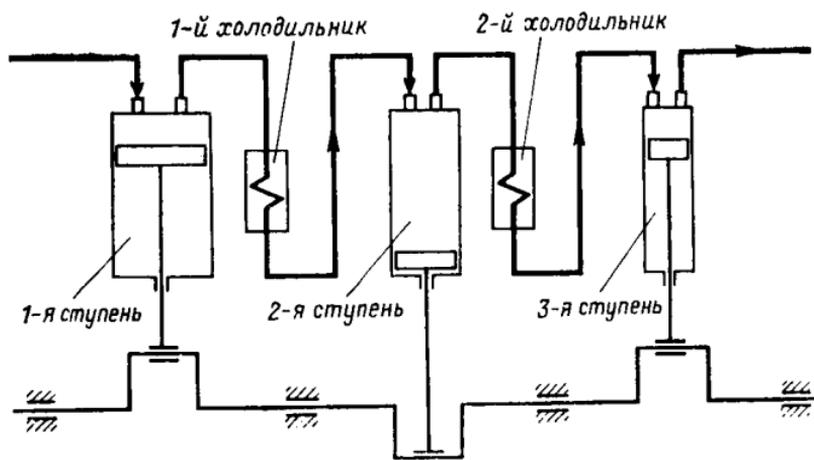


Рис. 6-21. Принципиальная схема трехступенчатого компрессора.

Таким образом, получить воздух высокого давления в одноступенчатом компрессоре невозможно в связи с уменьшением его производительности при повышении давления. Кроме того, одновременно с повышением давления увеличивается и температура сжимаемого воздуха, и она может достигнуть такого значения, при котором произойдет самовоспламенение смазочного масла в цилиндре, что недопустимо. Поэтому одноступенчатые компрессоры обычно применяют для получения сжатого воздуха давлением не выше 1,0 МПа.

Многоступенчатые компрессоры. Для получения сжатых газов высокого давления применяются многоступенчатые компрессоры, конструктивно представляющие собой систему последовательно соединенных одноступенчатых компрессоров, между которыми устанавливаются холодильники (рис. 6-21).

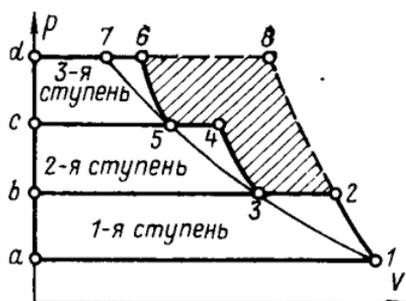


Рис. 6-22. p, v -диаграмма трехступенчатого компрессора.

Газ последовательно проходит через ступени компрессора и в каждой из них повышает давление на определенную величину. После каждого сжатия газ поступает в промежуточные холодильники и при постоянном давлении охлаждается до начальной температуры, при которой газ всасывался в первую ступень. Такой способ получения сжатого газа замедляет возрастание давления в каждом цилиндре, и влияние вредного пространства на производительность компрессора уменьшается.

На рис. 6-22 изображена p, v -диаграмма работы идеального трехступенчатого компрессора.

На диаграмме:

$a-1, b-3$ и $c-5$ — линии всасывания в первую, вторую и третью ступени соответственно;

$2-b$ — линия нагнетания из первой ступени в первый холодильник;

$4-c$ — линия нагнетания из второй ступени во второй холодильник;

$6-d$ — линия нагнетания из третьей ступени в резервуар;

$1-2, 3-4$ и $5-6$ — процессы сжатия в первой, второй и третьей ступенях компрессора соответственно.

Отрезки линий 2—3 и 4—5 изображают процессы изобарного охлаждения сжатого газа в первом и втором охладителях. В каждом холодильнике происходит охлаждение газа до начальной температуры t_1 , поэтому при входе в каждую ступень температура газа одна и та же, т. е.

$$T_1 = T_3 = T_5. \quad (6-57)$$

Сжатие газа во всех цилиндрах осуществляется так, чтобы конечные температуры по выходе из каждой ступени также были одинаковы, поэтому

$$T_2 = T_4 = T_6. \quad (6-58)$$

При политропном сжатии воздуха в каждой ступени трехступенчатого компрессора имеем:

для первой ступени

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{n}{n-1}};$$

для второй ступени

$$\frac{p_4}{p_3} = \left(\frac{T_4}{T_3} \right)^{\frac{n}{n-1}};$$

для третьей ступени

$$\frac{p_6}{p_5} = \left(\frac{T_6}{T_5} \right)^{\frac{n}{n-1}}.$$

На основании равенств (6-57) и (6-58) правые части написанных отношений равны, поэтому равны и левые, т. е.

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{p_4}{p_3} = \frac{p_6}{p_5} = x, \quad (6-59)$$

где x — степень повышения давления.

Таким образом, *степень повышения давления в каждой ступени одинакова.*

Перемножив значения x для каждой ступени между собой, получим:

$$x^3 = \frac{p_2 p_4 p_6}{p_1 p_3 p_5}.$$

Но $p_2 = p_3$ и $p_4 = p_5$, поэтому $x^3 = p_6/p_1$ и

$$x = \sqrt[3]{\frac{p_6}{p_1}}. \quad (6-60)$$

При числе ступеней z

$$x = \sqrt[z]{\frac{p_{\text{кон}}}{p_{\text{нач}}}}, \quad (6-61)$$

где $p_{\text{кон}}$ — конечное давление газа по выходе из последней ступени компрессора; $p_{\text{нач}}$ — начальное давление газа при входе в первую ступень компрессора.

Из рис. 6-22 видно, что при переходе от одноступенчатого сжатия к трехступенчатому с применением промежуточного охлаждения и в том же диапазоне изменения давления затрачиваемая работа сжатия в трехступенчатом компрессоре будет меньше, чем в одноступенчатом, на величину, определенную заштрихованной пл. 2345682.

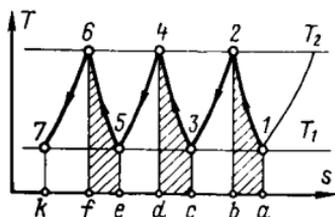


Рис. 6-23. T, s -диаграмма трехступенчатого компрессора.

При одинаковых температурах газа на входе в каждую ступень и одинаковой степени повышения давления во всех цилиндрах работа каждой ступени также одинакова

$$l_{1\text{ст}} = l_{2\text{ст}} = l_{3\text{ст}}.$$

Работу сжатия в одной ступени можно найти, используя любое из ранее приведенных уравнений (6-53) — (6-55).

Полная работа трехступенчатого компрессора, отнесенная к 1 кг газа, равна:

$$L_{\text{к}} = 3l_{1\text{ст}}. \quad (6-62)$$

На рис. 6-23 изображена диаграмма трехступенчатого компрессора в T, s -координатах при политропном сжатии в каждой ступени. Площади $a12b$, $c34d$ и $e56f$ под политропами 1—2, 3—4 и 5—6 при принятых условиях равны между собой. Эти площади изображают количество теплоты, которое теряет газ при сжатии в отдельных ступенях компрессора и которое подсчитывается по уравнению (4-37). Площади $b23c$, $d45e$ под изобарами 2—3 и 4—5 также равны между собой. Эти площади изображают теплоту, которая отнимается от сжатого газа в первом и втором охладителях и подсчитывается по уравнению (4-11).

Пример 6-1. Рассчитать цикл ДВС 1-2-3-4 с подводом теплоты при $v = \text{const}$ (см. рис. 6-1 и 6-2) по данным: $p_1 = 0,1$ МПа,

$t_1=27^\circ\text{C}$, степень сжатия $\varepsilon=4$, степень повышения давления $\lambda=1,5$. Рабочее тело обладает свойствами воздуха, теплоемкость постоянная, количество газа 1 кг.

Решение. Начальный объем

$$v_1 = \frac{RT_1}{p_1} = \frac{287 \cdot 300}{0,1 \cdot 10^6} = 0,86 \text{ м}^3/\text{кг}.$$

Конечный объем

$$v_2 = \frac{v_1}{\varepsilon} = \frac{0,86}{4} = 0,215 \text{ м}^3/\text{кг}.$$

Давление в точке 2

$$p_2 = p_1 \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^k = 0,1 \cdot 4^{1,4} = 0,698 \text{ МПа}.$$

Температура в точке 2

$$T_2 = \frac{p_2 v_2}{R} = \frac{0,698 \cdot 10^6 \cdot 0,215}{287} = 524 \text{ К}.$$

Давление в точке 3

$$p_3 = \lambda p_2 = 1,5 \cdot 0,698 = 1,047 \text{ МПа}.$$

Температура в точке 3

$$T_3 = \lambda T_2 = 1,5 \cdot 524 = 786 \text{ К}.$$

Давление в точке 4

$$p_4 = \frac{p_3}{\left(\frac{v_4}{v_3} \right)^k} = \frac{1,047}{4^{1,4}} = 0,15 \text{ МПа}.$$

Температура в точке 4

$$T_4 = T_1 \frac{p_4}{p_1} = 300 \frac{0,15}{0,1} = 450 \text{ К}.$$

Массовая теплоемкость

$$c_v = \frac{\mu \cdot c_v}{\mu} = \frac{20,95}{28,95} = 0,723 \text{ кДж}/(\text{кг} \cdot \text{К}).$$

Количество подведенной теплоты

$$q_1 = c_v (T_3 - T_2) = 0,723 (786 - 524) = 189,5 \text{ кДж}/\text{кг}.$$

Количество отведенной теплоты

$$q_2 = c_v (T_1 - T_4) = 0,723 (300 - 450) = -108 \text{ кДж}/\text{кг}.$$

Термический к. п. д. цикла

$$\eta_t = 1 - \frac{q_2}{q_1} = 1 - \frac{108,3}{189,5} = 0,43.$$

Пример 6-2. Идеальный одноступенчатый компрессор всасывает $200 \text{ м}^3/\text{ч}$ метана при $p_1=0,1 \text{ МПа}$, $t_1=17^\circ\text{C}$ и сжимает его политропически ($n=1,2$) до $p_2=0,7 \text{ МПа}$. Определить температуру и объем сжатого метана и теоретическую работу сжатия в компрессоре.

Решение. Конечная температура

$$T_2 = T_1 \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} = 290 \cdot \left(\frac{0,7}{0,1} \right)^{\frac{1,2-1}{1,2}} = 400 \text{ К.}$$

Объем сжатого метана

$$V_2 = \frac{V_1}{\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{1}{n}}} = \frac{200}{\left(\frac{0,7}{0,1} \right)^{\frac{1}{1,2}}} = 39,6 \text{ м}^3.$$

Теоретическая работа компрессора

$$L_k = \frac{n}{n-1} p_1 v_1 \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right] = \frac{1,2}{1,2-1} 0,1 \times \\ \times 10^6 \cdot 200 \left[\left(\frac{0,7}{0,1} \right)^{\frac{1,2-1}{1,2}} - 1 \right] = 456 \cdot 10^5 \text{ Дж/ч.}$$

ГЛАВА СЕДЬМАЯ

ВОДЯНОЙ ПАР

7-1. Основные понятия и определения

Водяной пар применяется в качестве рабочего тела в паровых турбинах, которые являются в настоящее время основными тепловыми двигателями на тепловых электрических станциях.

Как теплоноситель водяной пар широко используется в технологических процессах многих отраслей народного хозяйства: энергетики, химической технологии, машиностроения и т. д.

Водяной пар применяется в различных состояниях в весьма широком диапазоне давлений и температур и часто переходит в жидкое состояние — конденсируется. В этих условиях нельзя пренебрегать силами взаимодействия между молекулами и объемом самих молекул и, следовательно, к водяному пару нельзя применять законы идеальных газов и уравнение Менделеева — Клапейрона.

При различных расчетах и изучении процессов, протекающих в водяном паре, используются таблицы водяного пара (см. табл. П5—П7), которые составлены на

основании большого экспериментального материала и теоретических исследований. Табличный метод расчетов тепловых процессов достаточно сложен, поэтому на практике широко применяется графический метод с использованием i, s -диаграммы. В нашей стране наиболее широкое практическое применение имеют таблицы, составленные под руководством М. П. Вукаловича.

Установим некоторые основные понятия и определения. Разделение вещества на газ и пар условно, так как между ними не существует какой-либо границы. *Паром называется всякий реальный газ, который в условиях его применения способен переходить в жидкость.* Такие газообразные вещества имеют относительно высокие критические температуры. *Всякий реальный газ, который в обычных условиях его применения не переходит в жидкое состояние, сохраняет название газа;* такие газообразные вещества имеют низкие критические температуры.

Процесс перехода жидкости в пар называется **п а р о б р а з о в а н и е м**, этот процесс может происходить путем испарения и кипения. При испарении образование пара происходит только со свободной поверхности жидкости; этот процесс протекает при любых температурах жидкости и может сопровождаться понижением ее температуры. Интенсивность испарения зависит от физических свойств жидкости и возрастает с повышением ее температуры.

Бурный процесс парообразования, сопровождающийся возникновением пузырьков пара по всему объему жидкости, называется **к и п е н и е м**. Кипение жидкости происходит при постоянном давлении и при соответствующей ему постоянной температуре, которая называется **температурой кипения** или **насыщения** и обозначается $t_{\text{н}}$. Для всех жидкостей температура кипения $t_{\text{н}}$ повышается с увеличением давления, зависимость между ними находится из опыта и в общем случае выражается уравнением $t_{\text{н}}=f(p)$. Для различных жидкостей и воды имеется большое количество эмпирических уравнений, позволяющих приближенно установить зависимость $t_{\text{н}}=f(p)$. В качестве примера для воды можно привести уравнение Руша, которое имеет вид:

$$t_{\text{н}} = 100 \sqrt[4]{p}, \quad (7-1)$$

где p — абсолютное давление, кгс/см².

Для давлений ниже 50 кгс/см² значение t_n , найденное по формуле (7-1), отличается от действительных значений не более чем на 1%, с повышением давлений расхождение увеличивается. При точном определении температуры кипения необходимо пользоваться таблицами. Все параметры кипящей жидкости принято обозначать соответствующей буквой со штрихом, например: удельный объем v' , энтальпия i' , энтропия s' и т. д.

Насыщенный пар называется пар, находящийся в динамическом равновесии со своей жидкостью. Это значит, что в закрытом сосуде число молекул пара, поступающих в пространство над кипящей жидкостью, равно числу молекул, возвращающихся обратно в жидкость. Такое подвижное равновесие обуславливается хаотичностью движения молекул и силами взаимодействия между молекулами пара и жидкостью вблизи ее поверхности.

Если при постоянном давлении к кипящей жидкости подвести необходимое количество теплоты для испарения всей жидкости, то в момент исчезновения последних капель жидкости (воды) получим сухой насыщенный пар при температуре кипения t_n . Сухой насыщенный пар является неустойчивым состоянием и получается в парогенераторах как мгновенное состояние при переходе в перегретый пар. Состояние сухого насыщенного пара определяется одним параметром: давлением или температурой насыщения t_n . Все параметры сухого насыщенного пара обозначаются соответствующими буквами с двумя штрихами, например: удельный объем v'' , энтальпия i'' , энтропия s'' и т. д.

При кипении жидкости вместе с пузырьками пара выносятся мельчайшие частицы влаги. Получающаяся смесь пара и жидкости называется влажным/насыщенным паром, причем частицы жидкости равномерно распределены по всему объему пара.

Состояние влажного насыщенного пара определяется давлением p и степенью сухости x или температурой кипения t_n и степенью сухости x . Степенью сухости x называется массовая доля сухого пара, содержащегося во влажном паре:

$$x = \frac{m_{\text{сух}}}{m_{\text{вл}}} = \frac{m_{\text{сух}}}{m_{\text{сух}} + m_{\text{ж}}}, \quad (7-2)$$

где $m_{\text{сух}}$ и $m_{\text{ж}}$ — соответственно масса сухого пара и жидкости, находящихся в 1 кг смеси; $m_{\text{вл}}$ — масса 1 кг влажного пара.

Для сухого пара $x=1$, для кипящей жидкости $x=0$. Массовая доля жидкости, содержащейся во влажном паре, называется степенью влажности и обозначается $1-x$. Все параметры влажного пара (кроме давления и температуры) обозначаются с индексом x , например: удельный объем v_x , энтальпия i_x , энтропия s_x и т. д.

Перегретым паром называется пар, который при одинаковом давлении с насыщенным, имеет более высокую температуру, чем температура кипения $t_{\text{н}}$. Состояние перегретого пара определяется любыми двумя параметрами, наиболее часто — давлением и температурой. Процесс перехода насыщенного пара в жидкость называется конденсацией. Этот процесс является обратным процессу парообразования и также происходит при постоянном давлении и соответствующей ему постоянной температуре, равной температуре кипения $t_{\text{н}}$ при том же давлении.

7-2. Получение пара при постоянном давлении.

p, v -диаграмма водяного пара

На рис. 7-1 изображена p, v -диаграмма водяного пара, на которой показана зависимость изменения удельного объема воды и пара от давления.

Получение пара в парогенераторах происходит при постоянном давлении, которое определяется назначением и конструкцией парогенератора. Рассмотрим процесс получения пара при некотором постоянном давлении p . Пусть при данном давлении p 1 кг воды с температурой 0°C занимает объем v_0 ; состояние ее на диаграмме изображено точкой a . При подводе теплоты вода нагревается и ее температура повышается до тех пор, пока она не достигнет температуры кипения $t_{\text{н}}$, соответствующей давлению p . При нагревании объем воды увеличи-

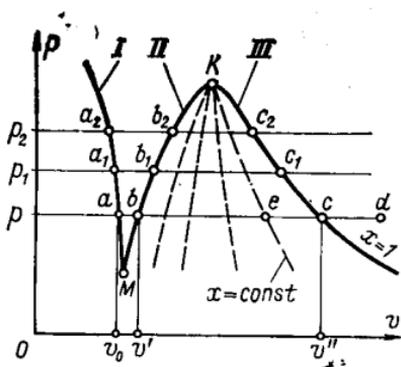


Рис. 7-1. p, v -диаграмма водяного пара.

вається от v_0 до v' ; состояние кипящей воды обозначено на диаграмме точкой b . При дальнейшем подводе тепла кипящая вода постепенно переходит в пар. В тот момент, когда испарится вся жидкость, будет получен сухой насыщенный пар, объем его v'' будет во много раз больше (при низких давлениях) объема кипящей воды v' . Состояние сухого насыщенного пара на диаграмме изображено точкой c . Процесс парообразования $b—c$ происходит не только при постоянном давлении p , но и при постоянной температуре t_n , поэтому этот процесс не только изобарный, но и изотермический.

Если к сухому насыщенному пару состояния c подводить теплоту при том же давлении p , то он превращается в перегретый пар. Состояние его на диаграмме изображено точкой d . Между точками b и c находится смесь сухого насыщенного пара и воды, т. е. влажный насыщенный пар, произвольное состояние его на диаграмме изображено точкой e .

При более высоком давлении p_1 процесс получения пара происходит аналогично. Но так как $p_1 > p$, то удельный объем воды v_0 незначительно уменьшится и состояние ее изобразится точкой a_1 , которая расположена левее точки a . Наоборот, удельный объем кипящей воды v'_1 будет увеличиваться, так как с повышением давления повышается температура кипения t_n , которая оказывает большее влияние на увеличение объема, чем давление на его уменьшение. Это состояние изображается точкой b_1 , расположенной правее точки b . При давлении p_1 объем сухого пара v'' уменьшается и изображается точкой c_1 , которая будет левее точки c .

Если соединить точки a , b , c , определяющие характерные состояния воды и пара при различных давлениях, то на p, v -диаграмме получим три основные линии: I , II и III .

Линия I определяет состояние воды при температуре 0°C и различных давлениях. Из диаграммы видно, что с повышением давления удельный объем воды v_0 уменьшается. Однако вследствие малой сжимаемости воды зависимость v_0 от p незначительна и ею обычно пренебрегают. Поэтому при любых давлениях принимают $v_0 = 0,001 \text{ м}^3/\text{кг}$.

Линия II определяет состояние кипящей жидкости ($x=0$) и показывает, что объем v' с повышением давления увеличивается. Эта линия называется нижней

пограничной кривой, слева от нее находится некипящая жидкость, справа — область влажного насыщенного пара.

Линия III характеризует состояния сухого насыщенного пара ($x=1$) при различных давлениях и называется верхней пограничной кривой, слева от нее находится область влажного пара, а справа — область перегретого пара. Из диаграммы видно, что объем пара v'' будет тем меньше, чем больше его давление.

С повышением давления разность $v''-v'$ уменьшается, линии II и III сближаются и при некотором давлении они пересекаются в точке K , которая называется критической. Таким образом, точка K определяет критическое состояние воды и водяного пара и все параметры в этом состоянии называются критическими. Критическое состояние любого вещества характеризуется тем, что различие между жидкостью и паром исчезает. Критические параметры для воды имеют следующие значения: $p_{кр}=221,15$ бар, $t_{кр}=374,12^\circ\text{C}$ и $v_{кр}=0,003147$ м³/кг. Критическое состояние впервые было установлено Д. И. Менделеевым в 1861 г.

При уменьшении давления линии I и II сближаются и при некотором давлении пересекаются в точке M , которая называется тройной точкой. Каждое вещество в этой точке находится в трех состояниях: твердом, жидком и газообразном. В тройной точке каждое вещество имеет вполне определенные параметры, например для воды: $p_{тр}=4,6$ мм рт. ст., $t_{тр}=0,01^\circ\text{C}$.

Процесс перехода вещества из твердого состояния в газообразное называется возгонкой или сублимацией. Этот процесс происходит при постоянном давлении $p < p_{тр}$.

В области влажного пара наносятся линии постоянной сухости $x < 1$, которые на диаграмме изображены пунктирными кривыми, выходящими из критической точки K .

7-3. Основные термодинамические параметры воды и водяного пара

При термодинамических исследованиях принято считать, что при 0°C и любом давлении энтальпия, энтропия и внутренняя энергия жидкости равны нулю, т. е.

$$i_0=0, s_0=0 \text{ и } u_0=0.$$

В изобарном процессе $a-b$ (рис. 7-1) на подогрев 1 кг жидкости от 0°C до t_n расходуется теплота q' , которую называют теплотой жидкости. Она равна:

$$q' = c_p(t_n - t_0) = c_p t_n, \quad (7-3)$$

где c_p — массовая теплоемкость жидкости.

По первому закону термодинамики теплота жидкости расходуется на изменение внутренней энергии и на работу расширения, поэтому

$$q' = u' - u_0 + p(v' - v_0). \quad (7-4)$$

Поскольку объем жидкости изменяется незначительно, то в этом процессе подавляющая часть теплоты жидкости q' расходуется на изменение внутренней энергии.

Основные параметры кипящей жидкости (точка b) i' , v' и s' находят из таблиц по заданному давлению или по температуре насыщения. Внутренняя энергия кипящей жидкости определяется по формуле

$$u' = i' - pv'; \quad (7-5)$$

из уравнения (7-4) ($u_0 = 0$)

$$u' = q' - p(v' - v_0), \quad (7-6)$$

следовательно, для одного и того же состояния можно написать:

$$i' - pv' = q' - p(v' - v_0),$$

откуда

$$i' = q' + pv_0. \quad (7-7)$$

Таким образом, *энтальпия кипящей жидкости больше теплоты жидкости на величину pv_0* . Этот вывод относится к любому состоянию воды и пара. При низких давлениях величиной pv_0 пренебрегают и энтальпию в любом состоянии воды или пара приравнивают теплоте.

В изобарном процессе $b-c$ (рис. 7-1) кипящая жидкость при постоянной температуре t_n переходит в пар.

Количество теплоты, подводимого к 1 кг кипящей жидкости при $p = \text{const}$ для превращения ее в сухой насыщенный пар, называется теплотой парообразования и обозначается буквой r . При любых давлениях ниже критического большая часть теплоты парообразования r расходуется на изменение внутренней потенциальной энергии и меньшая — на работу расши-

рения. Тогда уравнение первого закона термодинамики можно выразить в следующем виде:

$$r = (u'' - u') + p(v'' - v'). \quad (7-8)$$

Теплота, расходуемая на изменение внутренней энергии, называется внутренней теплотой парообразования и обозначается ρ , т. е.

$$\rho = u'' - u'. \quad (7-9)$$

Теплота, эквивалентная работе расширения, называется внешней теплотой парообразования и обозначается ψ :

$$\psi = p(v'' - v'). \quad (7-10)$$

Поэтому уравнение (7-8) можно записать в таком виде:

$$r = \rho + \psi. \quad (7-11)$$

При повышении давления r и ρ непрерывно уменьшаются, а ψ сначала незначительно увеличивается (до 4,0 МПа), а затем уменьшается. В критическом состоянии $r=0$, $\rho=0$ и $\psi=0$. Энтальпия сухого насыщенного пара определяется по формуле

$$i'' = i' + r. \quad (7-12)$$

Значения i'' , v'' , s'' , а также r находят из таблиц водяного пара по давлению или температуре кипения $t_{\text{н}}$.

Внутренняя энергия сухого насыщенного пара подсчитывается по известному уравнению

$$u'' = i'' - p v''. \quad (7-13)$$

Влажный насыщенный пар. Как сказано выше, влажный насыщенный пар представляет собой смесь кипящей воды и сухого насыщенного пара, температура его равна температуре кипения жидкости $t_{\text{н}}$ при данном давлении. Удельный объем влажного пара равен сумме объемов x кг сухого пара и $1-x$ кг воды:

$$v_x = v''x + (1-x)v'. \quad (7-14)$$

Отсюда можно получить уравнение

$$x = \frac{v_x - v'}{v'' - v'}, \quad (7-15)$$

которое служит для точного определения степени сухости. При низких давлениях ($p < 4,0$ МПа) и большой

степени сухости ($x > 0,7$) объем жидкости в смеси ввиду малости можно не учитывать и определять удельный объем влажного пара упрощенно:

$$v_x = v''x. \quad (7-16)$$

Энтальпия и энтропия влажного пара определяются по аналогии с уравнением (7-13), а именно:

$$i_x = i''x + (1-x)i' = i' + rx; \quad (7-17)$$

$$s_x = s''x + (1-x)s', \quad (7-18)$$

или

$$s_x = s' + \frac{r}{T_H} x. \quad (7-19)$$

Внутренняя энергия влажного пара находится по уравнению

$$u_x = i_x - pv_x. \quad (7-20)$$

Перегретый пар. Свойства перегретого пара сильно отличаются от свойств насыщенного пара. При данном давлении перегретый пар может иметь любую температуру выше температуры насыщения t_H , а его объем v при одном и том же давлении всегда больше объема сухого насыщенного пара v'' .

Чем выше температура перегретого пара и чем ниже его давление, тем меньше отклоняется перегретый пар от свойств идеального газа. При высоких давлениях и при температурах, близких к состоянию насыщения, перегретый пар будет значительно отклоняться от свойств идеального газа. Однако во всех случаях перегретый пар не подчиняется уравнению $pv = RT$. Для перегретого пара различными исследователями были предложены эмпирические уравнения состояния, позволяющие находить значения его основных параметров и другие физические величины. В настоящее время наиболее распространенным в СССР является уравнение состояния водяного пара, составленное М. П. Вукаловичем и И. И. Новиковым. Это уравнение достаточно сложно, и пользоваться им для повседневных расчетов по существу невозможно. Поэтому при всех расчетах используются таблицы перегретых паров, в которых приведены значения энтальпии, энтропии и удельного объема, вычисленные при помощи уравнения состояния. Для любого состояния значения этих параметров находятся

в зависимости от давления и температуры пара. Внутренняя энергия перегретого пара в данном состоянии определяется по известному уравнению

$$u = i - pv.$$

В изобарном процессе $c-d$ (рис. 7-1) происходит перегрев пара, при этом температура пара становится больше температуры кипения t_n .

Количество теплоты, которое подводится к 1 кг сухого насыщенного пара при превращении его в перегретый, называется теплотой перегрева и обозначается $q_{пе}$. Эта теплота подсчитывается по уравнению

$$q_{пе} = i_1 - i'' = c_{pm}(t - t_n), \quad (7-21)$$

где i и t — соответственно энтальпия и температура перегретого пара; c_{pm} — средняя массовая изобарная теплоемкость перегретого пара.

Теплоемкость перегретого пара c_{pm} зависит от давления и температуры. Аналитическая зависимость $c_{pm} = f(p, t)$ дается сложными эмпирическими уравнениями, которые неудобны для практических расчетов и поэтому значения c_{pm} раньше приводились в таблицах перегретых паров; в настоящее время все расчеты выполняются через энтальпии и значения c_{pm} в таблицах не приводятся.

7-4. T, s -диаграмма водяного пара

На рис. 7-2 изображена T, s -диаграмма водяного пара. Эта диаграмма широко используется при исследованиях разомкнутых и круговых процессов водяного пара.

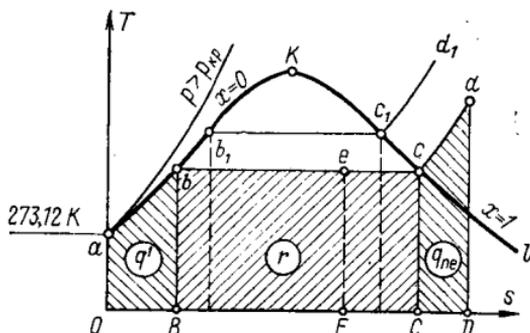


Рис. 7-2. T, s -диаграмма водяного пара.

При любом давлении и при температуре 0°C энтропия воды s_0 равна нулю. Поэтому изотерма воды при $t = 0^\circ\text{C}$, изображаемая в p, v -координатах линией I (см. рис. 7-1), в T, s -координатах превращается в точку и обозначается буквой a . Эта точка a находится на оси ординат на 273°C выше абсолютного нуля и служит началом построения нижней пограничной кривой.

Прежде всего по точкам наносятся пограничные линии. Абсциссами точек нижней пограничной кривой abK являются значения энтропии кипящей жидкости s' , а верхней пограничной кривой Kcl — значения энтропии сухого насыщенного пара s'' . С повышением температуры кипения энтропия жидкости s' непрерывно увеличивается, а энтропия пара s'' — уменьшается, поэтому по достижении критической температуры линии abK и Kcl пересекаются в точке K , определяющей критическое состояние.

Затем наносят изобары $abcd$, $ab_1c_1d_1$ и т. д. На участке изобары $a-b$ происходит подогрев жидкости от 0°C до температуры кипения T_H , на участке $b-c$ — парообразование, а на участке $c-d$ — перегрев пара.

В процессе $a-b$ подогрева жидкости до кипения энтропия ее изменяется от нуля ($s_0=0$) до s' и определяется по уравнению

$$s' = \int_{273}^{T_H} \frac{dq}{T} = \int_{273}^{T_H} \frac{c_p dT}{T} = c_p \ln \frac{T_H}{273}. \quad (7-22)$$

Следовательно, изобара $a-b$ является логарифмической линией, кривизна которой незначительно отличается от кривизны нижней пограничной кривой abK . В связи с этим принято считать, что при давлениях вплоть до критического изобары жидкости совпадают с нижней пограничной кривой. Таким образом, нижняя пограничная кривая abK представляет собой всю область жидкости от 0°C до температуры кипения при различных давлениях, вплоть до критического.

Изобары воды сверхкритического давления проходят левее нижней пограничной кривой и пересекают ее только в одной точке a .

Изобара парообразования $b-c$, как и в p, v -диаграмме, изображается горизонтальной линией, так как этот процесс протекает, как известно, не только при посто-

янном давлении, но и при постоянной температуре кипения $t_{\text{к}}$.

Изобары перегрева пара $c-d$, c_1-d_1 и т. д. изображаются линиями, близкими к логарифмическим. Поскольку теплоемкость перегретого пара зависит от давления, то изобары разных давлений — не параллельные линии и каждая из них строится самостоятельно с помощью таблиц перегретого пара.

Между пограничными кривыми abK и Kcl расположена область влажного насыщенного пара, а справа и выше верхней пограничной кривой находится область перегретого пара. В области влажного пара обычно наносятся линии постоянной сухости, которые изображаются кривыми линиями, выходящими из критической точки (на рис. 7-2 не показаны).

Как известно, площади под кривой процесса в диаграмме T, s изображают теплоту процесса. На рис. 7-2 площадь $OabV$ под изобарой $a-b$ изображает теплоту жидкости q' ; площадь $VbcC$ в процессе $b-c$ — теплоту парообразования r , площадь $CcdD$ процесса $c-d$ — теплоту перегрева $q_{\text{пе}}$. Если пренебречь величиной pv_0 , то первые две площади будут изображать энтальпию сухого насыщенного пара i'' , а все три — энтальпию перегретого пара i .

Для влажного пара состояния e площадь $VbeE$ изображает теплоту rx , а площадь $OabeE$ — полную теплоту влажного пара или при $pv_0=0$ энтальпию влажного насыщенного пара i_x .

7-5. i, s -диаграмма водяного пара

Эта диаграмма впервые была предложена в 1904 г. немецким физиком Мольте и была построена до 20 кгс/см². В СССР принята диаграмма М. П. Вукаловича, которая построена до давления 100,0 МПа и до температуры 1000°C.

Схематически i, s -диаграмма показана на рис. 7-3. Все линии этой диаграммы построены путем использования значений энтальпии и энтропии, которые берутся из таблиц воды и пара.

Прежде всего наносятся пограничные кривые кипящей воды OK и сухого пара KL , координатами которых соответственно являются i', s' и i'', s'' .

Нижняя пограничная кривая OK выходит из начала координат, так как было принято, что при 0°C энтальпия и энтропия жидкости равны нулю.

Между кривыми OK и KL расположена область влажного насыщенного пара, а выше линии KL — область перегретого пара.

Затем наносятся изобары, которые в области влажного пара изображаются прямыми наклонными линиями, расходящимися веерообразно вверх, при этом чем выше давление, тем более круто идет изобара. В области перегретого пара изобары — кривые обращенные выпуклостью в сторону оси абсцисс (линии p_1 , p_2 и т. д.).

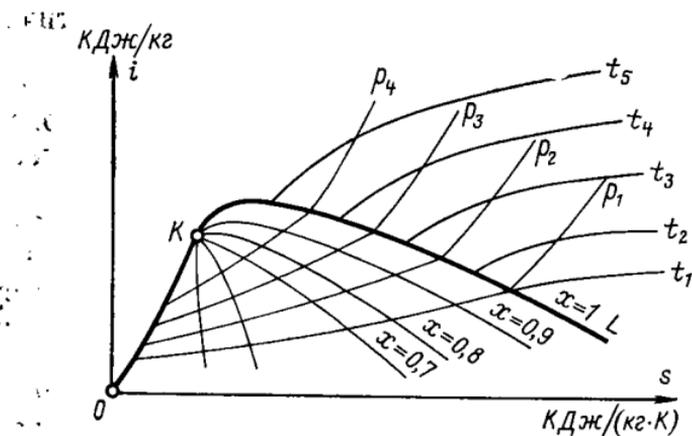


Рис. 7-3. i, s -диаграмма водяного пара.

Изотермы в области влажного пара, как известно, совпадают с изобарами. В области перегретого пара изотермы являются кривыми линиями, идущими от верхней пограничной кривой KL слева направо и обращенными выпуклостью вверх (например, линии t_1 , t_2 и т. д.). Чем больше будет перегрев пара, тем ближе будет пар к свойствам идеального газа и изотерма будет приближаться к линии $i = \text{const}$.

В области влажного пара наносят линии постоянной сухости, например $x=0,9$; $x=0,8$ и т. д. Как правило, на i, s -диаграмму наносят линии постоянных объемов изохоры, которые как в области влажного пара, так и в области перегретого пара имеют вид кривых, поднимающихся вверх более круто, чем изобары. Обычно изохоры изображаются пунктирными или цветными линиями.

Практически i , s -диаграмма вся не изображается, часть ее, соответствующую очень влажным парам, опускают. Это дает возможность выполнить рабочую часть диаграммы в более крупном масштабе, что повышает точность определения параметров пара и, следовательно, расчета всех процессов при помощи этой диаграммы.

7-6. Основные процессы водяного пара

Основными процессами являются: изобарный, изохорный, изотермический и адиабатный. Каждый из этих процессов может протекать целиком в области влажного или перегретого пара, т. е. без изменения агрегатного состояния. Но процесс может протекать и таким образом, что, например, в начальном состоянии пар будет влажный, а в конечном состоянии — перегретый (или наоборот). Этот более общий случай и будет рассматриваться ниже.

Общие свойства указанных процессов для газов рассмотрены в гл. 4. Так как водяной пар не подчиняется законам идеальных газов, полученные соотношения между параметрами и уравнения для подсчета теплоты, изменения внутренней энергии и работы для пара неприменимы.

При решении задач с использованием таблиц необходимо сначала установить состояния рабочего тела в начале и в конце процесса. Для определения состояния рабочего тела при заданном давлении сравнивают любой известный параметр (v , i , s , t) с соответствующим параметром сухого насыщенного пара. Положим, что известно начальное значение энтропии s , тогда, если:

а) $s' < s < s''$, в рассматриваемом состоянии пар будет влажным. В этом случае по уравнению (7-18) находят степень сухости x , а другие необходимые параметры — по уравнениям (7-14), (7-17) и (7-20);

б) $s = s''$, пар будет сухим и необходимые параметры находят по таблицам сухого насыщенного пара (табл. П5, П6);

в) $s > s''$, пар будет перегретый и все необходимые параметры определяют по таблицам перегретого пара (табл. П7);

г) $s < s'$, в рассматриваемом состоянии будет вода, недогретая до кипения, и все параметры находятся по табл. П7.

При решении задач по i, s -диаграмме состояние рабочего тела определяют как точку пересечения любых двух линий и все параметры (за исключением u) находят из диаграммы.

Изохорный процесс ($v = \text{const}$). На рис. 7-4 в координатах p, v, T, s и i, s изображен изохорный процесс общего вида с подводом теплоты. В T, s -диаграмме изохора имеет вид кривой линии с выпуклостью вверх в об-

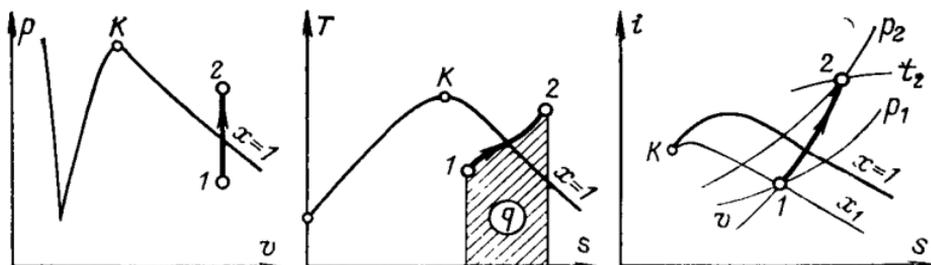


Рис. 7-4. Изохорный процесс для водяного пара.

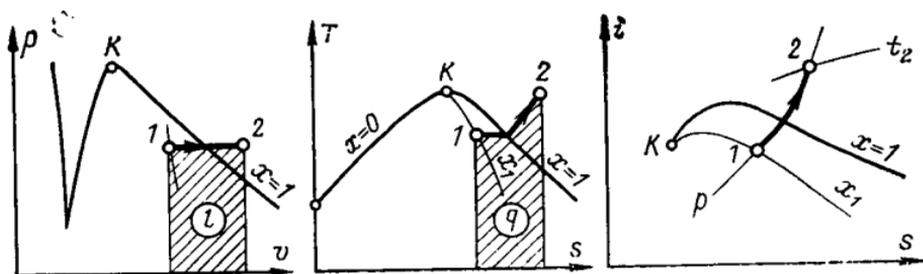


Рис. 7-5. Изобарный процесс для водяного пара.

ласти влажного пара и выпуклостью вниз в области перегретого пара. В i, s -диаграмме изохора изображается кривой 1—2, причем начальное состояние, определяемое точкой 1, находится на пересечении заданной изохоры с изобарой p_1 . Конечное состояние определяется точкой 2, которая находится на пересечении той же изохоры с изотермой t_2 .

Так как в этом процессе работа не совершается, то вся теплота расходуется на изменение внутренней энергии, поэтому

$$q_v = \Delta u = (i_2 - p_2 v_2) - (i_1 - p_1 v_1). \quad (7-23)$$

Изобарный процесс ($p = \text{const}$). На рис. 7-5 изображен изобарный процесс общего вида в координатах p, v, T, s и i, s . В координатах T, s в области влажного пара

изобара совпадает с изотермой и поэтому представлена горизонтальной линией, в области перегретого пара — кривой, близкой к логарифмической. В i, s -диаграмме изобара изображена линией 1—2, причем начальное состояние определяется точкой 1 и находится на пересечении заданной изобары 1—2 и линии постоянной сухости x_1 , а конечное состояние — точкой 2, которая находится на пересечении изобары и изотермы t_2 .

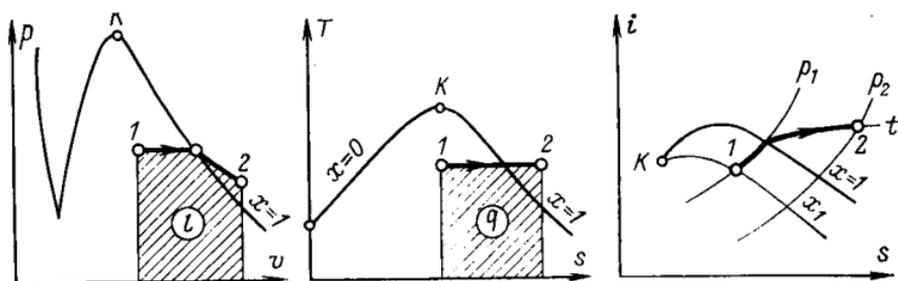


Рис. 7-6. Изотермический процесс для водяного пара.

Теплота процесса определяется уравнением

$$q = i_2 - i_1. \quad (7-24)$$

Изменение внутренней энергии определяется по уравнению (7-23), а работа расширения — по формуле

$$l = p(v_2 - v_1). \quad (7-25)$$

В этом процессе подавляющая часть подводимой теплоты расходуется на изменение внутренней энергии пара.

Изотермический процесс ($T = \text{const}$). На рис. 7-6 представлен изотермический процесс общего вида, когда в начальном состоянии имеем влажный пар, а в конечном — перегретый. В p, v -диаграмме в области влажного пара изотерма изображается горизонтальной линией, а в области перегретого пара — гиперболической кривой, более полой, чем газовая. В i, s -диаграмме изотерма представлена линией 1—2. Начальное состояние пара (точка 1) находится на пересечении изобары p_1 и линии постоянной сухости x_1 , а конечное состояние (точка 2) — на пересечении заданной изотермы и изобары p_2 .

В процессе изотермического расширения пара часть подводимой теплоты расходуется на изменение его вну-

тренией потенциальной энергии и в этом состоит его отличие от того же процесса в идеальных газах.

Теплота процесса определяется по уравнению

$$q = T(s_2 - s_1); \quad (7-26)$$

изменение внутренней энергии — по уравнению (7-23), а работа расширения — из первого закона термодинамики

$$l = q - \Delta u.$$

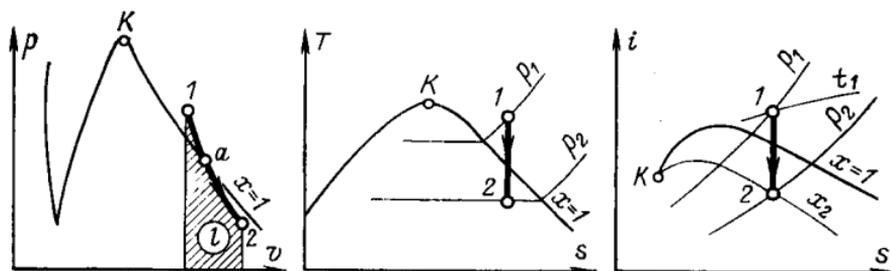


Рис. 7-7. Адиабатный процесс для водяного пара.

Адиабатный процесс ($dq=0$). На рис. 7-7 показан обратимый адиабатный процесс расширения пара в координатах p, v, T, s и is .

В обратимом адиабатном процессе энтропия не меняется ($s=\text{const}$), поэтому в T, s - и i, s -диаграммах адиабата — вертикальная линия. В p, v -диаграмме адиабата изображается линией, похожей на гиперболическую кривую, которая может быть приближенно выражена уравнением типа

$$pv^k = \text{const},$$

где k — эмпирический коэффициент.

В небольших пределах изменения давления коэффициент k принимается равным:

для перегретого пара $k=1,3$;

для сухого насыщенного пара $k=1,135$;

для влажного пара $k=1,035+0,1x$, где x — начальная степень сухости пара.

Следовательно, в области перегретого пара адиабата идет круче, чем в области влажного пара, и в точке a пересечения ее с верхней пограничной кривой имеется перегиб.

В i, s -диаграмме адиабата изображается линией 1—2, причем начальное состояние пара, определяемое

точкой 1, находим на пересечении изобары p_1 и изотермы t_1 . Опуская из точки 1 вертикальную линию $s = \text{const}$ до пересечения с изобарой p_2 , находим точку 2, которая определяет конечное состояние пара в конце расширения. В точках 1 и 2 находят недостающие параметры пара, необходимые для решения задачи.

В адиабатном процессе работа совершается за счет внутренней энергии и определяется уравнением

$$l = -\Delta u = (i_1 - p_1 v_1) - (i_2 - p_2 v_2). \quad (7-27)$$

Пример 7-1. В резервуаре при $p_1 = 1,0$ МПа (10 бар) находится смесь, состоящая из 0,2 кг воды и 0,8 кг сухого пара. Определить степень сухости, энтальпию, энтропию, внутреннюю энергию и удельный объем влажного пара.

Решение. По табл. П6 при $p = 1$ МПа = 10 бар находим:
 $v' = 0,0011274$ м³/кг; $v'' = 0,1943$ м³/кг; $i' = 762,6$ кДж/кг;
 $r = 2014,4$ кДж/кг; $s' = 2,1382$ кДж/(кг·К); $s'' = 6,5847$ кДж/(кг·К).
 Степень сухости

$$x = \frac{0,8}{0,2 + 0,8} = 0,8.$$

Находим параметры влажного пара:

$$s_x = s'x + (1-x)s'' = 6,5847 \cdot 0,8 + 0,2 \cdot 2,1382 = 5,697 \text{ кДж/(кг·К)};$$

$$i_x = i' + rx = 762,6 + 2014,6 \cdot 0,8 = 2374,3 \text{ кДж/кг};$$

$$v_x = v'x + (1-x)v'' = 0,19463 \cdot 0,8 + 0,2 \cdot 0,0011273 = 0,1560 \text{ м}^3/\text{кг};$$

$$u_x = i_x - p v_x = 2374,3 - 1,0 \cdot 10^3 \cdot 0,1560 = 2218,3 \text{ кДж/кг}.$$

Пример 7-2. 2 м³ водяного пара изобарно расширяются от начального состояния 1 ($p_1 = 4,0$ МПа; $x_1 = 0,9$) до конечного состояния 2 ($t_2 = 400^\circ\text{C}$). Определить затрату теплоты, совершенную работу и изменение внутренней энергии. Решить задачу с использованием таблиц.

Решение. В начальном состоянии пар влажный, поэтому необходимые параметры находятся в табл. П6:

$$i_1 = i'_1 + r_1 x_1 = 1087,5 + 1711,9 \cdot 0,9 = 2627,5 \text{ кДж/кг};$$

$$v_1 = v''_1 x_1 + (1-x_1)v'_1 = 0,04974 \cdot 0,9 + 0,1 \cdot 0,001262 = 0,0449 \text{ м}^3/\text{кг}.$$

В конечном состоянии пар перегретый, так как $t_2 > t_n$, поэтому необходимые параметры находим по табл. П7:

$$i_2 = 3214,5 \text{ кДж/кг}; v_2 = 0,07339 \text{ м}^3/\text{кг}.$$

Масса пара

$$m = \frac{V}{v_1} = \frac{2}{0,0449} = 44,6 \text{ кг}.$$

Теплота процесса

$$Q = m(i_2 - i_1) = 44,6(3214,5 - 2627,5) = 26180 \text{ кДж}.$$

Работа расширения

$$L = mp(v_2 - v_1) = 44,6 \cdot 4,0 \cdot 10^3(0,07339 - 0,0449) = 5085 \text{ кДж}.$$

Изменение внутренней энергии

$$\begin{aligned}\Delta U &= m [(i_2 - p_2 v_2) - (i_1 - p_1 v_1)] = \\ &= 44,6 [(3214,5 - 4,0 \cdot 10^3 \cdot 0,07339) - (2627,5 - 4,0 \cdot 10^3 \cdot 0,0449)] = \\ &= 21\,095 \text{ кДж.}\end{aligned}$$

Пример 7-3. 1 кг водяного пара изотермически расширяется при $t=300^\circ\text{C}$. В начальном состоянии пар влажный ($x_1=0,9$), в конечном состоянии $p_2=1,0$ МПа. Определить количество подводимого тепла, изменение внутренней энергии и работу расширения. Задачу решить при помощи таблиц.

Решение. Определяем начальные параметры при помощи табл. П5. При $t=300^\circ\text{C}$ давление $p_1=85,917 \approx 85,92$ бар = 8,592 МПа. Энтальпия

$$i_1 = i' + r_1 x_1 = 1345,4 + 1403,0 \cdot 0,9 = 2607,7 \text{ кДж/кг.}$$

Удельный объем

$$v_1 = v'' x_1 + (1-x_1) v' = 0,02162 \cdot 0,9 + 0,1 \cdot 0,001404 = 0,0196 \text{ м}^3/\text{кг.}$$

Энтропия

$$s_1 = s'' x_1 + (1-x_1) s' = 5,7038 \cdot 0,9 + 0,1 \cdot 3,2559 = 5,459 \text{ кДж/(кг} \cdot \text{К).}$$

При $p_2=1,0$ МПа температура насыщения $t_n=179,88^\circ\text{C}$. Так как $t_n < t$, в конце расширения пар перегрет и параметры пара определяем по табл. П7:

$$i_2 = 3051,3 \text{ кДж/кг; } v_2 = 0,2580 \text{ м}^3/\text{кг; } s_2 = 7,1239 \text{ кДж/(кг} \cdot \text{К).}$$

Количество подведенной теплоты

$$q = T (s_2 - s_1) = 573 (7,1239 - 5,459) = 955 \text{ кДж/кг.}$$

Изменение внутренней энергии пара в процессе

$$\begin{aligned}\Delta u &= (i_2 - p_2 v_2) - (i_1 - p_1 v_1) = (3051,3 - 1,0 \cdot 10^3 \cdot 0,2580) - \\ &- (2607,7 - 8,592 \cdot 10^3 \cdot 0,0196) = 354,0 \text{ кДж/кг.}\end{aligned}$$

Работа расширения

$$l = q - \Delta u = 955 - 354 = 601 \text{ кДж/кг.}$$

Пример 7-4. 1 кг водяного пара адиабатно расширяется от состояния, определяемого давлением $p_1=6,0$ МПа и температурой $t_1=420^\circ\text{C}$, до конечного состояния $p_2=0,01$ МПа. Определить работу расширения. Задачу решить при помощи таблиц.

Решение. В начальном состоянии пар перегрет, так как $t_1 > t_n$. Параметры пара определяем по табл. П7:

$$i_1 = 3229,0 \text{ кДж/кг; } v_1 = 0,04931 \text{ м}^3/\text{кг; } s_1 = 6,6178 \text{ кДж/(кг} \cdot \text{К).}$$

В обратимом адиабатном процессе энтропия постоянна, т. е. $s_2 = s_1$. По табл. П6 при $p_2=0,01$ МПа: $s''_2 = 8,1505$ кДж/(кг·К), $s'_2 = 0,6493$ кДж/(кг·К). Так как $s'_2 < s_2 < s''_2$, то в конце расширения пар будет влажным и для определения параметров пара необходимо найти степень сухости.

По уравнению (7-18) имеем:

$$x_2 = \frac{s_2 - s'_2}{s''_2 - s'_2} = \frac{6,6178 - 0,6493}{8,1505 - 0,6493} = 0,796.$$

При помощи той же табл. П6 находим:
энтальпию

$$i_2 = i'_2 + r_2 x_2 = 191,84 + 2392,6 \cdot 0,796 = 2096,0 \text{ кДж/кг};$$

удельный объем

$$v_1 = v''_2 x_2 = 14,676 \cdot 0,796 = 11,7 \text{ м}^3/\text{кг};$$

работу расширения

$$l = (i_1 - p_1 v_1) - (i_2 - p_2 v_2) = (3229 - 6,0 \cdot 10^3 \cdot 0,04931) - \\ - (2096 - 0,01 \cdot 10^3 \cdot 11,7) = 954 \text{ кДж/кг}.$$

Пример 7-5. 1 кг перегретого пара изобарно сжимается от начального состояния, определяемого параметрами $p_1 = 3,5 \text{ МПа}$ и $v_1 = 0,1 \text{ м}^3/\text{кг}$, так что $v_2 = 0,5 v_1 = 0,05 \text{ м}^3/\text{кг}$. Найти значения i_1 и i_2 , изменение внутренней энергии, работу сжатия и количество отводимой теплоты.

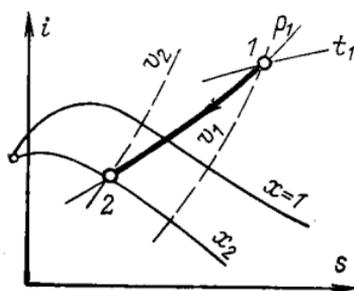


Рис. 7-8. Изобарный процесс сжатия (к примеру 7-5).

Решение. На i, s -диаграмме (рис. 7-8) начальное состояние определяется точкой 1 пересечения изобары p_1 и изохоры v_1 , в которой энтальпия $i_1 = 3474 \text{ кДж/кг}$, а конечное состояние — точкой 2 пересечения той же изобары p_1 и изохоры v_2 , в которой энтальпия $i_2 = 2568 \text{ кДж/кг}$.

Количество отводимой теплоты

$$q = i_2 - i_1 = 2568 - 3474 = -906 \text{ кДж/кг}.$$

Работа сжатия

$$l = p(v_2 - v_1) = 3,5 \cdot 10^3 (0,05 - 0,1) = -175 \text{ кДж/кг}.$$

Изменение внутренней энергии

$$\Delta u = (i_2 - p_2 v_2) - (i_1 - p_1 v_1) = (2568 - 3,5 \cdot 10^3 \cdot 0,05) - \\ - (3474 - 3,5 \cdot 10^3 \cdot 0,1) = -731 \text{ кДж/кг}.$$

Пример 7-6. 1 кг перегретого пара адиабатно расширяется от $p_1 = 9,0 \text{ МПа}$ и $t_1 = 510^\circ\text{C}$ до конечного давления $p_2 = 0,005 \text{ МПа}$. При помощи i, s -диаграммы найти значения i_1 , i_2 , v_1 и v_2 и работу пара при его расширении.

Решение. Начальное состояние определяется точкой 1 пересечения изобары p_1 и изотермы t_1 (см. рис. 7-7), для которого $i_1 = 3410 \text{ кДж/кг}$ и $v_1 = 0,037 \text{ м}^3/\text{кг}$. Конечное состояние определяется точкой 2 пересечения линии $s = \text{const}$ и конечной изобары p_2 . В этом состоянии $i_2 = 2040 \text{ кДж/кг}$ и $v_2 = 22 \text{ м}^3/\text{кг}$.

По уравнению (7-27) работа равна:

$$l = (i_1 - p_1 v_1) - (i_2 - p_2 v_2) = (3410 - 9,0 \cdot 10^3 \cdot 0,037) - \\ - (2040 - 0,005 \cdot 10^3 \cdot 22) = 1147 \text{ кДж/кг}.$$

ИСТЕЧЕНИЕ И ДРОССЕЛИРОВАНИЕ ГАЗОВ И ПАРОВ

8-1. Работа проталкивания. Располагаемая работа

Процессы истечения газов и паров используются в различных отраслях промышленности и осуществляются во многих аппаратах и приборах. Особое значение имеет изучение теории процессов истечения газов и паров для энергетики, так как основные положения этой теории используются при расчетах и конструировании паровых и газовых турбин.

В технической термодинамике процессы истечения газов (паров) изучаются при следующих условиях:

1) поток газа движется непрерывно и заполняет весь объем канала;

2) скорость движения газа и его параметры изменяются в направлении движения, но в каждом данном сечении они одинаковы по всему сечению и не меняются в течение рассматриваемого времени;

3) через любое сечение канала в единицу времени протекает одна и та же масса газа.

Таким образом, изучается стационарное установившееся течение газа, которое подчиняется уравнению сплошности

$$m = \frac{f_1 \omega_1}{v_1} = \frac{f_2 \omega_2}{v_2} = \dots = \frac{f \omega}{v} = \text{const}, \quad (8-1)$$

где m — секундный массовый расход; f_1, f_2, \dots, f — площади сечений канала; $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega$ — скорости движения газа в рассматриваемых сечениях; v_1, v_2, \dots, v — удельные объемы газа в тех же сечениях.

Для рассматриваемых процессов первый закон термодинамики имеет вид:

$$dq = du + dl' + d(\omega^2/2), \quad (8-2)$$

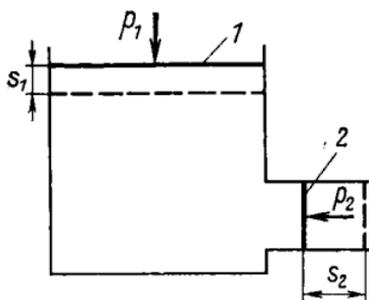
где dq — теплота, подводимая к потоку газа на рассматриваемом участке канала; du — изменение внутренней энергии газа; dl' — работа против внешних сил при истечении или работа проталкивания; $d(\omega^2/2)$ — изменение внешней кинетической энергии газа при его движении по каналу.

Работа проталкивания. Пусть в некоторый сосуд большой вместимости непрерывно поступает газ в количестве

m , кг/с. При установившемся режиме такое же количество газа будет вытекать из сосуда в окружающую среду через короткий патрубок (сопло), который расположен в нижней части сосуда (рис. 8-1).

Выделим сечениями 1 и 2 некоторый объем газа и предположим, что при вытекании из сосуда порции газа m сечение 1 переместится на расстояние s_1 , а сечение 2 — на расстояние s_2 .

Для наглядности примем, что вместе с сечениями 1 и 2 будут перемещаться (без трения) невесомые поршни, площади сечения которых соответственно равны f_1 и f_2 . На поршень 1 будут действовать расположенные выше слои газа с силой $p_1 f_1$ и, следовательно, над выделенным объемом газа будет совершена работа



$$L_1 = -p_1 f_1 s_1 = -p_1 V_1 = -m p_1 v_1, \quad (8-3)$$

Рис. 8-1. Истечение газа из сосуда.

где p_1 — давление газа в сечении 1; V_1 — объем газа, проходящего через сечение 1 в единицу времени; v_1 — удельный объем газа в сечении 1.

На поршень 2 (в сечении 2) будут действовать слои газа, расположенные справа от него, с силой $p_2 f_2$, преодолевая которую выделенный объем газа (поток) совершит работу

$$L_2 = p_2 f_2 s_2 = p_2 V_2 = m p_2 v_2, \quad (8-4)$$

где p_2 — давление газа в сечении 2; V_2 — объем газа, проходящего через сечение 2 в единицу времени; v_2 — удельный объем газа в сечении 2.

Таким образом, при протекании газа в количестве m на пути между сечениями 1 и 2 будет совершена работа, равная алгебраической сумме обеих работ; эта работа называется внешней работой при истечении или работой проталкивания

$$L' = L_2 - L_1 = m(p_2 v_2 - p_1 v_1). \quad (8-5)$$

При протекании в секунду 1 кг газа

$$l' = p_2 v_2 - p_1 v_1. \quad (8-6)$$

И, наконец, в дифференциальной форме

$$dl' = d(pv). \quad (8-7)$$

Подставляя dl' из (8-7) в уравнение (8-2), получаем:

$$dq = du + d(pv) + d(w^2/2). \quad (8-8)$$

Известно (§ 2-4), что

$$d(u + pv) = di.$$

Тогда уравнение (8-8) приводится к виду:

$$dq = di + d(w^2/2). \quad (8-9)$$

Это уравнение является *основным выражением первого закона термодинамики для потока газа*. Из него следует, что тепло, сообщаемое газу, расходуется на изменение его энтальпии и внешней кинетической энергии.

Располагаемая работа. Наряду с уравнениями (8-2) и (8-8) для потока газа действительно также уравнение первого закона термодинамики (§ 2-2) вида

$$dq = du + dl,$$

откуда работа расширения

$$dl = dq - du.$$

Подставляя это выражение работы расширения в уравнение (8-2), получаем:

$$dl = dl' + d(w^2/2), \quad (8-10)$$

откуда

$$dl - dl' = d(w^2/2) = dl_0. \quad (8-11)$$

Разность работы расширения dl и работы проталкивания dl' , равная приращению внешней кинетической энергии газа при истечении, называется *располагаемой работой* и обозначается dl_0 ; она называется так потому, что в тепловых машинах может переходить в другие виды энергии.

Используя полученное выражение для работы расширения (§ 2-4) и работы проталкивания из уравнения (8-11), можно получить:

$$\begin{aligned} dl_0 = d(w^2/2) &= p, \quad dv - d(pv) = p, \\ dv - p, \quad dv - v, \quad dp &= -v, \quad dp, \end{aligned} \quad (8-12)$$

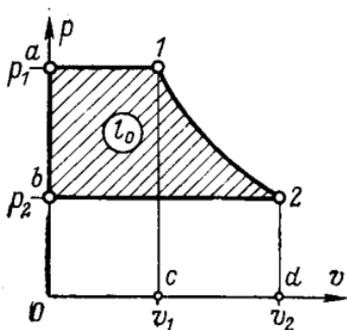


Рис. 8-2. Располагаемая работа газа.

математическое выражение, интегрируя уравнение (8-11) и подставляя выражения работы расширения (§ 4-6) и проталкивания (8-6), (8-7):

$$l_0 = \int_1^2 p dv - \int_1^2 d(pv) = \frac{1}{n-1} (p_1 v_1 - p_2 v_2) - p_2 v_2 + p_1 v_1. \quad (8-13)$$

На рис. 8-2 работа политропного расширения, равная $\frac{1}{n-1} (p_1 v_1 - p_2 v_2)$, измеряется площадью $c12a$; работа $p_1 v_1$ — площадью $a1c0$; работа $p_2 v_2$ — площадью $Ob2a$. Следовательно, располагаемая работа изображается площадью $a12b$.

Таким образом в координатах p, v располагаемая работа изображается площадью, ограниченной кривой процесса, осью ординат и крайними изобарами.

Путем несложных преобразований уравнение (8-13) приводится к виду:

$$l_0 = \frac{n}{n-1} (p_1 v_1 - p_2 v_2) = nl, \quad (8-14)$$

т. е. располагаемая работа больше работы расширения в n раз.

8-2. Адиабатный процесс истечения газа

На турбинное колесо газ (пар) поступает через короткие каналы, которые называются соплами. Так как размеры сопел сравнительно малы, а скорость движения газа значительна, то время соприкосновения газа с по-

верхностью сопла ничтожно мало, теплообменом газа с внешней средой можно пренебречь и процесс истечения газа считать адиабатным.

Предположим, что газ вытекает в окружающую среду через суживающееся сопло (рис. 8-3). Параметры газа при входе в сопло p_1, v_1, i_1, T_1 не меняются с течением времени. В выходном сечении сопла газ имеет параметры p_2, v_2, i_2, T_2 , а площадь сечения f_2 ; скорость газа при входе в сопло w_1 , а на выходе из сопла w_2 .

Предварительно принимаем, что давление газа на выходе из сопла p_2 равно давлению среды $p_{\text{ср}}$ в пространстве, куда происходит истечение газа.

При адиабатном обратимом истечении уравнение (8-9) примет вид:

$$di + d(w^2/2) = 0.$$

С учетом уравнения (8-11) имеем:

$$dl_0 = d(w^2/2) = -di. \quad (8-15)$$

Интегрируя уравнение (8-15), получаем:

$$l_0 = \frac{w_2^2 - w_1^2}{2} = i_1 - i_2, \quad (8-16)$$

откуда скорость истечения (скорость газа в выходном сечении)

$$w_2 = \sqrt{2l_0 + w_1^2}. \quad (8-17)$$

Скорость газа при входе в сопло w_1 в сравнении со скоростью истечения w_2 незначительна, поэтому ею можно пренебречь. Тогда, опуская индекс у скорости газа на выходе, получаем:

$$w = \sqrt{2l_0} = \sqrt{2kl}.$$

Для адиабатного процесса истечения с учетом § 4-5 получим:

$$w = \sqrt{2 \frac{k}{k-1} (p_1 v_1 - p_2 v_2)}, \quad (8-18)$$

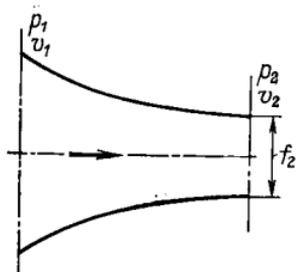


Рис. 8-3. Суживающееся сопло.

или

$$\omega = \sqrt{2 \frac{k}{k-1} p_1 v_1 \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]}. \quad (8-19)$$

Из уравнения (8-16) можно также получить выражение для определения скорости истечения, которое можно применять для любых рабочих тел, а именно

$$\omega = \sqrt{2(i_1 - i_2)} = 1,41 \sqrt{i_1 - i_2}, \quad (8-20)$$

где i_1 и i_2 — энтальпия газа или пара во входном и выходном сечениях сопла, Дж/кг.

При подстановке энтальпий, кДж/кг, имеем:

$$\omega = \sqrt{2 \cdot 1000 (i_1 - i_2)} = 44,72 \sqrt{i_1 - i_2}, \quad (8-21)$$

или в ккал/кг:

$$\omega = \sqrt{2 \cdot 4186,8 (i_1 - i_2)} = 91,53 \sqrt{i_1 - i_2}. \quad (8-22)$$

Секундный расход газа определяется во всех случаях по уравнению (8-1)

$$m = \frac{f_2 \omega}{v_2}.$$

Подставляя в уравнение расхода выражения для скорости истечения по уравнению (8-19) и удельного объема (§ 4-5)

$$\frac{1}{v_2} = \frac{1}{v_1} \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{1}{k}},$$

получаем:

$$m = f_2 \frac{1}{v_1} \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{1}{k}} \sqrt{2 \frac{k}{k-1} p_1 v_1 \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]},$$

или после преобразований

$$m = f_2 \sqrt{2 \frac{k}{k-1} \frac{p_1}{v_1} \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{2}{k}} - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k+1}{k}} \right]}. \quad (8-23)$$

Из уравнения (8-23) следует, что при заданных начальных параметрах p_1 и v_1 расход газа через сечение f_2 зависит лишь от его давления p_2 в выходном сечении сопла.

Анализ уравнения (8-23) показывает, что:

1) при равенстве давлений $p_1 = p_2$ расход $m = 0$;

2) при уменьшении отношения p_2/p_1 (т. е. при уменьшении давления среды) расход газа увеличивается и при отношении $p_2/p_1 \approx 0,5$ достигает максимального значения. Отношение давления p_2/p_1 , при котором расход газа достигает максимального значения, называется критическим и обозначается $\beta_{кр}$, т. е.

$$\beta_{кр} = p_2/p_1 = p_{кр}/p_1;$$

3) при дальнейшем уменьшении отношения p_2/p_1 ниже критического расход уменьшается и при $p_2/p_1 = 0$ расход $m = 0$, т. е. истечение прекращается.

Зависимость $m = f(p_2/p_1)$, полученная по уравнению (8-23), изображена на рис. 8-4 и представляет собой параболическую кривую.

Возрастание расхода m при понижении отношения давлений p_2/p_1 от 1 до примерно 0,5 на участке кривой ab (рис. 8-4) не вызывает каких-либо возражений и полностью совпадает с опытом.

Уменьшение расхода m от максимального значения до нуля на участке bd (рис. 8-4) при понижении отношения давлений примерно от 0,5 до 0 противоречит теории и опыту. Были проведены специальные исследования, которые показали, что при понижении отношения давлений ниже критического расход газа не меняется, остается постоянным и равным максимальному.

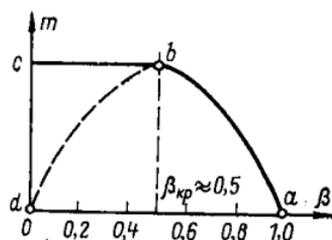


Рис. 8-4. Зависимость секундного расхода газа от отношения давлений β .

Та-ким образом, действительная зависимость $m = f(p_2/p_1)$ во всем диапазоне изменений давлений от 1 до 0 изображается кривой abc . Как показали те же исследования, такая зависимость объясняется тем, что давление газа p_2 в выходном сечении сопла понижается вслед за понижением давления среды (от p_1 до p_2) до тех пор, пока давление газа не достигнет критического, равного $p_{кр} = \beta_{кр} p_1$. При дальнейшем понижении давления среды ($p_{ср}$) ниже критического вплоть до нуля давление газа в выходном сечении суживающегося сопла не меняется, остается постоянным и равным критическому.

Для определения критического отношения давлений необходимо взять первую производную от выражения в квадратных скобках в уравнении (8-23) и приравнять ее нулю.

Обозначим переменное отношение давлений $p_2/p_1 = \beta$ и произведем необходимые действия

$$\frac{d}{dp} \left[\beta^{\frac{2}{k}} - \beta^{\frac{k+1}{k}} \right] = \frac{2}{k} \beta^{\frac{2}{k}-1} - \frac{k+1}{k} \beta^{\frac{k+1}{k}-1} = 0,$$

откуда

$$\frac{2}{k} \beta^{\frac{2-k}{k}} = \frac{k+1}{k} \beta^{\frac{1}{k}} \quad \text{или} \quad \frac{2}{k+1} = \beta^{\frac{k-1}{k}}.$$

Окончательно выражение критического отношения давления определяется уравнением

$$\beta_{кр} = \frac{p_{кр}}{p_1} = \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k}{k-1}}, \quad (8-24)$$

откуда для двухатомных газов при $k=1,4$

$$\beta_{кр} = \frac{p_{кр}}{p_1} = \left(\frac{2}{1,4+1} \right)^{\frac{1,4}{1,4-1}} = 0,528;$$

для трехатомных газов при $k=1,3$

$$\beta_{кр} = \frac{p_{кр}}{p_1} = \left(\frac{2}{1,3+1} \right)^{\frac{1,3}{1,3-1}} = 0,546.$$

Все параметры газа и скорость истечения, соответствующие максимальному расходу газа, также называются критическими и обозначаются $t_{кр}$, $i_{кр}$, $\omega_{кр}$ и т. д.

Используя уравнение (8-19), находим выражение для определения критической скорости. Так как

$$\frac{p_{кр}}{p_1} = \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k}{k-1}},$$

то

$$\omega_{кр} = \sqrt{2 \frac{k}{k-1} p_1 v_1 \left[1 - \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k}{k-1} \frac{k-1}{k}} \right]};$$

после преобразований получим окончательное выражение критической скорости:

$$\omega_{кр} = \sqrt{2 \frac{k}{k+1} p_1 v_1} = \sqrt{2 \frac{k}{k+1} RT_1}. \quad (8-25)$$

При адиабатном истечении до критического давления можно написать соотношение

$$\frac{T_{кр}}{T_1} = \left(\frac{p_{кр}}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} = \frac{2}{k+1},$$

откуда

$$T_1 = \frac{k+1}{2} T_{кр}. \quad (8-26)$$

Решая совместно уравнение (8-25) и (8-26), получаем:

$$w_{кр} = \sqrt{kRT_{кр}}. \quad (8-27)$$

Как известно из физики, полученное уравнение служит для определения скорости звука, откуда следует, что *критическая скорость истечения равна местной скорости звука*, т. е. соответствующей параметрам в выходном сечении сопла.

Таким образом, при истечении газа или пара через суживающееся сопло его давление может понижаться только до критического, равного $p_{кр} = \beta_{кр} p_1$; *максимальная скорость истечения не может быть больше местной скорости звука*; суживающиеся сопла применяются при использовании небольших перепадов давления.

При решении задач на истечение газа или пара через суживающиеся сопла при заданных значениях давлений p_1 и $p_{ср}$ необходимо прежде всего сравнить отношение $p_{ср}/p_1$ с критическим отношением давлений $\beta_{кр}$, которое определяется уравнением (8-24). В зависимости от значений отношения $p_{ср}/p_1$ могут быть три случая:

1) $p_{ср}/p_1 > \beta_{кр}$; расширение газа будет полное, в выходном сечении сопла давление газа равно давлению среды и больше критического:

$$p_2 = p_{ср} > p_{кр}.$$

Скорость истечения меньше критической и определяется при помощи уравнений (8-18) и (8-19); расход газа меньше максимального и определяется при помощи уравнений (8-1) и (8-23);

2) $p_{ср}/p_1 = \beta_{кр}$; расширение газа будет полное, в выходном сечении сопла давление газа равно давлению среды и критическому:

$$p_2 = p_{ср} = p_{кр}.$$

Скорость истечения достигает критической и определяется по уравнению (8-25); расход газа максимальный,

определяется по тем же уравнениям (8-1) и (8-23), однако в них подставляются соответствующие критические параметры ($p_{кр}$; $v_{кр}$; $\omega_{кр}$);

3) $p_{ср}/p_1 < \beta_{кр}$; расширение газа неполное, в выходном сечении сопла устанавливается критическое давление, которое больше давления среды:

$$p_2 = p_{кр} > p_{ср}.$$

Скорость истечения критическая, а расход максимальный, определяются они по тем же уравнениям, что и во втором случае.

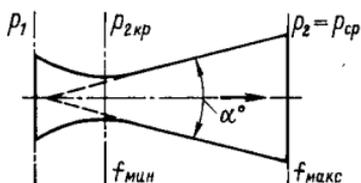


Рис. 8-5. Сопло Лавала.

Сопло Лавала. При истечении газа через сужающиеся или цилиндрические сопла в среду с давлением $p_{ср} < p_{кр}$ используется только часть располагаемого перепада давлений от p_1 до $p_{кр}$ и, следовательно, обеспечивается

только частичный полезный переход потенциальной энергии в кинетическую. Для использования перепада давлений от p_1 до $p_2 < p_{кр}$ и получения в выходном сечении сопла давления, равного давлению среды (куда происходит истечение), потребовалось создать сопло специального профиля. Такое сопло было предложено шведским инженером Лавалем и называется соплом Лавала. Как видно из рис. 8-5, это сопло состоит из сужающейся части, которая дополнена конусной частью, расширяющейся по направлению движения газа. В сужающейся части протекает процесс, аналогичный процессу в сужающемся сопле, здесь давление газа понижается от p_1 на входе в сопло до $p_{кр}$ в минимальном сечении ($f_{мин}$). В расширяющейся конической части сопла происходит дальнейшее понижение давления газа от $p_{кр}$ до давления $p_2 = p_{ср}$ в выходном сечении сопла, которое будет максимальным ($f_{макс}$). Такой профиль сопла объясняется характером изменения удельного объема и скорости движения газа при истечении. При движении газа по каналу сопла происходит непрерывное увеличение скорости (ω) и удельного объема (v). Однако при понижении давления газа от p_1 до $p_{кр}$ более интенсивно растет скорость, поэтому в соответствии с уравнением (8-1)

$$f_2 = \frac{m v_2}{\omega}$$

площадь сечения сопла по направлению движения газа должна уменьшаться до минимальной. При дальнейшем понижении давления газа от $p_{кр}$ до $p_2 = p_{ср}$ более интенсивно растет удельный объем газа, поэтому площади сечения сопла в направлении движения газа должны увеличиваться.

Сопло Лавала позволяет использовать любые перепады давления, получать большую располагаемую работу и скорость истечения газа, большую скорости звука.

Необходимо отметить, что сопло должно работать в расчетном режиме, а полный угол раскрытия конусной части сопла (α) не должен превышать $12-14^\circ$ во избежание отрыва потока газа от стенок сопла.

8-3. Некоторые особенности истечения пара.

Действительный процесс истечения

Все основные положения теории истечения, изложенные в § 8-2, применимы и к парам любых жидкостей и, в частности, к водяному пару.

Однако в связи с тем, что значение показателя k значительно изменяется в зависимости от начальных параметров p_1 и t_1 и степени адиабатного расширения пара, пользоваться уравнением $pv^k = \text{const}$ недопустимо,

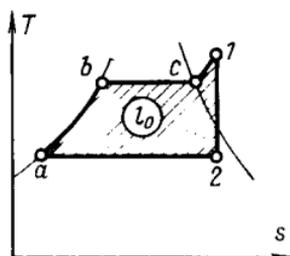


Рис. 8-6. Теоретическая располагаемая работа пара.

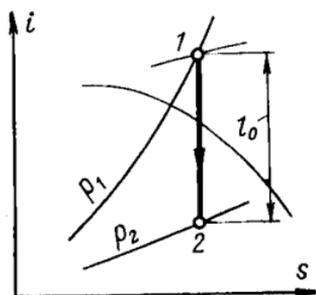


Рис. 8-7. Теоретическая располагаемая работа пара в i, s -диаграмме.

так как это приводит к значительным ошибкам. В связи с указанным все исследования процессов истечения водяных паров необходимо выполнять при помощи i, s -диаграммы, а при расчетах не использовать уравнения, в которые входит показатель k .

Располагаемая работа при обратимом адиабатном истечении пара в координатах T, s изображена на

рис. 8-6. Она изображается площадью $12abc$, ограниченной линией процесса истечения, нижней пограничной кривой и крайними изобарами.

В i, s -диаграмме (рис. 8-7) располагаемая работа изображается отрезком вертикальной линии $1-2$ ($s = \text{const}$); в этом заключается преимущество i, s -диаграммы в сравнении с T, s -диаграммой, в которой располагаемая работа изображается площадью.

При обратимом и необратимом адиабатном истечении пара располагаемая работа должна определяться по формуле (8-16), скорость истечения по уравнениям (8-20) — (8-22), расход пара — при помощи уравнения (8-1), причем удельный объем нужно определять по i, s -диаграмме.

Значение коэффициента k , необходимое для определения критического давления, для водяного пара низких параметров при расчетах, не требующих большой точности, принимается равным:

для перегретого пара $k=1,3$, тогда $\beta_{\text{кр}}=0,546$;

для сухого насыщенного пара $k=1,135$, тогда $\beta_{\text{кр}}=0,577$.

В настоящее время в связи с использованием в энергетике водяного пара с высокими начальными параметрами (p_1 и t_1) применение указанных значений k будет приводить к значительным ошибкам. При более точных расчетах показатель k нужно определять по формуле

$$k = \frac{1g p_1/p_2}{1g v_2/v_1},$$

где p_1, v_1 и p_2, v_2 — начальные и конечные параметры водяного пара, которые находятся по i, s -диаграмме.

Так как реальные тела обладают вязкостью, а внутренняя поверхность сопла не является абсолютно гладкой, все действительные процессы истечения сопровождаются трением рабочего тела о стенки канала и трением частиц рабочего тела между собой. Следовательно, действительные процессы истечения являются необратимыми, сопровождаются увеличением энтропии, уменьшением располагаемой работы и скорости истечения.

Отношение действительной скорости истечения w_d к теоретической w называется скоростным коэффициентом сопла и обозначается φ :

$$\varphi = \frac{w_d}{w}. \quad (8-28)$$

Теоретическая скорость истечения (w) определяется при помощи уравнений, приведенных в § 8-2. Скоростной коэффициент для хорошо выполненных сопел имеет значение: $\varphi=0,95\div 0,99$.

Отношение действительной располагаемой работы l'_0 к теоретической l_0 называется к. п. д. сопла и обозначается η_c :

$$\eta_c = l'_0 / l_0.$$

Так как начальной скоростью рабочего тела пренебрегают, то располагаемая работа равна кинетической энергии потока, выходящего из сопла:

$$l_0 = \frac{w^2}{2}; \quad l'_0 = \frac{w_{\text{д}}^2}{2}.$$

Тогда

$$\eta_c = \frac{l'_0}{l_0} = \frac{w_{\text{д}}^2}{w^2} = \varphi^2,$$

т. е. к. п. д. сопла равен квадрату скоростного коэффициента.

На рис. 8-8 в координатах i, s изображен теоретический процесс истечения в виде вертикального отрезка $1-2$, а действительный процесс — условной наклонной линией $1-2_{\text{д}}$. Из рисунка видно, что теоретическая располагаемая работа l_0 больше действительной l'_0 на величину

$$\Delta l = i_{2_{\text{д}}} - i_2.$$

Действительная энтальпия пара на выходе из сопла $i_{2_{\text{д}}}$ больше, чем при истечении без трения i_2 . Это объясняется тем, что часть кинетической энергии, расходуемой на преодоления трения, переходит в теплоту, что и вызывает повышение энтальпии пара.

Для определения действительного состояния пара на i, s -диаграмме (точка $2_{\text{д}}$, рис. 8-8) поступают следующим образом. Определяют располагаемую работу: теоретическую $l_0 = i_1 - i_2$, действительную $l'_0 = \eta_c l_0$. Определяют действительную энтальпию пара на выходе из сопла

$$i_{2_{\text{д}}} = i_1 - l'_0.$$

На i, s -диаграмме находят точку пересечения линии $i_{2_{\text{д}}} = \text{const}$ (на рис. 8-8 — линия AB) с изобарой p_2 —

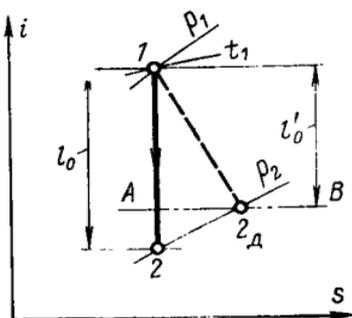


Рис. 8-8. Адиабатный процесс истечения.
 $1-2_{\text{т}}$ — теоретический; $1-2_{\text{д}}$ — действительный.

точку z_d . Эта точка характеризует действительное состояние пара.

В этой точке определяют объем v_{2d} , который необходим для определения площади выходного сечения сопла:

$$f_2 = \frac{m\omega_d}{v_{2d}}$$

Действительная скорость истечения может быть найдена при помощи уравнения:

$$\omega_d = 44,72\varphi \sqrt{i_1 - i_2}, \quad (8-29)$$

или

$$\omega_d = 44,72 \sqrt{i_1 - i_{2d}}, \quad (8-30)$$

где энтальпия выражена в кДж/кг.

8-4. Дросселирование газов и паров

Из опыта известно, что при движении газа (пара) по каналам и трубопроводам всегда наблюдается понижение его давления. При прочих равных условиях понижение давления газа происходит более интенсивно в том случае, когда газу приходится преодолевать так называемое местное сопротивление, например связанное с уменьшением проходного сечения трубопровода (рис. 8-9).

Процесс понижения давления при прохождении газа через местное сопротивление (сужение сечения) называется дросселированием или мятием. Степень понижения давления зависит от физических свойств газа (пара), его состояния до сопротивления, от относительной величины сужения площади сечения трубопровода f/F , а также от расхода газа.

На рис. 8-9 схематически изображен участок трубопровода постоянного сечения F , в котором установлен диск A с концентрическим отверстием площадью f ; этот диск называется диафрагмой или дросселем.

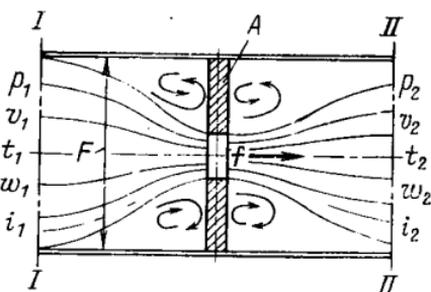


Рис. 8-9. Схема движения газа через дроссель.

Рассмотрим, как меняются параметры газа (пара) при его движении на указанном участке трубопровода. При этом нужно отметить, что соответствующие параметры газа относятся к сечениям I и II , которые нахо-

дятся на некотором расстоянии от диафрагмы: сечение *I* — на таком расстоянии, где влияние дросселя на параметры газа еще не ощущается, а сечение *II* — на расстоянии, когда это влияние уже исчезло. Иными словами, эти параметры будут характеризовать установившееся состояние газа до и после дросселя.

Пусть в сечении *I* параметры газа равны p_1, v_1, t_1, i_1 , а скорость w_1 ; в сечении *II* — p_2, v_2, t_2, i_2 , а скорость w_2 .

Для адиабатного установившегося движения газа в соответствии с принятыми обозначениями на основании уравнения (8-16) можно написать:

$$\frac{w_2^2 - w_1^2}{2} = i_1 - i_2.$$

Так как при дросселировании давление газа всегда понижается ($p_1 > p_2$), удельный объем всегда увеличивается ($v_2 > v_1$) и при постоянном сечении трубопровода скорость $w_2 > w_1$. Однако при дросселировании изменение скорости газа незначительно и поэтому принимают, что $w_2 \approx w_1$, тогда

$$i_2 = i_1, \quad (8-31)$$

т. е. при адиабатном дросселировании газа его энтальпия до и после дросселя (сопротивления) имеет одно и то же значение.

Однако при движении газа через дроссель его состояние непрерывно изменяется. При движении газа через дроссель (в отверстии) происходит понижение энтальпии и увеличение кинетической энергии. За дросселем вследствие резкого увеличения сечения происходит торможение потока, кинетическая энергия уменьшается, а энтальпия возрастает до начального значения. При торможении потока за дросселем часть кинетической энергии вследствие трения, ударов и завихрений переходит в теплоту, которая усваивается газом, вследствие чего энтропия газа возрастает.

Описанный процесс схематически изображен на рис. 8-10. На этом рисунке линия 1—2 изображает адиабатный процесс понижения энтальпии в дросселе при уменьшении давления от p_1 до p_2 ; линия 2—2'—

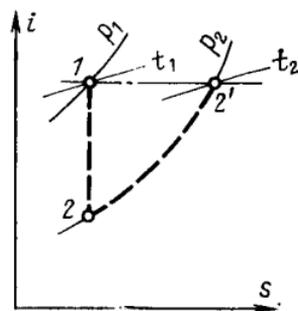


Рис. 8-10. Условное изображение процесса изменения состояния пара при дросселировании.

изобарный процесс торможения, в результате которого кинетическая энергия убывает, а энтальпия восстанавливается до начального значения.

Таким образом, адиабатный процесс дросселирования сопровождается увеличением энтропии и поэтому является необратимым процессом; понижение давления газа происходит без изменения его скорости и поэтому этот процесс протекает без совершения внешней работы.

При дросселировании идеального газа $i_2 - i_1 = c_p(t_2 - t_1) = 0$, поэтому $t_2 = t_1$, откуда следует, что температура идеального газа при дросселировании не меняется. При дросселировании реальных газов и паров температура может увеличиваться, уменьшаться и оставаться неизменной. Понижение температуры реального газа при адиабатном дросселировании называется положительным эффектом Джоуля - Томсона, а повышение — отрицательным эффектом.

Эффект адиабатного дросселирования реальных газов (паров) зависит от их физических свойств и от начальной температуры перед дросселем. Если в результате дросселирования начальная температура газа T_1 не меняется, то такая температура называется температурой инверсии и обозначается $T_{инв}$.

Опытным путем установлено, что если $T_1 > T_{инв}$, то $T_2 > T_1$, т. е. в этом случае происходит нагревание газа, а если $T_1 < T_{инв}$, то $T_2 < T_1$, т. е. в этом случае происходит охлаждение газа. Для реальных газов, подчиняющихся уравнению Ван-дер-Ваальса, было найдено, что температура инверсии больше их критической температуры в 6,75 раза:

$$T_{инв} = 6,75 T_{кр}. \quad (8-32)$$

Так как при дросселировании пара его энтальпия не изменяется ($i_2 = i_1$), то в координатах i, s этот процесс условно изображается горизонтальной линией. Для определения состояния пара после дросселя через точку 1, характеризующую состояние пара перед дросселем, проводят горизонтальную линию, до пересечения с конечной изобарой в точке 2' (см. рис. 8-10). В этой точке находят все параметры после дросселя.

При дросселировании водяного пара любого состояния его температура и давление уменьшаются, удельный объем и энтропия увеличиваются. Другие особенности дросселирования водяного пара различных состояний

(перегретый, насыщенный) легко устанавливаются при помощи i, s -диаграммы.

Процесс дросселирования имеет широкое применение в технике для понижения давления и температуры в холодильных машинах, регулирования работы различных машин и нагнетателей, измерения расхода жидкостей, протекающих по трубопроводам, сжижения газов и в других технологических процессах.

Вредные последствия дросселирования как необратимого процесса заключаются в снижении располагаемой работы в тепловых машинах или понижении удельной холодопроизводительности в холодильных машинах.

Пример 8-1. Через сужающееся сопло вытекает 1 кг/с воздуха в среду, давление среды $p_{ср} = 0,6$ МПа. Начальное давление воздуха $p_1 = 1,0$ МПа, а температура $t_1 = 127^\circ\text{C}$.

Определить теоретическую скорость истечения и площадь выходного сечения.

Решение.

$$\frac{p_{ср}}{p_1} = \frac{0,6}{1,0} = 0,6 > \beta_{кр} = 0,528.$$

Расширение газа полное, давление газа в выходном сечении сопла $p_2 = p_{ср} = 0,6$ МПа, скорость меньше критической.

Начальный объем (при входе в сопло)

$$v_1 = \frac{RT_1}{p_1} = \frac{287 \cdot 400}{1,0 \cdot 10^6} = 0,115 \text{ м}^3/\text{кг}.$$

Удельный объем в выходном сечении

$$v_2 = v_1 \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{1}{k}} = 0,115 \left(\frac{1,0}{0,6} \right)^{\frac{1}{1,4}} = 0,176 \text{ м}^3/\text{кг}.$$

Скорость истечения

$$\begin{aligned} w &= \sqrt{2 \frac{k}{k-1} (p_1 v_1 - p_2 v_2)} = \\ &= \sqrt{2 \frac{1,4}{1,4-1} 10^6 (1,0 \cdot 0,115 - 0,6 \cdot 0,176)} = 258 \text{ м/с}. \end{aligned}$$

Площадь выходного сечения

$$f_2 = \frac{mv_2}{w} = \frac{1,0 \cdot 0,176}{258} \cdot 10^4 = 6,82 \text{ см}^2.$$

Пример 8-2. Через цилиндрическое сопло вытекает $m = 2$ кг/с кислорода в среду, давление которой $p_{ср} = 0,3$ МПа. При входе в сопло кислород имеет параметры: $p_1 = 1,5$ МПа и $t_1 = 27^\circ\text{C}$.

Определить площадь выходного сечения и теоретическую скорость истечения.

Решение.

$$\frac{p_{\text{ср}}}{p_1} = \frac{0,3}{1,5} = 0,2 < \beta_{\text{кр}} = \frac{p_{\text{кр}}}{p_1} = 0,528,$$

следовательно, в выходном сечении сопла устанавливается критическое давление и критическая скорость.

Критическое давление

$$p_{\text{кр}} = \beta_{\text{кр}} p_1 = 0,528 \cdot 1,5 = 0,792 \text{ МПа.}$$

Теоретическая критическая скорость истечения

$$w_{\text{кр}} = \sqrt{2 \frac{k}{k+1} RT_1} = \sqrt{2 \frac{1,4}{1,4+1} 260 \cdot 300} = 302 \text{ м/с.}$$

Начальный объем газа

$$v_1 = \frac{RT_1}{p_1} = \frac{260 \cdot 300}{1,5 \cdot 10^6} = 0,052 \text{ м}^3/\text{кг.}$$

Конечный объем газа

$$v_{\text{кр}} = v_1 \left(\frac{p_1}{p_{\text{кр}}} \right)^{\frac{1}{k}} = 0,052 \left(\frac{1,5}{0,792} \right)^{\frac{1}{1,4}} = 0,082 \text{ м}^3/\text{кг.}$$

Площадь выходного сечения

$$f_2 = \frac{m v_{\text{кр}}}{w_{\text{кр}}} = \frac{2 \cdot 0,082}{302} 10^4 = 5,42 \text{ см}^2.$$

ГЛАВА ДЕВЯТАЯ

ЦИКЛЫ ПАРОТУРБИНЫХ УСТАНОВОК

9-1. Введение

В настоящее время подавляющая часть электроэнергии производится на тепловых электростанциях при помощи паротурбинных установок с использованием водяного пара.

Принципиальная схема паротурбинной установки показана на рис. 9-1, ее работа осуществляется следующим образом.

При сгорании топлива в топке парогенератора образуются газообразные продукты сгорания, теплота которых передается затем воде и пару через металлическую стенку труб. Вода подогревается до кипения и переходит в насыщенный пар, который при движении че-

рез пароперегреватель 2 подсушивается и перегревается. Перегретый пар направляется в паровую турбину 3, где его теплота переходит в механическую работу вращения ротора турбины. В электрическом генераторе, сидящем на одном валу с турбиной, механическая работа

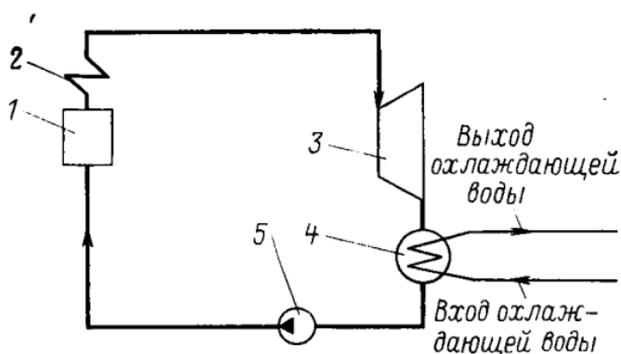


Рис. 9-1. Принципиальная схема паротурбинной установки.

переходит в электрическую энергию. После турбины отработавший пар с низким давлением поступает в конденсатор 4, через который прокачивается охлаждающая вода. Здесь пар отдает теплоту воде и конденсируется. Конденсат откачивается насосом 5, снова подается в парогенератор и цикл повторяется.

9-2. Цикл Карно для водяного пара

На рис. 9-2 в координатах p, v изображен теоретический цикл Карно насыщенного водяного пара.

Установка, работающая по циклу Карно, должна состоять из парогенератора, паровой турбины, компрессора и конденсатора. Изобарно-изотермический процесс $a-b$ осуществляется в парогенераторе, в котором за счет подводимого тепла кипящая жидкость состояния a переходит в сухой насыщенный пар состояния b . Полученный пар по адиабате $b-c$ расширяется в турбине и совершает работу, которая на диаграмме изображается пл. $ebcf$ и определяется по формуле

$$l_{bc} = i_b - i_c. \quad (9-1)$$

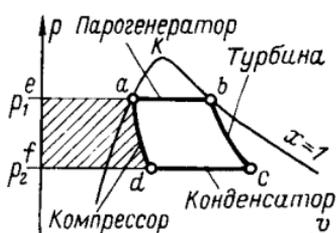


Рис. 9-2. Цикл Карно для сухого насыщенного пара.

Отработавший пар поступает в конденсатор, где осуществляется частичная конденсация вследствие отдачи теплоты охлаждающей воде при постоянных температуре и давлении по линии $c-d$. Влажный насыщенный пар состояния d поступает в компрессор, сжимается по адиабате $d-a$ и снова переходит в жидкость состояния a , которая подается в парогенератор и цикл повторяется. Работа компрессора на рис. 9-2 изображается заштрихованной пл. $eadf$ и определяется по уравнению (см. § 6-6):

$$l_{da}=i_a-i_d. \quad (9-2)$$

В современных паротурбинных установках давление в конденсаторе поддерживается в интервале 0,0035—0,005 МПа, поэтому удельный объем влажного пара v_d , поступающего в компрессор, во много раз превышает объем жидкости. В связи с этим компрессор получается громоздким и на него расходуется большое количество металла. Кроме того, на сжатие влажного пара затрачивается чрезмерно большая работа, составляющая значительную часть работы, совершаемой паром в турбине.

Расчеты показывают, что если паротурбинная установка будет работать в пределах от $p_1=10,0$ МПа в парогенераторе до $p_2=0,005$ МПа в конденсаторе, то теоретическая работа компрессора составляет около 38% работы пара в турбине. Практически вследствие ряда потерь на привод компрессора затрачивается еще большая работа.

На основании вышеизложенного осуществление цикла Карно в паротурбинных установках затруднительно и экономически невыгодно, поэтому на практике он не применяется.

9-3. Цикл Ренкина

Теоретическим циклом паротурбинных установок является цикл Ренкина. Его основное отличие от цикла Карно состоит в том, что в конденсаторе осуществляется полная конденсация пара, поступающего из турбины. В связи с этим вместо громоздкого компрессора применяется более компактный насос, в котором вследствие малой сжимаемости воды затрачиваемая работа во много раз меньше, чем в компрессоре. В паротурбинных установках электростанций, работающих по циклу Ренкина, вместо насыщенного пара применяют

перегретый, что обеспечивает надежные условия работы турбины и более высокие значения к. п. д. установки.

На рис. 9-3 изображен теоретический цикл Ренкина для 1 кг перегретого пара в координатах p, v (схема установки на рис. 9-1). Вследствие малой сжимаемости воды процесс в насосе изображается изохорой $2'-a$, причем точка a находится левее нижней пограничной кривой. Работа сжатия в насосе изображается площадью $4a2'3$, которая заштрихована на диаграмме.

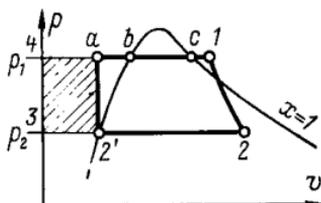


Рис. 9-3. Цикл Ренкина для перегретого пара в p, v -диаграмме.

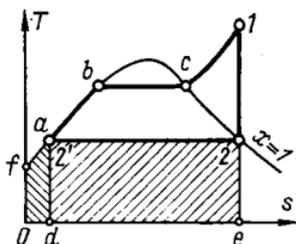


Рис. 9-4. Цикл Ренкина для перегретого пара в T, s -диаграмме.

Изобарный процесс $a-b-c-1$ осуществляется в парогенераторе, причем участок $a-b$ соответствует подогреву воды до кипения, участок $b-c$ — парообразованию и участок $c-1$ — перегреву пара в пароперегревателе.

Процесс $1-2$ есть адиабатное расширение пара в турбине, а совершаемая работа есть располагаемая работа, она равна разности энтальпий i_1-i_2 и изображается площадью 1234 , а полезная работа пара в цикле изображается площадью $a122'$.

Изобарно-изотермический процесс $2-2'$ протекает в конденсаторе, где отработавший пар полностью конденсируется; состояние конденсата определяется точкой $2'$, которая находится на нижней пограничной кривой.

Изобразим цикл Ренкина в координатах T, s , как это показано на рис. 9-4. Здесь точка a совмещена с точкой $2'$, так как при сжатии воды в насосе ее температура и энтропия практически не изменяются, а изобара подогрева воды совпадает с нижней пограничной кривой (см. § 7-4). В этой диаграмме отдельные площади изображают: пл. $Ofabc1e$ — энтальпию перегретого пара i_1 состояния 1; пл. $Of2'2e$ — энтальпию отработавшего пара

состояния 2 при входе в конденсатор i_2 ; пл. $Of2'd$ — энтальпию конденсата состояния 2' после конденсатора i'_2 . Теплота q_1 , сообщенная 1 кг пара в парогенераторе по изобаре $a-b-c-1$, изображается пл. $dabc1e$ и определяется по уравнению

$$q_1 = i_1 - i'_2. \quad (9-3)$$

Теплота q_2 , отданная охлаждающей воде в конденсаторе по изобаре $2-2'$, изображается пл. $d2'2e$ и определяется по уравнению

$$q_2 = i_2 - i'_2. \quad (9-4)$$

При низких и средних начальных давлениях пара работа насоса незначительна и обычно ее не принимают во внимание, поэтому термический к. п. д. цикла Ренкина можно найти по уравнению

$$\eta_t = \frac{i_u}{q_1} = \frac{q_1 - q_2}{q_1} = \frac{(i_1 - i'_2) - (i_2 - i'_2)}{i_1 - i'_2},$$

или окончательно

$$\eta_t = \frac{(i_1 - i_2)}{i_1 - i'_2}. \quad (9-5)$$

Следовательно, работа 1 кг пара, изображаемая пл. $a122'$, равна разности энтальпий адиабатного расширения пара в турбине:

$$l_{ц} = i_1 - i_2. \quad (9-6)$$

Помимо термического к. п. д. при различных тепловых расчетах определяют удельный расход пара и теплоты на единицу работы.

В паросиловых установках в качестве единицы работы используется внесистемная единица киловатт-час (кВт·ч), тепловой эквивалент которого равен 3600 кДж. Поэтому при измерении энтальпии пара в кДж/кг удельный расход его в кг/(кВт·ч) можно определить по уравнению

$$d_0 = \frac{3600}{i_1 - i_2}, \quad (9-7)$$

а удельный расход теплоты в кДж/(кВт·ч) — по формуле

$$q_0 = d_0 q_1 = \frac{3600}{i_1 - i_2} (i_1 - i'_2) = \frac{3600}{\eta_t}. \quad (9-8)$$

При измерении энтальпии пара в ккал/кг соответственно получим:

в кг/(кВт·ч)

$$d_0 = i_1 - i_2 \quad (9-9)$$

и в ккал/(кВт·ч)

$$q_0 = \frac{860}{\eta_t}, \quad (9-10)$$

где 860 ккал/(кВт·ч) — тепловой эквивалент 1 кВт·ч.

Действительный процесс расширения пара вследствие трения в соплах и на лопатках турбины и других внутренних потерь является необратимым процессом и сопровождается увеличением энтропии. Работа трения переходит в тепло, которая передается пару, и его энтальпия в конечном состоянии возрастает. В i, s -диаграмме (рис. 9-5) теоретический адиабатный процесс изображается линией $1-2_T$, а действительный процесс — наклонной линией $1-2_D$, которая является условным графиком этого процесса. Действительная работа 1 кг пара равна:

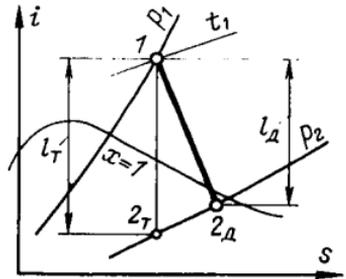


Рис. 9-5. Изображение адиабатных процессов расширения пара в турбине:
 $1-2$ — теоретический; $1-2'$ — действительный.

$$l_D = i_1 - i_{2D},$$

а теоретическая

$$l_T = i_1 - i_{2T},$$

причем

$$l_T > l_D.$$

Отношение действительной работы l_D к теоретической l_T характеризует внутренние потери в турбине, называется внутренним относительным к. п. д. и обозначается η_{oi}

$$\eta_{oi} = \frac{l_D}{l_T} = \frac{i_1 - i_{2D}}{i_1 - i_{2T}}. \quad (9-11)$$

Отношение действительной работы пара в турбине к подведенному теплу q_1 называется абсолютным внутренним к. п. д. и обозначается η_i , причем

$$\eta_i = \frac{l_D}{q_1} = \frac{i_1 - i_{2D}}{i_1 - i'_{2}}. \quad (9-12)$$

Умножив и разделив уравнение (9-12) на теоретическую работу цикла l_T , после преобразований получим:

$$\eta_i = \eta_i \eta_{oi}. \quad (9-13)$$

9-4. Влияние основных параметров пара на термический к. п. д. цикла Ренкина

Термический к. п. д. цикла Ренкина по уравнению (9-5) определяется значениями энтальпии i_1 , i_2 и i'_2 , которые в свою очередь зависят от давления p_1 и температуры t_1 пара, поступающего в турбину и его давления p_2 в конце адиабатного расширения.

Рассмотрим влияние каждого из параметров — p_1 , t_1 и p_2 — на термический к. п. д. В i, s -диаграмме (рис. 9-6) показаны адиабатные процессы расширения при повышающемся начальном давлении пара p_1 ($p'_1 < p''_1 < p'''_1$)

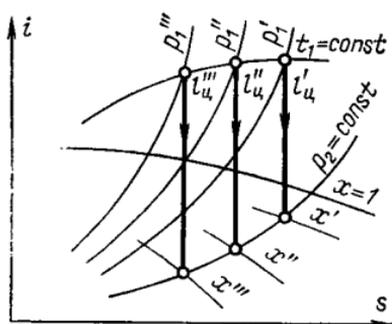


Рис. 9-6. Увеличение располагаемой работы цикла Ренкина с повышением начального давления пара p_1 .

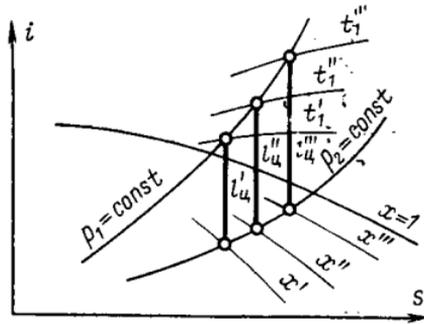


Рис. 9-7. Увеличение степени сухости пара при повышении его начальной температуры t_1 в цикле Ренкина.

и постоянных значениях t_1 и p_2 . Как видно из диаграммы, в этом случае происходит увеличение работы цикла $l_{ц}$ ($l'''_{ц} > l''_{ц} > l'_{ц}$) и уменьшение начальной энтальпии пара i_1 . В соответствии с уравнением (9-5) термический к. п. д. увеличивается. Однако с повышением начального давления одновременно увеличивается конечная влажность пара ($x''' < x'' < x'$), что вызывает эрозийный износ лопаток последних ступеней турбины и может привести к аварии. Допустимая конечная влажность пара не может быть больше 10—12%.

При повышении начальной температуры t_1 и постоянных давлениях p_1 и p_2 увеличиваются энтальпия пара i_1 и работа цикла $l_{ц}$, которые оказывают противоположное

влияние на η_t (рис. 9-7). Расчеты показали, что работа $l_{ц}$ растет более интенсивно, чем энтальпия i_1 , и поэтому термический к. п. д. повышается. Из i, s -диаграммы (рис. 9-7) также видно, что с повышением начальной температуры t_1 происходит увеличение конечной степени сухости пара, в связи с чем уменьшаются внутренние потери в турбине и обеспечиваются более надежные условия ее работы. Термический к. п. д. цикла повышается более интенсивно, если с повышением начального давления пара p_1 увеличивается и его температура t_1 , причем влажность пара в конце адиабатного расширения остается в допустимых пределах. Вышеизложенное объясняет, почему развитие паротурбинных установок сопровождалось одновременным повышением и давления, и температуры перегретого пара.

Повышение начальных параметров пара p_1 и t_1 требует применения качественных металлов для изготовления различных элементов парогенератора и турбины, которые соприкасаются с паром высоких параметров и способны длительное время работать без заметного изменения своих свойств. Понижение конечного давления пара p_2 при постоянных p_1 и t_1 увеличивает работу цикла $l_{ц}$ при неизменной энтальпии пара i_1 , и термический к. п. д. повышается. Однако получение глубокого вакуума в конденсаторе по существу ограничивается температурой охлаждающей воды, которая в свою очередь определяется районом расположения станции и временем года. Обычно в конденсаторе поддерживается давление около 0,005—0,0035 МПа, которому соответствует температура насыщения 33—27°C, поэтому для обеспечения конденсации пара температура охлаждающей воды должна быть на 10—15°C ниже температуры насыщения. Таким образом, охлаждающая вода должна иметь температуру около 15—20°C, что не везде и не всегда возможно, даже при использовании воды из естественных водоемов. Следовательно, давления в конденсаторе 0,005—0,0035 МПа нужно считать предельными. При высоких начальных параметрах пара и глубоком вакууме термический к. п. д. цикла Ренкина не превышает 45—47%.

9-5. Цикл с промежуточным перегревом пара

В предыдущем параграфе было установлено, что увеличения термического к. п. д. цикла Ренкина можно

достигнуть одновременным повышением давления p_1 и температуры t_1 свежего пара при обеспечении допустимой конечной влажности пара. Однако при повышении давления пара свыше 10,0 МПа и глубоком вакууме освоенные в энергетике температуры 540—580°C уже не обеспечивают допустимой степени влажности и тогда применяют промежуточный или повторный перегрев пара.

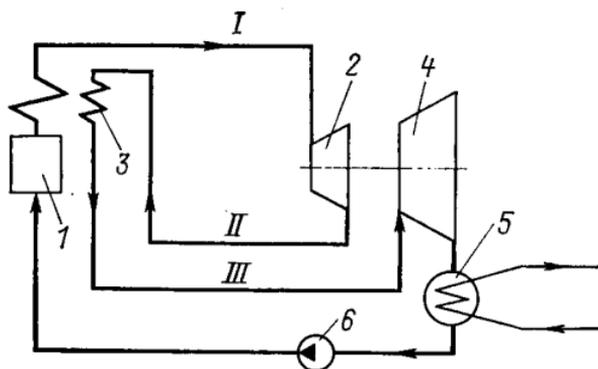


Рис. 9-8. Схема паротурбинной установки с промежуточным перегревом пара.

На рис. 9-8 приведена принципиальная схема паротурбинной установки с промежуточным перегревом пара, работа которой осуществляется следующим образом.

Пар, полученный в парогенераторе 1, по паропроводу I поступает в цилиндр высокого давления турбины (ЦВД) 2, где расширяется до промежуточного давления и затем по паропроводу II возвращается обратно в парогенератор. Здесь пар проходит через промежуточный пароперегреватель (ПрПП) 3 и снова перегревается.

Затем по паропроводу низкого давления III пар поступает в цилиндр низкого давления турбины (ЦНД) 4, где происходит его окончательное расширение. Отработанный пар поступает в конденсатор 5, где он конденсируется. Образующийся конденсат откачивается насосом 6 и снова подается в парогенератор, чем и заканчивается цикл.

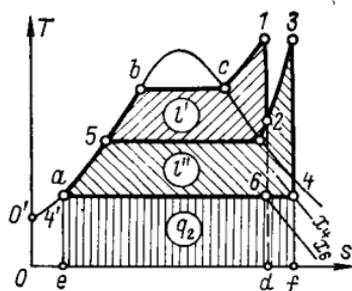


Рис. 9-9. Цикл с промежуточным перегревом пара.

На рис. 9-9 в T, s -диаграмме изображен рассматриваемый цикл:

$a-b-c-1$ — изобарный процесс получения пара высокого давления в парогенераторе 1;

$1-2$ — адиабатный процесс расширения пара в ЦВД турбины 2;

$2-3$ — изобарный процесс перегрева пара в промежуточном пароперегревателе 3;

$3-4$ — адиабатный процесс расширения пара в ЦНД турбины 4;

$4-4'$ — изобарно-изотермический процесс конденсации отработавшего пара в конденсаторе 5.

Из этой диаграммы видно, что при отсутствии промежуточного перегрева процесс расширения пара закончился бы в состоянии, определяемом точкой b (линия $1-b$), со степенью сухости x_b . При введении промежуточного перегрева конечное состояние определяется точкой 4 (линий $3-4$), которая находится значительно правее и ближе к верхней пограничной кривой и, следовательно, в этом случае степень сухости x_4 будет больше.

Используя T, s -диаграмму и зная свойства процессов, определяем термический к. п. д. рассматриваемого цикла. Теплота, сообщенная пару высокого давления в парогенераторе,

$$q'_1 = \text{пл. } eabc1d = i_1 - i'_4,$$

то же в промежуточном пароперегревателе

$$q''_1 = \text{пл. } d23f = i_3 - i_2$$

и сообщенная в цикле

$$q_1 = q'_1 + q''_1 = (i_1 - i'_4) + (i_3 - i_2). \quad (9-14)$$

Теплота, отданная отработанным паром охлаждающей воде в конденсаторе,

$$q_2 = \text{пл. } e4'4f = i_4 - i'_4. \quad (9-14a)$$

Термический к. п. д. рассматриваемого цикла

$$\eta_t = \frac{q_1 - q_2}{q_1} = \frac{(i_1 - i'_4) + (i_3 - i_2) - (i_4 - i'_4)}{(i_1 - i'_4) + (i_3 - i_2)}.$$

После преобразований получим окончательно

$$\eta_t = \frac{(i_1 - i_2) + (i_3 - i_1)}{(i_1 - i'_4) + (i_3 - i_2)}; \quad (9-15)$$

здесь $i_1 - i_2 = \text{пл. } 5bc125 = l'$ — работа пара в цилиндре высокого давления турбины (ЦВД); $i_3 - i_4 = \text{пл. } 52344' = l''$ —

работа пара в цилиндре низкого давления турбины (ЦНД).

Удельный расход пара определяется из уравнения

$$d_0 = \frac{3600}{l' + l''} = \frac{3600}{(i_1 - i_2) + (i_3 - i_4)} \quad (9-16)$$

На рис. 9-10 в i, s -диаграмме показаны основные процессы цикла с промежуточным перегревом пара, причем характерные точки имеют обозначения, принятые в T, s -диаграмме на рис. 9-9.

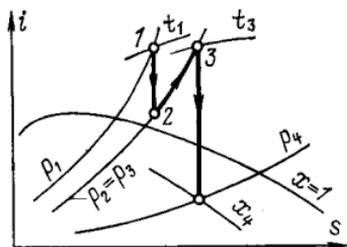


Рис. 9-10. Цикл с промежуточным перегревом пара в i, s -диаграмме (основные линии).

Определение значения энтальпии пара по i, s -диаграмме не представляет затруднений; точное значение энтальпии конденсата находят по таблицам.

Применение вторичного перегрева не только уменьшает конечную влажность пара, но и позволяет повысить термический к. п. д. цикла, если будут правильно выбраны промежуточное давление и конечная температура пара после промежуточного пароперегревателя.

При введении однократного перегрева термический к. п. д. цикла повышается на 2—3% в сравнении с к. п. д. цикла Ренкина при одинаковых параметрах пара.

9-6. Регенеративный цикл паротурбинной установки

Регенеративным циклом паротурбинной установки обычно называется такой цикл, в котором осуществляется подогрев питательной воды за счет теплоты пара, отбираемой из различных точек проточной части турбины. Пар отбирается из турбины после того, как он пройдет ряд ее ступеней и совершит работу; при этом давление понижается от начального p_1 до давления p^0 , которое поддерживается в отборе.

Отбираемый пар направляется в подогреватели, куда также поступает конденсат или питательная вода. Здесь в результате теплообмена пар конденсируется, а вода нагревается и затем подается в парогенератор. Конденсат отборного (греющего) пара также поступает в парогенератор.

Для подогрева воды применяются поверхностные и смешивающие подогреватели, которые называются регенеративными подогревателями. В смешивающих подогревателях вода нагревается до температуры кипения в результате смешения воды и конденсата пара, в поверхностных подогревателях вода не догревается на 2—3°С до температуры кипения, так как теплообмен между паром и водой происходит через разделяющую их поверхность труб.

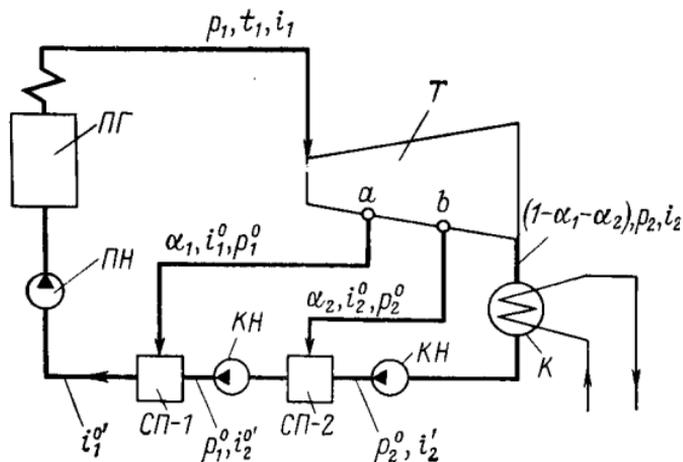


Рис. 9-11. Принципиальная схема паротурбинной установки с двумя смешивающими регенеративными подогревателями.

Экономически целесообразно подогревать питательную воду последовательно в нескольких подогревателях, количество которых устанавливается технико-экономическим расчетом. Число и места отборов пара зависят от многих факторов и в первую очередь от начальных параметров пара (p_1 и t_1), мощности установки и конечной температуры подогрева питательной воды.

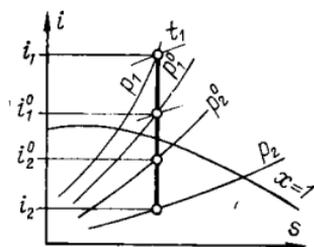
В современных мощных паротурбинных установках подогрев питательной воды осуществляется в регенеративных подогревателях поверхностного типа, количество которых может достигать до десяти.

Рассмотрим особенности регенеративного цикла применительно к паротурбинной установке с двумя смешивающими подогревателями, схема которой изображена на рис. 9-11. Процессы в установке протекают следующим образом. Из парогенератора ПГ перегретый пар с давлением p_1 и температурой t_1 поступает в турбину Т.

Здесь одна часть пара расширяется до давления $p^{\circ}_1 < p_1$, поступает в первый отбор (точка *a*) и направляется в смешивающий подогреватель СП-1. Другая часть пара расширяется до более низкого давления $p^{\circ}_2 < p^{\circ}_1$ и поступает во второй отбор (точка *b*), откуда направляется в смешивающий подогреватель СП-2. Основная (третья) часть пара проходит все ступени турбины, расширяется до конечного давления p_2 и поступает в конденсатор *K*, где полностью конденсируется. Образующийся конденсат, называемый основным, последовательно прокачивается конденсатными насосами *КН* через смешивающие подогреватели СП-2 и СП-1. В каждом из них основной конденсат смешивается с конденсатом отборного пара и ступенчато подогревается до температуры кипения, соответствующей давлениям отборов p°_2 и p°_1 . После подогревателей нагретая вода питательным насосом (ПН) подается снова в парогенератор, чем и заканчивается цикл.

Для исследования и расчета основных характеристик регенеративного цикла применяются следующие обозначения:

α_1 — доля пара, поступающего в первый отбор; α_2 — доля пара, поступающего во второй отбор; $1 - \alpha_1 - \alpha_2$ —



доля пара, поступающего в конденсатор. Параметры пара, поступающего в турбину: давление p_1 , температура t_1 и энтальпия i_1 . Параметры пара первого отбора: давление p°_1 , температура t°_1 , энтальпия i°_1 , энтальпия его конденсата $i^{\circ}'_1$.

Параметры пара второго отбора: давление p°_2 , температура t°_2 , энтальпия i°_2 ; энтальпия его конденсата $i^{\circ}'_2$. Параметры пара при входе в конденсатор:

давление p_2 , энтальпия i_2 ; энтальпия его конденсата i'_2 .

Процесс расширения пара в турбине считается обратимым адиабатным; гидравлические и тепловые потери трубопроводов отборного пара и тепловые потери подогревателей не принимаются во внимание, работа насосов не учитывается. При указанных условиях состояния пара в *i, s*-диаграмме находятся как точки пересече-

ния соответствующих изобар и адиабаты расширения (рис. 9-12). Энтальпии пара находятся непосредственно из i, s -диаграммы; энтальпии конденсата — при помощи таблиц водяного пара. Количество пара, поступающего в подогреватели из отборов турбины, находят из теплового баланса подогревателей. Составим эти тепловые балансы и найдем соответствующие доли α_1 и α_2 .

Подогреватель СП-2. В этот подогреватель из конденсатора поступает $1 - \alpha_1 - \alpha_2$ кг воды, из второго отбора — α_2 кг пара и выходит $1 - \alpha_1$ кг воды. Учитывая ранее принятые обозначения, составим уравнение теплового баланса (рис. 9-11):

$$\alpha_2 i_2^{\circ} + (1 - \alpha_1 - \alpha_2) i_2' = (1 - \alpha_1) i_2^{\circ'}, \quad (9-17)$$

откуда после преобразований получим:

$$\alpha_2 = \frac{i_2^{\circ'} - i_2'}{i_2^{\circ} - i_2'} (1 - \alpha_1). \quad (9-18)$$

Подогреватель СП-1. В этот подогреватель из первого отбора поступает α_1 кг пара, из подогревателя СП-2 — $1 - \alpha_1$ кг конденсата и выходит 1 кг воды (рис. 9-11). В соответствии с принятыми обозначениями тепловой баланс подогревателя выражается уравнением

$$\alpha_1 i_1^{\circ} + (1 - \alpha_1) i_2^{\circ'} = i_1^{\circ'}, \quad (9-19)$$

откуда

$$\alpha_1 = \frac{i_1^{\circ'} - i_2^{\circ'}}{i_1^{\circ} - i_2^{\circ'}}. \quad (9-20)$$

После подогревателя СП-1 вода с энтальпией $i_1^{\circ'}$ поступает в парогенератор и превращается там в перегретый пар. Количество теплоты, затраченной в парогенераторе для получения 1 кг перегретого пара, составляет:

$$q_1 = i_1 - i_1^{\circ'}, \quad (9-21)$$

что меньше, чем в цикле Ренкина.

Количество теплоты, отданной в конденсаторе охлаждающей воде, на 1 кг пара, поступающего в турбину, найдем по уравнению

$$q_2 = (1 - \alpha_1 - \alpha_2) (i_2 - i_2'), \quad (9-22)$$

что тоже меньше, чем в цикле Ренкина.

Термический к. п. д. регенеративного цикла выражается уравнением

$$\eta_t = 1 - \frac{q_2}{q_1} = 1 - \frac{(1 - \alpha_1 - \alpha_2)(i_2 - i'_2)}{i_1 - i_1^{o'}}. \quad (9-23)$$

Работа 1 кг пара в рассматриваемом регенеративном цикле может быть определена следующим образом. Часть пара, поступающая в первый отбор при понижении давления от p_1 до p^{o_1} , совершает работу

$$l_1 = \alpha_1(i_1 - i^{o_1}). \quad (9-24)$$

Другая часть пара, расширяясь между начальным давлением p_1 и давлением отбора p^{o_2} , совершает работу

$$l_2 = \alpha_2(i_1 - i^{o_2}). \quad (9-25)$$

Оставшаяся основная часть пара проходит через всю турбину, расширяется и понижает давление от начального p_1 до конечного p_2 ; работа этой части пара равна:

$$l_3 = (1 - \alpha_1 - \alpha_2)(i_1 - i_2). \quad (9-26)$$

Суммарная работа трех потоков есть работа 1 кг пара, поэтому

$$l_{\text{рег}} = l_1 + l_2 + l_3 = \alpha_1(i_1 - i^{o_1}) + \alpha_2(i_1 - i^{o_2}) + (1 - \alpha_1 - \alpha_2)(i_1 - i_2). \quad (9-27)$$

После преобразований уравнение (9-27) приводится к виду

$$l_{\text{рег}} = (i_1 - i_2) - \alpha_1(i^{o_1} - i_2) - \alpha_2(i^{o_2} - i_2). \quad (9-28)$$

Из сравнения уравнений (9-6) и (9-28) видно, что при одних и тех же начальных и конечных параметрах работа 1 кг пара в цикле Ренкина $l_{\text{Рен}}$ больше, чем в регенеративном цикле, т. е. $l_{\text{Рен}} > l_{\text{рег}}$.

Используя уравнения (9-28) и (9-21), получаем другое выражение для определения термического к. п. д. регенеративного цикла:

$$\eta_t = \frac{(i_1 - i_2) - \alpha_1(i^{o_1} - i_2) - \alpha_2(i^{o_2} - i_2)}{i_1 - i_1^{o'}}. \quad (9-29)$$

Таким образом, при осуществлении регенеративного цикла затраты теплоты в парогенераторе q_1 и работа 1 кг пара будут меньше, чем в цикле Ренкина. Однако теплота q_1 уменьшается более интенсивно, чем работа,

и поэтому термический к. п. д. регенеративного цикла всегда больше, чем в цикле Ренкина. Экономичность регенеративного цикла повышается с увеличением начальных параметров пара p_1 , t_1 и числа отборов; термический к. п. д. цикла может быть на 10—12% выше, чем в цикле Ренкина.

Удельный расход пара может быть определен из выражения

$$d_0 \Leftarrow \frac{3600}{l_{\text{рег}}} ; \quad (9-30)$$

поскольку $l_{\text{рег}} < l_{\text{Рен}}$, то удельный расход пара будет больше, чем в цикле Ренкина.

В заключение нужно отметить, что применение регенеративного подогрева воды не только повышает термический к. п. д., но и оказывает большое влияние на конструктивное выполнение основных агрегатов паротурбинной установки.

9-7. Основы теплофикации

В рассмотренных циклах паротурбинных установок в полном соответствии со вторым законом термодинамики только часть теплоты q_1 , сообщаемой пару в парогенераторе, переходит в полезную работу, другая часть в количестве q_2 отдается охлаждающей воде в конденсаторе и является основной тепловой потерей цикла. Теплота q_2 , равная примерно теплоте парообразования, не может быть использована для нужд народного хозяйства ввиду низких температур отработавшего пара и охлаждающей воды. Например, в конденсационных установках, служащих только для выработки электроэнергии, давление в конденсаторе поддерживается около 0,005—0,0035 МПа, этому соответствует температура насыщения 33—27°C, а температура охлаждающей воды еще ниже.

Согласно расчетам в современных установках высокого давления потери теплоты в конденсаторе составляет 50—60% всей теплоты, сообщенной пару в парогенераторе.

Поскольку в процессе преобразования теплоты в работу принципиально невозможно устранить отдачу теплоты холодному источнику, необходимо найти способ использования огромного количества теплоты, которое отдается охлаждающей воде.

Таким способом является повышение давления отработавшего пара, а следовательно, и его температуры. Тогда в зависимости от конечного давления теплота отработавшего пара либо используется в технологических процессах промышленности, либо служит для подогрева воды, поступающей на горячее водоснабжение или для отопления зданий. В этом случае паротурбинные установки электростанции вырабатывают и электроэнергию и теплоту. Электрические станции, которые служат для выработки электроэнергии и теплоты, называются теплоэлектроцентралями (ТЭЦ). Централизованный метод снабжения потребителей теплотой называется теплофикацией.

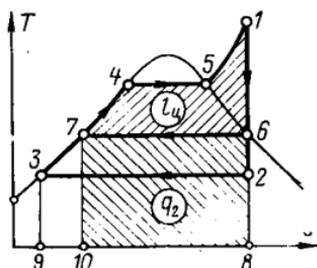


Рис. 9-13. Использование тепла в конденсационном и теплофикационном циклах.

На рис. 9-13 в T, s -диаграмме изображены два цикла: конденсационный 123451 и теплофикационный 167451 . В обоих циклах начальные параметры одни и те же, конечное давление в теплофикационном цикле выше, чем в конденсационном, и изображается линией $6-7$. Из диаграммы видно, что работа 1 кг пара в теплофикационном цикле $L_{ц}$, изображаемая площадью 167451 , меньше, чем в конденсационном цикле, в котором эта работа изображается площадью 123451 . Однако в конденсационном цикле теплота q_2 отработавшего пара, определяемая пл. 9328 , отдается охлаждающей воде и не используется из-за низких температур.

В теплофикационном цикле отработавший пар имеет более высокую температуру, теплота его $q_2 = \text{пл. } 10768$ будет больше, чем в конденсационном цикле, и теоретически полностью используется. Таким образом, при повышении конечного давления уменьшается работа 1 кг пара в турбине и термический к. п. д. теплофикационного цикла понижается, однако в этом цикле основная потеря теплоты q_2 отсутствует.

Экономичность теплофикационной установки характеризуется коэффициентом использования тепла K , который представляет собой отношение суммарной теплоты, пошедшей на работу $L_{ц}$ и использованной тепловыми потребителями q_2 , к теплоте q_1 , сообщенной пару в па-

рогенераторе:

$$K = \frac{I_u + q_2}{q_1}. \quad (9-31)$$

Из уравнения (9-31) следует, что в теплофикационных установках теоретическое значение коэффициента использования теплоты $K = 1$. В конденсационных установках коэффициент использования теплоты K равен термическому к. п. д. и поэтому значение его не может быть больше 0,5, т. е. $K < 0,5$. Приведенные значения величины K указывают на огромные преимущества теплофикационных установок в сравнении с чисто конденсационными.

Централизованное теплоснабжение потребителей теплотой осуществляется путем подачи с ТЭЦ горячей воды или пара, температура и давление которых изменяются в широких пределах, что осуществляется путем установки на ТЭЦ теплофикационных турбин различных типов.

Наибольшее распространение получили турбины с отбором пара, в которых предусмотрена возможность отбора пара на теплофикацию. Отбор пара производится из двух мест, в которых поддерживается необходимое давление. Из верхнего отбора с давлением 0,7—1,3 МПа пар поступает на различные технологические нужды промышленных предприятий, из нижнего отбора при давлении 0,12—0,25 МПа пар используется для удовлетворения бытовых нужд населения. При отсутствии тепловых потребителей турбина работает как конденсационная и тогда происходит только выработка электроэнергии.

На теплоэлектроцентралях (ТЭЦ) устанавливаются также турбины с противодавлением. Эти турбины не имеют конденсатора, так как пар после совершения работы выходит с давлением выше атмосферного. После турбины весь отработанный пар направляется к потребителю, где его теплота используется как в технологических процессах, так и для удовлетворения бытовых нужд. Несмотря на более простое выполнение, паротурбинные установки с противодавлением применяются редко, ибо выработка электроэнергии зависит от теплового потребления. При отключении потребителей теплоты такую установку необходимо останавливать.

При определенных условиях давление в конденсаторе можно поднять до 0,06—0,09 МПа и тогда отработанный

ный пар будет поступать из турбины в конденсатор при температурах 86—97°С. В этом случае охлаждающая вода будет нагреваться до температуры 75—90°С и может использоваться для различных бытовых нужд. Такие турбины называются турбинами с ухудшенным вакуумом. Если не требуется тепло для теплофикации, то такие турбины работают как конденсационные при принятых низких давлениях.

9-8. Парогазовый цикл

Изучение различных циклов показывает, что газообразные продукты горения топлив и водяной пар, применяемые в качестве рабочих тел соответственно в газотурбинных и паротурбинных установках, используются в различных пределах начальных и конечных температур. Так, если газы поступают в газовую турбину при начальных температурах 900—1200°С, то температура перегретого водяного пара не превышает 600°С при давлениях, достигающих 30,0 МПа. Однако в газовой турбине газы расширяются до атмосферного давления и покидают ее при конечных температурах 450—500°С, в то время как водяной пар расширяется в паровой турбине до давления значительно ниже атмосферного и покидает ее при температурах 25—30°С. Как известно, термический к. п. д. увеличивается с повышением начальной температуры и понижением конечной температуры рабочего тела.

Так как ни одно из применяемых рабочих тел не может использоваться при указанных максимальных и минимальных температурах, то возникла идея создать комбинированные установки с использованием обоих рабочих тел. Циклы комбинированных установок с двумя рабочими телами называются бинарными циклами; одним из них является парогазовый цикл.

Парогазовый цикл — это бинарный цикл, в котором в области высоких температур используются газы — продукты горения жидких и газообразных топлив, а в области низких температур — водяной пар. В настоящее время как в СССР, так и за рубежом разработано большое количество парогазовых циклов, отличающихся как в пароводяной, так и в газовой частях. Рассмотрим одну из наиболее перспективных схем парогазовой установки с высоконапорным парогенератором

ром (ВПГ) и раздельным использованием рабочих тел. Принципиальная схема установки показана на рис. 9-14, работа ее протекает следующим образом. Наружный воздух поступает в турбокомпрессор 1, сжимается до 0,4—0,5 МПа и подается в топку ВПГ 2, куда поступает также жидкое или газообразное топливо, которое сгорает там при постоянном давлении. Теплота сгорания топлива частично расходуется на получение перегретого пара и частично на подогрев продуктов сгорания, кото-

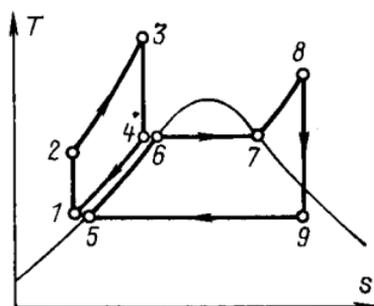
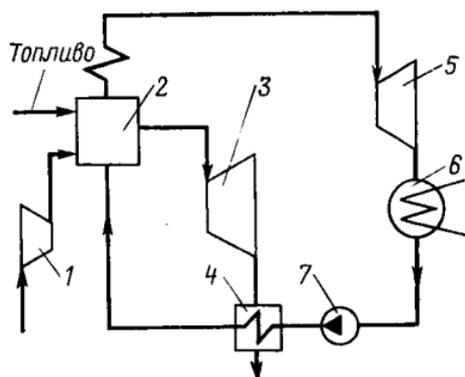


Рис. 9-14. Принципиальная схема парогазовой установки с высоконапорным парогенератором (ВПГ).

Рис. 9-15. Бинарный цикл парогазовой установки с ВПГ.

рые при температуре примерно 900°C и при давлении около 0,4 МПа покидают ВПГ и поступают в газовую турбину 3. После расширения в ней до атмосферного давления газы направляются в теплообменник 4, охлаждаются и выбрасываются в атмосферу. Выработанный в высоконапорном парогенераторе перегретый пар поступает в паровую турбину 5, расширяется и совершает полезную работу. Отработанный пар поступает в конденсатор 6, где полностью конденсируется. Насосом 7 конденсат прокачивается через газовый теплообменник 4, нагревается до температуры насыщения и в виде питательной воды подается снова в парогенератор.

На рис. 9-15 в T, s -координатах изображен теоретический цикл такой установки. Как видно, он состоит из цикла ГТУ (1—2—3—4) и цикла паротурбинной установки (5—6—7—8—9); свойства этих циклов рассмотрены выше. Необходимо указать, что циклы строятся для 1 кг продуктов сгорания и m кг водяного пара.

Величина m показывает, сколько килограммов пара приходится на 1 кг продуктов сгорания, и называется относительным расходом пара:

$$m = \frac{D_{\text{п}}}{D_{\text{г}}}.$$

Подогрев воды по изобаре 5—6 происходит за счет теплоты отработавших газов газовой турбины, охлаждение которых происходит по изобаре 4—1 в газовой подогревателе. Тепловой баланс подогревателя выражается уравнением

$$i_4 - i_1 = m(i_6 - i_5),$$

откуда

$$m = \frac{i_4 - i_1}{i_6 - i_5}.$$

Термический к. п. д. рассматриваемого парогазового цикла определяется из выражения

$$\eta_t = \frac{l_{\text{г}} + l_{\text{п}}}{q_{\text{г}} + q_{\text{п}}}; \quad (9-32)$$

здесь полезная работа газового цикла

$$l_{\text{г}} = (i_3 - i_4) - (i_2 - i_1); \quad (a)$$

то же для парового цикла (без учета работы насоса)

$$l_{\text{п}} = m(i_8 - i_9), \quad (б)$$

теплота, затраченная в процессе 2—3 на газовый цикл,

$$q_{\text{г}} = i_3 - i_2, \quad (в)$$

теплота, сообщенная в изобарном процессе 6—7—8 парового цикла,

$$q_{\text{п}} = m(i_8 - i_6). \quad (г)$$

Подставляя в уравнение (9-32) выражения (а), (б), (в), (г) получаем:

$$\eta_t = \frac{(i_3 - i_4) - (i_2 - i_1) + m(i_8 - i_9)}{(i_3 - i_2) + m(i_8 - i_6)}. \quad (9-33)$$

Термический к. п. д. установки, работающей по парогазовому циклу, больше, чем для чисто газовых или чисто паровых циклов и составляет 55—60%, что определяет их успешное внедрение в энергетику.

9-9. Бинарный цикл с магнетогидродинамическим генератором

В последние годы ведутся работы по созданию энергетических установок по непосредственному преобразованию теплоты в электроэнергию. Наиболее перспективными являются установки с магнетогидродинамическим генератором (МГД-генератором). Принцип действия МГД-генератора основан на явлении возникновения э. д. с. в потоке ионизированного газа при пересечении им магнитного поля, создаваемого электромагнитами, питаемыми постоянным током.

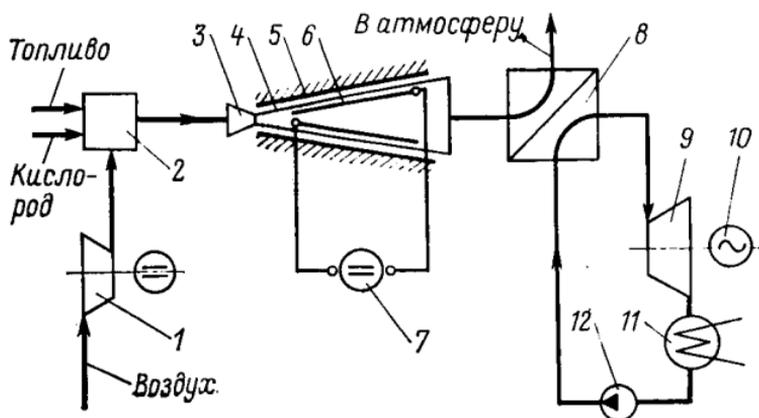


Рис. 9-16. Схема парогазовой установки с МГД-генератором.

Ионизация газа состоит в расщеплении его молекул на электроны и ионы. Необходимая степень ионизации, обеспечивающая электропроводность газа, зависит от его физических свойств и достигается при температуре около 4000°C . Практически необходимую для ионизации температуру понижают до $2900\text{--}2300^{\circ}\text{C}$ путем присадки в газ щелочных металлов (калия, цезия и др.). Ионизированный газ, применяемый в МГД-генераторе, называется низкотемпературной плазмой. Напряжение в МГД-генераторе растет с увеличением скорости ионизированного газа, поэтому перед генератором устанавливается разгонное сопло, в котором достигается необходимая скорость газа.

На рис. 9-16 представлена принципиальная схема парогазовой установки с МГД-генератором, работа которой осуществляется следующим образом. Атмосфер-

ный воздух после компрессора 1 при давлении 0,3—0,4 МПа подается в камеру сгорания 2, куда также поступает органическое топливо и добавочный кислород. Здесь вследствие горения топлива получают высокотемпературные газы, которые после присадки щелочных металлов (калия) переходят в плазменное состояние.

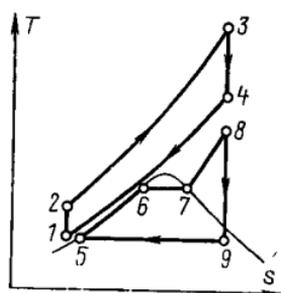


Рис. 9-17. Бинарный цикл парогазовой установки с МГД-генератором.

Полученная плазма проходит разгонное сопло 3, понижает давление до атмосферного, а температуру — до 2300°C и со сверхзвуковой скоростью входит в расширяющийся канал МГД-генератора 4. При пересечении магнитного поля, создаваемого электромагнитами 5, в плазме возникает электрический ток, направляемый через электроды 6 к потребителю 7. Таким образом, здесь теплота газов непосредственно переходит в электроэнергию постоянного тока. Из МГД-генератора газы поступают в парогенератор 8, где их тепло используется для получения перегретого пара, и после

охлаждения до 120—140°C выбрасываются в атмосферу. Полученный в парогенераторе перегретый пар поступает в паровую турбину 9, расширяется и совершает работу, которая в генераторе 10 преобразуется в электроэнергию переменного тока. Отработавший пар, как обычно, поступает в конденсатор 11, а полученный конденсат насосом 12 подается снова в парогенератор.

На рис. 9-17 в T, s -диаграмме показан идеальный цикл установки с МГД-генератором. Верхняя ступень цикла представляет собой идеальный цикл газовой части установки, в которой 1—2 — адиабатный процесс сжатия в компрессоре, 2—3 — изобарное нагревание газов, что соответствует горению топлива в камере сгорания, 3—4 — адиабатное расширение газа в разгонном сопле, 4—1 — изобарное охлаждение газов, уходящих из МГД-генератора, в парогенераторе.

Нижняя ступень цикла есть цикл Ренкина, а площадь 56789 соответствует полезной работе, которая совершается за счет утилизации тепла газов, покидающих МГД-генератор.

Использование более широкого интервала температур в установках с МГД-генератором обуславливает

получение большего термического к. п. д. Согласно подсчетам к. п. д. нетто установки с МГД-генератором может достигнуть 55—60%, что выше, чем у паротурбинных и газотурбинных установок.

Кроме открытой схемы, изображенной на рис. 9-16, могут быть и закрытые. В закрытой схеме нагревание рабочего тела производится в тепловыделяющих элементах атомного реактора, а в качестве рабочего тела применяются инертные газы (гелий, аргон), которые после присадки цезия переходят в плазменное состояние при температуре 1800—2300°C, что облегчает конструктивное выполнение установки. Принципиальная схема закрытой установки, таким образом, отличается от открытой тем, что вместо камеры сгорания устанавливается атомный реактор, а инертные газы непрерывно циркулируют по замкнутому контуру (атомный реактор — МГД-генератор — парогенератор — атомный реактор).

Основная трудность создания установок с МГД-генератором заключается в сохранении целостности магнитогидродинамического канала, так как пока нет жаропрочных материалов, способных длительное время противостоять высоким температурам.

Пример 9-1. Паротурбинная установка работает по циклу Ренкина. При входе в турбину: $p_1=5,0$ МПа и $t_1=450^\circ\text{C}$, давление в конденсаторе $p_2=0,005$ МПа. Определить термический к. п. д. и удельный расход пара.

Решение. По i, s -диаграмме (см. рис. 9-5) находим: $i_1=3315$ кДж/кг, $i_2=2080$ кДж/кг; по таблице водяного пара (табл. П6): $i'_2=137,8$ кДж/кг; по формуле (9-5) термический к. п. д. равен:

$$\eta_t = \frac{i_1 - i_2}{i_1 - i'_2} = \frac{3315 - 2080}{3315 - 137,8} = 0,389.$$

Удельный расход пара

$$d_0 = \frac{3600}{i_1 - i_2} = \frac{3600}{3315 - 2080} = 2,91 \text{ кг/(кВт}\cdot\text{ч)}.$$

Пример 9-2. Паротурбинная установка работает по циклу с промежуточным перегревом пара. При входе в турбину: $p_1=24,0$ МПа и $t_1=600^\circ\text{C}$, давление в конденсаторе $p_4=0,004$ МПа, промежуточный перегрев производится при $p_2=p_3=5,0$ МПа до температуры $t_3=550^\circ\text{C}$. Определить термический к. п. д., удельный расход пара, количество теплоты, сообщенной пару в парогенераторе, и потерю теплоты в конденсаторе.

Решение. При помощи i, s -диаграммы (рис. 9-10) находим: $i_1=3493$ кДж/кг, $i_2=3036$ кДж/кг, $i_3=3550$ кДж/кг; $i_4=2146$ кДж/кг; по табл. П6 $i'_4=121,4$ кДж/кг.

Подставляя найденные значения в формулу (9-15), получаем:

$$\eta_t = \frac{(3493 - 3036) + (3550 - 2146)}{(3493 - 121,4) + (3550 - 3036)} = 0,478.$$

Теплота, подведенная к пару в парогенераторе, по формуле (9-14) равна: $q_1 = (3493 - 121,4) + (3550 - 3036) = 3885,6$ кДж/кг; теплота, отданная в конденсаторе, по формуле (9-14а) равна: $q_2 = 2146 - 121,4 = 2024,6$ кДж/кг, или

$$100 \frac{2024,6}{3885,6} = 52,2\%.$$

Удельный расход пара по формуле (9-16)

$$d_0 = \frac{3600}{(3493 - 3036) + (3550 - 2146)} = 1,94 \text{ кг/(кВт}\cdot\text{ч)}.$$

Пример 9-3. В паротурбинной установке осуществляется регенеративный подогрев питательной воды в двух смешивающих подогревателях (см. рис. 9-11). При входе в турбину: $p_1 = 6,0$ МПа и температура $t_1 = 520^\circ\text{C}$. Давления пара: в первом отборе $p^{\circ}_1 = 1,0$ МПа, во втором отборе $p^{\circ}_2 = 0,12$ МПа, в конденсаторе $p_2 = 0,005$ МПа. Определить увеличение термического к. п. д. регенеративного цикла в сравнении с циклом Ренкина.

Решение. При помощи i, s -диаграммы (см. рис. 9-12) и таблиц находим энтальпии пара и конденсата для характерных точек цикла. При входе в турбину $i_1 = 3469$ кДж/кг; первый отбор: для пара $i^{\circ}_1 = 2951$ кДж/кг; для конденсата $i^{\circ}'_1 = 762,7$ кДж/кг; второй отбор: для пара $i^{\circ}_2 = 2548$ кДж/кг; для конденсата $i^{\circ}'_2 = 439,4$ кДж/кг;

конденсатор: для пара $i_2 = 2120$ кДж/кг, для конденсата $i'_2 = 137,8$ кДж/кг.

Доли пара, поступающие в отборы:

$$\alpha_1 = \frac{i^{\circ}'_1 - i^{\circ}'_2}{i^{\circ}_1 - i^{\circ}_2} = \frac{762,7 - 439,4}{2951 - 439,4} = 0,128;$$

$$\begin{aligned} \alpha_2 &= \frac{(1 - \alpha_1) (i^{\circ}'_2 - i'_2)}{i^{\circ}_2 - i'_2} = \\ &= \frac{(1 - 0,128) (439,4 - 137,8)}{2578 - 137,8} = 0,125. \end{aligned}$$

Термический к. п. д. регенеративного цикла [формула (9-29)]

$$\begin{aligned} \eta_t &= \frac{(i_1 - i_2) - \alpha_1 (i^{\circ}_1 - i_2) - \alpha_2 (i^{\circ}_2 - i_2)}{i_1 - i^{\circ}'_1} = \\ &= \frac{(3469 - 2120) - 0,128 (2951 - 2120) - 0,125 (2548 - 2120)}{3469 - 762,7} = \\ &= 0,44; \end{aligned}$$

для цикла Ренкина

$$\eta_i = \frac{i_1 - i_2}{i_1 - i'_2} = \frac{3469 - 2120}{3469 - 137,8} = 0,405;$$

увеличение к. п. д. составит:

$$\frac{0,44 - 0,405}{0,405} \cdot 100 = 8,7\%.$$

ГЛАВА ДЕСЯТАЯ

ВЛАЖНЫЙ ВОЗДУХ

10-1. Основные понятия

Атмосферный воздух используется в различных технологических процессах, например: для сушки влажных материалов в сушильных установках, для охлаждения циркуляционной воды на тепловых электростанциях при оборотной системе водоснабжения, в установках кондиционирования воздуха и т. д.

Влажный воздух представляет собой механическую смесь сухого воздуха и водяного пара. Практически влажный воздух используется при давлениях, близких к атмосферному, поэтому и сухой воздух и водяной пар, составляющие влажный воздух, с достаточной для технических целей точностью можно считать идеальными газами. В связи с этим при всех расчетах с влажным воздухом можно применять ранее полученные соотношения для смеси идеальных газов, законы идеальных газов и уравнение состояния Менделеева — Клапейрона.

По закону Дальтона давление смеси газов равно сумме парциальных давлений

$$p = p_v + p_n,$$

где p_v и p_n — парциальные давления воздуха и водяного пара; p — давление смеси, т. е. влажного воздуха, равное барометрическому давлению.

Чем больше в смеси водяного пара, тем больше его парциальное давление p_n ; высшим его пределом при данной температуре влажного воздуха будет давление насыщения p_n .

Рассмотрим различные состояния водяного пара во влажном воздухе, используя p, v -диаграмму пара, которая изображена на рис. 10-1. Так, если при температуре влажного воздуха t_1 парциальное давление пара мень-

где $\rho_{\text{п}}$, $p_{\text{п}}$, $R_{\text{п}}$ — соответственно плотность, парциальное давление и газовая постоянная пара; T — температура влажного воздуха. Наибольшая плотность водяного пара $\rho_{\text{н}}$ достигается в насыщенном влажном воздухе при той же температуре:

$$\rho_{\text{н}}' = \frac{p_{\text{п}}}{R_{\text{п}}T}; \quad (10-2)$$

так как $\rho_{\text{п}} > \rho_{\text{п}}$, то $\rho_{\text{н}} > \rho_{\text{п}}$.

Отношение

$$\varphi = \rho_{\text{п}} / \rho_{\text{н}} \quad (10-3)$$

называется относительной влажностью воздуха; следовательно, это есть отношение действительной абсолютной влажности воздуха к максимально возможной абсолютной влажности в насыщенном воздухе при той же температуре.

При постоянной температуре давления изменяются пропорционально плотностям (закон Бойля — Мариотта), поэтому можно написать:

$$\varphi = \rho_{\text{п}} / \rho_{\text{н}} = p_{\text{п}} / p_{\text{н}}. \quad (10-4)$$

Относительная влажность определяется при помощи прибора, называемого психрометром.

При изменении состояния влажного воздуха количество сухого воздуха в смеси обычно не меняется, а количество водяного пара либо уменьшается вследствие конденсации, либо увеличивается вследствие испарения влаги. В связи с этим тепловые расчеты с влажным воздухом принято относить к 1 кг сухого воздуха.

10-2. Параметры влажного воздуха

Влагосодержание. Влагосодержанием d влажного воздуха называется отношение массы водяного пара $m_{\text{п}}$, содержащегося в смеси, к массе сухого воздуха $m_{\text{в}}$ или, что то же, отношение плотности водяного пара $\rho_{\text{п}}$ к плотности сухого воздуха $\rho_{\text{в}}$, взятых при их парциальных давлениях и при температуре влажного воздуха

$$d = m_{\text{п}} / m_{\text{в}} = \rho_{\text{п}} / \rho_{\text{в}}. \quad (10-5)$$

По уравнению состояния

$$\rho_{\text{п}} = \frac{p_{\text{п}}}{R_{\text{п}}T}; \quad \rho_{\text{в}} = \frac{p_{\text{в}}}{R_{\text{в}}T};$$

после подстановки значений $\rho_{\text{п}}$ и $\rho_{\text{в}}$ в уравнение (10-5) получим:

$$d = \frac{p_{\text{п}}}{R_{\text{п}}T} : \frac{p_{\text{в}}}{R_{\text{в}}T} = \frac{R_{\text{в}}p_{\text{п}}}{R_{\text{п}}p_{\text{в}}} = \frac{\mu_{\text{п}}p_{\text{п}}}{\mu_{\text{в}}p_{\text{в}}}, \quad (10-6)$$

где $\mu_{\text{п}}$ и $\mu_{\text{в}}$ — молекулярные массы соответственно водяного пара и сухого воздуха, равные $\mu_{\text{п}}=18,02$ кг и $\mu_{\text{в}}=28,95$ кг.

Тогда

$$\bar{d} = \frac{18,02}{28,95} \frac{p_{\text{п}}}{p_{\text{в}}} = 0,622 \frac{p_{\text{п}}}{p_{\text{в}}}, \quad (10-7)$$

или

$$d = 0,622 \frac{p_{\text{п}}}{p - p_{\text{п}}} = 0,622 \frac{\varphi p_{\text{п}}}{p - \varphi p_{\text{п}}}; \quad (10-8)$$

здесь d выражено в килограммах пара, содержащегося во влажном воздухе, на 1 кг сухого воздуха.

Уравнение (10-8) путем несложных преобразований приводится к виду

$$p_{\text{п}} = \frac{pd}{0,622 + d}, \quad (10-9)$$

позволяющему определить парциальное давление водяного пара в зависимости от влагосодержания.

Энтальпия влажного воздуха. Энтальпия влажного воздуха определяется как энтальпия смеси, состоящей из 1 кг сухого воздуха и d кг водяного пара. Обозначая ее через I , получаем:

$$I = i_{\text{в}} + di_{\text{п}}. \quad (10-10)$$

Энтальпия сухого воздуха $i_{\text{в}}$, кДж/кг, принимается численно равной его температуре t , так как изобарная теплоемкость сухого воздуха $c_{p\text{в}} \approx 1$ кДж/(кг·К).

Энтальпия 1 кг водяного пара, который, как правило, находится в перегретом состоянии при давлениях, близких к атмосферному, может быть определена по эмпирической формуле

$$i_{\text{п}} = 2490 + 1,97t. \quad (10-11)$$

Тогда энтальпия влажного воздуха в килоджоулях на 1 кг сухого воздуха определится из выражения

$$I = t + (2490 + 1,97t)d. \quad (10-12)$$

Молекулярная масса, газовая постоянная и плотность влажного воздуха. Молекулярная масса смеси, состоящей

из сухого воздуха и водяного пара, легче всего определяется по формуле (1-37)

$$\mu = \mu_v \gamma_v + \mu_n \gamma_n.$$

По уравнению (1-39) объемные доли равны: для пара $\gamma_n = \frac{p_n}{p}$, для воздуха $\gamma_v = \frac{p_v}{p} = \frac{p - p_n}{p}$. Подставляя эти значения в предыдущее уравнение, с учетом величин μ_n и μ_v получаем:

$$\mu = 28,95 \frac{p - p_n}{p} + 18,02 \frac{p_n}{p},$$

или после преобразований:

$$\mu = 28,95 - 10,93 \frac{p_n}{p}.$$

Отсюда следует, что влажный воздух легче сухого воздуха при одинаковых давлениях и температурах.

Газовая постоянная влажного воздуха на основании уравнения (1-22) определяется по формуле

$$R = \frac{8314}{28,95 - 10,93 \frac{p_n}{p}}. \quad (10-13)$$

Плотность влажного воздуха находят из уравнения состояния

$$\rho = \frac{p}{RT}, \quad (10-14)$$

где ρ , R , T — параметры влажного воздуха.

10-3. I, d -диаграмма влажного воздуха

Исследование термодинамических процессов и определение параметров влажного воздуха наиболее просто можно осуществить при помощи I, d -диаграммы, предложенной в 1918 г. проф. Л. К. Рамзиным. Диаграмма построена для барометрического давления $B=745$ мм рт. ст., но может быть использована и при небольших отклонениях давления от принятого. Для увеличения площади рабочей части диаграммы, т. е. расширения области ненасыщенного влажного воздуха, I, d -диаграмма построена в косоугольных координатах с углом 135° между осями. По оси ординат откладываются значения энтальпий влажного воздуха I , а по оси абсцисс — вла-

госодержание d , обе величины относятся к 1 кг сухого воздуха.

Линии $d=\text{const}$ располагаются вертикально, а шкала абсцисс в некотором масштабе перенесена на вспомогательную горизонтальную прямую, проходящую через начало координат. Линии $I=\text{const}$ представляют собой прямые, наклоненные под углом 45° к горизонтали (рис. 10-2). На рис. 10-3 приведено схематическое изображение

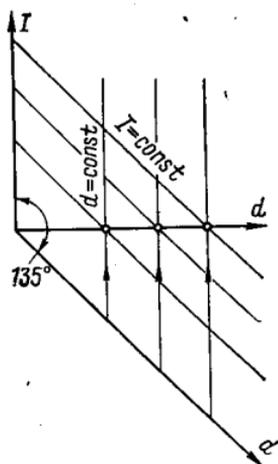


Рис. 10-2. Координатная система I, d влажного воздуха.

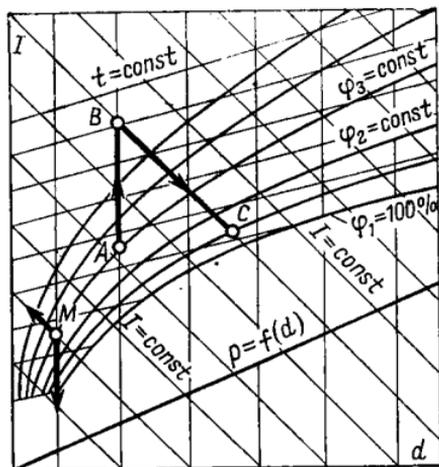


Рис. 10-3. Схематическое изображение I, d -диаграммы влажного воздуха.

ние основных линий I, d -диаграммы. Линия $\varphi=1$ ($\varphi=100\%$), характеризующая состояние влажного насыщенного воздуха, делит диаграмму на две части: сверху расположена область ненасыщенного влажного воздуха, которая является рабочей частью диаграммы, а ниже — область пересыщенного влажного воздуха, не имеющая практического значения.

В области ненасыщенного влажного воздуха изображаются изотермы и линии относительной влажности $\varphi=\text{const}$. Изотермы представляют собой прямые, поднимающиеся вверх под некоторым углом к горизонтали; угол наклона изотерм увеличивается с повышением температуры. Система изотерм наносится путем использования уравнения (10-12). Линии $\varphi=\text{const}$ представляют собой плавные расходящиеся кривые с выпуклостью, об-

ращенной вверх, построенные при помощи уравнения (10-8). В нижней части диаграммы наносится линия парциальных давлений водяного пара, содержащегося во влажном воздухе, для чего используется уравнение (10-9).

I, d -диаграмма позволяет по известным t и ϕ найти значения I и d , а по значению d найти значение $p_{\text{п}}$. Определение этих величин показано на I, d -диаграмме для состояния воздуха, изображаемого точкой M . Процесс нагревания влажного воздуха совершается при постоянном влагосодержании d и поэтому в I, d -диаграмме изображается вертикальной линией AB . Количество сообщенного тепла равно разности энтальпий точек A и B .

Процесс сушки каких-либо материалов связан с увеличением влажности воздуха при постоянной энтальпии; в этом случае изменение состояния воздуха на I, d -диаграмме изображается линией BC (рис. 10-3). При этом теплота, отданная воздухом, расходуется только на испарение влаги. Испаренная влага в виде паров поступает обратно во влажный воздух и возвращает теплоту испарения. Таким образом, общий баланс теплоты равен нулю и энтальпия влажного воздуха не изменяется.

Часть вторая

ТЕПЛОПЕРЕДАЧА

ГЛАВА ОДИННАДЦАТАЯ

ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ ТЕОРИИ ТЕПЛООБМЕНА. ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ

11-1. Основные понятия

Теплообмен — это самопроизвольный процесс переноса теплоты в среде с неоднородным распределением температуры. Различные виды теплообмена различаются между собой физической сущностью процесса переноса теплоты, или, как еще говорят, механизмом теплообмена. Различают три таких механизма: теплопроводность, конвективный теплообмен, теплообмен излучением.

Теплопроводность — это такой вид теплообмена, когда носителями теплоты являются микрочастицы вещества (например, молекулы); посредством теплового движения они перемещаются из области с более высокой температурой в область, где температура ниже.

Конвективный теплообмен — это такой вид теплообмена, который обусловлен совместным действием двух механизмов переноса теплоты. Первый из них — указанная выше теплопроводность. Второй — конвективный перенос, который осуществляется за счет движения самой среды из области высокой температуры в область низкой температуры.

Теплообмен излучением связан с переносом энергии фотонов или электромагнитных волн (энергии излучения). Этот вид теплообмена осуществляется в три этапа: внутренняя энергия тела преобразуется в энергию излучения, энергия излучения распространяется в пространстве, происходит преобразование энергии излучения во внутреннюю энергию второго тела, которое поглощает излучение.

Рассмотрим основные понятия теории теплообмена. Знакомство с этими понятиями позволяет применить

основные физические законы к процессам переноса теплоты (например, закон сохранения энергии), а также сформулировать основные положения теории теплообмена.

Одним из основных понятий является температурное поле. Температурным полем называется совокупность значений температуры во всех точках тела в данный момент времени. В следующий момент времени температура в некоторых (или во всех) точках тела может измениться, в этом случае температурное поле называется нестационарным. Стационарное температурное поле представляет собой одну и ту же совокупность значений температуры для любого момента времени. Температурное поле может быть однородным и неоднородным. Однородное температурное поле — это поле одинаковых температур, когда все точки тела характеризуются одним и тем же значением температуры. Для осуществления переноса теплоты теплопроводностью необходимо неоднородное температурное поле, когда в различных точках тела температура различна.

При переходе от точки к точке в теле температура меняется не скачком, а более или менее плавно. Всегда можно найти несколько точек с одинаковой температурой; соединив все такие точки, получим поверхность одинаковой температуры, которая носит название изотермической поверхности. Каждой изотермической поверхности соответствует свое значение температуры. Можно построить в теле семейство изотермических поверхностей, такая картина даст наглядное представление о температурном поле в теле. Изотермы никогда не пересекаются, ибо в этом случае точка пересечения будет обладать двумя различными значениями температуры, что физически невозможно. Вдоль изотермы температура не меняется, значит, и перенос теплоты в этом направлении не происходит. Наиболее сильно, т. е. с наибольшим числом градусов на единицу длины, температура меняется в направлении, нормальном к данной изотермической поверхности. Такое изменение характеризуется спе-

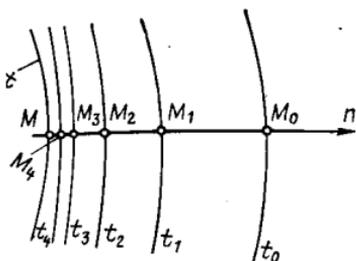


Рис. 11-1. Пояснение к определению градиента температуры.

циальной величиной, носящей название градиента температуры. Можно следующим образом представить себе вычисление градиента температуры (рис. 11-1).

Пусть в точке M с температурой t необходимо найти градиент температуры. Проведем через точку M изотермическую поверхность, соответствующую температуре t , а также линию, нормальную к изотермической поверхности. На положительном направлении нормали \vec{n} (а она направлена в сторону увеличения температуры) выберем изотерму с температурой t_0 и разделим разность $t_0 - t$ на расстояние M_0M от точки M до этой изотермы. Полученное значение

$$\frac{t_0 - t}{M_0M}$$

будет представлять собой первое приближенное значение градиента температуры в точке M . Проведем в интервале (t_0, t) изотерму через точку с температурой t_1 , равной $\frac{1}{2}(t + t_0)$.

При этом расстояние M_1M не будет в общем случае равняться $M_0M/2$, поскольку температура меняется неравномерно. Второе приближенное значение градиента вычисляется следующим образом:

$$\frac{t_1 - t}{M_1M}$$

Можно затем повторить процесс вычисления, выбрав точку M_2 , в которой температура равна величине $t_2 = \frac{1}{2}(t + t_1)$, и разделив разность температур на соответствующее расстояние. Получим третье приближенное значение градиента температуры

$$\frac{(t_2 - t)}{M_2M}$$

Если описанный процесс повторять достаточное количество раз, то мы получим последовательность приближенных значений градиента температуры, каждое из которых будет все ближе к истинному значению градиента, определяемому как предел

$$\lim_{\substack{n \rightarrow \infty \\ (M_n M \rightarrow 0)}} \frac{t_n - t}{M_n M} = \lim_{\Delta n \rightarrow 0} \frac{\Delta t}{\Delta n} = \frac{dt}{dn}$$

Так как расстояние Δx измеряется на определенной прямой Mn , то градиент температуры — величина векторная, характеризующаяся числом (длиной вектора) и направлением, т. е. $\left(\frac{d\vec{t}}{dn}\right)$.

Таким образом, градиент температуры представляет собой вектор, направленный по нормали к изотермической поверхности в сторону увеличения температуры и имеющий длину, равную пределу отношения изменения температуры вдоль этой нормали к соответствующему ее отрезку, если длина этого отрезка неограниченно уменьшается.

Как выше было сказано, теплота не переносится вдоль изотермических линий, ибо вдоль изотермы температура не меняется. Наиболее интенсивно теплота переносится в направлении наиболее резкого изменения температуры, т. е. по нормали к изотермической поверхности. По этой же нормали направлен и вектор градиента температуры. Однако направления градиента температуры и переноса теплоты противоположны, поскольку вектор градиента направлен в сторону увеличения температуры, а теплота распространяется в сторону уменьшения температуры.

Для того чтобы количественно охарактеризовать интенсивность распространения теплоты, вводится понятие вектора плотности теплового потока. Вектор плотности теплового потока направлен по нормали к изотермической поверхности в сторону уменьшения температуры; длина этого вектора численно равна количеству теплоты, которое проходит в этой точке через единицу площади изотермической поверхности за единицу времени.

При изучении и практическом использовании понятия плотности теплового потока нет необходимости во всех случаях рассматривать эту величину как вектор. Часто направление распространения теплоты определяется сравнительно просто и плотность теплового потока при этом понимают как скалярную величину. В таком виде плотность теплового потока — это количество теплоты, которое проходит через единицу площади поверхности за единицу времени.

Аналогично тому, как в теле мысленно были проведены изотермические линии, что дало наглядную картину температурного поля, можно провести линии тепло-

вого тока. Это — линии, в каждой точке которых вектор плотности теплового потока направлен по касательной. Линии теплового тока дают наглядное представление о распространении теплоты в теле (рис. 11-2).

Если глубже задуматься над процессом распространения теплоты в теле, можно обнаружить, что теплота распространяется не только вдоль линий теплового тока. Распространение теплоты происходит по всем направлениям, которые отвечают условию хотя бы небольшого

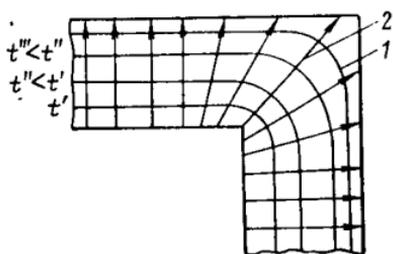


Рис. 11-2. Графическое изображение температурного поля в теле.

1 — изотермы; 2 — линии теплового тока.

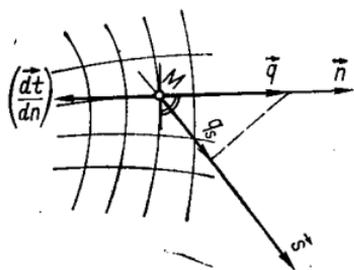


Рис. 11-3. К определению плотности теплового потока.

уменьшения температуры. Плотность теплового потока в таком произвольном направлении (количество теплоты, проходящее через единицу поверхности, нормальной к этому направлению, за единицу времени) определяется как проекция вектора плотности теплового потока на это направление (рис. 11-3). На этом рисунке плотность теплового потока в направлении s , равная длине вектора q_s , представляет собой проекцию вектора \vec{q} на линию s .

На практике важно знать, какое количество теплоты проходит через определенную изотермическую поверхность в единицу времени. Это количество может быть определено суммированием плотности теплового потока во всех точках изотермической поверхности. В результате такого суммирования получим величину, которая носит название теплового потока Q . Если плотность теплового потока во всех точках поверхности одинакова, то тепловой поток определяется формулой

$$Q = qF,$$

где F — площадь изотермической поверхности; $q = |\vec{q}|$ — абсолютная величина (модуль) вектора плотности теплового потока.

Закон Фурье. Этот закон устанавливает количественную связь между температурным полем в теле и интенсивностью распространения в нем теплоты посредством теплопроводности (за счет движения микрочастиц вещества). Более конкретно: закон определяет связь вектора плотности теплового потока с вектором градиента температуры. Согласно закону Фурье *вектор плотности теплового потока пропорционален вектору градиента температуры*

$$\vec{q} = -\lambda \left(\frac{d\vec{t}}{dn} \right). \quad (11-1)$$

Знак «минус» в математическом выражении закона Фурье отражает тот физический факт, что теплота распространяется в сторону уменьшения температуры. Вектор же градиента температуры по своему определению направлен в сторону возрастания температуры. Если мы хотим приравнять два вектора, лежащих на одной прямой, но направленных в разные стороны, то один из них следует взять со знаком «минус».

Коэффициент пропорциональности в выражении (11-1) носит название коэффициента теплопроводности и является индивидуальным физическим свойством каждого вещества. При одном и том же значении градиента температуры плотность теплового потока может в десятки раз превышать этот вектор для металлов и, наоборот, быть намного меньше градиента температуры — для газов например. Это соотношение между длинами обоих векторов и определяется коэффициентом теплопроводности.

Все величины в выражении (11-1) закона Фурье имеют определенные для системы СИ единицы измерения. Плотность теплового потока измеряется в Дж/(с·м²), но так как 1 Дж/с равен 1 Вт, то единица измерения плотности теплового потока такова:

$$[q] = \text{Вт/м}^2.$$

Градиент температуры измеряется в К/м. Единица измерения коэффициента теплопроводности определяется единицами измерения плотности теплового потока и

градиента температуры. Из выражения (11-1) следует, что

$$\lambda = \left| \frac{q}{(dt/dn)} \right|.$$

Следовательно,

$$[\lambda] = \frac{[q]}{[dt/dn]} = \frac{\text{Вт} \cdot \text{м}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}} = \text{Вт}/(\text{м} \cdot \text{К}).$$

Таким образом, коэффициент теплопроводности численно равен плотности теплового потока при градиенте температуры 1 К/м.

Закон Фурье был установлен опытным путем в результате измерения количества теплоты Q_τ , Дж, которое проходило за время τ при стационарном режиме работы экспериментальной установки через стенку небольшой толщины Δn с площадью F при разности температур на ее поверхностях Δt , которая также поддерживалась небольшой. Результаты опытов показали, что величина Q_τ определяется выражением

$$Q_\tau = -\lambda \frac{\Delta t}{\Delta n} F \tau,$$

где коэффициент пропорциональности λ остается постоянным, если средняя температура стенки меняется в опытах не слишком сильно (в противном случае коэффициент теплопроводности зависит от этой температуры). На основании этих опытов был сформулирован закон, выражаемый зависимостью (11-1) и используемый в расчетах процессов теплопроводности.

Коэффициент теплопроводности. Этот физический параметр характеризует способность вещества проводить теплоту; чем больше значение λ , тем лучше данное вещество проводит теплоту.

Несмотря на то что теплопроводность всегда связана с движением микрочастиц вещества, характер этого движения различен для газов, жидкостей и твердых тел. В газах при обычных давлениях и температурах перенос теплоты осуществляется за счет перемещения молекул, обладающих определенной кинетической энергией. Вся совокупность молекул газа движется хаотически, молекулы сталкиваются между собой. Процесс теплопроводности осуществляется в газе в том случае, если в нем имеется неоднородное поле температуры (что, впрочем,

является необходимым условием любого процесса теплообмена). Можно представить себе две области газа с различной температурой, между которыми происходит обмен молекулами. Количество молекул, переходящих из нагретой области в более холодную, равно в среднем количеству молекул, движущихся в обратном направлении (из-за хаотического характера движения всех молекул газа). Но молекулы нагретой области несут с собой большее количество энергии молекулярного движения, чем молекулы холодной области. Таким образом, в энергетическом отношении эти потоки молекул неодинаковы. Если составить баланс энергии для обоих потоков молекул, получим некоторый результирующий тепловой поток, направленный из нагретой области в холодную. Это и есть тепловой поток теплопроводности. Коэффициент теплопроводности газов лежит в пределах 0,006—0,6 Вт/(м·К). Высоким коэффициентом теплопроводности отличаются гелий и водород; это связано с малой массой молекул этих газов и их большой подвижностью. Коэффициент теплопроводности воздуха при 20°C и 0,1 МПа равен 0,026 Вт/(м·К).

В жидкостях молекулы расположены почти вплотную друг к другу. Каждая молекула колеблется около положения равновесия, сталкиваясь при этом с соседними молекулами. Время от времени молекула переходит в новое положение равновесия, находящееся неподалеку от предыдущего. Время перехода примерно в 100 раз меньше, чем время пребывания в положении равновесия. Теплота в жидкости передается путем распространения этих беспорядочных колебаний. Коэффициент теплопроводности различных жидкостей меняется от 0,07 до 0,7 Вт/(м·К). Коэффициент теплопроводности воды при 20°C и 0,1 МПа равен 0,6 Вт/(м·К).

Механизм распространения теплоты в твердых телах зависит от того, является ли данное твердое тело металлом или диэлектриком. В металлах носителями теплоты являются свободные электроны, своеобразный «электронный газ». Роль свободных электронов приблизительно соответствует роли хаотически движущихся молекул газообразного вещества. Поскольку свободные электроны являются носителями и электрической энергии в металлах, коэффициенты теплопроводности и электропроводности их пропорциональны между собой. Коэффициенты теплопроводности чистых металлов могут достигать

больших значений:

	λ , Вт/(м·К)
Медь	396
Алюминий	250
Углеродистая сталь	50
Легированная сталь	20

Диэлектрики используются на практике чаще всего как строительные или теплоизоляционные материалы. Многие такие тела имеют пористую структуру. Поэтому они характеризуются некоторым условным (эффективным) коэффициентом теплопроводности, зависящим от теплопроводности вещества твердых зерен и теплопроводности газа (например, воздуха с определенной влажностью), заполняющего поры. Коэффициент теплопроводности пористого материала возрастает с увеличением объемной плотности (масса твердого вещества, приходящаяся на объем, занятый твердым веществом и порами). Так, например, при возрастании плотности асбеста от 400 до 800 кг/м³ его коэффициент теплопроводности увеличивается от 0,105 до 0,248 Вт/(м·К). Это происходит потому, что теплопроводность воздуха, заполняющего поры, значительно меньше, чем твердого асбеста. При увеличении объемной плотности на единицу объема, занятого материалом, приходится большая доля твердого асбеста, чем раньше, и эффективная теплопроводность становится больше.

Эффективная теплопроводность пористых материалов зависит также от их влажности. С увеличением влажности λ возрастает. Эффективная теплопроводность влажного материала может оказаться больше теплопроводности отдельно взятых сухого материала и воды. Так, например, теплопроводность сухого кирпича равна 0,35 Вт/(м·К), воды — 0,6 Вт/(м·К), а теплопроводность влажного кирпича — примерно 1,0 Вт/(м·К). Описанное явление объясняется тем, что в действие вступает перенос теплоты, отличный от теплопроводности (молекулярного переноса); этот механизм обусловлен капиллярными свойствами воды, которые проявляются в порах малых размеров.

Коэффициенты теплопроводности строительных и теплоизоляционных материалов меняются в пределах примерно от 0,023 до 2,9 Вт/(м·К). При этом теплоизоляционными и считаются материалы с низким значением коэффициента теплопроводности — менее 0,25 Вт/(м·К).

Из рассмотрения механизма теплопроводности в различных средах ясно, что в газах и жидкостях не всегда может осуществляться в чистом виде молекулярный перенос теплоты. Для реализации чистой теплопроводности в этом случае необходимо полностью исключить движение газа или жидкости. При наличии движения носителями теплоты становятся не только молекулы, но и относительно крупные частицы жидкости — макрочастицы, которые содержат в себе огромное количество моле-

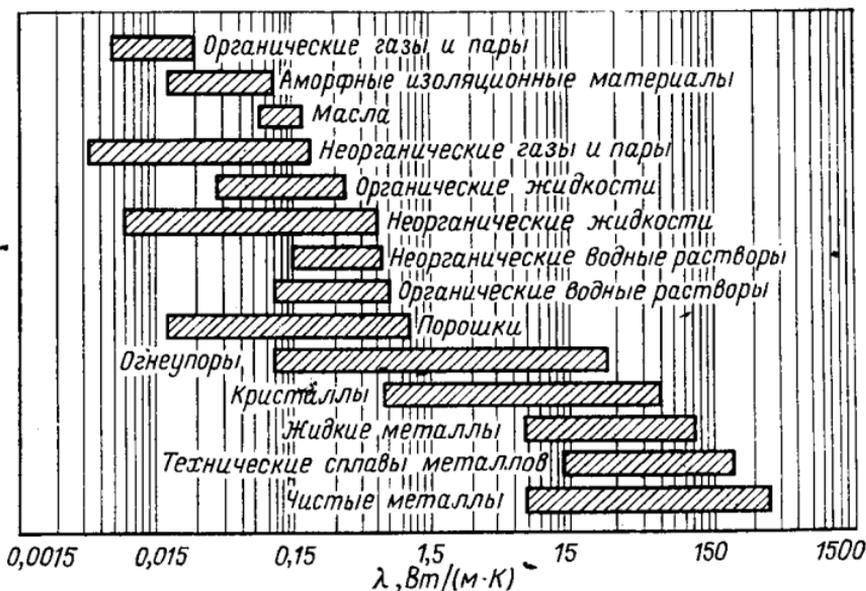


Рис. 11-4. Порядок значений коэффициентов теплопроводности различных веществ.

кул, хотя размеры макрочастиц малы по сравнению с объемом жидкости, в котором рассматривается теплообмен. Перенос теплоты движущимися макрочастицами, так называемый конвективный перенос теплоты, характеризуется большей интенсивностью, чем молекулярный перенос. Поэтому при движении в газе или жидкости конвективный перенос накладывается на молекулярный и затушевывает его. Для того чтобы получить теплопроводность в чистом виде в жидкой среде, конвекцию необходимо исключить.

В твердых телах такой проблемы не возникает. Здесь теплопроводность реализуется в чистом виде без принятия специальных мер. Поэтому рассматриваемые ниже

задачи теплопроводности на практике в подавляющем большинстве случаев применяются для твердых тел.

Коэффициенты теплопроводности различных веществ (рис. 11-4) определяются опытным путем. Результаты таких экспериментов представляют в виде таблиц в справочниках (см. табл. П8). Коэффициент теплопроводности твердых тел зависит от температуры, поэтому в расчетах теплопроводности тел с резко неоднородным температурным полем следует учитывать переменность коэффициента теплопроводности.

11-2. Теплопроводность в плоской стенке

Задача о теплопроводности в плоской стенке ставится с целью определить, с какой интенсивностью будет распространяться теплота теплопроводностью через плоскую стенку, на обеих поверхностях которой заданы различные по значению и постоянные во времени температуры. При этом используются основные понятия, введенные в предыдущем параграфе, закон Фурье — основной закон теплопроводности, а также закон сохранения энергии.

На практике возникает большое количество разнообразных задач теплопроводности. В технике это чаще всего задачи о распространении теплоты в твердых телах (металлах, изоляционных материалах, строительных конструкциях и т. п.). Однако все эти задачи имеют одну общую характерную черту—они являются тем или иным вариантом основной задачи теплопроводности, которая сводится к нахождению температурного поля в теле.

Температурное поле в теле может быть найдено, если установлен характер распределения плотности теплового потока в теле. Зависимость величины плотности теплового потока от координат устанавливается на основании закона сохранения энергии. Если распределение плотности теплового потока известно, то, применяя закон Фурье, можно найти выражение для температурного поля. Рассмотрим решение задачи теплопроводности для данного простейшего случая.

Дана плоская стенка из однородного материала с коэффициентом теплопроводности λ , который не зависит от температуры. Толщина этой стенки значительно меньше ширины и высоты, что позволяет считать стенку

«тонкой» (рис. 11-5). Левая граничная поверхность стенки поддерживается при температуре t_{c1} , которая во времени и вдоль поверхности не меняется. Таким образом, левая граница стенки представляет собой изотермическую плоскость со стационарной температурой. Правая граничная поверхность стенки находится в аналогичных условиях, но температура ее t_{c2} , причем $t_{c1} > t_{c2}$.

В таких условиях теплота будет передаваться слева направо и в толще стенки установится стационарное температурное поле, причем изотермические поверхности будут представлять собой плоскости, параллельные граничным плоскостям; чем правее расположена изотермическая поверхность, тем более низкая температура t ($t_{c1} < t < t_{c2}$) ей соответствует. Температура, следовательно, меняется только вдоль оси x , такое температурное поле $t = t(x)$ называется **одномерным**.

Для нахождения закона распределения плотности теплового потока по толщине плоской стенки выделим в толще стенки на расстоянии x от левой граничной поверхности тонкий слой толщиной Δx . На основе закона сохранения энергии рассмотрим тепловой баланс для параллелепипеда, представляющего собой часть выделенного слоя. Через левую грань параллелепипеда внутрь поступает тепловой поток $q(x)F$ (F — площадь грани), через правую грань из параллелепипеда уходит тепловой поток $q(x + \Delta x)F$. Через остальные грани параллелепипеда нет переноса теплоты, так как теплота не распространяется вдоль изотермических поверхностей. По закону сохранения энергии алгебраическая сумма указанных потоков равна нулю, т. е.

$$q(x)F - q(x + \Delta x)F = 0.$$

Это означает, что

$$q(x)F = q(x + \Delta x)F = \text{const.}$$

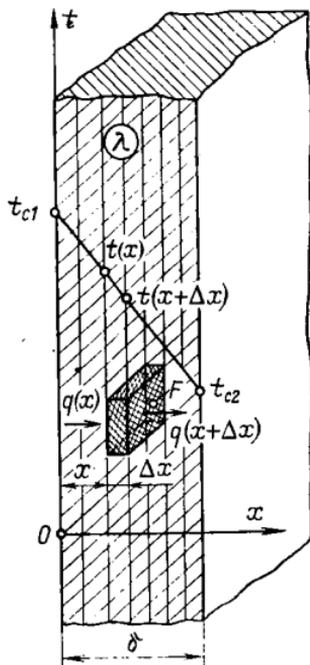


Рис. 11-5. Теплопроводность в плоской стенке.

Следовательно, плотность теплового потока не изменяется вдоль оси x и является величиной постоянной:

$$q = \text{const.} \quad (11-2)$$

Выражение (11-2) представляет собой закон распределения плотности теплового потока по толщине плоской стенки. Этот закон очень прост — *плотность теплового потока q по толщине стенки не изменяется.*

Согласно закону Фурье имеет место следующее соотношение:

$$\frac{dt}{dx} = -\frac{q}{\lambda}.$$

Проинтегрируем это выражение:

$$t = -\frac{q}{\lambda}x + c; \quad (11-3)$$

здесь c — произвольная постоянная интегрирования, которая определяется граничным условием: при $x=0$ имеем $t=t_{c1}$. Если подставить это условие в уравнение (11-3), то получим следующее выражение:

$$t = -\frac{q}{\lambda}x + t_{c1}. \quad (11-4)$$

Таким образом, *изменение температуры по толщине плоской стенки происходит по закону прямой линии.* Выражение (11-4) представляет собой функцию, описывающую температурное поле в плоской стенке, т. е. функцию $t=t(x)$.

В выражение (11-4), однако, входит величина плотности теплового потока q , которая по условию поставленной задачи не является наперед заданной величиной. Но в условии задачи сказано, что при $x=\delta$ температура на поверхности стенки равна $t=t_{c2}$. Подставим это условие в формулу (11-4). Тогда получим:

$$t_{c2} = t_{c1} - \frac{q}{\lambda}\delta. \quad (11-5)$$

Отсюда можно найти плотность теплового потока:

$$q = \frac{\lambda}{\delta}(t_{c1} - t_{c2}). \quad (11-6)$$

Выражение (11-6) является основной расчетной формулой для теплопроводности в плоской стенке.

Подставляя значение q в выражение (11-4), получаем функцию температурного поля, все параметры которой представляют собой заданные в задаче величины:

$$t = t_{c1} - \frac{t_{c1} - t_{c2}}{\delta} x. \quad (11-7)$$

Это выражение и представляет собой конечную цель при решении основной задачи теплопроводности для данного простого случая.

Зная температурное поле в стенке, можно рассчитать различные величины, представляющие интерес для практики: градиент температуры, температуру в заданной точке и т. д.

Так, например, из выражения (11-7) видно, что график изменения температуры вдоль оси x представляет собой прямую (см. рис. 11-5). Угловым коэффициентом этой прямой равен градиенту температуры и представляется в виде

$$\frac{dt}{dx} = - \frac{t_{c1} - t_{c2}}{\delta}. \quad (11-8)$$

Выражение для плотности теплового потока может быть записано также следующим образом:

$$q = \frac{t_{c1} - t_{c2}}{\delta/\lambda};$$

здесь величина $t_{c1} - t_{c2}$ называется температурным напором, величина δ/λ — термическим сопротивлением теплопроводности. Обратная величина λ/δ называется термической проводимостью.

Таким образом, *плотность теплового потока через плоскую стенку при заданных температурах на ее поверхностях равна частному от деления температурного напора на термическое сопротивление теплопроводности.* Термическое сопротивление тем меньше, чем меньше толщина стенки и чем больше коэффициент теплопроводности материала, из которого изготовлена стенка. Термическое сопротивление тонких металлических стенок, например, мало.

Пример 11-1. Вычислить плотность теплового потока через плоскую однородную стенку, толщина которой значительно меньше ширины и высоты, если стенка выполнена: а) из стали, $\lambda = 40$ Вт/(м·К); б) из бетона, $\lambda = 1,1$ Вт/(м·К); в) из диатомитового кирпича $\lambda = 0,11$ Вт/(м·К). Во всех трех случаях толщина стен-

ки $\delta=50$ мм. Температуры на поверхностях стенки поддерживаются постоянными и равными $t_{c1}=100^{\circ}\text{C}$ и $t_{c2}=90^{\circ}\text{C}$.

Решение. Для расчета плотности теплового потока воспользуемся выражением (11-10). Вычислим термические сопротивления теплопроводности для трех заданных случаев:

$$\left(\frac{\delta}{\lambda}\right)_1 = \frac{50 \cdot 10^{-3}}{40} = 1,25 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2 \cdot \text{К/Вт};$$

$$\left(\frac{\delta}{\lambda}\right)_2 = \frac{50 \cdot 10^{-3}}{1,1} = 45,5 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2 \cdot \text{К/Вт};$$

$$\left(\frac{\delta}{\lambda}\right)_3 = \frac{50 \cdot 10^{-3}}{0,11} = 455 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2 \cdot \text{К/Вт}.$$

В этих выражениях толщина стенки всюду подставлялась в метрах. Следует запомнить, что в формулы удобно подставлять величины, выраженные в основных единицах измерения (т. е. с использованием основных единиц СИ: метр, килограмм, секунда — и образованных на их основе производных единиц: ньютон, джоуль, ватт, квадратный метр и т. д.). В этом случае результат автоматически будет получаться также в единицах, являющихся производными от основных единиц СИ. Подстановка в формулу величин в кратных единицах, например длины — в миллиметрах, времени — в часах, минутах и т. п., не рекомендуется, так как вносит ненужную путаницу и увеличивает время вычислений.

Рассчитанные результаты показывают, что наименьшим термическим сопротивлением обладает металлическая стенка, сопротивление кирпичной стенки больше примерно в 36 раз.

Плотность теплового потока равна:

$$q_1 = \frac{100 - 90}{1,25 \cdot 10^{-3}} = 8000 \text{ Вт/м}^2;$$

$$q_2 = \frac{100 - 90}{45,5 \cdot 10^{-3}} = 220 \text{ Вт/м}^2;$$

$$q_3 = \frac{100 - 90}{455 \cdot 10^{-3}} = 22 \text{ Вт/м}^2.$$

Следует отметить, что во всех трех случаях в стенке создается один и тот же градиент температуры, равный $\frac{100 - 90}{50 \cdot 10^{-3}} = 200 \text{ К/м}$.

В металлической стенке при помощи такого градиента можно создать плотность теплового потока $q_1=8000 \text{ Вт/м}^2$, а в кирпичной стенке с малой теплопроводностью тот же градиент создает величину плотности теплового потока, намного меньшую предыдущей — $q_3=22 \text{ Вт/м}^2$.

Пример 11-2. Плотность теплового потока через плоскую стенку толщиной $\delta=50$ мм равна $q=70 \text{ Вт/м}^2$. Определить разность температур на поверхности стенки и численные значения градиента температуры в стенке, если она выполнена: а) из латуни, $\lambda=70 \text{ Вт/(м}\cdot\text{К)}$; б) из красного кирпича, $\lambda=0,7 \text{ Вт/(м}\cdot\text{К)}$; в) из пробки, $\lambda=0,07 \text{ Вт/(м}\cdot\text{К)}$.

Решение. Из формулы (11-10) следует:

$$\Delta t_c = t_{c1} - t_{c2} = q \frac{\delta}{\lambda}.$$

Подставляя заданные значения величин, имеем:

$$\Delta t_{c1} = \frac{70 \cdot 50 \cdot 10^{-3}}{70} = 0,05^\circ\text{C};$$

$$\Delta t_{c2} = \frac{70 \cdot 50 \cdot 10^{-3}}{0,7} = 5^\circ\text{C};$$

$$\Delta t_{c3} = \frac{70 \cdot 50 \cdot 10^{-3}}{0,07} = 50^\circ\text{C}.$$

Градиент температуры определяется выражением (11-8):

$$\frac{dt}{dx} = \frac{t_{c1} - t_{c2}}{\delta}.$$

Подставляя заданные значения величин, имеем:

$$\left(\frac{dt}{dx}\right)_1 = \frac{0,05}{50 \cdot 10^{-3}} = 1 \text{ К/м};$$

$$\left(\frac{dt}{dx}\right)_2 = \frac{5}{50 \cdot 10^{-3}} = 100 \text{ К/м};$$

$$\left(\frac{dt}{dx}\right)_3 = \frac{50}{50 \cdot 10^{-3}} = 1000 \text{ К/м}.$$

Видно, что для создания определенного теплового потока в пробке необходим градиент температуры, который в 1000 раз превышает градиент в латуни при прочих равных условиях.

Пример 11-3. Определить тепловой поток Q , Вт, который теряется через стенку из красного кирпича длиной $l=5$ м, высотой $h=4$ м и толщиной $\delta=0,25$ м, если температуры на поверхностях стенки поддерживаются равными $t_{c1}=110^\circ\text{C}$ и $t_{c2}=40^\circ\text{C}$. Коэффициент теплопроводности красного кирпича $\lambda=0,7$ Вт/(м·К).

Решение. Определим плотность теплового потока через кирпичную стенку:

$$q = \frac{t_{c1} - t_{c2}}{\delta/\lambda} = \frac{110 - 40}{0,25/0,7} = 196 \text{ Вт/м}^2.$$

Определим площадь поверхности стенки:

$$F = lh = 5 \cdot 4 = 20 \text{ м}^2.$$

Поскольку плотность теплового потока имеет одно и то же значение во всех точках поверхности стенки, то

$$Q = qF = 196 \cdot 20 = 3920 \text{ Вт}.$$

Многослойная плоская стенка. Рассмотрим стационарную теплопроводность многослойной плоской стенки, каждый слой которой является однородной стенкой, подобной той, которая рассматривалась выше. Предпола-

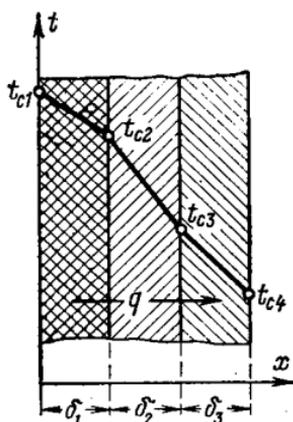


Рис. 11-6. Многослойная плоская стенка.

гается, как и ранее, что общая толщина многослойной стенки, равная сумме толщин отдельных слоев, намного меньше высоты и ширины стенки. В этом случае изотермическими поверхностями являются плоскости, параллельные граничным плоскостям (в том числе и плоскости стыка между отдельными слоями, рис. 11-6). Отдельные слои стенки имеют гладкие граничные поверхности, плотно прилегающие друг к другу так, что температуры контактирующих поверхностей равны.

Температура левой граничной поверхности обозначена t_{c1} , температура на стыке первого и второго слоев — t_{c2} , температура на стыке второго и третьего слоев — t_{c3} и т. д. Заданными считаются температуры t_{c1} и t_{c4} , толщины отдельных слоев δ_1 , δ_2 и δ_3 , а также коэффициенты теплопроводности материала каждого слоя λ_1 , λ_2 и λ_3 .

При рассмотрении теплопроводности однослойной стенки было показано, что плотность теплового потока не изменяется при переходе от одной изотермической поверхности к другой при движении слева направо, т. е. вдоль оси x . Плоскость стыка между первым и вторым слоями также представляет собой изотермическую поверхность с тем же значением плотности теплового потока, что и в первом слое. Но эта плоскость является «начальной» по отношению ко второму слою, в котором, следовательно, также установится постоянная по толщине плотность теплового потока q ; равная плотности теплового потока в первом слое. Такие же рассуждения справедливы и для всех последующих слоев.

С другой стороны, на каждый слой можно смотреть как на однородную стенку, для которой справедливо выражение (11-6), определяющее величину q . Запишем это выражение последовательно для всех слоев, начиная с первого:

$$q = \frac{\lambda_1}{\delta_1} (t_{c1} - t_{c2}); \quad q = \frac{\lambda_2}{\delta_2} (t_{c2} - t_{c3});$$

$$q = \frac{\lambda_3}{\delta_3} (t_{c3} - t_{c4}).$$

Преобразуем полученные выражения следующим образом:

$$q \frac{\delta_1}{\lambda_1} = t_{c1} - t_{c2};$$

$$q \frac{\delta_2}{\lambda_2} = t_{c2} - t_{c3};$$

$$q \frac{\delta_3}{\lambda_3} = t_{c3} - t_{c4}.$$

Сложим полученные уравнения (левые части с левыми, а правые — с правыми):

$$q \left(\frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \frac{\delta_3}{\lambda_3} \right) = t_{c1} - t_{c4}.$$

Отсюда легко найти формулу для плотности теплового потока через многослойную стенку:

$$q = \frac{t_{c1} - t_{c4}}{\frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \frac{\delta_3}{\lambda_3}}. \quad (11-9)$$

Все рассуждения проведены для трехслойной стенки, однако метод получения расчетного выражения остается справедливым и при большем числе слоев. Если стенка состоит из n слоев, то расчетная формула принимает вид:

$$q = \frac{t_{c1} - t_{c(n+1)}}{\sum_{i=1}^n \delta_i / \lambda_i}; \quad (11-10)$$

здесь в числителе стоит полный температурный напор многослойной стенки, а в знаменателе — полное термическое сопротивление теплопроводности многослойной стенки, равное сумме термических сопротивлений отдельных слоев.

При расчете теплопроводности многослойной плоской стенки удобно использовать понятие эквивалентного коэффициента теплопроводности. Эквивалентный коэффициент теплопроводности вводится на основе замены реальной многослойной стенки, в состав которой входят слои, имеющие различную толщину δ_i и выполненные из различных материалов с коэффициен-

тами теплопроводности λ_i , некоторой воображаемой однослойной стенкой с эквивалентной толщиной $\delta_{\text{ЭКВ}}$ и эквивалентной теплопроводностью $\lambda_{\text{ЭКВ}}$. Эквивалентность здесь нужно понимать в том смысле, что сохраняются эквивалентными, т. е. равными между собой, термические сопротивления двух указанных стенок: реальной многослойной и воображаемой однослойной. Записывая это условие, будем иметь:

$$\sum_{i=1}^{i=n} \frac{\delta_i}{\lambda_i} = \frac{\delta_{\text{ЭКВ}}}{\lambda_{\text{ЭКВ}}}.$$

Эквивалентная толщина воображаемой однослойной стенки равна просто сумме толщин отдельных слоев реальной многослойной стенки:

$$\delta_{\text{ЭКВ}} = \sum_{i=1}^{i=n} \delta_i.$$

Эквивалентный коэффициент теплопроводности может быть определен из двух приведенных выше выражений:

$$\lambda_{\text{ЭКВ}} = \frac{\sum_{i=1}^{i=n} \delta_i}{\sum_{i=1}^{i=n} \frac{\delta_i}{\lambda_i}}. \quad (11-11)$$

Видно, что эквивалентный коэффициент теплопроводности не является теплофизическим свойством вещества, он зависит от количества отдельных слоев, их толщин и коэффициентов теплопроводности тех материалов, из которых они изготовлены.

Порядок расчета теплопроводности через многослойную стенку с использованием понятия эквивалентного коэффициента теплопроводности таков: вначале рассчитывают эквивалентный коэффициент теплопроводности для многослойной стенки, а затем по выражению (11-6) определяют плотность теплового потока q , подставляя в эту формулу полную толщину многослойной плоской стенки и значение эквивалентного коэффициента теплопроводности.

• Температуры на стыках отдельных слоев, которые также являются величинами искомыми, определяются следующими формулами:

$$t_{c2} = t_{c1} - q \frac{\delta_1}{\lambda_1};$$

$$t_{c3} = t_{c1} - q \left(\frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} \right);$$

$$\dots \dots \dots$$

$$t_{c(i+1)} = t_{c1} - q \left(\frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \dots + \frac{\delta_i}{\lambda_i} \right).$$

График температурного поля в многослойной плоской стенке представляет собой ломаную линию, причем ее угловой коэффициент (тангенс угла наклона) для каждого слоя определяется как

$$\frac{t_{ci} - t_{c(i+1)}}{\delta_i} = \frac{q}{\lambda_i}.$$

График температурного поля многослойной плоской стенки изображен на рис. 11-6.

Теплопередача через плоскую стенку. Теплопередачей называют теплообмен между двумя теплоносителями через разделяющую их твердую стенку. Процесс теплопередачи является комплексным и включает в себя процесс теплоотдачи от горячего теплоносителя к поверхности твердой стенки, процесс теплопроводности через твердую стенку и процесс теплоотдачи от поверхности твердой стенки к холодному теплоносителю.

Теплоотдачей называется теплообмен между жидкостью и соприкасающейся с ней поверхностью твердой стенки. Это явление весьма сложно и будет подробно рассматриваться в гл. 12, посвященной конвективному теплообмену. В процессах, которые разбираются в настоящей главе, считается, что все данные, связанные с теплоотдачей и необходимые для расчета теплопередачи, заданы в условии задачи. Здесь имеются в виду две величины: температура жидкости и коэффициент теплоотдачи.

Температура жидкости $t_{ж}$ — это осредненная по объему температура жидкой среды (капельной жидкости или газа), взятая на таком удалении от стенки, где тепловое влияние последней не сказывается. Пусть, например, имеется сосуд с нагретой жидкостью; жидкость неподвижна и температурное поле в ней однородно.

Вокруг сосуда находится воздух с более низкой температурой и жидкость в сосуде в связи с этим охлаждается; при этом, в частности, происходит процесс теплоотдачи от жидкости в сосуде к внутренней поверхности его стенки. Если на эту поверхность поместить измеритель температуры (например, термопару), то она измерит температуру стенки t_c . Будем передвигать измеритель от стенки в объем жидкости; при этом он будет фиксировать возрастающую температуру $t > t_c$ до тех пор, пока не исчезнет тепловое влияние холодной стенки. При дальнейшем передвижении измерителя установится постоянное значение температуры, которое и принимается за температуру жидкости $t_{ж}$.

Плотность теплового потока в процессе теплоотдачи определяется законом Ньютона — Рихмана, согласно которому величина q пропорциональна разности между температурой жидкости и температурой стенки:

$$q = \alpha(t_{ж} - t_c). \quad (11-12)$$

Коэффициентом пропорциональности в этом выражении служит коэффициент теплоотдачи α . Коэффициент теплоотдачи — это основная количественная характеристика интенсивности переноса теплоты от жидкости к поверхности стенки (или от поверхности стенки к жидкости). Коэффициент теплоотдачи зависит от целого ряда факторов, связанных в основном с процессом движения жидкости и ее физическими свойствами; влияние этих факторов на процесс теплоотдачи и на коэффициент теплоотдачи подробно рассматривается в гл. 12. *Коэффициент теплоотдачи численно равен количеству теплоты, переносимому в единицу времени через единицу поверхности стенки при разности температур между жидкостью и поверхностью стенки, равной 1 К.* Размерность коэффициента теплоотдачи определяется выражением (11-12):

$$[\alpha] = \frac{[q]}{[(t_{ж} - t_c)]} = \text{Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}).$$

Рассмотрим процесс теплопередачи через твердую стенку, удовлетворяющую условиям, перечисленным выше (рис. 11-7). Слева от стенки находится горячий теплоноситель, для которого заданы температура $t_{ж1}$ и коэффициент теплоотдачи α_1 , который не меняется вдоль поверхности. Справа от стенки имеется холодный тепло-

носитель с температурой $t_{ж2}$, коэффициент теплоотдачи от стенки к жидкости здесь α_2 .

Согласно закону сохранения энергии при стационарном режиме плотность теплового потока в рассматриваемой плоской стенке не изменяется вдоль x : к единице левой поверхности стенки от нагретой жидкости за счет теплоотдачи в единицу времени поступает количество теплоты q , это же количество теплоты проходит в единицу времени через единицу любой изотермической поверхности и, наконец, то же количество теплоты отдается от единицы правой поверхности стенки к холодной жидкости в единицу времени. В связи с этим справедливы соотношения

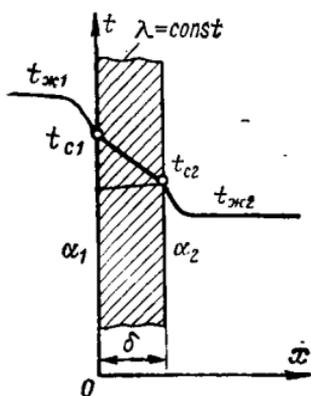


Рис. 11-7. Теплопередача через плоскую стенку.

$$q = \alpha_1 (t_{ж1} - t_{c1});$$

$$q = \frac{\lambda}{\delta} (t_{c1} - t_{c2});$$

$$q = \alpha_2 (t_{c2} - t_{ж2}).$$

Разделим первое и третье соотношения на α_1 и α_2 , а второе — на λ/δ и сложим все три полученных выражения. Тогда имеем следующую формулу для плотности теплового потока:

$$q = \frac{t_{ж1} - t_{ж2}}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}}. \quad (11-13)$$

Величина

$$k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}} \quad (11-14)$$

называется коэффициентом теплопередачи. Коэффициент теплопередачи характеризует интенсивность теплопередачи и численно равен плотности теплового потока при разности температур теплоносителей 1 К. Измеряется коэффициент теплопередачи в тех же единицах, что и коэффициент теплоотдачи, — в Вт/(м²·К).

Величина, обратная коэффициенту теплопередачи, называется полным термическим сопротивлением теплопередачи: она представляет собой сумму термических сопротивлений теплоотдачи $1/\alpha_1$ и $1/\alpha_2$ и термического сопротивления теплопроводности δ/λ :

$$R = \frac{1}{k} = \frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}.$$

В соответствии со сказанным термическое сопротивление многослойной плоской стенки в процессе теплопередачи равно:

$$R = \frac{1}{\alpha_1} + \sum_{i=1}^{i=n} \delta_i/\lambda_i + \frac{1}{\alpha_2},$$

а коэффициент теплопередачи

$$k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \sum_{i=1}^{i=n} \delta_i/\lambda_i + \frac{1}{\alpha_2}}.$$

Тепловой поток Q , Вт, через твердую стенку с площадью поверхности F , м², равен:

$$Q = k(t_{ж1} - t_{ж2})F. \quad (11-15)$$

Температуры на внешних поверхностях стенки и на границе двух любых слоев в многослойной стенке определяются по формулам:

$$\begin{aligned} t_{c1} &= t_{ж1} - q \frac{1}{\alpha_1}; \\ t_{ca} &= t_{ж1} - q \left(\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta_1}{\lambda_1} \right); \\ t_{c(n+1)} &= t_{ж1} - q \left(\frac{1}{\alpha_1} + \sum_{i=1}^{i=n} \frac{\delta_i}{\lambda_i} \right). \end{aligned}$$

Пример 11-4. Кирпичная стена помещения толщиной в два кирпича ($\delta=510$ мм) с коэффициентом теплопроводности $\lambda=0,8$ Вт/(м·К) с внутренней поверхностью соприкасается с воздухом, имеющим температуру $t_{ж1}=18^\circ\text{C}$, коэффициент теплоотдачи к внутренней поверхности стенки $\alpha_1=7,5$ Вт/(м²·К); температура наружного воздуха $t_{ж2}=-30^\circ\text{C}$, коэффициент теплоотдачи от наружной поверхности стены, обдуваемой ветром, $\alpha_2=20$ Вт/(м²·К). Определить плотность q теплового потока, уходящего из помещения, а также температуры на поверхности стены t_{c1} и t_{c2} .

Решение. Коэффициент теплопередачи равен:

$$k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}} = \frac{1}{\frac{1}{7,5} + \frac{0,51}{0,8} + \frac{1}{20}} = 1,22 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}).$$

Плотность теплового потока равна:

$$q = k(t_{ж1} - t_{ж2}) = 1,22[18 - (-30)] = 58,6 \text{ Вт}/\text{м}^2.$$

Температуры на поверхности стенки равны:
внутренняя поверхность

$$t_{с1} = t_{ж1} - q \frac{1}{\alpha_1} = 18 - 58,6 \frac{1}{7,5} = 10,2^\circ\text{C};$$

наружная поверхность

$$\begin{aligned} t_{с2} &= t_{ж1} - q \left(\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} \right) = \\ &= 18 - 58,6 \left(\frac{1}{7,5} + \frac{0,51}{0,8} \right) = -27,1^\circ\text{C}. \end{aligned}$$

Для уменьшения тепловых потерь из помещения стена покрыта снаружи слоем тепловой изоляции толщиной $\delta_{из} = 50$ мм с коэффициентом теплопроводности $\lambda_{из} = 0,08$ Вт/(м·К). Определить плотность теплового потока через изолированную стенку.

Решение. Коэффициент теплопередачи равен

$$\begin{aligned} k' &= \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{\delta_{из}}{\lambda_{из}} + \frac{1}{\alpha_2}} = \\ &= \frac{1}{\frac{1}{7,5} + \frac{0,51}{0,8} + \frac{0,05}{0,08} + \frac{1}{20}} = 0,692 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}). \end{aligned}$$

Плотность теплового потока равна:

$$q' = k'(t_{ж1} - t_{ж2}) = 0,692[18 - (-30)] = 33,2 \text{ Вт}/\text{м}^2.$$

Таким образом, в результате использования теплоизоляции потери теплоты существенно уменьшились на

$$\frac{58,6 - 33,2}{58,6} \cdot 100 = 43,4\%.$$

11-3. Теплопроводность в цилиндрической стенке

Дана цилиндрическая стенка из однородного материала с коэффициентом теплопроводности λ , не зависящим от температуры. Длина цилиндрической стенки значительно превышает ее средний диаметр, что позволяет считать стенку «бесконечно длинной». На внутренней граничной цилиндрической поверхности стенки радиусом

r_1 (рис. 11-8) поддерживается температура t_{c1} , которая постоянна во времени и не меняется на поверхности. Внутренняя граничная поверхность стенки представляет собой, таким образом, изотермическую цилиндрическую поверхность со стационарной температурой. Наружная граничная поверхность стенки радиусом r_2 находится в аналогичных условиях, но ее температура равна t_{c2} , причем $t_{c2} < t_{c1}$.

Изотермическими поверхностями в данном случае являются цилиндрические поверхности, ось которых совпадает с осью цилиндрической стенки. Каждая изотермическая поверхность, расположенная от центра дальше, чем предыдущая, будет иметь более низкую температуру. Теплота не распространяется вдоль изотермических линий, поэтому тепловой поток будет направлен по радиусу. Имеет место, таким образом, одномерное температурное поле $t = t(r)$.

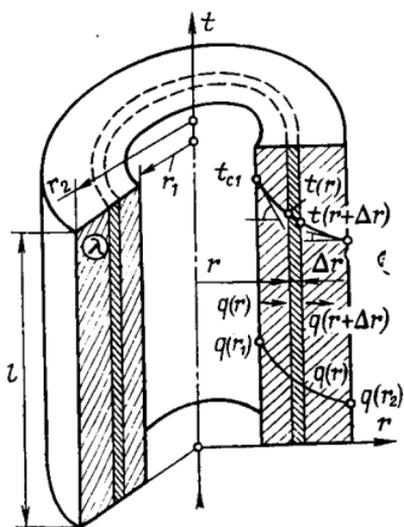


Рис. 11-8. Теплопроводность в цилиндрической стенке.

Для решения задачи о теплопроводности в цилиндрической стенке установим прежде всего, как и в случае плоской стенки, закон распределения плотности теплового потока по радиусу. С этой целью применим закон сохранения энергии к рассматриваемому процессу теплопроводности. Для этого выделим в цилиндрической стенке на расстоянии r от оси слой малой толщины Δr (рис. 11-8). Рассмотрим условие теплового баланса участка цилиндрического слоя длиной l . Через внутреннюю поверхность выделенного слоя в него входит тепловой поток $q \cdot 2\pi r l$, через наружную поверхность выходит тепловой поток $q(r + \Delta r) \cdot 2\pi(r + \Delta r)l$. Тепловой поток через верхнее и нижнее основания выделенного слоя равен нулю, поскольку теплота не распространяется вдоль изотермических поверхностей. Согласно закону сохранения энергии алгебраическая сумма тепловых потоков в данном случае равна нулю (в противном случае

происходило бы накопление или уменьшение теплоты в выделенном объеме, что привело бы к росту или уменьшению его температуры с течением времени, но это противоречит предварительному условию стационарности процесса):

$$q(r)f_1 + q(r + \Delta r)f_2 = 0. \quad (11-16)$$

Внутреннее и наружное сечения выделенного цилиндрического слоя соответственно равны:

$$f_1 = 2\pi r l; \quad f_2 = 2\pi(r + \Delta r)l. \quad (11-17)$$

Между плотностью теплового потока, входящего в цилиндрический слой, $q(r)$ и плотностью выходящего теплового потока $q(r + \Delta r)$ имеет место следующее соотношение:

$$q(r + \Delta r) = q(r) + \frac{dq}{dr} \Delta r. \quad (11-18)$$

Действительно, если известно значение функции y в точке x , то ее значение в близкой точке $(x + \Delta x)$ можно приближенно выразить на основании геометрических соотношений, которые иллюстрируются рис. 11-9.

Подставим выражения (11-17) и (11-18) в выражение (11-16) и произведем необходимые преобразования; при этом необходимо отбросить член с величиной Δr^2 ввиду его малости по отношению к остальным слагаемым. Тогда получим следующее уравнение:

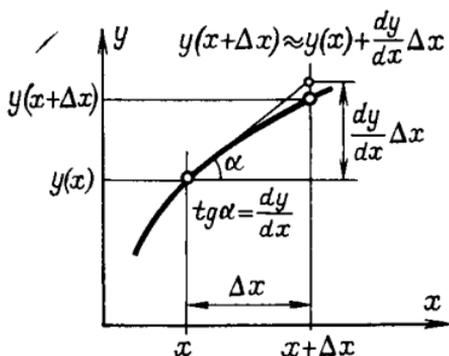


Рис. 11-9. Приближенное определение значения функции по заданному значению ее в соседней точке и производной.

$$\frac{dq}{dr} = -\frac{q}{r}, \quad \text{или} \quad \frac{dq}{q} = -\frac{dr}{r}. \quad (11-19)$$

Его интегрирование дает:

$$\ln q = -\ln r + \ln c_1;$$

здесь c_1 — постоянная интегрирования. Полученное соотношение между логарифмами можно переписать сле-

дующим образом:

$$q = \frac{c_1}{r}. \quad (11-20)$$

Следовательно, плотность теплового потока в цилиндрической стенке изменяется по радиусу по закону гиперболы (пропорционально величине $1/r$).

Найдем теперь выражение для температурного поля. Для этого нужно использовать закон Фурье, согласно которому

$$\frac{dt}{dr} = -\frac{q}{\lambda}.$$

Подставляя сюда значение q из выражения (11-20), получаем:

$$\frac{dt}{dr} = -\frac{c_1}{\lambda} \frac{1}{r}.$$

После интегрирования приходим к следующему выражению:

$$t = -\frac{c_1}{\lambda} \ln r + c_2. \quad (11-21)$$

Таким образом, температура в цилиндрической стенке меняется вдоль радиуса по закону логарифма.

Определим постоянные интегрирования c_1 и c_2 . Для этого необходимо использовать граничные условия: при $r=r_1$ имеем $t=t_{c1}$ и при $r=r_2$ имеем $t=t_{c2}$. Подставим эти граничные условия в выражение (11-21). Тогда получим систему из двух уравнений для определения постоянных интегрирования c_1 и c_2 :

$$t_{c1} = -\frac{c_1}{\lambda} \ln r_1 + c_2;$$

$$t_{c2} = -\frac{c_1}{\lambda} \ln r_2 + c_2.$$

Решив эту систему двух уравнений относительно c_1 и c_2 , получим:

$$c_1 = \frac{t_{c1} - t_{c2}}{\frac{1}{\lambda} \ln \frac{r_2}{r_1}}; \quad c_2 = t_{c1} - (t_{c1} - t_{c2}) \frac{\ln r_1}{\ln \frac{r_2}{r_1}}.$$

Подставим значения постоянных интегрирования в уравнение (11-21), тогда получим уравнение темпера-

Зная световое сопротивление $R_{св}$ фоторезистора при максимального поля:

$$t = t_{c1} - (t_{c1} - t_{ca}) \frac{\ln \frac{r}{r_1}}{\ln \frac{r_2}{r_1}},$$

или

$$t = t_{c1} - (t_{c1} - t_{ca}) \frac{\ln \frac{d}{d_1}}{\ln \frac{d_2}{d_1}}. \quad (11-22)$$

График температурного поля (логарифмическая кривая) приведен на рис. 11-8.

Относительная сложность температурного поля в цилиндрической стенке по сравнению с плоской (логарифмическая кривая по сравнению с прямой линией) связана с изменением плотности теплового потока вдоль радиуса. Вспомним, что в плоской стенке плотность теплового потока не изменяется вдоль оси x . Выражение для плотности теплового потока в цилиндрической стенке можно получить, подставив найденное значение постоянной c_1 в выражение (11-20):

$$q = \frac{t_{c1} - t_{c2}}{\frac{1}{\lambda} \ln \frac{r_2}{r_1}} \frac{1}{r}. \quad (11-23)$$

Физический смысл закона изменения плотности теплового потока вдоль радиуса цилиндрической стенки состоит в следующем. Согласно закону сохранения энергии через последовательно расположенные изотермические поверхности в единицу времени проходит одно и то же количество теплоты, но площадь этих поверхностей с увеличением радиуса становится все больше, поэтому плотность теплового потока падает. Уменьшению плотности теплового потока соответствует уменьшение градиента температуры dt/dr . Геометрическим отражением этого факта является приближение касательной, проведенной через какую-либо точку температурной кривой, к горизонтальному положению по мере того, как эта точка перемещается от внутренней поверхности цилиндрической стенки к наружной (рис. 11-8). Поэтому температурная кривая обращена выпуклостью вниз.

Если на практике возникает необходимость рассчитать количество теплоты, проходящее через цилиндри-

ческую стенку в единицу времени, то пользоваться соотношением типа $Q=qF$ (как для плоской стенки) неудобно, поскольку определенной поверхности (например, внутренней или наружной) будет соответствовать свое значение плотности теплового потока. Поэтому принято определять количество теплоты, которое проходит за единицу времени через цилиндрическую стенку, длина которой равна единице; это количество теплоты носит название линейной плотности теплового потока q_l и измеряется в Вт/м:

$$q_l = \frac{Q}{l} = q \cdot 2\pi r. \quad (11-24)$$

Как и для случая плоской стенки, согласно закону сохранения энергии тепловой поток Q и линейная плотность теплового потока q_l не меняются вдоль радиуса, поскольку при стационарном режиме в единицу времени через любую изотермическую поверхность трубы определенной длины проходит одно и то же количество теплоты.

Подставив значение плотности теплового потока q в выражение (11-24), получим расчетную формулу для линейной плотности теплового потока:

$$q_l = \frac{\pi (t_{c1} - t_{c2})}{\frac{1}{2\lambda} \ln \frac{d_2}{d_1}} = \frac{\pi (t_{c1} - t_{c2})}{2,303 \frac{1}{2\lambda} \lg \frac{d_2}{d_1}}. \quad (11-25)$$

Имея выражение для q_l , можно следующим образом записать формулы для плотности теплового потока:

на внутренней поверхности трубы

$$q_1 = \frac{2\lambda (t_{c1} - t_{c2})}{d_1 \ln \frac{d_2}{d_1}}$$

и на наружной поверхности трубы

$$q_2 = \frac{2\lambda (t_{c1} - t_{c2})}{d_2 \ln \frac{d_2}{d_1}}.$$

Знаменатель в правой части формулы (11-25)

$$\frac{1}{2\lambda} \ln \frac{d_2}{d_1}$$

называется термическим сопротивлением теплопроводности цилиндрической стенки.

Многослойная цилиндрическая стенка. Метод расчета теплопроводности многослойной цилиндрической стенки строится на тех же принципах, что и для плоской многослойной стенки. Однако в случае цилиндрической стенки плотность теплового потока $q(r)$ не сохраняется постоянной по толщине, таким свойством обладает линейная плотность теплового потока $q_l \neq f(r)$. Пусть задана трехслойная цилиндрическая стенка (рис. 11-11) с известными диаметрами поверхностей каждого слоя, коэффициентами теплопроводности каждого слоя и температурами t_{c1} и t_{c4} . Стыки между отдельными слоями считаются достаточно плотными, так что соприкасающиеся поверхности соседних слоев имеют одну и ту же температуру. Запишем выражения линейной плотности теплового потока для отдельных слоев:

$$q_l = \frac{\pi (t_{c1} - t_{c2})}{\frac{1}{2\lambda_1} \ln \frac{d_2}{d_1}} ;$$

$$q_l = \frac{\pi (t_{c2} - t_{c3})}{\frac{1}{2\lambda_2} \ln \frac{d_3}{d_2}} ;$$

$$q_l = \frac{\pi (t_{c3} - t_{c4})}{\frac{1}{2\lambda_3} \ln \frac{d_4}{d_3}} .$$

Эти выражения можно переписать следующим образом:

$$\frac{1}{\pi} q_l \frac{1}{2\lambda_1} \ln \frac{d_2}{d_1} = t_{c1} - t_{c2};$$

$$\frac{1}{\pi} q_l \frac{1}{2\lambda_2} \ln \frac{d_3}{d_2} = t_{c2} - t_{c3};$$

$$\frac{1}{\pi} q_l \frac{1}{2\lambda_3} \ln \frac{d_4}{d_3} = t_{c3} - t_{c4}.$$

Сложим полученные уравнения:

$$\frac{1}{\pi} q_l \left(\frac{1}{2\lambda_1} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{2\lambda_2} \ln \frac{d_3}{d_2} + \frac{1}{2\lambda_3} \ln \frac{d_4}{d_3} \right) = t_{c1} - t_{c4}.$$

Отсюда можно найти выражение для линейной плотности теплового потока через цилиндрическую стенку:

$$q_l = \frac{\pi (t_{c1} - t_{c4})}{\frac{1}{2\lambda_1} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{2\lambda_2} \ln \frac{d_3}{d_2} + \frac{1}{2\lambda_3} \ln \frac{d_4}{d_3}} . \quad (11-26)$$

Если стенка состоит из большего числа слоев, метод принципиально не изменяется. Для многослойной цилиндрической стенки, составленной из n слоев, выражение линейной плотности теплового потока будет иметь следующий вид:

$$q_l = \frac{\pi (t_{c1} - t_{c(n+1)})}{\sum_{i=1}^{i=n} \frac{1}{2\lambda_i} \ln \frac{d_{i+1}}{d_i}}; \quad (11-27)$$

здесь в знаменателе — полное термическое сопротивление теплопроводности многослойной цилиндрической стенки.

Как и в случае расчета теплопроводности через многослойную плоскую стенку, здесь также можно использовать понятие эквивалентного коэффициента теплопроводности. При этом реальная многослойная цилиндрическая стенка заменяется воображаемой однослойной по условию эквивалентности термического сопротивления:

$$\sum_{i=1}^{i=n} \frac{1}{2\lambda_i} \ln \frac{r_{i+1}}{r_i} = \frac{1}{2\lambda_{\text{эКВ}}} \ln \frac{r_{n+1}}{r_1}.$$

Отсюда получаем выражение для эквивалентного коэффициента теплопроводности:

$$\lambda_{\text{эКВ}} = \frac{\ln \frac{r_{n+1}}{r_1}}{\sum_{i=1}^{i=n} \frac{1}{2\lambda_i} \ln \frac{r_{i+1}}{r_i}}. \quad (11-28)$$

Таким образом, эквивалентный коэффициент теплопроводности зависит от радиусов отдельных слоев и их коэффициентов теплопроводности.

Температуру на границах между отдельными слоями можно определить по формулам

$$\begin{aligned} t_{c2} &= t_{c1} - \frac{1}{\pi} q_l \frac{1}{2\lambda_1} \ln \frac{d_2}{d_1}; \\ t_{c3} &= t_{c1} - \frac{1}{\pi} q_l \left(\frac{1}{2\lambda_1} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{2\lambda_3} \ln \frac{d_3}{d_2} \right); \\ &\dots \dots \dots \\ t_{c(i+1)} &= t_{c1} - \frac{1}{\pi} q_l \sum_{i=1}^i \frac{1}{2\lambda_i} \ln \frac{d_{i+1}}{d_i}. \end{aligned}$$

График температурного поля в многослойной цилиндрической стенке приведен на рис. 11-10.

Пример 11-5. Змеевики пароперегревателя выполнены из труб жароупорной стали диаметром $d_1/d_2=32/42$ мм с коэффициентом теплопроводности $\lambda=14$ Вт/(м·К). Температура внешней поверхности трубы $t_{c2}=580^\circ\text{C}$ и внутренней поверхности $t_{c1}=450^\circ\text{C}$. Определить линейную плотность теплового потока q_l .

Решение. Линейная плотность теплового потока определяется по формуле (11-25):

$$q_l = \frac{\pi (t_{c1} - t_{c2})}{\frac{1}{2\lambda} \ln \frac{d_2}{d_1}} = \frac{3,14 (450 - 580)}{\frac{1}{2 \cdot 14} 2,303 \ln \frac{42}{32}} = -42100 \text{ Вт/м.}$$

В последнем выражении использовано соотношение между натуральным и десятичным логарифмом:

$$\ln \frac{d_2}{d_1} = 2,303 \lg \frac{d_2}{d_1}.$$

Знак минус, с которым получено значение линейной плотности теплового потока, означает, что тепловой поток направлен внутрь трубы, в то время как формула (11-17) получена для положительного направления теплового потока из трубы.

Пример 11-6. Стальной трубопровод диаметром $d_1/d_2=100/110$ мм с коэффициентом теплопроводности $\lambda_1=50$ Вт/(м·К) покрыт изоляцией в два слоя одинаковой толщины $\delta_2=\delta_3=50$ мм. Первый слой изоляции, накладываемый на поверхность трубы, выполнен из материала с коэффициентом теплопроводности $\lambda_2=0,06$ Вт/(м·К), второй слой — из материала с коэффициентом теплопроводности $\lambda_3=0,12$ Вт/(м·К). Температура внутренней поверхности трубы $t_{c1}=250^\circ\text{C}$, температура наружной поверхности изоляции $t_{c4}=50^\circ\text{C}$. Определить тепловые потери с единицы длины трубы.

Решение. Тепловые потери с 1 м трубы представляют собой линейную плотность теплового потока через трехслойную стенку и определяются выражением (11-26):

$$q_l = \frac{\pi (t_{c1} - t_{c4})}{\frac{1}{2\lambda_1} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{2\lambda_2} \ln \frac{d_3}{d_2} + \frac{1}{2\lambda_3} \ln \frac{d_4}{d_3}} =$$

$$= \frac{3,14 (250 - 50)}{\frac{1}{2 \cdot 50} 2,303 \lg \frac{110}{100} + \frac{1}{2 \cdot 0,06} 2,303 \lg \frac{110+2 \cdot 50}{110}} +$$

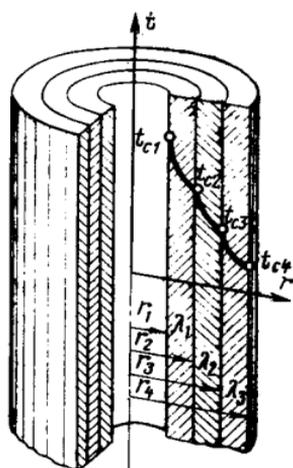


Рис. 11-10. Многослойная цилиндрическая стенка.

$$\rightarrow \frac{-50}{\frac{1}{2.0,12} + 2,303 \lg \frac{110 + 2.50 + 2.50}{110 + 2.50}} =$$

$$= \frac{3,14 \cdot 200}{0,97 \cdot 10^{-3} + 5,38 + 1,63} = 89,5 \text{ Вт/м.}$$

Из расчета видно, что металлическая стенка обладает ничтожным термическим сопротивлением по сравнению со слоями теплоизоляционного материала.

Можно определить также температуру t_{c3} на стыке двух слоев изоляции:

$$t_{c3} = t_{c1} - \frac{1}{\pi} q_l \left(\frac{1}{2\lambda_1} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{2\lambda_2} \ln \frac{d_3}{d_2} \right) =$$

$$= 250 - \frac{1}{3,14} 89,5 (0,97 \cdot 10^{-3} + 5,38) = 97^\circ\text{C.}$$

Поменяем теперь слои изоляции местами: непосредственно на трубу будет наложен слой с $\lambda_3 = 0,12 \text{ Вт/(м}\cdot\text{К)}$, а наружным станет слой с $\lambda_2 = 0,06 \text{ Вт/(м}\cdot\text{К)}$. В этом случае линейная плотность теплового потока будет равна:

$$q_l = \frac{\pi (t_{c1} - t_{c4})}{\frac{1}{2\lambda_1} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{2\lambda_3} \ln \frac{d_3}{d_2} + \frac{1}{2\lambda_2} \ln \frac{d_4}{d_3}} =$$

$$= \frac{3,14 (250 - 50)}{0,97 \cdot 10^{-3} + 2,69 + 3,26} = 105,5 \text{ Вт/м.}$$

Температура t_{c3} на стыке двух слоев изоляции также изменится:

$$t_{c3} = t_{c1} - \frac{1}{\pi} q_l \left(\frac{1}{2\lambda_1} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{2\lambda_3} \ln \frac{d_3}{d_2} \right) =$$

$$= 250 - \frac{1}{3,14} 105,5 (0,97 \cdot 10^{-3} + 2,69) = 159^\circ\text{C.}$$

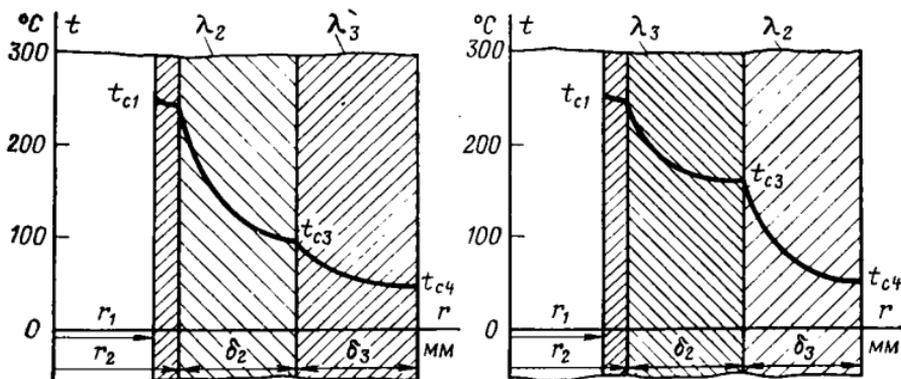


Рис. 11-11. К примеру 11-6.

Таким образом, тепловые потери после перестановки слоев изоляции возросли примерно на $(105,5 - 89,5) / 89,5 = 17,9\%$. Температура t_{c2} возросла на 62°C . График температуры для двух вариантов расположения изоляции изображен на рис. 11-11.

Рассмотренное явление характерно для цилиндрической стенки. Плотность теплового потока $q(r)$ уменьшается по мере удаления от поверхности металлической трубы. В области большой плотности теплового потока необходимо ставить хорошую изоляцию (первый вариант), та же изоляция, установленная в области с малой плотностью теплового потока, работает менее эффективно. Вот почему тепловые потери возрастают. Следует отметить, что подобное явление не произойдет, если поменять местами слои теплоизоляции в плоской стенке, где плотность теплового потока не меняется по толщине.

Теплопередача через цилиндрическую стенку. Весьма распространенным элементом теплообменных устройств является труба. В этом случае теплоносители разделены цилиндрической стенкой. Рассмотрим процесс теплопередачи через цилиндрическую стенку (рис. 11-12); стенка удовлетворяет условиям, изложенным выше.

Цилиндрическая стенка изнутри омывается жидкостью с температурой $t_{ж1}$, теплоотдача от жидкости к стенке характеризуется коэффициентом теплоотдачи α_1 , с наружной стороны аналогичным образом заданы величины $t_{ж2}$ и α_2 . Линейная плотность теплового потока имеет одно и то же значение на внутренней поверхности цилиндрической стенки с радиусом r_1 , внутри цилиндрической стенки для любого текущего значения радиуса $r_1 < r < r_2$ и на наружной поверхности стенки с радиусом r_2 . В связи с этим можно записать следующие выражения:

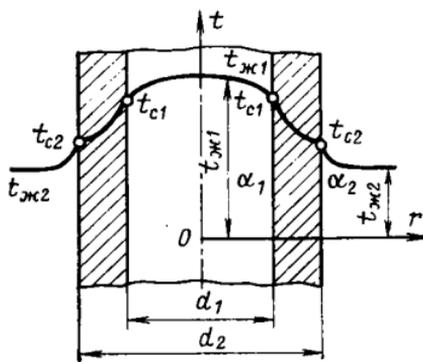


Рис. 11-12. Теплопередача через цилиндрическую стенку.

$$q_l = \alpha_1 \pi d_1 (t_{ж1} - t_{c1});$$

$$q_l = \frac{\pi (t_{c1} - t_{c2})}{\frac{1}{2\lambda} \ln \frac{d_2}{d_1}};$$

$$q_l = \alpha_2 \pi d_2 (t_{c2} - t_{ж2}).$$

Представим эти выражения в следующем виде:

$$\begin{aligned} t_{ж1} - t_{с1} &= \frac{q_l}{\pi} \frac{1}{\alpha_1 d_1}; \\ t_{с1} - t_{с2} &= \frac{q_l}{\pi} \frac{1}{2\lambda} \ln \frac{d_2}{d_1}; \\ t_{с2} - t_{ж2} &= \frac{q_l}{\pi} \frac{1}{\alpha_2 d_2}. \end{aligned}$$

Сложим написанные выше соотношения и найдем величину q_l :

$$q_l = \frac{t_{ж1} - t_{ж2}}{\frac{1}{\alpha_1 d_1} + \frac{1}{2\lambda} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{\alpha_2 d_2}}; \quad (11-29)$$

здесь величина

$$k_l = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1 d_1} + \frac{1}{2\lambda} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{\alpha_2 d_2}}$$

называется линейным коэффициентом теплопередачи, единица измерения его — Вт/(м·К). *Линейный коэффициент теплопередачи численно равен количеству теплоты, которое проходит в единицу времени через цилиндрическую стенку длиной 1 м при разности температур теплоносителей 1 К.*

Величина

$$R_l = \frac{1}{\alpha_1 d_1} + \frac{1}{2\lambda} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{\alpha_2 d_2} \quad (11-30)$$

называется линейным термическим сопротивлением теплопередачи и определяется как сумма термических сопротивлений теплоотдачи $1/\alpha_1 d_1$ и $1/\alpha_2 d_2$ и термического сопротивления теплопроводности $\frac{1}{2\lambda} \ln \frac{d_2}{d_1}$. Следует подчеркнуть одну особенность тер-

мического сопротивления теплоотдачи для цилиндрической стенки: это термическое сопротивление зависит не только от коэффициента теплоотдачи (как в случае плоской стенки), но и от диаметра соответствующей поверхности. Это означает, что при сохранении коэффициента теплоотдачи неизменным термическое сопротивление теплоотдачи наружной поверхности будет, например, уменьшаться с увеличением ее диаметра.

Тепловой поток Q , Вт, определяется выражением

$$Q = k_l (t_{ж1} - t_{ж2}) l. \quad (11-31)$$

Для многослойной цилиндрической стенки линейный коэффициент теплопередачи определяется выражением

$$k_l = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1 d_1} + \sum_{i=1}^{i=n} \frac{1}{2\lambda_i} \ln \frac{d_{i+1}}{d_i} + \frac{1}{\alpha_2 d_2}}, \quad (11-32)$$

которое предлагаем получить самим учащимся.

Температуры на внешних поверхностях стенки и на границе любых двух слоев в многослойной цилиндрической стенке рассчитывают по формулам

$$\begin{aligned} t_{c1} &= t_{ж1} - \frac{q_l}{\pi} \frac{1}{\alpha_1 d_1}; \\ t_{c2} &= t_{ж1} - \frac{q_l}{\pi} \left(\frac{1}{\alpha_1 d_1} + \frac{1}{2\lambda_1} \ln \frac{d_2}{d_1} \right); \\ &\dots \dots \dots \\ t_{c(n+1)} &= t_{ж1} - \frac{q_l}{\pi} \left(\frac{1}{\alpha_1 d_1} + \sum_{i=1}^{i=n} \frac{1}{2\lambda_i} \ln \frac{d_{i+1}}{d_i} \right). \end{aligned}$$

Пример 11-7. Поверхность нагрева парогенератора выполнена из труб с внутренним диаметром $d_1 = 70$ мм и наружным $d_2 = 80$ мм. Температура дымовых газов, омывающих трубу снаружи, $t_{ж2} = 1000^\circ\text{C}$, коэффициент теплоотдачи от газов к наружной поверхности трубы $\alpha_2 = 100$ Вт/(м²·К). Температура кипящей воды внутри труб $t_{ж1} = 200^\circ\text{C}$, коэффициент теплоотдачи от внутренней поверхности трубы к воде $\alpha_1 = 5000$ Вт/(м²·К). Коэффициент теплопроводности материала стенки трубы $\lambda = 50$ Вт/(м·К). В процессе эксплуатации поверхность нагрева парогенератора со стороны дымовых газов покрылась слоем сажи толщиной $\delta_c = 1$ мм [$\lambda_c = 0,08$ Вт/(м·К)] и со стороны воды — слоем накипи толщиной $\delta_n = 2$ мм [$\lambda_n = 0,8$ Вт/(м·К)].

Сравнить теплопередачу через чистую стенку трубы и через загрязненную стенку.

Решение. Линейный коэффициент теплопередачи для чистой поверхности нагрева парогенератора

$$\begin{aligned} k_l &= \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1 d_1} + \frac{1}{2\lambda} 2,303 \lg \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{\alpha_2 d_2}} = \\ &= \frac{1}{\frac{1}{5000 \cdot 0,070} + \frac{1}{2 \cdot 50} 2,303 \frac{80}{70} + \frac{1}{100 \cdot 0,080}} = \\ &= 7,75 \text{ Вт/(м}\cdot\text{К)}. \end{aligned}$$

Линейная плотность теплового потока для чистой поверхности нагрева парогенератора

$$q_l = k_l \pi (t_{ж2} - t_{ж1}) = 7,75 \cdot 3,14 \cdot (1000 - 200) = 19\,500 \text{ Вт/м.}$$

Линейный коэффициент теплопередачи для загрязненной поверхности нагрева парогенератора

$$k'_l = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1 d_1} + \frac{1}{2\lambda_H} 2,303 \lg \frac{d_1}{(d_1 - 2\delta_H)} + \frac{1}{2\lambda} 2,303 \lg \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{2\lambda_C} 2,303 \lg \frac{(d_2 + 2\delta_C)}{d_2} + \frac{1}{\alpha_2 d_2}} = \frac{1}{\frac{1}{5000 \cdot 0,070} + \frac{1}{2 \cdot 0,8} \times 2,303 \lg \frac{70}{66} + \frac{1}{2 \cdot 50} 2,303 \lg \frac{80}{70} + \frac{1}{2 \cdot 0,08} \times 2,303 \lg \frac{82}{80} + \frac{1}{100 \cdot 0,080}} = 3,15 \text{ Вт/(м} \cdot \text{К).}$$

Линейная плотность теплового потока для загрязненной поверхности нагрева парогенератора

$$q'_l = k'_l \pi (t_{ж2} - t_{ж1}) = 3,15 \cdot 3,14 \cdot (1000 - 200) = 7900 \text{ Вт/м.}$$

Таким образом, в результате загрязнения поверхности нагрева парогенератора линейная плотность теплового потока уменьшилась на

$$\frac{19\,500 - 7900}{19\,500} \cdot 100 = 59,5 \text{ \%}.$$

11-4. Теплопроводность в шаровой стенке

Пусть имеется, например, сосуд в форме полого шара; необходимо определить количество теплоты, которое уходит в единицу времени через единицу поверхности шаровой стенки и через всю поверхность. Задана температура на внутренней поверхности шаровой стенки — при $r=r_1$ имеем $t=t_{c1}$, а также температура на наружной поверхности — при $r=r_2$ имеем $t=t_{c2}$. Задан также коэффициент теплопроводности материала, из которого изготовлен полый шар. Температуры на поверхностях шаровой стенки не изменяются при переходе от точки к точке (рис. 11-13).

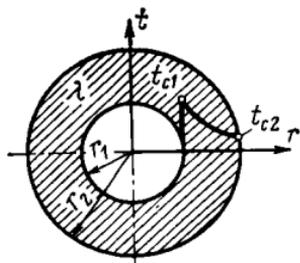


Рис. 11-13. Теплопроводность в шаровой стенке.

Изотермическими поверхностями в рассматриваемом случае будут

сферы с текущим радиусом r , причем $r_1 < r < r_2$. Тепловой поток Q через каждую изотермическую поверхность имеет одну и ту же величину — это является следствием закона сохранения энергии. На основании этого можно получить закон изменения плотности теплового потока вдоль радиуса шаровой стенки:

$$q = \frac{Q}{4\pi} \frac{1}{r^2}. \quad (11-33)$$

Таким образом, плотность теплового потока вдоль радиуса шаровой стенки меняется обратно пропорционально квадрату радиуса.

Согласно закону Фурье

$$\frac{dt}{dr} = -\frac{q}{\lambda} = -\frac{Q}{4\pi\lambda} \frac{1}{r^2}.$$

После интегрирования имеем:

$$t = \frac{Q}{4\pi\lambda} \frac{1}{r} + c. \quad (11-34)$$

Следовательно, температура вдоль радиуса шаровой стенки изменяется по закону гиперболы (пропорционально $1/r$).

Постоянную интегрирования найдем из граничного условия: при $r=r_1$ имеем $t=t_{c1}$. Подставив ее значение в (11-34), получим следующее выражение для температурного поля в шаровой стенке:

$$t = t_{c1} - \frac{Q}{4\pi\lambda} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r} \right). \quad (11-35)$$

Это выражение, в частности, справедливо и для наружной поверхности стенки, где $r_1=r_2$ и $t=t_{c2}$:

$$t_{c2} = t_{c1} - \frac{Q}{4\pi\lambda} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right).$$

Отсюда находим выражение для теплового потока в зависимости от параметров, заданных в качестве исходных данных в условии задачи:

$$Q = \frac{4\pi\lambda(t_{c1} - t_{c2})}{\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)} = \frac{2\pi\lambda(t_{c1} - t_{c2})}{\left(\frac{1}{d_1} - \frac{1}{d_2} \right)}. \quad (11-36)$$

Теплопередача через шаровую стенку. Внутри полого шара имеется жидкость с температурой $t_{ж1}$, коэффициент теплоотдачи от этой жидкости к внутренней поверхности шаровой стенки равен α_1 ; на наружной поверхности заданы соответственно величины $t_{ж2}$ и α_2 .

Согласно закону сохранения энергии при стационарном процессе теплопередачи к внутренней поверхности шаровой стенки в единицу времени подводится количество теплоты Q , это же количество теплоты проходит в единицу времени через изотермические поверхности с текущим радиусом r , $r_1 < r < r_2$ и такое же количество теплоты отводится от наружной поверхности ко второй жидкости. На основании этого можно записать соотношения:

$$Q = \alpha_1 (t_{ж1} - t_{c1}) \cdot 4\pi r^2;$$

$$Q = \frac{\pi (t_{c1} - t_{c2})}{\frac{1}{4\lambda} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)};$$

$$Q = \alpha_2 (t_{c2} - t_{ж2}) \cdot 4\pi r^2.$$

Отсюда получаем выражение для теплового потока через шаровую стенку в процессе теплопередачи:

$$Q = \frac{\pi (t_{ж1} - t_{ж2})}{\frac{1}{4\alpha_1 r_1^2} + \frac{1}{4\lambda} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) + \frac{1}{4\alpha_2 r_2^2}}; \quad (11-37)$$

здесь величина

$$k_{ш} = \frac{1}{\frac{1}{4\alpha_1 r_1^2} + \frac{1}{4\lambda} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) + \frac{1}{4\alpha_2 r_2^2}} \quad (11-38)$$

носит название коэффициента теплопередачи шаровой стенки и представляет собой обратную величину по отношению к суммарному термическому сопротивлению шаровой стенки. Как и в случае цилиндрической стенки, термическое сопротивление теплоотдачи шаровой стенки определяется не только коэффициентом теплоотдачи, но и квадратом радиуса поверхности теплоотдачи (т. е. площадью поверхности).

Если рассмотреть процесс теплопередачи через многослойную шаровую стенку, то путем анализа, основан-

ного на применении закона сохранения энергии, можно получить следующую формулу для теплового потока:

$$Q = \frac{\pi (t_{ж1} - t_{ж2})}{\frac{1}{4\alpha_1 r_1^2} + \sum_{i=1}^{i=n} \frac{1}{4\lambda_i} \left(\frac{1}{r_i} - \frac{1}{r_{i+1}} \right) + \frac{1}{4\alpha_2 r_2^2}}; \quad (11-39)$$

здесь величина $\sum_{i=1}^{i=n} \frac{1}{4\lambda_i} \left(\frac{1}{r_i} - \frac{1}{r_{i+1}} \right)$ представляет собой суммарное термическое сопротивление теплопроводности шаровой стенки.

Аналогично тому, как это было сделано в предыдущих случаях, можно ввести эквивалентный коэффициент теплопроводности по соотношению

$$\sum_{i=1}^{i=n} \frac{1}{\lambda_i} \left(\frac{1}{r_i} - \frac{1}{r_{i+1}} \right) = \frac{1}{\lambda_{э\text{кв}}} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_{n+1}} \right).$$

Отсюда эквивалентный коэффициент теплопроводности равен:

$$\lambda_{э\text{кв.ш}} = \frac{\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_{n+1}} \right)}{\sum_{i=1}^{i=n} \frac{1}{\lambda_i} \left(\frac{1}{r_i} - \frac{1}{r_{i+1}} \right)}. \quad (11-40)$$

Выше были рассмотрены методы расчета теплопроводности в плоской стенке и в двух криволинейных стенках — цилиндрической и шаровой. Основной особенностью этих криволинейных стенок являлось то обстоятельство, что плотность теплового потока q по их толщине не оставалась постоянной (как для плоской стенки), а изменялась по соответствующему закону: по закону гиперболы для цилиндрической стенки и обратно пропорционально квадрату радиуса для шаровой стенки. Физический смысл этого явления заключается в том, что количество теплоты по толщине стенки не изменяется (величина q_i для цилиндрической стенки и величина Q — для шаровой), а изотермические поверхности, по которым рассчитывается q , становятся больше с увеличением текущего радиуса.

В технической практике рассмотренные криволинейные стенки часто имеют относительно небольшую толщину, т. е. отношение d_2/d_1 несущественно отличается от единицы. В этом случае изменение изотермической поверхности вдоль радиуса незначительно и величины

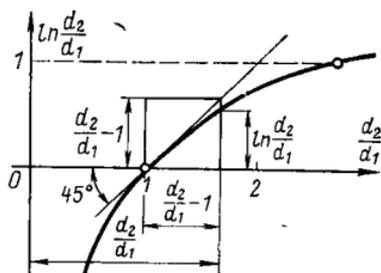


Рис. 11-14. К упрощенному расчету теплопроводности в цилиндрической стенке.

$$q_{\text{ц}} = \frac{q_1}{2\pi r}; \quad q_{\text{ш}} = \frac{Q}{4\pi r^2}$$

изменяются не слишком сильно. При этом криволинейные стенки приближаются с точки зрения теплопроводности к плоской стенке, у которой величина q строго постоянна по толщине. Следовательно, возникает возможность использовать простые расчетные формулы плоской стенки для цилиндрической и шаровой стенок.

Термическое сопротивление теплопроводности плоской стенки равно δ/λ . Термическое сопротивление цилиндрической стенки равно:

$$\frac{1}{2\lambda} \ln \frac{d_2}{d_1}.$$

Обратимся к рис. 11-14, где представлена зависимость $\ln \frac{d_2}{d_1} = f\left(\frac{d_2}{d_1}\right)$. Логарифмическая функция проходит через нуль при $d_2/d_1=1$, ее производная в этой точке равна единице, в чем можно убедиться непосредственной проверкой. Следовательно, касательная в этой точке проходит под углом 45° и является биссектрисой координатного угла. Из рисунка видно, что

$$\ln \frac{d_2}{d_1} \approx \frac{d_2}{d_1} - 1,$$

причем это равенство соблюдается тем точнее, чем ближе отношение диаметров к единице. Таким образом, можно преобразовать выражение для термического сопротивления цилиндрической стенки следующим образом:

$$\frac{1}{2\lambda} \ln \frac{d_2}{d_1} \approx \frac{1}{2\lambda} \left(\frac{d_2}{d_1} - 1 \right) = \frac{\delta}{\lambda} \frac{1}{d_p},$$

где d_p — расчетный диаметр.

При этом выражение для линейной плотности теплового потока примет следующий вид:

$$q = \frac{\pi(t_{c1} - t_{c2})}{\frac{1}{2\lambda} \ln \frac{d_2}{d_1}} \approx \frac{t_{c1} - t_{c2}}{\frac{\delta}{\lambda}} \pi d_p. \quad (11-41)$$

Термическое сопротивление теплопроводности шаровой стенки равно:

$$\frac{1}{4\lambda} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right).$$

При условии $r_1 \approx r_2$ имеем следующие соотношения:

$$\frac{1}{4\lambda} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) = \frac{1}{4\lambda} \left(\frac{r_2 - r_1}{r_1 r_2} \right) \approx \frac{\delta}{\lambda} \frac{1}{d_p^2}.$$

При этом выражение для теплового потока через шаровую стенку примет следующий вид:

$$Q = \frac{\pi(t_{c1} - t_{c2})}{\frac{1}{4\lambda} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)} \approx \frac{t_{c1} - t_{c2}}{\frac{\delta}{\lambda}} \pi d_p^2. \quad (11-42)$$

Величина d_p в формулах (11-41) и (11-42) представляет собой специально подобранный расчетный диаметр криволинейной стенки; подбирают его с таким расчетом, чтобы ошибка, вносимая применением приближенной формулы, была минимальной. Анализ выражений (11-41) и (11-42) показывает, что в случае цилиндрической стенки в качестве расчетного диаметра следует брать средний логарифмический диаметр, а в случае шаровой стенки — средний геометрический диаметр; в этом случае вносимая ошибка равна нулю, однако определение расчетного диаметра связано по сути дела с такими же вычислениями, как и использование точной формулы. Поскольку различие между d_2 и d_1 в рассматриваемом случае невелико, то правило осреднения не имеет решающего значения и можно использовать самое простое осреднение — арифметическое. Таким образом, расчетный диаметр находят как среднее арифметическое значение:

$$d_p = \frac{1}{2} (d_1 + d_2).$$

При этом можно использовать приближенные формулы плоской стенки для расчета теплопроводности

в цилиндрической стенке с $d_2/d_1 \leq 2,0$ и в шаровой стенке с $d_2/d_1 \leq 1,5$; ошибка в обоих случаях не будет превышать 4%.

Приближенные формулы (11-41) и (11-42) можно применять и для приближенного расчета теплопередачи через криволинейные стенки. Для того чтобы уменьшить ошибку, руководствуются следующим правилом: в качестве расчетного диаметра d_p выбирают диаметр той поверхности, на которой коэффициент теплоотдачи α имеет минимальное значение: $d_p = d_1$ при $\alpha_1 \ll \alpha_2$; $d_p = d_2$ при $\alpha_2 \ll \alpha_1$. Если же коэффициенты теплоотдачи с двух сторон криволинейной стенки имеют примерно одинаковое значение, то принимают $d_p = \frac{1}{2}(d_1 + d_2)$.

Применительно к процессу теплопередачи формулы (11-41) и (11-42) переходят в следующие выражения:

$$q_l = q_{\text{пл}} \pi d_p; \quad Q = q_{\text{пл}} \pi d_p^2,$$

где

$$q_{\text{пл}} = \frac{t_{\text{ж1}} - t_{\text{ж2}}}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}}; \quad \delta = \frac{1}{2}(d_2 - d_1).$$

Пример 11-8. Для условий, изложенных в примерах 11-5 и 11-7, определить тепловой поток через цилиндрическую стенку по упрощенным формулам.

Решение. В примере 11-5 рассматривается цилиндрическая стенка с $d_1 = 32$ мм и $d_2 = 42$ мм. Отношение $d_2/d_1 = 42/32 = 1,31$, следовательно, можно использовать приближенную формулу.

Толщина стенки трубы $\delta = \frac{1}{2}(d_2 - d_1) = \frac{1}{2}(42 - 32) = 5$ мм.

Линейная плотность теплового потока равна:

$$q_l = \frac{t_{c1} - t_{c2}}{\frac{\delta}{\lambda}} \pi d_p = \frac{580 - 450}{\frac{0,005}{14}} \cdot 3,14 \cdot 0,037 = 42\,300 \text{ Вт/м}^2.$$

Расхождение со значением, определенным по точной формуле, составляет:

$$\frac{42\,300 - 42\,100}{42\,100} \approx 0,5\%.$$

В примере 11-7 рассматривается теплопередача через поверхность нагрева парогенератора, выполненную из труб с отношением диаметров $d_2/d_1 = 80/70$ мм в двух вариантах: для чистой поверхности нагрева и для загрязненной поверхности нагрева. Использо-

вание приближенной формулы для чистой поверхности нагрева дает:

$$q_l = \frac{t_{ж1} - t_{ж2}}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}} \pi d_p = \frac{1000 - 200}{\frac{1}{5000} + \frac{0,005}{50} + \frac{1}{100}} \cdot 3,14 \cdot 0,080 =$$

$$= 19520 \text{ Вт/м}^2.$$

Расхождение со значением, определенным по точной формуле, составляет:

$$\frac{19520 - 19500}{19500} \approx 0,1\%.$$

Здесь принято: $d_p = d_2 = 80$ мм, так как $\alpha_2 \ll \alpha_1$.

С учетом загрязнений стенка трубы рассматривается как многослойная, однако толщина ее при этом относительно невелика и отношение диаметров $d'_2/d'_1 = 82/66 = 1,24$, следовательно, можно применять формулу плоской стенки. В качестве расчетного диаметра снова берется наружный диаметр $d_p = d_2 + 2\delta_c = 82$ мм, ибо коэффициент теплоотдачи α_1 и при наличии слоя сажи сохраняет свое значение $\alpha_2 = 100$ Вт/(м²·К), что существенно меньше коэффициента теплоотдачи от внутренней стенки к кипящей воде $\alpha_1 = 5000$ Вт/(м²·К).

Таким образом, линейная плотность теплового потока в варианте с загрязнениями равна:

$$q_l = \frac{t_{ж1} - t_{ж2}}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta_H}{\lambda_H} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{\delta_c}{\lambda_c} + \frac{1}{\alpha_2}} \pi d_p =$$

$$= \frac{1000 - 200}{\frac{1}{5000} + \frac{0,002}{0,8} + \frac{0,005}{50} + \frac{0,001}{0,08} + \frac{1}{100}} \cdot 3,14 \cdot 82 \cdot 10^{-3} =$$

$$= 8160 \text{ Вт/м}.$$

Расхождение со значением, определенным по точной формуле, составляет:

$$\frac{8160 - 7900}{7900} = 3,3\%.$$

Таким образом, использование упрощенных расчетных формул для цилиндрической стенки в случае ее малой относительной толщины существенно облегчает расчет, обеспечивая при этом приемлемую точность.

ГЛАВА ДВЕНАДЦАТАЯ

КОНВЕКТИВНЫЙ ТЕПЛОБМЕН

12-1. Основные положения

В жидкой или газообразной среде перенос теплоты осуществляется не только теплопроводностью (на молекулярном уровне), но и конвекцией за счет движения

самой жидкости или газа. При этом относительно крупные* частицы жидкости или газа, перемещаясь из области низкой температуры в область высокой температуры или наоборот, являются носителями теплоты. Одновременно в жидкой среде осуществляется и перенос теплоты теплопроводностью, ибо в жидкости имеется однородное поле температуры и существует, следовательно, градиент температуры. *Теплообмен, обусловленный совместным действием конвекции и теплопроводности, называется конвективным теплообменом.*

Чаще всего жидкость соприкасается с поверхностью тела или канала (трубы), по которому она протекает. Если при этом температура стенки отличается от температуры жидкости, то происходит конвективный теплообмен между жидкостью и стенкой. *Конвективный теплообмен между потоком жидкости и соприкасающейся с ней поверхностью твердого тела называется теплоотдачей.* Именно расчет теплоотдачи и представляет чаще всего практический интерес; следует отметить, что теплоотдача неразрывно связана с конвективным теплообменом внутри жидкости.

Совокупность значений температуры во всех точках объема, занятого жидкостью, называется температурным полем жидкости. Представление о температурном поле в потоке жидкости можно получить, если вообразить, что в жидкость помещена неподвижная пространственная решетка из тонкой проволоки, которая почти не создает помех при течении жидкости. Если в узлах такой решетки разместить измерители температуры (например, термопары), то их показания и дадут количественную информацию о температурном поле в движущейся жидкости.

Каждой фиксированной точке в потоке жидкости (узлу воображаемой неподвижной координатной решетки) соответствует и свое значение скорости жидкости. Таким образом, в жидкости существует поле скорости. Поскольку скорость — это вектор, то поле скорости количественно выражается более сложно, чем поле температуры. Некоторой точке с координатами (x, y, z) в жидкости соответствуют температура

* Имеются в виду такие частицы жидкости или газа, которые содержат большое количество молекул, но все же имеют малые размеры по отношению ко всему объему жидкости. В отличие от микрочастиц их называют макрочастицами.

$t(x, y, z)$ — скалярная величина и три проекции вектора скорости $\vec{\omega}$: $\omega_x(x, y, z)$, $\omega_y(x, y, z)$ и $\omega_z(x, y, z)$.

Как отмечалось выше, конвективный теплообмен органически связан с движением жидкости, частицы которой являются носителями теплоты. Следовательно, поле температуры и поле скорости взаимосвязаны. Вот почему расчет температурного поля в жидкости намного сложнее, чем в твердом теле.

При установлении основных физических закономерностей процесса теплопроводности рассматривались закон сохранения тепловой энергии и закон Фурье. Основные физические закономерности конвективного теплообмена могут быть установлены на основании предыдущих законов, а также законов, описывающих движение жидкости. К последним относится основной закон динамики (второй закон динамики Ньютона) и закон сохранения массы (принцип неразрывности жидкости). Два этих закона позволяют найти поле скорости жидкости.

Основные понятия, введенные в главе о теплопроводности, сохраняются и в случае конвективного теплообмена, но становятся более сложными. Так, вектор плотности теплового потока определяется теперь не только градиентом температуры в жидкости, но и полем скорости; плотность теплового потока в жидкой среде имеет две составляющих: одну, определяемую законом Фурье (теплопроводность), и вторую, определяемую движением жидкости (конвекция):

$$\vec{q} = \vec{q}_{\text{тп}} + \vec{q}_{\text{к}} = -\lambda \left(\frac{\vec{dt}}{dn} \right) + \rho \vec{\omega} c_p t; \quad (12-1)$$

здесь ρ — плотность жидкости, кг/м³; c_p — изобарная теплоемкость жидкости, Дж/(кг·К); t — температура жидкости, °С.

Конвективная составляющая плотности теплового потока непосредственно связана с полем скорости движущейся жидкости и представляет собой количество теплоты, которое переносится в направлении вектора скорости $\vec{\omega}$ через единицу поверхности в единицу времени; носителем теплоты является здесь жидкость с массовым расходом через единицу поверхности, равным $\rho \omega_0$.

В большинстве случаев конвективная составляющая плотности теплового потока намного больше, чем со-

ставляющая, обусловленная теплопроводностью. Однако так обстоит дело только при заметной скорости движения жидкости. Если рассматривать движение жидкости вблизи поверхности твердого тела (внутренняя поверхность трубы, по которой течет жидкость; наружная поверхность одной из труб пучка, через который проходят продукты сгорания; наружная поверхность турбинной лопадки, обтекаемой паром, и т. п.), то можно установить явление так называемого «прилипания» жидкости к твердой поверхности тела. Это явление заключается в том, что находящиеся в непосредственной близости к твердой поверхности тела частицы жидкости «прилипают» к этой поверхности, образуя тонкий слой неподвижной жидкости вблизи тела. Поскольку эта жидкость неподвижна, плотность теплового потока в ней определяется только теплопроводностью, т. е. второе слагаемое в правой части уравнения (12-1) обращается в нуль, так как $\vec{\omega} = 0$. Таким образом, вблизи поверхности твердого тела (стенки) плотность теплового потока определяется коэффициентом теплопроводности жидкости и градиентом температуры (рис. 12-1):

$$q_c = -\lambda \left(\frac{dt}{dn} \right)_{n=0}; \quad (12-2)$$

индекс $n=0$ означает, что берется значение градиента температуры жидкости на твердой поверхности тела. Знак вектора опущен, так как предполагается, что вектор плотности теплового потока направлен по нормали к твердой поверхности. Индекс «с» означает «стенка».

С другой стороны, плотность теплового потока между жидкостью и поверхностью твердого тела (т. е. тепловой поток в процессе теплоотдачи) определяют на основе закона Ньютона—Рихмана:

$$q_c = \alpha (t_c - t_{ж}), \quad (12-3)$$

где q_c — плотность теплового потока на границе «стенка — жидкость», Вт/м²; t_c — температура поверхности твердого тела (температура стенки), °С; $t_{ж}$ — температура жидкости вдали от стенки, °С; α — коэффициент теплоотдачи; $t_c - t_{ж}$ — температурный напор.

Коэффициент теплоотдачи на основании (12-3) можно представить в виде:

$$\alpha = \frac{q_c}{t_c - t_{ж}}. \quad (12-4)$$

Таким образом, коэффициент теплоотдачи численно равен плотности теплового потока при температурном напоре, равном 1°C . Единица измерения коэффициента теплоотдачи устанавливается на основании (12-4):

$$[\alpha] = \text{Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}).$$

Поскольку равенства (12-2) и (12-3) определяют одну и ту же величину — плотность теплового потока на границе «стенка—жидкость», то можно записать:

$$\alpha(t_c - t_{\text{ж}}) = -\lambda(dt/dn)_{n=0},$$

или

$$\alpha = -\frac{\lambda}{t_c - t_{\text{ж}}} \left(\frac{dt}{dn} \right)_{n=0}. \quad (12-5)$$

Уравнение (12-5) устанавливает связь между температурным полем в жидкости и коэффициентом теплоотдачи. Таким образом, если температурное поле в жидкости найдено, то, вычислив градиент температуры жидкости на ее границе с твердой поверхностью (стенкой), можем по уравнению (12-5) найти коэффициент теплоотдачи. Знание температурного поля позволяет определить и плотность теплового потока на стенке по уравнению (12-2); можно найти также температуру в любой интересующей нас точке жидкой среды, вычислить среднюю температуру жидкости в сечении канала и найти другие величины, которые могут представлять практический интерес. Вот почему основной задачей теории конвективного теплообмена является задача об определении температурного поля в жидкости.

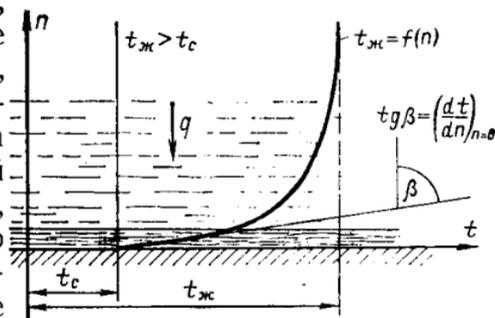


Рис. 12-1. Процесс теплоотдачи от жидкости к поверхности твердого тела.

В качестве примера, хорошо иллюстрирующего проблему конвективного теплообмена, рассмотрим один из наиболее типичных процессов — теплоотдачу при течении жидкости в трубе (рис. 12-2).

Движение жидкости, как и движение любого тела, осуществляется под действием сил. Движение жидкости в трубе осуществляется под действием разности давле-

ний: давление во входном сечении (будем считать его во времени неизменным) больше, чем давление на выходе из трубы. На достаточном удалении от входа частицы жидкости движутся с постоянной скоростью, их ускорение равно нулю — силы давления уравновешиваются силами внутреннего трения в жидкости. Поле скорости при названных условиях не изменяется вдоль оси трубы. Такое течение жидкости называется *стабилизированным*.

Внутреннее трение жидкости связано с ее физическим свойством, которое носит название *вязкости*.

Сущность вязкости легко понять на следующем примере (рис. 12-2).

Пусть имеется гладкая плоская поверхность, на которую налит слой какой-либо жидкости, например масла. На слой масла сверху положим тонкую пластину площадью F и приведем ее в движение с некоторой скоростью Δw . Для этого к пластине необходимо

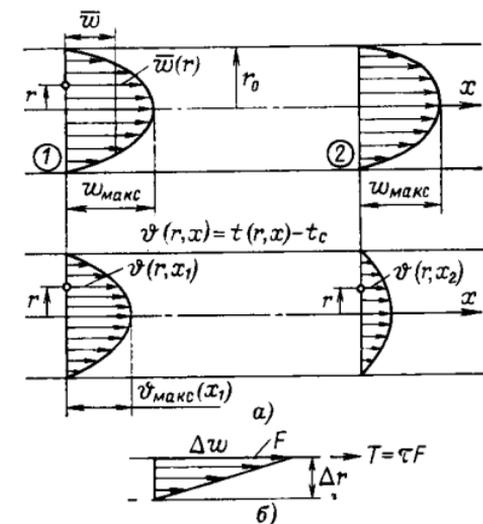


Рис. 12-2. Поле скорости и поле температуры при течении жидкости в трубе (а). К определению динамического коэффициента вязкости (б).

приложить силу T . Жидкость прилипает к верхней и нижней поверхностям и оказывает сопротивление их взаимному перемещению; внутри слоя жидкости возникает трение, обусловленное вязкостью. Так как толщина слоя Δr мала, то можно считать, что скорость меняется в слое по закону прямой линии. Опыт показывает, что усилие, приложенное к верхней пластине и отнесенное к единице ее поверхности (напряжение внутреннего трения τ), пропорционально скорости движения пластины Δw и обратно пропорционально расстоянию между пластинами Δr :

$$\tau = \frac{T}{F} = \mu \frac{\Delta w}{\Delta r} \approx \mu \frac{dw}{dr}. \quad (12-6)$$

Коэффициент пропорциональности μ в выражении (12-6), которое носит название закона трения Ньютона, является индивидуальным свойством данной жидкости и называется динамическим коэффициентом вязкости. Этот коэффициент численно равен напряжению внутреннего трения в жидкости τ , если отношение $d\omega/dr$ — градиент скорости — равен 1 с^{-1} .

Единица измерения динамического коэффициента вязкости определяется соотношением (12-6):

$$[\mu] = \frac{[\tau]}{[d\omega/dr]} = \frac{H}{\text{м}^2(1/\text{с})} = \text{Н} \cdot \text{с}/\text{м}^2.$$

Благодаря вязкости поле скорости принимает вид, изображенный на рис. 12-2. Течение жидкости при относительно невысоких скоростях можно условно представить себе как скольжение друг по другу тонких коаксиальных цилиндров. Ближайший к стенке цилиндр «прилипает» к ней и поэтому неподвижен. Следующий цилиндр тормозится неподвижным за счет вязкости, но из-за той же вязкости он увлекается движущимся цилиндром, расположенным по другую сторону от него; в результате рассматриваемый цилиндр движется с некоторой небольшой скоростью. Третий цилиндр движется с еще большей скоростью и т. д. до самой оси трубы, где скорость максимальна. Если в каждой точке поперечного сечения трубы восстановить вектор скорости, то через их концы можно провести плавную поверхность вращения, осевое сечение которой и представлено на рис. 12-2 в виде профиля скорости. Для стабилизированного течения профили скорости в произвольных сечениях 1 и 2 одинаковы.

Если известен профиль скорости — функция $\omega = \omega(r)$, где r — радиальная координата в трубе, меняющаяся от нуля на оси трубы до значения внутреннего радиуса трубы $r = r_0$, то можно определить массовый расход жидкости через поперечное сечение трубы G , кг/с. Этот расход равен:

$$G = \int_0^{r_0} \rho \omega(r) \cdot 2\pi r dr. \quad (12-7)$$

Если плотность жидкости — величина постоянная ($\rho = \text{const}$), то жидкость называется несжимаемой. Капельные жидкости (например, вода, масло) практически несжимаемы. Газы, которые также отнесены к условному понятию «жидкость», сжимаются под действием давления, но если изменение давления вдоль потока невелико (при этом газы движутся с невысокими скоростями, намного меньшими скорости распространения в них звука), то газ можно считать несжимаемым. Для потока несжимаемой жидкости в трубе выражение для расхода можно записать еще и так:

$$G = \rho \omega_0 \pi r_0^2, \quad (12-8)$$

где ω_0 — среднее в поперечном сечении трубы значение скорости жидкости, которое определяется соотношением

$$\omega_0 = \frac{1}{\pi r_0^2} \int_0^{r_0} \omega(r) \cdot 2\pi r dr,$$

полученным на основании (12-7) и (12-8).

Стенки трубы непроницаемы для жидкости, поэтому *массовый расход жидкости, а также средняя скорость ω_0 (для несжимаемых жидкостей) остаются постоянными вдоль трубы.* Это положение связано с принципом неразрывности жидкости и справедливо не только для участка стабилизированного течения, но и для начального участка, где профиль скорости еще не установился.

Профиль температуры (см. рис. 12-2) изменяется при переходе от сечения 1 к сечению 2. Изменение это связано с теплоотдачей, которая происходит на участке трубы между этими сечениями. По трубе движется жидкость, температура которой выше, чем температура стенки. На рис. 12-2 изображен профиль избыточной температуры $\vartheta(r, x) = t(r, x) - t_c$. На стенке температура жидкости принимает температуру стенки, поэтому избыточная температура $\vartheta(r_0, x)$ равна нулю. Наиболее высокая температура жидкости — на оси трубы. Если представить, что движение жидкости осуществляется в виде скольжения друг по другу коаксиальных цилиндров, то теплота от внутренних, более нагретых слоев к наружным переносится теплопроводностью (микрочастицами, переходящими из слоя в слой). Здесь уместно отметить, что тот же обмен микрочастицами

между соседними слоями жидкости обуславливает и ее вязкость. Микрочастицы переносят не только теплоту, но и количество движения (импульс), ускоряя или затормаживая слой, в который они переходят. Вдоль оси x происходит уменьшение температуры всех слоев движущейся жидкости. Если бы труба имела бесконечную длину, то профиль температуры становился бы все более плоским до тех пор, пока вся жидкость в поперечном сечении трубы не приняла бы температуру стенки. Предполагается, что температура стенки вдоль x постоянна.

Средняя по сечению температура жидкости определяется следующим выражением:

$$\bar{t} = \frac{1}{\pi r_0^2 \omega_0} \int_0^{r_0} t(r) \omega(r) \cdot 2\pi r dr. \quad (12-9)$$

Эта температура уменьшается вдоль трубы по мере охлаждения жидкости.

Описанный выше режим течения жидкости, при котором передача теплоты и сил трения поперек потока происходит за счет движения молекул, называется ламинарным (слоистым). При определенных условиях — малой вязкости жидкости, большой скорости, большом диаметре трубы — течение жидкости становится неустойчивым и ламинарный режим течения переходит в турбулентный (бурный). При этом отдельные струйки жидкости теряют свои очертания, макрочастицы жидкости движутся в хаотическом беспорядке, совершая неустойчивые колебания. Как и при ламинарном режиме, у стенки трубы выполняется условие «прилипания» и профиль скорости качественно сохраняет свой вид, однако он становится более плоским, чем при ламинарном режиме. Это происходит потому, что скорость в поперечном сечении турбулентного потока выравнивается в большей степени, чем в поперечном сечении ламинарного, так как передача количества движения по радиусу происходит теперь не за счет молекул, а за счет поперечных неупорядоченных движений макрочастиц жидкости (каждая макрочастица содержит большое количество молекул, поэтому ее эффективность как носителя возрастает). Профиль температуры при турбулентном движении также становится более плоским, чем при ламинарном, потому что и теплота переносится поперек потока макрочастицами, и не молекулами.

По аналогии с молекулярной передачей трения и молекулярной теплопроводностью при ламинарном режиме рассматривают *турбулентную вязкость и турбулентную теплопроводность* при турбулентном режиме. Эти характеристики имеют существенно бóльшую интенсивность, чем соответствующие молекулярные характеристики. Следует подчеркнуть, что турбулентная вязкость и турбулентная теплопроводность не являются физическими свойствами жидкости, а представляют собой характеристики конкретного потока; например, при течении одной и той же жидкости с различными скоростями в трубах различного диаметра эти характеристики будут иметь различные значения.

Одной из наиболее важных практических задач, возникающих в области конвективного теплообмена, является определение коэффициента теплоотдачи. Например, заданными являются следующие величины: массовый расход жидкости в трубе, температура жидкости на входе, температура стенки трубы, внутренний радиус. Требуется дать ответ на вопрос: какую длину должна иметь труба, чтобы жидкость имела на выходе заданную температуру? Для ответа на этот вопрос определяют вначале тепловой поток, уходящий из жидкости в стенку трубы:

$$Q = Gc_p(t_1 - t_0); \quad (12-10)$$

здесь t_1, t_0 — температуры жидкости (средние в поперечном сечении) на выходе из трубы и входе в трубу соответственно. Приведенное выражение дает уменьшение энтальпии потока жидкости.

Но тот же тепловой поток может быть выражен с использованием закона Ньютона—Рихмана:

$$Q = \alpha \Delta \bar{t} \cdot 2\pi r_0 l; \quad (12-11)$$

здесь $\Delta \bar{t}$ — средний по длине трубы температурный напор; l — длина трубы.

Из последнего выражения может быть найдена необходимая длина трубы, если известен коэффициент теплоотдачи α . Принципиально существует два пути нахождения коэффициента теплоотдачи — теоретический и экспериментальный. Теоретическое определение коэффициента теплоотдачи включает следующие этапы: расчет поля скорости, расчет поля температуры и ис-

пользование соотношения (12-5) для определения коэффициента теплоотдачи. Такой путь приводит к положительному результату лишь в очень немногих простых случаях. Чаще всего коэффициент теплоотдачи определяется экспериментальным путем, при этом измеряют значения величин, которые входят в написанные выше выражения (12-10) и (12-11),

и находят коэффициент теплоотдачи. Меняя условия эксперимента, можно получить зависимость коэффициента теплоотдачи от различных параметров — скорости течения жидкости, ее физических свойств (вязкости, теплопроводности, плотности, теплоемкости), радиуса трубы.

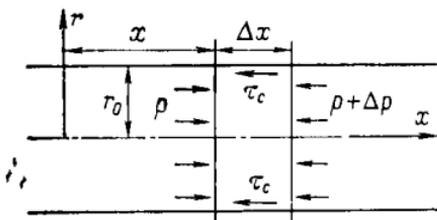


Рис. 12-3. К примеру 12-1.

Результаты эксперимента могут быть представлены в виде таблиц или графиков, но ими неудобно пользоваться при технических расчетах. Подбирать формулу, которая дает зависимость коэффициента теплоотдачи от большого числа различных параметров, сложно. Но даже в том случае, если такая формула подобрана, она находит лишь ограниченное применение, так как оказывается справедливой только для условий проведенного эксперимента. Возникают, следовательно, две проблемы: сделать формулу для расчета коэффициента теплоотдачи простой и обеспечить возможно большую универсальность этой формулы. Обе эти проблемы помогает решить теория подобия.

Пример 12-1. По трубе круглого поперечного сечения с внутренним радиусом r_0 течет несжимаемая ($\rho = \text{const}$) жидкость с динамическим коэффициентом вязкости μ . Установить закон изменения сил давления и сил вязкого трения по длине трубы.

Решение. Будем рассматривать стабилизированное течение в трубе, т. е. такое течение, при котором поле скорости остается неизменным вдоль оси трубы. В данном случае на жидкость действуют два рода сил: силы давления (движущие силы) и силы вязкого трения (тормозящие силы). При стабилизированном течении любая частица жидкости движется с постоянной скоростью, следовательно, ее ускорение равно нулю, а значит равна нулю и равнодействующая сил, действующих на частицу. Рассмотрим равновесие элемента жидкости под действием сил давления и сил вязкого трения (рис. 12-3). Сила давления равна произведению давления на площадь поперечного сечения трубы; с одной стороны давление меньше, в эту сторону и движется частица. Сила вязкого трения приложена к цилиндрической поверхности элемента жидкости, она приложена к жидкости со стороны стенки и полностью тормозит поверхностный слой жидкого элемента (явле-

ние «прилипания»); от поверхностного слоя сила вязкости передается следующему слою, который также тормозится, но уже не полностью и т. д. Условие равновесия элемента можно записать следующим образом:

$$(p + \Delta p)\pi r_0^2 - p\pi r_0^2 + \tau_c 2\pi r_0 \Delta x = 0;$$

здесь первое слагаемое — сила давления, действующая на элемент слева; второе слагаемое — сила давления, действующая на элемент справа; третье слагаемое — сила вязкого трения (τ_c — напряжение трения на стенке).

Отсюда получим:

$$\frac{\Delta p}{\Delta x} = -\frac{2\tau_c}{r_0}.$$

Но по закону трения Ньютона напряжение трения на стенке равно:

$$\tau_c = \mu \left(\frac{dw}{dr} \right)_{r=r_0}.$$

В последнем выражении величина $\left(\frac{dw}{dr} \right)_{r=r_0}$ представляет собой производную от профиля скорости $w = w(r)$ при значении $r = r_0$. Эта величина остается неизменной вдоль оси трубы, ибо сама функция $w(r)$ вдоль оси трубы не изменяется, так как течение стабилизированное. Следовательно,

$$\frac{\Delta p}{\Delta x} = \frac{2\mu}{r_0} \left(\frac{dw}{dr} \right)_{r=r_0} = \text{const.}$$

Таким образом, *давление меняется вдоль трубы по закону прямой линии*. Если имеется участок трубы длиной l и на входе в этот участок давление равно p_1 , а на выходе равно p_2 , то

$$\frac{\Delta p}{\Delta x} = \frac{p_1 - p_2}{l}.$$

Напряжение вязкого трения τ_c не изменяется вдоль трубы.

Законы изменения давления и напряжения трения, установленные здесь, справедливы как для ламинарного, так и для турбулентного стабилизированного течения.

12-2. Основные положения теории подобия

Подобие в геометрии. Наиболее доступно понятие о подобии геометрических фигур. Две плоские фигуры, составленные из прямых линий, например треугольники, по определению называются подобными, если их стороны пропорциональны, а углы равны. Пропорциональность сторон (и других линейных элементов) следует понимать в том смысле, что любую сторону одного треугольника можно получить, если взять сходственную

сторону другого, подобного ему треугольника и умножить ее на некоторый коэффициент, который можно назвать коэффициентом подобия (рис. 12-4):

$$a_2 = c_1 a_1; \quad h_2 = c_1 h_1.$$

Если рассматривать другой элемент подобных треугольников — их площадь, то в этом случае также имеется связь через коэффициент подобия, но сам коэффициент имеет другое значение:

$$S_2 = c_s S_1.$$

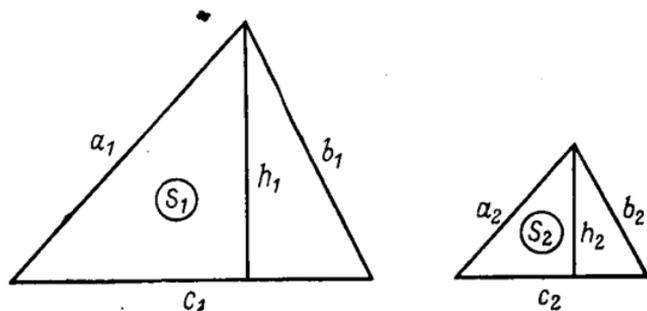


Рис. 12-4. Подобие плоских геометрических фигур.

Связь между коэффициентами c_1 и c_s устанавливается на основании связи между самими сравниваемыми элементами одного и того же треугольника. Площадь треугольника связана с основанием и высотой соотношением

$$S = \frac{1}{2} ch.$$

Отсюда имеем:

$$S_1 = \frac{1}{2} c_1 h_1; \quad S_2 = \frac{1}{2} c_2 h_2; \quad \frac{S_2}{S_1} = \frac{\frac{1}{2} c_2 h_2}{\frac{1}{2} c_1 h_1} = c^2; \quad c_s = c^2.$$

Интересно отметить следующий факт: следствием подобия треугольников является пропорциональность сторон и равенство углов, в то же время само подобие будет выполняться уже в силу пропорциональности

сторон, равенство углов при этом обеспечивается автоматически. Таким образом, достаточные условия подобия треугольников являются более узкими, чем следствия этого подобия.

Подобие физических процессов. Физические процессы, которые рассматриваются при изучении конвективного теплообмена — это движение жидкости (гидродинамические процессы) и перенос теплоты. Основной характеристикой движения жидкости является поле скорости. Подобными гидродинамическими процессами на-

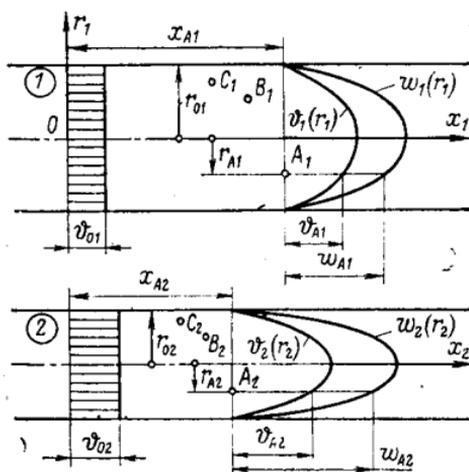


Рис. 12-5. Подобие процессов теплообмена при течении жидкости в трубе.

зывают такие процессы, у которых подобны поля скорости и давления*. Пусть, например, рассматриваются два подобных процесса течения жидкости в трубе с круглым поперечным сечением (рис. 12-5). Как произвести сравнение двух полей скорости (в трубе 1 и в трубе 2) и установить факт подобия этих полей? Сравнение осуществляется следующим образом. В процессе 1 выбирается произвольная точка, например A_1 с координатами r_{A1} и x_{A1} ; скорость в этой точке имеет значение w_{A1} . В процессе 2 необходимо найти сходственную точку, то есть такую точку A_2 , у которой координаты пропорциональны координатам точки A_1 :

$$r_{A2} = C_1 r_{A1}; \quad x_{A2} = C_1 x_{A1}.$$

* Для простоты изложения поле давления в дальнейшем не рассматривается.

Скорость в этой точке имеет значение ω_{A2} , которое можно следующим образом выразить через ω_{A1} :

$$\omega_{A2} = c_w \omega_{A1}.$$

Коэффициенты пропорциональности c_l и c_w называются множителями преобразования подобия (константами подобия). Если процессы подобны, то множители преобразования не зависят от координат. Это значит, что для любой пары сходственных точек — B_1 и B_2 , C_1 и C_2 и т. д. — скорость ω_1 преобразуется в скорость ω_2 через один и тот же множитель преобразования c_w . При этом координаты любой пары сходственных точек связаны одним и тем же множителем преобразования c_l . В частности, такую пару могут образовывать сходственные точки, лежащие на внутренней поверхности трубы; в этом случае для точки с любым значением координаты x имеем:

$$r_{02} = c_w r_{01}.$$

Радиусы r_{01} и r_{02} — это характерные размеры для процессов 1 и 2 соответственно.

Можно выбрать также характерные скорости для этих процессов, например средние в сечении скорости ω_{01} и ω_{02} . Поскольку скорости в отдельных сходственных точках связаны одним и тем же множителем преобразования c_w , то и средние скорости связаны этим множителем:

$$\omega_{02} = c_w \omega_{01}.$$

Характерные величины могут быть использованы в качестве масштабов измерения координат и скоростей в отдельных точках. В этом случае они как бы подменяют обычные единицы измерения координат и скоростей. Координата r_{A1} , измеренная в новом масштабе r_{01} (а не в метрах), обозначается заглавной буквой и равна:

$$R_{A1} = \frac{r_{A1}}{r_{01}}.$$

Координата R_{A1} называется безразмерной координатой. Так же определяются безразмерная координата X_{A1} и безразмерная скорость W_{A1} в точке A_1 :

$$X_{A1} = \frac{x_{A1}}{r_{01}}; \quad W_{A1} = \frac{\omega_{A1}}{\omega_{01}}.$$

Для точки A_2 имеем следующие соотношения:

$$R_{A2} = \frac{r_{A2}}{r_{02}}; \quad X_{A2} = \frac{x_{A2}}{r_{02}}; \quad W_{A2} = \frac{\omega_{A2}}{\omega_{02}}.$$

Выше было показано, что переход от заданного поля скоростей к подобному полю может быть осуществлено преобразованием подобия — профиль скоростей при переходе от процесса 1 к процессу 2 деформируется равномерно, все значения скорости удлиняются в c_w раз. Введение безразмерных величин позволяет дать еще одно определение подобия процессов. Применительно к двум рассматриваемым процессам течения жидкости оно выглядит так: для подобных процессов в сходственных точках, определяемых равными безразмерными координатами, безразмерные скорости равны. Действительно, из ранее написанных соотношений имеем:

$$r_{A2} = c_l r_{A1} = \frac{r_{02}}{r_{01}} r_{A1}; \quad \frac{r_{A2}}{r_{02}} = \frac{r_{A1}}{r_{01}};$$

$$R_{A1} = R_{A2}.$$

Аналогичным образом можно записать:

$$x_{A2} = c_l x_{A1} = \frac{r_{02}}{r_{01}} x_{A1}; \quad \frac{x_{A2}}{r_{02}} = \frac{x_{A1}}{r_{01}}; \quad X_{A1} = X_{A2};$$

$$\omega_{A2} = c_w \omega_{A1} = \frac{\omega_{02}}{\omega_{01}} \omega_{A1}; \quad \frac{\omega_{A2}}{\omega_{02}} = \frac{\omega_{A1}}{\omega_{01}}; \quad W_{A1} = W_{A2}.$$

Используя понятие безразмерных величин для двух подобных гидродинамических процессов 1 и 2, можно рассматривать поле безразмерной скорости W , которое является общим для обоих процессов. Это поле безразмерной скорости будет сохранять свой вид и для любого другого гидродинамического процесса, если он подобен процессам 1 и 2, или вся совокупность подобных процессов имеет одно и то же поле безразмерной скорости.

Перейдем к рассмотрению процессов конвективного переноса теплоты. В предыдущем параграфе было сказано, что конвективный перенос теплоты определяется двумя полями: полем скорости и полем температуры. Следовательно, подобие процессов конвективного теплообмена имеет место в том случае, когда подобны поля скорости и поля температуры в этих процессах. Факт подобия температурных полей устанавливается таким же образом, как и в случае подобия полей скорости. Рассмотрим это на примере теплообмена при течении жидкости в трубе. Поскольку перенос теплоты осуществляется под действием разности температур, то интерес представляет не поле абсолютных температур жидкости,

а поле температурных напоров (избыточной температуры) $\vartheta = t - t_c$. Преобразование подобия для температурных полей осуществляется следующим образом:

$$\vartheta_{A_2} = c_{\vartheta} \vartheta_{A_1}.$$

Множитель преобразования определяется соотношением для температурных напоров в начальных сечениях:

$$\vartheta_{0_2} = c_{\vartheta} \vartheta_{0_1}; \quad \vartheta_0 = t_0 - t_c.$$

Температурные напоры ϑ_{0_1} и ϑ_{0_2} являются характерными для процессов 1 и 2 и могут использоваться в качестве масштабов для получения безразмерных полей температуры. Если процессы конвективного теплообмена подобны, то в сходственных точках безразмерные температуры равны. Например, для сходственных точек A_1 и A_2 , в которых $R_{A_1} = R_{A_2}$ и $X_{A_1} = X_{A_2}$, имеем:

$$\vartheta_{A_2} = c_{\vartheta} \vartheta_{A_1} = \frac{\vartheta_{0_2}}{\vartheta_{0_1}} \vartheta_{A_1}; \quad \frac{\vartheta_{A_2}}{\vartheta_{0_2}} = \frac{\vartheta_{A_1}}{\vartheta_{0_1}}; \quad \Theta_{A_1} = \Theta_{A_2};$$

здесь $\Theta = \vartheta / \vartheta_0 = (t - t_c) / (t_0 - t_c)$ — безразмерная температура.

Подводя итог сказанному, можно прийти к следующему выводу: *процессы конвективного теплообмена называются подобными, если подобны поля скорости и температуры в этих процессах (а поля безразмерной скорости и безразмерной температуры — идентичны).*

Условия подобия физических процессов. Установление факта подобия физических процессов путем измерения или расчета полей соответствующих величин на практике неудобно, а часто и просто невозможно. А между тем сама проблема весьма важна с практической точки зрения, ибо метод подобия позволяет, например, использовать результаты исследования процесса на относительно простой, недорогой и небольшой модели для создания реальных энергетических установок. Необходимо поэтому установить некоторые общие и удобные с практической точки зрения условия, которым должны удовлетворять два процесса (или несколько процессов), чтобы они были подобными. Эти условия сводятся к следующим положениям.

Подобные процессы должны иметь одинаковую физическую природу и подчиняться одним и тем же физическим законам. Пусть необходимо создать процесс, подобный процессу теплопроводности в твердом теле, на-

пример, изучить процесс нагрева крупной отливки (натурный процесс) на небольшой модели. Физическая природа натурального процесса состоит в переносе теплоты микрочастицами вещества, из которого состоит данное твердое тело. Процесс этот подчиняется закону сохранения тепловой энергии, имеющему общий характер, и закону Фурье, который применим только к процессам теплопроводности и носит поэтому частный характер. Процесс, подобный данному и осуществляемый в модели, должен иметь такую же физическую природу и подчиняться тем же двум законам; он, как и натуральный процесс, должен быть процессом теплопроводности.

Природа процесса конвективного теплообмена состоит в переносе теплоты за счет конвекции жидкости и теплопроводности в ней. К физическим законам, которые управляют этим процессом, относятся: закон сохранения энергии, основной закон динамики, закон сохранения массы (принцип неразрывности жидкости), а также закон теплопроводности Фурье и закон вязкого трения Ньютона. Процесс, подобный данному, должен иметь ту же физическую природу и подчиняться тем же законам — он, как и натуральный процесс, должен быть процессом конвективного теплообмена.

Иногда для моделирования можно использовать процесс с другой физической природой, если законы, управляющие этим вторым процессом, по своей форме соответствуют законам натурального процесса. Например, можно изучать температурное поле в сложной по конфигурации стене здания на электрической модели этой стены, изготовленной из электропроводящей бумаги. При этом процесс теплопроводности заменяется процессом электропроводности, имеющим другую физическую природу, но законы, управляющие процессом в модели, по форме соответствуют законам, управляющим натуральным процессом: сохранению тепловой энергии соответствует сохранение электрического заряда, а закону Фурье соответствует закон Ома. В отличие от подобных процессов такие процессы называются *аналогичными* (вместо физического подобия имеет место формальная аналогия).

Подобные процессы должны осуществляться в геометрически подобных системах. Например, если в качестве натурального процесса изучается процесс течения жидкости в трубе круглого поперечного сечения, то моделью

должна служить такая же труба, но она может иметь другой диаметр. Теплоотдачу при поперечном обтекании круглого цилиндра можно изучать на модели, представляющей собой круглый цилиндр другого диаметра; если поток жидкости набегаёт на цилиндр под некоторым углом к его оси, то этот угол должен быть сохранён точно таким же и в модели. Если моделируется процесс теплоотдачи при поперечном обтекании пучка, то модель должна представлять собой точную геометрическую копию натурального пучка с сохранением соотношения между диаметром пучка и шагом между трубками (продольным и поперечным). При наличии на трубках ребер, интенсифицирующих теплопередачу, в модели должна быть воспроизведена в определенном масштабе конфигурация этих ребер. Ясно, что все геометрические размеры должны воспроизводиться в одном и том же масштабе, который определяется константой геометрического подобия. Если осуществляется моделирование сложного устройства, например парогенератора, на котором изучается гидродинамика и теплообмен от продуктов сгорания топлива к поверхностям нагрева, то в модели должно быть точно воспроизведено внутреннее устройство парогенератора. Внешние детали, не имеющие отношения к изучаемому процессу моделировать, конечно, не нужно.

Поля физических величин, определяющих подобные процессы, должны быть заданы на своих границах подобным образом (подобие граничных условий). Жидкость, в которой осуществляется процесс конвективного теплообмена, занимает в пространстве определенную область. Например, при течении жидкости в трубе такой областью является цилиндр радиусом r_0 и длиной l . Поле температуры, которое существует в натурном процессе, имеет в начальном поперечном сечении трубы определенный профиль температуры жидкости; задано некоторое распределение температуры и на стенке трубы; в простейшем случае задается равномерный начальный профиль температуры $t=t_0$ и постоянная температура на стенке $t_c=\text{const}$. Точно таким же образом следует задавать и граничные условия в модели, причем численные значения t_0 и t_c могут быть различными для натурального процесса и для модели, важно соблюдать один и тот же характер распределения температуры на границах изучаемой области. Такое же положение су-

шествует и для поля скорости — профили скорости во входных сечениях натурального объекта и модели должны быть подобны (хотя значения средней скорости ω_0 могут быть различными). На стенке в большинстве случаев подобие граничных условий обеспечивается автоматически — здесь и для натурального процесса и для модели выполняется условие «прилипания»: при $r=r_0$ имеем $\omega=0$. Если граничные условия для модели и для натурального процесса записать в безразмерном виде, то эти записи будут одинаковыми. Следует отметить, что граничные условия для поля температуры могут быть заданы не только значением температуры на стенке, но и значением плотности теплового потока на стенке, например, $q_c = \text{const}$.

Для подобных процессов должны быть равны одноименные критерии подобия. Число подобия является одним из центральных понятий теории подобия; если число подобия составлено только из заданных параметров математического описания процесса, то оно называется критерием подобия.

В общем случае картина физического процесса складывается под влиянием различных действующих факторов. Для конкретного физического процесса можно установить эти факторы и найти для них математические выражения. Некоторые из этих факторов действуют сильнее, другие — слабее; с точки зрения теории подобия важен относительный эффект, показывающий, насколько сильнее один фактор процесса действует по сравнению с другим фактором того же процесса (например, натурального).

Если нужно создать процесс в модели, который должен быть подобен натурному, то необходимо сохранить те же соотношения между отдельными факторами, которые имели место в натурном процессе.

Количественной характеристикой соотношений между различными действующими факторами процесса являются числа подобия. В этом и состоит их физический смысл.

Какие факторы действуют в гидродинамическом процессе? Этими факторами являются различные силы, действующие в жидкости. Поскольку жидкость можно рассматривать как совокупность отдельных макрочастиц, то достаточно изучить процесс движения отдельной частицы; этот процесс подчиняется основному закону

динамики:

$$m_q \frac{d\omega}{d\tau} = \sum_{i=1}^n P_i;$$

здесь m_q — масса частицы; ω — ее скорость; τ — время; P_i — действующие на частицу силы.

Величина $m_q d\omega/d\tau$ также имеет размерность силы и называется силой инерции. Поэтому основной закон динамики можно сформулировать еще и так: сумма всех действующих на частицу сил, включая силу инерции, равна нулю:

$$m_q \frac{d\omega}{d\tau} - \sum_{i=1}^n P_i = 0.$$

При вынужденном движении в потоке жидкости могут действовать различные силы, например силы инерции, силы внутреннего трения (вязкости), силы давления и т. д. Рассмотрим соотношение между силами инерции и силами вязкости. Если частица движется вдоль оси x , то силу инерции можно представить:

$$m_q \frac{d\omega_x}{d\tau} = m_q \frac{dx}{d\tau} \frac{d\omega_x}{dx} = m_q \omega_x \frac{d\omega_x}{dx} = \rho \omega_x \frac{d\omega_x}{dx} V_q,$$

где V_q — объем частицы.

Сила вязкости приложена к поверхности частицы и определяется законом вязкого трения Ньютона:

$$\mu \frac{d\omega_x}{dy} S_q,$$

где y — ось координат, направленная нормально к направлению движения частицы; S_q — площадь поверхности частицы.

Составим отношение силы инерции к силе вязкости; это отношение безразмерно, так как обе силы измеряются в ньютонах:

$$\frac{\rho \omega_x \frac{d\omega_x}{dx} V_q}{\mu \frac{d\omega_x}{dy} S_q} \quad (12-12)$$

Если это отношение в натурном процессе велико, то это значит, что силы инерции в потоке существенно превышают силы вязкости, если отношение мало — то наоборот. В модели необходимо сохранить то же соотно-

шение между рассматриваемыми силами, что и в натурном процессе — в этом случае поля скорости, которые формируются под действием сил, будут подобны. Но как осуществить практически соблюдение равенства отношений сил инерции к силам вязкости? Ведь выражение (12-12) содержит функции и производные, записанные в общем виде для произвольной точки потока. Необходимо преобразовать выражение (12-12) так, чтобы в него входили параметры, характерные для всего процесса в целом. Для этого в теории подобия осуществляют следующую операцию: заменяют переменные величины их характерными значениями, а производные — отношением характерных значений. Так, входящую в выражение (12-12) скорость в произвольной точке потока заменяют значением скорости, характерным для всего процесса в целом ($w_x \rightarrow w_0$); производную в произвольной точке заменяют отношением характерной скорости к характерному размеру данного процесса ($\frac{dw_x}{dx}, \frac{dw_x}{dy} \rightarrow \frac{w_0}{l}$); отношение объема рассматриваемой частицы, который пропорционален ее линейному размеру в третьей степени ($V_{\text{ч}} \sim \Delta x^3$), к площади ее поверхности ($S_{\text{ч}} \sim \Delta x^2$) заменяют следующим образом:

$$\frac{V_{\text{ч}}}{S_{\text{ч}}} \sim \frac{\Delta x^3}{\Delta x^2} \rightarrow \frac{l_0^3}{l_0^2} \rightarrow l_0.$$

После такой замены образуется безразмерный комплекс, составленный из наперед заданных параметров изучаемого процесса:

$$\frac{\rho w_x \frac{dw_x}{dx} V_{\text{ч}}}{\mu \frac{dw_x}{dy} S_{\text{ч}}} \rightarrow \frac{\rho w_0 l_0}{\mu}.$$

Таким комплексам присваивают имена ученых, которые внесли значительный вклад в развитие гидродинамики и теплообмена. В данном случае полученное число подобия носит название числа Рейнольдса

$$\text{Re} = \rho w_0 l_0 / \mu.$$

Таким образом, число Рейнольдса отражает отношение сил инерции и сил вязкости в потоке жидкости. Если в двух процессах вынужденного движения удовлетворяются указанные ранее условия подобия и, кроме

того, равны числа Рейнольдса: $Re_1 = Re_2$, то поля скорости в таких процессах подобны (поля безразмерной скорости одинаковы).

При малых значениях числа Рейнольдса силы инерции малы по сравнению с силами вязкости, в этом случае устанавливается ламинарный режим течения. Если силы инерции велики (или малы силы вязкости), то ламинарный режим течения становится неустойчивым и переходит в турбулентный режим, для которого характерны большие числа Рейнольдса. Существует, очевидно, некоторое критическое число Рейнольдса $Re_{кр}$, которое устанавливает границу между ламинарным и турбулентным режимом движения жидкости: если $Re < Re_{кр}$, то имеет место ламинарный режим течения, если $Re > Re_{кр}$ — турбулентный. Критическое число Рейнольдса для различных процессов определяется по-разному и имеет различные числовые значения.

Основными факторами, действующими в процессе конвективного теплообмена, являются два тепловых потока — теплопроводности и конвекции. Например, при ламинарном течении жидкости в трубе теплота поперек потока передается теплопроводностью, а вдоль трубы — конвекцией. Плотность конвективного теплового потока определяется выражением $q_k = \rho \omega_x c_p t$, плотность потока теплопроводности определяется законом Фурье

$$q_{тп} = -\lambda \frac{dt}{dy}.$$

Составим отношение q_k к $q_{тп}$ (знак минус опустим, так как в данном случае он не имеет значения):

$$\frac{\rho \omega_x c_p t}{\lambda \frac{dt}{dy}}. \quad (12-13)$$

Это отношение записано для произвольной точки в жидкости и определяет значение температуры в этой точке; если в сходственных точках двух процессов эти отношения равны, то температуры в этих точках связаны константой подобия, которая имеет одно и то же числовое значение для любой точки температурного поля, а безразмерные температуры в указанных точках двух процессов равны между собой. Важно подчеркнуть при этом, что конвективные потоки в двух процессах могут быть не равны друг другу ($q_{k1} \neq q_{k2}$); то же самое можно сказать и о потоках теплопроводности: $q_{1тп} \neq q_{2тп}$.

необходимо лишь соблюдать равенство отношений (12-13) для двух рассматриваемых процессов конвективного теплообмена. Если произвести замену значений скорости, температуры и температурного градиента в произвольной точке значениями скорости, избыточной температуры и размера, характерными для всего рассматриваемого процесса в целом, то получим:

$$\frac{\rho w_x c_p t}{\lambda \frac{dt}{dy}} \rightarrow \frac{\rho w_0 c_p v_0}{\lambda \frac{t_0}{l_0}};$$

здесь произведена замена

$$w_x \rightarrow w_0; t \rightarrow t - t_c = \vartheta \rightarrow \vartheta_0; \frac{dt}{dy} \rightarrow \frac{\vartheta_0}{l_0}.$$

Полученное число подобия

$$Pe = \frac{\rho w_0 c_p l_0}{\lambda}$$

носит название числа Пекле. Физический смысл числа Пекле состоит в том, что оно отражает соотношение между конвективным тепловым потоком и тепловым потоком теплопроводности.

В процессах конвективного теплообмена при вынужденном движении жидкости число Рейнольдса является критерием гидродинамического подобия, а число Пекле — критерием теплового подобия. Таким образом, если соблюдаются предыдущие условия подобия, а также равенство чисел Рейнольдса и чисел Пекле соответственно для двух процессов, то процессы будут подобными.

В более сложных случаях движения жидкости, кроме названных выше сил инерции, вязкости и давления, могут действовать и другие силы; например силы тяжести, центробежные силы и т. д. В этом случае появляются дополнительные числа подобия (а если они составлены из заданных величин — то критерии подобия); вообще количество чисел гидродинамического подобия на единицу меньше, чем количество действующих в жидкости сил, так как каждое число подобия отражает соотношение двух сил. В следующем параграфе будет показано, что не все числа подобия являются критериями.

Если в процессе переноса теплоты появляется лучистый тепловой поток, который существует наряду с конвективным тепловым потоком и тепловым потоком теп-

лопроводности, то это также влечет за собой появление нового числа подобия. Оно должно отражать соотношение между лучистым тепловым потоком и конвективным тепловым потоком (или тепловым потоком теплопроводности). В зависимости от того, из каких величин составляется это число, оно может быть или не быть критерием подобия.

Приведенное выше число Пекле можно следующим образом преобразовать, умножив и разделив его на динамический коэффициент вязкости μ :

$$Pe = \frac{\rho \omega_0 c_p l_0}{\lambda} \frac{\mu}{\mu} = \frac{\rho \omega_0 l_0}{\mu} \frac{\mu c_p}{\lambda}.$$

Первый сомножитель в полученном выражении — это число Рейнольдса, а второй носит название числа Прандтля

$$Pr = \mu c_p / \lambda$$

и представляет собой комплексную физическую характеристику свойств вещества.

Таким образом, вместо равенства чисел Рейнольдса и чисел Пекле для подобных процессов можно соблюдать равенство чисел Рейнольдса и чисел Прандтля.

Поскольку число Прандтля составлено из физических свойств вещества, которые заданы обычно наперед, то число Прандтля — критерий подобия. Как и другие теплофизические свойства вещества, число Прандтля приводится в таблицах в зависимости от температуры. Для воздуха число $Pr \approx 0,7$ и слабо изменяется с температурой; для воды число Pr меняется в широких пределах в зависимости от температуры (уменьшается с ростом температуры из-за вязкости); для масел число Pr может достигать при низкой температуре больших значений, что связано с большой вязкостью масел, для жидких металлов число Pr весьма мало в связи с большой теплопроводностью.

Пример 12-2. По трубе круглого поперечного сечения с внутренним радиусом r_0 течет несжимаемая жидкость с динамическим коэффициентом вязкости μ . Найти безразмерное поле скорости на участке стабилизированного течения при ламинарном режиме.

Решение. Поле скорости при стабилизированном течении не изменяется вдоль оси трубы, поэтому достаточно найти функцию $w = w(r)$ — профиль скорости и привести ее к безразмерному виду.

В соответствии с законом вязкого трения Ньютона производ-

ная скорости жидкости по радиусу может быть выражена:

$$\frac{d\omega}{dr} = \frac{\tau}{\mu}. \quad (12-14)$$

Необходимо, следовательно, знать распределение напряжения вязкого трения по радиусу, подставить его в правую часть (12-14), проинтегрировать это выражение и найти таким образом искомую функцию $\omega(r)$.

Как уже упоминалось выше (см. пример 12-1), в жидкости в данном случае действуют два рода сил: давления и трения. Со-

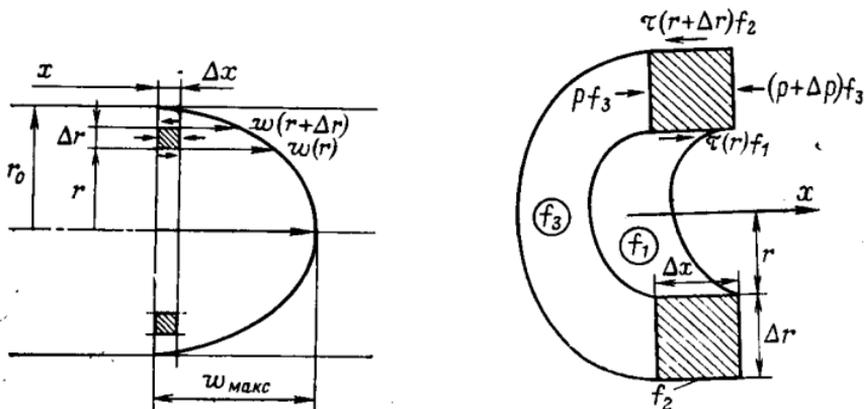


Рис. 12-6. К примеру 12-2.

гласно второму закону динамики *равнодействующая всех сил, действующих на выделенную частицу, равна массе этой частицы, умноженной на ускорение*. Поскольку мы имеем дело со стабилизированным движением, то скорость определенной частицы остается постоянной вдоль оси трубы и ускорение частицы равно нулю. Линии действия сил и траектории частиц направлены вдоль оси. Выделим в жидком объеме частицу в виде кольца с малыми размерами Δx и Δr (рис. 12-6). Алгебраическая сумма всех сил, действующих на частицу, равна нулю:

$$p f_3 - (p + \Delta p) f_3 + \tau(r) f_1 - \tau(r + \Delta r) f_2 = 0; \quad (12-15)$$

здесь $p f_3$ — сила давления, приложенная к частице слева и вызывающая ее движение; $(p + \Delta p) f_3$ — сила давления, приложенная к частице справа и тормозящая частицу, эта сила меньше предыдущей, ибо приращение Δp отрицательно; $\tau(r) f_1$ — сила вязкого трения, приложенная к частице изнутри со стороны более быстрого слоя, эта сила увлекает частицу вправо; $\tau(r + \Delta r) f_2$ — сила вязкого трения, приложенная к частице снаружи со стороны более медленного слоя, эта сила тормозит частицу.

Если выразить площади f_1 , f_2 и f_3 через размеры жидкого элемента и провести преобразования, аналогичные проведенным ранее (см. § 11-3), то получим уравнение для напряжения трения:

$$\frac{d\tau}{dr} + \frac{\tau}{r} = - \frac{\Delta p}{\Delta x}; \quad (12-16)$$

здесь левая часть выражает изменение напряжения трения в радиальном направлении, а правая часть — изменение давления в осе-

вом направлении. Правая часть, как было показано ранее (см. пример 12-1), есть величина постоянная, обозначим ее $A_p = \Delta p / \Delta x$.

Для нахождения функции $\tau = \tau(r)$ решим вначале однородное уравнение $\frac{d\tau}{dr} + \frac{\tau}{r} = 0$, а затем таким образом подберем произвольную постоянную интегрирования, чтобы полученное решение удовлетворяло и неоднородному уравнению (12-16). Решение однородного уравнения имеет вид: (см. § 11-3):

$$\tau = c/r. \quad (12-17)$$

Положим теперь $c = z = z(r)$ и подберем функцию z так, чтобы получить решение уравнения (12-16). Для этого продифференцируем (12-17) и подставим в уравнение (12-16). Получим выражение:

$$z = -A_p r^2 / 2 + c_1.$$

Подставим найденную функцию z в выражение для напряжения трения:

$$\tau = -A_p r / 2 + c_1 / r.$$

Постоянная интегрирования c_1 может принимать только нулевое значение. Действительно, если $c_1 \neq 0$, то при $r \rightarrow 0$ напряжение τ неограниченно возрастает, что не имеет физического смысла. С учетом сказанного получим следующую зависимость напряжения трения от радиуса:

$$\tau = -A_p r / 2. \quad (12-18)$$

Таким образом, напряжение трения изменяется вдоль радиуса по закону прямой линии, принимая на оси значение $\tau_0 = 0$, а на стенке — значение $\tau_c = -A_p r_0 / 2$.

Теперь можно найти профиль скорости. Подставим закон изменения напряжения (12-18) в выражение (12-14):

$$\frac{d\omega}{dr} = \frac{A_p}{\mu} \frac{r}{2}.$$

Отсюда после интегрирования получим:

$$\omega = -(A_p / 4\mu) r^2 + c_2.$$

Постоянная интегрирования определяется граничным условием, задающим значение скорости на стенке: при $r = r_0$ имеем $\omega = 0$. Тогда

$$c_2 = (A_p / 4\mu) r_0^2.$$

Выражение для профиля скорости принимает вид:

$$\omega = \frac{A_p}{4\mu} (r_0^2 - r^2) = \frac{A_p r_0^2}{4\mu} \left(1 - \frac{r^2}{r_0^2} \right). \quad (12-19)$$

Таким образом, при стабилизированном течении ламинарного потока жидкости в трубе имеет место параболический профиль скорости — она изменяется по радиусу по закону параболы второй степени.

Определим среднюю по сечению скорость жидкости, которая используется в качестве масштаба скоростей. По определению средняя скорость равна:

$$\omega_0 = \frac{1}{\pi r_0^2} \int_0^{r_0} \omega \cdot 2\pi r dr.$$

Подставив сюда выражение профиля скорости и произведя интегрирование, получим:

$$\omega_0 = A_p r_0^2 / 8\mu.$$

Сравнив данное выражение с (12-19), можно записать:

$$\omega = 2\omega_0(1 - r^2/r_0^2). \quad (12-20)$$

Ранее были введены понятия безразмерного радиуса $R=r/r_0$ и безразмерной скорости $W=\omega/\omega_0$. Используя эти понятия, можно записать выражение для профиля скорости в безразмерном виде:

$$W=2(1-R^2). \quad (12-21)$$

Выражение (12-21) описывает поле скорости в трубах с произвольным сочетанием параметров r_0 и ω_0 при стабилизированном ламинарном течении. На оси трубы при $R=0$ безразмерная скорость $W=2$, на стенке $W=0$. Средняя безразмерная скорость по определению равна $W_0=1$. Таким образом, *максимальное значение скорости в поперечном сечении вдвое больше, чем ее среднее значение.*

Приведенные здесь выражения (12-20) и (12-21) для поля скорости в трубе будут использованы при определении поля температуры жидкости и коэффициента теплоотдачи от жидкости к стенке трубы.

12-3. Применение теории подобия при обработке результатов опытов

подавляющее большинство применяемых в технических расчетах формул в области конвективного теплообмена получено с использованием теории подобия. Эти формулы не совсем обычны, они целым рядом особенностей отличаются от формул, которыми учащиеся привыкли пользоваться, например, в курсе физики. Правильное использование формул конвективного теплообмена возможно только в том случае, если имеется ясное представление о том, как эти формулы были получены.

Выше отмечалось, что знание температурного поля в жидкости позволяет определить различные характеристики процесса, важные в практическом отношении, в частности — коэффициент теплоотдачи. Рассмотрим подробнее, от каких факторов зависит температурное поле в жидкости. Анализ проведем на примере теплообмена при течении жидкости в трубе.

Поле температуры, описываемое в данном случае функцией $t=t(r, x)$, определяется соотношением между конвективным тепловым потоком вдоль трубы и тепловым потоком теплопроводности, направленным по радиусу. Эти тепловые потоки определяются следующими величинами: начальной температурой жидкости t_0 , тем-

пературой стенки t_c , постоянной вдоль трубы, а также теплофизическими характеристиками жидкости — теплопроводностью λ и теплоемкостью c_p . В связи с тем что конвективный поток связан со скоростью движения жидкости, поле температуры будет зависеть от поля скорости, которое определяется действующими в жидкости силами. Действие сил давления можно характеризовать тем массовым расходом, который устанавливается в трубе под влиянием перепада давлений; другими словами, вместо перепада давления можно задать массовую скорость $\rho\omega_0$. Профиль скорости формируется под влиянием сил вязкого трения, которые зависят от динамического коэффициента вязкости жидкости μ . Одним из характерных параметров рассматриваемого процесса является геометрическая характеристика области, занятой жидкостью, — внутренний радиус трубы r_0 . Температурное поле будет зависеть, очевидно, от всех перечисленных параметров процесса и от координат r и x . Следовательно, можно в общем виде записать следующую функциональную зависимость для поля температуры в жидкости:

$$t = f_0(\rho\omega_0, r_0, t_0, t_c, \mu, c_p, \lambda, r, x).$$

Вводя температурный напор $\vartheta = t - t_c$, получаем:

$$\vartheta = f_1(\rho\omega_0, r_0, \vartheta_0, \mu, c_p, \lambda, r, x). \quad (12-22)$$

Ранее была установлена связь температурного поля жидкости и коэффициента теплоотдачи [см. формулу (12-5) в § 12-1]. Если для определения α взять производную от ϑ по r , считая при этом все остальные величины постоянными, и затем подставить значение $r = r_0$, то выражение (12-22) примет следующий вид:

$$\alpha_x = f_2(\rho\omega_0, r_0, \vartheta_0, \mu, c_p, \lambda, x). \quad (12-23)$$

Это выражение определяет местный коэффициент теплоотдачи (т. е. коэффициент теплоотдачи при данном значении x). Средний коэффициент теплоотдачи не зависит от координаты x , следовательно, для него получим такую функциональную зависимость:

$$\bar{\alpha} = f_3(\rho\omega_0, r_0, \vartheta_0, \mu, c_p, \lambda). \quad (12-24)$$

Таким образом, при течении жидкости в трубе средний коэффициент теплоотдачи зависит от шести параметров. Незвестную функцию f_3 определяют экспери-

ментальным путем. При этом используется теория подобия — теоретическая база эксперимента.

Эксперимент проводится чаще всего в лаборатории. Проведение эксперимента на реальных энергетических установках связано с трудностями организационного и экономического порядка. Реальные энергетические объекты предназначены для эксплуатации, а не для проведения исследований. Кроме того, в период проведения исследования реального объекта чаще всего не существует вообще — именно создание самого объекта (парогенератора, теплообменника) и вызвало необходимость проведения исследования с целью получения расчетных формул для его проектирования. Поэтому создается небольшая модель объекта и на ней воспроизводится интересующий нас процесс теплообмена в лабораторных условиях. При этом проводятся все измерения, в результате чего накапливаются таблицы измеренных значений величин. Эти таблицы содержат, с одной стороны, произвольно изменяемые в процессе опыта независимые переменные (аргументы), например скорость течения жидкости, диаметр трубы, среднюю температуру жидкости, а с другой — значения искомой переменной, которой чаще всего является коэффициент теплоотдачи. Табличные данные можно представить в виде графиков. Можно также подобрать уравнения, соответствующие кривым линиям графиков, и использовать эти уравнения в качестве расчетных формул. Например, можно подобрать уравнение, которое связывает коэффициент теплоотдачи α со скоростью движения жидкости для определенного значения радиуса:

$$\alpha = f_4(\omega_0); r_0 = \text{const.}$$

Можно также подобрать уравнение связи α с радиусом при фиксированном значении скорости ω_0 :

$$\alpha = f_5(r_0); \omega_0 = \text{const.}$$

Несколько сложнее, но также возможно подобрать уравнение, связывающее значение α со скоростью ω_0 и радиусом r_0 одновременно:

$$\alpha = f_6(\omega_0, r_0).$$

Но все эти формулы описывают процесс теплообмена в лабораторной установке. Нас же интересуют формулы, описывающие процесс теплообмена в реальном объекте, в котором имеют место другие скорости движе-

ния теплоносителя, другие размеры труб и т. д. Желательны универсальные формулы, которые могут использоваться впоследствии и для других объектов — ведь такой процесс, как, например, теплообмен при течении жидкости в трубе, может встречаться в самых разнообразных энергетических установках и аппаратах. Возникшую проблему помогает решить теория подобия.

Теория подобия позволяет упростить функциональную зависимость (12-24) и сделать ее более универсальной. Для этой цели используются числа подобия и зависимость (12-24) преобразуется в так называемое уравнение подобия. Если найти конкретный вид такой безразмерной зависимости при помощи эксперимента, то она будет справедливой для всех подобных процессов и позволит рассчитывать коэффициент теплоотдачи во всех этих случаях.

В процессе конвективного теплообмена при течении жидкости в трубе речь идет о тепловом и гидродинамическом подобии. Если жидкость движется в трубе с заметной скоростью, то следует принимать во внимание три рода сил, действующих в жидкости: силы инерции, вязкости и давления. Поскольку заданы скорость ω_0 и динамический коэффициент вязкости μ , то критерий подобия должен отражать соотношение между силами инерции и силами вязкости. Согласно § 12-2 таким критерием является критерий Рейнольдса, который применительно к течению в трубе можно записать:

$$Re = \frac{\rho \omega_0 r_0}{\mu}.$$

Критерием теплового подобия будет в данном случае критерий Пекле. Действительно, в данном случае имеются только два потока: конвективный поток и поток теплопроводности. Соотношение между ними и характеризуется числом Пекле, которое для течения в трубе имеет следующий вид:

$$Pe = \frac{\rho \omega_0 c_p r_0}{\lambda},$$

Два названных числа подобия составлены из заданных величин, поэтому они — критерии подобия. Однако у нас имеется еще величина коэффициента теплоотдачи α , которая является искомой. Этой величине в уравнении подобия должно соответствовать искомое число подобия (которое критерием подобия не является). Такое

число можно получить, приведя к безразмерному виду выражение (12-5). При этом используются безразмерные координаты и безразмерная температура, которые были введены в § 12-2. В безразмерном виде выражение (12-5) выглядит так:

$$\text{Nu} = -\frac{1}{\theta} \left(\frac{d\theta}{dR} \right)_{R=1}. \quad (12-25)$$

В левой части выражения (12-25) имеется число Нуссельта

$$\text{Nu} = \frac{\alpha r_0}{\lambda}.$$

Физический смысл числа Нуссельта состоит в том, что оно представляет собой безразмерный коэффициент теплоотдачи. Из выражения (12-25), следует, что число Нуссельта определяется полем безразмерной температуры и равно отношению градиента температуры на стенке к средней температуре жидкости.

С использованием указанных чисел подобия выражение (12-24) приводится к следующему уравнению подобия:

$$\bar{\text{Nu}} = F_0(\text{Re}, \text{Pe}),$$

или, с учетом того, что $\text{Pe} = \text{Re} \cdot \text{Pr}$,

$$\bar{\text{Nu}} = F_1(\text{Re}, \text{Pr}). \quad (12-26)$$

Возникает вопрос: правильно ли записано уравнение подобия? Нет ли в нем лишних чисел подобия? А может быть, какое-либо число подобия забыли ввести в правую часть? Для ответа на все эти вопросы используется анализ размерностей.

Основное положение анализа размерностей заключается в следующем: *математические выражения, описывающие физический процесс, не должны зависеть от выбранной системы единиц измерения.* Например, уравнение основного закона динамики не изменяет свой вид при записи его в различных системах единиц измерения. А это значит, что отдельные слагаемые уравнения в данной системе единиц имеют одну и ту же размерность; можно разделить все слагаемые на одно из них — тогда получим основное уравнение динамики в безразмерном виде. Каждое слагаемое такого безразмерного уравнения равно отношению каких-либо двух сил, поскольку в размерном уравнении каждое слагаемое соответствовало одной силе. Если вспомнить, что

физический смысл числа Рейнольдса как раз и состоит в том, что оно отражает соотношение между двумя силами — инерции и вязкости, то можно от анализа размерностей уравнения перейти к условиям подобия физических процессов. Этот пример указывает на тесную связь, которая существует между теорией подобия и анализом размерностей.

Конкретно проверка правильности составления уравнения подобия (12-26) по размерному выражению (12-24) осуществляется по следующему правилу: количество чисел подобия k равно разности между общим числом размерных переменных l и числом переменных, имеющих независимые размерности m . Таким образом, $k=l-m$.

В приведенном выражении (12-24) общее количество размерных величин $l=7$. Они имеют следующие единицы измерения:

$$\begin{aligned} [\alpha] &= \text{Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}); [\rho \omega_0] = \text{кг}/(\text{м}^2 \cdot \text{с}); [r_0] = \text{м}; [\vartheta_0] = \\ &= \text{К}; [\mu] = \text{Н} \cdot \text{с}/\text{м}^2; \\ [c_p] &= \text{Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К}); [\lambda] = \text{Вт}/(\text{м} \cdot \text{К}). \end{aligned}$$

С учетом второго закона динамики ($1 \text{ Н} = 1 \text{ кг} \times 1 \text{ м}/\text{с}^2$), а также с учетом соотношений между единицами измерения $1 \text{ Дж} = 1 \text{ Н} \cdot 1 \text{ м}$; $1 \text{ Вт} = 1 \text{ Дж}/1 \text{ с}$, единицы измерения приведенных выше величин можно переписать таким образом, чтобы в них входили только четыре основные единицы системы СИ — метр, секунда, килограмм, кельвин. Тогда получим:

$$\begin{aligned} [\alpha] &= \text{кг}/(\text{с}^3 \cdot \text{К}); [\rho \omega_0] = \text{кг}/(\text{м}^2 \cdot \text{с}); [r_0] = \text{м}; [\vartheta_0] = \\ &= \text{К}; [\mu] = \text{кг}/(\text{м} \cdot \text{с}); \\ [c_p] &= \text{м}^2/(\text{с}^2 \cdot \text{К}); [\lambda] = \text{кг} \cdot \text{м}/(\text{с}^3 \cdot \text{К}). \end{aligned}$$

Из приведенной записи видно, что четыре величины имеют независимые размерности (ни одну из этих размерностей невозможно получить из трех остальных):

$$[r_0] = \text{м}; [\vartheta_0] = \text{К}; [\mu] = \text{кг}/(\text{м} \cdot \text{с}); [c_p] = \text{м}^2/(\text{с}^2 \cdot \text{К}).$$

Следовательно, $m=4$. Тогда $k=l-m=7-4=3$, т. е. в уравнении подобия должно быть три числа подобия. Таким образом, уравнение подобия составлено правильно, ибо в нем имеются три числа подобия: Nu , Re и Pr

(из них два — Re и Pr — являются критериями подобия).

Задача сводится теперь к нахождению конкретного вида уравнения подобия. В этом аспекте роль чисел подобия Re и Pr , с одной стороны, и числа Nu — с другой, различна. Чтобы подчеркнуть это обстоятельство, числа Re и Pr называют определяющими, а число Nu — определяемым. Не все определяющие числа подобия являются критериями подобия, а лишь те, которые составлены из заданных параметров. Например, если записать в виде уравнения подобия размерную зависимость для местного коэффициента теплоотдачи α_x (12-23), то в правой части появится безразмерная координата X , которая определяет собою расстояние от начала трубы до сечения, в котором находят местный коэффициент теплоотдачи α_x или местное число Нуссельта Nu_x . Эта координата — определяющее число подобия, но не критерий подобия, ибо сюда входит величина x , которая не является наперед заданным параметром.

Роль критериев подобия особенно важна. Выше при описании подобия треугольников отмечалось, что следствием такого подобия является пропорциональность сторон и равенство углов треугольника. В то же время для обеспечения подобия достаточно одной пропорциональности сторон. Таким образом, достаточные условия подобия более узки, чем следствия факта подобия. Примерно так же обстоит дело и в вопросе подобия физических процессов. Для обеспечения подобия достаточно обеспечить равенство только критериев подобия — в данном случае Re и Pr . Следствия же подобия более широки: в подобных процессах равны не только числа Re и Pr , но и число Nu . Кроме того, в сходственных точках (с одинаковыми координатами X , например) будут равны местные числа Нуссельта Nu_x . В этих процессах будут одинаковыми также безразмерные поля скорости и температуры.

Наряду с коэффициентом теплоотдачи большое значение для практики имеет потеря давления в трубе Δp , этой величиной определяется мощность, затрачиваемая на прокачку теплоносителя через трубу. Сила давления уже упоминалась ранее, но соответствующее число подобия не вводилось. В рассматриваемом случае заданной величиной является средняя расходная скорость w .

потеря давления Δp — величина искомая. В размерном виде зависимость для Δp можно представить так:

$$\Delta p = f_4(\rho\omega_0, r_0, \mu). \quad (12-27)$$

Безразмерное представление зависимости (12-27) осуществляется с использованием анализа размерностей. Соответствующее уравнение подобия имеет вид:

$$Eu = F_2(Re); \quad (12-28)$$

здесь число подобия

$$Eu = \Delta p / \rho\omega^2_0$$

носит название числа Эйлера. Смысл числа Эйлера заключен в следующем: оно отражает *соотношение между силами давления и силами инерции*. Число Эйлера является искомым, это — определяемое число подобия.

При проведении эксперимента меняются различные параметры, входящие в зависимости (12-24) и (12-27). Для изменения $\rho\omega$ в опытах изменяют массовый расход жидкости: $G = \rho\omega_0\pi r^2_0$; изменение ϕ_0 осуществляется путем подачи в трубу жидкости с различной начальной температурой t_0 и путем изменения температуры стенки t_c ; для того чтобы иметь различные значения r_0 , используются трубы различного диаметра; для изменения физических свойств μ , c_p , λ опыты проводят с различными жидкостями. Коэффициент теплоотдачи определяется с использованием выражений (12-10) и (12-11) из § 12-1. Измеренные значения величин пересчитывают в числа подобия Re , Pg , \overline{Nu} и Eu . При вычислении чисел подобия физические свойства жидкости выбирают из таблиц по специально указанной температуре, которая носит название определяющей температуры. Определяющая температура выбирается по двум соображениям: во-первых, расчет ее должен быть по возможности простым (например, это должна быть средняя температура жидкости в трубе), во-вторых, она должна обеспечить хорошее совпадение экспериментальных данных с расчетной формулой, которую получают при их обработке.

Таким образом, в результате проведения опытов получены две неизвестные функции (12-26) и (12-28), представленные в табличном виде. Для удобства технических расчетов такую таблицу аппроксимируют формулой. Проще всего подобрать прямую линию, которая проходит по экспериментальным точкам; прямая линия

определяется двумя параметрами — постоянным коэффициентом и углом наклона; ее уравнение имеет вид:

$$y = y_0 + cx;$$

эти параметры можно определить графически.

Зависимости для чисел \overline{Nu} и Eu определяются выражениями

$$\overline{Nu} = a_0 Re^{a_1} Pr^{a_2}; \quad (12-26a)$$

$$Eu = b_0 Re^{b_1}; \quad (12-28a)$$

здесь a_0, a_1, a_2, b_0, b_1 — константы, подлежащие определению по опытным данным.

Зависимости (12-26) и (12-28) можно прологарифмировать и представить в следующем виде:

$$\ln \overline{Nu} = \lg a_0 + a_1 \lg Re + a_2 \lg Pr; \quad (12-29)$$

$$\lg Eu = \lg b_0 + b_1 \lg Re. \quad (12-30)$$

Если теперь для отыскания параметров b_0 и b_1 зависимости (12-30) представить соответствующей ей точки в системе координат с осями $y = \lg Eu$ и $x = \lg Re$, то по ним можно провести прямую линию. Угол наклона этой прямой линии дает возможность определить значение b_1 . Значение b_0 определяется по выражению

$$b_0 = Eu_1 / Re_1^{b_1},$$

где Eu_1 и Re_1 соответствуют точке, лежащей на прямой линии.

Зависимость (12-29) более сложна, поэтому ее параметры отыскивают в два этапа. Вначале определяют константы частной зависимости

$$\lg \overline{Nu} = \lg a_0 + a_1 \lg Re$$

при условии $Pr = \text{const}$. Для этого в системе координат $y = \lg \overline{Nu}$, $x = \lg Re$ откладывают экспериментальные точки с одинаковым числом Прандтля. Можно откладывать все точки, тогда получится ряд параллельных прямых, у которых параметр a_1 одинаков (тангенс угла наклона), а параметры a_0 различны — a'_0, a''_0, a'''_0 . Найдя параметр a_1 , строят зависимость в координатах

$$\lg (Nu / Re^{a_1}) = \lg a_0 + a_2 \lg Pr;$$

здесь $y = \lg (Nu / Re^{a_1})$; $x = \lg Pr$. Отсюда находят a_0 и a_2 .

Полученные в эксперименте зависимости (12-26a) и (12-28a) рекомендуются затем для применения в тех-

нических расчетах. При этом обязательно указывают: какая скорость берется в качестве характерной (в данном случае w_0 — средняя расходная скорость, в других процессах в качестве характерной может быть взята другая скорость, например, при обтекании потоком цилиндра в поперечном направлении в качестве характерной берется скорость не возмущенного цилиндром потока); какой размер берется в качестве характерного (здесь — внутренний радиус трубы r_0). Указывают также способ вычисления определяющей температуры, а также диапазон изменения определяющих чисел подобия (здесь — критериев подобия), в котором проводился эксперимент и в котором, следовательно, рекомендуемую формулу можно использовать для расчета.

Рассмотрим конкретный пример получения уравнения подобия и применения его для расчета.

Пример 12-3. На воздушной модели парогенератора, выполненной в масштабе $1/8$ натуральной величины, производилось изучение теплоотдачи. Для первого газохода модели при различных скоростях воздуха были получены следующие значения коэффициента теплоотдачи:

w_1 , м/с	2,00	3,14	4,65	8,80
α_1 , Вт/(м ² ·°С) . . .	50,4	68,6	90,6	141

Средняя температура воздуха, проходящего через модель, $t_{ж1}=20^\circ\text{C}$. Диаметр трубок модели $d_1=12,5$ мм. Коэффициент теплоотдачи α_1 при обработке опытных данных был отнесен к средней арифметической разности температур между жидкостью и стенкой.

По данным, полученным на модели, найти уравнение подобия.

Решение. В большинстве случаев при вынужденной конвекции* уравнение подобия имеет вид, полученный выше для случая течения жидкости в трубе:

$$\text{Nu}=F(\text{Re}, \text{Pr}).$$

Продукты сгорания, имитируемые в модели воздухом, совершают в реальном парогенераторе сложное обтекание пучка трубок, тем не менее анализ, подобный проведенному дает такой же вид уравнения подобия. Особенностью является в данном случае лишь то, что число Прандтля $\text{Pr}=\mu c_p/\lambda$ для воздуха почти не изменяется с температурой, поэтому в модели и принята одна температура. В этом случае число Прандтля необходимо вывести из уравнения подобия как параметр, который для всех опытов имеет постоянное значение. Число Pr в реальном парогенераторе, где в качестве теплоносителя используются продукты сгорания с высокой темпера-

* Вынужденная конвекция происходит под действием внешних сил, приложенных к жидкости, например, со стороны лопаток насоса или вентилятора. Естественная конвекция (свободное движение) осуществляется под действием неоднородности температурного поля в жидкости, что приводит к возникновению архимедовой силы.

турой, также изменяется незначительно. Таким образом, уравнение подобия в данном случае имеет вид:

$$Nu = f(Re);$$

здесь число Re составлено из заданных параметров:

$$Re_1 = \omega_1 d_1 \rho_1 / \mu_1,$$

а число Nu равно:

$$Nu_1 = \alpha_1 d_1 / \lambda_1.$$

Уравнение подобия будем искать в виде

$$Nu = C Re^n, \tag{12-31}$$

где константы C и n подлежат определению.

Все физические свойства воздуха берутся из таблицы, приводимой в приложении (см. табл. П10) для определяющей температуры $t_{ж1} = 20^\circ C$: $\lambda_1 = 0,026$ Вт/(м·К); $\rho_1 = 1,205$ кг/м³; $\mu_1 = 18,1 \times 10^{-6}$ Н·с/м².

Для приведенных выше четырех режимов рассчитаем значения чисел Re_1 и Nu_1 :

Re_1	1600	2600	3860	7300
Nu_1	24,2	33,0	43,6	68,0

Построим график зависимости $Nu = f(Re)$, которая задана последней таблицей. График удобно строить в логарифмической системе координат, поскольку после логарифмирования уравнение (12-31) имеет вид:

$$\lg Nu = \lg C + n \lg Re.$$

По оси абсцисс откладываем значения $\lg Re_1$, а по оси ординат — $\lg Nu_1$. Если форма уравнения подобия (степенная зависимость) выбрана удачно, то по

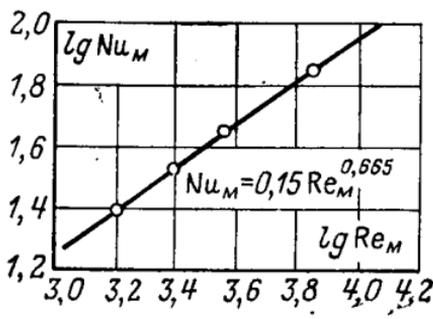


Рис. 12-7. К примеру 12-3.

четырем экспериментальным точкам можно провести аппроксимирующую линию, которая в логарифмической системе координат представляет собой прямую с угловым коэффициентом n (рис. 12-7); индекс «м» означает «модель». Тангенс угла наклона прямой определяется графически, а по известному значению n и любой паре значений Nu_1 и Re_1 , соответствующих друг другу, можно найти постоянную C :

$$C = Nu_1 / Re_1^n.$$

После нахождения числовых значений констант получаем следующее уравнение подобия:

$$Nu = 0,15 Re^{0,665}. \tag{12-32}$$

Несмотря на то что уравнение подобия построено всего по четырем режимам процесса (четырем «опытным точкам»), оно остается справедливым и для любого промежуточного режима. Таким образом, уравнение подобия дает правильный результат при подстановке в него любого значения числа Рейнольдса из интервала

$$1660 \leq Re < 7300.$$

Пусть теперь нам необходимо рассчитать теплоотдачу для какого-то режима в реальном парогенераторе. Уравнение подобия (12-32) описывает процесс теплоотдачи в совокупности подобных между собой процессов; такими процессами, в частности, могут являться два процесса — процесс в лабораторной установке (процесс 1) и процесс в реальном парогенераторе (процесс 2). Парогенератор по условию в 8 раз больше модели, следовательно, $d_2 = 100$ мм. Режим, для которого необходимо найти коэффициент теплоотдачи α_2 , характеризуется следующими данными: средняя температура продуктов сгорания $t_{ж2} = 900^\circ\text{C}$, скорость движения их $\omega_2 = 10$ м/с. По известному составу продуктов сгорания и температуре $t_{ж2}$ из таблиц, приведенных в справочниках, берем следующие значения физических свойств продуктов сгорания: $\lambda_2 = 0,1$ Вт/(м·К), $\rho_2 = 0,301$ кг/м³; $\mu_2 = 45,9 \cdot 10^{-6}$ П·с/м². Определим число Рейнольдса:

$$Re_2 = \omega_2 d_2 \rho_2 / \mu_2 = 10 \cdot 0,1 \cdot 0,301 / 45,9 \cdot 10^{-6} = 6530.$$

Число Рейнольдса для реального парогенератора $Re_2 = 6530$ лежит в диапазоне $1660 \leq Re \leq 7300$. Это означает, что при исследовании процесса на модели в область исследования включен и режим с $Re_1 = 6530$. В силу того, что число Рейнольдса является здесь единственным критерием подобия, а также в связи с выполнением остальных условий подобия процессов режим с $Re_1 = 6530$ на лабораторной установке и режим с $Re_2 = 6530$ на реальном парогенераторе представляют собой подобные процессы конвективного теплообмена. Следовательно, для этих двух процессов равны все числа подобия, в том числе и определяемые. В данном случае нас интересует равенство чисел Нуссельта для эксперимента и для реального объекта: $Nu_1 = Nu_2$. Рассчитаем число Nu по уравнению подобия:

$$Nu = 0,15 Re^{0,665} = 0,15 (6530)^{0,665} = 0,15 \cdot 407 = 61.$$

Следовательно, $Nu_1 = Nu_2 = 61$. Зная d_2 и λ_2 , можно найти коэффициент теплоотдачи в пучке парогенератора α_2 :

$$\alpha_2 = Nu_2 \frac{\lambda_2}{d_2} = 61 \frac{0,1}{0,1} = 61 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}).$$

Пусть требуется определить коэффициент теплоотдачи α_2 в пучке парогенератора при скорости движения продуктов сгорания $\omega_2 = 15$ м/с. Этой скорости соответствует число $Re_2 = 9795$, которое не попадает в диапазон $1660 \leq Re \leq 7300$. Следовательно, среди исследованных режимов отсутствует режим, подобный тому режиму в парогенераторе, при котором скорость $\omega_2 = 15$ м/с. Уравнение подобия (12-32) в этом случае использовать нельзя. Каков выход из создавшегося положения? Можно, например, воспроизвести на лабораторной установке режим, подобный реальному. Для этого в установке нужно создать скорость:

$$Re_1 = Re_2 = 9795; \omega_1 = Re_1 \frac{\mu_1}{d_1 \rho_1} = 9795 \frac{18,1 \cdot 10^{-6}}{12,5 \cdot 10^{-3} \cdot 1,205} = 11,8 \text{ м/с}.$$

При этом будет измерен коэффициент теплоотдачи α_1 , по нему рассчитано число Нуссельта Nu_1 и затем определен интересующий нас коэффициент α_2 для скорости $\omega_2 = 15$ м/с из соотношения

$$Nu_1 = Nu_2; \alpha_2 = Nu_2 \frac{\lambda_2}{d_2}.$$

12-4. Понятие о гидродинамическом и тепловом пограничном слое

Понятие о пограничном слое относится к числу важнейших в теории теплообмена. Анализ процессов в пограничном слое позволяет раскрыть физическую сущность многих явлений в конвективном теплообмене. Рассмотрим пограничный слой на простейшем примере — обтекании жидкостью плоской поверхности.

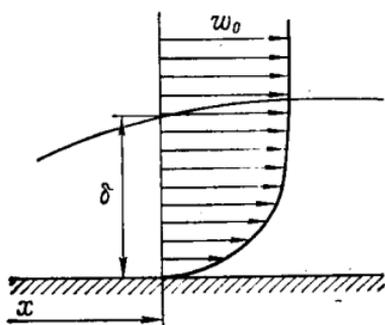


Рис. 12-8. Гидродинамический пограничный слой при обтекании плоской поверхности.

При течении жидкости вдоль плоской поверхности тела частицы жидкости, непосредственно соприкасающиеся с поверхностью «прилипают» к ней вследствие адсорбции. Поскольку всякая реальная жидкость (капельная жидкость или газ) обладает вязкостью,

то слой жидкости, контактирующий с прилипшим слоем, тормозится последним. Однако сверху на этот второй слой в силу той же вязкости действует третий слой, побуждающий второй слой к движению. В результате второй слой движется с небольшой скоростью. Третий слой испытывает снизу тормозящее действие второго слоя, а сверху — движущее действие четвертого слоя; третий слой движется с несколько большей скоростью, чем второй. Слои скользят друг по другу, как и воображаемые коаксиальные цилиндры при течении жидкости в трубе. Чем больше расстояние y от стенки (рис. 12-8), тем скорость слоя больше. Однако увеличение скорости имеет предел, равный значению скорости w_0 в набегающем потоке. Следовательно, вблизи поверхности тела имеется область, в которой скорость жидкости меняется от значения $w=0$ на поверхности до значения $w=w_0$ на некотором расстоянии δ от поверхности. Эта область носит название гидродинамического пограничного слоя, а величина δ называется его толщиной. Толщина пограничного слоя увеличивается в направлении x .

Ранее было указано, что поле скорости при течении жидкости в трубе можно рассчитать, используя основной закон динамики, закон трения Ньютона и условие сплошности (см. пример 12-2). Такой расчет возможен

и при обтекании плоской поверхности, в результате может быть получена формула, дающая зависимость толщины пограничного слоя от расстояния x :

$$\frac{\delta}{x} = \frac{4,64}{\sqrt{Re_x}}; \quad (12-33)$$

здесь

$$Re_x = \omega_0 x \rho / \mu.$$

Следует отметить, что в числе Рейнольдса в качестве линейного размера взято расстояние x , а не r_0 или d , как для трубы. Вообще для этой цели используется тот линейный размер, который характерен для данной задачи; такой размер называется определяющим.

Толщина гидродинамического пограничного слоя, как правило, мала по сравнению с расстоянием x . Например, для потока воздуха с $\omega_0 = 3$ м/с и $t_0 = 20^\circ\text{C}$ (температура набегающего потока, по которой из таблиц выбираются физические свойства воздуха ρ и μ) величина $\delta = 10,4$ мм при $x = 1$ м.

Подобно тому, как воображаемые тонкие слои жидкости взаимодействуют друг с другом в динамическом отношении благодаря вязкости, происходит и тепловое взаимодействие этих слоев благодаря теплопроводности жидкости. Через «прилипший» слой теплота передается, как через твердую стенку. Микрочастицы жидкости переходят во второй слой, внося в него при этом некоторое количество теплоты (предполагается, что температура стенки t_c выше, чем температура t_0 набегающего потока). Часть поступившей в него теплоты второй слой уносит, оставшаяся теплота переходит в третий слой и т. д. Переходящая из слоя в слой доля теплоты становится все меньше в связи с тем, что очередной слой уносит определенное количество теплоты. На некотором расстоянии k от стенки окажется такой слой, в который теплота не поступила. Таким образом, процесс теплообмена сосредоточен в области толщиной k вблизи стенки. Механизм переноса теплоты в направлении y — это механизм теплопроводности, при котором перенос осуществляется благодаря наличию градиента температуры dt/dy . Этот градиент имеет максимальное значение на стенке при $y=0$, так как здесь плотность теплового потока имеет максимальное значение, и стремится к нулю при $y=k$. При этом температура меняется от значения $t=t_c$ при $y=0$ до значения темпера-

туры пабегающего потока $t=t_0$ при $y=k$. Пристенная область, в которой происходит изменение температуры жидкости от температуры стенки до температуры пабегающего потока, называется тепловым пограничным слоем (см. рис. 12-8). Температурное поле в тепловом пограничном слое и его толщина k могут быть рассчитаны, если кроме физических законов, определяющих поле скорости, использовать законы сохранения энергии и Фурье. Расчет показывает, что толщина теплового пограничного слоя пропорциональна толщине гидродинамического пограничного слоя:

$$k = \frac{1}{\sqrt[3]{Pr}} \delta. \quad (12-34)$$

Для воздуха, например, число Прандтля близко к единице ($Pr \approx 0,7$), поэтому толщина теплового пограничного слоя примерно равна толщине гидродинамического пограничного слоя. Для масла число Pr очень велико (сотни и даже тысячи), поэтому $k \ll \delta$. Для воды при температурах ниже 100°C толщины теплового и гидродинамического пограничного слоев имеют один порядок, причём $k < \delta$.

Знание толщины теплового пограничного слоя позволяет найти коэффициент теплоотдачи. Тепловой пограничный слой подобно твердой стенке отделяет поверхность тела от той области жидкости, в которой температурное поле однородно. Если бы жидкость в тепловом пограничном слое была неподвижной, плотность теплового потока через этот слой можно было бы определить по формуле теплопроводности

$$q = \frac{\lambda}{k} (t_c - t_0).$$

Движение в пограничном слое и связанное с этим отличие температурного поля от поля в твердой стенке можно учесть некоторым коэффициентом a . В этом случае

$$q = a \frac{\lambda}{k} (t_c - t_0).$$

С другой стороны, согласно закону Ньютона—Рихмана

$$q = a(t_c - t_0).$$

Приравнивая правые части двух последних уравнений, получаем:

$$a = a \frac{\lambda}{k}. \quad (12-35)$$

Согласно расчетам $a=1,5$. Следовательно, при некотором значении x , для которого толщина гидродинамического пограничного слоя определяется формулой (12-29), а толщина теплового пограничного слоя — формулой (12-30), имеем следующее значение местного (т. е. в данной точке с координатой x) коэффициента теплоотдачи:

$$\alpha_x = \frac{1,5}{4,64} \frac{\lambda}{x} \sqrt{\text{Re}_x} \sqrt[3]{\text{Pr}}.$$

Перенесем в левую часть x и λ , тогда слева получим местное число Нуссельта Nu_x . Вычислив коэффициент, получим уравнение подобия для расчета местной теплоотдачи при обтекании плоской поверхности:

$$\text{Nu}_x = 0,33 \text{Re}_x^{0,5} \text{Pr}^{0,33}; \quad (12-36)$$

здесь $\text{Nu}_x = \alpha_x x / \lambda$; $\text{Re}_x = \omega_0 x \rho / \mu$; $\text{Pr} = \mu c_p / \lambda$; все физические параметры берутся из таблицы по температуре набегающего потока t_0 . Эта температура, как было указано ранее, называется определяющей.

Уравнение (12-31) справедливо для следующей области изменения числа Рейнольдса: $\text{Re} < 5 \cdot 10^5$. При определении плотности теплового потока по найденному значению α_x необходимо использовать температурный напор, равный $t_0 - t_c$.

Если подставить значения чисел Nu_x , Re_x и Pr в формулу (12-31) и перенести в правую часть все величины, кроме α_x , то можно легко проследить зависимость коэффициента теплоотдачи от различных величин, описывающих процесс теплообмена:

$$\alpha_x = 0,33 \omega_0^{0,5} x^{-0,5} \rho^{0,5} \mu^{-0,17} c_p^{0,33} \lambda^{0,66}. \quad (12-37)$$

Пусть имеет место определенный режим с заданными значениями ω_0 и t_0 . Тогда зависимость α_x от x может быть выражена соотношением

$$\alpha_x = Ax^{-0,5} = \frac{A}{\sqrt{x}};$$

здесь $A = 0,33 \omega_0^{0,5} \rho^{0,5} \mu^{-0,17} c_p^{0,33} \lambda^{0,66}$, т. е. зависит только от ω_0 и t_0 , которые в данном случае постоянны.

Таким образом, с увеличением расстояния x от передней кромки значение коэффициента теплоотдачи падает по закону квадратного корня (рис. 12-9). Чем объясняется уменьшение коэффициента теплоотдачи? Основная причина — увеличение толщины пограничного слоя. Гидродинамический пограничный слой увеличивает свою толщину δ в связи с действием вязкости: по мере движения потока вдоль поверхности скорость частиц внутри пограничного слоя уменьшается; если измерить скорость на определенном расстоянии от стенки внутри

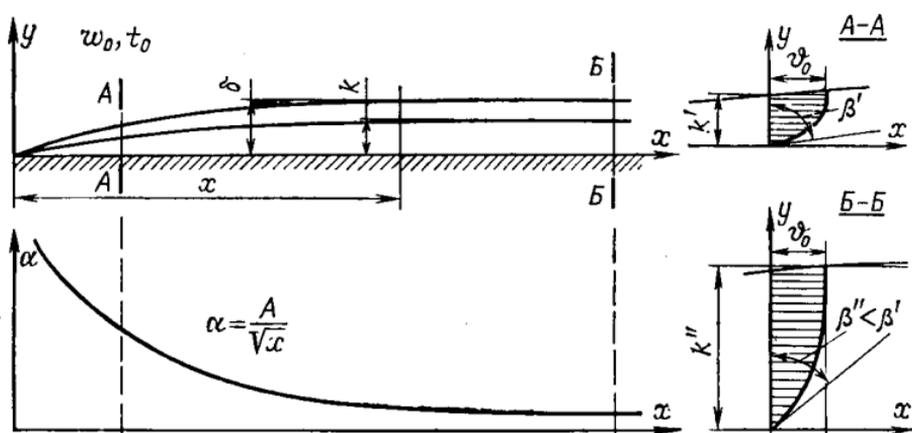


Рис. 12-9. Теплоотдача при обтекании плоской поверхности.

пограничного слоя, а затем, продвинувшись вправо, снова измерить скорость на том же расстоянии от стенки внутри пограничного слоя, то во втором случае скорость окажется меньше: замедляющее действие стенки все глубже проникает в поток. Толщина теплового пограничного слоя k пропорциональна δ и также возрастает с увеличением x . Выше мы указывали на некоторую аналогию теплового пограничного слоя и плоской стенки — термическая проводимость теплового пограничного слоя пропорциональна теплопроводности λ и обратно пропорциональна толщине k . С увеличением толщины, следовательно, термическая проводимость падает, а вместе с ней падает коэффициент теплоотдачи.

Сказанное можно пояснить более детально, если обратиться к рис. 12-9. На нем изображены два профиля температуры в жидкости — в сечении A и в сечении B, отстоящем от передней кромки на большем расстоянии. И в том, и в другом случае разность температур $\vartheta_0 =$

$=t_0 - t_c$ одна и та же, но в сечении B толщина теплового пограничного слоя k'' больше, чем толщина k' в сечении A . Поэтому профиль температуры в сечении B более вытянут по сравнению с профилем температуры в сечении A . Угол между касательной к температурной кривой и осью Oy при $y=0$, тангенс которого равен производной $(dt/dy)_{y=0}$, уменьшается при переходе от сечения A к сечению B . Если вспомнить, что температурное поле в жидкости вблизи стенки определяет собой интенсивность теплоотдачи и что коэффициент теплоотдачи связан с температурным полем уравнением (12-5)

$$\alpha = - \frac{\lambda}{t_0 - t_c} (dt/dy)_{y=0},$$

то становится ясным, что в сечении B коэффициент теплоотдачи должен быть меньше, ибо $\beta'' < \beta'$, $\text{tg } \beta'' < \text{tg } \beta'$ и производная $(dt/dy)_{y=0}$ (градиент температуры жидкости вблизи стенки) в сечении B меньше.

Зависимость местного коэффициента теплоотдачи от расстояния x от передней кромки позволяет получить выражение для среднего коэффициента теплоотдачи на участке длиной l :

$$\bar{\alpha} = \frac{1}{l} \int_0^l \alpha_x dx = \frac{1}{l} \int_0^l Ax^{-0,5} dx = \frac{A}{l} \left| 2\sqrt{x} \right|_0^l = 2 \frac{A}{\sqrt{l}}.$$

Следовательно, выражение для среднего коэффициента теплоотдачи имеет вид:

$$\bar{\alpha} = 2\alpha_{x=l}. \quad (12-38)$$

Таким образом, средний коэффициент теплоотдачи на участке длиной l вдвое больше местного коэффициента теплоотдачи при $x=l$.

На основании выражения (12-37) можно записать также

$$\alpha = B\omega_0^{0,5},$$

где $B = 0,33x^{-0,5}\rho^{0,5}\mu^{-0,17}c_p^{0,33}\lambda^{0,66}$, т. е. зависит только от x и t_0 , которые в данном случае постоянны.

Следовательно, если увеличить скорость набегающего потока в 2 раза, то при определенном значении x коэффициент теплоотдачи α_x возрастет только в $\sqrt{2} = 1,41$ раза.

Как ясно из сказанного, при расчете теплоотдачи по формуле (12-36) во внимание принимается только одна температура жидкости — температура набегающего потока t_0 , по которой из таблиц берутся физические свойства жидкости. В предыдущих рассуждениях также всегда предполагалось, что физические свойства жидкости постоянны и не зависят от температуры. Но это не соответствует реальному положению вещей: в жидкости имеется неоднородное температурное поле и в каждой точке физические свойства соответствуют местному значению температуры. Можно учесть это обстоятельство введением в формулу (12-36) специального коэффициента.

Такой коэффициент, учитывающий неизотермичность потока и равный $(Pr_{ж}/Pr_c)^{0,25}$, был предложен в свое время академиком М. А. Михеевым. Он вводится в виде дополнительного множителя в выражение (12-36), преобразованное предварительно в формулу для нахождения среднего числа Нуссельта, $\overline{Nu} = \alpha x / \lambda$; для этого согласно (12-38) вместо 0,33 нужно взять коэффициент $2 \cdot 0,33 = 0,66$:

$$\overline{Nu}_l = 0,66 Pe_l^{0,5} Pr_{ж}^{0,33} (Pr_{ж}/Pr_c)^{0,25}. \quad (12-39)$$

Множитель $(Pr_{ж}/Pr_c)^{0,25}$ представляет собой корень четвертой степени из отношения числа $Pr_{ж}$, взятого из таблиц при температуре жидкости (в данном случае — при температуре t_0), к числу Pr_c , взятому из таблиц при температуре стенки t_c . Изменение числа Pr с температурой происходит в основном из-за изменения вязкости μ , причем в ту же сторону, ибо вязкость входит в числитель: $Pr = \mu c_p / \lambda$. Вязкость газов возрастает с увеличением температуры в незначительной степени, а число Pr остается практически неизменным из-за одновременного увеличения теплопроводности λ . Вязкость капельных жидкостей (воды, масла) существенно уменьшается с ростом температуры, число Pr при этом также уменьшается (рис. 12-10). Следовательно, если $t_c > t_{ж}$, т. е. происходит нагрев жидкости и тепловой поток направлен от стенки в жидкость, то множитель $(Pr_{ж}/Pr_c)^{0,25} > 1$. В случае $t_c < t_{ж}$, когда происходит охлаждение жидкости и тепловой поток имеет обратное направление — от жидкости в стенку, множитель $(Pr_{ж}/Pr_c)^{0,25} < 1$. Поэтому говорят еще, что множитель

$(Pr_{ж}/Pr_c)^{0,25}$ учитывает направление теплового потока. Множитель $(Pr_{ж}/Pr_c)^{0,25}$ используется только для капельных жидкостей.

Автоматическое влияние множителя $(Pr_{ж}/Pr_c)^{0,25}$ в формуле (12-34) на рассчитываемое значение среднего коэффициента теплоотдачи α полностью согласуется с физической картиной формирования температурного поля вблизи стенки для случаев различного направления теплового потока. Это подробно иллюстрируется рис. 12-11. Случаю нагрева жидкости на этом рисунке соответствует уменьшение вязкости вблизи стенки, ослабление тормозящего влияния стенки, выражающееся в уменьшении толщины гидродинамического пограничного слоя δ . При этом толщина теплового пограничного слоя k также уменьшается, ибо k пропорционально δ . С уменьшением k коэффициент

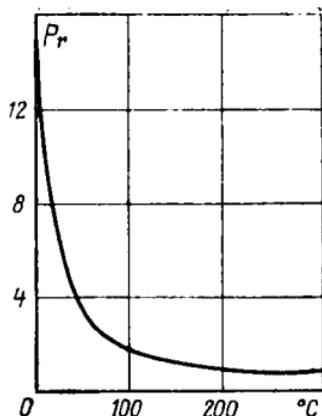


Рис. 12-10. Изменение числа Прандтля воды в зависимости от температуры.

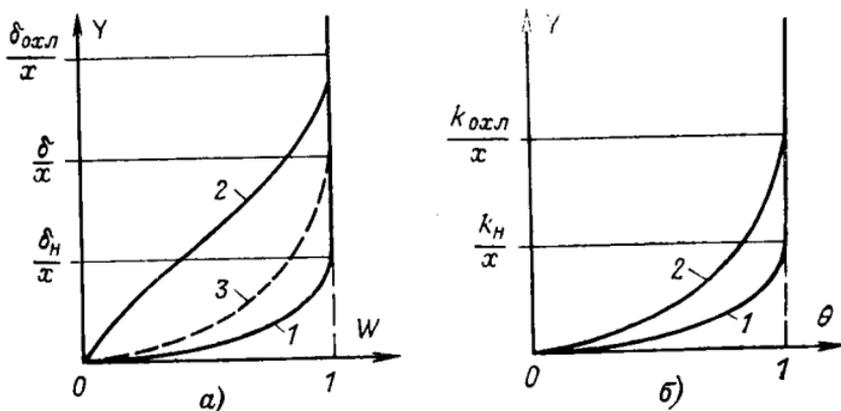


Рис. 12-11. Изменение скорости (а) и температуры (б) при нагревании и охлаждении капельной жидкости.

1 — нагревание; 2 — охлаждение; 3 — изотермическое течение.

теплоотдачи возрастает. Случай охлаждения жидкости предлагаем проанализировать самим учащимся.

Все написанное выше в данном параграфе относится к ламинарному движению жидкости. Ламинарный (слоистый) режим движения жидкости характеризует-

ся наличием отдельных струек или слоев текущей жидкости, которые можно увидеть, если в воздушный поток пустить струйку дыма или добавить в поток воды несколько капель красящего растворимого вещества. Траектории движения частиц могут быть криволинейными, но остаются параллельными друг другу. Более глубокое изучение ламинарного режима течения указывает нам еще один характерный признак: теплота и количество движения поперек потока переносятся при ламинарном течении микрочастицами (например, молекулами) вещества. Это и понятно — макрочастицы движутся по параллельным траекториям и не переходят из слоя в слой. При изучении движения жидкости было замечено, что с увеличением скорости, поперечного сечения канала (или толщины пограничного слоя) и уменьшением вязкости наступает момент, когда происходит резкое изменение картины течения. Траектории отдельных частиц хаотически переплетаются, отдельные частицы перемещаются в различных направлениях (в том числе и против течения). Измеритель скорости, помещенный в определенной точке потока, обнаруживает пульсации скорости, что свидетельствует о том, что различные частицы приходят в точку замера с различным вектором скорости. Обнаруживаются также пульсации температуры жидкости.

Такой режим движения жидкости называется турбулентным. Опыты показали, что турбулентный режим движения жидкости наступает тогда, когда превышено определенное значение числа Рейнольдса, называемое критическим. При получении числа Рейнольдса в процессе анализа картины течения жидкости указывалось, что это число характеризует соотношение между инерционными силами в потоке и силами вязкости. Турбулентный режим течения наступает вследствие существенного преобладания сил инерции над силами вязкости (скорость и плотность жидкости велики, вязкость мала). При определенном соотношении этих величин ламинарное движение становится неустойчивым, этому моменту и соответствует критическое число Рейнольдса. Для случая обтекания плоской поверхности это значение равно

$$Re_{кр} = \frac{w_0 x_p}{\mu} \approx 5 \cdot 10^5.$$

Ранее указывалось, что формула (12-36) и полученная из нее осреднением формула (12-39) справедливы при $Re < Re_{кр} = 5 \cdot 10^5$. Это указание сделано потому, что механизм конвективного теплообмена для турбулентного режима существенно отличается от механизма для ламинарного. Различными будут и расчетные формулы. Основное отличие переноса теплоты и количества движения поперек потока при турбулентном режиме заключается в том, что перенос этот осуществляется макро-

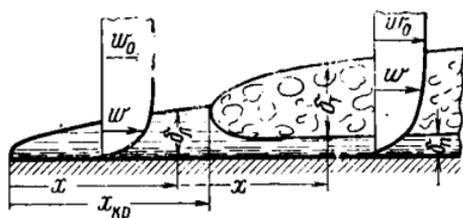


Рис. 12-12. Образование турбулентного пограничного слоя при обтекании плоской поверхности.

частицами жидкости. Этот перенос намного интенсивнее переноса на молекулярном уровне. Несмотря на то что поперечные «перескоки» макрочастиц происходят значительно реже, чем переходы молекул, первые значительно эффективнее последних. Это объясняется тем, что каждая макрочастица содержит колоссальное количество молекул и обладает большой массой, а количество переносимой теплоты или импульса пропорциональны массе.

Следует отметить, что турбулентный режим движения на практике встречается гораздо чаще, чем ламинарный.

Структура турбулентного пограничного слоя представлена на рис. 12-12. На передней части поверхности, омываемой невозмущенным потоком, образуется область ламинарного пограничного слоя, протяженность которой равна $x_{кр}$, так что $Re_{кр} = \omega_0 x_{кр} \rho / \mu = 5 \cdot 10^5$. Далее начинается турбулентный пограничный слой, отделенный от ламинарного некоторой переходной областью, замененной для простоты расчетов сечением с координатой $x_{кр}$.

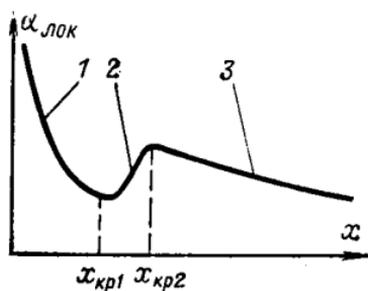


Рис. 12-13. Изменение местного коэффициента теплоотдачи вдоль плоской поверхности.

1 — ламинарный пограничный слой; 2 — переходная область; 3 — турбулентный пограничный слой.

Поскольку перенос поперек турбулентного пограничного слоя намного интенсивнее, чем в ламинарном слое, это способствует выравниванию скоростей и температур. Профили скорости и температуры в турбулентном ядре пограничного слоя более плоские по сравнению с ламинарным пограничным слоем. Основное изменение скорости и температуры происходит в тонком пристенном слое жидкости, в котором затухают турбулентные пульсации и который называется вязким подслоем. Изменение температуры и скорости в вязком подслое происходит по закону прямой линии. Вязкий подслоя представляет собой основное термическое сопротивление переносу теплоты между жидкостью и стенкой. Это сопротивление тем больше, чем больше толщина вязкого подслоя δ_n и чем меньше теплопроводность жидкости.

Толщина турбулентного пограничного слоя увеличивается вдоль пластины, а местный коэффициент теплоотдачи при этом уменьшается. Качественно это согласуется с аналогичной закономерностью для ламинарного пограничного слоя, но количественные зависимости совершенно иные.

Местный коэффициент теплоотдачи при обтекании плоской поверхности и турбулентном течении в пограничном слое рассчитывается по формуле

$$Nu_x = 0,0296 Re_x^{0,8} Pr^{0,43} (Pr_{ж}/Pr_c)^{0,25}; \quad (12-40)$$

здесь все числа подобия определяются так же, как и для случая ламинарного пограничного слоя.

Средний коэффициент теплоотдачи, найденный таким же осреднением, как и в соотношении (12-33), равен:

$$\bar{\alpha} = 1,25 \alpha_{x=l}. \quad (12-41)$$

На участке с турбулентным пограничным слоем местный коэффициент теплоотдачи падает с увеличением x , но менее интенсивно, чем на участке с ламинарным пограничным слоем (рис. 12-13).

Перепишем формулу (12-35), опустив множитель $(Pr_{ж}/Pr_c)^{0,25}$ и раскрыв содержание чисел подобия:

$$\alpha_x = 0,0296 w_0^{0,8} x^{-0,2} \rho^{0,8} \mu^{-0,37} c_p^{0,43} \lambda^{0,57}.$$

Отсюда следует, что α_x падает вдоль x по закону корня пятой степени

$$\alpha_x = A_1 x^{-0,2} = \frac{A_1}{\sqrt[5]{x}};$$

здесь $A_1 = 0,0296 \omega_0^{0,8} \rho^{0,8} \mu^{-0,37} c_p^{0,43} \lambda^{0,57}$ и является постоянной величиной для определенных значений ω_0 и t_0 .

Зависимость α_x от скорости в случае турбулентного пограничного слоя более сильная, чем для ламинарного:

$$\alpha_x = B_1 \omega_0^{0,8};$$

здесь $B_1 = 0,0296 x^{-0,2} \rho^{0,8} \mu^{-0,37} c_p^{0,43} \lambda^{0,57}$ и является постоянной величиной для определенных значений x и t_0 .

Следовательно, при увеличении скорости набегающего потока в 2 раза местный коэффициент теплоотдачи возрастает в $2^{0,8} = 1,74$ раза, если все остальные величины сохранить неизменными.

Пример 12-4. Тонкая пластина длиной $l = 125$ мм (рис. 12-14) обтекается продольным потоком воды, скорость которой вне пограничного слоя равна $\omega_0 = 2$ м/с. Температура набегающего потока $t_0 = 20^\circ\text{C}$. Температура поверхности пластины $t_c = 50^\circ\text{C}$. Ширина пластины $b = 1$ м. Вычислить тепловой поток от пластины к жидкости.

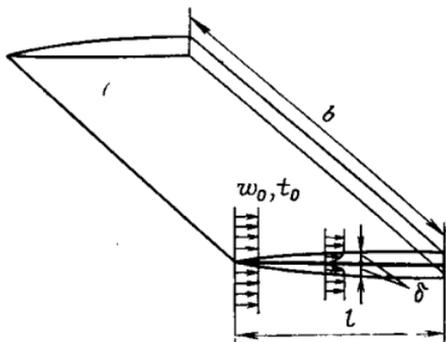


Рис. 12-14. К примеру 12-2.

Решение. Для определения режима течения в пограничном слое рассчитаем расстояние $x_{кр}$ от передней кромки пластины до сечения, после которого начинается турбулентный пограничный слой. Физические параметры воды берем из табл. П9 по температуре $t_0 = 20^\circ\text{C}$: $\rho = 998,2$ кг/м³; $\mu = 1004 \cdot 10^{-6}$ Н·с/м²; $\lambda = 0,599$ Вт/(м·К); $\text{Pr}_{ж} = 7,02$; значение Pr_c берется для $t_c = 50^\circ\text{C}$; $\text{Pr}_c = 3,54$.

Расстояние до критического сечения равно:

$$x_{кр} = \text{Re}_{кр} \frac{\mu}{\omega_0 \rho} = 5 \cdot 10^5 \frac{1004 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot 998,2} = 0,25 \text{ м.}$$

Следовательно, вся пластина находится в области ламинарного пограничного слоя. Средний коэффициент теплоотдачи в этом слу-

чае определяется по формуле (12-34):

$$\begin{aligned} \overline{Nu}_l &= 0,66 Re_l^{0,5} Pr^{0,33} (Pr_{ж}/Pr_c)^{0,25} = 0,66 \left(\frac{2 \cdot 0,125 \cdot 998,2}{1004 \cdot 10^{-6}} \right)^{0,5} \times \\ &\times (7,02)^{0,33} (7,02/3,54)^{0,25} = 0,66 \cdot 500 \cdot 1,91 \cdot 1,19 = 750; \quad \overline{\alpha} = \overline{Nu}_l \frac{\lambda}{l} = \\ &= 750 \frac{0,599}{0,125} = 3600 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}). \end{aligned}$$

Тепловой поток от верхней и нижней поверхностей пластины к воде определится выражением

$$Q = 2\overline{\alpha} (t_c - t_0) lb = 2 \cdot 3600 \cdot 30 \cdot 0,125 = 2,7 \cdot 10^4 \text{ Вт}/\text{м}^2.$$

Пример 12-5. Плоская пластина длиной $l=1$ м обтекается продольным потоком воздуха. Скорость и температура набегающего потока воздуха: $w_0=80$ м/с и $t_0=10^\circ\text{C}$. Перед пластиной установлена турбулизирующая решетка, вследствие чего с самого начала пластины на ней развивается турбулентный пограничный слой. Вычислить среднее значение коэффициента теплоотдачи.

Решение. Определяющая температура равна 10°C . Физические свойства воздуха берем для этой температуры из табл. П10: $\rho=1,247$ кг/м³; $\mu=17,6 \cdot 10^{-6}$ Н·с/м²; $\lambda=0,0251$ Вт/(м·К).

Вычислим местный коэффициент теплоотдачи на конце пластины (для $x=1$ м) по выражению (12-35). Множитель $(Pr_{ж}/Pr_c)^{0,25}$ для газов не используется, поэтому его отбрасываем. Число Прандтля $Pr=0,705$. Следовательно имеем:

$$\begin{aligned} Nu_x &= 0,0296 Re_x^{0,8} Pr^{0,43} = 0,0296 \left(\frac{80 \cdot 1 \cdot 1,247}{17,7 \cdot 10^{-6}} \right)^{0,8} (0,705)^{0,43} = \\ &= 0,0296 (5,65 \cdot 10^6)^{0,8} (0,705)^{0,43} = 0,0296 \cdot 2,51 \cdot 10^5 \cdot 0,86 = 6400; \\ \alpha_x &= Nu_x \frac{\lambda}{x} = 6400 \frac{0,0251}{1} = 161 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}). \end{aligned}$$

Средний коэффициент теплоотдачи для случая развития с самого начала пластины турбулентного пограничного слоя определяется по формуле (12-36): $\overline{\alpha}=1,25 \alpha_{x=l}=1,25 \cdot 161=201 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$.

12-5. Теплоотдача при течении жидкости в трубе

Теплообмен при течении жидкости в трубе является широко распространенным в энергетике и других отраслях промышленности процессом, поэтому знание физических закономерностей этого процесса исключительно важно в практическом отношении. Как и в других случаях вынужденной конвекции, теплоотдача определяется здесь гидродинамическими характеристиками потока, которые существенно различны при ламинарном и турбулентном режимах движения жидкости. При ламинарном режиме движения возможно расчетное определение

поля температуры жидкости при некоторых простых условиях; расчет температурного поля рассматривается ниже. Знание температурного поля позволяет найти коэффициент теплоотдачи α — главную характеристику конвективного теплообмена.

Теплоотдача при ламинарном режиме. Ламинарный режим при течении жидкости в трубе существует в том случае, если число Рейнольдса, в котором в качестве характерного размера взят диаметр трубы, а в качестве характерной скорости — средняя расходная скорость жидкости, не превышает 2000, т. е.

$$Re_d = \frac{w_0 d \rho}{\mu} \lesssim 2000.$$

На начальном участке трубы формируется гидродинамический пограничный слой аналогично тому, как это происходит на пластине (пластину можно мысленно свернуть в трубу, картина течения при этом на началь-

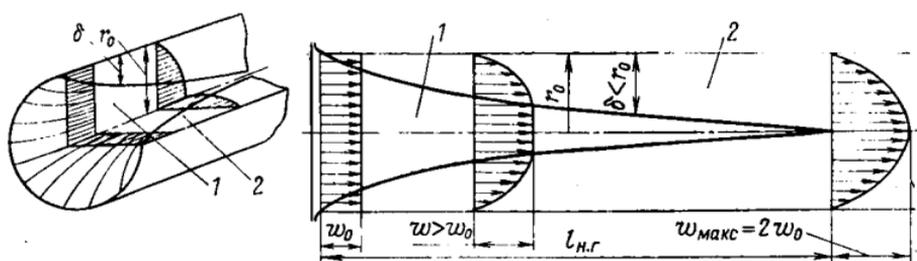


Рис. 12-15. Гидродинамический начальный участок при течении жидкости в трубе.

1 — невозмущенное ядро потока; 2 — пограничный слой.

ном участке не изменится). Часть поперечного сечения трубы (рис. 12-15) будет занята пограничным слоем, а в ядре потока будет сохраняться равномерный начальный профиль скорости. В соответствии с принципом сохранения постоянства массового расхода жидкости средняя расходная скорость w_0 при течении несжимаемой жидкости ($\rho = \text{const}$) по трубе постоянного поперечного сечения должна быть неизменной в любом поперечном сечении трубы, в связи с этим уменьшению скорости в пограничном слое соответствует увеличение равномерной скорости в ядре потока (она становится больше начального значения w_0). По уравнению типа (12-33) можно рассчитать координату $x = l_{н.г}$ сечения, в котором тол-

щина гидродинамического пограничного слоя становится равной радиусу трубы, т. е. $\delta=r_0$. Таким образом, пограничный слой заполняет все сечение трубы и дальнейшее увеличение его толщины невозможно. Указанным поперечным сечением трубы заканчивается *гидродинамический начальный участок* и начинается участок *стабилизированного течения*. На участке стабилизированного течения профиль скорости остается неизменным. Длина гидродинамического начального участка может быть определена по приближенному соотношению

$$l_{н.г}/d \approx 0,05 Re_d.$$

Аналогично тому как на пластине развиваются гидродинамический и тепловой пограничные слои, в трубе происходит наряду с гидродинамической и *тепловая стабилизация*. Если теплообмен начинается с самого начала трубы, то тепловой пограничный слой формируется одновременно с гидродинамическим. То поперечное сечение трубы, в котором тепловой пограничный слой заполняет всю трубу, отделяет *тепловой начальный участок* от участка *стабилизированного теплообмена*. Длина теплового начального участка может быть найдена по приближенному соотношению

$$l_{н.т}/d \approx 0,05 Re_d Pr.$$

Из приведенного соотношения видно, что для воздуха длины гидродинамического и теплового начального участков приблизительно совпадают, а для воды при низких температурах длина теплового начального участка больше, чем гидродинамического.

Для вязких жидкостей, у которых число Прандтля Pr намного больше единицы (например, для масел), начальный тепловой участок во много раз длиннее начального гидродинамического участка. На тепловом начальном участке в ядре потока сохраняется начальная температура $\vartheta_0 = t_0 - t_c$, где температура стенки не изменяется вдоль трубы,

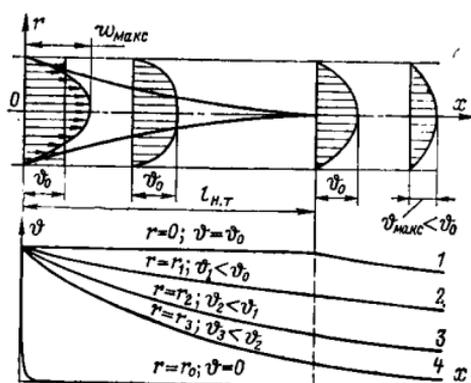


Рис. 12-16. Тепловой начальный участок при течении жидкости в трубе.

т. е. $t_c = \text{const}$, в пограничном слое происходит уменьшение температурного напора от ϑ_0 до $\vartheta = 0$ (рис. 12-16). На участке стабилизированного теплообмена профиль температуры становится плавным. Однако в отличие от профиля скорости, который после гидродинамического начального участка становится стабильным, профиль температуры продолжает меняться в силу происходящего теплообмена. Следовательно, поле температуры описывается функцией $t = t(r, x)$, или $\vartheta = \vartheta(r, x)$, зависящей от двух координат, в то время как поле скорости описывается функцией одной координаты $w = w(r)$.

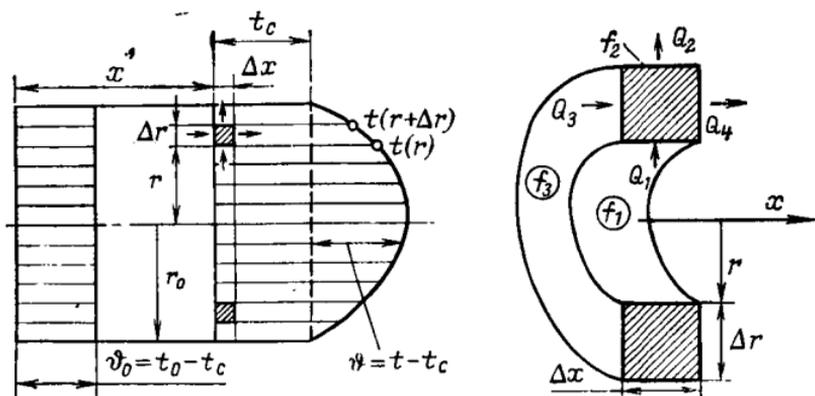


Рис. 12-17. К определению профиля температуры жидкости.

Определим профиль температуры в поперечном сечении трубы на участке стабилизированного теплообмена. С этой целью найдем вначале закон изменения теплового потока по радиусу. Этот тепловой поток обусловлен теплопроводностью и связан также с конвективным тепловым потоком, который направлен вдоль оси трубы.

Рассмотрим баланс теплоты для элемента жидкости, который представляет собой кольцо шириной Δx и толщиной Δr (рис. 12-17).

Через выделенный элемент жидкости в направлении r теплота переносится теплопроводностью. Изнутри в кольцо входит тепловой поток Q_1 , а наружу в радиальном направлении выходит тепловой поток Q_2 , который больше Q_1 . За счет чего происходит увеличение теплового потока в радиальном направлении? За счет уменьшения теплового потока в осевом направлении:

через левую поверхность кольца путем конвекции в него входит тепловой поток Q_3 , а через правую — уходит тепловой поток Q_4 , который меньше Q_3 . Следовательно, баланс теплоты выражается соотношением

$$Q_2 - Q_1 = Q_4 - Q_3.$$

Здесь левая часть выражает перенос теплоты теплопроводностью в направлении r , а правая часть — перенос теплоты конвекцией в направлении x . При стационарном режиме оба переноса уравниваются друг друга и этим равновесием определяется температура малого элемента жидкости [в пределе — температура в точке с координатами r и $x = t(r, x)$].

Каждый из четырех тепловых потоков может быть представлен в виде произведения плотности теплового потока q на соответствующую поверхность одной из сторон элемента жидкости:

$$q(r + \Delta r) f_2 - q(r) f_1 = \rho \omega(r) c_p (t - \Delta t) f_3 - \rho \omega(r) c_p t f_3.$$

Подставляя значения f_1 , f_2 и f_3 и производя соответствующие преобразования (см. § 11-3), получаем следующее уравнение:

$$\frac{dq}{dr} + \frac{q}{r} = \rho c_p \omega \frac{\Delta t}{\Delta x}. \quad (12-42)$$

Левая часть этого уравнения характеризует изменение плотности теплового потока по радиусу, а правая — изменение плотности теплового потока вдоль оси трубы.

Используем следующий приближенный прием: разобьем всю длину трубы (без начального теплового участка) на небольшие отрезки и на каждом из них будем полагать величину $\Delta t / \Delta x$ постоянной и имеющей определенное для данного отрезка значение. В этом случае уравнение (12-42) позволит определить закон изменения плотности теплового потока по радиусу $q = q(r)$ для данного отрезка. При этом введем обозначение:

$$A_q = 2\omega_0 \rho c_p \Delta t / \Delta x.$$

Используем полученное ранее выражение для профиля скорости жидкости при стабилизированном течении и ламинарном режиме (см. § 12-2). Уравнение (12-42) можно переписать следующим образом:

$$\frac{dq}{dr} + \frac{q}{r} = A_q \left(1 - \frac{r^2}{r_0^2}\right). \quad (12-43)$$

Решение однородного уравнения $\frac{dq}{dr} + \frac{q}{r} = 0$ имеет вид (см. § 11-3):

$$q = c/r. \quad (12-44)$$

Заменим произвольную постоянную некоторой функцией $c = z = z(r)$, которую подберем таким образом, чтобы полученное решение для q удовлетворяло неоднородному уравнению (12-43). Для нахождения функции z подставим производную dq/dr и величину $q = z/r$ в уравнение (12-43); получим следующее выражение:

$$\frac{dz}{dr} = A_q r_0 \left(\frac{r}{r_0} - \frac{r^3}{r_0^3} \right). \quad (12-45)$$

Интегрируя (12-45), получаем:

$$z = A_q r_0 \left(\frac{r^2}{2r_0} - \frac{r^4}{4r_0^3} \right) + c_1.$$

Подставим найденное значение z в выражение (12-44) для плотности теплового потока q :

$$q = A_q r_0 \left(\frac{r}{2r_0} - \frac{r^3}{4r_0^3} \right) + \frac{c_1}{r}. \quad (12-46)$$

Постоянная интегрирования $c_1 = 0$. Если бы величина c_1 имела значение, не равное нулю, то при $r \rightarrow 0$ плотность теплового потока согласно (12-46) $q \rightarrow \infty$, что противоречит физическому смыслу: на оси трубы плотность радиального теплового потока, обусловленного теплопроводностью, равна нулю в силу симметрии. Следовательно, получаем следующий закон распределения плотности теплового потока по радиусу:

$$q = A_q r_0 \left(\frac{r}{2r_0} - \frac{r^3}{4r_0^3} \right).$$

Таким образом, при ламинарном течении жидкости в трубе радиальная составляющая плотности теплового потока меняется в зависимости от расстояния от оси по закону параболы третьей степени.

Тепловой поток в жидкости по радиусу передается теплопроводностью. В нашем случае по трубе с холодной стенкой течет нагретая жидкость; самая высокая температура имеет место на оси трубы, молекулы жидкости обладают здесь наибольшей энергией. Эта энергия переносится молекулами от слоя к слою по направлению к стенке. Если бы жидкость была неподвижной, то

закон изменения теплового потока по радиусу соответствовал бы обратной пропорциональной зависимости $q \sim 1/r$, как это имеет место для твердой цилиндрической стенки. Однако в данном случае часть теплоты уносится конвекцией вдоль оси трубы в силу принудительного движения жидкости, причем поток жидкости обладает определенным профилем скорости, вот почему здесь имеет место более сложный закон изменения плотности теплового потока по радиусу. Этот тепловой поток определяется законом Фурье, поэтому имеем:

$$\frac{dt}{dr} = -\frac{q}{\lambda} = -\frac{A_q r_0}{\lambda} \left(\frac{r}{2r_0} - \frac{r^3}{4r_0^3} \right).$$

Интегрирование дает следующее выражение для температуры жидкости:

$$t = -\frac{A_q r_0^2}{\lambda} \frac{r^2}{4r_0^2} - \frac{r^4}{16r_0^4} + c_2. \quad (12-47)$$

Постоянная интегрирования c_2 определяется из граничного условия, которое имеет место на стенке: при $r=r_0$ температура жидкости $t=t_c$. Подставив эти значения в (12-47), получим следующее значение для постоянной интегрирования:

$$c_2 = t_c + \frac{3}{16} \frac{A_q r_0^2}{\lambda}.$$

Используя это выражение, получаем следующий закон изменения температуры жидкости по радиусу трубы:

$$t = t_c + \frac{A_q r_0^2}{16\lambda} \left(3 - 4 \frac{r^2}{r_0^2} + \frac{r^4}{r_0^4} \right). \quad (12-48)$$

Таким образом, при ламинарном течении жидкости в трубе температура потока меняется по радиусу по закону параболы четвертой степени.

На рис. 12-18 изображены профили характерных величин в процессе теплоотдачи при ламинарном течении жидкости в трубе. Давление в поперечном сечении трубы распределяется равномерно, оно изменяется лишь вдоль трубы по закону прямой линии (см. пример 12-1). Напряжение трения изменяется прямо пропорционально радиусу, на оси оно равно нулю, а на стенке, где имеет место «прилипание» жидкости, напряжение максимальное. Профиль скорости связан с профилем напряжения трения законом вязкого трения Ньютона, скорость ме-

няется по закону параболы второй степени. Характерной особенностью профиля скорости является то, что максимальное значение скорости, которое имеет место на оси трубы, вдвое больше среднего значения скорости, которое определяется массовым расходом жидкости через трубу. Профиль теплового потока представляет собой параболу третьей степени, максимальное значение плотности радиального теплового потока имеет место на стенке; поскольку тепловой поток по радиусу трубы определяется теплопроводностью и подчиняется закону Фурье, то на стенке имеет место и максимальный градиент температуры жидкости по радиусу. Температура жидкости меняется вдоль радиуса трубы по закону параболы четвертой степени, на стенке температура имеет постоянное значение t_c , а на оси трубы она постепенно уменьшается по длине по мере охлаждения жидкости и стремится в пределе к температуре стенки.

Каково основное практическое значение найденного профиля температуры (12-48)? Профиль температуры позволяет определить коэффициент теплоотдачи. Для этой цели достаточно воспользоваться выражением (12-5), которое связывает коэффициент теплоотдачи с температурным полем жидкости. Здесь удобнее использовать безразмерную запись этого выражения (12-25):

$$Nu = - \frac{(d\theta/dR)_{R=1}}{\bar{\theta}}.$$

Напомним, что в числителе этого выражения стоит градиент температуры жидкости на стенке, а в знаменателе — средняя по сечению температура жидкости.

Используем введенные ранее безразмерные величины

$$R = \frac{r}{r_0}; \quad X = \frac{x}{r_0}; \quad \theta = \frac{t - t_c}{t_0 - t_c},$$

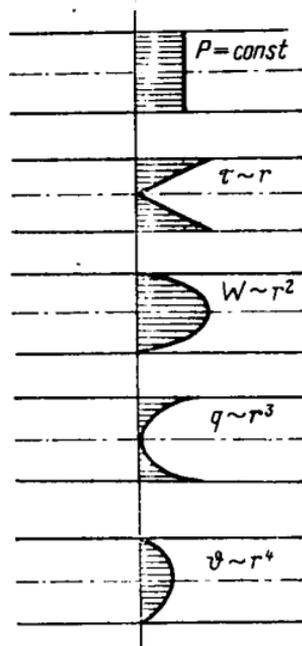


Рис. 12-18. Изменение гидродинамических и тепловых характеристик в поперечном сечении трубы.

и запишем профиль температуры в безразмерном виде

$$\theta = A_{\theta} (3 - 4R^2 + R^4);$$

здесь

$$A_{\theta} = \frac{1}{8} \text{Pe} \frac{\Delta\theta}{\Delta X}, \quad \text{Pe} = \frac{\rho c_p \omega_0 r_0}{\lambda}.$$

Градиент безразмерной температуры на стенке

$$\left(\frac{d\theta}{dR} \right)_{R=1} = [A_{\theta} (4R^3 - 8R)]_{R=1} = -4A_{\theta}.$$

Среднее значение безразмерной температуры в поперечном сечении трубы равно [см. § 12-1, формулу (12-9)]:

$$\bar{\theta} = 2 \int_0^1 \theta W R dR.$$

Подставив сюда значение безразмерной температуры и безразмерной скорости $W=2(1-R^2)$ (см. пример 12-2) и вычислив интеграл, получим:

$$\bar{\theta} = \frac{11}{6} A_{\theta}.$$

Следовательно, число Нуссельта равно:

$$\text{Nu} = \frac{24}{11}.$$

Этот результат получен без учета переменности величины $\Delta t/\Delta x$ вдоль трубы*. Более точные расчеты дают следующее значение:

$$\text{Nu}_d = 3,66.$$

Таким образом, число Нуссельта не зависит от координаты и остается постоянным на участке стабилизированного теплообмена. Сохраняет свое постоянство и коэффициент теплоотдачи:

$$\alpha = 3,66 \frac{\lambda}{d}.$$

На рис. 12-19 приводится график изменения местного коэффициента теплоотдачи вдоль трубы при ламинарном режиме течения. На начальном участке проис-

* Результат $\text{Nu}_d = 2 \frac{24}{11} = 4,36$ справедлив для граничного условия а стенке $q_c = \text{const}$.

ходит увеличение толщины пограничного слоя и в соответствии с положениями § 12-4, коэффициент теплоотдачи при этом уменьшается, поскольку $\alpha \sim \lambda/k$. На участке стабилизированного теплообмена толщина пограничного слоя становится равной радиусу трубы — по сути дела пограничный слой как таковой перестает существовать, коэффициент теплоотдачи сохраняется постоянным. *На участке стабилизированного теплообмена коэффициент теплоотдачи не зависит от продольной координаты и определяется только диаметром трубы и коэффициентом теплопроводности жидкости.*

Характерной особенностью температурного поля жидкости при ламинарном стабилизированном течении является то, что градиент температуры на стенке и температурный напор уменьшаются вдоль трубы с одинаковой интенсивностью. Градиент температуры на стенке входит в числитель выражения (12-25), а температурный напор — в знаменатель. Именно потому, что эти две величины убывают вдоль оси одинаково, число Нуссельта (и, следовательно, коэффициент теплоотдачи) сохраняет свое постоянное значение. Возникает следующий вопрос: каков же этот закон убывания, которому подчиняется как градиент температуры на стенке, так и средняя в поперечном сечении трубы температура жидкости? Для ответа на этот вопрос рассмотрим подробнее процесс изменения температурного профиля вдоль трубы.

На рис. 12-19 показано изменение температуры жидкости вдоль оси трубы при условии предварительной гидродинамической стабилизации потока. В начальном сечении, где начинается теплообмен, имеется однородный профиль температуры $\vartheta_0 = t_0 - t_c$. На начальном тепловом участке температуры различных слоев жидкости, расположенных на различном расстоянии от оси трубы (им соответствуют разные значения радиуса r_1, r_2, r_3), меняются по различным законам — чем ближе

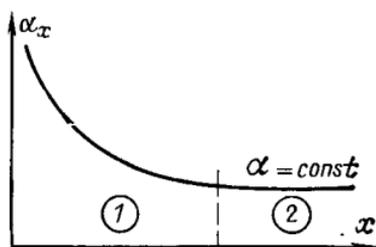


Рис 12-19. Изменение местного коэффициента теплоотдачи при течении жидкости в трубе.

1 — тепловой начальный участок;
2 — участок стабилизированного теплообмена.

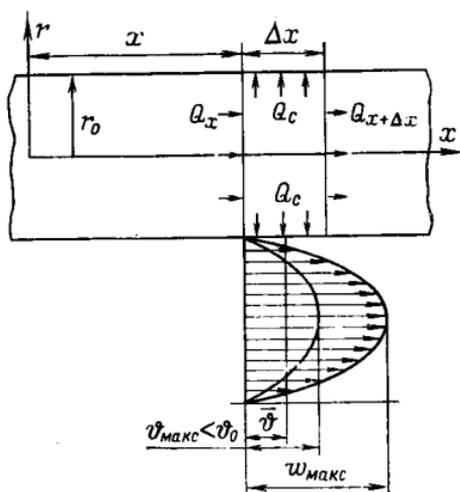


Рис. 12-20. Определение закона изменения средней температуры жидкости вдоль оси трубы.

становясь все более плоскими, причем если при переходе от одного профиля к другому температура на оси изменилась в 2 раза, то и температура на расстоянии $\frac{1}{2}r_0$ от оси (и на любом другом расстоянии) также изменится в 2 раза. Следовательно, и средняя температура $\bar{\vartheta} = \bar{t} - t_c$ изменится в этом случае в 2 раза.

Установим закон изменения средней по сечению температуры жидкости вдоль трубы. Составим условие теплового баланса для участка трубы длиной Δx (рис. 12-20). Через левую поверхность на участок входит тепловой поток, вносимый жидкостью с температурой ϑ , часть его уходит через боковую цилиндрическую поверхность за счет теплоотдачи, остальное — через правое поперечное сечение с жидкостью, имеющей температуру $\vartheta + \Delta\vartheta$:

$$\rho c_p \omega_0 \pi r_0^2 \vartheta = \alpha \bar{\vartheta} 2\pi r_0 \Delta x + \rho c_p \omega_0 \pi r_0^2 (\vartheta + \Delta\vartheta).$$

Переходя к $\frac{d\vartheta}{dx}$ производной, получаем следующую зависимость:

$$\frac{d\vartheta}{\vartheta} = -\frac{2\alpha}{\rho c_p \omega_0 r_0} dx.$$

Интегрируя последнее выражение, имеем:

$$\ln \vartheta = -\frac{2\alpha}{\rho c_p \omega_0 r_0} x + \ln \vartheta_0. \quad (12-49)$$

Постоянная интегрирования определена из условия: при $x=0$ $\vartheta=\vartheta_0$; после подстановки с получим следующую зависимость для изменения средней температуры

$$\bar{\vartheta} = \vartheta_0 \exp\left(\frac{2\alpha}{\rho c_q \omega_0 r_0} x\right). \quad (12-50)$$

Таким образом, средняя температура (и любая другая температура для фиксированного значения радиуса) убывает вдоль оси трубы на участке стабилизированного теплообмена по закону экспоненты.

Для практики важно иметь возможность рассчитывать тепловой поток Q на внутренней поверхности трубы заданной длины, для чего необходимо знать *средний* (по длине) *температурный напор*. Найденная выше величина $\bar{\vartheta} = \bar{t} - t_c$ представляет собой *местный* температурный напор для некоторого значения координаты x . Для нахождения среднего температурного напора умножим обе части соотношения (12-49), записанного для $\vartheta=\vartheta_l$ на разность средних температур жидкости в сечениях с $x=l$ и $x=0$, равную $\bar{\vartheta}_l - \bar{\vartheta}_0 = (\bar{t}_l - t_c) - (t_0 - t_c) = \bar{t}_l - t_0$, и преобразуем полученное выражение так, чтобы левая часть его представляла собой разность энтальпий на входе и выходе трубы, а правая — тепловой поток через стенку трубы:

$$\bar{\alpha} \frac{\bar{\vartheta}_l - \vartheta_0}{\ln \frac{\bar{\vartheta}_l}{\vartheta_0}} 2\pi r_0 l = c_p G (t_0 - \bar{t}_l) = Q;$$

здесь $G = \rho \omega_0 \pi r_0^2$ — массовый расход жидкости через поперечное сечение трубы.

Величина

$$\Delta t_n = \frac{\bar{\vartheta}_l - \vartheta_0}{\ln \frac{\bar{\vartheta}_l}{\vartheta_0}} = \frac{\bar{\vartheta}_l - \vartheta_0}{2,303 \lg (\bar{\vartheta}_l / \vartheta_0)} \quad (12-51)$$

называется *средним логарифмическим температурным напором* и ее введение связано с необходимостью использовать *среднеинтегральное* значение коэффициента теплоотдачи и при этом правильно рассчитать тепловой поток Q для трубы длиной l .

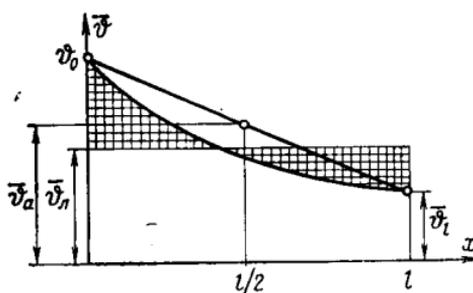


Рис. 12-21. Средний логарифмический температурный напор и средний арифметический температурный напор.

На рис. 12-21 приведен график изменения средней температуры жидкости по длине трубы и показана величина $\Delta t_{\text{л}}$, которая равна высоте прямоугольника, равновеликого фигуре под температурной кривой (заштрихованные участки имеют равные площади). Если кривую, которая согласно (12-46) является экспонентой, приближенно заменить прямой, то приходим к среднему арифметическому температурному напору

$$\Delta t_{\text{а}} = \frac{\bar{\theta}_l + \theta_0}{2}, \quad (12-52)$$

который часто используют вместо $\Delta t_{\text{л}}$, так как при $\theta_0/\theta_l < 2$ различие между $\Delta t_{\text{л}}$ и $\Delta t_{\text{а}}$ составляет не более 4%.

Важно знать, к какому температурному напору был отнесен коэффициент теплоотдачи α в эксперименте при получении расчетной формулы, ибо расчет следует вести с использованием того же температурного напора. В противном случае при большой разнице между θ_0 и $\bar{\theta}_l$ возможны грубые ошибки.

Таким образом, проведенный расчет температурного поля жидкости при ламинарном стабилизированном течении в трубе дал возможность найти коэффициент теплоотдачи и средний логарифмический температурный напор. Следует обратить внимание на то, что даже в таком простом случае теоретический анализ связан с большой затратой времени и труда. Во многих важных для практики задачах конвективного теплообмена теоретический подход вообще не приводит к положительному результату.

Поэтому чаще всего формулу для расчета местного или среднего числа Нуссельта получают экспериментальным путем. При этом удастся учесть те факторы, которые не принимались во внимание при теоретическом анализе задачи. Формулы (12-55) и (12-54) получены без учета влияния начального участка. Между тем для вязких жидкостей (например, топлив или масел)

с большим числом Прандтля $Pr = \mu c_p / \lambda$ начальный тепловой участок может иметь большую длину. Например, для $Re = 1500$ и $Pr = 100$

$$l_{н.т} \approx 0,05 Re Pr d = 0,05 \cdot 1500 \cdot 100 = 7500 d.$$

Следовательно, при обработке экспериментальных данных в основу эмпирической формулы следует положить соотношение для числа Нуссельта, полученное при решении задачи о теплообмене на начальном участке, а не на участке стабилизированного теплообмена, где $Nu = \text{const}$. Такое решение может быть получено методами теории пограничного слоя с учетом стесненности потока жидкости в трубе.

Средний коэффициент теплоотдачи для трубы, у которой теплообмен начинается с самого начала, может быть рассчитан по формуле, полученной чл-корр. АН СССР Б. С. Петуховым:

$$\bar{Nu}_d = 1,55 \left(Re_d \frac{d}{l} \right)^{1/3} (\mu_{ж} / \mu_c)^{0,14} \varepsilon, \quad (12-53)$$

где $\bar{Nu}_d = \bar{\alpha} d / \lambda$; $Re_d = \frac{w_s d \rho c_p}{\lambda}$; $\mu_{ж}$ и μ_c — вязкость жидкости при средней температуре жидкости и при температуре стенки; ε — коэффициент, учитывающий тот факт, что гидродинамический пограничный слой развивается одновременно с тепловым.

В формуле (12-53) коэффициент теплоотдачи отнесен к среднему логарифмическому температурному напору, а определяющая температура дается соотношением

$$t_{ж} = t_c \pm \Delta t_{л} / 2; \quad (12-54)$$

по этой температуре из таблиц выбираются все физические свойства, входящие в \bar{Nu}_d , Re_d , и вязкость $\mu_{ж}$; значение μ_c берется по t_c . Поправка ε определяется по величине $\frac{l}{Re_d} \frac{l}{d}$ согласно графику на рис. 12-22.

Формула (12-53) справедлива в области $l/d < 0,05 Re_d$, т. е. на начальном тепловом участке.

На участке стабилизированного теплообмена при $l/d > 0,05 Re_d$ для расчета теплоотдачи можно пользоваться соотношением:

$$Nu_d \approx 4 (Pr_{ж} / Pr_c)^{0,25}. \quad (12-55)$$

При больших значениях температурного напора и существенном изменении температуры по длине трубы плотность жидкости может меняться и может возникать свободное движение жидкости, приводящее к изменению коэффициента теплоотдачи. Такое изменение не учитывается формулой (12-53). Этот вопрос будет рассмотрен в параграфе, посвященном свободной конвекции.

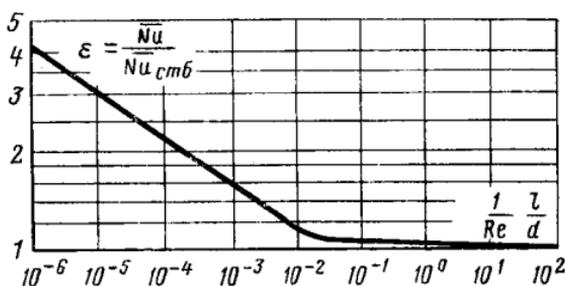


Рис. 12-22. Поправка ϵ в формуле (12-53).

Как следует из изложенного, между процессом движения жидкости и процессом конвективного теплообмена существует тесная физическая связь — поле температуры в жидкости связано с полем скорости с одной стороны, а с другой определяет интенсивность теплоотдачи, отражаемую коэффициентом теплоотдачи α и являющуюся основным фактором, от которого зависит поверхность теплообмена и, следовательно, размеры теплообменных устройств. Из расчетных формул для теплоотдачи при течении жидкости вдоль плоской поверхности и при течении в трубе видно, что чем больше скорость потока, тем теплоотдача выше. Однако здесь есть и отрицательный эффект: с увеличением скорости растет градиент скорости в поперечном направлении и связанная с этим сила вязкости трения. Возрастает, следовательно, и сила давления, которая должна преодолеть силу трения. Поэтому параллельно с расчетом теплоотдачи всегда ведут расчет падения давления в трубе — это необходимо для правильного проектирования теплообменных устройств.

Ранее (см. пример 12-1) была получена формула, определяющая падение давления при ламинарном ста-

билизированной течении жидкости

$$\frac{\Delta p}{\Delta x} = \frac{p_1 - p_2}{l} = - \frac{2\mu}{r_0} \left(\frac{dw}{dr} \right)_{r=r_0}. \quad (12-56)$$

Градиент скорости на стенке определяется по известному профилю скорости:

$$\left(\frac{dw}{dr} \right)_{r=r_0} = \frac{d}{dr} 2\omega_0 \left(1 - \frac{r^2}{r_0^2} \right) \Big|_{r=r_0} = - \frac{4\omega_0}{r_0}.$$

Подставив полученное выражение в (12-56), имеем:

$$\Delta p = \frac{8\mu\omega_0}{r_0} \frac{l}{r_0}. \quad (12-57)$$

Безразмерное число, определяющее падение давления, есть число Эйлера: $Eu = \Delta p / \rho\omega_0^2$. С использованием его выражение (12-57) можно переписать следующим образом:

$$Eu = \frac{32}{Re_d} \frac{l}{d}. \quad (12-58)$$

В технических расчетах для определения потери давления по длине трубы часто используют формулу Дарси:

$$\Delta p = \xi \frac{\rho\omega_0^2}{2} \frac{l}{d}, \quad (12-59)$$

где ξ — коэффициент сопротивления трения.

Из сопоставления формул (12-58) и (12-59) можно получить зависимость коэффициента сопротивления трения от числа Рейнольдса $Re = \rho\omega_0 d / \mu$:

$$\xi = \frac{64}{Re_d}. \quad (12-60)$$

В приведенном ниже примере показано, как учесть влияние теплообмена на изменение коэффициента сопротивления трения в связи с тем обстоятельством, что вязкость зависит от температуры жидкости (уменьшается с ростом температуры).

Пример 12-6. Трансформаторное масло течет по трубе диаметром $d=8$ мм и длиной $l=1$ м (рис. 12-23). Средняя по длине

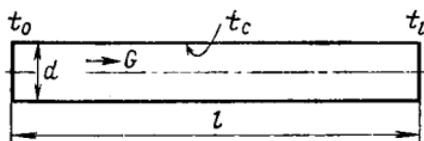


Рис. 12-23. К примеру 12-4.

трубы температура масла $\bar{t}_{ж}=80^{\circ}\text{C}$, средняя температура стенки трубы $t_c=20^{\circ}\text{C}$, температура стенки вдоль трубы меняется мало и может считаться постоянной. Расход масла через трубу равен $G=2,53 \cdot 10^{-2}$ кг/с. Рассчитать тепловой поток через стенку трубы и падение давления по длине трубы; определить температуру масла на входе и выходе трубы.

Решение. Определим режим течения масла в трубе. Для этого необходимо вычислить число $Re_d = \omega_0 d \rho / \mu$. По средней температуре масла $\bar{t}_{ж}=80^{\circ}\text{C}$ из справочных таблиц берем значения плотности $\rho_{ж}=844$ кг/м³ и динамического коэффициента вязкости $\mu_{ж}=30,8 \cdot 10^{-4}$ Н·с/м². Средняя расходная скорость масла определяется по уравнению расхода:

$$\omega_0 = \frac{4G}{\pi d^2} = \frac{4 \cdot 2,53 \cdot 10^{-2}}{844 \cdot 3,14 \cdot (8 \cdot 10^{-3})^2} = 0,6 \text{ м/с.}$$

Число Рейнольдса

$$Re_d = \frac{0,6 \cdot (8 \cdot 10^{-3}) \cdot 844}{30,8 \cdot 10^{-4}} = 1310 < 2000,$$

т. е. режим течения ламинарный.

Средний коэффициент теплоотдачи при ламинарном течении для совместного развития гидродинамического и теплового пограничного слоев (теплообмен начинается от передней кромки трубы) определяется по формуле (12-53). Физические свойства масла должны здесь выбираться по определяющей температуре $t_{ж}$ из (12-54), но Δt_d является величиной искомой. Будем полагать поэтому в первом приближении $\Delta t_d = \Delta t_a$ и преобразуем выражение (12-54):

$$t_{ж} = t_c + \frac{1}{2} \Delta t_a = t_c + \frac{1}{2} \left(\frac{t'(t'_{ж} - t_c) + (t''_{ж} - t_c)}{2} \right) = \\ = \frac{1}{2} (t_c + \bar{t}_{ж}).$$

Таким образом, определяющая температура $t_{ж} = \frac{1}{2} (20 + 80) = 50^{\circ}\text{C}$. Для этой температуры из таблицы имеем: $\rho_{ж}=862,1$ кг/м³; $\mu_{ж}=65,3 \cdot 10^{-4}$ Н·с/м², $c_{pж}=1,846 \cdot 10^3$ Дж/(кг·К), $\lambda_{ж}=0,108$ Вт/(м·К).

Определим число Пекле:

$$Pe_d = \frac{\omega_0 d \rho c_p}{\lambda} = \frac{0,6 \cdot (8 \cdot 10^{-3}) \cdot 862,1 \cdot 1,846 \cdot 10^3}{0,108} = 68\,800.$$

При температуре стенки $t_c = 20^{\circ}\text{C}$ вязкость масла равна $\mu_c = 198,2 \cdot 10^{-4}$ Н·с/м². Величина $\frac{l}{d} = \frac{1000}{8} < 0,05 \cdot 68\,800 = 3440$, следовательно, формула (12-53) применима.

Найдем число Нуссельта:

$$\begin{aligned}\bar{Nu}_d &= 1,55 \left(Re_d \frac{d}{l} \right)^{1/3} (\mu_{ж}/\mu_c)^{0,14\epsilon} = \\ &= 1,55 \left(\frac{68\,800 \cdot 8}{1000} \right)^{1/3} \left(\frac{65,3}{198,2} \right)^{0,14} \cdot 1,05 = 10,3.\end{aligned}$$

Средний коэффициент теплоотдачи равен:

$$\bar{\alpha} = \bar{Nu}_d \frac{\lambda_{ж}}{d} = 10,3 \frac{0,108}{8 \cdot 10^{-3}} = 138 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}).$$

Тепловой поток через стенку трубы определяется с использованием выражения (12-11) и (12-50) в предположении $\Delta t_{л} = \Delta t_{а} = \bar{t}_{ж} - t_c$:

$$Q = \alpha \Delta t_a \pi d l = 138(80 - 20) 3,14 \cdot 8 \cdot 10^{-3} \cdot 1 = 207 \text{ Вт}.$$

Изменение температуры масла вдоль трубы [см. (12-50)] равно:

$$t'_{ж} - t''_{ж} = \frac{Q}{Gc_p} = \frac{207}{2,53 \cdot 10^{-2} \cdot 2,03 \cdot 10^3} = 4^\circ\text{C};$$

здесь $\bar{c}_p = 2,03 \cdot 10^3 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$ при $\bar{t}_{ж} = 80^\circ\text{C}$.

Поскольку изменение температуры масла мало, то предположение $\Delta t_{л} = \Delta t_{а}$ было справедливым: отношение $\vartheta_0/\vartheta_l = 1,07$, а выше было указано, что при $\vartheta_0/\vartheta_l = 2$ различие между $\Delta t_{л}$ и $\Delta t_{а}$ менее 4%. Таким образом, $t'_{ж} = 78^\circ\text{C}$, $t''_{ж} = 82^\circ\text{C}$, что соответствует $\bar{t}_{ж} = 80^\circ\text{C}$.

Определим падение давления по длине трубы. Коэффициент сопротивления трения при неизотермическом течении (при наличии теплообмена) для капельных жидкостей определяется по формуле

$$\xi_{\tau 0} = \xi k_{\mu},$$

где ξ — коэффициент сопротивления трения при изотермическом течении; k_{μ} — поправочный коэффициент, учитывающий влияние изменения вязкости с температурой и определяемый по графику, приведенному на рис. 12-24. Согласно (12-60) и графику

$$\xi = \frac{64}{Re_d} = \frac{64}{1310} = 0,049; k_{\mu} = 1,77.$$

Тогда

$$\xi_{\tau 0} = 0,049 \cdot 1,77 = 0,0865.$$

Падение давления определяется по формуле Дарси (12-59)

$$\Delta p = \xi_{\tau 0} \frac{\bar{\rho}_{ж} \omega_0^2}{2} \frac{l}{d} = 0,0865 \frac{844 \cdot 0,6^2}{2} \frac{1}{8 \cdot 10^{-3}} = 1640 \text{ Па}.$$

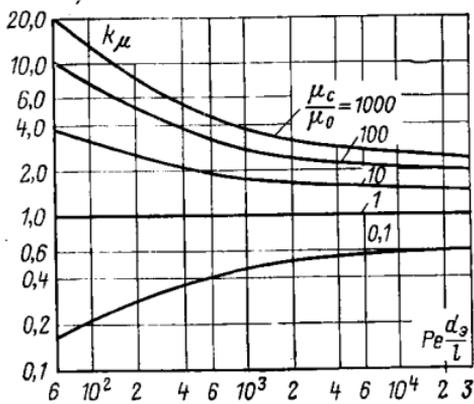


Рис. 12-24. Поправочный коэффициент $k_\mu = \bar{\xi}_\mu / \xi$.

μ_0 — вязкость при температуре жидкости на входе в трубу.

дет к увеличению $\bar{\alpha}$ примерно на 30%. Падение давления вдоль трубы изменится более существенно: оно уменьшится примерно в 3 раза. Сказанное здесь согласуется с результатами анализа, приведенного в § 12-5 для случая обтекания плоской поверхности капельной жидкостью.

Теплоотдача при турбулентном режиме. Развитый турбулентный режим течения жидкости в трубе существует, если

$$Re_d > 10\,000^*.$$

При турбулентном течении перенос теплоты в трубе, как и в турбулентном пограничном слое, осуществляется турбулентными молями — хаотически движущимися макрочастицами жидкости; при этом существует поперечное перемещение турбулентных молей к стенке и равное ему по интенсивности перемещение от стенки (перемешивание жидкости). Однако с точки зрения переноса теплоты эти потоки не эквивалентны. Если нагретая жидкость течет по трубе с холодной стенкой, то к стенке идет поперечный поток «горячих» молей, а от

* При $2000 < Re_d < 10\,000$ в трубе существует так называемый переходный режим течения, для которого надежные расчетные рекомендации еще не разработаны. Для оценки теплоотдачи в этом случае проводят расчет для ламинарного и турбулентного режимов и полагают, что коэффициент теплоотдачи в переходном режиме имеет промежуточное значение.

Характерным свойством масел является их высокая вязкость, которая вдобавок отличается сильной температурной зависимостью. Если в задаче поменять местами значения температур стенки и жидкости, то это приведет к заметному изменению $\bar{\alpha}$ и Δp . Пусть $t_{ж} = 20^\circ\text{C}$, а $t_c = 80^\circ\text{C}$. Определяющая температура сохранит свое значение, следовательно, изменится лишь поправка в формуле для определения α ; оценки показывают, что это приве-

стенки — «холодных», отдавших свою теплоту стенке. Поток турбулентных молей переносит теплоту намного интенсивнее, чем поток молекул при ламинарном течении жидкости, поэтому турбулентное перемешивание жидкости приводит к выравниванию температуры в поперечном сечении трубы. Профиль температуры становится плоским, изменение температуры происходит лишь в тонком вязком подслое. Профиль скорости имеет аналогичный характер, так как турбулентные моли при своем поперечном движении переносят не только теплоту, но и импульс. Стабильный профиль скорости устанавливается при турбулентном течении довольно быстро, в этом случае длина начального участка гидродинамической стабилизации $l/d \approx 15$; тепловой начальный участок имеет примерно такую же величину.

Нахождение температурного поля в жидкости при турбулентном режиме течения — это очень сложная задача. Дело в том, что температура в определенной точке потока не остается постоянной во времени, она пульсирует беспорядочным образом вокруг некоторого среднего значения. Примерно то же самое происходит и со скоростью, которая меняет хаотически не только значение, но и направление, поскольку скорость — векторная величина. При расчете во внимание принимаются средние значения скорости и температуры, а также используются специальные приближенные приемы. На практике в большинстве случаев обращаются к эксперименту. Теория подобия позволяет установить, что экспериментальные результаты необходимо обрабатывать в виде:

$$\overline{Nu} = f(Re, Pr).$$

Обработка многочисленных экспериментальных данных, полученных в большом диапазоне изменения основных параметров, позволила академику М. А. Михееву получить следующую расчетную зависимость:

$$\overline{Nu}_d = 0,021 Re_d^{0,8} Pr_{ж}^{0,43} (Pr_{ж}/Pr_c)^{0,25} \varepsilon_l; \quad (12-61)$$

здесь $\overline{Nu}_d = \overline{ad}/\lambda_{ж}; Re_d = \omega_0 d \rho_{ж} / \mu_{ж};$

ε_l — коэффициент, учитывающий влияние начального участка на значение среднего коэффициента теплоотдачи: значения этого коэффициента приведены в табл. 12-1.

Коэффициент ϵ_l для учета влияния начального участка трубы

Re_d	l/d								
	1	2	5	10	15	20	30	40	50
$1 \cdot 10^4$	1,65	1,50	1,34	1,23	1,17	1,13	1,07	1,03	1
$2 \cdot 10^4$	1,51	1,40	1,27	1,18	1,13	1,10	1,05	1,02	1
$5 \cdot 10^4$	1,34	1,27	1,18	1,13	1,10	1,08	1,04	1,02	1
$1 \cdot 10^5$	1,28	1,22	1,15	1,10	1,08	1,06	1,03	1,02	1
$1 \cdot 10^6$	1,14	1,11	1,08	1,05	1,04	1,03	1,02	1,01	1

При $l/d > 50$ коэффициент $\epsilon_l = 1$.

В качестве определяющей температуры в формуле (12-58) принята средняя арифметическая температура жидкости $\bar{t}_ж = \frac{1}{2} (t'_ж + t''_ж)$. Формула (12-58) справедлива при $Re_d > 1 \cdot 10^4$ и $0,6 < Pr_ж < 2500$.

Особенностью формулы (12-58) является то, что она может применяться для расчета теплоотдачи в каналах с различной формой поперечного сечения — круглой, квадратной, прямоугольной, кольцевой, а также при продольном обтекании трубных пучков. При этом вместо обычного диаметра в формуле используется эквивалентный диаметр.

Для пояснения понятия эквивалентного диаметра перепишем соотношение из примера 12-1 в виде:

$$\frac{\Delta p}{\Delta x} = - \frac{2}{r_0} \tau = - \frac{4}{d} \tau. \quad (12-62)$$

С другой стороны, для трубы с любой формой поперечного сечения при любом режиме течения имеет место равенство сил давления и сил трения

$$\Delta p f = - \tau u \Delta x \quad \text{или} \quad \frac{\Delta p}{\Delta x} = - \frac{u}{f} \tau; \quad (12-63)$$

здесь f — поперечное сечение; u — смоченный периметр канала.

Именно это условие и использовано для получения выражения (12-62) применительно к трубе с круглой формой поперечного сечения. Написанному здесь соотношению (12-63) можно придать форму, аналогичную вы-

ражению для труб круглого сечения, если предположить, что для любого канала существует свой эквивалентный диаметр, зависящий от формы и размеров его поперечного сечения. В этом случае

$$\frac{\Delta p}{\Delta x} = - \frac{4}{d_3} \tau. \quad (12-64)$$

Сравнивая (12-59) и (12-60), получаем формулу для определения эквивалентного диаметра

$$d_3 = \frac{4f}{u}. \quad (12-65)$$

Нетрудно видеть, что для круглого сечения эквивалентный и обычный диаметры совпадают.

Коэффициент сопротивления трения при турбулентном течении в канале определяется выражением здесь

$$\xi_{\text{то}} = \xi_{\text{из}} k_{\mu};$$

здесь

$$\xi_{\text{из}} = \frac{1}{(1,82 \lg \text{Re}_{\text{ж}} - 1,64)^2}$$

-- коэффициент сопротивления трения при изотермическом течении (без теплообмена); $k_{\mu} = (\text{Pr}_c / \text{Pr}_{\text{ж}})^{1/3}$ — поправка, учитывающая изменение вязкости с температурой и применяемая только для капельных жидкостей.

Потеря давления при турбулентном режиме определяется, как и в случае ламинарного режима, по формуле Дарси (12-59).

Пример 12-7. Средняя по длине температура стенки трубки конденсатора паротурбинной установки $t_c = 28^\circ\text{C}$, внутренний диаметр трубки $d = 16$ мм, температура воды на входе $t'_{\text{ж}} = 10^\circ\text{C}$, а на выходе 18°C ; средняя скорость воды $w_0 = 2$ м/с.

Определить длину трубки l , необходимую для обеспечения заданного нагрева воды.

Решение. Средняя температура жидкости

$$\bar{t}_{\text{ж}} = \frac{1}{2} (t'_{\text{ж}} + t''_{\text{ж}}) = \frac{1}{2} (10 + 18) = 14^\circ\text{C}.$$

При этой температуре имеем: $\rho_{\text{ж}} = 999$ кг/м³; $\mu_{\text{ж}} = 1180 \times 10^{-6}$ Н·с/м²; $\lambda_{\text{ж}} = 0,584$ Вт/(м·К); $c_{p\text{ж}} = 4,187 \cdot 10^3$ Дж/(кг·К).

Число Рейнольдса

$$Re_d = \omega_0 d \rho_{ж} / \mu_{ж} = 2 \cdot 16 \cdot 10^{-3} \cdot 999 / 1180 \cdot 10^{-6} = 2,71 \cdot 10^4,$$

следовательно, режим движения — турбулентный.

Коэффициент теплоотдачи при турбулентном режиме движения определим по формуле М. А. Михеева (12-61). Длина трубки является неизвестной величиной, поэтому в первом приближении полагаем поправку ϵ_l равной 1. Тогда число Нуссельта

$$\begin{aligned} \bar{Nu}_d &= 0,021 Re_d^{0,8} Pr_{ж}^{0,43} \left(\frac{Pr_{ж}}{Pr_c} \right)^{0,25} \epsilon_l = \\ &= 0,021 (2,71 \cdot 10^4)^{0,8} (8,5)^{0,43} \left(\frac{8,5}{5,7} \right)^{0,25} = 201. \end{aligned}$$

Значения $Pr_{ж}$ и Pr_c взяты из табл. П9.

Коэффициент теплоотдачи

$$\bar{\alpha} = \bar{Nu}_d \frac{\lambda_{ж}}{d} = 201 \frac{0,584}{16 \cdot 10^{-3}} = 7320 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}).$$

Расход воды через трубку

$$G = \omega_0 \rho_{ж} \frac{\pi d^2}{4} = 2 \cdot 999 \frac{3,14 \cdot (16 \cdot 10^{-3})^2}{4} = 0,403 \text{ кг/с.}$$

Количество передаваемой теплоты

$$Q = G c_{p ж} (t''_{ж} - t'_{ж}) = 0,403 \cdot 4,187 \cdot 10^3 (18 - 10) = 13 500 \text{ Вт.}$$

С другой стороны, количество передаваемой теплоты (тепловой поток) можно выразить так:

$$Q = \bar{\alpha} \Delta t_{л} \pi d l.$$

Средний логарифмический температурный напор по (12-50)

$$\begin{aligned} \Delta t_{л} &= \frac{\bar{\vartheta}_l - \vartheta_0}{2,303 \lg (\bar{\vartheta}_l / \vartheta_0)} = \frac{(t''_{ж} - t_c) - (t'_{ж} - t_c)}{2,303 \lg \frac{t''_{ж} - t_c}{t'_{ж} - t_c}} = \\ &= \frac{(18 - 28) - (10 - 28)}{2,303 \lg \frac{18 - 28}{10 - 28}} = 13,7^\circ \text{C}. \end{aligned}$$

Средний арифметический температурный напор $\Delta t_a = 14^\circ \text{C}$ отличается от $\Delta t_{л}$ менее чем на 3%.

Определим длину трубы:

$$l = Q / \bar{\alpha} \Delta t_{л} \pi d = 13 500 / 7320 \cdot 13,7 \cdot 3,14 \cdot 16 \cdot 10^{-3} = 2,68 \text{ м.}$$

Необходимо провести проверку принятого в расчете предположения о том, что $\epsilon_l = 1$. Относительная длина трубы $l/d = 2680/16 = 167 > 50$, следовательно, предположение выполняется.

Пример 12-8. Пучок труб омывается продольным потоком воздуха. Трубы пучка с внешним диаметром $d=20$ мм и длиной $l=2$ м расположены в коридорном порядке (рис. 12-25) с шагом $s_1=50$ мм и $s_2=50$ мм. Средняя температура воздуха $t_{ж}=200^\circ\text{C}$, средняя скорость движения воздуха $w_0=6$ м/с. Определить коэффициент теплоотдачи от воздуха к поверхности труб пучка.

Решение. Определим эквивалентный диаметр канала, образованного заштрихованным на рис. 12-24 элементом пучка; смоченный периметр складывается из четырех частей внешней окружности четырех труб, расположенных в вершинах элемента, и равен длине окружности одной трубы:

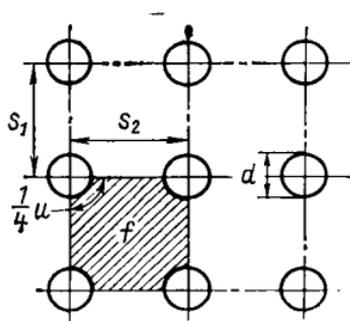


Рис. 12-25. К примеру 12-8.

$$d_3 = \frac{4f}{u} = \frac{4(s_1 s_2 - \pi d^2/4)}{\pi d} = 4 \frac{s_1 s_2}{\pi d} - d =$$

$$= 4 \frac{50 \cdot 50 \cdot 10^{-6}}{3,14 \cdot 20 \cdot 10^{-3}} - 20 \cdot 10^{-3} = 0,139 \text{ м.}$$

Для $t_{ж}=200^\circ\text{C}$ имеем: $\rho_{ж}=0,746$ кг/м³; $\mu_{ж}=26 \cdot 10^{-6}$ Н·с/м²; $\lambda_{ж}=3,93 \cdot 10^{-2}$ Вт/(м·К); $\text{Pr}_{ж}=0,680$.

Число Рейнольдса

$$\text{Re}_d = \frac{w_0 d_3 \rho_{ж}}{\mu_{ж}} = \frac{6 \cdot 0,139 \cdot 0,746}{26 \cdot 10^{-6}} = 2,40 \cdot 10^4 > 10^4,$$

т. е. режим течения турбулентный.

Для определения коэффициента теплоотдачи в этом случае можно использовать формулу (12-61) без поправки $(\text{Pr}_{ж}/\text{Pr}_c)^{0,25}$, которая справедлива только для капельных жидкостей; при $l/d_3=2/0,139=14,4$ по табл. 12-1 $\epsilon_l \approx 1,13$:

$$\overline{\text{Nu}}_d = 0,021 \text{Re}_d^{0,8} \text{Pr}_{ж}^{0,43} \epsilon_l = 0,021 [(2,4 \cdot 10^4)^{0,8} (0,68)^{0,43} 1,13] = 63,6.$$

Коэффициент теплоотдачи

$$\bar{\alpha} = \overline{\text{Nu}}_d \frac{\lambda_{ж}}{d_3} = 63,6 \frac{3,93 \cdot 10^{-2}}{0,139} = 18 \text{ Вт/(м}^2 \cdot \text{К)}.$$

12-6. Теплоотдача при поперечном обтекании трубы и пучка труб

При обтекании трубы поперечным потоком на ее поверхности образуется пограничный слой. Принципиально развитие пограничного слоя на цилиндрической поверхности трубы происходит аналогично формированию пограничного слоя на плоской поверхности, однако то обстоятельство, что поток огибает искривленную поверх-

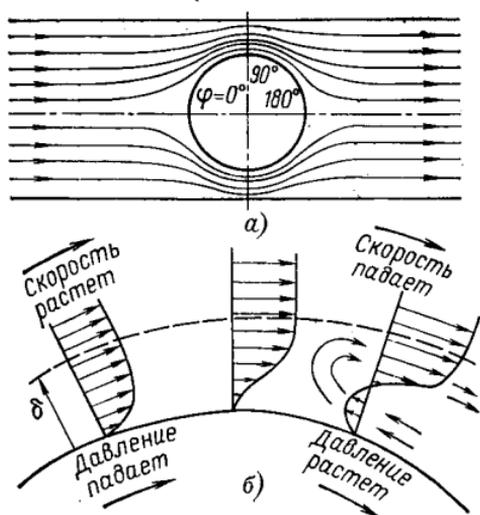


Рис. 12-26. Безотрывное поперечное обтекание трубы (а) и отрыв пограничного слоя (б).

Изменение скорости влечет за собой изменение давления: согласно уравнению Бернулли величина $p + \rho_{\text{ж}} \omega^2 / 2$ должна сохранять постоянное значение вдоль струйки жидкости.

Если увеличить число Рейнольдса, то описанные процессы изменения давления и скорости будут происходить более интенсивно. В этом случае после перехода потока через верхнюю точку цилиндрического профиля ($\varphi = 90^\circ$) начинается быстрое уменьшение скорости и увеличение давления, поток тормозится. У стенки, где скорость мала из-за вязкости, возникает обратное течение, что приводит к отеснению потока от стенки, происходит отрыв пограничного слоя (рис. 12-26, б).

При $Re_d < Re_{dкр} = 2 \cdot 10^5$ происходит отрыв ламинарного пограничного слоя, причем угол отрыва $\varphi_{от} = 80 - 85^\circ$ (рис. 12-27). Если число Рейнольдса больше критического, происходит не отрыв пограничного слоя, а переход от ламинарного пограничного слоя к турбулентному. Турбулентный пограничный слой более устойчив по отношению к процессу торможения из-за нарастания давления во внешнем потоке, чем ламинарный, ибо он обладает большей кинетической энергией. Поэтому отрыв турбулентного пограничного слоя происходит при большем значении угла $\varphi_{от} = 140^\circ$ (рис. 12-28).

ность, вносит свои особенности. При малых числах Рейнольдса ($Re_d = \omega_0 d \rho_{\text{ж}} / \mu_{\text{ж}} < 5$, где ω_0 — скорость набегающего потока, d — наружный диаметр трубы) происходит безотрывное обтекание цилиндрической поверхности трубы (рис. 12-26, а). При этом в местах сгущения струек жидкости скорость потока увеличивается в связи с невозможностью нарушения неразрывности потока жидкости: массовый расход в любом поперечном сечении потока имеет одно и то же значение.

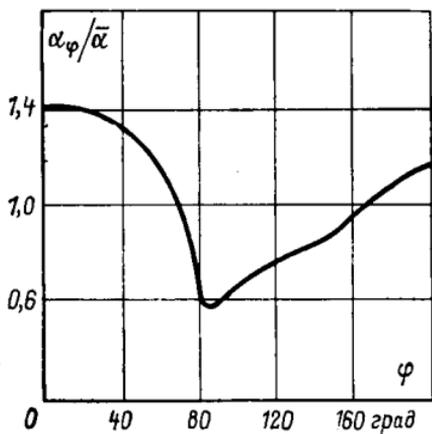
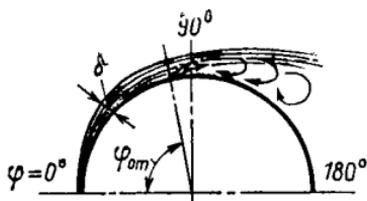


Рис. 12-27. Изменение теплоотдачи по окружности трубы при отрыве ламинарного пограничного слоя.

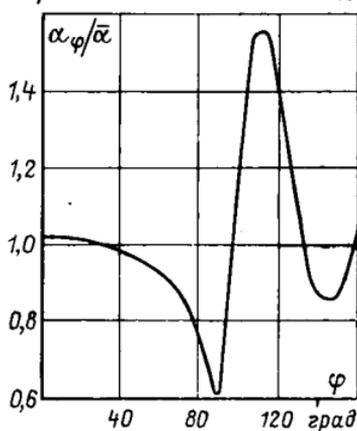
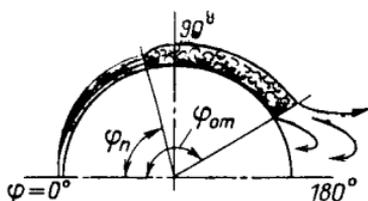


Рис. 12-28. Изменение теплоотдачи по окружности трубы при отрыве турбулентного пограничного слоя.

В соответствии с гидродинамической картиной обтекания цилиндра меняется и местный коэффициент теплоотдачи вдоль контура поперечного сечения. Наименьшую толщину ламинарный пограничный слой имеет в лобовой точке ($\varphi=0$), это соответствует максимальному значению коэффициента теплоотдачи. По мере нарастания толщины ламинарного пограничного слоя коэффициент теплоотдачи уменьшается (рис. 12-26). После отрыва ламинарного пограничного слоя происходит рост теплоотдачи в связи с интенсивным вихреобразованием. Кривая местного коэффициента теплоотдачи при $Re_d > Re_{dкр}$ имеет два минимума: один из них соответствует переходу ламинарного пограничного слоя в турбулентный, а второй — отрыву турбулентного пограничного слоя (рис. 12-28).

Применение метода подобия к задаче о теплоотдаче при поперечном обтекании цилиндрической трубы позволяет установить, что число Нуссельта зависит от числа Рейнольдса и числа Прандтля. В результате обобщения

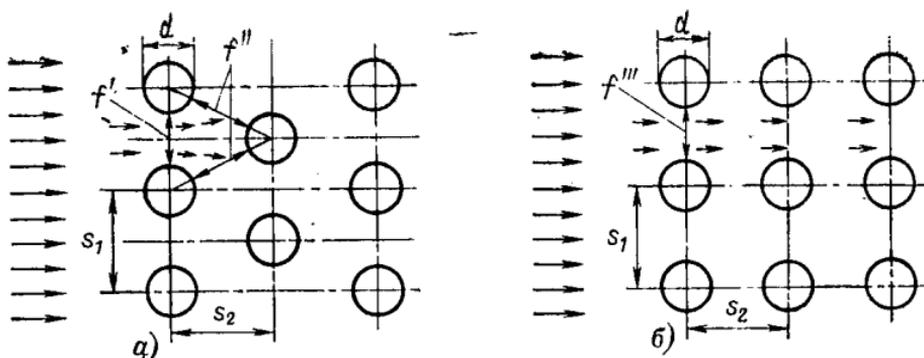


Рис. 12-29. Шахматный (а) и коридорный (б) трубные пучки.

многочисленных опытных данных была получена следующая расчетная формула:

$$\overline{Nu}_d = C Re_d^m Pr_{ж}^n (Pr_{ж}/Pr_c)^{0,25}; \quad (12-66)$$

здесь $\overline{Nu}_d = \frac{\overline{\alpha d}}{\lambda_{ж}}$; $\overline{\alpha}$ — средний по окружности трубы коэффициент теплоотдачи; d — наружный диаметр трубы.

Значения коэффициента C и показателей степени m и n меняются в зависимости от числа Рейнольдса:

Re_d	C	m	n
$5-10^3$	0,5	0,5	0,38
$10^3-2 \cdot 10^5$	0,25	0,6	0,38
$3 \cdot 10^5-2 \cdot 10^6$	0,023	0,8	0,37

В качестве определяющей температуры берется средняя температура жидкости, скорость потока отнесена к самому узкому поперечному сечению канала, стесненному цилиндрической трубой.

На практике часто приходится иметь дело с поперечным обтеканием пучков труб. При этом некоторые основные закономерности теплообмена, наблюдаемые для одиночных труб, сохраняются, однако появляются особенности, связанные с взаимным влиянием труб, которое осуществляется через поток.

Наиболее распространенными типами пучков являются шахматный и коридорный (рис. 12-29). Обтекание первого ряда в пучках обоих типов аналогично обтеканию одиночной трубы. Характер обтекания труб в следующих рядах шахматного пучка примерно такой же,

поскольку трубы в соседних рядах сдвинуты поперек потока и не попадают в вихревой след расположенной впереди трубы; теплоотдача по контуру трубы в шахматном пучке меняется примерно так же, как и теплоотдача одиночной трубы (рис. 12-30). При обтекании коридорного пучка на трубы второго ряда воздействуют вихри, образующиеся в результате обтекания труб первого ряда, соответственно меняется и теплоотдача (рис. 12-31).

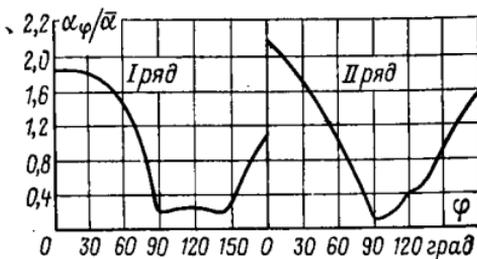
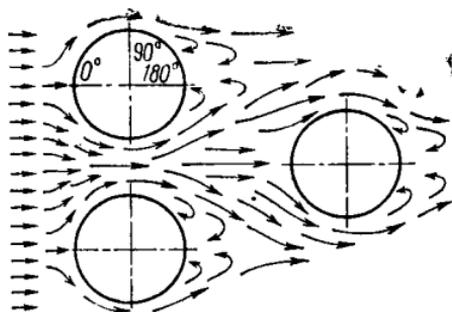


Рис. 12-30. Теплоотдача первого и второго рядов шахматного пучка.

Наименьший средний коэффициент теплоотдачи имеет первый ряд, затем теплоотдача увеличивается и после третьего ряда происходит стабилизация теплоотдачи, коэффициент теплоотдачи третьего и следующих рядов сохраняет постоянное значение. Относительное значение α меняется по рядам следующим образом:

	I ряд	II ряд	III ряд	IV ряд	V ряд и т.д.
Шахматный пучок	0,6	0,7	1,0	1,0	1,0
Коридорный пучок	0,6	0,9	1,0	1,0	1,0

Наиболее характерным при обтекании пучков труб является смешанный режим течения, при котором в пространстве между трубами имеется турбулентный поток, а на передней половине трубы формируется слой ламинарно текущей жидкости. Смешанный режим течения характеризуется следующим диапазоном изменения числа Рейнольдса: $10^3 < Re_d = \omega_0 d \rho / \mu < 10^5$; здесь d — наружный диаметр трубы; ω_0 — скорость в узком сечении пучка (f''' — для коридорного пучка, f' или f'' — для шахматного, рис. 12-29), значения ρ , μ берутся при средней температуре жидкости.

Средний коэффициент теплоотдачи третьего и последующих рядов можно рассчитать по формуле:

$$\overline{Nu}_d = C Re_d^m Pr_{ж}^{0,33} (Pr_{ж}/Pr_c)^{0,25} \epsilon_s, \quad (12-67)$$

где $\overline{Nu}_d = \overline{\alpha}d/\lambda$; $\overline{\alpha}$ — средний коэффициент теплоотдачи третьего и последующих рядов; для шахматного пучка $C=0,41$; $m=0,60$; при $s_1/s_2 < 2$ имеем: $\epsilon_s = (s_1/s_2)^{1/6}$, при $s_1/s_2 \geq 2$ имеем: $\epsilon_s = 1,12$;

для коридорного пучка $C=0,26$; $m=0,65$; $\epsilon_s = (s_2/d)^{-0,15}$.

Определяющей температурой является средняя температура жидкости. Коэффициент тепло-

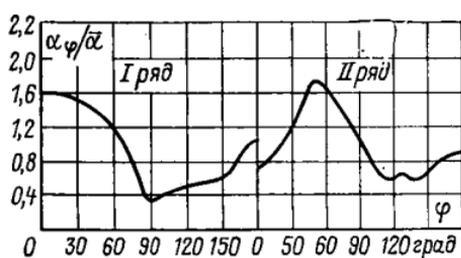
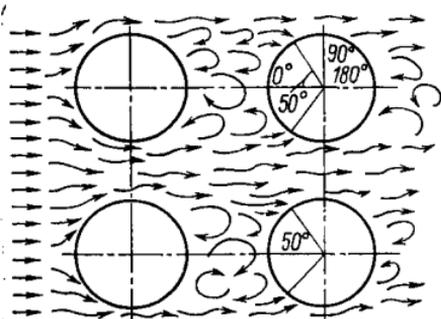


Рис. 12-31. Теплоотдача первого и второго рядов коридорного пучка.

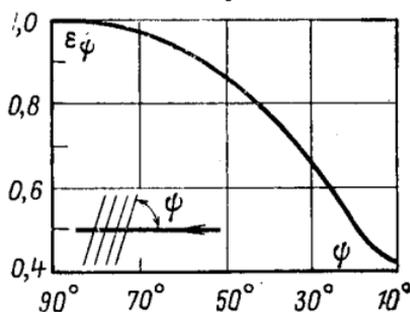


Рис. 12-32. Изменение коэффициента ϵ_ψ .

отдачи для первого и второго рядов определяется в соответствии с приведенной выше таблицей. Средний коэффициент теплоотдачи для всего пучка определяется по формуле:

$$\overline{\alpha}_n = \frac{\overline{\alpha}_1 F_1 + \overline{\alpha}_2 F_2 + \overline{\alpha}_3 F_3 + \dots + \overline{\alpha}_n F_n}{F_1 + F_2 + F_3 + \dots + F_n},$$

где $F_1, F_2, F_3, \dots, F_n$ — поверхности всех трубок в данном ряду.

Угол между направлением набегающего потока и осью трубы называется углом атаки ψ .

Формула (12-67) справедлива, если направление набегающего потока перпендикулярно оси труб ($\psi=90^\circ$). При $\psi < 90^\circ$ теплоотдача уменьшается и определяется

выражением

$$\bar{\alpha}_\psi = \bar{\alpha}\varepsilon_\psi,$$

где ε_ψ берется по графику на рис. 12-32.

При малых углах ψ теплоотдача рассчитывается по формуле для течения внутри трубы с использованием понятия эквивалентного диаметра (§ 12-5).

Следует отметить, что для наиболее распространенного на практике смешанного режима обтекания пучков теплоотдача шахматных пучков выше, чем коридорных, причем это различие уменьшается с увеличением числа Рейнольдса. Поэтому в ряде случаев шахматным пучкам отдается предпочтение.

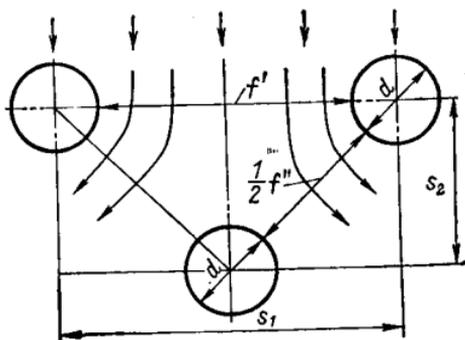


Рис. 12-33. К примеру 12-9.

Пример 12-9. Шахматный пучок труб с наружным диаметром $d=50$ мм обтекается потоком воздуха со средней температурой $t_{ж}=100^\circ\text{C}$. Поперечный шаг $s_1=4d$, продольный шаг $s_2=2d$, количество труб вдоль потока $z=20$, поперек потока $n=10$, длина трубы $l=1$ м. Массовый расход воздуха $G=15$ кг/с, температура стенки трубы $t_c=300^\circ\text{C}$. На сколько градусов нагреется воздух, проходя через пучок труб?

Решение. Определим скорость воздуха в узком сечении пучка. В зависимости от соотношения между s_1 и s_2 узким может оказаться сечение f' или f'' (рис. 12-29 и 12-33). Полагая, что стенки газотока, параллельные осям труб, расположены на расстоянии, примерно равном поперечному шагу, от крайних труб пучка, получаем следующие формулы для проходного сечения одной ячейки пучка в обоих случаях:

$$f' = (s_1 - d) l; \quad f'' = 2 \left(\sqrt{s_2^2 + \left(\frac{s_1}{2}\right)^2} - d \right) l.$$

Для данной задачи

$$f' = (4d - d) l = 3dl; \quad f'' = 2(\sqrt{4d^2 + 4d^2} - d) l = 3,66dl.$$

Наиболее узкое проходное значение для воздуха в пучке равно:

$$f_n = f'_n = 3ndl.$$

Для температуры $t_{ж}=100^\circ\text{C}$ из таблицы для воздуха имеем: $\rho=0,946$ кг/м³; $\mu=21,9 \cdot 10^{-6}$ Н·с/м²; $\lambda=3,21 \cdot 10^{-2}$ Вт/(м·К); $c_p=1,01 \cdot 10^3$ Дж/(кг·К); $\text{Pr}_{ж}=0,688$.

Скорость воздуха в узком сечении пучка

$$\omega_0 = G / \rho f_n = G / \rho 3ndl = 15 / 0,946 \cdot 3 \cdot 10 \cdot 50 \cdot 10^{-3} \cdot 1 = 10,6 \text{ м/с.}$$

Число Рейнольдса

$$Re_d = w_0 d \rho / \mu = 10,6 \cdot 50 \cdot 10^{-3} \cdot 0,946 / 21,9 \cdot 10^{-6} = 2,29 \cdot 10^4.$$

Следовательно, имеем смешанный режим течения. Теплоотдача третьего и последующих рядов определяется по формуле (12-59):

$$\begin{aligned} \overline{Nu}_d &= 0,41 Re_d^{0,60} Pr_{ж}^{0,33} \epsilon_s = 0,41 (2,29 \cdot 10^4)^{0,60} \times \\ &\times (0,688)^{0,33} \cdot 1,12 = 169. \end{aligned}$$

Коэффициент теплоотдачи

$$\bar{\alpha} = Nu_d \lambda / d = 169 \cdot 3,21 \cdot 10^{-2} / 50 \cdot 10^{-3} = 108,5 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}).$$

Так как число рядов в пучке велико, то влияние двух первых рядов несущественно и может не учитываться.

Тепловой поток от поверхности труб пучка к воздуху

$$\begin{aligned} Q &= \alpha \Delta t_a F = \alpha (t_c - t_{ж}) \pi d n z = \\ &= 108,5 \cdot (300 - 100) 3,14 \cdot 50 \cdot 10^{-3} \cdot 1 \cdot 10 \cdot 20 = 680 \text{ кВт}. \end{aligned}$$

Повышение температуры воздуха, проходящего через пучок,

$$t''_{ж} - t'_{ж} = Q / G c_p = 680 \cdot 10^{-3} / 15 \cdot 1,01 \cdot 10^3 = 45^\circ \text{С}.$$

12-7. Теплоотдача при свободном движении жидкости

Одним из наиболее распространенных случаев свободного движения жидкости является ее движение в гравитационном поле из-за неравномерного нагрева. Частица жидкости, имеющая более высокую температуру, чем окружающая жидкость, становится легче и всплывает в ней. Если жидкость с температурой $t_{ж}$ находится в контакте с вертикальной поверхностью, имеющей более высокую температуру t_c , то вдоль поверхности возникает течение нагретых частиц жидкости. Это течение направлено вверх и осуществляется в пограничном слое, вне которого жидкость неподвижна. На рис. 12-34 показаны профили скорости и температуры в таком пограничном слое.

Структура пограничного слоя при свободном движении жидкости вдоль вертикальной поверхности аналогична структуре пограничного слоя при вынужденном обтекании плоской поверхности: имеются ламинарный, переходный и турбулентный участки. Изменение местного коэффициента теплоотдачи вдоль поверхности показано на рис. 12-35; на первом снизу участке, занятом ламинарным пограничным слоем, коэффициент теплоотдачи уменьшается вдоль поверхности, так как толщина слоя растет; на участке, занятом турбулентным погра-

ничным слоем, коэффициент теплоотдачи не меняется — здесь местный и средний коэффициенты теплоотдачи равны между собой.

Анализ процесса теплоотдачи при свободном движении жидкости методом подобия проводится с использованием тех же принципов, что и конвективного теплообмена при вынужденном движении, однако в данном случае имеются некоторые особенности. Если в случае

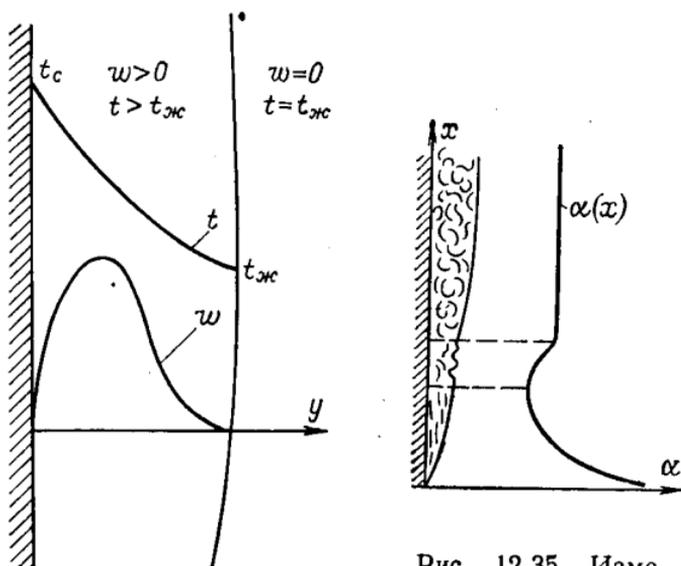


Рис. 12-34. Профили скорости и температуры в пограничном слое при свободном движении жидкости вдоль вертикальной поверхности.

Рис. 12-35. Изменение коэффициента теплоотдачи при свободном движении жидкости вдоль вертикальной поверхности.

вынужденного движения в качестве критерия подобия использовалось число Рейнольдса, отражающее соотношение между силами инерции и силами вязкого трения, то для свободного движения число Re не имеет значения, поскольку силы инерции в большинстве случаев весьма малы. Свободное движение жидкости осуществляется под действием подъемной силы и силы вязкого трения, поэтому необходимо число подобия, отражающее соотношение между этими силами. Подъемная сила представляет собой разность между силой тяжести, действующей на частицу, и выталкивающей силой, действующей на нее же со стороны окружающей жидкости. Эти силы в расчете на единицу объема имеют следую-

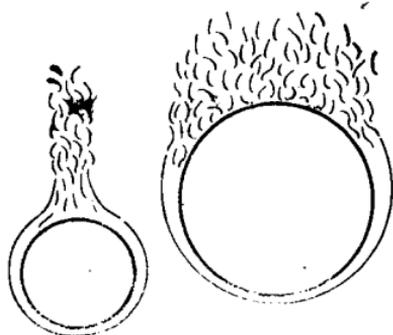


Рис. 12-36. Свободное движение около горизонтальных труб.

щие значения: сила тяжести равна $g\rho_c$, выталкивающая сила равна силе тяжести, действующей на жидкость, вытесненную нагретой частицей, т. е. $g\rho_{ж}$; подъемная сила равна $g(\rho_{ж}-\rho_c)$. Так как $t_{ж} < t_c$, то $\rho_{ж} > \rho_c$, причем $\rho_{ж} = \rho_c(1 + \beta\Delta t)$, где $\Delta t = t_c - t_{ж}$, а β — коэффициент объемного расширения жидкости (для газов $\beta = 1/T$); тогда $\rho_{ж} - \rho_c = \rho_c\beta\Delta t$ и подъемная сила равна $g\rho_c\beta\Delta t$. Сила вязкости пропорциональна динамическому коэффициенту вязкости μ . Подробный анализ гидродинамического процесса применительно к случаю свободного движения жидкости, показывает, что соотношение между подъемной силой и силой вязкого трения отражается числом Грасгофа

$$Gr = \frac{g\beta\Delta t\rho^2 l^3}{\mu^2},$$

где l — определяющий размер.

Анализ процесса методом подобия приводит к следующей расчетной зависимости для среднего коэффициента теплоотдачи при свободном движении жидкости:

$$\overline{Nu} = C(Gr \cdot Pr)^m (Pr_{ж}/Pr_{\infty})^{0.25}. \quad (12-68)$$

Коэффициент C и показатель степени m зависят от величины $Gr \cdot Pr$ и конфигурации поверхности тела (свободное движение у горизонтальной наружной поверхности трубы изображено на рис. 12-35):

	C	m	Определяющий размер
Вертикальная поверхность, $10^3 < Gr \cdot Pr < 10^9$	0,25		l
Вертикальная поверхность, $Gr \cdot Pr > 6 \cdot 10^{10}$	0,15	1/3	l
Горизонтальная труба, $10^3 < Gr \cdot Pr < 10^9$	0,50	0,25	d

В качестве определяющей температуры берется температура жидкости вдали от поверхности тела. Вертикальная поверхность может быть плоской, а может быть поверхностью вертикально расположенной трубы;

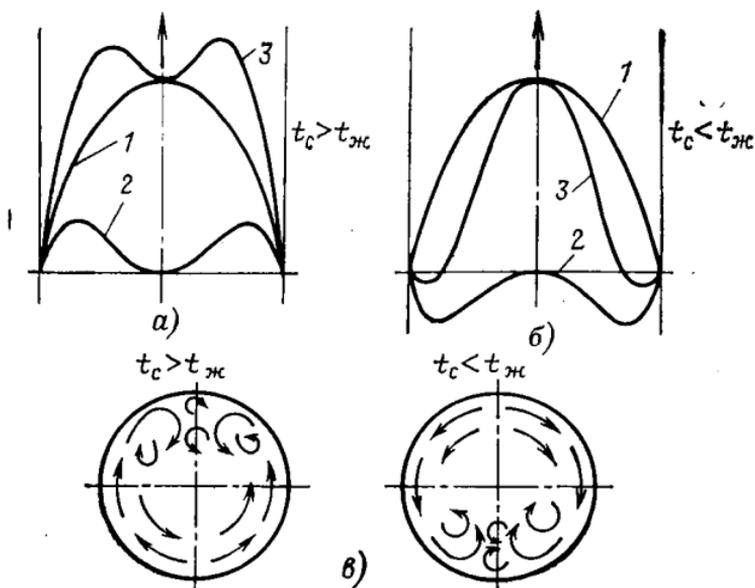


Рис. 12-37. Совместное действие вынужденной и свободной конвекции при движении жидкости в трубе. а — жидкость движется вверх, нагревание; б — жидкость движется вверх, охлаждение; в — труба расположена горизонтально.

определяющий размер отсчитывается от начала участка теплообмена.

При ламинарном течении жидкости в трубах (§ 12-5) свободное движение жидкости накладывается на вынужденное и приводит к искажению профиля скорости (рис. 12-37) и, следовательно, к изменению теплоотдачи. Если $Gr \cdot Pr > 8 \cdot 10^5$, то имеет место вязкостно-гравитационный ламинарный режим течения и средний коэффициент теплоотдачи на внутренней поверхности горизонтальной трубы определяется выражением

$$\bar{Nu}_d = 0,8 \left(Pe_d \frac{d}{l} \right)^{0,4} (Gr \cdot Pr)^{0,1} (\mu_{ж}/\mu_c)^{0,14},$$

где все обозначения аналогичны тем, которые приняты в формуле (12-53). Для числа Грасгофа здесь, как и для других чисел подобия в этой формуле, в качестве определяющего размера берется внутренний диаметр трубы, в качестве определяющей температуры $t = \frac{t_1}{2} (\bar{t}_{ж} + t_c)$, а в качестве температурного напора $\Delta t = t_c - \bar{t}_{ж}$.

Пример 12-10. Определить тепловой поток от вертикальной плиты высотой $l=2$ м и шириной $b=5$ м, если плита соприкасается со спокойным воздухом, имеющим температуру $t_{ж}=20^{\circ}\text{C}$ вдали от плиты. Температура поверхности плиты $t_c=100^{\circ}\text{C}$.

Решение. При $t_{ж}=20^{\circ}\text{C}$ для воздуха имеем $\rho=1,205$ кг/м³; $\mu=18,1 \cdot 10^{-6}$ Н·с/м²; $\lambda=2,59 \cdot 10^{-2}$ Вт/(м·К); $\text{Pr}_{ж}=0,703$.

Вычислим комплекс $(\text{Gr} \cdot \text{Pr})$:

$$(\text{Gr} \cdot \text{Pr}) = \frac{g \beta \Delta t \rho^2 l^3}{\mu^2} \text{Pr}_{ж} =$$

$$= \frac{9,81 (100 - 20) (1,205)^2 \cdot 2^3}{293 (18,1 \cdot 10^{-6})^2} \cdot 0,703 = 6,64 \cdot 10^{10}.$$

Значение комплекса $(\text{Gr} \cdot \text{Pr}) > 6 \cdot 10^{10}$, следовательно,

$$\overline{\text{Nu}} = 0,15 (\text{Gr} \cdot \text{Pr})^{1/3} = 0,15 (6,64 \cdot 10^{10})^{1/3} = 610.$$

Коэффициент теплоотдачи

$$\overline{\alpha} = \overline{\text{Nu}} \frac{\lambda}{l} = 610 \frac{2,59 \cdot 10^{-2}}{2} = 7,92 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}).$$

Тепловой поток

$$Q = \overline{\alpha} \Delta t F = 7,92 \cdot 80 \cdot 10 = 6340 \text{ Вт}.$$

12-8. Теплообмен при конденсации и кипении

Теплообмен при конденсации пара. Наиболее распространенным процессом конденсации является конденсация на охлаждаемой поверхности тела, если температура последней ниже температуры насыщения при данном давлении пара, т. е. $t_c < t_{н}$. Для поддержания процесса конденсации необходимо отводить выделяющуюся теплоту фазового перехода r в стенку. В определенных условиях (например, при конденсации водяного пара на обезжиренной металлической поверхности) образуется пленка конденсата, которая стекает под действием силы тяжести. Такая конденсация называется пленочной. Более интенсивным является теплообмен при капельной конденсации, когда конденсат скатывается в виде отдельных капель (например, конденсация водяного пара на загрязненной маслом поверхности); разрабатываются специальные меры для длительного поддержания капельной конденсации, так как коэффициент теплоотдачи при капельной конденсации может быть во много раз больше, чем при пленочной.

Рассмотрим пленочную конденсацию неподвижного пара на вертикальной поверхности (рис. 12-38). На поверхности образуется стекающая вниз ламинарная пленка конденсата. Предположим для простоты, что выделившаяся на внешней поверхности пленки теплота фазового перехода не переносится конденсатом вниз, а уходит в стенку поперек пленки за счет ее теплопроводности и действия температурного напора $t_n - t_c$. В этом случае профиль температуры в поперечном сечении пленки будет представлять собой прямую линию*, пленку можно трактовать как твердую стенку, «изготовленную» из конденсата и имеющую толщину δ_x , которая возрастает сверху вниз. Тогда плотность теплового потока в данном сечении с координатой x равна:

$$q_x = \frac{\lambda_{ж}}{\delta_x} (t_n - t_c),$$

или с другой стороны

$$q_x = \alpha_x (t_n - t_c);$$

из двух написанных соотношений имеем:

$$\alpha_x = \frac{\lambda_{ж}}{\delta_x}. \quad (12-69)$$

Таким образом, местный коэффициент теплоотдачи может быть определен, если известна толщина пленки конденсата в данном сечении. Из (12-69) видно также, что чем меньше толщина пленки конденсата, тем α_x больше; вот почему стремятся получить капельную конденсацию, при которой стенка покрыта не сплошной

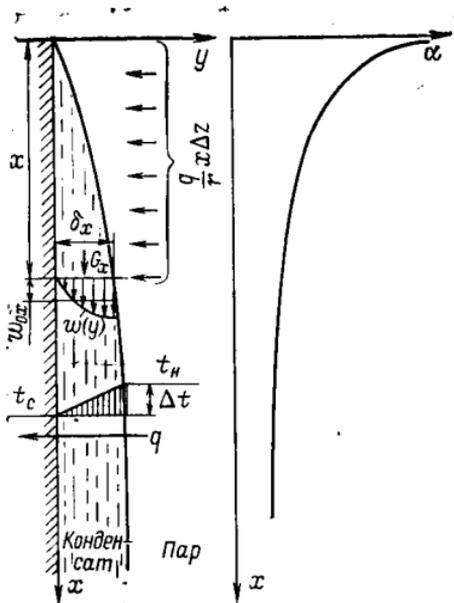


Рис. 12-38. Пленочная конденсация пара на вертикальной поверхности.

* При ламинарном течении жидкости в трубе (см. § 12-6) теплота поперек потока также передается теплопроводностью, но наличие конвективного переноса теплоты вдоль трубы приводит к параболическому профилю температуры [см. формулу (12-48)].

пленкой, а отдельными каплями, суммарное термическое сопротивление которых меньше, чем у пленки.

Толщина пленки увеличивается в направлении x за счет добавления в пленку конденсата. Условие баланса массы для сечения с координатой x может быть записано следующим образом:

$$G_x = \rho_{ж} \omega_{0x} \delta_x \Delta z = \frac{\bar{q}}{r} x \Delta z = \frac{[\bar{\alpha} \Delta t]}{r} x \Delta z = \frac{[\lambda_{ж} \Delta t]}{\delta_x r} x \Delta z; \quad (12-70)$$

здесь G_x — массовый расход конденсата в данном сечении пленки; ω_{0x} — средняя скорость в том же сечении; Δz — ширина пленки по оси z , направленной перпендикулярно плоскости рисунка; δ_x — средняя толщина пленки на участке длиной x .

Средняя скорость в поперечном сечении пленки может быть определена, если известен профиль скорости $w_x = w_x(y)$. Последний можно рассчитать, используя основной закон динамики для пленки, подобно тому, как это было сделано для трубы в § 12-5. Здесь также получается параболический профиль скорости (рис. 12-38); на стенке скорость равна нулю («прилипание»), при $y > 0$ профиль скорости определяется двумя силами: силой тяжести и силой вязкого трения, т. е. величинами g , $\rho_{ж}$, $\mu_{ж}$, а также δ_x . С учетом (12-70) можно заключить, что δ_x определяется следующей функциональной зависимостью

$$\delta_x = f(x, g, \rho_{ж}, \mu_{ж}, \lambda_{ж}, r, \Delta t).$$

Получение конкретного вида этой функции связано с громоздкими выкладками, поэтому приведем результат без вывода:

$$\delta_x = \sqrt[4]{\frac{4\lambda_{ж}\mu_{ж}(t_n - t_c)x}{r\rho_{ж}^2g}}.$$

Подставляя это выражение в (12-69), получаем формулу для местного коэффициента теплоотдачи при пленочной конденсации на вертикальной поверхности:

$$\alpha_x = \sqrt[4]{\frac{r\rho_{ж}^2g\lambda_{ж}^3}{4\mu_{ж}(t_n - t_c)x}}.$$

Средний коэффициент теплоотдачи на участке от $x = 0$ до $x = h$ предлагаем определить учащимся по формуле

формуле $\bar{\alpha} = \frac{1}{h} \int_0^h \alpha_x dx$, что дает:

$$\bar{\alpha} = \frac{4}{3} \alpha_{x=h},$$

или

$$\bar{\alpha} = 0,943 \sqrt[4]{\frac{r \rho_{ж}^2 g \lambda_{ж}^3}{\mu_{ж}}} \sqrt[4]{\frac{l}{\Delta t h}} \quad (12-71)$$

При расчете по формуле (12-71), впервые полученной Нуссельтом, все физические параметры конденсата следует брать по температуре насыщения t_n (табл. П9).

Согласно формуле (12-71) $\bar{\alpha} \sim h^{-0,25}$ (рис. 12-38) и $\bar{\alpha} \sim \Delta t^{-0,25}$. Формула (12-71) справедлива при ламинарном течении пленки, которое существует в том случае, если число Рейнольдса $Re = \omega_{0h} \delta_h \rho_{ж} / \mu_{ж}^* = \alpha \Delta t h / r \mu_{ж}$ меньше критического значения, равного $Re_{кр} = 400$. Поэтому после расчета по формуле (12-71) необходимо проверить условие ламинарности течения.

Формула (12-71) получена теоретическим путем; опыт дает более высокие значения коэффициента теплоотдачи $\bar{\alpha}$. Это происходит по двум причинам: из-за изменения физических свойств конденсата с температурой, что может быть приближенно учтено поправкой $(Pr_n / Pr_c)^{0,25}$, а также из-за волнового характера движения пленки. Последнее обстоятельство приводит к увеличению среднего коэффициента теплоотдачи, что можно учесть умножением его на поправку $\epsilon_v = Re^{0,04}$. При небольших давлениях пара и температурных напорах величина $(Pr_n / Pr_c)^{0,25}$ немного меньше единицы. Величина ϵ_v может принимать следующие значения:

Re . . .	25	100	400
ϵ_v . . .	1,14	1,20	1,27

При $Re > 400$ течение конденсата в пленке становится турбулентным и расчет теплоотдачи производится по специальным формулам, приводимым в учебниках по теплопередаче.

Конденсация пара на наружной поверхности горизонтальной трубы происходит принципиально так же, как и на вертикальной поверхности, но имеет свои особенности, связанные с тем, что направление силы тяжести не совпадает с направлением движения пленки. Вообще для наклонной поверхности следует ввести проекцию вектора ускорения силы тяжести $g_x = g \cos \varphi$, где

* Иногда в литературе встречается число Рейнольдса, в котором в качестве характерного размера используется величина 4δ , равная эквивалентному диаметру пленки конденсата.

φ — угол между направлением течения пленки и направлением силы тяжести. Тогда для наклонной плоскости коэффициент теплоотдачи определяется выражением

$$\alpha_{\text{накл}} = \alpha_{\text{верт}} \sqrt[4]{\cos \varphi}.$$

Для наружного контура цилиндрической горизонтальной трубы величина φ меняется по мере стекания пленки. Средний коэффициент теплоотдачи определяется выражением

$$\bar{\alpha}_r = 0,728 \sqrt[4]{\frac{r \rho^2_{\text{ж}} g \lambda^3_{\text{ж}}}{\mu_{\text{ж}}}} \sqrt[4]{\frac{1}{\Delta t d}}. \quad (12-72)$$

На интенсивность теплоотдачи при конденсации оказывают влияние такие факторы, как примесь неконденсирующегося газа в паре (например, воздуха), движение пара, компоновка

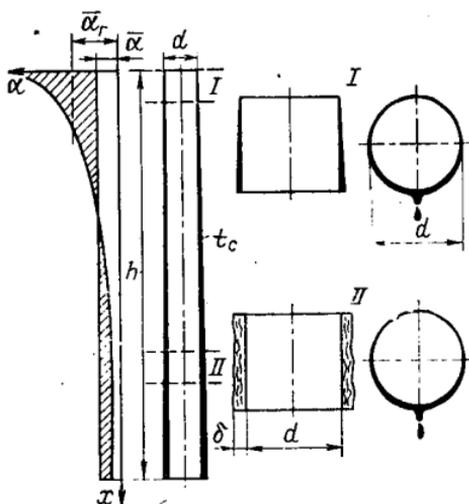


Рис. 12-39. К примеру 12-9.

пучка горизонтальных труб, на внешней поверхности которых конденсируется пар. Примесь воздуха в паре приводит к резкому уменьшению коэффициента теплоотдачи: накапливающийся у поверхности конденсации воздух затрудняет доступ пара к ней. Пар при движении может оказывать силовое воздействие на пленку конденсата, ускоряя или затормаживая ее; в первом случае толщина пленки уменьшается, что

приводит к росту теплоотдачи, во втором случае теплоотдача уменьшается. При компоновке пучков горизонтальных труб необходимо следить за тем, чтобы конденсат верхних трубок в возможно меньшей степени заливал трубы, расположенные внизу, так как это приводит к снижению теплоотдачи на последних.

Пример 12-11. На наружной поверхности трубы диаметром $d=20$ мм и длиной $l=2$ м конденсируется сухой насыщенный водяной пар при давлении $p_{\text{н}}=0,101$ МПа. Температура поверхности трубы $t_c=94,5^\circ\text{C}$. Определить количество пара, которое конденсируется на поверхности трубы для вертикального и горизонтального ее расположения.

Решение. Температура насыщения для данного давления пара равна $t_n = 100^\circ\text{C}$. Для этой температуры свойства конденсата имеют значения: $\rho_{\text{ж}} = 958 \text{ кг/м}^3$, $\mu_{\text{ж}} = 283 \cdot 10^{-6} \text{ Н}\cdot\text{с/м}^2$; $\lambda_{\text{ж}} = 68,3 \times 10^{-2} \text{ Вт/(м}\cdot\text{К)}$; теплота фазового перехода $r = 2257 \cdot 10^3 \text{ Дж/кг}$ (из табл. П9).

Вычислим величину

$$\sqrt[4]{\frac{r \rho_{\text{ж}}^2 g \lambda_{\text{ж}}^3}{\mu_{\text{ж}}}} = \sqrt[4]{\frac{2257 \cdot 10^3 \cdot 958^2 \cdot 9,81 (68,3 \cdot 10^{-2})^3}{283 \cdot 10^{-6}}} = 1,23 \cdot 10^4 \text{ м}^{1/4} \cdot \text{с}^{1/4} \text{ Вт/(м}^2\cdot\text{К)}.$$

Средний коэффициент теплоотдачи при вертикальном расположении трубы (рис. 12-39) равен:

$$\begin{aligned} \bar{\alpha} &= 0,943 \cdot 1,23 \cdot 10^4 \sqrt[4]{\frac{1}{\Delta t h}} = \\ &= 0,943 \cdot 1,23 \cdot 10^4 \sqrt[4]{\frac{1}{5,5 \cdot 2}} = 6910 \text{ Вт/(м}^2\cdot\text{К)}. \end{aligned}$$

Определим число Рейнольдса стекающей пленки конденсата

$$Re = \bar{\alpha} \Delta t h / r \mu_{\text{ж}} = 6910 \cdot 5,5 \cdot 2 / 2257 \cdot 10^3 \cdot 283 \cdot 10^{-6} = 119.$$

Следовательно, режим течения пленки по всей высоте вертикальной трубы ламинарный. Поправка на волновой характер движения пленки $\epsilon_v = 1,20$. Поправку на изменение физических свойств конденсата с температурой можно не учитывать из-за малости температурного напора $t_n - t_c$. С учетом поправки ϵ_v коэффициент теплоотдачи равен:

$$\bar{\alpha} = 6910 \cdot 1,20 = 8300 \text{ Вт/(м}^2\cdot\text{К)}.$$

Количество конденсирующегося пара

$$\begin{aligned} G &= Q/r = \bar{\alpha} \Delta t \pi d h / r = 8300 \cdot 5,5 \cdot 3,14 \cdot 20 \cdot 10^{-3} \times \\ &\times 2 / 2257 \cdot 10^3 = 2,54 \cdot 10^{-3} \text{ кг/с}. \end{aligned}$$

Коэффициент теплоотдачи при горизонтальном расположении трубы равен:

$$\begin{aligned} \bar{\alpha}_r &= 0,728 \cdot 1,23 \cdot 10^4 \sqrt[4]{\frac{1}{\Delta t d}} = \\ &= 0,728 \cdot 1,23 \cdot 10^4 \sqrt[4]{\frac{1}{5,5 \cdot 20 \cdot 10^{-3}}} = 15600 \text{ Вт/(м}^2\cdot\text{К)}. \end{aligned}$$

Количество конденсирующегося пара при горизонтальном расположении трубы

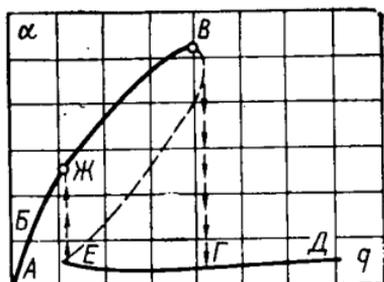
$$\begin{aligned} G_r &= Q_r / r = \bar{\alpha}_r \Delta t \pi d h / r = 15600 \cdot 5,5 \cdot 3,14 \cdot 20 \cdot 10^{-3} \times \\ &\times 2 / 2257 \cdot 10^3 = 4,78 \cdot 10^{-3} \text{ кг/с}. \end{aligned}$$

Видно, что при горизонтальном расположении трубы и прочих равных условиях количество конденсирующегося пара на ней увеличивается в $4,78/2,54 = 1,88$ раза. Это объясняется более высоким значением среднего коэффициента теплоотдачи горизонтальной трубы по сравнению с вертикальной. Последнее обстоятельство является следствием того, что при горизонтальном расположении трубы стекающая пленка не успевает существенно увеличить свою толщи-

ну на коротком отрезке, равном полуокружности трубы (рис. 12-39, I). В то же время толщина пленки в нижней части вертикальной трубы значительно больше (рис. 12-39, II), что ведет к снижению среднего коэффициента теплоотдачи.

Теплоотдача при кипении жидкости. Знание теплоотдачи при кипении жидкости имеет большое практическое значение для энергетики, поскольку этот процесс является одним из основных в цикле тепловой электростанции. Кипение осуществляется в парогенераторах и атомных реакторах, образующийся в результате кипения пар используется затем в качестве рабочего тела в турбине.

Для поддержания процесса кипения необходимо подводить теплоту к кипящей жидкости. Следовательно, температура поверхности нагрева должна быть несколько выше, чем температура кипения (насыщения) t_n при давлении, под которым находится жидкость. Коэффициент теплоотдачи при кипении определяется следующим образом:



$$\alpha = \frac{q}{t_c - t_n}.$$

Рис. 12-40. Изменение теплоотдачи в зависимости от режима кипения жидкости.

Рассмотрим процесс кипения жидкости в большом объеме, например в сосуде, к которому снизу подводится теплота. Проследим за тем, как меняется интенсивность теплоотдачи по мере роста теплового потока. При небольших значениях теплового потока, когда $t_{ж} < t_n$, в жидкости происходит теплоотдача при свободном движении (рис. 12-40). После достижения значения температуры насыщения на поверхности нагрева начинают образовываться паровые пузырьки, которые растут, отрываются от поверхности нагрева и всплывают. Так как термическое сопротивление теплоотдачи (величина, обратная коэффициенту теплоотдачи) при свободном движении сосредоточено в тонком пристенном слое жидкости, а с возникновением кипения этот пристенный слой разрушается возникающими на стенке паровыми пузырьками, то теплоотдача при кипении резко возрастает. С увеличением теплового потока (что может быть достигнуто, например, увеличением мощности электриче-

ского нагревателя) интенсивность процесса образования пузырьков возрастает, что ведет к еще большему росту теплоотдачи. Пузырьков пара становится все больше, и они сливаются между собой, образуя паровую пленку, которая отделяет жидкость от поверхности; временами вверх всплывают крупные пузыри пара. Теплота к жидкости поступает теперь через слой пара, теплопроводность которого намного меньше, чем теплопроводность жидкости (например, при 100°C теплопроводность водяного пара примерно в 29 раз меньше теплопроводности воды). Возникновение низкотеплопроводной паровой прослойки между поверхностью нагрева и жидкостью равносильно резкому уменьшению коэффициента теплоотдачи, из-за чего возрастает температура стенки, так как для уменьшения $q = \alpha(t_c - t_n)$ нет причины: тепловой поток соответствует заданному значению мощности электронагревателя. Описанное явление носит название кризиса теплоотдачи при кипении (первый кризис) и может привести к разрушению поверхности нагрева из-за высокой температуры. Если поверхность нагрева не разрушилась, то устанавливается новый режим кипения с низким значением коэффициента теплоотдачи.

Участок *АВ* кривой на рис. 12-40 соответствует свободному движению жидкости. Участок *ВВ* соответствует пузырьковому кипению, линия *ЕД* — пленочному, а пунктирная линия *ВГ* отражает резкое снижение коэффициента теплоотдачи в момент кризиса — перехода от пузырькового режима кипения к пленочному. Обратный переход (второй кризис) происходит по линии *ЕЖ*, т. е. при более низком значении q , чем прямой переход.

С практической точки зрения важно организовать кипение в области пузырькового режима с высоким коэффициентом теплоотдачи, причем так, чтобы не допустить возникновения кризиса. В связи с этим необходима формула для расчета коэффициента теплоотдачи при пузырьковом кипении.

Теоретический анализ и опыт показывают, что пузырьки пара образуются на поверхности нагрева в местах микроскопических неровностей, чаще всего — в углублениях на поверхности. Очевидно, на обработанной металлической поверхности число крупных углублений мало, количество средних углублений больше,

а мелких — еще больше. Наибольшее количество действующих центров парообразования имеется тогда, когда созданы условия для зарождения пузырьков в самых мелких углублениях. Для этого необходимо, чтобы жидкость в области такого малого углубления была перегрета, т. е. имела более высокую температуру, чем t_n при данном давлении.

Анализ физической картины процесса пузырькового кипения показывает, что основными факторами, от которых зависит интенсивность теплоотдачи при кипении являются: минимальный радиус пузырька $R_{\text{мин}}$ и частота отрыва пузырьков от поверхности нагрева. Минимальный (критический) радиус пузырька — это один из параметров пузырькового кипения; его роль состоит в следующем: он разделяет все возникающие пузырьки на «жизнеспособные» и «нежизнеспособные». Если радиус возникшего пузырька удовлетворяет условию $R > R_{\text{мин}}$, то пузырек продолжает расти, если $R < R_{\text{мин}}$, то пузырек оказывается «нежизнеспособным» и конденсируется.

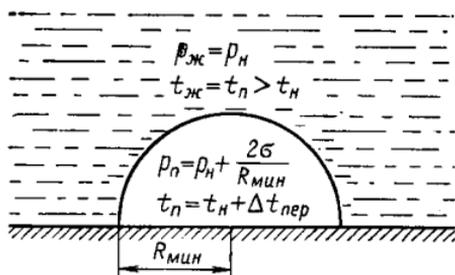


Рис. 12-41. Тепловое и механическое равновесие парового пузырька с окружающей жидкостью.

Для объяснения этого факта рассмотрим условия механического и теплового равновесия парового пузырька (рис. 12-41). Для механического равновесия давление пара в пузырьке p_n должно компенсировать внешнее давление в жидкости $p_{\text{ж}} = p_n$ и действие поверхностного натяжения σ , которое стремится сжать пузырек. Дополнительное давление Δp , обусловленное действием поверхностного натяжения, определяется уравнением Лапласа *, поэтому $p_n = p_n + \frac{2\sigma}{R_{\text{мин}}}$.

Пар в пузырьке насыщен, поэтому его температура также несколько выше температуры насыщения кипя-

* Уравнение Лапласа получается из условия равновесия полусферического мениска жидкости в цилиндрическом капилляре радиуса R : $\sigma 2\pi R = \Delta p \pi R^2$, отсюда $\Delta p = 2\sigma/R$.

щей жидкости. Тепловое равновесие между пузырьком и окружающей жидкостью имеет место в том случае, когда равны их температуры $t_{\text{ж}}=t_{\text{п}}>t_{\text{н}}$. В системе «пузырек — жидкость» заданными являются: давление жидкости $p_{\text{ж}}$ (оно может равняться, например, атмосферному, если сосуд открыт и имеет небольшую глубину) и температура жидкости $t_{\text{ж}}$, которая определяется тепловым потоком q . Если теперь в рассматриваемой точке поверхности нагрева возникнет паровой пузырек, радиус которого $R>R_{\text{мин}}$, то давление в нем будет меньше, чем при радиусе $R_{\text{мин}}$ (ибо величина $2\sigma/R$ в этом случае меньше); в силу насыщенности пара в пузырьке температура его станет меньше. Жидкость вокруг пузырька имеет более высокую температуру, поэтому она начнет испаряться, вызывая еще больший рост пузырька и уводя систему еще дальше от состояния равновесия. Пузырек будет расти, достигнет отрывного размера и всплывет. Пусть теперь в данной точке на поверхности нагрева возникнет паровой пузырек с $R<R_{\text{мин}}$. Давление в нем будет больше, чем при радиусе $R_{\text{мин}}$, температура пара $t_{\text{п}}$ будет больше $t_{\text{ж}}$, пар начнет конденсироваться на относительно холодной жидкости, радиус пузырьков будет уменьшаться, что приведет к еще большей интенсивности конденсации; в конце концов пузырек сконденсируется полностью.

Таким образом «жизнеспособными» оказываются лишь пузырьки, у которых начальный радиус $R>R_{\text{мин}}$; начальный радиус пузырька определяется размером углубления, в котором зарождается пузырек. Поэтому чем меньше параметр $R_{\text{мин}}$, тем большее количество центров парообразования на поверхности оказывается вовлеченным в процесс. Величина $R_{\text{мин}}$ определяется выражением

$$R_{\text{мин}} = \frac{2\sigma}{p_{\text{п}} - p_{\text{н}}};$$

она тем меньше, чем больше разность $p_{\text{п}} - p_{\text{н}}$, т. е. чем больше давление $p_{\text{п}}$, соответствующее температуре $t_{\text{п}} = t_{\text{ж}}$; последняя характеризует перегрев жидкости, который тем больше, чем больше q .

Если кипение происходит при более высоком давлении, чем атмосферное, то поверхностное натяжение σ уменьшается (при критических параметрах состояния, которые для воды составляют: $p_{\text{к}} = 221,2 \cdot 10^5$ Па, $t_{\text{к}} = 374,1^\circ\text{C}$, поверхностное натяжение обращается в нуль)

и это приводит к уменьшению минимально допустимого радиуса зарождения пузырьков.

Таким образом, увеличение теплового потока q , а также давления насыщения, при котором осуществляется кипение, приводит к уменьшению параметра $R_{\text{мин}}$, а следовательно, — к увеличению количества действующих центров парообразования, облегчению процесса вскипания и в конечном счете — к увеличению интенсивности теплоотдачи при кипении.

Перейдем к рассмотрению второго основного фактора, от которого зависит теплоотдача при пузырьковом кипении — частоте отрыва пузырьков. Очевидно, что для обеспечения интенсивного пузырькового кипения важно знать не только количество действующих центров парообразования, но и их «производительность», характеризуемую частотой отрыва пузырьков. Очевидно, чем больше частота отрыва, тем интенсивнее динамическое воздействие пузырьков на пристенный слой жидкости, тем больше теплоотдача. Частота отрыва растет с уменьшением отрывного размера пузырька, который является так же, как и $R_{\text{мин}}$, параметром процесса. Отрыв пузырька происходит за счет подъемной силы, пропорциональной величине $g(\rho_{\text{ж}} - \rho_{\text{п}})l^3$, где l — примерный размер пузырька, имеющего сложную форму; удерживает пузырек поверхностное натяжение, действующее по контуру основания, т. е. сила, равная примерно σl . Отрыв возможен, когда подъемная сила достигла значения силы поверхностного натяжения

$$g(\rho_{\text{ж}} - \rho_{\text{п}})l^3 \approx \sigma l,$$

отсюда $l = \sqrt{\sigma / g(\rho_{\text{ж}} - \rho_{\text{п}})}$ — так называемая капиллярная постоянная. Отрывной размер пузырька пропорционален капиллярной постоянной. С увеличением давления, при котором происходит кипение, уменьшается σ , а с ним и l , что приводит к росту частоты образования пузырьков и увеличению коэффициента теплоотдачи.

Наряду с указанными выше основными факторами, определяющими теплоотдачу при пузырьковом кипении жидкости — тепловым потоком и давлением — существует целый ряд других причин изменения теплоотдачи при кипении. Например, на коэффициент теплоотдачи оказывают влияние материал поверхности нагрева и степень ее обработки. Важно, в частности, хорошо ли кипя-

шая жидкость смачивает поверхность нагрева; при плохом смачивании теплоотдача хуже, так как большая доля поверхности теплообмена занята паром, плохо проводящим теплоту. При кипении одной и той же жидкости на полированной поверхности коэффициент теплоотдачи меньше, чем при кипении на необработанной (технической) поверхности. С повышением степени обработки поверхности количество центров парообразования на ней уменьшается. При кипении жидкости на поверхности, которая недавно подвергалась механической обработке (например, на поверхности новых, только что вступивших в эксплуатацию теплообменных устройств), устанавливается высокий коэффициент теплоотдачи. В процессе эксплуатации часть центров парообразования перестает функционировать, теплоотдача снижается, и лишь после многих часов (а иногда и суток) работы поверхности нагрева, на которой осуществляется кипение, устанавливается стабильный коэффициент теплоотдачи. Увеличению теплоотдачи при пузырьковом кипении на только что вступивших в эксплуатацию поверхностях нагрева способствует также адсорбированный этой поверхностью газ (например, воздух), обеспечивающий наличие дополнительных центров парообразования; примерно такое же влияние оказывают и мелкие твердые частицы, находящиеся на поверхности нагрева.

При кипении жидкости на твердой поверхности образуются часто пленки окислов. Влияние этих пленок на теплообмен проявляется различным образом. Шероховатость поверхности теплообмена увеличивается, и это ведет к увеличению количества действующих центров парообразования и, следовательно, интенсивности теплоотдачи. Однако чаще всего кипение происходит на одной стороне металлической стенки, отделяющей кипящую жидкость от теплоносителя (например, кипящая вода в трубе парогенератора отделена от продуктов сгорания стенкой этой трубы). Пленка окислов увеличивает термическое сопротивление теплопроводности стенки—в этом сказывается отрицательное влияние окислов.

На теплоотдаче при кипении почти не сказываются условия отвода пара от поверхности нагрева в том смысле, что ориентация поверхности теплообмена не оказывает влияния на интенсивность отвода теплоты. Коэффициент теплоотдачи при пузырьковом кипении на наружной поверхности горизонтальной и вертикальной

трубы один и тот же, однако на горизонтальной плоской поверхности, обращенной к жидкости вниз, коэффициент теплоотдачи ниже, чем на горизонтальной поверхности, обращенной к жидкости вверх; причина здесь состоит в ухудшенных условиях отвода пара. При кипении в невесомости необходимо специально организовать принудительный отвод пара от поверхности теплообмена, в противном случае стационарный процесс кипения невозможен.

Таким образом установлено, что с увеличением теплового потока q и давления p_n коэффициент теплоотдачи при пузырьковом кипении растет. В результате обработки опытных данных для воды получена следующая формула, которую можно использовать для расчета при давлениях от 1 до 200 бар:

$$\alpha = \frac{3,4 p_n^{0,18}}{1 - 0,0045 p_n} q^{2/3}; \quad (12-73)$$

здесь p_n — в барах; q — в Вт/м² (Михеев М. А., Михеева И. М. Основы теплопередачи. М.: Энергия, 1973).

Параметры, соответствующие кризису кипения для воды, равны: плотность теплового потока $q_{кр} = 1200$ кВт/м², температурный напор $\Delta t_{кр} = 25-30^\circ\text{C}$ (при атмосферном давлении). С повышением давления примерно до 70 бар $q_{кр}$ возрастает.

Кипение жидкости в трубах. При кипении жидкости в трубах на растущий пузырь дополнительно к силе выталкивания (силе Архимеда) действует сила, связанная с движущимся вокруг пузыря продольным потоком жидкости. Действие этой дополнительной силы приводит к тому, что пузырь отрывается при меньшем значении отрывного диаметра, чем в спокойной жидкости. Поскольку в действующем центре парообразования зарождение нового пузыря происходит после отрыва предыдущего, то уменьшение отрывного диаметра ведет к возрастанию частоты отрыва пузырей и к увеличению коэффициента теплоотдачи.

Однако коэффициент теплоотдачи при течении жидкости в трубе зависит и от процесса конвективного теплообмена. Таким образом, мы имеем дело здесь с двумя процессами: процессом пузырькового кипения, интенсивность которого характеризуется коэффициентом теплоотдачи α_q и процессом конвективного теплообмена,

интенсивность которого характеризуется коэффициентом теплоотдачи α_w .

Допустим, что по трубе течет жидкость с некоторой скоростью w_0 ; будем увеличивать постепенно плотность теплового потока q на стенке. При относительно малых значениях q имеет место пузырьковое кипение, но оно не оказывает существенного влияния на теплообмен. Коэффициент теплоотдачи определяется при этом конвекцией и равен α_w . По мере роста q картина меняется, начинает проявляться влияние пузырьков, разрушающих вязкий подслой у стенки. Наступает такой режим, когда влияние конвективного переноса теплоты и влияние кипения становятся соизмеримыми; при этом коэффициент теплоотдачи зависит и от α_w , и от α_q . При дальнейшем увеличении теплового потока q влияние кипения становится более существенным, чем влияние конвективного переноса, теплообмен полностью определяется процессом парообразования, и коэффициент теплоотдачи равен α_q .

В общем случае для определения коэффициента теплоотдачи необходимо рассчитать два частных коэффициента теплоотдачи: α_q , который обусловлен кипением и определяется по формуле (12-73), и α_w , который обусловлен движением жидкости и определяется в соответствии с рекомендациями § 12-5. Затем составляется отношение α_q/α_w и определяется истинный коэффициент теплоотдачи α в соответствии с указаниями:

$$\left. \begin{array}{l} \text{при } \alpha_q/\alpha_w < 0,5 \quad \alpha = \alpha_w; \\ \text{при } \alpha_q/\alpha_w > 2 \quad \alpha = \alpha_q; \\ \text{при } 0,5 < \alpha_q/\alpha_w < 2 \quad \alpha = \frac{4\alpha_w + \alpha_q}{5\alpha_w - \alpha_q} \alpha_w. \end{array} \right\} \quad (12-74)$$

Рекомендации (12-74) справедливы для воды при $p_H = 0,1 \div 8,6$ МПа, $w_0 = 0,2 \div 6,7$ м/с.

С возникновением кипения в потоке жидкости по трубе движется смесь пара и жидкости — двухфазная смесь. Важной характеристикой двухфазной смеси является ее паросодержание. В частности, формулы (12-74) справедливы, если объемное расходное паросодержание β не превышает значения, равного 70%. Объемное расходное паросодержание определяется выражением

$$\beta = \frac{G_{п}/\rho_{п}}{G_{п}/\rho_{п} + G_{ж}/\rho_{ж}},$$

где $G_{ж}$, $G_{п}$ — массовые расходы жидкой и паровой фаз в трубе соответственно.

В указанной области изменение β не оказывает влияния на теплоотдачу. Однако с возрастанием β выше 80—90% теплоотдача начинает увеличиваться. Дело в том, что массовый расход двухфазной смеси в трубе, равный сумме массовых расходов жидкости и пара ($G_{ж} + G_{п}$), остается вдоль трубы постоянным согласно закону сохранения массы. Возрастание паросодержания вдоль потока приводит к уменьшению средней плотности двухфазной смеси, а следовательно — к увеличению ее скорости. При увеличении объемного расходного паросодержания выше 80—90% скорость жидкой фазы, текущей у стенки и определяющей интенсивность конвективной теплоотдачи, увеличивается, и это приводит к некоторому росту коэффициента теплоотдачи. Дальнейшее увеличение паросодержания потока приводит к резкому уменьшению коэффициента теплоотдачи, что связано с высыханием жидкой пленки на стенке трубы.

Пример 12-12. Определить необходимую поверхность нагрева парогенератора производительностью $G=4$ т/ч пара при давлении $p_{н}=1,0$ МПа, если предполагаемый температурный напор составит $\Delta t=t_{с}-t_{н}=10^{\circ}\text{C}$.

Решение. Предполагается, что кипение происходит в большом объеме, причем расположение поверхности нагрева относительно поля сил тяжести не имеет значения. Коэффициент теплоотдачи определяется по формуле (12-73). Поскольку задан температурный напор, а не плотность теплового потока, то формулу (12-73) необходимо преобразовать подстановкой соотношения $q=\alpha\Delta t$. Вычислим предварительно следующую величину [см. (12-73)]:

$$3,4 \frac{p_{н}^{0,18}}{1 - 0,0045 p_{н}} = 3,4 \frac{10^{0,18}}{1 - 0,0045 \cdot 10} = 5,37.$$

Преобразуем формулу (12-73):

$$\alpha = 5,37 q^{2/3} = 5,37 \alpha^{2/3} \Delta t^{2/3}.$$

Умножим обе части выражения на α :

$$\alpha^{1/3} = 5,37 \Delta t^{2/3}.$$

Возведем обе части выражения в куб:

$$\alpha = 5,37^3 \Delta t^2 = 155 \Delta t^2.$$

Коэффициент теплоотдачи $\alpha = 155 \Delta t^2 = 155 \cdot 10^2 = 15\,500$ Вт/(м²·К).

Поверхность нагрева котла ($r=2015 \cdot 10^3$ Дж/кг при $t_{н}=180^{\circ}\text{C}$)

$$F = \frac{Gr}{3,6 \alpha \Delta t} = \frac{4 \cdot 2015 \cdot 10^3}{3,6 \cdot 15\,500 \cdot 10} = 14,4 \text{ м}^2.$$

ТЕПЛООБМЕН ИЗЛУЧЕНИЕМ

13-1. Основные понятия и законы

Теплообмен излучением представляет собой такой вид теплообмена, при котором энергия переносится при помощи электромагнитных волн (или фотонов). Тепловое излучение — это излучение, определяемое только температурой тела и его оптическими свойствами. Перенос энергии в этом случае осуществляется световыми и главным образом инфракрасными лучами; диапазон длин волн λ световых лучей 0,4—0,8 мкм, инфракрасных — 0,8—800 мкм. Излучение может быть монохроматическим, соответствующим узкому диапазону длин волн вблизи некоторого значения длины волны, которым оно и характеризуется, и интегральным, соответствующим всему спектру длин волн. При излучении с поверхности тел рассматривается обычно полусферическое излучение, которое распространяется по различным направлениям в пределах полусферического телесного угла, равного 2π (телесный угол измеряется отношением площади участка поверхности некоторой сферы, на которой участок вырезан этим углом, к квадрату радиуса сферы).

Поток излучения — это количество лучистой энергии, переносимой в единицу времени через произвольную поверхность. Обозначение потока излучения такое же, как и теплового потока, переносимого другими способами, — Q , Вт. Плотностью потока излучения называется поток излучения, проходящий через единицу поверхности по всевозможным направлениям в пределах полусферического телесного угла:

$$E = \frac{Q}{F}.$$

При попадании потока излучения на тело в общем случае он делится на три части: поглощаемую, отражаемую и пропускаемую телом.

Если плотность потока падающего на тело излучения равна E , то можно записать

$$E = E_{\text{погл}} + E_{\text{отр}} + E_{\text{проп}}.$$

Разделим написанное выражение на величину E

$$\frac{E_{\text{погл}}}{E} + \frac{E_{\text{отр}}}{E} + \frac{E_{\text{проп}}}{E} = A + R + D = 1.$$

Величина $A = E_{\text{погл}}/E$ называется поглощательной способностью тела, $R = E_{\text{отр}}/E$ — отражательной способностью тела, $D = E_{\text{проп}}/E$ — пропускательной способностью. Если $A=1$, $R=D=0$, то тело называется абсолютно черным. При $R=1$, $A=D=0$ тело отражает всю падающую на него энергию; если отражение происходит по законам геометрической оптики, тело называют зеркальным, если отражение диффузное — абсолютно белым. При $D=1$, $A=R=0$ тело является прозрачным (диатермичным).

При изучении лучистого теплообмена между телами вводится специальная классификация лучистых потоков, облегчающая понимание процесса (рис. 13-1). Собственным излучением называют излучение с поверхности тела, зависящее только от температуры и свойств данного тела. Выделяют также потоки: падающего излучения, поглощенного излучения. Сумма потоков собственного и отраженного излучения называется потоком эффективного излучения. Разность потоков собственного и поглощенного излучения называется потоком результирующего излучения. Лучистый теплообмен между телами количественно характеризуется потоком результирующего излучения.

Для непрозрачных тел

$$E_{\text{пад}} = E_{\text{погл}} + E_{\text{отр}} = AE_{\text{пад}} + RE_{\text{пад}}.$$

Согласно определению эффективного излучения

$$E_{\text{эф}} = E_{\text{соб}} + E_{\text{отр}} = E_{\text{соб}} + RE_{\text{пад}}. \quad (13-1)$$

Для абсолютно черного тела $R=0$ и $E_{\text{эф}} = E_{\text{соб}}$. Результирующее излучение

$$\begin{aligned} q_{\text{рез}} &= E_{\text{соб}} - E_{\text{погл}} = E_{\text{соб}} - AE_{\text{пад}} = \\ &= E_{\text{соб}} - (1 - R)E_{\text{пад}} = E_{\text{эф}} - E_{\text{пад}}; \end{aligned} \quad (13-1a)$$

здесь для результирующего потока использовано обозначение « q », чтобы подчеркнуть его смысл — количество теплоты, которое в единицу времени передается от одного тела к другому в расчете на единицу поверхности.

Можно установить связь между результирующим излучением и эффективным через собственное излучение

и поглощательную способность. Запишем два равенства из (13-1a):

$$E_{\text{эф}} = q_{\text{рез}} + E_{\text{пад}};$$

$$q_{\text{рез}} = E_{\text{соб}} - AE_{\text{пад}}.$$

Исключим из них $E_{\text{пад}}$ и получим:

$$E_{\text{эф}} = q_{\text{рез}} \left(1 - \frac{1}{A} \right) + \frac{E_{\text{соб}}}{A}. \quad (13-2)$$

Связи между различными видами лучистых потоков иллюстрируются рис. 13-1. Собственное излучение $E_{\text{соб}}$ далее обозначается просто E .

Законы излучения. Закон Планка устанавливает связь энергии собственного излучения абсолютно черного тела с длиной волны и температурой

$$E_{0\lambda} = f(\lambda, T);$$

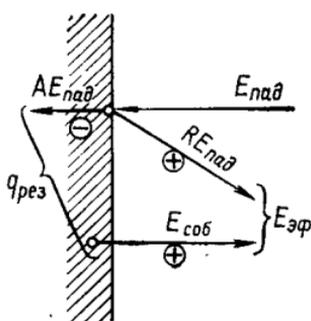


Рис. 13-1. Виды лучистых потоков.

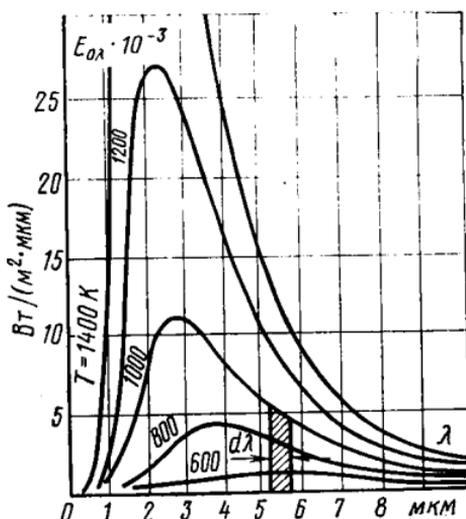


Рис. 13-2. Графическое представление закона Планка.

здесь $E_{0\lambda}$ — плотность потока собственного излучения абсолютно черного тела (индекс 0) для длин волн в интервале $\lambda, \lambda + \Delta\lambda$, отнесенная к этому интервалу длин волн: $E_{0\lambda} = \Delta E_0 / \Delta\lambda$.

На рис. 13-2 представлено графическое изображение зависимости $E_{0\lambda} = f_1(\lambda)$ для различных значений температуры T . Из рисунка видно, что существует некоторая длина волны для данной температуры, при которой $E_{0\lambda}$ имеет максимум. Эта длина волны определяется выра-

жением $\lambda_{\text{макс}} T = 2,9 \text{ мм} \cdot \text{К}$, носящим название закона Вина. Зная распределение плотности лучистого потока по длинам волн, можно подсчитать плотность потока интегрального излучения, произведя суммирование по спектру от $\lambda=0$ до $\lambda \rightarrow \infty$. Для некоторой длины волны λ в малой ее окрестности $\Delta\lambda$ лучистый поток определяется выражением

$$\Delta E_{0\lambda} = E_{0\lambda}(\lambda, T) \Delta\lambda.$$

Для интегрального излучения имеем соотношение

$$E_0 \approx \sum_{\lambda} E_{0\lambda}(\lambda, T) \Delta\lambda \text{ или } E_0 = \int_0^{\infty} E_{0\lambda}(\lambda, T) d\lambda. \quad (13-3)$$

Если произвести вычисление интеграла, то получим связь собственного интегрального излучения абсолютно черного тела с его температурой:

$$E_0 = c_0 \left(\frac{T}{100} \right)^4. \quad (13-4)$$

Формула (13-4) выражает закон Стефана — Больцмана. Постоянная $c_0 = 5,67 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}^4)$. Таким образом, *плотность потока излучения абсолютно черного тела пропорциональна четвертой степени его температуры*. Величина c_0 называется коэффициентом излучения абсолютно черного тела.

Выражение закона (13-4) было экспериментально установлено Стефаном и затем теоретически — Больцманом, который получил его из термодинамических соображений. Однако конкретный вид функции $E_{0\lambda} = f(\lambda, T)$ в то время установлен не был. Трудность заключалась в том, что тогда еще господствовала волновая теория излучения, которая позволяла установить конкретный вид функции $E_{0\lambda} = f(\lambda, T)$ только для двух предельных случаев — для очень малых длин волн и для очень больших длин волн. На основании волновой теории излучения невозможно было получить универсальную функцию, которая описывала бы величину $E_{0\lambda}$ во всем спектре изменения длин волн от 0 до ∞ . Лишь в 1900 г. Планк получил решение проблемы. Он ввел фундаментальное понятие, согласно которому энергия излучения выделяется не непрерывно, а отдельными порциями (квантами), причем квант энергии связан с ча-

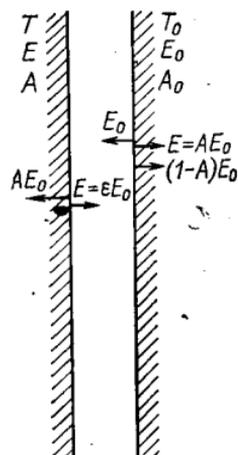
стотой электромагнитного колебания (или с длиной волны) определенным соотношением. Согласно квантовой теории носителями энергии излучения являются фотоны.

Формула закона Планка имеет вид:

$$E_{0\lambda} = \frac{2\pi h c^2 \epsilon_0}{\lambda^5 (e^{hc_0/k\lambda T} - 1)};$$

здесь $h=6,626 \cdot 10^{-34}$ Дж·с — постоянная Планка; $k=1,380 \cdot 10^{-23}$ Дж·К — постоянная Больцмана; $c_0=3 \cdot 10^8$ м/с — скорость распространения излучения в вакууме.

Закон Кирхгофа устанавливает связь между способностью тела излучать и поглощать энергию. Пусть имеется плоскость с температурой T , поглощательной способностью A и собственным излучением E . Параллельно ей на небольшом расстоянии расположена плоская поверхность абсолютно черного тела с параметрами T_0 , A_0 и E_0 . Найдем результирующий лучистый поток для тела с температурой T (рис. 13-3):



$$q_{\text{рез}} = E - AE_0.$$

Рис. 13-3. К закону Кирхгофа.

Для переноса лучистой энергии в рассматриваемой системе нужна разность температур; если $T=T_0$, то $q_{\text{рез}}=0$ и

$$E - AE_0 = 0, \text{ откуда } \frac{E}{A} = E_0.$$

Таким образом, отношение потока собственного излучения любого тела к его поглощательной способности равно собственному излучению абсолютно черного тела при данной температуре. Например, если собственное излучение некоторого тела $E=100$ Вт/м², а поглощательная способность $A=0,4$, то собственное излучение абсолютно черного тела при данной температуре $E_0=100/0,4=250$ Вт/м². Так как температуры обоих тел равны, они находятся в тепловом равновесии: из 250 Вт/м², излучаемых абсолютно черным телом, $0,4 \times 250=100$ Вт/м² поглощаются вторым телом, а 150 Вт

отражаются в направлении абсолютно черного тела, которое поглощает (по определению) все падающее на него излучение (отраженные 150 Вт/м^2 и излучаемые вторым телом 100 Вт/м^2).

Из закона Кирхгофа следует важный вывод: если тело поглощает некоторую долю A падающего на него излучения, оно и излучает такую же долю A от излучения абсолютно черного тела при данной температуре. Очевидно, что абсолютно черное тело обладает максимально возможным собственным излучением при данной температуре, превосходящим собственный поток излучения любого реального тела.

Рассмотренные законы излучения справедливы для абсолютно черных тел. Каким образом использовать эти законы при изучении излучения реальных тел? С этой целью используется понятие серого тела. Спектр излучения серого тела $E_\lambda = f(\lambda, T)$ изображается линиями, ординаты которых в ε раз меньше ординат на графике рис. 13-2, построенном для абсолютно черного тела. Следовательно, $E_\lambda = \varepsilon E_{0\lambda}$; здесь величина ε меняется для различных тел от 0 до 1 (абсолютно черное тело) и называется степенью черноты. *Степень черноты представляет собой отношение собственного излучения тела к потоку абсолютно черного тела при той же температуре.* Закон Стефана — Больцмана для серого тела записывается в виде

$$E = \varepsilon c_0 \left(\frac{T}{100} \right)^4; \quad (13-5)$$

здесь εc_0 — коэффициент излучения серого тела.

Согласно закону Кирхгофа степень черноты тела равна его поглощательной способности:

$$\varepsilon = A.$$

Большинство реальных тел можно считать серыми телами. Степень черноты зависит от природы тела, обработки его поверхности, а также от температуры. Степень черноты материалов приводится в справочниках.

В большинстве простейших задач лучистого теплообмена достаточно использовать понятие полусферического собственного излучения, значение которого определяется законом Стефана — Больцмана. Распределение энергии по различным направлениям в полусферическом пространстве устанавливается законом Ламберта.

Согласно этому закону количество энергии, излучаемое в некотором направлении, составляющем угол φ с нормалью к излучающей поверхности, пропорционально энергии, излучаемой по нормали и равной E/π , и косинусу угла φ . Таким образом, по нормали излучается максимальное количество энергии, а в направлениях, близких к излучающей поверхности, количество этой энергии минимально. Закон Ламберта используется при решении сложных задач лучистого теплообмена, которые здесь не рассматриваются.

13-2. Некоторые задачи теплообмена излучением

Рассмотрим лучистый теплообмен между двумя параллельными плоскостями (рис. 13-4). По такой схеме можно рассматривать теплообмен излучением между двумя неплоскими поверхностями, если зазор между ними много меньше протяженности самих поверхностей. Заданными считаются температуры тел T_1 и T_2 , а также их степени черноты ε_1 и ε_2 . Процесс лучистого теплообмена проходит стационарно.

Ранее было показано, что результирующее излучение

$$q_{\text{рез1}} = E_{\text{эф1}} - E_{\text{пад1}}.$$

В данном случае падающее на первое тело излучение $E_{\text{пад1}}$ представляет собой эффективное излучение второго тела. Тогда

$$q_{\text{рез1}} = q_{\text{рез2}} = q = E_{\text{эф1}} - E_{\text{эф2}}. \quad (13-6)$$

Ранее было получено выражение (13-2) для $E_{\text{эф}}$, которое с учетом соотношения $q_{\text{рез1}} = q_{\text{рез2}}$ может быть применительно к данному случаю записано следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} E_{\text{эф1}} &= q \left(1 - \frac{1}{A_1} \right) + \frac{E_1}{A_1}; \\ E_{\text{эф2}} &= q \left(1 - \frac{1}{A_2} \right) + \frac{E_2}{A_2}. \end{aligned} \right\} \quad (13-7)$$

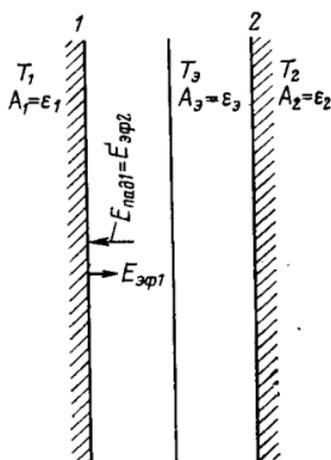


Рис. 13-4. Теплообмен между параллельными плоскостями, разделенными прозрачной средой.

Подставляя (13-7) в (13-6) и производя необходимые преобразования, а также учитывая, что согласно закону Кирхгофа $A_1 = \epsilon_1$ и $A_2 = \epsilon_2$, получаем выражение для лучистого потока между поверхностями:

$$q = \frac{E_1/\epsilon_1 - E_2/\epsilon_2}{1/\epsilon_1 + 1/\epsilon_2 - 1} = \frac{c_0}{\frac{1}{\epsilon_1} + \frac{1}{\epsilon_2} - 1} \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right]. \quad (13-8)$$

Величина

$$c_{\text{пр}} = \frac{c_0}{1/\epsilon_1 + 1/\epsilon_2 - 1}$$

называется приведенным коэффициентом излучения и измеряется в Вт/(м²·К⁴); этот коэффициент характеризует лучистый теплообмен в рассматриваемой системе параллельных поверхностей.

Тепловой поток определяется зависимостью

$$Q = qF = c_{\text{пр}} \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right] F. \quad (13-9)$$

Таким образом, тепловой поток пропорционален разности четвертых степеней абсолютных температур тел, участвующих в лучистом теплообмене. То, что температуры возводятся в четвертую степень, существенно сказывается при высоких значениях температур, когда лучистый теплообмен становится значительным. При низ-

ких температурах обычно более существенны конвекция и теплопроводность.

Рассмотрим теплообмен между двумя телами, одно из которых находится в полости другого (рис. 13-5). Внутреннее тело 1 имеет выпуклую поверхность. Заданы поверхности тел, степени черноты ϵ_1 и ϵ_2 , а также температуры T_1 и T_2 , причем $T_1 > T_2$.

Угловым коэффициентом $\varphi_{2,1}$ называется отношение доли эффективно-го потока излучения тела 2,

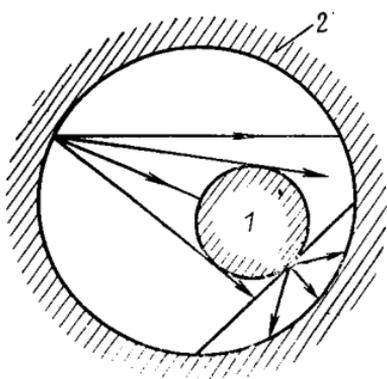


Рис. 13-5. Теплообмен между телами, одно из которых находится в полости другого.

попадающей на тело 1, к полному эффективному потоку тела 2. Излучение внутреннего тела 1 полностью падает на тело 2, поэтому $\varphi_{1,2}=1$; $\varphi_{1,1}=0$, так как тело 1 имеет выпуклую поверхность. Коэффициент $\varphi_{2,2}=1-\varphi_{2,1}$ по закону сохранения энергии для рассматриваемой замкнутой системы, этот коэффициент характеризует самооблучение тела 2.

С учетом понятия углового коэффициента равенство (13-6) можно переписать следующим образом:

$$Q = Q_{\text{эф}1} - \varphi_{2,1} Q_{\text{эф}2}. \quad (13-10)$$

Согласно (13-2) имеем:

$$\left. \begin{aligned} Q_{\text{эф}1} &= Q \left(1 - \frac{1}{\epsilon_1} \right) + \frac{Q_1}{\epsilon_1}; \\ Q_{\text{эф}2} &= Q \left(1 - \frac{1}{\epsilon_2} \right) + \frac{Q_2}{\epsilon_2}. \end{aligned} \right\} \quad (13-11)$$

Подставляя (13-11) в (13-10), получаем:

$$Q = \left[\frac{Q_1}{\epsilon_1} - \frac{Q_2}{\epsilon_2} \varphi_{2,1} \right] / \left[\frac{1}{\epsilon_1} + \left(\frac{1}{\epsilon_2} - 1 \right) \varphi_{2,1} \right]. \quad (13-12)$$

По закону Стефана — Больцмана

$$Q_1 = \epsilon_1 c_0 \left(\frac{T_1}{100} \right)^4 F_1; \quad Q_2 = \epsilon_2 c_0 \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 F_2.$$

Подставив эти выражения в (13-12), получим:

$$Q = c_0 \frac{\left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 F_1 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 F_2 \varphi_{2,1} \right]}{\frac{1}{\epsilon_1} + \left(\frac{1}{\epsilon_2} - 1 \right) \varphi_{2,1}}. \quad (13-13)$$

Если температуры тел одинаковы, результирующий поток равен нулю: при $T_1=T_2$ имеем $Q=0$, что возможно, если числитель правой части (13-13) равен нулю:

$$F_1 - F_2 \varphi_{2,1} = 0,$$

отсюда $\varphi_{2,1} = F_1/F_2$ и окончательно имеем:

$$Q = c'_{\text{пр}} \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right] F_1, \quad (13-14)$$

где приведенный коэффициент излучения равен:

$$c'_{\text{пр}} = \frac{c_0}{\frac{1}{\epsilon_1} + \left(\frac{1}{\epsilon_2} - 1\right) \frac{F_1}{F_2}}. \quad (13-15)$$

В предельном случае $F_1 \approx F_2$ приходим к результату задачи о лучистом теплообмене между параллельными поверхностями, а случай $F_1 \ll F_2$ равносителен тому, что тело 2 — абсолютно черное.

Для уменьшения потока излучения при высоких температурах используются экраны, изготовляемые из тонких полированных металлических листов с большой отражательной способностью. Рассмотрим теплообмен при наличии экрана между двумя плоскими параллельными поверхностями (см. рис. 13-4).

Согласно выражению для плотности теплового потока (13-8) применительно к системам «тело 1 — экран» и «экран — тело 2» имеем:

$$q = q_{1,э} = c_{\text{пр},1,э} \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_э}{100} \right)^4 \right];$$

$$q = q_{э,2} = C_{\text{пр},э,2} \left[\left(\frac{T_э}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right].$$

Разделим обе части написанных выражений на $c_{\text{пр}}$ и сложим их, тогда величина $(T_э/100)^4$ исчезает. Получим выражение:

$$q = c^э_{\text{пр}} \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right],$$

в котором приведенный коэффициент излучения системы с экраном равен:

$$c^э_{\text{пр}} = \left[\left(\frac{1}{\epsilon_1} + \frac{1}{\epsilon_2} - 1 \right) + \frac{2}{\epsilon_э} - 1 \right]^{-1}. \quad (13-16)$$

Из (13-16) видно, что чем меньше степень черноты экрана $\epsilon_э$ (и, следовательно, тем больше его отражательная способность), тем плотность теплового потока между телом 1 и телом 2 меньше. Аналогичным образом рассчитывается лучистый теплообмен в системах с несколькими экранами.

До сих пор рассматривался теплообмен излучением между телами, разделенными прозрачной средой, например чистым воздухом. Однако при прохождении электромагнитных волн теплового излучения в других средах (например, водяной пар, двуокись углерода) происходит энергетическое взаимодействие их с веществом, в результате которого происходит поглощение и излучение тепловой энергии. Поглощение и излучение тепловой энергии происходит в газах с полярными молекулами, на различных взвешенных в газе частицах (пыль, дым, капли, продукты сгорания в топках парогенераторов и т. д.).

В продуктах сгорания, как правило, присутствуют трехатомные газы H_2O и CO_2 , которые обладают заметной поглощательной способностью и собственным излучением. Особенностью излучения этих газов является селективность излучения — излучение в определенных интервалах длин волн. Поскольку излучение газов в теоретическом плане рассматривается равновесным (как и процессы излучения тел, разделенных прозрачной средой), то и в этом случае справедлив закон Кирхгофа. Следовательно, селективность излучения газов влечет за собой и селективность их поглощения.

Излучение газов носит объемный характер и зависит от плотности и толщины газового слоя. Эквивалентная толщина газового слоя (длина пути луча) определяется по выражению

$$l = 3,6 \frac{V}{F}, \quad (13-17)$$

где V — объем газа; F — поверхность излучающего объема (поверхность оболочки, с которой происходит теплообмен). Так, длина пути луча равна $0,6d$ для сферы диаметром d , $0,9d$ для бесконечного цилиндра диаметром d , $1,8\delta$ для плоского слоя толщиной δ .

В задачах лучистого теплообмена между телами, разделенными прозрачной средой, использовалась плотность потока полусферического излучения E , которая характеризовала тепловое взаимодействие излучения с поверхностью тела. При изучении взаимодействия излучения с поглощающей и излучающей средой рассматривают поток излучения в заданном направлении (как бы отдельный луч). Плотность потока такого излу-

чения в расчете на единицу пространственного угла называется интенсивностью излучения: в связи с селективностью излучения газов используется спектральная интенсивность излучения $I_{\lambda, x}$, где индекс λ означает определенную длину волны, а индекс x — определенное направление, задаваемое осью x .

Уменьшение интенсивности излучения в поглощающей среде происходит в соответствии с законом Бугера:

$$\frac{dI_{\lambda x}}{dx} = -\alpha_{\lambda} I_{\lambda x}; \quad (13-18)$$

здесь α_{λ} — коэффициент поглощения среды.

Если толщина газового слоя, через который проходит луч, равна l , то можно дать следующие граничные условия для уравнения (13-18): при $x=0$ имеем $I_{\lambda x} = I_{\lambda 0}$; при $x=l$ имеем $I_{\lambda x} = I_{\lambda l}$. Интегрирование уравнения (13-18) с учетом граничных условий приводит к следующей зависимости:

$$I_{\lambda l} = I_{\lambda 0} \exp(-\alpha_{\lambda} l). \quad (13-19)$$

В соответствии со смыслом поглощательной способности эта величина может быть следующим образом определена для слоя газа:

$$A_{\lambda} = \frac{I_{\lambda 0} - I_{\lambda l}}{I_{\lambda 0}}.$$

Если учесть, что ослабление интенсивности излучения происходит по закону экспоненты [см. (13-19)], то можно записать:

$$A_{\lambda} = 1 - \exp(-\alpha_{\lambda} l).$$

Закон Кирхгофа справедлив и для излучения газов, поэтому

$$A_{\lambda} = \epsilon_{\lambda} = 1 - \frac{1}{e^{\alpha_{\lambda} l}}.$$

Анализ последнего соотношения показывает, что степень черноты газа ϵ_{λ} зависит от коэффициента поглощения среды и толщины газового слоя. Увеличение плотности газа, что может явиться следствием увеличения парциального давления газа в смеси или уменьшения

температуры, приводит к росту коэффициента поглощения ϵ , следовательно, степени черноты. К таким же последствиям приводит и увеличение толщины слоя газа.

Интегральная степень черноты газа (во всем интервале изменения длин волн) определяется, как правило,

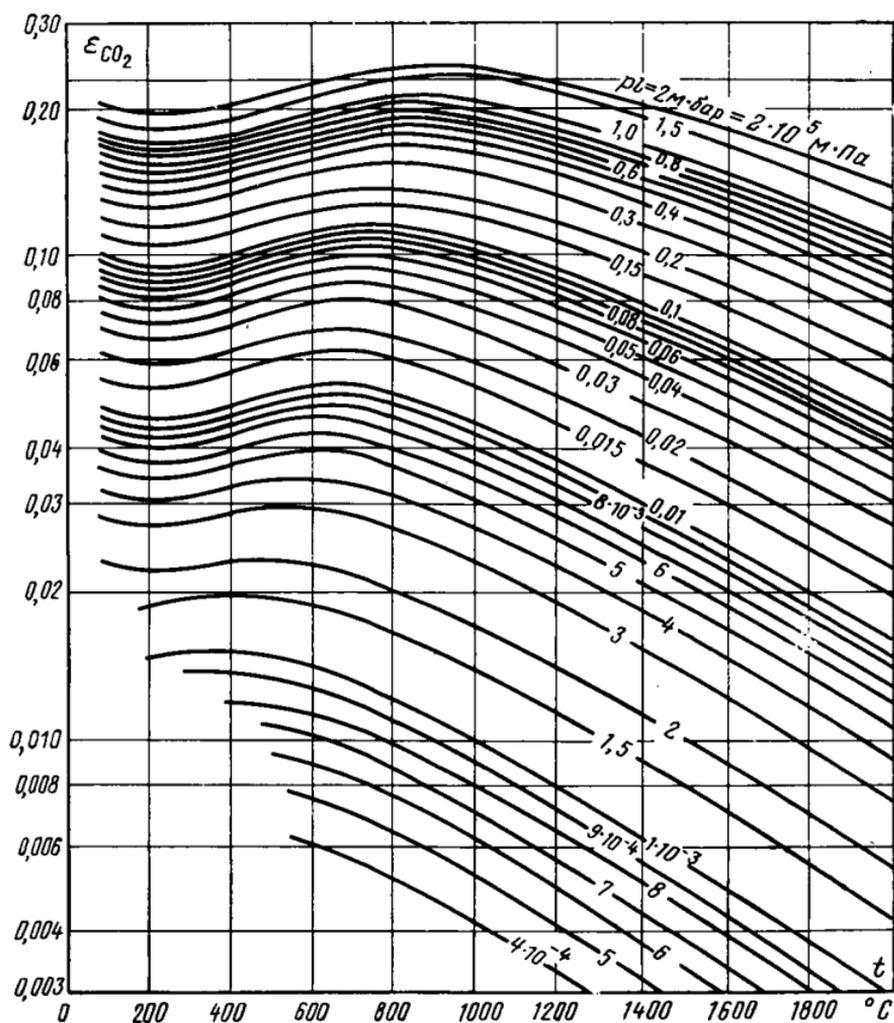


Рис. 13-6. Степень черноты двуокиси углерода.

экспериментально. Измеренные значения степени черноты двуокиси углерода и водяного пара представлены в виде графиков $\epsilon = f(pl, t)$ на рис. 13-6 и 13-7. Найденное по графику значение ϵ необходимо умножить на поправочный множитель β (рис. 13-8). Степень черноты

газообразных продуктов сгорания, содержащих водяной пар и двуокись углерода, определяется по формуле

$$\epsilon_r = \epsilon_{\text{CO}_2} + \epsilon_{\text{H}_2\text{O}} \beta.$$

Лучистый теплообмен между газом и стенкой носит очень сложный характер. При этом, как правило, имеет место также и конвективный теплообмен. Плотности потока конвективного и лучистого теплообмена в приближенных расчетах можно определять независимо друг от

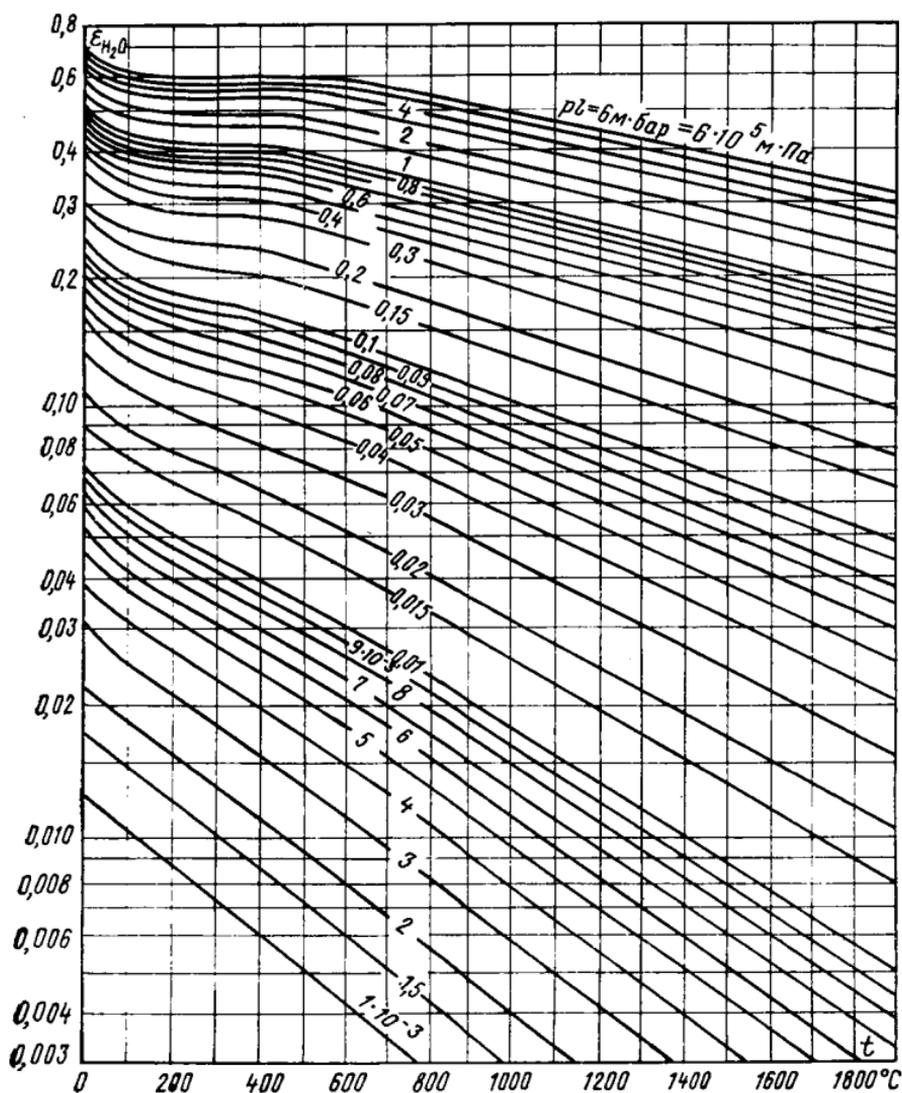


Рис. 13-7. Степень черноты водяного пара.

друга. Общий поток находится как сумма конвективной и лучистой составляющей:

$$Q = Q_k + Q_{л.}$$

В большинстве случаев можно считать, что изменение температуры газа происходит в тонком пристенном слое потока; при турбулентном движении излучающего газа это предположение хорошо выполняется. В этом

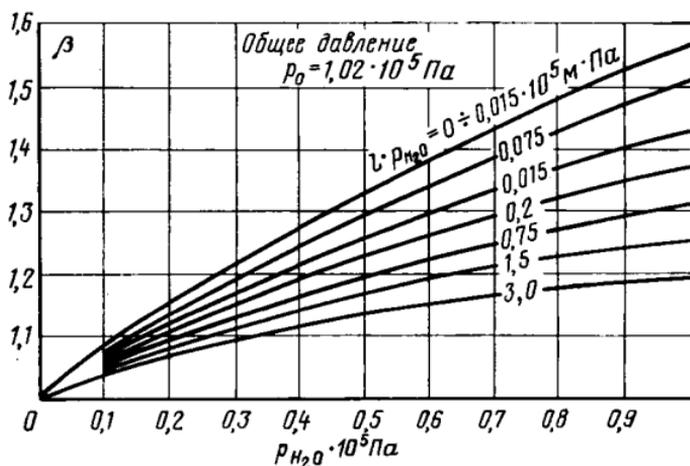


Рис. 13-8. Поправочный коэффициент β на парциальное давление водяного пара.

случае теплообмен излучением можно приближенно рассчитывать как теплообмен между поверхностью оболочки и «поверхностью» газового объема, представляющей собой внешнюю границу пограничного слоя газа. При этом может быть использована формула (13-8) для плотности лучистого потока между параллельными плоскостями. В рассматриваемом случае она имеет вид:

$$q = c_{\text{пр}}^{\text{rc}} \left[\left(\frac{T_r}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_c}{100} \right)^4 \right];$$

приведенный коэффициент излучения определяется по формуле

$$c_{\text{пр}}^{\text{rc}} = \frac{c_0}{1/\epsilon_r + 1/\epsilon_c - 1}.$$

Значение ϵ_r следует выбирать по температуре газа в объеме, если поток тепла направлен из газа в стенку ($T_r > T_c$), и по температуре стенки в противоположном случае ($T_r < T_c$). Величина ϵ_c представляет собой степень черноты стенки.

Пример 13-1. Определить тепловой поток от вертикальной плиты высотой $l=2$ м и шириной $b=5$ м, с температурой $t_{c1}=100^\circ\text{C}$ в окружающую среду, заполненную спокойным воздухом с температурой $t_{ж}=20^\circ\text{C}$. На расстоянии 0,3 м от плиты находится вертикальная стенка с температурой $t_{c2}=20^\circ\text{C}$, степень черноты плиты и стенки одинакова и равна: $\epsilon_1=\epsilon_2=0,9$.

Решение. Теплота от плиты отводится за счет свободного движения воздуха, на которое стенка, находящаяся на расстоянии 0,3 м от плиты, не оказывает влияния, а также за счет теплообмена излучением между плитой и параллельной ей стенкой.

Тепловой поток за счет свободного движения был рассчитан для данных условий выше (см. пример 12-10) и составляет $Q_k=6340$ Вт.

Тепловой поток излучением определяется по выражению (13-9), так как плита и стенка разделены прозрачной средой:

$$Q_{\text{л}} = c_{\text{пр}} \left[\left(\frac{T_{1\text{с}}}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_{2\text{с}}}{100} \right)^4 \right] F = \frac{c_0}{\frac{1}{\epsilon_1} + \frac{1}{\epsilon_2} - 1} \times \\ \times \left[\left(\frac{T_{c1}}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_{c2}}{100} \right)^4 \right] F = \frac{5,67}{1/0,9 + 1/0,9 - 1} [3,73^4 - 2,93^4] \times \\ \times 5 \cdot 2 = 5670 \text{ Вт.}$$

Суммарный тепловой поток равен:

$$Q = Q_k + Q_{\text{л}} = 6340 + 5670 = 12\,010 \text{ Вт.}$$

ГЛАВА ЧЕТЫРНАДЦАТАЯ

ОСНОВЫ РАСЧЕТА ТЕПЛОБМЕННЫХ АППАРАТОВ

14-1. Основные понятия

Теплообменник — это аппарат, в котором осуществляется теплообмен между теплоносителями или между теплоносителем и твердыми телами (насадкой).

Теплоноситель представляет собой движущуюся среду, используемую для переноса теплоты.

В соответствии с принципом передачи теплоты теплообменники можно разделить на контактные и поверхностные. В контактных теплообменниках перенос теплоты происходит в процессе непосредственного контакта теплоносителей, в качестве которых в этом случае чаще всего используются газ и капельная жидкость. Примерами контактных теплообменников могут служить градирни, скрубберы, струйные конденсаторы.

Поверхностные теплообменники в свою очередь де-

лятся на регенеративные и рекуперативные. Регенеративные теплообменники — это теплообменники периодического действия. Характерным примером использования таких теплообменников является нагревание воздуха за счет теплоты продуктов сгорания. Газообразные продукты сгорания отдают свою теплоту твердой насадке (кирпичам, металлическим листам, шарам), в результате чего температура последней повышается. Через горячую насадку затем пропускает воздух, отнимающий от нее теплоту и повышающий свою температуру. Для обеспечения непрерывной подачи горячего воздуха необходимо иметь два блока насадки или вращающуюся насадку, через которую непрерывно идут оба потока теплоносителей.

Наиболее распространены так называемые рекуперативные теплообменные аппараты; в них два жидких теплоносителя текут, разделенные твердой стенкой. Между теплоносителями, в качестве которых могут использоваться газы, капельные жидкости, в также вещества, испытывающие в процессе теплообмена фазовые превращения (кипение, конденсация), происходит процесс теплопередачи.

На тепловых электрических станциях устанавливаются различные теплообменники. Сам парогенератор, по сути дела, представляет собой сложную теплообменную установку, изучению которой посвящена специальная учебная дисциплина. Однако в состав парогенератора входят отдельные теплообменники, к которым успешно могут быть применены принципы расчета, излагаемые в настоящей главе. К таким теплообменникам можно отнести пароперегреватель, по трубкам которого течет пар, перегреваемый топочными газами, обтекающими змеевики пароперегревателя снаружи. Экономайзер, устанавливаемый в газоходе парогенератора, служит для предварительного нагрева питательной воды, которая затем поступает на испарение. Экономайзер состоит из стальных или чугунных труб, внутри которых протекает вода; стальные трубы образуют змеевики, обтекаемые продуктами сгорания топлива.

Выходя из экономайзера, топочные газы все еще имеют высокую температуру и их невыгодно выбрасывать в атмосферу, так как это снижает экономичность парогенераторной установки. Теплоту отходящих газов используют в воздухоподогревателях — теплообменниках,

которые служат для подогрева воздуха, поступающего в топку; предварительный подогрев воздуха улучшает процесс сжигания топлива, кроме того, нагретого воздуха в топку можно подавать меньше, чем холодного. Воздухоподогреватели выполняются как рекуперативными, так и регенеративными. Рекуперативные воздухоподогреватели — это трубчатые теплообменные аппараты, выполняемые из тонкостенных труб; воздухоподогреватели выполняются также пластинчатыми, каналы для протекания теплоносителей в таких теплообменниках образуются специальными гофрированными пластинами. Вращающиеся регенеративные подогреватели компактнее и легче рекуперативных, такой подогреватель выполняется в виде цилиндра, вращающегося вокруг вертикальной оси. Сквозь набивку цилиндра из тонких гофрированных стальных листов протекают теплоносители — воздух и продукты сгорания, предусмотрены специальные уплотнения, предотвращающие смешение теплоносителей.

Среди вспомогательного оборудования тепловых электрических станций также имеется ряд теплообменников. К ним относятся регенеративные подогреватели питательной воды низкого и высокого давления. Это — кожухотрубные теплообменники; у них внутри трубок протекает вода, которая нагревается за счет теплоты, выделяемой при конденсации пара, поступающего в межтрубное пространство. Для предварительной обработки питательной воды используются также деаэраторы, которые представляют собой контактные (смешивающие) подогреватели. Вода в деаэляторах нагревается паром до температуры, близкой к температуре насыщения, при этом растворенные в воде газы выделяются из нее и уходят из деаэлятора (это необходимо для предотвращения коррозии). Крупным и сложным теплообменником на тепловой электростанции является конденсатор паровой турбины; конденсация пара происходит на трубках, внутри которых протекает охлаждающая вода. На ТЭЦ находят применение также сетевые подогреватели — пароводяные трубчатые теплообменники, служащие для подогрева воды, подаваемой в тепловую сеть.

Перечень примеров различных теплообменников можно было бы продолжить. Конструкция этих теплообменников и подробный расчет, связанный с их проектированием, рассматривается в специальных дисциплинах.

В настоящей главе даны лишь основные принципы теплового расчета рекуперативных теплообменников.

Можно провести также классификацию теплообменных аппаратов в зависимости от принципиальной схемы течения теплоносителей.

Если теплоносители, разделенные стенкой, текут параллельно друг другу в одном направлении, то такая схема течения теплоносителей называется прямотоком. Если теплоносители текут параллельно, но навстречу друг другу, то схема течения носит название противотока. Прямоток и противоток могут осуществляться, например, при течении одного из теплоносителей внутри трубок пучка, а второго — вдоль тех же трубок в межтрубном пространстве. Если второй теплоноситель течет поперек трубного пучка, схема носит на-

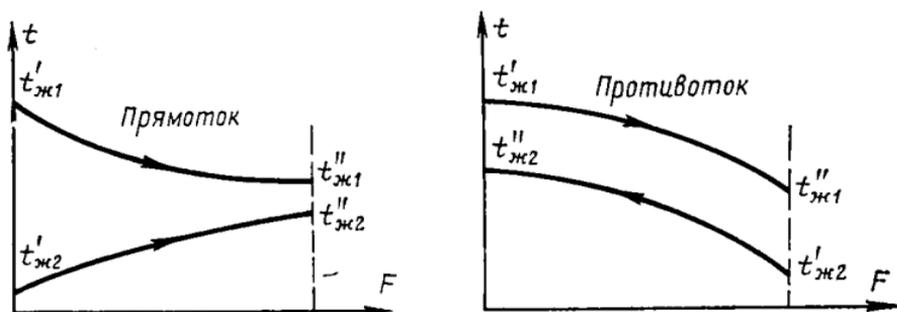


Рис. 14-1. Изменение температуры теплоносителей при прямотоке и противотоке.

звание перекрестного тока. На практике существуют и более сложные схемы течения теплоносителей, основанные на трех указанных простых схемах. На рис. 14-1 приведены графики изменения температуры теплоносителей при движении их вдоль поверхности теплообмена.

14-2. Расчет теплообменников

Тепловые расчеты теплообменных аппаратов могут быть проектными (определение поверхности теплообмена) и поверочными (определение теплового потока и температур теплоносителей). Основными расчетными уравнениями являются уравнение теплового баланса и уравнение теплопередачи.

Уравнение теплового баланса сводится к утверждению, что при отсутствии тепловых потерь количество теп-

лоты, отбираемое в единицу времени от горячего теплоносителя (индекс 1), равно количеству теплоты, которое поступает к холодному теплоносителю (индекс 2):

$$G_1 c_{p1} (t'_{ж1} - t''_{ж1}) = G_2 c_{p2} (t''_{ж2} - t'_{ж2}) = Q. \quad (14-1)$$

Уравнение теплопередачи утверждает, что это количество теплоты передается через разделяющую теплоносители стенку в процессе теплопередачи и определяется произведением коэффициента теплопередачи на некоторый средний температурный напор и на поверхность теплообмена:

$$Q = k \overline{\Delta t} F; \quad \overline{\Delta t} = \overline{(t'_{ж1} - t'_{ж2})}. \quad (14-2)$$

Уравнение теплопередачи позволяет определить поверхность теплообмена при проведении проектного расчета.

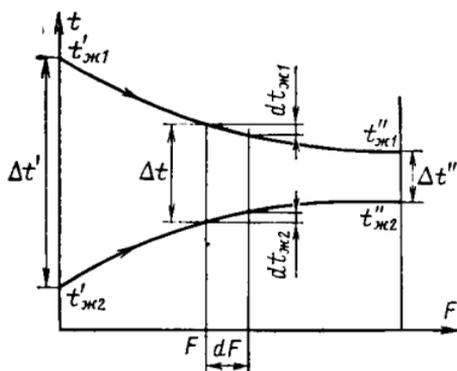


Рис. 14-2. К выводу формулы для среднего температурного напора.

Разность температур теплоносителей, как это видно из рис. 14-1, меняется в процессе течения теплоносителя вдоль поверхности теплообмена; это изменение особенно существенно для прямотока. Необходимо правильно осреднить температурный напор, чтобы при подстановке его значения в уравнение теплопередачи (14-2) полу-

чался правильный результат. Такое осреднение можно провести, если проанализировать изменение Δt на небольшом участке dF поверхности нагрева и связь этого изменения с процессом теплопередачи.

Пусть имеется проточная схема движения теплоносителей (рис. 14-2), для которой необходимо найти среднюю разность температур. Запишем уравнение теплового баланса и теплопередачи для небольшого участка поверхности нагрева. Имеются два соотношения:

$$G_1 c_{p1} dt_{ж1} = -k (t_{ж1} - t_{ж2}) dF;$$

$$G_2 c_{p2} dt_{ж2} = k (t_{ж1} - t_{ж2}) dF.$$

Разделим первое соотношение на $G_1 c_{p1}$, второе — на $G_2 c_{p2}$ и вычтем затем второе из первого:

$$dt_{ж1} - dt_{ж2} = - \left(\frac{1}{G_1 c_{p1}} + \frac{1}{G_2 c_{p2}} \right) k (t_{ж1} - t_{ж2}) dF. \quad (14-3)$$

Для сокращения записи обозначим:

$$m = \left(\frac{1}{G_1 c_{p1}} + \frac{1}{G_2 c_{p2}} \right).$$

Кроме того, примем во внимание очевидное равенство (дифференциал разности функций равен разности дифференциалов):

$$dt_{ж1} - dt_{ж2} = d(t_{ж1} - t_{ж2}) = d(\Delta t).$$

Тогда (14-3) можно переписать следующим образом:

$$\frac{d(\Delta t)}{\Delta t} = -mkF.$$

Возьмем интеграл от обеих частей последнего равенства

$$\ln \Delta t = -mkF + c.$$

Постоянную c определим из граничного условия: при $F=0$ имеем: $\Delta t = t'_{ж1} - t'_{ж2} = \Delta t'$. Тогда получим $c = \ln \Delta t'$ и

$$\ln \frac{\Delta t}{\Delta t'} = -mkF; \quad \frac{\Delta t}{\Delta t'} = \exp(-mkF). \quad (14-4)$$

Таким образом, температурный напор Δt меняется вдоль поверхности теплообмена F по закону экспоненты. По известному закону изменения Δt можно найти среднеинтегральное значение $\overline{\Delta t}$:

$$\begin{aligned} \overline{\Delta t} &= \frac{1}{F} \int_0^F \Delta t dF = \frac{1}{F} \int_0^F \Delta t' \exp(-mkF) dF = \\ &= \frac{\Delta t'}{-mkF} (e^{-mkF} - 1). \end{aligned}$$

Подставляя сюда значения логарифма и экспоненты из (14-4), получаем:

$$\overline{\Delta t} = \frac{\Delta t - \Delta t'}{\ln \frac{\Delta t}{\Delta t'}}.$$

Если под F понимать всю поверхность теплообмена, вместо Δt нужно взять конечное значение температурного напора $\Delta t''$:

$$\overline{\Delta t} = \overline{\Delta t}_n = \frac{\Delta t'' - \Delta t'}{\ln \frac{\Delta t''}{\Delta t'}}. \quad (14-5)$$

Выражением (14-5) определяется средний логарифмический температурный напор, причем оно справедливо и при противотоке. Напомним, что при получении (14-5) предполагалось, что коэффициент теплопередачи сохраняет вдоль F постоянное значение.

Если $\Delta t''$ и $\Delta t'$ различаются менее чем в 2 раза, что может быть, например, при противотоке, можно с погрешностью не более 4% использовать средний арифметический температурный напор:

$$\Delta t_a = \frac{1}{2} (\Delta t' + \Delta t''). \quad (14-6)$$

Специальный анализ показывает, что противоточная схема движения теплоносителей в большинстве случаев оказывается более эффективной и ей нужно по возможности отдавать предпочтение.

14-3. Определение конечных температур теплоносителей

Изложенная в предыдущем параграфе методика расчета используется при проектировании рекуперативных теплообменников. При поверочном расчете поверхность теплообмена задана, известны также начальные температуры теплоносителей, их массовые расходы и теплоемкости. Искомые величины — тепловой поток и конечные температуры теплоносителей.

Как и ранее, основными уравнениями являются уравнение теплового баланса и уравнение теплопередачи. Поскольку параметры движения теплоносителей и конструкция теплообменника заданы, то коэффициент теплопередачи может быть определен. Температура каждого теплоносителя меняется по кривой линии и учет этого обстоятельства усложняет расчет конечной температуры. Поэтому будем приближенно считать, что температуры теплоносителей меняются по прямой линии и можно использовать средний арифметический температурный напор.

Из уравнения теплового баланса выразим конечные температуры теплоносителей $t''_{ж1}$ и $t''_{ж2}$:

$$t''_{ж1} = t'_{ж1} - \frac{Q}{G_1 c_{p1}}; \quad (14-7)$$

$$t''_{ж2} = t'_{ж2} + \frac{Q}{G_2 c_{p2}}. \quad (14-8)$$

Средний арифметический температурный напор

$$\Delta t_a = \frac{t'_{ж1} + t''_{ж1}}{2} - \frac{t'_{ж2} + t''_{ж2}}{2}.$$

Подставим выражения конечных температур теплоносителей (14-7) и (14-8) в формулу (14-6), а полученное таким образом выражение для Δt_a — в уравнение теплопередачи (14-2). После необходимых преобразований имеем:

$$Q = \frac{t'_{ж1} - t'_{ж2}}{\frac{1}{kF} + \frac{1}{2G_1 c_{p1}} + \frac{1}{2G_2 c_{p2}}}.$$

Найденное значение теплового потока позволяет рассчитать конечные температуры теплоносителей по формулам (14-7) и (14-8).

Приведенная методика годится лишь для ориентировочных расчетов и дает результат тем точнее, чем меньше разница между $\Delta t'$ и $\Delta t''$.

Расчет температуры поверхностей теплообмена (температуры стенки) ведется по формулам теплопередачи, приведенным в гл. 11.

Следует отметить, что изложенная здесь методика расчета теплообменных аппаратов имеет принципиальный характер и не учитывает целый ряд особенностей, связанных, например с теплообменом или с процессом эксплуатации аппарата.

Так, при высокой температуре газового теплоносителя, имеющего в своем составе излучающие и поглощающие газы, коэффициент теплоотдачи к стенке со стороны такого теплоносителя должен учитывать не только конвективный теплообмен, но и теплообмен излучением:

$$\alpha = \alpha_k + \alpha_l.$$

Коэффициент теплоотдачи α_l , связанный с излучением, определяется следующим выражением:

$$\alpha_l = \frac{q_l}{t_{ж} - t_c},$$

где $q_{\text{л}}$ находят по рекомендациям, приведенным в гл. 13.

Конвективный коэффициент теплоотдачи $\alpha_{\text{к}}$ рассчитывают по формулам, приводимым в гл. 12.

В процессе эксплуатации теплообменного аппарата поверхность теплообмена может омываться теплоносителем не в полной степени (например, могут образовываться застойные зоны при сложном поперечном обтекании пучков). Кроме того, поверхность нагрева может иметь неплотности, приводящие к смешиванию теплоносителей (например, в водоводяных теплообменниках). Подобные отступления от расчетных режимов работы теплообменных аппаратов должны учитываться специальными дополнительными коэффициентами, которые устанавливаются опытным путем и корректируют расчетную площадь поверхности теплообмена.

14-4. Тепловая защита теплообменных аппаратов.

Интенсификация теплообмена. Корпус теплообменного аппарата покрыт тепловой изоляцией для тепловой защиты теплообменника. Назначение тепловой изоляции двояко: она уменьшает тепловые потери в окружающую среду и снижает температуру внешней поверхности теплообменного аппарата в соответствии с требованиями техники безопасности.

Часто корпус теплообменника выполняется в виде цилиндра, который необходимо покрыть цилиндрическим слоем изоляции. Тепловой изоляцией покрываются также трубопроводы, по которым протекают горячие теплоносители, например вода или пар. Выбор необходимого материала тепловой изоляции и расчет ее толщины относится не только к сфере процессов теплообмена — это технико-экономическая проблема, которая в масштабе народного хозяйства приобретает важное значение. Между тем формальное применение положений расчета теплопередачи через цилиндрическую стенку при проектировании тепловой защиты теплообменника или трубопровода может привести к грубым ошибкам.

Дело в том, что не всякий теплоизоляционный материал выполняет свое прямое назначение (снизить тепловые потери) даже при значительной толщине слоя изоляции. Например, пусть имеется стальной трубопровод с наружным диаметром примерно $d_2=50$ мм, по которо-

му протекает масло с температурой 120°C ; коэффициент теплоотдачи от масла к стенке трубы равен $100 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$; окружающая среда — воздух с температурой 20°C , коэффициент теплоотдачи от внешней поверхности трубопровода к воздуху равен $10 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$. Расчет, проведенный в соответствии с рекомендациями § 11-3, показывает, что тепловые потери с одного метра длины трубопровода составляют примерно $143 \text{ Вт}/\text{м}$. С целью уменьшения потерь трубопровод необходимо изолировать. Применим для изоляции бетон с коэффициентом теплопроводности $\lambda_{\text{из}}=1,28 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})$, толщина изоляции пусть будет $\delta_{\text{из}}=80 \text{ мм}$, ее наружный диаметр $d_{\text{н}}$ при этом равен 210 мм . Расчет показывает, что после наложения изоляции тепловые потери составляют около $250 \text{ Вт}/\text{м}$. Таким образом, вместо снижения тепловых потерь наложение изоляции повлекло за собой увеличение потерь на $(250-143)/143=75\%$.

Этот парадоксальный, на первый взгляд, результат является следствием неправильного теплового расчета тепловой изоляции. В чем состоит ошибка?

Проследим, как будет изменяться термическое сопротивление цилиндрической стенки при увеличении ее наружного диаметра. Линейное термическое сопротивление теплопередачи для двухслойной цилиндрической стенки (изолированный трубопровод) определяется:

$$R_t = \frac{1}{\alpha_1 d_1} + \frac{1}{2\lambda_{\text{тр}}} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{2\lambda_{\text{из}}} \ln \frac{d_{\text{н}}}{d_2} + \frac{1}{\alpha_{\text{н}} d_{\text{н}}}.$$

Будем изменять толщину слоя изоляции, для чего сделаем наружный диаметр ее $d_{\text{н}}$ переменной величиной, и следить за тем, как будет меняться линейное термическое сопротивление теплопередачи. Два первых слагаемых не зависят от величины $d_{\text{н}}$ и остаются постоянными. Третье слагаемое при увеличении диаметра $d_{\text{н}}$ растет. Физическая сущность увеличения этого слагаемого состоит в том, что термическое сопротивление теплопроводности цилиндрической стенки увеличивается с увеличением ее толщины (эта закономерность

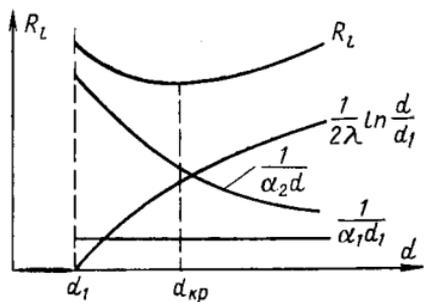


Рис. 14-3. К понятию критического диаметра.

справедлива как для плоской, так и для криволинейной (стенки). Четвертое слагаемое падает с увеличением диаметра d_n . Это объясняется тем, что термическое сопротивление теплоотдачи цилиндрической стенки зависит не только от коэффициента теплоотдачи, но и от площади наружной поверхности, которая возрастает с увеличением диаметра d_n . Сказанное иллюстрируется графиком, представленным на рис. 14-3. Верхняя кривая соответствует сумме двух переменных составляющих термического сопротивления теплопередачи (двух последних слагаемых в приведенном выше выражении). Эта сумма проходит через минимум. Известно, что если функция имеет минимум, то ее производная в этой точке равна нулю.

Найдем выражение для производной функции R_l по аргументу d_n . При этом отбросим два первых слагаемых, которые не зависят от d_n :

$$\left(\frac{1}{2\lambda_{вз}} \ln \frac{d_n}{d_2} + \frac{1}{\alpha_n d_n} \right)' = \frac{1}{2\lambda_{вз}} \frac{1}{d_n} - \frac{1}{\alpha_n d_n^2}.$$

Значение d_n , при котором имеет место минимум, можно найти, приравняв производную нулю. Это значение наружного диаметра называется критическим. Имеем:

$$\frac{1}{2\lambda_{вз}} - \frac{1}{\alpha_n d_n} = 0;$$

отсюда

$$d_n = d_{кр} = \frac{2\lambda_{вз}}{\alpha_n}. \quad (14-9)$$

Каков физический смысл критического диаметра изоляции? Это — комплексный параметр процесса теплопередачи через цилиндрическую стенку, указывающий путь к правильному выбору материала для тепловой изоляции.

Найдем критический диаметр для приведенного выше примера тепловой изоляции трубопровода:

$$d_{кр} = 2 \cdot 1,28 / 10 = 256 \text{ мм.}$$

Следовательно, если применять для тепловой изоляции при данных условиях бетон, то при $d_n < d_{кр} = 256$ мм потери будут больше, чем для оголенного трубопровода; при $d_n = 256$ мм потери для оголенного и изолированного

трубопровода равны между собой. И только в случае $d_n > d_{кр} = 256$ мм часть изоляции толщиной $\delta = 0,5(d_n - 256)$ мм начинает выполнять свое назначение — уменьшать тепловые потери.

На практике следует выбирать теплоизоляцию таким образом, чтобы критический диаметр был не более наружного диаметра трубопровода:

$$d_{кр} \leq d_2.$$

При этом любой сколь угодно тонкий слой тепловой изоляции будет приводить к уменьшению тепловых потерь.

Так, например, для рассмотренного случая в качестве изоляции можно брать материал, для которого при заданном коэффициенте теплоотдачи $\alpha_n = 10$ Вт/(м²·К) критический диаметр $d_{кр} \leq 50$ мм, т. е. [см. (14-9)] $2\lambda_{из}/\alpha_n \leq 0,05$ м.

Коэффициент теплопроводности этого материала должен удовлетворять условию

$$\lambda \leq 0,05 \cdot 10/2 = 0,25 \text{ Вт/(м} \cdot \text{К)}.$$

Интенсификация теплопередачи. Интенсификация теплопередачи представляет собой одну из важнейших технических задач, так как увеличение коэффициента теплопередачи позволяет при заданной тепловой производительности и температурах теплоносителей в соответствии с уравнением (14-2) уменьшить поверхность теплообмена, а значит, снизить массу, размеры и стоимость теплообменного аппарата; увеличение значения k в существующих аппаратах позволяет увеличить их тепловую производительность Q .

Коэффициент теплопередачи определяется суммой термических сопротивлений, следовательно, теоретически уменьшение любого из них должно привести к росту величины k . Уменьшение термического сопротивления теплопроводности δ/λ возможно за счет уменьшения толщины стенки δ и увеличения теплопроводности λ . Минимальная толщина стенки определяется часто из условия прочности аппарата, а высокая теплопроводность обеспечивается применением металлов, в частности цветных. Резко повышают термическое сопротивление теплопроводности различные отложения на стенке, появляющиеся в процессе работы аппарата.

Основным средством интенсификации теплопередачи является воздействие на термические сопротивления теплоотдачи $1/\alpha_1$ и $1/\alpha_2$. Основным правилом при этом является следующее: *нужно увеличивать меньший коэффициент теплоотдачи*. Сказанное иллюстрируется табл. 14-1.

Таблица 14-1

Зависимость коэффициента теплопередачи $k = \frac{1}{1/\alpha_1 + 1/\alpha_2}$, Вт/(м²·К) от коэффициентов теплоотдачи при $\delta/\lambda=5$

α_1	α_2		
	10	20	50
1000	9,90	19,6	47,6
2000	9,95	19,8	48,8
5000	9,99	19,9	49,5

Методы увеличения коэффициентов теплоотдачи разрабатываются на основе изучения физических закономерностей, характерных для данного вида теплоотдачи. К более интенсивной теплоотдаче приводит замена газа капельной жидкостью, увеличение скорости течения, уменьшение длины и диаметра труб, создание искусственных неровностей на поверхности для турбулизации потока и разрушения вязкого подслоя, использование кипения жидкости и т. д.

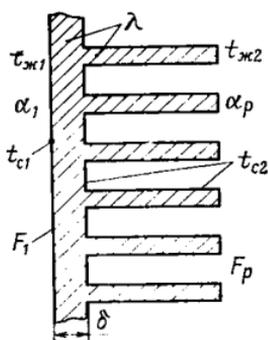


Рис. 14-4. Теплопередача через ребренную стенку.

Уменьшить термическое сопротивление теплоотдачи можно не только за счет увеличения α . При рассмотрении понятия критического диаметра цилиндрической стенки было установлено, что при неизмен-

ном значении α_2 термическое сопротивление теплоотдачи падает с увеличением внешней теплоотдающей поверхности. Этот принцип положен в основу интенсификации теплопередачи за счет ребрения поверхности с низкой теплоотдачей.

Рассмотрим теплопередачу через стенку, ребренную с одной стороны (рис. 14-4). Тепловой поток через стен-

ку может быть определен тремя соотношениями:

$$Q = \alpha_1 (t_{ж1} - t_{c1}) F_1; \quad Q = \frac{\lambda}{\delta} (t_{c1} - t_{c2}) F_1;$$

$$Q = \alpha_p (t_{c2} - t_{ж2}) F_p.$$

Из этих выражений получаем формулу для теплового потока:

$$Q = \frac{t_{ж1} - t_{ж2}}{\frac{1}{\alpha_1 F_1} + \frac{\delta}{\lambda F_1} + \frac{1}{\alpha_p F_p}}. \quad (14-10)$$

Если увеличивать поверхность F_p за счет увеличения размеров ребер и их количества, тепловой поток Q согласно (14-10) будет возрастать при сохранении прочих значений величин неизменными. В реальных условиях температура ребра отличается от температуры стенки с оребренной стороны t_{c2} , отклоняясь в сторону $t_{ж2}$, что снижает эффективность оребрения. Температура ребра будет тем ближе к температуре стенки, чем больше теплопроводность материала ребра и чем меньше термическое сопротивление контакта стенки с ребром в месте его крепления.

Пример 14-1. Воздухо-воздушный теплообменник представляет собой продольно омываемый коридорный пучок труб диаметром $d_1/d_2=20/18$ мм с шагом $s_1=s_2=50$ мм. Поперечное сечение пучка представляет собой квадрат, число труб $30 \times 30=900$. Расход охлаждаемого воздуха $G_1=8,80$ кг/с, его температура на входе $t'_{ж1}=250^\circ\text{C}$, на выходе $t''_{ж1}=150^\circ\text{C}$. Расход холодного воздуха $G_2=4$ кг/с, температура его на входе $t'_{ж2}=20^\circ\text{C}$, холодный воздух нагревается, двигаясь внутри труб противотоком. Определить длину труб пучка.

Решение. Из уравнения теплового баланса определим температуру холодного воздуха на выходе. Так как теплоемкость с температурой меняется слабо (см. табл. П10), теплоемкости горячего и холодного воздуха примерно равны. Тогда

$$t''_{ж2} = t'_{ж2} + \frac{G_1}{G_2} (t'_{ж1} - t''_{ж1}) = 20 + \frac{8,8}{4} (250 - 150) = 240^\circ\text{C}.$$

Выпишем физические свойства для средних температур горячего и холодного воздуха:

$$\bar{t}_{ж1}=200^\circ\text{C}; \quad \rho_1=0,746 \text{ кг/м}^3; \quad \mu_1=26 \cdot 10^{-6} \text{ Н}\cdot\text{с/м}^2; \quad c_{p1}=1,026 \times 10^3 \text{ Дж/(кг}\cdot\text{K)}; \quad \lambda_1=3,93 \cdot 10^{-2} \text{ Вт/(м}\cdot\text{K)}; \quad Pr_1=0,680;$$

$$\bar{t}_{ж2}=130^\circ\text{C}; \quad \rho_2=0,876 \text{ кг/м}^3; \quad \mu_2=23,2 \cdot 10^{-6} \text{ Н}\cdot\text{с/м}^2; \quad c_{p2}=1,011 \times 10^3 \text{ Дж/(кг}\cdot\text{K)}; \quad \lambda_2=3,41 \cdot 10^{-2} \text{ Вт/(м}\cdot\text{K)}; \quad Pr_2=0,685.$$

Коэффициент теплоотдачи для горячего воздуха был определен в примере 12-6 для скорости $w_{01}=6$ м/с, которая соответствует данному здесь расходу и длине труб $l=2$ м (поправка $\epsilon_t=1,13$). Этот коэффициент $\alpha_1=18$ Вт/(м²·°C).

Определим скорость холодного воздуха (n — число труб):

$$w_{02} = \frac{4G_2}{\rho_2 \pi d_2^2 n} = \frac{4 \cdot 4}{0,876 \cdot 3,14 \cdot 18^2 \cdot 10^{-6} \cdot 900} = 20 \text{ м/с.}$$

Число Рейнольдса

$$Re_{d_2} = \frac{w_{02} \rho_2 d_2}{\mu_2} = \frac{20 \cdot 0,876 \cdot 18 \cdot 10^{-3}}{23,2 \cdot 10^{-6}} = 13\,600 > 10^4.$$

Следовательно, режим течения турбулентный. Коэффициент теплоотдачи определяется формулой Михеева, причем в связи с тем, что длина труб неизвестна, принимаем в первом приближении, что $\epsilon_l = 1$.

Число Нуссельта

$$\overline{Nu}_{d_2} = 0,021 Re_{d_2}^{0,8} Pr_2^{0,43} = 0,021 (13\,600)^{0,8} (0,685)^{0,43} = 35,7.$$

Коэффициент теплоотдачи

$$\bar{\alpha} = \overline{Nu}_d \frac{\lambda_2}{d_2} = 35,7 \frac{3,41 \cdot 10^{-2}}{18 \cdot 10^{-3}} = 67,5 \text{ Вт/(м}^2 \cdot \text{К)}.$$

Определим коэффициент теплопередачи. В связи с малой относительной толщиной стенки трубы ($d_1/d_2 \approx 1$) можно использовать формулу для плоской стенки. Кроме того, можно пренебречь термическим сопротивлением теплопроводности стенки ввиду его малости по сравнению с термическими сопротивлениями теплоотдачи $1/\alpha_1$ и $1/\alpha_2$.

Коэффициент теплопередачи (полагаем $\epsilon_l = 1$ и $\alpha_1 = 15,9 \text{ Вт/м}^2$)

$$k = \frac{1}{1/\alpha_1 + 1/\alpha_2} = \frac{1}{\frac{1}{15,9} + \frac{1}{67,5}} = 12,85 \text{ Вт/(м}^2 \cdot \text{К)}.$$

Линию труб можно определить из уравнения теплопередачи:

$$Q = k \bar{\Delta t}_l \pi d_{cp} l n = G_1 c_{p1} (t'_{ж1} - t''_{ж1}).$$

Средний логарифмический температурный напор

$$\bar{\Delta t}_l = \frac{\Delta t'' - \Delta t'}{2,303 \lg (\Delta t''/\Delta t')} = \frac{130 - 10}{2,303 \lg (130/10)} = 46^\circ \text{C}.$$

Длина труб

$$l = \frac{G_1 c_{p1} (t'_{ж1} - t''_{ж2})}{k \bar{\Delta t}_l \pi d_{cp} n} = \frac{8,8 \cdot 1,026 \cdot 10^3 (250 - 150)}{12,85 \cdot 46 \cdot 3,14 \cdot 19 \cdot 10^{-3} \cdot 900} = 28,4 \text{ м.}$$

Теплообменник можно изготовить из нескольких последовательно включенных секций, причем для выполнения предположения $\epsilon_l = 1$ в обоих случаях (для α_1 и α_2) длина секции должна составлять примерно 7 м.

Для уменьшения поверхности теплообмена целесообразно увеличить расход холодного воздуха или применить оребрение поверхности.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Таблица П1

Средняя массовая теплоемкость газов при постоянном давлении от 0°С до t°С $c_{p,m}$, кДж/(кг·К)

t, °С	O ₂	N ₂	CO	CO ₂	H ₂ O	Воздух
0	0,9148	1,0392	1,0396	0,8148	1,8594	1,0036
100	0,9232	1,0404	1,0417	0,8658	1,8728	1,0061
200	0,9353	1,0434	1,0463	0,9102	1,8937	1,0115
300	0,9500	1,0488	1,0538	0,9487	1,9192	1,0191
400	0,9651	1,0567	1,0634	0,9877	1,9477	1,0283
500	0,9793	1,0660	1,0748	1,0128	1,9778	1,0387
600	0,9927	1,0760	1,0861	1,0396	2,0092	1,0496
700	1,0048	1,0869	1,0978	1,0639	2,0419	1,0605
800	1,0157	1,0974	1,1091	1,0852	2,0754	1,0710
900	1,0258	1,1078	1,1200	1,1045	2,1097	1,0815
1000	1,0350	1,1179	1,1304	1,1225	2,1436	1,0907
1100	1,0434	1,1271	1,1401	1,1384	2,1771	1,0999
1200	1,0509	1,1359	1,1493	1,1530	2,2106	1,1082
1300	1,0580	1,1447	1,1577	1,1660	2,2429	1,1166
1400	1,0647	1,1526	1,1656	1,1782	2,2743	1,1242
1500	1,0714	1,1602	1,1731	1,1895	2,3048	1,1313
1600	1,0773	1,1673	1,1798	1,1995	2,3346	1,1380
1700	1,0831	1,1736	1,1865	1,2091	2,3630	1,1443
1800	1,0886	1,1798	1,1924	1,2179	2,3907	1,1501
1900	1,0940	1,1857	1,1983	1,2259	2,4166	1,1560
2000	1,0990	1,1911	1,2033	1,2334	2,4422	1,1610
2100	1,1041	1,1966	1,2083	1,2405	2,4664	1,1664
2200	1,1087	1,2012	1,2129	1,2468	2,4895	1,1710
2300	1,1137	1,2058	1,2175	1,2531	2,5121	1,1757
2400	1,1183	1,2104	1,2217	1,2586	2,5334	1,1803
2500	1,1229	1,2142	1,2259	1,2636	2,5544	1,1840

Таблица П2

Средняя массовая теплоемкость газов при постоянном объеме от 0°С до t°С $c_{v,m}$, кДж/(кг·К)

t, °С	O ₂	N ₂	CO	CO ₂	H ₂ O	Воздух
0	0,6548	0,7423	0,7437	0,6259	1,3980	0,7164
100	0,6632	0,7427	0,7448	0,6770	1,4114	0,7193
200	0,6753	0,7465	0,7494	0,7214	1,4323	0,7243
300	0,6900	0,7519	0,7570	0,7593	1,4574	0,7319
400	0,7051	0,7599	0,7666	0,7938	1,4863	0,7415
500	0,7193	0,7691	0,7775	0,8240	1,5160	0,7519
600	0,7327	0,7792	0,7892	0,8508	1,5474	0,7624
700	0,7448	0,7900	0,8009	0,8646	1,5805	0,7733

Продолжение табл. П2

$t, ^\circ\text{C}$	O_2	N_2	CO	CO_2	H_2O	Воздух
800	0,7557	0,8005	0,8122	0,8964	1,6140	0,7842
900	0,7658	0,8110	0,8231	0,9157	1,6483	0,7942
1000	0,7750	0,8210	0,8336	0,9332	1,8823	0,8039
1100	0,7834	0,8302	0,8432	0,9496	1,7158	0,8127
1200	0,7913	0,8395	0,8566	0,9638	1,7488	0,8215
1300	0,7984	0,8478	0,8608	0,9772	1,7815	0,8294
1400	0,8051	0,8558	0,8688	0,4893	1,8129	0,8369
1500	0,8114	0,8633	0,8763	1,0006	1,8434	0,8441
1600	0,8173	0,8704	0,8830	1,0107	1,8728	0,8508
1700	0,8231	0,8771	0,8893	1,0203	1,9016	0,8570
1800	0,8286	0,8830	0,8956	1,0291	1,9293	0,8633
1900	0,8340	0,8889	0,9014	1,0371	1,9552	0,8688
2000	0,8390	0,8943	0,9066	1,0446	1,9804	0,8742
2100	0,8441	0,8997	0,9115	1,0517	2,0051	0,8792
2200	0,8491	0,9048	0,9161	1,0580	2,0281	0,8843
2300	0,8537	0,4094	0,9207	1,0639	2,0503	0,8889
2400	0,8583	0,9136	0,9249	1,0697	2,0720	0,8930
2500	0,8629	0,9177	0,9291	1,0749	2,0926	0,8972

Таблица П3

Средняя объемная теплоемкость газов при постоянном давлении от 0°C до $t^\circ\text{C}$ $c'_{\text{рт}}$, кДж/(м³·К)

$t, ^\circ\text{C}$	O_2	N_2	CO	CO_2	H_2O	Воздух
0	1,3059	1,2981	1,2992	1,5998	1,493	1,2971
100	1,3176	1,3004	1,3017	1,7003	1,5052	1,3004
200	1,3352	1,3038	1,3071	1,7873	1,5223	1,3071
300	1,3561	1,3109	1,3167	1,8627	1,5424	1,3172
400	1,3775	1,3205	1,3289	1,9297	1,5654	1,3289
500	1,3980	1,3322	1,3427	1,9887	1,5897	1,3427
600	1,4168	1,3452	1,3574	2,0411	1,6148	1,3565
700	1,4344	1,3586	1,3720	2,0884	1,6412	1,3708
800	1,4499	1,3716	1,3862	2,1311	1,6680	1,3842
900	1,4645	1,3845	1,3996	2,1692	1,6957	1,3976
1000	1,4775	1,3971	1,4126	2,2085	1,7229	1,4097
1100	1,4892	1,4086	1,4248	2,2349	1,7501	1,4214
1200	1,5005	1,4202	1,4361	2,2638	1,7769	1,4327
1300	1,5106	1,4306	1,4465	2,2898	1,8028	1,4432
1400	1,5202	1,4407	1,4566	2,3136	1,8280	1,4528
1500	1,5294	1,4499	1,4658	2,3354	1,8527	1,4620
1600	1,5378	1,4587	1,4746	2,3555	1,8761	1,4708
1700	1,5462	1,4671	1,4825	2,3743	1,8996	1,4788
1800	1,5541	1,4746	1,4901	2,3915	1,9213	1,4867
1900	1,5617	1,4821	1,4972	2,4074	1,9423	1,4939

$t, ^\circ\text{C}$	O_2	N_2	CO	CO_2	H_2O	Воздух
2000	1,5692	1,4888	1,5039	2,4221	1,9628	1,5010
2100	1,5759	1,4955	1,5102	2,4359	1,9824	1,5072
2200	1,5830	1,5018	1,5160	2,4489	2,0009	1,5135
2300	1,5897	1,5072	1,5215	2,4602	2,0189	1,5194
2400	1,5964	1,5127	1,5269	2,4710	2,0365	1,5253
2500	1,6027	1,5177	1,5320	2,4811	2,0528	1,5303

Таблица П4

Средняя объемная теплоемкость газов при постоянном объеме от 0°C до $t^\circ\text{C}$ $c'_{\text{вм}}$, $\text{кДж}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$

$t, ^\circ\text{C} -$	O_2	N_2	CO	CO_2	H_2O	Воздух
0	0,9349	0,9278	0,9282	1,2288	1,1237	0,9261
100	0,9466	0,9295	0,9307	1,3293	1,1342	0,9295
200	0,9642	0,9328	0,9362	1,4164	1,1514	0,9362
300	0,9852	0,9399	0,9458	1,4918	1,1715	0,9462
400	1,0065	0,9496	0,9579	1,5587	1,1945	0,9579
500	1,0270	0,9613	0,9718	1,6278	1,2183	0,9718
600	1,0459	0,9743	0,9864	1,6701	1,2439	0,9856
700	1,0634	0,9877	1,0011	1,7174	1,2703	0,9993
800	1,0789	1,0006	1,0153	1,7601	1,2971	1,0312
900	1,0936	1,0136	1,0287	1,7982	1,3247	1,0262
1000	1,1066	1,0178	1,0417	1,8326	1,3519	1,0387
1100	1,1183	1,0379	1,0538	1,8640	1,3791	1,0505
1200	1,1296	1,0492	1,0651	1,8929	1,4059	1,0618
1300	1,1396	1,0597	1,0756	1,9188	1,4319	1,0722
1400	1,1493	1,0697	1,0856	1,9427	1,4570	1,0819
1500	1,1585	1,0789	1,0948	1,9644	1,4817	1,0911
1600	1,1669	1,0877	1,1036	1,9845	1,5052	1,0999
1700	1,1752	1,0961	1,1116	2,0034	1,5286	1,1078
1800	1,1832	1,1036	1,1191	2,0205	1,5504	1,1158
1900	1,1907	1,1112	1,1262	2,0356	1,5713	1,1229
2000	1,1978	1,1179	1,1329	2,0511	1,5918	1,1296
2100	1,2050	1,1246	1,1392	2,0649	1,6115	1,1363
2200	1,2121	1,1304	1,1451	2,0775	1,6299	1,1426
2300	1,2188	1,1363	1,1505	2,0892	1,6479	1,1484
2400	1,2255	1,1417	1,1560	2,1001	1,6655	1,1543
2500	1,2318	1,1468	1,1610	2,1101	1,6818	1,1593

Сухой насыщенный пар и вода на кривой насыщения [по температурам] (1 бар = 0,1 МПа)

t , °C	p , бар	v' , м ³ /кг	v'' , м ³ /кг	i' , кДж/кг	i'' , кДж/кг	r , кДж/кг	s' , кДж/(кг·К)	s'' , кДж/(кг·К)
0	0,006108	0,0010002	206,321	-0,04	2501,0	2501,0	-0,0002	9,1565
5	0,008718	0,0010000	147,167	21,01	2510,2	2489,2	0,0762	9,0258
10	0,012271	0,0010003	106,419	41,99	2519,4	2477,4	0,1510	8,9009
20	0,023368	0,0010017	57,833	83,86	2537,7	2453,8	0,2963	8,6674
30	0,042417	0,0010043	32,929	125,66	2555,9	2430,2	0,4365	8,4537
40	0,073749	0,0010078	19,548	167,45	2574,0	2406,5	0,5721	8,2576
50	0,12335	0,0010121	12,048	209,26	2591,8	2382,5	0,7035	8,0771
60	0,19919	0,0010171	7,6807	251,09	2609,5	2358,4	0,8310	7,9106
70	0,31161	0,0010228	5,0479	292,97	2626,8	2333,8	0,9548	7,7565
80	0,47359	0,0010292	3,4104	334,92	2643,8	2308,9	1,0752	7,6135
90	0,70108	0,0010361	2,3624	376,94	2660,3	2283,4	1,1925	7,4805
100	1,01325	0,0010437	1,6738	419,06	2676,3	2257,2	1,3069	7,3564
120	1,9854	0,0010606	0,89202	503,7	2706,6	2202,9	1,6276	7,1310
140	3,6136	0,0010801	0,50875	589,1	2734,0	2144,9	1,7390	6,9307
160	6,1804	0,0011022	0,30685	675,5	2757,7	2082,2	1,9425	6,7498
180	10,027	0,0011275	0,19381	763,1	2777,1	2014,0	2,1393	6,5838
200	15,551	0,0011565	0,12714	852,4	2791,4	1939,0	2,3307	6,4289
220	23,201	0,0011900	0,08602	943,7	2799,9	1856,2	2,5178	6,2819
240	33,480	0,0012291	0,05964	1037,6	2801,6	1764,0	2,7021	6,1397
260	46,940	0,0012756	0,04212	1135,0	2795,2	1660,2	2,8850	5,9989
280	64,191	0,0013324	0,03010	1237,0	2778,6	1541,6	3,0687	5,8555
300	85,917	0,0014041	0,02162	1345,4	2748,4	1403,0	3,2559	5,7038
320	112,90	0,0014955	0,001544	1463,4	2699,6	1236,2	3,4513	5,5356
340	146,08	0,0016390	0,01078	1596,8	2622,3	1025,5	3,6638	5,3363
360	186,74	0,0018390	0,006970	1763,1	2486,7	729,6	3,9189	5,0603
374	220,84	0,002834	0,003482	2039,2	2150,7	111,5	4,3374	4,5090

Параметры критического состояния:

$t_{кр} = 374,12^\circ\text{C}$; $p_{кр} = 221,15$ бар; $v_{кр} = 0,003147$ м³/кг.

Сухой насыщенный пар и вода на кривой насыщения (по давлениям) (1 бар = 0,1 МПа)

P , бар	t , °C	v' , м ³ /кг	v'' , м ³ /кг	i' , кДж/кг	i'' , кДж/кг	g , кДж/кг	s' , кДж/(кг·К)	s'' , кДж/(кг·К)
0,025	21,094	0,0010020	54,256	88,44	2539,7	2451,3	0,3119	8,6431
0,030	24,098	0,0010027	45,668	101,00	2545,2	2444,2	0,3543	8,5776
0,035	26,692	0,0010033	39,480	111,84	2549,9	2438,1	0,3907	8,5224
0,040	28,981	0,0010040	34,803	121,41	2554,1	2432,7	0,4224	8,4747
0,050	32,90	0,0010052	28,196	137,77	2561,2	2423,4	0,4762	8,3952
0,060	36,18	0,0010064	23,742	151,50	2567,1	2415,6	0,5209	8,3305
0,070	39,02	0,0010074	20,532	163,38	2572,2	2408,8	0,5591	8,2760
0,08	41,53	0,0010084	18,106	173,87	2576,7	2402,8	0,5926	8,2289
0,09	43,79	0,0010094	16,206	183,28	2580,8	2397,5	0,6224	8,1875
0,10	45,83	0,0010102	14,676	191,84	2584,4	2392,6	0,6493	8,1505
0,15	54,00	0,0010140	10,025	225,98	2598,9	2372,9	0,7549	8,0089
0,20	60,09	0,0010172	7,6515	251,46	2609,6	2358,1	0,8321	7,9092
0,25	64,99	0,0010199	6,2060	271,99	2618,1	2346,1	0,8932	7,8321
0,30	69,12	0,0010223	5,2308	289,31	2625,3	2336,0	0,9441	7,7695
0,40	75,89	0,0010265	3,9949	317,65	2636,8	2319,2	1,0261	7,6711
0,50	81,35	0,0010301	3,2415	340,57	2646,0	2305,4	1,0912	7,5951
0,60	85,95	0,0010333	2,7329	359,93	2653,6	2293,7	1,1454	7,5332
0,70	89,96	0,0010361	2,3658	376,77	2660,2	2283,4	1,1921	7,4811
0,80	93,51	0,0010387	2,0879	391,72	2666,0	2274,3	1,2330	7,4360
0,90	96,71	0,0010412	1,8701	405,21	2671,1	2265,9	1,2646	7,3963
1,00	99,63	0,0010434	1,6946	417,51	2675,7	2258,2	1,3027	7,3601
1,20	104,81	0,0010476	1,4289	439,36	2683,8	2244,4	1,3609	7,2996
1,40	109,32	0,0010513	1,2370	458,42	2690,8	2232,4	1,4109	7,2480
1,60	113,32	0,0010547	1,0917	475,38	2696,8	2221,4	1,4550	7,2032
1,8	116,03	0,0010579	0,9773	490,70	2702,1	2211,4	1,4944	7,1638

Р, бар	t , °С	v' , м ³ /кг	v'' , м ³ /кг	i' , кДж/кг	i'' , кДж/кг	g , кДж/кг	s' , кДж/(кг·К)	s'' , кДж/(кг·К)
2,0	120,23	0,0010608	0,88592	504,7	2706,9	2202,2	1,5301	7,1286
2,5	127,43	0,0010675	0,7188	535,4	2717,2	2181,8	1,6072	7,0540
3,0	133,54	0,0010735	0,60578	561,4	2725,5	2164,1	1,6717	6,9930
3,5	138,88	0,0010786	0,52425	584,3	2732,5	2148,2	1,7273	6,9414
4,0	143,62	0,0010839	0,46242	604,7	2738,5	2133,8	1,7764	6,8966
4,5	147,92	0,0010885	0,41392	623,2	2743,8	2120,6	1,8204	6,8570
5,0	151,85	0,0010928	0,37481	640,1	2748,5	2108,4	1,8604	6,8215
6,0	158,84	0,0011009	0,31556	670,4	2756,4	2086,0	1,9308	6,7598
7,0	164,96	0,0011082	0,27274	697,1	2762,9	2065,8	1,9918	6,7074
8,0	170,42	0,0011150	0,24030	720,9	2768,4	2047,5	2,0457	6,6618
9,0	175,36	0,0011213	0,21484	742,6	2773,0	2030,4	2,0941	6,6212
10,0	179,88	0,0011274	0,19430	762,6	2777,0	2014,4	2,1382	6,5847
12,0	187,95	0,0011386	0,16320	798,4	2783,4	1985,0	2,2160	6,5210
14,0	195,04	0,0011489	0,14072	830,1	2788,4	1958,3	2,2836	6,4665
16,0	201,37	0,0011586	0,12368	858,6	2792,2	1933,6	2,3436	6,4187
18,0	207,10	0,0011678	0,11031	884,6	2795,1	1910,5	2,3976	6,3759
20,0	212,37	0,0011766	0,09953	908,6	2797,4	1888,8	2,4468	6,3373
24,0	221,78	0,0011932	0,08319	951,9	2800,4	1848,5	2,5343	6,2691
28,0	230,04	0,0012088	0,07138	990,5	2801,7	1811,2	2,6106	6,2101
32,0	237,44	0,0012237	0,06243	1025,5	2801,8	1776,3	2,6786	6,1577
36,0	244,16	0,0012381	0,05540	1057,6	2801,0	1743,4	2,7402	6,1103
40	253,33	0,0012521	0,04974	1087,5	2799,4	1711,9	2,7967	6,0670
44	256,05	0,0012657	0,04506	1115,5	2797,2	1681,7	2,8489	6,0268
48	261,38	0,0012792	0,04114	1141,9	2794,4	1652,5	2,8976	5,9891
50	263,92	0,0012858	0,03941	1154,6	2792,8	1638,2	2,9209	5,9712
55	269,94	0,0013023	0,03561	1185,1	2788,4	1603,3	2,9761	5,9282

P , бар	t , °C	v' , м ³ /кг	v'' , м ³ /кг	i' , кДж/кг	i'' , кДж/кг	r , кДж/кг	s' , кДж/(кг·К)	s'' , кДж/(кг·К)
60	275,56	0,0013187	0,03241	1213,9	2783,2	1569,4	3,9277	5,8878
65	280,83	0,0013350	0,02969	1241,4	2777,6	1536,2	3,0764	5,8494
70	285,80	0,0013514	0,02734	1267,7	2771,4	1503,7	3,1225	5,8126
75	290,51	0,0013678	0,02530	1293,0	2764,7	1471,7	3,1663	5,7773
80	295,98	0,0013843	0,02349	1317,5	2757,5	1440,0	3,2083	5,7430
85	299,24	0,0014010	0,02189	1341,2	2749,9	1408,7	3,2487	5,7098
90	303,31	0,0014179	0,02046	1364,2	2741,8	1377,6	3,2875	5,6773
95	307,22	0,0014351	0,001917	1386,7	2733,4	1346,7	3,3251	5,6456
100	310,96	0,0014526	0,01800	1408,6	2724,4	1315,8	3,3616	5,6143
110	318,04	0,0014887	0,01597	1451,2	2705,4	1254,2	3,4316	5,5531
120	324,64	0,0015267	0,01425	1492,6	2684,8	1192,2	3,4986	5,4930
130	330,81	0,0015670	0,01277	1533,0	2662,4	1129,4	3,5633	5,4333
140	336,63	0,0016104	0,01149	1572,8	2638,3	1065,5	3,6262	5,3737
150	342,12	0,0016580	0,01035	1612,2	2611,6	999,4	3,6877	5,3122
160	347,32	0,0017101	0,009330	1651,5	2582,7	931,2	3,7486	5,2496
170	352,26	1,0017690	0,008401	1691,6	2550,8	859,2	3,8103	5,1841
180	356,96	0,0018380	0,007534	1733,4	2514,4	781,0	3,8739	5,1135
190	361,44	0,0019231	0,006700	1778,2	2470,1	691,0	3,9417	5,0321
200	365,71	0,002038	0,005873	1828,8	2413,8	586,0	4,0181	4,9338
210	369,79	0,002218	0,005006	1892,2	2340,2	448,0	4,1137	4,8106
220	373,68	0,002675	0,003757	2007,7	2192,5	184,8	4,2891	4,5748

Параметры критического состояния:
 $t_{кр}^* = 374,12^\circ\text{C}$; $P_{кр} = 221,15$ бар; $v_{кр} = 0,003147$ м³/кг.

Вода и перегретый пар [v , м³/кг; i , кДж/кг; s , кДж/(кг·К); p , МПа]

P	0,004			0,01			0,05			0,1		
	v	i	s									
20	0,0010017	83,9	0,2963	0,0010017	83,9	0,2963	0,0010017	83,9	0,2963	0,0010017	84,0	0,2963
80	40,72	2650,2	8,7685	16,27	2649,3	8,3437	0,0010292	334,9	1,0752	0,0010292	355,0	0,0753
150	48,81	2783,2	9,1122	19,51	2782,8	8,6385	3,890	2780,0	7,9407	1,937	2776,4	7,6143
200	54,58	2879,6	9,3274	21,82	2879,3	8,9041	4,356	2877,5	8,1534	2,172	2875,2	7,8348
250	60,35	2977,3	9,5237	24,14	2977,1	9,1006	4,820	2975,8	8,3560	2,406	2974,2	8,0337
300	66,12	3076,5	9,7047	25,44	3076,3	9,2817	5,284	3075,3	8,5376	2,634	3074,1	8,2162
320	68,43	3116,6	9,7735	27,37	3116,4	9,3504	5,469	3115,5	8,6066	2,732	3114,4	8,2853
360	73,05	3197,5	9,9055	29,22	3197,4	9,4825	5,839	3196,6	8,7389	2,917	3195,7	8,4179
400	77,66	3279,5	10,031	31,06	3279,4	9,6081	6,209	3278,7	8,8646	3,103	3278,0	8,5439
420	79,97	3320,8	10,092	31,99	3320,7	9,6686	6,394	3320,2	8,9253	3,195	3319,5	8,6046
460	84,59	3404,3	10,209	33,83	3404,3	9,7858	6,764	3403,8	9,0425	3,380	3403,2	8,7220
500	89,20	3489,0	10,321	35,68	3488,9	9,8882	7,134	3488,5	9,1550	3,565	3487,9	8,8346
550	94,97	3596,3	10,455	37,99	3596,2	10,033	7,595	3595,8	9,2896	3,797	3545,4	8,9693
600	100,74	3705,3	10,584	40,29	3705,2	10,161	8,057	3704,9	9,482			

P	0,3			0,5			1,0			1,5		
	v	i	s	v	i	s	v	i	s	v	i	s
20	0,0010016	84,1	0,2962	0,0010015	84,3	0,2962	0,0010013	84,8	0,2961	0,0010010	85,3	0,2960
80	0,0010291	335,1	1,0751	0,0010290	335,3	1,0750	0,0010287	335,7	1,0746	0,0010285	336,1	1,0743
150	0,6340	2761,2	7,0791	0,0010908	632,2	1,8416	0,0010904	632,5	1,8410	0,0010901	632,8	1,08405
200	0,7164	2865,6	7,3124	0,4250	2855,5	7,0602	0,2059	2827,5	6,6940	0,1324	2795,3	6,4522
250	0,7964	2967,5	7,5172	0,4744	2960,7	7,2716	0,2327	2942,8	6,9256	0,1520	2923,4	6,7100
300	0,8753	3069,2	7,7028	0,5226	3064,2	7,4606	0,2580	3051,3	7,1239	0,1697	3037,9	6,9192
320	0,9067	3110,0	7,6628	0,5416	3105,5	7,5314	0,2678	3094,0	7,1971	0,1765	3082,1	6,9949
360	0,9692	3192,0	7,9066	0,5796	3188,3	7,6665	0,2873	3178,9	7,3356	0,1899	3169,3	7,1372
400	1,0315	3274,9	8,0335	0,6172	3271,8	7,7944	0,3066	3264,0	7,4606	0,2030	3256,1	7,2701
420	1,0626	3316,6	8,0946	0,6360	3313,8	7,8558	0,3161	3306,6	7,5283	0,2095	3299,3	7,3334
460	1,125	3400,7	8,2126	0,6735	3398,3	7,9743	0,3351	3392,1	7,6482	0,2223	3385,9	7,4548
500	1,187	3485,8	8,3255	0,7109	3483,7	8,0877	0,3540	3478,3	7,7627	0,2351	3472,9	7,5703
550	1,264	3593,6	8,4606	0,7575	3591,7	8,2232	0,3776	3587,2	7,8991	0,2509	3582,5	7,7078
600	1,341	3702,9	8,5896	0,8040	3701,4	8,3525	0,4010	3697,4	8,0292	0,2667	3693,5	7,8386

P	2,0						2,5						3,0						3,5																							
	v		i		s		v		i		s		v		i		s		v		i		s																			
	v	i	v	i	v	i	v	i	v	i	v	i	v	i	v	i	v	i	v	i	v	i	v	i	v	i	v	i	v	i	v	i	v	i								
20	0,0010008	85,7	0,2959	0,0010006	86,2	0,2958	0,0010004	86,7	0,2957	0,0010001	87,1	0,2956	0,0010282	336,5	1,0740	0,0010278	337,3	1,0733	0,0010275	337,7	1,0730	0,0010897	633,1	1,8399	0,0010894	633,1	1,8394	0,0010887	634,0	1,8383	0,0011560	852,6	2,3300	0,0011555	852,8	2,3292	0,0011550	853,0	2,3284	0,0011545	853,2	2,3276
250	0,1115	2902,5	6,5460	0,08701	2879,9	6,4087	0,0758	2866,2	6,2867	0,05871	2828,1	6,1734	0,1255	3024,0	6,7679	0,08116	2994,2	6,5408	0,06843	2978,2	6,4480	0,1308	3069,8	6,8466	0,10334	3057,1	6,7273	0,08500	3044,0	6,6262	0,07187	3030,3	6,5374	0,1411	3159,5	6,9929	0,09232	3139,3	6,7818	0,07836	3128,9	6,6982
300	0,1512	3248,1	7,1285	0,1201	3239,9	7,0165	0,09933	3231,6	6,9231	0,08451	3223,1	6,8426	0,1561	3291,9	7,1927	0,1241	3284,5	7,0817	0,10276	3276,9	6,9894	0,08751	3269,2	6,9100	0,1659	3379,6	7,3156	0,1321	3373,2	7,2062	0,1095	3366,8	7,1115	0,09338	3360,3	7,0378						
400	0,1756	3467,4	7,4323	0,1399	3461,9	7,3240	0,1161	3456,4	7,2345	0,09913	3450,8	7,1580	0,1876	3578,0	7,5708	0,1496	3573,3	7,4636	0,1243	3568,6	7,3752	0,1062	3563,9	7,2998	0,1995	3689,5	7,7024	0,1592	3685,5	7,5960	0,1324	3681,5	7,5084	0,1132	3677,5	7,4337						

P	4,0						5,0						6,0						7,0					
	v		t		s		v		t		s		v		t		s		v		t		s	
t, °C																								
20	0,000999	87,6	0,2955	0,0009995	88,6	0,2952	0,0009990	89,5	0,2951	0,0009986	90,4	0,2948												
80	0,0010273	338,1	1,0726	0,0010268	338,8	1,0720	0,0010263	339,6	1,0713	0,0010259	340,4	1,0707												
150	0,0010883	634,3	1,8377	0,0010877	635,0	1,8366	0,0010870	635,6	1,8355	0,0010863	636,2	1,8344												
200	0,0011540	853,4	2,3268	0,0011530	853,8	2,3253	0,0011519	854,2	2,3237	0,0011510	854,6	2,3222												
250	0,0012512	1085,8	2,7936	0,0012494	1085,8	2,7911	0,0012476	1085,8	2,7887	0,0012458	1085,8	2,786												
300	0,05885	2961,5	6,3634	0,04532	2925,4	6,2104	0,03616	2885,0	6,0693	0,02946	2839,2	5,9322												
320	0,06200	3016,2	6,4573	0,04811	2986,2	6,3147	0,03876	2953,5	6,1869	0,03199	2917,8	6,0672												
360	0,06787	3118,2	6,6237	0,05316	3095,9	6,4939	0,04331	3072,4	6,3811	0,03623	3047,6	6,2793												
400	0,07339	3214,5	6,7713	0,05780	3196,9	6,6486	0,04738	3178,6	6,5438	0,03992	3159,7	6,4511												
420	0,07600	3261,4	6,8399	0,06002	3245,4	6,7196	0,04931	3229,0	6,6175	0,04165	3212,1	6,5278												
460	0,08128	3353,7	6,9694	0,06434	3340,0	6,8528	0,05303	3326,8	6,7546	0,04495	3312,8	6,6691												
500	0,08638	3445,2	7,0909	0,06853	3433,8	6,9768	0,05662	3422,2	6,8814	0,04810	3410,5	6,7988												
550	0,09264	3559,2	7,2338	0,07363	3549,6	6,1221	0,06096	3540,0	7,0291	0,05191	3530,2	6,9490												
600	0,09879	3673,4	7,3686	0,07864	3665,4	7,2586	0,06521	3657,2	7,1673	0,05561	3649,0	7,0890												

P	8,0						9,0						10,0						15					
	v		i		s		v		i		s		v		i		s		v		i		s	
	v	i	v	i	v	s	v	i	v	i	v	s	v	i	v	i	v	s	v	i	v	s		
20	0,0009981	91,4	0,2946	0,0009977	92,3	0,2944	0,0009972	93,2	0,2942	0,0009950	97,9	0,2930												
80	0,0010254	341,2	1,0700	0,0010249	342,0	1,0694	0,0010244	342,8	1,0687	0,0010221	346,8	1,0655												
150	0,0010856	636,8	1,8334	0,0010850	637,5	1,8323	0,0010823	638,1	1,8312	0,0010811	641,3	1,8259												
200	0,0011500	855,1	2,3207	0,0011490	855,5	2,3191	0,0011480	855,9	2,3176	0,0011432	858,1	2,3102												
250	0,0012440	1085,8	2,7840	0,0012423	1085,9	2,7817	0,0012406	1085,9	2,7794	0,0012324	1086,2	2,7682												
300	0,02425	2785,4	5,7918	0,0014022	1344,9	3,2539	0,0013978	1343,7	3,2494	0,0013779	1338,6	3,2284												
320	0,02682	2878,1	5,9510	0,02268	2833,5	5,8341	0,01924	2782,0	5,7120	0,0014736	1455,0	3,4279												
360	0,03089	3021,3	6,1849	0,02669	2993,2	6,0953	0,02330	2963,3	6,0086	0,01258	2771,3	5,5685												
400	0,03431	3140,1	6,3670	0,02993	3119,7	6,2891	0,02641	3098,5	6,2158	0,01566	2977,6	5,8851												
420	0,03589	3194,7	6,4469	0,03139	3176,7	6,3725	0,02779	3158,1	6,3031	0,01685	3055,3	5,9990												
460	0,03888	3298,6	6,5928	0,03415	3284,1	6,5233	0,03036	3269,3	6,4511	0,01894	3190,0	6,1880												
500	0,04172	3398,5	6,7254	0,03675	3386,4	6,6592	0,03277	3374,1	6,5984	0,02079	3309,7	6,3471												
550	0,04512	3520,4	6,8783	0,03984	3510,5	6,8147	0,03561	3500,4	6,7568	0,02291	3448,7	6,5214												
600	0,04841	3640,7	7,0201	0,04281	3632,4	6,9585	0,03833	3624,0	6,9025	0,02489	3581,2	6,6776												

P	20,0			22,0			24,0			30,0		
	v	i	s	v	i	s	v	i	s	v	i	s
20	0,0009929	102,5	0,2919	0,0009920	104,4	0,2914	0,0009912	106,2	0,2910	0,0009886	111,7	0,2895
80	0,0010199	350,8	1,0623	0,0010190	352,4	1,0610	0,0010181	354,0	1,0598	0,0010155	358,7	1,0560
150	0,0010779	664,4	1,8207	0,0010767	645,7	1,8186	0,0010754	647,0	1,8166	0,0010718	650,0	1,8105
200	0,0011387	860,4	2,3030	0,0011369	861,4	2,3001	0,0011352	862,3	2,2973	0,0011300	865,2	2,2891
250	0,0012247	1086,8	2,7575	0,0012218	1087,1	2,7534	0,0012189	1087,4	2,7493	0,0012107	1088,5	2,7375
300	0,0013606	1334,6	3,2095	0,0013542	1333,3	3,2024	0,0013482	1332,1	3,1956	0,0013315	1329,0	3,1763
320	0,0014450	1446,3	3,4010	0,0014351	1443,4	3,3913	0,0014258	1440,8	3,3821	0,0014010	1434,3	3,3568
360	0,001823	1742,0	3,8818	0,001760	1721,8	3,8442	0,001716	1707,3	3,8158	0,001629	1678,6	3,7546
400	0,009952	2820,1	5,5578	0,008262	2739,7	5,4114	0,006738	2642,0	5,2439	0,002806	2159,1	4,4854
420	0,01119	2931,0	5,7202	0,009586	2872,8	5,6064	0,008205	2808,2	5,4876	0,004919	2557,2	5,0694
460	0,01315	3101,0	5,9590	0,01155	3062,2	5,8725	0,010204	3021,5	5,7873	0,007185	2885,4	5,5313
500	0,01477	3240,2	6,1440	0,01312	3210,8	6,0700	0,01174	3180,5	5,9987	0,008679	3083,9	5,7954
550	0,01655	3394,3	6,3373	0,01481	3371,8	6,2719	0,01336	3348,9	6,2099	0,010165	3277,7	6,0385
600	0,01816	3536,9	6,5055	0,01633	3518,8	6,4453	0,01480	3500,5	6,3888	0,01144	3444,2	6,2351

Коэффициент теплопроводности λ , Вт/(м·°С), некоторых материалов

Наименование материала	Температура, при которой измерена теплопроводность, °С	Коэффициент теплопроводности, Вт/(м·°С)
Асбест распушенный	100	0,111
Асбестовый картон	100	0,177
Асбестовый шнур	100	0,145
Бетон с каменным щебнем	0	1,28
Шлакобетон	0	0,70
Глина огнеупорная	450	1,04
Дерево	0—50	0,14—0,21
Кирпич красный	0	0,77
Котельная накипь	100	0,08—2,3
Лед	0	2,2
Миканит	20	0,21—0,41
Парафин	20	0,27
Песок речной мелкий (сухой)	0—160	0,30—0,38
Песок речной мелкий (влажный)	20	1,13
Пробковые плиты сухие	80	0,042—0,053
Резина твердая обыкновенная	0—100	0,157—0,160
Стекло	0—100	0,78—0,88
Стекланная вата	88	0,051—0,059
Текстолит	20	0,23—0,34
Эбонит	20	0,157—0,170
Штукатурка известковая	0	0,70
Шамотный кирпич	1000	0,144
Пеношамот	1000	0,51
Динасовый кирпич	1000	1,6
Графитовые изделия	1000	204
Вермикулитовые плиты	200	0,111
Диатомитовый кирпич	200	0,159
Углеродистая сталь	100—600	54,4—29,3
Нержавеющая сталь	100—900	14,6—28,8

Таблица П9

Физические свойства воды на линии насыщения (плотность ρ , изобарная теплоемкость c_p , коэффициент теплопроводности λ , динамический коэффициент вязкости μ , коэффициент объемного расширения β , число Прандтля Pr)

t , °С	p , бар	ρ , кг/м ³	c_p , кДж/(кг·К)	$\lambda \cdot 10^2$, Вт/(м·К)	$\mu \cdot 10^6$, Н·с/м ²	$\beta \cdot 10^4$, 1/К	Pr
0	1,013	999,9	4,212	55,1	1788	-0,63	13,67
20	1,013	998,2	4,183	59,9	1004	1,82	7,02
40	1,013	992,2	4,174	63,5	653,3	3,87	4,31
60	1,013	983,2	4,179	65,9	469,4	5,11	2,98
80	1,013	971,8	4,195	67,4	355,1	6,32	2,21
100	1,013	958,3	4,220	68,3	282,5	7,52	1,75

$t, ^\circ\text{C}$	$p, \text{бар}$	$\rho, \text{кг/м}^3$	$c_p, \text{кДж/(кг}\cdot\text{К)}$	$\lambda \cdot 10^2, \text{Вт/(м}\cdot\text{К)}$	$\mu \cdot 10^6, \text{Н}\cdot\text{с/м}^2$	$\beta \cdot 10^4, \text{1/К}$	Pr
120	1,98	943,1	4,250	68,6	237,4	8,64	1,47
140	3,61	926,1	4,287	68,5	201,1	9,72	1,26
160	6,18	907,4	4,346	68,3	173,4	10,7	1,10
180	10,03	886,9	4,417	67,4	153,0	11,9	1,00
200	15,55	863,0	4,505	66,3	136,4	13,3	0,93
220	23,20	840,3	4,614	64,5	124,6	14,8	0,89
240	33,48	813,6	4,756	62,8	114,8	16,8	0,87
260	46,94	784,0	4,949	60,5	105,9	19,7	0,87
280	64,19	750,7	5,230	57,4	98,1	23,7	0,90
300	85,92	712,5	5,736	54,0	91,2	29,2	0,97
					85,3		

Таблица П10

Физические свойства сухого воздуха при давлении $p=760 \text{ мм рт. ст.}$

$t, ^\circ\text{C}$	$\rho, \text{кг/м}^3$	$c_p, \text{кДж/(кг}\cdot\text{К)}$	$\lambda \cdot 10^2, \text{Вт/(м}\cdot\text{К)}$	$\mu \cdot 10^6, \text{Н}\cdot\text{с/м}^2$	Pr
-50	1,584	1,013	2,04	14,6	0,728
-40	1,515	1,013	2,12	15,2	0,728
-30	1,453	1,013	2,20	15,7	0,723
-20	1,395	1,009	2,28	16,2	0,716
-10	1,342	1,009	2,36	16,7	0,712
0	1,293	1,005	2,44	17,2	0,707
10	1,247	1,005	2,51	17,6	0,705
20	1,205	1,005	2,59	18,1	0,703
30	1,165	1,005	2,67	18,6	0,701
40	1,128	1,005	2,76	19,1	0,699
50	1,093	1,005	2,83	19,6	0,698
60	1,060	1,005	2,90	20,1	0,696
70	1,029	1,009	2,96	20,6	0,694
80	1,000	1,009	3,05	21,1	0,692
90	0,972	1,009	3,13	21,5	0,690
100	0,946	1,009	3,21	21,9	0,688
120	0,848	1,009	3,34	22,8	0,686
140	0,854	1,013	3,49	23,7	0,684
160	0,815	1,017	3,64	24,5	0,682
180	0,779	1,022	3,78	25,3	0,681
200	0,746	1,026	3,93	26,0	0,680
250	0,674	1,038	4,27	27,4	0,677
300	0,615	1,047	4,60	29,7	0,674
350	0,566	1,059	4,91	31,4	0,676
400	0,524	1,068	5,21	33,0	0,678
500	0,456	1,093	5,74	36,2	0,687
600	0,404	1,114	6,22	39,1	0,699
700	0,362	1,135	6,71	41,8	0,706
800	0,329	1,156	7,18	44,3	0,713
900	0,301	1,172	7,63	46,7	0,717
1000	0,277	1,185	8,07	49,0	0,719

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	3
Введение	5

ЧАСТЬ ПЕРВАЯ

ТЕХНИЧЕСКАЯ ТЕРМОДИНАМИКА

Глава первая. Основные положения. Законы идеальных газов	8
1-1. Предмет технической термодинамики и ее задачи	8
1-2. Основные параметры состояния газа	9
1-3. Законы идеальных газов. Уравнение состояния идеального газа	13
1-4. Газовые смеси	17
Глава вторая. Первый закон термодинамики	23
2-1. Эквивалентность теплоты и работы	23
2-2. Термодинамический процесс	24
2-3. Внутренняя энергия газа	27
2-4. Работа расширения	28
2-5. Аналитическое выражение первого закона термодинамики. Энтальпия	30
Глава третья. Теплоемкость газов	32
3-1. Определения. Истинная и средняя теплоемкость	32
3-2. Изобарная и изохорная теплоемкость идеального газа	33
3-3. Зависимость теплоемкости газов от температуры	35
3-4. Теплоемкость смесей газов	39
Глава четвертая. Термодинамические процессы в газах	40
4-1. Основные процессы и их исследование	40
4-2. Изохорный процесс	41
4-3. Изобарный процесс	42
4-4. Изотермический процесс	43
4-5. Адиабатный процесс	45
4-6. Политропные процессы	47
4-7. Исследование политропных процессов	50
Глава пятая. Второй закон термодинамики	54
5-1. Круговые процессы (циклы)	54
5-2. Прямой обратимый цикл Карно	57
5-3. Обратный обратимый цикл Карно	59
5-4. Второй закон термодинамики	60
5-5. Математическое выражение второго закона термодинамики. Энтропия	61
5-6. T, s -диаграмма	67
5-7. Термодинамические процессы газов в T, s -диаграмме	68

5-8. Круговые процессы в T, s -диаграмме	70
5-9. Физический смысл энтропии	73
Глава шестая. Циклы газовых тепловых двигателей	75
6-1. Циклы поршневых двигателей внутреннего сгорания. Общие сведения	75
6-2. Цикл с подводом теплоты при постоянном объеме	76
6-3. Цикл с подводом теплоты при постоянном давлении	78
6-4. Цикл со смешанным подводом теплоты	81
6-5. Циклы газотурбинных установок	84
6-6. Термодинамические основы работы компрессоров	92
Глава седьмая. Водяной пар	101
7-1. Основные понятия и определения	101
7-2. Получение пара при постоянном давлении. p, v -диаграмма водяного пара	104
7-3. Основные термодинамические параметры воды и водяного пара	106
7-4. T, s -диаграмма водяного пара	110
7-5. i, s -диаграмма водяного пара	112
7-6. Основные процессы водяного пара	114
Глава восьмая. Истечение и дросселирование газов и паров	121
8-1. Работа проталкивания. Располагаемая работа	121
8-2. Адиабатный процесс истечения газа	124
8-3. Некоторые особенности истечения пара. Действительный процесс истечения	131
8-4. Дросселирование газов и паров	134
Глава девятая. Циклы паротурбинных установок	138
9-1. Введение	138
9-2. Цикл Карно для водяного пара	139
9-3. Цикл Ренкина	140
9-4. Влияние основных параметров пара на термический к. п. д. цикла Ренкина	144
9-5. Цикл с промежуточным перегревом пара	145
9-6. Регенеративный цикл паротурбинной установки	148
9-7. Основы теплофикации	153
9-8. Парогазовый цикл	156
9-9. Бинарный цикл с магнетогидравлическим генератором	159
Глава десятая. Влажный воздух	163
10-1. Основные понятия	163
10-2. Параметры влажного воздуха	165
10-3. I, d -диаграмма влажного воздуха	167

ЧАСТЬ ВТОРАЯ ТЕПЛОПЕРЕДАЧА

Глава одиннадцатая. Основные положения теории теплообмена. Теплопроводность	170
11-1. Основные понятия	170
11-2. Теплопроводность в плоской стенке	180
11-3. Теплопроводность в цилиндрической стенке	193

11-4. Теплопроводность в шаровой стенке	206
Глава двенадцатая. Конвективный теплообмен	213
12-1. Основные положения	213
12-2. Основные положения теории подобия	224
12-3. Применение теории подобия при обработке результатов опытов	240
12-4. Понятие о гидродинамическом и тепловом пограничном слое	252
12-5. Теплоотдача при течении жидкости в трубе	264
12-6. Теплоотдача при поперечном обтекании трубы и пучка труб	287
12-7. Теплоотдача при свободном движении жидкости	294
12-8. Теплообмен при конденсации и кипении	298
Глава тринадцатая. Теплообмен излучением	313
13-1. Основные понятия и законы	313
13-2. Некоторые задачи теплообмена излучением	319
13-3. Излучение газов	323
Глава четырнадцатая. Основы расчета теплообменных аппаратов	328
14-1. Основные понятия	328
14-2. Расчет теплообменников	331
14-3. Определение конечных температур теплоносителей	334
14-4. Тепловая защита теплообменных аппаратов. Интенсификация теплообмена	336
Приложение	
1. Средняя массовая теплоемкость газов при постоянном давлении от 0°C до $t^{\circ}\text{C}$ c_{pm} , кДж/(кг·К)	343
2. Средняя массовая теплоемкость газов при постоянном объеме от 0°C до $t^{\circ}\text{C}$ c_{vm} , кДж/(кг·К)	343
3. Средняя объемная теплоемкость газов при постоянном давлении от 0°C до $t^{\circ}\text{C}$ c'_{pm} , кДж/(м ³ ·К)	344
4. Средняя объемная теплоемкость газов при постоянном объеме от 0°C до $t^{\circ}\text{C}$ c'_{vm} , кДж/(м ² ·К)	345
5. Сухой насыщенный пар и вода на кривой насыщения (по температурам) (1 бар=0,1 МПа)	346
6. Сухой насыщенный пар и вода на кривой насыщения (по давлениям) (1 бар=0,1 МПа)	347
7. Вода и перегретый пар [v , м ³ /кг; i , кДж/кг; s , кДж/(кг·К); p , МПа]	350
8. Коэффициент теплопроводности λ , Вт/(м·°C), некоторых материалов	356
9. Физические свойства воды на линии насыщения (плотность ρ , изобарная теплоемкость c_p , коэффициент теплопроводности λ , динамический коэффициент вязкости μ , коэффициент объемного расширения β , число Прандтля Pr)	356
10. Физические свойства сухого воздуха при давлении $p = 760$ мм рт. ст.	357